VIGAS PAREDE EM CONCRETO LEVE COM E SEM FUROS

Vanderlei Tizatto

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:

Antonio Claudio Ferraro Maia

Prof. Antonio Cláudio Ferraro Maia
(Presidente)

Fernando L. Carneiro

Prof. Fernando L. Lobo B. Carneiro

Sydney Martins Gomes dos Santos

Prof. Sydney Martins Gomes dos Santos

Carlos Henrique Holck

Prof. Carlos Henrique Holck

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
AGOSTO DE 1981

TIZATTO, VANDERLEI

Vigas Parede em Concreto Leve com e sem Furos (Rio de Janeiro) 1981.

xvi , 163 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1981)

Tese - Univ. Federal do Rio de Janeiro. Faculdade de Engenharia.

1. Vigas Parede
2. Esforço Cortante
3. Concreto Leve Armado

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Antonio Cláudio Ferraro Maia, pela valiosa orientação.

Aos Professores Michel Pré e Eduardo Fairbairn , pela inestimada ajuda na fase de planejamento e ensaios.

Aos colegas em tese: Eliane Maria Lopes Carvalho, João Carlos A. Nunes, Décio Zendron e João de Souza Vieira Filho pela ajuda e interesse demonstrados.

Ao pessoal técnico do laboratório de Estruturas : Manoel Aguinaldo, Flávio, Eduardo Mollica, João Pinto, Vicente, Osvaldo e José Maria pela colaboração e amizade.

À equipe de programação do Laboratório de Estruturas: Engenheiro Alvaro G. Coutinho e Natale Pecca pela inestimada ajuda na fase de copilação dos resultados.

À CNEN e à COPPE, pelo apoio financeiro.

À todos os colegas e professores que direta ou indiretamente contribuiram para a elaboração deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho são apresentados os resultados de uma pesquisa experimental sobre o comportamento, até a ruptura, de vigas parede em concreto leve armado.

Foram ensaiadas 9 (nove) vigas parede simplesmente apoiadas, com e sem furos. As vigas com vão de 2,00 m, altura de 1,00 m e espessura de 0,10 m, foram ensaiadas com duas cargas simétricas aplicadas nos terços do vão. Foi variada a taxa geométrica de armadura e estudada a sua influência na carga de ruptura das vigas parede.

Os valores experimentais de cargas de ruptura foram comparados com valores teóricos obtidos pela aplicação das recomendações do CEB-FIP/70[7], da norma do ACI[1], da analogia da treliça proposta por KUMAR[23] e das fórmulas propostas por KONG[20].

Baseado no comportamento dos modelos ensaiados, a teoria da plasticidade foi aplicada para a obtenção da carga de ruptura das vigas parede.

SUMMARY

The present paper reports the results of an experimental investigation on the behavior of lightweight concrete deep beams up to failure.

Nine(9) simply supported deep beams, with and without web openings, were tested under symmetrical two-point loading Each beam had a 2.00 m span, an overall depht of 1.00 m and a thickness of 0,10 m. The amount of web reinforcement was varied to study its influence on the failure load.

The experimental values of the failure load were compared with theoretical ones obtained with the application of the CEB-FIP Recommendations|[7]|, the ACI Building Code |[1]|, the Truss Analogy proposed by Kumar|[23]| and the formulae proposed by Kong|[20]|.

Based on the observed behavior of the tested beams it was also applied the theory of Plasticity to obtain their failure load.

RESUME

Dans cette étude on présente les résultats d'une recherche expérimentale sur le comportement, jusqu'à la rupture, des poutres cloison en béton léger armé.

On a essayé 9 (neuf) poutres cloison avec et sans ouverture. Les poutres, sur deux appuis simple, avaient 2,00 m de portée, 1,00 m d'hauteur et 0,10 m d'épaisseur et deux charges concentrées ont été appliquées dans les ticer de la portée. On a varié le pourcentage géometrique d'armature et on a etudié son influence sur la charge de rupture.

Les valeurs expérimentales des charges de rupture ont été confrontées aux valeurs théoriques obteneus des Recommandations du CEB-FIP/70|[7]|, des normes de l'ACI |[1]|, de l'analogie du treillis proposée par KUMAR |[23]| et des formules proposées par KONG |[20]|.

Basé sur le comportement des modéles essayés, on a appliqué la theorie de la plasticité pour obtenir les charges de rupture des poutres cloison.

NOTAÇÕES ADOTADAS

ÍNDICES

d-- Valores de cálculo

u - Valores últimos

e - Valores de escoamento

VALORES RELATIVOS A SEÇÃO TRANSVERSAL

b - Largura (espessura) da viga

ϕ - Diâmetro de uma barra da armadura

S - Espaçamento entre as barras da armadura principal

S_v - Espaçamento entre as barras verticais da malha

S_h - Espaçamento entre as barras horizontais da malha

A_s - Área da seção transversal da armadura principal

A_{sh} - Área da seção transversal de uma barra horizontal da malha

A_{sv} - Área da seção transversal de uma barra vertical da malha

H - Altura da viga

L - Comprimento da viga

z - Braço interno de alavanca

ρ - Taxa geométrica de armadura = $100.A_s/b.h$ (%)

c - Dimensão longitudinal da placa de carga

VALORES CARACTERÍSTICOS DOS MATERIAIS

E_c - Módulo de elasticidade estático do concreto

E_s - Módulo de elasticidade do aço

G - Módulo de elasticidade transversal do concreto

ν - Coeficiente de Poison

f_c - Resistência à compressão do concreto

f_t - Resistência à tração do concreto

σ_y - Limite de escoamento do aço

CARGAS

p - Carga concentrada

q - Carga distribuída

ESFORÇOS SOLICITANTES

M - Momento fletor

V - Força cortante

R - Reação de apoio

DEFORMAÇÕES

f - Flecha

ε - Deformação específica

TENSÕES

σ - Tensão normal (+) tração (-) compressão

τ - Tensão de cisalhamento

DIVERSOS

γ - Coeficiente de segurança

UNIDADES DE MEDIDAS

1 N $\cong$ 0,1 kgf

1 MPa = 1 N/mm^2 $\cong$ 0,1 kgf/cm^2

1 Psi = 1 Lbf/in^2 $\cong$ 0,07031 kgf/cm^2 $\cong$ 0,007031 MPa

ÍNDICE

Pág.

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO..... 1

CAPÍTULO II - VIGAS PAREDE: PARTE TEÓRICA..... 5

2.1 - Características das Vigas Parede..... 5
2.1.1 - Relação Altura (H)/Vão Teórico (L)..... 5
2.1.2 - Espessura (b)..... 5
2.1.3 - Dimensões das Placas de Apoio..... 6
2.2 - Solicitações..... 6
2.2.1 - Tensões no Estádio I..... 6
2.2.2 - Tensões no Estádio II..... 8
2.3 - Métodos de Dimensionamento..... 9
2.3.1 - Vigas Parede sem Furos..... 10
2.3.1.1 - Recomendações do CEB-FIP/70..... 10
2.3.1.2 - Norma do ACI..... 17
2.3.1.3 - Analogia da Treliça..... 19
2.3.1.4 - Fórmula Proposta por F. K. Kong..... 23
2.3.2 - Vigas Parede com Furos..... 26
2.3.2.1 - Fórmula de F. K. Kong..... 26
2.4 - Comportamento das Vigas Parede com Furos..... 28
2.4.1 - Cargas Adicionais..... 28
2.4.2 - Caminhos de Transporte de Cargas..... 29
2.5 - Aplicação da Teoria de Plasticidade em Vigas Parede..... 30

Pág.

2.6 - Concreto Leve Armado..... 33

2.6.1 - Resistência..... 33

2.6.2 - Armadura..... 33

2.6.3 - Cobrimento..... 33

2.6.4 - Ancoragem e Emendas..... 34

2.6.5 - Escoamento do Aço..... 34

CAPÍTULO III - VIGAS PAREDE: PARTE EXPERIMENTAL..... 35

3.1 - Características Geométricas dos Modelos..... 35

3.2 - Armadura..... 36

3.2.1 - Vigas sem Furos..... 36

3.2.1.1 - Viga sem Malha..... 36

3.2.1.2 - Viga com Malha..... 37

3.2.2 - Vigas com Furos..... 38

3.2.2.1 - Vigas sem Malha..... 38

3.2.2.2 - Vigas com Malha..... 39

3.3 - Materiais Utilizados..... 40

3.3.1 - Agregado Fino..... 40

3.3.1.1 - Composição Granulométrica..... 40

3.3.1.2 - Constantes Físicas..... 42

3.3.2 - Agregado Graúdo..... 43

3.3.2.1 - Composição Granulométrica..... 43

3.3.2.2 - Constantes Físicas..... 45

3.3.3 - Cimento..... 46

3.3.4 - Concreto..... 46

Pág.

3.3.4.1 - Traço..... 46
3.3.4.2 - Mistura..... 46
3.3.4.3 - Corpos de Prova..... 47
3.3.5 - Aço..... 50
3.4 - Instrumentação..... 52
3.4.1 - Deformações..... 52
3.4.2 - Fissuração..... 52
3.4.3 - Flechas..... 52

CAPÍTULO IV - ANÁLISE DOS RESULTADOS..... 54

4.1 - Concreto..... 54
4.2 - Deformações..... 54
4.2.1 - Deformações no Estádio I..... 55
4.2.1.1 - Vigas sem Furos..... 55
4.2.1.2 - Vigas com Furos..... 58
4.2.2 - Deformações no Estádio II..... 61
4.2.2.1 - Vigas sem Furos..... 61
4.2.2.2 - Vigas com Furos..... 63
4.3 - Fissuração..... 64
4.3.1 - Fissuração das Vigas sem Furos..... 64
4.3.1.1 - Controle da Fissuração..... 65
4.3.2 - Fissuração em Vigas com Furos..... 69
4.3.2.1 - Controle da Fissuração..... 70
4.4 - Flechas..... 73
4.4.1 - Valores Experimentais..... 73

Pág.

4.4.2 - Cálculo Teórico das Flechas em Vigas Parede.... 73

4.4.2.1 - Métodos Proposto por Kumar..... 73

4.4.2.2 - Método Proposto por Solanki..... 80

4.4.3 - Comparação dos Valores das Flechas..... 80

4.4.3.1 - Vigas sem Furos..... 80

4.4.3.2 - Vigas com Furos..... 82

4.5 - Taxa Geométrica de Armadura..... 84

4.6 - Cargas de Ruptura..... 87

4.7 - Aplicação do Método dos Elementos Finitos..... 90

4.8 - Modos de Ruptura..... 93

4.8.1 - Vigas sem Furos..... 93

4.8.1.1 - Ruptura do Apoio..... 93

4.8.1.2 - Ruptura por Tração Indireta..... 94

4.8.1.3 - Ruptura por Flexão..... 95

4.8.2 - Vigas com Furos..... 96

4.8.2.1 - Ruptura por Cisalhamento..... 96

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES..... 100

5.1 - Sobre as Deformações..... 100

5.1.1 - Vigas sem Furos..... 100

5.1.2 - Vigas com Furos..... 100

5.2 - Sobre a Abertura das Fissuras..... 100

5.2.1 - Vigas sem Furos..... 100

5.2.2 - Vigas com Furos..... 101

5.3 - Sobre as Flechas..... 101

Pág.

5.3.1 - Vigas sem Furos..... 101

5.3.2 - Vigas com Furos..... 101

5.4 - Sobre a Taxa Geométrica de Armadura Acima dos Furos..... 101

5.5 - Sobre os Apoios..... 102

5.6 - Sobre a Armadura Longitudinal Principal..... 102

5.7 - Sobre a Armadura de Malha..... 102

5.7.1 - Vigas sem Furos..... 102

5.7.2 - Vigas com Furos..... 103

5.8 - Sobre os Furos..... 103

5.9 - Sobre o Transporte das Cargas..... 103

5.10 - Sobre os Métodos de Dimensionamento..... 103

5.10.1 - Recomendações do CEB..... 103

5.10.2 - Norma do ACI..... 104

5.10.3 - Analogia da Treliça..... 104

5.10.4 - Fórmulas de Kong..... 104

5.10.5 - Aplicação da Teoria de Plasticidade..... 105

APÊNDICE A - APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE..... 106

A.1 - Dissipação Plástica de Energia..... 106

A.1.1 - Dissipação Plástica de Energia no Concreto..... 106

A.1.2 - Dissipação Plástica de Energia no Aço..... 109

A.2 - Aplicação aos Modelos Ensaiados..... 110

A.2.1 - Dissipação Plástica de Energia..... 111

A.2.1.1 - Dissipação Plástica no Concreto..... 113

Pág.

A.2.1.2 - Dissipação Plástica no Aço..... 114

A.2.2 - Trabalho das Forças Externas..... 115

A.2.3 - Carga Cinemática de Ruptura..... 115

A.2.4 - Momento Resistente..... 116

A.2.5 - Observações..... 118

A.2.5.1 - Dissipação Plástica no Concreto..... 118

A.2.5.2 - Coeficiente ν..... 119

APÊNDICE B -- MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PAREDE (FORMULÁRIO)..... 120

B.1 - Recomendações do CEB..... 120

B.1.1 - Braço de Alavanca Interno..... 120

B.1.2 - Esforço de Tração na Armadura Longitudinal Principal..... 120

B.1.3 - Área da Armadura Longitudinal Principal..... 120

B.1.4 - Esforço Cortante Admissível na Região dos Apoios..... 121

B.2 - Norma do ACI..... 121

B.2.1 - Esforço Cortante Máximo..... 121

B.2.2 - Tensão Cisalhante Máxima..... 121

B.2.3 - Tensão Cisalhante na Viga..... 122

B.2.4 - Malha de Reforço..... 122

B.3 - Analogia da Treliça..... 122

B.3.1 - Escoamento da Armadura Longitudinal Principal.. 122

B.3.2 - Ruptura do Banzo Comprimido por Tração Indireta 122

Pág.

B.3.3 - Ruptura do Banzo Comprimido por Esmagamento do Concreto..... 123
B.4 - Fórmula de Kong..... 123
B.4.1 - Esforço Cortante Último em Vigas sem Furos..... 123
B.4.2 - Esforço Cortante Último em Vigas com Furos..... 123
B.5 - Teoria da Plasticidade..... 123
B.5.1 - Carga de Ruptura..... 123
B.5.2 - Limitação do Ângulo θ..... 124
B.5.2.1 - Vigas com Furos..... 124
B.5.2.2 - Vigas sem Furos..... 126
B.5.3 - Influência da Taxa Geométrica de Armadura..... 127
B.5.3.1 - Dissipação Plástica de Energia..... 128
B.5.3.2 - Trabalho das Forças Externas..... 129
B.5.3.3 - Carga Cinemática de Ruptura..... 129

APÊNDICE C - PROGRAMA AUTOMÁTICO..... 131

C.1 - Listagem do Programa Automático..... 131
C.1.1 - Programa Principal..... 131
C.1.2 - Recomendações do CEB..... 133
C.1.3 - Norma do ACI..... 133
C.1.4 - Analogia da Treliça (Kumar)..... 135
C.1.5 - Fórmulas Propostas por F. K. Kong..... 136
C.1.5.1 - Vigas sem Furos..... 136
C.1.5.2 - Vigas com Furos..... 139
C.1.6 - Aplicação da Teoria da Plasticidade..... 141
C.1.6.1 - Ruptura Segundo a Linha 1..... 141

Pág.

C.1.6.2 - Ruptura Segundo a Linha 2..... 144

C.2 - Cartões de Dados..... 146

C.3 - Símbolos Utilizados no Programa..... 148

C.4 - Resultados Obtidos..... 150

C.4.1 - Viga sem Furo e sem Malha (VP1)..... 150

C.4.2 - Viga sem Furo e com Malha (VT1)..... 151

C.4.3 - Viga sem Furo e com Malha (VP3)..... 152

C.4.4 - Viga sem Furo e com Malha (VP7)..... 153

C.4.5 - Viga com Furo e sem Malha (VP2)..... 154

C.4.6 - Viga com Furo, sem Malha e com Reforço (VP4)... 154

C.4.7 - Viga com Furo e com Malha (VT2)..... 155

C.4.8 - Viga com Furo e com Malha (VP5)..... 155

C.4.9 - Viga com Furo, com Malha e com Reforço (VP6)... 156

BIBLIOGRAFIA..... 157

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os painéis curtos de concreto armado são muitas vezes usados como elementos estruturais na engenharia civil. Várias pesquisas [25,28,35] têm mostrado a diferença de comportamento entre estes elementos e vigas, quando submetidas à flexão. Esta diferença é atribuida, principalmente, ao efeito das tensões normais verticais e das tensões cisalhantes nestes painéis. Tais elementos estruturais são, muitas vezes, designados como vigas parede.

As vigas parede podem ser encontradas em reservatórios suspensos, em vigas de fundações, em paredes que suportam linhas de pilares e, ainda, em paredes de centrais nucleares. As diversas aplicações deste elemento estrutural, justificam o interesse de uma pesquisa experimental sobre vigas parede com o emprego de concreto leve.

O projeto em vigas parede em concreto armado, é um tópico que repete-se na prática, mas que ainda não foi incluido na norma brasileira NB-1/78.

Durante a década de 70, diversas pesquisas foram realizadas e diversos métodos foram propostos para o dimensionamento de vigas parede.

O CEB-FIP |7| em 1970 pela primeira vez incluiu o projeto de vigas parede em suas recomendações internacionais. O método de dimensionamento é baseado na resistência à flexão, sendo a área da armadura longitudinal principal calculada com o maior momento fletor no vão.

Em 1971, o ACI |1| também incluiu em suas normas o projeto de vigas parede. O dimensionamento é feito para uma seção crítica e baseia-se na resistência ao esforço cortante.

Kumar |23| propõe que sobre uma viga parede pode ser idealizado um modelo de treliça, onde o membro tracionado é composto pela armadura longitudinal principal. A carga de ruptura da viga será obtida pela análise de cada membro que compõe esta treliça.

Mais recentemente, baseado em uma série de ensaios, Kong |12 à 22| apresentou fórmulas para o dimensionamento de vigas parede. A capacidade portante da viga parede é calculada, considerando a participação do aço e do concreto na resistência ao esforço cortante.

O projeto de vigas parede com furos, cujo comportamento após a fissuração é muito complexo, não é abrangido pelas normas. Em seu dimensionamento devem ser tomados cuidados especiais e, como guia de projeto pode ser adotado o proposto por Kong |19|. A armadura deverá ser distribuída de modo a proteger as regiões acima e abaixo dos furos.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar os resultados obtidos nos ensaios até a ruptura de 9 (nove) vigas parede em concreto leve, com e sem furos. Cada viga parede, simplesmente apoiada, com a relação vão teórico/altura igual a 2, foi submetida a duas cargas concentradas nos terços do vão, conforme Figura 1.1.

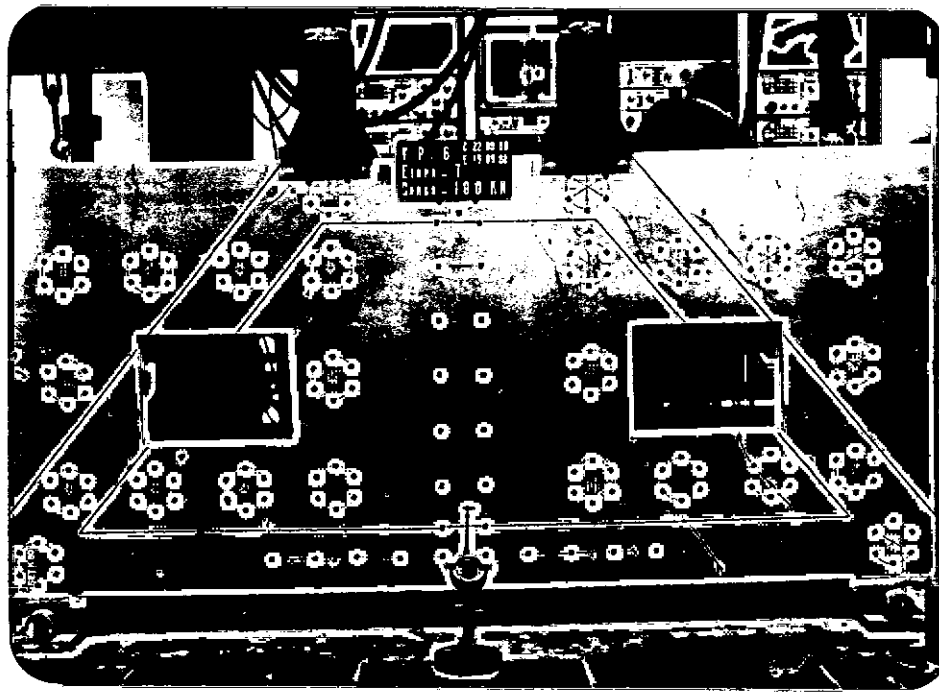


Figura 1.1 - Montagem utilizada para o ensaio

Foi estudada a influência da armadura de malha na fissuração e na resistência das vigas com e sem furos. Nas vigas parede com furos foi verificada, também, a influência de uma armadura de reforço sobre os furos.

Ainda, neste trabalho, foram comparados os resultados experimentais aos resultados teóricos obtidos com a utilização de diversos métodos de cálculo. Levando-se em conta o comportamento dos modelos ensaiados, foi aplicada a teoria da plasticidade para a obtenção da carga de ruptura de uma viga parede.

CAPÍTULO II

VIGAS PAREDE: PARTE TEÓRICA

2.1 - CARACTERÍSTICAS DAS VIGAS PAREDE

As vigas parede são estruturas laminares planas verticais, apoiadas de modo descontínuo, cujas características são apresentadas a seguir:

2.1.1 - Relação Altura (H)/Vão Teórico (L)

Em peças de vão único e simplesmente apoiadas, a relação H/L deve ser maior ou igual a 0,5. Para vigas contínuas a relação será no mínimo igual a 0,4. O valor do vão teórico, que é a distância entre os eixos dos apoios, não deve ultrapassar 1,15 do vão livre(L_1).

$$L \leq 1{,}15 \cdot L_1 \qquad (2.1)$$

2.1.2 - Espessura (b)

A flambagem lateral é impedida quando a relação vão teórico/espessura não ultrapassar a 20.

$$b \geq L/20 \qquad (2.2)$$

2.1.3 - Dimensões das Placas de Apoio

Devido ao estado de tensões sobre os apoios ser crítico, deve-se tomar cuidados especiais para evitar a fissuração nesta região.

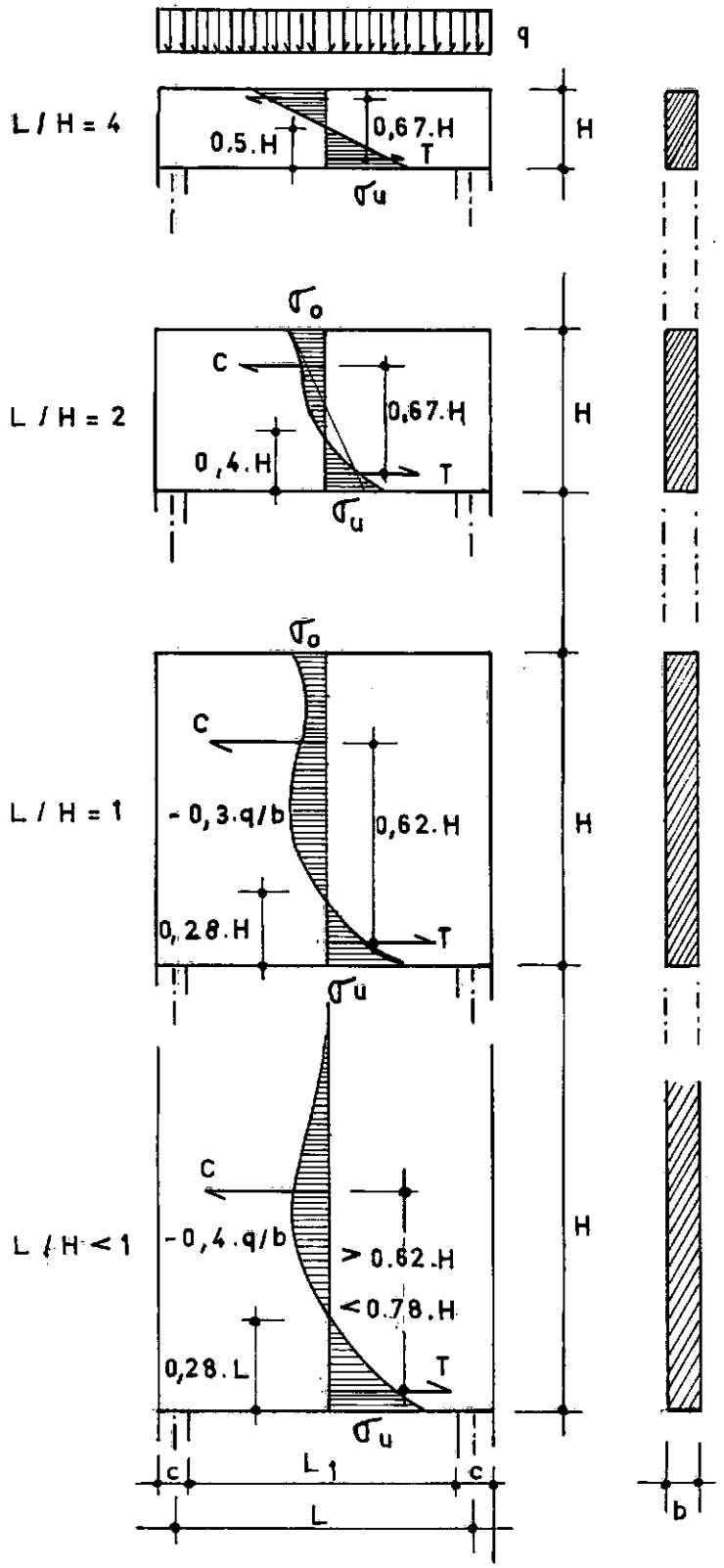
Para isto, geralmente a dimensão longitudinal das placas (c) é relacionada com o vão.

$$0,1 \cdot L \leq c \leq 0,2 \cdot L \qquad (2.3)$$

2.2 - SOLICITAÇÕES

2.2.1 - Tensões no Estádio I

Como as seções não permanecem planas após o carregamento, não se pode aplicar as equações da resistência dos materiais no cálculo das tensões em vigas parede. Mesmo para materiais perfeitamente elásticos as tensões verticais σ_y e cisalhantes τ_{xy}, devidas aos esforços externos, não são desprezíveis. Assim, as tensões em vigas parede devem ser determinadas a partir das condições de equilíbrio e compatibilidade, pelas funções de Airy, pelo método dos elementos finitos ou pela análise de modelos. Na Figura 2.1 pode-se observar a distribuição das tensões longitudinais σ_x, para diversas relações L/H.



(2.4)

Figura 2.1 Tensões longitudinais σ_x

2.2.2 - Tensões no Estádio II

No início da fissuração, as tensões devidas à flexão em uma viga parede têm um diagrama com grande curvatura, pequena zona de tração e grande zona de compressão. Assim, para cargas atuantes na parte superior da viga, as trajetórias de compressão apresentam uma inclinação abrupta e tendem em direção aos apoios. As trajetórias de tração, por sua vez, tem uma inclinação suave (Figura 2.2).

O esforço de tração na armadura não diminui de acordo com o diagrama de momentos, mas conserva, após o aparecimento das fissuras de flexão, o seu valor quase inalterado até os apoios. Desta maneira, a armadura deverá ser disposta como em tirantes, sem redução e ancorada nos apoios.

O perigo de ruptura ocorre geralmente na região dos apoios, onde a ancoragem e a reação de apoio submetem o concreto a elevadas tensões locais.

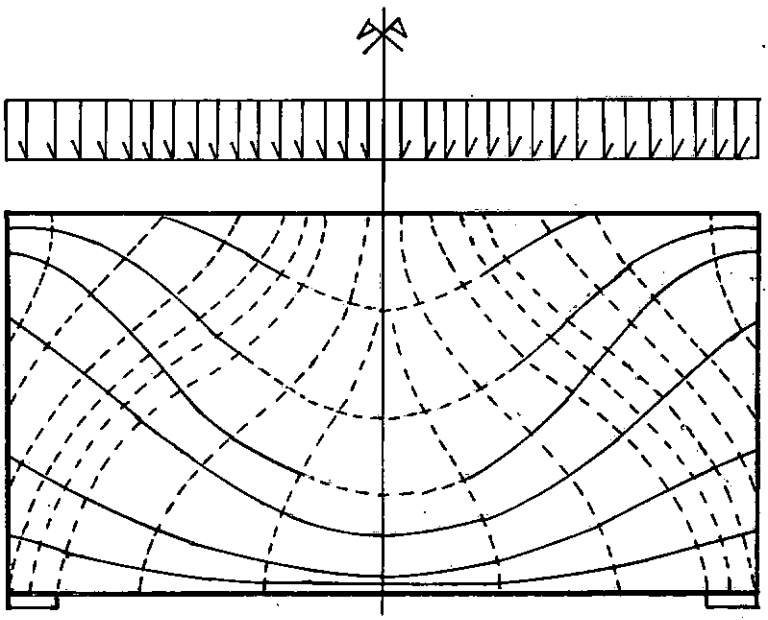


Figura 2.2 - Trajetórias das tensões principais

(——— tração; ---- compressão)

2.3 - MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

Para o dimensionamento de vigas parede sem furos podem ser utilizados os métodos propostos por:

- Recomendações do CEB-FIP/70 [7]
- Norma do ACI [1]
- Kumar (analogia da treliça) [23]
- F. K. Kong [15]

Quando houver furos numa viga parede, o dimensionamento pode ser feito utilizando o método proposto por:

- F. K. Kong [19]

2.3.1 - Dimensionamento de Vigas sem Furos

2.3.1.1 - Recomendações do CEB-FIP/70 [7]

De acordo com o CEB, vigas simplesmente apoiadas com a relação vão teórico (L)/altura (H) menor que 2, ou vigas contínuas com esta relação L/H inferior a 2,5, são chamadas de vigas parede. O método de dimensionamento é baseado na resistência à flexão, com a área da armadura longitudinal principal calculada com o maior momento fletor no vão, utilizando-se o braço de alavanca z.

$$z = 0,2\ (L + 2.H) \quad \text{para } 1 < L/H < 2$$
$$z = 0,6.L \quad \text{para } L/H < 1 \qquad (2.5)$$

O esforço de tração a ser absorvido pela armadura será:

$$T = \frac{\gamma_f . M}{z} \qquad (2.6)$$

onde:

γ_f - Coeficiente de majoração aplicado às solicitações

T - Esforço de tração

M - Momento fletor máximo

z - Braço de alavanca interno

A seção de aço, que deverá ser distribuída numa altura de 0,25.H - 0,05.L a partir da base da viga, é dada por:

$$A_s = \frac{T}{f_y} \qquad (2.7)$$

onde:

A_s - Área da armadura longitudinal principal

f_y - Tensão de escoamento do aço

Para limitar as fissuras, evitar seu desenvolvimento e facilitar a ancoragem, a armadura deve ser composta por barras de pequeno diâmetro.

Como o estado de tensões na região dos apoios pode ser crítico, limita-se o esforço cortante ao valor:

$$V = 0,1.b.H.. \frac{f_c}{\gamma_m} \qquad (2.8)$$

onde:

V - Esforço cortante no apoio

f_c - Resistência à compressão do concreto

γ_m - Coeficiente de minoração das resistências

Se $H > L$, adotar $H = L$

Ainda, para evitar o aparecimento de fissuras e controlar sua abertura, deve ser colocada em cada face da viga uma armadura de malha. A área de cada barra de aço, que forma a malha ortogonal, é determinada da seguinte maneira:

$$A_{sv} = 0,002.b.t \quad \text{para aço nervurado}$$

$$A_{sv} = 0,0025.b.t \quad \text{para aço liso} \qquad (2.9)$$

onde:

t - Espaçamento entre as barras

A_{sv} - Seção transversal de uma barra da malha

Para proteger a região do apoio, deve ser colocada uma malha adicional, formada de barras de mesmo diâmetro da malha, de acordo com o esquema da Figura 2.3.

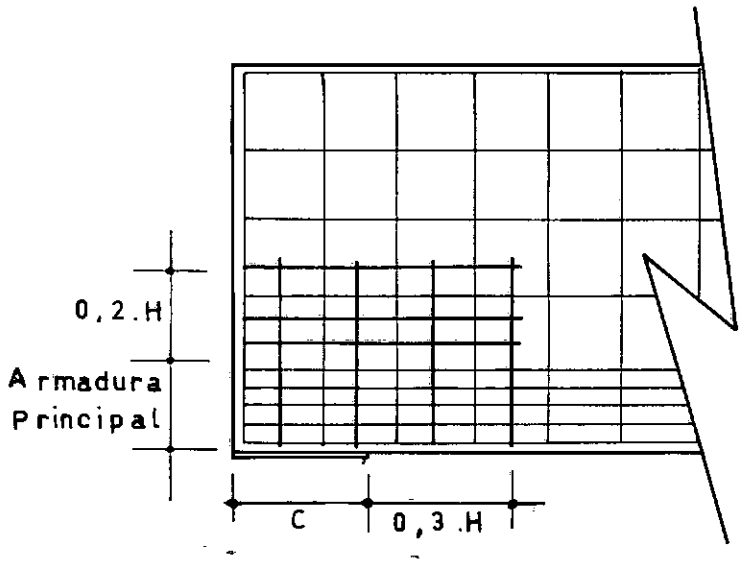


Figura 2.3 - Malha adicional na região de apoio

As recomendações do CEB não apresentam uma forma para o cálculo da malha adicional das regiões de apoio e de carregamento. Fusco [10], propõe que a armadura seja dimensionada da seguinte maneira:

a) Para a região de carregamento e de apoios internos (Figura 2.4)

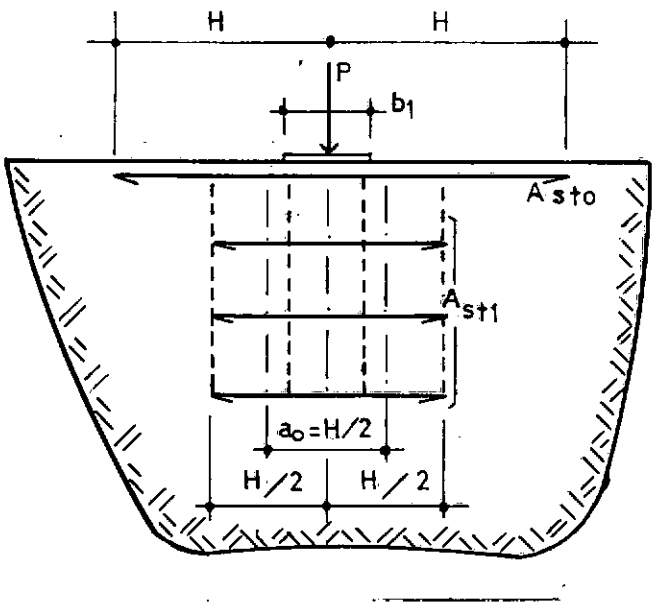


Figura 2.4 - Malha adicional na região de carregamento e de apoios internos

$$N_{t0} = 0,04.P$$

$$N_{t1} = 0,3.P \left(1 - \frac{b_1}{a_0}\right)$$

$$Ast_0 = \frac{N_{t0}}{f_y}$$

$$Ast_1 = \frac{N_{t1}}{f_y} \qquad (2.10)$$

b) Para a região dos apoios extremos (Figura 2.6)

Quando o apoio está localizado na extremidade da viga, tem-se uma diminuição da área efetiva do apoio, conforme mostrado na Figura 2.5.

