

ENSAIOS DE PÓRTICOS PLANOS DE
CONCRETO ARMADO COM PILARES ESBELTOS

Décio Zendron

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:



Prof. Antonio Claudio Ferraro Maia
(Presidente)



Prof. Fernando L. Lobo B. Carneiro



Prof. Carlos Henrique Holck

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 1982

ZENDRON, DÉCIO

Ensaio de Pórticos Planos de Concreto Armado com Pilares Esbeltos. (Rio de Janeiro) 1982

XIV, 99 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1982)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro - Fac. de Engenharia

1. Flambagem

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Antonio Claudio Ferraro Maia e Luiz Fernando Taborda Garcia, pela valiosa orientação prestada a este trabalho.

Aos Professores Yosiaki Nagato e Michel Pré, pela ajuda na montagem e realização dos ensaios.

Aos amigos: João Carlos A. Nunes, João de Souza Vieira Filho, Eliane Maria Lopes Carvalho, Vanderlei Tizato, Joaquim Fernando Paes Barros Leães, Francisco Carlos Rodrigues e Raymundo Doria Soares, pelo apoio e interesse demonstrados.

Ao pessoal técnico do Laboratório de Estruturas: Manuel Aguinaldo, Flávio, João Pinto, Vicente, Mollica, José Maria e Osvaldo, pela colaboração e amizade.

À equipe de programação do Laboratório de Estruturas: Eng. Álvaro G. Coutinho e Natale Pecca pela ajuda na fase de compilação dos resultados.

À Suzi, pelo auxílio na confecção dos desenhos deste trabalho.

Ao CNPq e à COPPE, pelo apoio financeiro.

A todos os colegas e professores que direta ou indiretamente contribuíram para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados de uma pesquisa experimental sobre o comportamento de pórticos planos de concreto armado, com pilares esbeltos, levados até a ruptura

Foram ensaiados 8 (oito) pórticos, bi-rotulados, constituídos de dois pilares e uma viga, de seção retangular constante, submetidos a uma carga aplicada sobre um dos pilares, com uma excentricidade de 3 (três) centímetros com respeito ao eixo do pilar. Os modelos foram agrupados em duas séries, que se diferenciaram pelo comprimento dos pilares. Dentro de cada série, com a variação da altura da viga, foram caracterizados modelos distintos.

Com os valores experimentais, foram traçadas curvas relacionando o carregamento e as grandezas medidas (deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, rotação de apoio e deformação dos materiais) de modo a caracterizar o comportamento dos pórticos durante o ensaio.

A curva carga-deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento serviu também para uma confrontação com resultados previstos por programas de computador [8, 10]. O valor máximo de carregamento suportado por cada um dos modelos foi também comparado com o valor previsto pelo Método da Coluna Modelo, preconizado pelo CEB [3, 4]. No primeiro caso não se obteve uma boa concordância nos resultados enquanto que, na compa-

ração com o método da coluna modelo, não houve grandes divergências nos resultados.

Em todos os pórticos ensaiados, o colapso ficou caracterizado pela ocorrência de instabilidade do equilíbrio (flambagem).

ABSTRACT

In this work it is presented the results of a experimental research on the behaviour of reinforced concrete plane frames with slender columns up to rupture.

Eight frames were tested. They had pinned supports and were formed by two columns and one beam with constant rectangular cross-section. Load was applied on one of the columns with an eccentricity of three centimeters with respect to its axis. In these frames the length of the columns and the height of the beams were varied.

Graphs were done relating the load to the measurements taken (horizontal displacement of the loading point, rotation at the supports and strains in the materials) in order to characterize the behaviour of the frames during the tests.

The values of the horizontal displacement of the loading point measured were compared with predicted values given by a computer programme^[8, 10]. The maximum loads carried were also compared with the values obtained from the model-column method presented in the CEB-FIP code^[3, 4]. In the first comparison it was noticed some divergence, but in the latter a good agreement was obtained between experimental and theoretical results.

In all the frames the failure occurred due to instability (buckling).

NOTAÇÕES ADOTADASÍNDICES

t - valores teóricos

e - valores experimentais

d - valores de dimensionamento

CM - valores do método da coluna modelo

CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS

f_{ck} - resistência característica à compressão do concreto

f_{yk} - resistência característica do aço relativa ao escoamento

f_{ccm} - resistência média à compressão do concreto

f_{ctm} - resistência média à tração do concreto

f_y - limite de escoamento do aço

f_r - tensão de ruptura do aço

σ_s - tensão no aço

E_c - módulo de elasticidade do concreto

E_s - módulo de elasticidade do aço

CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS

ϕ - diâmetro das armaduras

A_{sp} - área da seção transversal da armadura do pilar

A_{sv} - área da seção transversal da armadura da viga

A_{sc} - área da seção transversal da armadura de reforço de canto

c - cobrimento das armaduras

I - momento de inércia do pilar

I_v - momento de inércia da viga

ℓ - comprimento do pilar

ℓ_v - comprimento da viga

h - altura da viga

ℓ_{fl} - comprimento de flambagem

i - raio de giração

λ - índice de esbeltez

r - raio de curvatura

CARGA

P - carga concentrada

UNIDADES

O sistema de medidas empregado é o sistema métrico decimal definido pela Confederação Geral de Pesos e Medidas - Sistema Internacional de Unidade (SI).

Foram utilizadas as seguintes aproximações:

$$1,0 \text{ kgf} \quad \cong \quad 10 \text{ N}$$

$$1,0 \text{ kgf/cm}^2 \quad \cong \quad 0,1 \text{ N/mm}^2$$

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u>	01
1.1 - Considerações Iniciais.....	01
1.2 - Justificativa e Objetivos da Pesquisa.....	04
<u>CAPÍTULO II - PLANO DE PESQUISA</u>	06
2.1 - Definição dos Modelos.....	06
2.2 - Dimensionamento.....	08
2.2.1 - Características Gerais.....	08
2.2.2 - Determinação do Comprimento de Flambagem.....	08
2.2.3 - Determinação dos Esforços Solicitantes.....	20
2.2.3.1 - Pilares.....	20
2.2.3.2 - Vigas.....	23
2.2.4 - Especificação e Detalhe das Armaduras.....	24
<u>CAPÍTULO III - PROGRAMA EXPERIMENTAL</u>	30
3.1 - Esquema de Carregamento.....	30
3.2 - Características Físicas dos Materiais.....	31
3.2.1 - Concreto.....	31
3.2.2 - Aço.....	32
3.3 - Instrumentação dos Modelos.....	35
3.3.1 - Deformação do Concreto.....	37

	<u>Pág.</u>
3.3.2 - Deformação do Aço.....	38
3.3.3 - Rotação de Apoio.....	39
3.3.4 - Deslocamento Horizontal do Ponto de Aplicação de Carregamento.....	40
3.3.5 - Deslocamento dos Pistons.....	41
3.3.6 - Carregamento Total.....	42
3.3.7 - Reações de Apoio.....	43
 <u>CAPÍTULO IV - APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS EX-</u> <u>PERIMENTAIS.....</u>	 45
4.1 - Apresentação dos Resultados.....	45
4.1.1 - Carga Máxima Suportada pelos Modelos.....	45
4.1.2 - Relação Entre Carga e Deslocamento Horizontal do seu Ponto de Aplicação.....	46
4.1.3 - Relação Entre Carga e Rotação de Apoio.....	55
4.1.4 - Deformação Específica do Concreto.....	59
4.1.5 - Deformação Específica das Armaduras.....	72
4.1.6 - Reações de Apoio.....	78
4.2 - Análise dos resultados.....	79
4.2.1 - Comportamento dos Modelos.....	79
4.2.2 - Comparação Entre as Curvas Carga-Deslocamento Ho rizontal de Ensaio com as Fornecidas por Progra ma Automático.....	81
4.2.3 - Comparação Entre a Carga de Dimensionamento e as Cargas Máximas de Ensaio.....	89

	<u>Pág.</u>
4.2.4 - Comparação Entre as Cargas Máximas de Ensaio e as Previstas pelo Método da Coluna Modelo.....	89
4.2.5 - Deformação nas Seções para a Carga Máxima.....	91
<u>CAPÍTULO V - CONCLUSÕES</u>	95
5.1 - Sobre o Colapso dos Modelos.....	95
5.2 - Sobre a Confrontação Entre os Resultados de Compu tador e Experimentais.....	96
5.3 - Sobre a Confrontação Entre a Carga de Dimensiona- mento e as Cargas Máximas de Ensaio.....	96
5.4 - Sobre a Confrontação Entre as Cargas Máximas de Ensaio e as Previstas pelo Método da Coluna Mode- lo.....	97
5.5 - Sobre a Continuação da Pesquisa.....	97
<u>BIBLIOGRAFIA</u>	98

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS |³, ⁴, ⁵|

Na maioria dos casos é admissível formular as condições de equilíbrio em uma estrutura supondo o sistema indeformado. No entanto, quando as deformações (mudanças de forma) influenciam acentuadamente no valor final dos esforços, as condições de equilíbrio devem ser formuladas considerando o sistema deformado. Neste caso, diz-se que a estrutura tem um comportamento não-linear geométrico (não-linearidade geométrica).

Como exemplo, temos o caso de peças esbeltas comprimidas, onde a interação axial-flexão assume importância fundamental e cujo comportamento pode ser visualizado através da curva representada na figura 1.1.

Além disso, nas estruturas de concreto armado, um outro fator concorrendo para o seu comportamento não-linear se afigura, uma vez que tanto o concreto como o aço apresentam diagramas tensão-deformação não-lineares.

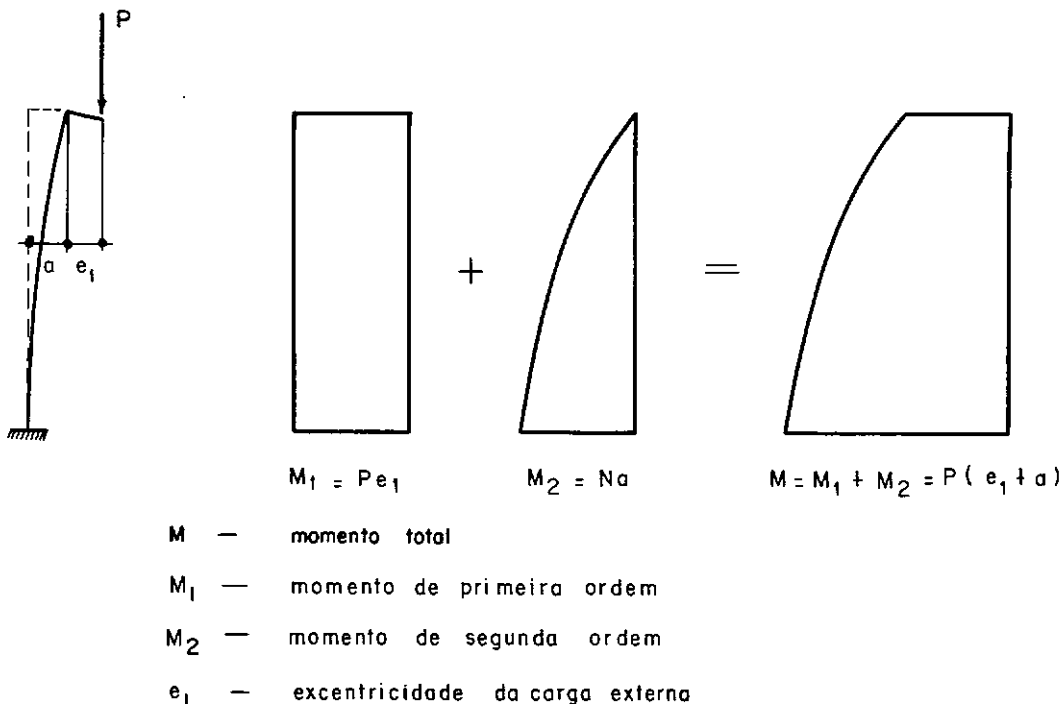


Fig. 1.1 - Influência da força axial na flexão de uma coluna esbelta

Portanto, ambos os tipos de não-linearidade mencionados acima podem ditar o comportamento de uma estrutura de concreto armado ensaiada até a ruptura.

Assim, dependendo basicamente da geometria, das propriedades físicas dos materiais (aço e concreto), do sistema de carregamento, das vinculações de extremidade e da taxa e distribuição das armaduras, o colapso dos pórticos planos de concreto armado pode ser caracterizado ou por esgotamento da capacidade resistente dos materiais (ruptura dos materiais) ou por ocorrência de instabilidade do equilíbrio (flambagem). Neste último ca-

so os materiais não são solicitados até o limite máximo de sua resistência. O primeiro caso é típico de estruturas constituídas de elementos de pequena esbeltez (figura 1.2) e, o segundo, de estruturas com elementos esbeltos comprimidos (figura 1.3), sendo estas últimas o objeto de análise deste trabalho.

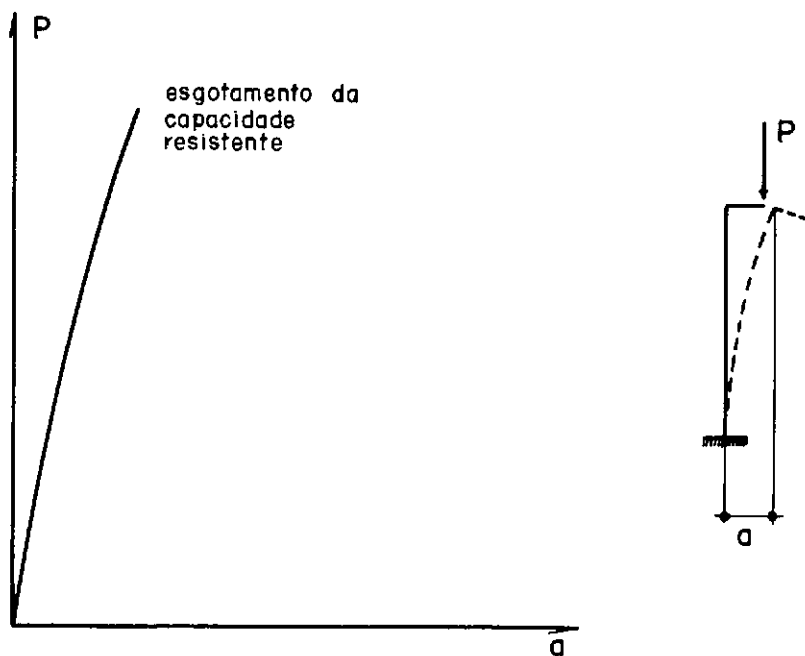


Fig. 1.2 - Curva carga P - deslocamento a para uma coluna de pequena esbeltez

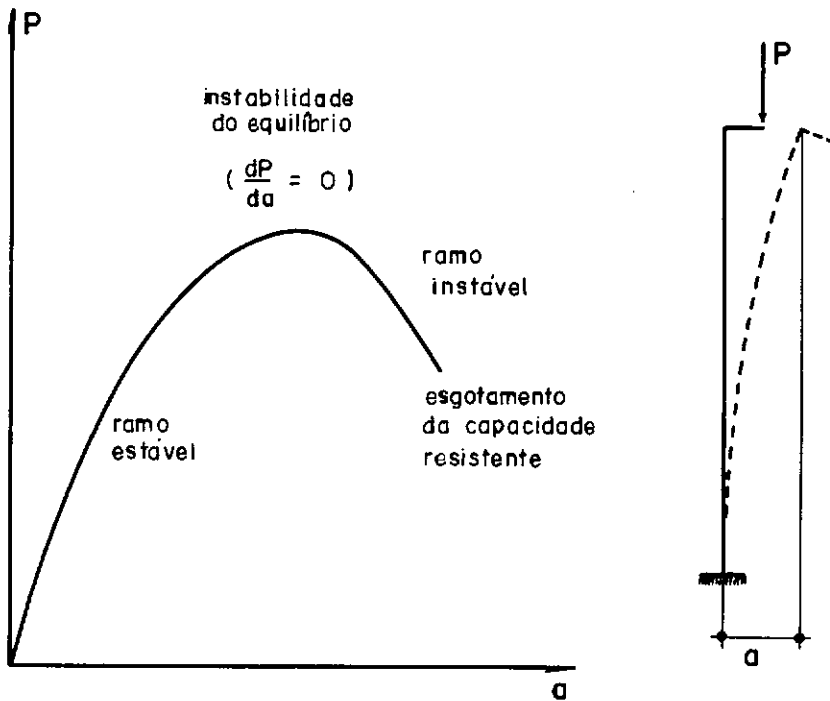


Fig. 1.3 - Curva carga P - deslocamento a para uma coluna de grande esbeltez

1.2 - JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS DA PESQUISA

A análise não-linear de pórticos planos de concreto armado, com a utilização de programas de computador ([⁸, ¹⁰] entre outros), desenvolveu-se bastante nestes últimos anos. Nessa análise leva-se em consideração a não-linearidade dos diagramas tensão-deformação dos materiais, bem como a não-linearidade decorrente da interação axial-flexão.

Por outro lado, no que diz respeito a resultados de ensaios realizados em estruturas com elementos esbeltos com-

primidos, ainda são insuficientes as informações contidas na literatura técnica especializada, principalmente envolvendo pórticos com nós deslocáveis. Este fato justificou o interesse em se iniciar um programa experimental, de modo a se obter uma série mais completa de dados sobre o comportamento dessas estruturas, quando levadas até a ruptura.

O objetivo desta pesquisa foi, então, o de estudar o comportamento de oito pórticos esbeltos de concreto armado, caracterizando o tipo de colapso, o valor da carga aplicada para provocá-lo, bem como o desenvolvimento das deformações dos materiais, da rotação de apoio, do deslocamento do ponto de aplicação do carregamento, ao longo do ensaio. Além da análise direta dos resultados experimentais, um outro objetivo foi o de confrontar estes valores com os fornecidos por programas automáticos para a análise não-linear de pórticos de concreto armado [8, 10] e também com os previstos por normas (no caso foi utilizado o método da coluna modelo apresentado pelo CEB [3, 4, 7]).

CAPÍTULO II

PLANO DE PESQUISA

2.1 - DEFINIÇÃO DOS MODELOS

Foram ensaiados, até a ruptura, pórticos bi-rotulados, constituídos de dois pilares e uma viga, de seção transversal retangular constante, submetidos a um carregamento conforme o esquema da figura 2.1. Este carregamento é constituído de uma carga aplicada sobre um dos pilares, com uma excentricidade de três centímetros com respeito ao eixo do pilar.

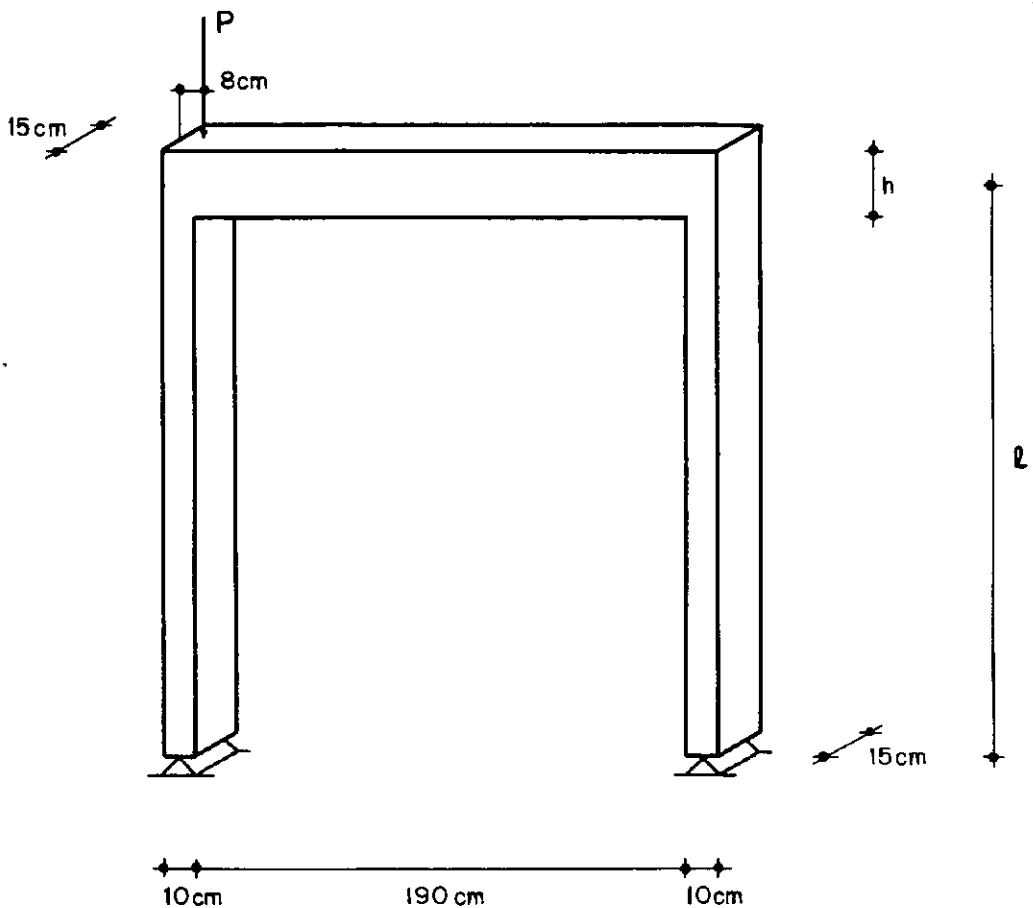


Fig. 2.1 - Definição da geometria e do carregamento dos pórticos

Variando o comprimento, ℓ , dos pilares, foram definidas duas séries de modelos denominadas A e B. Com a variação da altura, h , da viga foram caracterizados modelos distintos em cada série, totalizando oito pórticos, como indicado no quadro 2.1.

QUADRO 2.1 - Características das duas séries de modelos

MODELO	ℓ (cm)	h (cm)
A1	200	15
A2	200	20
A3	200	25
B1A	250	15
B1B	250	15
B1C	250	15
B2	250	20
B3	250	25

Os modelos B1B e B1C, de características idênticas entre si e ao modelo B1A, foram confeccionados e ensaiados posteriormente aos demais, com o objetivo básico de verificar a influência de imperfeições iniciais, principalmente, no valor da carga máxima.

2.2 - DIMENSIONAMENTO

2.2.1 - Características Gerais

Em todos os modelos foi utilizada armadura longitudinal simétrica, tanto na viga como nos pilares.

O dimensionamento dos pilares foi efetuado tendo por base o método aproximado da NB-1/78 [1], adotando-se, para todos os modelos, $f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$, $f_{yk} = 500 \text{ N/mm}^2$, supondo-se aplicada aos pórticos uma carga $P = 100 \text{ kN}$.

Os comprimentos de flambagem dos pilares sob a carga P foram avaliados a partir do valor da carga crítica determinada pelo método de Rayleigh-Ritz e comparados com os valores fornecidos pelo processo de cálculo apresentado na Norma da Áustria para Obras e Estruturas de Concreto (ONORM B-4200 - 9ª parte) [9], como apresentado no item 2.2.2.

2.2.2 - Determinação do Comprimento de Flambagem

Isolou-se o pilar, cujo comprimento de flambagem pretende-se determinar. Uma das extremidades é rotulada e, a outra, uma mola representando a rigidez do restante da estrutura (figura 2.2).

