

APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA NA ANÁLISE  
DO COMPORTAMENTO DE ESTACAS CRAVADAS

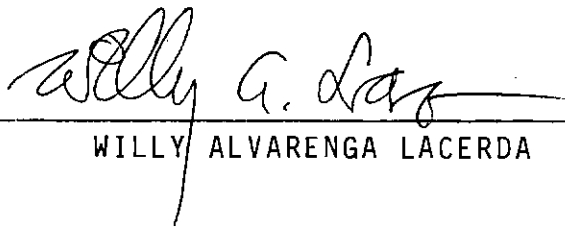
RICARDO NAKAO

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

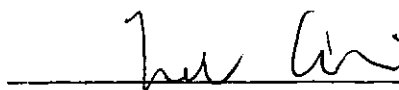
Aprovada por:



MÁRCIO MIRANDA SOARES  
(Orientador)



WILLY ALVARENGA LACERDA



NELSON AOKI



PEDRICTO ROCHA FILHO

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 1981

NAKAO, RICARDO

Aplicação da Equação da Onda na Análise do Comportamento de Estacas Cravadas. Rio de Janeiro, COPPE-UFRJ, 1981.

ix, 333 f.

Tese: Mestre em Ciências (Engenharia Civil)

1. Equação da Onda
2. Cravação de Estacas
3. Capacidade de Carga de Estacas
4. Teses

I. Universidade Federal do Rio de Janeiro - COPPE

II. Título

A meus pais e irmãos.

À Mãe.

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Mârcio Miranda Soares, pela orientação, apoio e incentivo, durante a elaboração desta tese.

Aos Professores participantes da banca examinadora, pelas sugestões e pela valiosa colaboração.

À Companhia do Metropolitano do Rio de Janeiro (METRÔ/RIO), por ceder dados necessários para a realização deste trabalho.

Aos Professores Dirceu de Alencar Velloso e Francisco de Rezende Lopes, pelo interesse e estímulo.

Aos Engenheiros Moyses Szwarcberg, Vera Maria Bräutigam, Maria de Fatima Almeida Vasconcelos, José Fernando Thomê Jucã, David Antunes Cabral, Otávio Sêrgio Nunes de Souza, Álvaro Augusto Dellê Vianna, Hideo Arakaki e Orlando M. Ishizaki, pela colaboração e incentivo.

Aos Professores e colegas da COPPE, pelo apoio e amizade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

À Norma de Vasconcellos, pelo serviço datilográfico.

Ao Sebastião Gilmar Fernandes, pelos desenhos.

RESUMO

Este trabalho apresenta inicialmente um estudo bibliográfico sobre a aplicação da equação da onda ao problema da análise do comportamento de estacas cravadas. Dentro desse estudo são apresentadas as bases teóricas do método, alguns resultados de estudos de aplicação, visando fornecer informações básicas, recomendações e sugestões que facilitem a sua utilização pelos técnicos brasileiros.

Empregando procedimentos fotográficos, foi feita a medição da cravação de estacas metálicas na obra do Metrô do Rio de Janeiro, que permitiram, juntamente com resultados de prova de carga, a aplicação prática do método estudado. São feitas ainda algumas análises comparativas com a aplicação de fórmulas dinâmicas de cravação.

Além de uma extensa bibliografia atualizada, são discutidas a solução numérica devido a E.A.L.SMITH (1960) e as pesquisas que estão sendo desenvolvidas no sentido de aperfeiçoar o método.

ABSTRACT

This thesis presents initially a review of the literature on the application of the wave equation to the prediction of pile behaviour. As part of this review, the theoretical basis of the method, together with suggestions for its implementation is presented.

With the aid of motion pictures, the behaviour of steel piles during driving (for the construction of the Rio de Janeiro Subway) was recorded. This records provided data for the wave equation analysis and the results of these predictions were compared with those of load tests. Comparisons with driving formulae were also made.

The numerical solution scheme by E. A. L. SMITH (1960) was discussed together with more recent proposals.

Í N D I C E

	PÁG.
I. INTRODUÇÃO	01
II. FÓRMULAS DINÂMICAS DE CRAVAÇÃO	06
2.1 - Introdução	07
2.2 - Tipos Principais de Fórmulas Existentes	08
2.3 - Aplicabilidade e Limitações	11
2.4 - Seleção da Fórmula Dinâmica	16
III. PROPAGAÇÃO DE ONDAS ELÁSTICAS LONGITUDINAIS EM BARRAS	18
3.1 - Propagação de Ondas Longitudinais em Barras Uni formes	19
3.1.1 - Hipóteses Básicas	19
3.1.2 - Equações de Movimento	19
3.1.3 - Transmissão das ondas: Velocidade de Partícula e Velocidade de Propagação da Onda	26
3.1.4 - Energia da Onda	30
3.1.5 - Condições de Extremidade	31
3.2 - Propagação de Ondas Longitudinais em Barras Não Uniformes	39
3.3 - Impacto Longitudinal de Barras	47
IV. PROPAGAÇÃO DE ONDAS NA CRAVAÇÃO DE ESTACAS	56
4.1 - Propagação de Ondas no Solo	57
4.2 - Histórico da Aplicação da Equação da Onda na Cra vação de Estacas	66

4.3 - Mecanismo da Propagação de Ondas em Estacas	74
4.3.1 - Introdução	74
4.3.2 - Modelo Simplificado de Propagação	75
4.3.2.1 - Análise de Tensões	75
4.3.2.2 - Condições de Extremidade	83
4.3.2.3 - Análise da Força de Cravação	88
4.3.3 - Modelo mais Real de Propagação	93
V. APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA UTILIZANDO O MÉTODO <u>NUMÉRICO</u> PROPOSTO POR SMITH	100
5.1 - Modelo Proposto por Smith	101
5.1.1 - Apresentação	101
5.1.2 - Justificativa	103
5.1.3 - Esquema de Cálculo	108
5.1.4 - Resolução da Equação da Onda	110
5.2 - Análise dos Parâmetros Envolvidos	122
5.2.1 - Martelo de Cravação	122
5.2.2 - Acessórios de Cravação	132
5.2.2.1 - Cepos e Coxins	132
5.2.2.2 - Simulação Física e Matemática	141
5.2.2.3 - Ensaio da COPPE	144
5.2.3 - Estaca	147
5.2.4 - Solo	156
5.2.4.1 - Introdução	156
5.2.4.2 - Resistência do solo	156
5.2.5 - Outros Fatores	169
5.3 - Programação	173
5.3.1 - Descrição do Programa	173

5.4 - Discussão do Método-Aprimoramentos	183
VI. ALGUNS ESTUDOS PARAMÉTRICOS DISPONÍVEIS UTILIZANDO A EQUAÇÃO DA ONDA	193
6.1 - Introdução	194
6.2 - Influência das Propriedades dos Equipamentos	
6.2.1 - Martelos de Cravação	194
6.2.1.1 - Energia de Cravação	195
6.2.1.2 - Eficiência do Martelo	196
6.2.1.3 - Forma do Pilão	197
6.2.2 - Cepos e Coxins	197
6.2.2.1 - Rigidez do Coxim	198
6.2.2.2 - Coeficiente de Restituição	199
6.2.3 - Peso do Capacete	200
6.3 - Influência das Características da Estaca	201
6.3.1 - Rigidez da Estaca	201
6.3.2 - Amortecimento Interno do Material da Estaca	203
6.4 - Influência do Solo	204
6.4.1 - Coeficiente de Amortecimento do Solo e "Quake"	204
6.4.2 - Distribuição da Resistência do Solo	206
6.5 - Estimativa da Capacidade de Carga	208
VII. ALGUNS PROGRAMAS AUTOMÁTICOS EXISTENTES E APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA UTILIZADO	212

7.1 - Descrição dos Principais Programas Existentes	213
7.2 - Principais Vantagens e Limitações	215
7.3 - Particularidades do Programa Utilizado	218
VIII. APLICAÇÕES REALIZADAS	220
8.1 - Introdução	221
8.2 - Medição da Cravação	223
8.3 - Prova de Carga	237
8.4 - Análises pela Equação da Onda	241
8.5 - Análises utilizando Fórmulas Dinâmicas de Cravação	257
IX. CONCLUSÕES	262
ANEXOS	
Anexo I - Sugestões para Pesquisas Futuras	266
Anexo II - Bibliografia Disponível	270
Anexo III - Bibliografia Adicional (não consultada)	289
Anexo IV - Simbologia	296
Anexo V - Fórmulas Dinâmicas de Cravação	300
Anexo VI - Programa Utilizado - Listagem e Parâmetros de Entrada	313

## CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

## I. INTRODUÇÃO

Como se sabe, a cravação de estacas não é um simples problema de impacto que pode ser solucionado diretamente pelas leis de Newton e sim, um problema de transmissão de ondas longitudinais que pode ser resolvido, de modo geral, pela equação da onda. Portanto, a aplicação da teoria da vibração longitudinal em barras (ou da propagação de ondas longitudinais) a problemas de cravação de estacas (considerando-as como barras, já que normalmente elas são elementos estruturais esbeltos), têm sido objeto de inúmeros estudos, constituindo o chamado método da equação da onda.

Infelizmente este método não tem sido muito utilizado no Brasil por falta de uma divulgação maior em nosso meio técnico e pelas dificuldades de uma instrumentação adequada que permita obter os parâmetros necessários.

Um dos objetivos deste trabalho é iniciar entre nós um estudo sistemático da aplicação do método da equação da onda unidimensional na análise do comportamento de estacas cravadas. Foge ao escopo deste trabalho a discussão das fórmulas estáticas e o mecanismo de transferência de carga. Este estudo não se aplica à análise do comportamento de estacas cravadas por meio de martelos vibratórios.

Embora as fundações em estacas sejam utilizadas desde a antigüidade, somente no final do século passado o problema da cravação de estacas começou a ser analisado com maior base

científica. Isto, em decorrência de grande variedade de tipos de estacas, equipamentos de cravação e solos existentes. Até recentemente, não existia um método geral de análise e utilizava-se soluções empíricas bastante limitadas. Por exemplo, o uso de fórmulas dinâmicas de cravação para estimar a capacidade de carga de estacas ou tensões de impacto sempre foi tolerado com certa desconfiança. No capítulo II é apresentado um estudo geral das principais fórmulas dinâmicas de cravação, ressaltando as suas vantagens e suas limitações.

Quando uma perturbação (choque, impacto etc.) atinge uma extremidade de uma barra elástica, ela é transmitida sob forma de ondas (de deslocamentos, de força, de tensão etc.) ao longo de todo o comprimento da barra até atingir a outra extremidade, sofrendo aí os fenômenos de reflexão e refração que dependem das condições de contorno dessa extremidade. A teoria geral de propagação de ondas longitudinais em barras elásticas (uniformes e não uniformes) é apresentada no capítulo III, que consta das hipóteses básicas, da dedução das equações características, da definição dos parâmetros que influem na propagação de ondas, da discussão das condições de extremidade e do estudo do impacto longitudinal de barras. Particularmente, é dada ênfase às reflexões e refrações de onda que ocorrem nas extremidades das barras.

A operação de cravação, com as suas inúmeras variantes, é ainda um dos métodos de instalação de estacas mais empregados no mundo todo, apesar de alguns inconvenientes, tais como: ruído, vibrações, poluição, equipamentos pesados etc. Algumas informações a respeito dos principais tipos de vibrações (pro

pagação de ondas longitudinais, transversais e de superfície) que ocorrem no solo em condições similares à operação de cravação de uma estaca são apresentadas sumariamente no capítulo IV, bem como um histórico da aplicação da teoria de propagação de ondas longitudinais ao problema da cravação de estacas. É descrito, ainda, o mecanismo de propagação de ondas na estaca, onde procura-se ilustrar o que realmente ocorre numa estaca durante a sua cravação, considerando-se as várias condições de extremidade passíveis de ocorrerem na prática.

Na prática, o chamado método da equação da onda, proposto por SMITH, não emprega diretamente a equação diferencial da onda e sim uma equação equivalente expressa sob forma de diferenças finitas. A análise é feita através de uma simulação física do fenômeno da propagação de ondas longitudinais ao longo da estaca durante a sua cravação. Uma solução matemática exigiria funções analíticas para exprimir as condições de fronteira que são difíceis de serem estabelecidas na prática. Na formulação analítica do problema não é fácil introduzir a grande variedade de condições de contorno, de resistência do solo e de rigidez de estaca. A estaca, pela proposição de SMITH, é modelada então sob forma de pesos e molas interligados, e a resistência do solo, sob forma de molas associadas a amortecedores. Esses modelos, a solução numérica e os parâmetros envolvidos são discutidos no capítulo V. São apresentadas, ainda, as características e os modelos numéricos dos cepos e coxins normalmente empregados na cravação de estacas e também os resultados de um estudo experimental realizado na COPPE por VELLOSO e CABRAL (1978).

As reais vantagens do método da equação da onda são evidenciadas através de estudos paramétricos: as influências de cada parâmetro podem ser analisadas não só qualitativamente, mas também quantitativamente. Vários exemplos de estudos paramétricos analisando os equipamentos de cravação, as propriedades da estaca e do solo, a capacidade de carga da estaca etc., são a apresentados no capítulo VI.

Além de ser amplamente empregado atualmente no mundo inteiro, o método da equação da onda vem sofrendo um contínuo aperfeiçoamento. No capítulo VII são apresentadas as principais pesquisas que vêm sendo realizadas, as principais variantes do método e as suas tendências futuras.

Este estudo foi desenvolvido com o objetivo de apresentar as bases teóricas do método da equação da onda e aplicá-lo aos dados obtidos na cravação de perfis metálicos na obra do Metrô-Rio no Lote 23, Setor III - Tijuca. Observou-se a cravação desses perfis fazendo-se a medição fotográfica de suas "negas". A descrição deste procedimento de medição, bem como dos resultados da prova de carga executada em um dos perfis é feita no capítulo VIII. Neste mesmo capítulo analisa-se estes dados pelas fórmulas dinâmicas e pelo método da equação da onda.

Espera-se que este estudo traga uma contribuição ao nosso meio técnico-científico neste vasto campo ainda carente de pesquisas, no sentido de permitir que o projeto e a execução de fundações em estacas sejam mais racionais e econômicas.

## CAPÍTULO II - FÓRMULAS DINÂMICAS DE CRAVAÇÃO

2.1 - Introdução

2.2 - Tipos Principais de Fórmulas Existentes

2.3 - Aplicabilidade e Limitações das Fórmulas Dinâmicas

2.4 - Seleção da Fórmula Dinâmica

## II. FÓRMULAS DINÂMICAS DE CRAVAÇÃO

### 2.1 - Introdução

Na estimativa da capacidade de carga de estacas, é freqüente a utilização de fórmulas estáticas ou fórmulas dinâmicas de cravação. De um modo geral, as fórmulas estáticas (teóricas ou empíricas) igualam a resistência estática do solo à capacidade de carga da estaca. Por outro lado, as fórmulas dinâmicas de cravação tentam relacionar a resistência do solo à penetração da estaca com a energia desenvolvida pelo golpe do martelo, obtendo, assim, um valor para a capacidade de carga estática da estaca.

Sendo a cravação dinâmica um dos processos mais usuais de instalação de estacas, a idéia de se utilizar a energia necessária para cravar a estaca, até a sua profundidade final no solo, para estimar a sua capacidade de carga, parece bastante razoável.

Assim, muitas tentativas têm sido feitas para expressar, sob forma de uma fórmula dinâmica de cravação, a relação existente entre o trabalho efetuado para se cravar uma estaca e a sua capacidade de carga. Apesar de existirem inúmeras fórmulas propostas, é interessante notar que, de um modo geral, as únicas diferenças entre as diversas fórmulas residem na introdução de uma quantidade variável de constantes empíricas, enquanto que os parâmetros básicos permanecem os mesmos em quase todas as expressões: o peso do pilão, a altura de queda e a penetração da estaca para cada golpe.

## 2.2 - Tipos Principais de Fôrmulas Existentes

Praticamente existem apenas cinco tipos básicos de fôrmulas dinâmicas de cravação e todas elas podem ser representadas pela fôrmula (Chellis, 1961):

$$W \cdot H = R_u \cdot s + X$$

onde:

- W = peso do pilão de cravação
- H = altura de queda do pilão
- $R_u$  = resistência última
- s = penetração da estaca por golpe (nega)
- X = perdas de energia

As fôrmulas dinâmicas mais simples desprezam todas as perdas de energia, como por exemplo, as fôrmulas de SANDERS, de MERRIMAN e de GOODRICH. Algumas fôrmulas introduzem um coeficiente fixo, dimensionado para compensar as perdas de energia e, possivelmente, outros fatores não expressos pelos seus termos: são as fôrmulas de WELLINGTON, VULCAN e BUREAU OF YARDS AND DOCKS.

As fôrmulas de RITTER, BENABENCQ e dos HOLANDESES introduzem os pesos da estaca e do martelo para compensar as incertezas existentes. As fôrmulas de EYTELWEIN e da NAVY Mc KAY são similares e empregam, também, um coeficiente fixo que multiplica a relação entre esses pesos, para levar em conta as perdas de energia.

Um outro tipo de fôrmula apresenta uma série de termos dimensionados para representar as perdas de energia devido

ao impacto e as várias perdas elásticas nos acessórios de cravação, estaca e solo durante a cravação. Pertencem a esse tipo, as fórmulas de HILEY, de REDTENBACHER, de SCHENCK e de RANKINE.

Algumas dessas fórmulas têm apresentado uma boa estimativa de capacidade de carga, sob certas condições, e por isso, têm sido largamente aplicadas. Entretanto, nenhuma dessas fórmulas possui uma aplicação geral, levando, em muitos casos, a grandes discrepâncias entre a capacidade de carga medida e a estimada. Os fatores de segurança realmente obtidos utilizando-se algumas dessas fórmulas podem variar consideravelmente por causa da tentativa de se usar uma fórmula simples que cubra uma larga faixa de condições com um fator de segurança dimensionado para atender aos casos mais desfavoráveis.

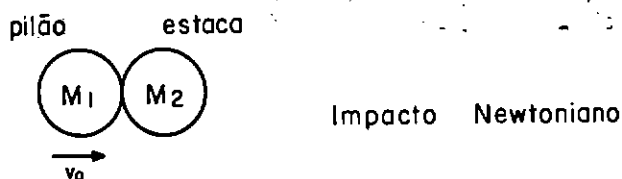


Fig. 2.2-1- Modelo de impacto adotado nas fórmulas dinâmicas

A grande maioria dessas fórmulas foram desenvolvidas baseadas na lei de Newton referente ao impacto e modificadas para levar em conta as perdas de energia (fig. 2.2-1). A rigor, a lei de Newton referente ao impacto não se aplica a corpos que sofrem deformações da ordem de grandeza das observadas no impacto do pilão com a estaca, e só é válida para dois corpos livres. Ora, a estaca não pode ser considerada como sendo um corpo livre, em decorrência das forças de resistência ao longo da sua superfície lateral e da força resistente na sua ponta. Além disso, existem outros fatores influentes importantes que deveriam ser, todos eles, relacionados nas fórmulas dinâmicas:

- 1) As forças de resistência do solo não são constantes durante o período de tempo em que a estaca penetra no terreno porque o solo, além de apresentar certas características elásticas, apresenta também características de amortecimento.
- 2) As compressões elásticas temporárias dos acessórios de cravação, da estaca e do solo absorvem quantidades de energia que não contribuem para a penetração da estaca.
- 3) Ocorrem perdas de energia no impacto pois tanto o cepo como o coxim apresentam coeficientes de restituição menores que a unidade.
- 4) Sendo a estaca uma peça estrutural longa e esbelta, cada parte incremental dela, em qualquer instante da cravação, sofre um deslocamento diferente do das demais partes, pois a energia de cravação não se propaga instantaneamente ao longo de todo o seu comprimento.

Entretanto, as fórmulas dinâmicas usuais não levam em conta todos esses fatores. Para ilustrar (ver anexo V), as fórmulas similares à de WELLINGTON não consideram o 1º, o 3º e o 4º dos fatores anteriormente citados; as similares à dos HOLANDESES, não levam em conta o 1º, o 2º e o 4º, enquanto que as similares à fórmula de HILEY não levam em conta nem o 1º nem o 4º fator.

O modelo matemático de análise pela equação da onda (capítulo V) pode ser facilmente ajustado para levar em conta todos esses fatores.

### 2.3 - Aplicabilidade e Limitações das Fôrmulas Dinâmicas

De um modo geral, toda fôrmula dinâmica de cravação inclui um ou mais fatores que devem ser obtidos experimentalmente. Se a determinação desses fatores é baseada em condições muito especiais, então a fôrmula sô é passível de ser aplicada sob essas condições. Assim, a aplicação de uma fôrmula dinâmica sô deve ser feita levando-se em conta as variações nas condições locais e nos tipos de estaca e equipamentos de cravação.

A maioria dos trabalhos encontrados na literatura referem-se à validade dos diferentes coeficientes envolvidos nas fôrmulas dinâmicas analisadas e são baseados em comparações com provas de cargas realizadas em diversos locais. Em geral, esses estudos mostram a evidência de uma grande dispersão nos resultados obtidos por uma determinada fôrmula e, eventualmente, tentam reduzir essas dispersões por meio de um ajustamento estatístico dos coeficientes ou pela introdução de novos parâmetros empíricos. Sô recentemente apareceram estudos mais detalhados sobre os parâmetros básicos envolvidos em todas as fôrmulas, ou seja, a energia desenvolvida pelo martelo, perdas de energia e parâmetros de solo envolvidos na penetração da estaca. Muitos desses estudos foram realizados voltados para a aplicação do método da equação da onda que está substituindo as fôrmulas dinâmicas na estimativa da capacidade de carga de estacas. Aliás, a tendência atual

é utilizar as fórmulas dinâmicas de cravação apenas como elemento de controle de uniformidade de execução (Aoki, 1975).

A hipótese de que a energia liberada para a estaca e gerada pelo golpe do martelo é igual ao produto do peso do martelo por uma altura de queda constante, e sendo, portanto, uma constante, é bastante questionável.

É evidente que essa energia varia consideravelmente de golpe para golpe devido aos diversos parâmetros envolvidos: a altura de queda, que é extremamente variável, o atrito do pistão com o cilindro do martelo durante a queda, as posições relativas do martelo, capacete e estaca durante o impacto, que certamente variam de golpe para golpe, os estados físicos do cepo e do coxim, o comportamento elástico da estaca, o ritmo de aplicação dos golpes etc.

Numa fórmula dinâmica de cravação, é suposto que a relação entre a capacidade de carga estática e a resistência dinâmica à penetração da estaca seja constante com o tempo. Entretanto, a resistência do solo (principalmente em solos argilosos) está sujeita a efeitos reológicos importantes que nem sempre podem ser desprezados. Durante a cravação de estacas em argilas, o solo sofre um amolgamento localizado em volta da estaca, com aumento da pressão neutra. Após a cravação, esse excesso de pressão neutra é dissipado, o solo sofre adensamento e pode aumentar significativamente a sua resistência. Além disso, a resistência dinâmica à cravação é, também, dependente da sensibilidade da argila. Estes são alguns dos fatores que tornam o uso de fórmulas dinâmicas de cravação em solos coesivos, pouco adequado.

Em materiais granulares ou não coesivos, a capacidade de carga depende do ângulo de atrito interno, que, por sua vez, varia com a densidade do material, a composição, a forma e o tamanho dos grãos. Como normalmente estes fatores não sofrem variações acentuadas após a estaca ter sido cravada, acredita-se que a relação entre as resistências estática e dinâmica seja razoavelmente constante com o tempo. Por esta razão as fórmulas dinâmicas são utilizadas quase que exclusivamente em solos não coesivos.

Portanto, constitui uma limitação importante para o emprego das fórmulas dinâmicas o fato de que a operação de cravação de estacas é um fenômeno dinâmico, com efeitos inerciais, efeitos de amortecimento etc., enquanto que o carregamento da estaca normalmente é essencialmente estático e sujeito a efeitos reológicos importantes.

Uma outra limitação relaciona-se ao fato de que uma fórmula dinâmica só é aplicável a uma estaca isolada e o comportamento de uma estaca em um grupo pode diferir consideravelmente do seu comportamento quando atuando isoladamente.

Resta observar, ainda, que a aplicação de uma fórmula dinâmica de cravação não fornece nenhuma idéia a respeito dos recalques que poderão ocorrer.

A validade de uma fórmula dinâmica de cravação pode ser verificada comparando-se a capacidade de carga calculada com a medida no campo por meio de provas de carga. Muitas das fórmulas dinâmicas foram deduzidas usando-se parâmetros empíricos

que podiam ser ajustados para aproximar os valores das capacidades de carga calculados aos dos valores medidos no campo por provas de carga. Aliás, esta é uma das maneiras mais "corretas" de se utilizar uma fórmula dinâmica de cravação para estimar a capacidade de carga de estacas num determinado local.

No início da década de 60, um estudo bastante minucioso foi realizado pelo Michigan State Highway Department: "A Performance Investigation of Pile Hammers and Piles", mais conhecido em nosso meio técnico como "Relatório Michigan". Nele, resalta-se que "a abundância de informações detalhadas, concernentes às condições do solo e experiências em cravação de estacas forneceram uma oportunidade não usual para um estudo mais extensivo das fórmulas dinâmicas de cravação". Apesar disso, não se conseguiu chegar a uma conclusão final a respeito da aplicabilidade dessas fórmulas na estimativa da capacidade de carga de estacas.

Mais recentemente, Tavenas e Audy (1972), analisando uma grande quantidade de registros de cravação de estacas idênticas, cravadas por um mesmo equipamento em um depósito homogêneo de areia, aplicaram 5 fórmulas dinâmicas usuais e confrontaram os resultados com os obtidos em 45 provas de carga. Eles verificaram que os resultados eram dispersos e concluíram que para o tipo de estaca utilizado (pré-moldadas de concreto) as fórmulas dinâmicas de cravação não possuem valor prático, não por causa de uma formulação errada, porém, pelo menos parcialmente, por causa dos parâmetros básicos utilizados, ou seja, a energia de cravação e a penetração por golpe, que não são controlados precisamente e, portanto, são afetados por uma grande dispersão que re-

flete diretamente nos resultados obtidos pelas fórmulas. Esse estudo, posteriormente, foi complementado por Tavenas e Audibert (1976), aplicando-se o método da equação da onda. Eles concluíram que quando os parâmetros básicos são bem controlados, o método da equação da onda fornece uma estimativa da capacidade de carga bastante precisa, embora em trabalhos normais, (onde não há controle rigoroso) o método fornece resultados similares aos das fórmulas dinâmicas.

Deve-se ressaltar que as provas de carga não fornecem valores de capacidade de carga realmente "exatos". Além dos erros teóricos, existem erros em várias medições de campo, como por exemplo, os devido ao atrito nos pistões dos macacos hidráulicos e à má calibração dos equipamentos e aparelhos, ou mesmo erros nas leituras ou interferências acidentais etc. Ocorrem também variações aleatórias no valor da capacidade de carga medida decorrentes do problema da definição de carga de ruptura no campo, que não é única.

Apesar de todas as suas limitações, por que, então, as fórmulas dinâmicas de cravação continuam sendo utilizadas na estimativa da capacidade de carga da estaca?

Em primeiro lugar, até pouco tempo atrás, onde as provas de carga eram impraticáveis, não existia nenhum substituto melhor para se estimar a capacidade de carga das estacas, a não ser as fórmulas dinâmicas de cravação. Não há dúvidas de que as provas de carga, até o presente momento, fornecem informações mais confiáveis sobre a capacidade de carga de estacas do que as fórmulas dinâmicas de cravação. Assim, embora pudesse parecer ló

gico aplicar-se provas de carga em todos os problemas de fundações em estacas, isso não é verdadeiro, pois uma prova de carga é demorada e dispendiosa e a falta de tempo e de verbas limita a sua execução na maioria dos projetos. Além disso, mesmo nos casos em que elas são executadas, frequentemente o comprimento das estacas ensaiadas é diferente do das demais estacas. Isto decorre do fato de que, para se ter certeza de que a capacidade de carga desejada é alcançada, utiliza-se um controle de campo, baseado na resistência à cravação, que é, em geral, expresso por um número mínimo de golpes necessários para se atingir uma determinada penetração. É claro que a resistência à cravação de estacas é dependente das variações das condições do subsolo, que não podem ser totalmente cobertas por um programa de provas de carga.

Note-se que o procedimento usual de se encerrar a operação de cravação quando atingido uma determinada "nega" ( $\equiv$  resistência à cravação), implica naturalmente em supor a existência de uma certa relação entre as resistências estática e dinâmica, ou seja, implicitamente uma fórmula dinâmica de cravação está sendo aplicada.

#### 2.4 - Seleção da Fórmula Dinâmica

A escolha de uma determinada fórmula dinâmica de cravação para a aplicação num determinado projeto de fundação em estacas não deve ser feita indiscriminadamente.

Em primeiro lugar, é necessário um conhecimento detalhado do tipo e das características do martelo, dos acessórios de cravação, da estaca e do solo, pois esses fatores afetam

de maneira marcante os resultados. Em seguida, deve-se proceder a um estudo da aplicabilidade de diversas fórmulas, baseado nas hipóteses a partir das quais essas fórmulas foram deduzidas, e verificar, então, se essas hipóteses se aplicam ao caso em questão. Neste estágio, informações sobre aplicações bem sucedidas sob condições similares são bastante importantes na escolha. Nas fórmulas aplicáveis, os parâmetros empíricos devem, sempre que possível, ser corrigidos a partir de dados obtidos em ensaios de campo.

A escolha final é feita, após a realização de provas de carga, tentando-se aproximar os valores calculados dos obtidos, modificando os parâmetros empíricos existentes ou introduzindo outros. A partir dessa fórmula "escolhida", extrapolam-se os cálculos para as estacas não ensaiadas.

### CAPÍTULO III - PROPAGAÇÃO DE ONDAS LONGITUDINAIS EM BARRAS

- 3.1 - Propagação de Ondas Longitudinais em Barras Uniformes
  - 3.1.1 - Hipóteses Básicas
  - 3.1.2 - Equações de Movimento
  - 3.1.3 - Transmissão de Ondas: Velocidade de Partícula e Velocidade de Propagação da Onda
  - 3.1.4 - Energia da Onda
  - 3.1.5 - Condições de Extremidade
- 3.2 - Propagação de Ondas Longitudinais em Barras Não-Uniformes
- 3.3 - Impacto Longitudinal de Barras

### III. PROPAGAÇÃO DE ONDAS LONGITUDINAIS EM BARRAS

#### 3.1 - Propagação de Ondas Longitudinais em Barras Uniformes

##### 3.1.1 - Hipóteses Básicas

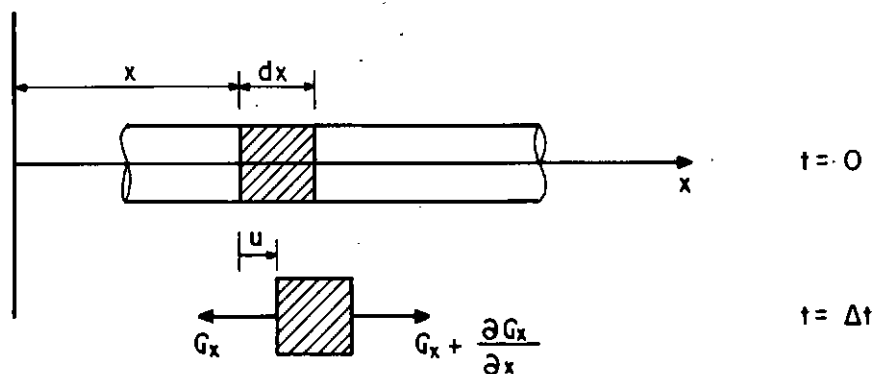
A propagação de ondas longitudinais em barras pode ser descrita pela equação da onda unidimensional. No caso específico de barras uniformes, a equação de movimento (equação da onda) de ondas planas longitudinais pode ser deduzida de maneira relativamente simples, admitindo-se válidas as seguintes hipóteses:

- As seções transversais permanecem planas durante o movimento.
- A tensão é distribuída uniformemente sobre toda a seção transversal.
- Os movimentos transversais das partículas são desprezados.
- O comprimento de onda da onda longitudinal é muito maior que as dimensões transversais da barra.

##### 3.1.2 - Equação de Movimento

Seja uma barra de seção transversal  $A$ , módulo de elasticidade  $E$  e massa específica  $\rho$ . Considerando um elemento  $dx$  da barra situado originalmente entre as dimensões  $x$  e  $x + dx$  da

origem, as tensões que atuam nessas seções são, respectivamente,  $\sigma_x$  e  $(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx)$  e as deformações específicas correspondentes serão  $\frac{\partial u}{\partial x}$  e  $\frac{\partial u}{\partial x} dx$ , conforme a figura 3.1.1.



$U$  = deslocamento do elemento  $dx$  no tempo  $\Delta t$ .

Fig. 3.1-1- Tensões na barra.

A soma das forças na direção  $x$  é:

$$-\sigma_x A + (\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx) A = F_x$$

De acordo com a segunda lei de Newton, esta equação, pode ser escrita:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx A = A dx \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\text{ou: } \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.1-1)$$

Sendo a deformação na direção  $x$  igual a  $\frac{\partial u}{\partial x}$ , a tensão  $\sigma_x$  pode ser escrita:

$$\sigma_x = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

donde: 
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

A equação de movimento (3.1-1) ficará:

$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

$$\text{ou } \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (3.1-2)$$

sendo  $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  (3.1-3) a velocidade de propagação da onda na barra.

A equação (3.1-2) é também conhecida como equação da onda. A solução dessa equação pode ser da forma:

$$u(x,t) = f(x + ct) + f_1(x - ct) \quad (3.1-4)$$

onde:  $f$  e  $f_1$  são funções arbitrárias.

Essa expressão representa um par de ondas de deslocamento propagando-se nos sentidos negativo e positivo, respectivamente, ao longo do eixo da barra, com velocidade  $c$ , como ilustra a figura 3.1-2.

O instante de tempo representado na figura 3.1-3 foi tomado arbitrariamente como sendo  $t = 0$ , de modo que as duas ondas são representadas como funções apenas da posição. As formas das ondas  $f$  e  $f_1$ , ilustradas, poderiam, por exemplo, ser o

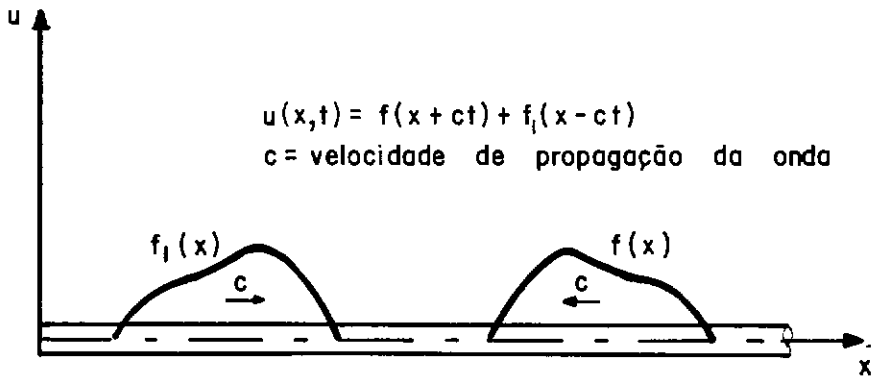
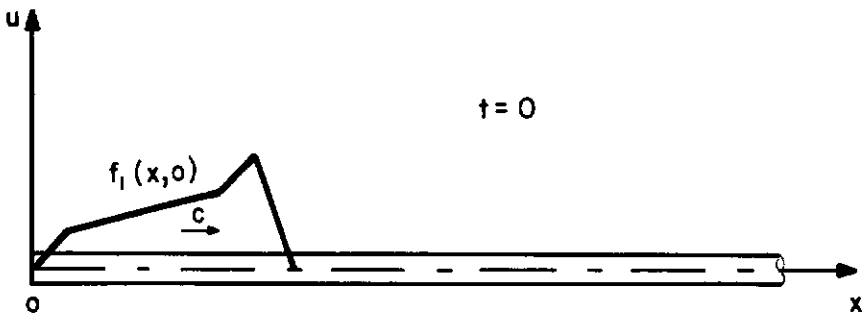
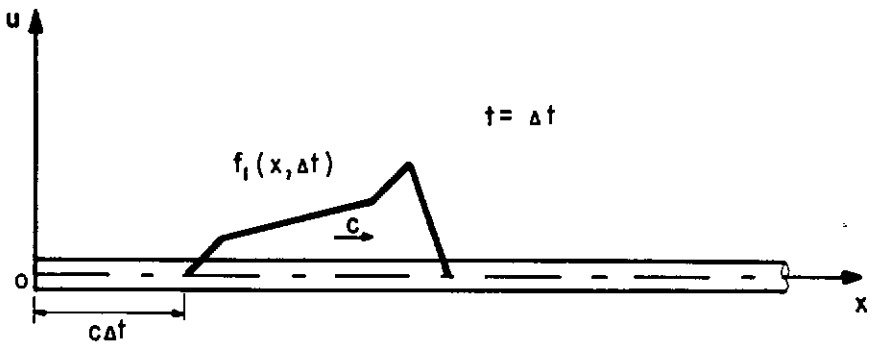


Fig. 3.1-2 - Representação do função  $u(x,t)$  para  $t=0$ .



a) Na origem ( $x=0$ ),  $f_1(x) = f_1(0)$



b) Em  $x = cat$ ,  $f_1(x-cat) = f_1(0)$

Fig. 3.1-3 - Durante o intervalo de tempo  $\Delta t$  a onda se propaga de uma distância  $x = cat$ .

resultado de condições de deslocamentos específicos aplicados inicialmente nas duas extremidades da barra.

O mecanismo da propagação de onda pode ser explicado considerando a onda que se propaga na direção positiva dos  $x$ , em dois instantes de tempo:  $t = 0$  e  $t = \Delta t$ , como mostra a figura 3.1-3.

Se uma nova variável de posição  $x' = x - c\Delta t$  é considerada, a equação poderá ser escrita da forma:

$$f_1(x - c\Delta t) \equiv f_1(x')$$

e a forma da onda será a mesma, tanto para a variável  $x$  como para  $x'$ . Assim, a onda apenas move-se de uma distância  $c\Delta t$  durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ , sem mudança na forma, com a velocidade de propagação constante  $c$ . De maneira similar, pode-se demonstrar que o primeiro termo da equação (3.1-4),  $f(x + ct)$ , representa uma onda propagando-se no sentido negativo do eixo  $x$ . (ver fig. 3.1-3).

O comportamento dinâmico da barra também pode ser expresso em termos de tensões, ao invés de deslocamentos:

$$\begin{aligned} \sigma(x,t) = E \frac{\partial u}{\partial x} &= E \frac{\partial f}{\partial x}(x + ct) + \\ &+ E \frac{\partial f_1}{\partial x}(x - ct) \end{aligned} \quad (3.1-5a)$$

$$\text{ou} \quad \sigma(x,t) = g(x + ct) + g_1(x - ct) \quad (3.1-5b)$$

onde:

$$g = E \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$g_1 = E \frac{\partial f_1}{\partial x}$$

Obviamente as ondas de tensão também se propagam com a velocidade  $c$ .

Da mesma maneira, pode-se expressar as equações acima em termos de forças:

$$F = A \sigma$$

$$F(x,t) = A \sigma(x,t) = A E \frac{\partial u}{\partial x} =$$

$$= AE \frac{\partial f}{\partial x}(x + ct) + AE \frac{\partial f_1}{\partial x}(x - ct) \quad (3.1-6a)$$

ou

$$F(x,t) = h(x + ct) + h_1(x - ct) \quad (3.1-6b)$$

onde:

$$h = AE \frac{\partial f}{\partial x}$$

$$h_1 = AE \frac{\partial f_1}{\partial x}$$

Portanto, a ação de onda manifesta-se sob diversas formas, interligadas entre si.

Por exemplo: se existe uma onda de deslocamento, existirão também ondas de tensão, de força etc., correspondentes.

Por conveniência, normalmente é analisada apenas uma dessas ondas, sendo as demais obtidas por relações adequadas. A título de ilustração, é apresentada na figura 3.1-4, uma onda de deslocamento com a correspondente onda de tensão.

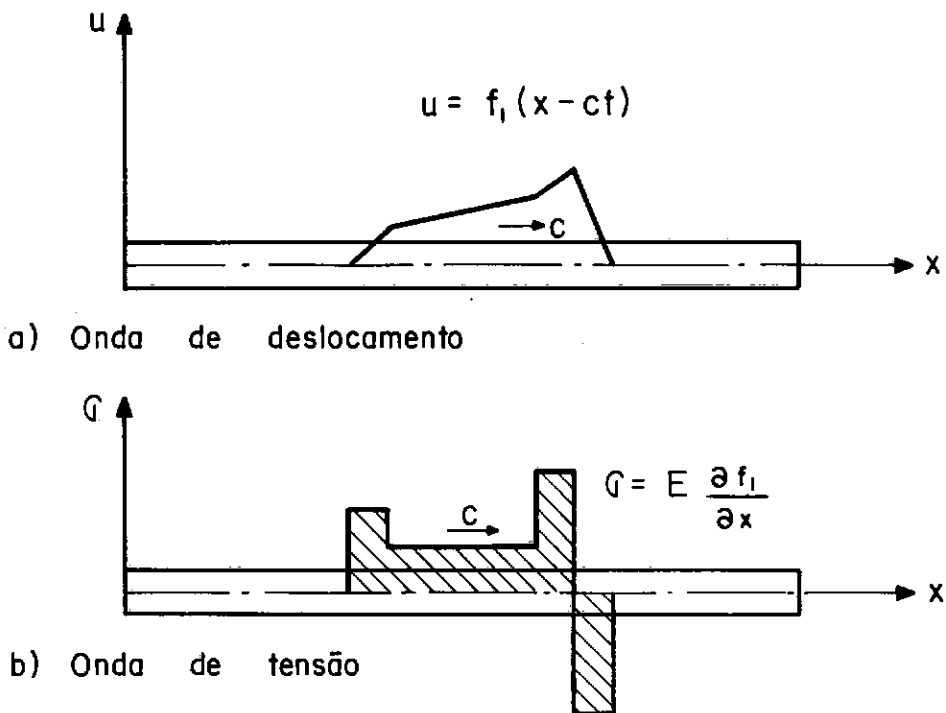


Fig. 3.1-4- Onda de deslocamento (a) e a correspondente onda de tensão (b).

### 3.1.3 - Transmissão de Ondas: Velocidade de Partícula e Velocidade de Propagação da Onda

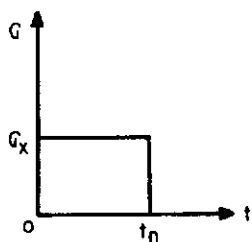
A velocidade  $v$  das partículas na zona tensionada não deve ser confundida com a velocidade de propagação da onda  $c$ . Para esclarecer a distinção entre essas velocidades, considere-se inicialmente a zona tensionada na extremidade da barra da figura 3.1-5.

Quando um pulso de tensão de compressão uniformemente distribuída, de intensidade  $\sigma_x$  e duração  $t_n$  (fig.3.1-5a) é aplicado na extremidade da barra, inicialmente apenas uma pequena zona da barra sofrerá compressão (fig.3.1-5b). Com o tempo, essa compressão será transmitida sucessivamente para as zonas adjacentes subsequentes (fig.3.1-5c). A transmissão das tensões compressivas de uma zona para outra representa uma onda de tensão propagando-se ao longo da barra com uma velocidade  $c$ .

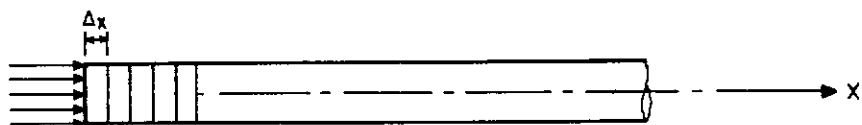
Durante um intervalo de tempo  $\Delta t$ , a tensão de compressão se desloca, ao longo da barra, de uma distância  $\Delta x = c\Delta t$ . A um instante qualquer após  $t_n$ , um segmento de barra de comprimento  $x_n = ct_n$  constituirá a zona comprimida e o encurtamento elástico dessa zona será dado pelo deslocamento  $u$  da extremidade da barra (fig.3.1-5d):

$$u = \frac{\sigma_x}{E} x_n = \frac{\sigma_x}{E} c t_n$$

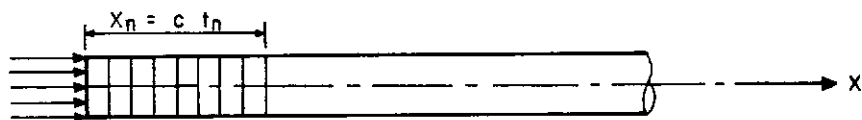
A velocidade da extremidade esquerda da barra, que é igual à velocidade das partículas na zona comprimida, será o



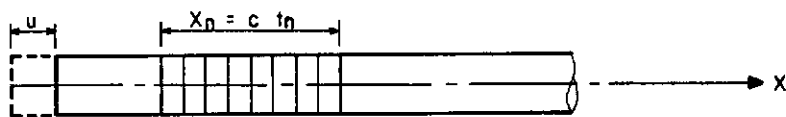
a) Pulso de tensão de compressão



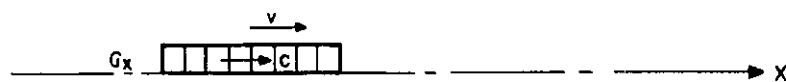
b)  $0 < t < t_n$



c)  $\Delta_t = t_n$



d)  $\Delta_t > t_n$



c) Propagação da tensão

Fig. 3.1-5- Propagação da tensão de compressão uniforme aplicada na extremidade da barra.

deslocamento  $u$  dividido pelo tempo  $t_n$ :

$$\frac{u}{t_n} = v = \frac{c \sigma}{E} \quad (3.1-7)$$

A velocidade de propagação da onda  $c$  pode ser obtida aplicando-se a equação de quantidade de movimento ("momentum"). Inicialmente a parte hachuriada da barra encontra-se em repouso. Após um lapso de tempo  $t$  ela adquire uma velocidade  $v$  e uma quantidade de movimento dada por:

$$A c t \rho v$$

A impulsão da força de compressão é dada por:

$$A \sigma t$$

Igualando o momentum à impulsão, vem:

$$A c t \rho v = A \sigma t$$

ou:  $\sigma = c \rho v \quad (3.1-8)$

De (3.1-7) e (3.1-8), obtem-se a velocidade de propagação da onda  $c$ :

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Da mesma forma, a velocidade de partícula  $v$  será:

$$v^2 = \frac{\sigma^2}{\rho E}$$

ou: 
$$v = \frac{\sigma}{\sqrt{\rho E}} \quad (3.1-9)$$

Note-se que, enquanto que a velocidade de propagação da onda  $c$  é independente da tensão de compressão (só depende de  $E$  e  $\rho$ ), a velocidade de partícula  $v$  é também proporcional à tensão  $\sigma$ . Assim, quando se aplica uma tensão de compressão na extremidade de uma barra, a velocidade de propagação da onda e a velocidade da partícula possuem o mesmo sentido. Quando a tensão é de tração, a velocidade de partícula possui sentido contrário à velocidade de propagação da onda. O sentido da velocidade de partícula será sempre o mesmo que o da tensão aplicada.

O fato da velocidade de partícula possuir sentido oposto ao da velocidade de propagação da onda pode ser evidenciado ao se aplicar uma tensão de tração uniforme na extremidade de uma barra: imediatamente após a aplicação da tensão, somente uma pequena região próxima à essa extremidade é tensionada (tracionada). As partículas já tracionadas da barra tracionam as partículas adjacentes ainda não tensionadas, provocando, assim, a transmissão de uma tensão de tração através da barra. Essa transmissão de tensão se processa, a partir da extremidade da barra, no mesmo sentido que o do eixo  $x$  da figura (3.1-6), com uma velocidade de propagação igual a  $c$ . As partículas da barra, na zona tracionada, estarão sujeitas a uma velocidade de partícula  $v$ , cujo sentido será o mesmo que o da tensão aplicada, ou seja, contrário ao de  $x$ .

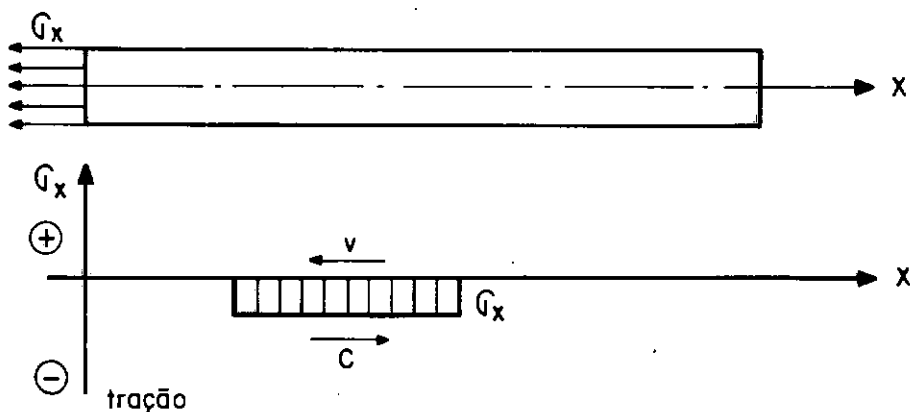


Fig. 3.1-6 - Propagação de onda de tração.

#### 3.1.4 - Energia da Onda

A energia total da onda, que é igual ao trabalho realizado pela força  $A\sigma$  atuando sobre a distância  $\frac{\sigma c}{E} t$  é, metade devido à energia cinética e metade devido à energia de deformação (TIMOSHENKO e GOODIER, 1970):

$$\text{- energia de deformação: } \frac{A c t \sigma^2}{2 E} \quad (3.1-10)$$

$$\text{- energia cinética: } \frac{1}{2} A c t \rho v^2 = \frac{A c t \sigma^2}{2 E}$$

Portanto, essas duas parcelas são iguais e a energia total da onda será:

$$E_{\text{tot}} = \frac{A c t \sigma^2}{E} \quad (3.1-11)$$

### 3.1.5 - Condições de Extremidade

A equação da onda é uma equação diferencial linear parcial de 2ª ordem, com coeficientes constantes. Se existirem duas soluções dessa equação, a soma delas também será uma solução, pois a superposição é válida. A função que define a forma de uma onda que se propaga em uma barra uniforme é controlada pelas condições impostas nas suas extremidades, ou seja, a forma de onda é gerada pelas condições de equilíbrio e compatibilidade nas extremidades.

Seja, por exemplo, uma barra elástica infinita em que uma onda de tensão de compressão se propaga no sentido positivo do eixo dos  $x$  e uma onda de tensão de tração idêntica se propaga no sentido oposto, conforme a figura (3.1-7a). Durante o intervalo de tempo no qual essas ondas se cruzam, na região da barra em que as duas ondas se superpõem, a tensão é nula e a velocidade de partícula é igual ao dobro da velocidade de partícula de cada uma delas (fig. 3.1-7c). A velocidade de partícula é duplicada na zona de superposição porque na onda de compressão, a velocidade de partícula possui o mesmo sentido que o de propagação da onda, enquanto que na onda de tração possui sentido oposto. Após as duas ondas se cruzarem (fig. 3.1-7d), a tensão e a velocidade voltam a zero no ponto de cruzamento e as ondas de compressão e tração voltam às suas formas e intensidades originais. Na seção transversal onde as ondas se cruzam, as tensões são sempre nulas. Essa seção pode ser, então, considerada como uma extremidade livre, retirando-se, por exemplo, metade da barra (fig. 3.1-7e).

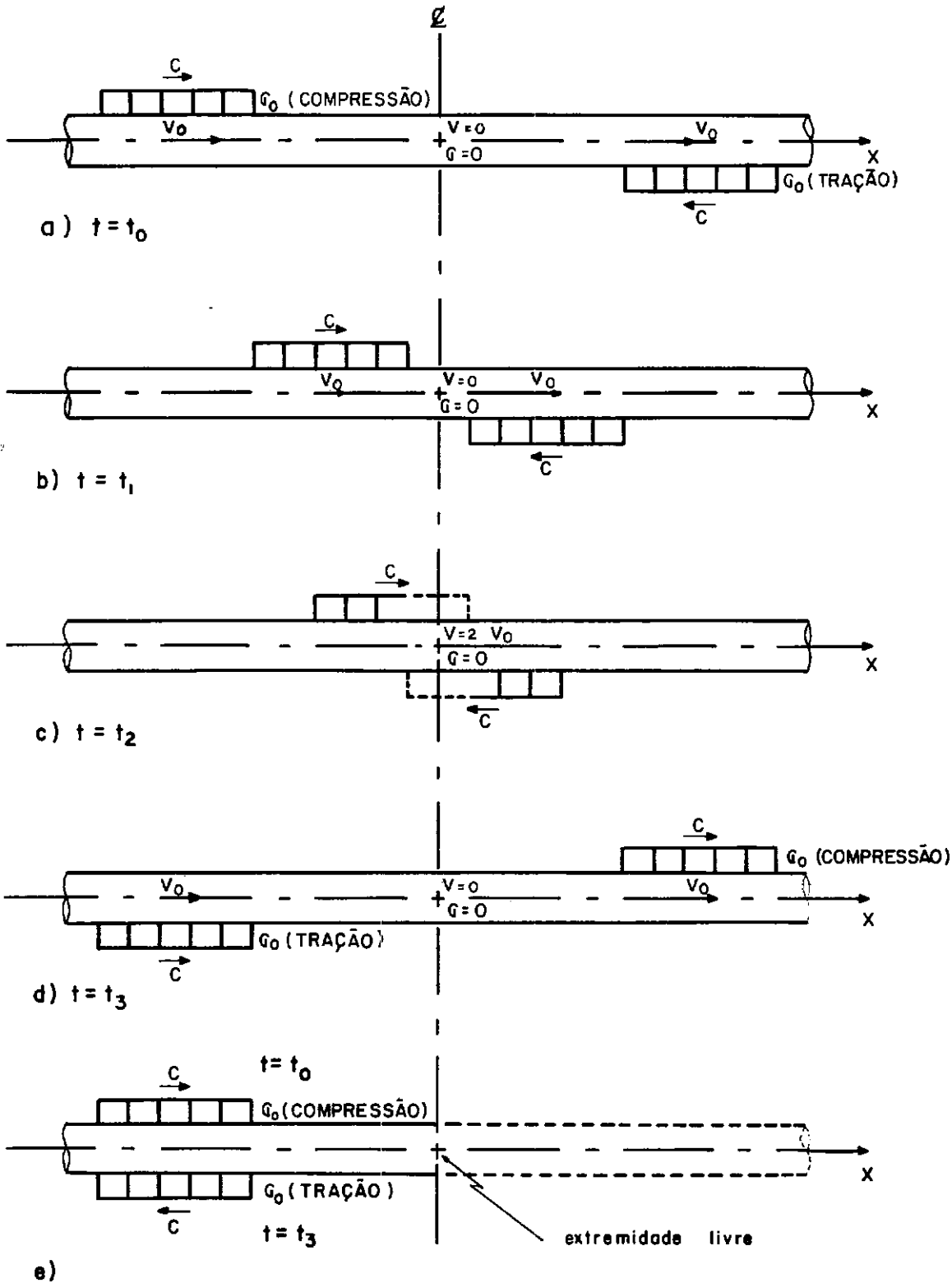


Fig. 3.1-7- a,b) Uma onda de compressão e uma de tração de mesma intensidade propagando-se ao longo da barra em sentidos opostos. c) Superposição. e) Reflexão da onda de compressão numa extremidade livre.

Assim, se a extremidade direita da barra é livre, a condição de tensão nula em qualquer instante nessa extremidade pode ser satisfeita considerando-se uma segunda onda, propagando-se no sentido oposto, de modo que quando da superposição com a onda incidente, as tensões na extremidade livre se anulam. Esse conceito pode ser expresso matematicamente:

$$\sigma_{x=L} = E \frac{\partial f}{\partial x} (L + ct) + E \frac{\partial f_1}{\partial x} (L - ct) = 0 \quad (3.1-12a)$$

ou: 
$$\frac{\partial f_1}{\partial x} (L - ct) = - \frac{\partial f}{\partial x} (L + ct) \quad (3.1-12b)$$

Fica evidente, então, que a inclinação  $\frac{\partial f}{\partial x}$  da onda que se propaga no sentido negativo de  $x$  deve ter sinal oposto ao da onda que se propaga no sentido positivo, sempre que cada parte dessas ondas passa pela extremidade da barra. Essa condição é demonstrada na onda de deslocamento da figura 3.1-8a, e a correspondente onda de tensão da figura 3.1-8b mostra, claramente, como as tensões na extremidade livre são anuladas.

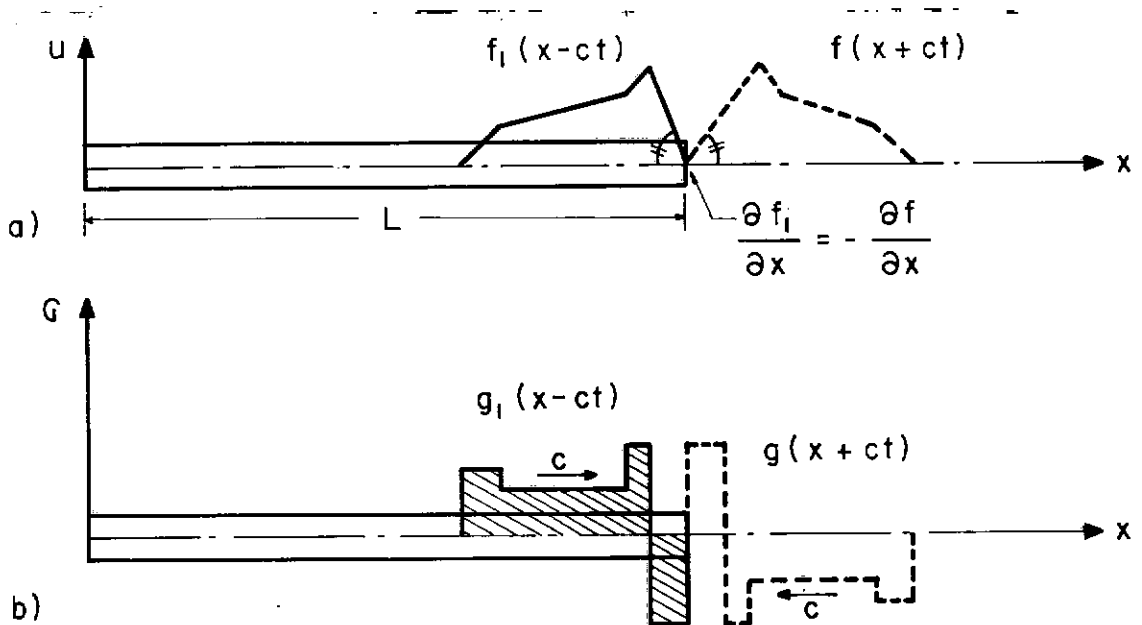


Fig. 3.1-8- Reflexões de ondas em uma extremidade livre.

Embora o conceito de uma onda, propagando-se no sentido oposto a partir da extremidade livre da barra, facilite a visualização do mecanismo pelo qual a condição de contorno é satisfeita, deve-se ressaltar que essa onda realmente é gerada na extremidade livre da barra, quando a onda incidente alcança essa ponta. Em outras palavras, a onda incidente é refletida em uma extremidade livre; a onda refletida tem as mesmas amplitudes que a onda incidente, porém as tensões possuem sinais contrários, pois o sentido de propagação é oposto. Assim, na extremidade livre, a amplitude total é o dobro da inicial em decorrência da superposição das ondas incidente e refletida, enquanto que as duas componentes da tensão se anulam.

Seja, agora, uma barra elástica infinita, na qual uma onda de compressão está se propagando no sentido positivo do eixo dos  $x$  e uma onda de compressão idêntica está se propagando no sentido oposto, conforme a fig.3.1-9a. Durante o intervalo em que as duas ondas atravessam a zona de superposição, na seção transversal central, a tensão é igual ao dobro da tensão em cada onda e a velocidade da partícula é igual a zero. Após a superposição, as ondas retornam às suas formas e intensidades originais.

A seção transversal central permanece estacionária durante todo o processo e, portanto, comporta-se como a extremidade fixa de uma barra. Neste caso, a condição de contorno a ser imposta às duas ondas é:

$$u_{x=L} = f(L + ct) + f_1(L - ct) = 0 \quad (3.1-13a)$$

donde a onda refletida pode ser expressa em termos da onda incidente:

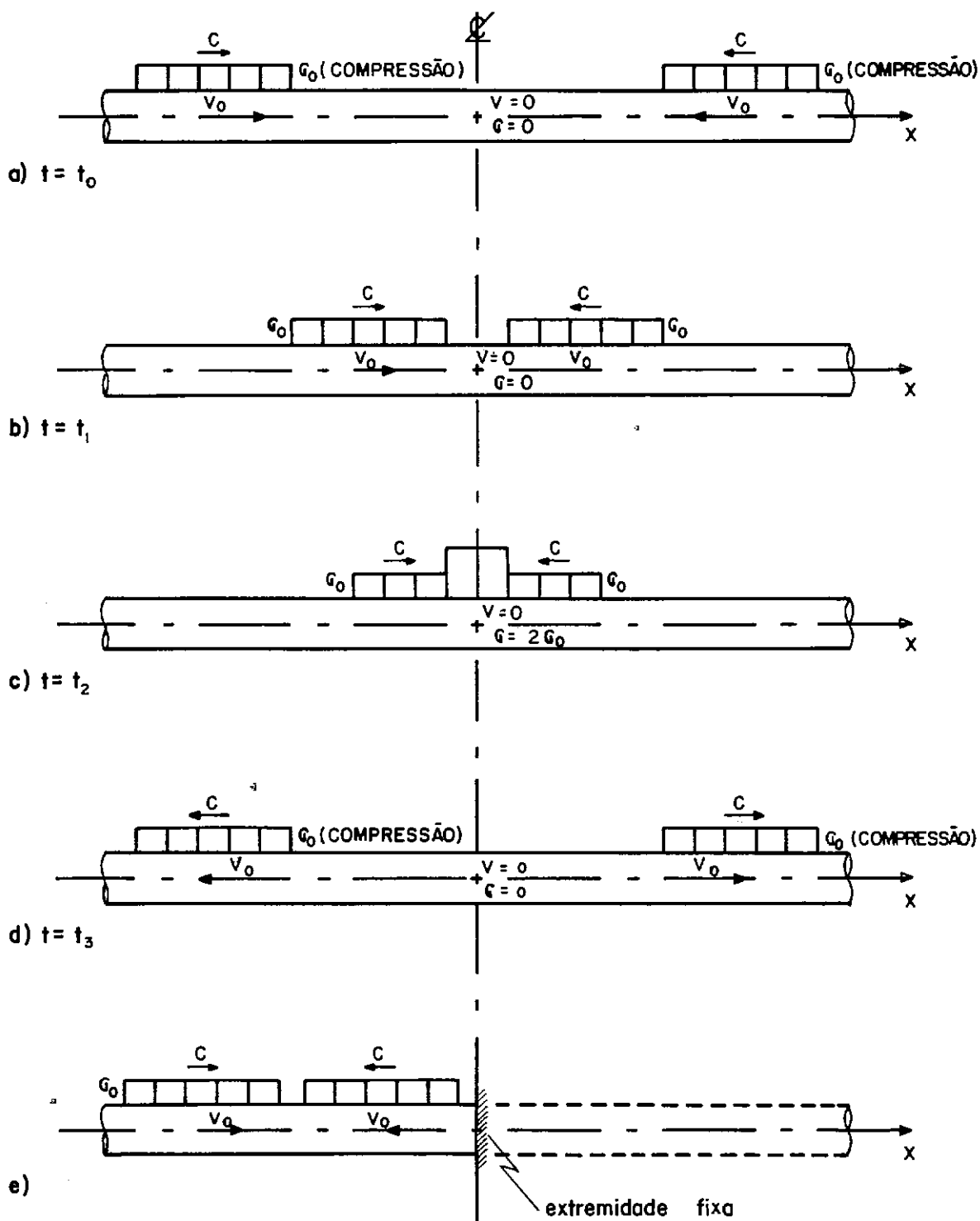


Fig. 3.1-9 a,b) Duas ondas de compressão de mesma intensidade propagando-se ao longo da barra em sentidos opostos. c) Superposição. e) Reflexão de uma onda de compressão em uma extremidade fixa.

$$f(L + ct) = -f_1(L - ct) \quad (3.1-13b)$$

As ondas de deslocamento possuem sinais contrários e, analogamente ao caso anterior, pode-se concluir que as ondas de tensão incidente e refletida possuem o mesmo sinal, conforme ilustra a figura 3.1-10.

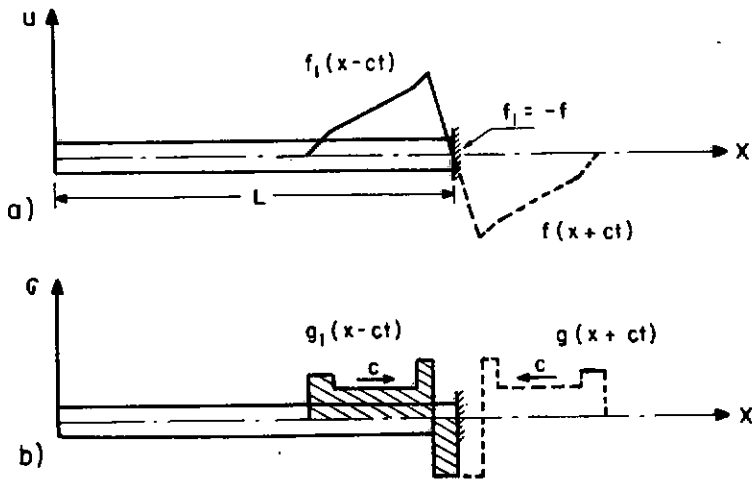


Fig. 3.1-10- Reflexões de ondas em uma extremidade fixa.

Soluções matemáticas completas para os dois casos descritos (extremidade livre e extremidade fixa) podem ser encontradas, por exemplo, em LOVE (1944), pp. 431-435.

No caso de barras de comprimento finito, é possível obter soluções da equação da onda (eq.3.1-2) sob forma de séries trigonométricas. Admitindo-se que a resposta a uma excitação periódica seja também periódica, a resolução por separação de variáveis é possível, supondo que:

$$u(x,t) = X \cdot T \quad (3.1-14)$$

onde X é função apenas de x e T é função do tempo t.

Substituindo a equação (3.1-14) na (3.1-2), obtem-se:

$$\frac{c^2}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = \frac{1}{T} \frac{d^2 T}{dt^2} \quad (3.1-15)$$

Cada membro da equação (3.1-15) é função de apenas uma variável. Para que a igualdade persista em qualquer tempo, os dois membros devem ser constantes e, através de uma análise cuidadosa, pode-se concluir que essas constantes são iguais a  $-\lambda^2$ . Introduzindo esta constante na equação (3.1-15), obtem-se duas equações diferenciais ordinárias de segunda ordem:

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + \left(\frac{\lambda}{c}\right)^2 X = 0 \quad (3.1-16)$$

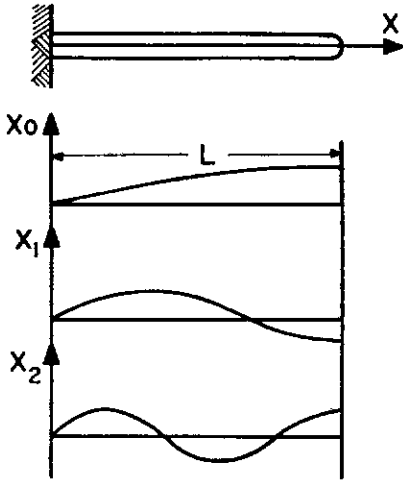
$$\frac{d^2 T}{dt^2} + \lambda^2 T = 0 \quad (3.1-17)$$

As soluções das equações (3.1-16) e (3.1-17) são, respectivamente:

$$X = A \cos \frac{\lambda}{c} x + B \operatorname{sen} \frac{\lambda}{c} x \quad (3.1-18)$$

$$T = C \cos \lambda t + D \operatorname{sen} \lambda t \quad (3.1-19)$$

onde  $X$  representa a amplitude do deslocamento ao longo da barra e  $\lambda$  a frequência circular de um modo natural de vibração.

