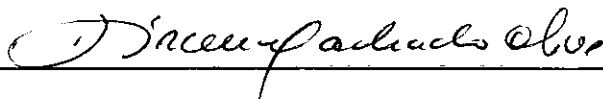


MODELO DE SIMULAÇÃO COM BASE NA TEORIA DE SISTEMAS LINEARES  
PARA A AVALIAÇÃO DE RECURSOS HÍDRICOS SUBTERRÂNEOS

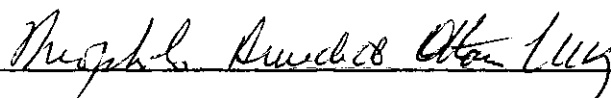
GILSON DE OLIVEIRA MOTA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO  
DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTEN  
ÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL

Aprovada por:



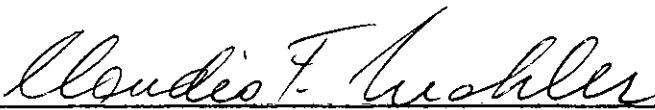
Prof. Dirceu Machado Olive



Prof. Theophilo Benedicto Ottoni Netto



Prof. Francisco Rezende Lopes



Prof. Claudio Fernando Mahler

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 1984

MOTA, GILSON DE OLIVEIRA

Modelo de Simulação com base na Teoria de Sistemas Lineares para a Avaliação de Recursos Hídricos Subterrâneos (Rio de Janeiro) , 1984.

VII,57 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1984)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1.Assunto I. COPPE/UFRJ                      II. Título  
(série)

À Elizabeth,  
esposa e inspiração;  
ao Igor,  
filho e encanto da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Dirceu Machado Olive pela orientação e pela amizade durante todo o curso.

Aos Professores Theophilo Benedicto Ottoni Netto , Francisco de Rezende Lopes e Claudio Fernando Mahler pelas críticas e sugestões que permitiram um maior aperfeiçoamento deste trabalho.

À Mineração Química do Nordeste por permitir à Companhia de Engenharia Rural da Bahia (CERB) fornecer os dados de campo para a implementação prática conduzida no presente trabalho, em particular ao Engenheiro Jairo Ewerton da Cunha da CERB, pelo estímulo e apoio prestados.

À Miriam Rabelo Martins pelo incentivo e amizade.

E a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências ( M. Sc. )

MODELO DE SIMULAÇÃO COM BASE NA TEORIA DE SISTEMAS LINEARES PARA A AVALIAÇÃO DE RECURSOS HÍDRICOS SUBTERRÂNEOS.

GILSON DE OLIVEIRA MOTA

AGOSTO - 1984

Orientador: Prof. Dirceu Machado Olive

Programa: Engenharia Civil

Um modelo para a avaliação quantitativa de recursos hídricos subterrâneos é desenvolvido, em que a técnica de modelagem utilizada dispensa a utilização de valores de transmissividade como dados de entrada, evitando, assim, onerosos testes de campo sistematicamente executados para a determinação do referido parâmetro em utilizando outras técnicas.

O modelo é ainda vantajoso no que diz respeito à facilidade em sua formulação, calibração e operação sendo por sua forma algébrica, associável a um modelo de gerenciamento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science ( M. Sc. )

A LINEAR SYSTEM MODEL FOR SIMULATION AND  
EVALUATION OF GROUNDWATER RESOURCES

GILSON DE OLIVEIRA MOTA

AUGUST - 1984

Chairman: Dirceu Machado Olive, Ph.D.

Department: Civil Engineering

A model for a quantitative evaluation of an aquifer is presented in which transmissivity is not used as an input.

The present technique avoids expensive field tests to determine these parameters that is compulsory when other techniques are used.

The model is also advantageous in respect to its formulation, calibration and operation, being possible to couple it with a management model.

I N D I C E G E R A L

	<u>PÁGINA</u>
- RESUMO.....	iv
- ABSTRACT.....	v
- INDICE GERAL.....	vi
- CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO.....	1
I.1 - Considerações gerais.....	1
I.2 - Objetivos.....	3
- CAPÍTULO II - ÁGUAS SUBTERRÂNEAS.....	4
II.1 - Constituição física do solo e ocorrência das águas subterrâneas.....	4
II.2 - Aquíferos.....	5
- Tipos de aquíferos.....	6
II.3 - Movimento das águas subterrâneas....	10
- A Lei de Darcy.....	10
- Interpretação física da constante de proporcionalidade de Darcy.....	13
II.4 - Equações gerais do escoamento.....	17
- Fluxo permanente.....	18
- Escoamento não permanente.....	19
- CAPÍTULO III - MODELOS COM BASE NA TEORIA DE SISTEMAS LINEARES.....	21
III.1 - Considerações gerais.....	21
III.2 - O modelo proposto.....	23

- A técnica de modelagem.....	25
- Calibração.....	26
- Previsão.....	30
- Sensibilidade aos coeficientes de armazenamento estimados.....	30
III.3 - Associação de Modelos de Simulação com Modelos de Gerenciamento.....	31
-CAPÍTULO IV - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO PROPOSTO....	34
IV.1 - Considerações Gerais.....	34
IV.2 - O aquífero Sergi na Ilha de Mata- randiba.....	35
IV.3 - Caracterização Hidrogeológica do aquí- fero.....	36
IV.4 - Calibração do Modelo Proposto.....	37
IV.5 - Análise da sensibilidade do modelo aos coeficientes de armazenamentos esti- mados.....	40
- CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	45
V.1 - Conclusões Gerais.....	45
V.2 - Recomendações.....	46
- APÊNDICE.....	47
- LITERATURA CITADA.....	56

CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

I.1 - Considerações gerais

A água é um recurso natural com características muito especiais. Indispensável ao homem e aos outros seres vivos, é componente privilegiado da própria vida e suporte essencial dos ecossistemas. Sua importância para o homem está relacionada de forma direta com a sua sobrevivência, pois é necessária como seu constituinte celular, e necessária aos vegetais e animais, fonte de sua alimentação.

Embora ocorrendo simultaneamente nos três estados possíveis - sólido, líquido e gasoso - e numa diversidade de situações, a água existe em quantidade praticamente constante. As estimativas mais recentes indicam que o volume de água existente no mundo é aproximadamente igual a 1.400 milhões de  $\text{Km}^3$ , dos quais 97,3% correspondem a água do mar e apenas 2,7% a água doce. A distribuição dos 38 milhões de  $\text{Km}^3$  de água doce é, de acordo com BAUMGARTNER e REICHEL in L. VEIGADA CUNHA e COL. (1980), a seguinte:

Gêlo de calotas polares e glaciares.....	77,20%
Águas subterrâneas e humidade do solo...	22,40%
Lagos e pântanos.....	0,35%
Atmosfera.....	0,04%
Rios.....	0,01%

Verifica-se assim que as águas superficiais que em geral são as mais facilmente utilizáveis pelo homem, constituem uma parcela ínfima da totalidade da água doce.

No que diz respeito às águas subterrâneas, cerca de 70% correspondem a reservas situadas a profundidades superiores a 750 m e, portanto, sua utilização torna-se em alguns casos anti-econômica. Entretanto, nas regiões áridas onde durante os verões fortes ou secas prolongadas, os rios cessam de correr, as águas subterrâneas constituem uma fonte vital para o abastecimento de água.

A principal fonte de recarga de águas subterrâneas é a precipitação, podendo a água dirigir-se diretamente através do solo até juntar-se às águas subterrâneas ou cair diretamente sobre as águas correntes superficiais e, em seguida, percolar dos álveos fluviais para o subsolo. Deve-se notar que as águas subterrâneas constituem o destino menos prioritário das águas da precipitação. Esse fato constitui um fator importante na limitação da quantidade de águas subterrâneas a ser utilizada.

Um gerenciamento ótimo dos recursos subterrâneos requer a utilização de um adequado modelo matemático, e, a avaliação quantitativa de uma reserva, depende largamente das características inerentes ao maciço poroso correspondente quais sejam - sua habilidade para armazenar e sua habilidade para transmitir água.

Um modelo matemático tem como finalidade última e principal, ser um instrumento a mais no estudo técnico e econômico sobre as diferentes soluções alternativas que permitem atender uma demanda futura de água em uma região.

A utilização de computadores eletrônicos na avaliação de Recursos Hídricos Subterrâneos tem experimentado um rápido crescimento. Soluções analíticas, existem apenas para casos particulares, relativamente simples. A abordagem de um problema mais complexo requer a adoção de um método numérico para a resolução do modelo matemático, e aí, a utilização de um computador é indispensável.

Modelos digitais de simulação são frequentemente usados como ferramenta na avaliação de recursos hídricos subterrâneos. Muitos destes modelos estão baseados nos métodos de diferenças finitas ou elementos finitos e requerem dados detalhados bem como especializada mão de obra para a sua formulação, calibração e operação. Os custos das investigações de campo e gastos computacionais, especialmente para grandes modelos, são muito elevados, principalmente para países em desenvolvimento, como é o caso do Brasil.

## I.2 - Objetivos

O objetivo do presente trabalho é o desenvolvimento de um modelo de simulação mais simples no que diz respeito à sua formulação, calibração e operação, e, menos oneroso em termos computacionais bem como e principalmente por não necessitar de valores de transmissividades como dados de entrada, dispensando assim onerosos ensaios de campo. Ainda assim, é mantido o mesmo nível de precisão e confiabilidade nos valores simulados.

## CAPÍTULO II

### ÁGUAS SUBTERRÂNEAS

#### II.1 - Constituição física do solo e ocorrência das águas subterrâneas

O solo pode ser considerado como um sistema onde ocorrem três fases distintas, presentes em diferentes proporções: A fase sólida, constituída pelas partículas sólidas, minerais e orgânicas, a fase gasosa e a fase líquida.

Imediatamente abaixo da superfície, os vazios do solo contêm água e ar em proporções variáveis (zona de aeração). Após as chuvas, a água pode descer através dessa zona de aeração. Uma parte dessa água se dispersa através do solo e será retida por forças capilares nos menores interstícios, ou por forças moleculares em torno das partículas do solo. A água nas camadas superiores da zona de aeração é chamada de umidade do solo. Se a capacidade de retenção do solo na zona de aeração for satisfeita, a água continuará seu movimento descensional até a região onde os vazios do solo já se encontram ocupados por água (zona de saturação). As águas nessa zona de saturação constituem as águas subterrâneas.

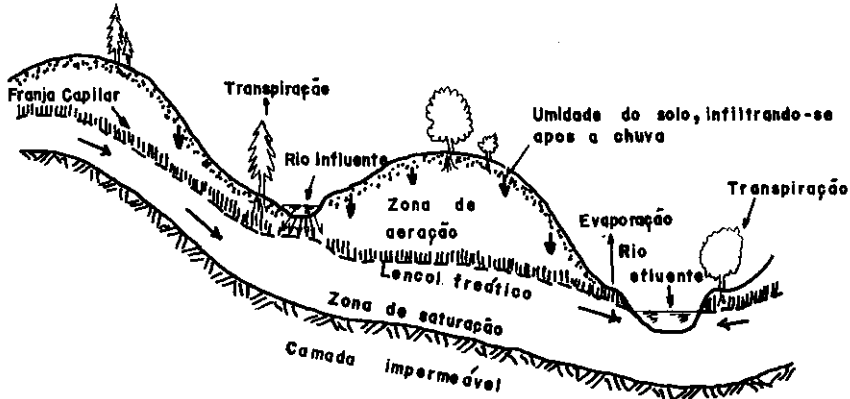


Figura 1 - Esquema demonstrativo da ocorrência de águas subterrâneas

## II.2 - Aquíferos

As formações geológicas que contêm e transmitem águas subterrâneas são chamadas aquíferos.