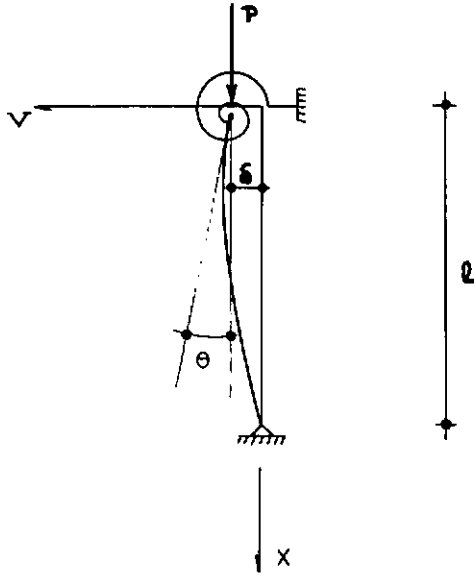


Fig. 2.2 - Pilar isolado do pórtico para determinação do comprimento de flambagem

Adotou-se uma função de terceiro grau para representar os deslocamentos transversais ao longo do eixo x , isto é:

$$v(x) = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$$

As condições de contorno que devem ser respeitadas são:

$$x=0 \left\{ \begin{array}{l} v = \delta \\ dv/dx = \theta \end{array} \right. \quad x = l \left\{ \begin{array}{l} d^2v/dx^2 = 0 \\ v=0 \end{array} \right.$$

As derivadas da função proposta são:

$$dv/dx = 3Ax^2 + 2Bx + C$$

$$d^2v/dx^2 = 6Ax + 2B$$

Aplicando as condições de contorno:

$$x = 0 \quad v = \delta \quad D = \delta$$

$$x = 0 \quad dv/dx = \theta \quad C = \theta$$

$$x = \ell \quad d^2v/dx^2 = 0 \quad 6A\ell + 2B = 0$$

$$B = -3A\ell \quad (a)$$

$$x = \ell \quad v = 0 \quad A\ell^3 + B\ell^2 + \theta\ell + \delta = 0 \quad (b)$$

Com (a) em (b), vem:

$$A\ell^3 - 3A\ell^3 + \theta\ell + \delta = 0$$

$$2A\ell^3 = \theta\ell + \delta \quad A = \frac{\theta\ell + \delta}{2\ell^3} \quad B = -\frac{3(\theta\ell + \delta)}{2\ell^2}$$

A equação de $v(x)$ fica:

$$v(x) = \frac{\theta\ell + \delta}{2\ell^3} x^3 - \frac{3(\theta\ell + \delta)}{2\ell^2} x^2 + \theta x + \delta$$

Pelo princípio da energia potencial total estacionária temos que $\delta\pi = 0$, onde

$$\pi = U + V$$

com U (energia de deformação) e V (potencial das cargas externas) expressos por:

$$U = \int_0^{\ell} \frac{EI}{2} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 dx + \frac{1}{2} K_{11} \delta^2 + \frac{1}{2} K_{22} \theta^2 + K_{12} \delta \theta$$

e

$$V = - \frac{1}{2} P \int_0^{\ell} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 dx$$

Tendo em vista a expressão de $v(x)$, decorre:

$$\frac{d^2v}{dx^2} = 3 \frac{\theta\ell + \delta}{\ell^3} x - 3 \frac{\theta\ell + \delta}{\ell^2}$$

$$\left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)^2 = 9 \frac{(\theta\ell + \delta)^2}{\ell^4} \left(\frac{x^2}{\ell^2} - \frac{2x}{\ell} + 1 \right)$$

$$\frac{dv}{dx} = 3 \frac{\theta\ell + \delta}{2\ell^3} x^2 - 3 \frac{\theta\ell + \delta}{\ell^2} x + \theta$$

$$\left(\frac{dv}{dx} \right)^2 = 3 \frac{\theta\ell + \delta}{\ell^2} \left(3 \frac{\theta\ell + \delta}{4\ell^4} x^4 + 3 \frac{\theta\ell + \delta}{\ell^2} x^2 - 3 \frac{\theta\ell + \delta}{\ell^3} x^3 + \right.$$

$$\left. + \frac{\theta}{\ell} x^2 - 2\theta x \right) + \theta^2$$

Com estas expressões calculam-se U e V , e portanto π . Senão vejamos:

$$U = \frac{3}{2} EI \frac{(\theta\ell + \delta)^2}{\ell^3} + \frac{1}{2} K_{11} \delta^2 + \frac{1}{2} K_{22} \theta^2 + K_{12} \theta\delta$$

$$V = - \frac{P}{2} \left[\frac{6}{5} \frac{(\theta\ell + \delta)^2}{\ell} - \theta^2\ell - 2\theta\delta \right]$$

A expressão de π será:

$$\pi = \left(\frac{3EI}{2\ell^3} - \frac{3P}{5\ell} \right) (\theta\ell + \delta)^2 + \frac{K_{11}}{2} \delta^2 + \left(\frac{K_{22}}{2} + \frac{P\ell}{2} \right) \theta^2 + (K_{12} + P) \theta\delta$$

Derivando em relação a θ e a δ obtêm-se:

$$\frac{\partial\pi}{\partial\theta} = \left(\frac{3EI}{\ell} + K_{22} - \frac{P\ell}{5} \right) \theta + \left(\frac{3EI}{\ell^2} - \frac{P}{5} + K_{12} \right) \delta$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial\delta} = \left(\frac{3EI}{\ell^2} - \frac{P}{5} + K_{12} \right) \theta + \left(\frac{3EI}{\ell^3} - \frac{6P}{5\ell} + K_{11} \right) \delta$$

Fazendo $\partial\pi/\partial\theta = 0$ e $\partial\pi/\partial\delta = 0$, e igualando a zero o determinante da matriz dos coeficientes, resulta:

$$\left(\frac{3EI}{\ell} + K_{22} - \frac{P\ell}{5} \right) \cdot \left(\frac{3EI}{\ell^3} - \frac{6P}{5\ell} + K_{11} \right) - \left(\frac{3EI}{\ell^2} - \frac{P}{5} + K_{12} \right)^2 = 0 \quad (\text{II.1})$$

Esta equação fornece P_{crit} e, através dele, obtêm-se o comprimento de flambagem desejado.

A determinação de K_{11} , K_{12} e K_{22} se faz como indicado a seguir:

Supondo-se um deslocamento linear unitário, $\delta = 1$, e uma rotação unitária, $\theta = 1$, na estrutura representada nas figuras 2.3 e 2.4, K_{11} , $K_{12} = K_{21}$ e K_{22} representam os esforços correspondentes a esses deslocamentos, sendo também indicados nas figuras, com seus sentidos positivos.

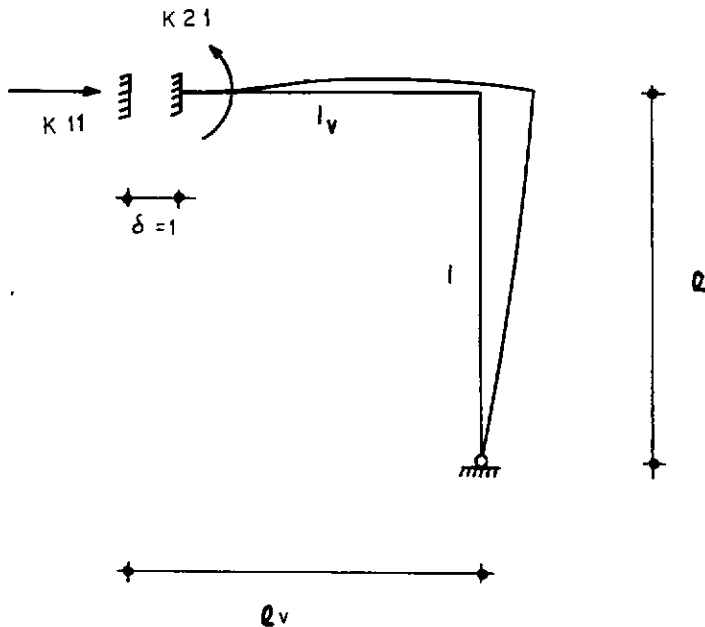


Fig. 2.3 - Deslocamento linear unitário $\delta = 1$, na direção 1

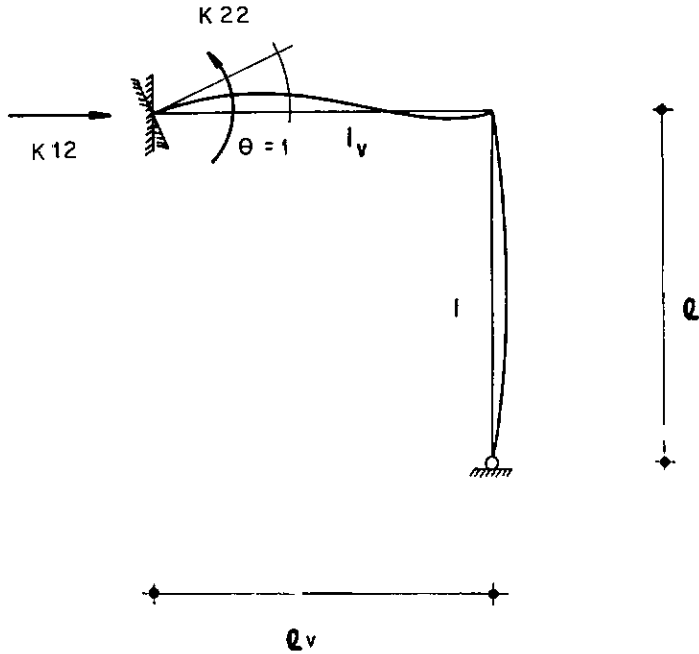


Fig. 2.4 - Deslocamento angular unitário, $\theta = 1$, na direção 2

Considerem-se esforços unitários aplicados na estrutura indicada nas figuras 2.5 e 2.6. Os diagramas de momentos fletores correspondentes acham-se também representados nas figuras.

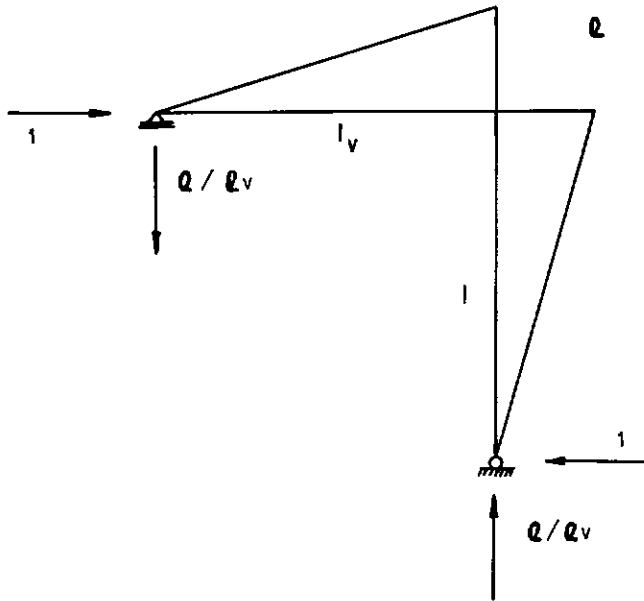


Fig. 2.5 - Esforço horizontal unitário e diagrama de momento fletor

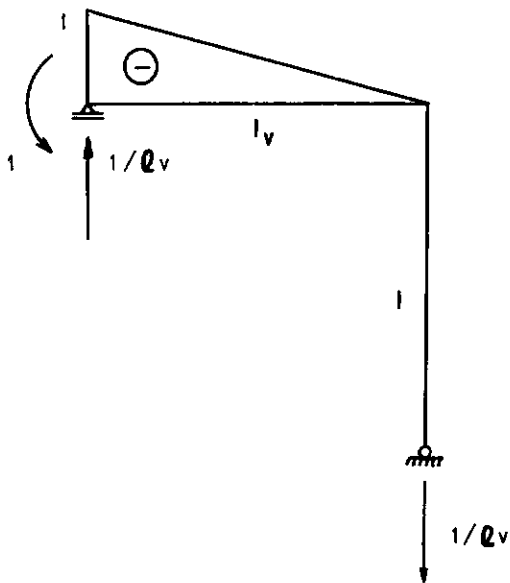


Fig. 2.6 - Momento unitário aplicado e diagrama de momento fletor

Pode-se calcular os seguintes coeficientes de flexibilidade:

$$F_{11} = \frac{1}{3E_C I_V} \cdot l \cdot l \cdot l \cdot l_V + \frac{1}{3E_C I} l \cdot l \cdot l = \frac{l^2 l_V}{3E_C I_V} + \frac{l^3}{3E_C I}$$

$$F_{12} = F_{21} = \frac{1}{6E_C I_V} 1 \cdot l \cdot l \cdot l_V = \frac{l \cdot l_V}{6E_C I_V}$$

$$F_{22} = \frac{1}{3E_C I_V} 1 \cdot 1 \cdot l_V = \frac{l_V}{3E_C I_V}$$

Tem-se, então, as seguintes equações de compatibilidade de deslocamentos para a determinação de K_{11} , $K_{12} = K_{21}$ e K_{22} :

$$\left(\frac{l^2 l_V}{3E_C I_V} + \frac{l^2}{3E_C I} \right) K_{11} + \frac{l l_V}{6E_C I_V} K_{21} = 1 \quad (\text{ver fig. 2.3}) \quad (\text{II.2})$$

$$\left(\frac{l^2 l_V}{3E_C I_V} + \frac{l^3}{3E_C I} \right) K_{12} + \frac{l l_V}{6E_C I_V} K_{22} = 0 \quad (\text{ver fig. 2.4}) \quad (\text{II.3})$$

$$\frac{l \cdot l_V}{6E_C I_V} K_{12} + \frac{l_V}{3E_C I_V} K_{22} = 1 \quad (\text{ver fig. 2.4}) \quad (\text{II.4})$$

Das equações II.3 e II.4, vem:

$$K_{12} = K_{21} = - \frac{6E_C I_V I}{l(3I l_V + 4I_V l)}$$

$$K_{22} = \frac{12E_c I_V (\ell_V + I_V \ell)}{\ell_V (3I_V \ell + 4I_V \ell)}$$

Da equação II.2 pode ser, então, obtido:

$$K_{11} = \frac{12E_c I_V I}{\ell^2 (3\ell_V I + 4\ell I_V)}$$

Portanto, estes coeficientes levados a equação II.1 tornam possível a determinação de $P_{\text{crít}}$.

Como $P_{\text{crít}} = \pi^2 EI / \ell_{\text{fl}}^2$, pode-se determinar o comprimento de flambagem dos pilares pela expressão:

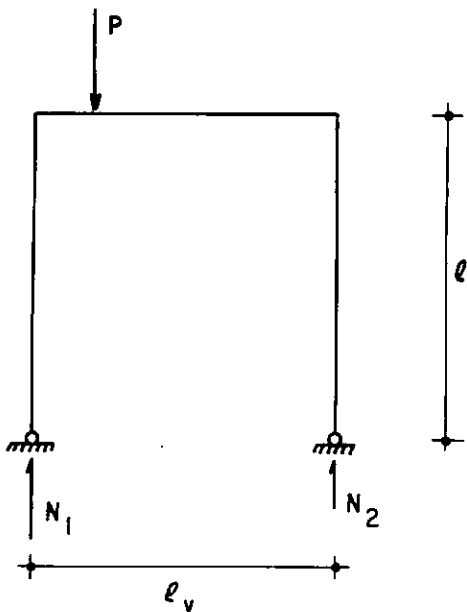
$$\ell_{\text{fl}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E_c I}{P_{\text{crít}}}} \quad (\text{II.5})$$

Os valores dos coeficientes de rigidez, da carga crítica e do comprimento de flambagem dos pilares acham-se indicados, no quadro 2.2, para cada um dos modelos.

QUADRO 2.2 - Coeficientes K_{11} , $K_{12} = K_{21}$ e K_{22} , $P_{cr\acute{it}}$ e ℓ_{fl}

MODELO	K_{11}	$K_{12} = K_{21}$	K_{22}	$P_{cr\acute{it}}$ (kN)	ℓ_{fl} (cm)
A1	1,27	-127	221484	464	296
A2	1,41	-141	509142	492	288
A3	1,48	-148	981557	504	284
B1A, B1B, B1C	0,67	- 84	219335	304	336
B2	0,74	- 92	506512	318	358
B3	0,76	- 94	978714	323	355

Expressões para cálculo de comprimento de flambagem, que se adaptam perfeitamente aos modelos a serem ensaiados, são prescritas pela ONORM B-4200 9ª Parte ^[9] e apresentadas a seguir (ver Figura 2.6).



$$\ell_{fl1} = 2 \ell \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{2 N_1}} \sqrt{1 + 0,4 C}$$

$$\ell_{fl2} = 2 \ell \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{2 N_2}} \sqrt{1 + 0,4 C}$$

$$C = \frac{I}{\ell} \cdot \frac{\ell v}{I v}$$

Fig. 2.6 - Comprimento de flambagem pela ONORM B-4200 ^[9]

$$l_{fl1} = 2l \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{2N_1}} \cdot \sqrt{1 + 0,4C}$$

$$l_{fl2} = 2l \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{2N_2}} \cdot \sqrt{1 + 0,4C}$$

$$C = \frac{I}{l} \cdot \frac{l_v}{I_v}$$

Tem-se, então, de acordo com a equação II.5 e pela norma ONORM B-4200 9ª Parte, os seguintes comprimentos de flambagem para o pilar sob a carga P (Quadro 2.3):

QUADRO 2.3 - Comprimento de flambagem para o pilar sob a carga P (em cm)

MODELO	COMPRIMENTO DE FLAMBAGEM	
	Eq. II.5	ONORM B-4200
A1	296	302
A2	288	293
A3	284	289
B1A	366	374
B1B	366	374
B1C	366	374
B2	358	364
B3	355	361

Como se observa os valores são bastante semelhantes e, para dimensionamento, utilizou-se, como comprimento de flambagem, o valor prescrito pela ONORM B-4200.

2.2.3 - Determinação dos Esforços Solicitantes

2.2.3.1 - Pilares

Com os valores de comprimento de flambagem anteriormente obtidos (Quadro 2.3) torna-se possível determinar o índice de esbeltez.

Como em todos os modelos a altura da seção é igual a 10 cm tem-se um raio de giração único e igual a 2,89 cm.

Sendo o índice de esbeltez definido por $\lambda = \ell_{fl}/i$, têm-se os seguintes valores de λ (Quadro 2.4):

QUADRO 2.4 - Índice de esbeltez

MODELO	ℓ_{fl} (cm)	λ
A1	302	104
A2	293	101
A3	289	100
B1A	374	129
B1B	374	129
B1C	374	129
B2	364	126
B3	361	125

Portanto, para os pilares dos modelos da série A foi obtido um índice de esbeltez em torno de 100 e para os da série B, em torno de 125.

Os esforços de primeira ordem são obtidos de forma convencional, isto é, uma análise linear do pórtico submetido a uma carga $P = 100 \text{ kN}$ (ver figura 2.1) e, os de segunda ordem, avaliados através do método aproximado do momento complementar, proposto pela NB-1/78.

O método da NB-1/78 consiste em se determinar uma parcela de momento complementar que é adicionada ao momento de primeira ordem, resultando no momento total de dimensionamento.

Os momentos de segunda ordem foram obtidos conforme as expressões abaixo:

$$M_{d2} = N_d \cdot e_2 \cong P \cdot e_2 \quad \text{com } N_d \cong P = 100 \text{ kN.}$$

$$e_2 = \frac{\ell^2_{fl}}{10} \cdot \frac{1}{r}$$

onde $1/r$ representa a curvatura, e é avaliado pela expressão:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,0035 + f_{yd}/E_s}{(\nu + 0,5) h} \quad \text{com } \nu + 0,5 \geq 1,0$$

$$\text{e } \nu = \frac{N_d}{A_c \cdot f_{cd}}$$

Convém frisar que, neste trabalho, todos os coeficientes de segurança foram tomados iguais a 1,0 sendo, portanto, os valores característicos e de cálculo sempre coincidentes.

Assim, para o pilar mais comprimido de cada modelo têm-se os seguintes esforços solicitantes (Quadro 2.5):

QUADRO 2.5 - Esforços solicitantes para os pilares mais comprimidos

MODELO	N_d (kN)	M_{d1} (kN cm)	M_{d2} (kN cm)	M_d (kN cm)
A1	100	46,8	525,8	572,6
A2	100	34,1	498,0	532,1
A3	100	20,9	491,2	512,1
B1A	100	39,9	822,6	862,5
B1B	100	39,9	822,6	862,5
B1C	100	39,9	822,6	862,5
B2	100	28,7	779,2	807,9
B3	100	17,7	779,2	796,9

Para o pilar que suporta um esforço normal menor, o momento fletor final foi obtido pelo mesmo processo de cálculo anterior, como $\ell_{f\ell}$ calculado de acordo com a segunda expressão relativa à figura 2.6, o que forneceu os esforços apresentados no Quadro 2.6.

QUADRO 2.6 - Esforços solicitantes para os pilares menos comprimidos

MODELO	N_d (kN)	M_{d1} (kN cm)	M_{d2} (kN cm)	M_d (kN cm)
A1	5	46,8	526,2	573,0
A2	5	34,1	494,0	528,1
A3	5	20,9	482,5	503,4
B1A	5	39,9	804,8	844,7
B1B	5	39,9	804,8	844,7
B1C	5	39,9	804,8	844,7
B2	5	28,7	764,5	793,2
B3	5	17,7	750,2	767,9

2.2.3.2 - Vigas

O momento fletor, esforço solicitante para o dimensionamento das vigas, foi obtido através do equilíbrio de momento no nó próximo a carga aplicada, considerando-se atuando no pilar o momento total, isto é, o de primeira ordem mais o de segunda ordem, como ilustrado na figura 2.7 (admitindo-se que o sistema de carga da figura 2.1 é aproximadamente equivalente a uma carga P e a um momento $M_0 = P \times e_1$, atuando no nó).

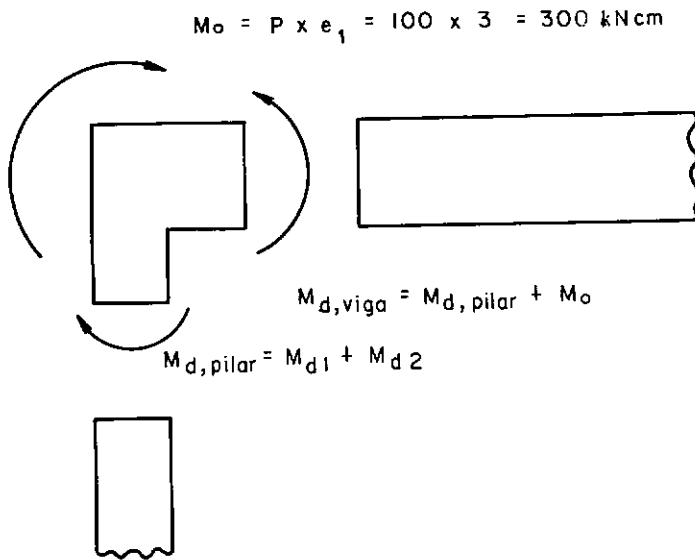


Fig. 2.7 - Momento fletor de dimensionamento das vigas

No quadro 2.7, a seguir, são indicados os valores dos momentos fletores nas vigas, para os diversos modelos.

QUADRO 2.7 - Momento fletor nas vigas

MODELO	A1	A2	A3	B1A	B1B	B1C	B2	B3
M_d (kN. cm)	872,6	832,1	812,1	1162,5	1162,5	1162,5	1107,9	1096,9

2.2.4 - Especificação e Detalhe das Armaduras

A determinação das armaduras longitudinais, necessárias foi, para todos os casos, efetuada com auxílio do programa Fleco ^[11], destinado ao dimensionamento de seções solicita-

dás à flexão composta normal.

No que se refere aos pilares, em cada modelo foram determinadas as armaduras necessárias, tendo em vista os esforços solicitantes constantes nos quadros 2.5 e 2.6. Foi, então, adotada a mesma armadura para ambos os pilares, considerando-se o maior dos dois valores calculados (esses dois valores foram sempre bastante próximos).

As armaduras, por face, para ambos os pilares de cada modelo, acham-se indicadas a seguir (quadro 2.8).

QUADRO 2.8 - Armadura dos pilares por face

MODELO	A_{sp} (cm ²)
A1	1,60
A2	1,50
A3	1,45
B1A	2,50
B1B	2,50
B1C	2,50
B2	2,35
B3	2,30

Para as vigas dos modelos, as armaduras necessárias, por face, são as indicadas no quadro 2.9.

QUADRO 2.9 - Armadura das vigas por face

MODELO	A1	A2	A3	B1A	B1B	B1C	B2	B3
$A_{sv,nec}$ (cm ²)	1,45	0,95	0,75	2,00	2,00	2,00	1,30	1,00

Os estribos, em todos os modelos, foram executados com aço CA-60, com 4,2 mm de diâmetro e espaçados de 10 cm, tanto nos pilares como nas vigas.

Para melhorar a eficiência dos cantos, foram introduzidas armaduras adicionais inclinadas [6], cujas áreas, por canto, estão indicadas no quadro 2.10.

QUADRO 2.10 - Armadura adotada nos cantos

MODELO	A1	A2	A3	B1A	B1B	B1C	B2	B3
A_{sc} (cm ²)	1,00	1,00	1,00	1,00	0,95	0,95	1,00	1,00

Tendo por base as armaduras constantes nos quadros 2.8, 2.9 e 2.10 e as bitolas comerciais disponíveis no mercado, foram especificadas, para os diversos modelos, as armaduras indicadas no quadro 2.11, cujo detalhamento é mostrado nas figuras 2.8(a), (b) e (c).

Convém frisar que os pilares, as vigas e os cantos dos modelos B1B e B1C foram armados com barras de aço de bitola

diferente dos outros modelos, pelo fato de não se ter encontrado no mercado, na ocasião em que foram executados (posteriormente aos demais), aço da mesma bitola empregada para os demais modelos (inclusive o próprio tipo de aço utilizado nos modelos B1B e B1C foi também diferente, conforme será citado no item 3.2.2).