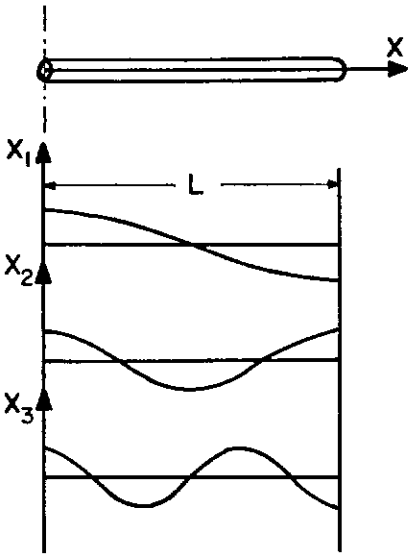


a) Barra monoengastada.

$$u(x,t) = \sum_{i=0}^{\infty} \text{sen } \frac{\lambda_i}{c} x [C_i \cos \lambda_i t + D_i \text{sen } \lambda_i t]$$

$$X_i = B_i \text{sen } \frac{\lambda_i}{c} x$$

$$\lambda_i = (i + \frac{1}{2}) \frac{\pi c}{L}$$

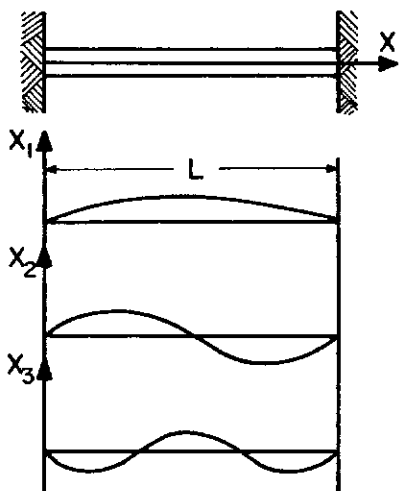


b) Barra livre.

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \cos \frac{\lambda_i}{c} x [C_i \cos \lambda_i t + D_i \text{sen } \lambda_i t]$$

$$X_i = A_i \cos \frac{\lambda_i}{c} x$$

$$\lambda_i = \frac{i\pi c}{L}$$



c) Barra biengastada.

$$u(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \text{sen } \frac{\lambda_i}{c} x [C_i \cos \lambda_i t + D_i \text{sen } \lambda_i t]$$

$$X_i = B_i \text{sen } \frac{\lambda_i}{c} x$$

$$\lambda_i = \frac{i\pi c}{L}$$

Fig. 3.1-II- Modos normais de vibração longitudinal.

Portanto, a solução geral será da forma:

$$u(x,t) = \left( A \cos \frac{\lambda}{c} x + B \sin \frac{\lambda}{c} x \right) \\ (C \cos \lambda t + D \sin \lambda t) \quad (3.1-20)$$

Esta equação descreve a forma da onda de deslocamento de uma barra vibrando (longitudinalmente) em um modo natural de vibração. A solução particular da equação (3.1-20), bem como as equações das frequências e das amplitudes, podem ser obtidas aplicando-se as condições de contorno para cada caso particular. Na figura 3.1-11 são reapresentados os casos da barra bi-engastada, engastada-livre e duas extremidades livres, com os seus três primeiros modos naturais de vibração. (Para o caso de barras de seção transversal variável, ver, por exemplo, Back, 1968).

### 3.2 - Propagação de Ondas Longitudinais em Barras Não Uniformes (Descontinuidade nas Propriedades da Barra)

As reflexões que aparecem na extremidade (fixa ou livre) de uma barra uniforme, podem ser consideradas como casos particulares do fenômeno geral de reflexão e refração, que ocorre em qualquer descontinuidade nas propriedades da barra em que a onda se propaga.

As condições de equilíbrio e compatibilidade que devem ser satisfeitas em todos os pontos ao longo da barra impõe que, em resposta à ação de uma dada onda incidente, sejam

geradas ondas refletidas e refratadas adicionais, na seção em que existe modificação das propriedades da barra, como, por exemplo, a junta entre as barras 1 e 2 da figura 3.2-1. As propriedades dessas barras, em cada lado da junta, são caracterizadas pela massa por unidade de comprimento  $\bar{m}$  e pela rigidez  $AE$ . A velocidade de propagação da onda  $\bar{c}$ , em cada barra, dada por uma relação do tipo:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} = \sqrt{\frac{AE}{\bar{m}}}$$

A onda de deslocamento  $U_i$  (sentido de  $x$ ) que chega, na barra 1, até a junta, gera uma onda refletida  $U_r$ , que se propaga no sentido negativo (oposto ao de  $x$ ) na barra 1, e ao mesmo tempo, cria uma onda refratada  $U_t$  que se propaga na barra 2 no sentido positivo.

Na junta, são impostas duas condições de continuidade:

I) Compatibilidade de deslocamentos:

$$u_1 = u_2$$

donde:

$$\underbrace{U_i + U_r}_{\text{barra 1}} = \underbrace{U_t}_{\text{barra 2}} \quad (3.2-1a)$$

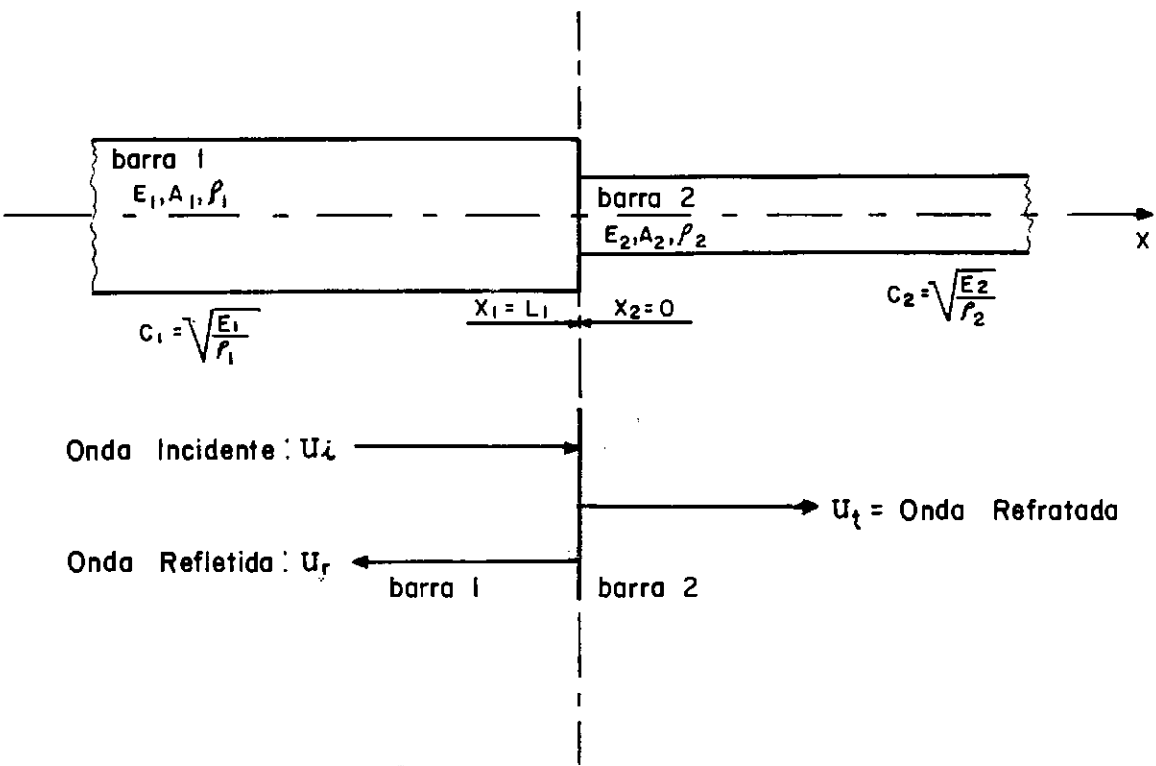


Fig. 3.2-1 - Reflexão e Refração de onda na descontinuidade.

Tabela 3.2-1 - Relações entre as ondas incidente, refletida e refratada.

Características da Descontinuidade	$\alpha = \frac{z_2}{z_1}$	Forças			Deslocamentos			Velocidades		
		$\vec{F}_i + \vec{F}_r = \vec{F}_t$			$\vec{u}_i + \vec{u}_r = \vec{u}_t$			$\vec{v}_i + \vec{v}_r = \vec{v}_t$		
		$\vec{F}_i$	$\vec{F}_r$	$\vec{F}_t$	$\vec{u}_i$	$\vec{u}_r$	$\vec{u}_t$	$\vec{v}_i$	$\vec{v}_r$	$\vec{v}_t$
Extremidade Livre	0	1	-1	0	1	1	2	1	-1	0
$\frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} \cdot \frac{c_1}{c_2} = \frac{1}{2}$	1/2	1	-1/3	2/3	1	1/3	4/3	1	1/3	4/3
Sem Descontinuidade	1	1	0	1	1	0	1	1	0	1
$\frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} \cdot \frac{c_1}{c_2} = \frac{2}{1}$	2	1	1/3	4/3	1	-1/3	2/3	1	-1/3	2/3
Extremidade Fixa	$\infty$	1	1	2	1	-1	0	1	1	2

II) Equilíbrio de forças:

$$F_1 = F_2$$

donde:

$$\underbrace{F_i + F_r}_{\text{barra 1}} = \underbrace{F_t}_{\text{barra 2}} \quad (3.2-1b)$$

Como essas condições de continuidade devem ser satisfeitas o tempo todo, a derivada da condição (I) de deslocamento em relação ao tempo, também deve ser satisfeita:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_r}{\partial t} = \frac{\partial U_t}{\partial t} \quad (3.2-2)$$

A onda incidente pode ser expressa na forma:

$$U_i = f_i(x - c_1 t) \equiv f_i(\zeta)$$

onde  $\zeta = x - c_1 t$ . As derivadas de  $U_i$  podem, então, ser expressas como:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x} = \frac{\partial f_i}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial f_i}{\partial \zeta} \quad (3.2-3a)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = \frac{\partial f_i}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial t} = -c_1 \frac{\partial f_i}{\partial \zeta} \quad (3.2-3b)$$

pois:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x - c_1 t) = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}(x - c_1 t) = -c_1$$

As equações (3.2-3a) e (3.2-3b) demonstram que a derivada em relação a  $x$  (posição) e a derivada em relação ao tempo estão relacionadas pela velocidade de propagação da onda:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} = -c_1 \frac{\partial U_i}{\partial x} \quad (3.2-4a)$$

Análises similares podem ser feitas para as ondas refletida e refratada, obtendo-se, respectivamente:

$$U_r = f_r(x + c_1 t)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial t} = c_1 \frac{\partial U_r}{\partial x} \quad (3.2-4b)$$

(O sinal positivo é devido ao sentido de propagação da onda refletida ser negativo. Ver figura 3.2-1).

$$U_t = f_t(x - c_2 t)$$

$$\frac{\partial U_t}{\partial t} = -c_2 \frac{\partial U_t}{\partial x} \quad (3.2-5c)$$

Substituindo as equações (3.2-4a, b, c) na equação de compatibilidade de deslocamentos (equação 3.2-2), vem:

$$-c_1 \frac{\partial U_i}{\partial x} + c_1 \frac{\partial U_r}{\partial x} = -c_2 \frac{\partial U_t}{\partial x} \quad (3.2-5a)$$

As deformações:  $\epsilon_i = \frac{\partial U_i}{\partial x}$ ;  $\epsilon_r = \frac{\partial U_r}{\partial x}$  e  $\epsilon_t = \frac{\partial U_t}{\partial x}$ , podem ser expressas em termos de forças atuantes nas barras:

$$\epsilon_i = \frac{F_i}{A_1 E_1}; \quad \epsilon_r = \frac{F_r}{A_1 E_1}; \quad \epsilon_t = \frac{F_t}{A_2 E_2}$$

Assim, a condição de compatibilidade (3.2-5a) pode ser expressa em termos de forças de onda:

$$-\frac{c_1}{A_1 E_1} F_i + \frac{c_1}{A_1 E_1} F_r = -\frac{c_2}{A_2 E_2} F_t \quad (3.2-5b)$$

A relação  $Z = \frac{AE}{c}$  é conhecida como impedância da barra e traduz a capacidade dessa barra de transmitir ondas. Substituindo as impedâncias das barras na equação (3.2-5b), vem:

$$-\frac{F_i}{Z_1} + \frac{F_r}{Z_1} = -\frac{F_t}{Z_2}$$

ou:

$$\frac{F_t}{Z_2} = \frac{F_i - F_r}{Z_1} \quad (3.2-6a)$$

Entretanto, pela relação (3.1-7), vem:

$$v = \frac{c \sigma}{E} = \frac{c}{AE} F = \frac{F}{Z} \quad (3.2-6b)$$

Portanto, a equação (3.2-6a) pode ser expressa em termos de velocidade de partícula:

$$v_t = v_i - v_r \quad (3.2-6c)$$

Na junta, a velocidade de partícula, comum às duas barras, é igual a  $v_t$ .

Introduzindo um fator  $\alpha$ , a equação 3.2-6a pode ser escrita:

$$F_t = \alpha(F_i - F_r) \quad (3.2-6c)$$

onde:

$$\alpha = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{c_1}{c_2} \frac{A_2 E_2}{A_1 E_1} = \sqrt{\frac{\bar{m}_2 A_2 E_2}{\bar{m}_1 A_1 E_1}} \quad (3.2-7)$$

A condição de equilíbrio de forças (3.2-1b) que exprime as ondas refletida e refratada em termos da onda incidente ficará:

$$F_i + F_r = F_t = \alpha(F_i - F_r)$$

donde:

$$F_r = F_i \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \quad (3.2-8a)$$

e:

$$F_t = F_i \frac{2\alpha}{\alpha + 1} \quad (3.2-8b)$$

ou:

$$F_r = F_i \theta_R$$

e

$$F_t = F_i \theta_T$$

onde:

$$\theta_R = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \text{fator de reflexão} \quad (3.2-9a)$$

$$\theta_T = \frac{2\alpha}{\alpha + 1} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} = \text{fator de transmiss\~{a}o da barra 1 para a barra 2} \quad (3.2-9b)$$

Essas equações expressam as relações entre as for

ças das ondas incidente, refletida e refratada na descontinuidade da barra. Pode-se obter relações correspondentes para as ondas de deslocamento observando que:

$$F = AE \frac{\partial u}{\partial x} = \pm \frac{AE}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = \pm Z v$$

Substituindo nas equações (3.2-8a) e (3.2-8b) e integrando em relação ao tempo, vem:

$$F_r = \frac{A_1 E_1}{c_1} U_r = - \frac{A_1 E_1}{c_1} U_i \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

donde: 
$$U_r = -U_i \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \quad (3.2-10a)$$

$$F_t = -U_t \frac{A_2 E_2}{c_2} = - \frac{A_1 E_1}{c_1} U_i \frac{2\alpha}{\alpha + 1}$$

$$U_t = U_i \frac{2}{\alpha + 1} \quad (3.2-10b)$$

É evidente que o fator  $\alpha$  define o caracter da descontinuidade na junta entre as duas barras e controla as amplitudes relativas das ondas refletida e refratada. Quando as propriedades das duas barras adjacentes são idênticas ou relacionadas de maneira tal que o valor de  $\alpha$  seja igual a 1, não há descontinuidade de impedância e não existe onda refletida. Aumentando-se a rigidez da barra 2, o valor de  $\alpha$  aumenta ( $\alpha > 1$ ) e a força da onda refletida é do mesmo sinal que a da onda incidente; diminuindo-se a rigidez da barra 2, o valor de  $\alpha$  torna-se menor que a unidade e a força da onda refletida é de sinal oposto ao da onda incidente.

Nesse contexto, as condições de extremidade fixa e extremidade livre discutidas anteriormente podem ser consideradas como casos limites de descontinuidade de barra e são definidas por valores de  $\alpha$  infinito e zero, respectivamente.

As relações entre as ondas incidente, refletida e refratada, para vários casos de descontinuidade são mostrados na tabela 3.2-1:

### 3.3 - Impacto Longitudinal de Barras

A teoria de propagação de ondas pode ser estendida ao problema de impacto entre barras. Se duas barras iguais, de mesmo material, com mesma velocidade  $v_0$  chocam-se longitudinalmente, o plano de contato mn (figura 3.3-1) não se move durante o impacto, supondo-se que o contato se dá sobre toda a superfície das extremidades das barras no mesmo instante. Imediatamente, duas ondas de compressão começam a se propagar ao longo das barras, a partir do plano de contato mn.

As velocidades de partícula nas ondas, superpondo-se às velocidades iniciais das barras, levam as zonas sob a ação das ondas ao repouso, e no instante em que as ondas alcançam as extremidades livres das barras ( $t = \frac{l}{c}$ ), ambas as barras estarão uniformemente comprimidas e em repouso. As ondas de compressão são, então, refletidas a partir dessas extremidades livres como ondas de tração que se propagam em direção ao plano de contato mn. Estas ondas de tração possuem velocidades de partícula iguais a  $v_0$  e, quando elas alcançam o plano de contato, as barras se se-

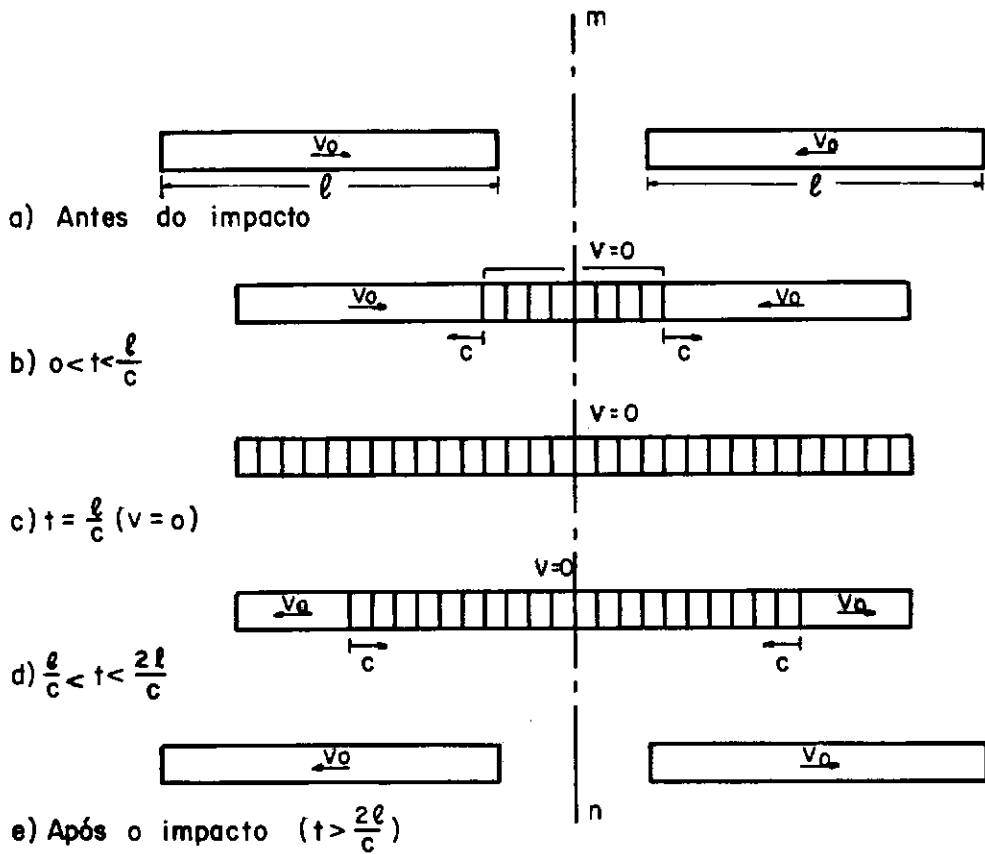


Fig. 3.3-1- Impacto entre barras idênticas com velocidades  $v_0$ .

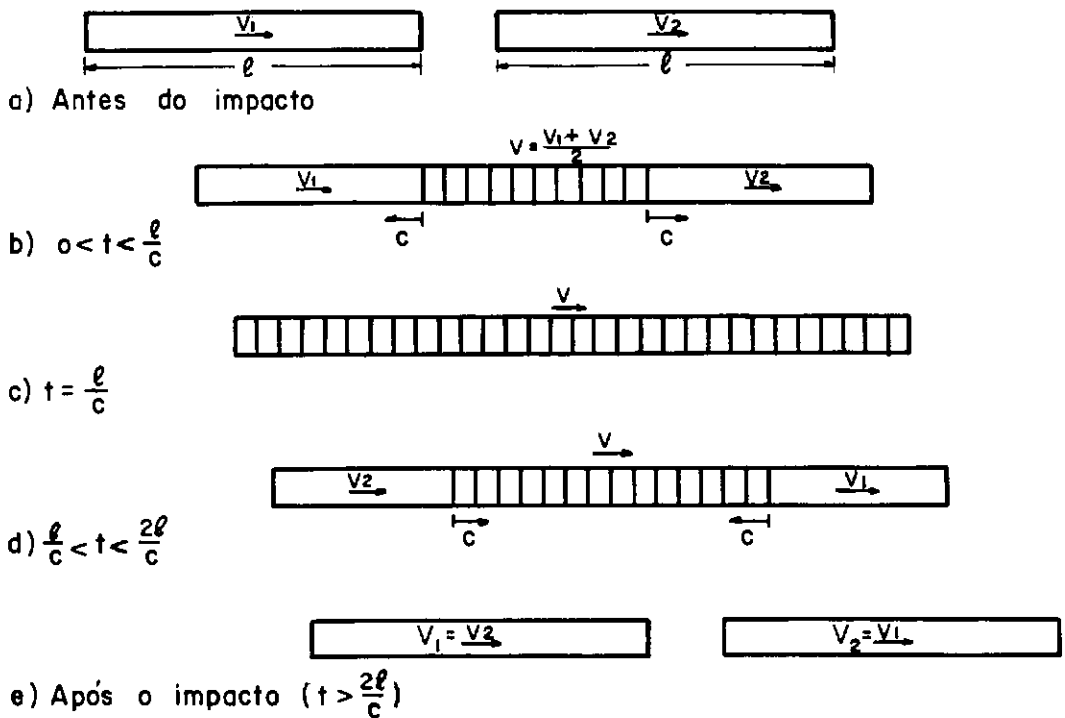


Fig. 3.3-2- Impacto entre barras idênticas com velocidades  $v_1$  e  $v_2$  ( $v_1 > v_2$ ).

$\bar{e}$ , evidentemente, igual a  $\frac{2\ell}{c}$  e a tensão de compressão igual a:

$$\sigma = v \sqrt{E\rho} = E \frac{v}{c} \quad (3.3-1a)$$

As tensões de tração refletidas nas extremidades livres das barras serão iguais a:

$$\sigma = -E \frac{v}{c} \quad (3.3-1b)$$

A força de impacto pode ser calculada como:

$$F = AE \frac{v}{c} \quad (3.3-2a)$$

Como  $Z = \frac{EA}{c} = \text{impedância}$ ,

$$F = v Z \quad (3.3-2b)$$

No caso de duas barras iguais, com velocidades iniciais  $v_1$  e  $v_2$ , sendo  $v_1 > v_2$  (fig.3.3-2a) no instante do impacto, duas ondas de compressão idênticas de intensidades  $F$  (equação 3.3-3b) começam a se propagar ao longo das barras. As velocidades de partícula correspondentes, relativas às regiões não tensionadas das barras em movimento, são iguais e, em cada barra, o seu sentido é a partir do plano de contato. A intensidade dessas velocidades deve ser igual a  $\frac{v_1 - v_2}{2}$  a fim de que as velocidades absolutas de partícula das duas barras na superfície de contato sejam iguais (fig.3.3-2b). Após um intervalo de tempo igual a  $\frac{\ell}{c}$ , as ondas de compressão chegam às extremidades livres das barras. Nesse instante, ambas as barras estão em um estado de compressão

uniforme, e as velocidades absolutas de todas as partículas das barras são (fig.3.3-2c):

$$v = v_1 - \frac{F}{Z} = v_2 + \frac{F}{Z} \quad (3.3-3a)$$

$$F = \frac{(v_1 - v_2)}{2} Z \quad (3.3-3b)$$

portanto,

$$\begin{aligned} v &= v_1 - \frac{v_1 - v_2}{2} = v_2 + \frac{v_1 - v_2}{2} = \\ &= \frac{v_1 + v_2}{2} = v \end{aligned} \quad (3.3-3c)$$

Ou seja: a barra 1 é desacelerada e a barra 2 acelerada, até que ambas atinjam a velocidade comum  $v = \frac{v_1 + v_2}{2}$ .

As ondas de compressão são, então, refletidas a partir das extremidades livres como ondas de tração de mesma intensidade (-F) e, no instante  $t = \frac{2\ell}{c}$ , quando essas ondas retornam à superfície de contato entre as 2 barras, as velocidades das barras 1 e 2 tornam-se (fig.3.3-2d):

$$\text{barra 1: } v_1 = v - \frac{F}{Z} \quad (3.3-4a)$$

$$\text{donde: } v_1 = \frac{v_1 + v_2}{2} - \frac{v_1 - v_2}{2} = v_2$$

$$\text{barra 2: } v_2 = v + \frac{F}{Z} \quad (3.3-4b)$$

$$\text{donde: } v_2 = \frac{v_1 + v_2}{2} + \frac{v_1 - v_2}{2} = v_1$$

Portanto, durante o impacto, as barras trocam de velocidade (fig.3.3-2e).

Se as barras são diferentes, de comprimentos  $\ell_1$  e  $\ell_2$ , no início, as condições do impacto são idênticas. Porém, após um intervalo de tempo igual a  $\frac{2\ell_1}{c}$ , quando a onda refletida da barra menor (1) retorna à superfície de contato mn, ela se propaga, através da superfície de contato, ao longo da barra maior (2) e as condições serão iguais às mostradas na figura 3.3-3.

A onda de tração da barra  $\ell_1$  anula a pressão entre as barras, porém elas permanecem em contato até que a onda de compressão da barra  $\ell_2$  (hachuriada na figura) retorne, após a reflexão na extremidade livre, à superfície de contato, no instante  $t = \frac{2\ell_2}{c}$ .

No caso das barras de igual comprimento, cada uma delas, após o choque, possui a mesma velocidade em todos os pontos e se move como um corpo rígido. A energia total é a energia do movimento de translação. No caso de barras de comprimentos diferentes, a barra maior, após o choque, possui uma onda se propagando nela e, ao se calcular a energia total da barra, a energia dessa onda deve ser considerada. As barras só se separarão após um intervalo de tempo  $\frac{2\ell_2}{c}$ . A barra menor  $\ell_1$  adquire, então, a velocidade  $v_2$  da barra maior e se separa sem sofrer deformação. A barra maior se separa em um estado de vibração. Os centros de massa das duas barras movem-se, após o impacto, como se existisse um "coeficiente de restituição" igual à relação  $\frac{\ell_1}{\ell_2}$ . Para maiores detalhes, ver Love (1944).

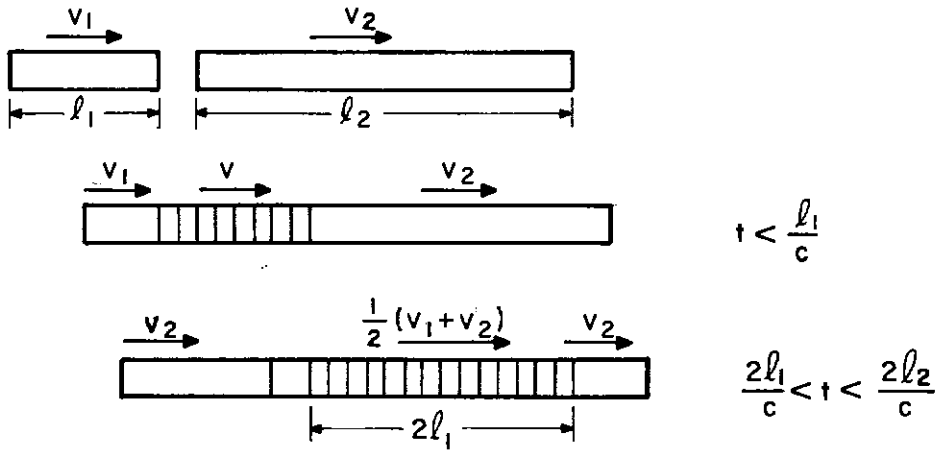


Fig. 3.3-3- Impacto entre barras de comprimentos  $l_1$  e  $l_2$ .

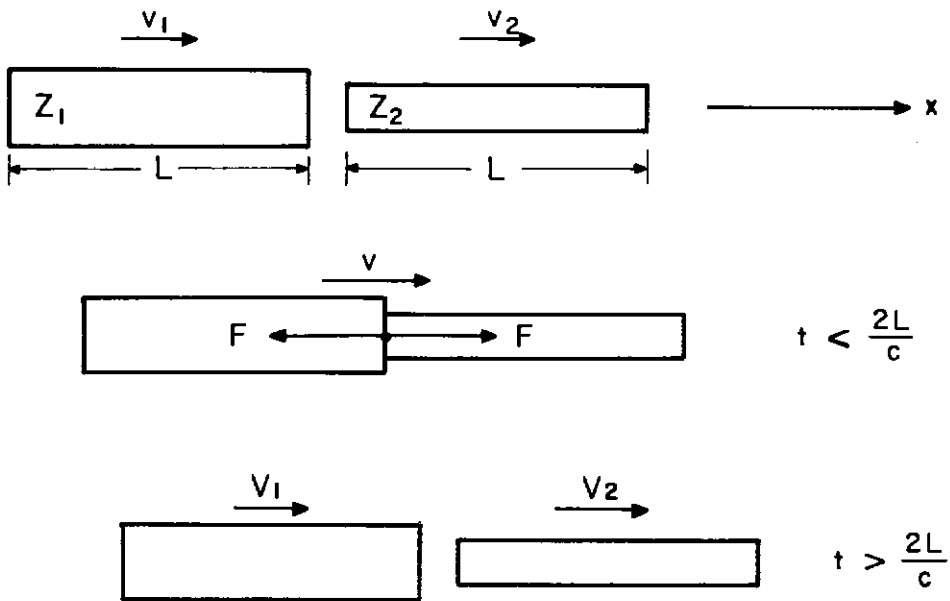


Fig. 3.3-4- Impacto entre barras de impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$ .

Quando as barras possuem impedâncias diferentes, as considerações anteriores devem ser ligeiramente modificadas. Por exemplo, considere-se o caso de barras de mesmo comprimento com impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$  e velocidades iniciais  $v_1$  e  $v_2$ , ( $v_1 > v_2$ ). Após o impacto, a onda na barra 1 possui sentido negativo (sentido contrário ao eixo dos  $x$ ) com uma tensão  $\sigma = \frac{F}{A_1}$ . Na barra 2, a onda terá sentido positivo e tensão  $\sigma = \frac{F}{A_2}$ .

Portanto, a barra 1 é desacelerada e a barra 2 é acelerada até uma velocidade comum  $v$ , ( $v_1 > v > v_2$ ).

A velocidade  $v$ , comum às duas barras, será dada pelas relações:

$$\text{barra 1: } v = v_1 - \frac{F}{Z_1} \quad (3.3-5a)$$

$$\text{barra 2: } v = v_2 + \frac{F}{Z_2} \quad (3.3-5b)$$

Onde  $\frac{F}{Z_1}$  é o decréscimo de velocidade devido à onda e  $\frac{F}{Z_2}$  é o acréscimo de velocidade.

Na seção de impacto, a velocidade pode ser expressa por:

$$v = v_1 - \frac{F}{Z_1} = v_2 + \frac{F}{Z_2} \quad (3.3-6a)$$

A força  $F$  será:

$$F = \frac{(v_1 - v_2)Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)} \quad (3.3-6b)$$

e a velocidade  $v$  será:

$$v = \frac{v_1 Z_1 + v_2 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-6c)$$

Após o impacto, as velocidades serão:

$$V_1 = v - \frac{F}{Z_1} = v_1 \frac{(Z_1 - Z_2)}{Z_1 + Z_2} + v_2 \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-7a)$$

$$V_2 = v + \frac{F}{Z_2} = v_1 \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} + v_2 \frac{(Z_2 - Z_1)}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-7b)$$

No caso da barra 2 estar em repouso ( $v_2 = 0$ ), vem:

- no impacto:

$$F = v_1 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-8a)$$

$$v = v_1 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-8b)$$

ou:

$$v = \frac{v_1}{1 + \frac{Z_2}{Z_1}}$$

- após o impacto:

$$V_1 = v_1 \frac{(Z_1 - Z_2)}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-9a)$$

$$V_2 = v_1 \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (3.3-9b)$$

Comparando a equação (3.3-8a) com a equação (3.3-6b)

do caso anterior em que  $v_2 > 0$ , pode-se observar que a barra 2 es  
tarã sujeita a uma força de impacto mais elevada se estiver em re  
pouso ( $v_2 = 0$ ) antes do impacto.

## CAPÍTULO IV - PROPAGAÇÃO DE ONDAS NA CRAVAÇÃO DE ESTACAS

- 4.1 - Propagação de Ondas no Solo
- 4.2 - Histórico da Aplicação da Equação da Onda na Cravação de Estacas
- 4.3 - Mecanismo da Propagação de Ondas na Estaca
  - 4.3.1 - Introdução
  - 4.3.2 - Modelo Simplificado de Propagação
  - 4.3.3 - Modelo Mais Real de Propagação

#### 4. PROPAGAÇÃO DE ONDAS NA CRAVAÇÃO DE ESTACAS

##### 4.1 - Propagação de Ondas no Solo

Na operação de cravação de uma estaca, a energia do martelo é transmitida à estaca pelo impacto. Essa energia é consumida pelo rechaço (rebound) do martelo, pela estaca, pelos acessórios de cravação e pelo solo. A parcela de energia consumida pela estaca provoca a sua penetração no solo, além de um encurtamento elástico e modificações de forma, principalmente no seu topo. A energia transmitida ao solo provoca deformações elásticas e plásticas na massa de solo em volta da estaca.

A deformação elástica do solo se propaga sob forma de ondas elásticas, num processo semelhante ao que ocorre quando se aplica uma carga vertical de curta duração (pulso de força) na superfície de um semi-espaco infinito elástico. Neste caso, ocorrem três tipos principais de ondas: longitudinais, transversais e de superfície.

As ondas longitudinais são ondas de pressão, isto é, ondas de volume com oscilações de compressão e descompressão que são irradiadas em frentes de onda esféricas. Devido à sua alta velocidade de propagação, são conhecidas, também, como ondas primárias (P-wave). A figura 4.1-1 (O'Neill, 1971) ilustra um modelo físico da propagação de ondas longitudinais. Note-se que as oscilações de compressão-descompressão ocorrem no mesmo sentido de propagação da onda primária.

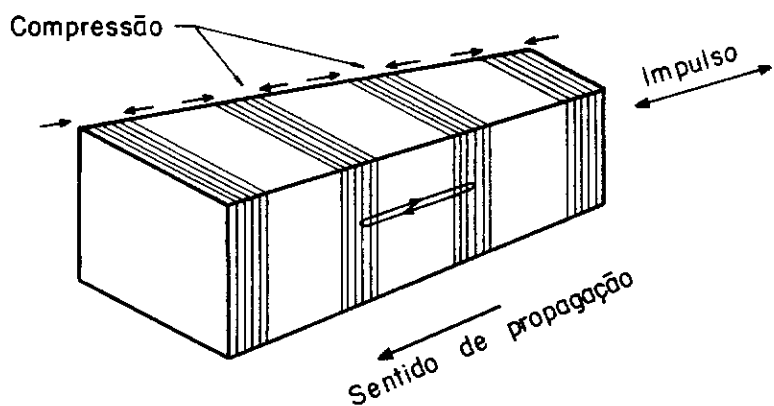


Fig. 4.1-1- Modelo de propagação de onda longitudinal (O'Neill, 1971).

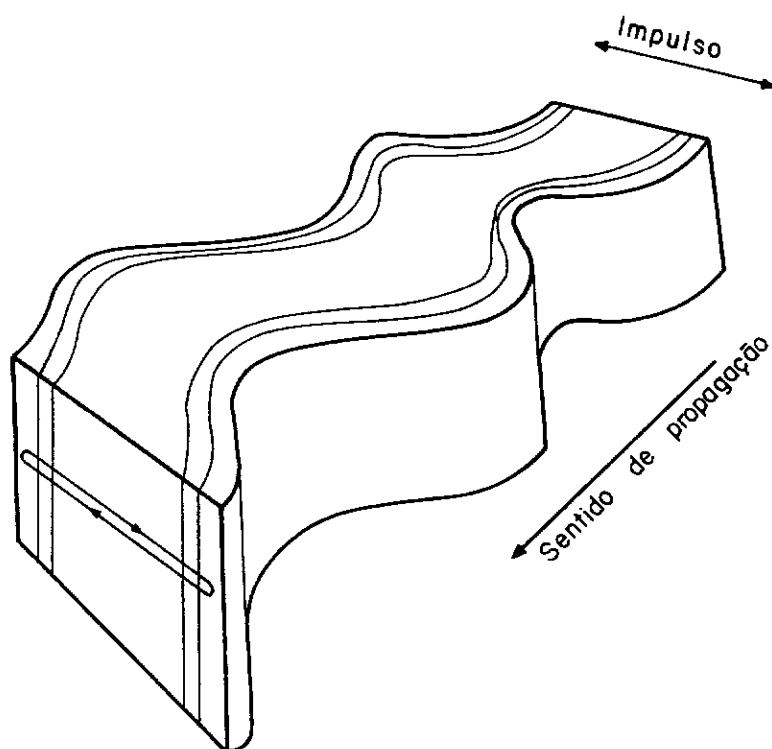


Fig. 4.1-2- Modelo de propagação de onda transversal (O'Neill, 1971).

As ondas transversais, também volumétricas, são ondas de cisalhamento e se propagam radialmente a partir da fonte de excitação sob forma de frentes de onda esféricas. Estas ondas assemelham-se às ondas que são geradas quando se aplica um impulso na extremidade de uma corda que repousa sobre uma superfície horizontal. São conhecidas, também, como ondas secundárias (S-wave), pois sua velocidade de propagação é menor que a das ondas longitudinais. O cisalhamento nas ondas transversais ocorre perpendicularmente à direção de propagação. A figura 4.1-2 ilustra um modelo de propagação de ondas transversais.

As ondas de superfície, também conhecidas como onda Rayleigh (R-wave), são similares às ondas que se formam na superfície de um lago quando atingida por um objeto. Elas se propagam paralelamente à superfície, com velocidade de propagação menor que as duas anteriores e estão contidas dentro de aproximadamente 20 a 100m de profundidade. Nessas ondas, o movimento das partículas constitui-se de trajetórias elípticas, girando em sentido contrário ao de propagação. Essas ondas são ilustradas esquematicamente na figura 4.1-3.

Embora a força aplicada ao solo, durante a cravação de uma estaca, geralmente seja vertical, nem sempre a maior vibração ocorre nessa direção. Isto porque, tanto as ondas volumétricas como as de superfície, geradas pelo impacto, possuem componentes horizontais e verticais de movimento. Uma representação esquemática do mecanismo básico de propagação de ondas durante a cravação de uma estaca é ilustrada na figura 4.1-4.

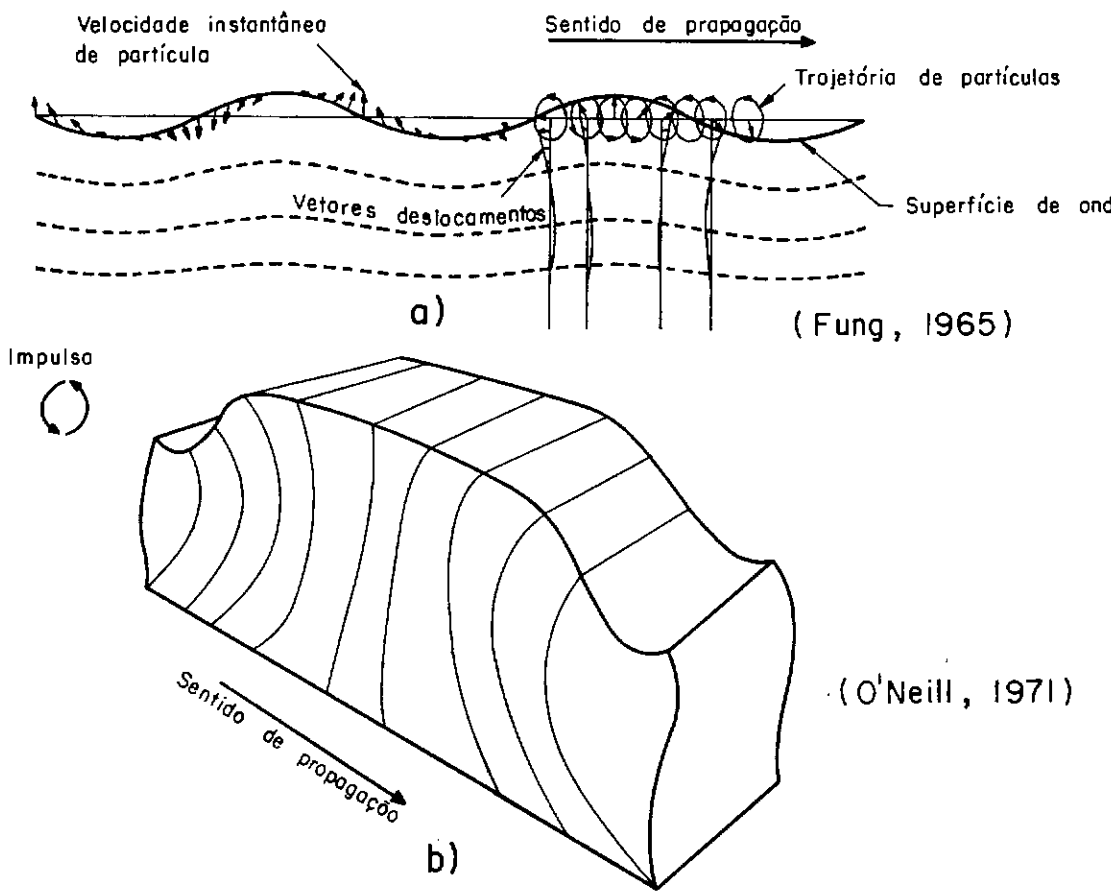


Fig. 4.1-3- Ondas Rayleigh: a) representação esquemática; b) modelo físico.

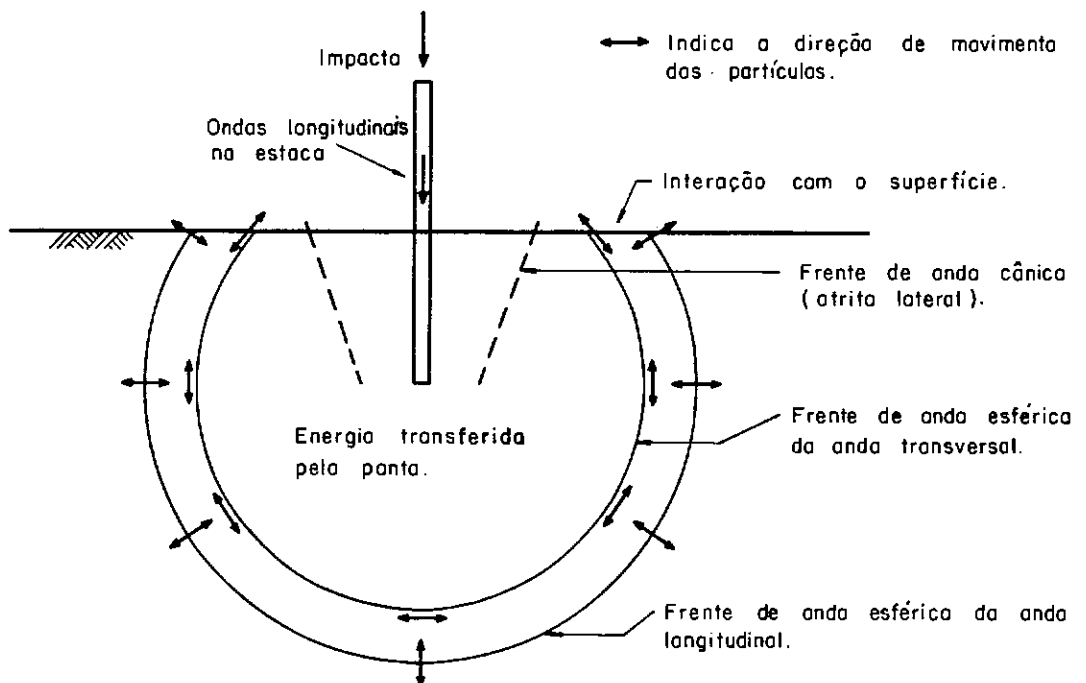


Fig. 4.1-4- Propagação de ondas próximo a estaca (Martin, 1980).

As formas de onda apresentadas são idealizadas e as considerações feitas anteriormente sã se aplicam a um meio elástico, homogêneo e isotrôpico. O problema se complica intensamente no caso dos solos compostos de camadas superpostas, pela introdução dos fenômenos de reflexão e refração. As formas de onda são modificadas e podem ocorrer outros tipos de onda, tais como ondas Love, ondas c etc.

As características dessas três ondas são ilustradas na figura 4.1-5, para o caso de uma sapata circular vibrando na superfície do terreno.

Note-se que o movimento de partícula associado à onda primária (de compressão-descompressão) é um movimento de alongamento-encurtamento paralelo à direção de propagação da frente de onda correspondente. Na onda secundária (de cisalhamento), esse movimento de partícula é constituído de um deslocamento transversal, normal à direção de propagação da frente de onda. No caso da onda Rayleigh (de superfície), ele é constituído de duas componentes (horizontal e vertical) que variam com a profundidade de maneira similar à ilustrada na figura 4.1-5. As zonas sombreadas ilustram, ao longo das frentes de onda, a amplitude relativa do deslocamento de partícula em função do ângulo medido a partir do centro da fonte na superfície.

A repartição da energia total é apresentada na tabela 4.1-1 em termos percentuais. É interessante observar que a maior parte da energia (67%) é transmitida ao solo como ondas de superfície. Todas essas ondas se propagam a partir da fonte de excitação e se atenuam gradativamente com a distância, per

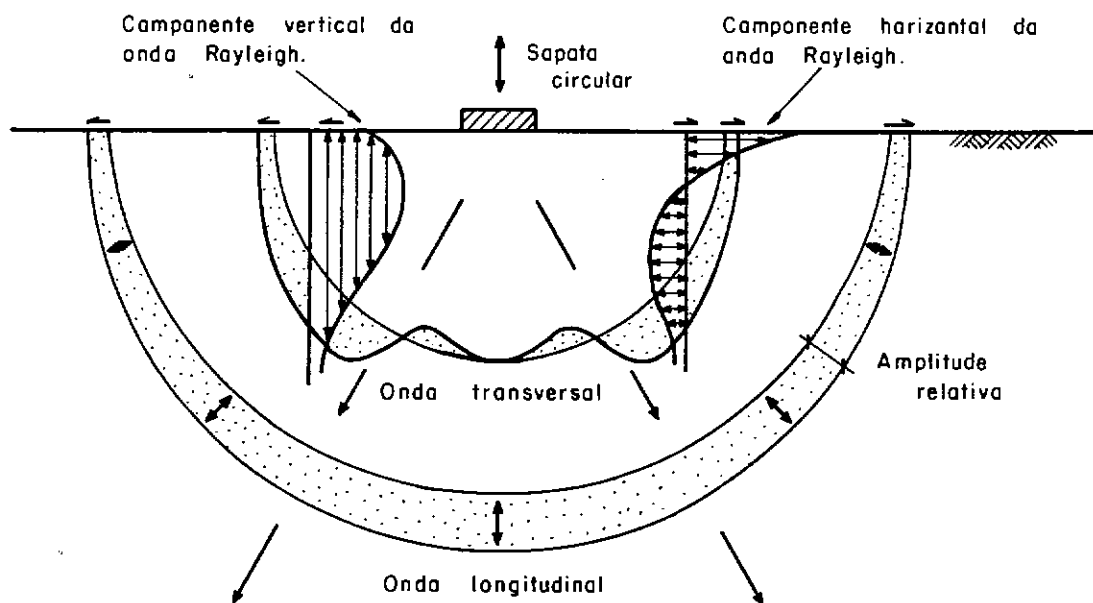


Tabela 4.1-1

Tipo de onda	% da energia total
Rayleigh	67
Transversal	26
Longitudinal	7

Fig. 4.1-5- Distribuição da energia sob forma de ondas para o caso de uma sapata circular vibrando na superfície do terreno. (Richart, Hall e Woods, 1970).

dendo energia durante o trajeto. Essa atenuação com a distância é composta de dois fatores principais: amortecimento geométrico e amortecimento interno ou material.

O amortecimento geométrico resulta da redução da densidade de energia de vibração em função da distância à fonte, pois a energia é distribuída sobre volumes de solo cada vez maiores à medida que a onda se afasta da fonte. Isto ocorre mesmo nos corpos perfeitamente elásticos. Como o solo não é um meio perfeitamente elástico, a energia de vibração é dissipada, principalmente pelo atrito entre as partículas de solo (para que haja movimento das partículas de solo é necessário que uma parcela da resistência ao atrito seja mobilizada). Isto constitui o amortecimento interno ou material.

A atenuação da amplitude das ondas com a distância pode ser avaliada pela fórmula proposta por G. BORNITZ em 1931 para o caso de propagação de ondas em um semi-espaço elástico:

$$A = A_1 \left( \frac{r_1}{r} \right)^n e^{-\beta(r - r_1)}$$

onde  $A$  = amplitude da aceleração à distância  $r$  da fonte.

$A_1$  = amplitude de aceleração à distância  $r_1$  da fonte.

$n$  = constante

$\beta$  = coeficiente de amortecimento

Nesta equação,  $(\frac{r_1}{r})^n$ , corresponde ao amortecimento geométrico e  $e^{-\beta(r - r_1)}$  ao amortecimento interno.

O valor de  $n$  para diversos casos é listado na tabela 4.1-2.

TABELA 4.1-2

Forma da Onda	Fonte	Tipo de Onda	$n$
Ao longo da superfície do semi espaço	Fonte Puntual	Volumétrica	2
		Rayleigh	0,5
	Fonte Linear Infinita	Volumétrica	1,5
		Rayleigh	0
No Corpo Elástico Infinito	Fonte Puntual	Volumétrica	1

Como se observa, a amplitude das ondas Rayleigh atenua-se mais vagarosamente ( $\frac{1}{\sqrt{r}}$ ) que a das ondas volumétricas ( $\frac{1}{r^2}$ ).

As oscilações que o solo sofre durante a cravação de uma estaca resultam basicamente da combinação de dois fenômenos. Em primeiro lugar, o solo é posto em oscilação como se um peso se chocasse em sua superfície, como ilustra a figura 4.1-5. Em segundo lugar, a estaca, que pode ser submetida a uma vibração qualquer, transmite à massa de solo que a envolve essa vibração (figura 4.1-4).

As vibrações, como as provenientes da cravação de estacas, podem modificar sensivelmente as propriedades do solo por induzirem deformações cisalhantes. Em solos coesivos (argilas), as propriedades do solo podem ser supostas similares aos materiais elásticos, onde as vibrações são transmitidas rapidamente. Geralmente ocorre um menor amortecimento em um solo coesivo do que num solo não coesivo (areias). Em um solo não coesivo, as vibrações podem densificar o solo, provocando recalques significativos. Segundo Gambin (1980), em solos saturados a onda de compressão se propaga através da fase líquida, vibrando o esqueleto sólido pelo sucessivo acréscimo e decréscimo da pressão neutra, provocando deslocamentos de partículas. Em seguida, as ondas secundária e Rayleigh que se propagam com velocidades menores que a de compressão, através da fase sólida, tendem a rearranjar as partículas de solo até um estado mais denso. A figura 4.1-6 ilustra esse processo.

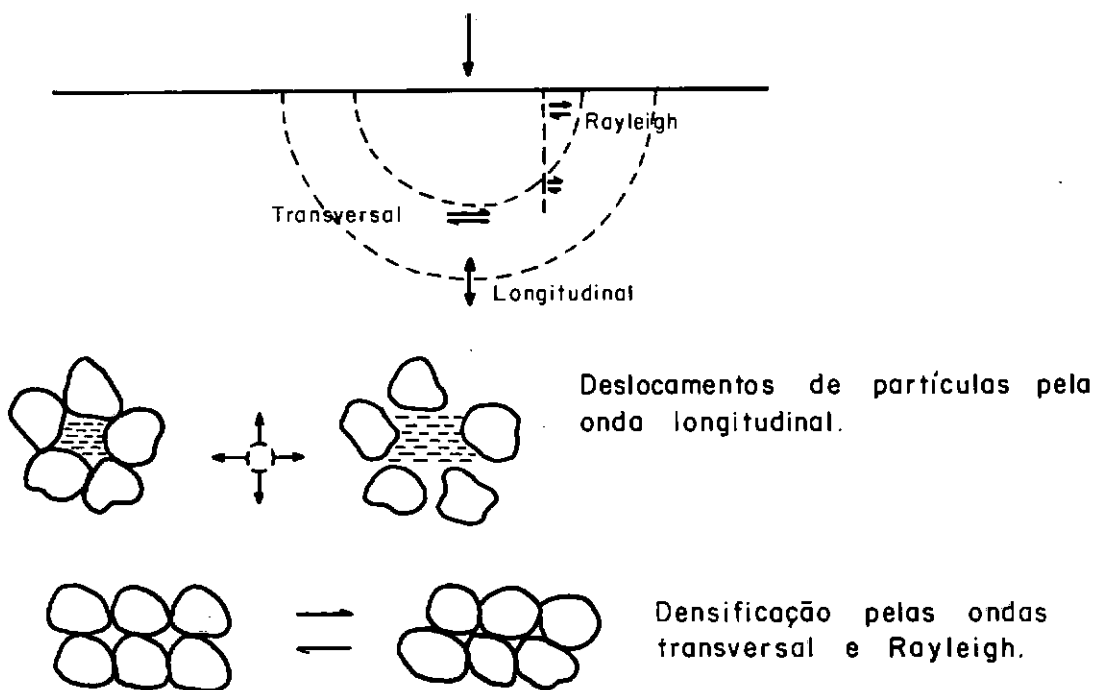


Fig. 4.1-6- Efeitos da propagação de ondas no solo (Gambin, 1980).

#### 4.2 - Histórico da Aplicação da Equação da Onda na Cravação de Estacas

A equação da onda foi desenvolvida por Saint Venant em 1865 e por Boussinesq em 1885 para o estudo do problema de impacto na extremidade de uma barra.

Apesar de H. Moseley, em 1843, citar a cravação de estacas como uma aplicação especial da teoria do impacto, parece ter sido D.V. Isaacs, em 1931, o primeiro a apontar a ocorrência de ondas de tensão em uma estaca durante a sua cravação. Ele observou que, no impacto, a transmissão de energia do martelo para a ponta da estaca não se processava instantaneamente, e sim, que após o impacto ocorria uma ação de onda, de tal forma que o comportamento do sistema martelo-estaca-solo durante a cravação, poderia ser analisado aplicando-se a teoria da propagação da onda.

Timoshenko, em 1934, em seu livro "Theory of Elasticity", mostrou, de maneira simples, como a equação da onda pode ser utilizada para calcular a ação de ondas longitudinais em uma barra de aço uniforme. Como se vê, os fundamentos teóricos para a aplicação da equação da onda à cravação de estacas não são recentes.

Em 1938, W.H. Glanville, G. Grime, E.N. Fox e W.W. Davies publicaram os resultados de um estudo matemático-experimental da cravação de estacas, no qual era considerada a propagação de ondas de compressão na estaca. Eles consideraram que a

estaca se comportava como uma barra elástica e que sua cravação era um fenômeno que dependia da transmissão de ondas compressivas em que a equação da onda se aplicava. A resistência do solo foi considerada atuando inteiramente na ponta da estaca e suposta diretamente proporcional ao deslocamento da base; o atrito lateral foi desprezado e o capacete e o cepo supostos perfeitamente elásticos. Essas e outras simplificações, necessárias para a solução numérica naquela época, diminuíram bastante o valor prático desse estudo. Além de divulgar esse estudo, A. E. Cummings, em 1940, estudou as fórmulas dinâmicas de cravação e concluiu que "a teoria da equação da onda se constituía num substituto para as premissas questionáveis das fórmulas dinâmicas de cravação de estacas".

Assim, embora a parte matemática da teoria da propagação da onda fosse bastante conhecida naquela época, as soluções numéricas só eram obtidas para condições de contorno simples, se afastando das condições reais de uma cravação de estacas. Só a partir de 1950, com o advento dos computadores, é que a solução numérica da equação da onda tornou-se possível de uma maneira prática.

Em 1950, E.A.L.SMITH apresentou uma primeira solução dessa equação para analisar os deslocamentos da estaca, usando um modelo simples para a simulação do sistema martelo - estaca - solo. Posteriormente (1955), ele analisou o problema do impacto entre elementos estruturais esbeltos e da simulação de coxins.

Já em 1957, SMITH publicou os resultados de uma análise pela equação da onda da estimativa das variações da capacidade de carga de estacas em função da resistência à cravação e concluiu que esse método de resolução da equação da onda oferecia um meio de se obter uma solução adequada para o problema.

Finalmente, em 1960, SMITH apresentou um tratamento compreensivo da aplicação do método da equação da onda na análise da cravação de estacas. Ele adaptou, de maneira mais realista, a teoria da propagação da onda unidimensional às condições reais encontradas na cravação de estacas, considerando que a estaca possui suporte por atrito lateral e está sujeita a outros fatores de influência. Ele introduziu um modelo teórico mais real, tornando possível a integração numérica da equação da onda por computador, através do método das diferenças finitas. Esse trabalho, que ainda é a referência básica do problema, apresenta não somente os fundamentos do método, mas também uma discussão da simulação do martelo de cravação, do capacete e coxins, da estaca e do solo. São definidos, também, os parâmetros envolvidos nas simulações e fornecidos alguns valores típicos resultantes de suas experiências na aplicação do método da equação da onda em uma série de casos históricos de cravação de estacas. A maior parte do material aqui apresentado ainda pode ser diretamente empregado na resolução de problemas práticos.

FOREHAND e REESE, em 1964, estudando a possibilidade de correlacionar, pelo método da equação da onda, os registros de cravação com os respectivos resultados de provas de

carga nas estacas, concluíram que o modelo proposto por SMITH, em 1960, era formalmente equivalente à equação da onda e que a maneira de expressar a resistência do solo à cravação correspondia, aproximadamente, à obtida experimentalmente por vários pesquisadores. Eles apresentaram um estudo paramétrico e baseados nele, sugeriram valores típicos para os parâmetros do solo necessários à análise. Estes valores são mais consistentes que os de SMITH (1960) e são, até hoje, utilizados com frequência.

Nos últimos 15 anos, extensas pesquisas têm sido realizadas para desenvolver o método e, em particular, para a análise dos parâmetros envolvidos na simulação do sistema de cravação, da estaca e do solo. Neste sentido, vários programas de pesquisas surgiram em diversas instituições.

Estudos importantes foram realizados pelos pesquisadores da "TEXAS A & M UNIVERSITY" (LOWERY, COYLE, REESE, HIRSCH e outros) que adotaram uma abordagem semelhante ao de SMITH (1960), baseada na simulação das características dinâmicas dos equipamentos de cravação em termos de energia desenvolvida pelo martelo, eficiência, propriedades físicas do cepo, capacidade, coxim etc. Recentemente (1977), esse tipo de abordagem foi introduzido no código de fundações da "TEXAS HIGHWAY DEPARTMENT"

Na tentativa de eliminar os erros oriundos da estimativa das propriedades físicas dos equipamentos e acessórios de cravação, GOBLE, RAUSCHE e outros ("CASE WESTERN RESERVE UNIVERSITY" - Ohio) desenvolveram um sistema de medição altamente sofisticado, para obter diretamente no topo da estaca os parâmetros necessários à análise (forças, velocidades e deslocamentos

para cada golpe do martelo). Já REMPE e DAVISSON (UNIVERSITY OF ILLINOIS) optaram pela simulação rigorosa do comportamento do martelo Diesel, que resultou em uma análise extremamente complexa.

HOLLOWAY, VESIC, CLOUGH e outros (DUKE UNIVERSITY), a partir do trabalho de Smith (1960), introduziram modificações em que a análise pela equação da onda é realizada para vários golpes consecutivos e as tensões residuais são levadas em conta.

JANSZ, VOITUS VON HAIME e outros (HOLLANDSCHE BETON GROEP), paralelamente ao desenvolvimento de um novo martelo hidráulico com controle de carga aplicada à estaca, apresentaram uma versão adaptada do método.

Outros trabalhos importantes sobre a aplicação do método da equação da onda estão relacionados na Bibliografia em anexo. Dentre eles, cita-se: Scanlan e Tomko (1969), Bowles (1974), Mes (1976), Tavenas e Audibert (1978), I. M. Smith (1978), Gonin (1978), Heerema (1979) etc.

Nesta tese adotou-se uma abordagem semelhante à dos pesquisadores da T.A.M.U.. Entretanto, com a medição dos deslocamentos do topo da estaca (ver capítulo VIII) tentou-se aproximar da abordagem utilizada pelos pesquisadores da C.W.R.U.

O histórico da aplicação da equação da onda na cravação de estacas pode ser resumida no quadro 4.2-1, onde

são apresentados os programas numéricos desenvolvidos pelos diversos pesquisadores. Maiores detalhes sobre esses programas serão apresentados no capítulo VII. Vale a pena ressaltar que nenhum deles oferece uma análise completa; cada um deles apresenta características particulares aplicáveis apenas em determinados casos e além disso estão sendo constantemente modificados para incorporar os novos conhecimentos obtidos em aplicações práticas.

QUADRO 4.2.1

HISTÓRICO DA APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA

Saint - Venant (1865)

Boussinesq (1885)

Isaacs (1931)

Timoshenko (1934)

Glanville, Grime, Fox e Davies (1938)

E.A.L. Smith (1960)

Forehand e Reese (1964)

Principais Programas Desenvolvidos em Diversas Instituições:

a) T.A.M.U.

- i) Lowery e outros (1968) - TTI
- ii) Carr e outros (1976) - OCEANWAVE
- iii) Lowery e outros (1976) - TIDYWAVE
- iv) em implantação em novo programa (1978)

b) U.I.

Rempe (1975) - Diesel-1

c) C.W.R.U.

- i) Goble e outros (1976) - WEAP
- ii) Goble e outros (1976) - CAPWAP

d) DUKE

- i) Holloway e outros (1975) - DUKFOR
- ii) Holloway e outros (1977) - PSI
- iii) em implantação em novo programa (1978)

e) H.B.G.

- i) Jansz e outros (1975) - HBM

ii) Jansz e outros (1976) - HBM modificado

Outros Trabalhos:

Scanlan e Tomko (1969)

Bowles (1974)

Mes (1976)

Tavenas e Audibert (1978)

Heerema (1979)

### 4.3 - Mecanismo da Propagação de Ondas na Estaca

#### 4.3.1 - Introdução

Por sua complexidade, s $\tilde{o}$   $\tilde{e}$  poss $\tilde{i}$ vel realizar uma an $\tilde{a}$ lise da crava $\tilde{c}$ o de uma estaca, introduzindo-se algumas hip $\tilde{o}$ teses simplificadoras a fim de se obter um modelo que simule sa $\tilde{t}$ isfatoriamente o seu comportamento. Neste modelo, a intera $\tilde{c}$ o din $\tilde{a}$ mica deve incluir os elementos do martelo, a propaga $\tilde{c}$ o de ondas ao longo da estaca e a resist $\tilde{e}$ ncia do solo associada ao mo $\tilde{v}$ imento da estaca.

O modelo mais simples poss $\tilde{i}$ vel, simula tanto a es $\tilde{t}$ aca quanto o martelo, como barras uniformes cujos comportamentos din $\tilde{a}$ micos sob impacto, podem ser descritos pela equa $\tilde{c}$ o da onda unidimensional. Sob este aspecto, alguns autores (ISAACS, 1931, GLANVILLE e outros, 1938), baseados nos estudos de SAINT-VENANT, obtiveram solu $\tilde{c}$ o $\tilde{e}$ s simplificadas atrav $\tilde{e}$ s da superposi $\tilde{c}$ o de ondas de tens $\tilde{a}$ o na estaca.

Outros modelos podem ser adotados, como por exem $\tilde{p}$ lo, o proposto por SMITH (1960) (ver cap $\tilde{i}$ tulo V), em que a es $\tilde{t}$ aca  $\tilde{e}$  dividida em elementos discretos cujas propriedades el $\tilde{a}$ st $\tilde{i}$ cas e inerciais s $\tilde{a}$ o representadas por molas e pesos, respectiva $\tilde{m}$ ente.

Embora a an $\tilde{a}$ lise por meio de elementos discretos forne $\tilde{c}$ a uma simula $\tilde{c}$ o mais realista das for $\tilde{c}$ as de resist $\tilde{e}$ ncia do solo, a solu $\tilde{c}$ o por meio da superposi $\tilde{c}$ o de ondas de tens $\tilde{a}$ o em uma barra fornece uma melhor visualiza $\tilde{c}$ o do movimento e da pro

pagação de ondas na estaca. Esta última, representando um modelo mais simplificado, é abordada nos parágrafos seguintes, pois de uma maneira geral, as conclusões assim obtidas são válidas também para o modelo mais real.

#### 4.3.2 - Modelo Simplificado de Propagação

##### 4.3.2.1 - Análise de Tensões

Numa análise simplificada, a propagação de ondas em uma estaca durante a sua cravação pode ser estudada como sendo um caso particular do impacto entre duas barras uniformes de comprimentos  $L_1$  e  $L_2$  e impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$ , respectivamente, (figura 4.3-1a).

É suposto que a estaca não está sujeita à resistência lateral e se encontra inicialmente em repouso. O amortecimento interno do material que a compõe é desprezado.