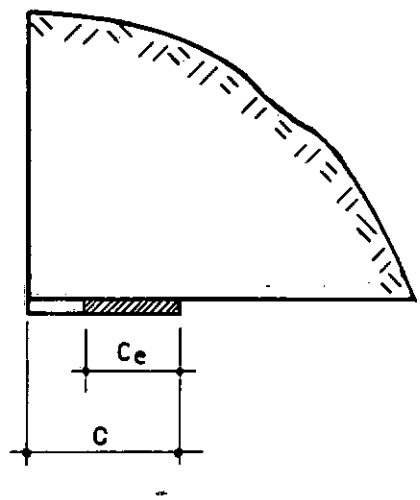


Figura 2.5 - Dimensão longitudinal efetiva dos apoios extremos

Assim, devem ser aplicadas as expressões 2.12, para obter a área da armadura de malha adicional.

$$C_e = \frac{2}{3} C \qquad (2.11)$$

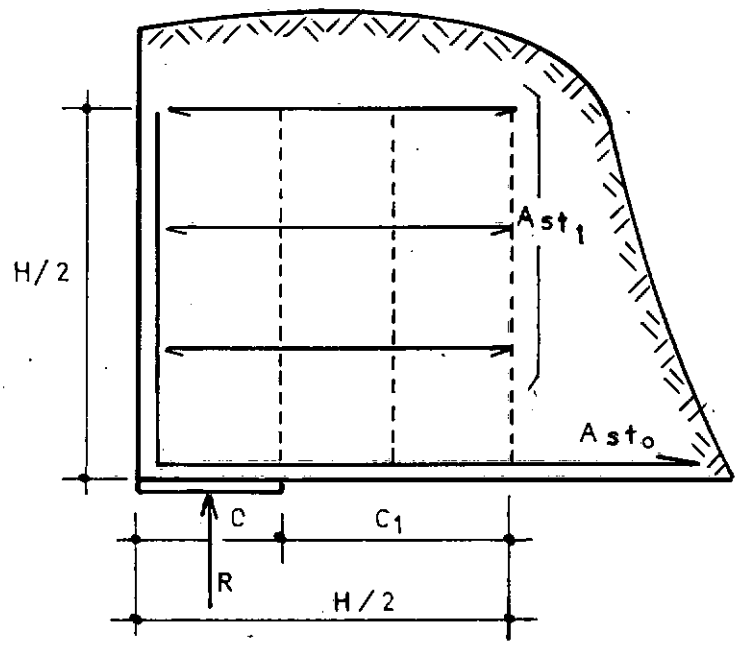


Figura 2.6 - Malha adicional na região dos apoios extremos

$$N_{t0} = \left[0,04 + 0,2 \left(\frac{C_1 - C/2}{C_1 + C/2} \right)^2 \right] . R$$

$$N_{t1} = 0,15 . R$$

$$Ast_0 = \frac{N_{t0}}{f_y}$$

$$Ast_1 = \frac{N_{t1}}{f_y} \qquad (2.12)$$

No sentido vertical, podem ser adotadas barras de mesmo diâmetro e espaçamento das barras de seção transversal Ast_1 colocadas horizontalmente.

2.3.1.2 - Norma do ACI [1]

A norma do ACI propõe o dimensionamento das vigas parede ao esforço cortante. A resistência ao cisalhamento é obtida pela superposição das resistências do concreto e da armadura. O cálculo é feito para uma seção crítica que, no caso de uma viga com carga concentrada, se localiza a meia distância entre os pontos de aplicação de carga e de apoio. No caso de uma viga com carga distribuída, a seção crítica está localizada a uma distância, a partir do apoio, igual a $0,15.L_1$.

A tensão de corte τ_u é calculada para uma dada força cortante V:

$$\tau_u = \frac{V}{\phi.b.d} \qquad (2.13)$$

onde:

ϕ - Coeficiente de redução da seção de concreto (geralmente 0,85)

d - Altura efetiva, medida do centro de gravidade da armadura longitudinal principal.

Deve ainda ser assegurado que o valor de τ_u não exceda os limites:

$$\tau_u \not> 0,671.\sqrt{f_c} \qquad \text{para } L_1/d < 2$$

$$\tau_u \not> 0,056\ (10 + L_1/d)\sqrt{f_c} \qquad \text{para } 2 \leq L_1/d \leq 5 \tag{2.14}$$

com f_c em MP_a

Para calcular a tensão de corte no concreto tem-se:

$$\tau_c = \left[3,5 - 2,5\ \frac{M_u}{V.d}\right] \left[0,160\ \sqrt{f_c} + 17,6.\rho\ \frac{V.d}{M_u}\right] \tag{2.15}$$

onde deve ser evitado que:

$$\tau_c \not> 0,503\ \sqrt{f_c}$$

$$\left[3,5 - 2,5\ \frac{M_u}{V.d}\right] \not> 2,5 \tag{2.16}$$

com f_c em MPa

Além da armadura longitudinal principal, uma malha ortogonal de aço é obrigatória. A área da malha vertical não deve ser menor que 0,15% da seção de concreto b.L., e a área da malha horizontal não deve ser inferior a 0,25% da seção de concreto b.d.

No caso em que τ_u excede o valor de τ_c, a malha de reforço deve também satisfazer a equação:

$$\frac{A_v}{S_v}\left[\frac{1+L_1/d}{12}\right] + \frac{A_h}{S_h}\left[\frac{11-L_1/d}{12}\right] = \frac{(\tau_u-\tau_c).b}{f_y} \qquad (2.17)$$

onde:

S_v - Espaçamento entre estribos verticais

S_h - Espaçamento entre estribos horizontais

A_v - Área de um estribo vertical

A_h - Área de um estribo horizontal

2.3.1.3 - Analogia da Treliça [23]

Kumar propõe que sobre uma viga parede pode ser idealizado o modelo de treliça da Figura 2.7, onde o membro tracionado é composto pela armadura longitudinal principal.

Sendo assim, cada elemento, que compõe o modelo da Figura 2.7, deve ser analisado para se obter a carga de ruptura provável da viga parede.

a) Membro inferior tracionado

Para uma viga de concreto sem armadura, a área do membro tracionado é igual a $K_1.H.b$, onde K_1 pode assumir um valor do seguinte intervalo:

$$0,15 \leq K_1 \leq 0,167 \qquad (2.18)$$

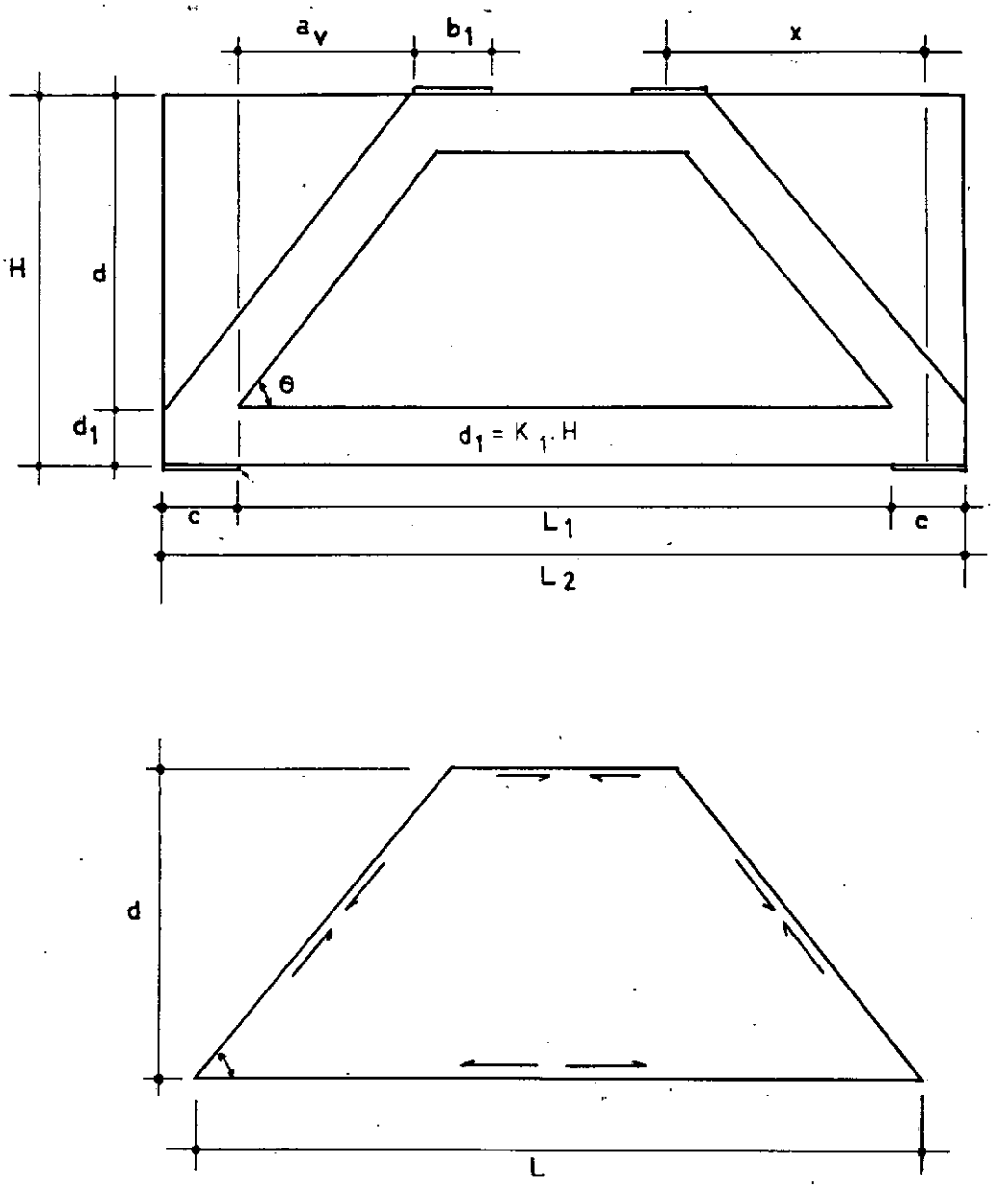


Figura 2.7 - Modelo de treliça de Kumar [23]

A carga que provoca a ruptura do membro tracionado é dada por:

$$F_t = 2.P = 2.K_1.b.\frac{H^2}{x} . f_t \qquad (2.19)$$

Para uma viga armada, a carga de ruptura é obtida admitindo-se o escoamento do aço da armadura longitudinal principal.

$$F_y = 2.P = 2.\frac{d}{x} . A_s . f_y \qquad (2.20)$$

Pode ser assim definido um limite inferior para a taxa geométrica de armadura, fazendo $F_t = F_y$.

$$\rho_{inf} = \frac{A_s}{b.d} = K_1 . (\frac{H}{d})^2 . \frac{f_t}{f_y} \qquad (2.21)$$

Para evitar o escoamento da armadura, longitudinal principal, no início da fissuração, é introduzido um coeficiente $\gamma_1 > 1$, obtendo-se:

$$\rho_m = \gamma_1 . \rho_{inf} \qquad (2.22)$$

b) Banzo comprimido

A área da seção do membro inclinado é determinada pela área da menor placa de carga, e é dada por:

$b.\omega.\text{sen}\ \theta$

onde ω é o menor valor entre c e b_1.

Devido a compressão na biela inclinada, a ruptura poderá ocorrer por tração, para uma carga dada por:

$$F_c = 2.P = 2.K.b.d.f_t \qquad (2.23)$$

onde:

K = 1,25 Quando é possível o deslocamento horizontal nos apoios

K = 1,50 Quando os apoios não permitem o deslocamento horizontal

Ramakrishan e Ananthanarayana [35] adotam K = 1,12 para ambos os casos.

Um valor médio para a taxa geométrica de armadura pode ser obtido fazendo $F_c = F_y$.

$$\rho_b = K\left(\frac{f_t}{f_y}\right)\left(\frac{x}{d}\right) \qquad (2.24)$$

Numa viga sem malha de reforço, sendo ρ a taxa geométrica de armadura existente, pode-se ter dois tipos de ruptura:

-

- tração indireta, ocorre quando $\rho > \rho_b$

- flexão, ocorre quando $\rho < \rho_b$

Quando a viga contém malha de reforço, não ocorre a ruptura por tração indireta. A carga de ruptura do banzo comprimido, considerando-se o esmagamento do concreto, é dada por:

$$F_{vc} = 2.P = 2 \frac{\omega}{x^2+d^2} f_c.b.d^2 \qquad (2.25)$$

c) Membro superior comprimido

O esmagamento do concreto comprimido ocorre após o início do escoamento da armadura longitudinal principal, quando as tensões de compressão devidas a flexão ultrapassam a resistência à compressão do concreto.

2.3.1.4 - Fórmula Proposta por F. K. Kong [15]

Kong considera que uma viga parede deve romper na região entre a face interna do apoio e a face externa da placa de carregamento. Assim, a diagonal crítica de fissuração proposta na Figura 2.8 é que leva a peça à ruptura. Quando a razão L/H não excede 3, pode ser utilizada a fórmula (2.26) para o cálculo da carga de ruptura. Esta fórmula fornece um valor para o esforço cortante, levando em consideração na resistência ao corte o concreto e o aço.

$$V = C_1\left(1 - 0{,}35\,\frac{a_v}{H}\right) b.H.f_t + C_2 \sum^{n} A\,\frac{y}{H}\,\mathrm{sen}^2\,\alpha \qquad (2.26)$$

onde:

C_1 = 1,40 para concreto normal
1,35 para concreto leve

C_2 = 130 MPa para barras lisas
300 MPa para barras nervuradas

A - Área de uma barra interceptada pela diagonal crítica de fissuração, dada em mm^2.

n - número de barras interceptadas.

a_v, H, b, y - devem ser fornecidos em mm.

f_t - Dado em MPa

O valor de V obtido, é o esforço cortante de ruptura. Um valor de utilização para o esforço cortante pode ser estabelecido, adotando-se um coeficiente de segurança para o concreto (em C_1) e para o aço (em C_2).

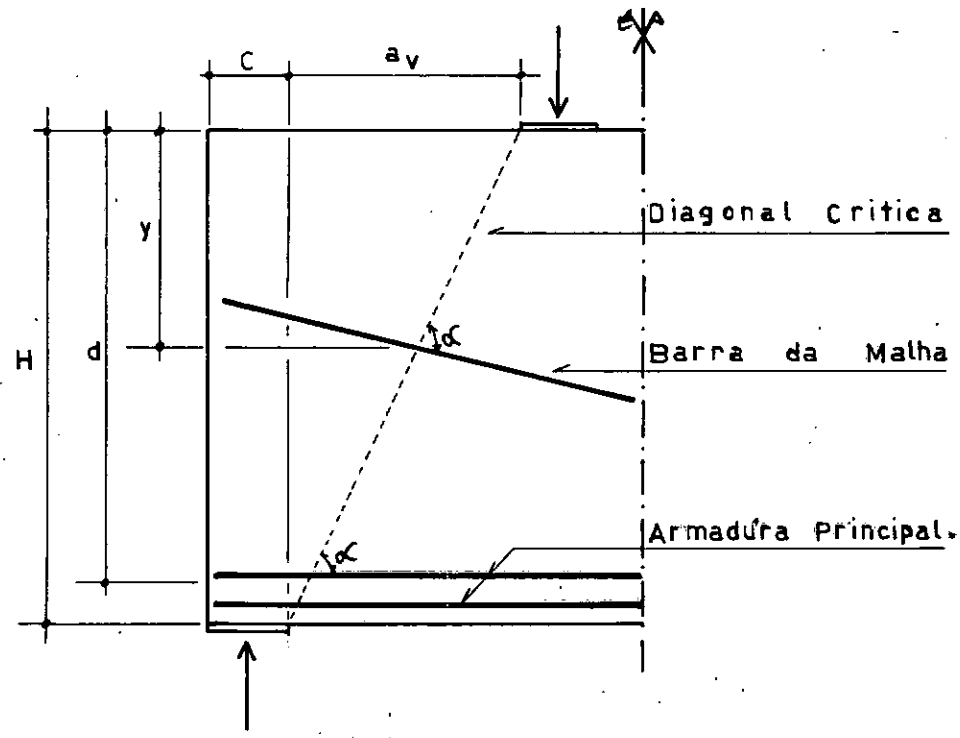


Figura 2.8 - Viga parede sem furos

Para fins de projeto a armadura longitudinal principal pode ser obtida num dimensionamento à flexão, com:

$$M = 0,6.A_s . \frac{f_y}{\gamma_s} . H \qquad (2.27)$$

onde:

$$H \leq L$$

2.3.2 - Vigas Parede com Furos

O projeto de vigas parede com furos, cujo comportamento após a fissuração é muito complexo, não é abordado pelas normas. Se num projeto existe a necessidade da colocação de furos, o primeiro cuidado deve ser para localizá-lo fora do caminho crítico. Sendo assim, o comportamento da peça será idêntico ao daquelas sem furos. No entanto, se isto não for possível, devem ser tomados cuidados especiais e os procedimentos de projeto devem ser baseados em ensaios.

2.3.2.1 - Fórmula de F. K. Kong [19]

Na Figura 2.9, é apresentado o modelo proposto por Kong, para uma viga com furos. A fórmula básica é a mesma que para as vigas sem furos, mas o braço de alavanca interno deve ser substituído por $0,75.K_2.H$ e as dimensões a_v e H, por $K_1.a_v$ e $K_2.H$, respectivamente.

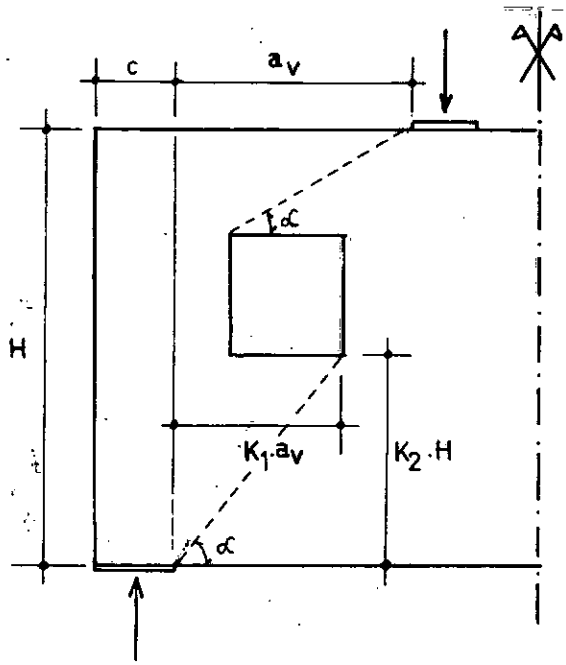


Figura 2.9 - Viga parede com furos

As equações se apresentam então, da seguinte maneira:

$$M = 0,75 \cdot K_2 \cdot H \cdot A_s \cdot \frac{f_y}{\gamma_s}$$

$$V = C_1\left(1 - 0,35 \frac{K_1 \cdot a_v}{K_2 \cdot H}\right) \cdot b \cdot K_2 \cdot H \cdot f_t + C_2 \sum^{n} \lambda \cdot A \frac{y}{H} \operatorname{sen}^2 \alpha \qquad (2.28)$$

onde:

$\lambda = 1,0$ para barras da armadura principal

$\lambda = 1,5$ para barras da malha

A armadura da malha deve ser disposta de modo a proteger ambas as regiões, acima e abaixo dos furos.

2.4 - COMPORTAMENTO DAS VIGAS PAREDE COM FUROS [17]

2.4.1 - Cargas Adicionais

A capacidade das vigas parede suportarem cargas adicionais, após a formação da fissura diagonal crítica, depende de quando esta fissura penetra na zona de concreto sobre os apoios. Quando a armadura longitudinal principal alcança uma grande deformação, a fissura diagonal crítica inferior penetra rápidamente na zona de apoio. Isto pode causar a rotação da viga sobre o ponto de carga, provocando o afastamento dos blocos (Figura 2.10). Portanto, a carga de ruptura das vigas parede com furos depende muito mais da armadura longitudinal, que de sua resistência ao esforço cortante.

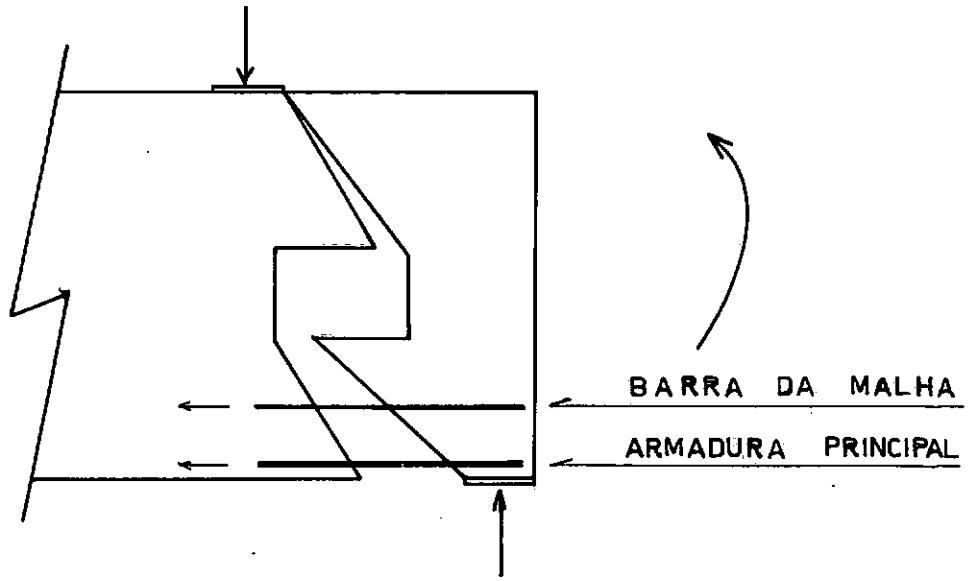


Figura 2.10 - Mecanismo de rotação de uma viga parede com furos

2.4.2 - Caminhos de Transporte de Cargas

Quando os furos interceptam o caminho crítico em uma viga parede, as cargas são transmitidas aos apoios por dois caminhos (Figura 2.11). A distribuição da carga pelos caminhos inferior e superior, depende da quantidade de aço na malha de reforço e da posição do furo.

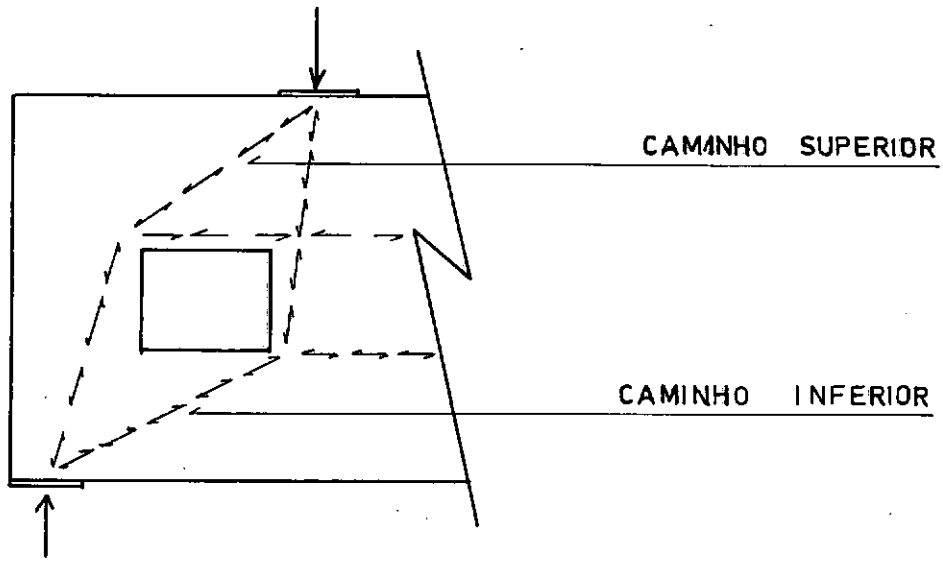


Figura 2.11 - Caminhos de transferência de carga

Para o valor geralmente utilizado na taxa de armadura da malha, quando o furo está localizado entre os pontos de carga e de apoio, a carga é transferida predominantemente pelo caminho inferior. Com a colocação de barras extras sobre os furos, pode ser mudado o caminho principal de cargas.

2.5 - APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE EM VIGAS PAREDE

Nas Figuras 2.12 e 2.13 são apresentados os modelos utilizados para a dedução da fórmula (2.29). A aplicação da teoria da plasticidade para o cálculo das cargas de ruptura das vigas parede, consiste em encontrar a menor carga de ruptura fornecida pela seguinte expressão |Apêndice A|:

$$P(\theta, \alpha) = \frac{1}{\operatorname{sen}(\theta+\alpha)} (P_c + P_h + P_v) \qquad (2.29)$$

onde:

θ - ângulo formado pela fissura com a horizontal.

α - ângulo formado entre a direção do movimento relativo do bloco e a vertical.

$$P_c = \frac{b.f_c}{2} [1 - \cos(\theta-\alpha)] (H - F_h)$$

$$P_h = 2.A_\omega.\sigma_y \left[\operatorname{sen} \alpha . \operatorname{sen} \theta \left(\frac{H-F_h-K_v}{S_{hs}} + \frac{K_v}{S_{hi}} + \frac{n}{2} \right) \right]$$

$$P_v = 2.A_\omega.\sigma_y \left[\cos \alpha . \cos \theta \left(\frac{H-F_h}{S_v} \right) \right]$$

n - número de barras extras utilizadas

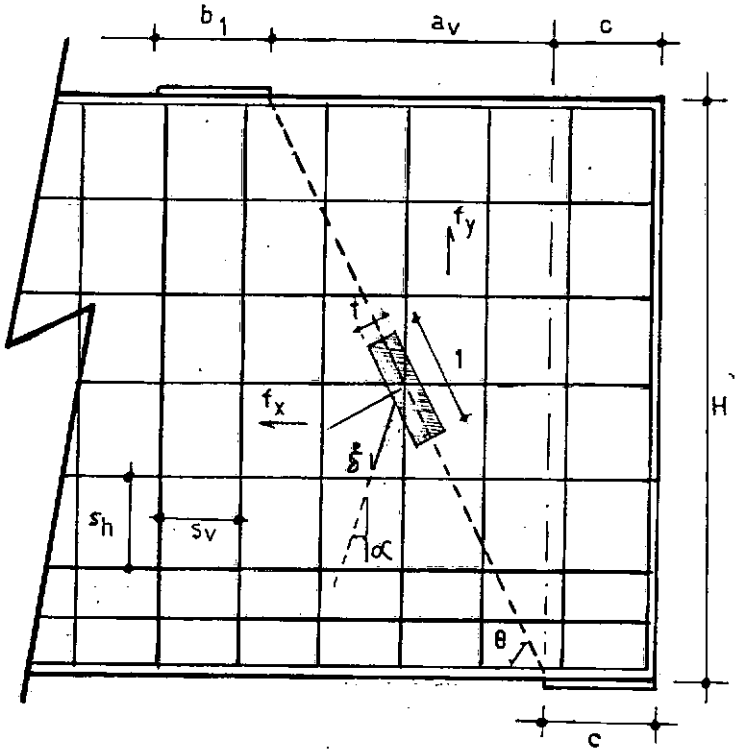


Figura 2.12 - Armadura e linhas de ruptura para as vigas sem furos

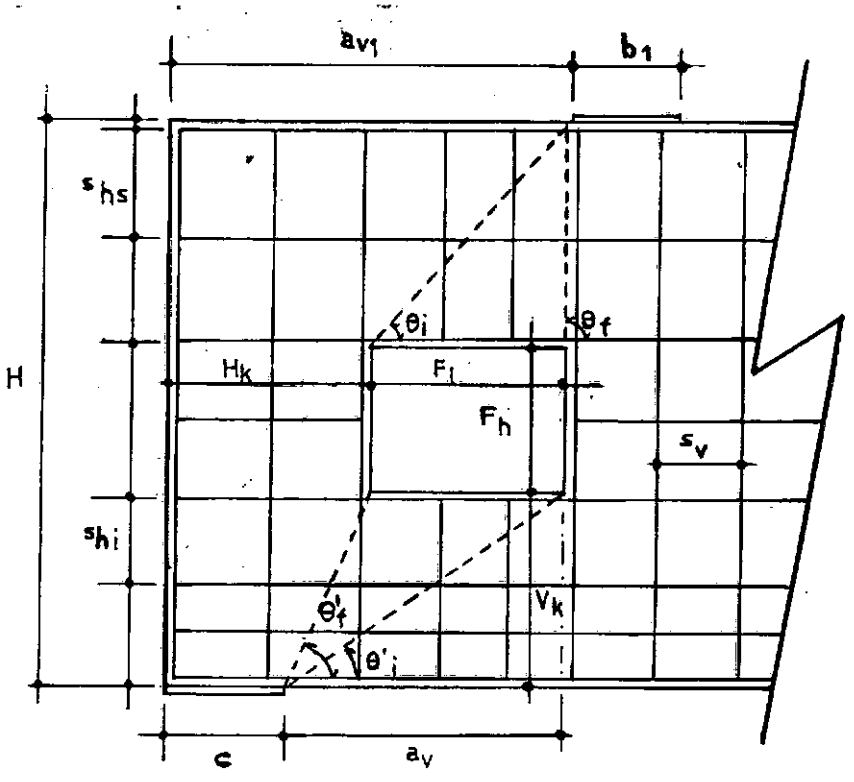


Figura 2.13 - Armadura e linhas de ruptura para as vigas com furos

2.6 - CONCRETO LEVE ARMADO

Devido a existência de propriedades no concreto leve que diferem do concreto normal, devem ser tomados cuidados especiais na sua utilização [27].

2.6.1 - Resistência

Devido a baixa resistência do grão do agregado (14,5 MP_a), o concreto leve estrutural deve ser de classe superior a 15.

2.6.2 - Armadura

Em virtude de ser utilizada argamassa de resistência superior a do agregado, é essencial a utilização de aço de pequeno diâmetro. Assim, a solicitação mecânica é transferida diretamente à argamassa.

2.6.3 - Cobrimento

O cobrimento depende do diâmetro das barras de aço, do diâmetro máximo do agregado e do tipo de estrutura ou elemento estrutural. Assim, o cobrimento cresce em função do diâmetro da maior partícula do agregado, geralmente da ordem de 5 mm.

2.6.4 - Ancoragem e Emendas

Em virtude da argamassa de alta resistência do concreto leve, nas peças com armadura de diâmetro menor que 18 mm, a tensão de aderência é quase o dobro que para o concreto normal. Assim, podem ser adotados os mesmos valores do concreto normal, para o comprimento de ancoragem e em emendas por transpasse.

2.6.5 - Escoamento do Aço

Para fins de projeto, a tensão de escoamento do aço não deve ser tomada superior a 420 MPa, na determinação da seção da armadura longitudinal principal.

CAPÍTULO III

VIGAS PAREDE : PARTE EXPERIMENTAL

3.1 - CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DOS MODELOS

Nas figuras 3.1 e 3.2, são apresentadas as características geométricas das 9 (nove) vigas ensaiadas.

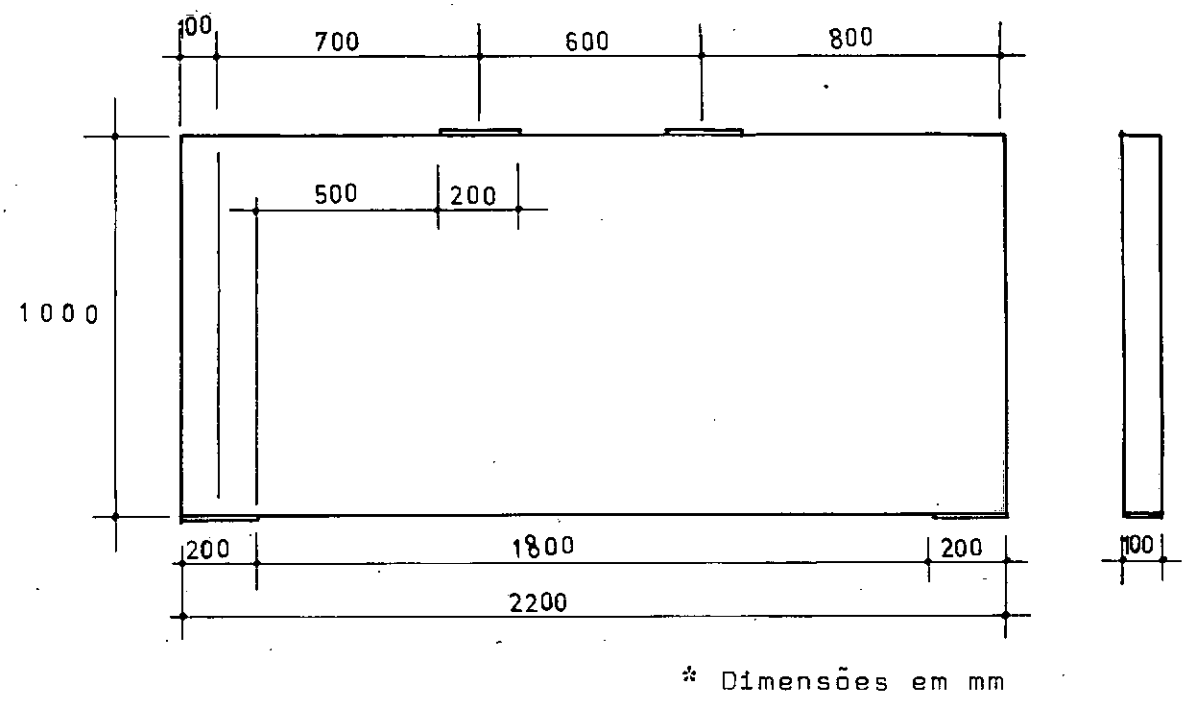
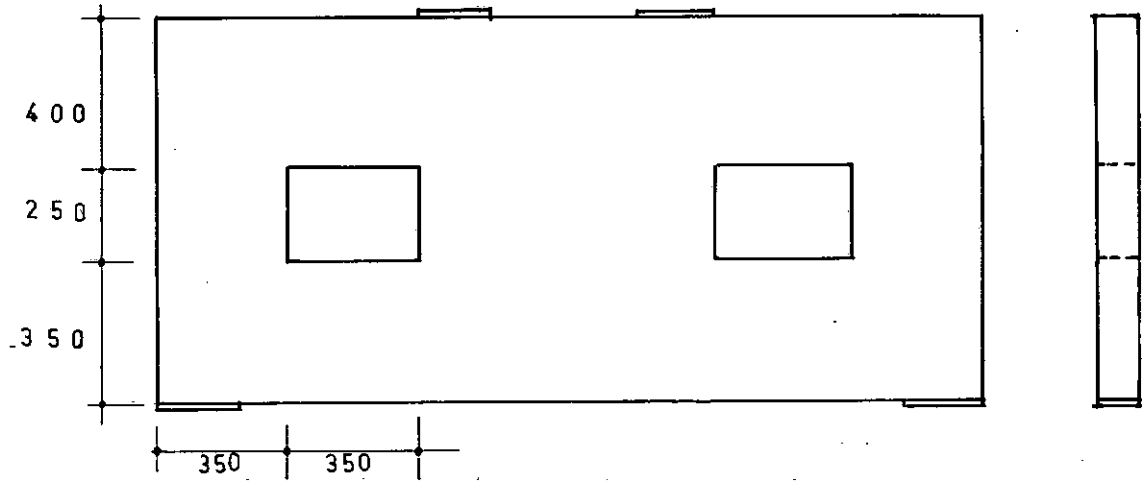


Figura 3.1 - Dimensões das vigas sem furos (VT.1 - VP.1 - VP.3 - VP.7)