QUADRO 2.11 - Armaduras especificadas por face

MODELO	A_{sp}	A_{sv}	A_{sc}	ESTRIBOS
A1	3Ø8,0	3Ø8,0	2Ø8,0	Ø4,2 mm C.10
A2	3Ø8,0	2Ø8,0	2Ø8,0	Ø4,2 mm C.10
A3	3Ø8,0	2Ø8,0	2Ø8,0	Ø4,2 mm C.10
B1A	5Ø8,0	4Ø8,0	2Ø8,0	Ø4,2 mm C.10
B1B	8Ø6,3	7Ø6,3	3Ø6,3	Ø4,2 mm C.10
B1C	8Ø6,3	7Ø6,3	3Ø6,3	Ø4,2 mm C.10
B2	5Ø8,0	3Ø8,0	2Ø8,0	Ø4,2 mm C.10
B3	5Ø8,0	2Ø8,0	2Ø8,0	Ø4,2 mm C.10

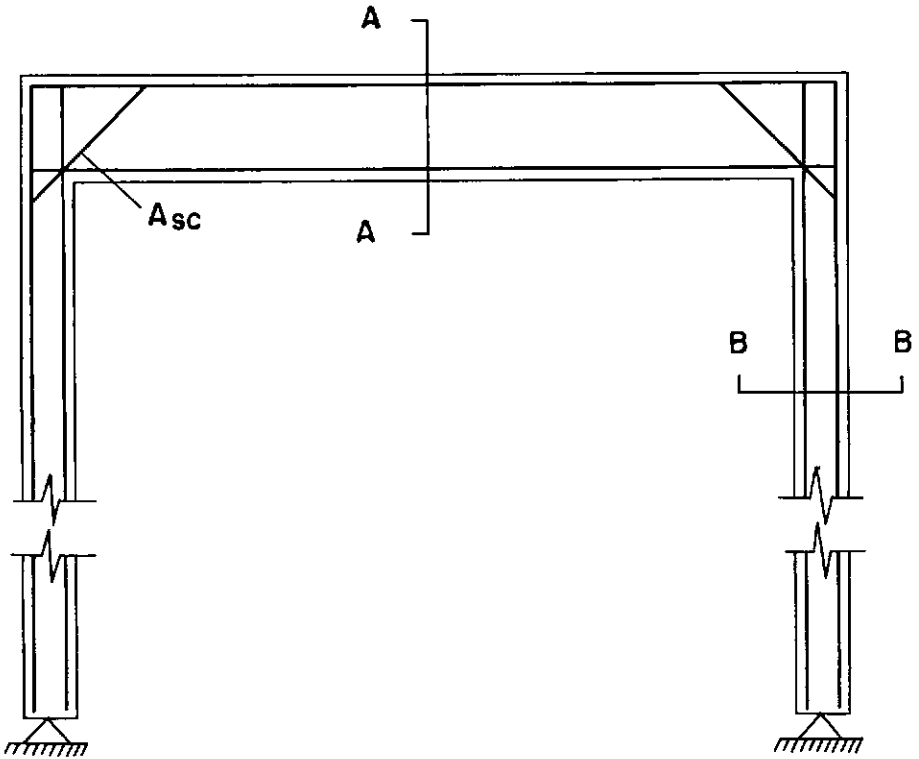


Fig. 2.8(a) - Detalhe global das armaduras dos modelos

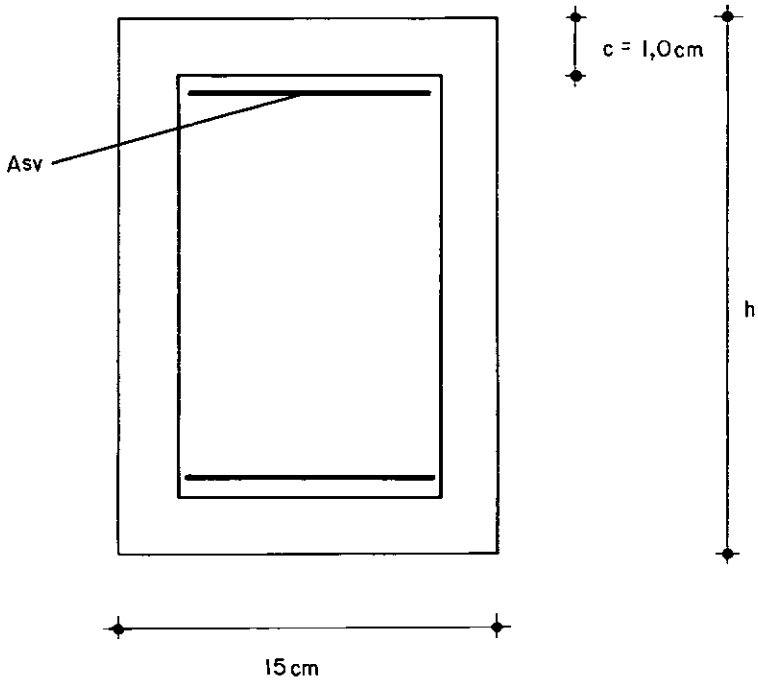


Fig. 2.8(b) - Seção A-A (Detalhe da viga)

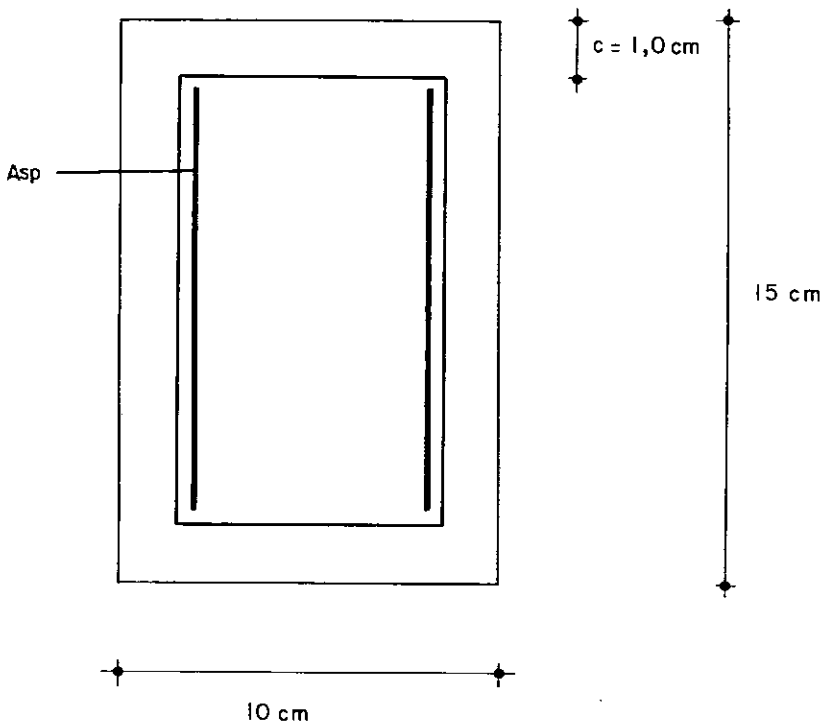


Fig. 2.8(c) - Seção B-B (Detalhe do pilar)

CAPÍTULO III

PROGRAMA EXPERIMENTAL

3.1 - ESQUEMA DE CARREGAMENTO

O carregamento foi imposto aos modelos através da utilização de dois cilindros de carga MTS, servo controlados, com capacidade de 250 kN cada, conforme o esquema apresentado na figura 3.1.

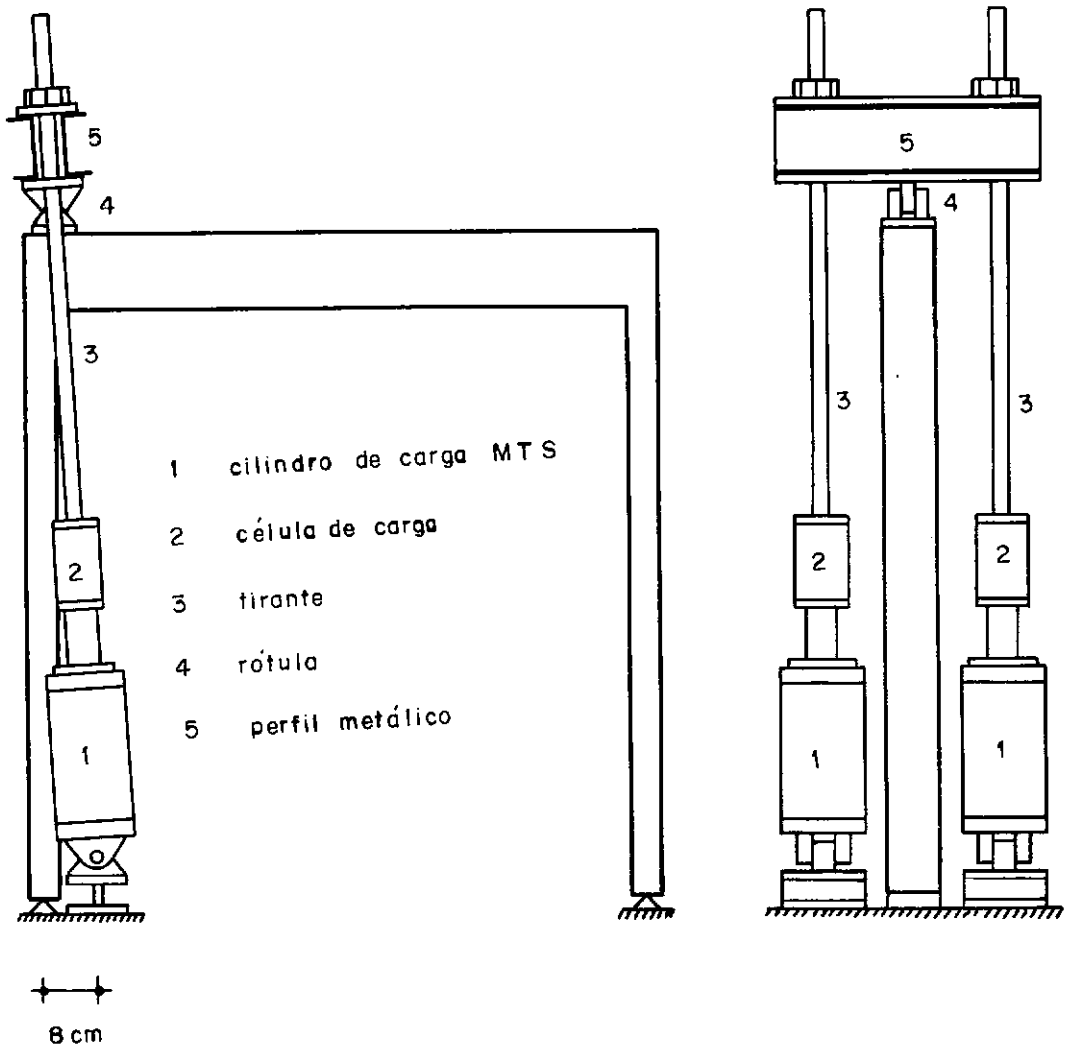


Fig. 3.1 - Esquema do carregamento de ensaio

Os ensaios foram executados por etapas de carregamento, sendo que, no intervalo destas, eram realizadas as medições nos modelos.

O controle do ensaio foi feito através de deslocamentos impostos aos pistões dos cilindros de carga, tendo-se como resposta a carga aplicada, permitindo assim a obtenção do ramo instável (descendente) das curvas carga-deslocamento das figuras 4.1, 4.2 e 4.3.

3.2 - CARACTERÍSTICAS FÍSICAS DOS MATERIAIS

3.2.1 - Concreto |²|

O concreto foi executado com um traço em peso de 1: 2,2 : 3,7, com fator água-cimento 0,70 e consumo de cimento de 300 kg/m³.

Os componentes utilizados foram:

- areia média
- agregado graúdo - $D_{\text{máx}} = 19 \text{ mm}$ (brita nº 1)
- cimento tipo portland - marcas Mauã, Barroso e Cauê.

Quando da concretagem dos modelos, foram moldados corpos de prova, rompidos nos dias de ensaio de cada um dos modelos, sendo apresentados, no quadro 3.1, os valores médios encon-

trados para a resistência à compressão, à tração e para o módulo de elasticidade tangente à origem da curva tensão-deformação do concreto.

QUADRO 3.1 - Características físicas do concreto

MODELO	f_{ccm} (MPa)	f_{ctm} (MPa)	E_c (MPa)
A1	25,8	2,5	24000
A2	24,3	2,4	23000
A3	25,8	2,4	24000
B1A	23,8	2,4	22000
B1B	26,2	2,6	23000
B1C	24,7	2,5	23000
B2	23,3	2,5	22000
B3	23,5	2,4	22000

3.2.2 - Aço

Utilizou-se, para as armaduras longitudinais, em todos os modelos da série A e nos modelos B1A, B2 e B3, aço do tipo CA-50A e nos modelos B1B e B1C, que foram executados posteriormente, aço CA-50B. Para as armaduras de canto o tipo de aço empregado foi o mesmo das armaduras longitudinais.

As armaduras transversais de todos os modelos foram executadas em aço CA-60.

Os diagramas tensão-deformação médios encontrados para os tipos e bitolas de aço empregados nos modelos estão indi

cados nas figuras 3.2, 3.3 e 3.4, onde estão também assinaladas as tensões de escoamento.

As características físicas dos aços empregados estão agrupadas no quadro 3.2.

QUADRO 3.2 - Características físicas dos aços

\emptyset (mm)	TIPO	f_y (MPa)	f_r (MPa)	E_s (MPa)
6,3	CA-50B	625	878	198000
8,0	CA-50A	525	883	205000
4,2	CA-60	660	913	209000

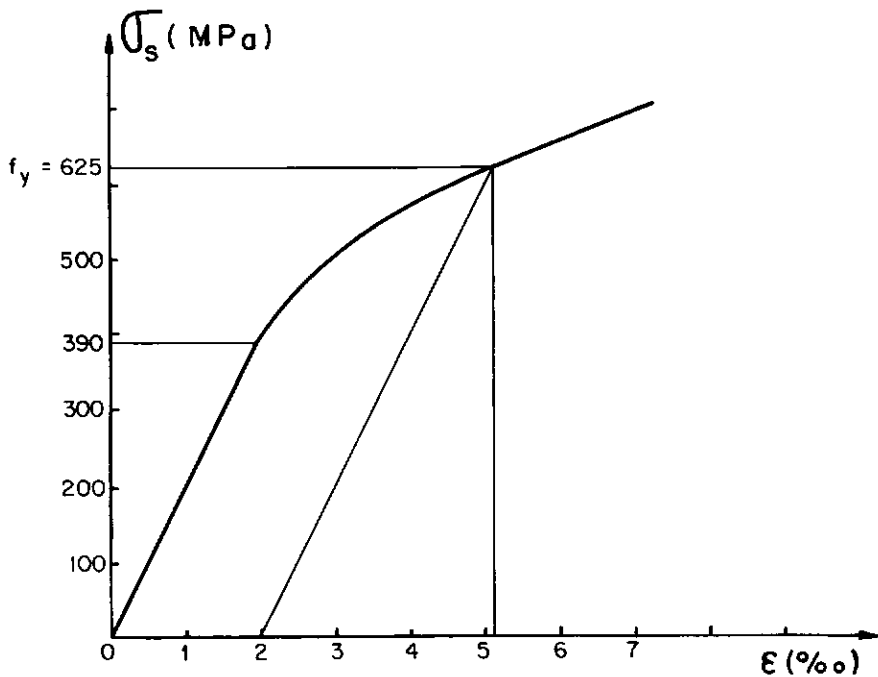


Fig. 3.2 - Diagrama tensão-deformação do aço CA-50B ($\emptyset = 6,3$ mm)

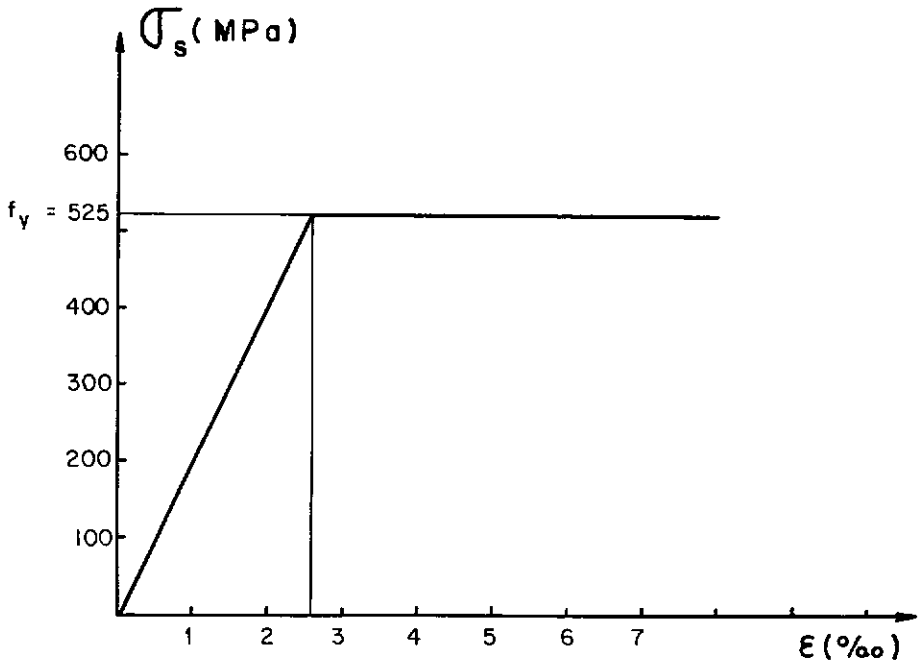


Fig. 3.3 - Diagrama tensão-deformação do aço CA-50A ($\varnothing = 8,0$ mm)

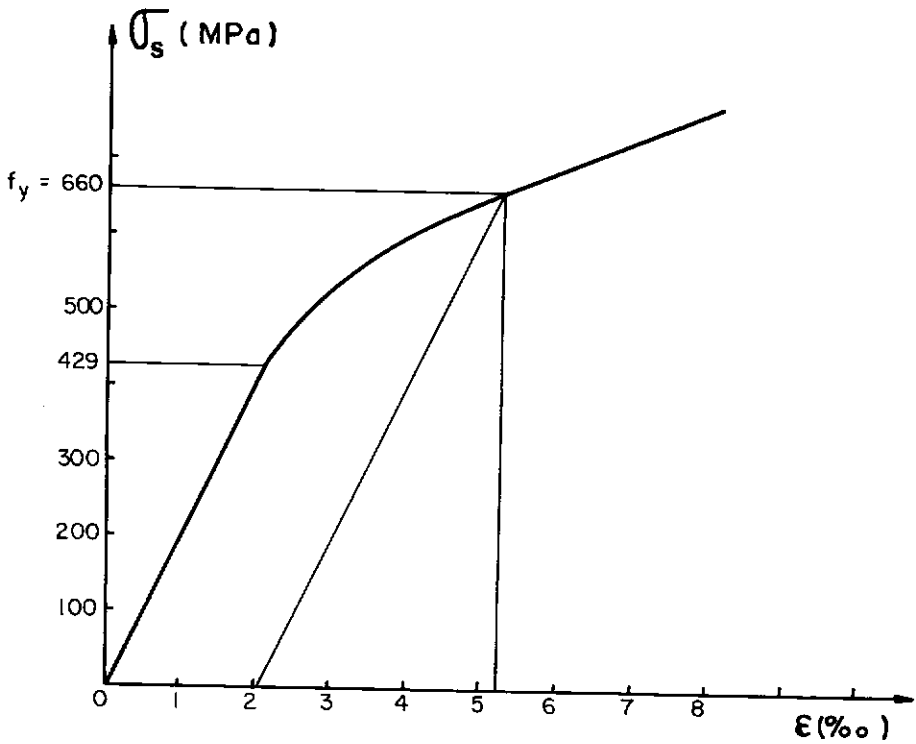
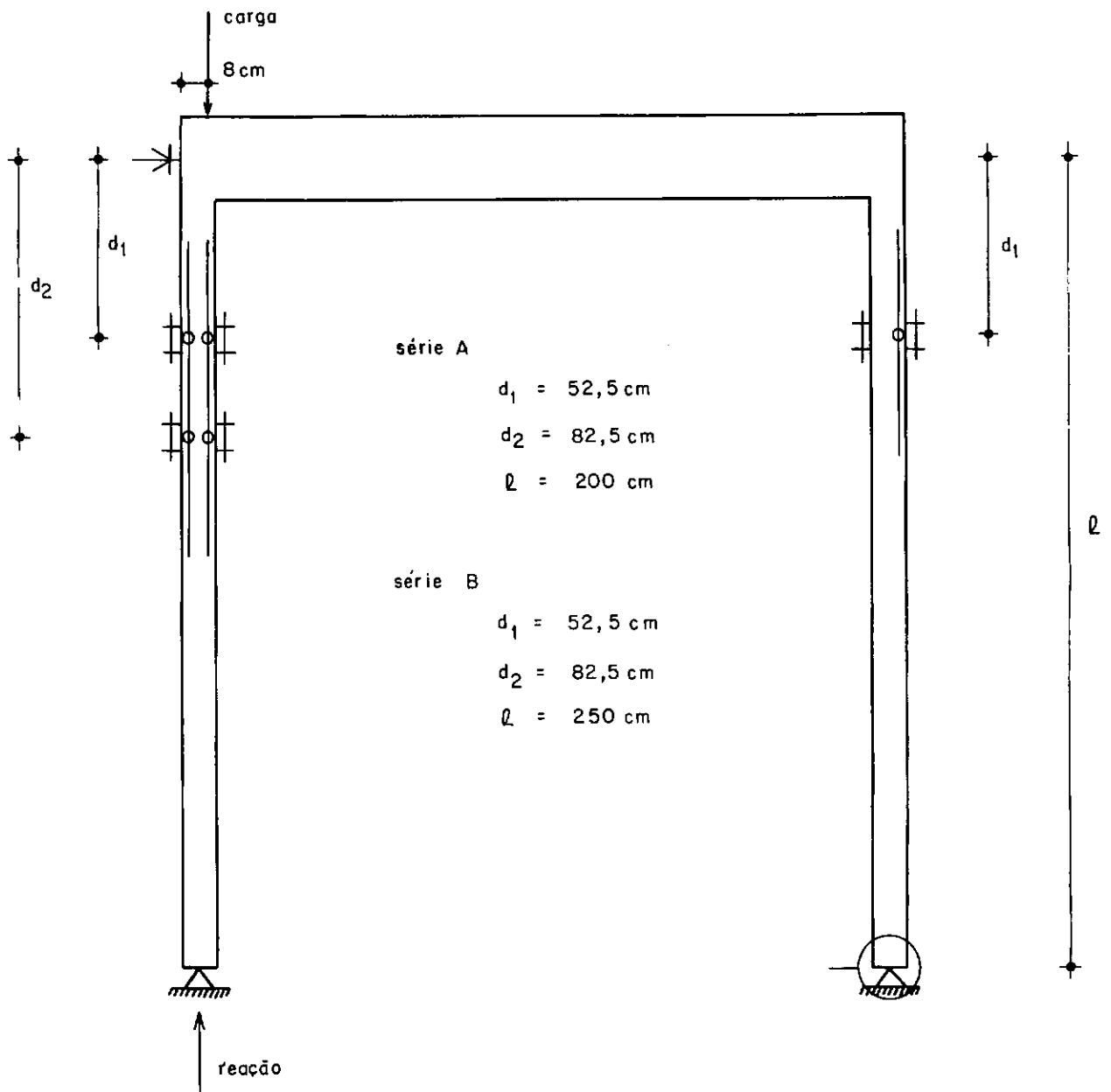


Fig. 3.4 - Diagrama tensão-deformação do aço CA-60 ($\varnothing = 4,2$ mm)

3.3 - INSTRUMENTAÇÃO DOS MODELOS

A cada estágio de carregamento foram efetuadas medidas de deformação relativa do concreto, do aço das armaduras longitudinais, do deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, do deslocamento dos pistons dos cilindros de carga, do carregamento total atuante e da reação de apoio, sendo o posicionamento de cada aparelho indicado na figura 3.5. As medidas do carregamento total e deslocamento dos pistons dos cilindros de carga eram efetuadas no próprio equipamento de aplicação da carga (ver figura 3.1) e, por isto, não aparecem na figura 3.5.

No que se refere às medições de deformação relativa, procurou-se instrumentar, nos pilares, seções localizadas em regiões de maior sollicitação. No pilar mais comprimido optou-se em instrumentar duas seções enquanto que, no outro pilar, apenas uma.



→ deslocamento horizontal (defletômetro)

⊥ deformação no concreto (tensotast)

⊕ deformação no aço (ext. elétricos)

○ rotação (clinômetro)

Fig. 3.5 - Instrumentação dos modelos

3.3.1 - Deformação do Concreto

Foram medidas deformações no concreto em duas seções do pilar que suporta maior esforço normal e em uma seção no outro pilar (ver figura 3.5).

Em cada seção considerada foram coladas três bases nas faces externa e interna do pilar, sendo considerada como deformação da seção, em uma face, a média das três medidas.

A base de medida usada foi de 100 mm, e o aparelho empregado foi um extensômetro mecânico marca Huggenberger (tensotast), de sensibilidade igual a 0,001 mm.

O posicionamento das três bases, em cada face, na seção medida, é mostrado na figura 3.6, que representa um trecho instrumentado de pilar.