O volume de águas subterrâneas que se pode conseguir em uma determinada zona dependerá das características do aquífero e da frequência de recarga. A capacidade de uma formação geológica para reter água é medida pela porosidade ( $n$ ) ou relação entre o volume de vazios e o volume total.

$$n = \frac{V_{\text{ar}} + V_{\text{água}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{II.1})$$

Uma porosidade elevada não indica necessariamente que o aquífero produzirá grandes vazões em poços. Ao volume de água, expresso em porcentagem do volume total do aquífero, que se escoar livremente dá-se o nome de produção específica.

### Tipos de aquíferos

A maioria dos aquíferos são de grande extensão em área, e podem ser visualizados como reservatórios subterrâneos de armazenamento. A água entra em um reservatório por meio de reabastecimento natural ou artificial; e sai sob a ação da gravidade ou é extraída por poços. Os aquíferos podem ser classificados em confinados e não confinados, dependendo da ausência ou presença de superfície livre.

O aquífero não confinado é aquele em que a superfície livre onde reina a pressão atmosférica serve como limite superior da zona de saturação. É também conhecido como livre, freático ou não artesianos. A superfície livre apresenta forma ondulada e inclinações variáveis dependendo das áreas de reabastecimento e descarga, do bombeamento de poços e da permeabilidade. Os levantamentos e abaixamentos na superfície livre correspondem a variações do volume da água em armazenamento no aquífero. Mapas de contorno e perfis da superfície livre podem ser preparados a partir das elevações da água em poços introduzidos no aquífero a fim de determinar as quantidades de água disponíveis, sua distribuição e seu movimento.

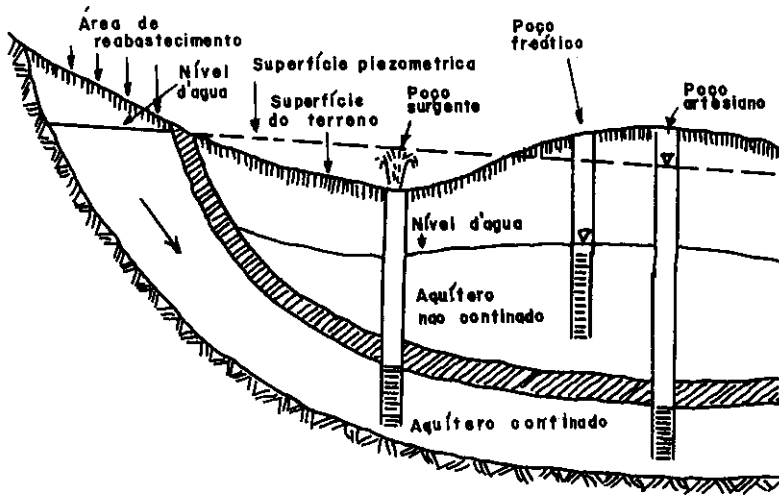


Figura 2 - Aquíferos confinados e não confinados

Os aquíferos confinados, também conhecidos como artesianos ou aquíferos sob pressão, ocorrem quando o nível d'água está confinado sob pressão maior do que a atmosférica por estratos sobrejacentes relativamente impermeáveis. Em um poço que penetre tais aquíferos, o nível d'água subirá acima do fundo do leito confinante, como indicado nos poços artesianos e surgentes (figura 2). A água entra na camada aquífera confinada em uma área em que o leito confinante sobe até a superfície ou termina no subsolo e o aquífero torna-se não confinado. Uma região que fornece água a um aquífero confinado é conhecida como uma área

de recarga. Os levantamentos e rebaixamentos da água em poços que penetrem aquíferos confinados resultam principalmente de variações de pressão, mais do que de variações nos volumes de armazenamento. Assim, os aquíferos confinados têm apenas pequenas variações de armazenamento e servem principalmente como condutos para transportar a água das áreas de reabastecimento para locais de descarga natural (fontes) ou artificial. A superfície piezométrica de um aquífero confinado é uma superfície imaginária que coincide com o nível da pressão hidrostática da água no aquífero (figura 2). O nível d'água em um poço que penetre um aquífero confinado define a elevação da superfície piezométrica naquele ponto. Se a superfície piezométrica se encontra acima da superfície do terreno, resulta um poço surgente. Mapas de contorno e perfis da superfície piezométrica podem ser preparados a partir de dados de poços análogos àqueles para o nível de água em um aquífero não confinado.

A água reabastecida para um aquífero ou dele descarregada, representa uma variação do volume armazenado do aquífero. Para aquíferos não confinados, isto é expresso pelo produto do volume do aquífero compreendido entre o nível d'água no começo e no fim de um período de tempo pela produção específica média da formação. Em aquíferos confinados, entretanto, admitindo que o aquífero permaneça saturado, as variações nas pressões, produzem apenas pequenas variações nos volumes armazenados. Assim, a pressão hidrostática dentro de um aquífero confinado suporta parcialmente o peso sobrejacente, enquanto que a estrutura sólida fornece o apoio restante. Quando a pressão hidrostática é reduzida, como por exemplo pelo bombeamento da água de um poço que penetra o aquífero, a carga deste cresce. Ocorre uma compressão

do aquífero, que força a saída de alguma água. Além disso, a redução da pressão causa uma pequena expansão e subsequente escape de água. A capacidade de fornecimento de água de um aquífero confinado pode ser expressa em termos de seu coeficiente de armazenamento.

O coeficiente de armazenamento é definido como o volume de água que um aquífero desprende ou armazena por unidade de área superficial do aquífero por variação unitária na componente de carga normal àquela superfície. Na maioria dos aquíferos confinados, os valores caem no intervalo de variação  $0,00005 < S < 0,005$ , o que indica que são necessárias grandes variações de pressão sobre áreas extensas, para produzir um substancial escoamento de água.

Para um aquífero não confinado, o coeficiente de armazenamento corresponde à sua produção específica.

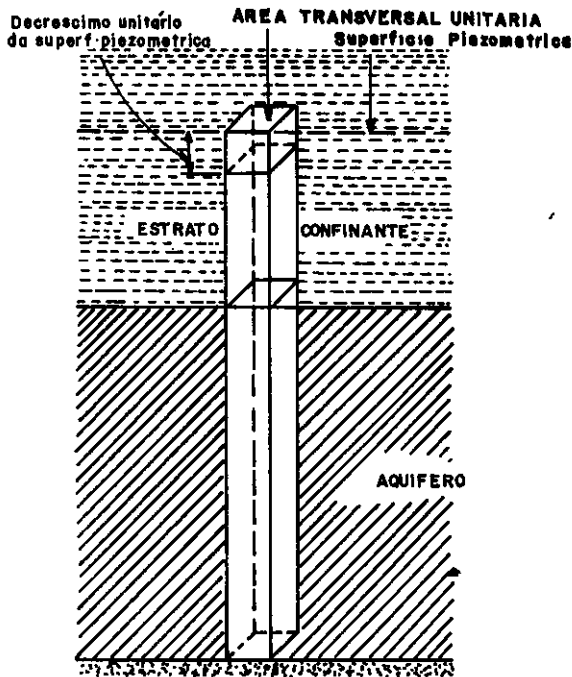


Figura 3 - Esquema ilustrativo para a definição do coeficiente de armazenamento em um aquífero confinado.

### II.3 - Movimento das águas subterrâneas

Hagen e Poiseuille demonstraram que a velocidade de escoamento em tubos capilares é proporcional à declividade da linha de energia (gradiente hidráulico). Contudo, a generalização da Lei Física Fundamental governando tal escoamento é creditada a Henry Darcy que a desenvolveu em 1856.

#### A Lei de Darcy

Com base em experimentos (figura 4), Darcy concluiu que a quantidade de fluxo através do meio poroso é proporcional à perda de carga e inversamente proporcional ao comprimento do caminho de fluxo.

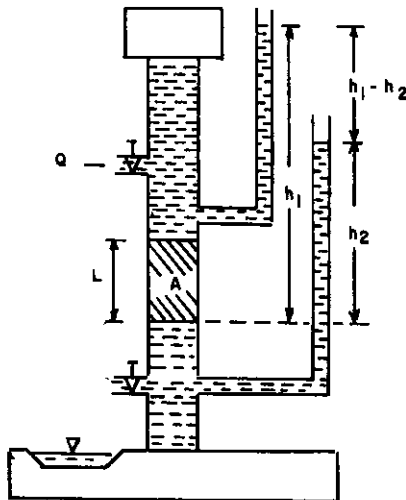


Figura 4 - Esquema para demonstração da Lei de Darcy

A equação mais frequentemente citada como Lei de Darcy é escrita

$$\frac{Q}{A} = v = K.i \quad (\text{II.2})$$

em que "i" é o gradiente hidráulico dado por

$$i = ( h_1 - h_2 ) / L \quad (\text{II.3})$$

Em (II.2),  $Q$  é o volume que escoou através da camada filtrante no tempo  $t$ ;  $K$  é uma constante de proporcionalidade; e  $v$  é uma velocidade aparente ou descarga por unidade de área da seção transversal.

Esta lei, mais do que qualquer outra contribuição, serve como base para o conhecimento atual do fluxo das águas subterrâneas.

Uma vez que o gradiente hidráulico é adimensional a constante de proporcionalidade tem dimensões de uma velocidade.

A velocidade aparente não leva em conta o fato de que o escoamento se dá entre poros. A velocidade real média pode ser formulada como segue

$$v_r = \frac{Q}{n.A} \quad (\text{II.4})$$

em que  $v_r$  é a velocidade real média e  $n$  é a porosidade.

A partir de (II.2), temos

$$Q = K.i.A \quad (\text{II.5})$$

Substituindo (II.5) em (II.4) e fazendo as simplificações necessárias vem

$$v_r = \frac{K \cdot i}{n} \quad (\text{II.6})$$

A água que percola pode assumir dois tipos de movimento:

Fluxo laminar - as partículas têm trajetórias definidas e que não se cruzam.

Fluxo turbulento - o fluxo é desordenado e as partículas se cruzam diversas vezes.

O número de Reynolds " $R_e$ " determinado a partir de experiências realizadas por Osborne Reynolds em 1883 utilizando tubos circulares permite a identificação das faixas de fluxo laminar e turbulento.

Dentro da faixa de fluxo laminar, Reynolds encontrou uma proporcionalidade linear entre o gradiente hidráulico e a velocidade de escoamento, conforme estabelece a Lei de Darcy.

Muitos pesquisadores tentaram usar o conceito de Reynolds para solos, adotando para diâmetro, o diâmetro médio das partículas e para velocidade a velocidade aparente, tendo encontrado para o número de Reynolds uma grande dispersão (0,1 a 75).

Concorda-se porém, em que a Lei de Darcy é válida para uma grande gama de solos e gradientes hidráulicos.

Na aplicação da Lei de Darcy, a constante de proporcionalidade é frequentemente referida como o coeficiente de permeabilidade ou ainda como condutividade hidráulica. O termo permeabilidade é usado em referência a uma propriedade do meio pa

ra conduzir um fluido, e, condutividade hidráulica com referência a uma propriedade de ambos, o meio e o fluido.

Um meio é isotrópico com respeito à permeabilidade se ele é igualmente permeável ao escoamento em todas as direções. Uma vez que a lei de Darcy expressa o escoamento em uma direção, a generalização é requerida para descrever processos mais complicados de escoamento em duas ou três dimensões em meio não isotrópico. As generalizações podem ser expressas em forma diferencial

$$\begin{aligned} v_x &= - K_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_y &= - K_y \frac{\partial h}{\partial y} \\ v_z &= - K_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

onde  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as direções principais da anisotropia.