O impacto inicia-se com o choque de um pilão submetido à uma velocidade inicial  $V_0$ . O choque gera duas ondas de compressão que se propagam tanto no pilão como na estaca. A força  $F$  de compressão associada a essas ondas se propaga com velocidades de partícula inversamente proporcionais às suas respectivas impedâncias, (figura 4.3-1b):

a) no pilão:

$$y_m = \frac{F}{Z_1} \quad (4.3-1)$$

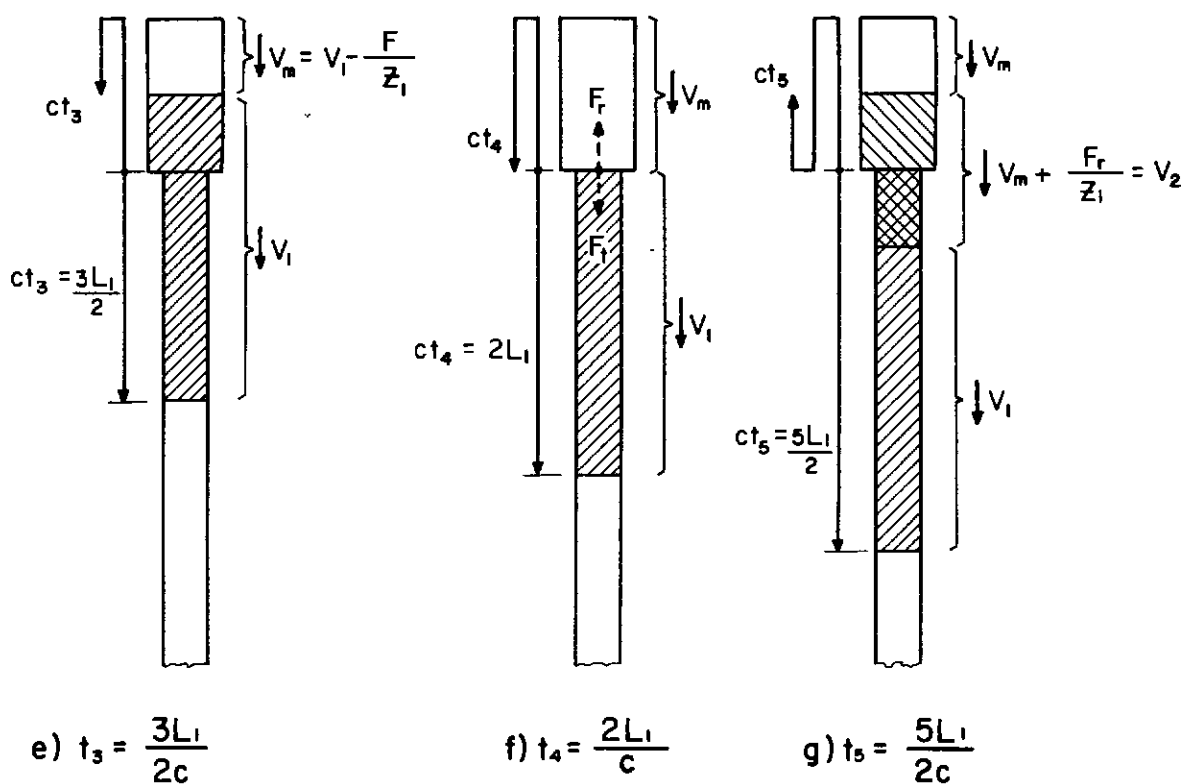
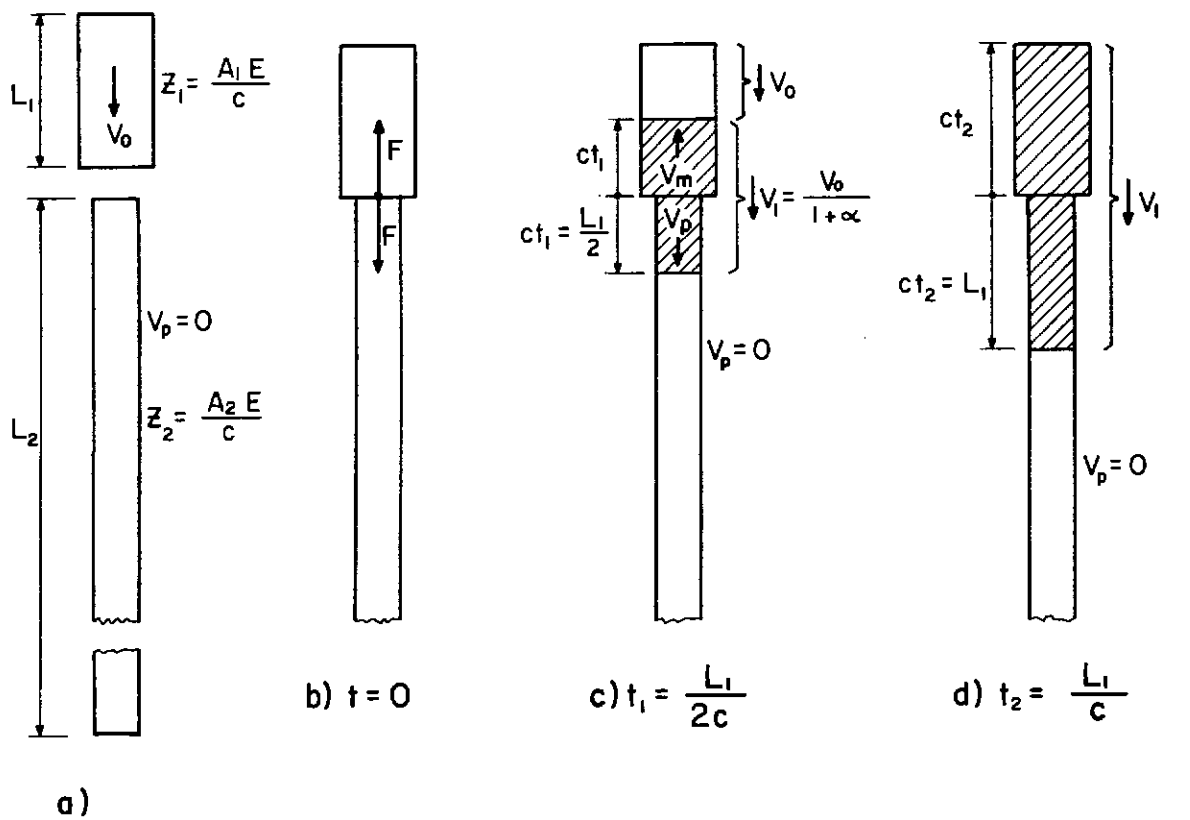


Fig. 4.3-1- Propagação de tensões na estaca e no martelo.

b) na estaca:

$$v_p = \frac{F}{Z_2} \quad (4.3-2)$$

onde:

$F$  = força de impacto entre o pilão e a estaca;

$v_m$  = velocidade de partícula da onda devido a  $F$ ,  
no pilão;

$v_p$  = velocidade de partícula da onda devido a  $F$ ,  
na estaca;

$Z_1$  = impedância do pilão;

$Z_2$  = impedância da estaca.

À medida que a força  $F$  se propaga em direção ao topo do pilão e à ponta da estaca, conforme a figura 4.3-1c, ela desacelera o pilão e acelera a estaca, levando as zonas tensionadas a uma certa velocidade comum  $V_1$ , dada pelas relações:

$$V_1 = V_0 - v_m = v_p \quad (4.3-3a)$$

ou

$$V_1 = V_0 - \frac{F}{Z_1} = \frac{F}{Z_2} \quad (4.3-3b)$$

De (4.3-3b) vem que a expressão de  $F$  é:

$$F = V_0 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (4.3-4)$$

De (4.3-4), (4.3-1) e (4.3-2), vem:

$$v_m = V_0 \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (4.3-5a)$$

$$v_p = V_0 \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (4.3-5b)$$

$$v_m = \frac{Z_2}{Z_1} v_p \quad (4.3-5c)$$

Denotando de  $\alpha = \frac{Z_2}{Z_1}$  a relação entre as impedâncias, estas equações podem ser escritas como:

$$v_m = V_0 \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (4.3-6a)$$

$$v_p = V_0 \frac{1}{1 + \alpha} \quad (4.3-6b)$$

$$v_m = \alpha v_p \quad (4.3-6c)$$

Pode-se obter a velocidade comum  $V_1$  das expressões (4.3-3a) e (4.3-6a):

$$V_1 = V_0 - V_0 \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

donde: 
$$V_1 = V_0 \frac{1}{1 + \alpha} \quad (4.3-7)$$

$$(0 < t \leq \frac{L_1}{c})$$

$V_1$  é a velocidade comum a que inicialmente estão submetidas as zonas tensionadas do pilão e da estaca em decorrên

cia da ação das forças  $F$  (região hachuriada da figura 4.3-1c). Note-se que nas zonas ainda não atingidas pelas ondas, as velocidades permanecem com seus valores iniciais:  $V_0$  no pilão e zero na estaca. Esta situação continua até o instante  $t_2 = \frac{L_1}{c}$  quando a onda de compressão alcança a face superior do pilão, que então adquire, em toda a sua extensão, a velocidade  $V_1$ , atingindo um estado de compressão uniforme (4.3-1d).

No topo do pilão, a onda de compressão é refletida sob forma de onda de tração de mesma intensidade, que ao se superpor à onda incidente, anula as tensões no pilão (figura 4.3-1e). Como a velocidade da onda de compressão  $V_1$  possui sentido de deslocamento do topo para a base do pilão e a onda de tração, sentido oposto, a velocidade resultante na parte superior do pilão  $V_m$ , será:

$$V_m = V_1 - \frac{F}{Z_1} = V_0 \frac{1}{1+\alpha} - V_0 \frac{\alpha}{1+\alpha}$$

ou

$$V_m = V_0 \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \quad (4.3-8)$$

$$\left(\frac{L_1}{c} < t \leq \frac{2L_1}{c}\right)$$

Esta onda de tração se propaga até atingir a interface pilão-estaca, onde, encontrando uma descontinuidade na impedância, gera uma onda refletida e uma onda refratada. A força da onda incidente é de mesma intensidade que  $F$ , porém é de tração. Neste caso, a onda refletida na interface se propaga no pilão sob forma de onda de compressão e a onda transmitida é es

taca  $\bar{e}$  de tração. De acordo com a teoria de propagação de ondas em barras não uniformes (item 3.2), as relações entre as forças das ondas refletida e refratada com a onda incidente  $\bar{e}$ :

$$F_t = F_i + F_r \quad (4.3-9a)$$

$$F_r = F_i \frac{\alpha - 1}{1 + \alpha} \text{ (compressão)} \quad (4.3-9b)$$

mas

$$F_i = v Z = V_0 \frac{Z}{1 + \alpha} \quad (4.3-9c)$$

$$F_r = V_0 \frac{Z_1(\alpha - 1)}{(1 + \alpha)^2} \quad (4.3-9d)$$

ou

$$F_t = V_0 \frac{2\alpha Z_2}{(1 + \alpha)^2} \quad (4.3-9e)$$

onde

$F_i$  = Força da onda incidente

$F_r$  = Força da onda refletida propagando-se no  $\bar{p}$   
lão

$F_t$  = Força da onda transmitida  $\bar{a}$  estaca.

As expressões (4.3-9a), (4.3-9b) e (4.3-9d) correspondem, respectivamente, às expressões (3.2-1b), (3.2-8a) e (3.2-8b), deduzidas no item 3.2.

As velocidades de partículas dessas ondas podem

ser expressas por:

a) no pilão:

$$v_r = \frac{F_r}{Z_i} = V_0 \frac{Z_2}{Z_1} \frac{(\alpha-1)}{(1+\alpha)^2}$$

ou

$$v_r = V_0 \frac{\alpha(\alpha-1)}{(1+\alpha)^2} \quad (4.3-10a)$$

b) na estaca:

$$v_t = \frac{F_t}{Z_2} = V_0 \frac{2\alpha}{(1+\alpha)^2} \quad (4.3-10b)$$

sendo

$v_r$  = velocidade de partícula da onda refletida

$v_t$  = velocidade de partícula da onda transmitida  
à estaca.

Nas zonas próximas à interface, sob a ação destas ondas, a velocidade  $V_2$  comum ao conjunto pode ser expressa por:

$$V_2 = V_m + v_r = V_1 - v_t$$

donde

$$V_2 = V_0 \frac{1}{1+\alpha} - V_0 \frac{2\alpha}{(1+\alpha)^2}$$

ou

$$V_2 = V_0 \frac{1-\alpha}{(1+\alpha)^2} \quad (4.3-11)$$

$$\left(\frac{2L_1}{c} < t \leq \frac{4L_1}{c}\right)$$

Da mesma forma que no estágio anterior, as zonas não atingidas pelas novas ondas permanecem com suas velocidades anteriores:  $V_m$  no pilão e  $V_1$  na estaca, conforme a figura 4.3-1g.

O processo se repete até o final do impacto, quando a velocidade do topo da estaca se anula. A expressão geral para a velocidade do topo da estaca para os diversos intervalos de tempo  $t_n$ ,  $n=2,3,4,\dots$ , é da forma:

$$V_n = V_0 \frac{1-\alpha}{(1+\alpha)^n} \quad (4.3.12)$$

válida para o intervalo de tempo  $2(n-1)\frac{L_1}{c} < t_n \leq 2n\frac{L_1}{c}$ .

As tensões podem ser relacionadas com as velocidades de partícula correspondentes, pela expressão (3.1-7):

$$\sigma = V \frac{E}{c} \quad (3.1-7)$$

Portanto, a tensão inicial correspondente à velocidade inicial  $V_0$  é:

$$\sigma_0 = V_0 \frac{E}{c} \quad (4.3.13)$$

As tensões na estaca, para diversos intervalos de tempo, serão:

$$\text{para } 0 < t \leq \frac{2L_1}{c}$$

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_0}{1+\alpha} \quad (4.3-14a)$$

$$\text{para } \frac{2L_1}{c} < t \leq \frac{4L_1}{c}$$

$$\sigma_2 = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \sigma_1 = \frac{1-\alpha}{(1+\alpha)^2} \sigma_0 \quad (4.3-14b)$$

$$\text{para } \frac{4L_1}{c} < t \leq \frac{6L_1}{c}$$

$$\sigma_3 = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \sigma_2 = \frac{1-\alpha}{(1+\alpha)^3} \sigma_0 \quad (4.3-14c)$$

$$\text{para } \frac{6L_1}{c} < t \leq \frac{8L_1}{c}$$

$$\sigma_4 = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \sigma_3 = \frac{1-\alpha}{(1+\alpha)^4} \sigma_0 \quad (4.3-14d)$$

e assim sucessivamente.

#### 4.3.2.2 - Condições de Extremidade

A onda de compressão gerada pelo impacto do pilão com a estaca propaga-se ao longo da estaca sem sofrer modificações, se se supõe que não existe amortecimento interno nem resistência lateral, conforme a figura 4.3-2.

Quando a onda de tensão atinge a ponta da estaca, o gradiente de tensão se modifica e o seu comportamento depende da natureza das condições de suporte dessa extremidade. Por exemplo, se ela se comporta como uma extremidade livre, as partículas da ponta da estaca estarão sujeitas a acelerações muito mais elevadas porque não há mais material da estaca a ser deformado. Assim, se a ponta da estaca está sobre argila muito mole, não há essencialmente resistência à seu deslocamento e a tensão na ponta da estaca será praticamente nula. O equilíbrio dinâmico só poderá ser mantido se uma outra onda se propagar à partir dessa extremidade (ponta) sob forma de onda refletida. Numa extremidade livre, tal onda refletida será de tração e a tensão total na estaca nos instantes subsequentes será dada pela diferença entre as componentes de compressão (onda incidente) e de tração (onda refletida).

Quando a ponta da estaca repousa em um suporte rígido (extremidade fixa), de modo que quase nenhum deslocamento aparece nessa ponta, não será possível nenhuma aceleração de partícula e o movimento de partícula na onda refletida será no sentido oposto ao da onda incidente. A onda de tensão refletida tem o mesmo sinal que o da onda incidente e a tensão total é dada pela superposição (soma) das componentes incidente e refletida.

As figuras 4.3-3a e 4.3-3c ilustram essas duas condições de extremidade, quando a onda de tensão de compressão incidente atinge a ponta da estaca.

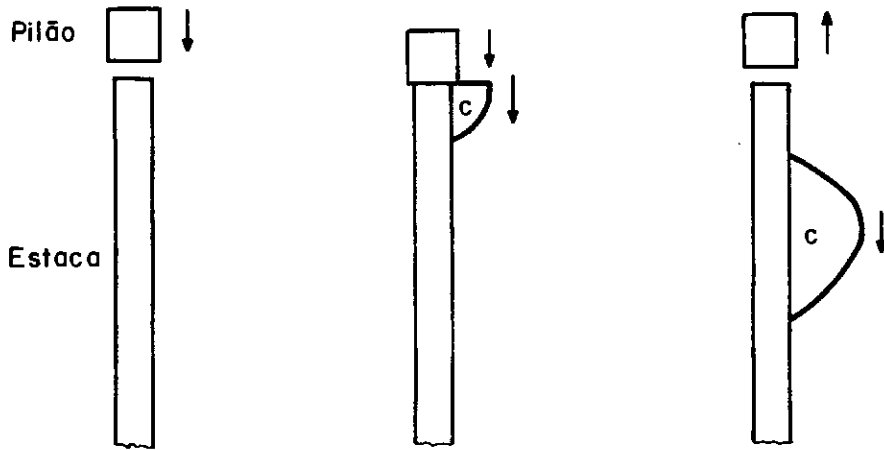


Fig. 4.3-2- Propagação de ondas na estaca.

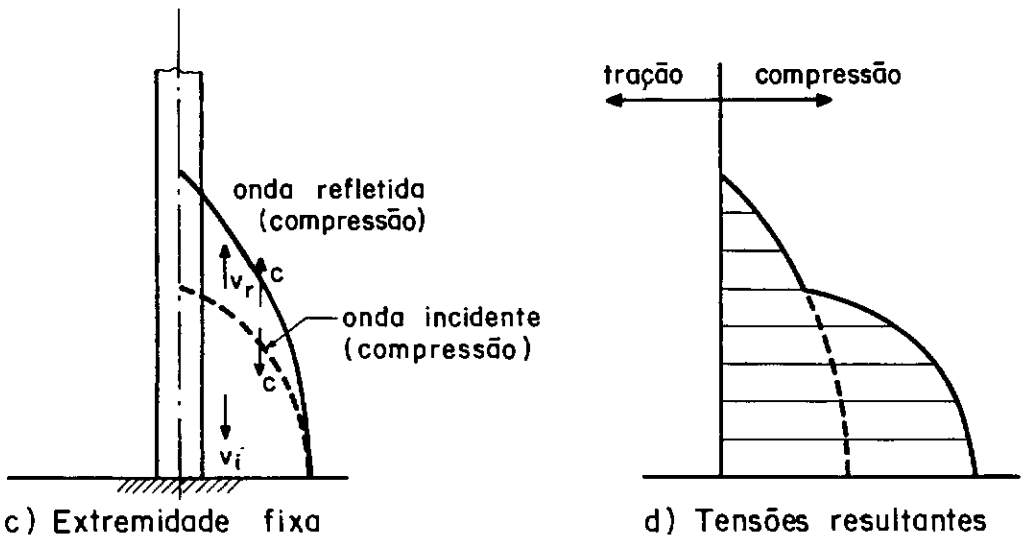
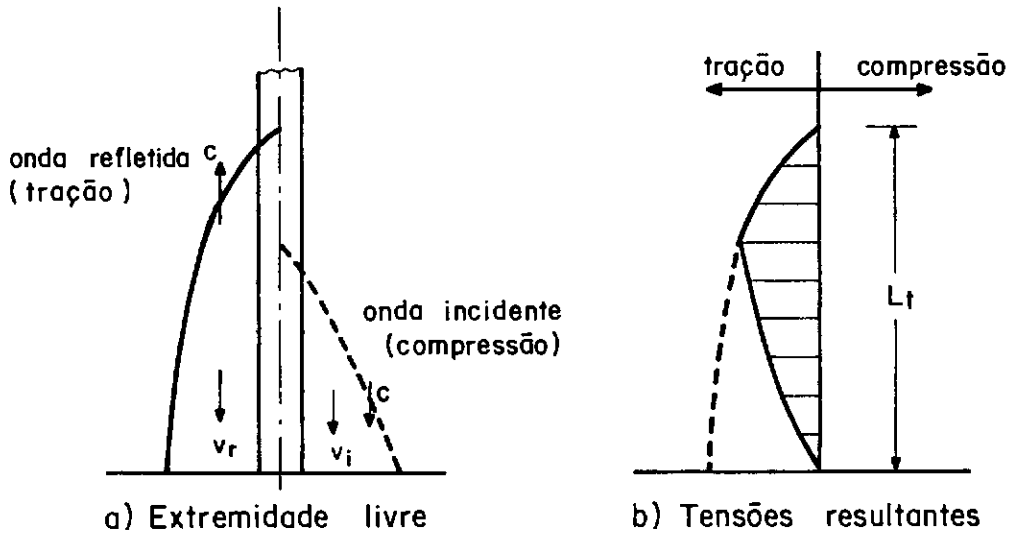


Fig. 4.3-3- Reflexão de ondas na ponta da estaca.

Na distribuição de tensão da figura 4.3-3b, é significativo que a tensão total (líquida) é de tração ao longo do comprimento  $L_t$  a partir da ponta da estaca e que a maior tensão de tração não ocorre exatamente na ponta e sim acima dela. Isto ilustra como as tensões de tração são desenvolvidas em uma estaca durante a sua cravação se o material através do qual ela é cravada oferece pouca resistência e que os danos devidos a essas tensões de tração (principalmente em estacas de concreto) podem ocorrer a uma distância significativa da ponta. Após a superposição na ponta da estaca, as ondas refletidas propagam-se ao longo do fuste em direção ao topo da estaca (figuras 4.3-3a e 4.3-3c).

Rausche, Goble e Moses (1971) apresentaram registros dinâmicos das forças na estaca, plotados em função do tempo  $\frac{L}{c}$  e do comprimento  $L$  da estaca. As medições foram realizadas no topo e em três posições ao longo da estaca, utilizando-se acelerômetros (com "tape-recorder"), um oscilógrafo e "strain-gauges". As relações força-tempo para as demais posições foram obtidas por interpolação, produzindo uma superfície de força na estaca, em função do comprimento e do tempo. Esse gráfico tridimensional é mostrado na figura 4.3-4, para o caso em que a resistência na ponta da estaca é reduzida.

Pode-se observar uma força compressiva, resultante de uma onda de compressão, que se desloca para a ponta da estaca com velocidade de propagação  $c$ . Essa onda atinge a ponta da estaca no instante  $L/c$  após o impacto, gerando, então, uma onda de tração refletida (devido a baixa resistência de ponta), que se propaga em direção ao topo da estaca. A força de tração da onda

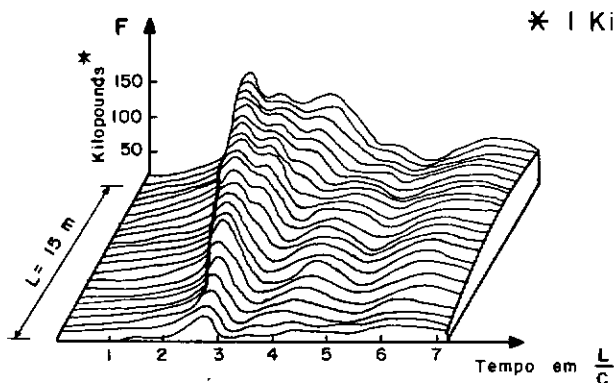


Fig. 4.3-4- Forças em uma estaca durante um golpe do martelo no caso em que a resistência de ponta é pequena. (Rausche, Goble e Moses, 1971).

refletida reduz o efeito subsequente da força de compressão devido ao impacto do martelo, criando, assim, o vale de forças que é ilustrado na figura. Note-se que a força no topo da estaca decresce após um intervalo de tempo, aproximadamente igual a  $2L/c$  após o impacto, ou seja, o tempo necessário para a onda de tensão se deslocar a partir do topo para a ponta e retornar ao topo da estaca. Esse decréscimo de força pode fornecer uma indicação, no topo da estaca, do caráter da resistência da ponta da estaca.

Na figura 4.3-5 é ilustrado um caso em que a ponta da estaca atingiu uma camada de solo resistente. Como no caso anterior, a onda de compressão proveniente do impacto atinge a ponta da estaca no instante  $\frac{L}{c}$  após o impacto. Entretanto, como desta vez a onda refletida é de compressão, à medida que ela se propaga em direção ao topo, provoca acréscimos de tensões compressivas ao longo da estaca.

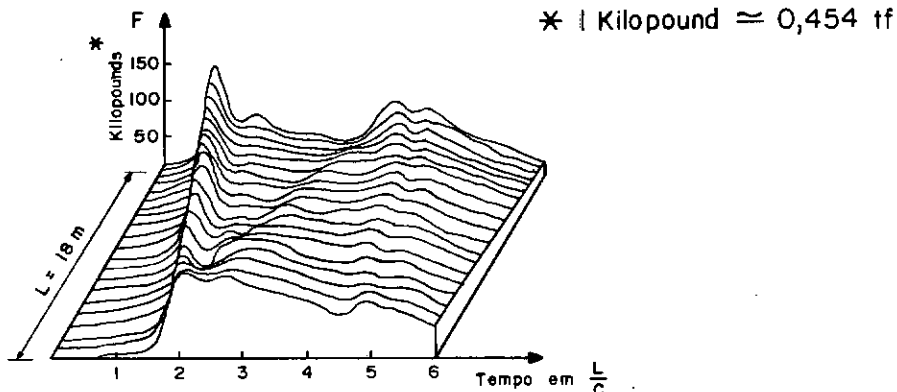


Fig. 4.3-5- Forças em uma estaca durante um golpe do martelo no caso de resistencia de ponta elevada. ( Rausche, Goble e Moses, 1971 ).

#### 4.3.2.3 - Análise da Força de Cravação

Para que uma estaca possa ser cravada, é necessário que ela, de uma maneira qualquer, seja submetida a uma força que exceda a resistência última do terreno. A penetração da estaca pode ser provocada por um pulso de força gerado na estaca por um golpe do martelo de cravação. A estaca só penetrará no solo se a força de cravação  $F$  exceder um certo valor limite  $F_{lim}$ , e a sua penetração será determinada pelo excesso de força  $(F - F_{lim})$  em combinação com o tempo durante o qual ele atua.

No caso de uma estaca ideal, sem amortecimento interno ou atrito lateral, a força de cravação  $F$  se propaga ao longo da estaca sem se modificar, até atingir a ponta da estaca no instante  $\frac{L}{c}$ . Se o deslocamento elástico da ponta da estaca for desprezado e a resistência de ponta suposta constante, durante a penetração da estaca, esta pode ser calculada por:

$$s. = \int_{t_1}^{t_2} v_p dt \quad (4.3-15)$$

onde  $v_p$  é a velocidade de partícula da ponta da estaca no instante  $t$ ,  $t_0 = \frac{L}{c}$  e  $(t_2 - t_1)$  o intervalo de tempo durante o qual a ponta da estaca penetra no solo.

A velocidade de partícula da ponta da estaca é dada pela diferença entre as velocidades de partícula das ondas incidente e refletida:

$$v_p = v_i - v_r \quad (4.3-16)$$

Supondo que a ponta da estaca só se move após a intensidade da força de onda resultante da superposição das ondas incidente e refletida exceder a resistência da ponta da estaca  $F_p$ , tem-se que:

$$F_i - F_r = F_p \quad (4.3-17)$$

mas,

$$v_i = \frac{F_i}{Z}$$

e

$$v_r = \frac{F_r}{Z} = \frac{F_i - F_p}{Z}$$

donde, das equações 4.3-16 e 4.3-17, vem:

$$v_p = \frac{2F_i - F_p}{Z} \quad (4.3-18)$$

Portanto, a penetração da ponta da estaca pode ser expressa em função das equações (4.3-15) e (4.3-18), da forma:

$$s = \int_{t_1}^{t_2} \frac{2F - F_p}{Z} dt \quad (4.3-19)$$

onde  $F$  é a força de impacto, suposta transmitida integralmente à ponta da estaca;  $F_p$  é a resistência do solo na ponta da estaca e  $Z$  a impedância da estaca.

De acordo com as equações (4.3-18) e (4.3-19), pode-se observar que se  $F \leq \frac{F_p}{2}$ , tanto a velocidade como a penetração da ponta da estaca são negativas ou nulas. Portanto, a força limite para que a estaca penetre no solo é igual à metade da resistência do solo na ponta da estaca. Isto pode ser evidenciado quando se analisa um diagrama de impacto (figura 4.3-6). (A força de impacto  $F$  e a resistência do solo  $F_p$  são funções do tempo e podem, portanto, ser representadas em um diagrama de impacto. A força de impacto é a força que é transmitida à estaca pelo golpe do martelo. O diagrama de impacto mostra como essa força de impacto varia com o tempo).

De acordo com o diagrama de impacto da fig. 4.3-6 e a fórmula 4.3-19, a penetração da estaca ocorre apenas durante o intervalo de tempo  $(t_2 - t_1)$ , quando  $F > \frac{1}{2} F_p$ . Segue-se, portanto, que quanto maior a duração desse intervalo de tempo e quanto maior a diferença  $(F - \frac{F_p}{2})$ , mais a estaca penetra no solo. A área sombreada do diagrama fornece, portanto, uma indicação da penetração da estaca, enquanto que a área hachuriada representa somente o deslocamento elástico e a compactação (indesejável) do solo. Note-se que a penetração ocorre durante somente uma fração

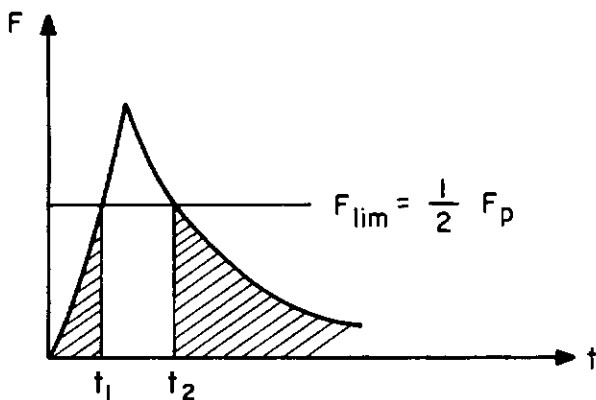


Fig. 4.3-6- Diagrama de impacto para um martelo de queda livre.

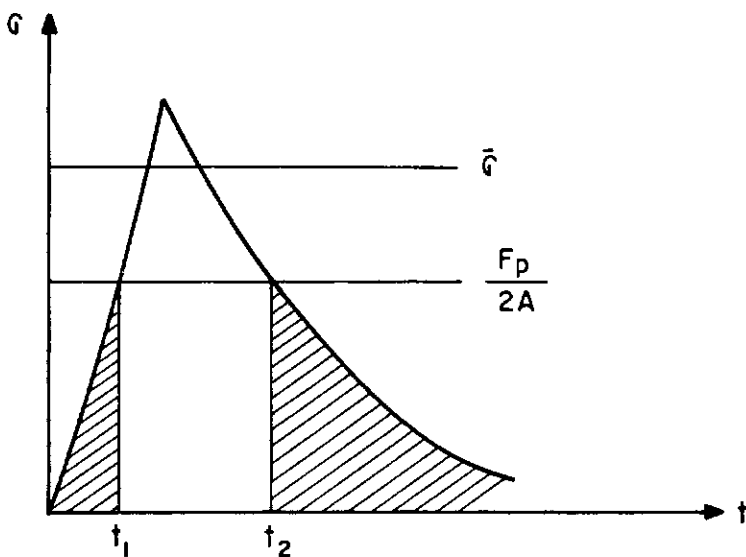


Fig. 4.3-7- Diagrama de tensões no impacto.

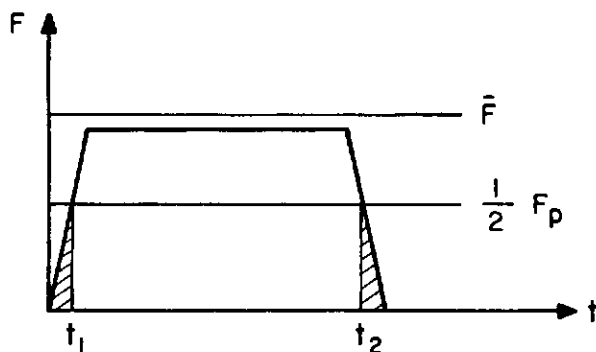


Fig. 4.3-8- Diagrama de impacto ideal.

da duração total do impacto.

À primeira vista, pode parecer muito simples aumentar a velocidade de penetração de uma estaca durante a sua cravação, aumentando-se somente a intensidade da força de impacto. Entretanto, a força que pode ser exercida na estaca é limitada pela máxima tensão admissível do material da estaca,  $\bar{\sigma}$ . Se essa tensão  $\bar{\sigma}$  é excedida (figura 4.3-7), podem ocorrer danos na cabeça da estaca ou fissuras no fuste.

Um diagrama de impacto ideal seria aquele em que a força de cravação  $F$  excedesse a resistência do solo por mais tempo possível e não excedesse a força admissível  $\bar{F}$  do material da estaca (figura 4.3.8).

Os diagramas de impacto produzidos pelos martelos convencionais (queda livre, vapor e diesel) mostram, todos eles, um pico de força pronunciado, que ocorre somente durante um curto intervalo de tempo após o início do impacto, e que é imediatamente seguido por um rápido decréscimo na força (figuras 4.3-7 e 4.3-8).

As resistências que o solo exerce sobre a estaca, produzem ondas que se dirigem para o seu topo, e que, ao atingí-lo, penetram no martelo. A força de impacto é influenciada por essas ondas e, assim, pelo solo. Portanto, o diagrama de impacto de um certo martelo não é determinado apenas pelo martelo, como muitas vezes se supõe.

#### 4.3.3 - Modelo Mais Real de Propagação

A teoria de cravação de estacas, como exposta até aqui, foi a mais simples possível. Entretanto, a fim de ser possível a sua utilização na prática, deve-se considerar o amortecimento interno e a resistência lateral.

Todos os materiais apresentam amortecimento. Algumas vezes mínimo, como no caso do aço (desde que as tensões não excedam a tensão de escoamento), outras vezes mais, como nos casos do concreto e da madeira. Apesar disso, quando se analisa o processo de cravação de estacas, de um modo geral, não é necessário levar em conta o amortecimento, devido à curta duração do impacto (50 milisegundos é um tempo comparativamente longo). Na análise, o amortecimento resulta em um fator da forma  $e^{-\beta t}$ . Se  $t$  e  $\beta$  são extremamente pequenos, como no caso de cravação de estacas,  $e^{-\beta t}$  aproxima-se de um valor próximo à unidade e, então, esses fatores podem ser omitidos. (O amortecimento interno da estaca parece ter algum efeito significativo para estacas muito longas, cravadas em terreno muito resistente. Ver item 6.3-2).

A resistência lateral, ao contrário, dificilmente pode ser desprezada. Para efeito de análise, considerou-se a resistência lateral constituída apenas pelo atrito lateral.

Durante a cravação, o pulso de força se propaga através da estaca com uma velocidade de propagação constante, na parte livre (acima do terreno), sem diminuir a sua amplitude. À medida que o pulso de força se propaga na parte enterrada da es-

taca, a sua amplitude se reduz (devido à absorção da energia pelo solo), ao mesmo tempo em que ele provoca a penetração da estaca. A figura (4.3-9) ilustra esse fato.

A absorção de energia pelo solo ocorre, principalmente, devido às resistências que o solo oferece à penetração da estaca, conforme ilustra a figura 4.3-9d. Conseqüentemente, a teoria da propagação da onda deve ser estendida para levar em conta, também, o atrito lateral.

Se uma força de atrito lateral  $R$  é aplicada em alguma seção transversal intermediária ao longo do fuste da estaca, uma onda de tensão de tração e uma de compressão serão induzidas nas faces opostas da seção, provocando, então, a propagação de duas ondas de tensão em sentidos opostos, a partir dessa seção. Numa estaca de seção transversal uniforme, essas duas ondas terão a mesma intensidade de tensão, porém, sinais opostos. Essas ondas geradas pela resistência podem ser superpostas à onda decorrente do impacto.

Na realidade, o atrito lateral normalmente é distribuído ao longo de todo o comprimento enterrado da estaca. Para efeito de análise, pode-se supor que o atrito lateral atua apenas em pontos discretos ao longo do fuste, de modo que o atrito lateral, a um certo nível, é equivalente ao atrito lateral distribuído sobre uma pequena área adjacente (figura 4.3-10). Assim, se esses "pontos de aplicação de atrito" estão distanciados de  $a$ , o atrito concentrado deve ser igual ao atrito distribuído sobre a distância  $\frac{1}{2}a$  acima e  $\frac{1}{2}a$  abaixo do ponto de ação do atrito. As partes do fuste com comprimentos iguais a  $a$ , situadas entre os

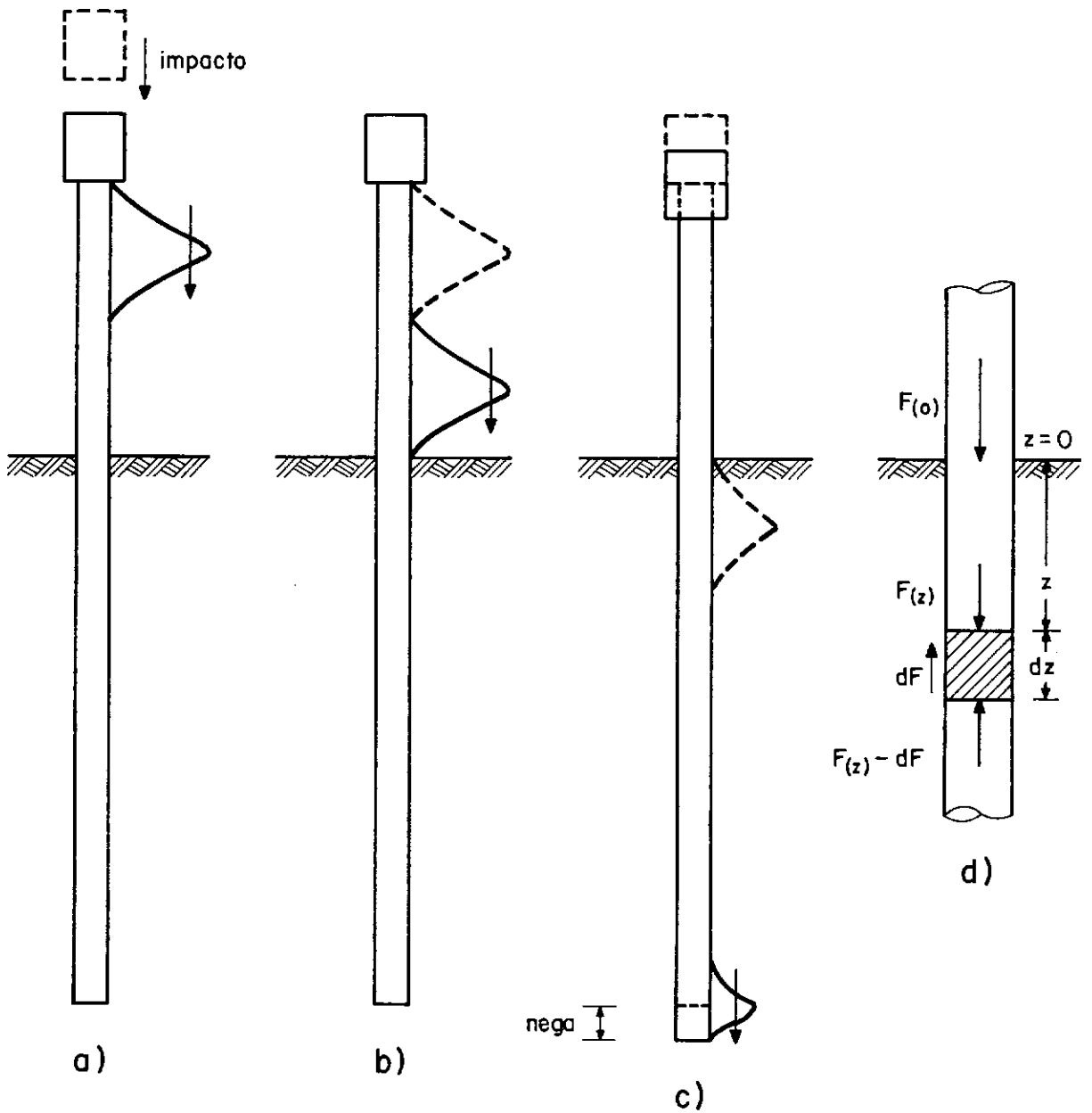


Fig. 4.3 - 9 - a) Pulso gerado; b) Propagação do pulso; c) Nega da ponta da estaca, d) Absorção de energia pelo solo.

pontos de ação do atrito, podem ser consideradas como partes de uma barra não sujeita a atrito lateral, e, conseqüentemente, todas as fórmulas deduzidas e analisadas para o caso sem atrito ainda são válidas. A análise pode, então, ser estendida para levar em conta o efeito de uma resistência de atrito concentrada  $R$ . Para simplificar, pode-se supor que essa resistência seja constante e dependa apenas do sentido do movimento da estaca, conforme ilustra a figura 4.3-11a.

As ondas que chegam a um certo nível de ação do atrito devem estar em equilíbrio com essa resistência. As intensidades das forças de onda dessas ondas que chegam à interface, são supostas conhecidas e iguais a  $F_{1i}$  e  $F_{2i}$  (figura 4.3-12):

$$F_{1i} + F_{1r} = R + F_{2i} + F_{2r} \quad (4.3-20)$$

A resistência  $R$  é suposta conhecida e as forças das ondas que se propagam a partir do ponto de aplicação dessa resistência são  $F_{1r}$  e  $F_{2r}$ .

A velocidade da partícula na seção será única e pode ser calculada a partir de  $F_{1i}$  e  $F_{2r}$ :

$$v = \frac{F_{1i} - F_{1r}}{Z} = \frac{F_{2r} - F_{2i}}{Z} \quad (4.3-21)$$

Sendo  $Z$  a impedância da estaca, donde:

$$F_{1r} + F_{2r} = F_{1i} + F_{2i} \quad (4.3-22)$$

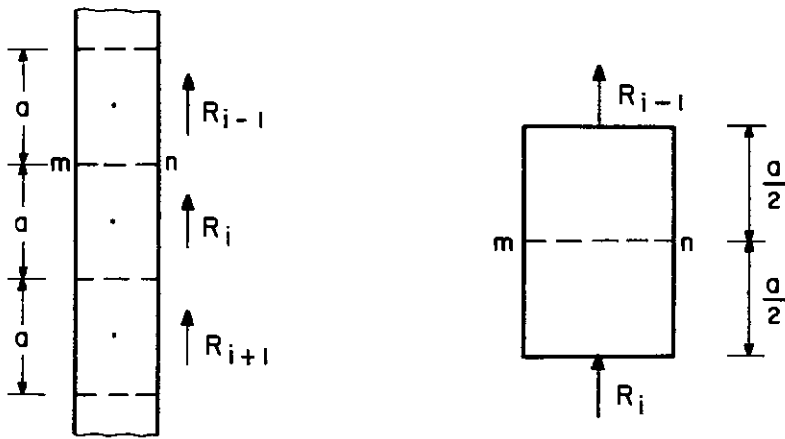


Fig. 4.3-10- Distribuição da resistência lateral em pontos discretos.

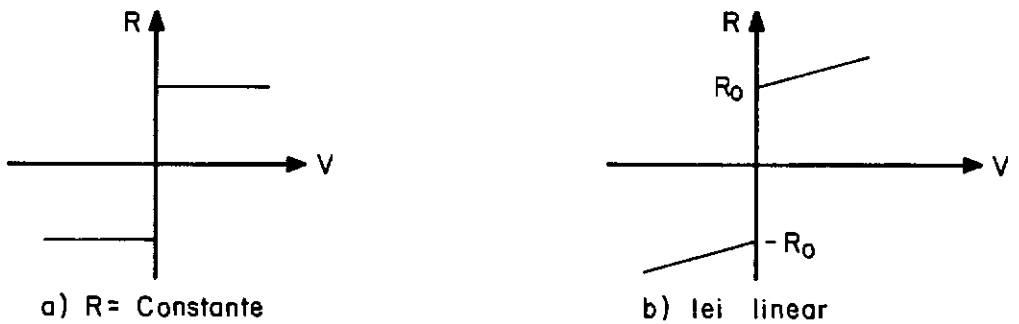


Fig. 4.3-11- Variação da resistência do solo com a velocidade.

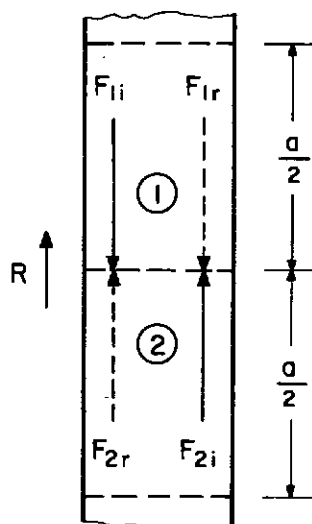


Fig. 4.3-12- Interação Resistência do solo x Força de onda.

A solução dessas equações leva a:

$$F_{1r} = F_{2i} + \frac{1}{2}R \quad (4.3-23)$$

$$F_{2r} = F_{1i} - \frac{1}{2}R \quad (4.3-24)$$

e

$$v = \frac{F_{1i} - F_{2i} - \frac{1}{2}R}{Z} \quad (4.3-25)$$

A análise mostra que cada vez que um ponto de aplicação da resistência de atrito  $\bar{e}$  é encontrado, a onda que se dirige da cabeça para a ponta da estaca,  $\bar{e}$  reduzida pela metade da força de atrito ( $\frac{1}{2}R$ ) e, simultaneamente, a onda que se propaga da ponta para o topo da estaca,  $\bar{e}$  acrescida de uma força igual  $\bar{a}$  metade da força de atrito resistente. Isso se aplica a velocidades da estaca positivas (do topo para a ponta). No caso de velocidades negativas, o sinal de  $R$  deve ser modificado.

Deve-se ressaltar que, quando se faz uma outra su posição para a maneira pela qual a força de atrito lateral  $R$  depende de  $v$ , os mesmos resultados são obtidos de maneira análoga. Em análises dinâmicas, comumente supõe-se que o atrito lateral varia linearmente com a velocidade, tomando-se como fator de proporcionalidade o coeficiente de amortecimento  $J$ .

Assim, para  $R$  variando conforme o gráfico da figura 4.3-11b, tem-se:

$$R = R_0(1 + Jv) \quad (4.3-26)$$

ou, de acordo com as equações (4.3-25) e (4.3-26).

$$R = R_0 \frac{Z + J(F_{1i} - F_{2i})}{Z + \frac{1}{2}JR_0} \quad (4.3-27)$$

Observe-se que se a estaca, em um certo instante, está em repouso ( $v = 0$ ), (como, por exemplo, antes do reinício da cravação) o atrito lateral pode ter qualquer valor entre  $R_0$  e  $(-R_0)$ , dependendo de  $F_{1i}$  e  $F_{2i}$  (ver figura 4.3-11).

A análise mostra, portanto, que mesmo nos casos em que a resistência por atrito lateral atua, a equação da onda po de ser utilizada, partindo-se do caso mais simples em que o atrito não é considerado.

## CAPÍTULO V - APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA UTILIZANDO

### O MÉTODO NUMÉRICO PROPOSTO POR SMITH

#### 5.1 - Modelo Proposto por SMITH

5.1.1 - Apresentação

5.1.2 - Justificativa

5.1.3 - Esquema de Cálculo

5.1.4 - Resolução da Equação da Onda

#### 5.2 - Análise dos Parâmetros Envolvidos

5.2.1 - Martelo de Cravação

5.2.2 - Acessórios de Cravação

5.2.3 - Estaca

5.2.4 - Solo

5.2.5 - Outros Fatores

#### 5.3 - Programação

#### 5.4 - Discussão do Método - Aprimoramentos

V. APLICAÇÃO DA EQUAÇÃO DA ONDA UTILIZANDO O  
MÉTODO NUMÉRICO PROPOSTO POR SMITH

5.1 - Modelo Proposto por SMITH

5.1.1 - Apresentação

Pode-se definir um modelo como sendo um meio (físico ou matemático) de descrever o comportamento de um sistema ou material, sob determinadas condições de carregamento. Sob este contexto, o sistema martelo-estaca-solo pode ser idealizado através de um modelo constituído basicamente por:

1. Um pilão (ram)
2. Um cepo (capblock)
3. Um capacete (pile cap)
4. Um coxim (cushion)
5. Uma estaca
6. O solo

Smith (1960) propôs um modelo onde tal sistema é discretizado sob forma de pesos e molas apropriados, conforme ilustra a figura 5.1-1.

As massas distribuídas do martelo, dos acessórios de cravação e da estaca são divididas em uma série de elementos constituídos de pesos concentrados  $W_2$  a  $W_p$ , conectados por

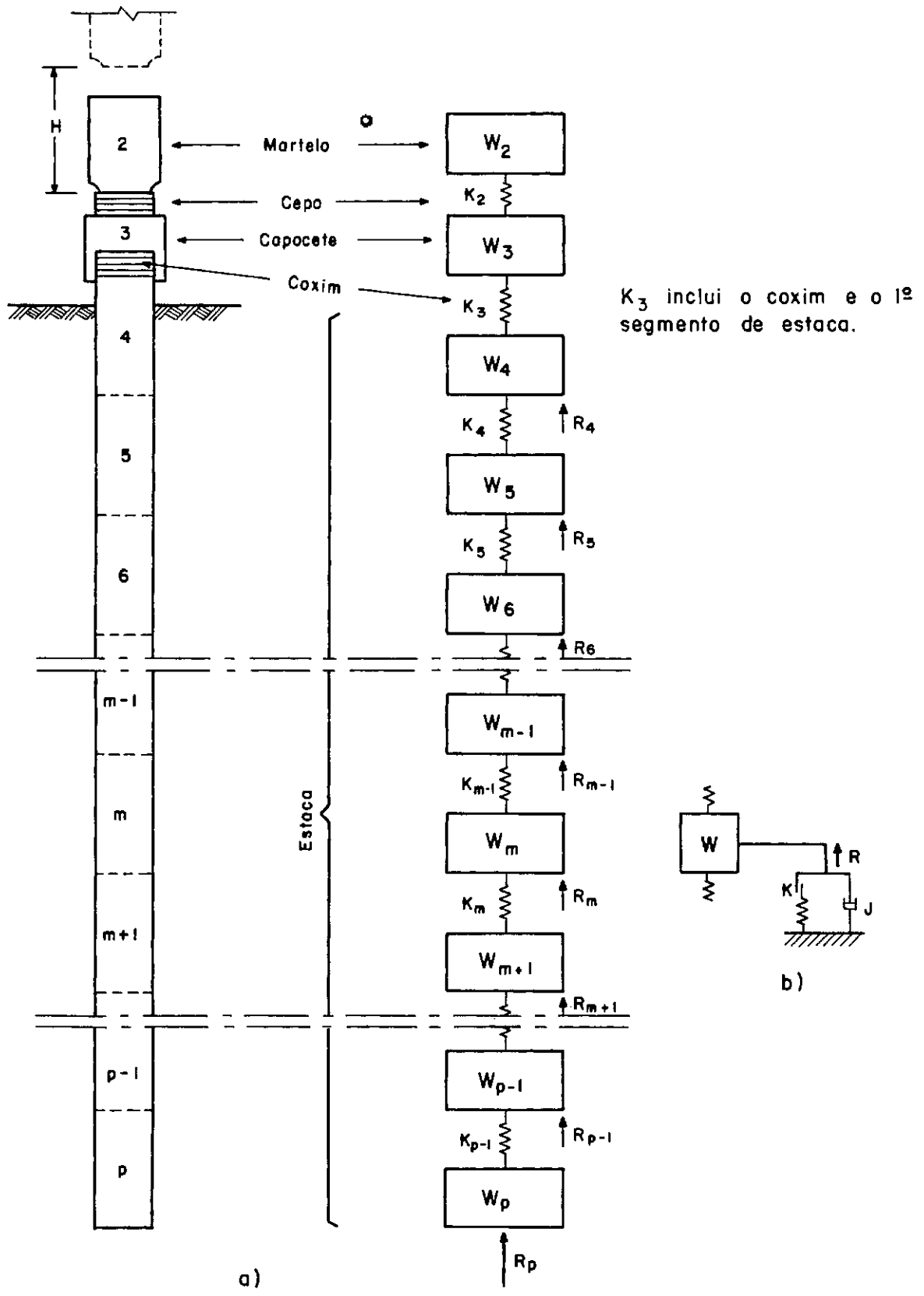


Fig. 5.1-1- a) Modelo proposto por SMITH (1960) para o sistema martelo - estaca - solo. b) Simulação da resistência do solo.

molhas sem peso de constantes elásticas  $k_2$  a  $k_{(p-1)}$ . A resistência do solo ( $R_4$  a  $R_p$ ) é representada por uma série de molhas elasto-plásticas ligadas em série a blocos de atrito e associadas em paralelo a amortecedores. Obviamente, a resistência do solo atua apenas nos elementos de estaca em contato com o solo ( $W_4$  a  $W_p$ ).

O modelo permite modificações que podem ser facilmente introduzidas para levar em conta as particularidades de cada caso específico, como por exemplo, a não existência do coxim ou da resistência do solo por atrito lateral, considerada desprezível.

#### 5.1.2 - Justificativa

No modelo, as características dos pesos e das molhas são simuladas de maneira a representar o mais realisticamente possível, as propriedades físicas de cada componente do sistema martelo-estaca-solo.

Como normalmente o pilão do martelo e o capacete são objetos curtos, pesados e rígidos, eles podem, para efeito de análise, ser simulados por pesos individuais sem elasticidade. Na figura 5.1-1, o pilão e o capacete são representados, respectivamente, pelos pesos  $W_2$  e  $W_3$ .

O cepo e o coxim são constituídos por materiais elásticos, possuem dimensões e pesos desprezíveis em relação aos do pilão e da estaca, podendo, portanto, ser simulados por molhas sem peso. Na figura 5.1-1, o cepo é representado pela mola  $k_2$  enquanto que o coxim é levado em conta na mola  $k_3$ . Essas

molhas sãõ transmitem esforços de compressãõ pois o cepo e o coxim nãõ possuem ligações rĩgidas nem com o martelo e nem com o capacete.

È evidente que o pilãõ, o capacete, o cepo ou o coxim, dependendo das suas caracterĩsticas, podem ser simu lados de maneira diferente. Por exemplo, embora na figura 5.1-1 o pilãõ tenha sido considerado como um elemento rĩgido, se o seu comprimento for relativamente longo, ele pode ser subdividido em uma sãrie de elementos constituĩdos de pesos e molhas.

A estaca ã um elemento estrutural longo, es belto, pesado, porãem relativamente compressĩvel devido ao seu com primento. Portanto, para efeito de anãlise, a estaca tambãem pode ser dividida em uma sãrie de segmentos ou elementos. O peso de cada segmento ã representado por um peso individual ( $W_1$  a  $W_p$ ) e a elasticidade de cada segmento ã representada por uma mola indi vidual ( $k_1$  a  $k_{(p-1)}$ ) na figura 5.1-1). Se a estaca tiver seçãõ transversal constante e for constituĩda de um ãnico material, os pesos e as molhas que a representam sãõ iguais entre sĩ. Entretan to, se a estaca possuir seçãõ transversal variãvel ou for compos ta, esses pesos e molhas deverãõ ser diferentes entre sĩ, de for ma a representar da melhor maneira possĩvel, a distribuiçãõ real de peso e elasticidade ao longo do comprimento da estaca.

Note-se que o peso do elemento ã concentra do na sua parte inferior para levar em conta a compressãõ da es taca, pois a anãlise ã feita do topo para a ponta.

Portanto, na figura 5.1-1, a mola  $k_1$  repre senta, tanto a elasticidade do coxim, como a do primeiro elemen to da estaca.

O modelo descrito permite representar a propagação de ondas que ocorre no sistema martelo-estaca-solo, durante a cravação da estaca. Para esclarecer a ação da onda de impacto no modelo, SMITH (1960) apresentou uma analogia empregando ondas marítimas. Apesar destas serem transversais e aquela, essencialmente longitudinal, os princípios envolvidos são os mesmos.

Por exemplo, se uma tira longa e flexível é colocada flutuando na superfície de uma massa de água na qual uma onda moderadamente longa se propaga, ela se ajustará perfeitamente à ação de onda, conforme a figura 5.1-2.a



Figura 5.1-2.a

Para propósitos de análise matemática, essa tira elástica pode ser representada por uma série de pequenas bóias rígidas ligadas entre si por fios flexíveis, como na figura 5.1-2.b. Embora seja uma aproximação, os erros podem ser considerados desprezíveis se essas bóias flutuarem sobre a onda exatamente como a tira original.

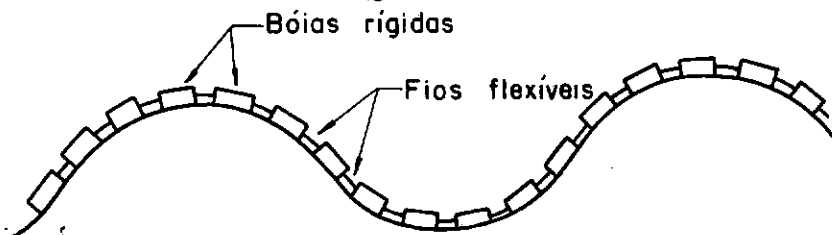


Figura 5.1-2.b

Entretanto, se o comprimento dessas bóias for da ordem do comprimento da onda, elas não mais se ajustarão

ã forma da onda. Se o seu comprimento for aumentado, a semelhança com a forma real da onda desaparecerã completamente (figura 5.1-2.c).

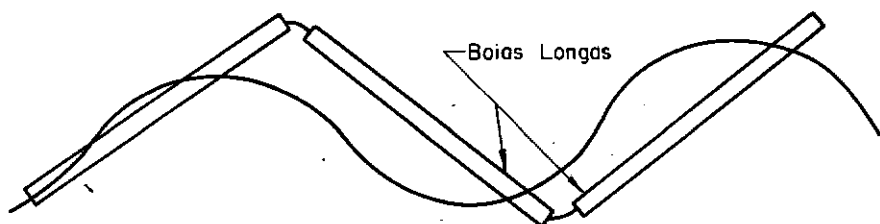


Figura 5.1-2.c

Pode-se concluir, então, que a estaca deve ser dividida em elementos de comprimento consideravelmente menores que os da onda de impacto. Smith recomendou que o comprimento desses elementos poderia ser da ordem de 1,5 a 3,0 metros pois a onda de impacto possui um comprimento de onda longo, em decorrência da sua velocidade de propagação e da duração do impacto.

Na análise do comportamento estático de uma estaca, é comum considerar a resistência do solo atuando na ponta e ao longo da sua superfície lateral. No modelo, tal conceito de resistência do solo é simulado através de forças concentradas nos elementos de estaca em contato com o solo.

Entretanto, como a cravação de uma estaca é um fenômeno dinâmico, a resistência que o solo oferece à penetração da estaca é também dependente da sua velocidade de penetração. É para levar em conta tanto esta parcela dinâmica como a estática, que no modelo a resistência do solo é simulada por meio de molas, blocos de atrito e amortecedores, associados de maneira semelhante ao do modelo reológico idealizado por KELVIN.

A mola elasto-plástica (mola elástica + blo

co de atrito), que simula a componente estática da resistência do solo, possui, de acordo com CHELLIS, um comportamento força  $\times$  deslocamento bi-linear (elasto-plástico) que depende de um certo deslocamento elástico limite (denominado QUAKE) e da resistência estática última do solo. Esta é distribuída entre os elementos de estaca, sendo a "constante de mola" do solo, então, calculada pela relação entre a resistência estática última e o quake.

A componente dinâmica da resistência é suposta visco-elástica e portanto calculada como o produto de um fator de amortecimento  $J$  (simulado pelo amortecedor) pelos valores instantâneos da velocidade e da resistência estática.

Note-se que a ponta da estaca só atingirá uma penetração plástica após todas as resistências últimas das molas de solo dos elementos de estaca forem atingidas.

Embora esta interação estaca - solo, adotada no modelo seja relativamente simples, ela pode ser justificada pela simples razão de que realmente pouco se sabe, até agora, acerca da natureza e do comportamento da resistência do solo durante a cravação de uma estaca. (No capítulo VII são apresentados e discutidos modelos e algoritmos mais sofisticados).

As características e o comportamento de cada componente do modelo assim bem como dos parâmetros envolvidos serão discutidos posteriormente com mais detalhes (ver item 5.2).

### 5.1.3 - Esquema de Cálculo

Um algoritmo ou esquema de cálculo pode ser definido como uma seqüência de operações matemáticas idealizada para manipular o modelo na solução de um determinado problema.

O esquema de cálculo empregado consiste em uma aproximação por diferenças finitas em um espaço unidimensional, através de uma integração explícita em relação ao tempo. (Um esquema de cálculo é dito explícito quando todas as quantidades, num determinado intervalo de tempo  $(n+1)\Delta t$ , são dependentes dos valores que elas assumiram no intervalo de tempo anterior,  $n\Delta t$ ). Assim, os deslocamentos, as forças e as velocidades de cada componente do sistema são descritos por uma série de equações que podem ser obtidas a partir de uma aplicação intuitiva do balanço de energia ao sistema. Essas equações podem ser conjugadas de modo a se obter uma única equação, que é numericamente equivalente à equação da onda, escrita sob forma de diferenças finitas.

O esquema de cálculo é iterativo e a análise é feita supondo que toda a carga (um golpe do martelo) é aplicada de uma só vez e que a estaca inicialmente encontra-se em repouso. O tempo, durante o qual a ação de onda ocorre, é dividido em pequenos intervalos e as iterações são realizadas de forma a satisfazer as relações força x deslocamento em cada elemento do sistema. A resposta de cada elemento é, então, calculada separadamente em cada intervalo de tempo.

Smith comparou o processo à elaboração dos quadros de um filme em desenho animado. Como o filme é projetado a uma

velocidade de 24 quadros por segundo, para que o movimento de um objeto pareça real, o seu movimento em um quadro deve diferir do movimento no quadro precedente de  $1/24$  segundos. Se o movimento é uniforme, os deslocamentos em quadros sucessivos devem ser uniformes; se é uniformemente acelerado (por exemplo, queda livre), os deslocamentos devem diferir de quantidades crescentes.

Portanto, em um desenho animado:

- O tempo é dividido em intervalos de  $1/24$  segundos.
- Em um único quadro não é mostrado nenhum movimento.
- O movimento é conseguido fazendo-se cada quadro sucessivo diferir do precedente somente o necessário para representar as mudanças ocorridas durante um intervalo de tempo.

O processo de cálculo da ação de onda é bastante semelhante:

- O tempo é dividido em pequenos intervalos.
- É suposto que todas as velocidades, forças e deslocamentos mantenham valores fixos durante qualquer intervalo de tempo particular.
- As velocidades, forças e deslocamentos para cada

intervalo de tempo são computadas de forma a diferirem das existentes no intervalo de tempo precedente somente o necessário para representar as mudanças ocorridas durante um intervalo de tempo.

#### 5.1.4 - Resolução da Equação da Onda

A resolução da equação da onda, através da aplicação do esquema numérico proposto por SMITH, é feita analisando-se o comportamento de cada elemento do modelo em cada intervalo de tempo. Esta análise, que é realizada a partir do martelo, é repetida tantas vezes quantas necessárias, até que toda a estaca deixe de penetrar no solo.

A análise inicia-se com o impacto entre o pilão do martelo e o cepo, que se encontra posicionado sobre o capacete de cravação, conforme a figura 5.1-3a. É suposto que todos os elementos do sistema estão inicialmente em repouso, com exceção do pilão, que possui uma velocidade inicial  $v_2^0$ . (Na análise que se segue, cada variável é caracterizada por um superscrito  $t$  que representa o instante  $t + \Delta t$  e por um subscrito  $m$  que identifica o elemento de peso  $W_m$ ).

No início do primeiro intervalo de tempo ( $t = 1$ ), o pilão ( $W_2$ ), com uma velocidade igual a  $v_2^0$ , choca-se com a mola  $K_2$ , que simula o cepo. No final deste intervalo de tempo, o deslocamento sofrido pelo pilão é dado por:

$$D_2^1 = v_2^0 \Delta t$$

Este deslocamento, que é igual à compressão  $C_2^1$  na mola  $K_2$ , provoca uma força no cepo, calculada por:

$$F_2^1 = K_2 C_2^1 = K_2 D_2^1$$

Esta é a força resultante que atua no pilão e no capacete ( $W_3$ ), acelerando-os respectivamente para cima e para baixo (figura 5.1-3b), de acordo com as seguintes expressões:

$$a_2^1 = F_2^1 \frac{g}{W_2}$$

$$a_3^1 = F_2^1 \frac{g}{W_3}$$

Em decorrência dessas acelerações, tanto o pilão como o capacete, adquirem novas velocidades, dadas por:

$$v_2^1 = a_2^1 \Delta t$$

$$v_3^1 = a_3^1 \Delta t$$

Os deslocamentos provocados por estas novas velocidades são computados no intervalo de tempo seguinte. O estado geral do sistema no final do primeiro intervalo de tempo acha-se ilustrado na figura 5.1-3b.

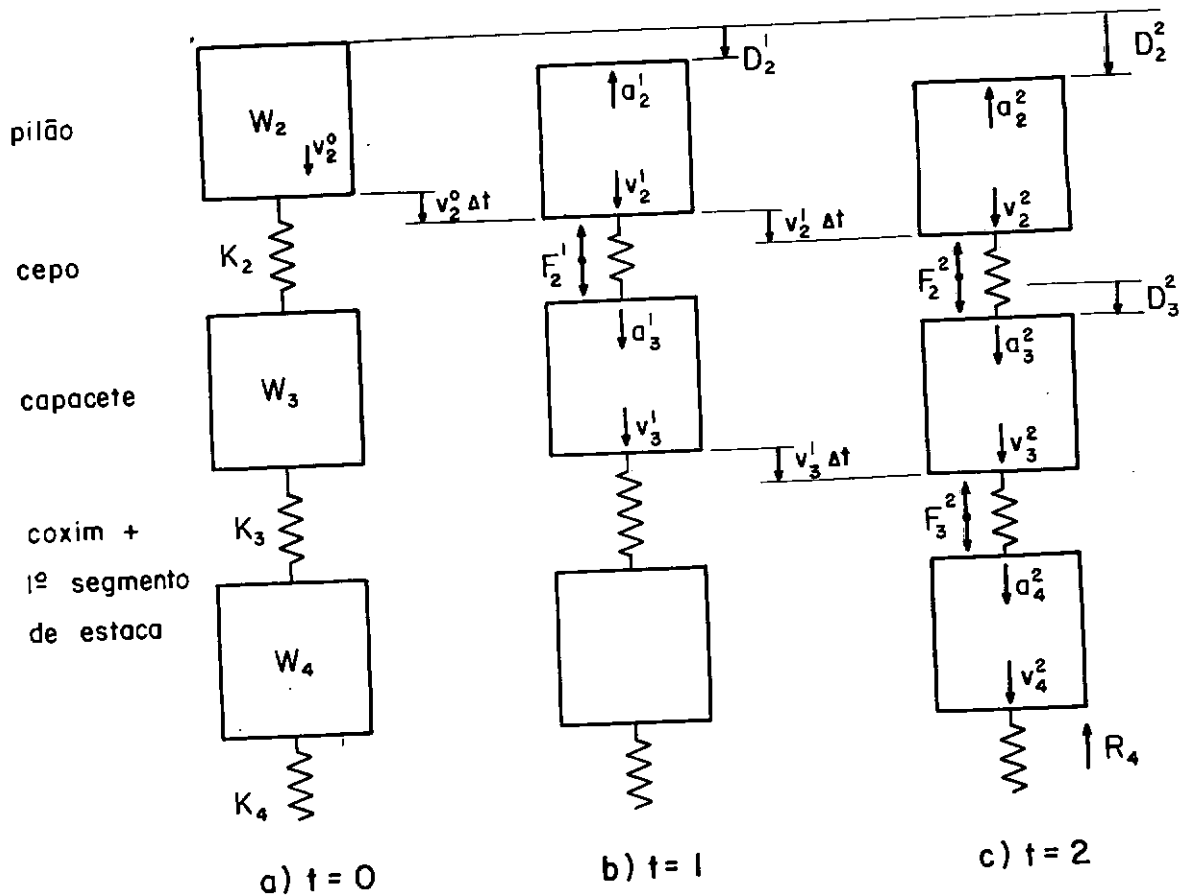


Fig. 5.1-3 - Ilustração do início da análise, com as primeiras iterações.