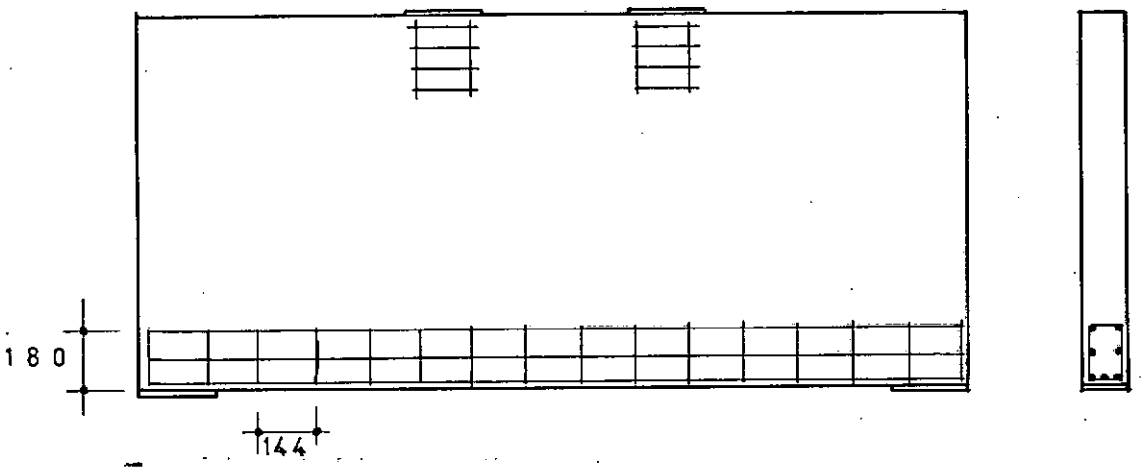
* Medidas em mm

Figura 3.2 - Dimensões das vigas com furos(VT.2 - VP.2 - VP.4 - VP.5 - VP.6)

3.2 - ARMADURA

3.2.1 - Vigas sem furos

3.2.1.1 - Vigas sem malha

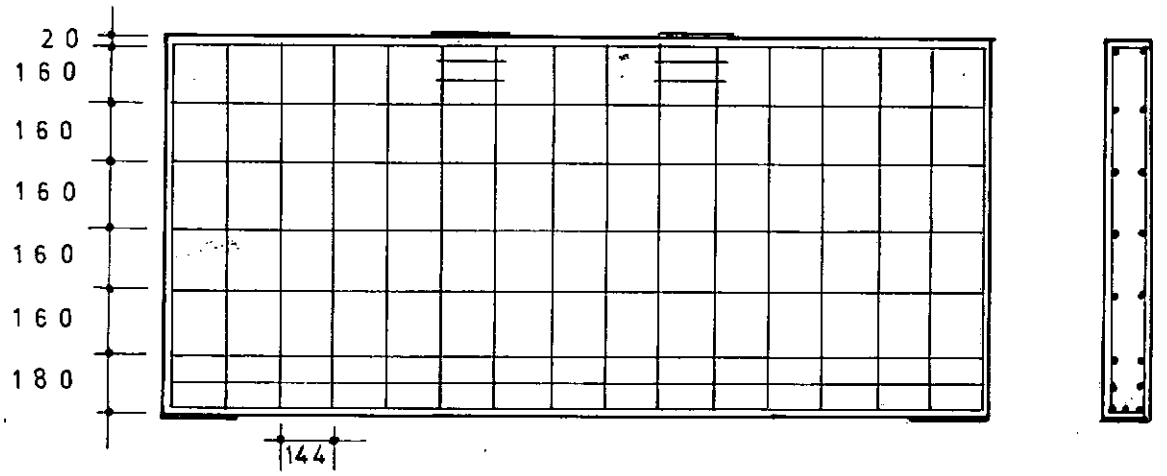


* Medidas em mm

Figura 3.3 - Armadura da viga VP.1

3.2.1.2 - Vigas com malha

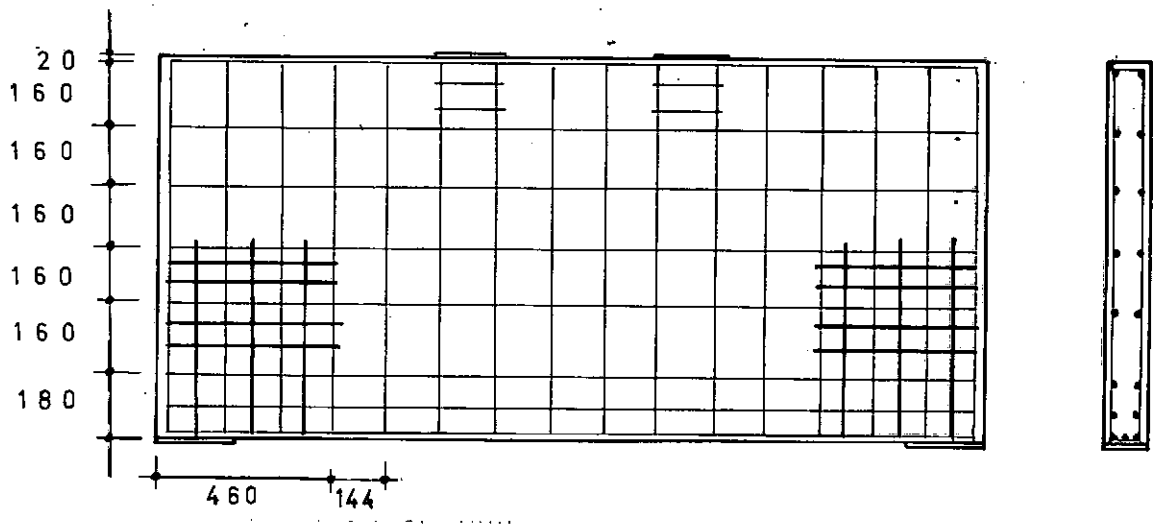
a) Sem reforço na região dos apoios



* Medidas em mm

Figura 3.4 - Armadura das vigas VT.1 e VP.3

b) Com reforço na região dos apoios



* Medidas em mm

Figura 3.5 - Armadura da viga VP.7

3.2.2 - Vigas com furos

3.2.2.1 - Vigas sem malha

a) Sem reforço na região dos furos

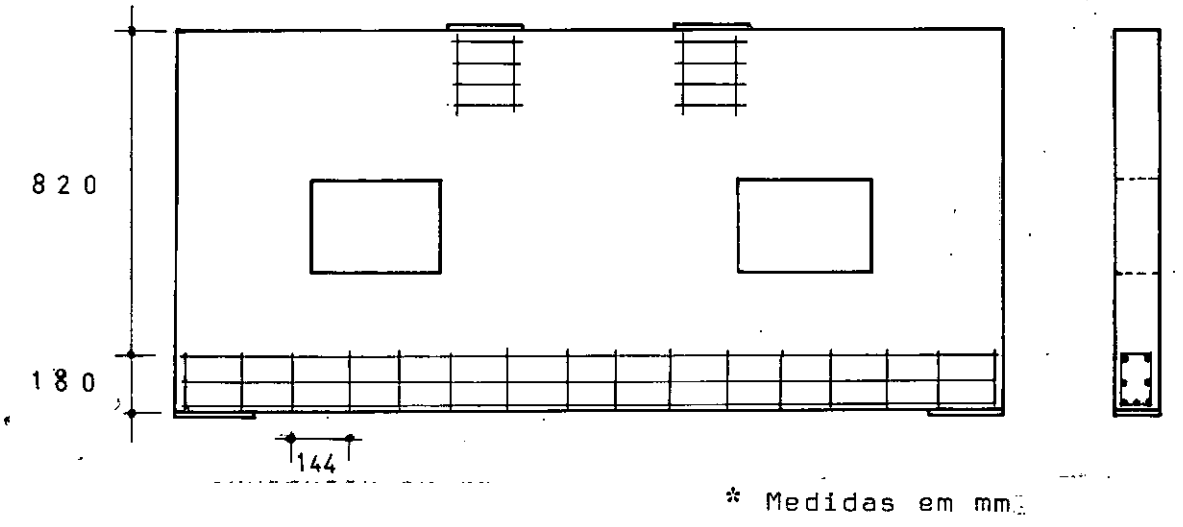


Figura 3.6 - Armadura da viga VP.2

b) Com reforço na região dos furos

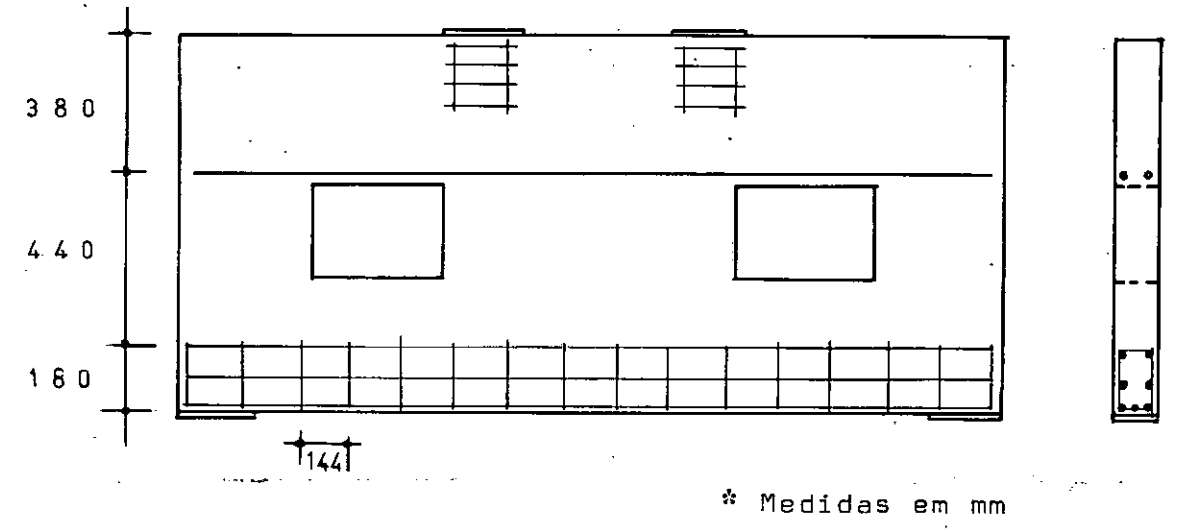


Figura 3.7 - Armadura da viga VP.4

3.2.2.2 - Vigas com malha

a) Sem reforço na região dos furos

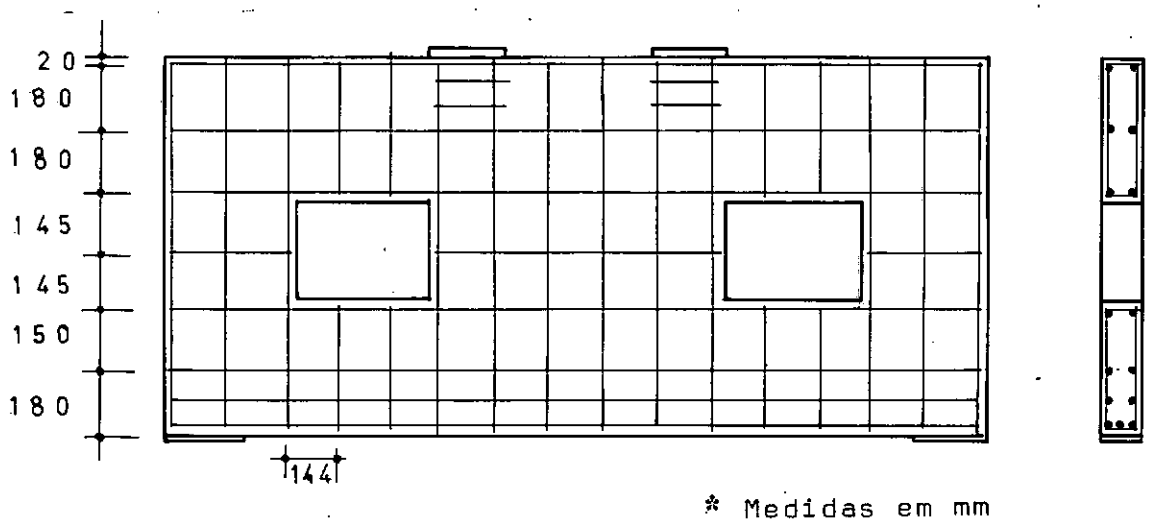


Figura 3.8 - Armadura das Vigas VT.2 e VP.5

b) Com reforço na região dos furos

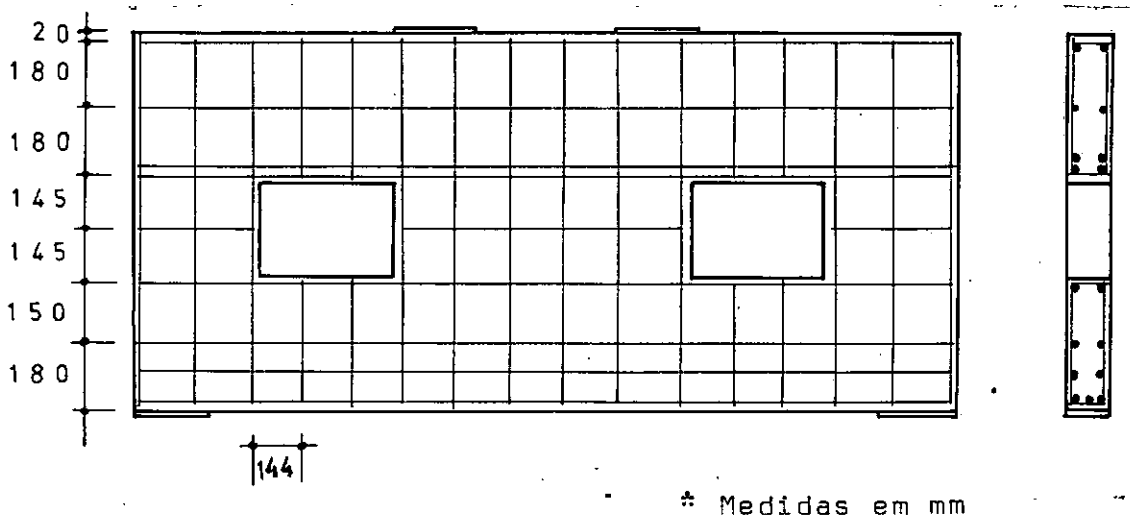


Figura 3.9 - Armadura da viga VP.6

3.3 - MATERIAIS UTILIZADOS

3.3.1 - Agregado Fino

Na confecção do concreto foi utilizado como agregado fino areia quartzosa, lavada e peneirada.

Através de ensaios, foram obtidos os seguintes dados para projeto:

3.3.1.1 - Composição Granulométrica

O ensaio de granolometria, realizado segundo o MB-7 com 1 kg de areia, forneceu o quadro 3.1.

Quadro 3.1 - Granulometria do agregado fino

PENEIRA (mm)	MATERIAL RETIDO			
	PESO (KG)	%	% ACUMULADA	Σ % ACUMULADA
4.8	0,000	0,0	0,0	0,0
2.4	0,072	7,2	7,2	7,2
1.2	0,170	17,0	24,2	31,4
0.6	0,340	34,0	58,2	89,6
0.3	0,254	25,4	83,6	173,2
0.15	0,120	12,0	95,6	268,8
< 0.15	0,044	4,4	100,0	-
TOTAL	1,000	100,0	-	-

Sendo que do quadro 3.1 pode ser obtido:

a) Diâmetro máximo do agregado

É a abertura da peneira onde fica acumulada uma percentagem igual ou inferior a 5%.

$$\phi_{max} = 4,8 \text{ mm}$$

b) Diâmetro mínimo do agregado

É a abertura da peneira onde fica acumulada uma percentagem igual ou superior a 95 %.

$$\phi_{min} = 0,15 \text{ mm}$$

c) Módulo de finura

É obtido pela divisão da soma das percentagens acumuladas, na série normal de peneiras, por 100.

$$M_f = 2,7$$

3.3.1.2 - Constantes Físicas

a) Massa específica real dos grãos

É a massa da unidade de volume excluindo os vazios permeáveis, determinada pelo "Frasco de Chapman" com 500 gramas de areia seca.

Aplicando a expressão

$$\gamma = \frac{500}{L-200} \qquad (3.1)$$

obtem-se:

$$\gamma = 2,61 \text{ kg/dm}^3$$

b) Massa específica aparente (peso unitário)

É o peso da unidade de volume, incluindo os vazios contidos nos grãos (MB-214), obtido no Quadro 3.2.

Quadro 3.2 - Peso unitário do agregado fino

Peso do recipiente + amostra (kg)	29,80
Peso do recipiente (kg)	7,53
Peso da amostra (kg)	22,27
Volume do recipiente (kg)	14,74
Peso unitário - $\rho = P/V$ (kg/dm^3)	1,51

c) Umidade

A umidade foi obtida com o "Speed", com uma amostra de 100 gramas de areia.

h = 1,5%

3.3.2 - Agregado Graúdo

Foi utilizado como agregado graúdo a argila expandida CINASITA 2013, fabricada pela Cinasa S.A.

3.3.2.1 - Composição Granulométrica

Com 2 kg de material, a análise granulométrica feita através da MB-7 forneceu os resultados apresentados no Quadro 3.3.

Quadro 3.3 - Granulometria do agregado graúdo

PENEIRAS (mm)	MATERIAL RETIDO			
	PESO (KG)	%	% ACUMULADA	Σ % ACUMULADA
19	0,075	3,75	3,75	3,75
9,5	1,850	92,50	96,25	100,00
4,8	0,065	3,25	99,50	199,50
2,4	0,010	0,50	100,00	299,50
1,2	-	-	100,00	399,50
0,6	-	-	100,00	499,50
0,3	-	-	100,00	599,50
0,15	-	-	100,00	699,50
Fundo	-	-	-	-
TOTAL	2,000	100,00	-	-

Assim, podem ser calculados:

a) Diâmetro máximo do agregado

É a abertura da peneira onde fica acumulada uma percentagem menor ou igual a 5%.

$$\phi_{máx} = 19 \text{ mm}$$

b) Módulo de finura

É a soma das percentagens acumulada nas peneiras da série normal, dividida por 100.

$M_f = 7,00$

3.3.2.2 - Constantes Físicas

a) Massa específica aparente (peso unitário)

A massa específica aparente é o peso da unidade de volume aparente do agregado, constante no Quadro 3.4.

Quadro 3.4 - Peso unitário do agregado graúdo

Peso do recipiente + amostra (kg)	20,30
Peso do recipiente (kg)	9,18
Peso da amostra - P (kg)	11,12
Volume do recipiente - V (dm^3)	19,72
Peso unitário - $\rho = P/V$ (kg/dm^3)	0,56

b) Absorção

Para a argila expandida, é interessante saber a quantidade de água absorvida durante as operações de mistura do concreto. Assim, foram realizados ensaios de imersão do agregado em água potável, que forneceram os resultados constantes no Quadro 3.5.

Quadro 3.5 - Absorção do agregado graúdo

Tempo de imersão (horas)	0,5	24
Peso do recipiente + amostra seca (kg)	1,250	3,250
Peso do recipiente + amostra úmida (kg)	1,340	3,595
Peso do recipiente (kg)	0,250	0,250
Peso da amostra seca (kg)	1,000	3,000
Peso da amostra úmida (kg)	1,090	3,345
Peso da água absorvida (kg)	0,090	0,345
Absorção (%)	9,0	11,5

3.3.3 - Cimento

Foi utilizado cimento do tipo CP-320 da marca Mauá.

3.3.4 - Concreto

3.3.4.1 - Traço

O traço (em peso) do concreto utilizado foi de 1: 2,84:1,05, com um fator água/cimento de 0,65.

3.3.4.2 - Mistura

Antes de ser utilizada, a argila foi pesada e condicionada em sacos. Para evitar a absorção da água da mistura, os sacos foram imersos em água potável por meia hora.

Os componentes do concreto foram colocados na betoneira, obedecendo a seguinte ordem:

argila expandida - areia - cimento - água

A mistura resultante não apresentou segregação, quando adensada com o vibrador mecânico de imersão.

O "Slumping Test" apresentou um valor de 2,5 cm.

3.3.4.3 - Corpos de Prova

Foram moldados 12 corpos de prova cilíndricos, de dimensões normalizadas pela ABNT (150 mm x 300 mm), para cada modelo ensaiado.

Do ensaio dos corpos de prova, foram obtidos os seguintes valores médios para a resistência à compressão e para a resistência à tração do concreto leve.

Quadro 3.6 - Resistência à compressão e à tração do concreto leve

IDADE (DIAS)	RESISTÊNCIA (MPa)	
	COMPRESSÃO	TRAÇÃO
7	12,1	1,30
28	19,5	2,08

Para o concreto utilizado (traço - 1: 2,84:1,05), a pesagem e cubagem dos corpos de prova, forneceu o valor médio para a massa específica aparente do concreto.

$$\gamma_c = 1715 \text{ kg/m}^3$$

Do gráfico tensão-deformação (figura 3.10), obtido a partir de ensaios à compressão simples, pode ser determinado o valor do módulo de elasticidade do concreto em estudo.

$$E_c = 14.737 \text{ MPa}$$

O módulo de elasticidade estático do concreto leve não depende apenas da resistência à compressão, mas também da massa específica (γ_c) do concreto e do tipo de agregado.

Leonhardt [27] propõe o cálculo do módulo de elasticidade em função de γ_c e f_c, pela fórmula:

$$E_c = 5.900 + 0{,}0257 \sqrt{\gamma_c^3 . f_c} \qquad (3.2)$$

Sendo:

E_c em MPa

γ_c em kg/m^3

f_c em MPa

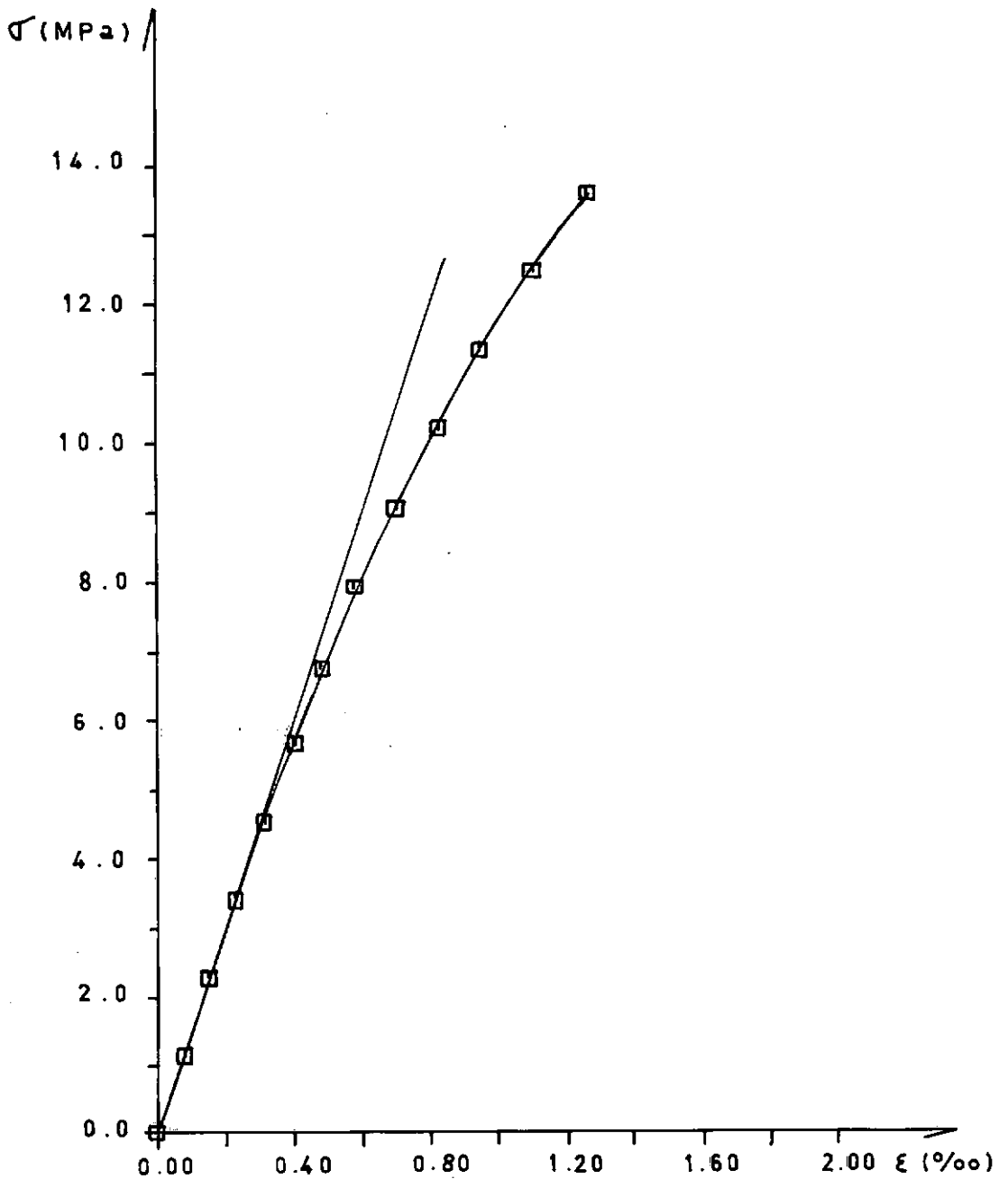


Figura 3.10 Curva Tensão-Deformação do Concreto

Que fornece para o concreto em estudo:

$$E_c = 13.960 \text{ MPa}$$

3.3.5 - Aço

Foram utilizadas barras de aço CA-50B de 1/4" de diâmetro, sendo ensaiadas 6 amostras de cada viga.

As cargas foram aplicadas às amostras pela prensa AMSLER, em etapas de 20 kN.

As deformações das barras foram lidas em cada etapa, com o auxílio do extensômetro mecânico AMSLER DM-540, de base 100 mm.

Assim, pode ser traçado o gráfico da Figura 3.11, a partir do qual foram obtidas as características físicas do aço utilizado, constantes do Quadro 3.7.

Quadro 3.7 - Características do aço utilizado

Tensão de escoamento convencional - σ_y (MPa)	566
Deformação específica no escoamento ($^o/_{oo}$)	4,7
Tensão de ruptura (MP_a)	824
Deformação específica na ruptura ($^o/_{oo}$)	14,3
Módulo de elasticidade - E_s (MPa)	$2,1.10^5$

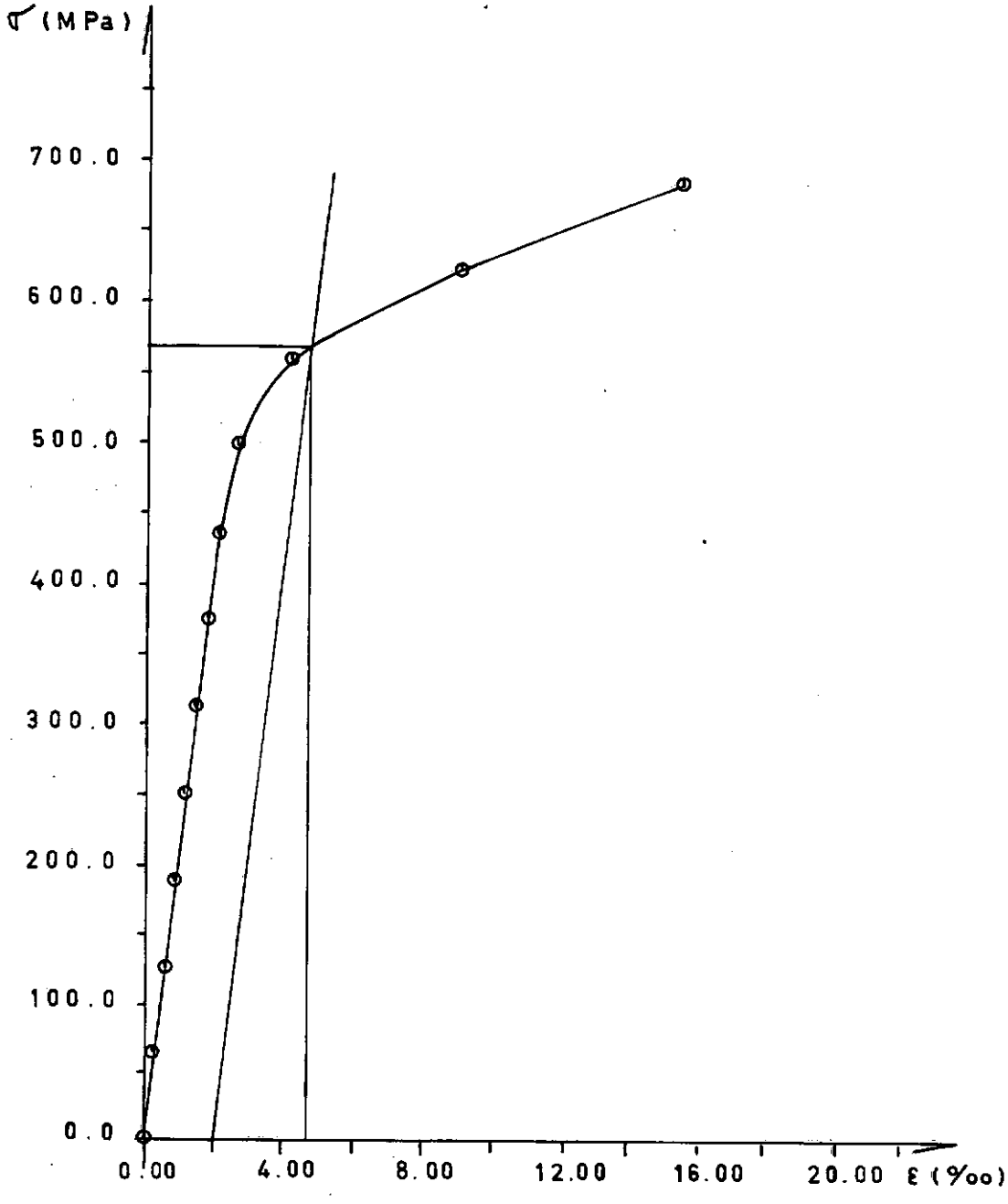


Figura 3.11 Curva Tensão-Deformação do Aço

3.4 - INSTRUMENTAÇÃO

Foram utilizados extensômetros mecânicos e flexímetros na medida das deformações e flechas. O fissurômetro e o extensômetro mecânico(após a fissuração) forneceram a médida da abertura das fissuras.

3.4.1 - Deformações

Sobre as faces das vigas (Figuras 3.12/3.13), foram posicionados pontos de leitura em forma de roseta. Para a leitura das deformações, foi utilizado o extensômetro mecânico "Tensotast Huggenberger", com precisão de 0,001 mm e base de medida de 100 mm.

3.4.2 - Fissuração

As aberturas das fissuras foram obtidas através da leitura ótica feita com o fissurômetro. Estes valores foram comparados com os obtidos das medidas realizadas com o Tensotast.

3.4.3 - Flechas

Os valores das flechas foram medidos no meio do vão, com dois flexímetros Huggenberger com precisão de 0,01 mm (Figura 3.12 e 3.13).

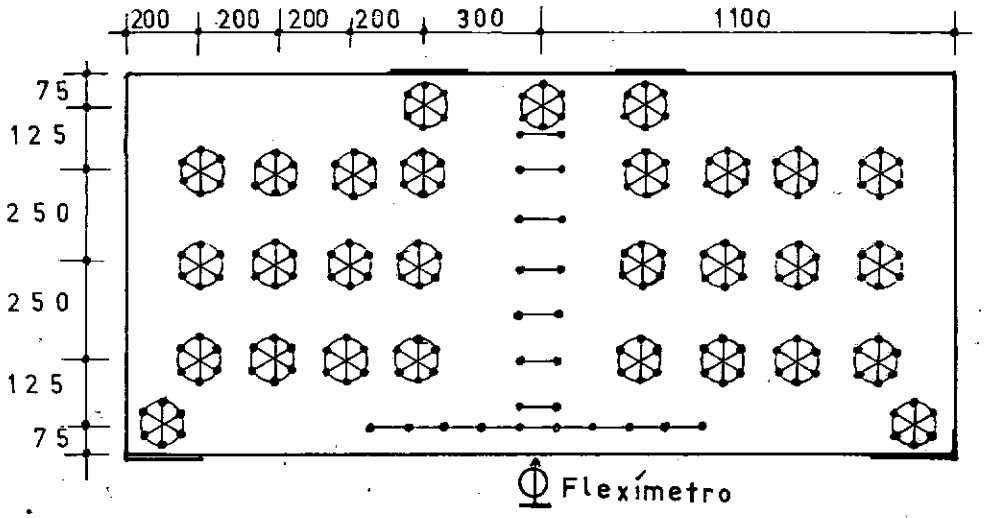


Figura 3.12 - Pontos de medição (vigas sem furos)

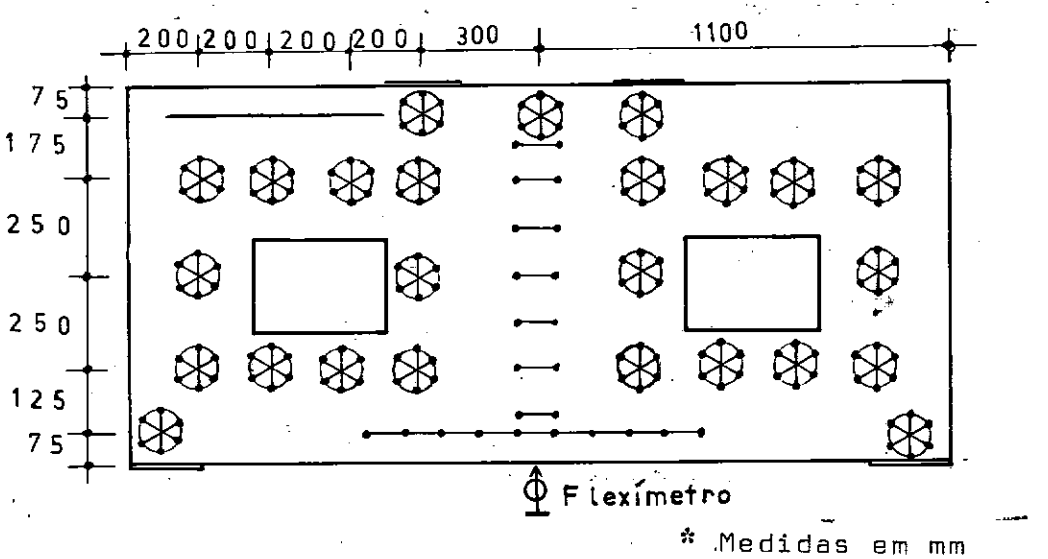


Figura 3.13 - Pontos de medição (vigas com furos)

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 - CONCRETO

Para obter a resistência à compressão e à tração do concreto, foram moldados 12 corpos de prova para cada viga, ensaiados aos 7 e 28 dias.

Os valores médios dos resultados dos ensaios, por viga, são apresentados no quadro 4.1.

Quadro 4.1 - Resistência à compressão e à tração do concreto

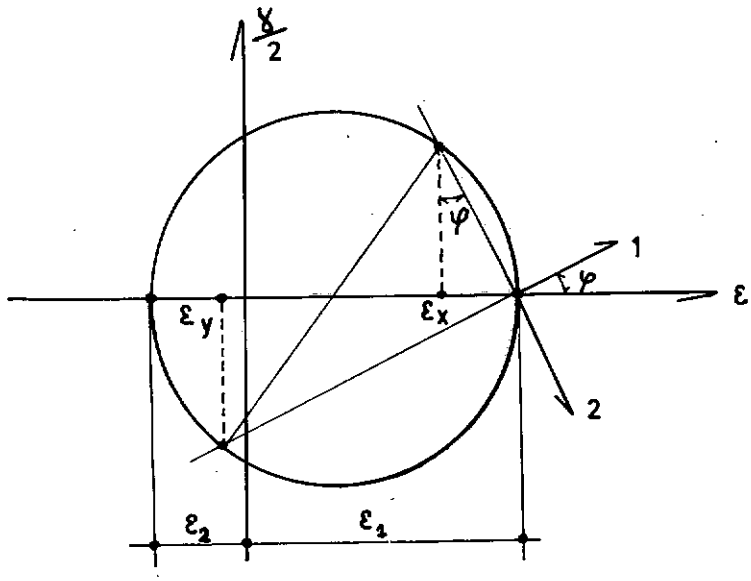
RESISTÊNCIA (MPa)	VIGAS								
	VT.1	VP.3	VP.7	VP.1	VP.2	VP.4	VT.2	VP.5	VP.6
f_c	18,5	18,6	16,6	19,7	19,1	20,2	18,5	18,8	19,3
f_t	2,05	1,98	2,10	2,12	2,13	2,00	2,05	1,87	2,08

4.2 - DEFORMAÇÕES

Com as leituras realizadas com o tensotast, nos pontos sobre as vigas parede (Figuras 3.12 e 3.13), foi possível obter através do círculo de Mohr, as deformações específicas nas diversas etapas de carga.