#### Interpretação física da constante de proporcionalidade de Darcy

O significado físico da constante de proporcionalidade de Darcy tem sido objeto de vários estudos. Duas investigações são consideradas aqui: experimento empírico de Hubbert e comparação com a equação de Hagen-Poiseuille.

Variando experimentalmente a densidade do fluido, a viscosidade e as propriedades geométricas das areias, Hubbert observou que o parâmetro  $K$  variava da seguinte maneira:

$K$  era proporcional a  $(\rho ; \frac{1}{\mu} \text{ e } d^2)$  sendo  $(\rho)$  a densidade do fluido,  $(\mu)$  a viscosidade e  $(d)$  o diâmetro médio dos grãos.

Ele converteu a uma equação empírica

$$K = \frac{K' \cdot \rho \cdot \bar{d}^2}{\mu} \quad (\text{II.8})$$

onde  $K'$  é um novo fator de proporcionalidade.

Uma decomposição em componentes do parâmetro  $K'$  é possível comparando a equação de Darcy com a de Hagen-Poiseuille governando escoamento laminar através passagens de pequeno diâmetro. A equação de Hagen-Poiseuille é escrita

$$\frac{Q}{A} = \frac{N \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot S^+}{\mu} \quad (\text{II.9})$$

onde  $N$  é um fator de forma adimensional relacionado com a geometria da passagem,  $R$  é o diâmetro da passagem,  $g$  é a aceleração da gravidade e  $S^+$  é o gradiente hidráulico.

Combinando as equações (II.2) e (II.9)

$$K \cdot i = \frac{N \cdot \rho \cdot g \cdot R^2 \cdot S^+}{\mu} \quad (\text{II.10})$$

e, reconhecendo que  $S^+$  é igual a  $i$ ,

$$K = \frac{N \cdot \rho \cdot g \cdot R^2}{\mu} \quad (\text{II.11})$$

Assumindo que o diâmetro da passagem  $R$  é essencialmente igual ao diâmetro médio dos grãos  $\bar{d}$ , o parâmetro  $K$  é expresso

$$K = \frac{N \cdot \rho \cdot g \cdot \bar{d}^2}{\mu} \quad (\text{II.12})$$

onde  $N \cdot \bar{d}^2$  caracteriza as propriedades do meio e  $\frac{\rho \cdot g}{\mu}$  caracteriza as propriedades do fluido.

A permeabilidade do meio é então tomada como

$$k = N \cdot d^2 \quad (\text{II.13})$$

e tem a dimensão  $L^2$ . A condutividade hidráulica é expressa

$$K = \frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu} \quad (\text{II.14})$$

e tem a dimensão de uma velocidade. Portanto, apenas sob condições especiais (densidade e viscosidade constantes), variações na condutividade hidráulica necessariamente refletirão variações no meio geológico.

A lei de Darcy pode então ser expressa como

$$v = \frac{k \cdot \rho \cdot g}{\mu} \cdot i \quad (\text{II.15})$$

indicando que a constante de proporcionalidade é a condutividade hidráulica que por sua vez é uma propriedade de ambos (fluido e meio).

Como definido acima, condutividade hidráulica é a quantidade de água fluindo na unidade de tempo através de uma face de área unitária sob um gradiente unitário.

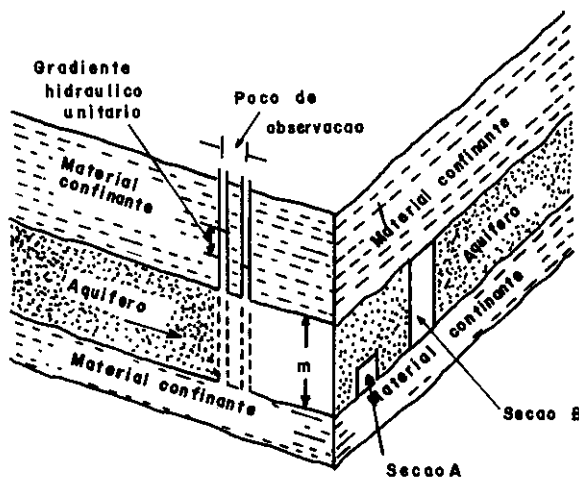


Figura 5 - Diagrama ilustrando condutividade hidráulica e transmissividade (segundo Ferris e Col. in DOMENICO (1972)).

Na figura 5, a condutividade hidráulica é o volume de água fluindo através da seção A na unidade de tempo sob um gradiente unitário.

Um conceito relacionado com o anterior e que constitui uma propriedade macroscópica de um aquífero é a transmissividade, que traduz a transmissão de água através da espessura total. Transmissividade é definido como a quantidade de água que na temperatura predominante flui através de uma faixa vertical do aquífero de largura unitária, sob um gradiente hidráulico unitário. Na figura 5, a transmissividade é a quantidade de água fluindo através da seção B, que tem largura unitária e é igual em comprimento à espessura saturada. Portanto, a transmissividade é igual ao produto da condutividade hidráulica pela espessura saturada do aquífero e pode ser expressa em litros por dia através de uma seção do aquífero com um metro de largura, sob um gradiente unitário.

Permeabilidade, como definido anteriormente, é uma propriedade macroscópica dos poros ou do material poroso. Uma vez que a estrutura porosa do aquífero é aleatória, várias tentativas têm sido feitas para relacionar estrutura à permeabilidade podendo ser citados o trabalho de Kozeny e Carman, primeiro conhecido como equação de Kozeny-Carman, e a análise dimensional de Muskat e Botset in DOMENICO (1972). Posteriormente, a Lei de Darcy foi descrita exclusivamente em termos experimentais como uma lei empírica. Hubbert, por exemplo, derivou a mesma a partir da equação fundamental de Navier-Stokes e desse modo estabeleceu suas bases teóricas.

#### II.4 - Equações gerais do escoamento

Em sua forma geral, a lei de Darcy pode ser escrita

$$v = -K \frac{\partial h}{\partial s} \quad (\text{II.16})$$

onde s é a distância ao longo da direção média do fluxo.

Em hidrodinâmica, o potencial de velocidade  $\phi$  é definido como uma função escalar do espaço e do tempo, tal que a sua derivada negativa em relação a qualquer direção é a velocidade do fluido naquela direção.

$$v_s = - \frac{\partial \phi}{\partial s} \quad (\text{II.17})$$

Visto que v é uma velocidade (velocidade aparente), segue-se das equações (II.16) e (II.17) que

$$\phi = K.h \quad (\text{II.18})$$

Supondo um aquífero homogêneo com permeabilidade isotrópica, isto é, a mesma em todas as direções, a generalização de (II.16) conduz a

$$\begin{aligned} v_x &= -K \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_y &= -K \frac{\partial h}{\partial y} \\ v_z &= -K \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} v_x &= - \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ v_y &= - \frac{\partial \phi}{\partial y} \\ v_z &= - \frac{\partial \phi}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

A existência de potencial de velocidade implica em um fluxo irrotacional. Uma vez que se sabe que a água escoar ao redor de grãos individuais de um meio, visto que os grãos podem ser encarados como elementos submersos dentro do fluido, a afirmação pode ser enganosa. Em base macroscópica, entretanto, as rotações dentro dos interstícios compensam-se estatisticamente de tal forma que o fluxo se torna irrotacional.

### Fluxo permanente

Todos os escoamentos de águas subterrâneas devem satisfazer à equação da continuidade, que, em sua forma geral pode ser expressa como

$$- \left[ \frac{\partial(\rho \cdot V_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot V_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot V_z)}{\partial z} \right] = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (\text{II.21})$$

onde  $\rho$  é a massa específica do fluido e  $t$  é o tempo. Para fluxos permanentes, não há nenhuma variação das condições em relação ao tempo, e, encarando-se a água como um fluido incompressível,  $\rho$  torna-se constante; portanto, a equação (II.21) se reduz a

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{II.22})$$

Quando as condições para a existência do fluxo irrotacional são substituídas na equação (II.22), resulta a equação de Laplace

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.23})$$

Substituindo  $\phi$  por (II.18) vem

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.24})$$

que é a equação geral a derivadas parciais para o escoamento per

manente de águas em meios homogêneos e isotrópicos.

Escoamento não permanente

Para aquíferos confinados, o coeficiente de armazenamento  $S$  é uma medida da compressibilidade  $\alpha$  do aquífero.

A equação

$$\alpha = \frac{-\partial V/V}{\partial p} \quad (\text{II.25})$$

onde  $V$  é o volume e  $p$  é a pressão, pode ser avaliada em termos de variação dentro da coluna de área unitária da seção transversal. Admite-se que a força compressiva atue na direção vertical sobre uma vasta área, de tal forma que as variações nas direções horizontais (laterais) são desprezíveis. Quando a superfície piezométrica cai de uma distância unitária, a quantidade de água derivada da coluna pela variação da pressão é  $S$ ; portanto,  $S = \partial V$ . O volume da coluna aquífera é  $V = 1 \cdot b = b$  onde  $b$  é a espessura do aquífero e a variação de pressão é  $\partial p = -\gamma \cdot 1 = -\gamma$ . Introduzindo estes valores na equação (II.25), vem

$$\alpha = \frac{S}{\gamma \cdot b} \quad (\text{II.26})$$

Para um material elástico,

$$\frac{\partial \gamma}{\gamma} = - \frac{\partial \rho}{\rho} \quad (\text{II.27})$$

que combinada com a equação (II.25) fornece

$$\partial \rho = \rho \alpha \partial p \quad (\text{II.28})$$

Substituindo-se  $\alpha$  pelo seu valor equivalente dado pela equação (II.26),

$$\partial \rho = \frac{\rho \cdot S}{b \cdot \gamma} \partial p \quad (\text{II.29})$$

Introduzindo esta expressão na equação da continuidade vem

$$- \left[ \frac{\partial (\rho V_x)}{\partial x} + \frac{\partial (\rho V_y)}{\partial y} + \frac{\partial (\rho V_z)}{\partial z} \right] = \frac{\rho S}{b \gamma} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.30})$$

Esta equação pode ser expandida introduzindo-se os valores das componentes da velocidade, obtendo-se

$$K \left( \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = \frac{S}{b \gamma} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (\text{II.31})$$

em que  $\underline{\rho}$  é admitido constante. Reescrevendo e substituindo o valor de  $\underline{p}$  por  $(\gamma \cdot h)$  vem

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{S}{K \cdot b} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.32})$$

que é a equação a derivadas parciais aproximada que governa o fluxo não permanente de água em um aquífero confinado compressível de espessura uniforme  $\underline{b}$ . A equação correspondente para um aquífero não confinado tem uma forma não linear. Entretanto, a equação (II.32) pode, como aproximação, ser aplicada a aquíferos não confinados onde as variações na espessura saturada sejam relativamente pequenas.

CAPÍTULO III

## MODELOS COM BASE NA TEORIA DE SISTEMAS LINEARES

III.1 - Considerações Gerais

Tendo em mente a necessidade de desenvolver modelos de simulação mais simples e menos onerosos para a avaliação de recursos hídricos subterrâneos, Maddock (1972) ; Morel-Seytoux e Daly (1975) desenvolveram modelos baseados na teoria de sistemas lineares. Contudo, a maioria destes modelos requeriam ainda valores de transmissividade e coeficiente de armazenamento como dados de entrada. A aquisição destas informações que usualmente não estão disponíveis, é cara, especialmente para esforços de modelagem preliminares. Na maioria dos casos, apenas alguns dados de testes de bombeamento para uns poucos poços do aquífero estão disponíveis.