Assim, no final do segundo intervalo de tempo ( $t=2$ ), os deslocamentos (totais) do pilão e do capacete são respectivamente:

$$D_2^2 = D_2^1 + v_2^1 \Delta t$$

$$D_3^2 = D_3^1 + v_3^1 \Delta t = v_3^1 \Delta t$$

Note-se que, durante o segundo intervalo de tempo, o pilão se desloca de  $v_2^1 \Delta t$  e o capacete de  $v_3^1 \Delta t$ , permanecendo os demais elementos em repouso, conforme ilustra a fig.5.1-3c.

As compressões, entre o pilão e o capacete e entre o capacete e o primeiro segmento de estaca, são respectivamente:

$$C_2^2 = D_2^2 - D_3^2$$

$$C_3^2 = D_3^2 - D_4^2 = D_3^2$$

As forças de compressão correspondentes são:

$$F_2^2 = K_2 C_2^2$$

$$F_3^2 = K_3 C_3^2$$

$F_3^2$  representa, portanto, a intensidade da força que é aplicada ao topo da estaca no final do segundo intervalo de tempo.

As forças (de aceleração) resultantes que atuam, respectivamente, no pilão, no capacete e no primeiro segmento de estaca, obtidas através do equilíbrio de forças em cada elemento, são:

$$F_{a_2}^2 = -F_2^2$$

$$F_{a_3}^2 = F_2^2 - F_3^2$$

$$F_{a_4}^2 = F_3^2 - R_4^2$$

onde  $R_4^2$  representa a resistência do solo que atua no primeiro seg

mento de estaca ( $W_4$ ). As acelerações correspondentes são calculadas dividindo-se a força resultante que atua em cada elemento, pela sua respectiva massa:

$$a_m = F_{am} \frac{g}{W_m}$$

onde  $m$  = elemento genérico.

As novas velocidades são calculadas por:

$$v_2^2 = v_2^1 + F_{a_2} \frac{g}{W_2} \Delta t$$

$$v_3^2 = v_3^1 + F_{a_3} \frac{g}{W_3} \Delta t$$

$$v_4^2 = F_{a_4}^2 \frac{g}{W_4} \Delta t$$

Estas novas velocidades provocam novos deslocamentos nos elementos, que são calculados no intervalo de tempo seguinte.

Nos intervalos de tempo subsequentes, os cálculos progridem de maneira análoga à descrita, atingindo os demais elementos do sistema.

Na estaca, o deslocamento instantâneo  $D_m^t$  de um elemento  $m$  qualquer é calculada somando-se ao deslocamento o corrido no intervalo de tempo anterior  $D_m^{t-1}$ , o produto da sua velocidade  $v_m^{t-1}$  pelo intervalo de tempo  $\Delta t$ . Ou seja: dada as condições iniciais  $D_m^{t-1}$  e  $v_m^{t-1}$  (tempo =  $(t-1)\Delta t$ ), o deslocamento  $D_m^t$  (tempo =  $t \Delta t$ ) é calculado pela equação:

$$D_m^t = D_m^{t-1} + v_m^{t-1} \cdot \Delta t \quad (5.1.4-1)$$

Em um determinado instante  $t \Delta t$ , os deslocamentos de dois elementos adjacentes ( $W_m$  e  $W_{m+1}$ ) provocam uma compressão  $C_m^t$  na mola  $k_m$  existente entre eles (ver fig. 5.1-4b), dada por:

$$C_m^t = D_m^t - D_{m+1}^t \quad (5.1.4-2)$$

Essa compressão resulta em uma força elástica na mola  $k_m$ :

$$F_m^t = k_m C_m^t \quad (5.1.4-3a)$$

ou

$$F_m^t = k_m (D_m^t - D_{m+1}^t) \quad (5.1.4-3b)$$

A resistência do solo e as duas forças elásticas que atuam no elemento  $W_m$  (figura 5.1-4c), resultam em uma força  $F_{am}^t$  que acelera ou desacelera o elemento:

$$F_{am}^t = F_{m-1}^t - F_m^t - R_m^t \quad (5.1.4-4)$$

onde  $R_m^t$  é a resistência do solo, suposta dependente dos deslocamentos  $D_m^t$  e será discutida posteriormente no item 5.2-4.

A força de aceleração  $F_{am}^t$  provoca uma nova velocidade no elemento  $m$  que é calculada pela equação convencional da velocidade:

$$v = v_0 + a \cdot t$$

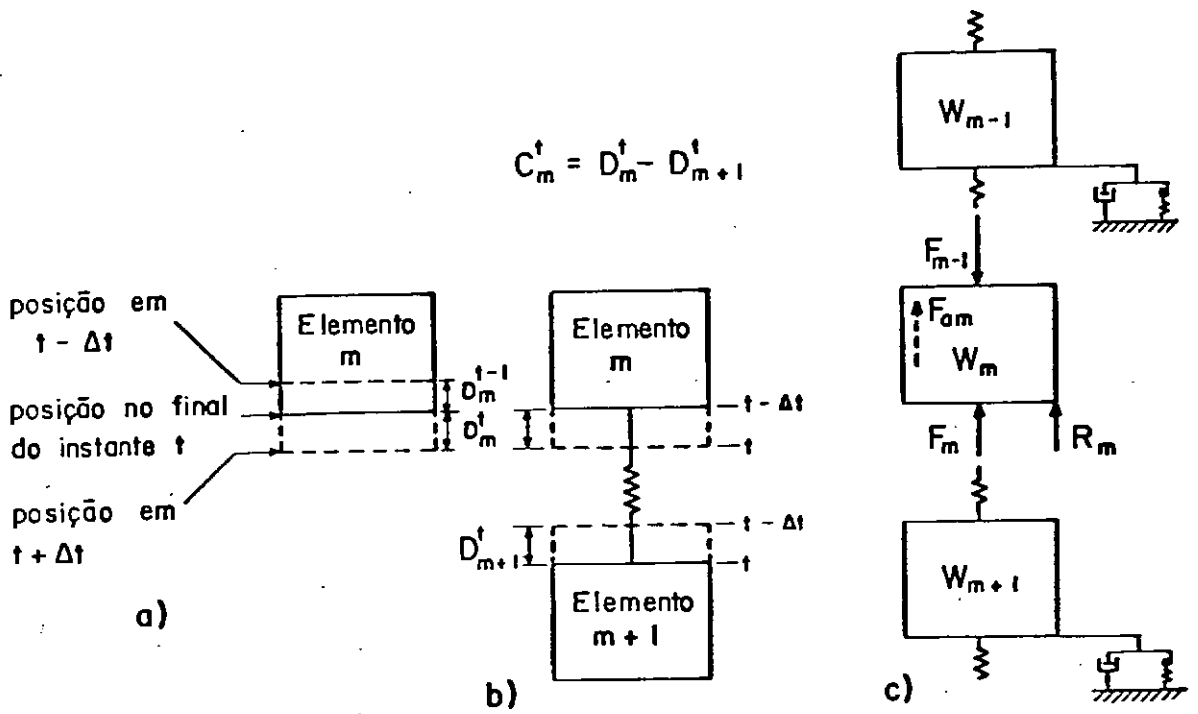


Fig. 5.1-4- Deslocamentos e forças no elemento  $m$ .

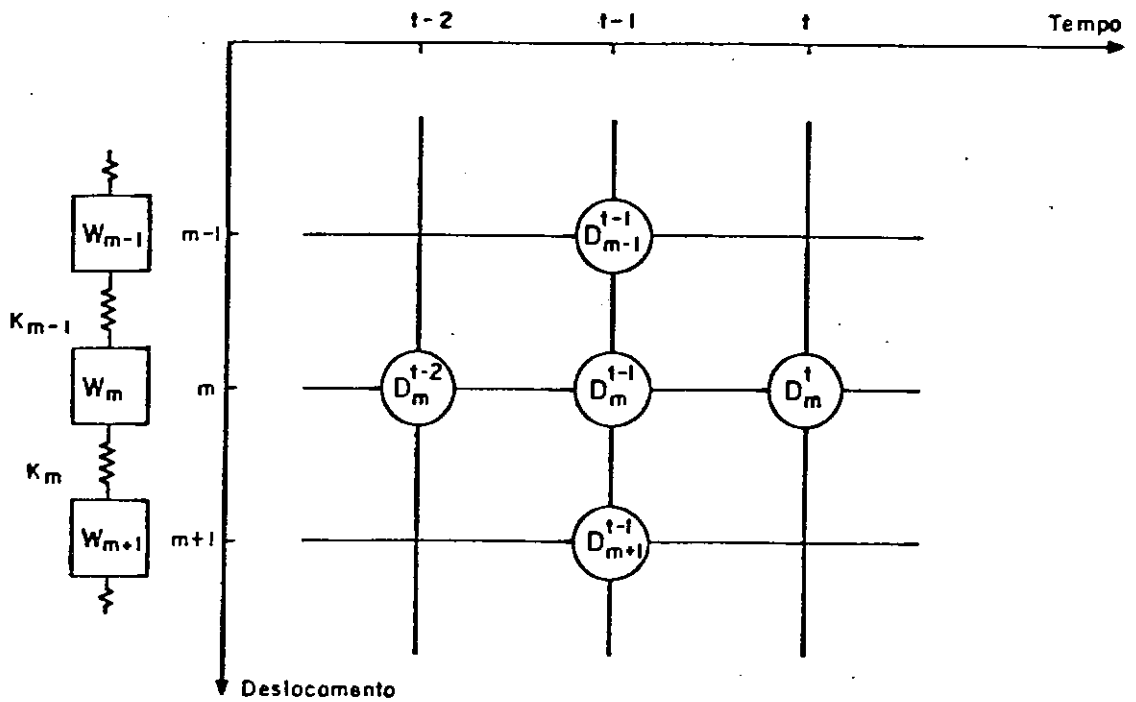


Fig. 5.1-5 - Malha de diferenças finitas.

ou:

$$v_m^t = v_m^{t-1} + \frac{F_{am}^t}{W_m} g \cdot \Delta t \quad (5.1.4-5)$$

Esta nova velocidade provoca, por sua vez, um novo deslocamento  $D_m^{t+1}$  no intervalo de tempo seguinte e o ciclo se repete para cada elemento, em cada intervalo de tempo, até que todas as velocidades se anulem ou mudem de sentido.

A equação geral de deslocamento do elemento  $m$ , no instante  $t$ , pode ser obtida multiplicando-se a equação da velocidade por  $T = \Delta t$ :

$$v_m^{t-1} T = v_m^{t-2} T + \frac{F_{am}^{t-1}}{W_m} g T^2 \quad (5.1.4-5a)$$

mas:

$$v_m^{t-1} T = D_m^t - D_m^{t-1} \quad (5.1.4-5b)$$

e por analogia,

$$v_m^{t-2} T = D_m^{t-1} - D_m^{t-2} \quad (5.1.4-5c)$$

Portanto, a equação de deslocamento ficará:

$$D_m^t - D_m^{t-1} = (D_m^{t-1} - D_m^{t-2}) + \frac{F_{am}^{t-1}}{W_m} g \cdot T^2 = v_m^t T$$

ou

$$D_m^t = 2D_m^{t-1} - D_m^{t-2} + \frac{F_{am}^{t-1}}{W_m} g \cdot T^2 \quad (5.1.4-6)$$

onde:

$$F_m^{t-1} = \left[ K_{m-1} (D_{m-1}^{t-1}) - K_m (D_m^{t-1} - D_{m+1}^{t-1}) - R_m^{t-1} \right] \quad (5.1.4-7)$$

Pode-se provar que a equação 5.1.4-6 é equivalente à equação da onda unidimensional, expressa sob forma de diferenças finitas:

Adotando a notação utilizada na análise do modelo, a equação da onda pode ser escrita da forma:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \pm R \frac{g}{W} = 0 \quad (5.1.4-8)$$

O termo  $\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}$  (aceleração) pode ser expresso sob forma de diferenças finitas (ver Forehand e Reese (1964) ou Bowles (1968)):

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2} = (D_m^t - 2D_m^{t-1} + D_m^{t-2}) \left(\frac{1}{\Delta t}\right)^2 \quad (5.1.4-9)$$

onde:  $D_m^t$  = deslocamento do elemento m no instante t.

$D_m^{t-1}$  = deslocamento do elemento m no instante (t - Δt).

$D_m^{t-2}$  = deslocamento do elemento m no instante (t - 2Δt).

Δt = intervalo de tempo de análise.

A figura 5.1-5 ilustra a malha de diferenças finitas correspondente.

Note-se que a formulação é uma análise retroativa, (i.e., utiliza-se dos valores dos deslocamentos ocorridos nos intervalos de tempo precedentes), pois no exato instante t de análise, não se conhecem os valores dos deslocamentos nos intervalos de tempo subseqüentes  $t + n\Delta t$ .

A equação 5.1.4-9 pode ser escrita da forma:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}(\Delta t)^2 = D_m^t - 2D_m^{t-1} + D_m^{t-2} \quad (5.1.4-10)$$

Aplicando a segunda lei de NEWTON, vem:

$$\frac{\partial^2 D}{\partial t^2}(\Delta t)^2 = F \cdot \frac{g}{W}(\Delta t)^2 \quad (5.1.4-11)$$

Portanto, combinando as equações 5.1.4-10 e 5.1.4-11, vem:

$$D_m^t - 2D_m^{t-1} + D_m^{t-2} = F \frac{g}{W}(\Delta t)^2 \quad (5.1.4.12)$$

ou:

$$D_m^t = 2D_m^{t-1} - D_m^{t-2} + \frac{F}{W} g (\Delta t)^2 \quad (5.1.4-13)$$

Como se observa, a equação 5.1.4-13 é idêntica à equação 5.1.4-6, deduzida atravês da análise do modelo.

Assim, embora a equação da onda não apareça explicitamente entre as equações básicas de SMITH, estas são combinadas para formar uma equação equivalente à equação da onda (diferenças finitas), onde se inclui a resistência do solo.

Resta observar que é possível adotar um esquema de cálculo alternativo, ligeiramente diferente do proposto por SMITH, baseado na aplicação convencional do método das diferenças finitas. Neste caso, o operador diferencial é obtido combinando-se as equações 5.1.4-6 e 5.1.4-7:

$$\begin{aligned}
 D_m^t = & 2D_m^{t-1} - D_m^{t-2} + \frac{g \cdot T^2}{W_m} \left[ K_{m-1} (D_{m-1}^{t-1} - \right. \\
 & - D_m^{t-1}) - K_m (D_m^{t-1} - D_{m+1}^{t-1}) - \\
 & \left. - R_m^{t-1} \right] \qquad (5.1.4-14)
 \end{aligned}$$

Aplicando-se este operador a cada elemento do sistema (martelo, capacete, segmentos de estaca), obtem-se, a cada intervalo de tempo, os valores dos deslocamentos dos elementos. Esta formulação, semelhante à proposta por Soderberg (1962), é mais simples e limitada que o esquema de Smith. Entretanto, devido à sua facilidade de cálculo, é facilmente programável nas calculadoras portáteis existentes no mercado.

No quadro 5.1-1 é apresentado um resumo das equações básicas empregadas no método de SMITH, expressas através de várias notações diferentes.

$$\text{Equação da Onda: } c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + R$$

Equações básicas de SMITH (1960):

SMITH	MECÂNICA	COMPUTACIONAL	INDEXADA	OBSERVAÇÕES
$D_m = d_m + v_m \Delta t$	$e = e_0 + v_0 \Delta t$	$D(M,T) = D(M,T-1) + V(M,T-1) * DT$	$D_m^t = D_m^{t-1} + v_m^{t-1} \Delta t$	Deslocamentos
$C_m = D_m - D_{m+1}$	$C = e_1 - e_2$	$C(M,T) = D(M,T) - D(M+1,T)$	$C_m^t = D_m^t - D_{m+1}^t$	Compressões
$F_m = K_m C_m$	$F = Kx$	$F(M,T) = K(M) * C(M,T)$	$F_m^t = K_m C_m^t$	Forças
$Z_m = F_{m-1} - F_m - R_m$	$F_{ac} = F_{m-1} - F_m - R_m$	$Z(M,T) = F(M-1,T) - F(M,T) - R(M)$	$F_{am}^t = F_{m-1}^t - F_m^t - R_m$	Resultantes
$V_m = v_m + Z_m \frac{g}{W_m} \Delta t$	$v = v_0 + a_c \Delta t$	$V(M,T) = V(M,T-1) + Z(M,T) * DT * G/W(M)$	$v_m^t = v_m^{t-1} + F_{am}^t \frac{g}{W_m} \Delta t$	Velocidades

Diferenças Finitas:

$$D_m^t = 2D_m^{t-1} - D_m^{t-2} + \frac{g \Delta t^2}{W_m} \left[ (D_{m-1}^{t-1} - D_m^{t-1}) K_{m-1} - (D_m^{t-1} - D_{m+1}^{t-1}) K_m - R_m^t \right]$$

Quadro 5.1-1 - Resumo das Equações

## 5.2 - Análise dos Parâmetros Envolvidos

### 5.2.1 - Martelo de Cravação

Um martelo de cravação pode ser considerado como uma fonte de energia utilizada para gerar um pulso de força na estaca capaz de vencer a resistência do solo, provocando então, a penetração da estaca.

O princípio básico de funcionamento da maioria dos martelos de cravação é o mesmo, e consiste em elevar um peso (o pilão) até uma certa altura e, em seguida, forçá-lo (pode ser por queda livre) a um movimento descendente. Desta maneira, ele transmite uma certa quantidade de energia à estaca. As diferenças principais entre os diversos tipos de martelo existentes (queda livre, diesel, a vapor, a ar comprimido etc.) residem nos sistemas utilizados para elevar o pilão.

A energia total disponível de um martelo não é transmitida integralmente à estaca, pois parte dela é consumida durante a operação de cravação, através de fenômenos, tais como o atrito entre o pilão e o cilindro, a pré-admissão de vapor ou ar, a pré-ignição do óleo diesel etc. Além disso, durante a transmissão da energia para a estaca, ocorrem perdas decorrentes do comportamento não elástico dos acessórios de cravação (cepo, capacete, coxim) e dos contatos entre os elementos.

Supondo, para efeito de análise, que não haja perdas de energia do martelo, no instante do impacto com a estaca, a energia cinética do pilão pode ser calculada por:

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2 \quad (5.2.1-1)$$

onde  $W$  é o peso do pilão,  $v$  a sua velocidade e  $g$  a aceleração da gravidade.

Se o pilão cai em queda livre, sua energia cinética é igual à potencial ( $E_p = W \cdot h$ ) e a sua velocidade é dada pela equação 5.2.1-2:

$$v = \sqrt{2 g h} \quad (5.2.1-2)$$

onde  $h$  é a altura de queda do pilão.

Portanto, a energia do pilão depende, basicamente, do seu peso e da sua altura de queda.

Na prática, podem ocorrer casos em que a quantidade de energia transmitida à estaca é inadequada para o conjunto estaca-solo em questão. Por exemplo, se essa energia for insuficiente para provocar a penetração da estaca, esta e o solo sofrem apenas compressões elásticas. Neste caso, a energia do martelo, que é armazenada nas compressões elásticas da estaca e do solo, é restituída sob forma de rechaço (rebound) do martelo. Por outro lado, é evidente que quanto maior a energia transmitida à estaca, maior será a possibilidade de cravação da estaca. Entretanto, se essa energia for excessiva, a estaca poderá sofrer danos por estar submetida a tensões maiores que as admissíveis pelo material que a compõe.

No item 4.2, demonstrou-se que a penetração da estaca só ocorre durante o intervalo de tempo em que a intensidade da força de impacto excede um certo valor limite dependente da

resistência do solo. Portanto, a penetração da estaca depende diretamente da forma e da duração do pulso de força de impacto, ou seja, do diagrama de impacto do martelo. A intensidade da tensão depende da velocidade no impacto e é dada pela relação (3.1.7):

$$\sigma = \frac{Ev}{c} \quad (5.2.1-3)$$

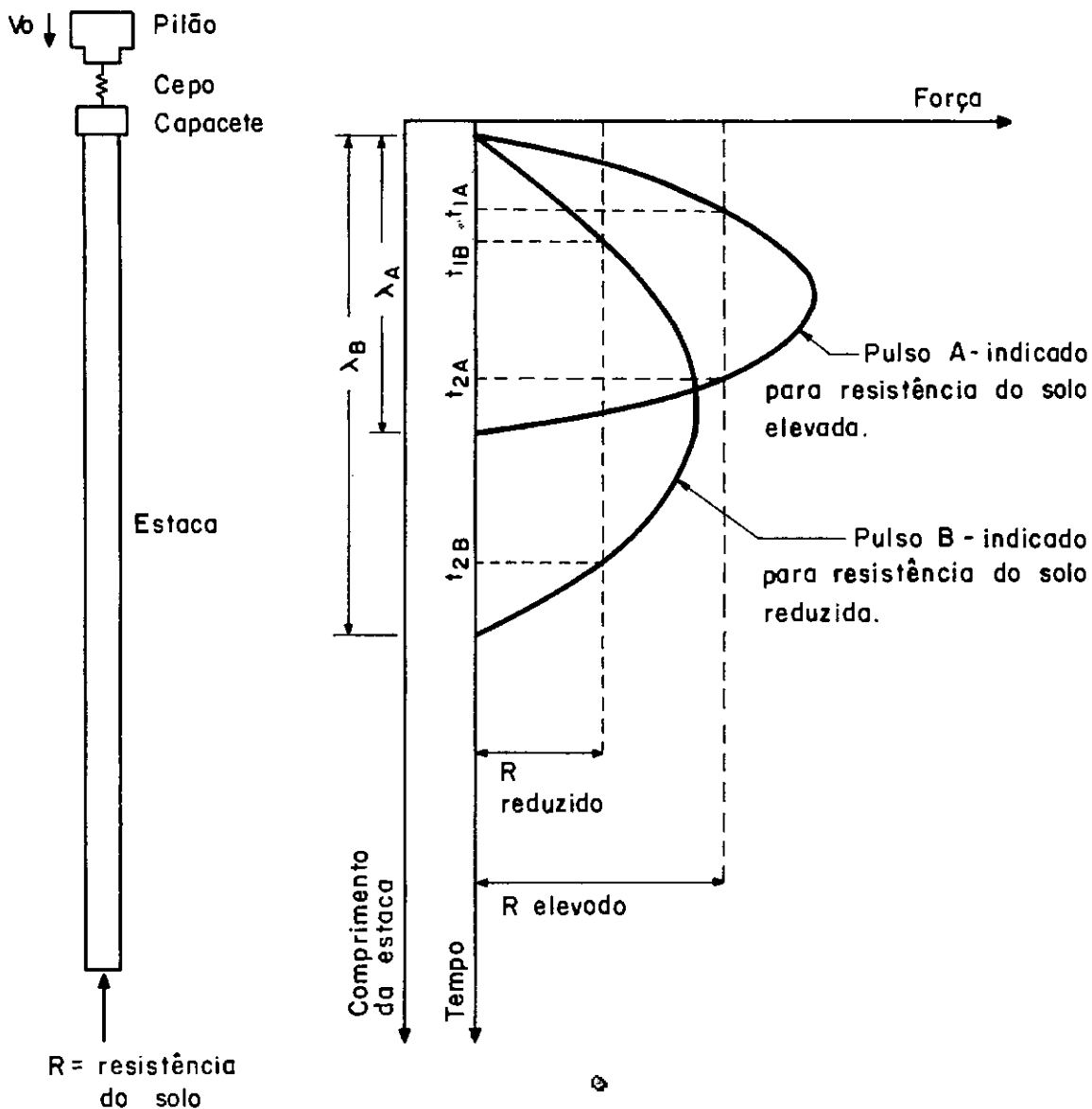
onde E representa o módulo de elasticidade do material da estaca e c a velocidade de propagação da onda.

Pode-se, portanto, caracterizar a forma e a duração do pulso de força, para uma certa energia de impacto, através do peso e da velocidade do pilão. Para uma mesma energia, um pilão mais leve e conseqüentemente mais veloz, provoca um pulso de força com um pico elevado e de curta duração, enquanto que um pilão mais pesado (e mais lento) provoca um pulso com o pico mais reduzido e de maior duração. Pode-se demonstrar (ver item 5.2.3), que a rigidez do cepo (e do coxim) também influi na forma e na duração do pulso: um cepo de grande rigidez provoca um pico de força elevado de curta duração. Estas considerações são ilustradas na figura 5.2-1, onde o pulso de força na estaca é plotado em função do tempo e do comprimento.

O comprimento de onda  $\lambda$ , da onda de tensão, é função da sua velocidade de propagação e da duração do impacto e é expresso pela equação 5.2.1-4:

$$\lambda = c T \quad (5.2.1-4)$$

Para um martelo de queda livre, de acordo com a teo



	Origens			características	
	Pilão	$V_0$	Cepo	Duração	Intensidade
Pulso A	Leve	Alta	Macio	Curta	Elevada
Pulso B	Pesado	Baixo	Rígido	Longa	Baixa

Fig. 5.2-1- Variações no pulso de força para uma mesma energia do martelo.

ria de impacto longitudinal de barras (item 3.3), a duração do impacto  $T$  corresponde ao tempo necessário para a onda se deslocar no pilão, partindo da superfície de impacto, percorrer o pilão até refletir-se na sua superfície superior e retornar à superfície de impacto:

$$T = \frac{2L_1}{c} \quad (5.2.1-5)$$

onde  $L_1$  é o comprimento do pilão.

Para ilustrar, considere-se um pilão de aço de 2,5m de comprimento. Supondo a velocidade de propagação da onda no aço igual a 5000 m/s, a duração do impacto e o comprimento de onda serão, respectivamente:

$$T = \frac{2 \cdot 2,5}{5000} = 0,001 \text{ s}$$

$$\lambda = 5000 \cdot 0,001 = 5,0\text{m}$$

Pode-se concluir que se uma estaca longa ( $L \gg 5,0\text{m}$ ) está sendo cravada por um golpe de tal pilão, enquanto parte dela está em movimento sob a ação da onda, a maior parte dela pode ainda estar em repouso.

Entretanto, no caso do martelo diesel, as forças provenientes da explosão da mistura ar - óleo diesel influem diretamente na forma e na duração do pulso que é transmitido à estaca. A operação do martelo diesel é iniciada elevando-se o pilão (ou batente) até uma altura inicial de partida, através do cabo da torre ou outro mecanismo qualquer. Solto, o pilão cai em queda

livre e, em sua trajetória, aciona a alavanca da bomba injetora, fazendo com que uma quantidade pré-determinada de óleo diesel seja depositada na superfície côncava da bigorna. Continuando em sua queda, o pilão passa pelas válvulas de admissão de ar e exaustão, vedando-as e evitando que o ar seja expulso do cilindro. A partir de então, o ar remanescente no cilindro é comprimido progressivamente. As superfícies do pilão e da bigorna são ajustadas de forma que, quando ocorre o choque, o óleo é atomizado e deslocado lateralmente para uma câmara de combustão anelar, onde o ar, altamente comprimido, provoca a explosão da mistura. A energia explosiva resultante possui o efeito de prolongar o pulso de força proveniente do choque do pilão com bigorna, conforme ilustra a figura 5.2-2. Portanto, é a combinação dessas energias (choque + explosão) que é transmitida à estaca.

O pilão permanece em contato com a bigorna por vários milissegundos, até que a força de expansão dos gases o impulsiona para cima, separando-o da bigorna. À medida que a distância pilão - bigorna aumenta, a pressão dos gases diminui, caindo a zero quando a face inferior do pilão abre as válvulas de exaustão. O pilão continua a subir, provocando uma sucção que faz com que o ar fresco penetre no cilindro através das válvulas de admissão. Quando o pilão atinge a máxima altura, o ciclo é completado, pois ele volta a cair, iniciando um novo golpe.

Para uma estaca de comprimento infinito (não há reflexão de força), o resultado de um ciclo de operação isolado como o descrito, é um pulso de força aplicado no topo da estaca similar ao ilustrado na figura 5.2-2f.

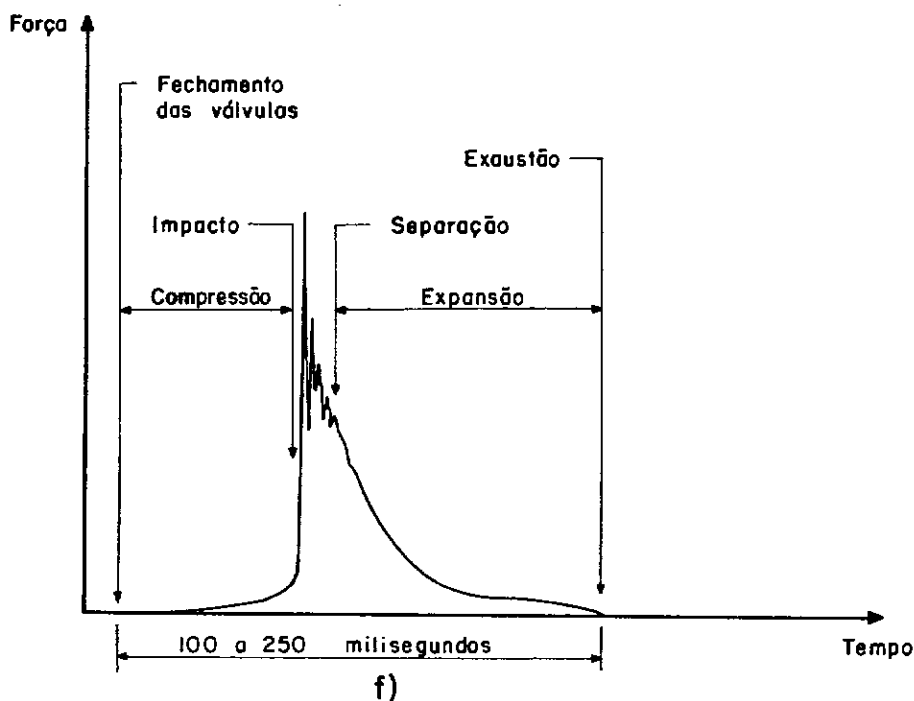
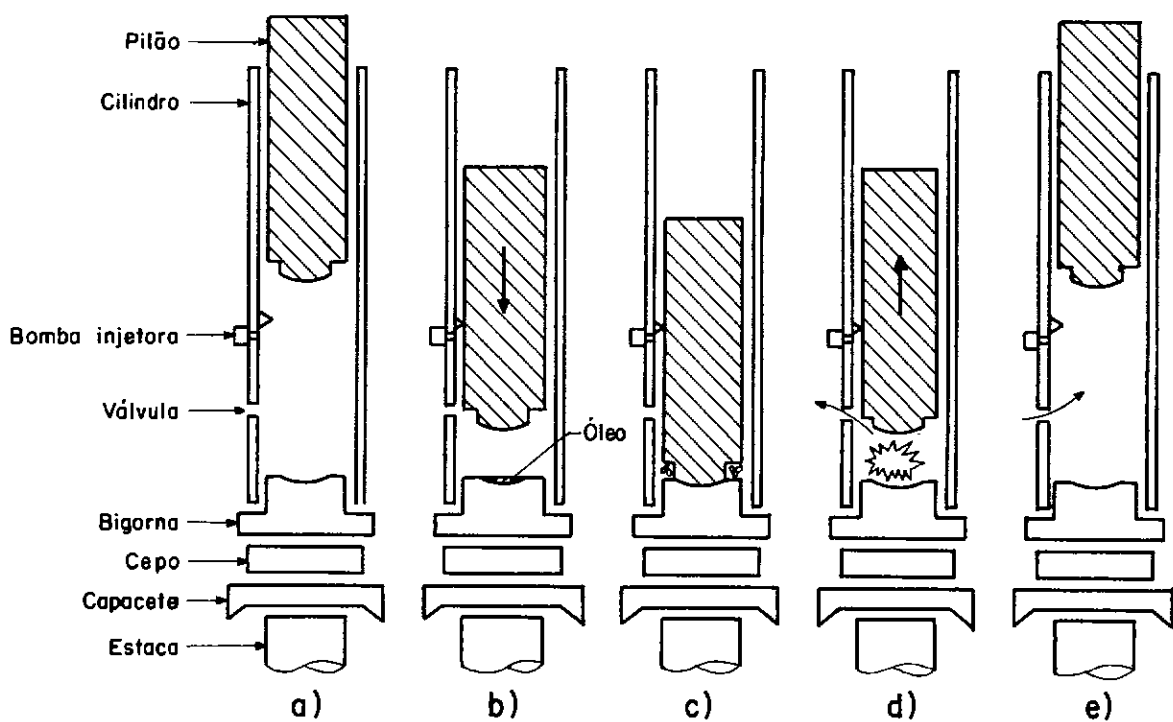


Fig. 5.2-2- Ciclo operacional de um martelo diesel: a) início do ciclo ; b) fechamento da válvula de admissão de ar e injeção do óleo ; c) impacto e ignição ; d) exaustão ; e) final do ciclo ; f) pulso de força gerado no topo da estaca. ( Rempe , 1977 )

A força na estaca é nula enquanto as válvulas de admissão e exaustão estão abertas e aumenta gradualmente após o fechamento, durante a fase de compressão do ar. Há um aumento súbito no instante do choque, seguido de uma oscilação durante a fase de combustão. Após a separação do pilão com a bigorna, a força decresce gradualmente durante toda a fase de expansão dos gases e cai a zero na exaustão. A duração do pulso, para a maioria dos martelos diesel, é da ordem de 100 a 250 milisegundos.

Note-se que, mesmo antes do choque do pilão com a bigorna, atua sobre a estaca a força proveniente da compressão do ar confinado na parte inferior do cilindro, que pode provocar deslocamentos no topo da estaca, principalmente no início da cravação.

É evidente que existe uma altura mínima de queda para que o martelo diesel possa funcionar continuamente, pois a explosão ocorre a partir da compressão da mistura ar - óleo pela queda do pilão. Após o primeiro golpe, essa altura de queda depende, basicamente, da resistência do solo à cravação e da força expansiva dos gases, que imprime ao pilão, o movimento ascendente.

Quando a resistência do solo é baixa, a combinação das forças de compressão do ar, do choque e da combustão provoca uma rápida aceleração na bigorna que dispende uma grande quantidade de energia, reduzindo, assim, a energia disponível para elevar o pilão. À medida que a resistência do solo aumenta, o movimento da bigorna decresce, resultando em uma quantidade maior de energia para elevar o pilão até uma altura de queda maior.

A dependência da altura de queda do pilão à resistência do solo à cravação torna difícil a avaliação da energia transmitida à estaca pelo martelo. Somente uma instrumentação sofisticada permite uma avaliação mais correta dessa energia. Entretanto, vários pesquisadores (Goble e outros (1971), Jansz e outros (1975), Tavenas e Audibert (1976) etc.), determinaram a altura de queda do pilão através da filmagem do martelo durante a operação de cravação.

De posse da altura de queda, a velocidade do pilão (necessária à aplicação do método de Smith) pode ser obtida a partir da equação da energia cinética, introduzindo-se um fator empírico denominado eficiência do martelo, que leva em conta as perdas de energia e outros fatores influentes:

$$E_c = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v^2 ef = Wh$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h \cdot ef} \quad (5.2.1-7)$$

onde ef representa a eficiência do martelo.

A velocidade calculada pela equação (5.2.1-7) é apenas uma aproximação. É interessante notar que, normalmente, os catálogos dos fabricantes dos martelos de cravação apresentam a energia nominal do martelo como o produto do peso do pilão pela sua altura de queda. Implicitamente, eles estão admitindo uma eficiência de 100%. Valores típicos para a eficiência de alguns martelos (em boas condições e operando em condições ideais), são apresentados na tabela 5.2-1, devida a Bowles (1974):

Tabela 5.2-1

Martelo	Eficiência
Vapor ou ar - ação simples	75% - 85%
Vapor ou ar - ação dupla	70% - 80%
Diesel	85% - 100%

No modelo de Smith, quando o pilão é muito longo em relação ao comprimento dos segmentos de estaca, deve-se subdividi-lo em uma série de pesos e molas. O mesmo procedimento deve se aplicar quando é utilizado um prolonga (follower) ou um mandril. A figura 5.2-3 ilustra como eles são simulados.

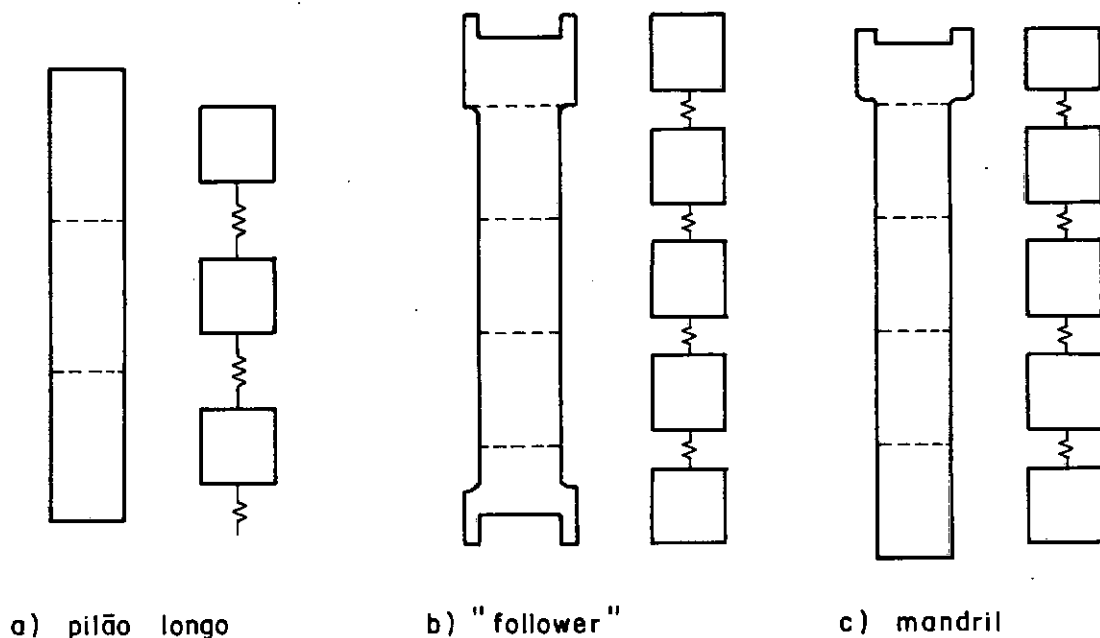


Fig. 5.2-3- Simulação possível de equipamentos de cravação.

Uma outra alternativa possível é a cravação pela ponta da estaca. A figura 5.2-4 ilustra uma estaca tubular cuja cravação é feita por meio de um martelo de queda livre que opera no interior da estaca. Neste caso, o modelo básico é modificado para levar em conta o impacto entre o pilão e a ponta da estaca.

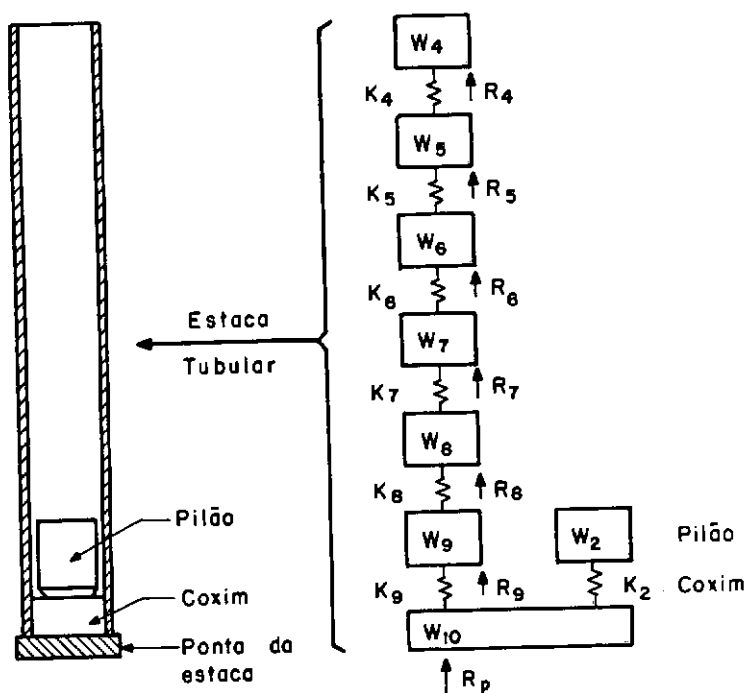


Fig. 5.2-4 - Simulação de cravação pela ponta da estaca.

## 5.2.2 - Acessórios de Cravação

### 5.2.2.1 - Cepos e Coxins

As denominações cepo e coxim, referem-se, respectivamente, aos materiais inseridos entre o martelo e o capacete de cravação, e entre o capacete e a estaca.

Embora um cepo (ou um coxim) seja utilizado para vários propósitos, a sua função principal é limitar as tensões de impacto, tanto no martelo como na estaca. Assim, o cepo, reduzindo as tensões de impacto no martelo, protege-o contra danos prematuros. Já o coxim, é utilizado mais especificamente para:

- 1) Distribuir a carga de impacto uniformemente sobre a superfície da cabeça da estaca;
- 2) Atenuar a força de impacto do pilão, de modo que tensão induzida na estaca não exceda a tensão de escoamento ou de ruptura do material que a compõe;
- 3) Controlar a duração do impacto, que, frequ<sup>l</sup>entemente, possui um efeito importante na penetração da estaca (ver diagramas de impacto no capítulo IV).

Os materiais constituintes dos cepos e coxins devem ser compatíveis com os do martelo, do capacete e da estaca (compatibilidade química, características de ruptura e absorção etc). Embora existam cepos constituídos de vários materiais, como madeira, plástico, alumínio, placas sandwiches de alumínio e madeira, cabos de aço etc., no Brasil são mais utilizados os cepos de madeira e os de cabos de aço. Estes últimos são constituídos por pedaços de cabos de aço que preenchem o máximo possível a reentrância do capacete. É necessário colocar uma chapa metálica sobre os cabos de aço para redistribuir uniformemente o impacto do martelo. (Com o uso, essa chapa apresenta uma superfície rugosa e um ligeiro empenamento; os cabos permanecem firmemente unidos

entre si e sã podem ser retirados do capacete por meio de equipamentos especiais).

Os cepos de madeira sã constituídos de pedaços de madeira que preenchem quase que totalmente a reentrância do capacete.

Normalmente, o cepo de cabos de aço é utilizado quando necessita-se de uma grande energia para a cravação da estaca, pois, neste caso, a madeira carboniza-se e desagrega-se em tempo relativamente curto.

Os coxins constituídos de madeira macia têm sido utilizados satisfatoriamente, porém, eles devem ser substituídos ao final da cravação. Outros materiais podem ser utilizados, tais como o próprio terreno, mistura brita + areia, pneu velho, palha ou estopa de linhaça, conforme recomendações do fabricante do martelo de cravação.

As características físicas dos cepos e coxins devem ser tais que, em conjunto, consigam transmitir eficientemente a energia do martelo para a estaca, sem perda excessiva da energia elástica. Como foi demonstrado no capítulo IV, a estaca sã penetrarã no terreno se essa energia for suficiente para vencer a inércia da estaca e a resistência do solo. Além disso, essa penetração é maior quanto mais intensa e de maior duração for a força de impacto.

A intensidade, a forma e o comprimento da onda de tensão introduzida na estaca pelo impacto de um pilão é influenciada pelas propriedades do pilão (peso e rigidez) e da rigidez

do coxim (forma do diagrama tensão - deformação, seção transversal, espessura e efeitos condicionantes causados pelos golpes repetidos). Na aplicação do método de Smith, o pilão normalmente é considerado como um corpo rígido (a não ser que seja longo e esbelto) e a sua rigidez não influencia significativamente o comportamento da estaca. Assim, a rigidez do coxim (ou do cepo) é um dos parâmetros mais importantes na determinação da força que é aplicada na cabeça da estaca e, portanto, da energia que é transmitida à estaca.

Verificou-se experimentalmente, (Relatório Michigan ou Hirsch, Lowery, Coyle e Sansom, 1970) que, para uma mesma energia de cravação, diminuindo-se a rigidez do coxim, a duração da força de impacto é aumentada, embora a sua intensidade seja reduzida. Portanto, a utilização de um coxim macio demais para desenvolver uma força de impacto de intensidade suficiente para vencer a inércia da estaca e a resistência do solo não provocará a penetração da estaca. Por outro lado, a utilização de um coxim de grande rigidez acarretará em forças de impacto de alta intensidade e curta duração. Assim, para cada caso, é necessário pesquisar-se uma rigidez "ótima" para o coxim.

O mecanismo básico pelo qual os cepos e coxins desempenham as suas funções é deformarem-se em resposta às forças aplicadas. Em decorrência do amortecimento interno ou histerese inerente ao material, o diagrama tensão - deformação é não-linear e similar ao da figura 5.2-5. Entretanto, durante a cravação, o martelo de cravação carrega e descarrega alternadamente o cepo (e o coxim) que, em consequência dos golpes repetidos, é, ao mesmo tempo, comprimido e densificado, resultando em um acréscimo

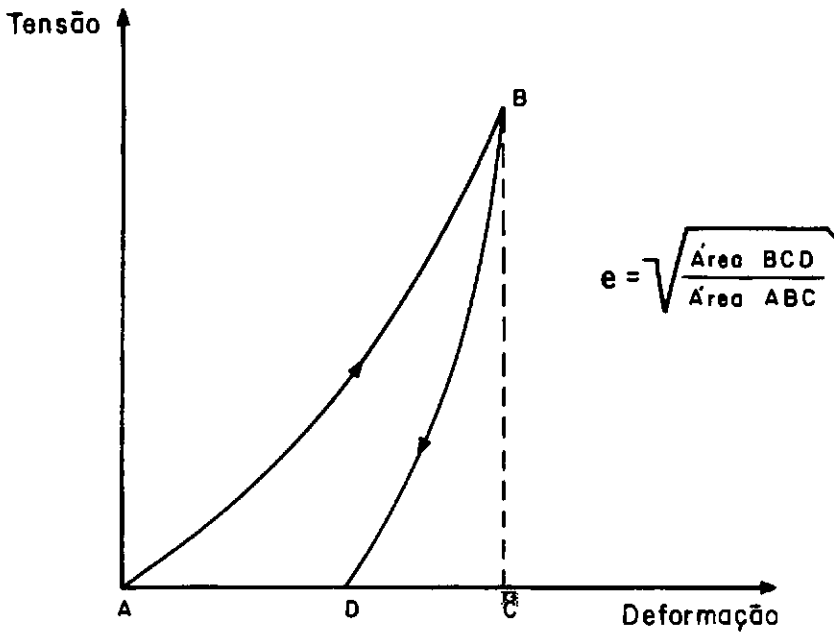


Fig. 5.2-5- Diagrama tensão - deformação para cepos e coxins.

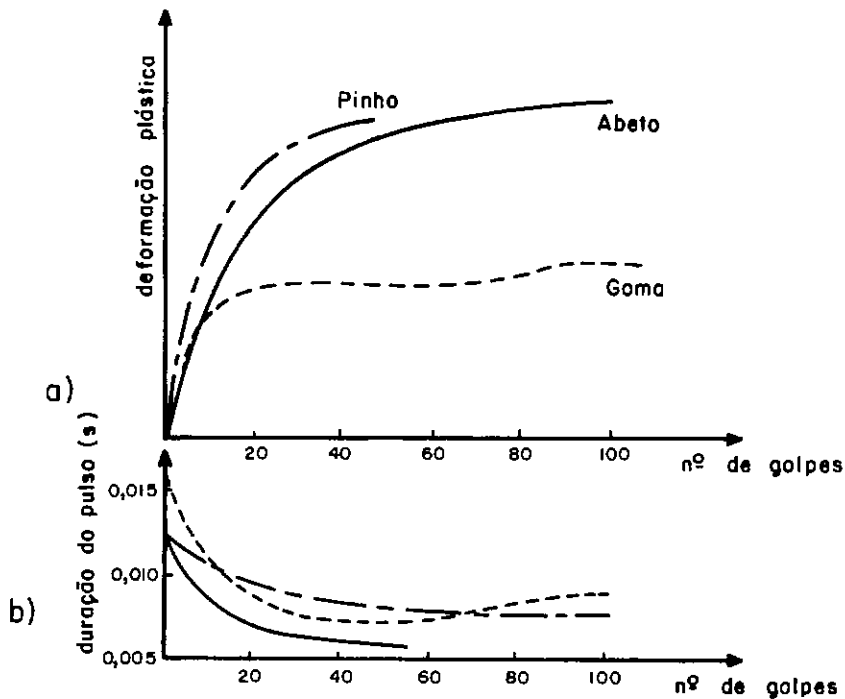


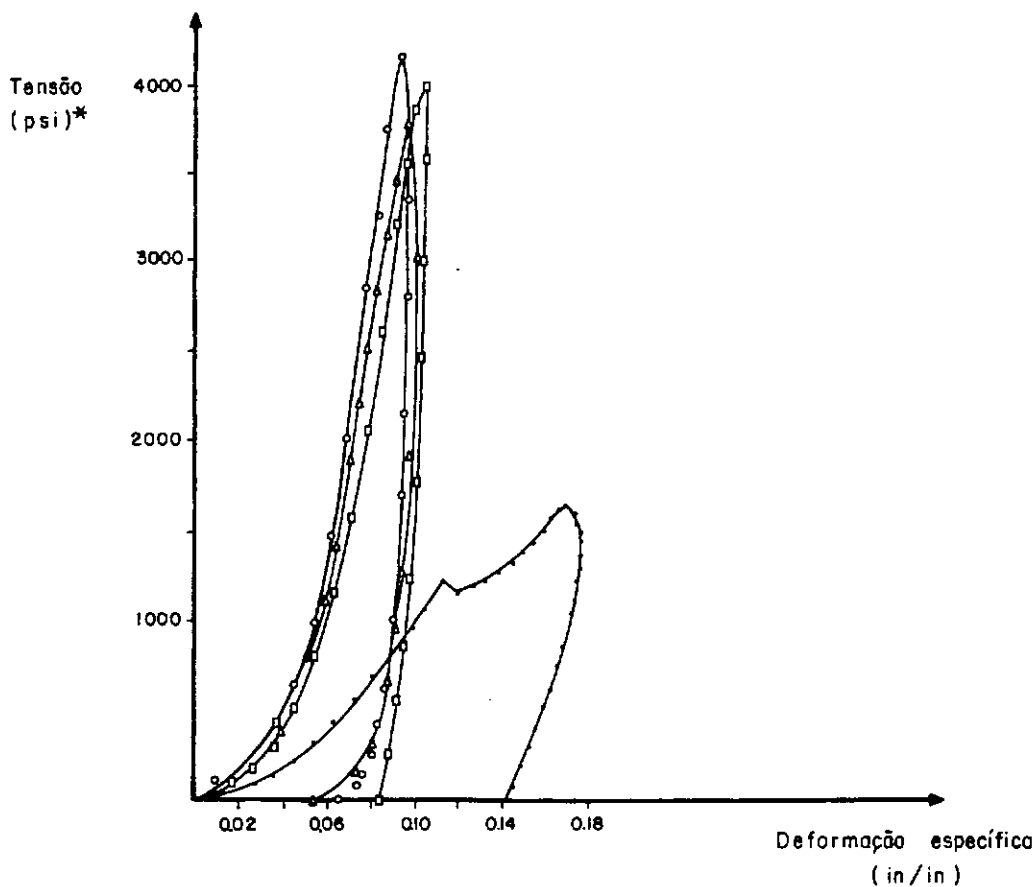
Fig. 5.2-6- a) Deformação plástica x nº de golpes. b) Duração do pulso x nº de golpes. (Edwards, Lowery e Hirsch, 1969).

na sua rigidez. (Aqui, no que se refere às características elásticas, todas as considerações válidas para o cepo, também o serão para o coxim, e vice e versa).

Edwards, Lowery e Hirsch (1969) realizaram vários ensaios (estáticos e dinâmicos) simulando os golpes do martelo de cravação sobre cepos e coxins de madeira, para a determinação das suas propriedades tensão - deformação. Nos testes dinâmicos, como era de se esperar, para os primeiros golpes, as deformações plásticas verificadas no coxim foram consideráveis. As relações tensão - deformação variavam a cada golpe, tendendo à estabilização após um certo número de ciclos (20 a 80 ciclos para os coxins ensaiados). Esta estabilização, decorrente, principalmente, da acomodação ou adensamento (diminuição de vazios), resultava em um aumento na rigidez do coxim. Como consequência, ocorria uma diminuição do tempo de duração da força de impacto e um acréscimo na sua intensidade. Note-se que esses efeitos são dependentes do nível de tensão aplicado, pois o diagrama tensão - deformação é não-linear. As figuras 5.2-6a e 5.2-6b ilustram o desenvolvimento dos ensaios.

Dentre as conclusões mais importantes deste estudo está o fato de que (conforme ilustra a figura 5.2-7) os materiais testados não são sensíveis à velocidade de deformação. Portanto, embora o seu carregamento real seja dinâmico, um coxim de madeira pode ser testado estaticamente, pois não há diferenças sensíveis entre o seu comportamento estático e dinâmico.

Entretanto, as curvas obtidas nos ensaios são extremamente difíceis de serem introduzidas sob forma prática na equa



CONVENÇÃO :

- Golpe dinâmico nº 47
- Golpe dinâmico nº 20
- △ Ciclo estático nº 21
- Golpe dinâmico nº 1

\* 1psi  $\cong$  0,0703 Kgf/cm<sup>2</sup>

Fig. 5.2-7- Diagrama tensão - deformação para um coxim de madeira ( Edwards, Lowery e Hirsch, 1969 ).

ção da onda, pois embora a parte inicial da curva seja, aproximadamente parabólica, a parte superior e o descarregamento são extremamente complexos, tornando praticamente impossível exprimi-las sob forma de equações. Esses pesquisadores, para investigar o efeito da forma do diagrama tensão - deformação do coxim, adotaram uma aproximação linear e uma parabólica e, através de uma análise pela equação da onda, verificaram que ambas apresentaram resultados satisfatórios em relação aos obtidos em medições da onda de deslocamento no topo de uma estaca instrumentada. Eles concluíram que, apesar do material do coxim (ou cepo) apresentar características tensão - deformação não-lineares, ele pode ser representado por relações lineares (na aplicação da equação da onda), desde que a região de carregamento seja baseada em um módulo de elasticidade secante e a região de descarregamento, no coeficiente de restituição real obtido nos ensaios.

Esse coeficiente de restituição pode ser obtido diretamente da curva tensão - deformação da figura 5.2-5, onde a área ABC representa a energia que é introduzida no cepo (ou coxim), e a área BCD, a energia liberada. Há, portanto, uma perda de energia devido ao amortecimento interno do material que o compõe. Essa perda de energia é comumente designada como coeficiente de restituição do cepo (ou coxim), e pode ser obtida aplicando-se as leis elementares da Mecânica:

Pela equação da energia (do tipo impulsão), temos:

$$\mathcal{L}(M_1 v_i + M_2 v_i') = M_1 v_f + M_2 v_f' \quad (5.2.2-1)$$

onde:  $M_1$  = massa do pilão

$M_2$  = massa do cepo ou do coxim que é considerada nu  
la ( $M_2 \approx 0$ )

$v_i, v'_i$  = velocidades iniciais

$v_f, v'_f$  = velocidades finais

$\ell$  = coeficiente de restituição do cepo ou coxim.

Como o cepo e o coxim estão em repouso, suas velo  
cidades iniciais são nulas ( $v'_i = 0$ ). A sua massa  $M_2$  é despreza-  
da.

A equação (5.2.2-1), portanto, se reduz a:

$$\ell = \frac{v_f}{v_i} \quad \text{ou}$$

$$\ell^2 = \frac{v_f^2}{v_i^2} \quad (5.2.2-2)$$

Ora, a energia cinética é dada por:

$$E_{\text{cinética}} = \frac{1}{2} M v^2$$

Portanto,

$$\ell^2 = \frac{\frac{1}{2} M_1 v_f^2}{\frac{1}{2} M_1 v_i^2}$$

$$e \quad \ell = \sqrt{\frac{\text{Energia Liberada}}{\text{Energia Introduzida}}} = \sqrt{\frac{\text{Área BCD}}{\text{Área ABC}}} \quad (5.2.2-3)$$

Note-se que aumentando-se o coeficiente de restituição do coxim, aumenta-se a energia que é transmitida à cabeça da estaca e, conseqüentemente, a sua velocidade de penetração.

Portanto, para se conseguir uma maior velocidade de penetração, será mais eficiente utilizar um coxim de baixa rigidez (para limitar as tensões de cravação) e constituído por um material com um coeficiente de restituição elevado (a fim de aumentar a energia transmitida à estaca

Alguns valores típicos para o módulo de Elasticidade de secante e para o coeficiente de restituição de cepos e coxins são apresentados na tabela 5.2-2.

Tabela 5.2-2

Módulos de Elasticidade Secantes e Coeficientes de Restituição para vários Materiais usados como Cepos ou Coxins

Material	E (tf/cm <sup>2</sup> )	$\rho$
Micarta	3164,0	0,80
Carvalho (verde)	316,0	0,50
Discos de Asbestos	316,0	0,50
Abeto	245,0	0,40
Pinho	176,0	0,50
Goma (Gum)	210,0	0,25

Hirsch e outros (1970)

#### 5.2.2.2 - Simulação Física e Matemática

Na análise pelo método da equação da onda, normal

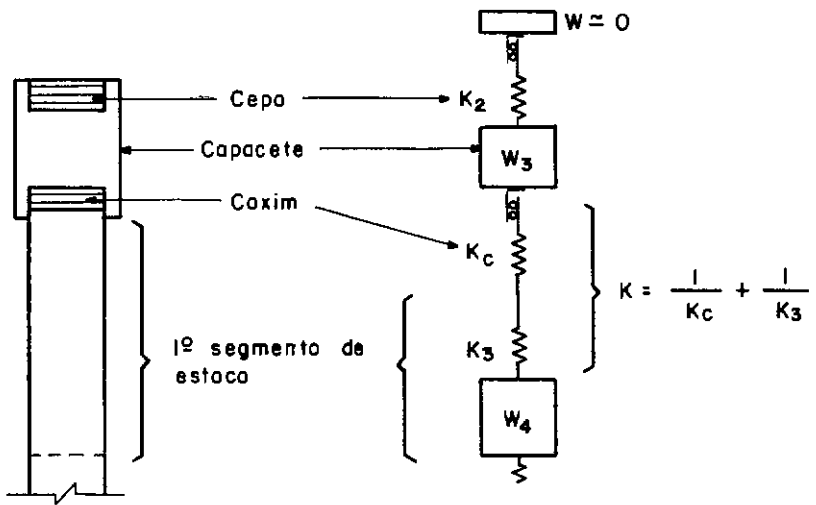


Fig. 5.2-8- Simulação do cepo e do coxim.

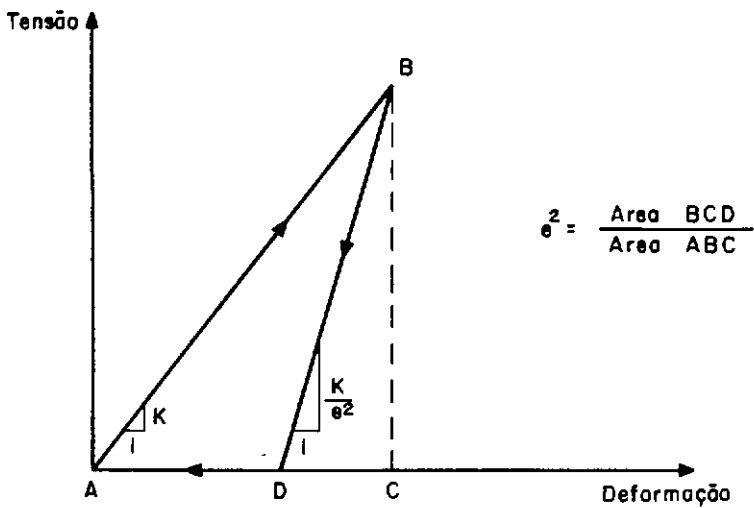


Fig. 5.2-9- Diagrama tensão - deformação simplificado para cepos e coxins.

mente supõe-se que os pesos do cepo e do coxim sejam desprezíveis em relação aos pesos do pilão e da estaca, e que eles não possuem ligações rígidas nem com a estaca nem com o martelo. Portanto, no modelo físico, as molas que as representam, devem trabalhar de modo a transmitir apenas esforços de compressão. A maneira pela qual eles são idealizados para o cálculo numérico é ilustrada na figura 5.2-8.

Smith (1960) propôs, para o cálculo numérico da equação da onda, uma curva tensão - deformação para cepos e coxins, constituída por uma série de linhas retas. O cepo e o coxim são representados por molas elásticas, e a forma do diagrama tensão - deformação resultante quando qualquer deles é comprimido subitamente e deixado reexpandir-se, pode ser suposto como mostra a figura 5.2-9.

De acordo com esse diagrama, inicialmente ocorre uma compressão ao longo da linha  $\overline{AB}$ , cuja inclinação é determinada pela constante elástica  $K$ . Ocorre, então, a restituição, primeiro ao longo de  $\overline{BD}$  (inclinação dada por  $K/\epsilon^2$ ) e em seguida ao longo de  $\overline{DA}$ , pois nem o cepo nem o coxim podem transmitir esforços de tração. O ciclo de histerese é, portanto, constituído pela trajetória  $ABDA$ .

Entretanto, Smith sugeriu que esse diagrama poderia ser modificado para levar em conta a possibilidade de ocorrência de restituição incompleta seguida de recompressão. Tal modificação é feita nos cálculos e apresentada nas rotinas de cálculo nº 3 e nº 4 (item 5.3-2).

5.2.2.3 - Ensaio da COPPE

Visando determinar as características de cepos constituídos de cabos de aço e de madeira, VELLOSO e CABRAL (1978) realizaram uma série de ensaios no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ. Cada ensaio consistia basicamente na obtenção da curva carga - deslocamento para o conjunto cepo + capacete. A força era aplicada através de um macaco hidráulico e os deslocamentos obtidos por meio de dois defletômetros dispostos simetricamente em relação ao conjunto. Para levar em conta o fato de que as propriedades elásticas dos cepos são alteradas durante a cravação pelos golpes consecutivos, eles realizaram uma série de três ensaios para cada tipo de cepo. As figuras 5.2-10 a 5.2-12 apresentam os gráficos força - deslocamento típicos obtidos nos ensaios.

Todos os gráficos apresentam uma parte curva inicial, que provavelmente resulta da acomodação do sistema e de outros fatores não levados em conta nos ensaios. Essa curvatura inicial é mais pronunciada no caso do cepo de cabos de aço novos, onde os vazios são maiores.

Para a rigidez do conjunto, foi admitida a tangente a uma reta (tracejada nas figuras) equivalente ao ensaio de um elemento elasto-linear, que absorve a mesma energia que o conjunto. Este critério aproximado assemelha-se ao adotado por Edwards e outros (1969), em que a rigidez é baseada em um módulo de Elasticidade secante. Obviamente, o último ensaio de cada série apresentou um valor de rigidez mais elevado, pois os primeiros ensaios reduziram os vazios entre os elementos do conjunto. Os resultados dos

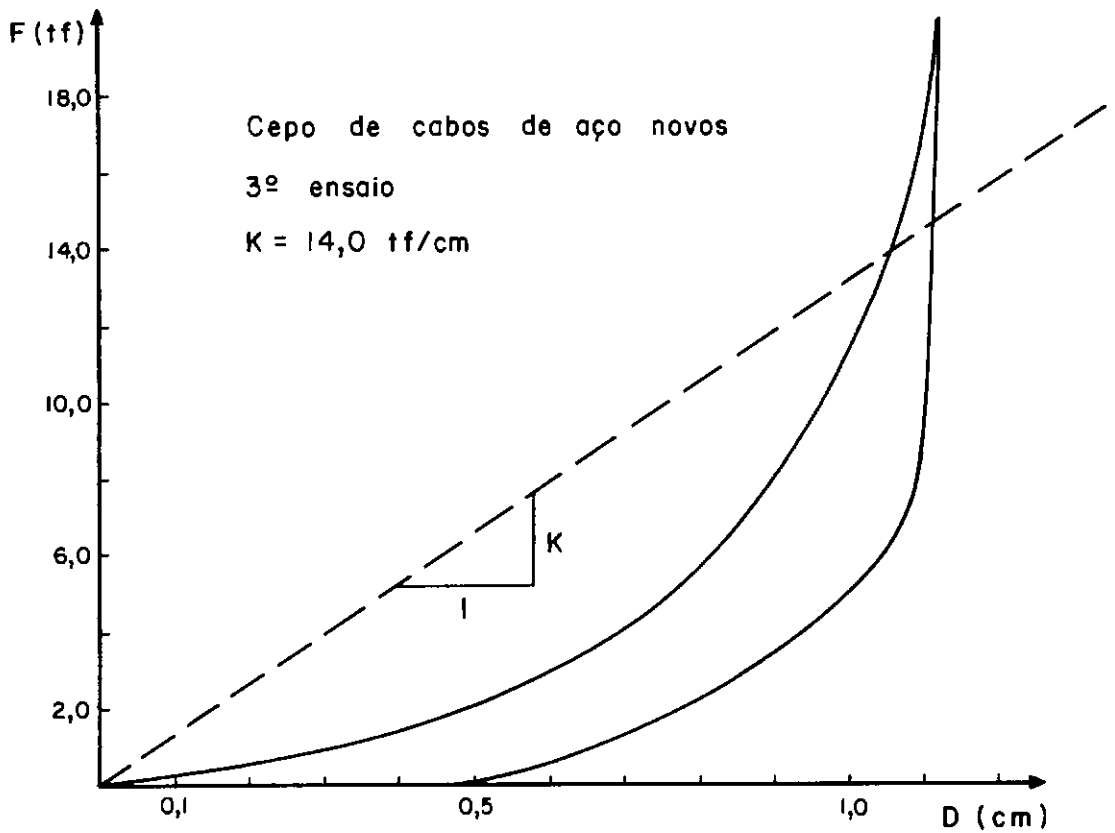


Fig. 5.2-10- Ensaio do conjunto capacete + cepo de cabos de aço novos ( Velloso e Cabral, 1978 ).

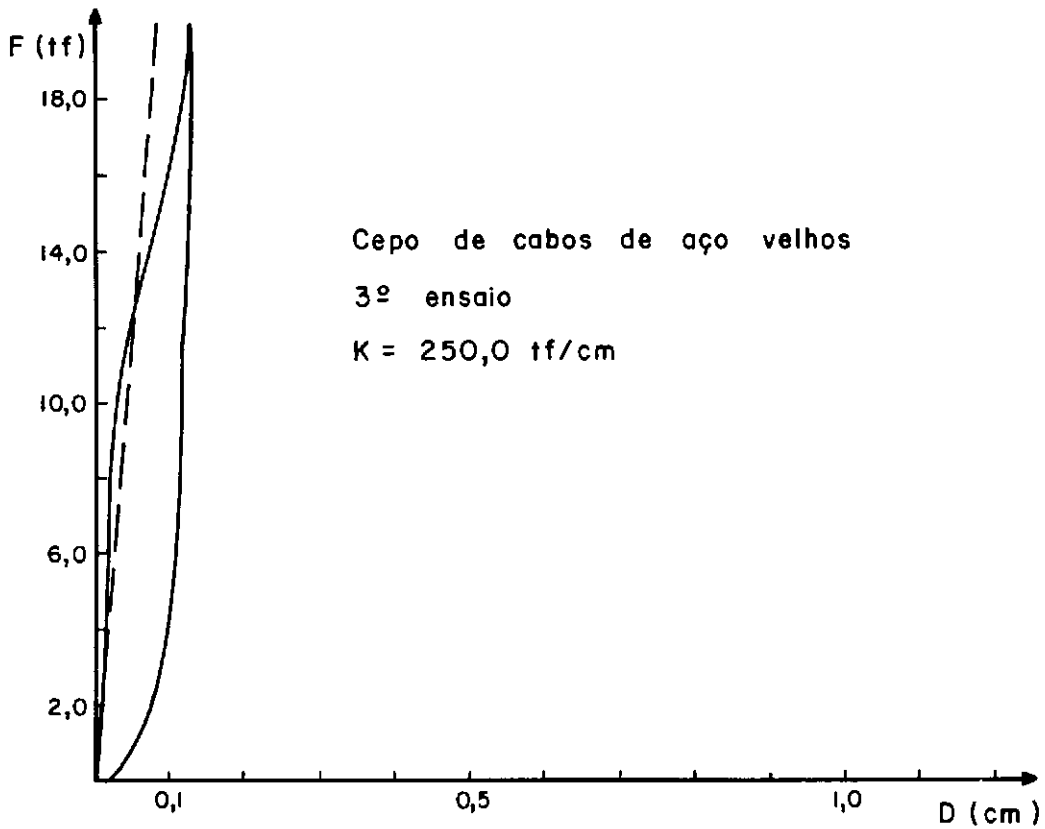


Fig. 5.2-11- Ensaio do conjunto capacete + cepo de cabos de aço velhos ( Velloso e Cabral, 1978 ).