4.2.1 - Deformações no Estádio I

Os valores das deformações apresentados nos Quadros 4.2 e 4.3 correspondem a uma carga P = 50 kN, com a viga ainda não fissurada. As deformações e as direções principais obedecem ao círculo de Mohr da Figura 4.1.



1 e 2 - Direções principais

Figura 4.1 - Círculo de Mohr para deformações

4.2.1.1 - Vigas sem Furos

a) Vigas sem malha

No Quadro 4.2 estão os valores das deformações principais para a viga VP.1, nos diversos pontos mostrados na Figura 4.2.

Quadro 4.2 - Deformações principais da viga VP.1

DEFORMAÇÕES	PONTOS													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\varepsilon_1 \times 10^5$	8	5	7	9	3	3	10	8	6	6	5	6	8	6
$\varepsilon_2 \times 10^5$	20	-5	-6	-8	-11	-10	-16	-8	-6	-21	-6	-3	-1	-20
ψ graus	-20	-27	-34	-38	-25	-15	-30	-30	-30	-9	-10	-22	-30	-20

Na Figura 4.2, ainda está representado o diagrama de deformações na direção longitudinal da viga.

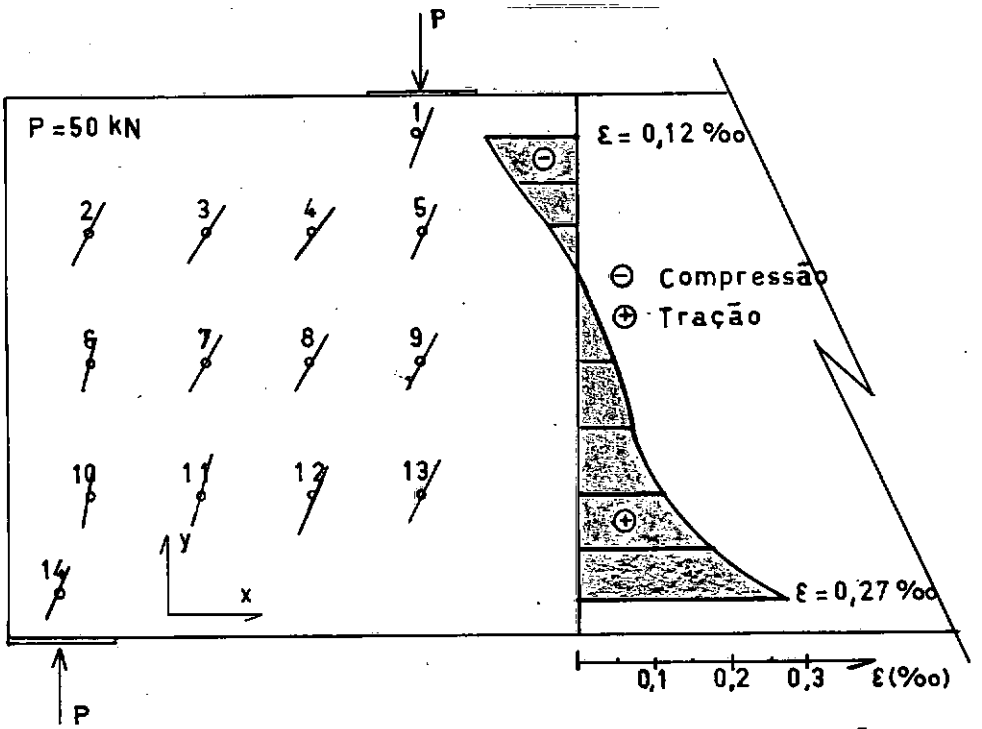


Figura 4.2 - Diagrama de deformações da viga VP.1

b) Viga com malha

No Quadro 4.3 estão os valores das deformações principais da viga VP.7.

Quadro 4.3 - Deformações principais da viga VP.7

DEFORMAÇÕES	PONTOS													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\varepsilon_1 \times 10^5$	-4	2	4	5	4	5	7	8	7	6	10	10	8	5
$\varepsilon_2 \times 10^5$	-14	-2	-8	-8	-10	-12	-13	-8	-6	-22	-13	-5	-3	-23
φ graus	-10	-43	-45	-40	-15	-26	-35	-37	-23	-24	-30	-30	-31	-19

Na Figura 4.2 estão localizados os pontos onde foram realizadas as leituras, com as quais foram calculadas as deformações do Quadro 4.3. No meio do vão está representado o diagrama de deformações na direção longitudinal da viga.

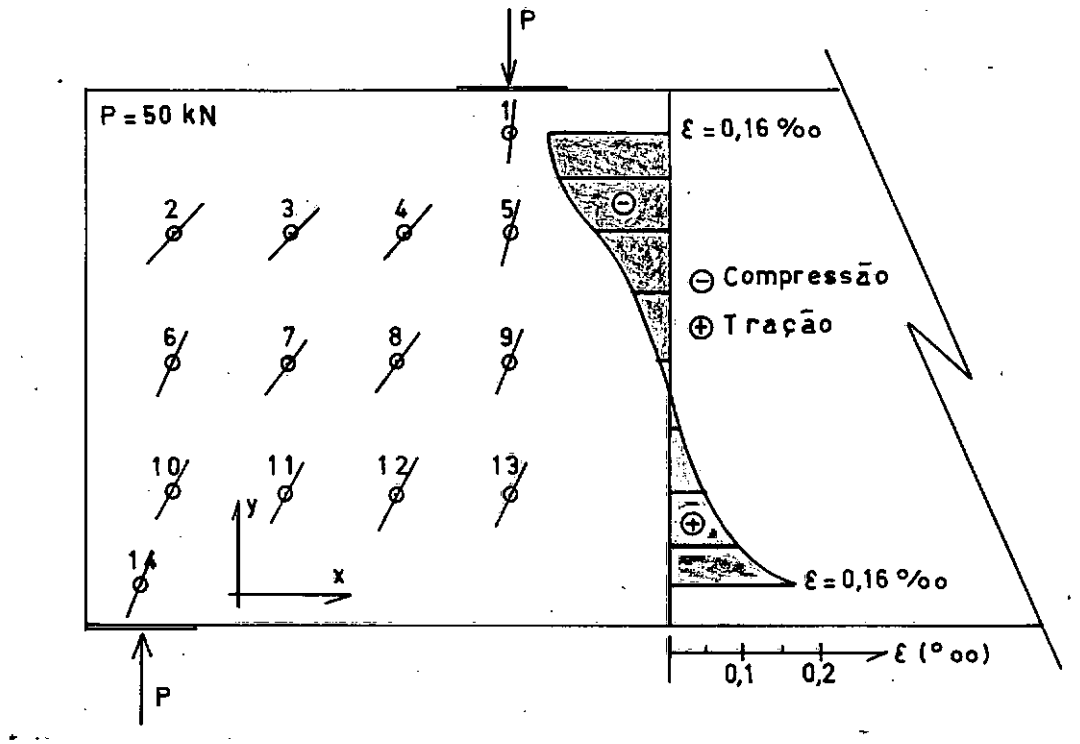


Figura 4.3 - Diagrama de deformações da viga VP.7

Ao comparar os diagramas de deformações das Figuras 4.2 e 4.3, nota-se que a distância do topo da viga à linha neutra, é maior na viga com malha.

4.2.1.2 - Vigas com Furos

a) Viga sem reforço sobre os furos

Os valores das deformações principais na viga VP.5, estão no Quadro 4.4.

Quadro 4.4 - Deformações principais da Viga VP.5

DEFORMAÇÕES	PONTOS													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\varepsilon_1 \times 10^5$	-2	-1	7	11	3	6	*	*	6	5	9	9	6	12
$\varepsilon_2 \times 10^5$	-18	-3	-13	-10	-5	-15	*	*	-9	-15	-4	-6	-4	-22
ψ em graus	-10	-30	-37	-39	-42	-14	*	*	-23	-24	-25	-30	-40	-21

Na Figura 4.4 estão localizados os pontos cujas deformações são apresentadas no Quadro 4.4. Ainda, está representado o diagrama de deformações, no meio do vão, da viga VP.5.

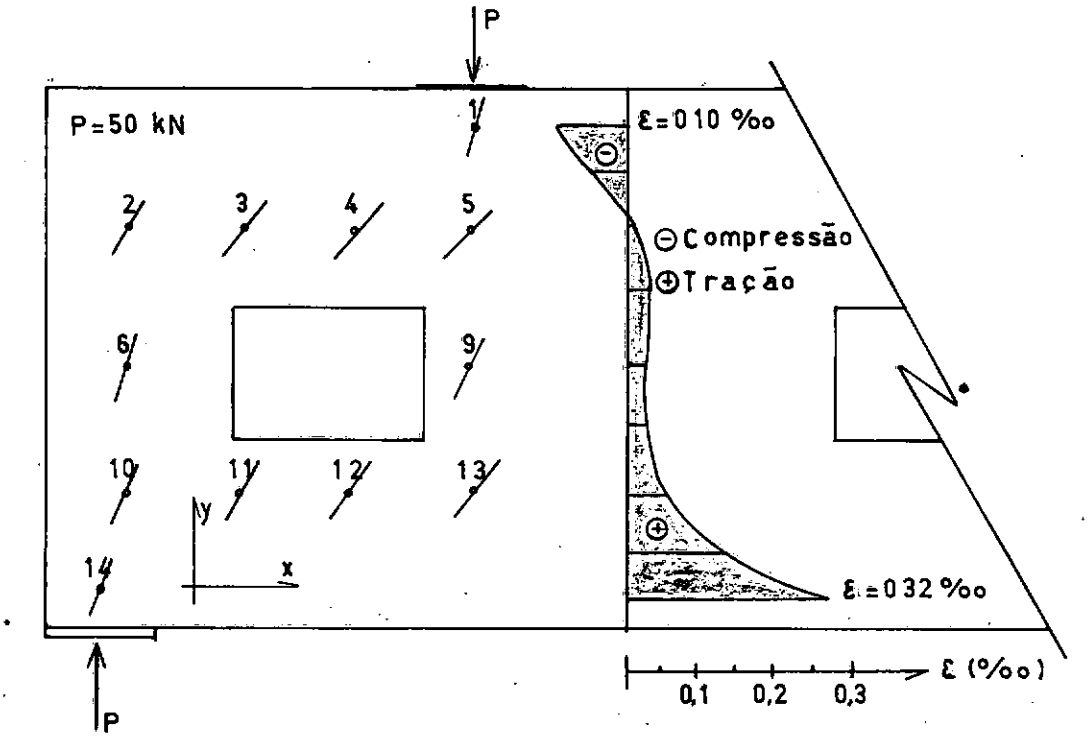


Figura 4.4 - Diagrama de deformações na viga VP.5

b) Viga com reforço sobre os furos

O comportamento da viga foi alterado, com a colocação de barras adicionais sobre os furos. No Quadro 4.5 estão os valores das deformações principais da viga VP.6.

Quadro 4.5 - Deformações principais da viga VP.6

DEFORMAÇÕES	PONTOS													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\varepsilon_1 \times 10^5$	-2	-1	4	7	4	7	*	*	4	7	9	7	6	6
$\varepsilon_2 \times 10^5$	-15	-3	-8	-6	-2	-12	*	*	-4	-8	-3	-3	-1	-20
φ em graus	-26	-32	-39	-40	-4	-37	*	*	-36	-12	-30	-34	-24	-22

A posição dos pontos cujas deformações são apresentadas no Quadro 4.5, pode ser observada na Figura 4.5. Ainda, é traçado o diagrama de deformações no meio do vão.

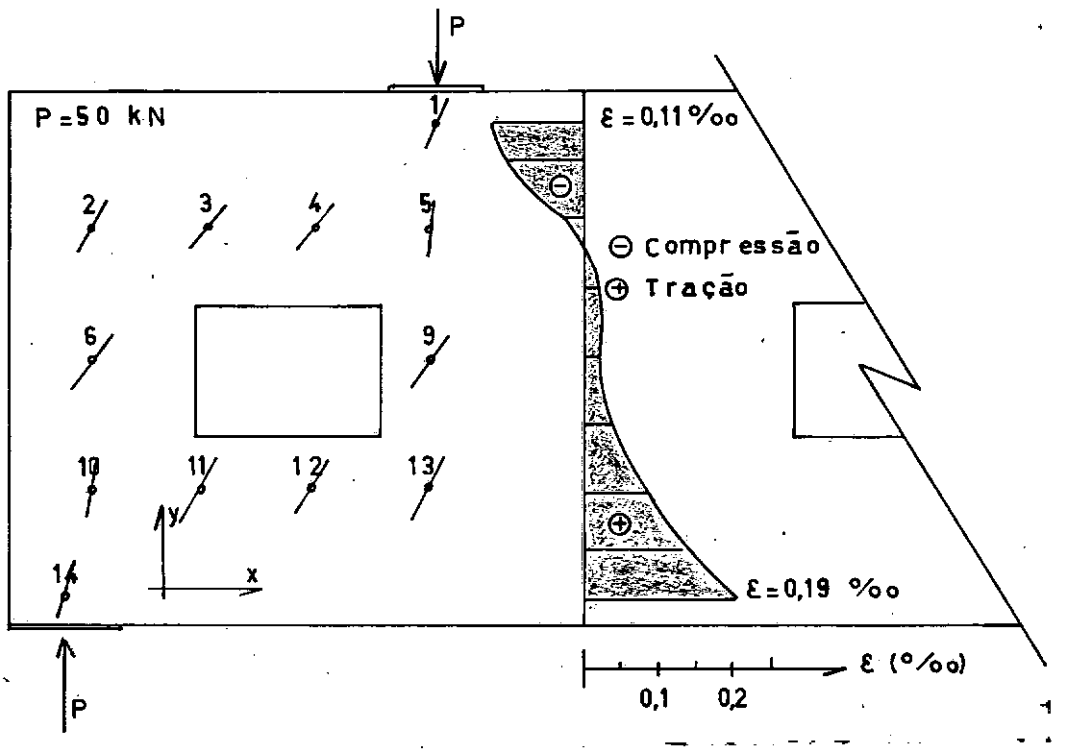


Figura 4.5 - Diagrama de deformações na viga VP.6

Ao comparar-se os diagramas de deformações das Figuras 4.4 e 4.5, pode ser notado que no caso da viga com reforço sobre os furos, a armadura longitudinal principal é menos solicitada. Comparando-se os valores das deformações no canto inferior do furo (ponto 13), observa-se que na viga sem reforço, a participação do caminho inferior é maior, no transporte das cargas. O ângulo maior do ponto 1, caracteriza a maior efetividade do caminho superior, no transporte das cargas da viga com reforço.

4.2.2 - Deformações no Estádio II

Os diagramas de deformações para o estádio II (fissurado), foram traçados para a etapa de cargas imediatamente anterior à ruptura.

4.2.2.1 - Vigas sem Furos

Na Figura 4.6 está representado o diagrama das deformações longitudinais no meio do vão, para uma viga com malha.

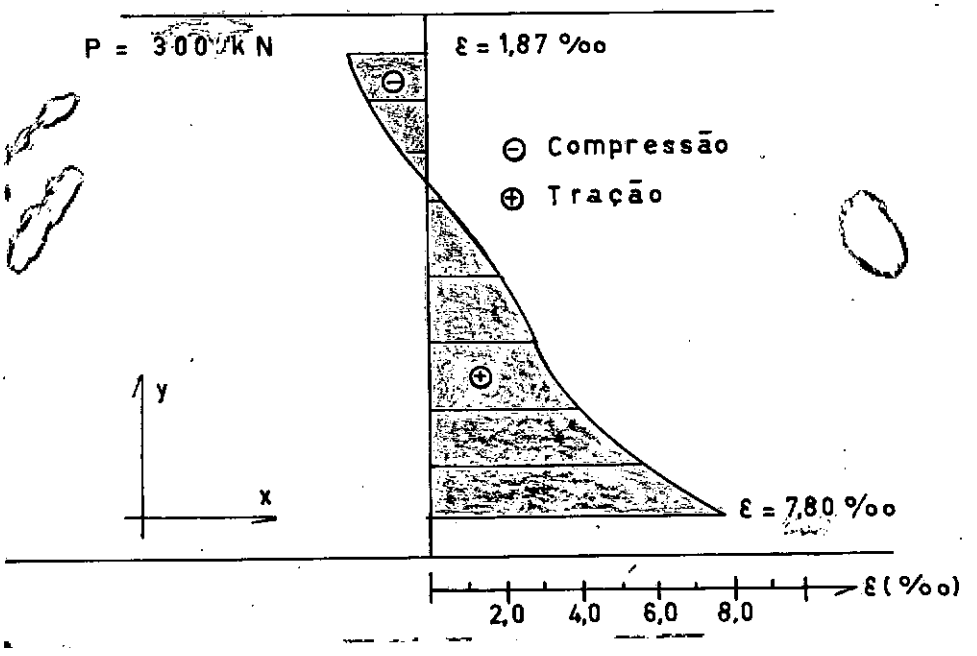


Figura 4.6 - Diagrama das deformações da viga VP.7

Pode-se observar na figura 4.6, a grande deformação na armadura longitudinal principal. Com o aumento do carregamento, a viga rompeu por flexão.

Não foi possível traçar o diagrama das deformações para a viga sem malha (VP.1), em virtude da grande abertura das fissuras.

4.2.2.2 - Vigas com Furos

Na Figura 4.7 , estão representados os diagramas das deformações longitudinais no meio do vão, para as vigas com malha.

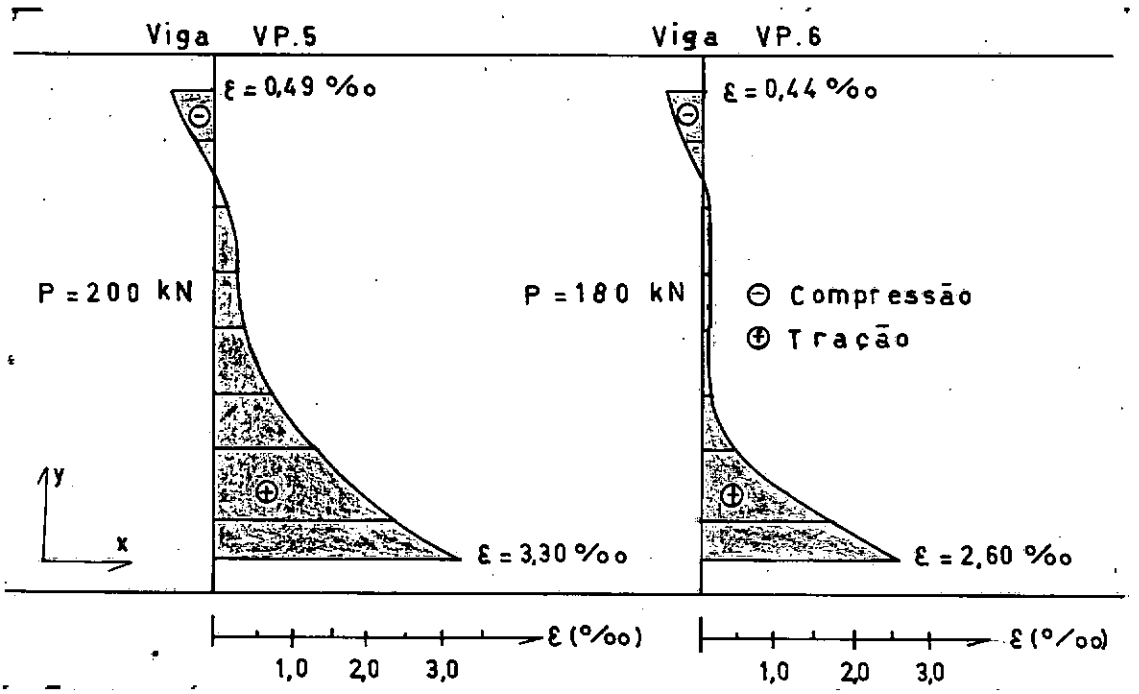


Figura 4.7 - Diagrama de deformações longitudinais

Pode ser notado que a armadura longitudinal principal é mais solicitada nas vigas sem reforço sobre os furos (VP.5).

4.3 - FISSURAÇÃO

Em vigas parede, dois tipos de fissuras são importantes: as fissuras de flexão na região de momento máximo e as fissuras diagonais de corte, formadas na linha que une os apoios às placas de carga.

As fissuras de corte tem maior influência no comportamento das vigas, provocando uma redistribuição de tensões, fazendo com que a viga passe a funcionar como um arco atirantado. Neste arco, a armadura longitudinal principal age como o membro tracionado e o concreto entre as fissuras diagonais como bielas comprimidas.

4.3.1 - Fissuração das Vigas sem Furos

Numa viga parede sem furos, onde o caminho das cargas não é interrompido, as primeiras fissuras a surgir são as de flexão no meio do vão. Numa etapa posterior de carga surgem as fissuras diagonais de corte a uma altura H/3 da base de viga. Nas vigas sem armadura de malha, o aparecimento súbito das fissuras diagonais de corte pode levar a ruptura imediata. No entanto, isto não acontece quando existe armadura de malha, e a viga continua a suportar cargas.

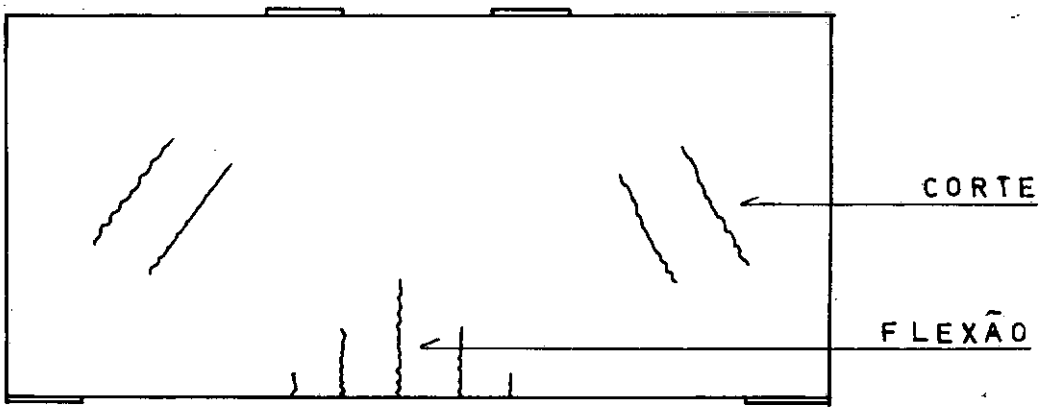


Figura 4.8 - Fissuração de uma viga parede sem furos

4.3.1.1 - Controle da Fissuração

Com os valores obtidos para a abertura das fissuras em cada etapa de carga, foram traçados os gráficos das Figuras 4.9 e 4.10. Destes gráficos, considerando um valor de 0,3 mm para a abertura das fissuras (NB-1/78), foram obtidos os valores para as cargas de utilização das vigas, constantes no Quadro 4.6.

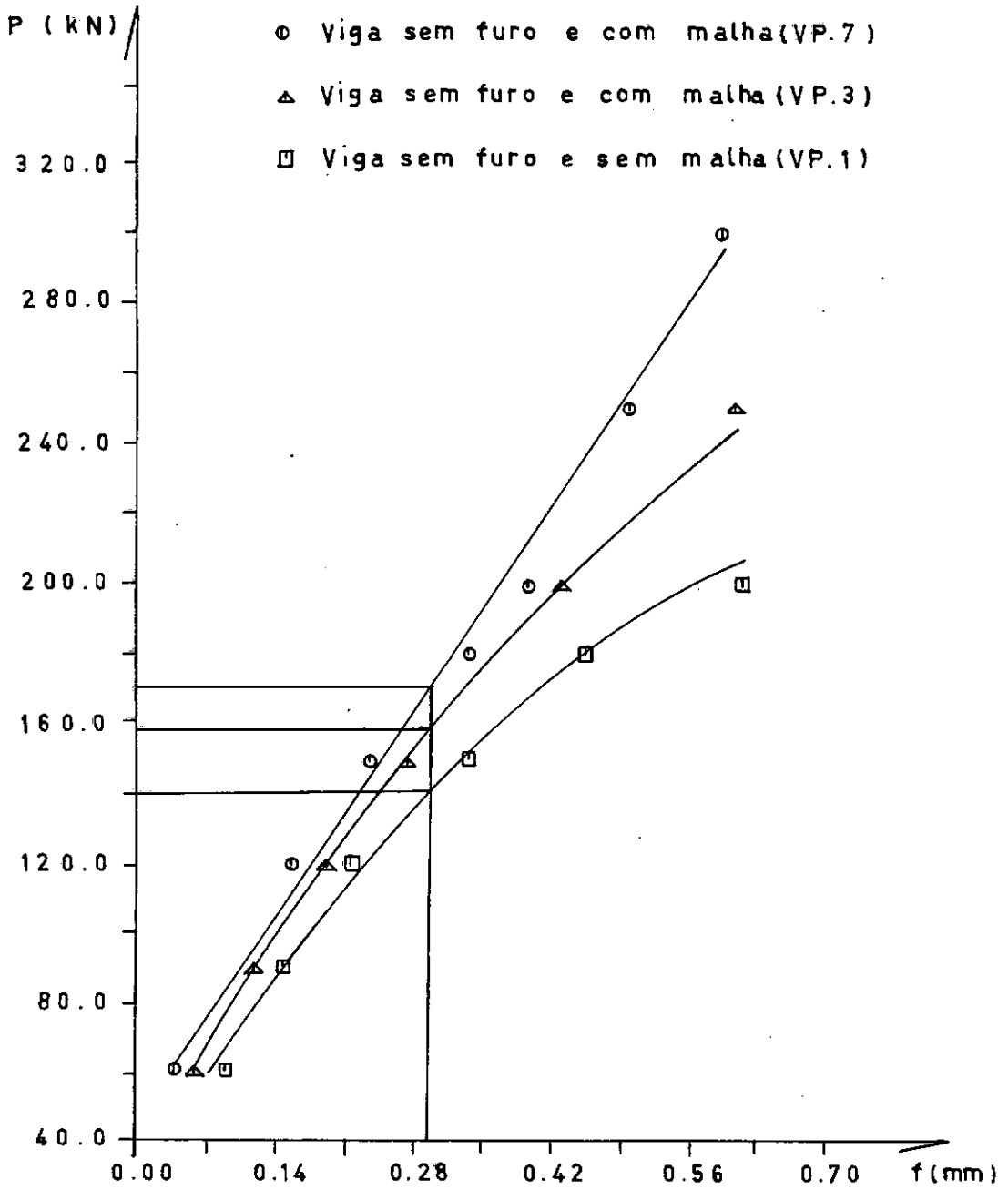


Figura 4.9 Curvas Cargas-Fissuras de Flexão

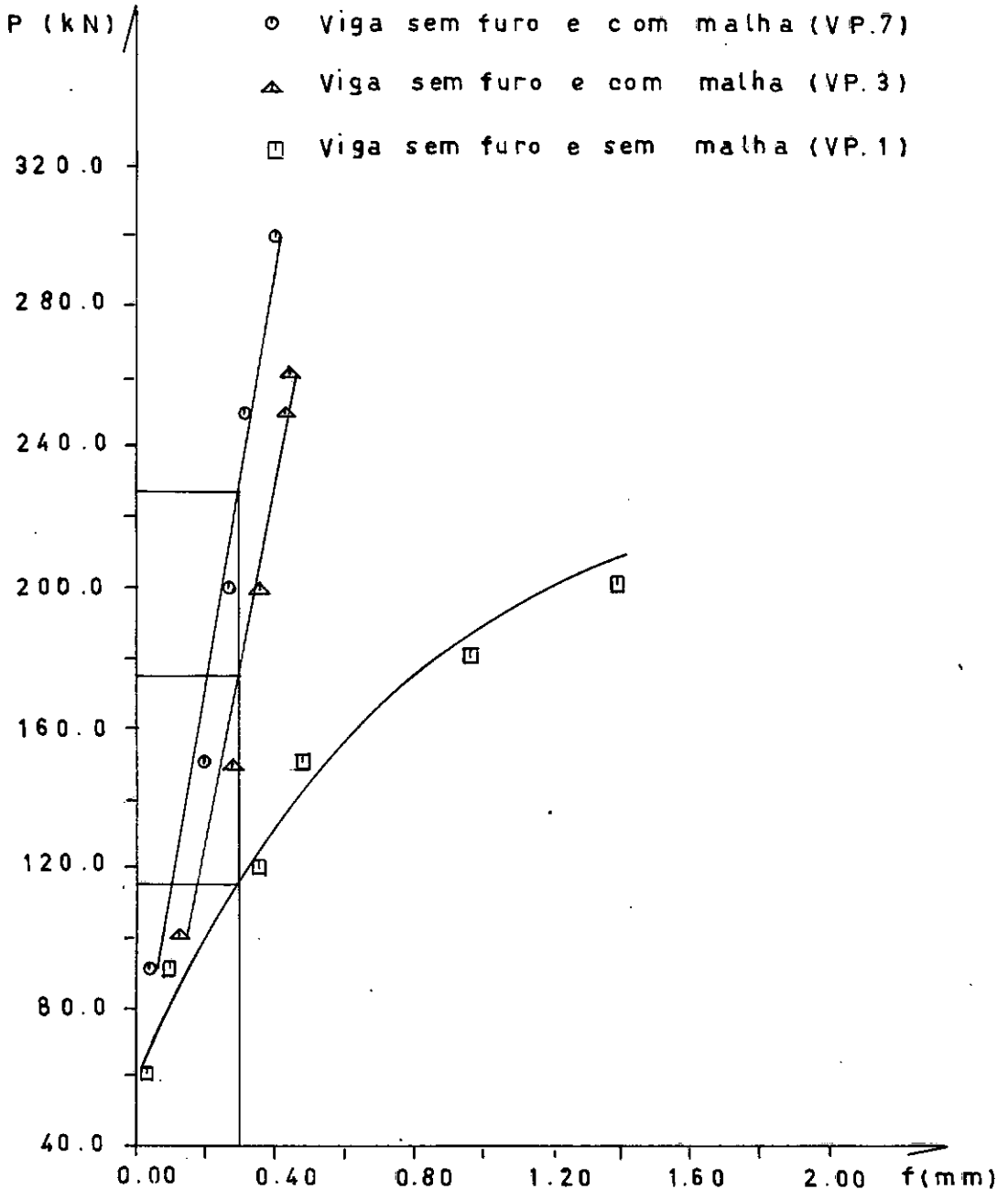


Figura 4.10 Curvas Cargas-Fissuras de Corte

Quadro 4.6 - Cargas de utilização

VIGAS	CARGAS (kN)				
	RUPTURA P_u	FISSURAS MÁXIMAS DE 0,3 mm			
		CORTE		FLEXÃO	
		P_c	P_c/P_u	P_f	P_f/P_u
VP.1	245	115	0,47	140	0,57
VP.3	280	175	0,62	157	0,56
VP.7	330	227	0,69	170	0,51

Analisando-se os resultados obtidos no Quadro 4.6 verifica-se que no caso de vigas sem malha, a carga de utilização é caracterizada pela abertura das fissuras de corte.Por outro lado, no caso de vigas com malha, a carga de utilização é caracterizada pela abertura das fissuras de flexão.

Baseados nestes resultados, a carga de utilização pode ser estimada em torno de 50% da carga de ruptura.

4.3.2 - Fissuração em Vigas com Furos

Quando um furo intercepta o caminho de cargas, no caso de vigas com malha, as primeiras fissuras que surgem ainda são as de flexão. As fissuras devidas a flexão são verticais e partem da base da viga, como por exemplo as fissuras 1 e 2 da Figura 4.11.Aumentando-se o carregamento, surgem as fissuras nos cantos dos furos (Figura 4.11- Fissuras 4 e 5), as quais tem pequena influência na carga última e no modo de ruptura em vigas com malha bem distribuida. Podem se formar outras fissuras, com o aumento da carga, que são as fissuras diagonais (Figura 4.11- Fissuras 6 e 7). Estas fissuras podem causar a ruptura imediata das vigas sendo chamadas por isto de fissuras diagonais críticas.

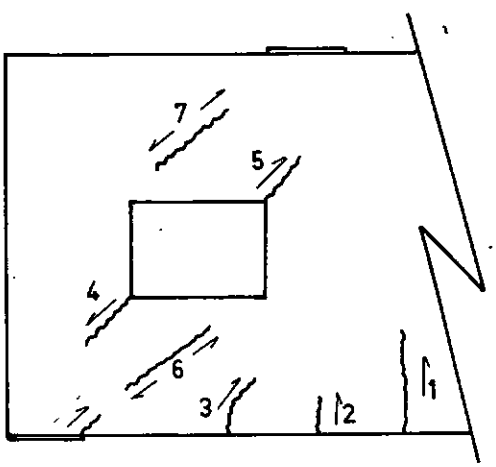


Figura 4.11- Fissuração de uma viga parede com furos

4.3.2.1 - Controle da Fissuração

Das Figuras 4.12 e 4.13 podem ser obtidos os valores das cargas, onde a abertura das fissuras alcança o valor admissível de 0,3 mm, no caso de vigas com furos.(Quadro 4.7).

Quadro 4.7 - Cargas de utilização

VIGAS	CARGAS (kN)				
	RUPTURA P_u	FISSURA MÁXIMA DE 0,3 mm			
		CORTE		FLEXÃO	
		P_c	P_c/P_u	P_f	P_f/P_u
VP.5	205	116	0,57	137	0,67
VP.6	185	120	0,65	*	*

* A abertura das fissuras não alcançou 0,3 mm

Analisando-se os resultados constantes no Quadro 4.7, verifica-se que quando foi acrescentado um reforço sobre os furos na viga VP.6, a mudança no mecanismo de transporte das cargas provocou um aumento na rigidez da peça. Sendo assim, a abertura das fissuras de flexão não alcançou 0,3 mm até a ruptura. Verifica-se ainda, que a carga de utilização é caracterizada pela abertura das fissuras de corte.