Seja uma região com M poços inteiramente penetrantes. Seja uma rede irregular dividindo o aquífero em seções tendo diferentes transmissividades e coeficientes de armazenamento, no centro de cada qual está localizado ou um poço existente ou um poço proposto. O aquífero é assumido ser de infinita extensão em superfície e de espessura uniforme, e o escoamento é assumido ser aproximadamente bidimensional.

Com base nas hipóteses acima, usando teoria de sistemas lineares, o rebaixamento no  $K^{\circ}$  poço pode ser expresso como:

$$s(k,t) = \sum_{j=1}^M \int_0^t q(j,t-\tau) H(k,j,\tau) d\tau \quad (\text{III.1})$$

em que  $s(k,t)$  é o rebaixamento no  $k^{\circ}$  poço no tempo  $t$  ;  $q(j,t)$  é a taxa de bombeamento no  $j^{\circ}$  poço no tempo  $t$  e  $H(k,j,t)$  é a função impulso resposta do  $k^{\circ}$  poço devido ao bombeamento do  $j^{\circ}$  poço.

A condição inicial é  $s(k,0) = 0$ .

As condições de contorno são especificadas assumindo rebaixamento nulo no infinito para qualquer tempo  $t$ .

Um modelo pressupondo as mesmas hipóteses anteriormente assumidas, e mais ainda, a presença de um rio hidráulicamente conectado ao aquífero foi apresentado por Bathala et al. (1980).

O modelo desenvolvido no presente trabalho difere do modelo geral apresentado por Bathala et al., por não levar em conta a conexão hidráulica aquífero-rio.

Levando-se em conta o fato de que o modelo do presente trabalho foi desenvolvido tendo em mente a avaliação de recursos hídricos subterrâneos em regiões brasileiras carentes de mananciais de superfície, isto é, regiões em que boa parte dos rios existentes são intermitentes, a conexão hidráulica aquífero-rio foi ignorada e o modelo tornou-se, por este motivo, mais simples.

Para o sistema aquífero geral , Bathala et al., (1980), utilizando teoria de sistemas lineares apresentaram o modelo

$$s(x,k,t) = \sum_{j=1}^M \int_0^t q(j,t-\tau) H(k,j,\tau) + \int_0^t \frac{\partial h(t-\tau)}{\partial t} P(x,k,\tau) d\tau \quad (\text{III.2})$$

em que  $q(j,t)$  e  $H(k,j,t)$  são como anteriormente definidos, e,  $h(t)$  representa o nível d'agua no rio no tempo  $t$ ;  $P(x,k,t)$  é a função impulso resposta do  $K^{\circ}$  poço localizado a uma distância  $x$  do rio no tempo  $t$  e  $s(x,k,t)$  é o rebaixamento no  $K^{\circ}$  poço localizado a uma distância  $x$  do rio no tempo  $t$ .

### III.2 - O modelo proposto

O modelo geral apresentado por Bathala et al., com modificações apropriadas pode ser usado para modelar uma variedade de aquíferos. O modelo do presente trabalho retrata um caso particular do modelo geral em que inexistente a conexão hidráulica aquífero-rio.

Uma forma modificada (Maddock,1972) e discretizada (Eagleson et al., 1966) do modelo geral apresentado por Bathala et al., toma o aspecto

$$s(x,k,N) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N q(j,N-i+1) \beta(k,j,i) + \sum_{i=1}^N \Delta h(N-i+1) \beta_R(x,k,i) \quad (\text{III.3})$$

A inexistência de um rio hidráulicamente conectado ao aquífero conduz a

$$s(k,N) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N q(j,N-i+1) \beta(k,j,i) \quad (\text{III.4})$$

Na forma discretizada,  $N$  representa a  $n$ ésima

observação (discretização do tempo),  $\beta(k,j,i)$  é o coeficiente resposta do aquífero no poço K, no  $i^{\circ}$  passo de tempo, devido ao bombeamento no poço J.

Os coeficientes  $\beta$  são funções dos raios dos poços, das distâncias entre os poços, da transmissividade e coeficiente de armazenamento das seções do aquífero, das condições iniciais e de contorno, do tempo decorrido desde o início do bombeamento, e ainda, das equações que governam o escoamento do sistema aquífero.

Os coeficientes  $\beta$  são calculados como segue

$$\beta(k,j,i) = \beta(k,j,i) \text{ para } i = 1 \quad (\text{III.5})$$

e,

$$\beta(k,j,i) = \beta(k,j,i) - \beta(k,j,i-1) \text{ para } i > 1 \quad (\text{III.6})$$

O valor de  $\beta(k,j,i)$  é dado por

$$\beta(k,j,i) = \left[ \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \bar{T}_{kj}} \right] [W(U_{kj}(i))] \quad (\text{III.7})$$

A equação (III.7) é a função "U" do poço para aquíferos artesianos com poços inteiramente penetrantes Theis, (1935). A expressão para U é dada como

$$U_{kj}(i) = \frac{r_{kj}^2 \cdot \bar{S}_{kj}}{4 \cdot \bar{T}_{kj} \cdot t_i} \quad (\text{III.8})$$

onde,

$$\bar{T}_{kj} = (T_k + T_j)/2 \quad (\text{III.9})$$

$$\bar{S}_{kj} = (S_k + S_j)/2 \quad (\text{III.10})$$

Em (III.8),  $r_{kj}$  é a distância entre o  $K^{\circ}$  e o

$J^{\circ}$  poços ( $r_{kj}$  é o raio do poço se  $k = j$ ),  $t_i$  é o tempo no  $I^{\circ}$  passo de tempo,  $\bar{T}$  e  $\bar{S}$  são conforme definidos em (III.9) e (III.10).

### A Técnica de Modelagem

O rebaixamento em qualquer ponto do aquífero depende das taxas de bombeamento e dos valores dos coeficientes  $\beta$ . Estes, por sua vez, dependem de características físicas do aquífero, isto é, transmissividades e coeficientes de armazenamento, de relações teóricas governando o escoamento e do tempo decorrido desde o início do bombeamento. Portanto, para um particular sistema aquífero e um dado tempo de observação, os coeficientes  $\beta$  podem ser considerados constantes.

Na presente técnica de modelagem, os coeficientes  $\beta$  são primeiro calculados usando rebaixamentos históricos e equivalentes a taxas de bombeamentos históricos. Isto constitui a calibração do modelo. Na segunda fase o modelo calibrado é usado para prever a resposta devido a variações futuras no bombeamento, etc.

Uma implementação prática real pretendida no presente trabalho configura um sistema aquífero confinado com três zonas não homogêneas no tocante às características hidráulicas. Um poço completamente penetrante está localizado em cada zona. Estes poços podem bombear ou recarregar o aquífero, ou ainda, eles podem ser poços de observação.

As taxas históricas de bombeamento e os respectivos rebaixamentos medidos em intervalos de tempo regulares são disponíveis para todos os poços (ainda que para um período relativamente curto).

Assumindo que a fuga vertical através da camada confinante é desprezível, os rebaixamentos em qualquer poço devido ao bombeamento em outros poços pode ser expresso pela equação (III.4) dada anteriormente.

### Calibração

Sendo NC o número de observações e  $\Delta$  o intervalo de tempo (em dias) usado para a calibração, considerando como exemplo uma configuração idêntica ao caso prático real que se pretende implementar, a equação (III.4) pode ser expandida para as NC observações em notação vetorial como mostrado a seguir.

1a. observação - N = 1

$$\begin{bmatrix} s(1,1) \\ s(2,1) \\ s(3,1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta(1,1,1) & \beta(1,2,1) & \beta(1,3,1) \\ \beta(2,1,1) & \beta(2,2,1) & \beta(2,3,1) \\ \beta(3,1,1) & \beta(3,2,1) & \beta(3,3,1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(1,1) \\ q(2,1) \\ q(3,1) \end{bmatrix} \quad (\text{III.11})$$

2a. observação - N = 2; i = 1,2

$$\begin{bmatrix} s(1,2) \\ s(2,2) \\ s(3,2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta(1,1,1) & \beta(1,1,2) & \beta(1,2,1) & \beta(1,2,2) & \beta(1,3,1) & \beta(1,3,2) \\ \beta(2,1,1) & \beta(2,1,2) & \beta(2,2,1) & \beta(2,2,2) & \beta(2,3,1) & \beta(2,3,2) \\ \beta(3,1,1) & \beta(3,1,2) & \beta(3,2,1) & \beta(3,2,2) & \beta(3,3,1) & \beta(3,3,2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q(1,2) \\ q(1,1) \\ q(2,2) \\ q(2,1) \\ q(3,2) \\ q(3,1) \end{bmatrix} \quad (\text{III.12})$$

E assim por diante.

A equação (III.11) consiste de nove coeficientes desconhecidos, mas eles podem ser reduzidos a seis coeficientes desconhecidos considerando a simetria dos coeficientes, isto é,  $\beta(k,j,i) = \beta(j,k,i)$  para  $k$  diferente de  $j$ . De forma semelhante, a equação (III.12) também consiste de seis coeficientes desconhecidos a partir do momento em que os coeficientes da equação (III.11) forem determinados. Então, em geral, para qualquer passo de tempo  $N$  existirão  $M(M+1)/2$  coeficientes desconhecidos, onde  $M$  é o número de zonas em que o aquífero foi dividido. Obviamente, este é um sistema indeterminado com maior número de incógnitas que o número de equações. Portanto, uma solução direta para encontrar os coeficientes desconhecidos é difícil. Uma alternativa é examinar as expressões analíticas representando os coeficientes e encontrar um método de reduzir o número de incógnitas para ficar igual ao número de equações, e isto é discutido a seguir.

Primeira observação -  $N = i = 1$

Os coeficientes  $\beta$  em (III.11) podem ser expressos para a primeira observação pela equação (III.7) dada anteriormente.

A equação (III.7) pode ser escrita de uma forma simplificada Cooper e Jacob (1946) como

$$\beta(k,j,i) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \bar{T}_{kj}} \cdot \ln \frac{2,25 \cdot \bar{T}_{kj} \cdot t_i}{r_{kj}^2 \cdot \bar{S}_{kj}} \quad (\text{III.13})$$

Fazendo,

$$A = \frac{1}{4 \cdot \pi} \quad (\text{III.14})$$

e,

$$D_{kj} = \frac{2,25 \cdot t_i}{r_{kj}^2} \quad (\text{III.15})$$

a equação (III.13) pode ser escrita

$$\beta(k, j, i) = \frac{A}{\bar{T}_{kj}} \cdot \text{Ln } D_{kj} \cdot \frac{\bar{T}_{kj}}{\bar{S}_{kj}} \quad (\text{III.16})$$

Substituindo (III.16) em (III-11), a matriz rebaixamento pode ser apresentada em termos de  $A$ ,  $D_{kj}$ ,  $T_k$ ,  $T_j$ ,  $S_k$ , e  $S_j$  como mostrado abaixo

$$\begin{array}{l} s(1,1) \qquad \qquad \qquad q(1,1) \\ s(2,1) = R_{(3 \times 3)} \cdot q(2,1) \\ s(3,1) \qquad \qquad \qquad q(3,1) \end{array} \quad (\text{III.17})$$

em que  $R_{(3 \times 3)}$  é a matriz rebaixamento, e nela,

$r_{11}$ ,  $r_{12}$ , ..... ,  $r_{33}$  são expressos por

$$r_{kj} = \frac{2A}{T_k + T_j} \cdot \text{Ln } D_{kj} \cdot \frac{T_k + T_j}{S_k + S_j}$$

com  $k$  e  $j$  variando de 1 a 3 no presente exemplo.