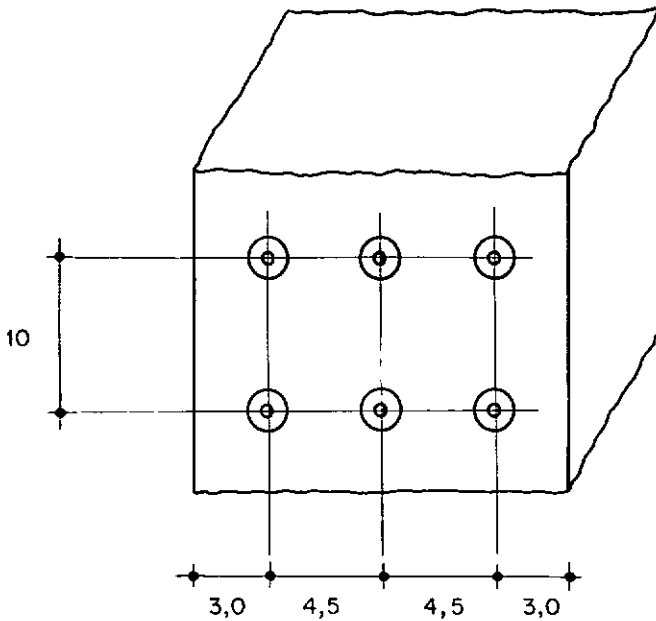


Fig. 3.6 - Posição das bases de medidas na face de um pilar (cotas em cm)

3.3.2 - Deformação do Aço

Nas mesmas seções onde foram medidas as deformações do concreto, instrumentaram-se barras de aço, para a medição de suas deformações.

O pilar que suporta maior esforço normal teve quatro pontos instrumentados e, o outro pilar, apenas um ponto, como indicado na figura 3.5.

Para leitura dessas deformações foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER) da marca Kyowa, com

base de medida de 5 mm, tendo sido instrumentada, em cada face do pilar, uma barra central da armadura, como ilustrado na figura 3.7.

Em cada ponto foram utilizados dois extensômetros, e foi adotado o valor médio das leituras para o cálculo da deformação no ponto.



Fig. 3.7 - Posição dos EER nas barras de aço

3.3.3 - Rotação de Apoio

Foi medida a rotação de apoio do pilar com esforço normal menor, visto que o outro apoio não permitia a instrumentaç

ção, devido à proximidade dos cilindros de carga.

Os aparelhos usados para essa medida foram dois clinômetros de bolha marca Stoppani, de sensibilidade igual a 1", montados junto ao apoio, conforme mostra a foto da figura 3.8.

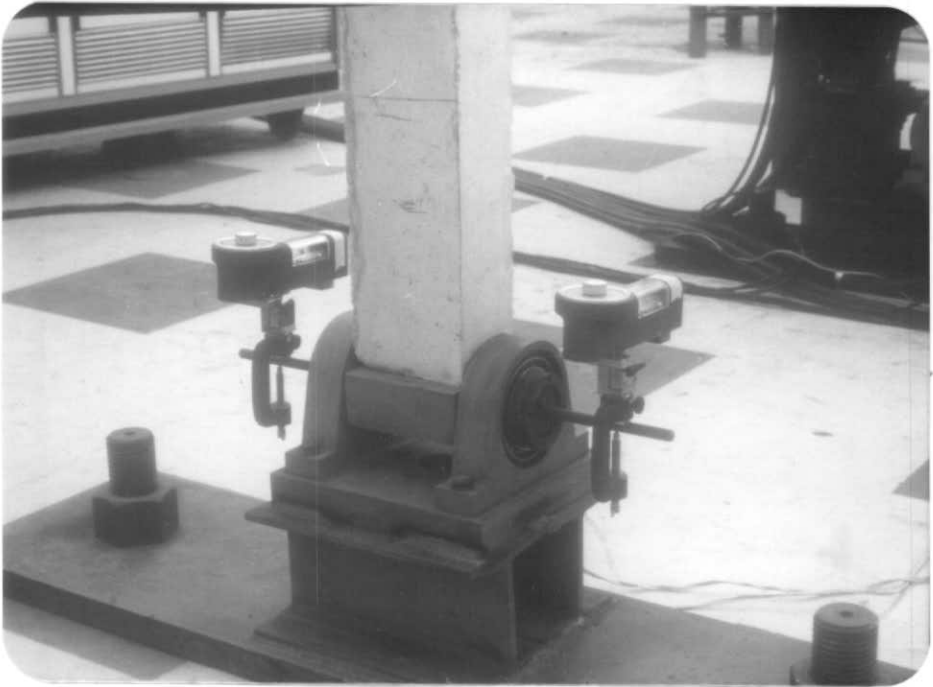


Fig. 3.8 - Detalhe de colocação dos clinômetros

3.3.4 - Deslocamento Horizontal do Ponto de Aplicação do Carregamento

Foram feitas duas medidas de deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento.

Uma das medidas foi mecânica, realizada com defle-

tômetro de curso infinito, da marca Huggenberger, de sensibilidade igual a 0,1 mm. A outra foi feita com transdutor de deslocamento (flexímetro elétrico fabricado pela Kyowa), com sensibilidade igual a 0,1 mm, cujo sinal foi utilizado, juntamente com o sinal do "load-cell" de um dos cilindros de carga, para o traçado do diagrama carga-deslocamento horizontal durante o ensaio, e que permitiu o acompanhamento do comportamento do pórtico.

3.3.5 - Deslocamento dos Pistons

O deslocamento dos pistons é obtido através de um transdutor de deslocamento instalado no próprio cilindro de carga.

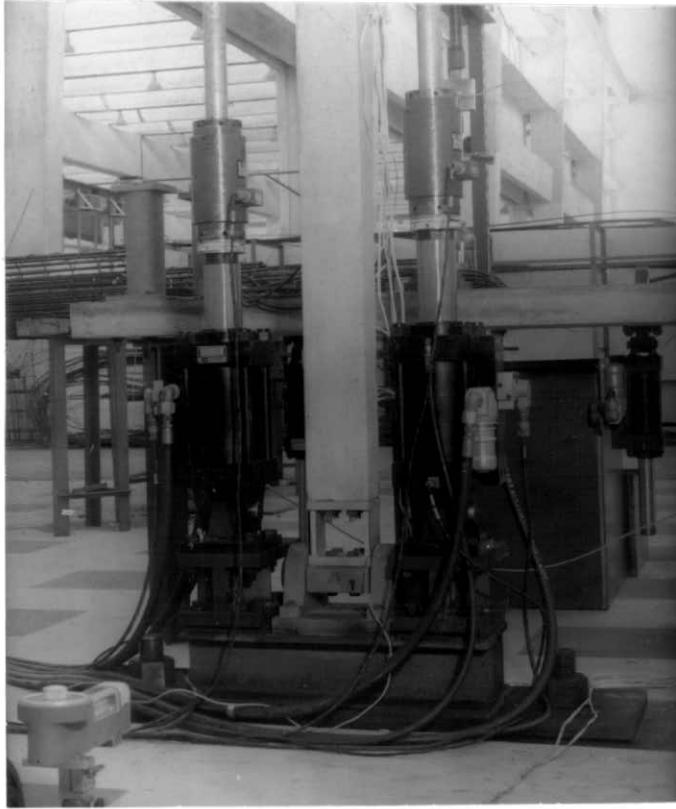


Fig. 3.9 - Cilindros de carga com "load-cell" na extremidade do pistom

3.3.6 - Carregamento Total

O carregamento total foi obtido com auxílio de duas células de carga ("load-cell"), montadas nas extremidades dos pistons dos cilindros de carga (figuras 3.1 e 3.9). A leitura do sinal do "load-cell" de cada pistom forneceu a carga nos tirantes, tendo-se a carga total aplicada ao pórtico através da soma das leituras correspondentes a cada "load-cell".

3.3.7 - Reações de Apoio

Para a obtenção das reações verticais de apoio foi confeccionada uma célula de carga, que ficou posicionada na extremidade do pilar mais comprimido, sobre a rótula de apoio (ver figura 3.9). As características da célula de carga estão indicadas na figura 3.10.

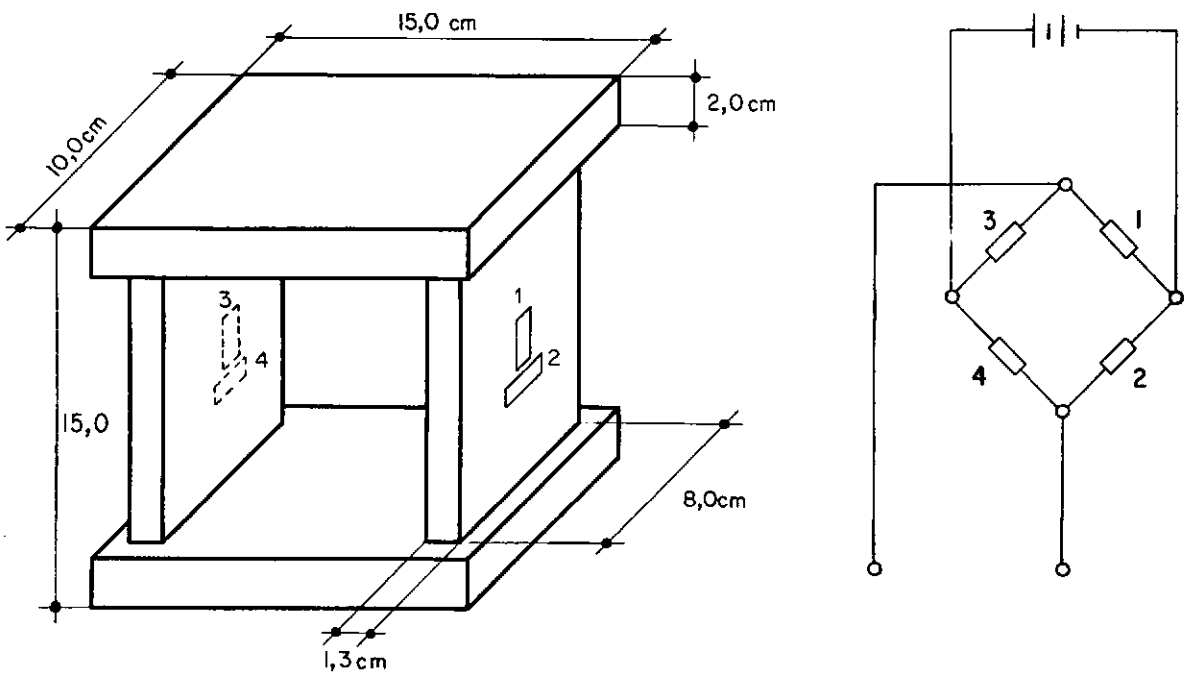


Fig. 3.10 - Características da célula de carga utilizada na obtenção das reações de apoio

Os sinais da célula de carga foram obtidos com a utilização de quatro extensômetros elétricos de resistência, da marca Kyowa, com resistência nominal de 350Ω . Foi utilizada, na

Ponte de Wheatstone, uma ligação em ponte completa, conforme esquema da figura 3.10.

A curva de calibração do "load-cell" é apresentada na figura 3.11 e sua constante de calibração alcança $0,189 \frac{\text{kN}}{10^{-6}}$.

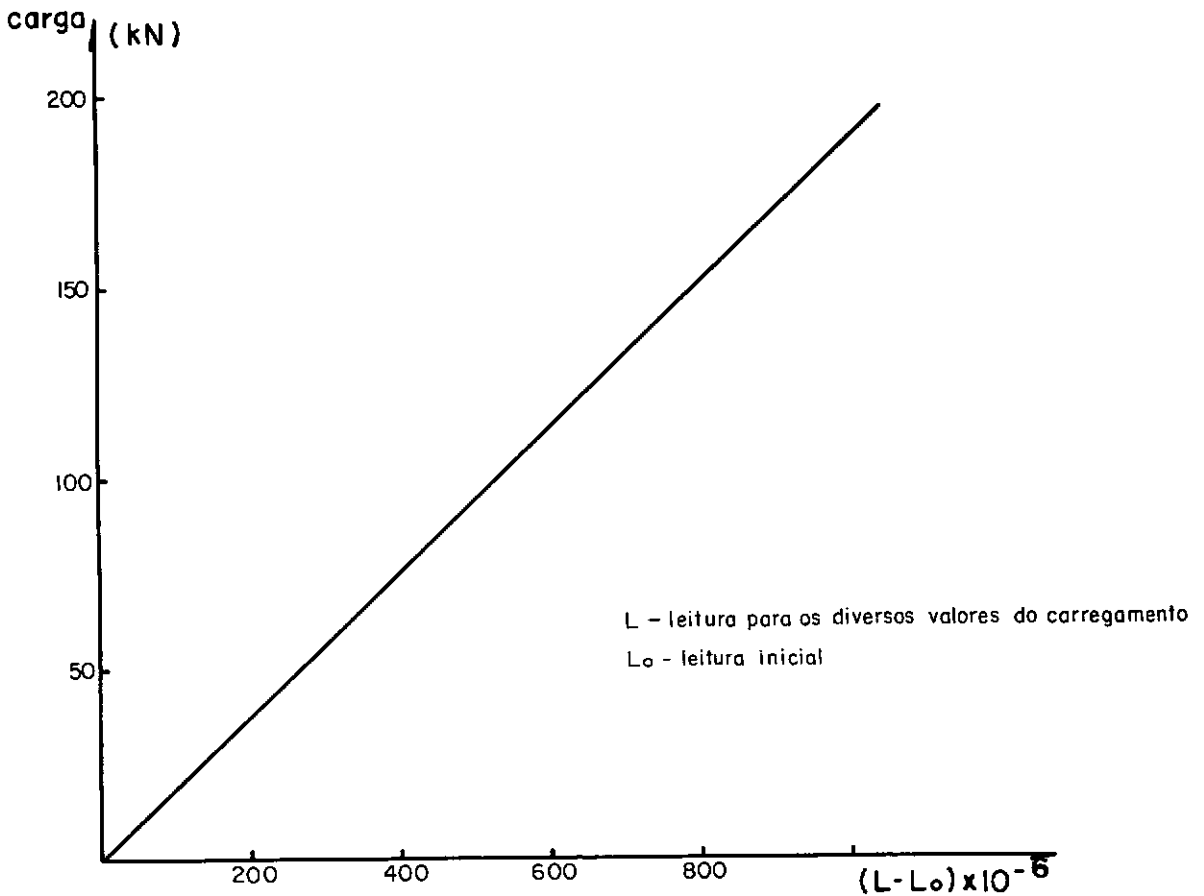


Fig. 3.11 - Curva de calibração do "load-cell"

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

4.1.1 - Carga Máxima Suportada pelos Modelos

No quadro abaixo são apresentados o valor máximo da carga aplicada a cada modelo e, também, o correspondente deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento.

QUADRO 4.1 - Carga máxima e correspondente deslocamento horizontal

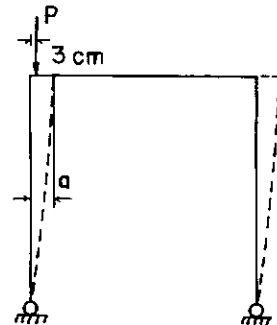
MODELO	CARGA MÁXIMA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
A1	160,0	9,86
A2	190,0	5,75
A3	198,0	4,20
B1A	179,0	11,99
B1B	192,0	9,59
B1C	184,0	10,95
B2	179,0	11,52
B3	210,0	5,19

4.1.2 - Relação Entre Carga e Deslocamento Horizontal do seu Ponto de Aplicação

Os quadros 4.2, 4.3 e 4.4 contêm os valores da carga total aplicada e do deslocamento horizontal, nas diversas etapas de leitura, relativos aos modelos da série A.

QUADRO 4.2 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo A1

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
20,0	0,20
40,0	0,45
60,0	0,96
80,0	1,53
100,0	2,16
115,0	2,70
135,0	3,43
155,0	4,74
160,0	5,44
157,0	7,89
156,0	9,86
152,0	12,50
129,0	16,74



QUADRO 4.3 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo A2

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
40,0	0,50
80,0	1,05
100,0	1,32
120,0	1,65
140,0	2,17
159,0	2,64
180,0	3,46
190,0	5,75
182,0	7,30
160,0	8,85

QUADRO 4.4 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo A3

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
20,0	0,22
43,0	0,43
60,0	0,60
83,0	0,87
98,0	1,15
120,0	1,60
136,0	1,98
160,0	2,60
179,0	3,40
198,0	4,20
189,0	5,59
173,0	6,70

Os diagramas carga-deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, para os três modelos da série A, são apresentados na figura 4.1.

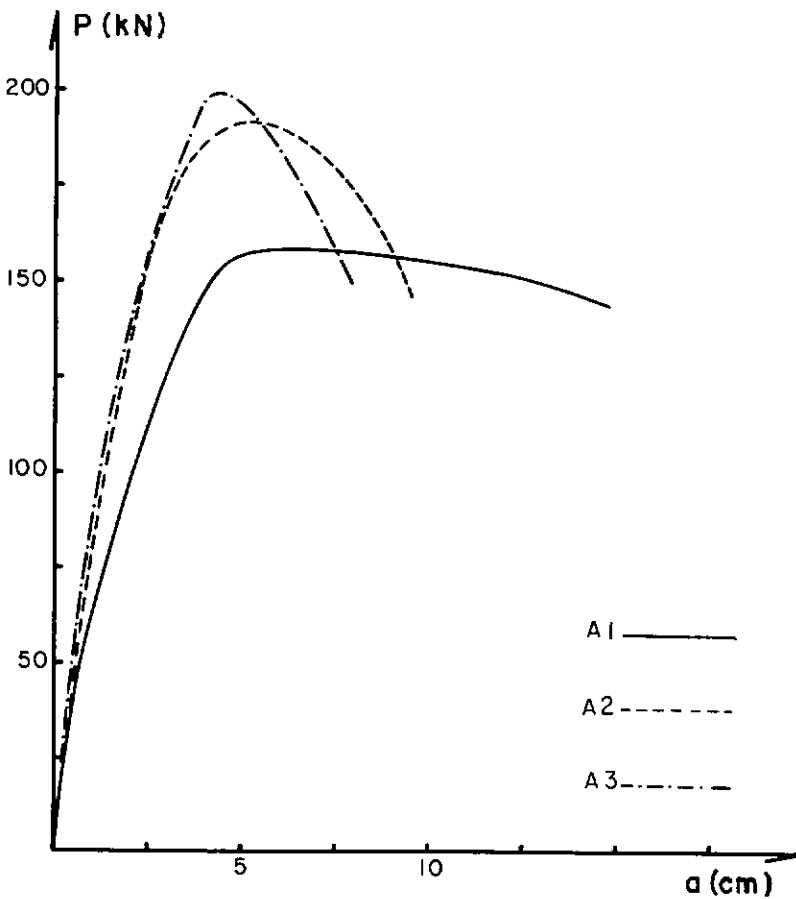


Fig. 4.1 - Diagramas carga-deslocamento horizontal dos modelos da série A

A série B possui dois grupos, o primeiro constituído pelos modelos B1A, B2 e B3, que foram concretados juntos, e o segundo constituído pelos modelos B1B e B1C, que foram executados

dos após o ensaio dos demais, como já frisado anteriormente, no item 2.1.

Nos quadros 4.5, 4.6 e 4.7 são apresentados os valores da carga total aplicada e do deslocamento horizontal, nas diversas etapas de leitura, referente aos modelos do primeiro grupo da série B.

QUADRO 4.5 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo B1A

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
20,0	0,47
40,0	0,89
60,0	1,32
78,0	1,97
98,0	2,77
116,0	3,75
134,0	4,13
148,0	4,96
154,0	6,33
158,0	7,40
174,0	8,33
175,0	10,79
179,0	16,65

QUADRO 4.6 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo B2

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,0
20,0	0,32
40,0	0,64
60,0	0,99
80,0	1,47
100,0	2,05
120,0	2,75
140,0	3,60
150,0	4,52
163,0	5,70
165,0	6,91
172,0	8,42
179,0	11,52
173,0	16,56
161,0	18,16

QUADRO 4.7 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo B3

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
20,0	0,17
40,0	0,31
60,0	0,56
80,0	0,90
100,0	1,39
120,0	1,65
140,0	2,27
160,0	2,85
180,0	3,57
195,0	4,17
210,0	5,19
206,0	7,42
205,0	9,71
196,0	11,97

Os diagramas carga-deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, para os três modelos do primeiro grupo da série B, são apresentados na figura 4.2.

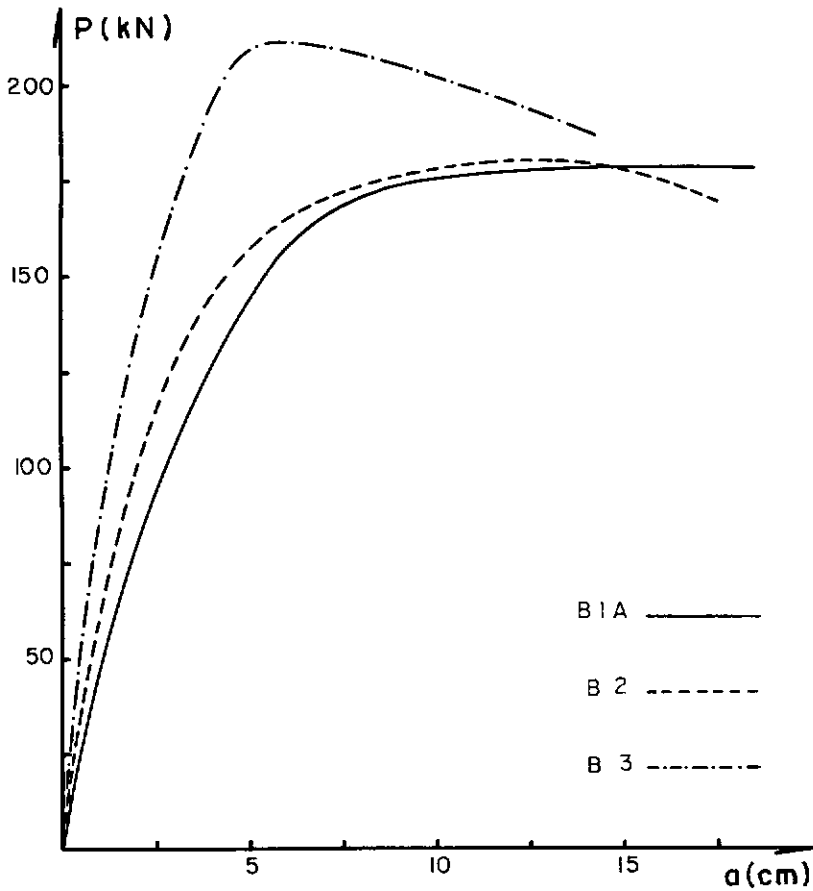


Fig. 4.2 - Diagrama carga-deslocamento horizontal dos modelos B1A, B2 e B3

Nos quadros 4.8 e 4.9 são apresentados os valores da carga total aplicada e do deslocamento horizontal, nas diversas etapas de leitura, relativos aos modelos B1B e B1C.

QUADRO 4.8 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo B1B

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
24,0	0,43
48,0	1,33
73,0	1,92
100,0	2,71
120,0	3,20
140,0	3,90
152,0	4,41
167,0	5,30
185,0	7,26
192,0	9,59
191,0	11,19
185,0	12,89
180,0	14,29
150,0	20,50

QUADRO 4.9 - Carga e deslocamento horizontal para o modelo B1C

CARGA (kN)	DESLOCAMENTO HORIZONTAL (cm)
0,0	0,00
22,0	0,39
43,0	0,81
58,0	1,31
72,0	1,59
90,0	2,26
111,0	3,00
130,0	3,85
148,0	4,72
160,0	5,38
167,0	6,64
177,0	8,10
183,0	9,28
184,0	11,00
182,0	12,60
176,0	15,64
172,0	18,00

Os diagramas carga-deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, referentes aos modelos B1B e B1C, são apresentados na figura 4.3.