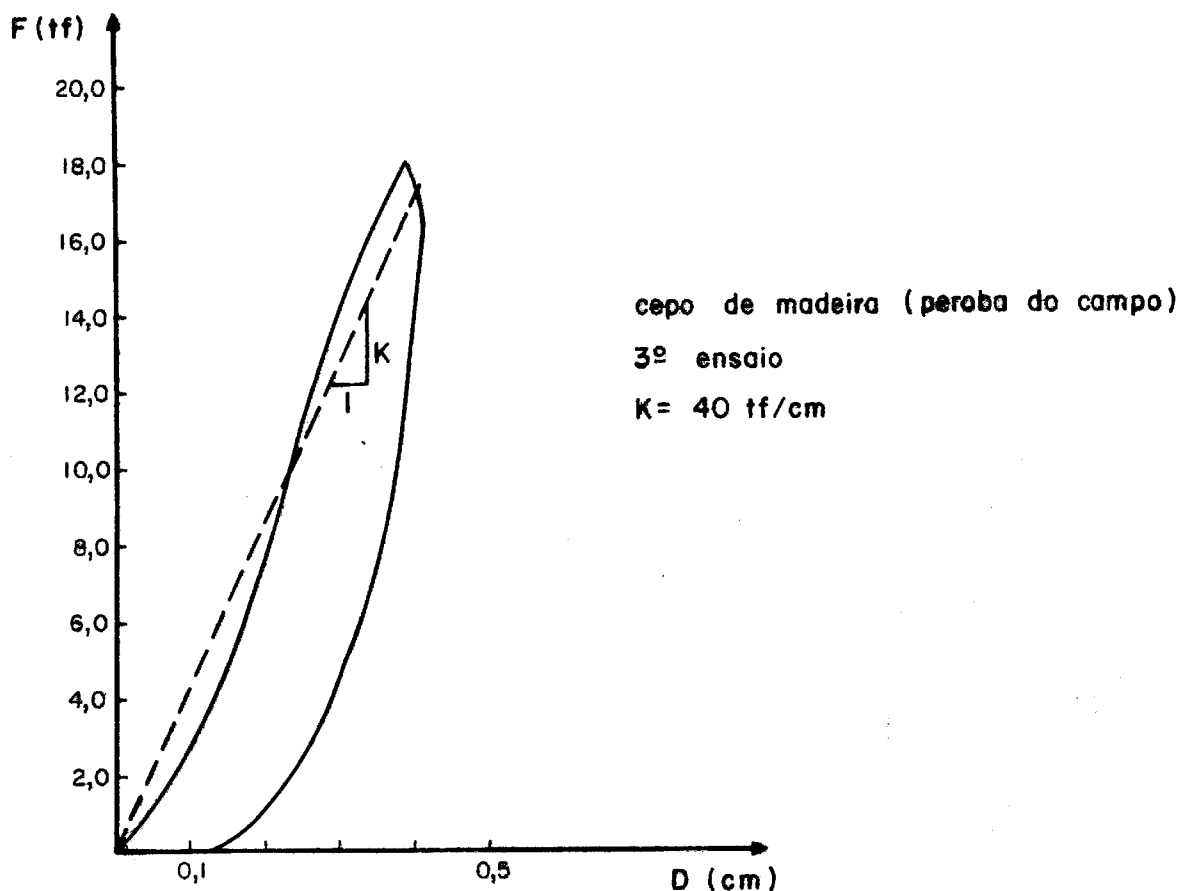


Fig. 5.2-12- Ensaio do conjunto capacete + ceppo de madeira (Velloso e Cabral, 1978).

Tabela 5.2-3- Resumo dos ensaios realizados por Velloso e Cabral (1978).

Tipo de ceppo	Ensaio nº	Rigidez do conjunto capacete + ceppo (tf/cm)
Madeira (peroba do campo)	1	23,0
	2	30,0
	3	40,0
Cabos de aço novos	1	10,0
	2	13,0
	3	14,0
Cabos de aço velhos	1	170,0
	2	200,0
	3	250,0

ensaios são apresentados na tabela 5.2-3.

### 5.2.3 - Estaca

Uma estaca cravada, além de possuir resistência suficiente para suportar a sua carga estática, deve ser capaz de transmitir um pulso de força incidente de intensidade mais elevada que a resistência do solo, sem sofrer danos. A capacidade da estaca de transmitir o pulso de força (ou onda de força) é caracterizada pela sua impedância  $Z$ , definida pela relação:

$$Z = \frac{AE}{c} \quad (5.2.3-1)$$

onde  $A$  é a área da seção transversal da estaca.

Portanto, mudanças na seção transversal da estaca, variações de seção ou condições de extremidade ou mesmo danos estruturais na estaca, afetam a transmissão de forças ao longo da estaca. Na tabela (5.2-4) são apresentados os valores de algumas características de materiais empregados na confecção de estacas.

Para uma dada energia de impacto, um aumento na impedância da estaca provoca um aumento na intensidade do pico do pulso de força. Isto pode ser verificado analisando as equações (3.1-7) e (5.2.3-1):

$$\sigma = \frac{Ev}{c} \quad (3.1-7)$$

$$F = \frac{AE}{c} v = Z v \quad (5.2.3-2)$$

**Tabela 5.2.3-1**

Valores típicos para as características de transmissão de ondas.

Material	Peso específico (tf/m <sup>3</sup> )	Massa específica (tf s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> )	Velocidade de propagação (m/s)
Madeira	0,64 - 0,96	0,065 - 0,098	4150 - 3230
Concreto	2,40 - 2,50	0,245 - 0,250	3385 - 3350
Aço	7,85	0,800	5150
Tubo de aço + concreto	2,96	0,302	3690

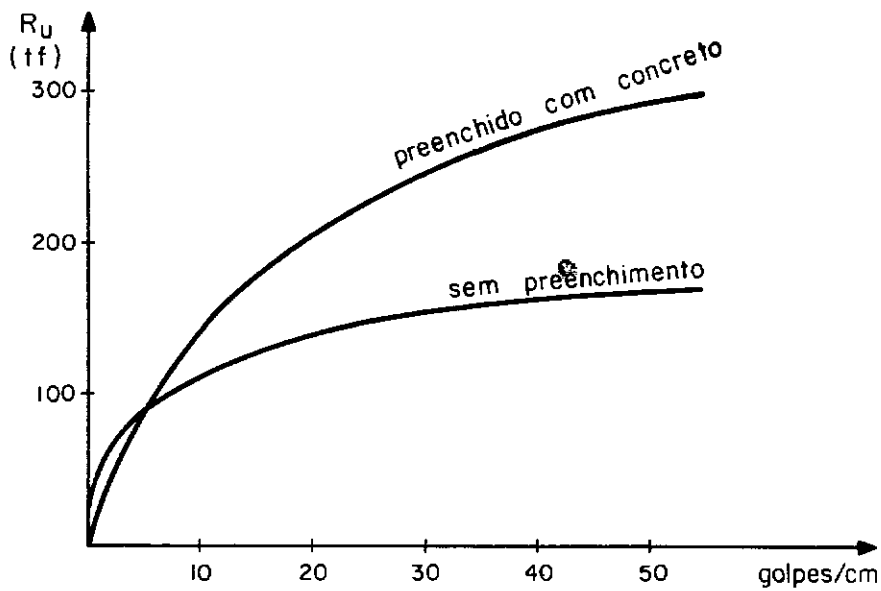


Fig. 5.2-13 - Efeito do aumento da impedância da estaca através de preenchimento com concreto (Parola, 1975).

Portanto, quanto maior a impedância da estaca, maior será o pico de força que ela é capaz de transmitir e, conseqüentemente, maior a sua capacidade de vencer a resistência do solo. É evidente que a força máxima que pode ser transmitida depende das propriedades dinâmicas do material da estaca, e se a tensão de escoamento for excedida, a estaca pode sofrer danos (ver diagramas de impacto do item (4.3-2). Note-se que as equações (3.1-7) e (5.2.3-2) são válidas apenas no regime elástico.

Na prática, é possível aumentar a capacidade de cravação de uma estaca aumentando-se a sua impedância. Por exemplo, Parola (1975) cita um caso em que não se conseguia, com o martelo utilizado, cravar certas estacas tubulares de aço até uma penetração suficiente para fornecer as capacidades de carga desejadas. À uma dada profundidade, as estacas não mais penetravam, apresentando apenas deslocamentos elásticos. Entretanto, após aumentar as impedâncias das estacas por meio de concretagem, tornou-se possível cravá-las até a profundidade desejada. As análises pela equação da onda das estacas com e sem preenchimento de concreto são apresentadas na figura 5.2-13.

O comprimento da onda proveniente do impacto também é influenciado pela impedância da estaca. Decorre das equações (5.2.1-4) e (5.2.3-1) que o comprimento de onda do pulso de força é inversamente proporcional à impedância da estaca:

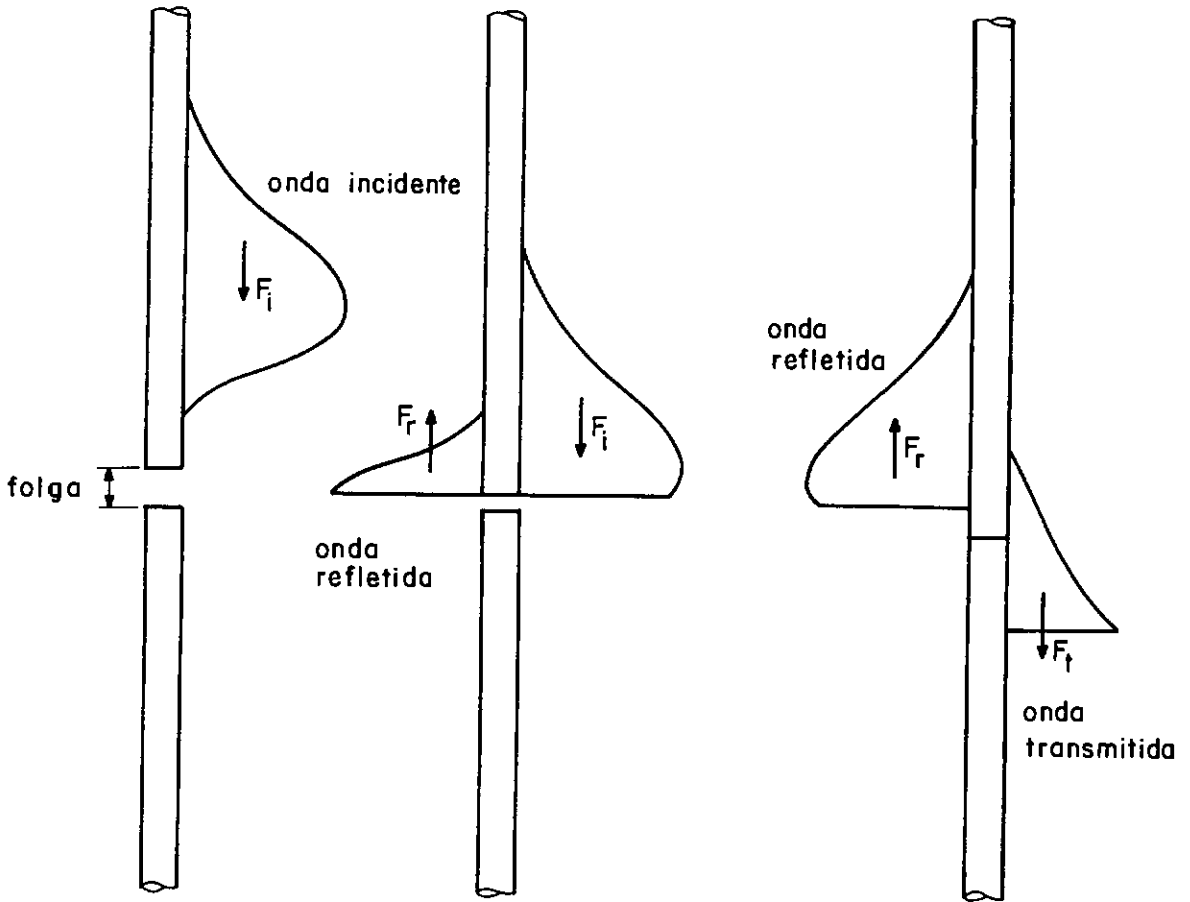
$$\lambda = \frac{AE}{Z} T \quad (5.2.3-3)$$

Portanto, quanto maior a impedância da estaca, menor será o comprimento do pulso de força (porém a intensidade do

pico será mais elevada). O conhecimento deste comportamento pode auxiliar no dimensionamento da estaca: para baixa resistência do solo, talvez seja mais eficiente utilizar uma estaca de baixa impedância, pois o comprimento do pulso será maior e, conseqüentemente, a penetração da estaca será maior. Já no caso de solos muito resistentes, é necessário uma força mais intensa, que pode ser obtida aumentando-se a impedância da estaca (ver figura 5.2-1)

Uma descontinuidade na impedância da estaca (por exemplo uma falha ou mesmo uma folga nas emendas) pode influenciar consideravelmente na intensidade e na forma da onda que é refletida e transmitida nessa descontinuidade. A figura 5.2-14 ilustra esquematicamente este fato.

Uma extremidade da estaca pode ser considerada como um caso particular de descontinuidade de impedância. A onda que é aí refletida se superpõe à incidente e a tensão resultante depende das condições dessa extremidade. Dependendo da impedância da estaca e da resistência do solo, a onda refletida na ponta da estaca pode retardar ou acelerar a penetração da estaca. Essa influência será menor para estacas longas, pois, neste caso, as ondas incidente e refletida serão dois pulsos separados. Já em uma estaca curta cuja ponta repousa em um solo muito resistente, a onda refletida é de compressão e o seu efeito se adiciona ao da onda incidente, obtendo-se uma compressão maior que a da onda incidente; se além disso a impedância da estaca for baixa, isto é, o comprimento da onda for longo, a superposição das ondas se dará ao longo de grande parte do comprimento da estaca. Portanto, a estaca curta de baixa impedância será cravada muito mais eficientemente. A figura 5.2-15 ilustra uma comparação entre os com



a) antes do contato e antes da reflexão.

b) antes do contato e após a reflexão.

c) após o contato e a transmissão.

Fig. 5.2-14- Modificações nas características da onda, decorrentes de folgas em uma emenda no fuste da estaca.

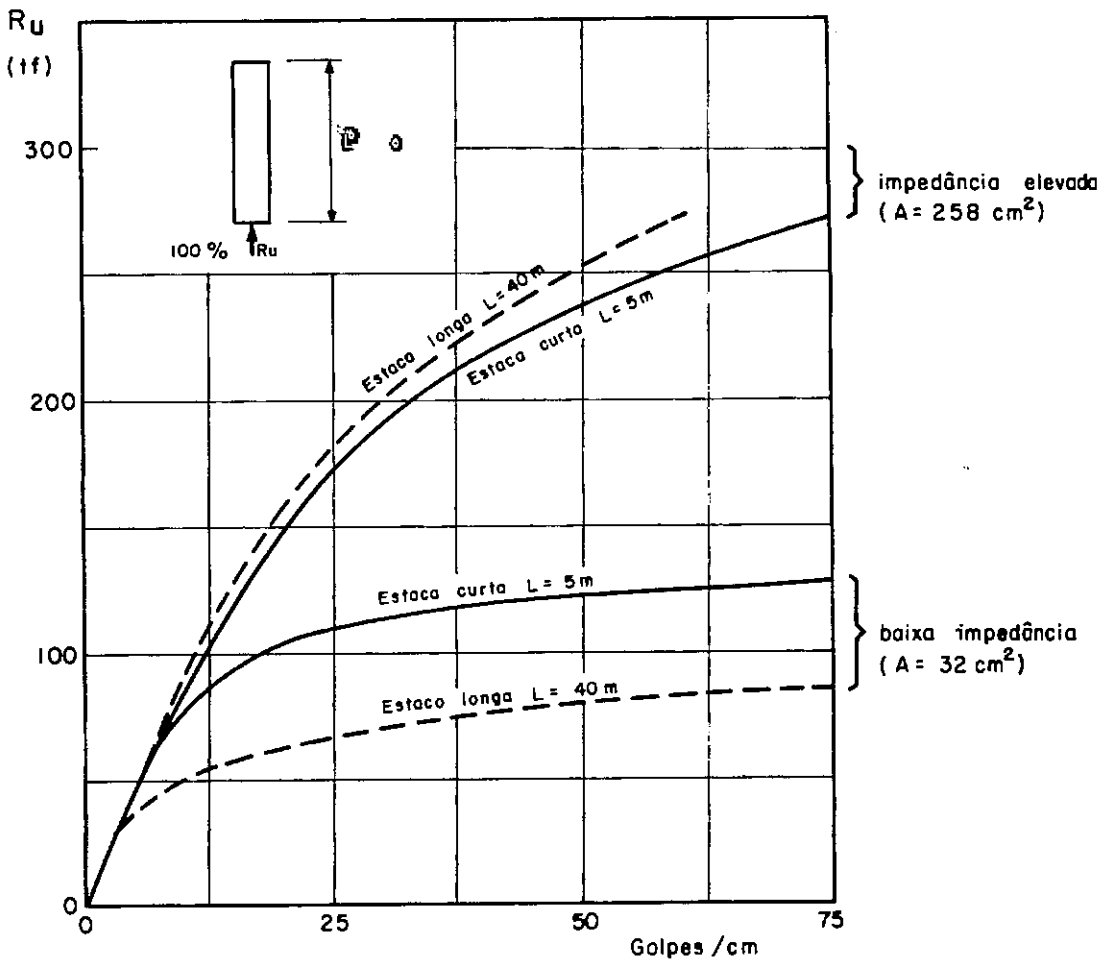


Fig. 5.2-15- Efeitos do comprimento e da impedância da estaca na sua cravação. (Parola, 1975)

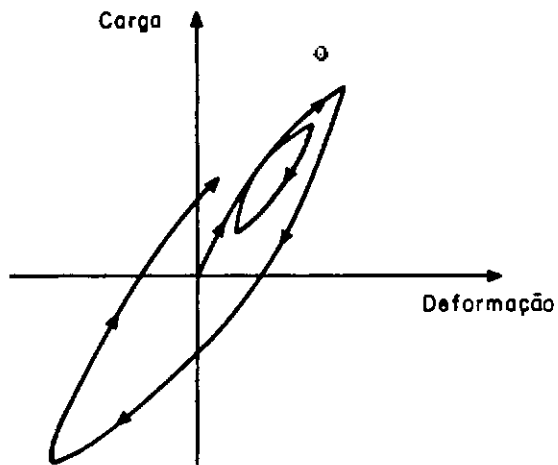


Fig. 5.2-16- Ciclo de histerese possível para a estaca.

portamentos de estacas de ponta de comprimentos e impedâncias diferentes.

Nas considerações feitas até aqui, foi suposto que não existe amortecimento interno das ondas ao longo da estaca, ou seja, que o coeficiente de restituição do material da estaca é igual à unidade. Isto equivale a supor as ondas de tensão perfeitamente elásticas e conseqüentemente as perdas de energia pela estaca ocorrem apenas através do amortecimento geométrico no solo. Entretanto, Engeling (1974), considerando que estacas muito longas, como as usadas nos trabalhos em alto mar, apresentam uma capacidade de cravação menor que estacas curtas de mesma impedância, admitiu a possibilidade de atenuação das ondas ao longo da estaca. Smith, em 1960, já havia sugerido a inclusão do amortecimento interno do material da estaca nos cálculos, adicionando à expressão da força (equação 5.1.4-3a) um termo correspondente ao amortecimento.

$$F_m^t = C_m^t K_m + B K_m v_m^t \quad (5.2.3-4a)$$

$$\text{ou} \quad F_m^t = C_m^t K_m + B K_m \frac{C_m^t - C_m^{t-1}}{\Delta t} \quad (5.2.3-4b)$$

onde B é um coeficiente de amortecimento interno do material da estaca. Smith sugeriu que o valor de B seria da ordem de 0,0002 in .sec/ft, de forma a produzir um ciclo de histerese semelhante ao ilustrado na figura 5.2-16. Tal ciclo inicia-se na origem, assume uma forma ligeiramente espiralada e retorna à origem quando  $C_m^t$  e  $(C_m^t - C_m^{t-1})$  se anulam. Tanto a forma do ciclo de histerese como o valor de B são meras sugestões, já que, até o presente, poucos dados existem para confirmar estas proposições de Smith.

Os estudos de Engeling (1974), baseados na consideração de coeficiente de restituição menores que a unidade para o material da estaca, demonstraram que os efeitos do amortecimento interno na capacidade de cravação de estacas podem ser considerados desprezíveis para estacas de comprimentos menores que 60 metros.

Nas equações básicas de Smith, o efeito da gravidade (peso dos elementos) não é considerado. Portanto, no instante  $t=0$ , tanto as forças (internas) nas molas dos elementos como as forças (externas) de resistência do solo são nulas. Se o efeito da gravidade é incluído, essas forças devem assumir valores iniciais não nulos para satisfazer a condição de equilíbrio estático. Smith sugeriu que essas forças iniciais externas e internas poderiam ser tomadas respectivamente como:

$$R_m^0 = \frac{R_{um}}{R_{utot}} W_{tot} \quad (5.2.3-5)$$

e

$$F_m^0 = F_{m-1}^0 - R_m^0 + W_m \quad (5.2.3-6)$$

onde:  $R_{utot}$  = resistência última total do solo

$W_{tot}$  = peso total do sistema

$R_m^0$  = resistência inicial do solo atuando no elemento  $m$

$W_m$  = peso do elemento  $m$

$F_m^0$  = força inicial na mola  $m$

A inclusão do efeito da gravidade é feita introduzindo-se na equação (5.1.4-4) que calcula a resultante (força de aceleração) das forças que atuam em um elemento, o seu peso:

$$F_{am}^t = F_{m-1}^t - F_m^t - R_m^t + W_m \quad (5.2.3-7)$$

Evidentemente isto implica também em uma modificação na equação da velocidade:

$$v_m^t = v_m^{t-1} + \left[ F_{m-1}^t - F_m^t - R_m^t + W_m \right] \frac{g \Delta t}{W_m} \quad (5.2.3-8)$$

Entretanto, Samson, Hirsch e Lowery (1963), investigando as influências do efeito da gravidade nos cálculos, verificaram que a sua inclusão leva a diferenças pouco sensíveis e, portanto, tal efeito pode ser desprezado. Eles observam, também, que o comprimento dos segmentos em que a estaca é dividida influencia diretamente na acurácia dos resultados. Quanto menor esse comprimento, resultados mais acurados são obtidos. Entretanto, existe uma dependência entre o comprimento dos segmentos com o intervalo de tempo de integração, que será analisada no item 5.2-5.

#### 5.2.4 - Solo

##### 5.2.4.1 - Introdução

A resistência que o solo oferece à penetração de uma estaca durante a sua cravação é de natureza complexa e não está ainda totalmente esclarecida.

De acordo com as considerações feitas nos capítulos precedentes, pode-se deduzir que as forças de resistência do solo à cravação da estaca são ativadas pela ação da onda gerada pelo impacto entre o martelo e a estaca. Ou seja: em um determinado ponto ao longo da estaca, estas forças se desenvolvem após a onda de impacto, que se propaga a partir do topo da estaca, atingir esse ponto. Evidentemente, essas forças resistentes afetam substancialmente a propagação de ondas na estaca.

No método numérico de Smith; é suposto que a reação do solo é constituída por uma componente estática (elasto-plástica) e por uma componente dinâmica (visco-elástica. Portanto, o modelo de solo simula, a cada ponto de atuação da resistência, três das suas características básicas: elasticidade, plasticidade e viscosidade (ver figura 5.2-18).

##### 5.2.4.2 - Resistência do Solo

Para simular o comportamento do solo sob a ponta de uma estaca durante a sua cravação, Smith baseou-se na tendência, apresentada por muitos solos, de manter deformações plásticas sob

carga. Ele supôs que o solo sob a ponta da estaca inicialmente sofre uma compressão elástica até atingir uma resistência última  $R_u$ , ocorrendo, então, uma ruptura plástica sob carga constante. Em seguida, o solo sofre uma recuperação igual à compressão elástica máxima  $Q$ , e a ponta da estaca atinge uma penetração plástica ("nega permanente"). Este comportamento é ilustrado pela trajetória OABC do diagrama apresentado na figura 5.2-17. De acordo com este diagrama, as características do solo são definidas essencialmente pelos fatores  $Q$  e  $R_u$ .  $Q$  é o "quake" do solo e representa o máximo deslocamento elástico do solo.  $R_u$  é a resistência última estática do solo, ou a carga a partir da qual a mola representativa do solo se comporta como puramente plástica.

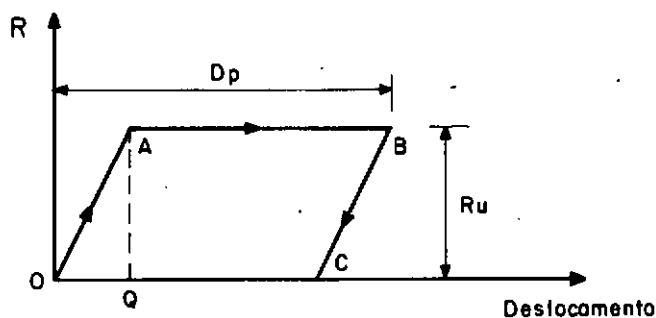


Fig. 5.2 - 17- Comportamento força x deslocamento do solo sob a ponta da estaca para um carregamento estático.

Smith observou que este conceito elasto-plástico é insuficiente para representar adequadamente o comportamento do solo, pois não leva em conta o fator tempo: a penetração das estacas se processa a velocidades diferentes. Certamente o solo oferecerá uma resistência instantânea mais elevada para uma estaca com maior velocidade de penetração. Entretanto, no caso ideal em que as propriedades de resistência do solo não são modificadas pela

operação de cravação, a resistência estática pode ser suposta como sendo a resistência básica do solo. Embora isto raramente ocorra, pois normalmente a cravação da estaca aumenta ou diminui a resistência natural do solo, parece válido supor que as resistências desenvolvidas durante a cravação possam ser expressas em termos das resistências desenvolvidas sob carga estática. Ou, em outras palavras, a resistência do solo à cravação pode ser considerada composta da resistência estática e de um incremento (ou decremento) que se desenvolve sob carregamento dinâmico. O problema é descrever que forma toma a relação entre as resistências estática e dinâmica e como quantificá-la.

Smith desenvolveu uma equação matemática que leva em conta tanto a resistência estática como a dinâmica do solo. Essa equação matemática pode ser simulada por um modelo reológico semelhante ao idealizado por Kelvin. O modelo consiste de uma mola ligada em série a um bloco de atrito, estando ambos associados em paralelo a um amortecedor, conforme ilustra a figura 5.2-18. A parcela estática é levada em conta pela mola elasto-plástica e a parcela dinâmica pelo amortecedor.

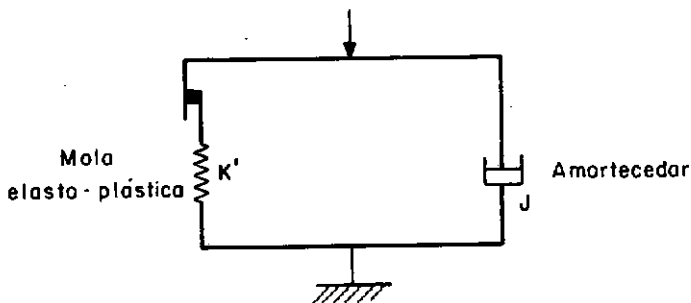


Fig. 5.2-18- Modelo reológico do solo ( Smith, 1960 ).

Se o modelo  $\bar{e}$  comprimido instantaneamente de uma certa distância  $x$ , a resistência do solo na região elástica pode ser descrita por:

$$R_x = K'x + av \quad (5.2.4-1)$$

onde:  $R_x$  = força de resistência (total) correspondente ao deslocamento  $x$

$x$  = deslocamento elástico do solo

$K'$  = constante elástica "da mola" do solo

$a$  = uma constante de amortecimento viscoso

$v$  = velocidade instantânea da ponta da estaca.

À medida que a velocidade de deslocamento se aproxima de zero na equação 5.2.4-1, a força de resistência se aproxima do valor da força de resistência estática  $R_e$ :

$$R_e = K'x \quad (5.2.4-2)$$

$(x < Q)$

O termo  $av$  corresponde à parcela dinâmica da resistência, suposta dependente da velocidade. A fim de incluir os efeitos da forma e da dimensão da estaca, Smith sugeriu a seguinte relação para o amortecimento viscoso:

$$a = K' x J \quad (5.2.4-3)$$

onde  $J$  é uma constante de amortecimento viscoso para o solo, semelhante ao coeficiente  $a$ . Portanto, a parcela dinâmica da resistência do solo é expressa por:

$$R_d = K' x J v \quad (5.2.4-4)$$

Substituindo as equações 5.2.4-2 e 5.2.4-4 na equação 5.2.4-1, obtêm-se para a resistência total do solo correspondente ao deslocamento  $x$ :

$$R_x = K' x + K' x J v \quad (5.2.4-5a)$$

ou

$$R_{tot} = R_e + R_d \quad (5.2.4-5b)$$

De 5.2.4-5a, tem-se que:

$$R_x = K' x (1 + J v) \quad (5.2.4-6)$$

$$(x < Q)$$

ou seja: a resistência do solo é suposta função da resistência estática e da velocidade de penetração da estaca. O coeficiente de amortecimento  $J$  do solo (semelhante ao utilizado em problemas vibratórios) é introduzido para simular o efeito do amortecimento viscoso. O produto  $Jv$  é utilizado para aumentar ou diminuir a resistência do solo, representando o efeito dinâmico da cravação.

Para deslocamentos iguais ou maiores que o "quake" (fase plástica do diagrama), as equações 5.2.4-2 e 5.2.4-6 podem ser expressas, respectivamente, por:

$$R_e = R_u = K' Q \quad (5.2.4-7)$$

$$e \quad R_x = K'Q(1 + Jv) \quad (5.2.4-8)$$

para  $x \geq Q$

O bloco de atrito do modelo existe para forçar a resistência a permanecer constante durante a fase plástica e não aparece explicitamente nas equações precedentes.

O conceito de resistência do solo proposto nas equações 5.2.4-5 e 5.2.4-6 por Smith para a ponta da estaca é representado na figura 5.2-19. A curva  $OA'BC$  representa a resistência total (estática + dinâmica) e a curva tracejada  $OABC$  representa a resistência estática.  $R_u$  é a resistência última ou a máxima resistência estática do solo e o produto  $R_u Jv$  é a parcela dinâmica da máxima resistência total do solo  $R_{utot}$  (esta parcela dinâmica é instantânea ou temporária e, portanto, não contribui para a capacidade de carga da estaca). Pode-se observar que

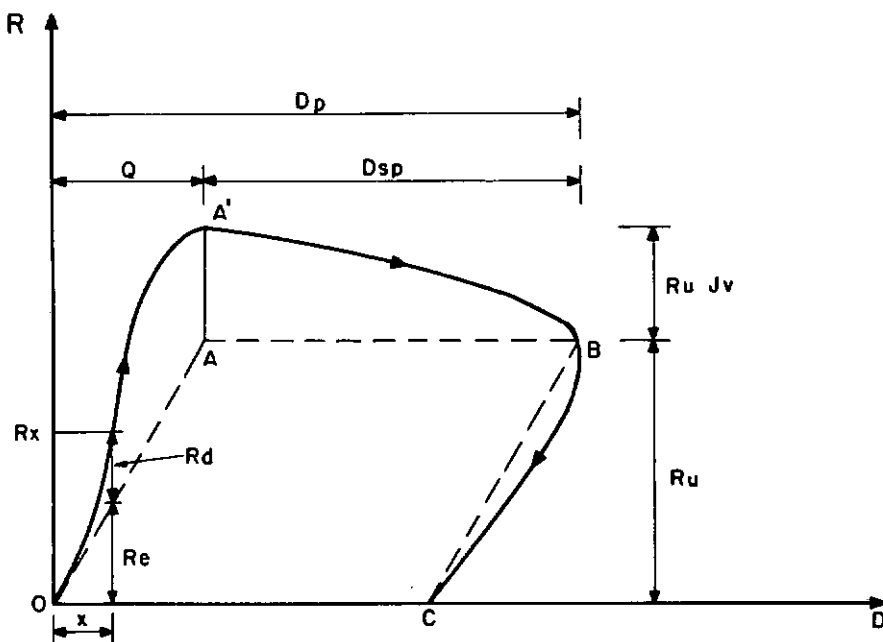


Fig. 5.2-19- Diagrama resistência do solo x deslocamento para a ponta da estaca.

este conceito de resistência leva em consideração três fatores básicos: os deslocamentos elásticos e plásticos do solo, a sua resistência última e a viscosidade do solo baseada no coeficiente de amortecimento  $J$ .

Por conveniência, nos cálculos numéricos as resistências do solo que atuam em um determinado elemento são determinadas a partir dos deslocamentos totais e plásticos que ocorrem nesse elemento. Portanto, se em um determinado instante, o solo sob a ponta da estaca sofre um deslocamento total  $D_p$  e um deslocamento plástico  $D_{sp}$ , a resistência do solo sob a ponta da estaca, nesse instante, pode ser calculada por:

$$R_p = (D_p - D_{sp})K'_p (1 + J_p v) \quad (5.2.4-9)$$

onde  $K'_p$  é a constante de mola e  $J_p$  o coeficiente de amortecimento do solo sob a ponta da estaca. A diferença  $(D_p - D_{sp})$  representa a compressão líquida da mola de solo  $K'_p$ . A equação 5.2.4-9 abrange as duas condições expressas pelas equações 5.2.4-6 e 5.2.4-8, ou seja, ela é válida tanto na fase elástica como na fase plástica do diagrama resistência x deslocamento representado na figura 5.2-19.

Para a resistência do solo ao longo da superfície lateral da estaca, Smith adotou um comportamento semelhante ao da resistência sob a ponta da estaca. Embora ambas sejam simuladas no modelo por molas idênticas, a mola representativa da resistência do solo sob a ponta da estaca não pode transmitir esforços de tração. Por esta razão, o diagrama resistência x deslocamento da figura 5.2-19 é limitado à região de compressão. Entretanto, pa

ra a resistência lateral, é necessário considerar, também, a probabilidade de ocorrência de esforços de tração ou deslocamentos negativos em um determinado elemento de estaca. A figura 5.2-20 ilustra dois ciclos consecutivos de carga e descarga para um elemento genérico  $m$ . A resistência estática é representada pela trajetória (tracejada) OABC - DEFG e a resistência total da trajetória (em linha cheia) OA'BC - D'EF. O deslocamento plástico  $D_{sm}$  para o primeiro ciclo é dado pela distância  $\overline{AB}$  e para o segundo ciclo, por  $-\overline{DE}$ . A resistência total que atua em um elemento será a soma das resistências estática e dinâmica:

$$R_m = R_{em} + R_{dm} \quad (5.2.4-10)$$

Nos cálculos, como no caso da resistência na ponta da estaca (equação 5.2.4-9), a resistência total  $R_m$  em um determinado elemento  $m$  do fuste é determinada a partir dos deslocamentos totais e plásticos:

$$R_m = (D_m - D_{sm}) K'_m (1 + J_s v_m) \quad (5.2.4-11)$$

onde:  $D_m$  = deslocamento do elemento a partir de sua posição original

$D_{sm}$  = deslocamento plástico do solo (que excede a  $Q$ )

$K'_m$  = constante elástica do solo

$J_s$  = coeficiente de amortecimento lateral

$v_m$  = velocidade do elemento  $m$

Note-se que Smith adotou uma lei linear para a variação da resistência do solo em função da velocidade, tendo co

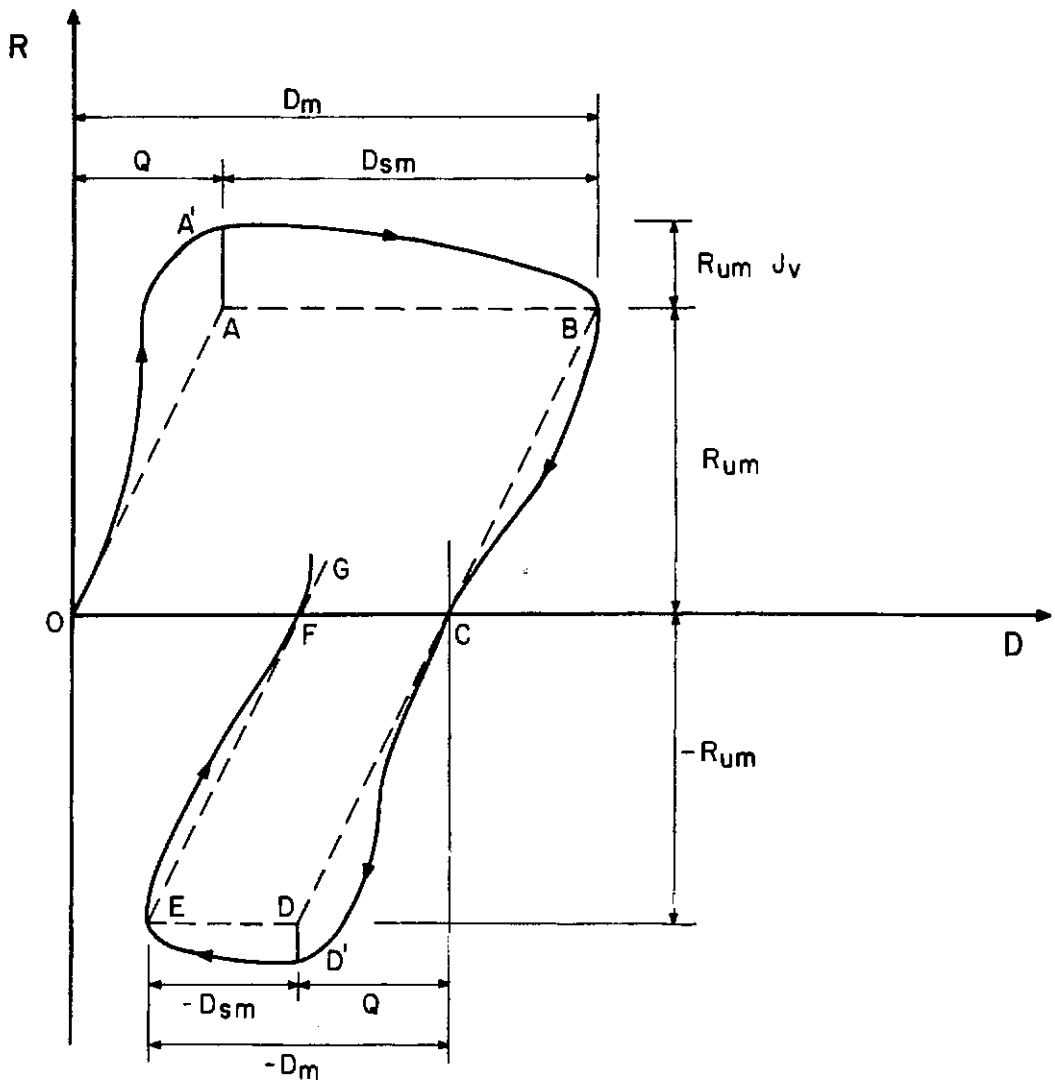


Fig. 5.2-20- Diagrama resistência do solo x deslocamento para os elementos do fuste da estaca.

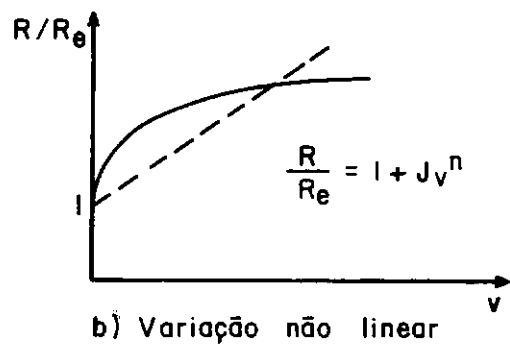
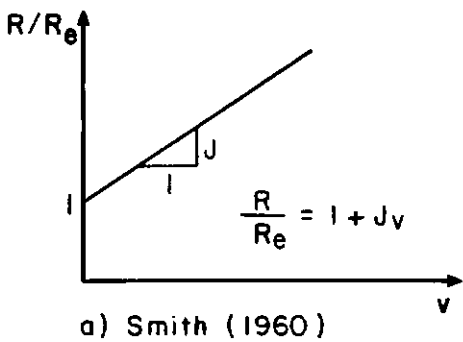


Fig. 5.2-21- Variação da resistência do solo em função da velocidade.

mo constante de proporcionalidade o coeficiente de amortecimento  $J$ . Isto é evidenciado pela equação 5.2.4-12 e ilustrado na figura 5.2-21a.

De 5.2.4-5b ou 5.2.4-10, vem:

$$\frac{R}{R_e} = 1 + J v \quad (5.2.4-12)$$

Entretanto, ao investigar a natureza da viscosidade em solos, vários pesquisadores, utilizando diferentes técnicas experimentais, chegaram a resultados que indicam um comportamento viscoso não-linear para diversos tipos de solo. No trabalho de Litkouhi e Poskitt (1980), onde são comparados alguns desses resultados, há indicações de que, em argilas, a resistência viscosa é não-linear e que na equação 5.2.4-12 a velocidade deveria ser elevada a uma potência em torno de 0,2. Heerema (1979) verificou que a dependência do atrito lateral à velocidade é tanto menor quanto mais rija for a argila, e só ocorre a baixas velocidades. Ele verificou, ainda, que, em areias, o atrito lateral é pouco influenciado pela velocidade, o que em termos de coeficiente de amortecimento de Smith, implica em que o valor de  $J_s$  é próximo de zero. Este resultado confirma as observações feitas por Goble, Rausche e outros que verificaram que quando os valores exatos (medidos no campo) da força e da aceleração são introduzidos nos cálculos, o valor de  $J_s$  para areias tende a zero.

É possível expressar esse comportamento não-linear do solo elevando-se a velocidade a uma potência  $n$  na equação 5.2.4-12:

$$\frac{R}{R_e} = 1 + J v^n \quad (5.2.4-13)$$

Na figura 5.2-21b são traçados os gráficos  $R/R_e$  versus  $v$  de acordo com as relações (5.2.4-12) e (5.2.4-13). O valor de  $n$  para argilas, segundo as experiências de Heerema (1979) e Litkouhi e Poskitt (1980), parece situar-se em torno de 0,2. Entretanto, Litkouhi e Poskitt frisam que essa diferença no valor de  $n$  (para Smith,  $n=1$ ), nos cálculos numéricos da equação da onda, não é tão importante como aparenta ser, pois tanto  $n$  como  $J$  são obtidos experimentalmente.

O procedimento usual para a obtenção do valor do coeficiente  $J$  consiste basicamente em:

- a) Cravar estacas de testes medindo-se a resistência à cravação (nº de golpes/cm ou similar);
- b) Realizar provas de carga e obter as resistências últimas dessas estacas;
- c) Introduzir os valores das resistências à cravação e das resistências últimas nas equações numéricas de Smith;
- d) Por erros e tentativas, obter um valor de  $J$  que leve à resistência última e o nº de golpes/cm observado durante a cravação.

A rigor, os valores dos coeficientes de amortecimento obtidos desta maneira não são propriedades do solo, e sim, fatores de correlação entre o comportamento observado durante a cravação e a capacidade de carga obtida por meio de prova de carga na estaca. Provavelmente, esses coeficientes de amortecimento têm mascarado uma série de fenômenos não levados em conta na análise.

Smith, observando que o solo sob a ponta sofre deslocamentos diferentes dos que ocorrem nos elementos do fuste da estaca, adotou valores diferentes para  $J_p$  e  $J_s$ . Ele sugeriu que o valor de  $J_s$  deve se situar em torno de  $\frac{1}{3}$  de  $J_p$ . Alguns valores típicos para  $J_p$  e para o "quake" são apresentados na tabela 5.2-5.

Solo	Quake (cm)	$J_p$ (s/m)
Areia	0,125 - 0,520	0,330 - 0,660
Argila	0,125 - 0,760	1,31 - 3,30

Tabela 5.2-5 - Valores típicos para o quake e o coeficiente de amortecimento na ponta da estaca, segundo Forehand e Reese (1964).

Na aplicação do método numérico de Smith, é suposta conhecida (ou estimada previamente) a distribuição de resistência do solo entre a ponta e superfície lateral da estaca. De acordo com essa distribuição, é atribuída uma parcela da resistên

cia total para cada elemento de estaca em contato com o solo:

$$R_{u_{tot}} = R_{u_4} + R_{u_5} + \dots + R_{u_m} + \dots + R_{u_p} \quad (5.2.4-12)$$

onde:

$R_{u_{tot}}$  = resistência última (total) do solo

$R_{u_m}$  = parcela de  $R_{u_{tot}}$  que atua no elemento m

$R_{u_p}$  = parcela de  $R_{u_{tot}}$  que atua na ponta da estaca.

Como o valor do máximo deslocamento elástico (quake) é também suposto conhecido, a constante elástica do solo, para um determinado elemento m, é determinada dividindo-se  $R_{u_m}$  pelo quake.

$$K'_m = \frac{R_{u_m}}{Q_m} \quad (5.2.4-13a)$$

Analogamente, para a ponta da estaca:

$$K'_p = \frac{R_{u_p}}{Q_p} \quad (5.2.4-13b)$$

5.2.5 - Outros Fatores

Em uma barra elástica, a propagação de ondas unidimensionais pode ser representada de maneira exata por uma aproximação por diferenças finitas. Entretanto, a acurácia da solução está diretamente relacionada ao tamanho do incremento de tempo  $\Delta t$  utilizado na análise. Quando se utiliza o intervalo de tempo de integração  $\Delta t = \frac{\Delta L}{c}$ , ou seja, igual ao tempo necessário para a onda percorrer um segmento de comprimento  $\Delta L$ , pode-se obter a solução exata da equação diferencial da onda (Davis e Phelan, 1978). Neste caso, os nós da malha espaço-tempo caem exatamente sobre as curvas características da solução analítica e, então, a solução exata é obtida. Se um intervalo de tempo maior que  $\frac{\Delta L}{c}$  é utilizado, a solução numérica diverge, pois a progressão dos cálculos é mais lenta que a propagação real das ondas. Por esta razão, este intervalo de tempo é denominado de intervalo de tempo crítico:

$$\Delta t_{\text{crit}} = \frac{\Delta L}{c} \quad (5.2.5-1)$$

Quando se utiliza um intervalo de tempo de análise menor que o crítico, obtém-se uma solução menos acurada para a barra contínua, pois, à medida que  $\Delta t$  torna-se progressivamente menor, a solução se aproxima do comportamento real do sistema de elementos discretos, usado para simular a barra. Entretanto, se a barra é dividida em um número elevado de segmentos, o comportamento deste sistema discreto é essencialmente o mesmo que o da barra contínua, independentemente do tamanho de  $\Delta t$ , desde que  $0 < \Delta t < \frac{\Delta L}{c}$ .

Em outras palavras, a acurácia da solução é tanto mais sensível à escolha de  $\Delta t$ , quanto menor o número de segmentos em que a barra é dividida. Isto pode ser explicado considerando-se novamente a execução de um filme. Se a ação a ser representada é normal, o intervalo de tempo de 1/24 segundos entre os quadros é o adequado. Porém, se a ação é de alta velocidade, como por ex., a rotação de uma roda, um intervalo de tempo muito menor é necessário para mostrar corretamente a ação. (Se o intervalo de tempo de 1/24 é utilizado, a roda parece girar em sentido contrário). Um fenômeno semelhante ocorre no cálculo numérico da equação da onda: se o valor de  $\Delta t$  é adequado para o sistema, obtêm-se um número mínimo de iterações; se  $\Delta t$  é muito grande, os cálculos não convergem. Por outro lado, a utilização de um valor de  $\Delta t$  muito pequeno leva a um número elevado de iterações, sem aumento significativo de acurácia.

Na prática, os diversos elementos que compõem o sistema martelo-estaca-solo podem apresentar intervalos de tempo críticos diferentes entre si. Por exemplo, é comum os conjuntos cepo-capacete e coxim + 1º segmento de estaca, apresentarem intervalos de tempo críticos diferentes dos demais segmentos de estaca. Smith recomendou que esses intervalos de tempo fossem calculados em função da rigidez e do peso dos elementos:

$$\Delta t_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{W_m}{g K_m}} \quad (5.2.5-2)$$

ou

$$\Delta t_{\text{crit}} = \sqrt{\frac{W_{m+1}}{g K_m}} \quad (5.2.5-3)$$

O menor dos valores obtidos por estas fórmulas é tomado como o intervalo de tempo crítico do sistema. Note-se que a equação 5.2.5-2 é equivalente à equação 5.2.5-1, pois:

$$\rho = \frac{\text{massa}}{\text{volume}} = \frac{W}{g A \Delta L}$$

e

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

Nos cálculos, o valor ideal do intervalo de tempo de integração pode ser definido como o maior intervalo de tempo que forneça uma solução estável. A condição de estabilidade numérica é dada pela relação 5.2.5-4, também conhecida como critério de COURANT:

$$\Delta t \leq \Delta t_{\text{crit}} \quad (5.2.5-4)$$

Para evitar instabilidades numéricas decorrentes de fatores não considerados nas equações 5.2.5-2 e 5.2.5-3, tais como os efeitos do quake, do amortecimento, das restituições etc, Smith recomendou, para o intervalo de tempo de integração, um valor situado em torno da metade do intervalo de tempo crítico do sistema. Os valores típicos para  $\Delta L$  e  $\Delta t$  por ele sugeridos, são apresentados na tabela 5.2.5-1.

TABELA 5.2.5-1 (SMITH, 1960)

MATERIAL DA ESTACA	$\Delta L$ (m)	$\Delta t$ (s)
Aço	1,50 — 3,00	1/4000
Concreto	1,50 — 3,00	1/4000
Madeira	1,50 — 3,00	1/3000

Bowles (1974) verificou que, em geral, a utilização de um intervalo de tempo  $\frac{1}{2} \Delta t_{crit} < \Delta t < \Delta t_{crit}$  leva a uma rápida convergência, obtendo-se a solução com aproximadamente 35 a 60 iterações. Ele observou ainda que, embora a utilização de um intervalo de tempo específico para cada elemento prove que uma convergência mais rápida, os resultados assim obtidos não são confiáveis.

No caso especial em que se investiga a forma exata das ondas provenientes do impacto, é aconselhável dividir, tanto o martelo como a estaca, em segmentos da ordem de 30 cm a 60 cm. Neste caso, o intervalo de tempo de integração a ser utilizado deve ser menor que os recomendados na tabela 5.2.5-1. Desta maneira, pode-se obter soluções com alto grau de acurácia.

### 5.3 - Programação

#### 5.3.1- Descrição do Programa

A solução numérica da equação da onda, pelo método de Smith, pode ser feita por computador, conforme o fluxograma simplificado apresentado na figura 5.3-1.

No fluxograma:

"Leitura dos Dados" se refere à introdução dos dados sobre:

1. Martelo: peso do pilão, altura de queda, eficiência do martelo, etc.
2. Acessórios de Cravação: peso do capacete, rigidez e coeficiente de restituição do cepo e do coxim, etc.
3. Estaca: peso, área, comprimento, módulo de elasticidade, etc.
4. Solo: quake, coeficientes de amortecimento, resistência, etc.

"Preparação para a análise" inclui:

1. Cálculo das propriedades físicas (Rigidez, pe-

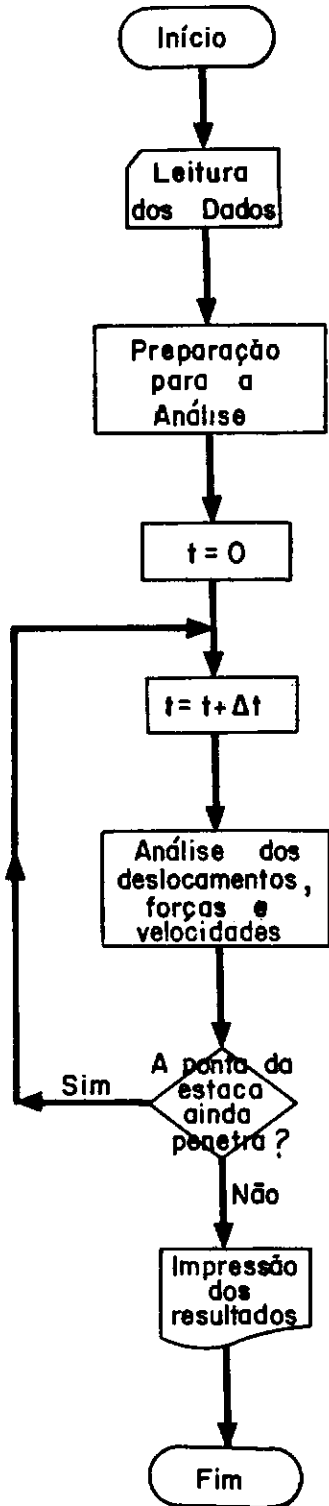


Fig. 5.3-1- Programa da equação da onda.

sos, áreas, etc).

2. Cálculo da distribuição da resistência do solo.
3. Cálculo das "constantes de mola do solo".
4. Cálculo da velocidade inicial do pilão.
5. Inicialização (as variáveis que dependem do tempo são inicializados em zero ou de forma a atender às condições de equilíbrio estático).

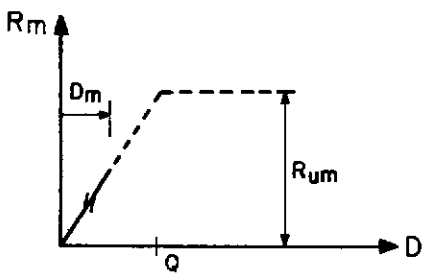
"Análise dos deslocamentos, forças e velocidades" inclui, para cada intervalo de tempo:

1. Cálculo dos deslocamentos de cada elemento pela equação 5.1.4-1. No primeiro intervalo de tempo é calculado apenas o deslocamento inicial do pilão através do produto da sua velocidade inicial pelo intervalo de tempo de análise.
2. Cálculo dos deslocamentos plásticos do solo. (Esses deslocamentos só ocorrem se o deslocamento do elemento exceder ao quake). São utilizadas duas rotinas de cálculo: uma (nº1) para os elementos do fuste e uma (nº2) para a ponta da estaca.

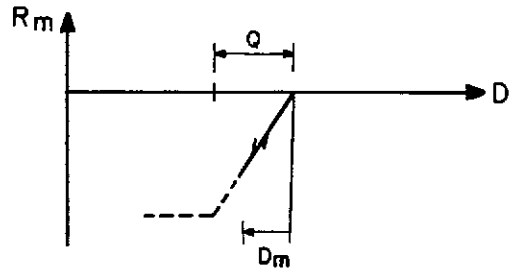
3. Cálculo das resistências do solo que atuam nos elementos.
4. Cálculo da compressão da mola elástica de cada segmento de estaca, pela equação 5.1.4-2.
5. Cálculo das forças em cada elemento, através da equação 5.1.4-3. As forças no capacete e no primeiro segmento da estaca (topo), são calculadas separadamente em rotinas de cálculo que levam em conta as restituições do cepo e do coxim (rotinas nº3 e nº4 respectivamente).
6. Cálculo da velocidade de cada elemento, através das equações 5.1.4-4 e 5.1.4-5.
7. Armazenamento dos deslocamentos e das velocidades calculadas.

A análise é repetida para os intervalos de tempo subsequentes, até que toda a estaca deixe de penetrar no terreno.

A estaca deixa de penetrar no terreno quando as velocidades de todos os segmentos de estaca tornam-se simultaneamente negativas ou nulas, e o deslocamento plástico da ponta da estaca atinge o seu valor máximo ou "nega permanente".



a)  $D_m > 0$



b)  $D_m < 0$

Fig. 5.3-2- Deslocamentos elásticos.

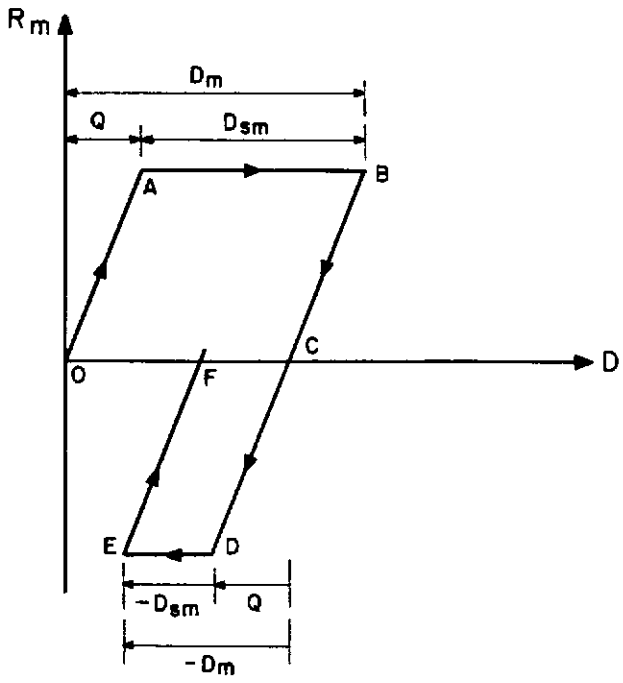


Fig. 5.3-3- Deslocamentos maiores que o "quake".

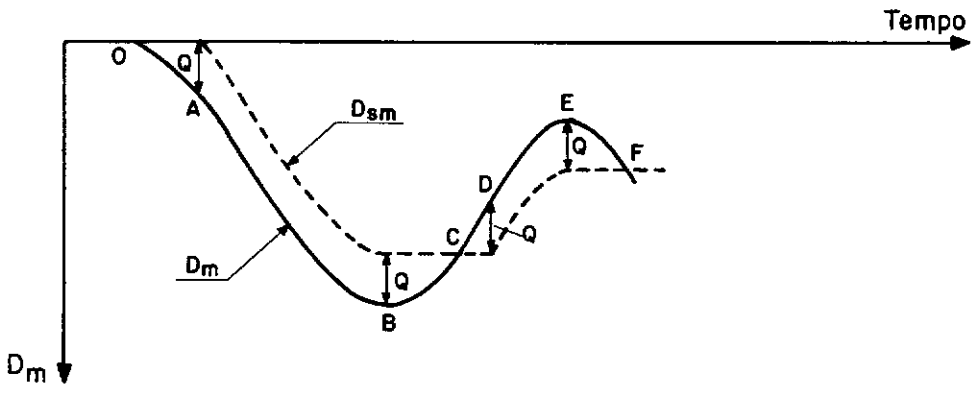


Fig. 5.3-4- Rotina de cálculo nº 1.

A rotina de cálculo nº 1 se destina ao cálculo dos deslocamentos plásticos do solo ao longo da superfície lateral da estaca. Esta rotina leva em conta a possibilidade de inversão do movimento da estaca, e assegura que a compressão ou a extensão da mola  $K'_m$  não ultrapasse o quake, que é o máximo deslocamento elástico que o solo pode admitir sem sofrer ruptura. Portanto, se o deslocamento do elemento m (em valor absoluto) for menor que o quake, o seu deslocamento plástico é nulo, conforme ilustra a figura 5.3-2. Por outro lado, se o seu deslocamento exceder a Q, o deslocamento plástico é dado pela diferença  $D_m - Q$  (se  $D_m$  for positivo) ou  $-D_m + Q$  (se  $D_m$  for negativo), conforme ilustra a figura 5.3-3.

A rotina de cálculo nº 1 é ilustrada na figura 5.3-4, onde os pontos O, A, B, C... correspondem aos indicados na figura 5.3-3. Note-se que nos trechos AB e DE (fases plásticas) a curva referente aos deslocamentos plásticos acompanha a curva dos deslocamentos e a distância entre ambas é igual a Q.

A rotina de cálculo nº 2 é semelhante à anterior e se destina ao cálculo dos deslocamentos plásticos da ponta da estaca. Porém, como o máximo deslocamento plástico da ponta é igual à nega da estaca, não é admitida a inversão de sinais dos deslocamentos plásticos que ocorria no caso anterior. O deslocamento plástico da ponta da estaca é calculada pela diferença  $D_p - Q$ . Para  $D_p \leq 0$  ou  $D_p \leq Q$ , o deslocamento plástico é nulo, conforme ilustra a figura 5.3-5.

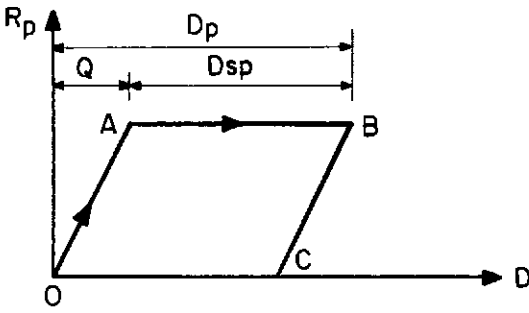


Fig. 5.3-5- Deslocamentos da ponta da estaca.

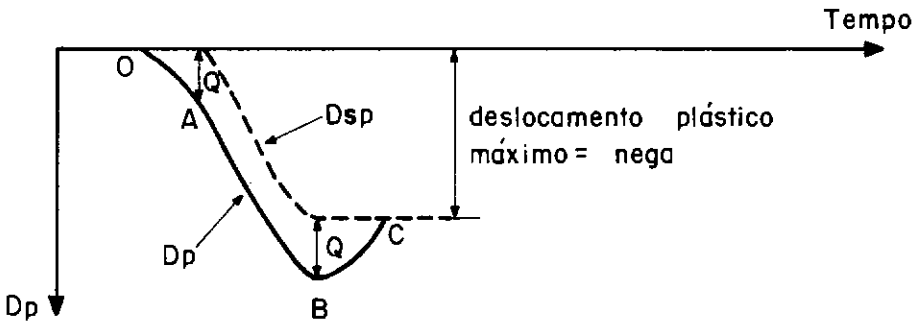


Fig. 5.3-6- Rotina de cálculo nº 2.

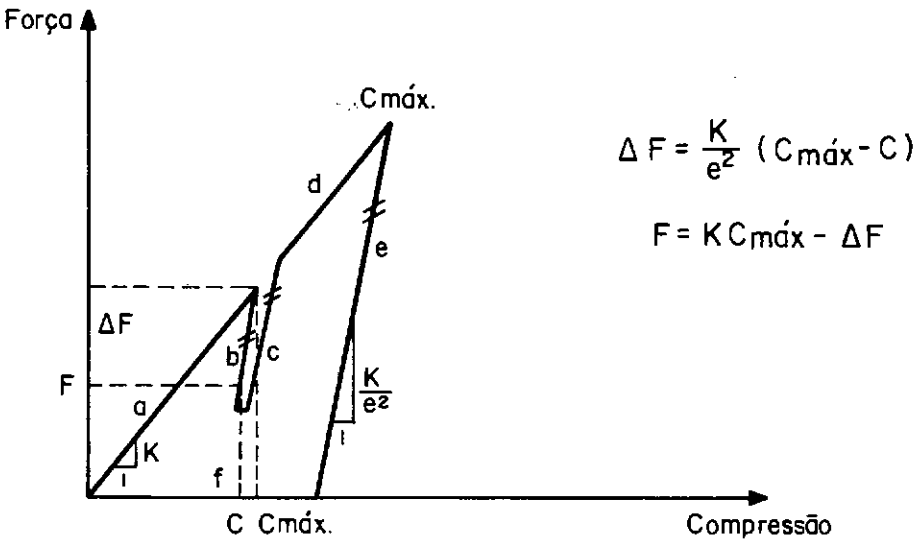


Fig. 5.3-7- Rotinas de cálculo nº 3 e 4.

A rotina de cálculo nº2 é ilustrada na figura 5.3-6. Note-se que ao ser atingido o deslocamento plástico máximo (negativo), este permanece constante até o final da análise. Como os cálculos são finalizados somente após todas as velocidades atingirem um valor negativo ou nulo, a análise nem sempre termina quando o deslocamento plástico atinge o seu valor máximo (ponto B do diagrama da figura 5.3-6).

A rotina de cálculo nº3 calcula a força entre a martelo e o capacete, levando em consideração a inelasticidade da mola representativa do cepo através do seu coeficiente de restituição. A figura 5.3-7 ilustra o diagrama força x deslocamento adotado para o cepo. (Os trechos (a,b,c...) assinalados no diagrama são correspondentes aos passos enumerados na rotina).

As forças elásticas (trechos a e d do diagrama) são calculadas pelo produto da rigidez  $K$  pela compressão  $C$  do cepo.

$$F = K C \quad (5.3.1-1)$$

As forças instantâneas, considerando-se a restituição do cepo, são calculadas pela equação 5.3.1-2, nos trechos b, c e e:

$$F = \frac{K}{e^2} C - \left[ \frac{1}{e^2} - 1 \right] K C_{m\bar{x}} = K C_{m\bar{x}} + \frac{K(C-C_{m\bar{x}})}{e^2} \quad (5.3.1-2)$$

$C_{m\bar{x}}$  é a compressão máxima do trecho elástico ou o ponto em que a compressão muda de sinal, conforme a figura 5.3-7.

A rotina de cálculo nº 3 é executada como se segue:

- a) As forças são calculadas pela equação 5.3.1-1 até que a variação em compressão  $(C-C')$  entre dois intervalos de tempo torna-se negativa. Nesse instante, é introduzido um termo  $C_{m\bar{x}}$ .
- b) Fazendo  $C_{m\bar{x}}=C'$ , calculam-se as forças por meio da equação 5.3.1-2.
- c) Na recompressão, é utilizada a equação 5.3.1-2 até que  $(C-C_{m\bar{x}})$  volte a ser positivo.
- d) Neste trecho, a equação 5.3.1-1 é novamente utilizada até que  $(C-C')$  torne-se novamente negativo. Isto fornecerá também um novo valor de  $C_{m\bar{x}}$  como em (b).
- e) Com o novo valor de  $C_{m\bar{x}}$ , calculam-se as forças de acordo com a equação 5.3.1-2.

Se ocorrer recompressões adicionais, os passos (c), (d) e (e) são repetidos tantas vezes quantas necessárias.

- f) A força não pode ser negativa (menor que zero) pois o martelo não se acha ligado rigidamente ao capacete e assim não há transmissão de esforços de tração.

A rotina de cálculo nº 4 calcula a força entre o capacete e o primeiro segmento de estaca. Ela considera o emprego de um coxim entre o capacete e a estaca. As molas representativas do coxim e do primeiro segmento de estaca são associadas em série e os cálculos são realizados considerando a mola equivalente:

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_e} \quad (5.3.1-3)$$

onde  $K_c$  = Rigidez do coxim

$K_e$  = Rigidez do primeiro segmento de estaca.