A equação (III.17) ainda contém seis incógnitas ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ). Como existem apenas três equações simultâneas, quaisquer três destas incógnitas podem ser resolvidas se as outras três puderem ser razoavelmente estimadas. Aquí, os coeficientes de armazenamento ( $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ ) para as diferentes zonas do aquífero são estimados examinando os mapas geológicos e os dados dos poços que estão usualmente disponíveis.

Estes valores estimados são substituídos em (III.17) e as equações resultantes são resolvidas simultaneamente para determinar as outras três incógnitas ( $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ ).

Entretanto, o número destas equações (não lineares) cresce linearmente com o número de zonas. Quando o número destas equações é grande, técnicas iterativas especiais são necessárias para resolver o sistema mesmo com a ajuda de um computador digital.

Após calcular  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$  em (III.17), eles são substituídos em (III.16) para determinar os coeficientes referentes à primeira observação ( $\beta(k, j, 1)$ ).

Segunda observação -  $N = 2$ ;  $i = 1, 2$

Os coeficientes  $\beta$  em (III.16) correspondentes à primeira observação são agora conhecidos. Os coeficientes incógnitos podem ser expressos como abaixo

$$\beta(k, j, 2) = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \bar{T}_{kj}} \cdot [W(U_{kj}(2))] - \beta(k, j, 1) \quad (\text{III.18})$$

Seguindo o mesmo procedimento usado para a primeira observação, resolvemos o sistema para  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , e, levando em (III.18), os coeficientes  $\beta(k, j, 2)$  são calculados.

O procedimento acima é seguido para todas as observações subsequentes até o término do período de calibração.

Sendo NC o número de passos na calibração, teremos para cada região em que o aquífero foi dividido, NC valores de transmissividade, sendo que a transmissividade adotada será o valor médio obtido a partir dos NC valores.

### Previsão

A resposta do aquífero devido a futuros esquemas de bombeamento com NP passos de tempo de intervalo  $\Delta$  (em dias) deve ser prevista.

O rebaixamento em qualquer poço pode ser expresso como

$$s_p(K,N) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N q_p(j,N-i+1) \beta_p(k,j,i) \quad (\text{III.19})$$

Por conveniência, os coeficientes  $\beta$  e as correspondentes taxas de bombeamento para a fase de previsão são designadas por  $\beta_p$  e  $q_p$ , respectivamente, e o rebaixamento resultante como  $s_p$ .

As transmissividades médias obtidas na calibração são utilizadas para a determinação dos coeficientes  $\beta$  quando  $NP > NC$ .

Se, por ocasião da calibração, surgirem grandes discrepâncias entre rebaixamentos calculados e rebaixamentos medidos em campo, nova calibração deverá ser tentada usando diferentes estimativas para os coeficientes de armazenamento. Este procedimento é repetido até que resultados satisfatórios sejam obtidos.

### Sensibilidade aos coeficientes de armazenamento estimados

Estimativas do coeficiente de armazenamento de diferentes zonas do aquífero são usadas. Esses valores estimados podem ser significativamente diferentes dos verdadeiros porém desconhecidos coeficientes de armazenamento. Daí, os rebaixamentos calculados estarão errados. Portanto, a sensibilidade da pre

sente técnica de modelagem para mudanças nos coeficientes de armazenamento estimados deve ser investigada.

Bathala et al., (1980) conduziram tal investigação, e, a análise de sensibilidade mostrou claramente que mesmo para grandes erros nos coeficientes estimados, pequenos erros foram detectados nos cálculos das transmissividades e menores erros ainda, foram encontrados nos rebaixamentos calculados.

O modelo mais geral dado por (III.3) foi utilizado na análise de um sistema aquífero regional, e, os resulta - dos foram encorajadores.

Uma análise de sensibilidade aos coeficientes de armazenamento estimados foi conduzida também no presente tra - balho, e, os resultados serão apresentados e discutidos posteri - ormente.

### III.3 - Associação de modelos de simulação com mode - los de gerenciamento

Sofisticados modelos de simulação foram de desenvolvidos para computadores digitais e analógicos, baseados em equações diferenciais parciais do tipo difusão.

A associação destes modelos de simulação com modelos de gerenciamento, os quais buscam otimizar um objetivo e conômico, é difícil.

Maddock (1972), desenvolveu o que ele chamou de Função Tecnológica Algébrica que relaciona bombeamentos sazo - nais em poços em um campo aos rebaixamentos nos mesmos. A função desenvolvida por Maddock é aplicável a aquíferos em que a fuga vertical é insignificante. Entre eles estão incluídos os aquífe-

ros artesianos, e ainda, os freáticos em que os rebaixamentos são sempre pequenos comparados com a espessura saturada dos mesmos. A função é ainda válida mesmo que o aquífero tenha formas de contorno irregulares e características hidráulicas não homogêneas.

A forma algébrica da função devida ao bombeamento em pulsos e à linearidade da equação diferencial parcial escolhida, permite a inclusão explícita da mesma em um modelo de gerenciamento.

A função tecnológica algébrica desenvolvida por Maddock, tem forma idêntica à equação (III.4), que, em última análise, é o modelo desenvolvido no presente trabalho.

Para M poços, um horizonte de projeto (em anos) dividido em estações (por exemplo, semestres), um volume total de água bombeado dos M poços a ser determinado, deseja-se minimizar os custos da água.

O custo da água por estação (período de tempo) em um poço é diretamente proporcional ao produto da quantidade de água bombeada do poço durante a estação pelo rebaixamento ocorrido no poço [ Nelson e Busch (1967) ].

Portanto, o custo de bombeamento a ser minimizado é

$$\sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^z \frac{C(k,n)}{(1+r)^n} [s(k,n) + L(k)] \cdot Q(k,n) \quad (\text{III.20})$$

onde  $C(k,n)$  é o custo de bombeamento por  $\underline{m}^3$  de água por  $\underline{m}$  de rebaixamento por estação para o  $K^{\circ}$  poço na  $n^{\circ}$  estação;  $\underline{r}$  é uma taxa que reduz os custos a um valor atual e  $L(k)$  é o custo inicial para o  $K^{\circ}$  poço.

Introduzindo (III.4), ou, o que é o mesmo, introduzindo a função tecnológica algébrica em (III.20) teremos a função objetivo

$$\text{Minimizar} \left( \sum_{k=1}^M \sum_{n=1}^z \frac{C(k,n)}{(1+r)^n} \cdot \left( \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^n \beta(k,j,i) \cdot q(j, N-i+1) + L(k) \right) \cdot Q(k,n) \right). \quad (\text{III.21})$$

As restrições são: O volume total de água bombeada dos M poços ( $Q_{\text{targ}}(i)$ ) a ser encontrado

$$Q(k,i) \geq Q_{\text{targ}}(i), \quad (i) = 1, \dots, 2z \quad (\text{III.22})$$

e, um limite superior de capacidade de bombeamento para cada poço que não pode ser excedido.

$$Q(k,i) \leq Q_{\text{max}}(k) \quad (i) = 1, \dots, 2z \quad (z) = \text{n}^{\circ} \text{ de estações}$$

$$(k) = 1, \dots, M$$

Maddock utilizou uma solução padronizada (pacote), desenvolvido por Karash (1962) para resolver a função objetivo acima descrita.

A implementação prática do modelo desenvolvido no presente trabalho associada a um modelo de gerenciamento não foi executada por envolver técnicas de Programação Quadrática, e, por fugir ao escopo inicialmente traçado.

## CAPÍTULO IV

### IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

#### IV.1 - Considerações Gerais

Com o intuito de testar a adequabilidade do modelo do presente trabalho, uma implementação prática real foi conduzida. A primeira idéia, era utilizar o modelo para definir em termos potenciais, os recursos de aquíferos situados em regiões para as quais projetos de irrigação foram desenvolvidos, e, em cujos projetos, parte da demanda de água seria complementada com água do sub-solo.

Vários projetos com tais características foram desenvolvidos para regiões mais secas no estado da Bahia. Entretanto, uma visita ao local permitiu constatar a quase total falta de dados hidrogeológicos, impossibilitando assim, a implementação como de início pretendida.

Dados sobre o aquífero Sergi na Ilha de Matarandiba - Ba, fornecidos pela Companhia de Engenharia Rural da Bahia, foram utilizados na implementação prática do modelo proposto. Na Ilha de Matarandiba funciona a Mineração Química do Nordeste.

O consumo atual estimado de água para as instalações da mineração é de 47,4 l/s, e, a demanda projetada é da ordem de 75,7 l/s. O único manancial superficial disponível é

constituído por uma represa , a qual, a partir de 1979 após um incremento na produção de sal apresentou um exagerado decréscimo de nível d'água, evidenciando a impossibilidade de suprir a demanda requerida.

A idéia de complementar o déficit com água proveniente do sub-solo levou os dirigentes da mineração a solicitarem um levantamento hidrogeológico do aquífero Sergi na ilha de Matarandiba o que foi executado pela Cia de Engenharia Rural da Bahia (CERB), cujo relatório final "Estudo Hidrogeológico do Aquífero Sergi na Ilha de Matarandiba - Ba", constitui a fonte de dados para o presente trabalho.

#### IV.2 - O aquífero Sergi na Ilha de Matarandiba

De acordo com o relatório acima mencionado, a Ilha de Matarandiba está situada no domínio geológico da Bacia Sedimentar do Recôncavo. Estruturalmente ela corresponde a um bloco alto limitado por falhas normais.

A coluna estratigráfica na área é representada pelas formações: Aliança, composta de folhelhos sílticos avermelhados; Sergi, composta de arenitos cinza avermelhados finos a conglomeráticos; e formação Itaparica composta de folhelhos sílticos. Os estudos foram desenvolvidos exclusivamente para a formação Sergi por constituir-se no único aquífero da área.

A ilha de Matarandiba caracteriza-se geologicamente por feições litológicas e estruturais que não permitem aparentemente a troca de contribuições com aquíferos de outras áreas. Assim, a recarga anual foi estimada com base exclusivamente na precipitação direta das chuvas sobre a ilha e seu valor aproximado é de  $1,31.10^6 \text{ m}^3/\text{ano}$ .

#### IV.3 - Caracterização Hidrogeológica do Aquífero

O comportamento hidrogeológico do aquífero Sergi na Ilha de Matarandiba foi estudado através da execução de ensaios de bombeamento e da análise do perfil elétrico do poço 11-MQ-3-Ba. Os testes de bombeamento foram feitos usando primeiramente o poço  $P_{w-1}$  como poço produtor bombeado a uma taxa aproximadamente constante de 13,35 l/s, com observações de rebaixamentos em  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$ , por um período de 72 horas. Além desse teste, uma estimativa de produção foi feita, bombeando simultaneamente os três poços. Para o segundo ensaio, observações de rebaixamentos foram colhidas por um período de 48 horas.