Pelos gráficos da Figura 4.15, pode ser constatado que as fissuras de flexão tem o mesmo comportamento para vigas com ou sem furos. Porém, as aberturas de fissuras de

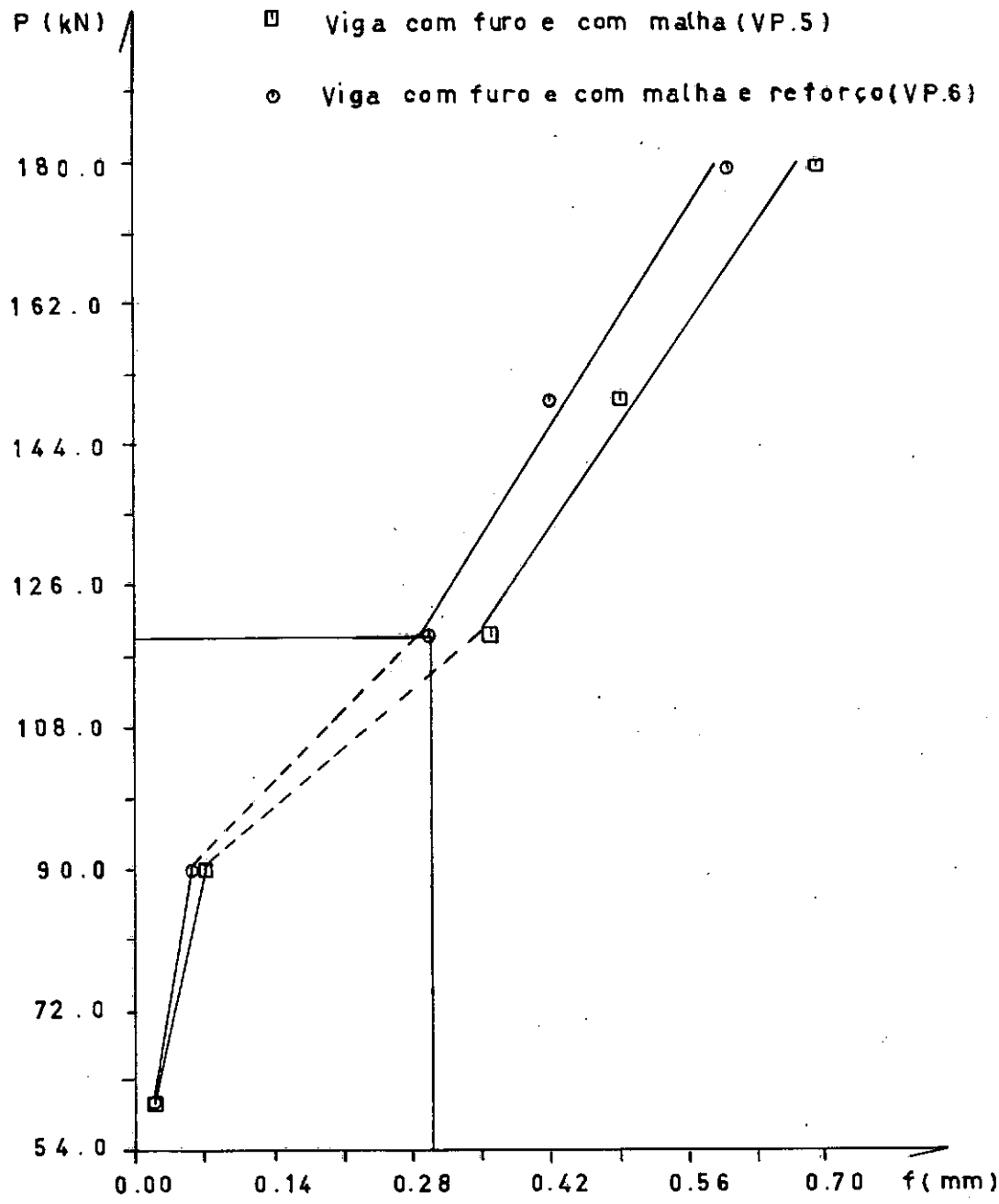


Figura 4.12 Curvas Carga – Fissuras de Corte

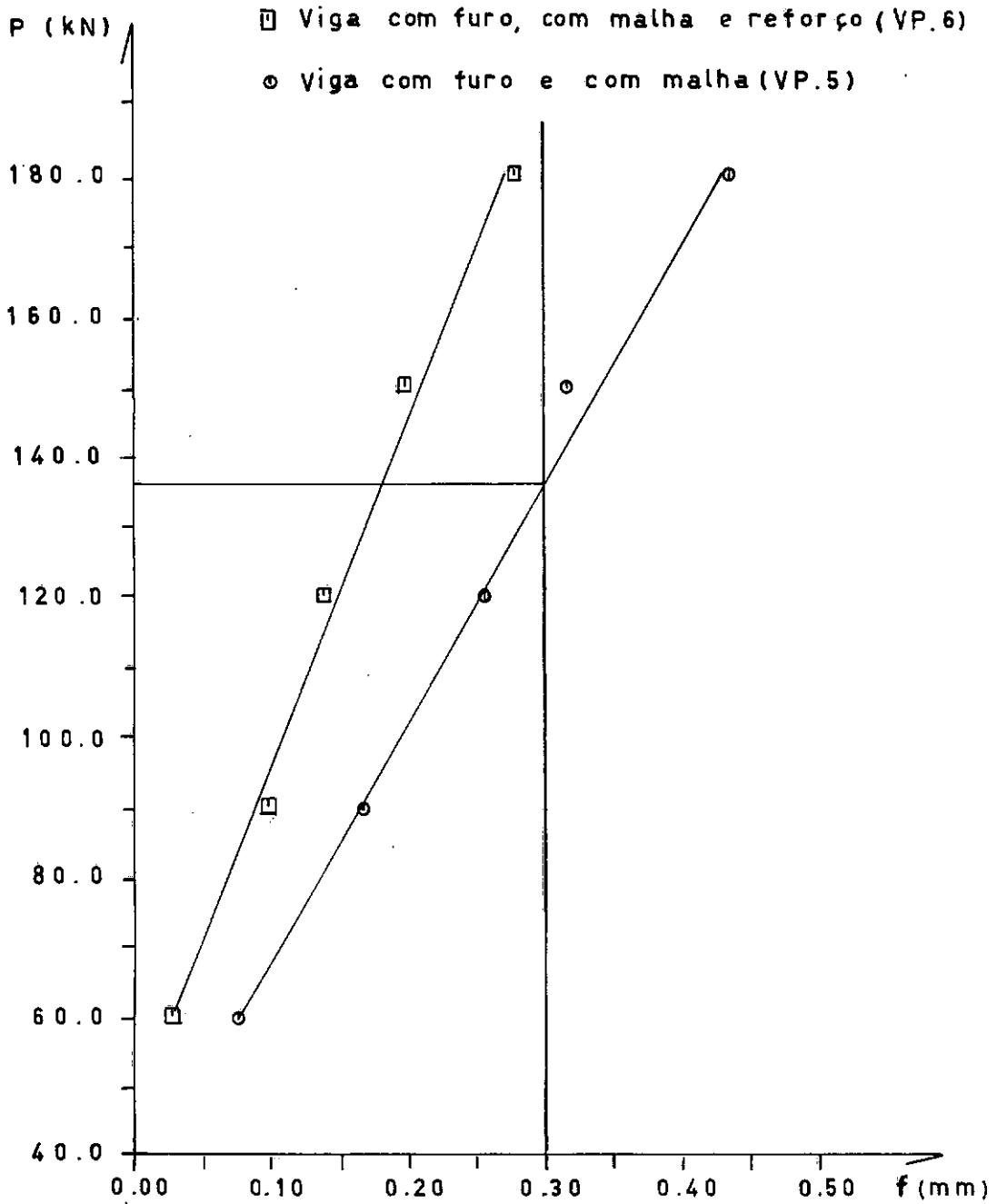


Figura 4.13 - Curvas Carga – Fissuras de Flexão

vidas ao cortante, para uma mesma carga, são consideravelmente maiores no caso de vigas com furos (Figura 4.14).

O aparecimento da fissura diagonal provoca um aumento brusco nas fissuras de corte dos cantos dos furos. Devido a ausência de etapas de medidas, neste intervalo os gráficos das Figuras 4.12 e 4.14 são apresentados com uma parte tracejada.

4.4 - FLECHAS

4.4.1 - Valores Experimentais

Com os valores obtidos nos ensaios, foram traçados os gráficos carga-flecha das Figuras 4.17 e 4.18.

4.4.2 - Cálculo Teórico das Flechas em Vigas Parede

Em virtude da grande inércia das vigas parede, não pode ser aplicada a teoria das vigas baixas para o cálculo das flechas nestes elementos.

4.4.2.1 - Método Proposto por Kumar [24]

O valor da flecha é obtido através do deslocamento dos nós da treliça proposta na Figura 4.16.

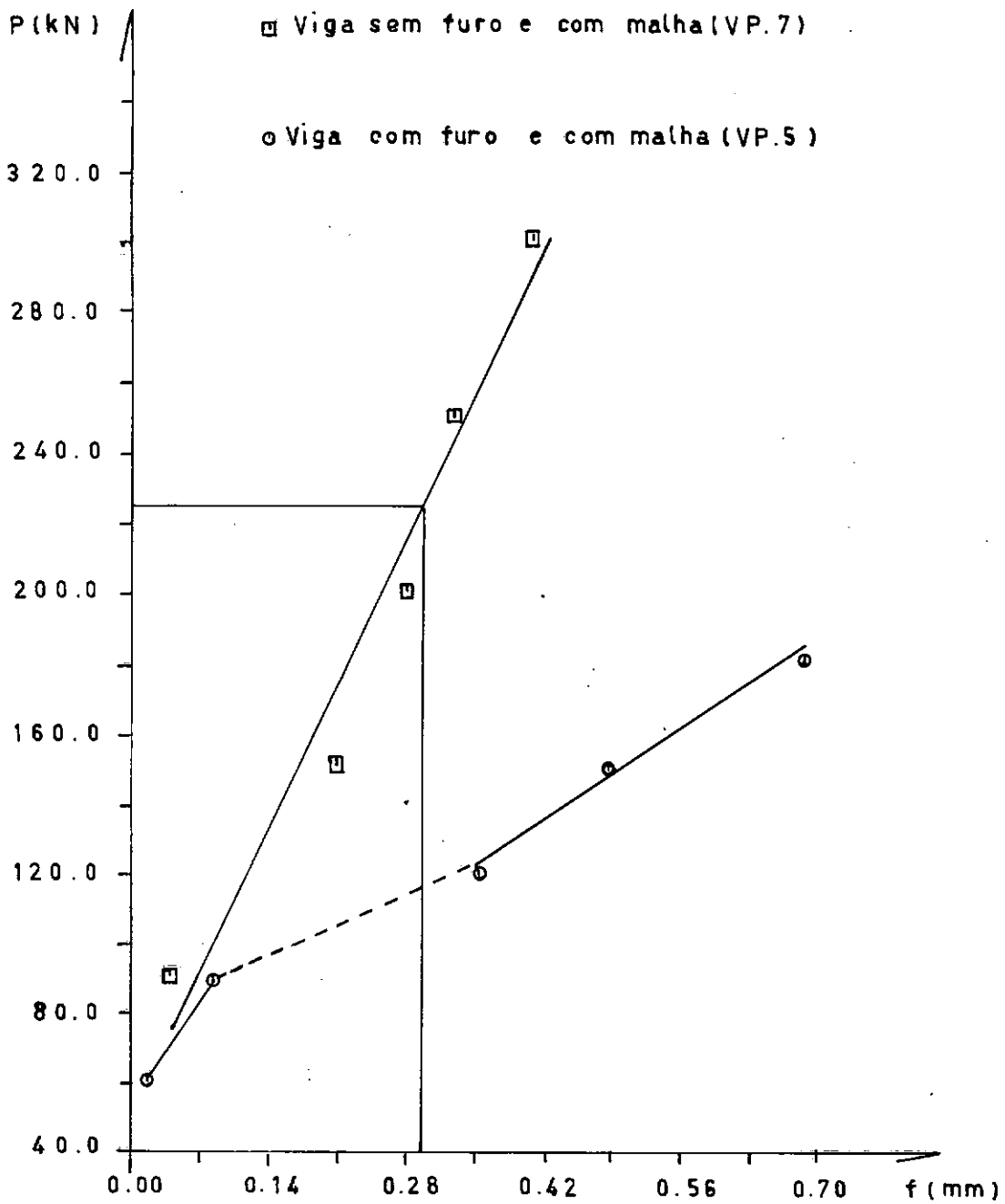


Figura 4.14 Curvas Carga - Fissuras de Corte

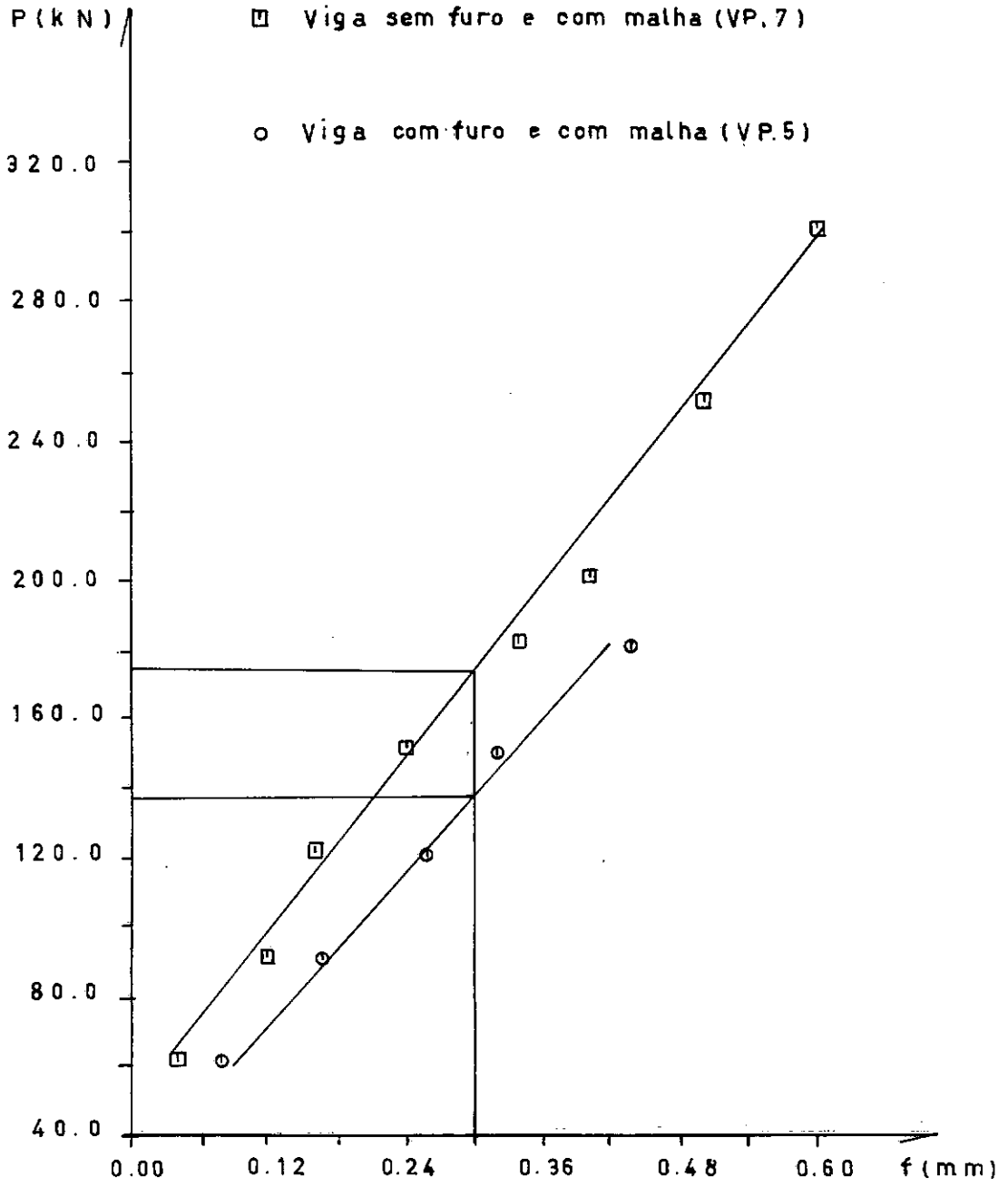


Figura 4.15 Curvas Carga – Fissuras de Flexão

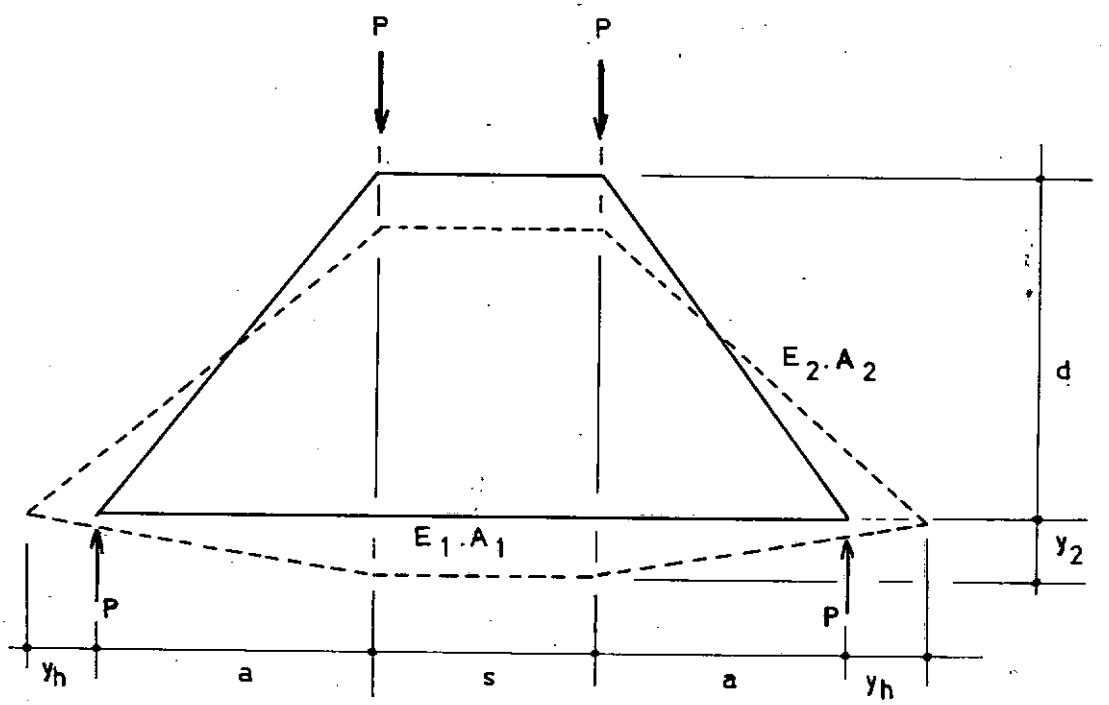


Figura 4.16 - Deslocamento dos nós de uma treliça

Não havendo restrição ao movimento, o deslocamento horizontal será:

$$y_h = \frac{P.a(2.a + s)}{2.d.A_1.E_1} \qquad (4.1)$$

O deslocamento vertical no meio do vão pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$y_v = K(y_s + y_2) \qquad (4.2)$$

Onde K traduz a relação entre a flecha no ponto de aplicação da carga e a flecha no meio do vão. O valor de K pode ser estabelecido de acordo com a equação da elástica, pela relação:

$$K = \frac{(2.a + s)^2}{4.a(a + s)} \qquad (4.3)$$

A parcela y_s da flecha devida a deformação de corte será:

$$y_s = \frac{P.a}{b.d.G} \qquad (4.4)$$

onde:

$$G = \frac{E_c}{2(1 + \nu)}$$

A parcela y_2 da flecha é dada por:

$$y_2 = \frac{P.d}{A_1.E_1}\left[\left(\frac{a}{d}\right)^3 \left(1 + \frac{s}{2.a}\right) + \frac{A_1.E_1}{A_2.E_2}\left[\left(\frac{a}{d}\right)^2 + 1\right]^{3/2}\right] \qquad (4.5)$$

Onde:

a) O primeiro termo correspondente a contribuição da deformação da armadura longitudinal principal.

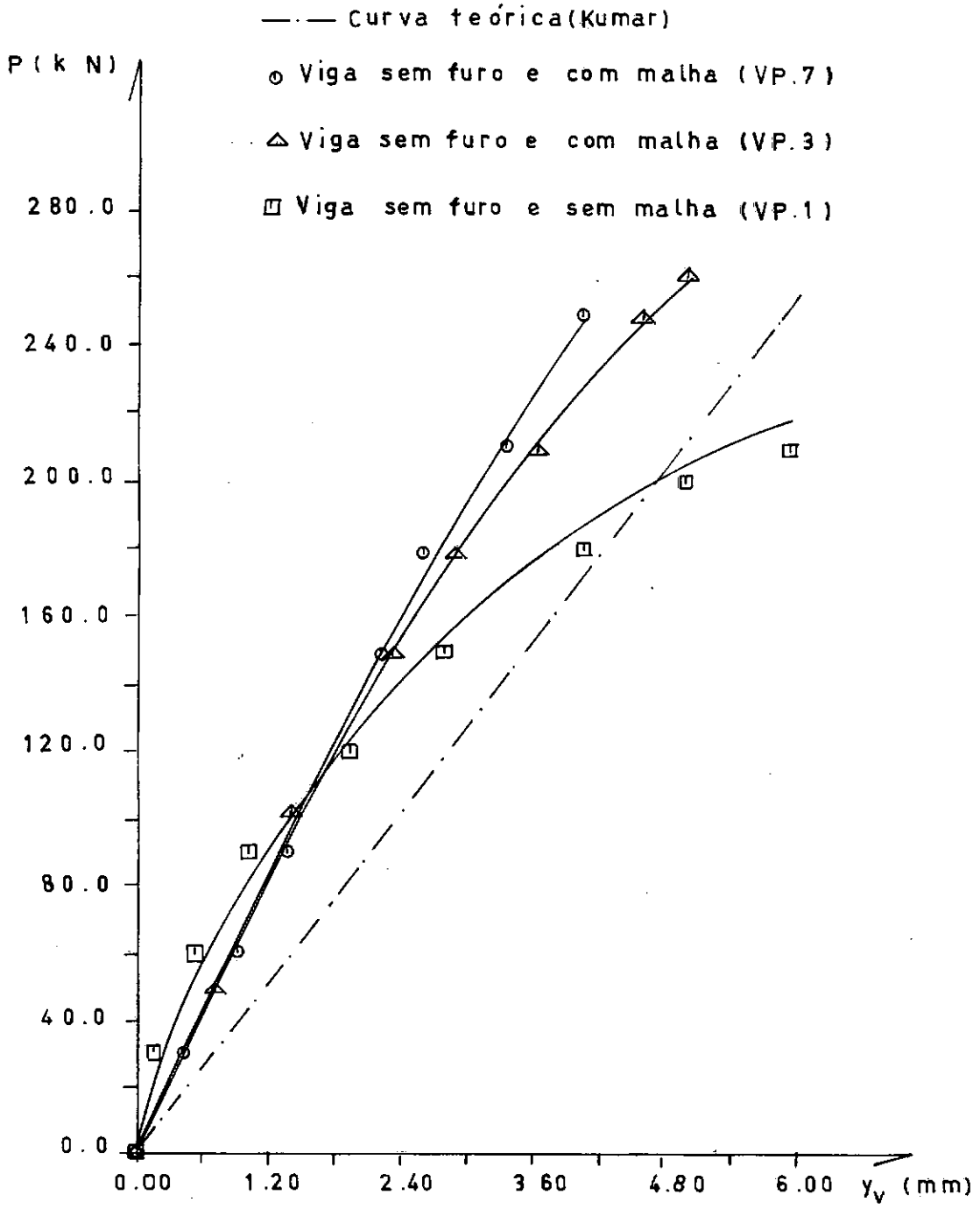


Figura 4.17 Curvas Carga - Flecha

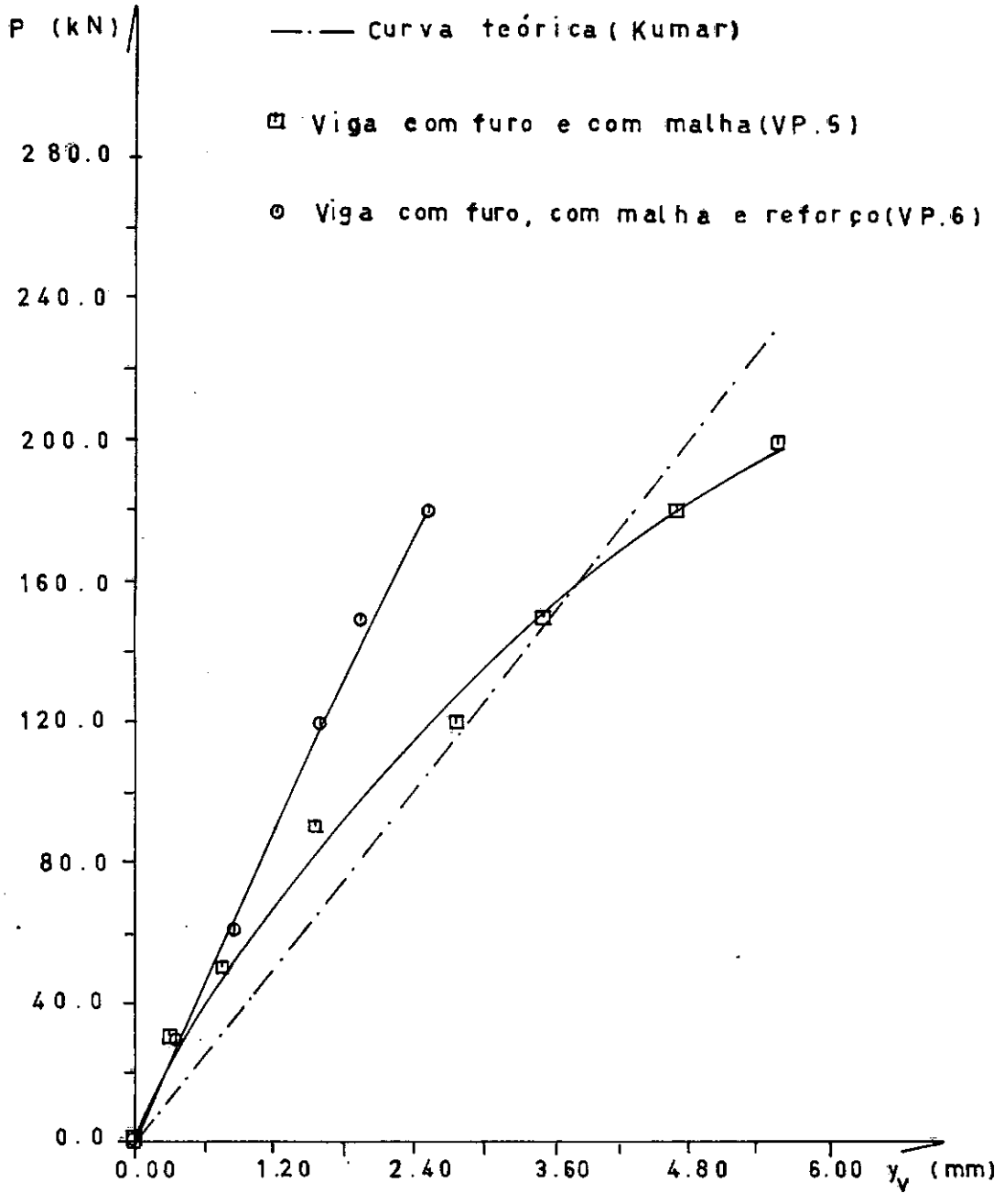


Figura 4.18 Curvas Carga – Flecha

b) O segundo termo corresponde a contribuição da deformação das hastes comprimidas inclinadas, que será nula se os membros forem infinitamente rígidos.

4.4.2.2 - Método Proposto por Solanki [41]

As flechas no meio do vão, para cargas de utilização, podem ser obtidos através da fórmula empírica simplificada (4.6), proposta por Solanki e baseada em resultados experimentais.

$$y_v = \frac{L^2}{2500.d} \qquad (4.6)$$

com d e L dados em mm.

4.4.3 - Comparação dos Valores das Flechas

4.4.3.1 - Vigas sem Furos

O Quadro 4.8 contém os valores teóricos e experimentais das flechas no meio do vão, para diferentes valores da carga P.

QUADRO 4.8 - Flechas no meio do vão

CARGA - P (kN)	FLECHAS (mm)						
	KUMAR	VP.1		VP.3		VP.7	
	y_v	y	y/y_v	y	y/y_v	y	y/y_v
30	0,67	0,21	0,32	0,48	0,72	0,61	0,91
60	1,35	0,57	0,43	0,85	0,63	1,08	0,80
90	2,02	1,05	0,52	1,22	0,61	1,47	0,73
120	2,69	1,89	0,71	1,71	0,64	1,87	0,70
150	3,37	2,70	0,80	2,28	0,68	2,28	0,68
180	4,04	3,90	0,97	2,88	0,71	2,79	0,69
200	4,49	4,98	1,11	3,30	0,73	3,12	0,70
250	5,61	-	-	4,56	0,81	4,02	0,72

O valor da flecha no meio do vão, pela aplicação da expressão (4.6), proposta por Solanki, será.

$$y_v = 1,88 \text{ mm}$$

As flechas do Quadro 4.9 correspondem a carga de utilização do Quadro 4.6.

QUADRO 4.9 - Flechas para as cargas de utilização

VIGA	CARGA - P (kN)	FLECHAS (mm)				
		EXPERIMENTAL	PRABAHT		SOLANKI	
		y	y_v	y/y_v	y_v	y/y_v
VP.1	118	1,86	2,64	0,70	1,88	0,99
VP.3	154	2,35	3,45	0,68	1,88	1,25
VP.7	168	2,61	3,77	0,69	1,88	1,39

Pode ser notado pelos valores dos Quadro 4.8 e 4.9 e pela Figura 4.17, que as flechas ocorridas nos ensaios foram da ordem de 70% dos valores teóricos calculados pela analogia da treliça.

4.4.3.2 - Vigas com Furos

Com os valores das flechas obtidas nos ensaios, foram traçadas as curvas carga-flecha da Figura 4.19.

Pode ser notado o comportamento idêntico das vigas, com reforço e sem reforço, até a fissuração. Com a peça fissurada, o reforço sobre os furos aumenta a rigidez da viga.

Na Figura 4.19 pode ser observado, que os valores experimentais das flechas foram maiores nas vigas com furos.

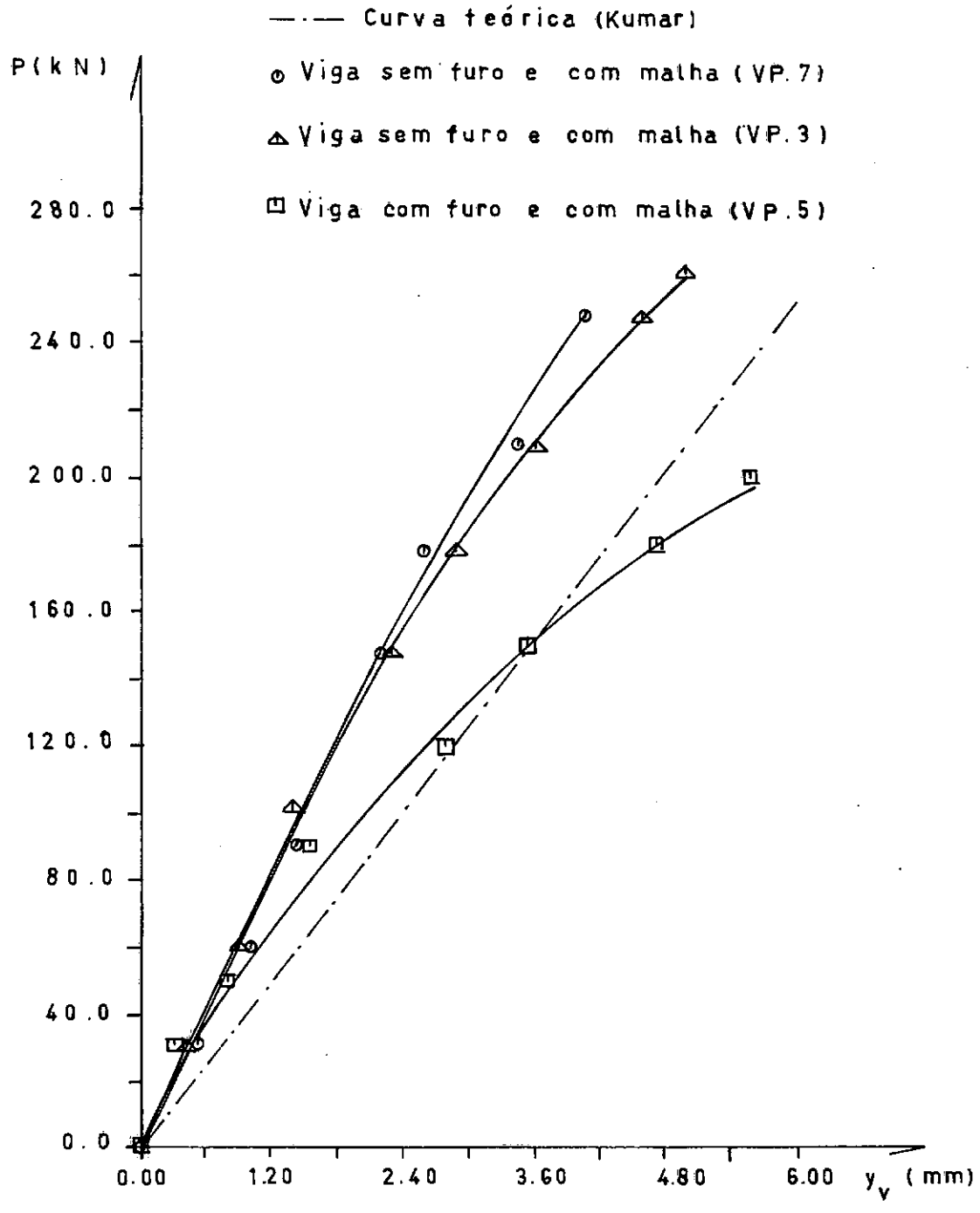


Figura 4.19 Curvas Carga - Flecha

4.5 - TAXA GEOMÉTRICA DE ARMADURA

Todas as vigas com furos, quando ensaiadas, romperam por esforço cortante. A quantidade de armadura sobre os furos fornece uma proteção contra a abertura e propagação das fissuras. No Quadro 4.10 são representadas as taxas geométricas de armadura e as cargas de ruptura dos modelos ensaiados.

Quadro 4.10 - Taxa geométrica de armadura

VIGAS	CARGA DE RÚPTURA (kN)	TAXA GEOMÉTRICA DE ARMADURA (%)		
		ρ_t	ρ_p	ρ_h
VP.2	53	0,224	0,224	0,000
VP.4	101	0,288	0,224	0,160
VT.2	212	0,544	0,224	0,480
VP.5	205	0,544	0,224	0,480
VP.6	185	0,608	0,224	0,640

Onde:

ρ_t = Área de aço longitudinal/área da seção de concreto

ρ_p = Área de armadura principal/área da seção de concreto

ρ_h = Área de aço longitudinal acima dos furos/área da seção de concreto acima dos furos

Foi utilizada a teoria da plasticidade no estudo da influência da taxa geométrica de armadura acima dos furos, na carga de ruptura de vigas parede com e sem armadura de malha. Foram traçadas as curvas carga de ruptura - taxa geométrica de armadura acima dos furos, correspondentes as linhas de ruptura 1 e 2 da Figura 4.20. A variação da taxa geométrica de armadura acima dos furos é caracterizada pelo acréscimo de barras de reforço sobre os furos.

A comparação desses resultados teóricos aos fornecidos pelos ensaios foi feita plotando-se na Figura 4.20, os valores experimentais de carga de ruptura (P) e a taxa geométrica de armadura acima dos furos (ρ_h), do Quadro 4.10.

Pode-se observar na Figura 4.20 que o aumento da taxa geométrica da armadura acima dos furos, nas vigas com malha, provocou uma maior efetividade do caminho superior no transporte das cargas. Neste caso a ruptura ocorreu segundo a linha 2, para uma carga de ruptura inferior àquelas que apresentaram as vigas sem reforço sobre o furo.