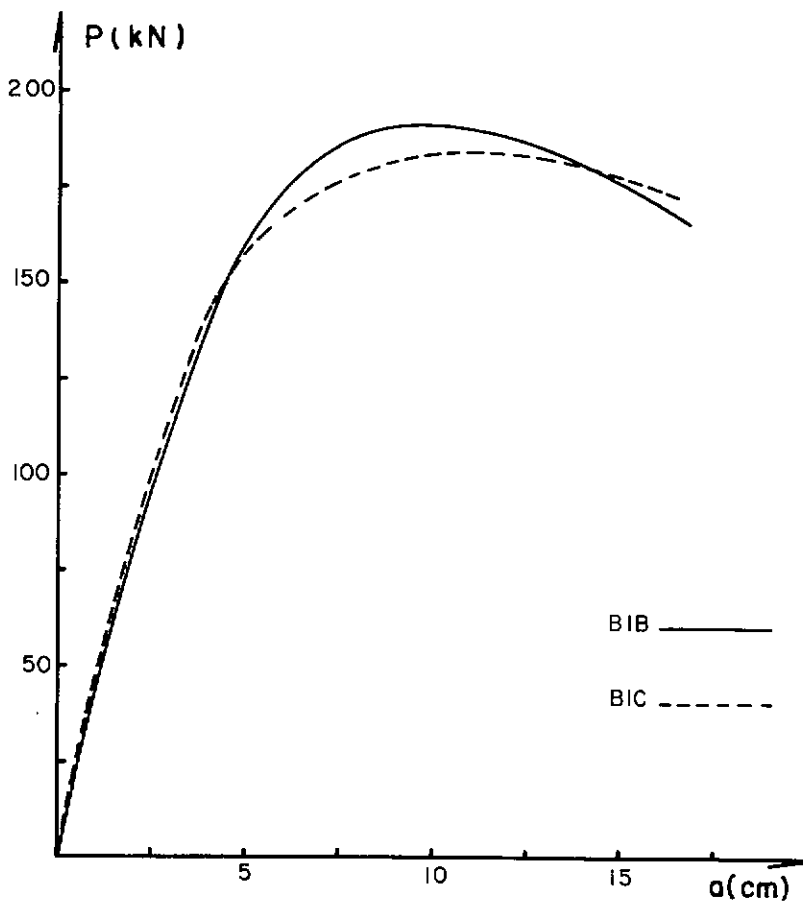


Fig. 4.3 - Diagrama carga-deslocamento horizontal dos modelos B1B e B1C

4.1.3 - Relação Entre Carga e Rotação de Apoio

Nas figuras 4.4 a 4.6 são apresentados os diagramas carga-rotação de apoio (relativa ao apoio do pilar menos comprimido) para todos os modelos ensaiados.

Na medição da rotação de apoio foram empregados dois clinômetros fixos no eixo de rotação da rótula de apoio (ver figura 4.8). Foi utilizado o valor médio da rotação observada nos dois clinômetros.

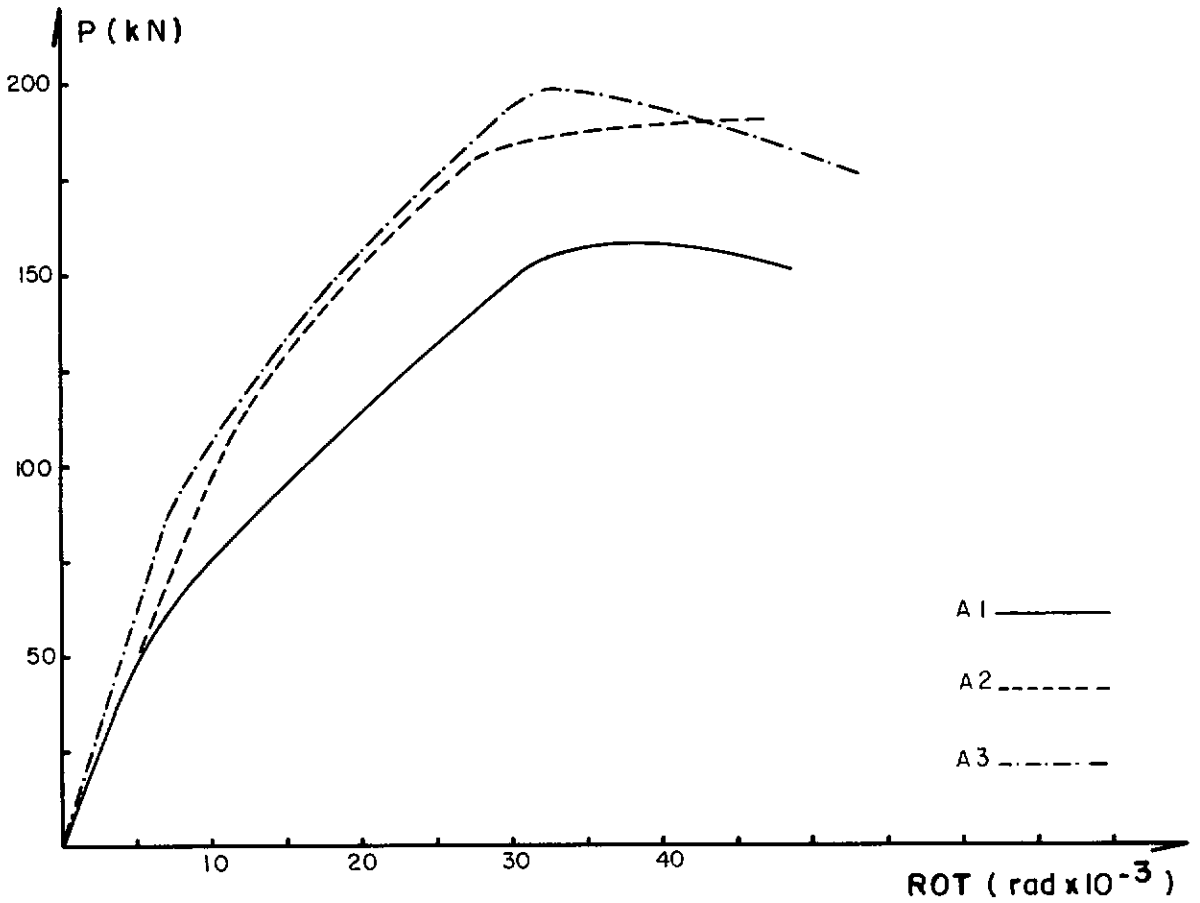


Fig. 4.4 - Diagramas carga-rotação de apoio dos modelos da série

A

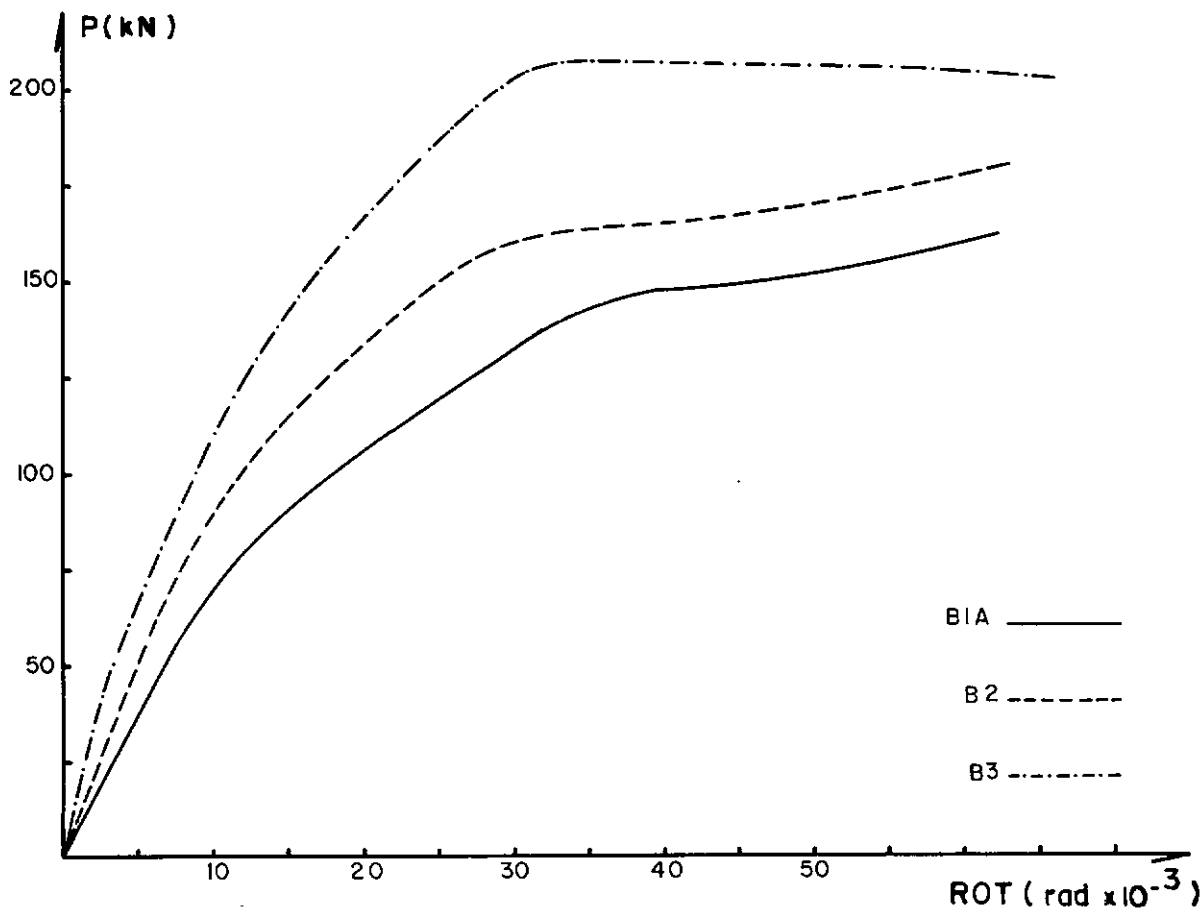


Fig. 4.5 - Diagrama carga-rotação de apoio dos modelos B1A, B2 e B3

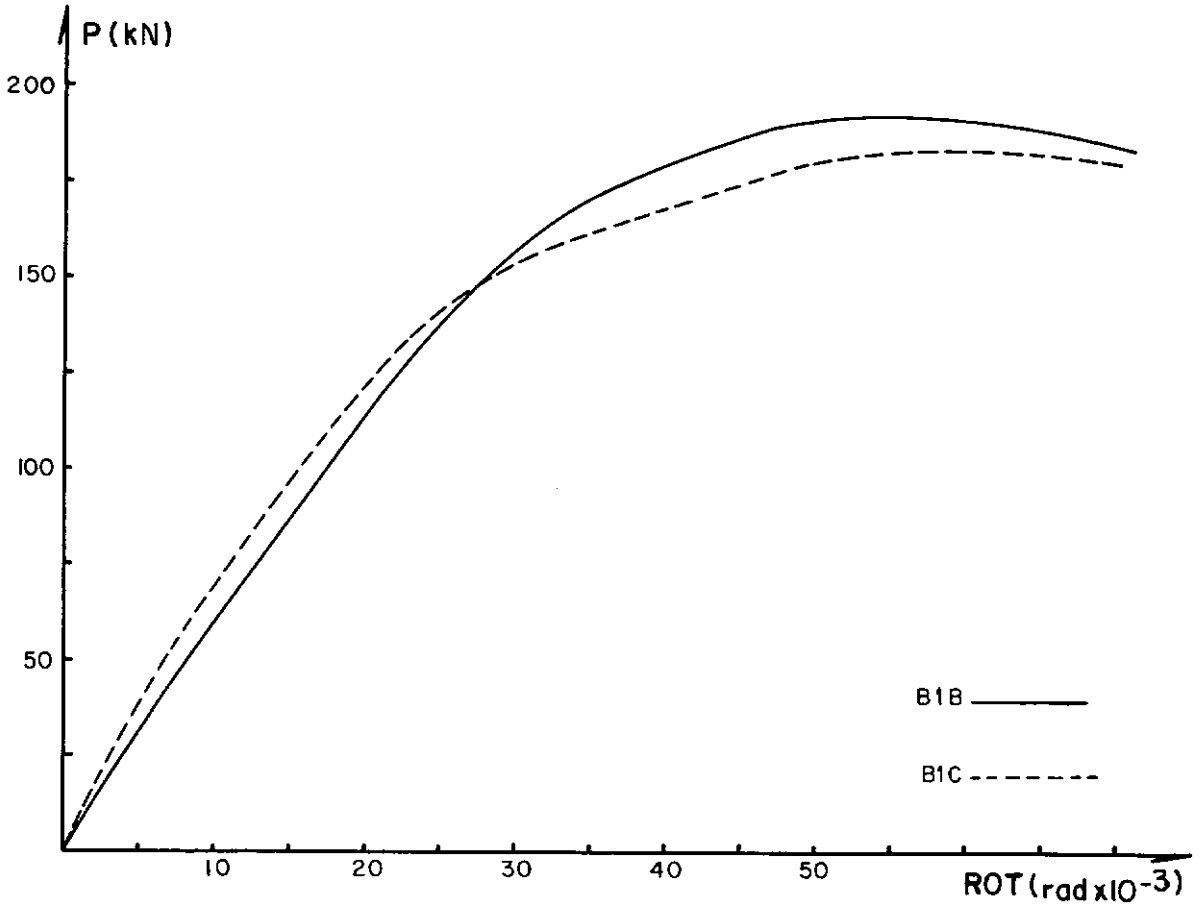


Fig. 4.6 - Diagrama carga-rotação de apoio dos modelos B1B e B1C

É de se frisar que nos modelos B1A, B2 e B3 as medições não foram realizadas até o final dos respectivos ensaios (só o foram até a carga máxima), pois os clinômetros foram retirados antes, para evitar eventuais danos nos mesmos.

4.1.4 - Deformação Específica do Concreto

As deformações específicas do concreto foram obtidas em três seções distintas, duas situadas no pilar mais comprimido e a terceira no outro pilar. Para cada seção foram lidas deformações em duas faces. A localização e identificação das seções, com as respectivas posições onde foram medidas as deformações específicas, acham-se indicadas na figura 4.7.

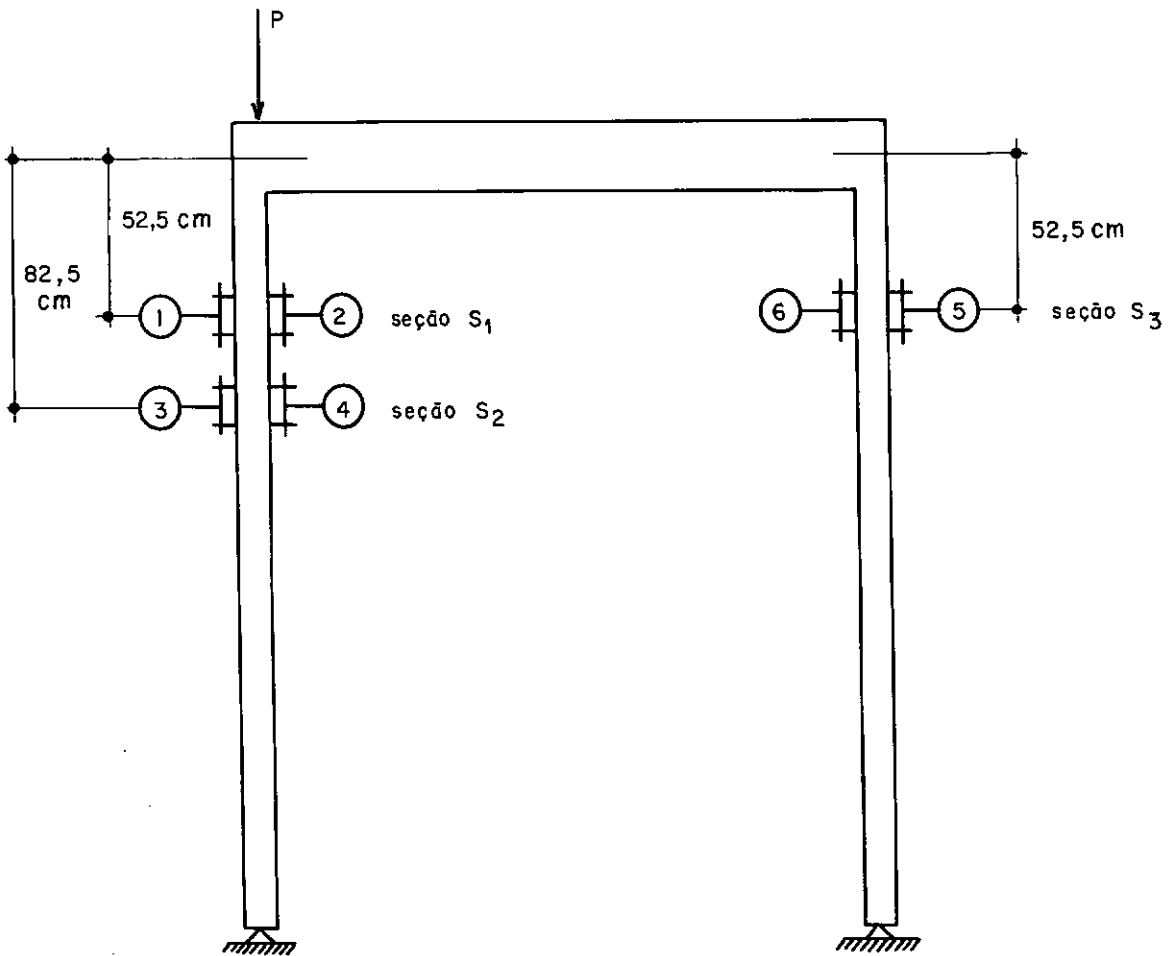


Fig. 4.7 - Localização e identificação das seções com as posições onde foram medidas as deformações específicas do concreto

Nas figuras 4.8 a 4.13 são apresentados os diagramas carga-deformação do concreto dos modelos da série A. Nas figuras 4.14 a 4.19 estão os diagramas carga-deformação do concreto correspondentes aos modelos B1A, B2 e B3. Não foram efetuadas medidas de deformação do concreto nos modelos B1B e B1C.

São apresentados, a seguir, os diagramas carga-deformação do concreto para as duas posições de leitura de cada seção, começando pelas seções do pilar com maior esforço normal (S_1 e S_2) passando, a seguir, para a seção S_3 , no outro pilar.

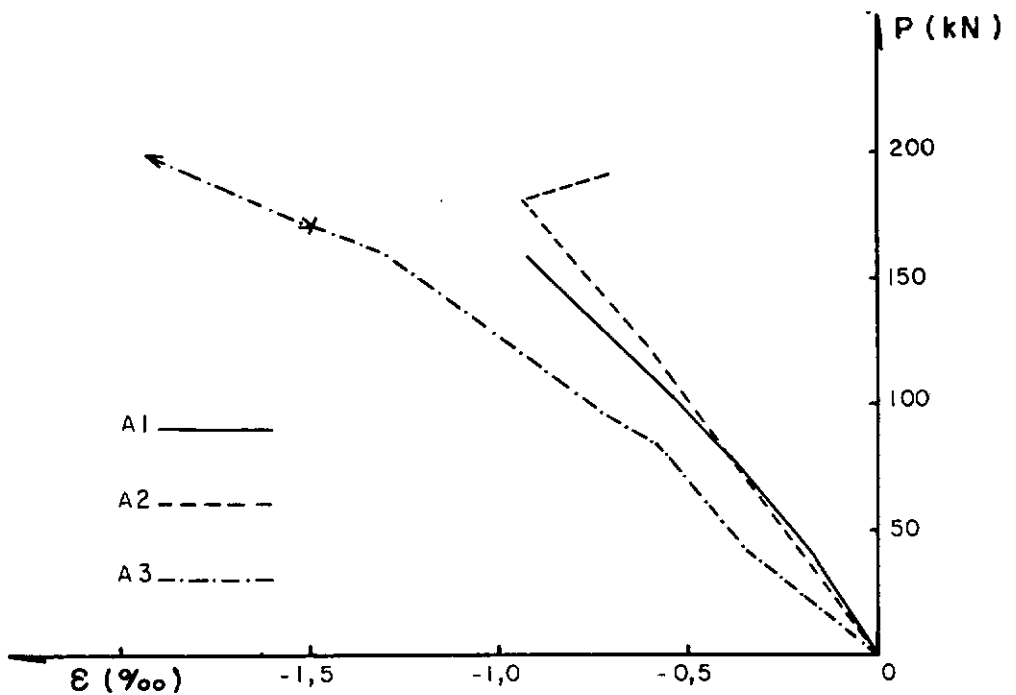


Fig. 4.8 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 1 dos modelos da série A

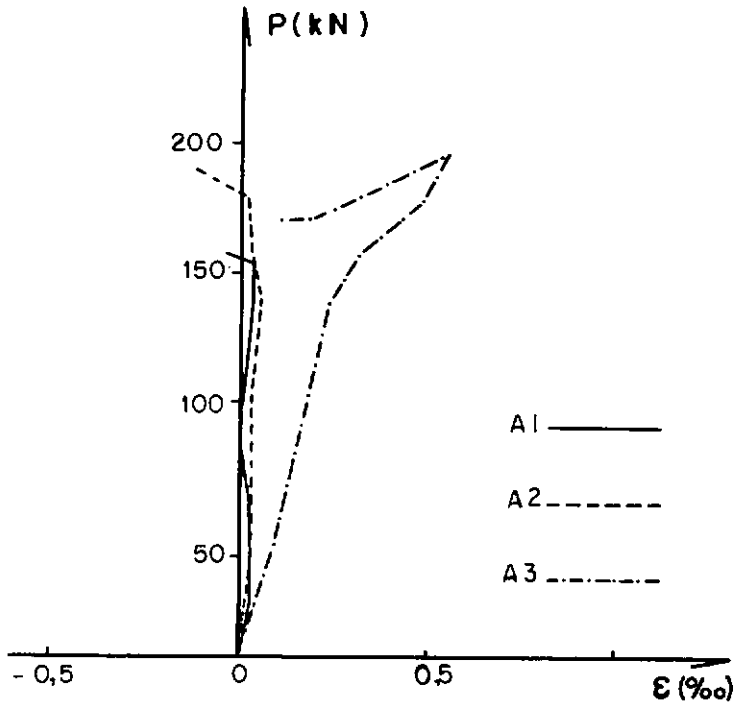


Fig. 4.9 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 2 dos modelos da série A

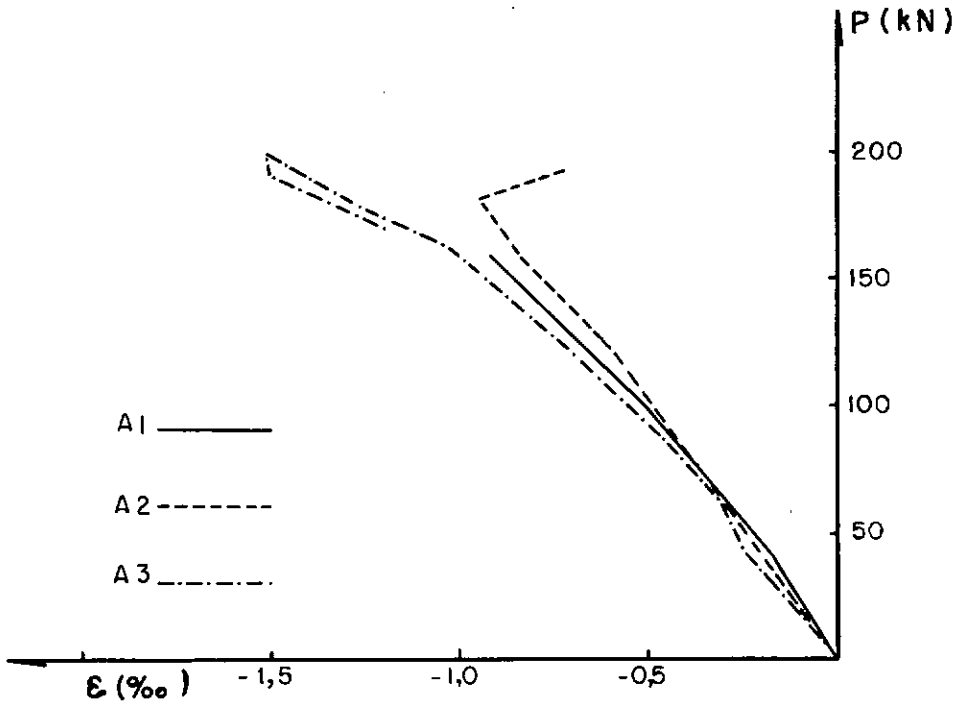


Fig. 4.10 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 3 dos modelos da série A

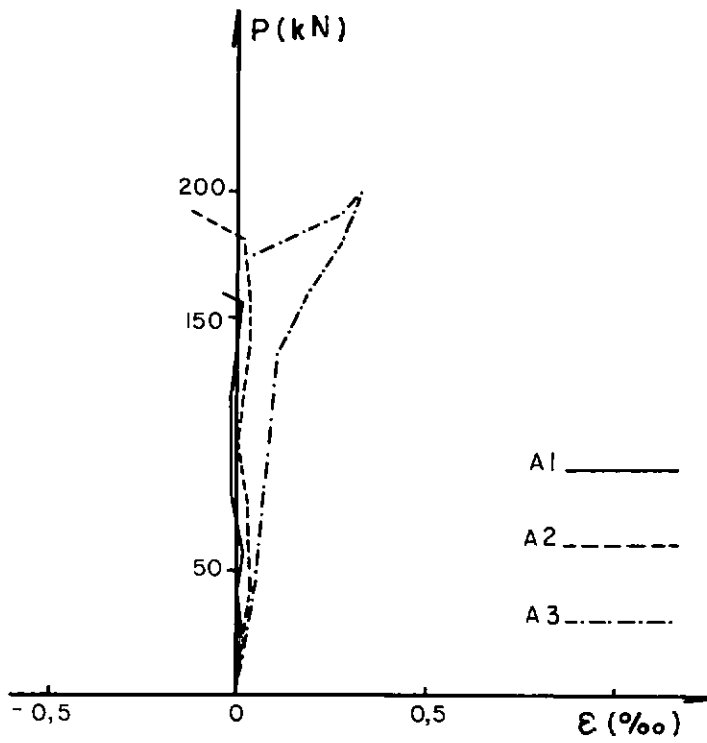


Fig. 4.11 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 4 dos modelos da série A