O perfil do poço 11-MQ-3-Ba permitiu estimar a espessura média da formação Sergi na ilha sendo seu valor médio igual à 450 m. Os dados do perfil indicaram a presença de camadas de folhelhos com cerca de 10 m de espessura com topos situados à profundidades de 45 e 90 m. A presença de litologias impermeáveis na parte superior da formação e a reação dos poços de observação para períodos de bombeamentos da ordem de uma hora, indicaram que o aquífero Sergi na região dos poços de captação é um aquífero confinado. Os gráficos de rebaixamento contra o tempo para os poços de observação  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$ , plotados em escala semi-logarítmica apresentam uma mudança apreciável de inclinação para períodos superiores a  $10^3$  minutos indicando a presença de uma barreira impermeável interpretada como associada à falha que constitui um limite da ilha. As partes iniciais dos gráficos não afetadas pela presença da falha foram usadas na determinação dos parâmetros hidráulicos do aquífero cujos valores médios são  $T = 5,6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$  e  $S = 6,0 \cdot 10^{-5}$ .

O modelo do presente trabalho como descrito no capítulo (III) ítem (III.2), pressupõe um aquífero de infinita extensão em superfície. A presença de uma barreira impermeável, como se sabe, altera substancialmente a evolução de rebaixamentos em poços situados em suas proximidades.

Do exposto, fica evidente que o caso real (aquífero Sergi) não se ajusta exatamente às hipóteses assumidas no modelo proposto. No entanto, por julgar que a implementação de um caso real enriqueceria o presente trabalho, comparativamente à implementação de um aquífero hipotético, e, pela dificuldade de se conseguir um aquífero ideal com dados hidrogeológicos razoáveis, o sistema aquífero anteriormente descrito foi implementado, e, resultados importantes foram obtidos como descritos a seguir.

#### IV.4 - Calibração do modelo proposto

Para a calibração do modelo, foram utilizados os rebaixamentos e taxas de bombeamento de acordo com o primeiro teste realizado pela CERB, isto é, o poço  $P_{w-1}$  sendo bombeado à vazão constante de 13,35 l/s com observações de rebaixamentos em  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$ , reconhecendo no entanto ser muito curto o período de 72 horas para o qual foram anotados os rebaixamentos.

O aquífero foi subdividido em três regiões, no centro de cada qual um poço foi localizado. Um único valor de coeficiente de armazenamento (S) foi estimado para cada região com base no relatório da CERB igual a  $6,0 \cdot 10^{-5}$ . As transmissividades médias para cada região calculadas pelo modelo são:  $T_1 = 23,9 \text{ m}^2/\text{dia}$ ;  $T_2 = 65,6 \text{ m}^2/\text{d}$  e  $T_3 = 54,9 \text{ m}^2/\text{d}$ .

O modelo foi então utilizado para prever os rebaixamentos para um esquema de bombeamento idêntico ao do primei-

ro teste e, os resultados obtidos pela simulação são apresentados a seguir, em uma tabela que compara os valores calculados com os valores observados.

	1º DIA		2º DIA		3º DIA	
	OBSERV.	CALC.	OBSERV.	CALC.	OBSERV.	CALC.
$P_{w-1}$	72,120	70,027	73,29	72,682	75,02	74,235
$P_{w-3}$	4,19	4,428	6,63	5,849	8,26	6,680
$P_{w-4}$	6,30	6,362	8,89	7,975	10,65	8,918

Para o poço  $P_{w-1}$  os erros foram da ordem de 2,9, 0,83 e 1,04% para o 1º, 2º e 3º dias respectivamente. Para o poço  $P_{w-3}$  os erros foram da ordem de 5,6, 11,7 e 19,12%, e, para o poço  $P_{w-4}$  os erros foram da ordem de 0,98, 10,29 e 16,26%.

Percebe-se um satisfatório ajuste para o poço  $P_{w-1}$  com erros inferiores a 5%. Entretanto, para os poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  os ajustes não foram tão satisfatórios, e, a causa provável será discutida posteriormente.

Um melhor ajuste quando da calibração pode ser conseguido assumindo novos valores para o coeficiente  $S$  como mencionado anteriormente, partindo-se do princípio de que os valores assumidos podem ser muito diferentes dos verdadeiros porém desconhecidos valores do coeficiente de armazenamento. Isto foi feito, porém, nenhuma melhora substancial foi detectada em razão da variação do coeficiente em questão.

O segundo teste foi simulado, isto é, o teste

em que os três poços são bombeados simultaneamente, com medidas de rebaixamento feitas nos três poços.

Verificou-se que para o poço  $P_{w-1}$ , os valores simulados diferiram substancialmente dos valores medidos, com erros da ordem de 10%. Entretanto, para os poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  os erros foram muito grandes.

A explicação para o acontecido deve-se à presença da barreira impermeável.

O gráfico VIII.2.5 (Estudo Hidrogeológico do Aquífero Sergi na Ilha de Matarandiba, Ba), permite calcular as distâncias dos poços à barreira impermeável e constatar que os poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  encontram-se bem mais próximos da mesma que o poço  $P_{w-1}$ , sendo portanto mais intensa a influência da barreira nos primeiros.

A utilização do presente modelo permitiu confirmar a existência da barreira impermeável. No primeiro teste, os erros nos valores simulados para os poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  apesar de diferirem substancialmente dos valores medidos, foram da ordem de 15%, percentagem esta pequena em relação aos erros nos valores simulados para os mesmos poços no segundo teste. Isto se deve ao fato de que no primeiro teste os poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  funcionaram apenas como poços de observação, e, mais que a barreira impermeável, influenciaram as características hidráulicas do maciço no trecho que os separava do poço bombeado. No segundo teste, isto é, quando os poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  foram também bombeados, a influência da barreira se acentuou e pode ser detectada claramente mais forte em relação aos poços  $P_{w-3}$  e  $P_{w-4}$  como era de se esperar.

IV.5 - Análise da sensibilidade do modelo aos coeficientes de armazenamento estimados.

Uma análise da sensibilidade da presente técnica de modelagem à variações nos coeficientes de armazenamento estimados foi conduzida, a saber:

Adotou-se como verdadeiro o valor de coeficiente de armazenamento  $S = 6,0 \cdot 10^{-5}$  determinado de acordo com o relatório da CERB.

Como descrito anteriormente, na simulação do primeiro teste, um único valor de  $S$  foi atribuído a cada uma das três divisões do aquífero. Os rebaixamentos calculados a partir daí, são chamados atuais, e serão comparados com valores de rebaixamentos calculados assumindo-se diferentes valores de coeficientes de armazenamento para cada divisão.

Designando por caso 1 a situação em que são utilizados os valores de  $S = 6,0 \cdot 10^{-5}$ , e por caso 2 e caso 3 as situações em que são utilizados valores de  $S$  como abaixo

$$\text{Caso 2} - S_1 = 5,4 \cdot 10^{-5} \dots \text{Variação de 10\%}$$

$$S_2 = 6,0 \cdot 10^{-5} \dots \text{Variação de 0\%}$$

$$S_3 = 6,0 \cdot 10^{-5} \dots \text{Variação de 0\%}$$

$$\text{Caso 3} - S_1 = 3,0 \cdot 10^{-5} \dots \text{Variação de 50\%}$$

$$S_2 = 4,2 \cdot 10^{-5} \dots \text{Variação de 30\%}$$

$$S_3 = 5,4 \cdot 10^{-5} \dots \text{Variação de 10\%}$$

e comparando os valores de rebaixamentos calculados para os casos 2 e 3 com os valores de rebaixamentos atuais (caso 1) perceberemos (figuras 6,7 e 8) que a presente técnica de modelagem é real

mente muito pouco sensível à variações no coeficiente de armazenamento, donde se conclui não serem necessários valores muito precisos.