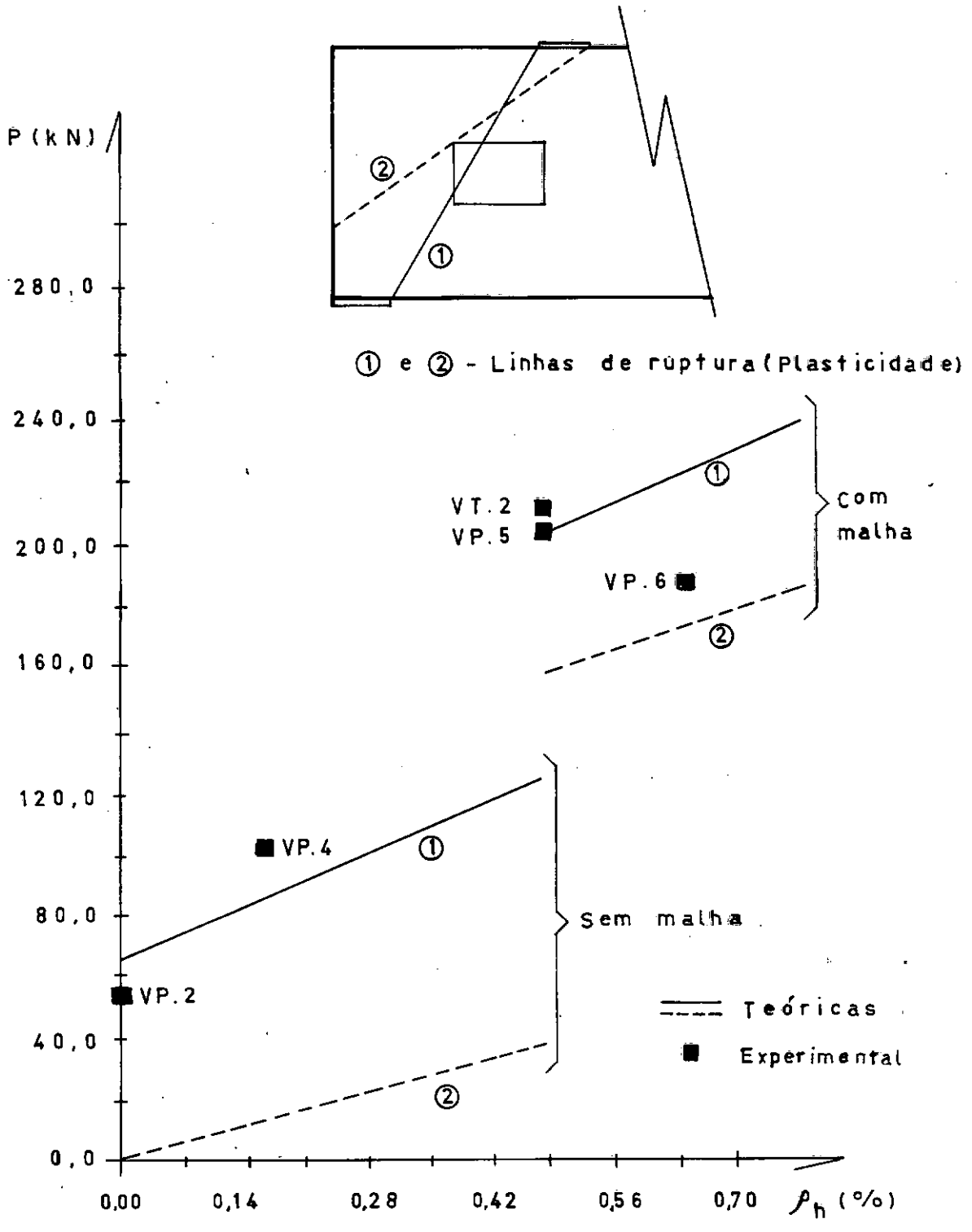


Figura 4.20 Curva carga de ruptura - taxa geométrica de armadura acima dos furos

4.6 - CARGAS DE RUPTURA

Com a aplicação dos métodos de dimensionamento do Capítulo 2, foram obtidos os valores das cargas teóricas de ruptura. No Quadro 4.11 encontram-se os valores experimentais e teóricos das cargas de ruptura correspondentes às vigas ensaiadas.

A análise dos valores do Quadro 4.11 permite estabelecer as seguintes considerações:

a) Sobre as recomendações do CEB

O dimensionamento baseia-se na resistência à flexão da viga. Assim, como o método não considera a influência da armadura de malha no cálculo do momento resistente, os resultados são conservativos para as vigas com malha.

b) Sobre a norma do ACI

No cálculo do esforço cortante resistido pela viga, não é considerada a armadura de malha. Isto explica a diferença entre os resultados experimentais e teóricos encontrados para as vigas com malha.

Quadro 4.11 - Cargas de Ruptura

VIGA				CARGAS DE RUPTURA (kN)											
				EXPERIMENTAL P_e	TEÓRICAS										
					CEB		ACI		KUMAR		KONG		PLASTICIDADE		
					P	P/P_e	P	P/P_e	P	P/P_e	P	P/P_e	P	P/P_e
VP.1	SEM FUROS	SEM MALHA	SEM REFORÇO	245	203	0,83	218	0,89	225	0,92	284	1,16	115	0,47
VT.1		COM MALHA		300	203	0,68	211	0,70	220	0,73	313	1,04	314	1,05
VP.3				280	203	0,73	212	0,76	222	0,80	305	1,09	314	1,12
VP.7				330	203	0,62	200	0,61	198	0,60	332	1,01	337	1,02
VP.2	COM FUROS	SEM MALHA	C/REFORÇO	53	*	*	*	*	*	*	70	1,32	67	1,26
VP.4				101	*	*	*	*	*	*	75	0,74	85	0,85
VT.2		COM MALHA	SEM REFORÇO	212	*	*	*	*	*	*	137	0,65	206	0,97
VP.5				205	*	*	*	*	*	*	133	0,65	206	1,00
VP.6			C/REFORÇO	185	*	*	*	*	*	*	147	0,80	172	0,93

* O método não se aplica à vigas com furos

c) Sobre a analogia da treliça

O modelo da treliça, proposto por Kumar, representa melhor o comportamento das vigas sem malhas. Assim, o melhor resultado foi obtido para a viga VP.1.

d) Sobre as fórmulas de Kong

O método fornece bons resultados para vigas sem furos.

Nas vigas com furos, para a aplicação das fórmulas, é exigida uma armadura de malha bem distribuída.

Nas vigas VP.2 e VP.4 não existe armadura de malha, o que influi nos resultados teóricos obtidos. Convém observar que a viga VP.4 dispõe de reforço sobre os furos.

No caso das vigas com furo e com malha, a aplicação das fórmulas não forneceram bons resultados. Cabe acrescentar que Kong [17], ao comparar, neste caso, seus resultados teóricos aos seus resultados experimentais, também não obteve uma boa concordância entre estes dois valores.

e) Sobre a aplicação da teoria da plasticidade

No modelo aqui proposto para a aplicação da teoria da plasticidade no dimensionamento de vigas parede, foi admiti-

da a existência de armadura de malha bem distribuída. Isto explica os resultados obtidos para as vigas VP.1 e VP.2.

Para as vigas com armadura de malha, a análise forneceu bons resultados.

4.7 - APLICAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A análise do comportamento até a ruptura de uma viga parede pode ser feita pelo método dos elementos finitos.

Como exemplo de aplicação deste método, a viga VP.1 foi analisada pelo programa desenvolvido por Troina [44] na COPPE/UFRJ.

Na Figura 4.21 a curva carga-flecha obtida teoricamente é comparada à curva experimental. Pode ser notada a diferença de comportamento entre as curvas teóricas e experimental, que se deve as simplificações feitas, no cálculo, no tratamento do concreto fissurado.

A configuração da fissuração obtida através do ensaio e do modelo de cálculo é mostrada, nas Figuras 4.22 e 4.23, respectivamente.

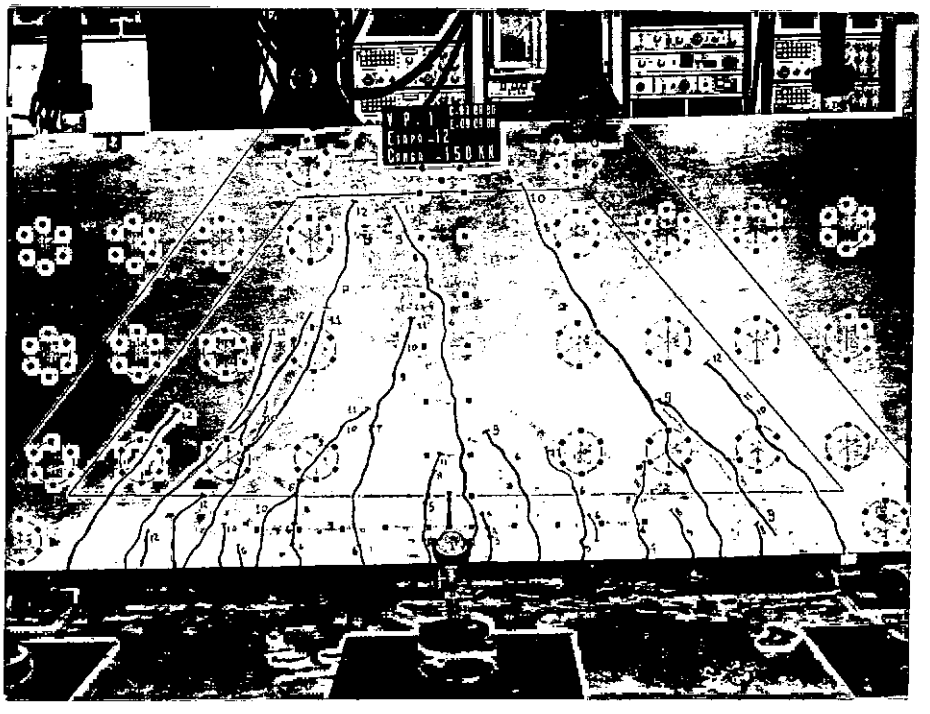


Figura 4.22 - Configuração das fissuras (ensaio)

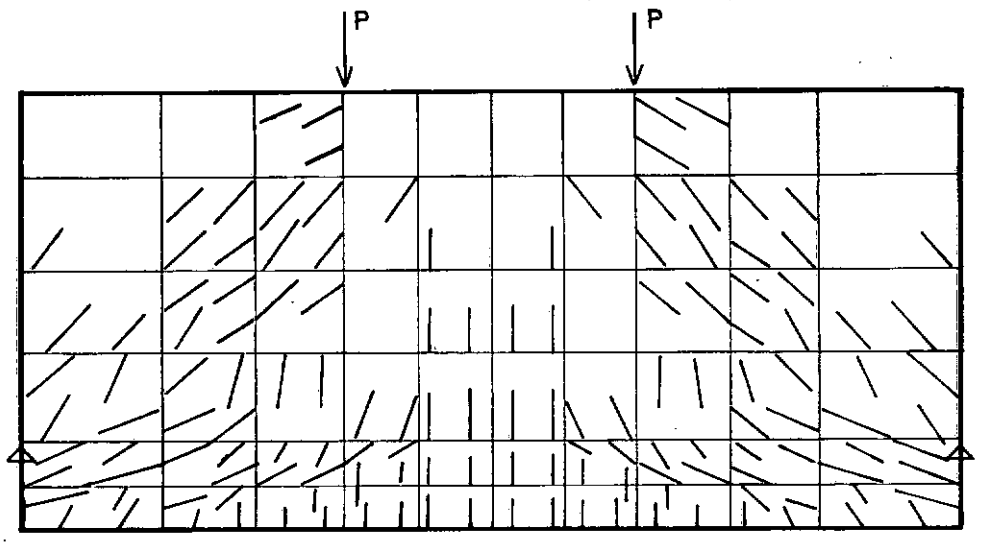


Figura 4.23 - Configuração das fissuras (modelo)

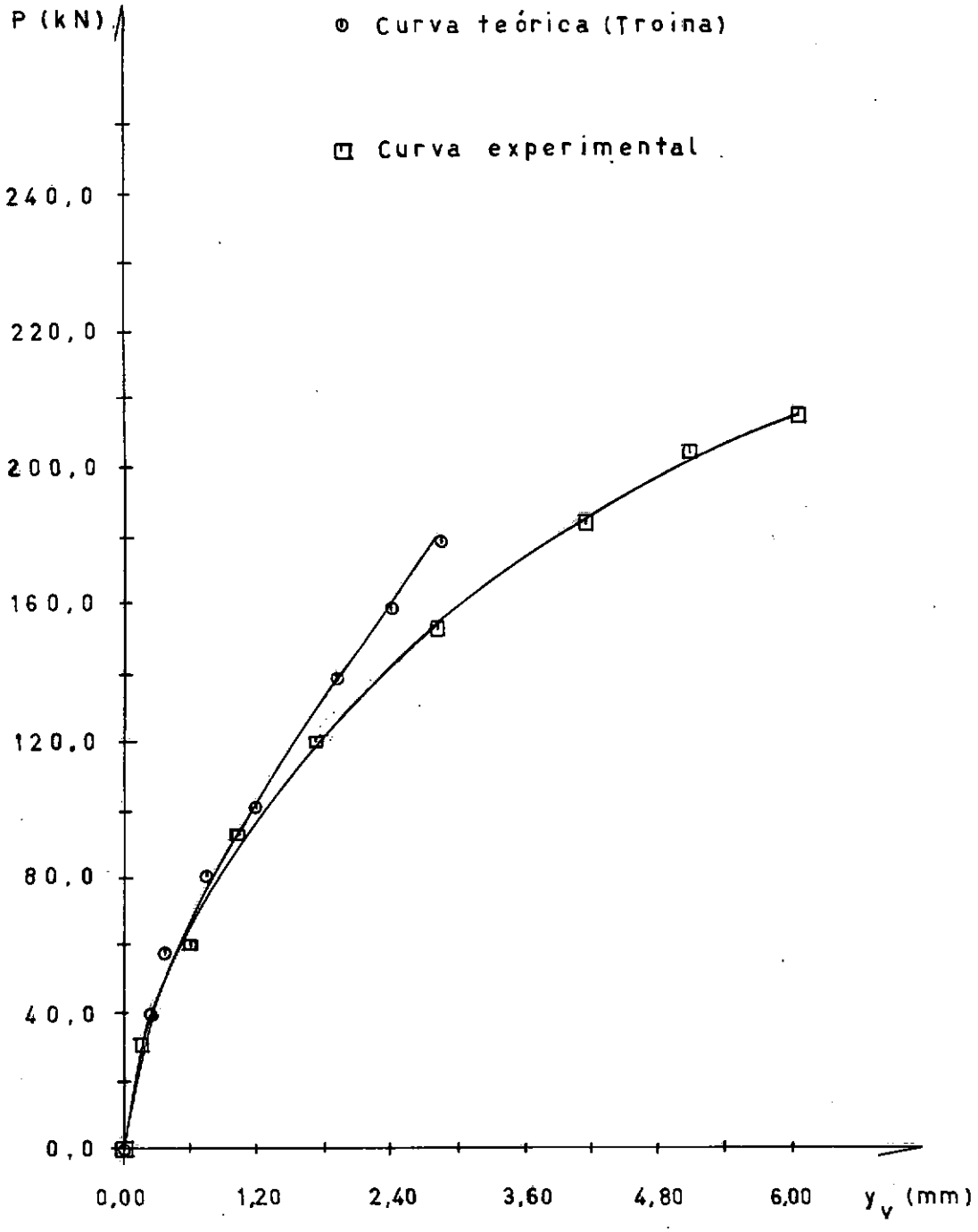


Figura 4.21 Curvas carga-flecha para a viga VP.1

4.8 - MODOS DE RUPTURA

4.8.1 - Vigas sem furos

4.8.1.1 - Ruptura do apoio

A penetração da fissura diagonal na zona de compressão do bloco de apoio, resulta no esmagamento imediato do concreto. Este tipo de ruptura ocorreu nas vigas VT.1 e VP.3, devido a não existência de um reforço na região dos apoios (Figura 4.24.

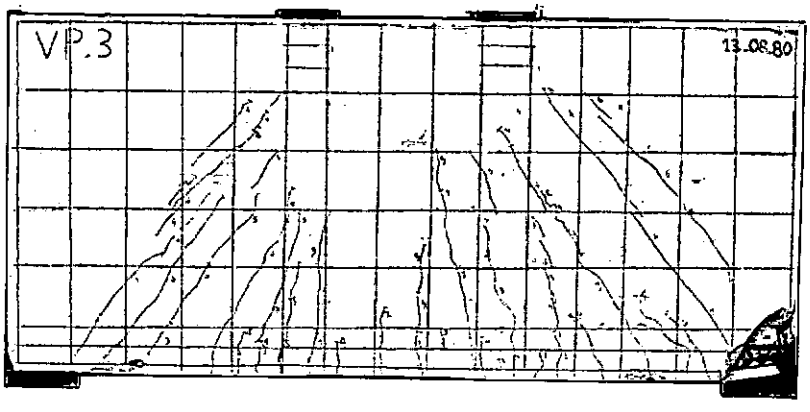


Figura 4.24 - Detalhe da ruptura da viga VP.3

4.8.1.2 - Ruptura por Tração Indireta

Devido à fissuração e a ausência da armadura de malha, forma-se uma biela comprimida entre as fissuras diagonais. Isto provoca a ruptura da viga por tração indireta, de modo analogo à ruptura de um corpo de prova cilíndrico submetido à compressão diametral [42]. Este tipo de ruptura ocorreu na viga VP.1, cujo detalhe é mostrado na Figura 4.25.

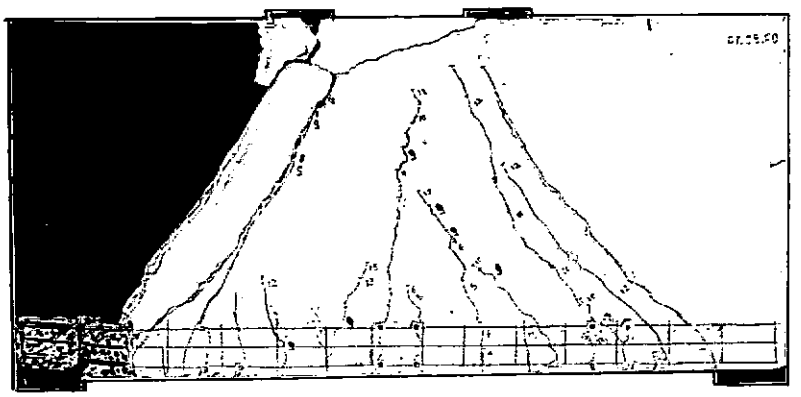


Figura 4.25 - Detalhe da ruptura da viga VP.1

4.8.1.3 - Ruptura por flexão

Devido ao escoamento da armadura de flexão, a viga rompe por esmagamento do concreto na parte superior. Esta ruptura é acompanhada por grande deformação na armadura e ocorreu na viga VP.7, como mostra a Figura 4.26.

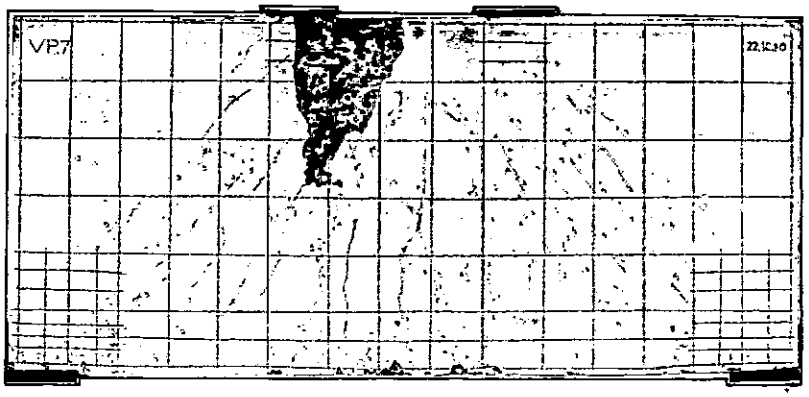


Figura 4.26 - Detalhe da ruptura da viga VP.7

4.8.2 - Vigas com Furos

4.8.2.1 - Ruptura por Cisalhamento

a) Ruptura da viga sem malha e sem reforço (VP.2)

Neste caso não pode ser evitado o aparecimento e desenvolvimento das fissuras que surgem nos cantos dos furos. Uma parte da viga tende a girar em relação ao ponto de aplicação da carga e o caminho de transporte das cargas é, predominantemente, o inferior (Figura 4.27).

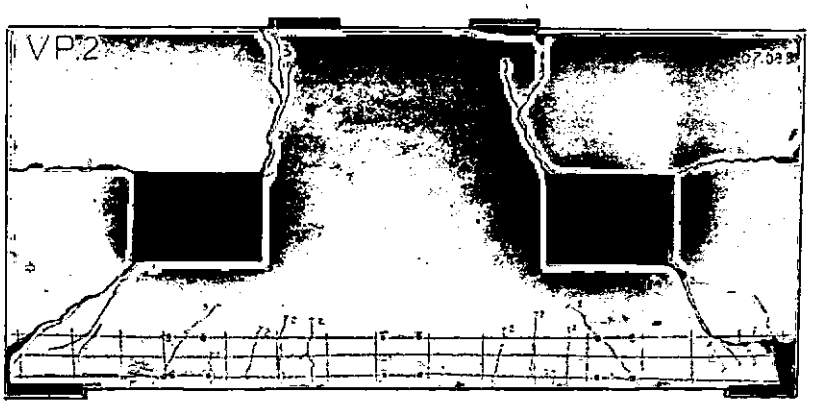


Figura 4.27 - Detalhe da ruptura da viga VP.2

b) Ruptura da viga sem malha e com reforço (VP.4)

Quando é acrescentado um reforço sobre os furos, evita-se a abertura das fissuras. O caminho de transporte das cargas continua a ser o inferior (Figura 4.28).

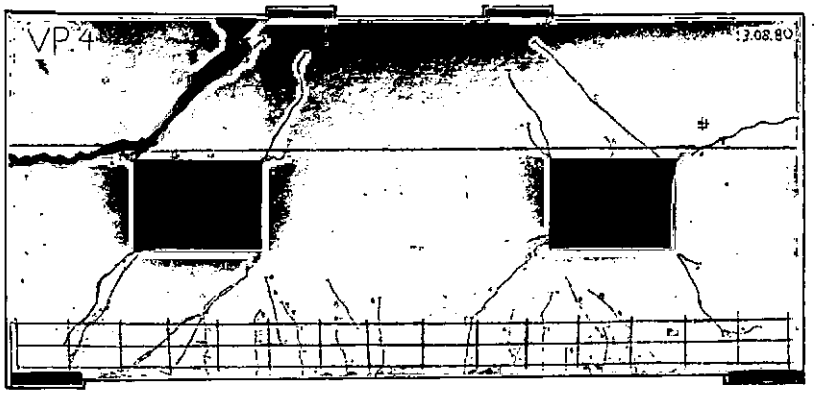


Figura 4.28 - Detalhe da ruptura da viga VP.4

c) Ruptura das vigas com malha e sem reforço

Nestas vigas (VT.2 - VP.5), a armadura de malha foi disposta de acordo com o CEB, para vigas sem furos. O transporte das cargas foi distribuído pelos caminhos inferior e superior. Na Figura 4.29 é mostrado o detalhe da ruptura da viga VP.5, que muito se assemelha ao da viga VT.2, cujo detalhe não

é aqui apresentado.

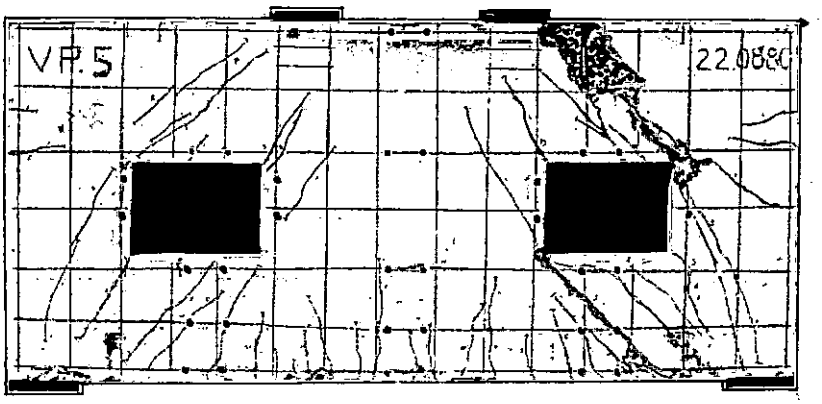


Figura 4.29 - Detalhe da ruptura da viga VP.5

d) Ruptura da viga com malha e com reforço (VP.6)

Acrescentando um reforço sobre os furos, alcança-se uma maior participação do caminho superior no transporte das cargas. Isto provocou a ruptura da viga, por esmagamento do concreto na face exterior do furo (Figura 4.30).

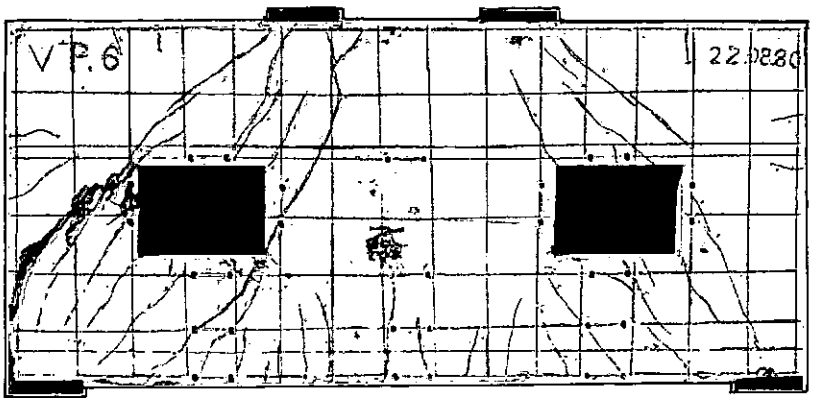


Figura 4.30 - Detalhe da ruptura da viga VP.6

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

A análise dos resultados dos ensaios realizados permite destacar as seguintes considerações:

5.1 - SOBRE AS DEFORMAÇÕES

5.1.1 - Vigas sem Furos

A armadura de malha provoca o abaixamento da linha neutra e menores deformações na armadura longitudinal principal.

5.1.2 - Vigas com Furos

O acréscimo de aço sobre os furos aumenta a rigidez das vigas, diminuindo as deformações da armadura longitudinal principal.

5.2 - SOBRE A ABERTURA DAS FISSURAS

5.2.1 - Vigas sem Furos

Numa viga sem armadura de malha, a abertura das fissuras de corte é superior à abertura das fissuras de flexão.

5.2.2 - Vigas com Furos

A presença de um furo no caminho de transporte das cargas aumenta consideravelmente a abertura das fissuras de corte.

5.3 - SOBRE AS FLECHAS

5.3.1 - Vigas sem Furos

As vigas com armadura de malha apresentam menores valores de flechas que as vigas sem malha.

5.3.2 - Vigas com Furos

O acréscimo de aço sobre os furos aumenta a rigidez da viga, provocando menores flechas.

As vigas com furos apresentam maiores valores para as flechas, quando comparadas às vigas sem furos.

5.4 - SOBRE A TAXA GEOMÉTRICA DE ARMADURA ACIMA DOS FUROS

Numa viga parede com malha, o acréscimo de barras de reforço sobre os furos leva à uma maior participação do caminho superior no transporte das cargas. Porém a ruptura, nestas vigas, pode ocorrer para uma carga inferior à das vigas sem reforço sobre os furos.

5.5 - SOBRE OS APOIOS

Numa viga parede com malha e sem furos, uma atenção especial deve ser dada à região dos apoios. A ruptura dos apoios pode ocorrer devido ao estado de tensões (tração-compressão) e as fissuras nesta região. Assim sendo, deve ser utilizada uma malha adicional na região dos apoios e uma armadura longitudinal bem ancorada.

5.6 - SOBRE A ARMADURA LONGITUDINAL PRINCIPAL

O comportamento de arco em vigas parede provoca tensões de tração aproximadamente constantes em toda a extensão da armadura. Assim, é fundamental levar as barras de aço de apoio a apoio (sem interrupções) e prover a armadura de uma boa ancoragem.

5.7 - SOBRE A ARMADURA DE MALHA

5.7.1 - Vigas sem furos

Como as fissuras são quase verticais, a malha pode ser formada de barras horizontais e verticais. Esta armação fornece bons resultados quanto a capacidade portante e uma boa economia na execução.

5.7.2 - Vigas com Furos

A malha deve ser distribuída de modo a proteger as regiões acima e abaixo dos furos.

5.8 - Sobre os Furos

Quando em um projeto de viga parede existe a necessidade da colocação de um furo, o primeiro cuidado será de localizá-lo fora do caminho das cargas.

As regiões acima e abaixo dos furos devem ser protegidas pela armadura de malha.

5.9 - SOBRE O TRANSPORTE DAS CARGAS

Se um furo intercepta o caminho das cargas, geralmente a participação do caminho inferior é maior no transporte das cargas. Entretanto um acréscimo de aço na região sobre os furos, pode aumentar a participação do caminho superior no transporte das cargas (ver consideração 5.4).

5.10 - SOBRE OS MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

5.10.1 - Recomendações do CEB [7]

Como não é considerada, pelas recomendações do CEB, a influência da armadura de malha na resistência à flexão,

o método fornece valores conservativos.

5.10.2 - Norma do ACI [1]

O dimensionamento proposto pela norma do ACI não considera a participação da armadura de malha no esforço cortante resistido pela viga. Assim, os melhores resultados são obtidos para as vigas sem malha.

5.10.3 - Analogia da Treliça [23]

Quando não existe armadura de malha, o modelo proposto por Kumar fornece bons resultados. No caso da existência de malha os resultados se tornam conservativos, devido a influência da malha na resistência à flexão da viga, não considerada neste modelo de cálculo.

5.10.4 - Fórmulas de Kong [15]

As fórmulas propostas por Kong somente devem ser aplicadas no dimensionamento de vigas com malha bem distribuída.

Na aplicação das fórmulas em vigas com furos, devem ser observadas as dimensões e posição dos furos, para os quais foram desenvolvidas as fórmulas [17].

5.10.5 - Aplicação da Teoria de Plasticidade

A aplicação da teoria da plasticidade no cálculo de vigas parede com ou sem furos, forneceu bons resultados para os modelos ensaiados nesta pesquisa. Convém salientar a necessidade de uma boa distribuição da armadura de malha, para a aplicação deste modelo de cálculo.

5.11 - SOBRE A CONTINUAÇÃO DA PESQUISA

No que diz respeito a continuação da pesquisa, pode-se sugerir o estudo da influência dos seguintes parametros:

- Posição e dimensões dos furos.
- Taxa Geométrica de armadura.
- Reforço sobre os furos.

A teoria da plasticidade revelou ser uma ferramenta importante no estudo de vigas parede. A confrontação desta teoria com outros resultados experimentais permitirá justificar ou mesmo modificar, as hipótese adotadas.

APÊNDICE A

APLICAÇÃO DA TEORIA DA PLASTICIDADE [5]

A análise de corte em peças de concreto armado tem sido estudada intensamente durante décadas. Apesar disto, poucos estudos foram feitos para a aplicação das teorias matemáticas da plasticidade a este problema. No entanto a análise plástica de vigas, de lajes e de paredes em concreto armado tem provado dar bons resultados. Uma possível razão para a ausência de soluções plásticas corretas do problema de cortante em concreto armado é a crença errônea de que a linha de ruptura segue a trajetória das tensões principais. Isto é verdade somente na ausência de deformações de corte, onde o deslocamento relativo das faces é normal à fissura, como por exemplo em fissuras de flexão em vigas e paredes.

A.1 - DISSIPAÇÃO PLÁSTICA DE ENERGIA

A.1.1 - Dissipação Plástica de Energia no Concreto

Considerando um corpo de concreto no estado plano de tensões, pode-se adotar como critério de ruptura do concreto, o da Figura A.1.

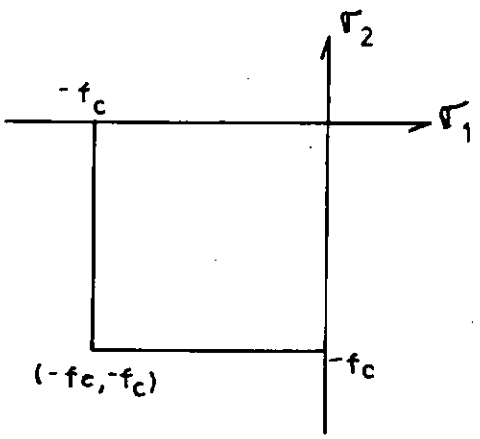


Figura A.1 - Tensões no concreto

$$\sigma_1 = 0$$

$$\sigma_2 = - f_c \qquad \text{(A.1)}$$

Numa descontinuidade cinemática cujo deslocamento relativo $\dot{\delta}$ faz um ângulo β com a normal η da fissura (Figura A.2), tem-se:

$$\varepsilon_\eta = \dot{\delta} \cdot \cos \beta$$

$$\psi_{\eta t} = 2.\gamma_{\eta t} = - \dot{\delta} \cdot \operatorname{sen} \beta$$

$$\varepsilon_1 = \frac{\dot{\delta}}{2} (1 + \cos \beta)$$

$$\varepsilon_2 = - \frac{\dot{\delta}}{2} (1 - \cos \beta) \qquad \text{(A.2)}$$

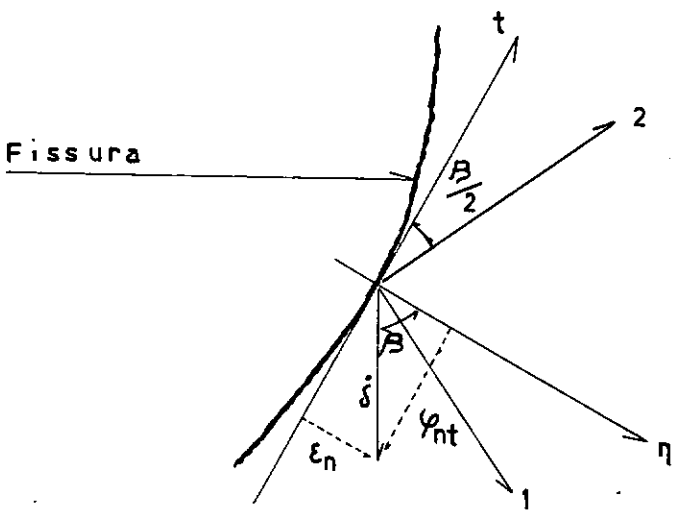


Figura A.2 - Direção do deslocamento relativo ($\dot{\delta}$)

onde:

η - Normal à fissura (descontinuidade cinemática)

t - Tangente à fissura (descontinuidade cinemática)

1 e 2 - Direções principais

Com os valores das tensões principais $\sigma_1 = 0$ e $\sigma_2 = - f_c$ (Figura A.1), obtem-se as tensões locais na fissura aplicando o círculo de Mohr.

$$\sigma_\eta = - \frac{f_c}{2} (1 - \cos \beta)$$

$$\tau_{\eta t} = - \frac{f_c}{2} \operatorname{sen} \beta \qquad \text{(A.3)}$$

A fissuração é acompanhada pelas tensões de corte, exceto quando o deslocamento relativo é normal a direção da fissura. No caso de cisalhamento puro ($\beta = \pi/2$) temos a bem conhecida tensão de corte

$$\tau_{\eta t} = - \frac{f_c}{2} \qquad (A.4)$$

A variação do trabalho interno W_I (dissipação plástica de energia), por unidade de área da fissura, é estabelecida fazendo-se o produto do vetor de tensão pelo vetor de deformação relativa.

$$W_I = \sigma_\eta . \varepsilon_\eta + \tau_{\eta t} . \psi_{\eta t} = - f_c . \varepsilon_2 = \frac{\dot{\delta}}{2} (1 - \cos \beta) . f_c \qquad (A.5)$$

A.1.2 - Dissipação Plástica de Energia no Aço

Para uma viga parede de espessura unitária, submetida a tensão cisalhante pura τ, com uma malha ortogonal formada de barras de aço equidistantes, tem-se (Fig. A.4):

$$f_x = \frac{A_x . \sigma_x}{b . S_x} \qquad f_y = \frac{A_y . \sigma_y}{b . S_y} \qquad (A.6)$$

onde:

A_x - Seção transversal de aço na direção x

A_y - Seção transversal de aço na direção y

b - Espessura da viga

S_x - Espaçamento das barras na direção x

S_y - Espaçamento das barras na direção y

A.2 - APLICAÇÃO AOS MODELOS ENSAIADOS

Para a obtenção de valores de carga de ruptura por corte, foi aplicada a teoria da plasticidade ao modelo cinemático das Figuras A.3 e A.4.