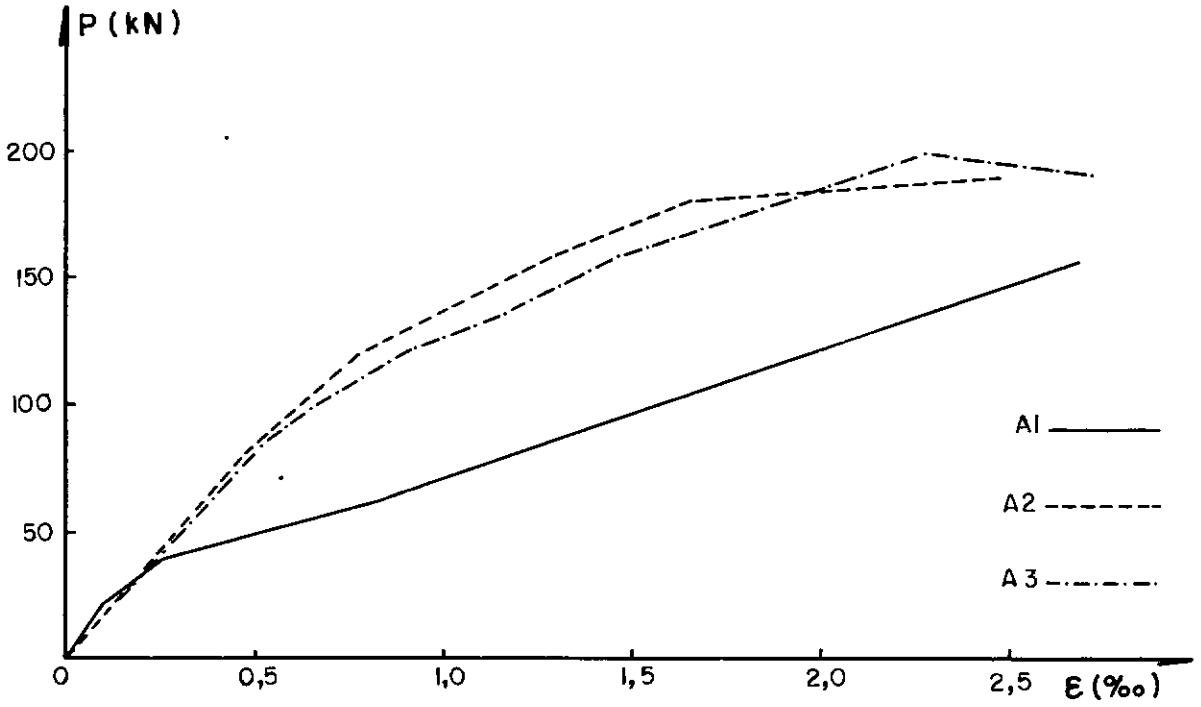


Fig. 4.12 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 5 dos modelos da série A

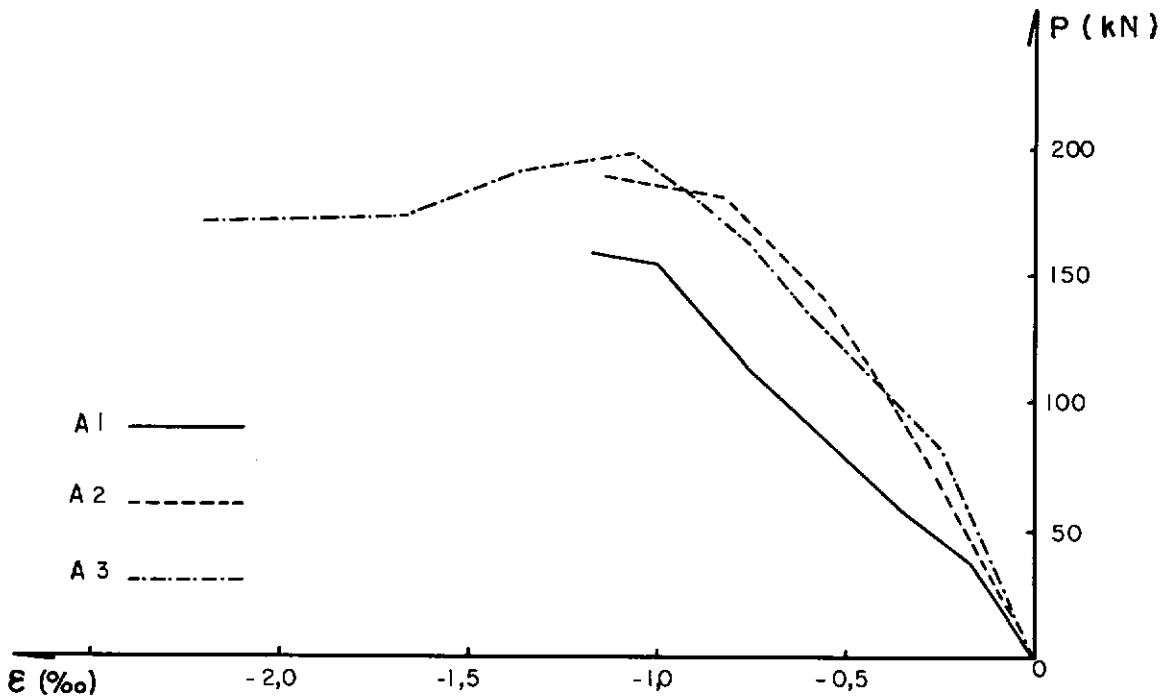


Fig. 4.13 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 6 dos modelos da série A

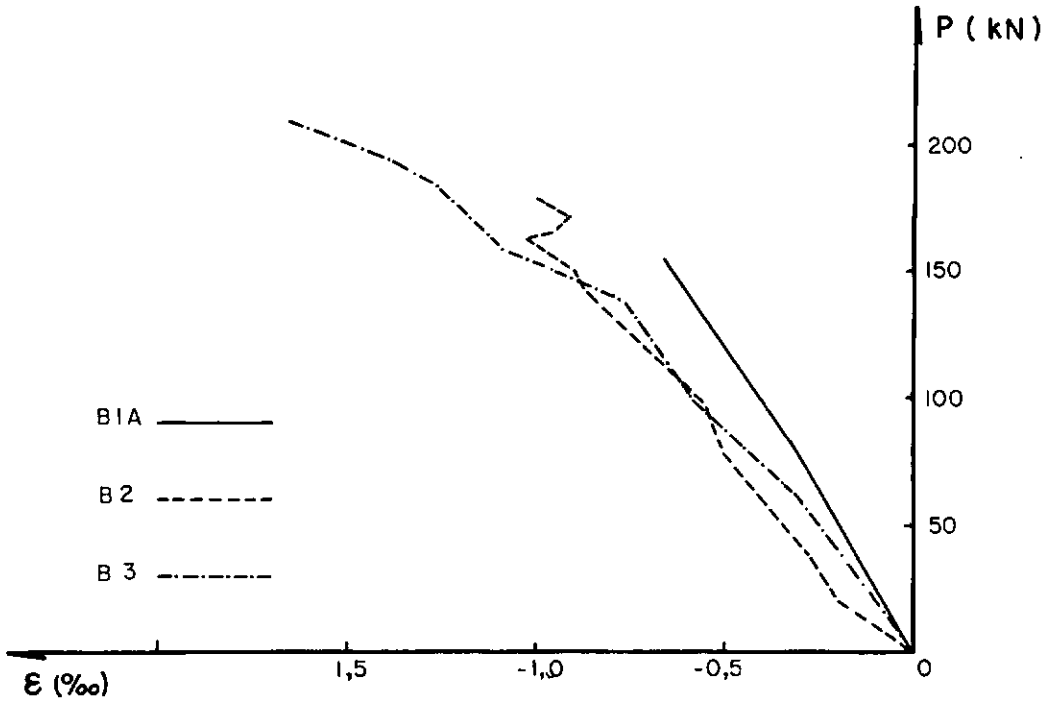


Fig. 4.14 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 1 dos modelos da série B

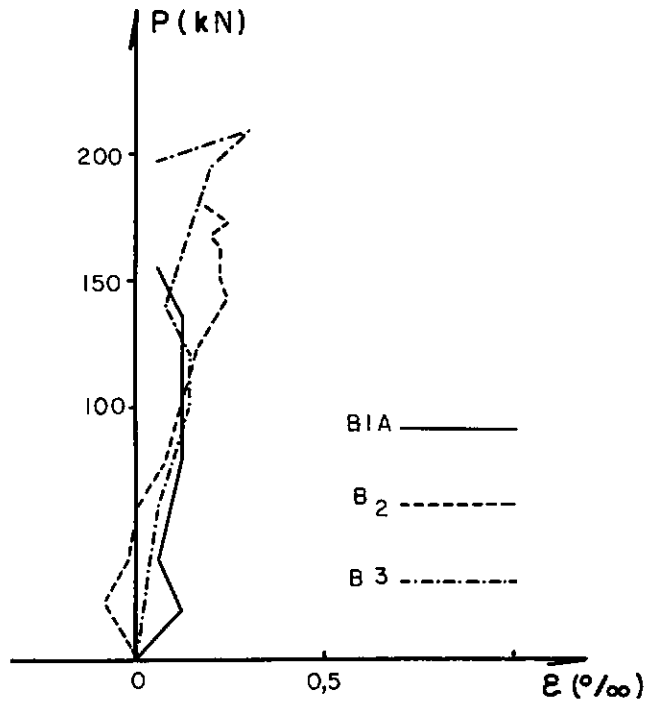


Fig. 4.15 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 2 dos modelos da série B

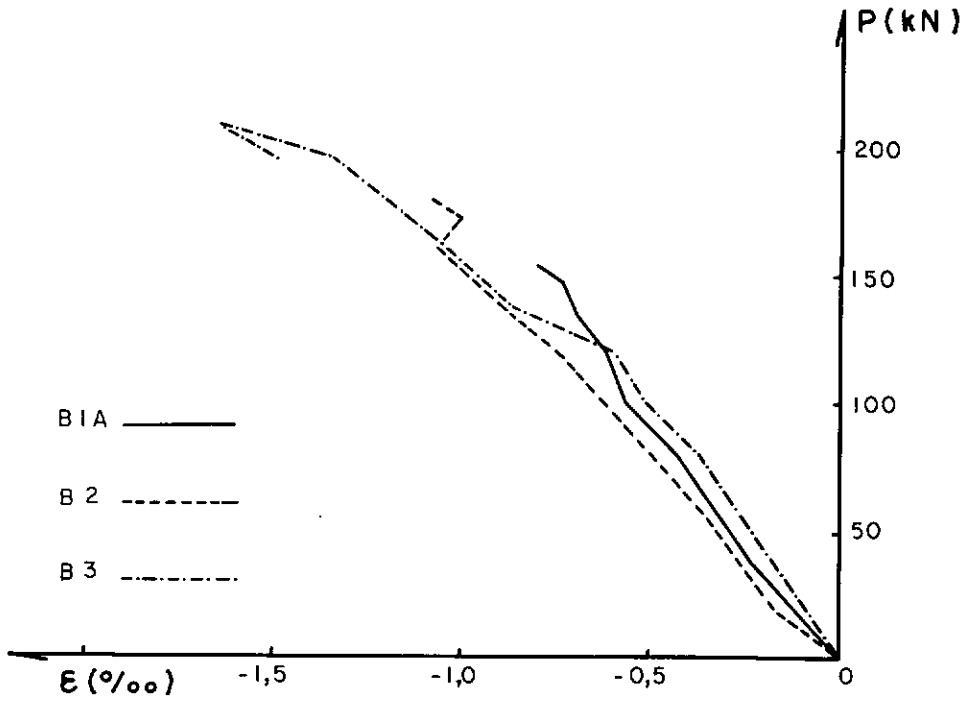


Fig. 4.16 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 3 dos modelos da série B

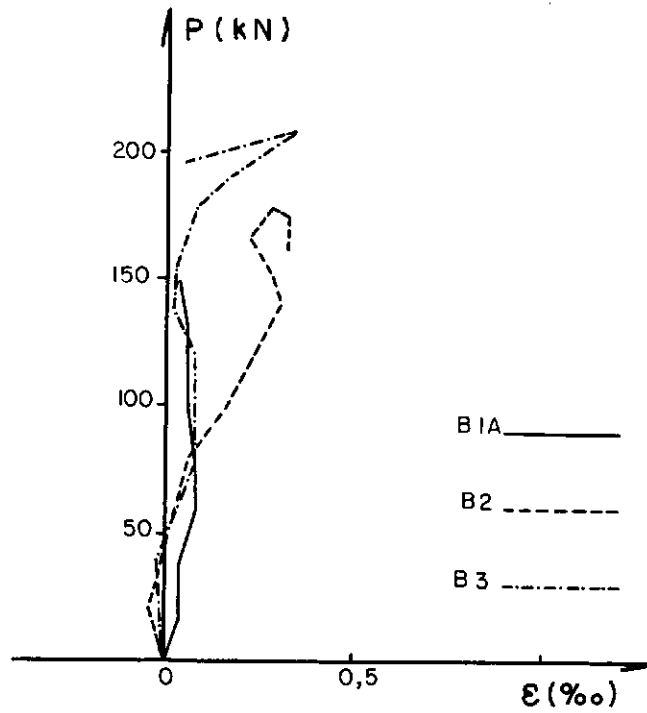


Fig. 4.17 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 4 dos modelos da série B

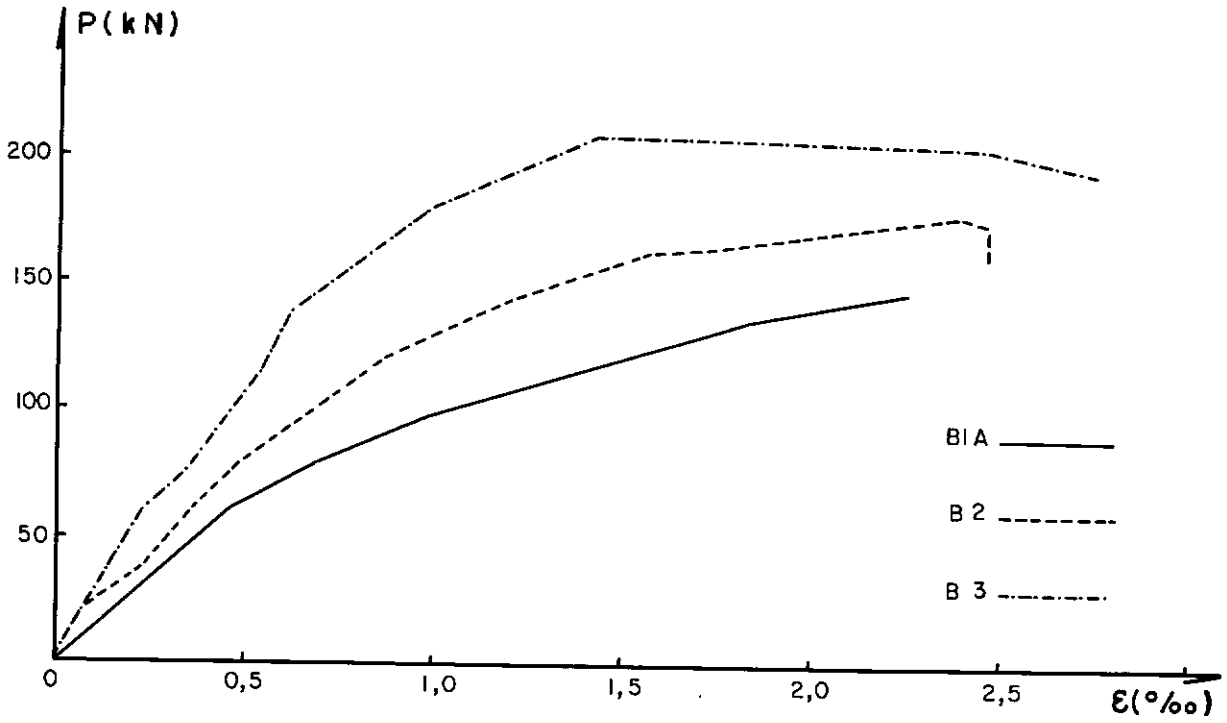


Fig. 4.18 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 5 dos modelos da série B

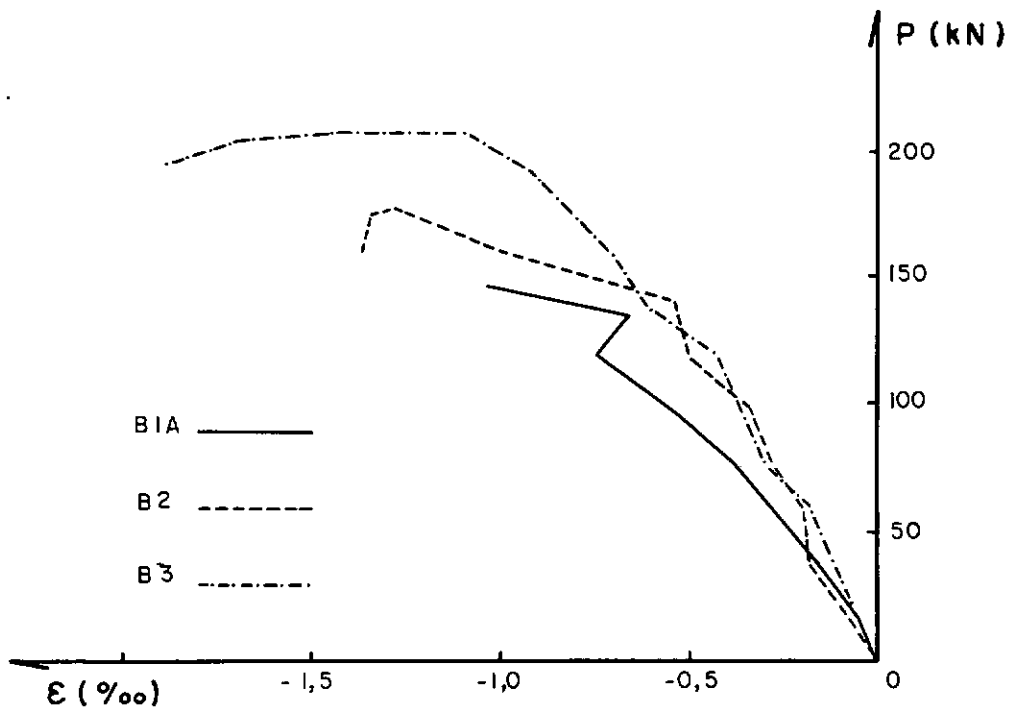


Fig. 4.19 - Diagrama carga-deformação do concreto para a posição 6 dos modelos da série B

Ressalte-se que nos modelos A1, A2 e B1A as medições não foram realizadas até o final dos respectivos ensaios (só o foram até a carga máxima). Isto se justifica pelo fato de que as leituras demandaram um certo período de tempo para serem efetuadas e, por problemas de aquecimento no sistema hidráulico da máquina de ensaio, o intervalo entre as etapas de carga, nesses ensaios, teve que ser reduzido.

4.1.5 - Deformação Específica das Armaduras

As deformações específicas do aço foram obtidas em cinco posições distintas, nas mesmas seções onde foram medidas as deformações do concreto, conforme é indicado na figura 4.20.

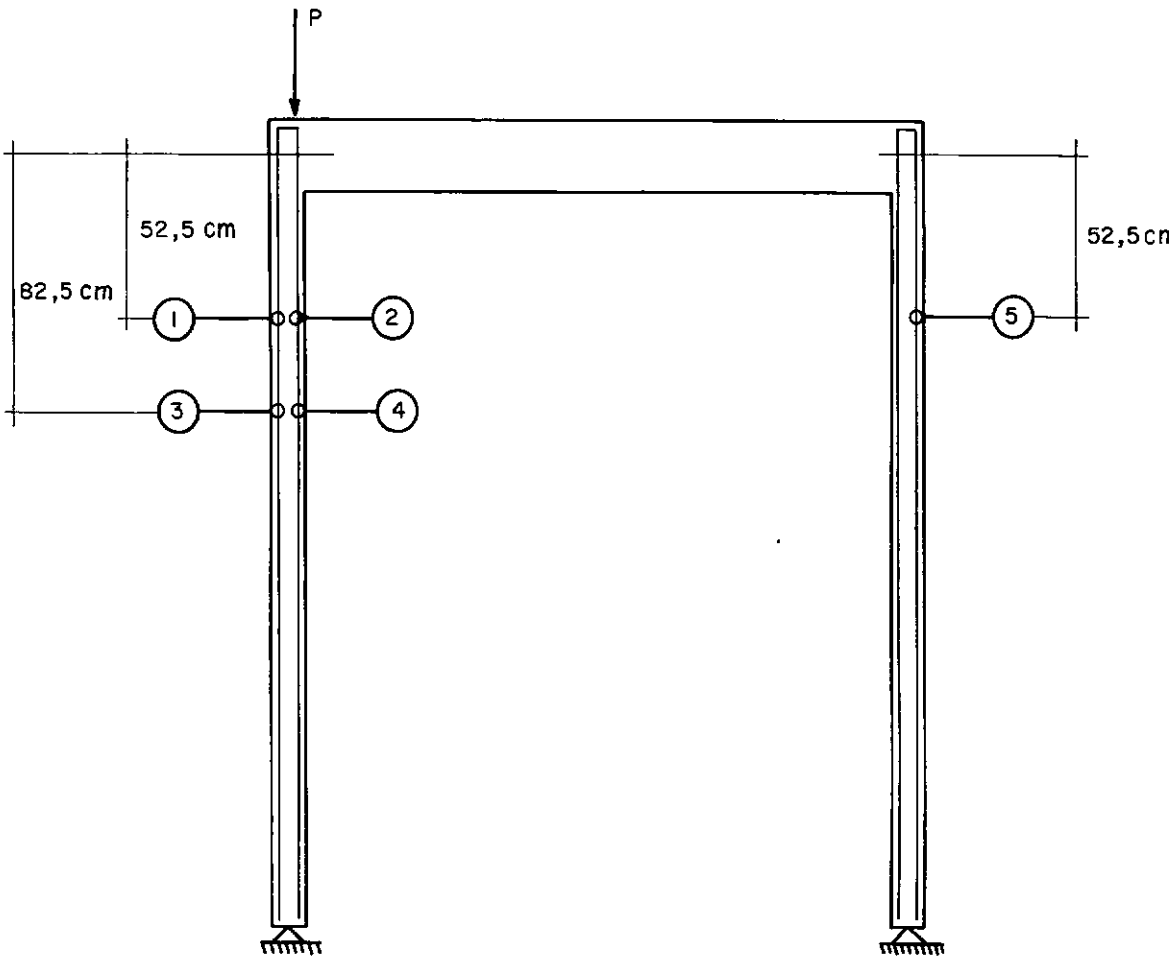


Fig. 4.20 - Posição e identificação dos pontos onde foram medidas deformações específicas nas armaduras

Nas figuras 4.21 a 4.23 são apresentados os diagramas carga-deformação específica dos modelos da série A. Nas figuras 4.24 a 4.26 estão os diagramas dos modelos da série B. Nos modelos B1B e B1C as armaduras não foram instrumentadas.