## P O Ç O 1

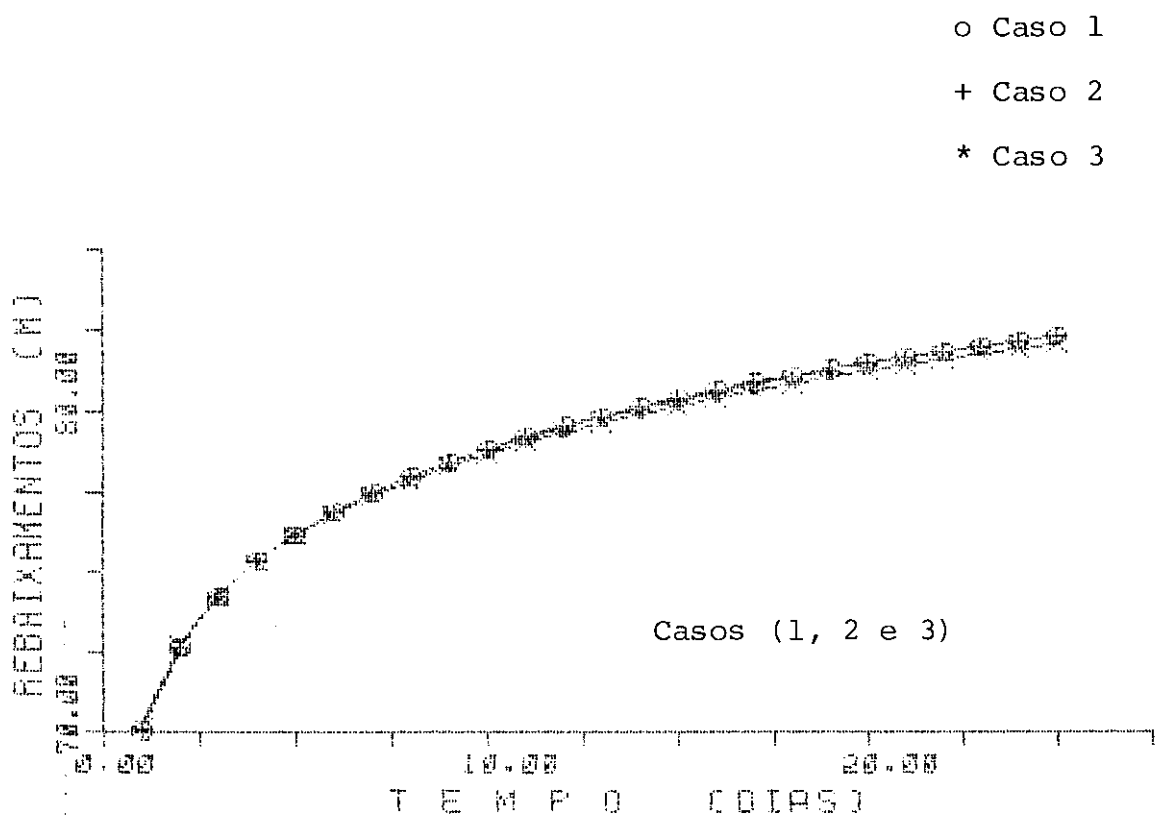


Figura 6 - Sensibilidade ao Coeficiente S

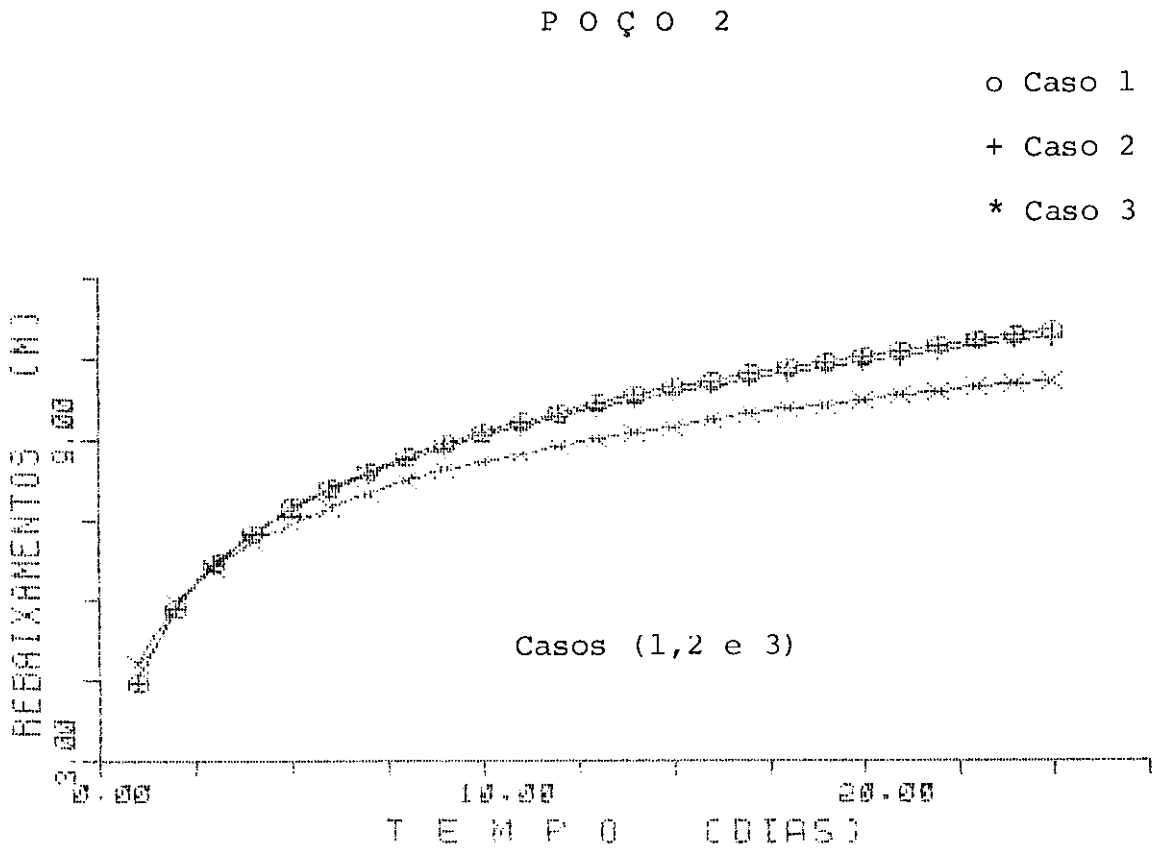


Figura 7 - Sensibilidade ao Coeficiente S

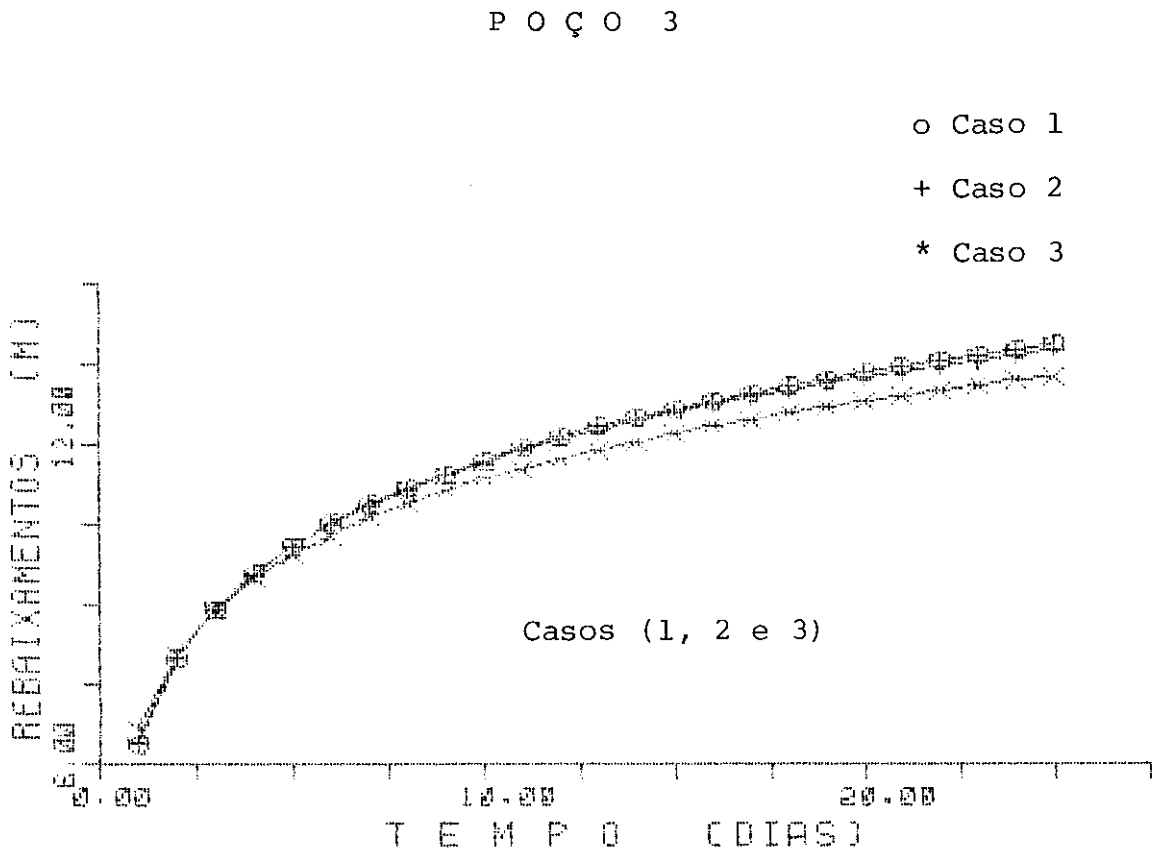


Figura 8 - Sensibilidade ao Coeficiente S

CAPÍTULO V

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

V.1 - Conclusões gerais

O modelo desenvolvido no presente trabalho mostrou vantagens de ordem econômica, a saber:

Por não necessitar de valores de transmissividade como dados de entrada, dispensa onerosos testes de campo que são sistematicamente executados quando outros modelos (outras técnicas de modelagem) que os utilizam como dados de entrada são empregadas.

As estimativas dos coeficientes de armazenamento, como visto, não precisam ser muito precisas bastando tão somente dispor de mapas geológicos e dados relativos a uns poucos poços existentes na região.

O sistema de equações simultâneas a ser resolvido (embora não linear), é composto de tantas equações quantas forem as subdivisões consideradas para o aquífero em questão. Como é sabido, em utilizando por exemplo o método dos elementos finitos, a região é subdividida em elementos finitos e a equação válida para a região é suposta valer para cada elemento, originando em decorrência um sistema de equações composto de tantas equações quantos forem os pontos nodais. O estudo de sistemas aquíferos regionais empregando o método dos elementos finitos, conduziria a um sistema de equações grande, e o custo em termos computacionais se elevaria.

Deve ser ainda destacada a facilidade na formulação, calibração e operação do presente modelo comparativamente a modelos mais sofisticados baseados em equações diferenciais do tipo difusão.

Por fim, vale ressaltar a possibilidade de associação do presente modelo com um modelo de gerenciamento.

## V.2 - Recomendações

Como descrito anteriormente, a região aquífera é dividida em zonas com diferentes valores de transmissividade e coeficiente de armazenamento. O número de equação cresce linearmente com o número de zonas. Neste caso, técnicas iterativas especiais (eficazes) devem ser empregadas para a solução do sistema de equações decorrente, mesmo com a utilização de um computador digital.

No presente trabalho a subrotina ZSYSTEM do INTERNATIONAL MATHEMATICAL & STATISTICAL LIBRARIES (IMSL) foi utilizada para resolver o sistema de equações não lineares. Bathala et al. (1980), recomendam uma generalização do Método da Secante.

A associação do modelo desenvolvido no presente trabalho com um modelo de gerenciamento é recomendada tendo em vista a importância de uma avaliação quantitativa associada a uma análise de custos, que, em última instância é o fator determinante do aproveitamento ou não dos recursos hídricos subterrâneos.

APÊNDICEDESCRIÇÃO DE VARIÁVEIS

O modelo de simulação foi programado em linguagem FORTRAN para o computador BURROUGHS B6700 (NCE/UFRJ). A subrotina ZSYSTEM do IMSL foi utilizada para a resolução dos sistemas de equações simultâneas não lineares. As variáveis utilizadas no programa são definidas como segue:

Variáveis de entrada - Calibração

Q(J,K) - Taxas históricas de bombeamento, obtidas a partir de gráficos rebaixamentos versus tempos e fornecidas ao computador (neste caso) através de cartões perfurados.

"J" caracteriza o poço, e "K" o tempo em dias a contar do início do bombeamento.

S(J,K) - Rebaixamentos históricos, isto é, rebaixamentos constatados em campo para as taxas de bombeamento históricas, obtidos dos gráficos acima mencionados e fornecidos ao computador por intermédio de cartões perfurados.

$R(K,J)$  - Raios dos poços e distâncias entre os poços. Se  $K = J$  temos  $R(J,J)$  significando o raio do poço  $J$ , se,  $K \neq J$  temos  $R(K,J)$  significando a distância do poço  $K$  ao poço  $J$ .

$ST(K)$  - Estimativas dos coeficientes de armazenamento, para as " $K$ " regiões em que o aquífero foi subdividido. No presente trabalho, os valores de  $ST(K)$  foram inseridos diretamente no programa fortran.

$STM(K,J)$  - Coeficientes de armazenamentos médios calculados de acordo com a expressão

$$STM(K,J) = (ST(K) + ST(J)) / 2.$$

$D(K,J,I)$  - Matriz auxiliar definida por

$$D(K,J,I) = 2.25 / (R(K,J) ** 2)$$

#### Variáveis de saída - Calibração

$BETA(K,J,I)$  - Coeficiente resposta do aquífero no poço " $K$ " devido ao bombeamento no poço " $J$ " no tempo " $I$ ".

$T(K,J,I)$  - Transmissividades calculadas pelo programa em função dos valores de  $BETA(K,J,I)$ .

$TC(K,J,I)$  - Transmissividades médias que serão utilizadas na fase de previsão, calculadas segundo a expressão

$$TC(K,J,I) = (TC(K) + TC(J)) / 2.$$

Variáveis de entrada - Previsão

QP(J,K) - Esquemas de bombeamento para os quais se quer obter os rebaixamentos. Fornecidos ao computador por intermédio de cartões perfurados.

"J" caracteriza o poço, e "K" o tempo em dias a contar do início do bombeamento.

Variáveis de saída - Previsão

SP(I,NP) - Rebaixamentos previstos para o esquema de bombeamentos simulados. "I" caracteriza o poço, e, "NP" é o número de passos na fase de previsão.