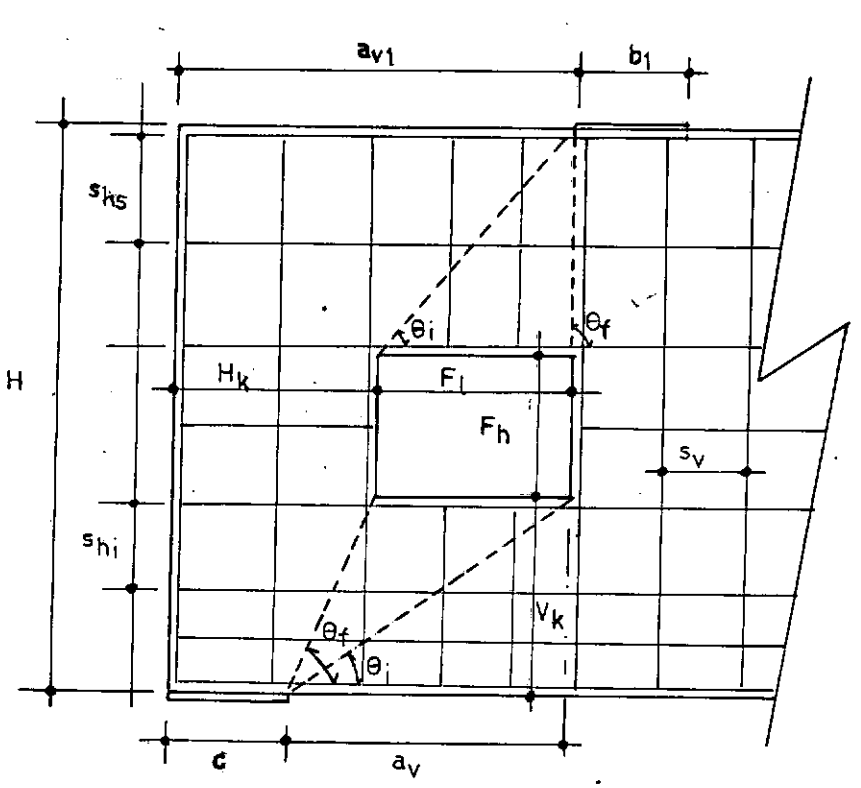


Figura A.3 - Armadura e linhas de ruptura (vigas com furos)

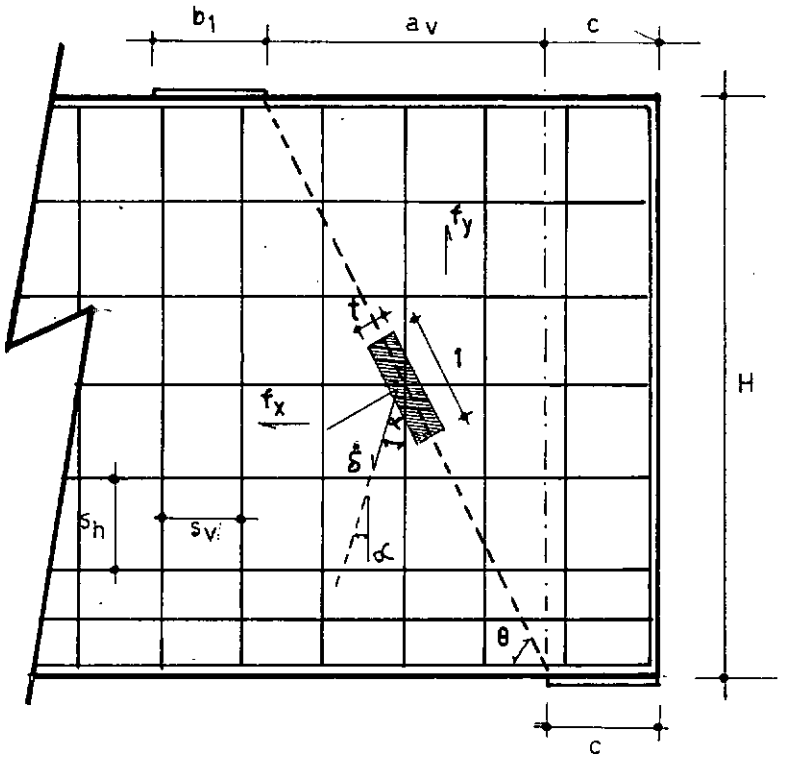


Figura A.4 - Armadura e linhas de ruptura (vigas sem furos)

A.2.1 - Dissipação Plástica de Energia

Em um elemento de espessura unitária, sujeito ao cisalhamento puro, as seguintes considerações básicas são feitas:

a) O concreto está submetido a um estado plano de tensões (Figura A.1).

b) As barras da malha são perfeitamente plásticas e somente resistem à esforços em sua direção axial.

c) A ação da malha pode ser descrita como uma tensão equivalen-

te (f_x e f_y).

Adotando o mecanismo de ruptura da Figura A.5, deve-se ter:

$$0 \leq \theta \leq \pi/2$$

$$0 \leq \alpha \leq \pi/2$$

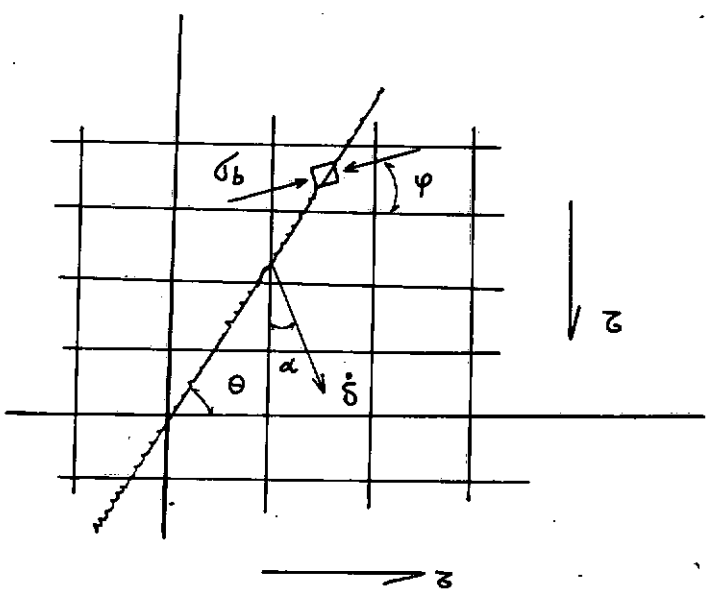


Figura A.5 - Mecanismo de ruptura

A.2.1.1 - Dissipação Plástica no Concreto

Para um valor de $\beta = \theta - \alpha$, pode-se traçar o círculo de Mohr, obtendo:

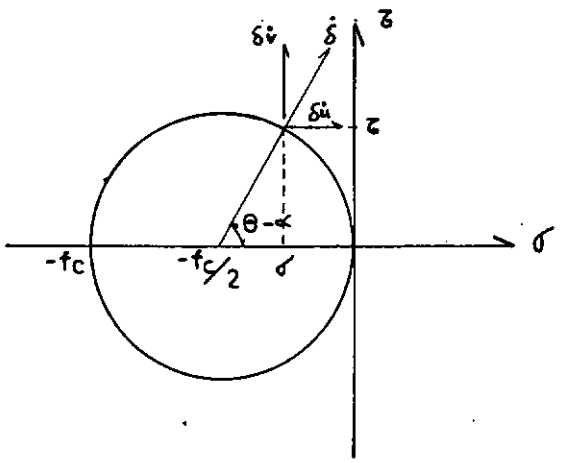


Figura A.6 - Círculo de Mohr para o concreto

$$\tau = \frac{f_c}{2} \operatorname{sen}(\theta - \alpha)$$

$$\sigma = \frac{f_c}{2} \left[\cos(\theta - \alpha) - 1\right]$$

$$\dot{\delta}_v = \dot{\delta} \cdot \operatorname{sen}(\theta - \alpha)$$

$$\dot{\delta}_u = \dot{\delta} \cdot \cos(\theta - \alpha) \qquad (A.7)$$

A dissipação na unidade de área da fissura, será:

$$D_c = t\left[\tau \frac{\dot{\delta}_v}{t} + \sigma \frac{\dot{\delta}_u}{t}\right] = \dot{\delta} \frac{f_c}{2} \left[1 - \cos(\theta - \alpha)\right] \qquad (A.8)$$

A.2.1.2 - Dissipação Plástica no Aço

A.2.1.2.1 - Armadura de Malha

A armadura ortogonal da malha fornece:

$$D_A = f_x . \text{sen}\ \theta . \dot{\delta} . \text{sen}\ \alpha + f_y . \cos\ \theta . \dot{\delta} . \cos\ \alpha \qquad (A.9)$$

onde:

$$f_x = \frac{2 . A_\omega . \sigma_y}{2 . b} \left(\frac{1}{S_{hs}} + \frac{1}{S_{hi}}\right)$$

$$f_y = \frac{2 . A_\omega . \sigma_y}{b . S_v}$$

A_ω - Seção transversal de uma barra da malha

Assim, a dissipação de energia por unidade de área da fissura será:

$$D_A = \dot{\delta} \frac{A_\omega . \sigma_y}{b} \left[\left(\frac{1}{S_{hs}} + \frac{1}{S_{hi}}\right) \text{sen}\ \alpha . \text{sen}\ \theta + \frac{2}{S_v} \cos\ \alpha . \cos\ \theta\right] \qquad (A.10)$$

A.2.1.2.2 - Armadura extra

O acréscimo de barras de aço, para complementar a armadura longitudinal principal ou reforçar certas regiões, fornece uma energia de dissipação igual a:

$$D_E = \frac{A_s . \sigma_y}{b . \text{Área Fiss.}} . \dot{\delta_u} = \dot{\delta} \frac{n . A_w . \sigma_y}{b(H - F_h)} \text{ sen } \alpha . \text{ sen } \theta \qquad (A.11)$$

onde:

n = Número de barras extras

A.2.2 - Trabalho das forças externas

Como somente existe tensão cisalhante, o trabalho das forças externas será:

$$W_E = N_{xy} . \text{sen } \theta . \dot{\delta} . \cos \alpha + N_{xy} . \cos \theta . \dot{\delta} . \text{sen } \alpha \qquad (A.12)$$

$$W_E = \dot{\delta} . N_{xy} . \text{sen } (\theta + \alpha)$$

A.2.3 - Carga Cinemática de Ruptura

Igualando o valor do trabalho externo ao somatório das dissipações no aço e no concreto, obtem-se o valor da tensão cisalhante N_{xy}. Com a seção de concreto $(H - F_h).b$ será determinada a carga cinemática de ruptura para as vigas parede.

$$P = N_{xy} \cdot (H - F_h) \cdot b = \frac{P_c + P_h + P_v}{\operatorname{sen}(\theta + \alpha)} \qquad (A.13)$$

Onde:

$$P_c = \frac{b.f_c}{2} [1 - \cos(\theta - \alpha)] (H - F_h)$$

$$P_h = 2.A_\omega.\sigma_y \left[\operatorname{sen}\alpha.\ \operatorname{sen}\theta \left(\frac{H - F_h - K_v}{S_{hs}} + \frac{K_v}{S_{hi}} + \frac{n}{2} \right) \right]$$

$$P_v = 2.A_\omega.\sigma_y \left[\cos\alpha.\ \cos\theta \left(\frac{H - F_h}{S_v} \right) \right]$$

A.2.4 - Momento Resistente [33]

Para o cálculo do momento resistente de uma viga parede, pode ser adotada uma análise plástica baseada no diagrama de tensões da Figura A.7.

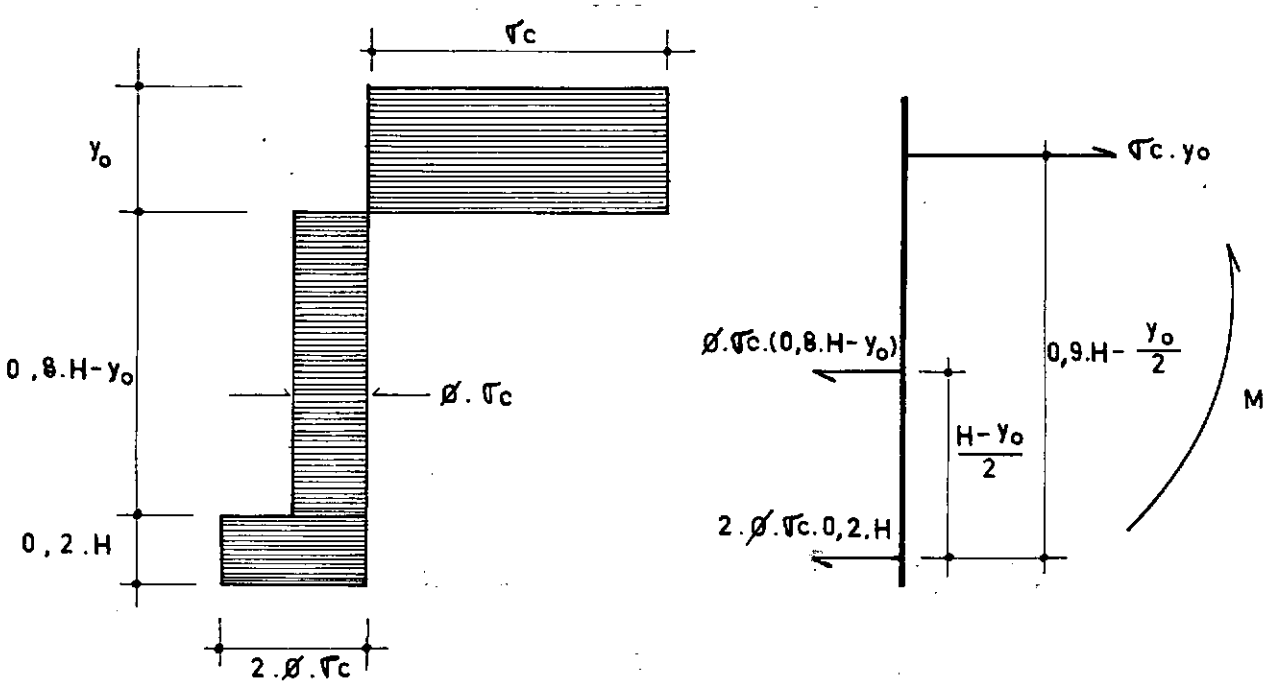


Figura A.7 - Diagrama de tensões na viga parede

Por equilíbrio pode-se obter a posição da linha neutra. A expressão

$$\sigma_c . y_0 = \phi . \sigma_c (0,8.H - y_0 + 0,4.H) \qquad (A.14)$$

fornece

$$y_0 = \frac{1,2.\phi.H}{1 + \phi} \qquad (A.15)$$

onde:

$$\phi = \frac{A_s . \sigma_y}{b . \sigma_c}$$

$$A_s = \frac{2 . A_\omega}{S h_s}$$

Assim, pode ser obtido o valor do momento resistente:

$$M = \sigma_c . y_0 \cdot \left(0,9.H - \frac{y_0}{2}\right) - \phi . \sigma_c \cdot (0,8.H - y_0)\left(\frac{H-y_0}{2}\right) \qquad (A.16)$$

A.2.5 - Observações

A.2.5.1 - Dissipação Plástica no Concreto

Quando é calculada a dissipação plástica no concreto, a sua resistência à tração é desprezada. No caso da participação da resistência à tração f_t, a expressão (A.8) toma a forma:

$$D_c = \dot{\delta} \left[f_c \frac{1-\cos(\theta-\alpha)}{2} + f_t \frac{\cos(\theta-\alpha)-\operatorname{sen} \varphi}{1-\operatorname{sen} \varphi} \right] \qquad (A.17)$$

Onde φ é o ângulo de atrito interno do concreto, que pode ser calculado através de:

$$tg^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\psi}{2}\right) = \frac{f_c}{2.f_t} \qquad (A.18)$$

A.2.5.2 - Coeficiente ν

O CEB adota um coeficiente ν=0,60 para reduzir o valor da resistência à compressão do concreto, Isto se deve a fatores como:

a) Deformabilidade limitada do concreto

O valor de f_c máximo não é atingido de maneira uniforme em toda a viga.

b) Propagação das fissuras

Causada pelos esforços concentrados, oriundos das armaduras longitudinais e transversais.

APÊNDICE B

METODOS DE DIMENSIONAMENTO DE VIGAS PAREDE

(FORMULÁRIO)

Para a obtenção das cargas teóricas de ruptura em vigas parede, foram utilizados os métodos propostos em 2.3.

B.1 - RECOMENDAÇÕES DO CEB

B.1.1 - Braço de Alavanca Interno

$$z = 0,2 \cdot (L + 2.H) \quad \text{para } 1 < L/H < 2$$

$$z = 0,6.L \quad \text{para } L/H < 1 \qquad \text{(B.1)}$$

B.1.2 - Esforço de Tração na Armadura Longitudinal Principal

$$T = \frac{\gamma_f . M}{z} \qquad \text{(B.2)}$$

B.1.3 - Área da Armadura Longitudinal Principal

$$A_s = \frac{T}{f_y} \qquad \text{(B.3)}$$

B.1.4 - Esforço Cortante Admissível na Região dos Apoios

$$V = 0,1.b.H \frac{f_c}{\gamma_m} \qquad (B.4)$$

onde:

$$H \leq L$$

B.2 - NORMA DO ACI

B.2.1 - Esforço Cortante Máximo

$$V = \phi.b.d.\tau_u \qquad (B.5)$$

onde:

ϕ - Coeficiente de redução (geralmente 0,85)

B.2.2 - Tensão Cisalhante Máxima

$$\tau_u \not> 0,671 \cdot \sqrt{f_c} \qquad \text{para } L_1/d < 2$$

$$\tau_u \not> 0,056.(10 + L_1/d).\sqrt{f_c} \quad \text{para } 2 \leq L_1/d \leq 5 \qquad (B.6)$$

B.2.3 - Tensão Cisalhante na Viga

$$\tau_c = C.(0,160.\sqrt{f_c} + 17,6.\rho \frac{V.d}{M_u}) \not> 0,503.\sqrt{f_c} \qquad (B.7)$$

onde:

$$C = \left[3,5 - 2,5 \frac{M_u}{V.d}\right] \not> 2,5$$

B.2.4 - Malha de Reforço

Se $\tau_u > \tau_c$, a malha deve satisfazer a:

$$\frac{A_v}{S_v}\left[\frac{1+L_1/d}{12}\right] + \frac{A_h}{S_h}\left[\frac{11-L_1/d}{12}\right] = \frac{(\tau_u-\tau_c).b}{f_y} \qquad (B.8)$$

B.3 - ANALOGIA DA TRELIÇA

B.3.1 - Escoamento da Armadura Longitudinal Principal

$$P = \frac{d}{x} .A_s.f_y \qquad (B.9)$$

B.3.2 - Ruptura do Banzo Comprimido por Tração Indireta

$$P = K.b.d.f_t \qquad (B.10)$$

B.3.3 - Ruptura do Banzo Comprimido por Esmagamento do Concreto

$$P = \frac{\omega}{x^2+d^2} \cdot b \cdot d^2 \cdot f_c \qquad (B.11)$$

B.4 - FÓRMULA DE KONG

B.4.1 - Esforço Cortante Último em Vigas sem Furos

$$V = C_1 \cdot (1-0,35 \cdot \frac{a_v}{H}) \cdot b \cdot H \cdot f_t + C_2 \cdot \sum^{n} A \cdot \frac{y}{H} \cdot \operatorname{sen}^2 \alpha \qquad (B.12)$$

B.4.2 - Esforço Cortante Último em Vigas com Furos

$$V = C_1 \cdot (1-0,35 \cdot \frac{K_1 \cdot a_v}{K_2 \cdot H}) \cdot K_2 \cdot H \cdot b \cdot f_t + C_2 \cdot \sum^{n} \lambda \cdot A \cdot \frac{y}{h} \operatorname{sen}^2 \alpha \qquad (B.13)$$

B.5 - TEORIA DA PLASTICIDADE

B.5.1 - Carga de Ruptura

A carga de ruptura por cortante será dada pelo mínimo valor de $P(\alpha, \theta)$, fornecido pela expressão (B.14).

$$P(\alpha, \theta) = \frac{P_c + P_h + P_v}{\operatorname{sen}(\theta+\alpha)} \qquad (B.14)$$

onde:

$$P_c = \frac{b \cdot f_c}{2} \left[1 - \cos(\theta - \alpha)\right](H - F_h)^2$$

$$P_h = 2.A_\omega.\delta_y\left[\operatorname{sen}\,\alpha.\operatorname{sen}\,\theta\left(\frac{H - F_h - K_v}{S_{hs}}\right) + \frac{K_v}{S_{hi}} + \frac{n}{2}\right]$$

$$P_v = 2.A_\omega.\sigma_y\left[\cos\,\alpha.\cos\,\theta\left(\frac{H - F_h}{S_v}\right)\right]$$

B.5.2 - Limitação do Ângulo θ

Considerando que a ruptura deve ocorrer entre os pontos de carregamento e de apoio, podem ser estabelecidos valores limites para o ângulo θ.

B.5.2.1 - Vigas com Furos

Inicialmente deve ser verificado se o furo intercepta o caminho de cargas. Na Figura B.1, se

$$a_{v1} - H_k \leq 0 \qquad (B.15)$$

não se considera a existência dos furos. Porém, se isto não ocorre, tem-se os valores para o ângulo θ:

B.5.2.1.1 - Acima dos furos

$$\theta_i = \text{arco tg } \left(\frac{H - V_k - F_h}{a_{v1} - H_k}\right)$$

$$\theta_f = \text{arco tg } \left(\frac{H - V_k - F_h}{F_1 - a_{v1} + H_k}\right) \qquad (B.16)$$

B.5.2.1.2 - Abaixo dos furos

$$\theta'_i = \text{arco tg } \left(\frac{V_k}{H_k + F_1 - C}\right)$$

$$\theta'_f = \text{arco tg } \left(\frac{V_k}{H_k - C}\right) \qquad (B.17)$$

Como os blocos são rigidos, o ângulo formado pela fissura com a horizontal deve ser o mesmo acima e abaixo do furo. Isto permite considerar nos cálculos, a seguinte limitação para o valor do ângulo θ.

$$\theta_0 \leq \theta \leq \theta_1$$

onde:

θ_0 - Maior valor entre θ_i e θ'_i

θ_1 - Menor valor entre θ_f e θ'_f

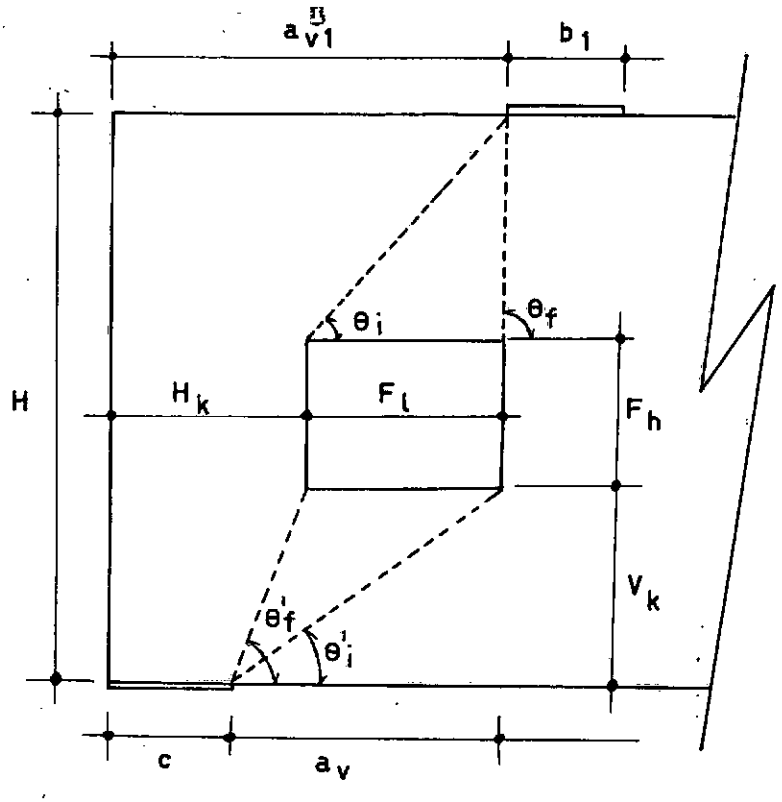


Figura B.1 - Valores do ângulo θ (vigas com furos)

B.5.2.2 - Vigas sem Furos

O valor inicial do ângulo θ é aquele da linha que une a face interna do apoio e a face externa da placa de carregamento (Figura B.2).

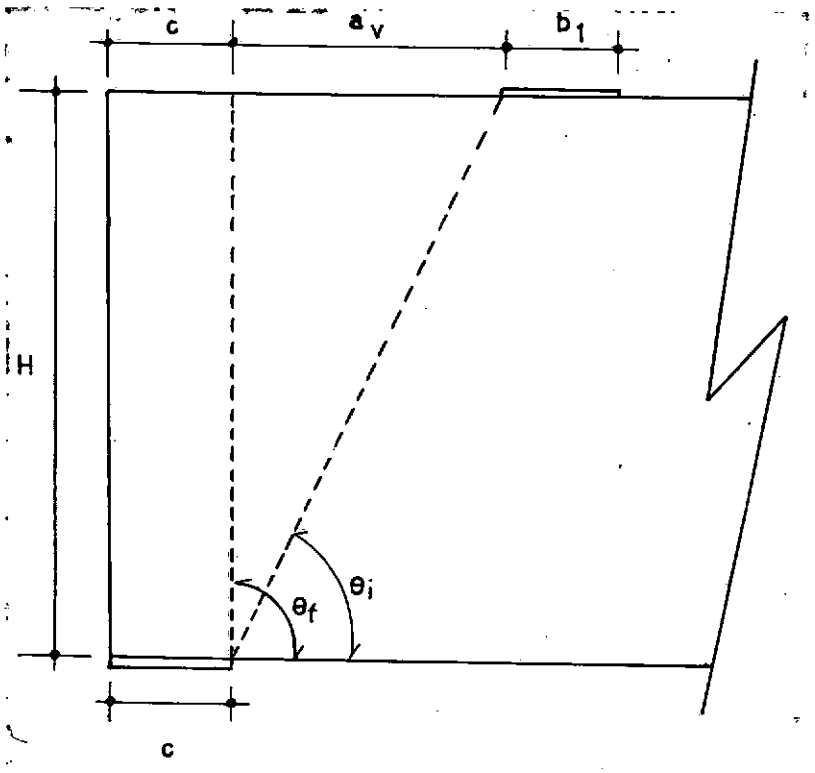


Figura B.2 - Valor do ângulo θ (vigas sem furos)

Assim, o valor de θ será dado por:

$$\theta_i = \text{arco tg}\left(\frac{H}{a_v}\right) \qquad (B.18)$$

e tem-se então:

$$\theta_i \leq \theta \leq \pi/2$$

B.5.3 - Influência da Taxa Geométrica de Armadura (ρ)

O acréscimo de barras de aço nas regiões sobre os furos, pode modificar o modo de transporte das cargas. Quando o caminho superior tem maior participação no transporte das cargas, a ruptura poderá ocorrer segundo a linha representada na

Figura B.3.

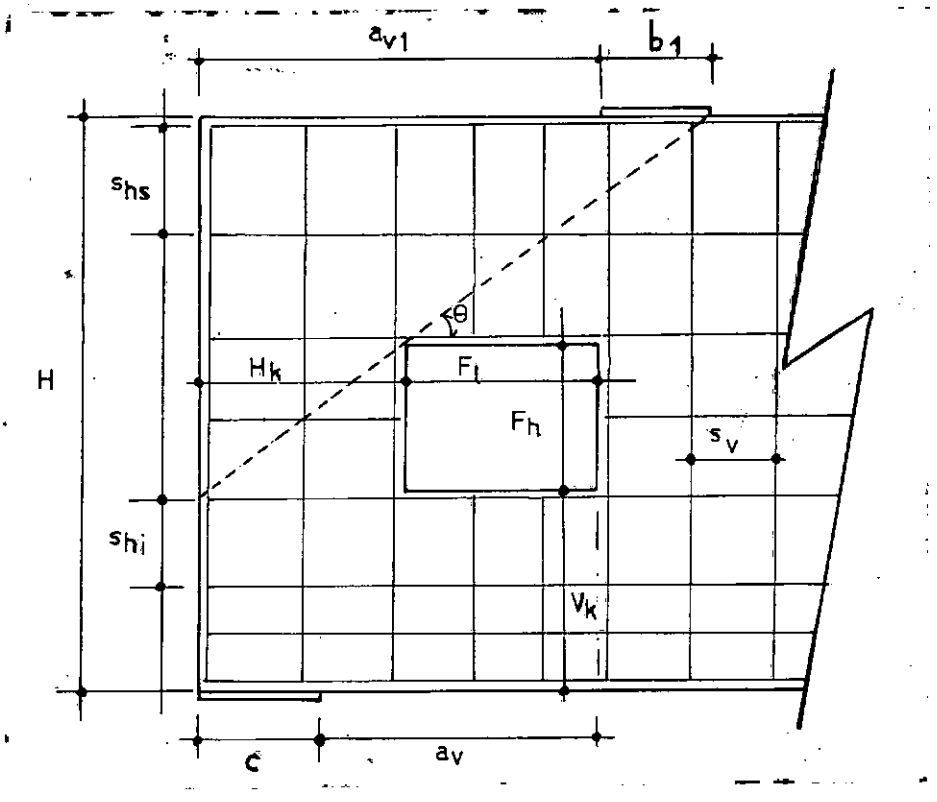


Figura B.3 - Armadura e linha de ruptura em vigas com furos

B.5.3.1 - Dissipação Plástica de Energia

a) Dissipação plástica no concreto

$$D_c = \dot{\delta} \frac{f_c}{2} \left[1 - \cos(\theta-\alpha)\right] \qquad (B.19)$$

b) Dissipação plástica no aço da malha

$$D_A = \dot{\delta} \frac{2.A_\omega.\sigma_y}{b} \left[\frac{\text{sen } \alpha.\text{sen } \theta}{S_{hs}} + \frac{\cos \alpha.\cos \theta}{S_v}\right] \quad (B.20)$$

c) Dissipação plástica no aço extra acima do furo

$$D_E = \dot{\delta} \frac{n.A_\omega.\sigma_y}{b} .\text{sen } \alpha. \frac{1}{\text{Área da Fissura}} \quad (B.21)$$

B.5.3.2 - Trabalho das Forças Externas

$$W_E = \dot{\delta} . N_{xy} . \text{sen}(\theta+\alpha) \quad (B.22)$$

B.5.3.3 - Carga Cinemática de Ruptura

A carga cinemática de ruptura será dada pelo valor mínimo da expressão (B.23).

$$P = N_{xy}.(\text{Alt. da fissura}) = N_{xy}.b.(a_v+c+b_1).\text{tg } \theta$$

$$P = \frac{(a_v+c+b_1).\text{tg } \theta}{\text{sen}(\theta+\alpha)} \left[P_h + P_v + P_c\right] \quad (B.23)$$

Onde:

$$P_h = 2.A_\omega.\sigma_y.\left(\frac{1}{S_{hs}} + \frac{n}{2(a_v+c+b_1)tg\ \theta}\right) sen\ \alpha.sen\ \theta$$

$$P_v = \frac{2.A_\omega.\sigma_y}{S_v}\ .cos\ \alpha.cos\ \theta$$

$$P_c = \frac{b.f_c}{2}\left[1 - cos(\alpha+\theta)\right]$$

$$tg\ \theta = \frac{H-V_k-F_k}{a_v+c+b_1-H_k}$$

APÊNDICE C

PROGRAMA AUTOMATICO

ESTE APENDICE CONTEM A LISTAGEM DO PROGRAMA AUTOMATICO PARA O CALCULO DAS CARGAS DE RUPTURA DE VIGAS PAREDE, ELABORADO COM BASE NO FORMULARIO DO APENDICE B. SAO AINDA APRESENTADOS, NESTE APENDICE, OS RESULTADOS OBTIDOS COM A APLICACAO DESTE PROGRAMA AOS DIVERSOS MODELOS ENSAIADOS NESTA PESQUISA.