A seqüência de execução é idêntica à da rotina de cálculo nº 3, com exceção da última, onde pode ser incluída a possibilidade de transmissão de esforços de tração entre a estaca e o capacete.

#### 5.4 - Discussão do Método - Aprimoramentos

Com o crescente desenvolvimento no campo de aplicação de métodos numéricos na engenharia, o método de Smith, pela sua simplicidade, tem sido objeto de questionamento, principalmente quanto à eficiência do algoritmo ou à validade do modelo adotado.

A aplicação do método dos elementos finitos ao problema da cravação de estacas constitui-se em uma formulação alternativa natural ao método das diferenças finitas empregado por Smith. Portanto, é oportuna uma comparação sumária entre os dois métodos.

Tanto o método das diferenças finitas como o dos elementos finitos, podem ser descritas, de um modo geral, como técnicas para aproximar a solução de um problema governado por um sistema de equações diferenciais parciais, a um conjunto finito de equações algébricas simultâneas, relacionadas por um número finito de variáveis.

Do ponto de vista físico, na aproximação por diferenças finitas, o modelo contínuo é dividido (ou discretizado) em um número finito de partículas (pontos ou massas) discretas, às quais são atribuídas propriedades físicas fictícias, de modo a representar da melhor forma possível o modelo contínuo. A aplicação de operadores diferenciais a cada uma dessas partículas do modelo discretizado, resulta em um conjunto de equações sob forma de diferenças finitas, que substitui de maneira aproximada o conjunto de

equações diferenciais parciais que governa o problema (ver quadro 5.1-1). Uma restrição desta aproximação é a uniformidade do espaçamento que deve ser mantido entre as partículas discretas.

No método dos elementos finitos, o domínio do fenômeno em questão é discretizado em um número finito de sub-domínios denominados "elementos finitos", que são interligados entre si por meio de um número de pontos discretos chamados "pontos nodais" ou "nós". A distribuição da variável em questão (por ex. o deslocamento) é feita definindo-se, sobre cada elemento, uma função particular aproximada satisfazendo as condições de compatibilidade nos nós. A solução do sistema de equações simultâneas governantes gerado dessa maneira, leva aos valores da variável nos pontos nodais após a introdução das condições de contorno.

Na obtenção das equações de movimento dos pontos nodais, ambas as aproximações (elementos finitos e diferenças finitas) discretizam o problema contínuo descrito pelas equações diferenciais parciais de movimento, de forma a levar a um número finito de equações ordinárias, descrevendo o movimento de um número finito de pontos (ou massas discretas), espaçados ao longo do domínio. As diferenças entre as duas técnicas residem basicamente nos procedimentos utilizados para obter os coeficientes que aparecem nas equações de movimento e na localização dos pontos da malha. Uma comparação alternativa seria considerar o método dos elementos finitos como uma outra maneira de aplicar-se um operador diferencial ao sistema de equações do movimento. Em particular, se a malha escolhida para simular o campo é retangular uniforme, pode-se fazer uma comparação direta entre os dois métodos.

Uma comparação desse tipo foi realizada por I.M. Smith (1978), que analisou o problema da cravação de estacas por meio de vários métodos alternativos. Ele utilizou uma aproximação pelo método dos elementos finitos, adotando um modelo de massas distribuídas e realizando uma integração numérica implícita em relação ao tempo, ou seja, tudo em contraste com o método de análise proposto por E.A.L. Smith (1960). O modelo utilizado é ilustrado na figura 5.4-1 e os resultados da aplicação dos vários métodos a um certo problema de cravação proposto por E.A.L. SMITH em 1960 são apresentados na tabela 5.4-1.

Como pode-se verificar, o método computacional empregado não afeta em muito os cálculos de capacidade de cravação de estacas. Porém, outros aspectos da solução, tais como as velocidades e as acelerações na estaca durante a cravação (que podem ser verificados através de instrumentação adequada), podem ser seriamente afetados pela escolha do algoritmo.

Entretanto, o esquema de cálculo do método de Smith (1960) demonstrou ser mais econômico que os demais, por ser do tipo iterativo e explícito. Em um esquema explícito, pode-se avançar a solução sem ter que armazenar uma matriz de grande dimensões ou resolver um sistema de equações. Ele difere dos esquemas implícitos, nos quais um sistema matricial é resolvido, uma ou mais vezes por passo, para avançar a solução.

Tabela 5.4-1

Método	Desloc. máx. da ponta (pol)	Tempo (s) para atingir :	
		Quake	Penetração final
E.A.L. SMITH	0,303	0,0080	0,0140
NEWMARK, L*	0,328	0,0080	0,0115
NEWMARK, D	0,291	0,0080	0,0098
WILSON, L	0,207	0,0082	0,0112
WILSON, D	0,221	0,0082	0,0110
NORSETT, L	0,360	0,0079	0,0126
NORSETT, D	0,347	0,0079	0,0118

\* L = Massos discretas.  
D = Massas distribuída.

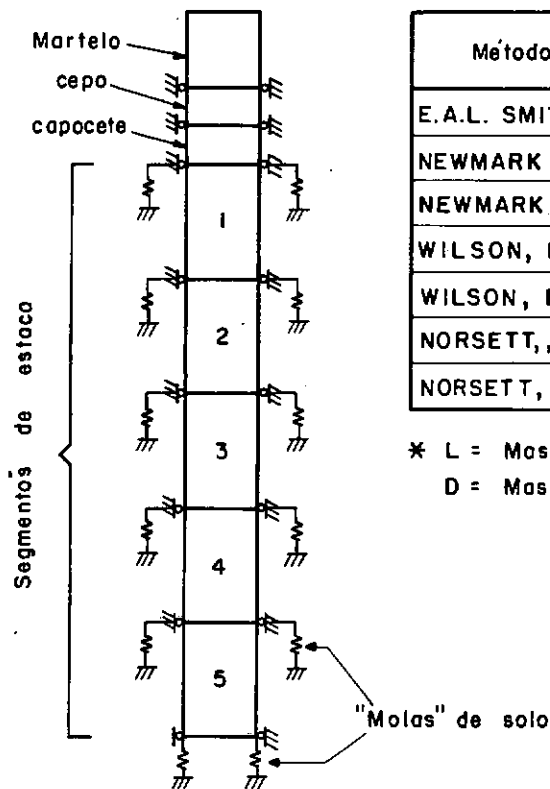


Fig. 5.4-1- Modelo utilizado para simular o sistema martelo - estaca - solo. (I.M. Smith, 1978).

A principal vantagem dos esquemas explícitos reside na economia de armazenamento computacional, embora seja necessário utilizar um intervalo de tempo pequeno para assegurar a esta

bilidade numérica. (Frequentemente essa restrição quanto à dimensão do intervalo de tempo é mais rigorosa do que as exigidas pelas considerações de acurácia). A experiência tem demonstrado que nenhum dos dois esquemas é ótimo para todos os casos. Entretanto, no que diz respeito ao método da equação da onda, o esquema explícito empregado permite a discretização nodal de massas, o que parece ser favorável para problemas de propagação (ver I.M.SMITH, 1978). Além disso, quando esquemas explícitos são utilizados, se uma solução é encontrada, ela provavelmente será acurada.

O método dos elementos finitos pode ser utilizado, ainda, para simular um semi-espaco elasto-plástico onde, idealmente, a estaca seria cravada. Entretanto, devido ao seu alto custo computacional, este tipo de formulação não tem sido utilizado na prática. Faltam, portanto, informações, tais como as relativas à definição das melhores condições de contorno ou das condições iniciais a serem empregadas nos cálculos.

Em princípio, qualquer método de análise consistente que forneça resultados teóricos próximos aos experimentais, pode ser considerado válido. Por exemplo, Scanlan e Tomko (1969), adotando um modelo de estaca contínuo, realizaram um estudo teórico-experimental para estimar a resistência do solo durante a cravação da estaca. A resolução da equação da onda era realizada através de uma análise modal e a melhor estimativa era obtida quando as acelerações calculadas mais se aproximavam das obtidas experimentalmente através de medições. Entretanto, este método de análise é mais complexo e caro (computacionalmente) que o de Smith e os resultados são semelhantes. Um outro exemplo, digno de nota, diz res

peito ao estudo matemático realizado por Moura, Feijão e Raupp (1979), pesquisadores do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas. Neste estudo simulando a cravação de estacas, o problema é formulado em termos de uma inequação variacional, derivada a partir da lei dinâmica de Coulomb para o atrito e do Princípio das Potências Virtuais. A resolução numérica desta inequação é realizada através de uma análise matemática extremamente complexa, empregando o método de Galerkin para a variável deslocamento e uma integração em relação ao tempo do tipo preditor-corretor. Infelizmente, não foram feitas comparações entre os resultados teóricos e experimentais e as restrições concernentes ao exemplo anterior ainda são válidas.

Provavelmente, as maiores dificuldades e restrições encontradas em análises semelhantes às apresentadas nos dois exemplos anteriores, residem na necessidade de expressar analiticamente as forças de impacto e de resistência do solo.

Uma das limitações básicas do algoritmo de Smith, reside na exclusão das tensões residuais decorrentes dos golpes anteriores do martelo, pois a análise é feita para um só golpe, supondo a estaca em repouso. Uma análise levando em conta os múltiplos golpes certamente representa um aprimoramento valioso da simulação da interação estaca-solo durante a cravação. Estudos neste sentido estão sendo realizados (1978) na Duke University por Holloway e outros. Evidentemente, um estudo deste tipo só tem sentido quando acompanhado de uma instrumentação adequada pois a análise de um golpe é truncada em um determinado instante para introduzir o efeito do golpe subsequente.

Uma outra limitação ao algoritmo, se refere às vibrações, diferentes das ondas longitudinais, que ocorrem durante a cravação da estaca: tanto as vibrações transversais, como por exemplo as decorrentes de um impacto não concêntrico, quanto as vibrações do solo, provenientes da diferença de velocidade de propagação da onda na estaca e no solo, não são levadas em conta. Provavelmente, as vibrações transversais provocam deslocamentos laterais do solo que podem diminuir as tensões horizontais sobre a estaca e reduzir o atrito lateral. Entretanto, estas vibrações não podem ser incluídas diretamente no algoritmo de Smith, pois este foi deduzido a partir da equação da onda unidimensional (espaço real  $\mathbb{R}^1$ ). Para tanto, é necessário partir da equação da onda bi ou tri-dimensional (espaços reais  $\mathbb{R}^2$  e  $\mathbb{R}^3$ ). Sob este aspecto, é interessante citar o trabalho de Fischer (1975) que estendeu o método de Smith para a análise da cravação de tubos com curvaturas iniciais, introduzindo os deslocamentos transversais nos cálculos. As análises realizadas por Fischer permitiram tanto uma seleção adequada dos equipamentos de cravação como uma boa estimativa da resistência do solo à cravação dos tubos, comprovada nos trabalhos de campo. Isto evidencia mais uma vez a versatilidade do método numérico de Smith.

Quando são introduzidas modificações no algoritmo básico de Smith, as medições de campo podem levar a conclusões sobre a validade dessas modificações. Em geral, uma comparação direta indica resultados diferentes, porém é difícil demonstrar se o algoritmo modificado fornece resultados mais acurados que os de Smith. Por exemplo, Davis e Phelan (1978), observaram que a solu

ção de Smith para o problema do impacto entre duas barras homogêneas oscila em torno da solução exata, que para este caso é conhecida. Eles sugeriram, então, uma modificação no algoritmo de Smith, de forma a obter a solução exata do problema. Entretanto, aplicando este algoritmo modificado a problemas reais, eles verificaram que os resultados obtidos pouco diferiam dos de Smith, e frisaram que não se pode concluir qual dos dois algoritmos leva a resultados mais reais.

Não se deve esquecer que o método numérico de Smith é uma mera aproximação de um fenômeno complexo: a análise por meio de massas discretas fornece as estimativas dos deslocamentos e das velocidades apenas nos centros de gravidade das massas. Assim, o movimento exatamente na ponta da estaca não pode ser calculado corretamente. Entretanto, os bons resultados obtidos com a sua aplicação prática, parecem indicar que as simplificações nele contidas provavelmente compensam alguns efeitos não considerados. Muitas tentativas de aprimoramento do modelo ou do algoritmo, esbarram na dificuldade de introduzir na análise, os efeitos de outros fatores intervenientes, porém ainda não quantificados. Por exemplo, o movimento contínuo da estaca pode provocar uma redução na resistência do solo (semelhante à fadiga), na superfície de deslocamento ao longo do fuste da estaca, que não é considerada. Apesar deste efeito ser de fácil introdução nos cálculos (ver figura 5.4-2), o conhecimento teórico atual é insuficiente para quantificá-lo adequadamente. Aliás, nem mesmo se consegue prever se a superfície de ruptura ocorrerá na interface solo-estaca ou solo a solo e, evidentemente, o modelo é independente da maneira como ela ocorrerá.

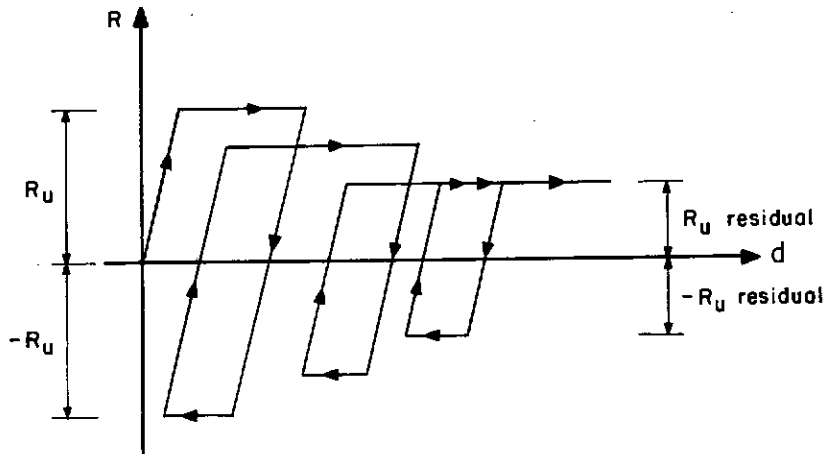


Fig. 5.4-2 - Possível redução de resistência do solo sob carga cíclica.

Sabe-se, ainda, que a bucha de solo (soil plug), aderente à parede da estaca durante a sua cravação, pode desempenhar um papel importante na resistência à sua penetração. Entretanto, como o comportamento dessa bucha não está ainda esclarecido, é difícil a introdução do seu efeito nos cálculos. (Heerema e Jong sugerem em - "An advanced wave equation computer program which simulates dynamic pile plugging through a coupled mass-spring system" - Numerical methods in offshore piling. ICE, London, 1980 - simular a coluna de solo no interior da estaca como um sistema constituído de pesos e molas apropriados).

O modelo básico adotado por Smith para o sistema martelo-estaca-solo é muito simples e pode ser modificado para incorporar as particularidades de cada tipo de equipamento de cravação, de estaca e de solo. Por exemplo, o martelo pode ser simulado de maneira simples como um único peso rígido ou vários pesos interligados entre si, dependendo do comprimento do pilão. Numa análise mais rigorosa, o ciclo termodinâmico de operação do martelo diesel pode ser introduzido no martelo para calcular as

forças decorrentes da explosão do combustível. Já a simulação da estaca (massas discretas + molas elásticas) não pode ser significativamente melhorada. Entretanto, quando as tensões na estaca são elevadas, a resposta do modelo pode não representar corretamente o fenômeno: se a tensão ultrapassa o limite elástico, a força calculada é menor que a real, pois aquela é calculada baseada em um módulo de elasticidade constante. Porém, considerando que a própria determinação do módulo de elasticidade, principalmente para materiais como o concreto e a madeira, é feita de maneira aproximada, um refinamento do modelo para minorar essa limitação talvez não seja justificável. Certamente, o comportamento do solo durante a cravação e os parâmetros que podem descrevê-lo são mais complexos que os propostos no modelo de Smith. A hipótese do comportamento bilinear elasto-plástico ideal para o solo, sob carga estática, pode induzir a erros: como o comportamento real do solo é não linear e não elástico, podem ocorrer deslocamentos plásticos (penetração da estaca) quando o modelo (diagrama idealizado) indica apenas deslocamentos elásticos.

Evidentemente, a acurácia da solução numérica de Smith depende da qualidade dos parâmetros introduzidos na análise. Como praticamente é impossível determinar rigorosamente todos esses parâmetros, muitos deles são apenas estimados, baseados em observações de campo, em ensaios, em correlações empíricas, em referências bibliográficas etc. Entretanto, quando a análise não fornece bons resultados, é difícil precisar, devido ao grande número de variáveis envolvidas, qual ou quais dos parâmetros não foram estimados corretamente. As influências de alguns desses parâmetros serão analisados no capítulo VI.

CAPÍTULO VI - ALGUNS ESTUDOS PARAMÉTRICOS DISPONÍVEIS  
UTILIZANDO A EQUAÇÃO DA ONDA

- 6.1 - Introdução
- 6.2 - Influência das Propriedades dos Equipamentos de Cravação
  - 6.2.1 - Martelos de Cravação
  - 6.2.2 - Cepos e Coxins
  - 6.2.3 - Peso do Capacete
- 6.3 - Influência das Características da Estaca
  - 6.3.1 - Rigidez da Estaca
  - 6.3.2 - Amortecimento Interno do Material da Estaca
- 6.4 - Influência do Solo
  - 6.4.1 - Coeficiente de Amortecimento do Solo e "Quake"
  - 6.4.2 - Distribuição da Resistência do Solo
- 6.5 - Estimativa da Capacidade de Carga

VI. ALGUNS ESTUDOS PARAMÉTRICOS DISPONÍVEIS  
UTILIZANDO A EQUAÇÃO DA ONDA

6.1 - Introdução

O método da equação da onda pode ser utilizado para estimar previamente, não só qualitativamente mas, também, quantitativamente, dentro de uma certa faixa de variação, os efeitos de diversos parâmetros que afetam a cravação de uma estaca. Numa análise paramétrica desse tipo, não é necessário que se conheça o valor de todos os parâmetros. Por exemplo, muitos problemas podem ser resolvidos fazendo-se variar o parâmetro ou parâmetros desconhecidos entre certos limites que são estabelecidos previamente através de um julgamento racional.

6.2 - Influência das Propriedades dos Equipamentos  
de Cravação

6.2.1 - Martelos de Cravação

Para a cravação de estacas até a profundidade de projeto, é necessário uma seleção adequada do martelo, em termos de capacidade e tempo de cravação. A capacidade de cravação de qualquer martelo é profundamente influenciada por numerosos fatores e a literatura relata vários casos em que o martelo utilizado não foi capaz de cravar as estacas até a profundidade necessária de projeto. Estudos paramétricos, analisando alguns parâmetros significativos através da equação da onda, podem auxiliar na escolha do martelo mais apropriado para um determinado trabalho de cravação.

### 6.2.1.1 - Energia de Cravação

Um exemplo prático, bastante elucidativo dos efeitos da energia de cravação, é apresentado por Lowery, Edwards e Finley (1969) que analisaram 3 martelos de cravação utilizados em trabalhos Off-shore: Vulcan 020, 040 e 060. Os resultados são mostrados na figura 6.2-1 onde, para cada caso, utilizou-se as energias de cravação correspondentes a cada martelo e manteve-se constante os demais parâmetros necessários à análise (eficiência do martelo, rigidez do coxim e da estaca etc.).

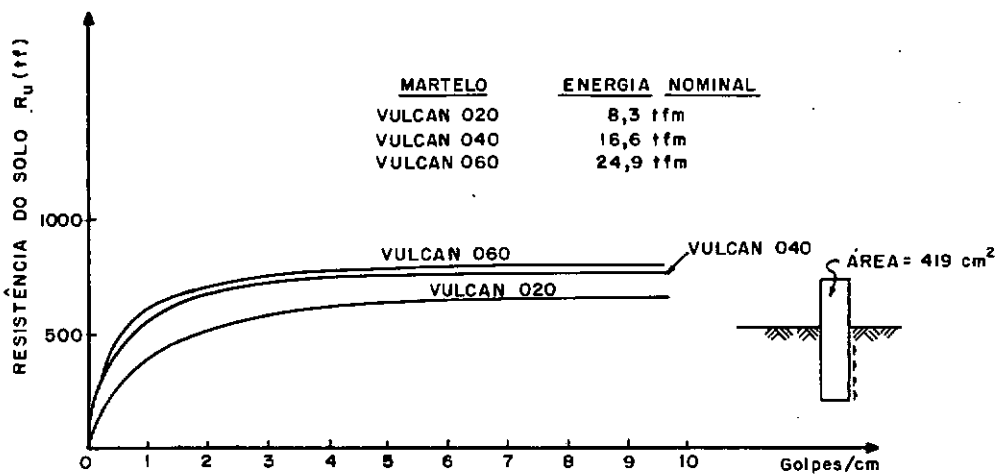


Fig. 6.2-1- Comparação entre martelos de cravação (Coyle e outros, 1977).

Apesar da energia liberada pelos martelos 040 e 060 serem, respectivamente, 2 e 3 vezes maiores que a do 020, em nenhum caso a capacidade de cravação do martelo 020 foi duplicada ou triplicada pela utilização dos martelos 040 e 060. Pode-se observar que o acréscimo de 200% na energia (utilizando o 060 ao invés do 020) resultou em um aumento de, apenas, 20% na capacidade de cravação.

6.2.1.2 - Eficiência do Martelo

A eficiência mecânica do martelo de cravação desempenha um papel importante na transmissão de energia do martelo para a estaca. A sua influência na capacidade de cravação da estaca (pile driveability) pode ser analisada através da equação da onda, como ilustra a figura 6.2-2, onde são apresentadas duas situações de cravação idênticas, onde variou-se apenas a eficiência do martelo.

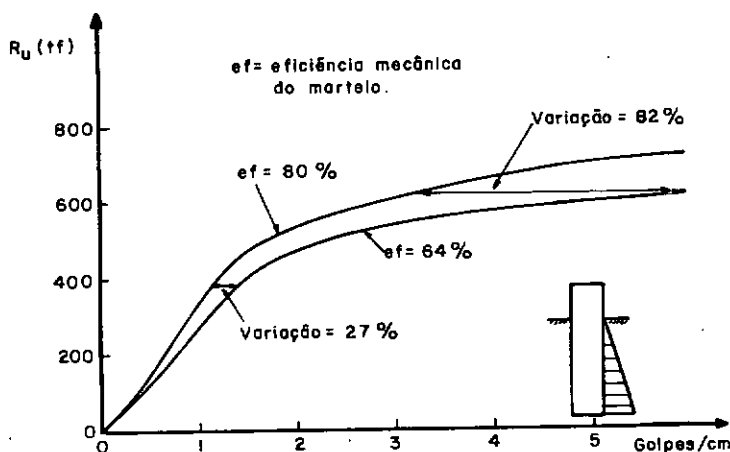


Fig. 6.2-2- Influência da eficiência do martelo (Bender e outros, 1969).

Esta figura, devida a Bender e outros (1969), demonstra que, aumentando-se a eficiência do martelo, aumenta-se a capacidade de cravação da estaca ou, em outras palavras, a estaca pode ser cravada até atingir uma resistência última mais elevada. Pode-se observar, ainda, que, para um mesmo nível de resistência última, quanto maior a eficiência mecânica do martelo, maior a eficiência de cravação da estaca (menor contagem de golpes/penetração). Este efeito é mais pronunciado quando a resistência última é elevada.

### 6.2.1.3 - Forma do Pilão

Bender e outros (1969) realizaram uma análise investigando a influência da forma do pilão de dois martelos de cravação. Eles verificaram que (figura 6.2-3), devido à propagação de ondas no pilão, a capacidade de cravação do martelo com o pilão mais longo era maior. Entretanto, a utilização de cepos e coxins minimiza este efeito da forma do pilão.

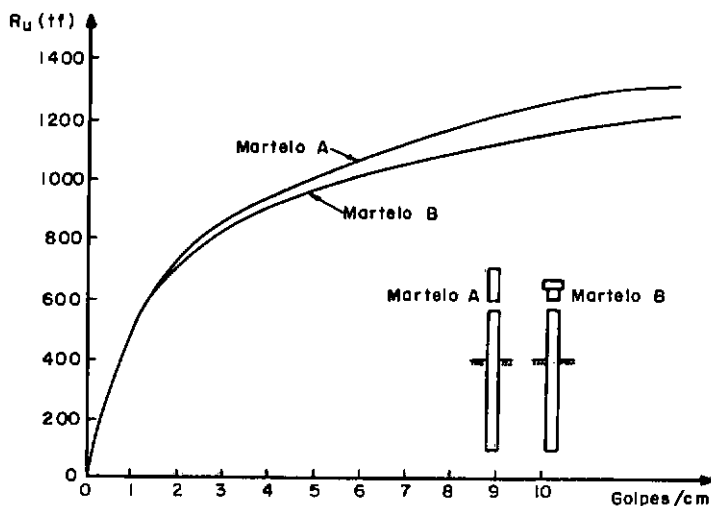


Fig. 6.2-3- Influência da forma do pilão. (Bender e outros, 1969).

### 6.2.2 - Cepos e Coxins

São, normalmente, usados para limitar as tensões, tanto no martelo como na estaca, durante a cravação. As propriedades mais importantes de um cepo ou coxim são a sua rigidez e o seu coeficiente de restituição. (A não existência do coxim implica em supor a sua rigidez nula e o seu coeficiente de restituição unitário).

### 6.2.2.1 - Rigidez do Coxim (ou Cepo)

Um aumento na rigidez do coxim acarreta em um acréscimo na capacidade de cravação da estaca, especialmente em solos de alta resistência à cravação. A figura 6.2-4 ilustra este fato.

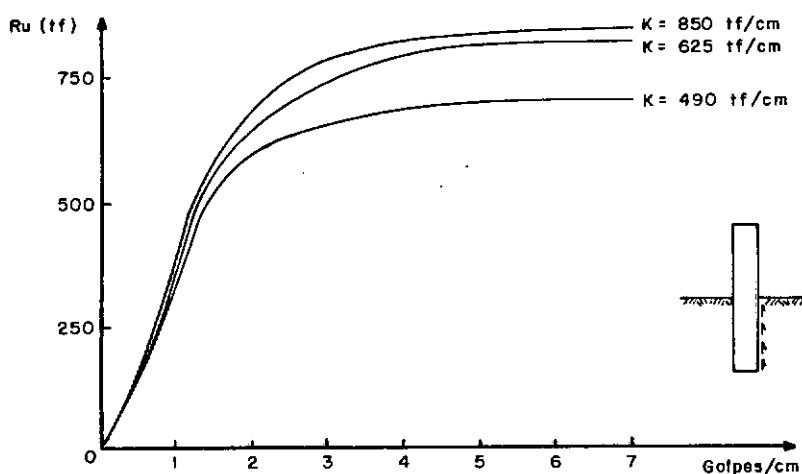


Fig. 6.2-4- Influência da rigidez do cepo (Coyle e outros, 1977)

Parece que existe (Bender e outros, 1969), para um dado sistema martelo - estaca - solo, uma rigidez de coxim ótima, que fornece uma proteção adequada ao sistema sem afetar, seriamente, a sua capacidade de cravação. A figura 6.2-5 mostra uma série de curvas, cada uma delas correspondente a uma determinada resistência à cravação, onde pode ser observado que existe um valor de rigidez acima do qual não há ganho apreciável de capacidade de cravação.

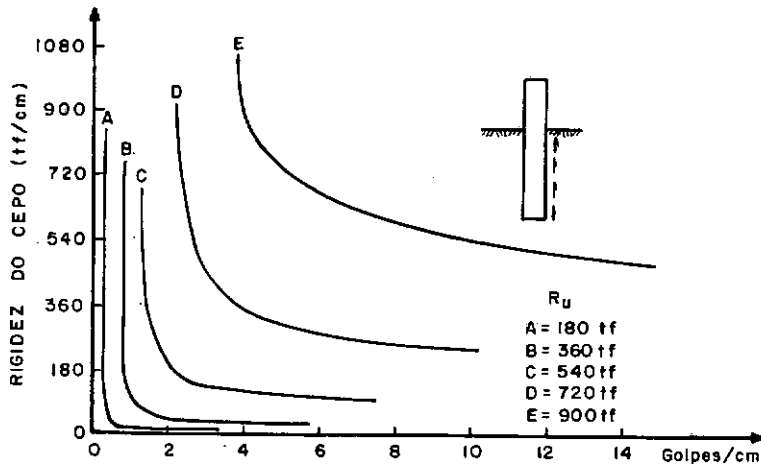


Fig. 6.2-5- Seleção ótima do coxim ( Bender e outros, 1969 ).

Na curva B, aumentando-se a rigidez do coxim de 180 para 360 tf/cm, não se consegue diminuir o número de golpes por cm, quando se quer cravar até 360 tf de resistência. Além disso, há um valor de rigidez ( $\approx 60$  tf/cm) abaixo do qual a capacidade de cravação é seriamente reduzida. Isto significa que um coxim muito macio pode fazer com que a estaca não consiga ser cravada.

#### 6.2.2.2 - Coefficiente de Restituição

É intuitivo e pode ser demonstrado pela equação da onda, que quanto maior o coeficiente de restituição do cepo (ou coxim), maior é a eficiência de cravação da estaca. Isto ocorre porque menos energia é absorvida no cepo e, portanto, ocorre em todos os níveis de resistência do solo. A figura 6.2-6 ilustra o efeito de variação do coeficiente de restituição do cepo na capacidade de cravação de uma estaca.

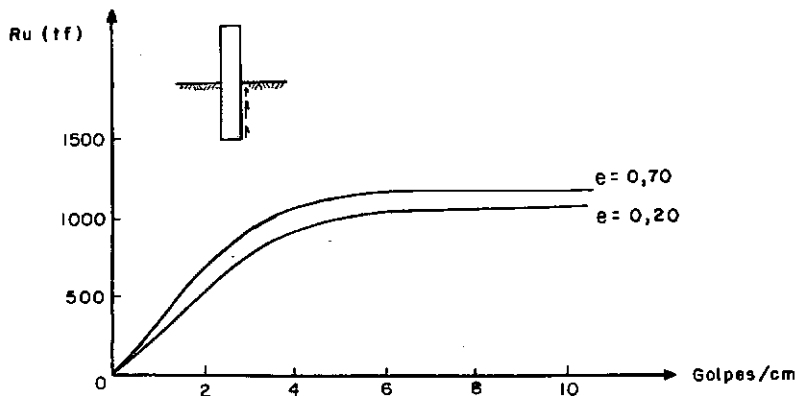


Fig. 6.2-6- Influência do coeficiente de restituição (Lowery e outros, 1969)

### 6.2.3 - Peso do Capacete

O peso do capacete pode ter uma influência significativa na resistência do solo até a qual um martelo pode cravar uma estaca. A figura 6.2-7 mostra os resultados de análises em que variou-se o peso do capacete. Pode-se observar que, aumentando-se o peso do capacete de cinco vezes e nove vezes, a resistência última à qual a estaca poderia ser cravada diminui de 12% e 26%, respectivamente. Este comportamento pode ser atribuído ao fato de que a energia disponível para cravar a estaca é reduzida pelo trabalho realizado no capacete.

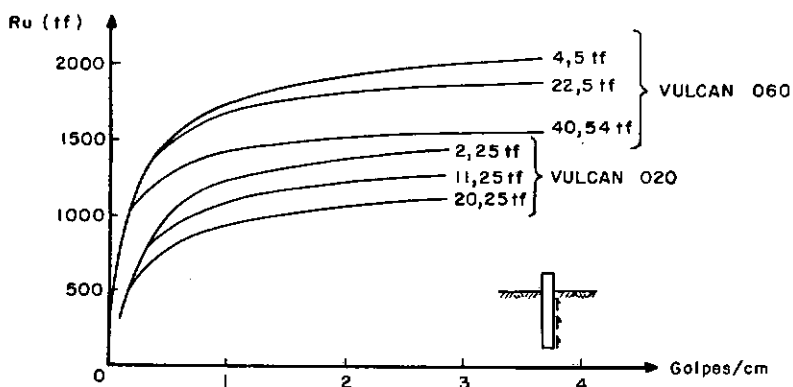


Fig. 6.2-7- Influência do peso do capacete (Lowery e outros, 1969)

### 6.3 - Influência das Características da Estaca

Um dos meios mais eficazes de se melhorar a capacidade de cravação de uma estaca a ser cravada, é aumentar a sua rigidez, aumentando-se a sua seção transversal. Isto por que a capacidade de transmissão de ondas de força ou tensão depende da impedância  $Z = \frac{EA}{c}$  da estaca.

#### 6.3.1 - Rigidez da Estaca

As figuras 6.3-1 e 6.3-2 ilustram resultados típicos encontrados aumentando-se a rigidez das paredes das estacas tubulares apresentadas na figura 6.2-1.

Na figura 6.2-1, verificou-se que triplicando a energia do martelo 020, a capacidade de cravação da estaca foi aumentada de apenas 20%. Em contraste, triplicando-se a seção transversal da estaca, aumenta-se essa capacidade de cerca de 60% e 100% para os martelos 020 e 060, respectivamente.

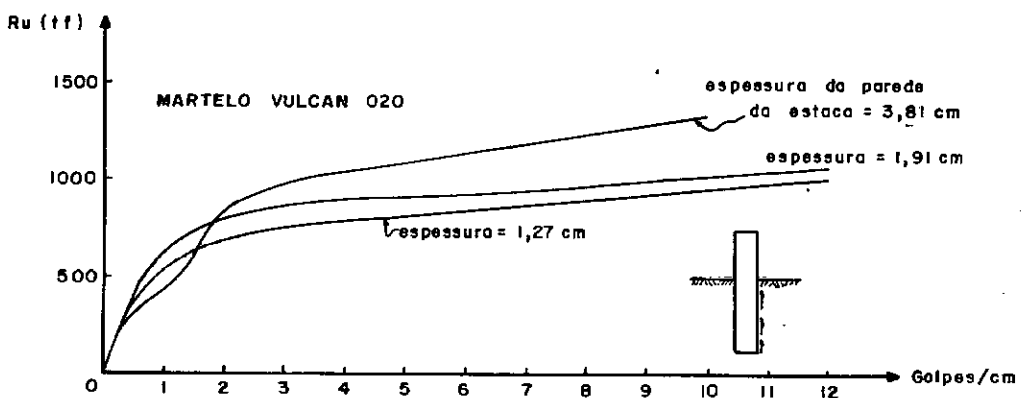


Fig. 6.3-1- Influência da rigidez da estaca (Coyle e outros, 1977)

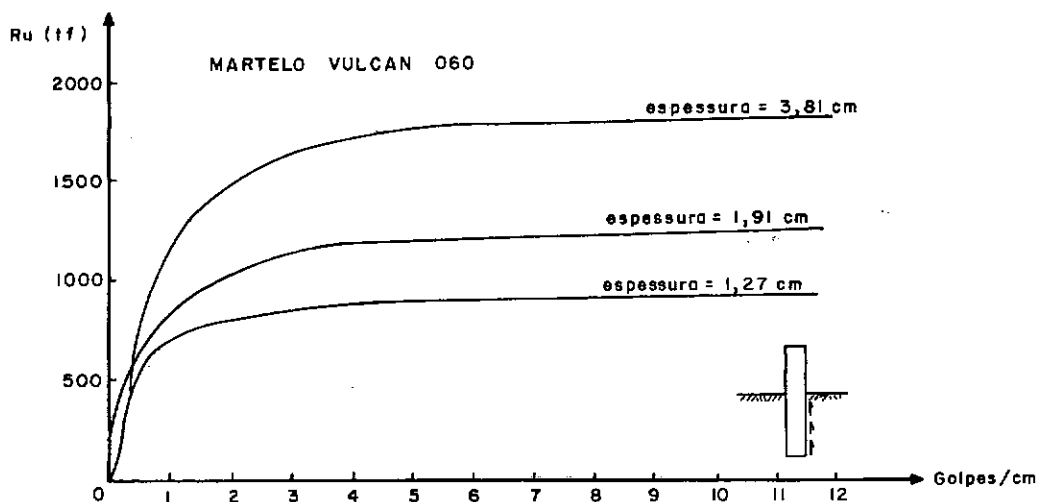


Fig. 6.3-2- Influência da rigidez da estaca (Coyle e outros, 1977)

É interessante notar que a figura 6.3-1 mostra que sob baixa resistência à cravação, a estaca de menor rigidez é mais fácil de ser cravada que as demais. Isto ocorre porque, sob baixa resistência, a estaca move-se de uma grande distância por golpe (maior penetração por golpe) e a massa adicional da estaca com maior rigidez, movendo-se dessa distância, absorve maior quantidade de energia do martelo. Entretanto, sob alta resistência, o número de golpes/cm torna-se suficientemente elevado (a penetração por golpe é menor), que a capacidade adicional da estaca de maior rigidez para transmitir as ondas de tensão através do solo excede, em muito, os efeitos inerciais, fazendo com que ela seja mais fácil de ser cravada.

Bender e outros (1969), verificaram que, em muitos casos, é possível aumentar a capacidade de cravação da estaca enrijecendo apenas a sua parte cravada no solo. A figura 6.3-3 ilustra esse fato: os últimos 36m foram enrijecidos apenas para melhorar a cravação. Pode-se notar que a penetração necessária (44m) só pode ser conseguida com as estacas com as paredes média e grossa.

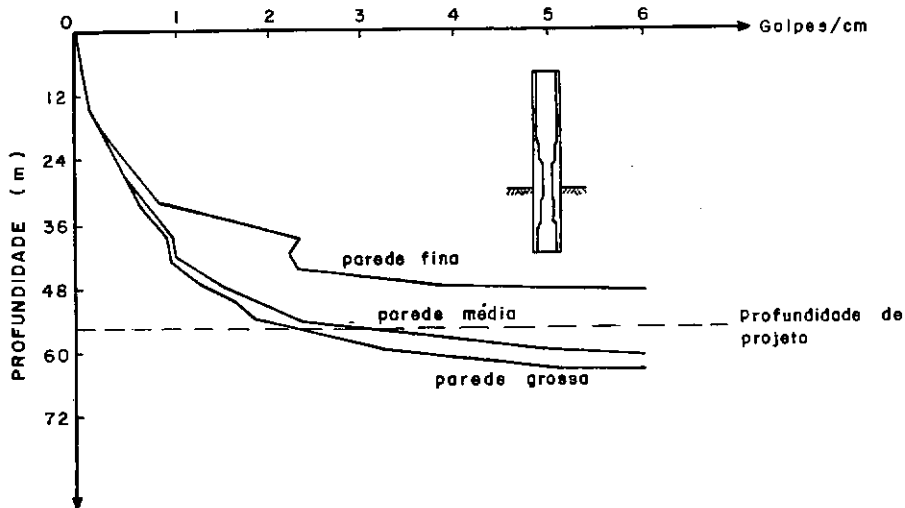


Fig. 6.3-3- Efeito do enrijecimento da estaca (Bender e outros, 1969)

Deve-se ressaltar que o aumento da rigidez, além de permitir a cravação da estaca até a profundidade desejada, leva a uma redução do tempo de cravação.

Um outro artifício comumente empregado para aumentar a impedância de estacas tubulares, é preenchê-la com concreto. A figura 5.2-13, devida a Parola (1975), ilustra a utilização desse artifício.

### 6.3.2 - Amortecimento Interno do Material da Estaca

Engeling (1974), realizou estudos paramétricos, visando avaliar os efeitos do amortecimento interno do material da estaca. Ele variou o valor do coeficiente de restituição dos segmentos de estaca, para uma determinada faixa de comprimentos. A figura 6.3-4 apresenta resultados típicos para uma resistência à cravação igual a 4 golpes/cm. Pode-se observar que para estacas de até, aproximadamente, 60m, a análise pela equação da onda não é influenciada pela variação do coeficiente de restituição da estaca.

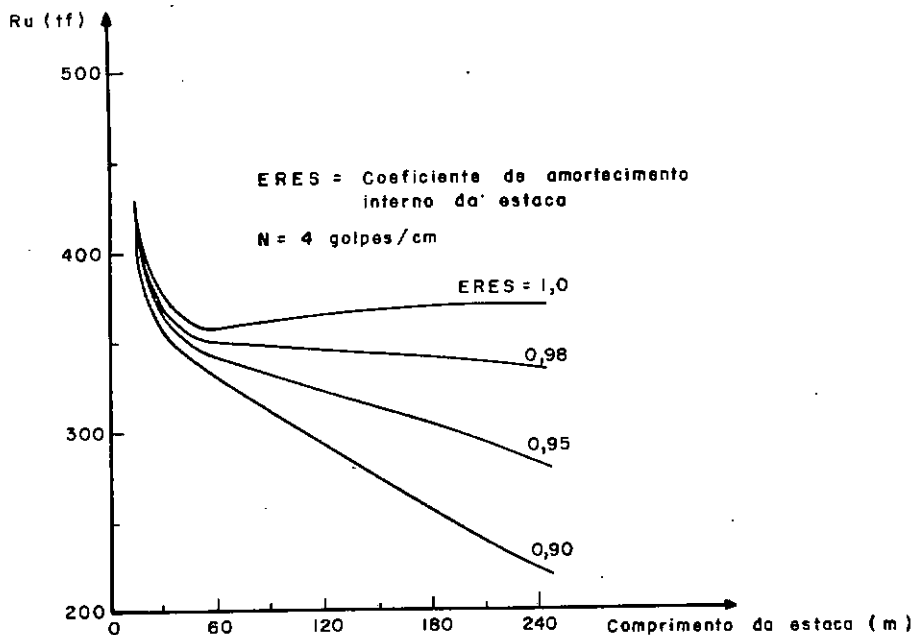


Fig. 6.3-4- Influência do amortecimento interno (Engeling, 1974)

#### 6.4 - Influência do Solo

##### 6.4.1 - Coeficiente de Amortecimento do Solo e "Quake"

Hirsch e outros (1970) realizaram um estudo paramétrico visando determinar os valores do coeficiente de amortecimento para vários solos. O sistema martelo - estaca - solo foi mantido constante, variando-se apenas o valor do coeficiente de amortecimento. Através das curvas resistência última do solo x golpes/cm, as propriedades de amortecimento foram determinadas pela comparação entre as soluções geradas pelo computador e a obtida dos dados de um prova de carga na estaca, conforme a figura 6.4-1. Pode-se observar que, para um determinada resistência última do solo, aumentando-se o valor do coeficiente de amortecimento, aumenta-se o número de golpes necessários para se atingir essa resistência. Em outras palavras, quanto menor o coeficiente de amortecimento do solo, maior a capacidade de cravação da estaca.

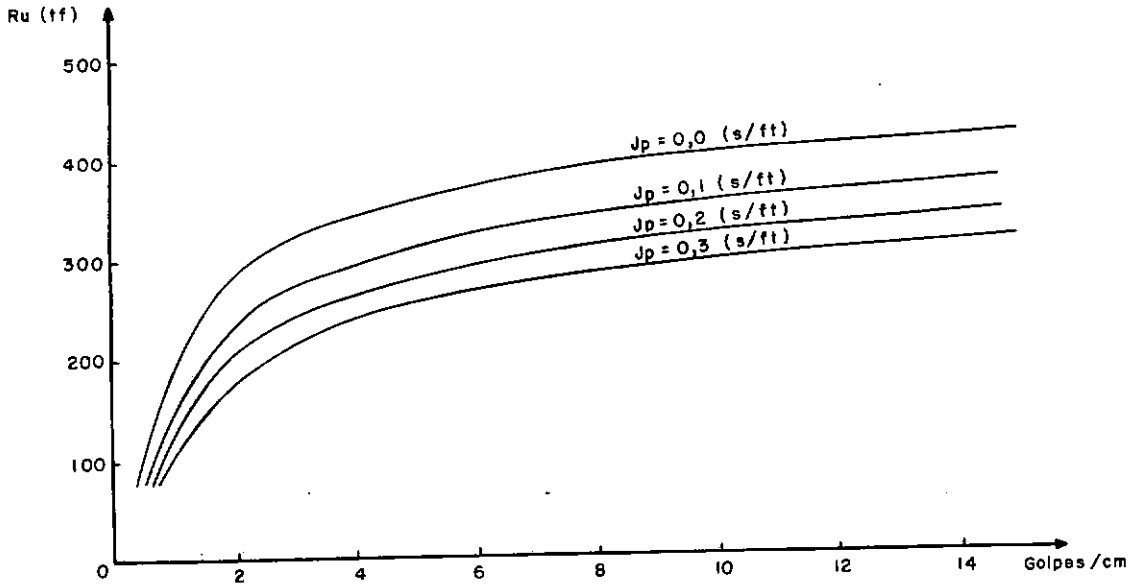


Fig. 6.4-1- Influência do coeficiente de amortecimento do solo (Hirsch e outros, 1970)

Estudos realizados por Parola (1975), indicam um comportamento semelhante para o "quake". A figura 6.4-2 ilustra o fato de que, quanto menor o valor do "quake", maior a capacidade de cravação da estaca.

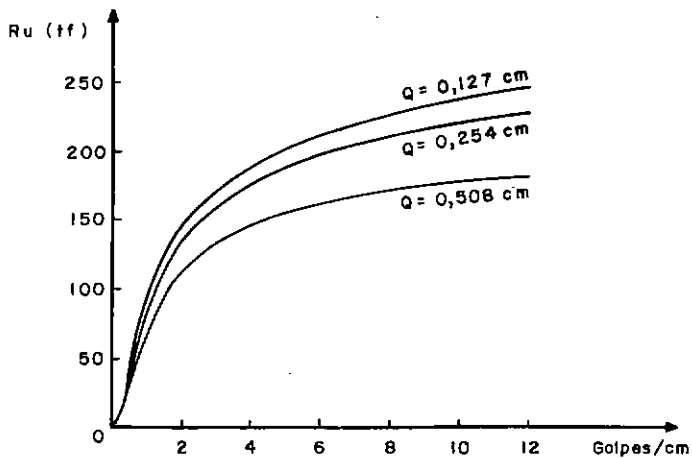


Fig. 6.4-2- Influência do "quake" ( Parola, 1975 ).

#### 6.4.2 - Distribuição da Resistência do Solo

Na análise pelo método da equação da onda, é necessário que se conheça a distribuição de resistência do solo ao longo da estaca.

Entretanto, face às dificuldades de obtenção dessa distribuição, normalmente ela é suposta conhecida no início da análise, dividindo-se a resistência total, em termos percentuais, parte para a superfície lateral e parte para a ponta da estaca. (A maneira como essa distribuição ocorre deve ser estimada através de uma análise de transferência de carga. Entretanto, os resultados numéricos obtidos, considerando-se uma transferência de carga (atrito lateral) uniforme, não diferem muito dos obtidos quando se considera uma transferência linearmente crescente ou decrescente com a profundidade).

As principais influências da distribuição de carga entre a ponta e o fuste da estaca, analisadas pela equação da onda, podem ser resumidas em estudos paramétricos como os apresentados nas figuras 6.4-3 e 6.4-4.

Analisando as figuras 6.4-3 e 6.4-4, pode-se observar que, quanto menor a percentagem de carga resistida pela ponta, maior é a capacidade de cravação da estaca. Portanto, uma diminuição na percentagem de carga na ponta da estaca, resulta em um decréscimo no número de golpes/cm para se cravar a estaca até uma certa resistência do solo. Esse efeito é mais pronunciado quanto maior a resistência do solo e menor a rigidez da estaca.

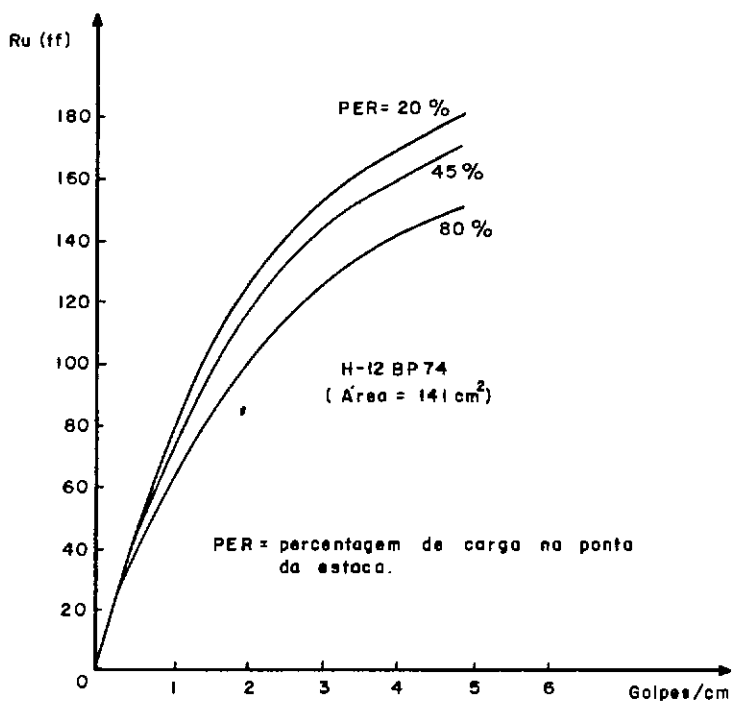


Fig. 6.4-3- Influência da distribuição de carga (Tavenas e Audibert, 1977).

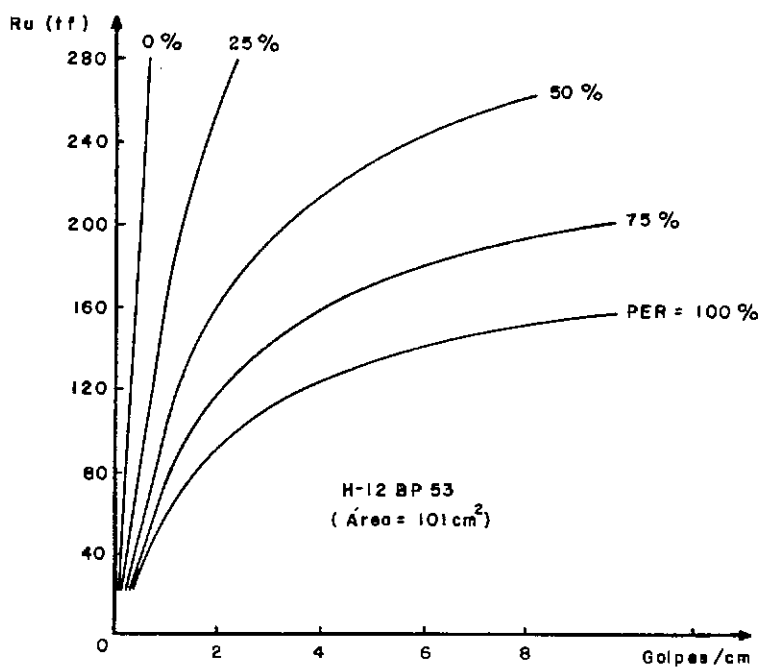


Fig. 6.4-4- Influência da distribuição de carga (Forehand e Reese, 1964).

6.5 - Estimativa da Capacidade de Carga

A capacidade de carga de uma estaca pode ser estimada através da curva resistência última do solo versus número de golpes por penetração. Esta curva é obtida variando-se a resistência última do solo e calculando-se as respectivas negas plásticas. (O número de golpes/penetração é igual ao inverso da penetração por golpe, comumente denominado de nega). Assim, para cada valor de resistência última do solo, os cálculos por computador fornecem um valor correspondente para a nega. Desta maneira, são gerados pontos suficientes para se traçar a curva resistência última do solo x número de golpes/cm, conforme ilustra a figura 6.5-1. Entrando-se nesta curva com o número de golpes/cm obtido do diagrama de cravação da estaca, obtêm-se a sua resistência última ou capacidade de carga.

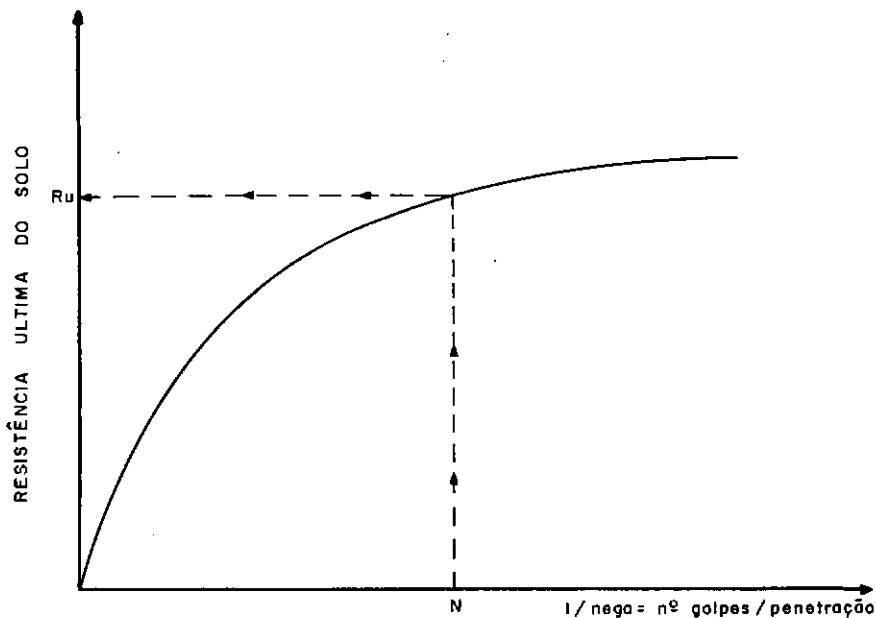


Fig. 6.5-1- Diagrama resistência última do solo x nº de golpes/penetração.

Deve-se ressaltar que essa resistência última é a resistência estática total do solo encontrada durante a cravação, pois o acréscimo de resistência dinâmica é levado em conta na análise através do coeficiente de amortecimento.

Essa curva pode ser utilizada para verificar alguns efeitos reológicos, tais como o aumento de resistência (freezing) ou a redução de resistência do solo (relaxação) com o tempo, após a interrupção da operação de cravação. Procedendo-se a uma nova cravação (recravação) da estaca, obtêm-se uma nova nega (golpes/cm) que é então plotada na curva. A resistência última correspondente a essa nova nega será a nova capacidade de carga, incluída de efeitos reológicos. A figura 6.5-2 ilustra dois casos possíveis.

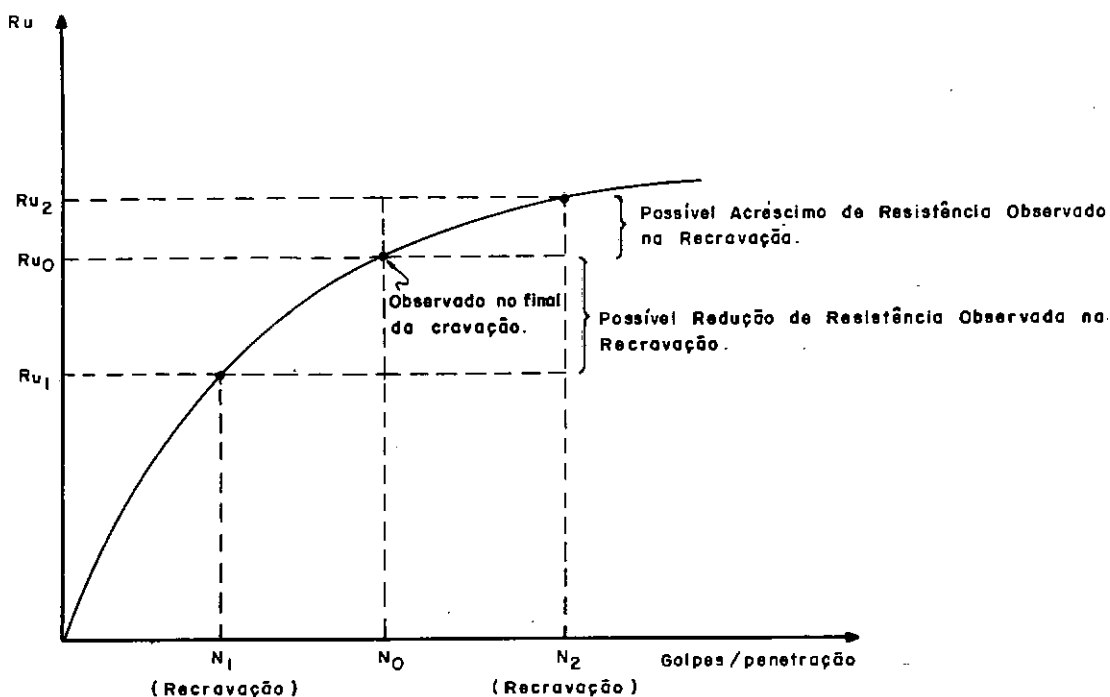


Fig. 6.5-2- Avaliação de efeitos reológicos na resistência última do solo através da recravação.

Nas considerações feitas nos parágrafos anteriores, para a estimativa da capacidade de carga de uma estaca, foram supostos conhecidos todos os parâmetros que afetam o fenômeno. Entretanto, como muitos desses parâmetros são difíceis de serem determinados na prática, é necessário uma análise mais complexa que a descrita.

Inicialmente, é determinada uma faixa de variação da resistência última do solo em função do número de golpes por penetração, a partir de valores medidos ou valores típicos recomendados para os diversos parâmetros influentes. Como o número de golpes/penetração é anotado durante a cravação da estaca, essa faixa de variação constitui-se numa primeira estimativa da sua capacidade de carga. Se valores mais consistentes para os parâmetros envolvidos são utilizados, essa faixa de variação pode ser reduzida sensivelmente. Resultados de provas de carga em estacas de mesmas características, cravadas sob condições semelhantes, podem ser utilizadas na determinação de diversos parâmetros: as curvas  $R_{ult} \times \text{golpes/cm}$  que mais se aproximam dos pontos representativos das provas de carga, fornecem os valores mais consistentes.

É óbvio que a simulação da cravação e de todo o sistema martelo - estaca - solo, pode ser feita antes de se cravar a estaca. Isto permite, ainda na fase de projeto, uma seleção dos equipamentos de cravação e uma estimativa da capacidade de carga da estaca. À medida que os trabalhos de campos forem executados, a análise pode ser modificada para atender às condições reais encontradas.

Os estudos paramétricos descritos demonstram que, de um modo geral, os principais meios de se aumentar a capacidade de cravação de uma estaca (pile driveability), são:

1. Aumentar a energia transmitida à estaca (aumentando-se, por exemplo, a altura de queda do pilão ou a eficiência do martelo).
2. Aumentar a rigidez e o coeficiente de restituição do cepo e do coxim.
3. Diminuir o peso do capacete.
4. Aumentar a rigidez da estaca.

Além disso, verifica-se, também, que quanto menor os valores do "quake", dos coeficientes de amortecimento do solo e da percentagem de carga resistida pela ponta da estaca, maior será a sua capacidade de cravação.

## CAPÍTULO VII - ALGUNS PROGRAMAS AUTOMÁTICOS EXISTENTES

### APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA UTILIZADO

- 7.1 - Descrição dos Principais Programas Existentes
- 7.2 - Principais Vantagens e Limitações
- 7.3 - Particularidades do Programa Utilizado

VII. ALGUNS PROGRAMAS AUTOMÁTICOS EXISTENTES - APRESENTAÇÃO DO PROGRAMA UTILIZADO

7.1 - Descrição dos Principais Programas Existentes

Os principais programas utilizados na prática, foram desenvolvidos a partir do trabalho de E.A.L.SMITH (1960). As principais contribuições para o desenvolvimento da "Tecnologia da Equação da Onda", surgiram a partir de programas de pesquisas em 4 universidades americanas:

1) Texas A & M University (TAMU)

Os pesquisadores desta universidade realizaram um número vasto de ensaios, de laboratório e de campo, para quantificar os parâmetros básicos de análise. Eles desenvolveram 3 programas: TTI (1968), OCEANWAVE (1976) e TIDYWAVE (1976).

O programa TTI original, resultou da implementação dos algoritmos básicos de Smith, com algumas modificações. O OCEANWAVE, é um programa orientado para o projeto e, essencialmente, corresponde ao programa TTI, porém com capacidades de entrada e saída melhoradas. São introduzidos alguns refinamentos, como por exemplo, algoritmos adicionais para simular o comportamento de martelos diferentes. A sua utilização na prática tem dado bons resultados. O programa TIDYWAVE, que é uma versão voltada para a pesquisa, permite a análise de uma grande variedade de parâmetros e, só é utilizada, quando são necessárias soluções com alto grau de refinamento.

2) University of Illinois (U of I)

No programa DIESEL 1, Rempe (1975) desenvolveu um modelo matemático rigoroso, que simula o comportamento termodinâmico de um ciclo completo do martelo diesel. A introdução deste modelo na equação da onda, levou a uma análise extremamente complexa. Segundo Davisson (1975), "unfortunately, the complexity of the program (DIESEL 1) makes its distribution to other users (in the public domain) impractical".

3) Case Western Reserve University (CWRU)

Os pesquisadores desta universidade desenvolveram uma instrumentação de medição e técnicas de interpretação de dados de campo sofisticadas. O programa WEAP (1976) desenvolvido a partir do de Smith, introduz um algoritmo para simular o comportamento do martelo diesel, onde as iterações são realizadas visando de terminar analiticamente a energia do martelo. Paralelamente a uma instrumentação altamente sofisticada, os pesquisadores da CWRU desenvolveram um outro programa, o CAPWAP (1977), que emprega os registros das forças e acelerações medidos no topo da estaca. De posse das forças e das acelerações medidas, obtêm-se um sistema de equações redundantes. A análise se resume em introduzir, no modelo, as acelerações do topo da estaca e calcular as forças correspondentes. Através de iterações, os parâmetros de solo (distribuição de resistência, quake, coeficiente de amortecimento) são ajustados para igualar as forças calculadas, a partir das acelerações, com as medidas no topo da estaca. Os pesquisadores da CWRU executam esse processo iterativo em um sistema compu

tacional "fechado" e, atualmente, o programa CAPWAP é propriedade da Goble and Associates.

#### 4) Duke University (DUKE)

Nesta universidade, foi desenvolvido o programa DUKFOR (1975), em que a resposta do sistema martelo - estaca-solo é analisado para um golpe "completo", permitindo a simulação de uma série de golpes do martelo. Posteriormente, o programa foi atualizado, surgindo o PSI (1977). Este programa permite a introdução de tensões residuais na solução, através da análise de golpes múltiplos. (Ao término da análise do primeiro golpe, é obtida uma solução, que fornece as condições iniciais para o golpe subsequente). É introduzido, ainda, um comportamento não-linear para a interface estaca - solo, segundo uma lei hiperbólica.

### 7.2 - Principais Vantagens e Limitações

Nos últimos anos os programas da TAMU foram os mais utilizados e, os resultados de suas aplicações têm sido largamente publicados e discutidos na literatura.

O programa WEAP emprega um algoritmo para prever e, ao mesmo tempo, corrigir a solução da equação da onda. Da mesma maneira que nos programas de Smith e da TAMU, é analisado apenas um golpe isolado, isto é, a análise é finalizada quando a estaca deixa de penetrar no solo.

Como entrada de dados, o programa CAPWAP requer medições da aceleração e da força no topo da estaca e, portanto, a

resistência do solo que é estimada corresponde à realmente mobilizada durante o golpe analisado. Entretanto, segundo Holloway e outros (1978), essa distribuição de resistência pode diferir da real se as tensões residuais, decorrentes da cravação, forem significativas.

O programa PSI oferece uma representação rigorosa da interação estaca - solo. A capacidade de simular golpes múltiplos, torna-o valioso na análise de problemas em que a resistência à cravação é alta, pela possibilidade de introdução das tensões residuais.

O programa DIESEL 1 simula o comportamento do sistema martelo - estaca - solo sob condições de cravação inclinada ou quando o atrito no martelo é significativo. Entretanto, até o presente, o programa não se encontra disponível ao público.

Como pode-se observar, nenhum dos programas descritos é "ótimo" para todos os casos. Cada um deles possui características particulares que o orienta para um determinado tipo de análise. Isto pode ser evidenciado em análises comparativas como as realizadas por Holloway, Audibert e Dover (1978). Eles analisaram um mesmo problema por meio de 3 programas diferentes e compararam os resultados analíticos com os observados no campo. Para simplificar as comparações, em uma série de análises, os coeficientes de amortecimento foram supostos nulos. As análises, ilustradas na figura 7.2-1, demonstram que os 3 programas fornecem resultados semelhantes até aproximadamente 7 golpes/cm, indicando que para o caso em questão, pelo menos para baixa contagem

de golpes, a escolha do programa é irrelevante. Os programas WEAP e OCEANWAVE forneceram praticamente os mesmos resultados. Entretanto, o programa PSI, com a análise para golpes múltiplos, indica que o sistema martelo - estaca - solo possui uma capacidade de cravação mais elevada (cerca de 28%). Utilizando um coeficiente de amortecimento igual a 0,66 s/m, os resultados são semelhantes, porém levam à uma redução de cerca de 60% na capacidade de cravação da estaca. Esses pesquisadores recomendam que, sob condições de alta resistência à cravação, é mais conveniente realizar uma análise por golpes múltiplos (embora consideravelmente mais caro) pois, através dela, resistências do solo mais elevadas podem ser vencidas do que numa análise convencional por golpe único. Entretanto, sob baixa resistência, a análise convencional apresenta resultados satisfatórios.

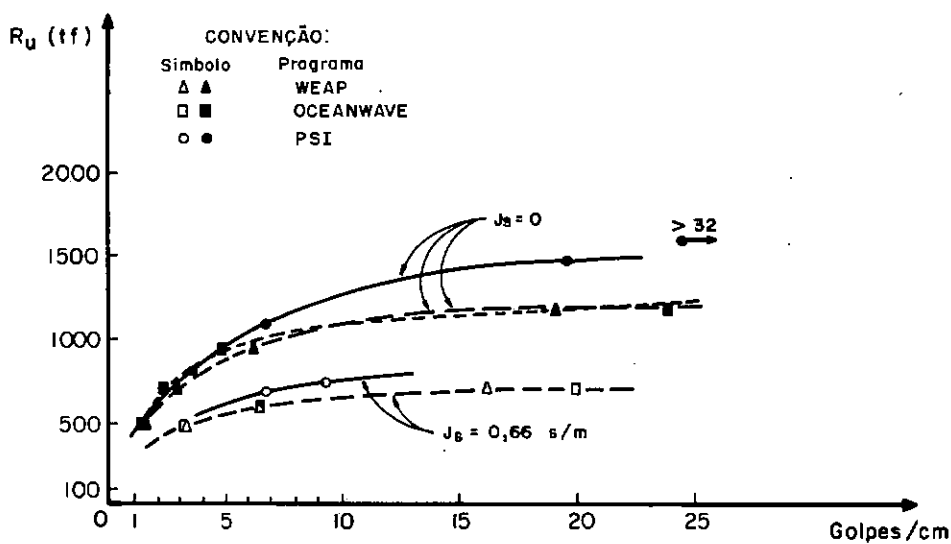


Fig. 7.2-1- Análises comparativas utilizando três programas diferentes (Holloway, Audibert e Dover, 1978).

### 7.3 - Particularidades do Programa Utilizado

Nas análises realizadas (ver capítulo VIII), foi utilizado o programa proposto por Bowles (1974), com algumas modificações. O programa foi desenvolvido em linguagem FORTRAN, baseado no algoritmo descrito no capítulo V. Algumas de suas particularidades são apresentadas nos parágrafos seguintes.

O programa pode ser empregado para analisar estacas de qualquer seção transversal ou qualquer forma geométrica. Nos casos de estacas tronco-cônicas ou de seção transversal constante, ele calcula o peso e a área de cada segmento em que a estaca é dividida. Para os demais casos, ele permite a leitura direta dessas propriedades.

O programa admite, ainda, via leitura direta, qualquer tipo de distribuição de resistência do solo ao longo do fuste. Para os casos mais simples em que essa distribuição é constante ou varia linearmente com a profundidade, elas são calculadas automaticamente, excluindo o primeiro segmento da estaca.