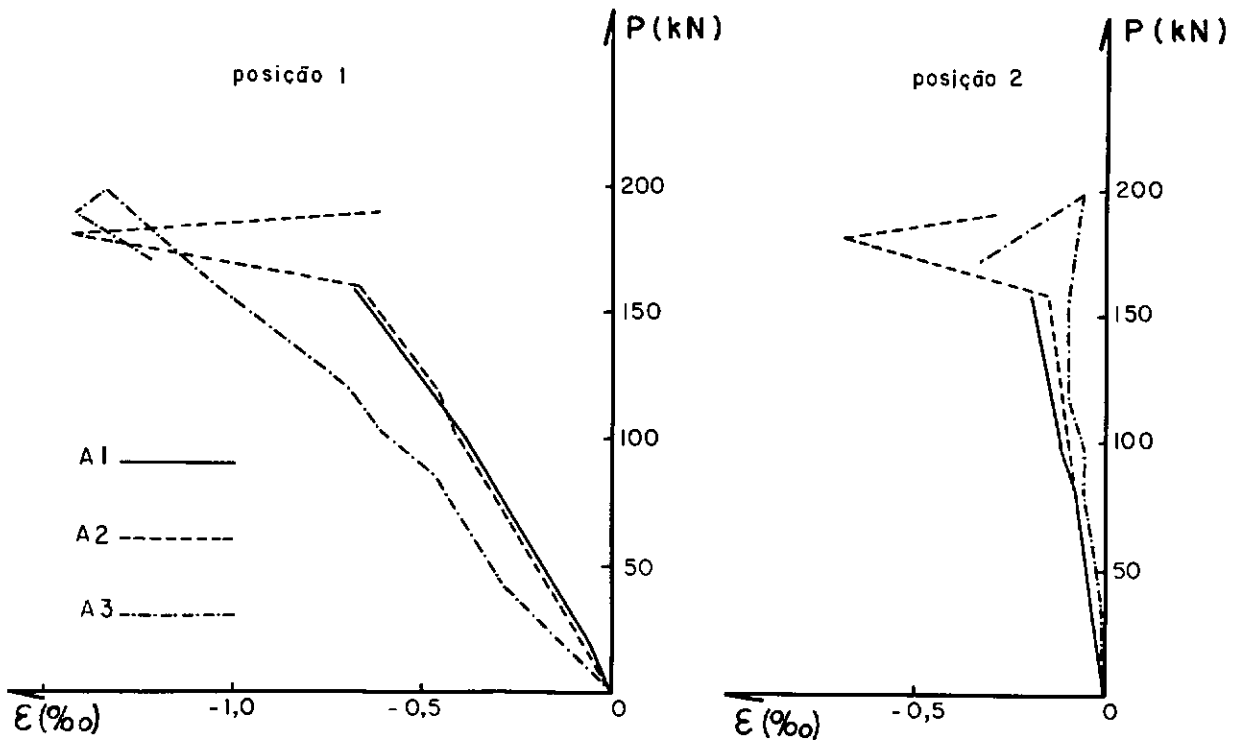


Fig. 4.21 - Deformação das armaduras nas posições 1 e 2 dos modelos da série A

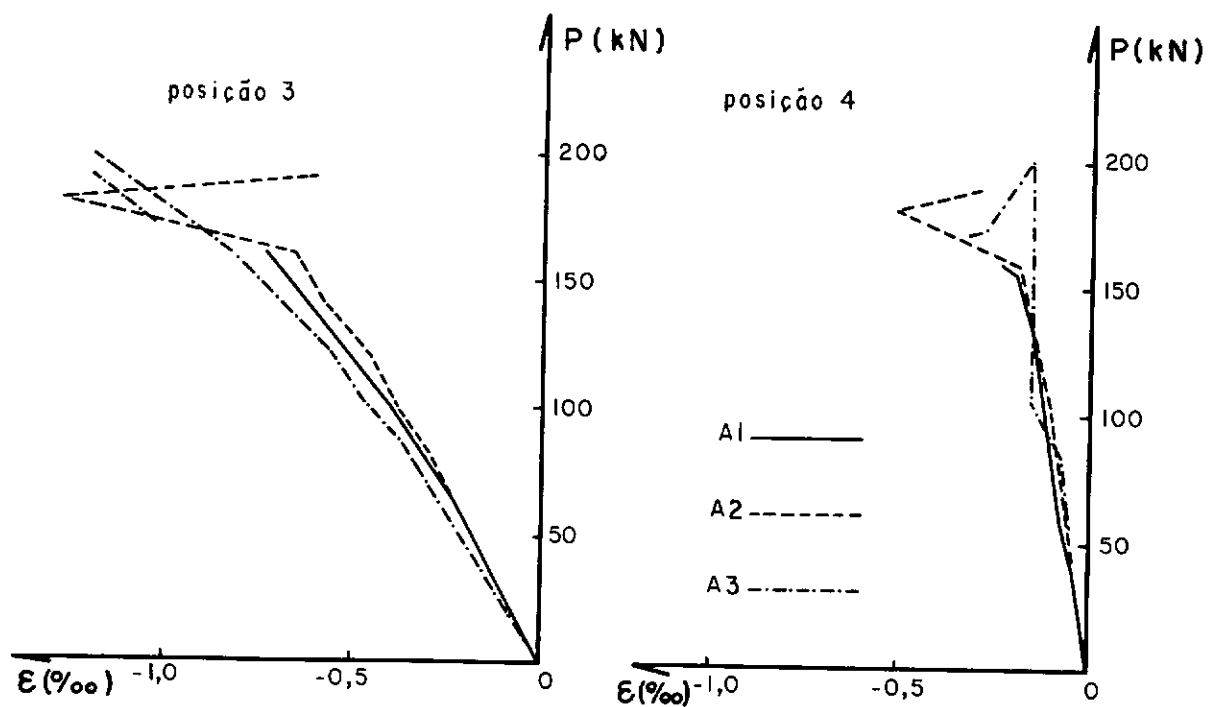


Fig. 4.22 - Deformação das armaduras nas posições 3 e 4 dos modelos da série A

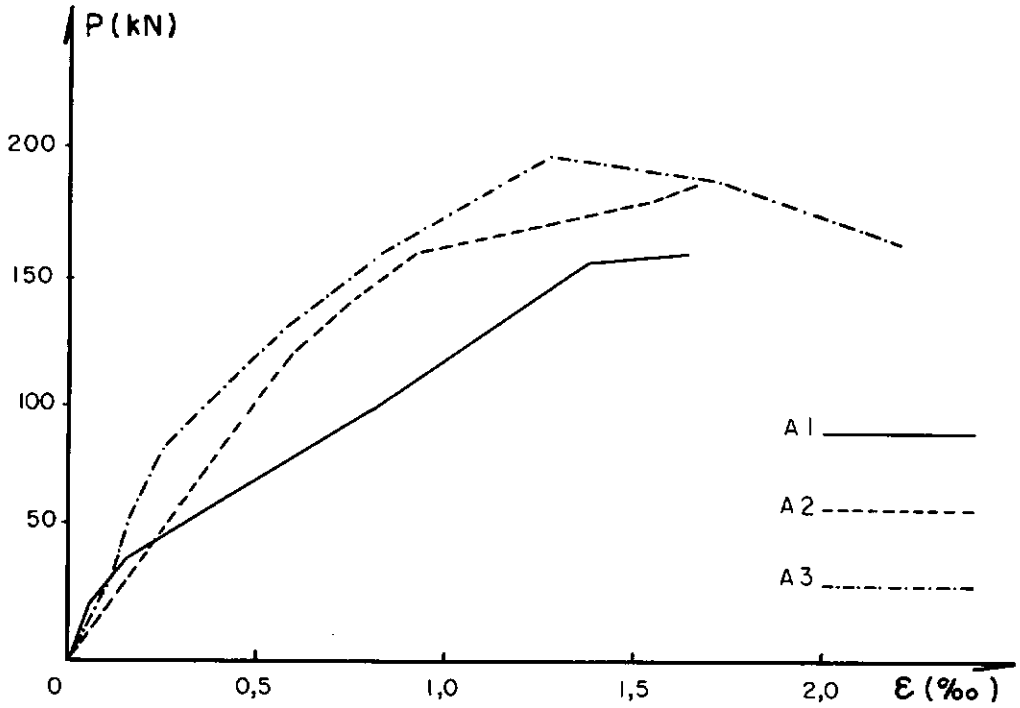


Fig. 4.23 - Deformação das armaduras na posição 5 dos modelos da série A

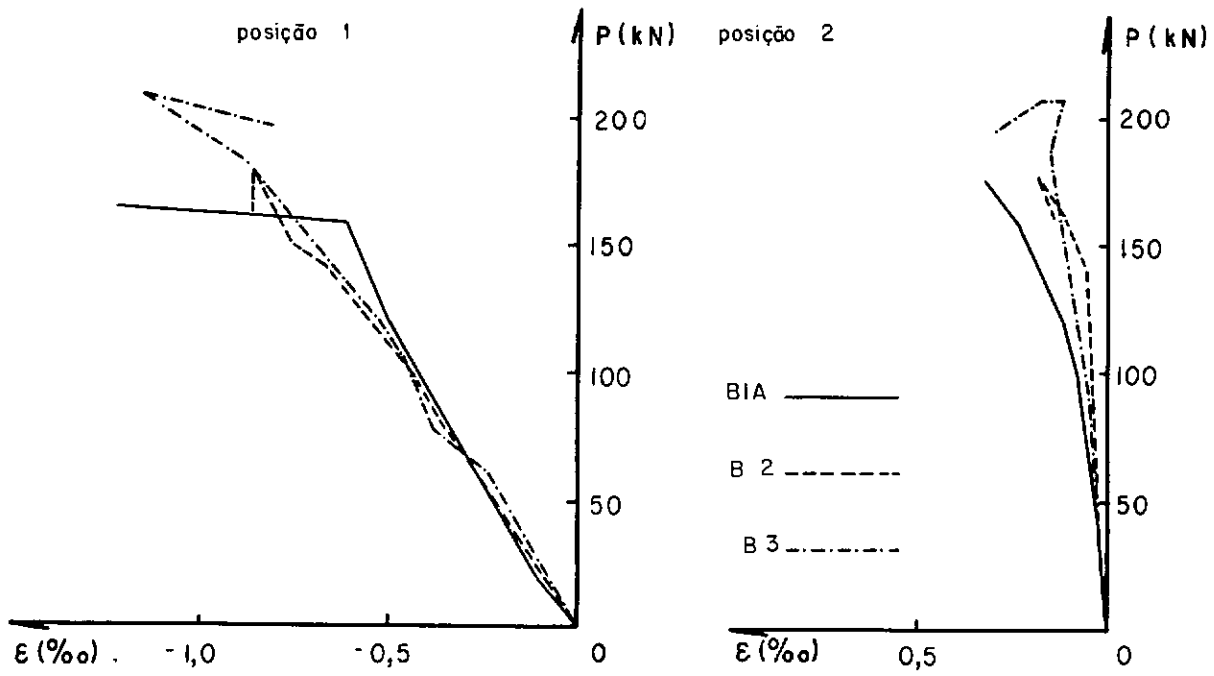


Fig. 4.24 - Deformação das armaduras nas posições 1 e 2 dos modelos da série B

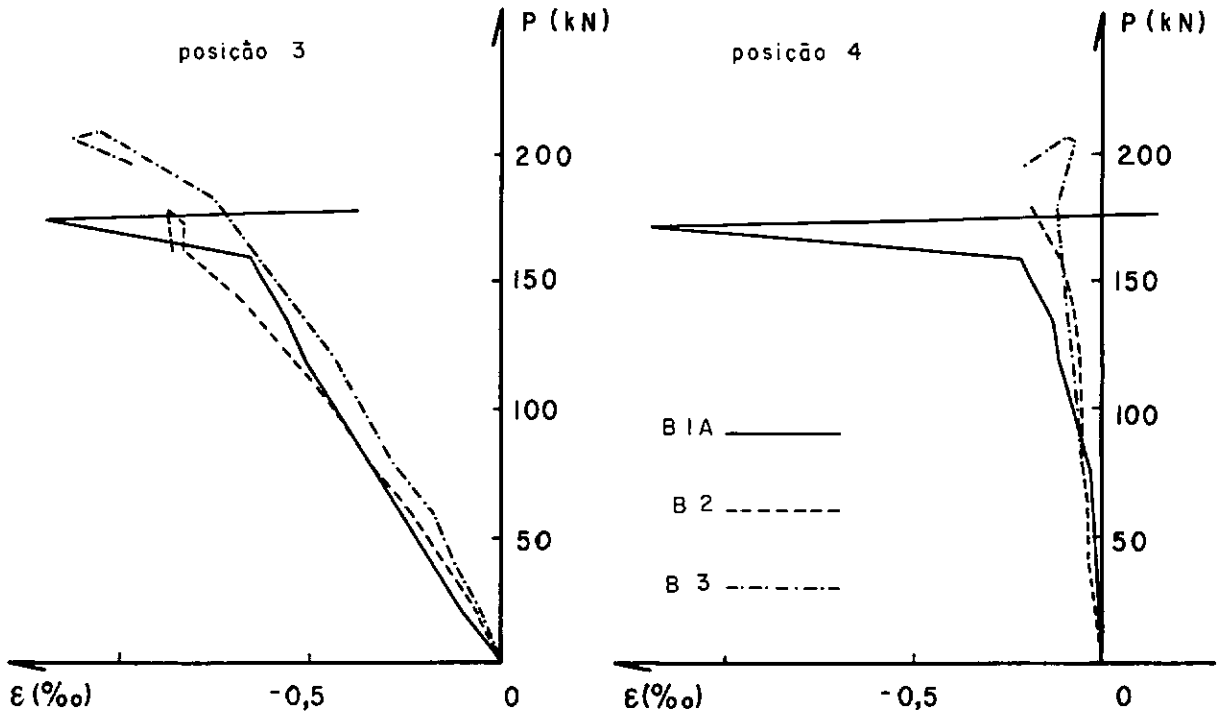


Fig. 4.25 - Deformação das armaduras nas posições 3 e 4 dos modelos da série B

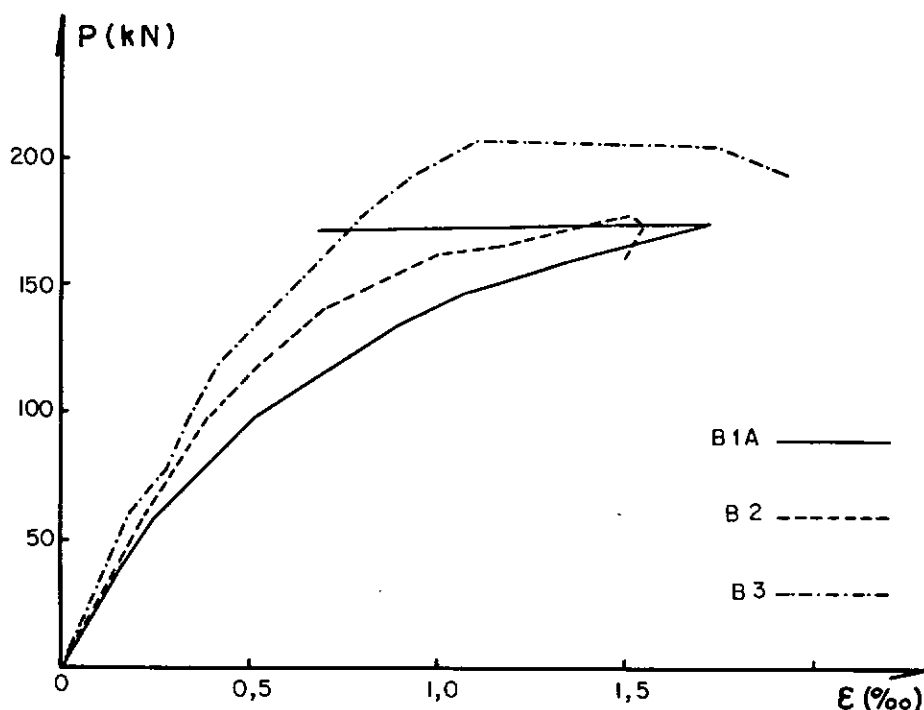


Fig. 4.26 - Deformação das armaduras na posição 5 dos modelos da série B

Tal como no caso das medições de deformação específica do concreto, e pelo mesmo motivo, para os modelos A1, A2 e B1A não foram realizadas medidas de deformação específica do aço até o final dos respectivos ensaios.

4.1.6 - Reações de Apoio

Possivelmente, devido ao aparecimento, durante os ensaios, de deformações no "load-cell", diferentes das impostas quando de sua calibração, não se conseguiu determinar um valor realístico para a reação no apoio correspondente ao pilar mais

comprimido, ficando os resultados bastante afastados dos valores prováveis.

4.2 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.2.1 - Comportamento dos Modelos

No que diz respeito à carga máxima pode-se observar (quadro 4.1) que dentro de uma mesma série, com exceção dos modelos B1B e B1C (os quais possuem resistência do concreto, taxa e distribuição de armaduras e tipo de aço empregado nas armaduras longitudinais e de canto diferentes do modelo B1A), a carga máxima aumentou com o crescimento da altura da viga.

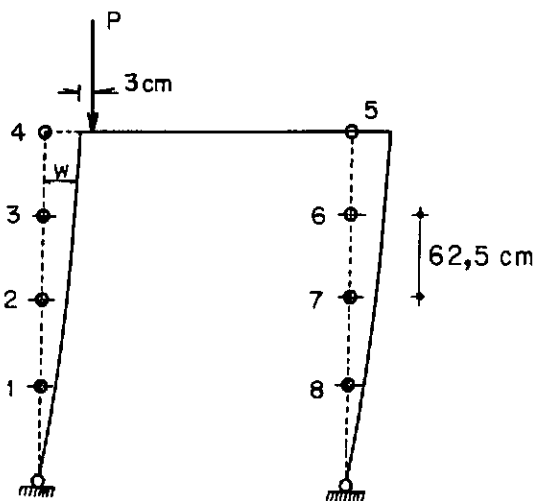
Quanto ao deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, o quadro 4.1 também indica que, em uma mesma série (excluindo da análise os modelos B1B e B1C), os pórticos com viga de menor altura apresentaram maiores deslocamentos. Para uma mesma altura de viga, os modelos da série B (da mesma forma, excluindo da análise os modelos B1B e B1C) apresentaram maiores deslocamentos que os da série A.

Como se pode depreender das figuras 4.1 a 4.3, as curvas carga (P) - deslocamento horizontal (α) relativas a todos os modelos ensaiados, realmente caracterizaram a ocorrência do fenômeno de flambagem, uma vez que apresentam um ponto de tangente horizontal. O ramo descendente das curvas pôde ser obtido face à utilização, nos ensaios, de um procedimento de con-

trole de deslocamento dos pistons dos cilindros de carga.

Também, através dos diagramas carga (P) - rotação de apoio, das figuras 4.4 a 4.6, pode-se chegar à mesma conclusão. Para alguns modelos não se obteve o ramo descendente no diagrama carga-rotação de apoio, pois, como frisado anteriormente, os clinômetros foram retirados antes do fim do ensaio, para evitar danos, caso ocorresse uma ruptura brusca.

Como mencionado no item 2.1, os modelos B1B e B1C foram confeccionados, basicamente, visando avaliar a influência de imperfeições iniciais, principalmente no valor da carga máxima. Uma avaliação da geometria inicial dos referidos modelos foi, inclusive, realizada, sendo que as medições efetuadas acham-se detalhadas na figura 4.27.



PONTO	W - (cm)	
	B1B	B1C
1	0,6	0,2
2	1,5	0,5
3	2,2	0,6
4	3,0	0,7
5	2,3	0,4
6	1,7	0,2
7	1,0	0,1
8	0,5	0,05

Fig. 4.27 - Geometria inicial dos pórticos B1B e B1C

No que se refere ao modelo BlB, os valores de W correspondem a uma terceira leitura da geometria inicial, pois, por duas vezes, houve um descarregamento total do pórtico (aproximadamente na metade da carga máxima), face a problemas técnicos na máquina de ensaio.

Os valores de W da primeira leitura foram consideravelmente menores (por exemplo, no ponto 4, $W = 1,3$ cm).

Conforme se pode observar nas figuras 4.3 e 4.6 as imperfeições iniciais não afetaram, sensivelmente, nem o valor da carga máxima nem o comportamento desses modelos durante o ensaio.

4.2.2 - Comparação Entre as Curvas Carga-Deslocamento Horizontal de Ensaio com as Fornecidas por Programa Automático

Com base nos resultados teóricos fornecidos pelo computador, através do programa PORBE ¹⁰, para análise não-linear de pórticos planos de concreto armado e protendido, foram traçadas curvas relacionando a carga e o deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento, para todos os modelos ensaiados. As figuras 4.28 a 4.30 mostram essas curvas, em conjunto com as obtidas de ensaio, para os modelos da série A.

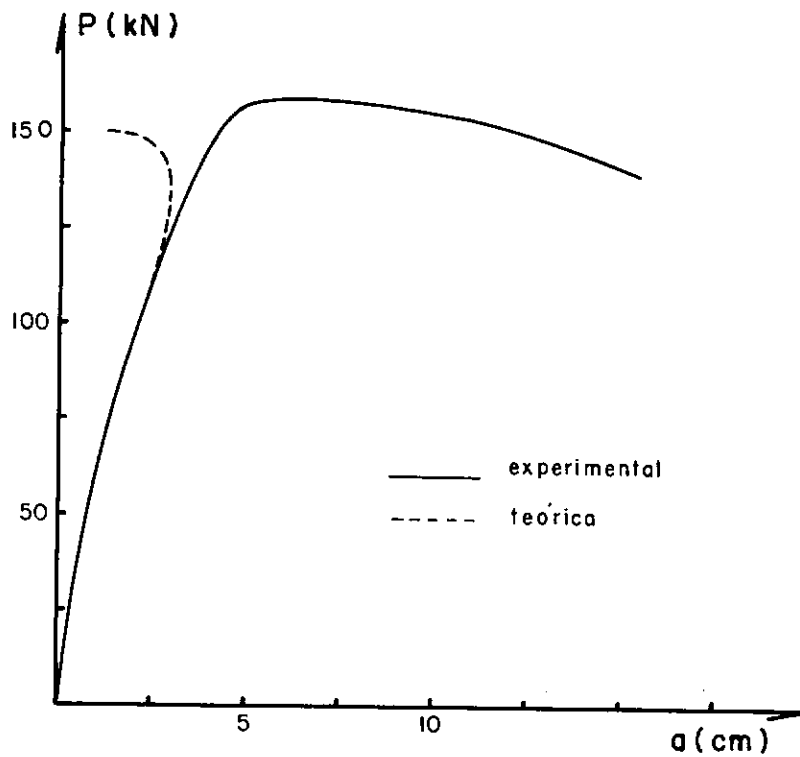


Fig. 4.28 - Diagrama carga (P) - deslocamento horizontal (a) do modelo A1

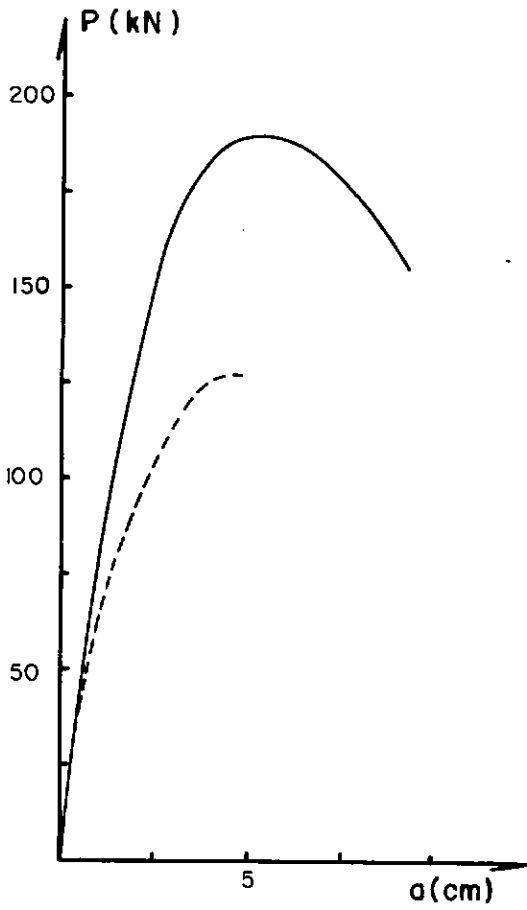


Fig. 4.29

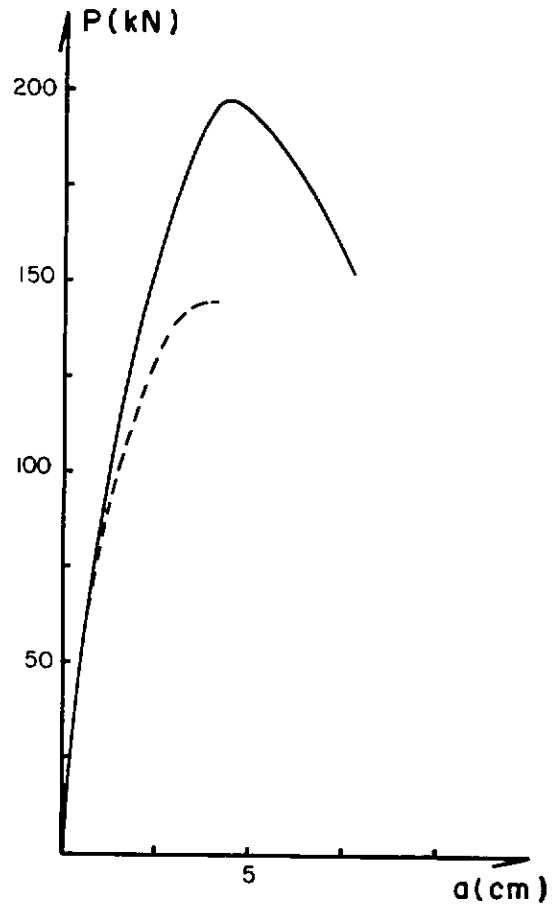


Fig. 4.30

Fig. 4.29 - Diagrama carga (P) - deslocamento horizontal (a) do modelo A2

Fig. 4.30 - Diagrama carga (P) - deslocamento horizontal (a) do modelo A3.

Nas figuras 4.31 a 4.33 são mostradas as curvas teóricas e experimentais para os modelos da série B (com exceção dos modelos B1B e B1C).