C.1 - LISTAGEM DO PROGRAMA AUTOMATICO

C.1.1 - PROGRAMA PRINCIPAL

```
FILE  6=IMPRESS,UNIT=PRINTER
FILE  5=CARTAO,UNIT=READER
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
      DIMENSION VIGA(80)
      NI=6
      NL=5
C     NUMERO DE VIGAS E COEFICIENTES DE SEGURANCA
      READ(NL,/)NV,GAMAF,GAMAM,GAMAS
C     NOME DAS VIGAS E CARACTERISTICAS
      DO 20 N=1,NV
      READ(NL,1)(VIGA(K),K=1,12)
    1 FORMAT(12A6)
```

```
      WRITE(NI,2)(VIGA(K),K=1,12)
    2 FORMAT('1'//10X,12A6)
C     DIMENSOES DA VIGA E ESPACAMENTOS DAS ARMADURAS
C     CARACTERISTICAS DOS MATERIAIS UTILIZADOS
      READ(NL,/)LT,B,H,C,B1,AV,SV,SHS,SHI,AW,AP,TY,FT,FC
C     DIMENSOES DOS FUROS
      READ(NL,/)FH,FL,HK,VK
      L=LT-C
C     NUMERO DE BARRAS DE ACO ACIMA DO FURO E NA ARM. PRINCIPAL
C     NO. BARRAS EXTRAS:ACIMA DO FURO, NA ARM.PRINC.,SOBRE APOIOS
      READ(NL,/)NBM,NBP,NEM,NEP,NBA
C     VERIFICACAO DA EXISTENCIA DE FUROS NA VIGA
      IF((FL.NE.0.).AND.(FH.NE.0.))  GO TO 10
C     METODOS DE CALCULOS UTILIZADOS PARA VIGAS SEM FUROS
      CALL CEB(L,H,B,NBP,AP,FC,TY,GAMAF,GAMAM,NI)
      CALL ACI(L,H,B,C,B1,AV,AW,AP,FC,TY,NBP,NI)
      CALL KUMAR(L,H,B,C,B1,AV,SV,SHS,SHI,NBP,AP,TY,FC,FT,NI)
      CALL KONG(NI,NL,L,H,B,C,AV,FL,FH,HK,VK,NBP,NBA,NEM,SHS,SHI,
     #SV,AW,AP,FT,TY)
      CALL PLAST(NEM,NEP,NBM,NBA,L,H,B,C,B1,VK,HK,FH,FL,AV,SV,
     #SHI,SHS,AW,AP,FC,FT,TY,NI)
      GO TO 20
C     METODOS DE CALCULO UTILIZADOS PARA VIGAS COM FUROS
   10 CALL KONG(NI,NL,L,H,B,C,AV,FL,FH,HK,VK,NBP,NBA,NEM,SHS,SHI,
     #SV,AW,AP,FT,TY)
      CALL PLAST(NEM,NEP,NBM,NBA,L,H,B,C,B1,VK,HK,FH,FL,AV,SV,
     #SHI,SHS,AW,AP,FC,FT,TY,NI)
   20 CONTINUE
```

```
      STOP
      END
```

C.1.2 - RECOMENDACOES DO CEB-FIP/70-ANEXO 3

```
      SUBROUTINE CEB(L,H,B,NBP,AP,FC,TY,GAMAF,GAMAM,NI)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
C     BRACO DE ALAVANCA INTERNO
      Z=0.2*(L+2*H)
      IF((L/H).LE.1.)   Z=0.6*L
C     FORCA DE TRACAO RESISTIDA PELA VIGA
      T=NBP*AP*TY/1000
C     MOMENTO FLETOR MAXIMO RESISTIDO PELA VIGA
      FM=T*Z/GAMAF
      H1=H
      IF(H.GT.L)   H1=L
C     ESFORCO CORTANTE ADMISSIVEL SOBRE O APOIO(EM SERVICO)
      V=0.1*B*H1*FC/(GAMAM*1000)
      P=4*FM/L
      WRITE(NI,1)FM,V,P
    1 FORMAT(//23X,'*** RECOMENDACOES DO CEB-FIP/70 ***',
     #///14X,'MOMENTO FLETOR',F39.3,' KN.MM',//14X,
     #'ESFORCO CORTANTE NO APOIO',F28.3,' KN',//14X,
     #'CARGA DE RUPTURA POR FLEXAO',F26.3,' KN')
      RETURN
      END
```

C.1.3 - NORMAS DO ACI

```
      SUBROUTINE ACI(L,H,B,C,B1,AV,AW,AP,FC,TY,NBP,NI)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
C     VAO LIVRE DA VIGA PAREDE
      L1=L-C
C     ALTURA EFETIVA DA VIGA PAREDE
      D=0.85*H
C     TENSAO DE CISALHAMENTO MAXIMA ADMITIDA NA VIGA PAREDE
      TALU=0.056*(10+L1/D)*DSQRT(FC)
      IF((L1/D).LT.2.)  TALU=0.671*DSQRT(FC)
C     TENSAO DE CISALHAMENTO ADMITIDA NO CONCRETO
      TALC1=0.503*DSQRT(FC)
C     COMO :    MU/V = XU  ; TEMOS
      X=AV+(B1+C)/2.
      XU=X/2.
      IF(AV.EQ.0.)  XU=0.15*L1+C/2.
      C1=3.5-2.5*XU/D
      IF(C1.GT.2.5)    C1=2.5
      RO=NBP*AP/(B*H)
C     TENSAO DE CISALHAMENTO ADMITIDA NA VIGA
      TALC2=C1*(0.160*DSQRT(FC)+17.6*RO*D/XU)
      TALC=TALC2
      IF(TALC1.LT.TALC2)    TALC = TALC1
C     ADOTANDO UM COEFICIENTE DE MINORACAO DE 0.85
      FI=0.85
C     ESFORCO CORTANTE MAXIMO RESISTIDO PELA VIGA
      V=FI*B*D*TALU/1000
```

```
      IF(TALU.LT.TALC)   GO TO 10
C     ADOTANDO MALHA QUADRADA COM ESPACAMENTO S
      S=2*AW*TY/((TALU-TALC)*B)
   10 WRITE(NI,1)V,S
    1 FORMAT(//30X,'*** NORMA DO ACI ***',///14X,
     #'ESFORCO CORTANTE ADMISSIVEL',F26.3,' KN',//14X,
     #'MALHA NECESSARIA COM SV = SH = S',I21,' MM')
      S=0.
      RETURN
      END

C.1.4 - ANALOGIA DA TRELICA (PROPOSTA POR KUMAR)

      SUBROUTINE KUMAR(L,H,B,C,B1,AV,SV,SHS,SHI,NBP,AP,TY,FC,FT,
     #NI)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
C     ALTURA EFETIVA DA VIGA PAREDE
      D=0.85*H
C     DISTANCIA ENTRE OS PONTOS DE CARGA E APOIO
      X=AV+(C+B1)/2
      IF(AV.EQ.0.)    X=L/4.
      WRITE(NI,1)
    1 FORMAT(//27X,'*** ANALOGIA DA TRELICA ***')
C     RUPTURA DA ARMADURA PRINCIPAL  POR FLEXAO
      PAL=0*NBP*AP*TY/(X*1000)
      WRITE(NI,2)PAL
    2 FORMAT(//14X,'RUPTURA POR ESCOAMENTO DA ARMADURA',F19.3,
     #' KN')
```

```
C       VERIFICACAO DA EXISTENCIA DE MALHA DE REFORCO
        IF((SV.EQ.0.).AND.(SHS.EQ.0.).AND.(SHI.EQ.0.))  GO TO 10
        W=C
        IF(C.GT.B1)    W=B1
C       RUPTURA POR ESMAGAMENTO DO BANZO COMPRIMIDO
        PBC=W*FC*B*D**2/((X**2+D**2)*1000)
        WRITE(NI,3)PBC
     3  FORMAT(/14X,'RUPTURA POR ESMAGAMENTO DO BANZO COMPRIMIDO',
      #F10.3,' KN')
        GO TO 30
    10  CONTINUE
C       RUPTURA DO BANZO COMPRIMIDO POR TRACAO INDIRETA
        WRITE(NI,4)
     4  FORMAT(/14X,'CARGA DE RUPTURA POR TRACAO INDIRETA',//20X,
      #'K',25X,'PU(KN)')
        DO 20 I=1,4
        XK=1.+0.5/I
        P=XK*FT*B*D/1000
    20  WRITE(NI,5)XK,P
     5  FORMAT(/17X,F6.3,F30.3)
    30  CONTINUE
        RETURN
        END
```

C.1.5 - FORMULAS PROPOSTAS POR F. K. KONG

C.1.5.1 - VIGAS SEM FUROS

```
      SUBROUTINE KONG(NI,NL,L,H,B,C,AV,FL,FH,HK,VK,NBP,NBA,NEM,
     #SHS,SHI,SV,AW,AP,FT,TY)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
C     TIPO DE CONCRETO       * IC=1(LEVE)      * IC=0(NORMAL)
C     TIPO DE ACO            * IA=1(NERVURADO)* IA=0(LISO)
C     COEFICIENTE DE SEGURANCA E RECOBRIMENTO DA ARMADURA
      READ(NL,/)IC,IA,GAMAS,R
C     ANGULO DA DIAGONAL CRITICA DE FISSURACAO COM A HORIZONTAL
      ALFA=DATAN(H/(L/4.))
      IF(AV.NE.0.)   ALFA=DATAN(H/AV)
      VA = 0.
      Y1=0.
      Y4=0.
C     COEFICIENTE PARA A RESISTENCIA DO CONCRETO
      C1=1.40
      IF(IC.EQ.1)   C1=1.35
C     COEFICIENTE PARA A RESISTENCIA DO ACO
      C2=130.
      IF(IA.EQ.1)   C2=300.
C     VERIFICACAO DA EXISTENCIA DE FUROS
      IF((FL.NE.0.).AND.(FH.NE.0.)) GO TO 40
C     ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO (VIGA SEM FUROS)
      VC=C1*(1-0.35*AV/H)*FT*B*H/1000
C     VERIFICACAO DA EXISTENCIA DE MALHA DE REFORCO
      IF((SV.EQ.0.).AND.(SHS.EQ.0.))  GO TO 30
C     BARRAS INTERCEPTADAS PELA DIAGONAL DE FISSURACAO
```

```
      NBH=0.85*H/SHS
      NBV=AV/SV+1
C     VALOR DE Y PARA A ARMADURA DE MALHA HORIZONTAL
      DO 10 I=1,NBH
      Y1M=R+(I-1)*SHS
   10 Y1=Y1+Y1M
C     VALOR DE Y PARA A ARMADURA DE MALHA VERTICAL
      J=(AV+C-R)/SV
      Y4A=AV+C-R-J*SV
      DO 20 I=1,NBV
      Y4M=(Y4A+(I-1)*SV)*DTAN(ALFA)
   20 Y4=Y4+Y4M
C     VALOR DE Y PARA AS BARRAS EXTRAS DA ARMADURA DE MALHA
   30 Y3M=NEM*(H-FH-VK-R)/2
C     VALOR DE Y PARA A ARMADURA PRINCIPAL
      Y3P=0.9*H*(NBP+NBA)
C     ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA
      VAM=2*AW*C2*((Y1+Y3M)*DSIN(ALFA)**2+Y4*DCOS(ALFA)**2)/
     #(H*1000)
C     ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARMADURA PRINCIPAL
      VAP=AP*C2*Y3P*DSIN(ALFA)**2/(H*1000)
C     ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA PAREDE
      VA = VAM + VAP
      V = VA + VC
      GO TO 50
C     SUBROTINA PARA CALCULO DE VIGAS COM FUROS
   40 CALL KONG1(H,B,C,R,AV,FL,FH,HK,VK,NBP,NEM,NBA,C1,C2,SHS,SHI
```

```
     #,SV,AW,AP,TY,FT,GAMAS,VC,VA,VAM,VAP,V)
   50 WRITE(NI,1)VAM,VAP,VA,VC,V
    1 FORMAT(//21X,'*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***',//14
     #X,'ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA',F16.3,' KN',//14X
     #,'ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL',F8.3,' KN'
     #,//14X,'ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO',F12.3,
     #' KN',//14X,'ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO',F13.
     #3,' KN',//14X,'ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA',
     #F11.3,' KN')
      RETURN
      END
```

C.1.5.2 - VIGAS COM FUROS

```
      SUBROUTINE KONGI(H,B,C,R,AV,FL,FH,HK,VK,NBP,NEM,NBA,C1,C2,
     #SHS,SHI,SV,AW,AP,TY,FT,GAMAS,VC,VA,VAM,VAP,V)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
      Y1=0.
      Y2=0.
      Y4=0.
      Y5=0.
      ALFAS=DATAN((H-VK-FH)/(AV+C-HK))
      ALFAI=DATAN(VK/(HK+FL-C))
      XK1=(HK+FL-C)/AV
      XK2=VK/H
C     ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO
      VC=C1*(1-0.35*XK1*AV/(XK2*H))*FT*B*XK2*H/1000
C     VERIFICACAO DA EXISTENCIA DE MALHA DE REFORCO
```

```
      IF((SV.EQ.0.).AND.(SHS.EQ.0.).AND.(SHI.EQ.0.))  GO TO 50
C     BARRAS INTERCEPTADAS PELA DIAGONAL DE FISSURACAO
      NBHS=(H-FH-VK)/SHS+1
      NBHI=(VK-0,15*H)/SHI
      NBVS=(AV+C-HK)/SV
      NBVI=(FL+HK-C)/SV
C     VALOR DE Y PARA O ACO DA MALHA HORIZONTAL ACIMA DOS FUROS
      DO 10 I=1,NBHS
      Y1M=R+(I-1)*SHS
   10 Y1=Y1+Y1M
      Y1S=Y1*DSIN(ALFAS)**2
C     VALOR DE Y PARA O ACO DA MALHA HORIZONTAL ABAIXO DOS FUROS
      Y2A=H-VK+R
      DO 20 I=1,NBHI
      Y2M=Y2A+(I-1)*SHS
   20 Y2=Y2+Y2M
      Y2I=Y2*DSIN(ALFAI)**2
C     VALOR DE Y PARA O ACO DA MALHA VERTICAL ACIMA DOS FUROS
      J=(AV+C-R)/SV
      Y4A=AV+C-R-J*SV
      DO 30 I=1,NBVS
      Y4M=(Y4A+(I-1)*SV)*DTAN(ALFAS)
   30 Y4=Y4+Y4M
      Y4S=Y4*DCOS(ALFAS)**2
C     VALOR DE Y PARA O ACO DA MALHA VERTICAL ABAIXO DO FURO
      J=C/SV+1
      Y5A=J*SV+R-C
```

```
      DO 40 I=1,NBVI
      Y5M=H-(Y5A+(I-1)*SV)*DTAN(ALFAI)
   40 Y5=Y5+Y5M
      Y5I=Y5*DCOS(ALFAI)**2
C     VALOR DE Y PARA O ACO DA ARMADURA PRINCIPAL
   50 Y3P=0.9*H*(NBP+NBA)
C     VALOR DE Y PARA AS BARRAS EXTRAS NA MALHA
      Y3M=NEM*(H-FH-VK-R)*DSIN(ALFAS)/2
C     ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA DE REFORCO
      VAM=2*AW*C2*1.5*(Y1S+Y2I+Y3M+Y4S+Y5I)/(H*1000)
C     ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARMADURA PRINCIPAL
      VAP=AP*C2*Y3P*DSIN(ALFAI)**2/(H*1000)
C     ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO
      VA=VAM+VAP
C     ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA
      V=VA+VC
      RETURN
      END
```

C.1.6 - APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE

C.1.6.1 - RUPTURA SEGUNDO A LINHA 1

```
      SUBROUTINE PLAST(NEM,NEP,NBM,NBA,L,H,B,C,B1,VK,HK,FH,FL,AV,
     #SV,SHI,SHS,AW,AP,FC,FT,TY,NI)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
      PI=2*ARSIN(1.)
C     VALOR DA TAXA GEOMETRICA DE ARMADURA ACIMA DOS FUROS
```

```
      RO=100*NBM*AW/(B*(H-VK-FH))
      IF(RO.GT.0.53)   GO TO 60
C     VERIFICACAO DA EXISTENCIA DE FUROS
      IF((FL.EQ.0.).AND.(FH.EQ.0.))  GO TO 20
C     VALOR DO ANGULO TETA PARA VIGAS COM FUROS
      IF((AV+C-HK).LE.0.)  GO TO 20
C     VALOR DE TETA INICIAL ACIMA DOS FUROS
      TETAI=DATAN((H-VK-FH)/(AV+C-HK))
C     VALOR DE TETA FINAL ACIMA DOS FUROS
      TETAF=PI/2
      IF((FL-AV-C+HK).EQ.0.)   GO TO 10
      TETAF=-DATAN((H-VK-FH)/(FL-AV-C+HK))
   10 IF(TETAF.LT.0.)   TETAF=PI+TETAF
C     VALOR DE TETA INICIAL ABAIXO DOS FUROS
      TETALI=DATAN(VK/(HK+FL-C))
C     VALOR DE TETA FINAL ABAIXO DOS FUROS
      TETALF=DATAN(VK/(HK-C))
      IF(TETALF.LT.0.)    TETALF=PI+TETALF
C     LIMITACAO DOS VALORES PARA O ANGULO TETA
      IF(TETAI.LT.TETALI)  TETAI=TETALI
      IF(TETAF.GT.TETALF)  TETAF=TETALF
      GO TO 30
C     VALORES DO ANGULO TETA PARA VIGAS SEM FUROS
   20 TETAI=DATAN(H/(L/4.))
      IF(AV.NE.0.)  TETAI=DATAN(H/AV)
      TETAF=PI/2
   30 C1=B*FC*(H-FH)/2
```

```
      C2=0.
      C3=0.
      IF(SHS.NE.0.)    C2=2*AW*TY*(H-FH-VK)/SHS
      IF(SHI.NE.0.)    C2=C2+2*AW*TY*VK/SHI
      C2=C2+AW*TY*(NEM+NBA)+AP*TY*NEP
      IF(SV.NE.0.)     C3=2*AW*TY*(H-FH)/SV
      ITETAI=TETAI*180/PI
      ITETAF=TETAF*180/PI
C     VARIACAO DO ANGULO TETA
      DO 50 J=ITETAI,ITETAF
      TETA=J*PI/180
C     VARIACAO DO ANGULO ALFA
      DO 50 K=1,91
      ALFA=(K-1)*PI/180
C     VALORES DA CARGA CINEMATICA DE RUPTURA
      PC=C1*(1-DCOS(TETA-ALFA))/DSIN(TETA+ALFA)
      PA=(C2*DSIN(ALFA)*DSIN(TETA)+C3*DCOS(ALFA)*DCOS(TETA))
     #/DSIN(TETA+ALFA)
      P=PA+PC
C     VERIFICACAO DO VALOR MINIMO PARA A CARGA DE RUPTURA
      IF(PM.EQ.0.)    GO TO 40
      IF(PM.GT.P)     GO TO 40
      GO TO 50
   40 PM=P
      PKN=PM/1000
      PCKN=PC/1000
      PAKN=PA/1000
```

```
      ITET=J
      IALF=K=1
   50 CONTINUE
      GO TO 70
C     SUBROTINA PARA VIGAS COM FUROS E RO > 0,53 ACIMA DO FURO
   60 CALL PLAST1(ITET,IALF,PAKN,PCKN,PKN,H,B,C,B1,AV,PI,VK,HK,
     #FH,SV,SHS,NEM,AW,FC,TY)
   70 WRITE(NI,1)ITET,IALF,PAKN,PCKN,PKN
    1 FORMAT(//19X,'*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***'
     #,//14X,'ANGULO TETA = ENTRE FISSURA E HORIZONTAL',I13,
     #' GRAUS',//14X,'ANGULO ALFA = ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL',
     #I13,' GRAUS',//14X,'CARGA RESISTIDA PELO ACO',F29.3,' KN',
     #//14X,'CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO',F24.3,' KN',//14X,
     #'CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA',F22.3,' KN')
      PM=0.
      RETURN
      END
```

C.1.6.2 - RUPTURA SEGUNDO A LINHA 2

```
      SUBROUTINE PLAST1(ITET,IALF,PAKN,PCKN,PKN,H,B,C,B1,AV,PI,
     #VK,HK,FH,SV,SHS,NEM,AW,FC,TY)
      IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
C     VALOR DO ANGULO TETA
      TETA=DATAN((H-VK-FH)/(AV+C+B1-HK))
      C1=(AV+C+B1)*DTAN(TETA)
      C2=2*C1*AW*TY
C     VARIACAO DO ANGULO ALFA
```

```
      DO 20 I=1,91
      ALFA=(I-1)*PI/180
C     CARGA CINEMATICA RESISTIDA PELO CONCRETO
      PC=C1*B*FC*(1-DCOS(TETA-ALFA))/(2*DSIN(TETA+ALFA))
C     CARGA CINEMATICA RESISTIDA PELO ACO
      CMH=DSIN(ALFA)*DSIN(TETA)/SHS
      CMV=DCOS(ALFA)*DCOS(TETA)/SV
      CME=NEM*DSIN(ALFA)*DCOS(TETA)/(2*(AV+C+B1))
      PA=C2*(CMH+CMV+CME)/DSIN(TETA+ALFA)
C     CARGA CINEMATICA RESISTIDA PELA VIGA PAREDE
      P=PA+PC
C     VERIFICACAO DO VALOR MINIMO PARA A CARGA DE RUPTURA
      IF(PM.EQ.0.)   GO TO 10
      IF(PM.GT.P)    GO TO 10
      GO TO 20
   10 PM=P
      PKN=PM/1000
      PAKN=PA/1000
      PCKN=PC/1000
      IALF=I-1
   20 CONTINUE
      ITET=TETA*180/PI
      RETURN
      END
```

C.2 - CARTOES DE DADOS

DATA CARTAO

9,1,1,1

VIGA SEM FURO E SEM MALHA (VP1) ..... P(TRACAO)= 245 KN

2200,100,1000,200,200,500,000,000,000,32,32,566,2.12,19.7
000,000,000,000

0,7,0,7,0

1,1,1,20

VIGA SEM FURO E COM MALHA (VT1)..... P(APOIO) = 300 KN

2200,100,1000,200,200,500,144,160,160,32,32,566,2.05,18.5

000,000,000,000

0,7,0,3,0

1,1,1,20

VIGA SEM FURO E COM MALHA (VP3) ..... P(APOIO) = 280 KN

2200,100,1000,200,200,500,144,160,160,32,32,566,1.98,18.6

000,000,000,000
0,7,0,3,0

1,1,1,20

VIGA SEM FURO E COM MALHA (VP7) ..... P(FLEXAO) = 330 KN

2200,100,1000,200,200,500,144,160,160,32,32,566,2.10,16.6

000,000,000,000

0,7,0,3,2

1,1,1,20

VIGA COM FURO E SEM MALHA (VP2) ..... P(CORTE) = 53 KN

```
2200,100,1000,200,200,500,000,000,000,32,32,566,2.12,19.3
250,350,350,350
0,7,0,7,0
1,1,1,20

VIGA COM FURO, SEM MALHA E COM REFORCO (VP4). P(CORTE) = 101 KN
2200,100,1000,200,200,500,000,000,000,32,32,566,2.00,20.2
250,350,350,350
2,7,2,7,0
1,1,1,20

VIGA COM FURO E COM MALHA (VT2) ..... P(CORTE) = 212 KN
2200,100,1000,200,200,500,144,180,150,32,32,566,2.05,18.5
250,350,350,350
6,7,0,3,0
1,1,1,20

VIGA COM FURO E COM MALHA (VP5) ..... P(CORTE) = 205 KN
2200,100,1000,200,200,500,144,180,150,32,32,566,1.87,18.8
250,350,350,350
6,7,0,3,0
1,1,1,1,20

VIGA COM FURO, COM MALHA E REFORCO (VP6) .... P(CORTE) = 185 KN
2200,100,1000,200,200,500,144,180,150,32,32,566,2.08,19.3
250,350,350,350
8,7,2,3,0
```

1,1,1,1,20

C.3 - SIMBOLOS UTILIZADOS NO PROGRAMA

AV - DISTANCIA DA FACE EXTERNA DA PLACA DE CARREGAMENTO A FACE INTERNA DO APOIO.

AP - AREA DE UMA BARRA DA ARMADURA LONGITUDINAL PRINCIPAL

AW - AREA DE UMA BARRA DA MALHA

B - BASE (ESPESSURA) DA VIGA

B1 - DIMENSAO LONGITUDINAL DA PLACA DE CARREGAMENTO

C - DIMENSAO LONGITUDINAL DA PLACA DE APOIO

D - ALTURA EFETIVA DA VIGA

FC - RESISTENCIA DO CONCRETO A COMPRESSAO

FT - RESISTENCIA DI CONCRETO A TRACAO INDIRETA

FH - ALTURA DO FURO

FL - DIMENSAO LONGITUDINAL DOS FUROS

GAMAF - COEFICIENTE DE MAJORACAO DAS CARGAS

GAMAM - COEFICIENTE DE SEGURANCA DO CONCRETO

GAMAS - COEFICIENTE DE SEGURANCA DO ACO

H - ALTURA TOTAL DA VIGA

HK - DISTANCIA LONGITUDINAL DA FACE EXTERNA DA VIGA A FACE EXTERNA DO FURO

L - VAO TEORICO

L1 - VAO LIVRE

LT - DIMENSAO LONGITUDINAL DA VIGA

NBM - NUMERO DE BARRAS DE ACO NA MALHA ACIMA DOS FUROS

NBP - NUMERO DE BARRAS DE ACO NA ARMADURA PRINCIPAL

NBA - NUMERO DE BARRAS DE ACO ADICIONADAS SOBRE OS APOIOS

NEP - NUMERO DE BARRAS EXTRAS NA ARMADURA PRINCIPAL

NEM - NUMERO DE BARRAS EXTRAS NA MALHA ACIMA DOS FUROS

SV - ESPACAMENTO ENTRE AS BARRAS VERTICAIS DA MALHA

SHS - ESPACAMENTO ENTRE AS BARRAS HORIZONTAIS DA MALHA (ACIMA DOS FUROS)

SHI - ESPACAMENTO ENTRE AS BARRAS HORIZONTAIS DA MALHA (ABAIXO DOS FUROS)

TY - TENSAO DE ESCOAMENTO DO ACO

VK - DISTANCIA DA FACE INFERIOR DO FURO A BASE DA VIGA

X - DISTANCIA ENTRE O CENTRO DAS PLACAS DE CARREGAMENTO E DE APOIO

XU - DISTANCIA DO CENTRO DA PLACA DE APOIO A SECAO CRITIC

C.4 - RESULTADOS OBTIDOS DA APLICACAO DO PROGRAMA AUTOMATICO

C.4.1 - VIGA SEM FURO E SEM MALHA (VP1) ..... P(TRACAO)= 245 KN

*** RECOMENDACOES DO CEB-FIP/70 ***

MOMENTO FLETOR	101427.200 KN.MM
ESFORCO CORTANTE NO APOIO	197.000 KN
CARGA DE RUPTURA POR FLEXAO	202.854 KN

*** NORMA DO ACI ***

ESFORCO CORTANTE ADMISSIVEL	217.609 KN
MALHA NECESSARIA COM SV = SH = S	465 MM

*** ANALOGIA DA TRELICA ***

RUPTURA POR ESCOAMENTO DA ARMADURA	153.952 KN

CARGA DE RUPTURA POR TRACAO INDIRETA

K	PU(KN)
1.500	270.300
1.250	225.250
1.167	210.233
1.125	202.725

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	0.000 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	48.384 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	48.384 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	236.115 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	284.499 KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	63 GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	56 GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	107.078 KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	8.395 KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	115.473 KN

C.4.2 - VIGA SEM FURO E COM MALHA (VT1)..... P(APOIO) = 300 KN

*** RECOMENDACOES DO CEB-FIP/70 ***

MOMENTO FLETOR	101427.200	KN.MM
ESFORCO CORTANTE NO APOIO	185.000	KN
CARGA DE RUPTURA POR FLEXAO	202.854	KN

*** NORMA DO ACI ***

ESFORCO CORTANTE ADMISSIVEL	210.877	KN
MALHA NECESSARIA COM SV = SH = S	480	MM

*** ANALOGIA DA TRELICA ***

RUPTURA POR ESCOAMENTO DA ARMADURA	153.952	KN
RUPTURA POR ESMAGAMENTO DO BANZO COMPRIMIDO	220.474	KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	35.942	KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	48.384	KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	84.326	KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	228.319	KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	312.645	KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	63	GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	51	GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	291.462	KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	22.126	KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	313.589	KN

C.4.3 - VIGA SEM FURO E COM MALHA (VP3) ..... P(APOIO) = 280 KN

*** RECOMENDACOES DO CEB-FIP/70 ***

MOMENTO FLETOR	101427.200	KN.MM
ESFORCO CORTANTE NO APOIO	186.000	KN
CARGA DE RUPTURA POR FLEXAO	202.854	KN

*** NORMA DO ACI ***

ESFORCO CORTANTE ADMISSIVEL	211.447	KN
MALHA NECESSARIA COM SV = SH = S	478	MM

*** ANALOGIA DA TRELICA ***

RUPTURA POR ESCOAMENTO DA ARMADURA	153.952	KN
RUPTURA POR ESMAGAMENTO DO BANZO COMPRIMIDO	221.666	KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	35.942	KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	48.384	KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	84.326	KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	220.523	KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	304.849	KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	63	GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	51	GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	291.462	KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	22.246	KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	313.708	KN

C.4.4 - VIGA SEM FURO E COM MALHA (VP7) ..... P(FLEXAO) = 330 KN

*** RECOMENDACOES DO CEB-FIP/70 ***

MOMENTO FLETOR	101427.200 KN.MM
ESFORCO CORTANTE NO APOIO	166.000 KN
CARGA DE RUPTURA POR FLEXAO	202.854 KN

*** NORMA DO ACI ***

ESFORCO CORTANTE ADMISSIVEL	199.755 KN
MALHA NECESSARIA COM SV = SH = S	506 MM

*** ANALOGIA DA TRELICA ***

RUPTURA POR ESCOAMENTO DA ARMADURA	153.952 KN
RUPTURA POR ESMAGAMENTO DO BANZO COMPRIMIDO	197.831 KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	35.942 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	62.208 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	98.150 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	233.888 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	332.038 KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	63 GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	47 GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	302.685 KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	34.216 KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	336.901 KN

C.4.5 - VIGA COM FURO E SEM MALHA (VP2) ..... P(CORTE) = 53 KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	0.000 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	19.889 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	19.889 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	50.085 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	69.974 KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	48 GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	42 GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	63.045 KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	3.965 KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	67.010 KN

C.4.6 - VIGA COM FURO, SEM MALHA E COM REFORCO (VP4). P(CORTE) = 101 KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	8.236 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	19.889 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	28.126 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	47.250 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	75.376 KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	48 GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	41 GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	79.486 KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	5.647 KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	85.133 KN

C.4.7 - VIGA COM FURO E COM MALHA (VT2) ..... P(CORTE) = 212 KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	68.914 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	19.889 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	88.804 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	48.431 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	137.235 KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	48 GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	45 GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	204.816 KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	0.952 KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	205.768 KN

C.4.8 - VIGA COM FURO E COM MALHA (VP5) ..... P(CORTE) = 205 KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	69.118 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	19.889 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	89.008 KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	44.179 KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	133.186 KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	48 GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	45 GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	204.816 KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	0.968 KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	205.783 KN

C.4.9 - VIGA COM FURO, COM MALHA E REFORCO (VP6) .... P(CORTE) = 185 KN

*** FORMULAS PROPOSTAS POR F.K.KONG ***

ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA MALHA	77.766	KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELA ARM.PRINCIPAL	19.889	KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELO ACO	97.656	KN
ESFORCO CORTANTE RESISTIDO PELO CONCRETO	49.140	KN
ESFORCO CORTANTE TOTAL RESISTIDO PELA VIGA	146.796	KN

*** APLICACAO DA TEORIA DA PLASTICIDADE ***

ANGULO TETA - ENTRE FISSURA E HORIZONTAL	36	GRAUS
ANGULO ALFA - ENTRE MOVIMENTO E VERTICAL	41	GRAUS
CARGA RESISTIDA PELO ACO	169.635	KN
CARGA RESISTIDA PELO CONCRETO	2.440	KN
CARGA TOTAL RESISTIDA PELA VIGA	172.075	KN

BIBLIOGRAFIA

1. ACI COMMITEE 318 - Building Code Requiriments for Reinforced Concrete, ACI 318-71, Detroit, American Concrete Institute, 1971.

2. ASCE - ACI TASK Commitee 426 - "The Shear Strenght of Reinforced Concrete Members", Journalof the Structural Division, Vol. 99, nº ST6, June 1973.

3. ARUNACHALAM, N. V., GILLESPIE, H. A., SELVAM, V. K. M. and PANDIT, G. S. - Discussion of the Paper by F. K. Kong, P. T. Robins and D. F. Cole, "Web Reinforcement Effects on Lightweight Concrete Deep Beams", ACI Journal, January 1972.

4. ARUNACHALAN, N. V. - Discussion of "Web Reinforced Effects on Lightweight Concrete Deep Beams", by F. K. Kong and P. J. Robins, ACI Journal, Vol. 68, nº 1, January 1972.

5. BRAESTRUP, M. W. - "Plastic Analysis of Shear in Reinforced Concrete", Magazine of Concrete Research, Vol. 26, nº 89, December 1974.

6. BROCK, G. - Discussion of "The Riddle of Shear Failure and its Solution", by G. N. J. Kani, ACI Journal, Vol. 61, nº 12, December 1964.

7. CEB - FIP - International Recomendations for the Design and Construction of Deep Bems - Appendix 3, Information Bulletin nº 73, Paris, June 1970.

8. CLARK, L. A. - "The Provision of Tension and Compression Reinforcement to Resist in-Plane Forces", Magazine of Concrete Research, Vol. 28, nº 94, March 1976.

9. CUEVAS, O. M. G. - "Aspectos Fundamentais del Concreto Reforzado", México 1979.

10. FUSCO, PÉRICLES B. - "Estruturas de Concreto", Vol. III, Fundamentos da Técnica de Armar, Grêmio Politécnico,São Paulo 1975.

11. KANI, G. N. J. - "Basis Facts Concrenig Shear Failure",ACI Journal, Vol. 63, nº 6, June 1966.

12. KONG, F. K., KUBIK, L. A. and ROBINS, P. J.,- Discussion of "Strenght and Behavior of Beam-Panels - Test and Analysis", by Taner, N., Fazio, P. P. and Zielinski, Z.A., ACI Journal, April 1978.

13. KONG, F. K. and KUBIK, L. A. - Discussion of "Colapse Load of Deep Reinforced Concrete Beams", by Kumar, P., Magazine of Concrete Research, Vol. 29, nº 98, March 1977.

14. KONG, F. K., ROBINS, P. J., KIRBY, D. P. and SHORT, D. R.- "Deep Beams With Inclined Web Reinforcement", ACI Journal, Vol. 69, nº 3, March 1972.

15. KONG, F. K. and SINGH, A. - "Diagonal Cracking and Ultimate Loads of Lightweight Concrete Deep Beams", ACI Journal, Vol. 69, nº 8, August 1972.

16. KONG, F. K., ROBINS, P. J., SING, A. and SHARP, G. R. - "Shear Analysis and Design of Reinforced Concrete Deep Beams", The Structural Engineer, Vol. 50, nº 10, October 1972.

17. KONG, F. K. - "Shear Strenght of Lightweight Reinforced Concrete Deep Beams With Web Openings", The Structural Engineer, Vol. 51, nº 8, August 1973.

18. KONG, F. K. and SHARP, G. R. - "Structural Idealization for Deep Beams With Web Openings", Magazine of Concrete Reserach", Vol. 29, nº 99, June 1977.

19. KONG, F. K., SHARP, G. R., APPLETON, S. C., BEAUMONT, .C. J. and KUBIK, L. A.,- "Structural Idealization for Deep Beams With Web Openings - Further Evidence", Magazine of Concrete Research, Vol. 30, nº 103, June 1978.

20. KONG, F. K., ROBINS, P. J. and SHARP, G. R. - "The Design of Reinforced Concrete Deep Beams in Current Practice",

the Structural Engineer, Vol. 53, nº 4, April 1975.

21. KONG, F. K., ROBINS, P. J. and COLE, D. F. - "Web Reinforcement Efects on Deep Beams", ACI Journal, December 1970.

22. KONG, F. K. and ROBINS, P. J., - "Web Reinforcement Effects on Lightweight Concrete Deep Beams", ACI Journal, Vol. 68, nº 7, July 1971.

23. KUMAR, P. - "Colapse Load of Deep Reinforced Concrete Beams", Magazine of Concrete Research, Vol. 28, nº 94, March 1976.

24. KUMAR, P. - "Short-Term Deflection of Deep Beams", ACI Journal, Vol. 75, nº 8, August 1978.

25. LEONHARDT, F. - Discussion of "Strenght and Behavior of Deep Beams in Shear", by H. A. Rawdon de Paiva and Chester P. Siess, Journal of the Structural Division, , Vol. 92, nº ST2, April 1966.

26. LEONHARDT, F. - Discussion of "Deep Beams With Inclined Web Reinforcement", by F. K. Kong, P. J. Robins, D. P. Kirby and D. R. Short, ACI Journal, Vol. 69, nº 9, September 1972.

27. LEONHARDT, F. e MONNING, E. - "Construções de Concreto", Vol. 1/2/3/4, Editora Interciência Ltda., Rio de Janeiro 1978.

28. LEONHARDT, F. - "Sobre el Arte de Armar Estructuras de Concreto Armado", Caracas 1966.

29. MACGREGOR, J. G. and GERGELY, P. - "Sugested Revisions to ACI Building Code Clauses Dealing With Shear in Beams", ACI Journal, October 1977.

30. MACGREGOR, J. G. and HAWKINS, N. M. - "Sugested Revision to ACI Building Code - Clauses Dealing With Shear Friction and Shear in Deep Beams and Corbels", ACI Journal, Vol. 74, nº 11, November 1977.

31. MANUEL, R. F., SLIGHT, B. W. and SUTER, G. T. - "Deep Beams Behavior Affected by Lenght and Shear Span Variation", ACI Journal, Vol. 68, nº 12, December 1971.

32. MORETO, O. - "Curso de Hormigon Armado", S. A. Libreria, Editorial e Inmobiliaria, Buenos Aires.

33. NIELSEN, M. P. - "On the Strenght of Reinforced Concrete Discs", Acta Politechnica Scandinavica, Civil Engineering and Building Construction Series, nº 70, Copenhagen 1971.

34. PAULAY, P. - "Reinforced Concrete Structures", John Wiley & Sons., Inc. 1975.

35. RAMAKRISHMAN, V. and ANANTHANARAYANA, Y. - "Ultimate Strenght of Deep Beams in Shear",-ACI Journal, Vol. 65, nº 2, February 1968.

36. RAWDON DE PAIVA, H. A., and SIESS, C. P. - "Strenght and Behavior of Deep Beams in Shear", Journal of the Structural Division, Vol. 91, nº ST5, October 1965.

37. ROBINSON, J. R. - "Elementos Constructivos Singulares de Hormigon Armado", Barcelona 1977.

38. SELVAN, V. K. M. and ALDRIAGE, N. W. - Discussion of "Deep Beams With Inclined Web Reinforcement", by F. K. Kong, P. J. Robins, D. P. Kirby and D. R. Short, ACI Journal, Vol. 69, nº 9, September 1972.

39. SOLANKI, H. T. - Discussion of "Strenght and Behavior of Beams-Panels", by N. Taner, P. P. Fazio and Z. A. Zielinsk, ACI Journal, Vol. 75, April 1978.

40. SOLANKI, H. T., STAMENKOVIC, H. - Discussion of "Sugeested Revisions to ACI Building Code Clauses Dealing With Shear Friction and Shear in Deep Beams and Corbels",ACI Journal, May 1978.

41. SOLANKI, H. T. and STAMENKOVIC, W. - Discussion of "Short-Term Deflection of Deep Beams", by P. Kumar, ACI Journal, Vol. 75, nº 2, February 1979.

42. TANER, N., FAZIO, P. P. and ZIELINSK, Z. A. - "Strenght and Behavior of Beam-Panels", ACI Journal, Vol. 74, nº 10, October 1977.

43. WANG, P. T., SHAN, S. P. and NAAMAN, A. E. - "Stress-Strain Curves of Normal and Lightweight Concrete in Compression ACI Journal, Vol. 75, nº 11, November 1978.

44. TROINA, L. M. - "Comportamento Não Linear de Estruturas de Concreto Armado com Aplicação à Análise de Vasos de pressão de Usinas Nucleares", Tese M. Sc., COPPE/UFRJ, Maio 1981.