Vários problemas (mais de uma estaca) ou parâmetros diferentes ( $Q$ ,  $R_u$  etc.) podem ser analisados simultaneamente mediante o uso de um comando GO TO COMPUTADO, controlado pela variável NCHECK.

O programa analisa um só golpe do martelo e os cálculos são finalizados quando todos os segmentos de estaca adquirirem velocidades negativas e é atingida a "nega permanente". Esta é tomada como a média entre as negas que difiram de menos de

0,005 unidades da nega máxima calculada. Tanto essa nega média (SET) como o seu inverso ( $N = \frac{1}{SET}$ ) são impressos, para facilitar o traçado das curvas  $R_u$  versus número de golpes por penetração.

Os resultados são fornecidos sob forma dos deslocamentos da ponta da estaca e das forças máximas que ocorrem em cada intervalo de tempo. Opcionalmente, podem ser fornecidos os deslocamentos, as forças, as resistências do solo e as velocidades em cada elemento do sistema, a cada intervalo de tempo. Para estacas de concreto, o programa seleciona a força negativa (tração) máxima e o segmento em que ela ocorre. São, sempre, impressos, ainda, juntamente com as tensões máximas que ocorrem em cada elemento, os últimos deslocamentos, as últimas forças e as últimas velocidades calculadas.

Para facilitar análises comparativas com resultados relatados na literatura, o programa permite, ainda, a utilização tanto do sistema de unidades métricas como o "fps" (foot-pound-second).

A descrição de todos os parâmetros de entrada necessários à análise é apresentada com detalhes no anexo VI, juntamente com a listagem do programa.

## CAPÍTULO VIII - APLICAÇÕES REALIZADAS

8.1 - Introdução

8.2 - Medição da Cravação

8.3 - Prova de Carga

8.4 - Análises pela Equação da Onda

8.5 - Análises Utilizando Fórmulas Dinâmicas de Cravação

## VIII. APLICAÇÕES REALIZADAS

### 8.1 - Introdução

Para a aplicação do método da equação da onda, foram realizadas medições dos deslocamentos do topo (negas) de estacas durante a sua cravação. Esses dados foram obtidos na obra do METRÔ-RJ, lote 23, situado à Rua Conde de Bonfim, Tijuca, Rio de Janeiro, no período de janeiro à março de 1979. Os estudos neste trecho do Metrô foram realizados dentro do Convênio de prestação de serviços entre a COPPE e a Companhia do Metropolitan do Rio de Janeiro (1972-1980), sob a coordenação dos Professores Márcio Miranda Soares e Willy Alvarenga Lacerda. A tese de Doutorado do Professor Márcio Miranda Soares "Cálculo de Paredes Diafragma Multi-Escoradas em Presença de Solos Argilosos" (1981), apresenta um histórico dessa participação e de alguns resultados de estudos efetuados.

Para que os serviços de escavação fossem desenvolvidos com o mínimo de interrupção do tráfego local, o METRÔ optou pela execução da obra, naquele trecho, através do "Método Invertido". Neste método, são após a execução da laje da galeria (permitindo, portanto, a liberação do tráfego), a escavação e os demais serviços são iniciados.

A laje da galeria seria sustentada por estacas metálicas ICVS-450 x 168, cravadas em duas fileiras paralelas, distantes de, aproximadamente, 7,50m, ao longo de um trecho de 2,0km da rua Conde de Bonfim. A distância entre duas estacas de uma

mesma fileira era da ordem de 5,0m. As características gerais da obra, no trecho, são apresentadas esquematicamente na figura 8.1-1. Mais detalhes sobre as características geotécnicas locais, processos construtivos e resultados de instrumentação podem ser encontrados na tese de Mestrado do engenheiro José Fernando Thomé Jucá "Influência de Escavações nos Recalques de Edificações Vizinhas" (1981), e nos relatórios de acompanhamento de obra enviados ao Metrô.

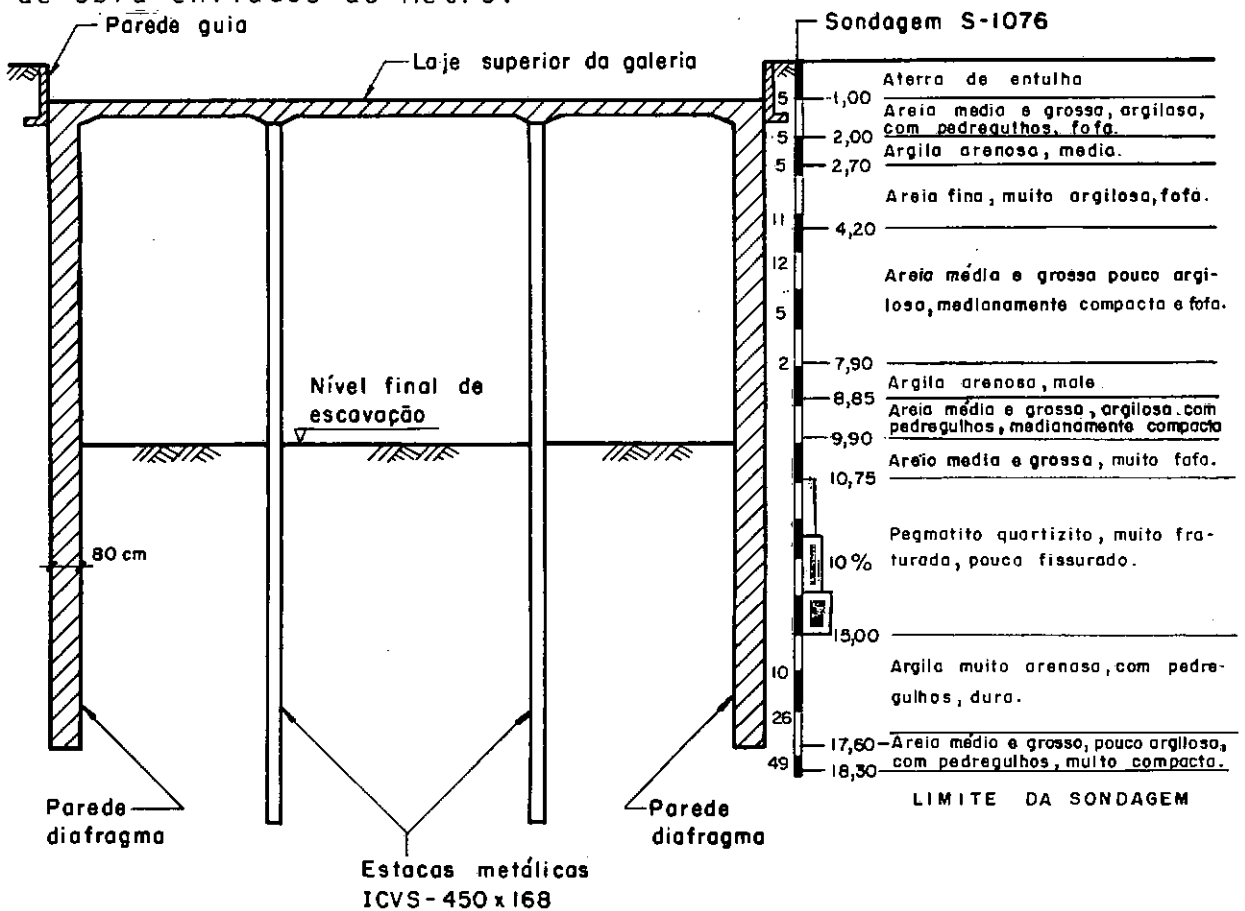


Fig. 8.1-1- Características gerais da obra.

Como pode-se observar na figura 8.1-1, logo abaixo do nível final da escavação ocorre uma camada de pedregulhos e matácões de quartzo, de 2,0 a 3,0 metros de espessura. Para se garantir que as estacas ultrapassariam essa camada, antes da cravação, foram realizados pré-furos até abaixo dela. Esses pré-furos

## 8.2 - Medição da Cravação

As estacas eram cravadas em 2 ou 3 segmentos soldados entre si, com um comprimento total cravado variando, aproximadamente, entre 17,0 e 30,0m. Foram utilizados bate-estacas com os martelos Diesel KOBE K-35 e K-45, de fabricação japonesa e HERA HD-75, de fabricação holandesa. Os pesos dos pilões desses martelos são, respectivamente, 3,5tf, 4,5tf e 7,5tf. Normalmente, as estacas eram cravadas com o martelo K-35 e as negas confirmadas com o K-45 ou o HD-75.

A carga de trabalho das estacas era da ordem de 250tf e, de um modo geral, a operação de cravação era interrompida quando a penetração de 10cm (medida no topo da estaca) era obtida com um mínimo de 60 golpes para o martelo K-35 e 40 golpes para os martelos K-45 e HD-75. Nas estacas em que os deslocamentos do topo foram medidos para o estudo da capacidade de carga, imediatamente após essa interrupção, eram colocados os aparatos necessários para as medições. Iniciava-se, em seguida, uma série de cerca de 10 golpes, com a finalidade específica de medir os deslocamentos do topo da estaca.

Inicialmente, tentou-se medir esses deslocamentos manualmente, conforme o procedimento relatado na literatura técnica por Chellis (1961), Tschebotarioff (1978) e outros. Este procedimento consiste em colar um papel milimetrado na face da estaca e, durante o golpe, deslocar um lápis (cuja ponta pressiona o papel) apoiando-o sobre um travessão colocado próximo à estaca, conforme ilustra a figura 8.2-1. Ele tem sido utilizado para obter as compressões elásticas da estaca e do solo e a nega,

para a aplicação da fórmula dinâmica de Hiley e similares.

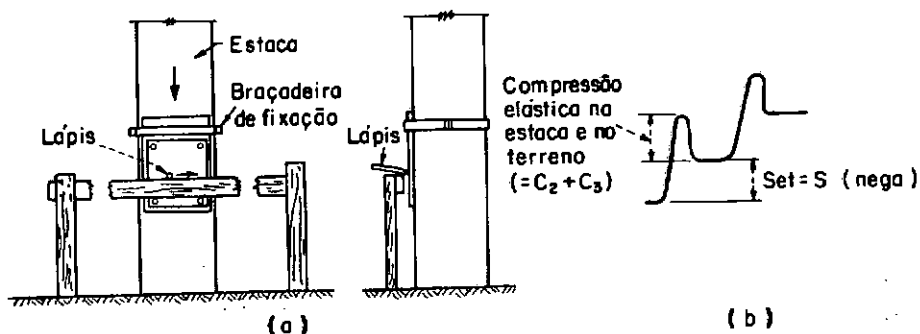


Fig. 8.2-1- Método experimental para determinação da compressão elástica do terreno e da estaca durante a cravação (Tschebotarioff, 1978).

Estas medições não deram bons resultados, principalmente por causa das vibrações decorrentes dos golpes do martelo. Todo o terreno próximo à estaca, sofre influência dessas vibrações, que são transmitidas ao travessão de apoio ao lápis, afetando as medições. Como os deslocamentos da estaca são medidos na fase final de cravação, quando o terreno já apresenta uma resistência à penetração razoável, o problema de vibrações é mais acentuado. Além disso, quando o martelo choca-se com a estaca, esta, além de penetrar longitudinalmente, sofre deslocamentos laterais significativos em todas as demais direções, dificultando, assim, as medições, pois a estaca ora se afasta, ora se aproxima do travessão onde se apoia o lápis, tudo isso, num intervalo de tempo menor que 1 segundo.

Freqüentemente, o trecho da estaca que permanece acima do nível do terreno no estágio final de cravação é relativamente curto e o espaço que o encarregado da medição deve ocu

par (entre o nível do terreno e o capacete de cravação) é muito pequeno, perturbando-o psicologicamente na hora da medição, pois o martelo diesel, além de esguichar sobre ele o óleo em excesso, provoca um ruído intenso devido à explosão.

Além dessas dificuldades, deve-se acrescentar que, quando a resistência do terreno à penetração da estaca é muito elevada, uma grande parcela da energia do martelo é canalizada para a ascensão do pistão, podendo ocorrer, embora raramente, que o pistão saia fora do cilindro, caso não se tomem os devidos cuidados na injeção de óleo. Não se pode excluir, também, a possibilidade da ocorrência de cavernas (cárstico) ou terrenos pouco resistentes abaixo de uma camada resistente, de modo que a estaca subitamente comece a penetrar mais rápido e o martelo venha a atingir o encarregado da medição.

Os inconvenientes acima mencionados foram evitados, ou bastante minorados, fazendo-se as medições de uma maneira relativamente simples: através de uma filmadora de alta velocidade. Assim, filmando-se à distância, os efeitos das vibrações nas medições foram minimizados, os deslocamentos laterais da estaca deixaram de ter influências significativas nas medições e a periculosidade reduzida. Conseguiu-se uma vantagem adicional pelo registro automático mais preciso, de forma "permanente", permitindo análises posteriores.

Foi utilizada uma filmadora BOLEX - 16 H - REFLEX de 16mm, de fabricação suíça, filmando-se a uma velocidade nominal de 64 quadros por segundo. A velocidade real constatada foi de  $53,5 \pm 0,25$  quadros por segundo, ou seja, o intervalo de tempo em

tre 2 quadros consecutivos era de, aproximadamente, 0,019 segundos. A câmara era instalada perpendicularmente à estaca, à uma distância variando, aproximadamente, de 10,0 a 20,0m, dependendo das condições locais. A câmara era operada sobre um tripé fixo, de maneira que no início da filmagem a objetiva ficasse, aproximadamente, numa mesma horizontal que o ponto de referência. Note-se que as filmagens eram realizadas nos estágios finais da cravação quando a penetração da estaca para cada golpe do martelo era pequena e, assim, os erros que, por ventura, pudessem ocorrer por distorções provocadas pelas lentes, devido à não horizontalidade com o ponto de referência, seriam mínimos.

Como referência, foi utilizado um sistema de eixos ortogonais, com uma escala vertical de 5cm, marcada diretamente na estaca, com giz branco sobre uma camada de tinta preta, para dar contraste. Antes desse sistema, tentou-se utilizar como eixos de referência, fitas adesivas de largura conhecida. Na análise posterior dos filmes, verificou-se que, durante o golpe, essas fitas adesivas sofrem deformações consideráveis. A figura 8.2-2 ilustra, esquematicamente, o procedimento utilizado nas medições.

Após revelado, o filme era analisado quadro por quadro, por meio de um analisador de movimento NAC - Film Motion Analyser - 16S, de fabricação japonesa. Este analisador fornece, no visor, uma ampliação de 15 vezes, com uma precisão de 0,05mm. Pode-se, então, através de relações matemáticas adequadas, obter as dimensões reais. A escala previamente marcada na estaca fornece os fatores de conversão.

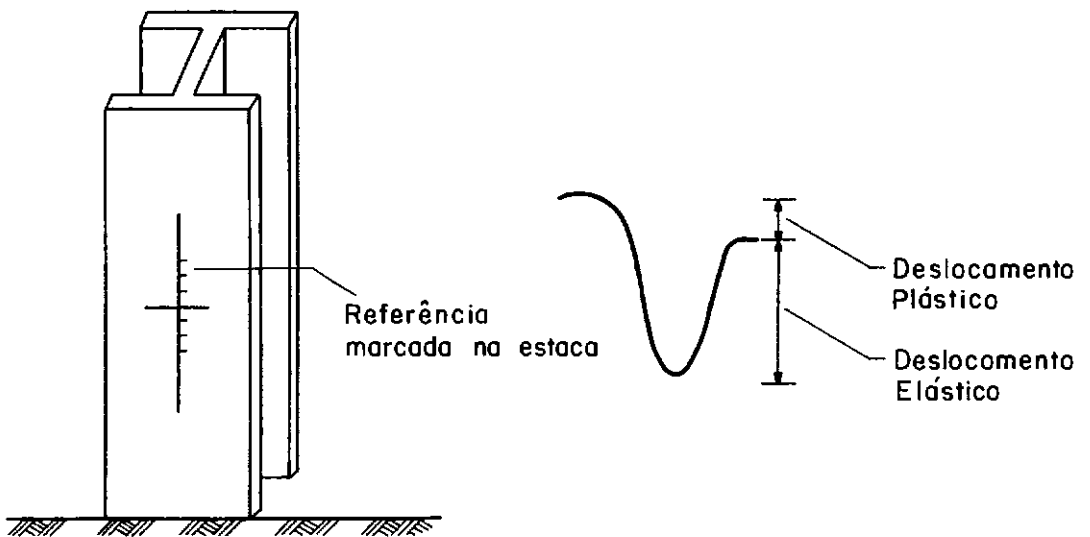
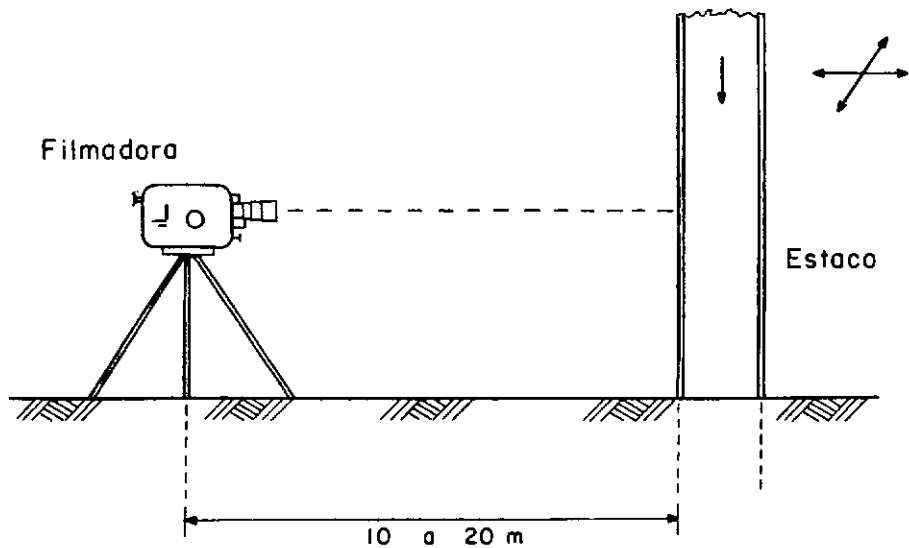


Fig. 8.2-2- Medição das negas através de filmagem.

Os deslocamentos relativos ocorridos na estaca e gravados nas imagens de dois quadros subsequentes, podem ser obtidos através dos eixos móveis de medição (conectados automaticamente a registradores numéricos) existentes no analisador. A figura 8.2-3 ilustra o procedimento utilizado nas medições: no quadro inicial, obtêm-se a leitura inicial (zero) fazendo-se coincidir os eixos móveis de medição com os eixos de referência marcados na estaca. No quadro subsequente, as defasagens entre os dois sistemas de eixos indicam os deslocamentos ocorridos na estaca durante o intervalo de tempo em que as duas imagens foram tomadas.

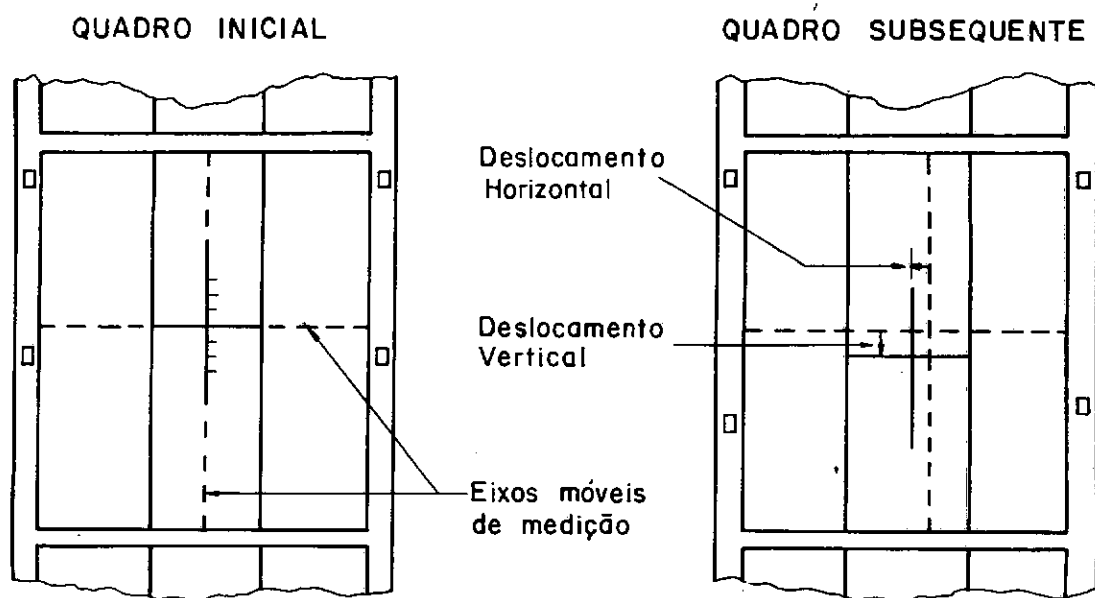


Fig. 8.2-3- Procedimento utilizada na análise dos filmes.

Fazendo-se, novamente, coincidir os eixos de medição com os de referência, as leituras obtidas nos registradores, subtraídas das iniciais, fornecem os deslocamentos medidos nas imagens ampliadas. A partir desses valores, os deslocamentos reais da estaca são obtidos através dos fatores de conversão.

Note-se que é possível medir, não só os deslocamentos verticais, como, também, os deslocamentos horizontais da estaca, na direção normal à da filmagem.

Além de um contador automático de quadros (que proporciona o controle da seqüência), o analisador possui um inversor de movimento, que permite inverter a seqüência dos quadros e fazer uma análise retroativa. Assim, nos casos de dúvida, é possível "voltar" o filme e proceder à uma nova análise corretiva de uma seqüência de quadros.

Os erros mais comuns que podem ser cometidos nesse tipo de análise se devem à paralaxe, pois é necessário fazer coincidir, a cada quadro, dois sistemas de eixos. Outros erros podem advir das deformações naturais do filme devido às tensões a que ele é submetido quando movimentado nos carretéis, ou devido às folgas e imperfeições nas perfurações laterais de encaixe do filme.

Como os registros não são contínuos, a acurácia das medições depende do intervalo de tempo entre os registros, ou seja, da velocidade de filmagem. Quanto maior essa velocidade, maior a exatidão das medições, pois os pontos obtidos representam melhor a trajetória dos deslocamentos do topo da estaca. Por

exemplo, nas medições realizadas, os deslocamentos foram obtidos somente a cada intervalo de tempo de 19 milisegundos. Entretanto, a velocidade de propagação da onda no aço sendo da ordem de 5000 m/s, a onda, para percorrer uma estaca de 20 metros, refletir-se na sua ponta e retornar ao topo, leva cerca de 8 milisegundos. (Neste caso, durante o intervalo de tempo entre dois golpes - cerca de 1 segundo para martelos diesel - a onda percorre tal estaca aproximadamente 2000 vezes em cada sentido!!!).

Portanto, a princípio, nada se pode afirmar sobre os valores dos deslocamentos que ocorrem durante o intervalo de tempo entre dois registros consecutivos. Esta é uma das razões pelas quais não é possível obter, com boa confiabilidade, as velocidades e as acelerações por meio de diferenciação numérica dos gráficos obtidos.

Os gráficos deslocamento x tempo foram traçados passando-se uma curva suave pelos pontos obtidos através das medições. Deve-se ressaltar que essa curva é apenas uma aproximação, não correspondendo exatamente aos deslocamentos do topo da estaca. A unidade de tempo utilizada foi 19 milisegundos, que corresponde ao intervalo de tempo entre os registros obtidos nas filmagens.

Os primeiros golpes registrados na estaca 6403 são apresentados na figura 8.2-4. Pode-se observar um deslocamento anterior ao golpe, correspondente à compressão do ar na parte inferior do cilindro do martelo. O pico subsequente ocorre imediatamente ao golpe e as oscilações posteriores entre dois golpes consecutivos decorrem das reflexões da onda de deslocamento nas

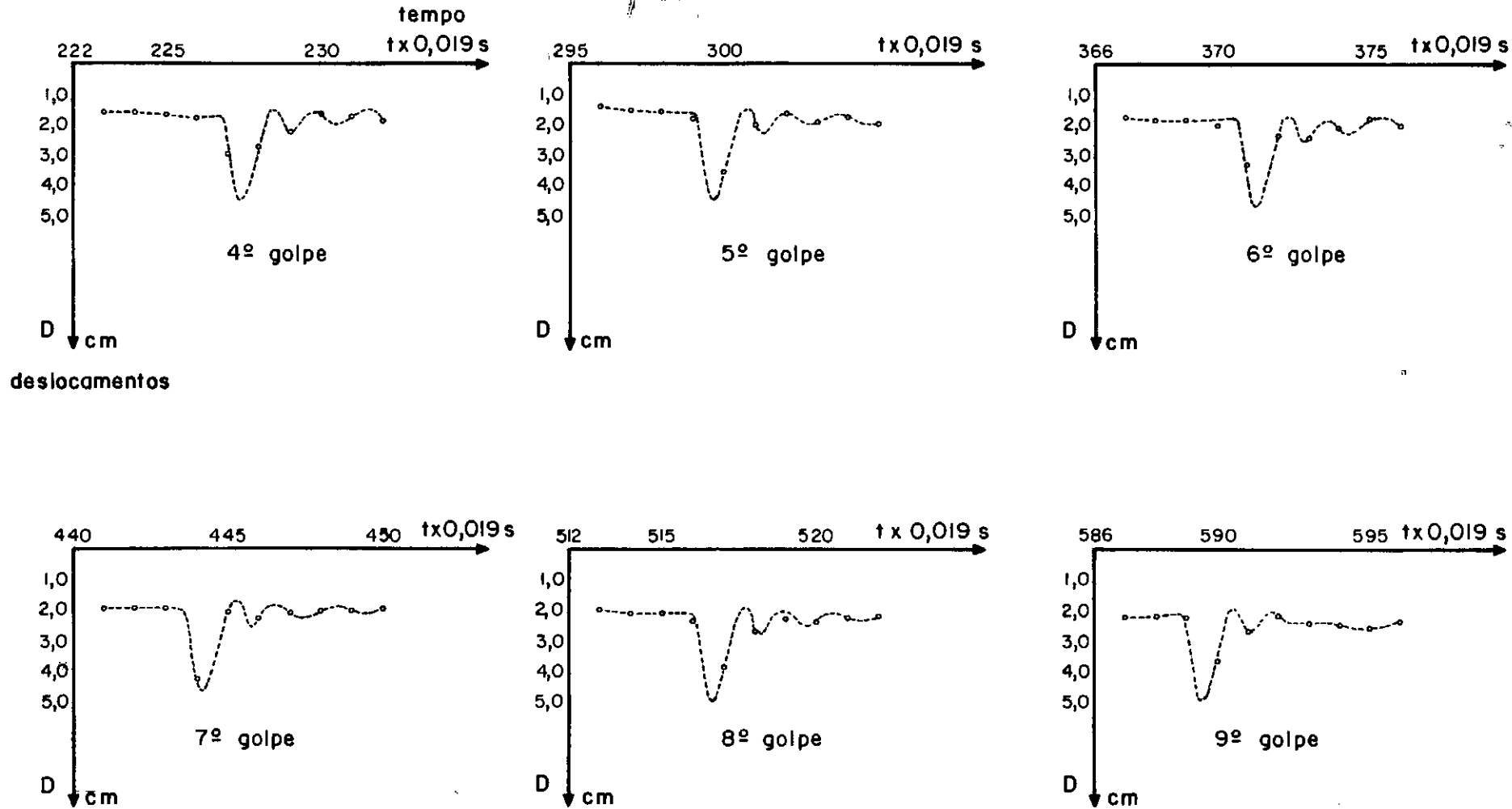


Fig. 8.2-5- Resumo dos 6 últimos golpes medidos na estaca 6403.

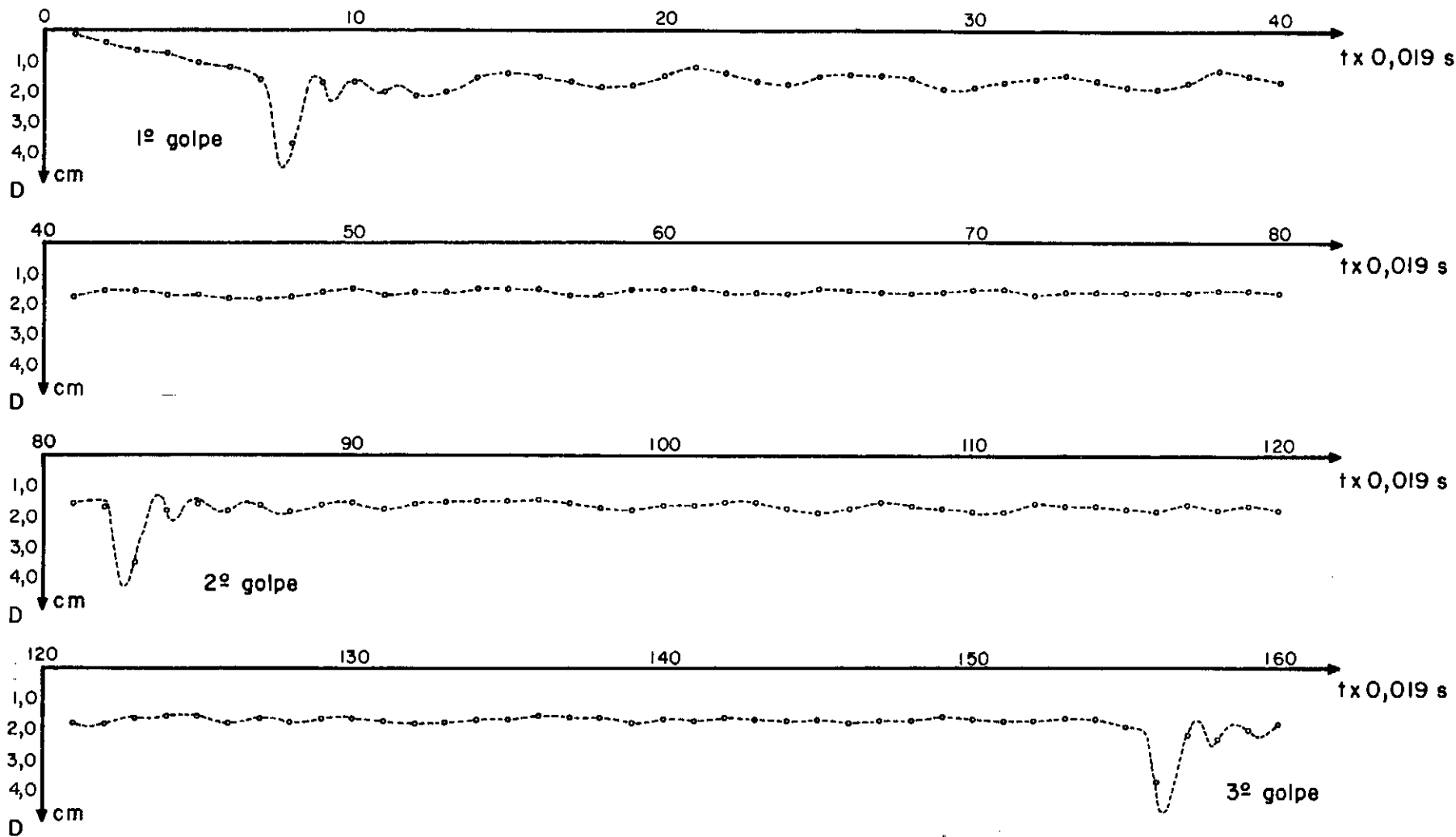


Fig. 8.2-4 - Registros dos três primeiros golpes na estaca 6403.

extremidades da estaca. Os demais golpes registrados nessa estaca são apresentados de maneira resumida na figura 8.2-5. Nesta figura, foram omitidas as oscilações entre dois golpes consecutivos. Para efeito de comparação, são apresentados na figura 8.2-6, os registros obtidos por Davisson e Mc Donald (1969) em uma estaca tubular metálica instrumentada, cravada com um martelo diesel em terreno arenoso.

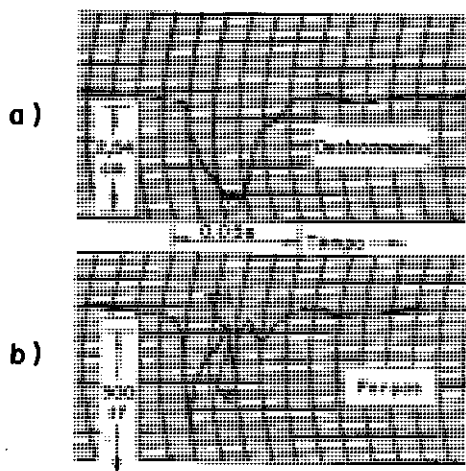


Fig. 8.2-6- Medições realizadas no topo da estaca: a) deslocamentos; b) forças. ( Davisson e Mc Donald, 1969 )

Neste caso, a onda de compressão gerada pelo golpe do martelo é refletida na ponta da estaca sob forma de onda de tração. Na figura 8.2-6b, o ponto 1 ilustra o instante em que essa onda atinge o topo da estaca e, o ponto 2, a sua posterior reflexão sob forma de onda de compressão.

Na realidade, a ação da onda não é fácil de ser prevista pois, além do efeito de amortecimento do material da estaca e do solo, as contínuas reflexões e refrações podem provocar

modificações na propagação da onda. Nas medições realizadas, verificou-se que a estaca permanece em movimento durante todo o intervalo de tempo entre dois golpes consecutivos. Isto indica que a ação de onda gerada por um golpe afeta o golpe subsequente. Assim, tomou-se para a nega (deslocamento plástico) da estaca, uma média entre os valores medidos. Para a estaca 6403 (na qual foi realizada uma prova de carga), essa média, tomada para os cinco últimos golpes, forneceu uma nega de 0,128cm, o que corresponde a, aproximadamente, 7,81 golpes/cm.

Infelizmente, quando este estudo foi iniciado, os trabalhos de cravação das estacas já se encontravam em sua fase final. Assim, só foi possível, utilizando o procedimento descrito anteriormente, acompanhar a cravação dos últimos golpes em apenas algumas estacas. Os deslocamentos plásticos (negas) medidos em 6 dessas estacas são apresentados na tabela 8.2-1.

Como pode-se observar, as estacas 6305, 6307 e 6410, apresentaram, em alguns golpes, valores negativos para as negas. Nestes casos, provavelmente as capacidades limites de cravação do sistema martelo - estaca - solo foram atingidas e, portanto, com o martelo utilizado, essas estacas não podem ser cravadas até profundidades maiores nesse terreno.

Posteriormente às medições realizadas, verificou-se, na Bibliografia disponível, que a obtenção de dados de cravação por meio de filmagens não é recente. Muitos pesquisadores (Goble e outros (1972), Jansz e outros (1975), Tavenas e Audibert (1978) etc.), utilizaram-se de filmagens na tentativa de obter a velocidade do pilão, filmando o martelo de cravação e registran

Tabela 8.2-1

Estaca Nº	Negas Medidas (cm)								
	1º Golpe	2º Golpe	3º Golpe	4º Golpe	5º Golpe	6º Golpe	7º Golpe	8º Golpe	9º Golpe
6305	1,190	-0,104	-0,146	0,004	0,022	0,014	-0,048	0,021	0,109
6307	-0,097	0,131	-0,063	0,029	-0,067	0,001			
6403	1,591	0,112	0,030	0,015	0,060	0,074	0,187	0,113	0,206
6405	0,095	0,155	0,191	0,132	0,212	0,216	0,175	0,149	
6408	1,701	0,496	0,304	0,203	0,298				
6410	0,561	-0,053	-0,077	0,018	-0,054	-0,002	-0,090	0,148	

do a altura de queda do pilão.

Entretanto, Grasshoff (1953) utilizando uma filmadora de alta velocidade (2500 quadros/s) registrou os deslocamentos de um modelo de estaca em laboratório. Mesmo com essa velocidade, as acelerações e as velocidades do modelo, determinadas por diferenciação numérica, não apresentaram bons resultados, pois as medições dos deslocamentos foram realizadas através da projeção de imagens em uma tela.

Fox, Parker e Sutton (1970) tentaram obter os deslocamentos de uma estaca em relação à jaqueta durante a cravação em alto mar, porém a velocidade da filmadora utilizada (não fornecida pelos autores) foi insuficiente para fornecer resultados que pudessem ser aproveitados.

A partir da teoria de propagação de ondas em barras, pode-se estabelecer um critério para a avaliação de uma velocidade de filmagem mínima, para que as medições forneçam bons resultados. Como as medições são realizadas no topo da estaca, os registros devem ser obtidos a intervalos de tempo, menores que o necessário para a onda percorrer um trajeto igual a duas vezes o comprimento da estaca. Dessa forma, a ação de ondas no topo da estaca pode ser acompanhada. Por exemplo, para uma estaca de aço de 20,0 metros de comprimento, uma onda atinge o seu topo a cada 8 milisegundos, aproximadamente. Portanto, uma filmadora com velocidade superior a 130 quadros/segundo seria suficiente para captar os deslocamentos decorrentes da ação de ondas na estaca.

### 8.3 - Prova de Carga

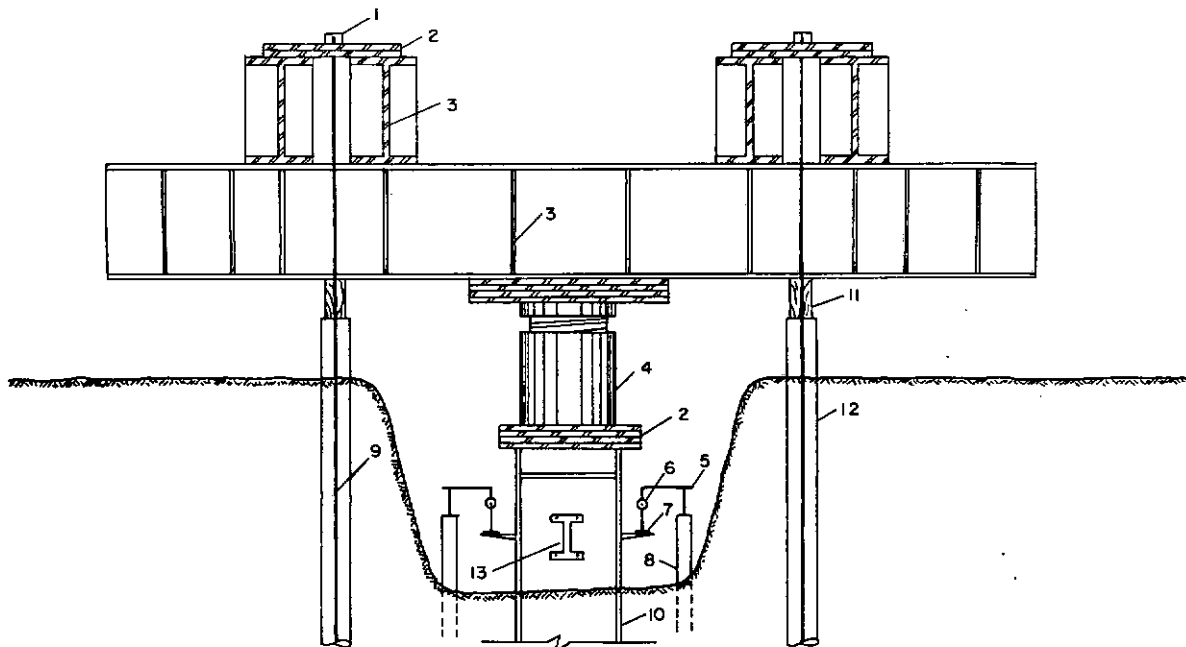
Dentre as estacas cujas cravações foram acompanhadas através do procedimento descrito no item 8.2, apenas na estaca 6403 foi realizada uma prova de carga. Esta estaca, do tipo metálica (ICVS - 450 x 168), possui uma seção transversal nominal de  $214\text{cm}^2$  e peso por metro linear de 168 kgf/m.. O seu comprimento total era de, aproximadamente, 22,00m, com um comprimento cravado situando-se em torno de 19,00m.

A prova de carga, vertical à compressão, foi executada pela Tecnosolo S.A., obedecendo as instruções preconizadas pela norma NB-20 (1978). O ensaio constituiu-se de 8 estágios de carregamento e 4 estágios de descarregamento.

Para a aplicação das cargas, foi utilizado um macaco hidráulico provido de rótula interna, com capacidade de 600 tf. O sistema de reação era constituído por um conjunto de vigas metálicas ancorado ao solo através de 4 tirantes, instalados diametralmente opostos em relação à estaca, com inclinação de, aproximadamente,  $6^\circ$  com a vertical. O comprimento de cada tirante era da ordem de 25,00m, sendo os últimos 5,00 metros chumbados em rocha.

Para a medição dos deslocamentos, foram instalados, próximos à cabeça da estaca e em faces diametralmente opostas, 4 defletômetros com sensibilidade de 0,001mm. Aproximadamente ao mesmo nível, foram instalados 2 extensômetros de cordas vibrantes (MAIHAK MDS-16), um em cada face da alma da estaca, para a verificação das cargas aplicadas. O esquema geral de montagem

da prova de carga é ilustrado na figura 8.3-1.



**LEGENDA :**

- 1 - Ancoragem
  - 2 - Placas de ferro
  - 3 - Vigas de reação
  - 4 - Macaco hidráulico
  - 5 - Viga de referência
  - 6 - Defletômetro
  - 7 - Placa de vidro
  - 8 - Apoios
  - 9 - Tirantes: 22 Ø 8mm
  - 10 - Estaca ensaiada
  - 11 - Calço de madeira
  - 12 - Apoio
  - 13 - Extensômetro de corda vibrante
- { Trecho livre = 15,00 m  
 { Trecho ancorado = 10,00 m

Fig. 8.3-1- Esquema geral de montagem da prova de carga.

As cargas obtidas através das deformações médias medidas pelos extensômetros sempre foram menores que as correspondentes obtidas através das pressões lidas no manômetro. A diferença observada entre as cargas medidas, provavelmente resultou do atrito entre o pistão e o cilindro do macaco, pois ela diminuía à medida que o valor da carga aplicada aumentava. Para a carga máxima atingida no ensaio, as cargas indicadas pelos extensômetros e pelo manômetro foram, respectivamente, 374tf e 390tf. Portanto,

uma diferença de, aproximadamente, 4%, que pode ser considerada satisfatória, face às incertezas envolvidas (conversão de pressões e deformações em cargas etc.).

O recalque máximo medido (média entre os 4 defletores) foi de 12,81mm, enquanto que o recalque permanente foi de 0,85mm. Portanto, os recalques ocorridos foram quase que exclusivamente elásticos.

Como a prova de carga não foi levada à ruptura, a resistência última da estaca foi extrapolada pelo método de Van der Veen (1953). As extrapolações, utilizando as cargas obtidas através dos extensômetros e do manômetro, resultaram nas curvas carga-recalque plotadas na figura 8.3-2, obtendo-se para a resistência última da estaca, respectivamente, 800tf e 700tf. Estes valores, são os utilizados nas análises que serão realizadas nos itens 8.4 e 8.5.

Estaca 6403

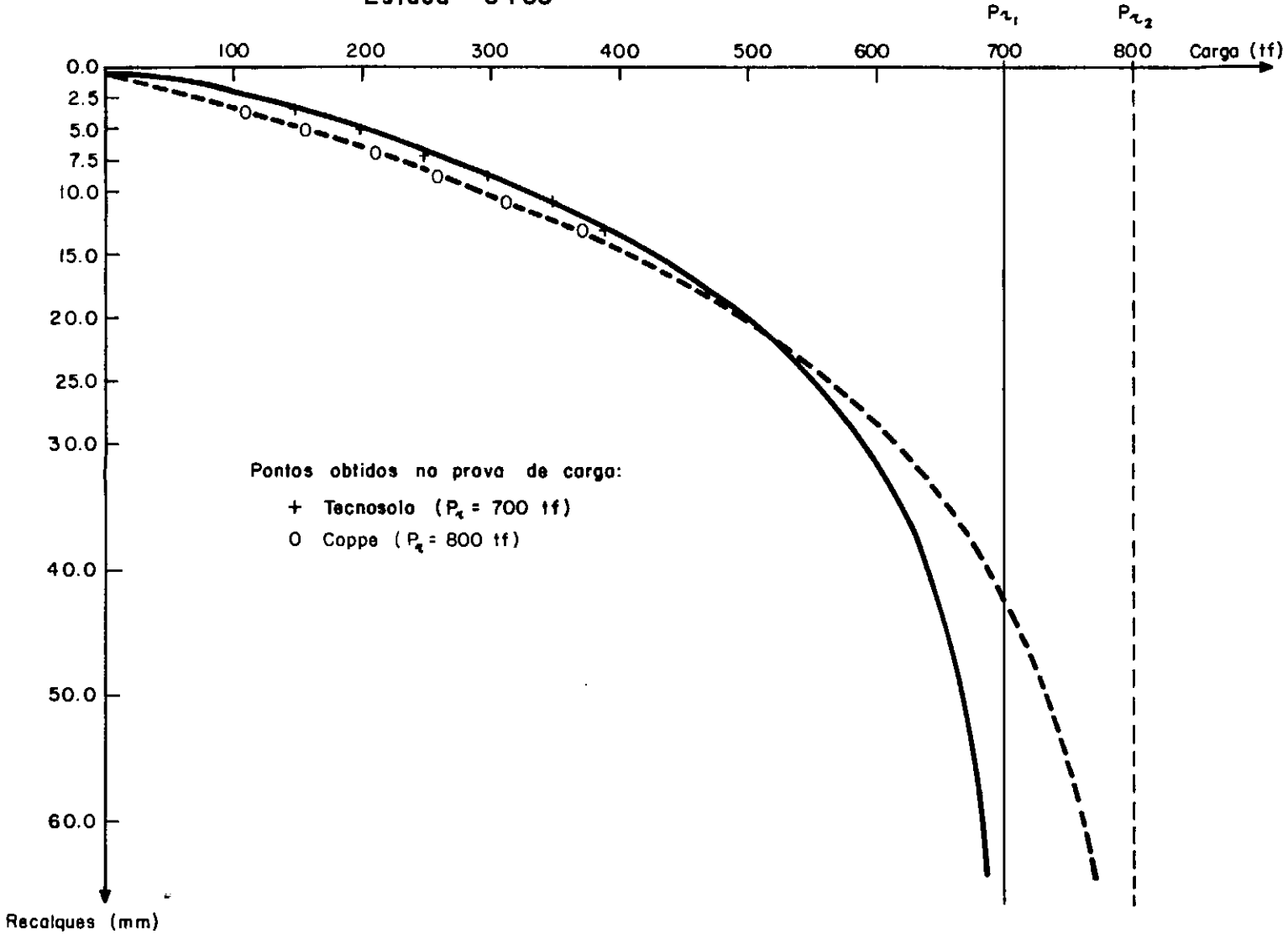


Fig. 8.3-2 - Extrapolação da carga de ruptura pelo método de Van der Veen.

#### 8.4 - Análises pela Equação da Onda

Com os dados obtidos durante a cravação e a execução da prova de carga na estaca 6403, foram realizadas várias análises por meio da equação da onda, visando determinar os conjuntos de parâmetros que melhor representassem o sistema martelo-acessórios de cravação - estaca - solo.

As análises consistiram basicamente em variar os valores de alguns parâmetros não medidos, até que as curvas ( $R_u$  x golpes/cm) geradas passassem o mais próximo possível dos pontos representativos da prova de carga e da nega medida. Portanto, tentou-se relacionar a resistência última à penetração fornecida pela equação da onda, com a resistência última da estaca, estimada a partir de dados da prova de carga. Embora comparações desse tipo sejam largamente empregadas (e fartamente relatadas na literatura), deve-se ressaltar que, a rigor, existe uma diferença fundamental, quanto à natureza do carregamento aplicado, nos dois casos: enquanto que na equação da onda o carregamento é variável e de curta duração, na prova de carga ele se constitui de estágios sucessivos de cargas constantes de longa duração. Além disso, a resistência última à penetração (fornecida pela prova de carga ou uma fórmula dinâmica ou um ensaio de penetração), pode diferir da resistência última "estática" (fornecida pela prova de carga ou uma fórmula do tipo estática), embora se acredite que, em solos não coesivos, as diferenças sejam pequenas. (Neste estudo, limitou-se apenas às comparações dos resultados fornecidos pela equação da onda com os da prova de carga e, posteriormente (item 8.5), com os das fórmulas dinâ

micas de cravação).

Nas análises realizadas, as faixas de variação dos parâmetros foram determinadas através dos valores recomendados na literatura. Foram utilizados os seguintes dados de entrada:

1) Martelo:

Modelo	: HERA HD 75
Tipo	: Diesel
Peso do pilão	: 7500 kgf
Altura de queda nominal:	360 cm
Energia nominal (U)	: 2700 tfcm
Eficiência do martelo (ef):	80% a 100%

A energia introduzida na estaca foi estimada a partir da energia nominal do martelo, considerando-se a sua eficiência mecânica (Bowles, 1974). A faixa de variação da eficiência foi tomada de 80% a 100% pois, no final da cravação, a resistência à penetração é elevada, e conseqüentemente, a energia do martelo também o será. Chellis (1961) recomenda um valor próximo a 100% e Bowles (1974), de 85% a 100%, para martelos em bom estado de funcionamento.

2) Acessórios de Cravação:

Rigidez do cepo (K)	: 120 a 400 tf/cm
Rigidez do coxim	: 0,0
Coeficiente de restituição do cepo (e)	: 0,80

Coefficiente de restitui-  
ção do coxim : 1,0  
Peso do capacete : 500 kgf

Tanto a rigidez como o coeficiente de restituição do cepo não foram medidos e os valores utilizados foram baseados no trabalho de VELLOSO e CABRAL (1978) para cepos de "cabos de aço velhos". A utilização de valores fora dessa faixa levou a instabilidades numéricas. A não existência do coxim é simulada pelo valor nulo da rigidez e do coeficiente de restituição unitário.

3) Estaca:

Tipo : metálica ICVS - 450 x  
x 168

Área da seção transver-

sal nominal (A) : 214 cm<sup>2</sup>

Peso linear nominal : 1,68 kgf/cm

Comprimento total (L) : 2160 cm

Módulo de Elasticidade : 2100 tf/cm<sup>2</sup>

Coefficiente de amorteci-  
mento interno : 0,0

4) Solo:

"Quake" (Q) : 0,13 a 0,50 cm

Coefficiente de amorteci-  
mento na ponta da esta-

ca ( $J_p$ ) : 0,0 a 0,60 s/m

Percentagem de carga na  
ponta (PER) : 50% a 100%

Distribuição de resistên-  
cia lateral : uniforme

Para o "quake", quando não há maiores informações sobre o seu valor real, comumente ele é tomado como 0,254 cm (0,10 polegadas), segundo as recomendações de Chellis (1961), Smith (1960) e outros. Entretanto, estudos posteriores realizados por Forehand e Reese (1964) indicaram que o "quake" pode atingir valores entre 0,13 e 0,50 cm em solos não coesivos.

Tomando-se por base os valores recomendados por Forehand e Reese (1964) e Heerema (1979), variou-se os valores do coeficiente de amortecimento na ponta da estaca  $J_p$  entre 0,0 e 0,6 s/m. Para o coeficiente de amortecimento lateral, tomou-se, aproximadamente, um terço do valor para a ponta da estaca ( $J_s \approx \frac{J_p}{3}$ ), conforme as recomendações de Smith (1960).

Por simplicidade, a distribuição da resistência lateral do solo foi considerada uniforme ao longo do fuste, pois as análises iniciais confirmam as observações de Forehand e Reese (1964) de que a utilização de uma distribuição linear com a profundidade fornece resultados pouco diferentes.

5) Outros dados:

Número de segmentos de  
estaca : 9

Comprimento dos segmen-  
 tos de estaca : 240 cm  
 Intervalo de tempo de  
 integração : 0,00030s

Os resultados fornecidos pela equação da onda são pouco afetados pela escolha do número e do comprimento dos segmentos em que é dividida a estaca, desde que seus valores se localizem dentro das faixas recomendadas por SMITH (1960). Já o intervalo de tempo, está diretamente relacionado com o comprimento dos segmentos e afeta quase que exclusivamente o número de iterações necessárias para atingir a convergência numérica. Supondo a velocidade de propagação da onda no aço igual a 5000 m/s, para o segmento de 2,40m, o intervalo de tempo crítico é dado por:

$$\Delta t_{cr} = \frac{2,40}{5000} = 0,00048s$$

Portanto, o intervalo de tempo de integração, segundo as recomendações de SMITH, deve se situar entre 0,00024 e 0,00048s. Nas análises foi adotado o valor de 0,00030 segundos.

Baseado no conhecimento da influência isolada de cada um dos parâmetros (capítulo VI), pode-se estabelecer facilmente os limites de variação da resistência última em função do número de golpes por penetração. Para os dados apresentados nos parágrafos anteriores, esses limites são ilustrados na figura 8.4-1.

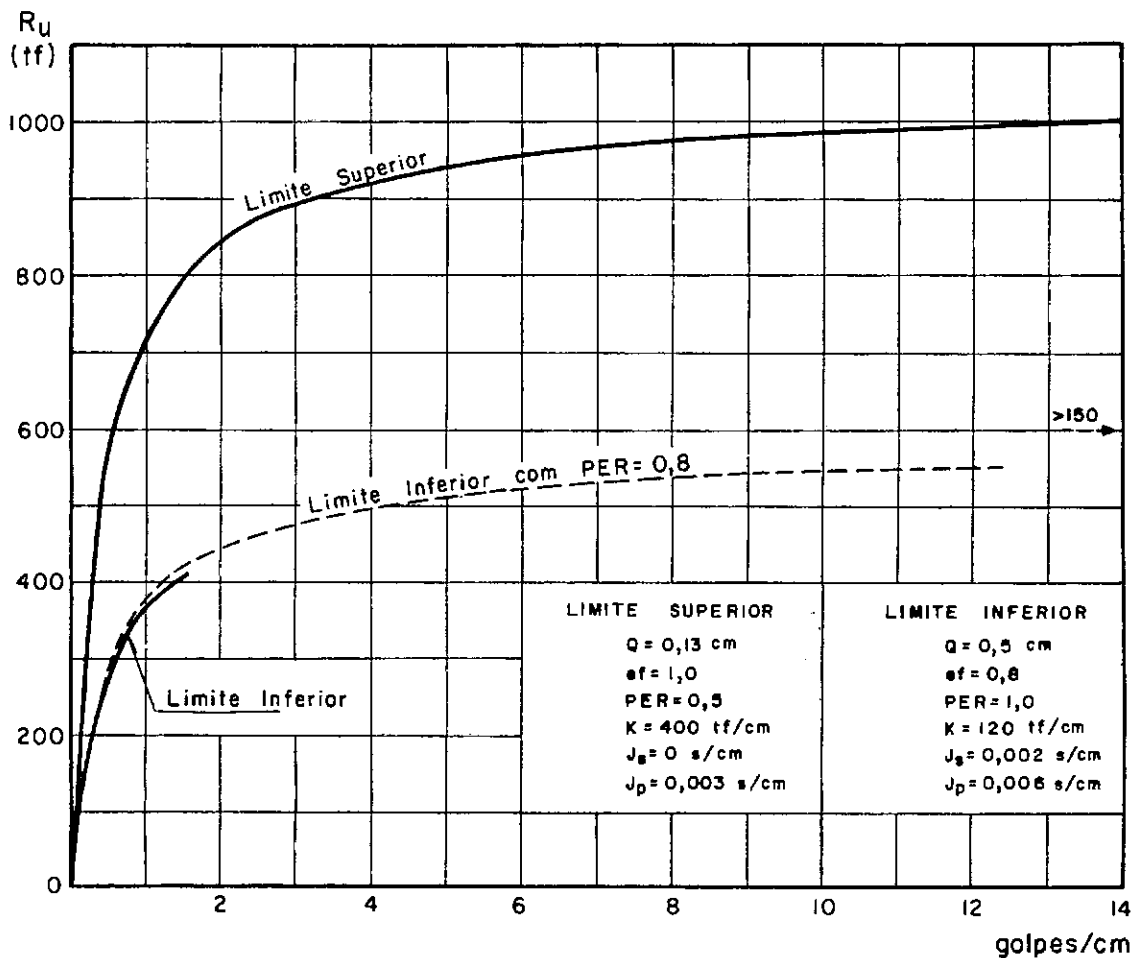


Fig. 8.4-1- Limites de variação da resistência última em função do número de golpes/penetração para os dados utilizados.

Como pode-se observar na figura 8.4-1, a adoção dos valores recomendados na literatura leva a uma faixa razoavelmente larga. Embora não se consiga definir o valor da capacidade de carga, pode-se, com este estudo inicial, selecionar os equipamentos de cravação e obter outras informações importantes, tais como as tensões máximas que ocorrerão na estaca durante a sua cravação. Evidentemente, a dispersão encontrada poderia ser reduzida se esse estudo fosse precedido de uma análise quantitativa que reduzisse a faixa de variação dos parâmetros envolvidos. Uma possibilidade seria, por exemplo, descartar os valores pouco prováveis, tais como a consideração de toda a resistência do solo atuando na ponta da estaca (PER = 100%). Para valores de PER entre 50 e 80% a amplitude da faixa de variação da resistência última é reduzida de cerca de 30% (curva tracejada da figura 8.4-1).

Vários conjuntos de parâmetros levaram as curvas  $R_u \times \text{golpes/cm}$  a se aproximarem dos pontos representativos da prova de carga (800 tf e 700 tf) e da nega medida (7,81 golpes/cm). Esses conjuntos de parâmetros são apresentados na tabela 8.4-1 e os resultados das análises correspondentes, ilustrados na figura 8.4-2.

Tabela 8.4-1

a)  $R_u = 700 \text{ tf}$ 

Q (cm)	ef (%)	PER (%)	K (tf/cm)	$J_s$ (s/cm)	$J_p$ (s/cm)	N* (golpes/ cm)
0,130	100	50	130	0,0	0,003	6,55
			140	0,001	0,003	8,74
			180	0,002	0,006	7,48
		80	120	0,0	0,003	7,65
			130	0,001	0,003	7,48
			170	0,0	0,003	9,09
	80	50	210	0,001	0,003	7,65
			300	0,002	0,006	7,69
			160	0,0	0,003	8,23
		80	180	0,001	0,003	8,18
0,254	100	50	200	0,002	0,006	6,98
		80	140	0,002	0,006	6,65
	80	50	180	0,0	0,003	6,53
			350	0,002	0,006	7,59
		80	170	0,0	0,003	7,06
			225	0,002	0,006	6,36
0,500	100	50	250	0,002	0,006	6,54
		80	150	0,001	0,003	6,90
	80	80	300	0,0013	0,004	6,62

\* Obtidos com  $U = 2700 \text{ tfcm}$

Tabela 8.4-1

b)  $R_u = 800 \text{ tf}$ 

Q (cm)	ef (%)	PER (%)	K (tf/cm)	$J_s$ (s/cm)	$J_p$ (s/cm)	N* (golpes/ cm)	
0,130	100	50	190	0,00	0,003	6,51	
			230	0,001	0,003	7,78	
			350	0,002	0,006	7,89	
		80	170	0,00	0,003	8,22	
			200	0,001	0,003	7,67	
			290	0,00	0,003	6,61	
	80	50	410	0,001	0,003	8,02	
			290	0,00	0,003	7,16	
		80	370	0,001	0,003	7,66	
			350	0,0017	0,0050	7,35	
	0,254	100	50	300	0,00	0,003	7,01
		80	80	300	0,001	0,003	7,95
50			350	0,0014	0,0042	8,82	
0,500	100	50	350	0,0014	0,0042	8,82	

\* Obtidos com  $U = 2700 \text{ tfcm}$

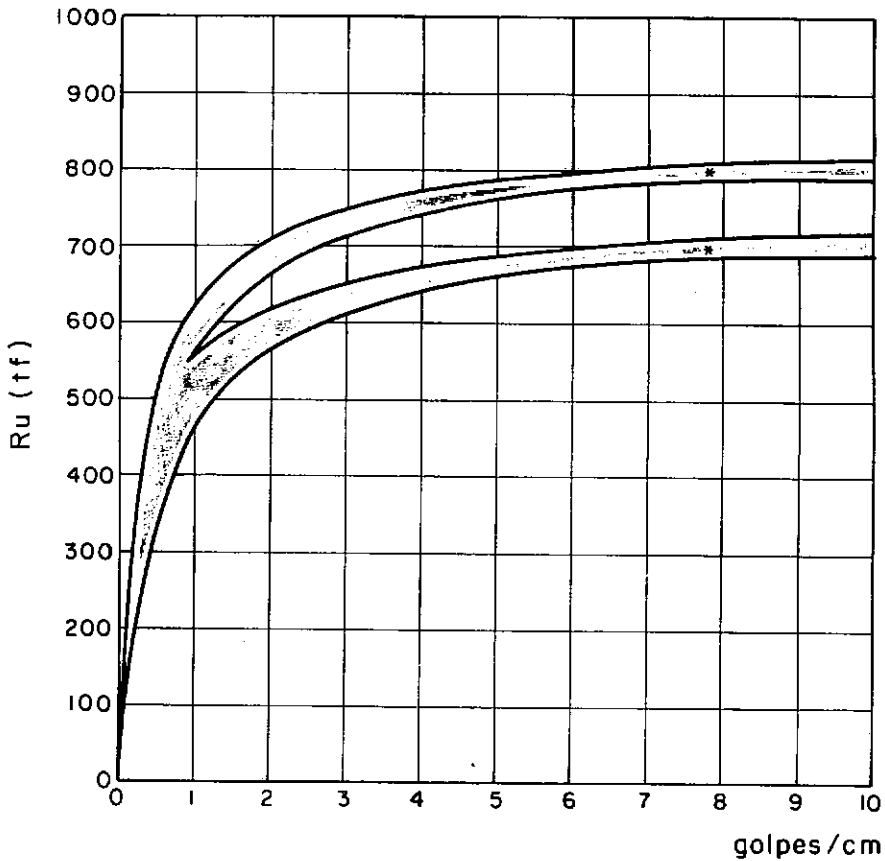


Fig. 8.4-2 - Envoltórias correspondentes aos parâmetros listados na tabela 8.4-1.

Como se observa na tabela 8.4-1 e na figura 8.4-2, os resultados são pouco influenciados por pequenas variações em um dos parâmetros. No entanto, são sensíveis a pequenas variações em diversos parâmetros. Em decorrência das dificuldades inerentes à obtenção experimental desses parâmetros, parece mais razoável, do ponto de vista prático, realizar medições durante

a cravação da estaca (forças, deslocamentos, velocidades ou acelerações) e compará-las com os resultados analíticos. Assim, pode-se, através de análises paramétricas, determinar conjuntos de parâmetros que melhor representem o sistema martelo-estaca-solo em questão. Aqui, são oportunas as observações de Mes (1976):

"Differences in predicted and actual pile motion at the jacket top show whether or not calculations were based on representative soil resistance data. This is an indication of quality of the simulation of total dynamic soil resistance along the pile. This, perhaps, is a challenge for future consulting activities for major pile driving jobs".

Para selecionar, dos conjuntos de parâmetros da tabela 8.4-1, os mais realísticos do sistema martelo-estaca-solo, foi utilizado um "golpe típico", definido pelo comportamento médio do topo da estaca nos oito últimos golpes observados. Entretanto, como já salientado, houve dificuldade em definir o início desse golpe, pelo fato do sistema de medição (fotográfico) ter fornecido os deslocamentos do topo da estaca em intervalos de tempo de apenas cerca de 19 milisegundos (a onda leva aproximadamente 4 milisegundos para percorrer a estaca). Para contornar este impasse, o procedimento utilizado nas comparações consistiu basicamente em fazer coincidir os pontos observados em cada um dos golpes, com os deslocamentos do topo da estaca calculados a partir de um determinado conjunto de parâmetros. Assim, o conjunto de parâmetros que se julgou levar a uma melhor concordância entre a solução analítica e os pontos observados

(ver figura 8.4-3) foi considerado como sendo o mais realístico:

Eficiência do martelo	:	100%
Rigidez do cepo	:	120 tf/cm
"Quake"	:	0,13 cm
Coeficiente de amortecimento	:	$J_s = 0$ s/cm
		$J_p = 0,003$ s/cm
Percentagem de carga na ponta:		80%
Resistência última da estaca	:	700 tf

Os deslocamentos do topo da estaca, calculados empregando esse conjunto de parâmetros, são apresentados na figura 8.4-3, juntamente com os pontos observados nos diversos golpes e a trajetória provável do topo da estaca (linha tracejada). Na figura 8.4-4, são apresentados os deslocamentos de cada segmento da estaca em função do tempo. Para a ponta, são plotados também os deslocamentos plásticos, indicando a penetração máxima ou "nega permanente" no final dos cálculos. Nesta figura, são evidenciados, ainda, algumas particularidades do esquema de cálculo empregado:

- A curva dos deslocamentos plásticos acompanha a curva dos deslocamentos distanciada do valor do "quake".
- Para um elemento qualquer, a inclinação da tangente a curva dos deslocamentos representa a sua velocidade instantânea.

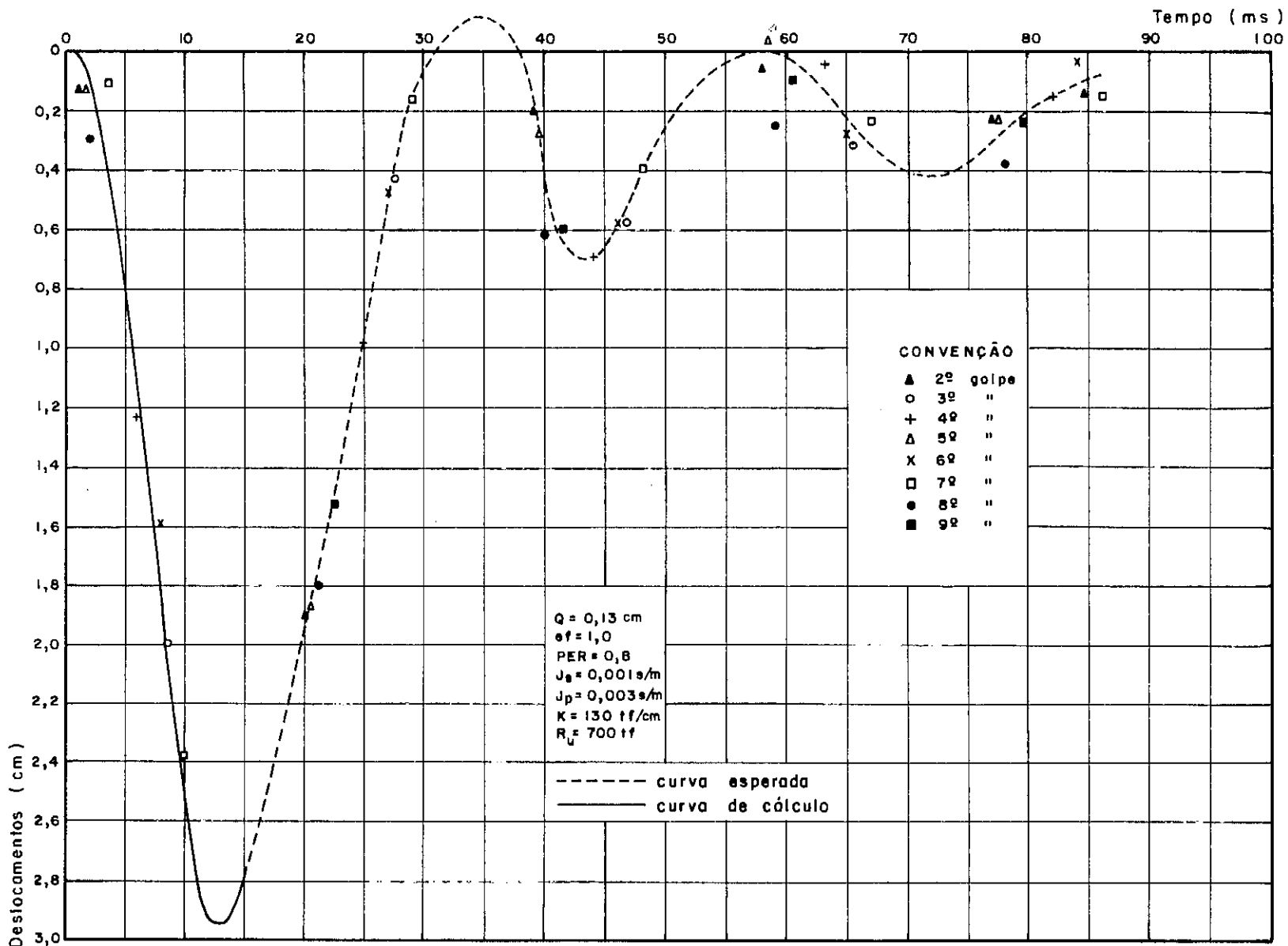


Fig. 8.4-3 - Deslocamentos do topo da estaca.