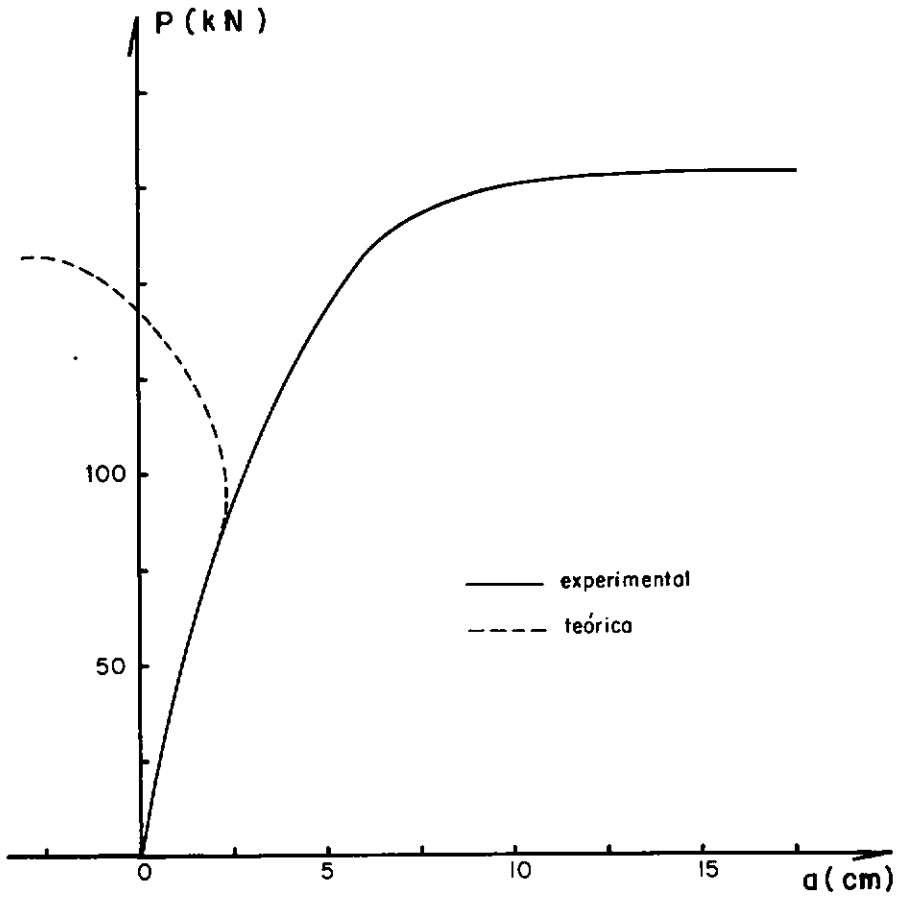


Fig. 4.31 - Diagrama carga (P) - deslocamento horizontal (a) do modelo B1A

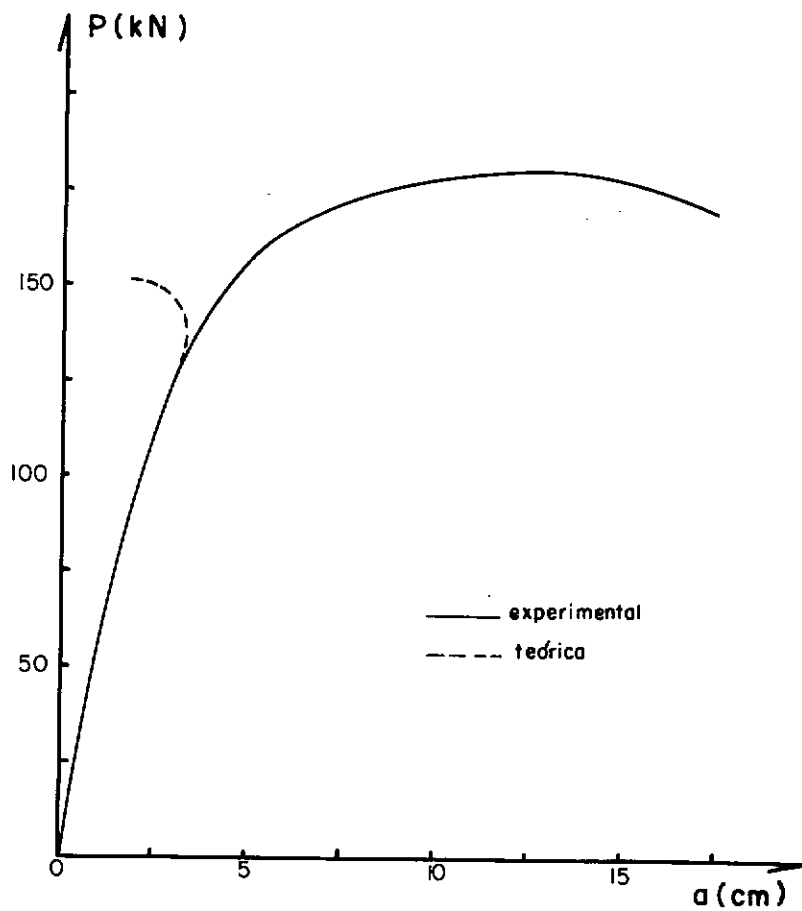


Fig. 4.32 - Diagrama carga (P) - deslocamento horizontal (a) do modelo B2

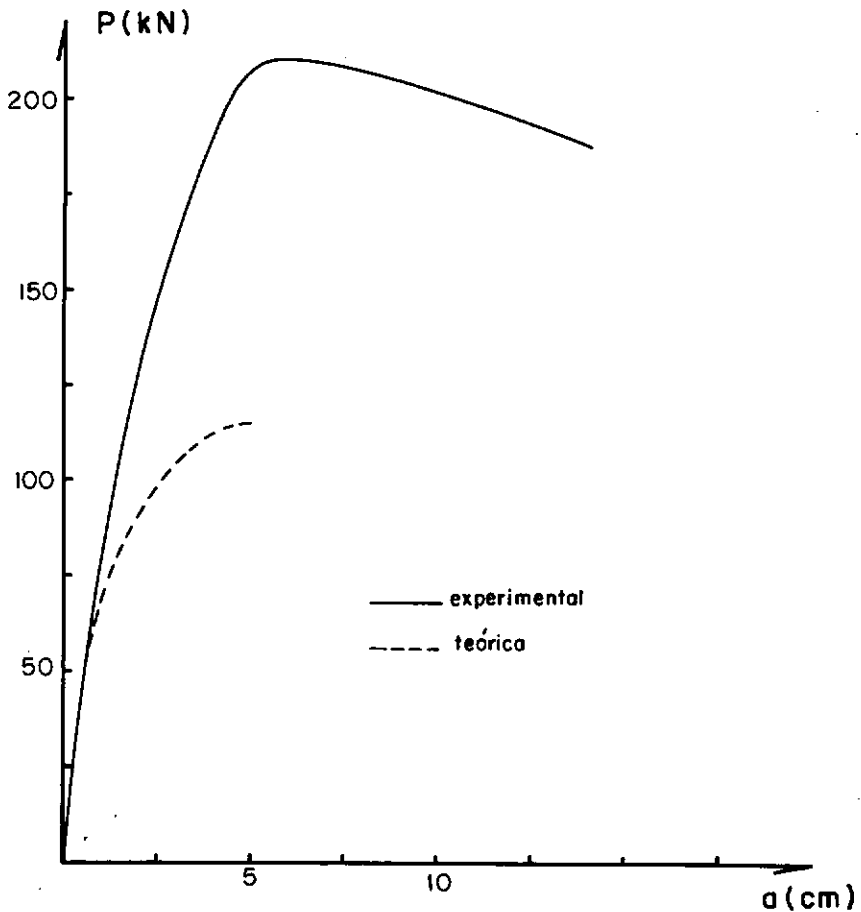


Fig. 4.33 - Diagrama carga (P) - deslocamento horizontal (a) do modelo B3

O sistema de carga empregado (ver figura 3.1) resulta no aparecimento de uma componente horizontal da carga aplicada, cuja intensidade, ao longo das diversas etapas de ensaio, é função do deslocamento horizontal, a , do pórtico. Em todos os casos, essa componente, inicialmente com o sentido que se pode depreender da figura 3.1, tem seu sentido invertido no decorrer dos ensaios.

No que se refere ao programa automático PORBE, o mesmo não reproduz o ramo descendente das curvas P-a, uma vez que trabalha por controle de cargas, (impõem-se cargas e obtêm-se deslocamentos como resposta) e não de deslocamentos. A componente horizontal da carga aplicada é simulada no programa, etapa por etapa, a partir dos valores retirados de ensaio.

Ao serem analisados os resultados teóricos e experimentais verifica-se que, até um determinado valor do carregamento, os resultados são praticamente idênticos. A partir deste ponto ocorre uma divergência nos resultados, sendo que, em alguns casos, as cargas máximas teórica e experimental estão bastante próximas, mas o deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento sofre uma inversão no seu sentido de crescimento. Em outros casos, os deslocamentos para a carga máxima são aproximadamente iguais, havendo, no entanto, grande divergência no valor dessas cargas.

O quadro 4.9 mostra o valor da carga máxima experimental e teórica de cada modelo, a relação entre estas cargas, bem como os valores teórico e experimental do deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento.

QUADRO 4.9 - Cargas e deslocamentos teóricos e experimentais

MODELO	$P_{m\acute{a}x,e}$ (kN)	$P_{m\acute{a}x,t}$ (kN)	$\frac{P_{m\acute{a}x,e}}{P_{m\acute{a}x,t}}$	a_e (cm)	a_t (cm)
A1	159,5	149,0	1,07	9,9	1,2
A2	190,3	128,0	1,49	5,8	4,7
A3	198,1	144,0	1,38	4,2	3,6
B1A	174,3	157,0	1,11	12,0	-3,0
B1B	191,5	-	-	9,7	-
B1C	184,0	-	-	11,0	-
B2	178,3	152,0	1,17	11,5	1,8
B3	207,6	116,0	1,79	5,2	4,8

Cabe acrescentar que os resultados fornecidos pelo programa PORBE foram confrontados com os indicados pelo programa PORT 1 ⁸, apresentando, ambos os programas, resultados bastante semelhantes.

Pesquisas no sentido de se determinar a razão da divergência entre os resultados teóricos e experimentais estão em andamento, tanto na parte teórica quanto na experimental. Na parte teórica, um novo programa automático foi elaborado, permitindo acomodar grandes rotações, através da mudança de coordenadas nodais, porém sem que se tenham obtido, até então, resultados satisfatórios na tentativa de ajustagem entre os valores teóricos e experimentais. Um outro programa, trabalhando com controle de deslocamento, está também para ser desenvolvido.

Por outro lado, é possível que a própria maneira de simulação do ensaio, pelo programa, esteja sendo realizada de modo insatisfatório. Por exemplo, o sistema de aplicação do carregamento, que resulta no aparecimento da componente horizontal, pode não estar sendo adequadamente reproduzido. Inclusive, em vista disso, uma nova pesquisa está sendo iniciada, na parte experimental, modificando o sistema de carregamento, visando a eliminação da componente horizontal.

4.2.3 - Comparação Entre a Carga de Dimensionamento e as Cargas Máximas de Ensaio

Conforme o item 2.2.3, a carga P utilizada no dimensionamento de todos os modelos foi de 100 kN, e nos ensaios o menor valor de $P_{\text{máx}}$ foi de 160,0 kN e o maior atingiu 210,0 kN. Como se observa, o valor de P , de dimensionamento, é bem inferior à menor carga máxima obtida nos ensaios. Portanto, embora a NB-1 limite a utilização do método aproximado do momento complementar, utilizado no dimensionamento dos pilares, a valores de λ inferiores a 80 (para os modelos λ é sempre superior a este valor), os resultados obtidos demonstram que, mesmo assim, foi subestimada a capacidade portante dos modelos.

4.2.4 - Comparação Entre as Cargas Máximas de Ensaio e as Previstas pelo Método da Coluna Modelo

Para as estruturas ensaiadas, um processo teórico de determinação de carga máxima recomendável, é o corresponden-

te ao emprego do método da coluna modelo melhorado [3, 4, 7].

Utilizando esse método, foi determinado, por tentativas, o maior esforço normal que poderia solicitar o pilar mais comprimido, de modo que o momento de primeira ordem, obtido através de uma análise linear do pórtico (admitindo-se como carga P (ver Figura 2.1), aplicada ao pórtico, em cada tentativa, o próprio valor considerado para o esforço normal nesse pilar), fosse igual ao fornecido pela aplicação do método.

Com a utilização de um programa automático, elaborado a partir do diagrama de blocos publicado em [4], adaptado às calculadoras Hewlett-Packard programáveis, foram determinados, para todos os modelos, o maior esforço normal e os correspondentes momentos totais e de primeira ordem, valores esses que se encontram listados no quadro 4.10, juntamente com o valor máximo experimental.

Vale ressaltar que, no emprego do método da coluna modelo, não foram utilizados coeficientes de segurança, estando os esforços com seu valor real, e as resistências dos materiais com seus valores médios obtidos através de ensaios.

QUADRO 4.10 - Valores experimentais e previstos pelo método da coluna modelo e a relação entre estes valores (N em kN e M em kN.cm)

MODELO	$N_{\text{máx},e}$ $\cong P_{\text{máx},e}$	COLUNA MODELO			$N_{\text{máx},e}$
		$N_{\text{máx},CM}$	$M_{\text{máx},CM}$	$M1_{\text{máx},CM}$	$N_{\text{máx},CM}$
A1	160,0	205,0	402,2	10,0	0,78
A2	190,0	223,0	380,0	7,7	0,85
A3	198,0	255,0	387,6	5,4	0,78
B1A	179,0	170,0	329,7	6,8	1,05
B1B	192,0	175,0	344,7	7,0	1,10
B1C	184,0	172,0	325,0	7,0	1,07
B2	179,0	185,0	311,4	5,3	0,97
B3	210,0	202,0	309,3	3,5	1,04

Tendo em vista os valores da relação $N_{\text{máx},e}/N_{\text{máx},CM}$ encontra-se, para os modelos da série B, uma boa previsão de carga máxima pois os resultados teóricos e experimentais não diferem sensivelmente. Para os modelos da série A, a previsão teórica se afastou um pouco do valor experimental, no sentido contrário à segurança, ocorrendo a flambagem quando a carga atuante nos modelos estava em torno de 80% da prevista pelo método da coluna modelo.

4.2.5 - Deformação nas Seções para a Carga Máxima

Para o carregamento máximo foram destacados, em todas as seções instrumentadas, o maior encurtamento relativo do concreto e o maior alongamento ou menor encurtamento relativo sofrido pelas armaduras.

As seções e posições em que foram medidas as deformações são indicadas nas figuras 4.7 e 4.20 e repetidas, em conjunto, na figura 4.34.

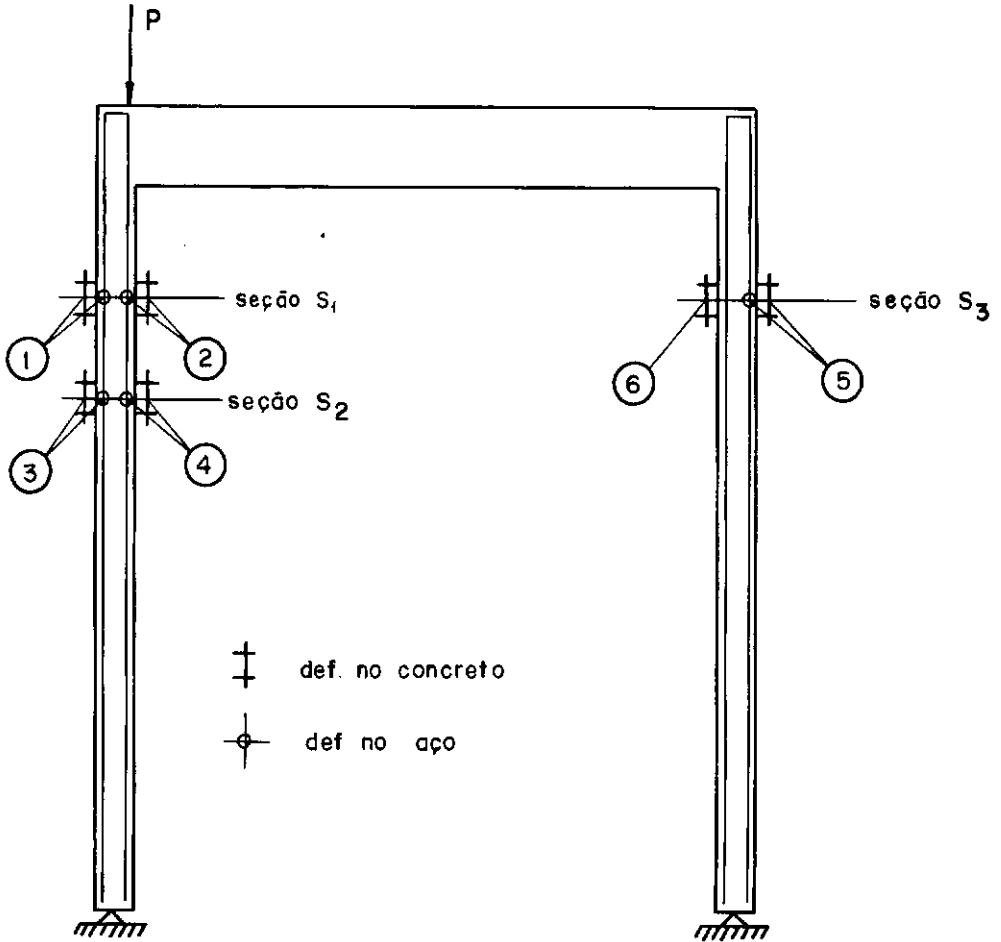


Fig. 4.34 - Seções e posições em que foram medidas as deformações do concreto e do aço

No quadro 4.11 estão indicadas, para as seções instrumentadas, as deformações específicas do aço e do concreto, nas condições já citadas.

QUADRO 4.11 - Resumo das deformações para a carga máxima

MODELO	SEÇÃO S ₁		SEÇÃO S ₂		SEÇÃO S ₃	
	ϵ_c (°/°°)	ϵ_a (°/°°)	ϵ_c (°/°°)	ϵ_a (°/°°)	ϵ_c (°/°°)	ϵ_a (°/°°)
A1	-0,92	-0,22	-0,92	-0,22	-1,18	+ 1,62
A2	-0,70	-0,30	-0,73	-0,30	-1,14	+ 1,68
A3	-1,94	-0,04	-1,52	-0,17	-1,08	+ 1,28
B1A	-0,66	-0,32	-0,80	-0,24	-1,02	+ 1,62
B2	-0,98	-0,18	-1,08	-0,19	-1,28	+ 1,50
B3	-1,64	-0,12	-1,65	-0,11	-1,10	+ 1,10

ϵ_c - deformação específica do concreto

ϵ_a - deformação específica do aço

Para todos os modelos ensaiados, os maiores encurtamentos relativos do concreto ocorreram na posição 1 da seção S₁, posição 3 da seção S₂ e posição 6 da seção S₃. Para o aço, os menores encurtamentos ou maiores alongamentos relativos ocorreram na posição 2 da seção S₁, posição 4 da seção S₂ e posição 5 da seção S₃.

Por inspeção nos valores das deformações, verifica-se também que, em todos os modelos, quando a carga máxima é alcançada, as deformações correspondentes, tanto no concreto quanto no aço, não alcançaram nenhum valor que viesse a justificar o colapso da estrutura por esgotamento de sua capacidade resistente. Pode-se afirmar, ainda, que as armaduras nem sequer haviam escoado estando trabalhando em regime elástico. As-

sim, a análise de deformações específicas confirma que o colapso das estruturas ensaiadas foi caracterizado pela ocorrência do fenômeno de flambagem, uma vez que, para a carga máxima, os materiais não foram solicitados até o limite máximo de sua resistência.

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

A análise dos resultados obtidos com os ensaios dos oito pórticos permite destacar as seguintes considerações:

5.1 - SOBRE O COLAPSO DOS MODELOS

Através das curvas carga-deslocamento horizontal do ponto de aplicação do carregamento (figuras 4.1 a 4.3) é possível caracterizar o colapso dos modelos por ocorrência do fenômeno de flambagem, uma vez que estas curvas apresentaram um ponto de tangente horizontal. Tais curvas, inclusive, face ao procedimento de controle de deslocamento dos pistons, tiveram reproduzido o seu ramo descendente, após passarem pela carga máxima. O mesmo pode-se dizer com relação às curvas carga - rotação de apoio (figuras 4.4 a 4.6), nos modelos onde os clinômetros foram mantidos até um estágio mais adiantado do ensaio.

Por outro lado, quando nos modelos atuou a carga máxima, os valores das deformações do concreto e do aço (quadro 4.9) não justificaram o colapso por esgotamento da capacidade resistente dos materiais o que, portanto, confirma a ocorrência do fenômeno de flambagem. As maiores deformações ocorridas, para a carga máxima, foram, para o concreto, de $- 1,94 \text{ }^{\circ}/_{00}$ e, para o aço, de $+ 1,68 \text{ }^{\circ}/_{00}$.

5.2 - SOBRE A CONFRONTAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS DE COMPUTADOR E EXPERIMENTAIS

Os resultados teóricos fornecidos por programa de computador |¹⁰| corresponderam, até um determinado valor do carregamento, ao comportamento real dos modelos, divergindo a partir daí (figuras 4.28 a 4.33). A divergência ocorreu, para alguns modelos, em termos de carga máxima e, para outros, em termos de deslocamento. Esta divergência tem motivado a realização de novos estudos, envolvendo programas automáticos e também ensaios, visando um melhor correlacionamento entre os resultados teóricos e experimentais.

5.3 - SOBRE A CONFRONTAÇÃO ENTRE A CARGA DE DIMENSIONAMENTO E AS CARGAS MÁXIMAS DE ENSAIO

A carga P utilizada no dimensionamento dos modelos (100 kN) resultou consideravelmente inferior ao menor valor de $P_{\text{máx}}$ obtido nos ensaios (160,0 kN). Portanto, o método aproximado do momento complementar, da NB-1/78, utilizado no dimensionamento dos pilares, mesmo sendo aplicado ao caso de λ superior a 80 (a NB-1/78 limita a utilização do método a valores de λ inferiores a 80), mostrou-se bastante conservador.

5.4 - SOBRE A CONFRONTAÇÃO ENTRE AS CARGAS MÁXIMAS DE ENSAIO E AS PREVISTAS PELO MÉTODO DA COLUNA MODELO

Para os modelos da série B, o método da coluna modelo resultou em uma boa previsão de carga máxima, uma vez que os resultados teóricos e experimentais não diferiram sensivelmente (a diferença máxima foi de 10%). e, somente para o modelo B2, o método indicou resultado contrário à segurança (3%).

Para os modelos da série A a previsão teórica se afastou um pouco do valor experimental (a diferença máxima nos resultados foi de 22%), sempre no sentido contrário à segurança.

5.5 - SOBRE A CONTINUAÇÃO DA PESQUISA

De imediato, dar andamento aos estudos, tanto no campo teórico como no experimental, visando obter uma melhor ajustagem entre os resultados obtidos nos ensaios e os fornecidos por programas automáticos para a análise não-linear de pórticos planos de concreto armado.

Por outro lado, faz-se mister novas investigações no campo experimental, através de ensaio de outros tipos de modelo (variando a geometria, o tipo de carregamento, as vinculações), visando enriquecer, através de novas informações, a literatura técnica especializada no assunto.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

1. Associação Brasileira de Normas Técnicas. NB-1/78, Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado, Rio de Janeiro, 1978.
2. Carneiro, F. L. L. B. - Dosagem de Concretos, Instituto Nacional de Tecnologia, Rio de Janeiro, 1953.
3. Comitê Euro-Internacional de Béton. Manuel de Calcul-Flambement-Instabilité. CEB Bulletin d'Información nº 103. Paris, 1974.
4. Comitê Euro-Internacional de Béton. CEB-FIP Manuel of Buckling and Instabilité, in CEB Bulletin d'Información nº 123. Paris, 1977.
5. Cuevas, OMG; Robles F.; Casillas J.; Cossio R. D. - Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado. Editora Limusa. México, 1979.
6. Domingues, L. C. - Verificação da Eficiência de Armaduras de Canto. Rio de Janeiro, COPPE-UFRJ, 1974. Tese de Mestrado.
7. Fusco, P. B. - Estruturas de Concreto, Solicitações Normais. Editora Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, 1974.

8. Garcia, L. F. T. - Análise Não-Linear de Pórticos Planos de Concreto Armado. Rio de Janeiro, COPPE-UFRJ, 1974. Tese de Mestrado.
9. Leonhardt, F.; Mönning, E. - Construções de Concreto. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 1977.
10. Maia, A. C. F. - Analyse Non-Lineaire des Portiques Plans en Beton Armé ou Précontraint Compte Tenu du Comportment Rhéologique du Béton. Paris, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 1979. Thèse de Docteur Ingénieur.
11. Yamagata, N. - Um Programa para Dimensionamento de Seções de Peças de Concreto Armado Submetidas a Flexão Composta Normal. Anais das Jornadas Luso-Brasileiras de Engenharia Civil, 3. Angola, Moçambique, 1971.