A listagem do programa é apresentada a seguir.

```

$ SET AUTOBIND
$ BIND ZSYSTEM, UERTST, UGETIO FROM UFRJ/=

C
C   COPPE - UFRJ - TESE DE MESTRADO
C
C   SIMULACAO DE AQUIFEROS - MODELO COM BASE NA TEORIA
C   DE SISTEMAS LINEARES
C
C   FUNCAO SUBPROGRAMA
REAL FUNCTION AUX(X,K,PAR)
INTEGER K
REAL X(3),PAR(100)
GO TO(5,10,15),K
5  AUX=(PAR(10)*((X(1))**(-1)))+(PAR(11)*((X(1)+X(2))**(-1)))+
& (PAR(12)*((X(1)+X(3))**(-1)))-72.12
RETURN
10 AUX=(PAR(13)*((X(1)+X(2))**(-1)))+(PAR(14)*((X(2))**(-1)))+
& (PAR(15)*((X(3)+X(2))**(-1)))-4.19
RETURN
15 AUX=(PAR(16)*((X(3)+X(1))**(-1)))+(PAR(17)*((X(3)+X(2))**(-1)))+
& (PAR(18)+((X(3))**(-1)))-6.30
RETURN
END

C   FUNCAO SUBPROGRAMA
REAL FUNCTION AUX2(X,K,PAR)
INTEGER K
REAL X(3),PAR(100)
GO TO (5,10,15)K
5  AUX2=PAR(19)+(((PAR(22)*X(1))**(-1)*PAR(1)-PAR(27))*PAR(24))+
& (((PAR(23)*X(1)+X(2))**(-1)*PAR(2)-PAR(28))*PAR(25))+
& (((PAR(23)*X(1)+X(3))**(-1)*PAR(3)-PAR(29))*PAR(26))-73.29
RETURN
10 AUX2=PAR(20)+((PAR(23)*X(1)+X(2))**(-1)*PAR(4)-PAR(30))*
& PAR(24)+(((PAR(22)*X(2))**(-1)*PAR(15)-PAR(31))*PAR(25))+
& (((PAR(23)*X(2)+X(3))**(-1)*PAR(16)-PAR(32))*PAR(26))-6.63
RETURN
15 AUX2=PAR(21)+(((PAR(23)*X(1)+X(3))**(-1)*PAR(7)-PAR(33))*
& PAR(24)+(((PAR(23)*X(3)+X(2))**(-1)*PAR(8)-PAR(34))*PAR(25))+
& (((PAR(22)*X(3))**(-1)*PAR(9)-PAR(35))*PAR(26))-8.89
RETURN
END

C
C
C
C
C
C

```



```

WRITE(6,80) ((J,K),S(J,K),K=1,3),J=1,3)
WRITE(6,10)
C
C ESTIMATIVAS DOS COEF. DE ARMAZENAMENTO
C
ST(1) = 6.0E-5
ST(2) = 6.0E-5
ST(3) = 6.0E-5
ST(4) = 6.0E-5
C
C COEF. DE ARMAZENAMENTO MEDIOS
C
DO 171 K=1,4
DO 171 J=1,4
STM(K,J)=(ST(K)+ST(J))/2.
171 CONTINUE
PI=3.14159
C=1/(4*PI)
180 PAR(1)=ALOG(D(1,1,1)/ST(1)*X(1))
PAR(2)=ALOG(D(1,2,1)/(ST(1)+ST(2))*(X(1)+X(2)))
PAR(3)=ALOG(D(1,3,1)/(ST(1)+ST(3))*(X(1)+X(3)))
PAR(4)=ALOG(D(2,1,1)/(ST(2)+ST(1))*(X(2)+X(1)))
PAR(5)=ALOG(D(2,2,1)/ST(2)*X(2))
PAR(6)=ALOG(D(2,3,1)/(ST(2)+ST(3))*(X(2)+X(3)))
PAR(7)=ALOG(D(3,1,1)/(ST(3)+ST(1))*(X(3)+X(1)))
PAR(8)=ALOG(D(3,2,1)/(ST(3)+ST(2))*(X(3)+X(2)))
PAR(9)=ALOG(D(3,3,1)/ST(3)*X(3))
IF(Z)230,190,240
190 CONTINUE
C
C PRIMEIRA OBSERVACAO
C
GO TO 330
195 CALL ZSYSTEM(AUX,EPS,NSIG,N,X,ITMAX,WA,PAR,IER)
WRITE(6,*/)X(1)
WRITE(6,*/)X(2)
WRITE(6,*/)X(3)
WRITE(6,10)
C
C TRANSMISSIVIDADES MEDIAS
C
DO 200 K=1,3
DO 200 J=1,3
I = 1
T(K,J,I)=(X(K)+X(J))/2.
WRITE(6,130)K,J,I,T(K,J,I)
200 CONTINUE
WRITE(6,10)
C
C COEF. RESPOSTA DO AQUIFERO-CALIBRACAO
C
DO 210 K=1,3
DO 210 J=1,3
I = 1
Y1=T(K,J,I)
Y2=Y1/STM(K,J)
Y3=Y2*D(K,J,I)

```

```

      BETA(K,J,I)=C*ALOG(Y3)/Y1
      WRITE(6,110)K,J,I,BETA(K,J,I)
210  CONTINUE
      WRITE(6,10)
      Z=Z+1.
C
C   SEGUNDA OBSERVAÇÃO
C
      DO 220 K=1,3
      DO 220 J=1,3
      I = 1
      D(K,J,I)=D(K,J,I)*2
220  CONTINUE
      GO TO 100
230  WRITE(6,*/)Z
240  CONTINUE
      ITMAX = 1000
      GO TO 340
245  CALL ZSYSTEM(AUX2,EPS,NSIG,N,X,ITMAX,WA,PAR,IER)
      WRITE(6,*/)X(1)
      WRITE(6,*/)X(2)
      WRITE(6,*/)X(3)
      WRITE(6,10)
C
C   TRANSMISSIVIDADES MEDIAS
C
      DO 250 K=1,3
      DO 250 J=1,3
      I = 2
      T(K,J,I)=(X(K)+X(J))/2.
      WRITE(6,130)K,J,I,T(K,J,I)
250  CONTINUE
      WRITE(6,10)
C
C   COEF. RESPOSTA DO AQUIFERO-CALIBRAÇÃO
C
      DO 260 K=1,3
      DO 260 J=1,3
      I = 2
      Y1=T(K,J,I)
      Y2=Y1/STH(K,J)
      Y3=Y2*D(K,J,I)
      BETA(K,J,I)=C*ALOG(Y3)/Y1
      BETA(K,J,I)=BETA(K,J,I)-BETA(K,J,1)
      WRITE(6,110)K,J,I,BETA(K,J,I)
260  CONTINUE
      WRITE(6,10)
C
C   PREVISÃO
C
C   TC - TRANSMISSIVIDADES MEDIAS - A PARTIR DAS TRANSMISSIVIDADES
C   CALCULADAS NA CALIBRAÇÃO
C
      TC(1)=(T(1,1,1)+T(1,1,2))/2.
      TC(2)=(T(2,2,1)+T(2,2,2))/2.
      TC(3)=(T(3,3,1)+T(3,3,2))/2.
      TC(4)=TC(2)

```

```

C
C NP - NUMERO DE PASSOS NA PREVISAO
C
NP = 25
DO 270 K=1,4
DO 270 J=1,4
I = 1
D(K,J,I)=(2.25/(R(K,J)**2))
ALFA=(2*C/(TC(K)+TC(J)))
TETA=(D(K,J,I)*(TC(K)+TC(J)))/(2*STM(K,J))
AIOTA=ALOG(TETA)
BETAP(K,J,I)=ALFA*AIOTA
WRITE(6,120)K,J,I,BETAP(K,J,I)
AP(K,J,I)=BETAP(K,J,I)
DO 270 I=2,NP
D(K,J,I)=(2.25/(R(K,J)**2))*I
ALFA1=(2*C/(TC(K)+TC(J)))
TETA1=(D(K,J,I)*(TC(K)+TC(J)))/(2*STM(K,J))
AIOTA1=ALOG(TETA1)
BETA(K,J,I)=ALFA1*AIOTA1
AP(K,J,I)=BETAP(K,J,I)
BETAP(K,J,I)=BETAP(K,J,I)-AP(K,J,I-1)
WRITE(6,120)K,J,I,BETAP(K,J,I)
270 CONTINUE
WRITE(6,10)
READ(5,140)((QP(J,K),K=1,NP),J=1,4)
WRITE(6,150)((J,K,QP(J,K),K=1,NP),J=1,4)
WRITE(6,10)
SEXT=0.
SINT=0.
DO 310 NE=1,NP
DO 300 K=1,4
DO 290 J=1,4
DO 280 I=1,NE
SINT=SINT+BETAP(K,J,I)*QP(J,NE-I+1)
280 CONTINUE
SEXT=SEXT+SINT
SINT = 0.
290 CONTINUE
SF(K,NE)=SEXT
SEXT=0.
300 CONTINUE
310 CONTINUE
WRITE(6,40)
WRITE(6,20)
DO 320 I=1,NP
WRITE(6,30)SF(1,I),SF(2,I),SF(3,I),SF(4,I)
320 CONTINUE

```

```

GO TO 350
330  PAR(10)=(Q(1,1)*C*PAR(1))
      PAR(11)=(Q(2,1)*2*C*PAR(2))
      PAR(12)=(Q(3,1)*2*C*PAR(3))
      PAR(13)=(Q(1,1)*2*C*PAR(4))
      PAR(14)=(Q(2,1)*C*PAR(5))
      PAR(15)=(Q(3,1)*2*C*PAR(6))
      PAR(16)=(Q(1,1)*2*C*PAR(7))
      PAR(17)=(Q(2,1)*2*C*PAR(8))
      PAR(18)=(Q(3,1)*C*PAR(9))
      GO TO 195
340  PAR(19)=BETA(1,1,1)*Q(1,2)+BETA(1,2,1)*Q(2,2)+BETA(1,3,1)*Q(3,2)
      PAR(20)=BETA(2,1,1)*Q(1,2)+BETA(2,2,1)*Q(2,2)+BETA(2,3,1)*Q(3,2)
      PAR(21)=BETA(3,1,1)*Q(1,2)+BETA(3,2,1)*Q(2,2)+BETA(3,3,1)*Q(3,2)
      PAR(22)=C
      PAR(23)=2*C
      PAR(24)=Q(1,1)
      PAR(25)=Q(2,1)
      PAR(26)=Q(3,1)
      PAR(27)=BETA(1,1,1)
      PAR(28)=BETA(1,2,1)
      PAR(29)=BETA(1,3,1)
      PAR(30)=BETA(2,1,1)
      PAR(31)=BETA(2,2,1)
      PAR(32)=BETA(2,3,1)
      PAR(33)=BETA(3,1,1)
      PAR(34)=BETA(3,2,1)
      PAR(35)=BETA(3,3,1)
      GO TO 245
350  STOP
      END

```

LITERATURA CITADA

- BATHALA, C. T., A. R. RAO, and J. A. SPOONER, Linear System Models for regional aquifer evaluation studies, Water Resources Research, Vol. 16, Nº 2, pp. 409 - 422, April 1980.
- COOPER, and C. E. JACOB, A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history, Trans. Amer. Geophys. Union, Vol. 27, pp. 526 -534, 1946.
- DOMENICO, P. A., (1972), Concepts and Models in groundwater Hydrology, McGraw-Hill, Inc.
- EAGLESON, P. S., MEJIA-R. M., and MARCH, F. (1966) Computation of optimum realizable unit hydrographs, Water Resources Research, Vol. 2, Nº 4.
- KARASH, R., Quadratic Programming System (QPS) Applications Program Manual APM-23, MIT Information Processing Center, Cambridge, Mass., May 1962
- L. VEIGA DA CUNHA e COL., A Gestão da Água , Fundação Calouste Gulbenkian - Lisboa, 1980
- MADDOCK, T., III, Algebraic Technological Function from a simulation model, Water Resources Research, 8(1), 129-134 , 1972.

- MOREL-SEYTOUX, H. J., and C. J. DALY, A Discrete Kernel Generator for stream-aquifer studies, Water Resources Research , 11(2), 253 - 260, 1975.
- NELSON, A. G., and C. D. BUSCH, Costs of pumping water in Central Arizona, Tech. Bull. 182, Ariz. Agr. Exper. Sta., 1967.
- RIBEIRO, ARNALDO CORREIA e COL., Estudo Hidrogeológico do Aquífero Sergi na Ilha de Matarandiba-Ba, Salvador-Ba, 1980.
- THEIS, C. V., (1935), The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using groundwater storage, Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 16, pp. 519 - 524.