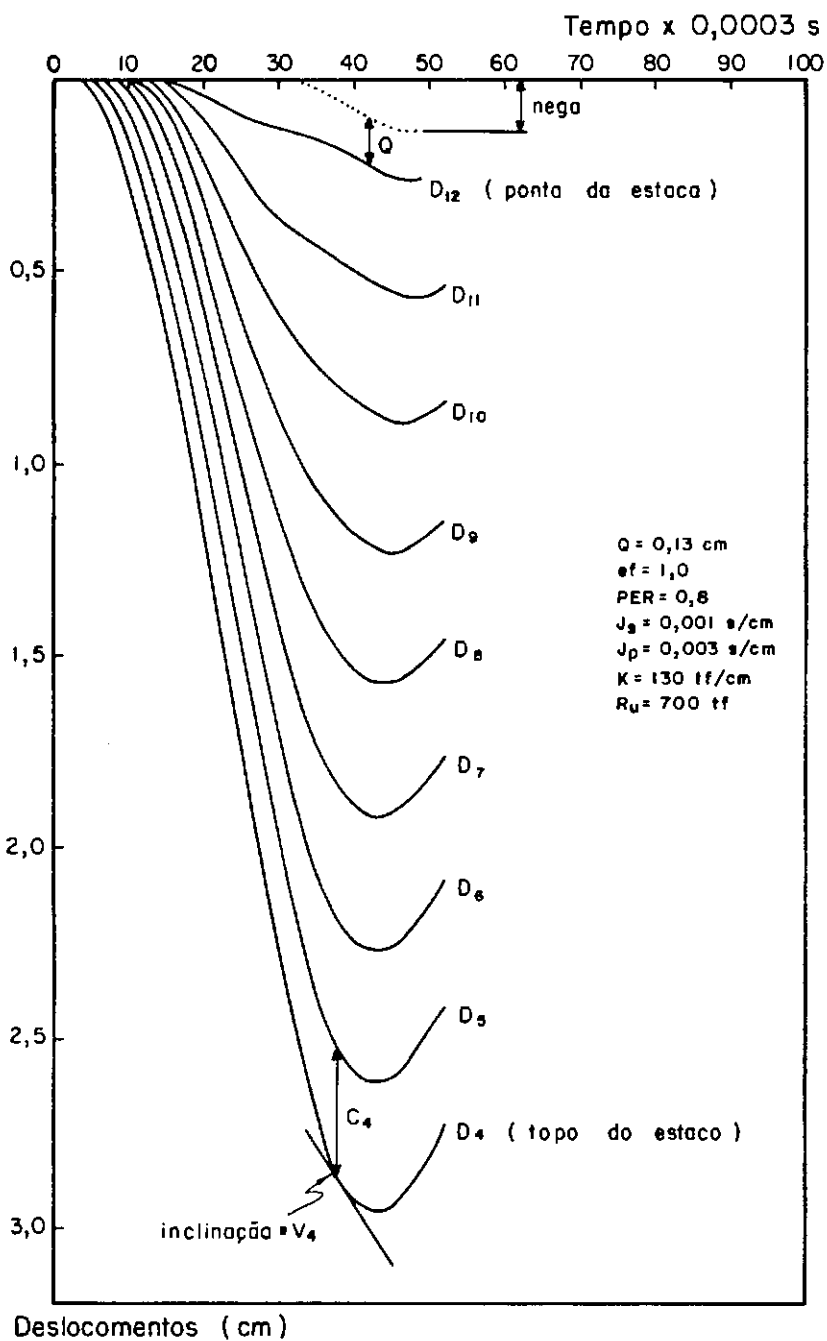


Fig. 8.4-4 - Deslocamentos de cada segmento da estaca em função do tempo.

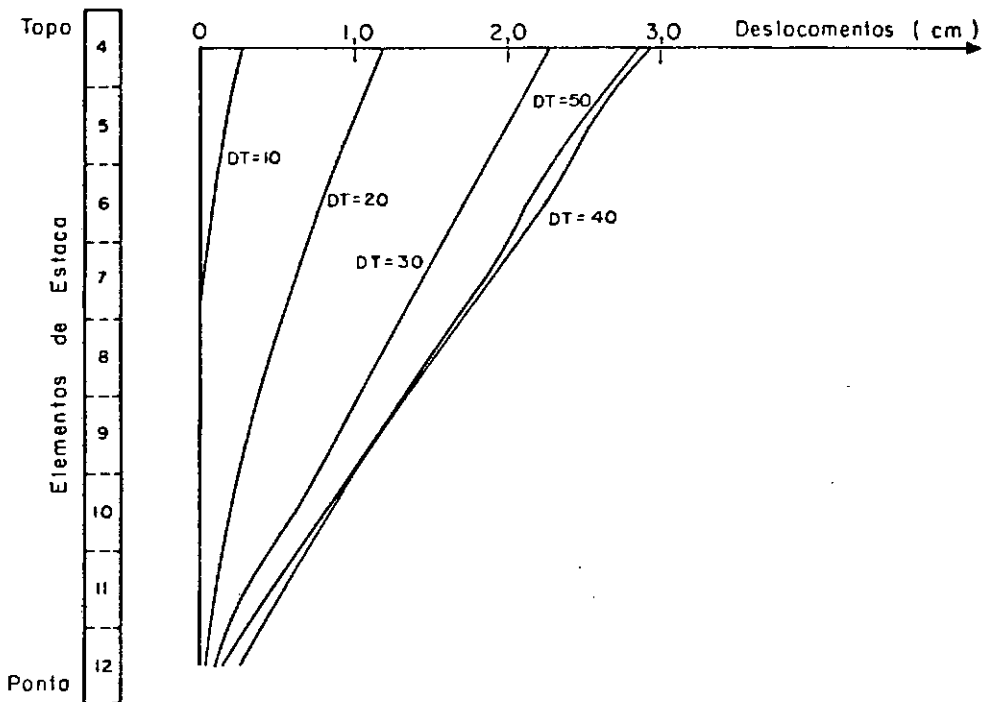


Fig. 8.4-5a-Deslocamentos dos elementos de estaca em diversos intervalos de tempo.

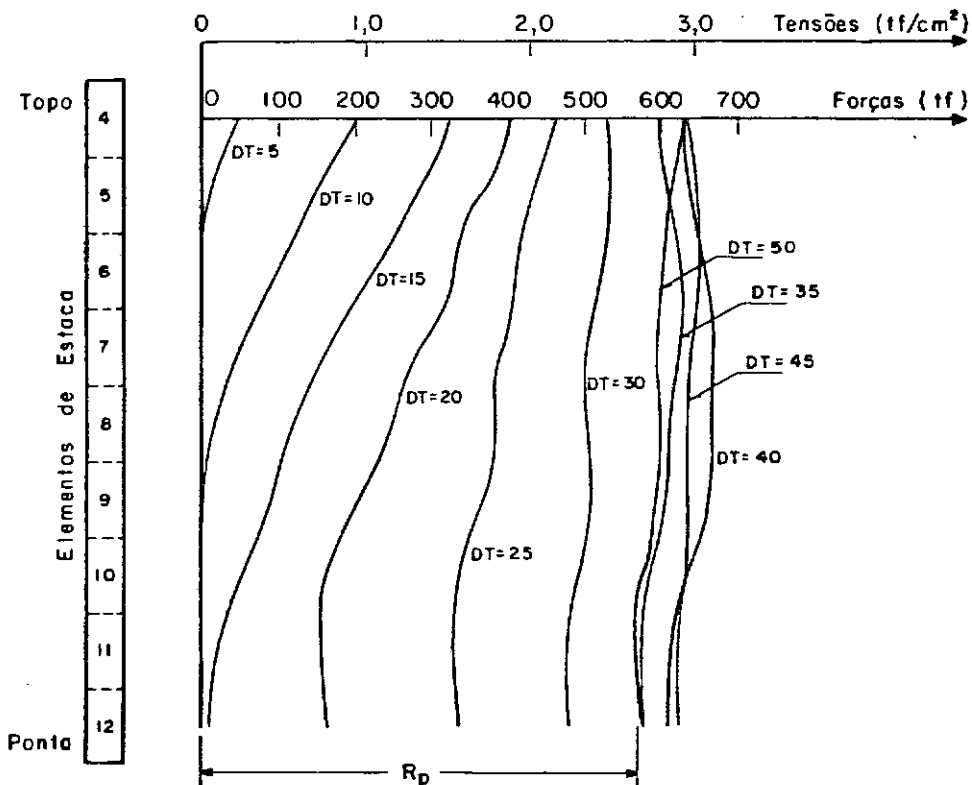


Fig. 8.4-5b-Forças e tensões nos elementos da estaca em diversos intervalos de tempo.

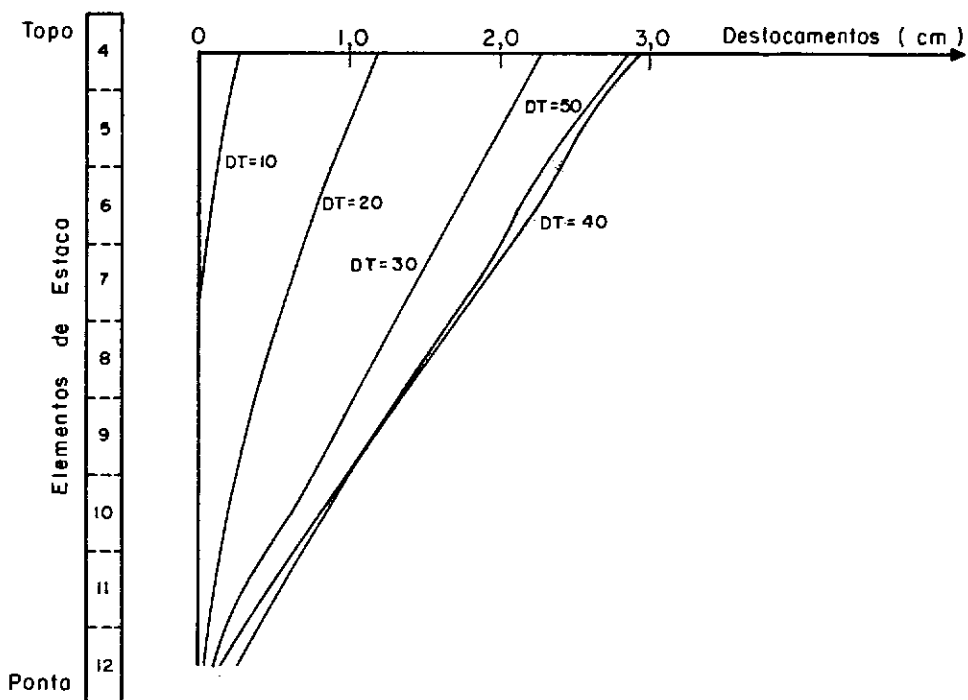


Fig. 8.4-5a-Deslocamentos dos elementos de estaca em diversos intervalos de tempo.

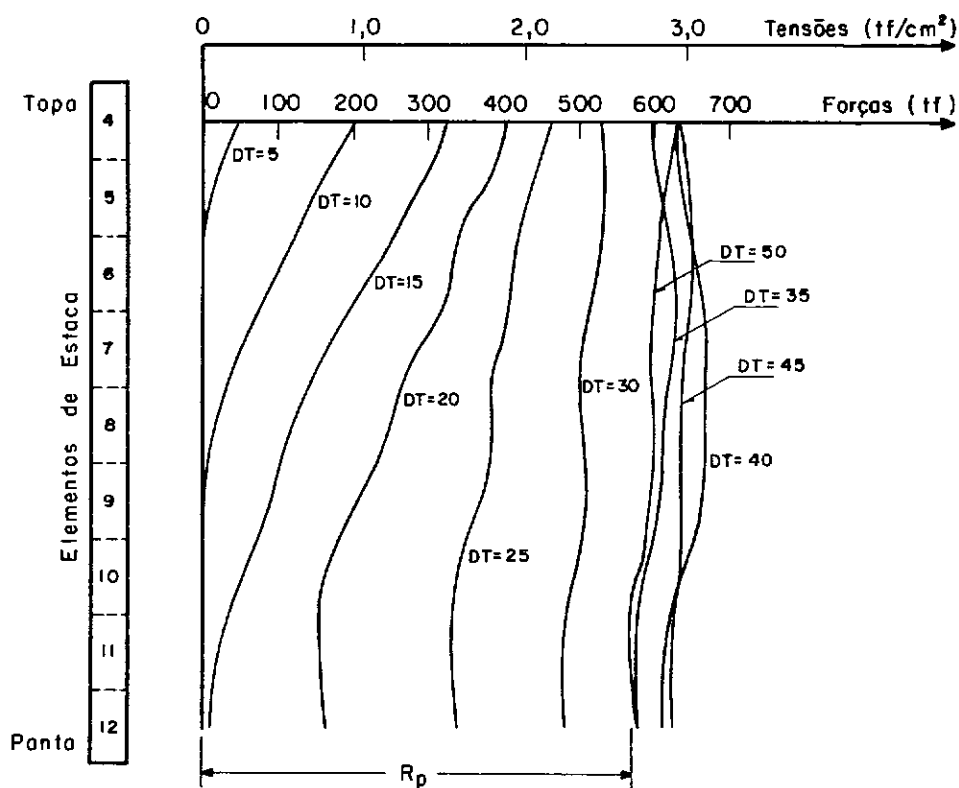


Fig. 8.4-5b-Forças e tensões nos elementos da estaca em diversos intervalos de tempo.

- A compressão instantânea de um elemento é calculada através da diferença entre o seu deslocamento instantâneo e o do elemento subsequente.

Na figura 8.4-5 são plotados os deslocamentos, as forças e tensões que ocorrem nos elementos de estaca em diversos intervalos de tempo, ilustrando a propagação de ondas durante a sua cravação.

O fato das tensões de cravação tenderem a um limite pode ser evidenciado através da equação onda, conforme ilustra a figura 8.4-6, onde as tensões no topo da estaca são plotadas em função do número de golpes por penetração.

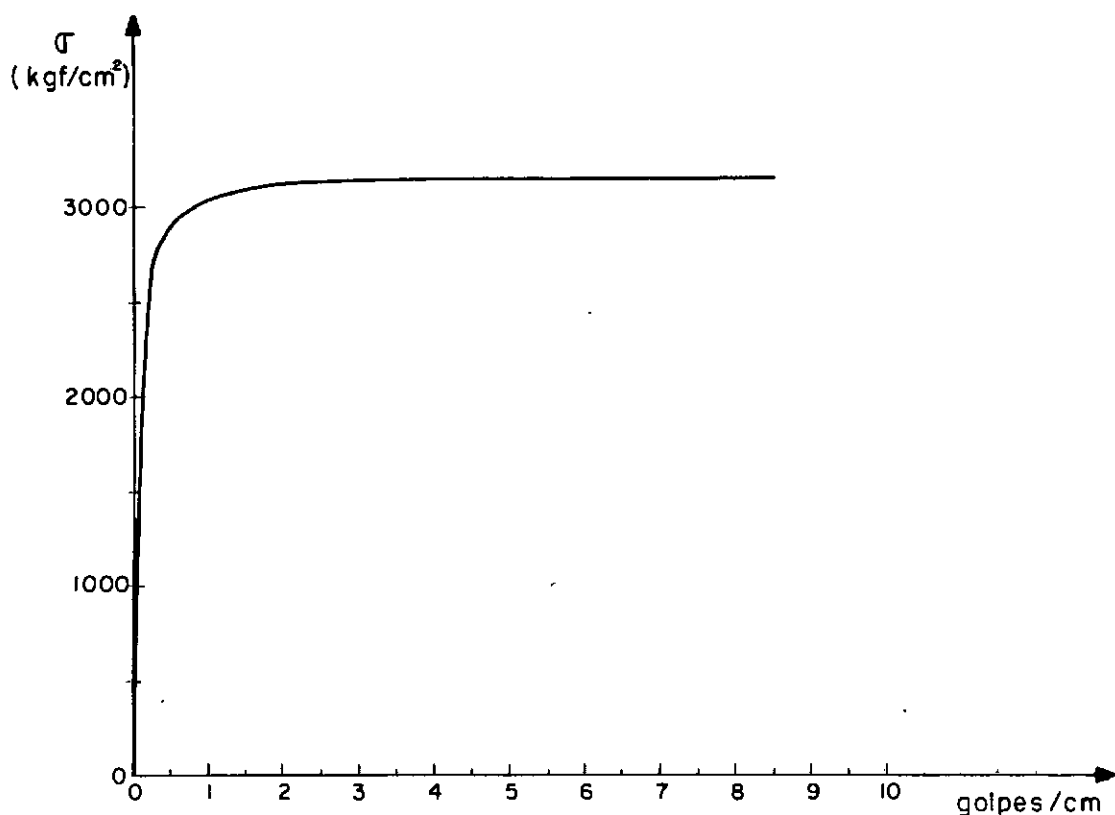


Fig. 8.4-6 - Tensões de cravação.

### 8.5 - Análises Utilizando Fórmulas Dinâmicas de Cravação

O objetivo principal destas análises foi realizar uma comparação direta entre os resultados obtidos através da equação da onda e os fornecidos pela aplicação de várias fórmulas dinâmicas. (Embora as hipóteses em que elas se baseiam sejam diferentes, ambas podem ser consideradas como sendo, em essência, uma análise dinâmica em que se estima a resistência última de uma estaca imediatamente após a sua cravação). Para tanto, as fórmulas estudadas foram modificadas para calcularem as resistências últimas da estaca (foram retirados os fatores de segurança implícitos) e para apresentarem unidades coerentes (ver Anexo V).

Apesar de alguns dos parâmetros necessários à aplicação da equação da onda não serem considerados nas fórmulas dinâmicas, foram utilizados os mesmos parâmetros básicos nas duas análises. Estes parâmetros e os resultados da aplicação de 12 fórmulas dinâmicas são apresentados na tabela 8.5-1. (As equações listadas na 2<sup>a</sup> coluna desta tabela correspondem à enumeração adotada no Anexo V, onde as fórmulas serão apresentadas). Como se observa, existe uma grande dispersão resultados e, com exceção das fórmulas de JANBU, REDTENBACHER e PACIFIC COAST, todas as demais apresentam, em relação à resistência última da estaca (prova de carga), uma diferença maior que 20% deste valor. Evidentemente, essa diferença poderia ser reduzida mediante modificações nos valores dos parâmetros utilizados nas análises, porém não era este o objetivo deste estudo. Deve-se frisar que,

Tabela 8.5-1 - Resultados de Aplicação das Fórmulas Dinâmicas

Fórmula	eq.(ver anexo V)	$R_u$ (tf)	F.S. Recomendado	$R_{adm}$ (tf)
ENG. NEWS	(V-3.2)	7068	6,0	1178
HOLANDESES	(V-11.7)	14214	6,0	2369
EYTELWEIN	(V-12)	15306	6,0	2551
NAVY Mc KAY	(V-14)	18419	6,0	3070
WEISBACH	(V-15.2)	1034	2,6	398
DINAMARQUESES	(V-16)	1009	2,0	505
JANBU	(V-17)	800	2,0	400
HILEY	(V-18.2)	1463	3,0	488
STERN	(V-19)	968	3,0	323
REDTENBACHER	(V-20)	844	3,0	281
PACIFIC COAST	(V-22)	638	4,0	160
RANKINE	(V-23)	1450	3,0	483

## Parâmetros Utilizados:

$$U = 2700 \text{ tfcm}$$

$$A = 214 \text{ cm}^2$$

$$W = 7,5 \text{ tf}$$

$$E = 2100 \text{ tf/cm}^2$$

$$ef = 1,0$$

$$L = 2160 \text{ cm}$$

$$e = 0,80$$

$$s = 0,128 \text{ cm}$$

$$P = 3,63 \text{ tf}$$

$$C_1 + C_2 + C_3 = 3,0 \text{ cm}$$

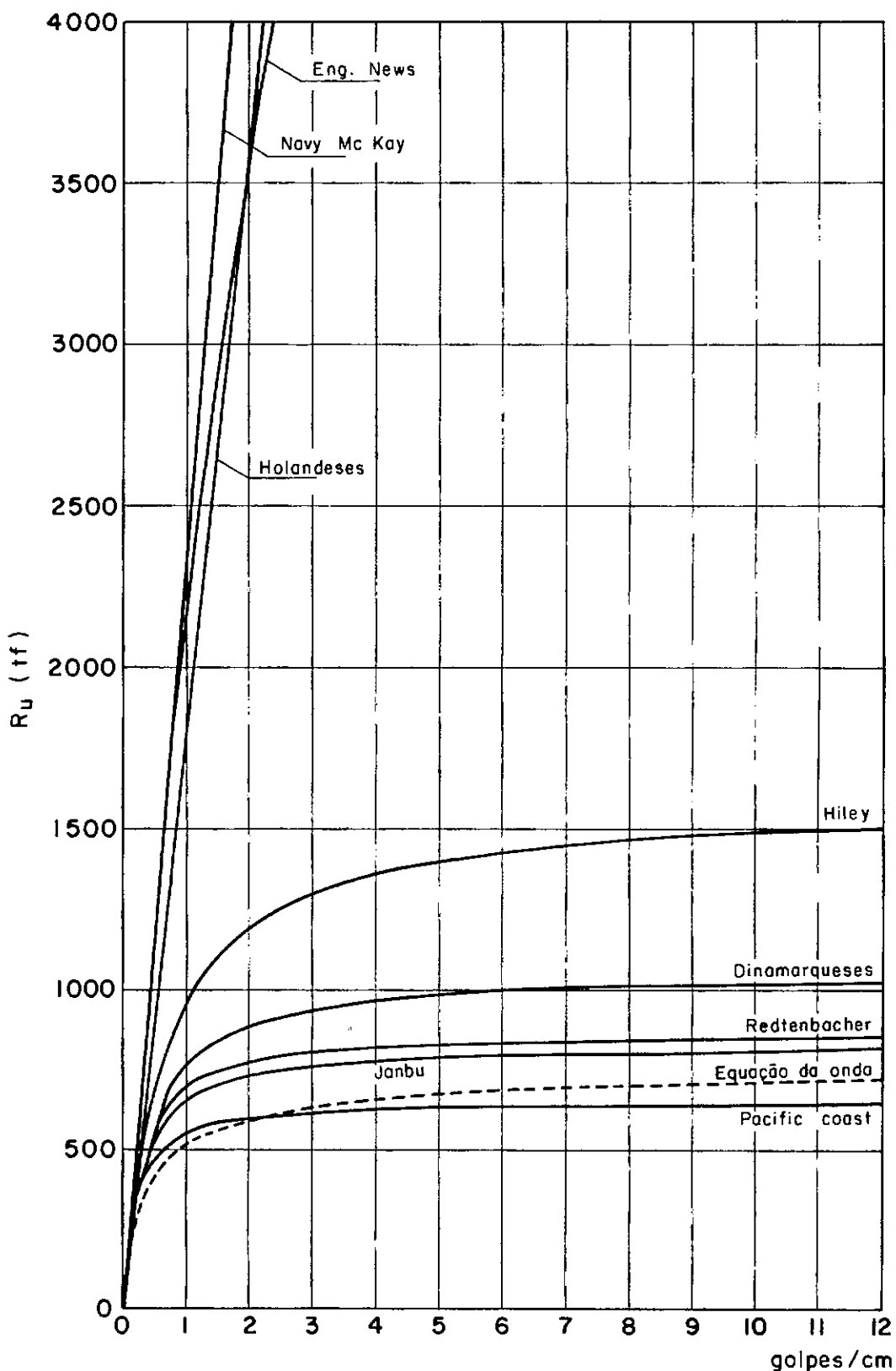


Fig. 8.5-1- Comparação entre algumas fórmulas dinâmicas e a equação da onda.

Obs: Estas correlações são válidas apenas para os dados analisados.

em relação às cargas admissíveis, a dispersão encontrada foi menor, conforme ilustram as duas últimas colunas da tabela 8.5-1. Isto era de se esperar, já que muitas dessas fórmulas foram deduzidas com a finalidade de calcular uma carga de trabalho a favor da segurança.

Na figura 8.5-1 comparou-se as curvas  $R_u$  x golpes/cm correspondentes à aplicação da equação da onda e de algumas fórmulas dinâmicas. Como pode-se observar, embora as curvas geradas pelas fórmulas da ENGINEERING NEWS, NAVY Mc KAY e HOLANDESES não apresentem semelhanças de forma com a curva gerada pela equação da onda, essas semelhanças são marcantes no caso das fórmulas de HILEY, JANBU, REDTENBACHER, PACIFIC COAST e DINAMARQUESES, sugerindo uma possível correlação entre elas.

Os resultados das correlações entre a equação da onda e essas fórmulas dinâmicas são apresentados na figura 8.5-2, para uma faixa de variação de 0,5 a 10 golpes/cm. Tomou-se como coeficiente de correlação a relação entre as resistências últimas calculadas pelas fórmulas dinâmicas ( $R_{uf}$ ) e a calculada pela equação da onda ( $R_{uo}$ ). Este gráfico é útil do ponto de vista prático, pois permite realizar uma comparação direta entre os resultados da equação da onda e das fórmulas consideradas. Deve-se ressaltar que o coeficiente de correlação, para uma determinada fórmula, varia com o número de golpes por penetração da estaca. Este fato, de acordo com a figura 8.5-2, deve ser levado em conta nas extrapolações de resultados a outras estacas, mesmo que elas sejam cravadas no mesmo local e com o mesmo equipamento.

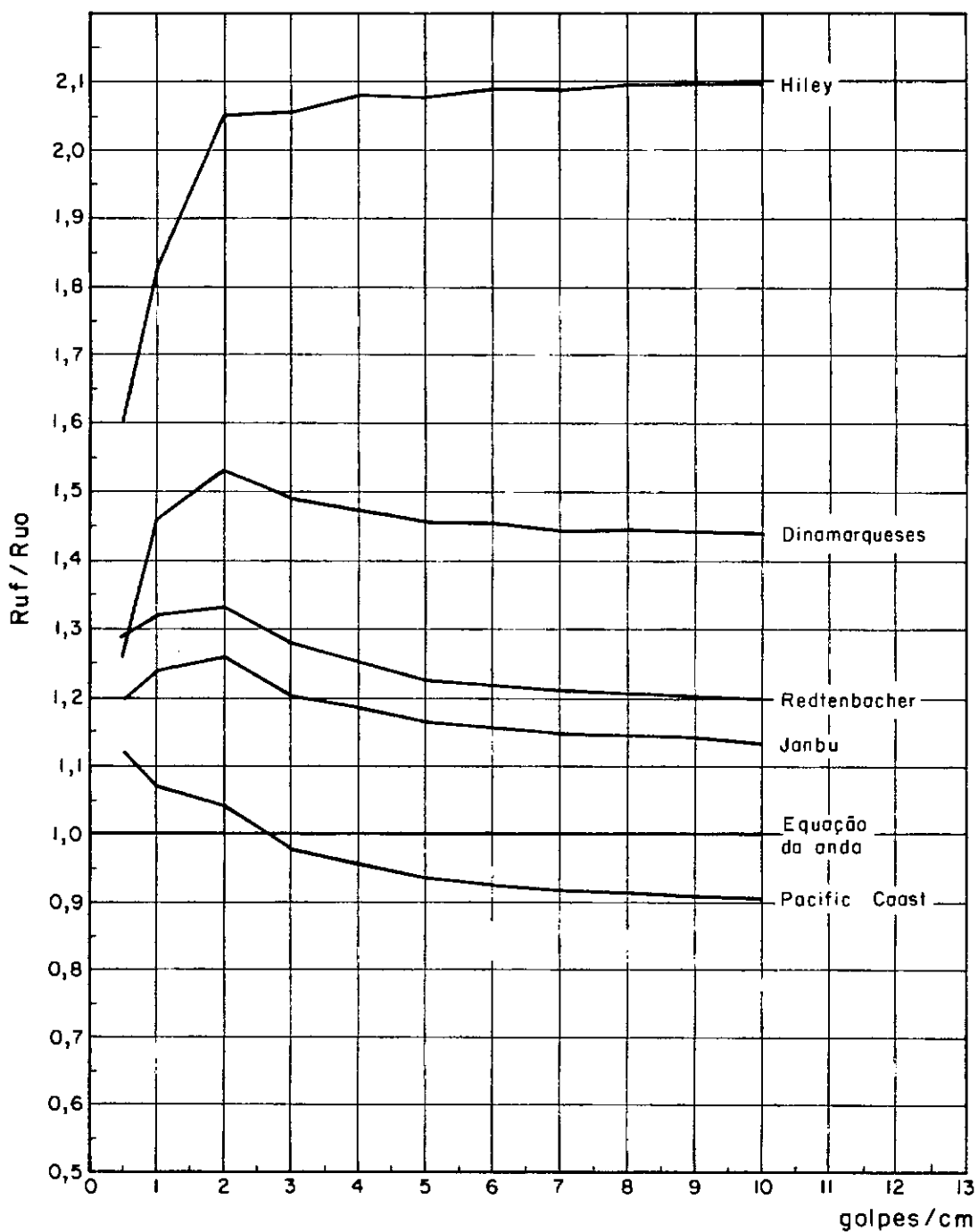


Fig. 8.5-2 - Correlação entre resultados de fórmulas dinâmicas e equação da onda.

Obs: Estas correlações são válidas apenas para os dados analisados.

CAPÍTULO IX - CONCLUSÕES

## IX. CONCLUSÕES

O método de análise proposto por SMITH (1960), empregando a equação da onda, constitui-se, praticamente, no único método analítico capaz de levar em conta, de uma maneira racional, a maior parte dos parâmetros intervenientes na cravação de uma estaca. Além de bem fundamentado teoricamente, ele permite a análise de diversos problemas práticos associados à cravação, tais como:

- Seleção adequada do sistema Equipamentos de Cravação-Estaca-Solo.
- Previsão de capacidade de se cravar a estaca até a profundidade de projeto com o sistema adotado.
- Previsão do comportamento (forças, tensões, deslocamentos etc.) de cada elemento do sistema durante a cravação.
- Estimativa da capacidade de carga de uma estaca isolada baseada na medição da nega (golpes/cm).
- Avaliação de alguns efeitos reológicos na capacidade de carga da estaca.

A utilização mais confiável do método da equação da onda reside na seleção da melhor combinação do sistema marte

lo-estaca-solo para um dado problema. Através de comparações entre vários sistemas alternativos, é possível chegar-se à seleção de um sistema ótimo para propósitos de projeto. Similarmente, podem ser obtidas estimativas das tensões de cravação máximas com bastante confiabilidade, reduzindo, assim, os danos potenciais no martelo e na estaca.

As estimativas da capacidade de carga baseados na medição das negas (contagens de golpes) são mais difíceis de serem determinadas. Isto porque os fatores que afetam o comportamento tensão-deformação do solo nas proximidades de uma estaca não estão ainda completamente entendidos. Além disso, as tentativas de relacionar a resistência estática ao fenômeno da resistência dinâmica, como por exemplo através da utilização das forças de amortecimento viscoso, provavelmente introduzem incertezas adicionais à análise. Entretanto, a experiência tem demonstrado que, de um modo geral, quando os dados utilizados na análise são acurados, os resultados obtidos são confiáveis.

Infelizmente, as análises realizadas neste estudo limitaram-se a apenas uma estaca e, a maioria dos parâmetros utilizados, foram os recomendados na literatura, pois não foi possível determiná-los experimentalmente. As análises demonstraram que, apesar dos resultados não serem seriamente afetados por pequenas variações em apenas um desses parâmetros, eles são sensíveis a pequenas variações em diversos parâmetros.

As maiores restrições ao emprego do método não se referem diretamente ao método em si, mas sim, aos parâmetros ne

cessários à análise, que, nem sempre, são fáceis de serem obtidos. Na aplicação prática realizada, esses parâmetros foram determinados satisfatoriamente a partir de uma comparação entre os deslocamentos (do topo da estaca) calculados e os medidos durante a cravação da estaca. Portanto, sempre que possível, as análises devem ser acompanhadas de uma instrumentação adequada, que permita uma calibração dos resultados analíticos com as medições de campo.

Apesar das inúmeras restrições à aplicação das fórmulas dinâmicas de cravação, é possível obter correlações entre essas fórmulas e a solução da equação da onda. Entretanto, as eventuais extrapolações devem ser efetuadas com critério, pois os coeficientes de correlação variam em função do número de golpes por penetração da estaca.

ANEXO I - SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

## SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

As pesquisas futuras devem estender o trabalho a outros tipos de estaca e outras condições de sub-solo, implementar outros dispositivos para o acompanhamento de cravação, e aumentar a quantidade e a precisão dos dados utilizados no estudo.

Com respeito à cravação de estacas em outras condições de sub-solo, deve-se ressaltar que o problema se torna mais complexo no caso de estacas cravadas em solos argilosos, onde, geralmente, a capacidade de carga varia, também, com o tempo. Este efeito reológico, provavelmente, pode ser estudado através de um programa conjunto de provas de carga e recravações sucessivas das estacas.

A propagação de ondas durante a cravação possui especial importância no caso de estacas pré-moldadas de concreto de grande comprimento, onde as possibilidades de ocorrência de danos devidos a tensões excessivas são mais acentuadas. Estas tensões decorrem, principalmente, da utilização de equipamentos de cravação inadequados ou de reflexões de onda nas extremidades da estaca. Portanto, um estudo voltado para a aplicação da equação da onda a estacas de concreto, certamente, será de grande utilidade, tanto para o dimensionamento estrutural como para a instalação dessas estacas.

Entretanto, como os resultados das análises pela equação da onda depende, fundamentalmente, da qualidade dos parâ

metros utilizados, as principais pesquisas devem ser dirigidas no sentido de determiná-los mais acuradamente. Em particular, elas devem abranger, tanto a determinação das características como a melhoria da eficiência dos equipamentos de cravação (martelo, cepo, capacete, coxim etc.).

Deve ser dado ênfase, também, ao desenvolvimento de um sistema de instrumentação que permita a obtenção de parâmetros tais como as velocidades, as acelerações, as forças e os deslocamentos da estaca durante a sua cravação. Desta maneira, as incertezas quanto aos parâmetros que simulam os equipamentos de cravação poderão ser minimizadas. Para evitar as limitações práticas de uma instrumentação altamente sofisticada, o desenvolvimento da instrumentação deve ser feita tendo como objetivo a obtenção de um sistema simples, econômico, confiável e que forneça medições suficientemente acuradas. Como ponto de partida, pode-se tomar, por exemplo, o sistema relativamente simples, proposto por Marchetti (1980), para medições das velocidades no topo da estaca durante a sua cravação.

Quanto aos parâmetros de solo utilizados na análise, a observação de Litkouhi e Poskitt (1980) reflete muito bem o atual estágio de conhecimentos:

"In view of the importance of this method (wave equation) it is surprising that some of the soil parameters used in this method such as damping or quake are not better understood".

Portanto, são necessárias pesquisas para a determinação desses parâmetros. Além do desenvolvimento de ensaios de laboratório, sugere-se como uma alternativa à realização de ensaios em modelos reduzidos, a tentativa de obter correlações a partir de resultados dos ensaios de penetração dinâmica que normalmente são realizados nas sondagens à percussão. Note-se que estes ensaios muito se assemelham à cravação de uma estaca de ponta, onde o sistema de cravação é padronizado: o peso do pilão, a altura de queda, o diâmetro das hastes para o avanço, as dimensões do amostrador etc.

Para o futuro, talvez sejam necessárias modificações no modelo e no algoritmo básico de Smith (1960), para incorporar novos conhecimentos.

ANEXO II - BIBLIOGRAFIA DISPONÍVEL

BIBLIOGRAFIA DISPONÍVEL

1. AGARWAL, S.L. and RAWAT, P.C. - "Problems Encountered in Installation of Offshore Piles for Fixed Platforms" 10th Annual Offshore Tech. Conf-. Houston, May, 1978, paper OTC 3274 - pp.1925-1936.
2. AGERSCHOU, H.A. - "Analysis of the Engineering News Pile Formula" - Journal of the S.M.F.D. - ASCE - Oct. 1962, Vol. 88 - SM5 - pp.1-11.
3. AIRHART, T.P.; COYLE, H.M.; HIRSCH, T.J. and BUCHANAN, S. J. - "Pile-soil System Response in a Cohesive Soil" - Performance of Deep Foundations, ASTM STP444, 1969 - pp. 264-294.
4. ANDERSON, A. R. and MOUSTAFA, S.E. - "Dynamic driving stresses in Prestressed Concrete Piles" - Civil Engineering - ASCE, August, 1971 - pp. 55-58.
5. AOKI, N. - "Capacidade de Carga de Estacas"-Curso de Revisão de Conhecimentos para Engenheiros - Estacas Franki Ltda., Setembro, 1975 - pp. 1-11
6. APPENDINO, M. - "Analysis of Data from Instrumented Driven Piles" - Proc. of the IX I. C.S.M.F.E. Vol.1 - Tokyo-1977 - pp.359-370.
7. BACK, N. - "Vibração Longitudinal de Barras de Secção Variável" - Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ - 1968

8. BAKHOLDIN, B.V. - "Magnitude of Stresses in Piles During Driving"  
Translated from Osnovaniya, Fundamenty i Mekhanika  
Gruntov n<sup>o</sup> 2, March-April, 1967 - pp. 7-9.
9. BARKAN, D.D. - "Dynamics of Bases and Foundations - Mc  
Graw-Hill, 1962.
10. BENDER, C.H.Jr.; LYONS, C.G. and LOWERY, L.L. Jr. -  
"Application of Wave Equation Analysis to Offshore Pile  
Foundations" - Proc. 1st Annual Offshore Technology  
Conference, Houston, May, 1969, Vol. I, paper OTC 1055,  
pp. 575-586.
11. BERGER, E.; MAHIN, S.A. and PYKE, R. - "Simplified Method  
for Evaluating Soil - Pile - Structure Interaction  
Effects"-9th Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, Tex.  
May, 1977, paper OTC 2954 - pp. 589-598.
12. BOWLES, J.E. - "Foundation Analysis and Design" - Mc Graw-  
Hill Book Co., 1968 - pp. 461-487.
13. BOWLES, J.E. - "Analytical and Computer Methods in  
Foundation Engineering" - Mc Graw-Hill Book Co., 1974 -  
pp. 349-387.
14. BROMS, B.B. and HELLMAN, L. - "Methods used in Sweden to  
Evaluate the Bearing Capacity of End-bearing Precast  
Concrete Piles" - Proc. of the Conf. in Behavior of  
Piles - ICE, London, 1971 - pp. 27-30.

15. CABRAL, DAVID ANTUNES - Comunicação Pessoal
16. CHELLIS, R.D. - "Pile Foundations" - Mc Graw-Hill Book Co., 1962.
17. CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J. - "Dynamics of Structures" - Mc Graw-Hill, Inc. 1975 - pp. 364-382.
18. COX, B.E. and CHRISTY, W.W. - "Underwater Pile Driving Test Offshore Louisiana" - 8th Annu. Offshore Technol. Conf., Houston, paper OTC 2478, May, 1976, pp.611-613.
19. COYLE, H.M.; BARTOSKEWITZ, R.E. and LOWERY, L.L. Jr. - "Prediction of Static Bearing Capacity from Wave Equation Analysis" - Second Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, April, 1970, Vol. I, paper OTC 1202 - pp. 559-570.
20. COYLE, H.M. and GIBSON, G.C. - "Empirical Damping Constants for Sand and Clays" - Journal of the S.M.F.D. - ASCE - Vol. 96 - SM3, May, 1970 - pp. 949-965.
21. COYLE, H.M.; FOYE, R. and BARTOSKEWITZ, R.E. - "Wave Equation Analysis of Instrumented Piles" - 5th Annu. Offshore Technol. Conf., Houston, 1973, Vol. II, paper OTC 1892, pp. 647-662.
22. COYLE, H.M.; LOWERY, L.L.Jr. and HIRSCH, T.J. - "Wave Equation Analysis of Piling Behavior" in " Numerical Methods in Geotechnical Engineering" - edited by Desai and Christian - 1977 - pp. 272-296.

23. DAVIS, R.O. and PHELAN, P.J. - "Numerical Aproximation in Pile-Driving Analysis" - International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 2, 1978 - pp. 303-310.
24. DAVISSON, M.T. and Mc DONALD, V.J. - "Energy Measurements for a Diesel Hammer" - in "Performance of Deep Foundations" ASTM SPEC.TECH.PUBL. 444 - March, 1969 - pp.295-337.
25. DAWSON, R. - "Run-Down of Hammers" - Civil Engineering, London, December, 1977 - pp. 33-35
26. DET NORSKE VERITAS - Rules for Design Construction and Inspection of Offshore Structures, Apendix F, 1977.
27. DURNING, P.J.; RENNIE, I.A.; THOMPSON, J.M. and RUCKSTUHL, E.J. "Installing a Piled Foundation in Hard, Over - consolidated North Sea Clay for the Heather Platform"- Ground Engineering - Nov., 1979 - pp. 24-31
28. DURNING, P.J. and RENNIE, I.A. - "Determining Pile Capacity and Pile Driveability in Hard, Overconsolidated North Sea Clay" - Ground Engineering - Nov., 1979 - pp. 34-43
29. EDWARDS, T.C.; LOWERY, L.L, Jr. and HIRSCH, T.J. - "Properties of Pile Cushioning Materials" - Journal of the Structural Division, ASCE, vol. 95, no. ST7, July, 1969 pp. 1431-1491

30. ENGELING, P. - "Driveability of Long Piles" - 6th Annu. Offshore Tec. Conf., Houston, May, 1974, paper OTC 2084, pp. 521-524.
31. ESRIG, M.I.; KIRBY, R.C.; BEA, R.G. and MURPHY, B. S. - "Initial Development of a General Effective Stress Method for the Prediction of Axial Capacity for Driven Piles in Clay" - 9th Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, May, 1977, paper OTC 2943 - pp. 495-501.
32. FARID, M.U. - "An Investigation of the Dynamic and Static Stresses in Universal Bearing H-Piles" - Ground Engineering - May, 1979 - pp. 35-38.
33. FERAHIAN, R.H. - "Static Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements" - Proc. Inst. Civ. Engrs. Part. 1, Nov., 1977 - pp. 655-662.
34. FISCHER, F.J. - "Driving Analysis for Initially Curved Marine Conductor" - 7th Annu. Offshore Technol. Conf., Houston, May 1975, paper OTC 2309 - pp. 634-640.
35. FLAATE, K. - "An Investigation of the Validity of three Pile Driving Formulae in Cohesionless Material" - Norwegian Geotechnical Institute Publ. n<sup>o</sup> 56, Oslo, 1964 - pp. 11-22
36. FOO, S.; MATLOCK, H. and MEYER, P. - "Analysis of Driving of Foundation Piles" - 9th Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, May, 1977, Vol. II, paper OTC 2842 - pp.281

37. FOREHAND, P.W. and REESE, J.L.Jr. - "Prediction of Pile Capacity by the Wave Equation" - Journal of the S.M.F.D. ASCE - Vol. 90 - SM2, March, 1964 - pp. 1-25.
38. FOX, D.A.; PARKER, G.F. and SUTTON, V.J.R. - "Pile Driving into North Sea Boulder Clays" - Second Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, April, 1970, Vol. I, paper OTC 1200 - pp. 535-548
39. FUNG, Y.C. - "Foundations of Solid Mechanics" - Prentice Hall, Inc., 1965, pp.181.
40. GAMBIN, M.P. - "Menard Dynamic Consolidation" - Sols Soils no. 29, 1979 - pp. 30.
41. GRAVARE, C.J.; GOBLE, G.G.; RAUSCHE, F. and LIKINS, G.- "Pile driving Construction Control by the Case Method"- Ground Engineering, March, 1980 - pp. 20-25.
42. GENDRON, G.J. - "Pile Driving: Hammers and Driving Methods"- Highway Research Record n<sup>o</sup> 333, Higway Research Board, 1970 - pp. 16-22
43. GEORGE, P.J. - "Offshore Piling Practice" - in Offshore Soil Mechanics - Manchester University, 1976 - pp. 225-253.
44. GNIRK, P.F.; KRAUSE, K.E.; BUMP, V.L. and ANDERSON, K. E.- "Dynamic Determination of Pile Load-Bearing Capacity" - Highway Research Record n<sup>o</sup> 354 - HRB, 1971 - pp. 67-79.

45. GOBLE, G.G. and RAUSCHE, F. - "Pile Load Test by Impact Driving" - Highway Research Record n° 333, HRB, 1970 pp. 123-129.
46. GOBLE, G.G.; SCANLAN, R.H. and TOMKO, J.J. - "Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles" - Highway Res. Rec. n° 167 - HRB, 1967 - pp. 46-47.
47. GOBLE, G.G.; WALKER, F.K. and RAUSCHE, F. - "Pile Bearing Capacity - Prediction VS. Performance" - in "Speciality Conference on Performance on Deep Foundations " Session IV - Purdue University, 1972 - pp. 1243-1258.
48. GOBLE, G.G.; KOVACS, W.D. and RAUSCHE, F. - "Field Demonstration: Response of Instrumented Piles to Driving and Load Testing" - in "Speciality Conf. on Performance of Earth and Earth-Supported Structures" - Purdue Univ., 1972 - Vol. III - pp. 3-38.
49. GOBLE, G.G.; FRICKE, K. and LIKINS, G.E., Jr. - "Driving Stresses in Concrete Piles" - Journal of the Prestressed Concrete Institute, vol. 21, 1, Jan/Feb 1976, pp.70-88.
50. GONIN, H. - "Étude Théorique du Battage des Corps Élastiques Élancés et Application Pratique" - Annales de L'Institut Technique du Batiment et des Travaux Publics, n° 361, Mai, 1978 - pp. 93-108.

51. GONIN, H. - "Reflexion sur le battage des pieux" - Revue Française de Geotechnique numero 9, Nov. 1979. pp.41-50
52. GRASSHOFF, H. - "Investigations of Values of the Dynamic Penetration Resistance to Model Piles in Sand and Clay, obtained from Tests" - Proc. Third Conf. Soil Mechanics and Found Engineering, Switzerland, 1953 - pp. 47-50.
53. HANNA, T. - "Recent developments in the design and construction of piles" - Civil Engineering, vol. 2, number 6, september, 1979 - pp.19-20.
54. HANSEN, L.A. and SCHROEDER, W.L. - "Penetration Resistance for Driven Piling" - Journal of the Construction Division - ASCE, Vol. 103 - C03, September, 1977 - pp. 513-528.
55. HECKMAN, W. and HAGERTY, D.J. - "Vibration Associated with Pile Driving" - Journal of the Construction Division - ASCE - Vol. 104 n9 C04, Dec., 1978 - pp. 385-394.
56. HEEREMA, E.P. - "Relationships between wall Friction, Displacement, Velocity and Horizontal Stress in Clay and in Sand, for Pile Driveability Analysis" - Ground Engineering, January, 1979 - pp. 55-65
57. HEEREMA, E.P. - "Predicting pile driveability: Heather as an illustration of the "friction fatigue" theory. Ground Engineering, April, 1980. pp.15-20.

58. HIRSCH, T.J.; LOWERY, L.L.; COYLE, H.M. and SAMSON, C.H.Jr.  
"Pile-Driving Analysis by One-Dimensional Wave Theory:  
State of the Art" - Highw. Res. Rec. n<sup>o</sup> 333, HRB, 1970,  
pp. 33-54.
59. HIRSCH, T.J.; KOEHLER, A.M. and SUTTON, V.J.R. - "Selection  
of Pile-Driving Equipment and Field Evaluation of Pile  
Bearing Capacity During Driving for the North Sea Forties  
Field" - 7th Annu. Offshore Technol. Conf., Houston, May  
1975, paper OTC 2247 - pp. 37-42.
60. HOUSEL, W.S. - "Michigan Study of Pile Driving Hammers" -  
Journal of the S.M.F.D. - ASCE - Vol. 91 - SM5,  
September, 1965 - pp. 37-64.
61. HOUSEL, W.S. - "Pile Load Capacity: Estimates and Test  
Results" - Journal of the S.M.F.D. - ASCE, Vol. 92 -  
SM4, July, 1966 - pp. 1-30.
62. HOLLOWAY, D.M.; CLOUGH, G.W. and VESIC, A.S. - "The Effects  
of Residual Driving Stresses on Pile Performance under  
Axial Loads" - 10th Annu. Offshore Techn. Conf.,  
Houston, May, 1978, paper OTC 3306 - pp. 2225-2232.
63. HOLLOWAY, D.M.; AUDIBERT, J.M.E. and DOVER, A.R. - "Recent  
Advances in Predicting Pile Driveability" - 10th Annu.  
Offshore Techn. Conf., Houston, May, 1978, paper OTC  
3273, pp. 1915-1924.

64. HUGHES, B.P. and WATSON, A.J. - "Compressive Strength and Ultimate Strain of Concrete under Impact Loading" - Magazine of Concrete Research Vol. 30 n<sup>o</sup> 105, Dec., 1978 - pp.189-199.
65. JANSZ, J.W.; ARENTSEN, D.; BOMER, H. and VOITUS VAN HAMME, G.E.J.S.L. - "Pile-Driving with the Hydroblok" - I.C.E. Monthly Vol. III n<sup>o</sup> 3 - 1974/1975 - pp. 108-122
66. JANSZ, J.W.; VOITUS VAN HAMME, G.E.J.S.L.; GERRITSE, A. and BOMER, H. - "Controlled Pile-Driving Above and under Water with a Hydraulic Hammer" - 8th Annu. Offshore Technology Conf., Houston, May, 1976, paper OTC 2477 - pp. 593-603.
67. KANSCHIN, A.A. and PLUTALOW, A. A. - "On the Computation of Piles, Based on the Theory of Axial Impact" - Proc. First Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Cambrigde, Mass., 1936 - pp. 169-173.
68. KIRBY, R.C. and WROTH, P. - "Application of Critical State Soil Mechanics to the Prediction of Axial Capacity for Driven Piles in Clay" - 9th Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, May, 1977, paper OTC 2942 - pp. 493-494.
69. KNIGHT, C.H., Jr. - "Recommended Practice for Design, Manufacture and Installation of Prestressed Concrete Piling" - J. Prestressed Concrete Inst. vol. 22, n<sup>o</sup> 2, March/April, 1977 pp. 20-49.

70. LITKOUHI, S. and POSKITT, T.J. - "Damping constants for pile driveability calculations" - Géotechnique 30, no. 1, March, 1980 - pp. 77-86.
71. LO, M.B. - "Atenuation of Ground Vibration Induced by Pile Driving" - Proc. fo the IX SCSMFE - Tokyo, 1977 vol. 2 - pp. 281-286.
72. LOWERY, L.L.; FINLEY, J.R. and HIRSCH, T.J. - "A Comparison of Dynamic Pile Driving Formulas with the Wave Equation" Res. Rep. 33-12, Texas Transportation Institute - Texas A&M Univ., College Station. Texas - August, 1968 - pp. 1-16.
73. LOWERY, L.L.; EDWARDS, T.C. and FINLEY, J.R. - "Increasing the Ability to Drive Long Offshore Piles" - First Annu Offshore Techn. Conf., Houston, May, 1969, Vol. I, paper OTC 1064 - pp. 681-686.
74. LOVE, A.E.H. "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity" - Dover Publications, 4<sup>a</sup> ed., 1944.
75. MARCHETTI, S. - "Improving the quality of imput data for the wave equation analysis of driven piles" - Canadian Geotechnical Journal, 17, 1980 - pp. 286-291.
76. MARTIN, D.J. - "Ground Vibrations from impact pile driving during road Construction" - Transport and Road Research Laboratory TRRL Supplementary Report 544-1980.

77. Mc CLELLAND, B. - "Design and Performance of Deep Foundations" - in Speciality Conf. on Performance of Earth and Earth - Supported Structures - Purdue Univ., 1972 - pp.111-139.
78. Mc CLELLAND, B.; FOCHT, J.A. and EMRICH, W.J. - "Problems in Design and Installation of Offshore Piles" - Journal of the S.M.F.D. ASCE Vol. 95 - SM6, Nov., 1969 - pp. 1491-1514.
79. Mc LAUGHLIN, R.T.P. - "Pile Design and Installation in the Forties Field" - in Offshore Soil Mechanics - Manchester University, 1976 - pp. 155-175.
80. MES, M.J. - "Pile Driveability is Unpredictable in Sand or Silt Foundation Strata" - Petroleum Engineer, October, 1976- pp. 76-92.
81. MOSELEY, E.T. and RAAMOT, T. - "Pile-Driving Formulas" - Highw. Res. Rec. n<sup>o</sup> 333, HRB, 1970 - pp. 23-32.
82. MOURA, C.A.; FEIJÓO, R.A. and RAUPP, M.A. - "Numerical Simulation of the Motion of a Pile Thrust into the Soil" Revista Brasileira de Física, Vol. 9, n<sup>o</sup> 3, 1979, - pp. 645-678.
83. NANNINGA, N. - "The Problem of Pile Driving" - Proc. Third Conf. on Soil Mech and Found. Eng., Switzerland, 1953 - pp. 71-74.

84. OLSON, R.E. and FLAATE, K.S. - "Pile-Driving Formulas for Friction Piles in Sand" - Journal of the S.M.F.D. - ASCE Vol. 93 - SM6, Nov. 1967 - pp. 279-296.
85. O'NEILL, D.B. - "Vibration and Dynamic Settlement from Pile Driving" - Proc. of the Conf. in Behavior of Piles - Institution of Civil Engineers, London, 1971, pp. 135-140.
86. PAROLA, J. - "Pile Driving Behavior" - Presented at Pile Talk Seminar on Current Practices in Pile Design and Installation - Atlanta, March, 1975.
87. PARRY, R.H.G. - "Pile Design" - in Offshore Soil Mechanics, Manchester University, 1976 - pp. 177-196.
88. PECK, R.O.; HANSON, W.E. and THORNBURN, T.H. - "Foundation Engineering" - John Willey & Sons - 2<sup>d</sup> ed., 1973 - pp. 216-226.
89. POULOS, H.G. and DAVIS, E.H. - "Pile Foundation Analysis and Design" - John Wiley and Sons, Inc., 1980 , pp. 58-70.
90. RAMEY, G.E. and JOHNSON, R.D.Jr. - "Relative Accuracy and Modification of Some Dynamic Pile Capacity Prediction Equations" - Ground Engineering, September, 1979 - pp. 47-52.

91. RAUPP, M.A.; FEIJÓO, R.A. and MOURA, C.A. - "A Non Linear Problem in Dynamic Visco-Elasticity with Friction" - Bol. Soc. Bras. Mat. Vol. 9, nº 1, 1978 - pp. 61-82.
92. RAUPP, M.A.; FEIJÓO, R.A. and MOURA, C.A. - "An Optimization Algorithm for the Pile Driver Problem" - Bol. Soc. Bras. Mat., Vol. 9, nº 2, 1978 - pp. 39-62.
93. RAUSCHE, F.; GOBLE, G.G. and MOSES, F. - "A New Testing Procedure for Axial Pile Strength" - 3th Annu. Offshore Technol. Conf., Houston, 1971, paper OTC 1481 - pp. 633-642.
94. RAUSCHE, F.; MOSES, F. and GOBLE, G.G. - "Soil Resistance Predictions from Pile Dynamics - Journal of the SMFD- ASCE Vol. 98 - SM9, Sept., 1972 - pp. 917-937.
95. RAUSCHE, F. and GOBLE, G.G. - "Performance of Pile Driving Hammers" - Journal of the Construction Division - ASCE, Vol. 98, C02, September, 1972 - pp. 201-218.
96. RAUSCHE, F. and GOBLE, G.G. - "A Critical Examination of the ave Equation" - Transportation Res. Record nº 665, 1978, pp. 209-213.
97. RAUSCHE, F. - "Pile driving measurements on the Heather platform installation" - Ground Engineering, vol. 13 nº 4, May 1980. pp-34-38.

98. REMPE, D.M. and DAVISSON, M.T. - "Performance of Diesel Pile Hammers" - Proc. IX ICSMFE - Vol. 2, Tokyo, 1977. pp.347-354.
99. RICHART, F.E.Jr.; HALL, J.R. and WOODS, R.D. - "Vibration of Soils and Foundations" - Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.
100. RIGDEN, W.J.; PETIT, J.J.; St. JOHN, H.D. and POSKITT, T.J. "Developments in Piling for Offshore Structures" - World Construction, December, 1979 - pp. 26-30
101. ROSS, H.E. - "Dynamic Response of Offshore Piling" - Third Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, April, 1971, Vol. II, paper OTC 1480 - pp. 619-632.
102. SAMSON, C.H.Jr.; HIRSCH, T.J. and LOWERY, L.L.Jr. - "Computer Study of Dynamic Behavior of Piling" - Journal of the Structural Division - ASCE - Vol. 89 - ST4, August, 1963 - pp.413-449.
103. SCANLAN, R.H. and TOMKO, J.J. - "Dynamic Prediction of Pile Static Bearing Capacity" - Journal of the S.M.F.D. ASCE - Vol. 95 - SM2, March, 1969 - pp. 583-604.
104. SMITH, E.A.L. - "Pile-Driving Analysis by the Wave Equation" Journal of the S.M.F.D. - ASCE, August, 1960 - Reprinted in Transactions of the ASCE - Vol. 127 part I, 1962 - pp. 1145-1193.

105. SMITH, E.A.L. - "What Happens when Hammer hits Pile" - Engineering News Record, September 5, 1957 - pp.46-48.
106. SMITH, I.M. - "Computer Predictions in Difficult Soil Conditions" - in "Foundation Engineering in Difficult Ground" edited by F.G. BELL - Butter Worths, 1978 - pp. 143-160.
107. SMITH, I.M. - "Transient Phenomena of Offshore Foundations" in "Numerical Methods in Offshore Engineering" edited by O.C. Zienkiewicz, R.W. Lewis and K.G. Stagg - John Wiley & Sons, 1978 - pp. 483-513.
108. SODEBERG, L.O. - Discussion of E.A.L. SMITH's "Pile Driving Analysis by the Wave Equation" - Transactions of the ASCE, Vol. 127, 1962, part I - pp. 1171-1174.
109. SOWERS, G.B. and SOWERS, G.F. - "Soil Mechanics and Foundations" - The Mac Millan Company - 3<sup>d</sup> ed., 1970 - pp. 452-467.
110. STEINBACH, J. and VEY, E. - "Cassion Evaluation by stress wave Propagation Method" - Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, vol. 101, GT4, April, 1975 pp. 361-379.
111. SULAIMAN, I.H.; COYLE, H.M and HIRSCH, T.J. - "Static Versus Dynamic Resistance of Piles in Clay" - 4th Annu Offshore Technol.Conf., May, 1972, paper OTC 1601- pp.823-838.

112. SULAIMAN, I.H.; BUCHANAN, S.J. and COYLE, H.M. - "Predicted Behavior of Axially Loaded Piles in Sand" - Third Annu. Offshore Techn. Conf., Houston, April, 1971, Vol. II, paper OTC 1482 - pp. 643-652.
113. SULLIVAN, R.A. and EHLERS, C.J. - "Planning for Driving Offshore Pipe Piles" - Journal of the Construction Division - ASCE, Vol. 99, C01, July, 1973 - pp. 59-79.
114. TALBOT, W.J., Jr. and TRUEBLOOD, C.B. - "Recommendations for Design, Manufacture, and Installation of Concrete Piles" - Journal of the American Concrete Institute, vol. 70, nº 8, August 1973, pp. 509-535.
115. TAVENAS, F.A. and AUDY, R. - "Limitations of the Driving Formulas for Predicting the Bearing Capacities of Piles in Sand" - Canadian Geotechnical Journal - nº9, Feb., 1972 - pp. 47-62
116. TAVENAS, F.A. and AUDIBERT, J.M.E. - "Application of the Wave Equation Analysis to Friction Piles in Sand"- Can. Geotech. Journal - nº 14, Feb., 1977 - pp. 34-51.
117. TIMOSHENKO, S.P. and GOODIER, J.N. - "Theory of Elasticity" Mc Graw-Hill Inc., 3ª ed., 1970.
118. TSCHEBOTARIOFF, G.P.-"Fundações, Estruturas de Arrimo e Obras de Terra" - Mc Graw-Hill do Brasil, 1978 pp.182-188.

119. VAN DER VEEN, C. - "The Bearing Capacity of a Pile" - Proc. of the Third Int. Conf. Soil Mech. Found Eng., Switzerland, 1953 - pp. 71-74.
120. VELLOSO, D.A. - Notas de Aula - Curso de Fundações II - Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia- COPPE/UFRJ, 1978.
121. VELLOSO, D.A. e CABRAL, D.A. - Relatório T./78 - Estacas FRANKI LTDA - 1978.
122. VÉŠIC, A.S. - "Design of Pile Foundations"-Transportation Reserarch Board, 1977 - pp. 44-51.
123. VOITUS VAN HAMME, G.E.J.S.L., JANSZ, J.W., BOMER, H., and ARENTSEN, D. - "Hydroblok and Improved Pile-Driving Analysis" - I.C.E. monthly, Vol. III, nº 4, 1974/1975 pp.167-181
124. WHITAKER, T. - "The Design of Piled Foundation" - Mc Graw-Hill Inc., 2<sup>a</sup> ed., 1976, cap. 4 - pp. 26-46
125. WISOTSKY, S. - "Water Hammer Pile Driver" - 10th Annual Offshore Tech. Conf., Houston, May, 1978, paper OTC 3272 - pp. 1905-1914.
126. WISS, J.F. - "Damage Effects of Pile Driving Vibration"- Highway Research Record nº 155, HRB, 1971 - pp.67-79.

ANEXO III - BIBLIOGRAFIA ADICIONAL (NÃO CONSULTADA)

BIBLIGRAFIA ADICIONAL (NÃO CONSULTADA)

- PHELAN, P.J. - "Some Aspects of the Application of Wave Mechanics to Pile Driving Analysis" - Research Report 76-6, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Canterbury, Cristchurch, New Zealand - 1976.
  
- FERAHIAN, R.H. - "Static Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements" - Public Works - Canada, Technological Research and Development Branch, Ottawa, November, 1976.
  
- HANNA, T.H. - "Behavior of long H-Section Piles During Driving and Under Load", Ontario Hydro Research Quaterly, First Quarter, 1966.
  
- PARRY, R.H.G. - "A Study of Pile Capacity for Heather Platform", Proc. European Offshore Petroleum Conf., London, October, 1978, Paper EUR 49.
  
- SMITH, I.M. - "Finite Element Analysis of Axially Loaded Pile Capacity and Driveability" - Report to Fugro-Cesco B.V., March, 1976.
  
- ISAACS, D.V. - "Reinforced Concrete Pile Formulae" - Transaction of the Institution of Engineers, Australia, paper nº 370, Vol. XII, 1931.

- GLANVILLE, W.H.; GRIME, G.; FOX, E.N. and DAVIES, W.W. - "An Investigation of the Stresses in Reinforced Concrete Piles During Driving" - British Building Research Board Tech., paper n<sup>o</sup> 20, D.S.I.R., London, 1938.
  
- SMITH, E.A.L. - "Pile Driving Impact" - Proceedings, Industrial Computation Seminar, September, 1950, IBM Corp., New York, N.Y., 1951.
  
- FJELKNER, G. et BROMS, B - "Damping of Stress Waves in Piles During Driving. Results from Field Tests" - Swedich Geotechnical Institute n<sup>o</sup> 50, 1972.
  
- HEEREMA, E.P. - "Predicting Pile Driveability: Heather as an Illustration of the 'Friction Fatigue' Theory", Proc. European Offshore Petroleum Conference, London, October, 1978, paper EUR 50.
  
- BARTOSKEWITZ, R.E. and COYLE, H.M. - "Wave Equation Prediction of the Pile Bearing Capacity Compared with Field Test Results" - Texas Transportation Institute Research Report 125-5, Texas A & M Univ. - 1970.
  
- FOYE, R.Jr.; COYLE, H.M.; HIRSCH, T.J.; BARTOSKEWITZ, R.E. and MILBERGER, L.J. - "Wave Equation Analysis of Full-Scale Test Piles Using Measured Field Data" - Texas Transp. Inst. Rep. 125-7, Texas A & M Univ. - 1972.

- GIBSON, G.C. and COYLE, H.M. - "Soil Damping Constants Related to Common Soil Properties in Sand and Clays" - Texas Transp. Inst. Res. Rep. 125-1, Texas A & M Univ. - 1968.
- COYLE, H.M.; BARTOSKEWITZ, R.E. and BERGER, W.J. - "Bearing Capacity Prediction by Wave Equation Analysis - State of the Art", Texas A & M Univ., Texas Transp. Inst. Res. Rep. 125-8, August, 1973.
- LOWERY, L.L.; HIRSCH, T.J.; EDWARDS, T.C.; COYLE, H.M. and SAMSON, C.H. - "Pile Driving Analysis - State of the Art", Texas Transp. Inst. Res. Rep. 33-13, Texas A & M Univ., Jan., 1969.
- LOWERY, L.L.; HIRSCH, T.J. and SAMSON, C.H. - "Pile Driving Analysis - Simulation of Hammers, Cushions, Piles and Soils", Texas Transp. Inst. Res. Rep. 33-9, Texas A & M Univ., Aug., 1967.
- EDWARDS, T.C. - "Piling Analysis Wave Equation Computer Program Utilization Manual" - Texas Transp. Inst. Res. Rep. 33-11, Texas A & M Univ., 1967.
- LOWERY, L.L.Jr. - "Dynamic Behavior of Piling" - Dissertation Submitted to the Graduate College of the Texas A & M Univ. in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, May, 1967.

- LOWERY, L.L.Jr.; EDWARDS, T.C. and HIRSCH, T.J. - "Use of the Wave Equation to Predict Soil Resistance on a Pile During Driving" - Texas Transp. Inst. Res. Rep. 33-10, Texas A & M Univ., Aug., 1968.
  
- HIRSCH, T.J. and SAMSON, C.H. - "Driving Practices for Prestressed Concrete Piles", Texas Transp. Inst. Res. Rep. 33-3, April, 1965.
  
- ELLISON, R.D. - "An Analytical Study of the Mechanics of Single Pile Foundations", Ph.D. Dissertation, Carnegie - Mellon University, Pittsburg, Pa., 1969.
  
- PAROLA, J.F. - "Mechanics of Impact Pile Driving", Univ. of Illinois, Ph.D. Thesis, Urbana - Champaign, 1970.
  
- REMPE, D.M. - "Mechanics of Diesel Pile Driving", Unpubl. Ph.D. Thesis, Graduate College, Univ. of Illinois at Urbana - Champaign, Urbana, Ill., 1975.
  
- HOLLOWAY, D.M.; CLOUGH, G.W. and VESIC, A.S. - "Mechanics of Pile - Soil Interaction in Cohesioless Soil" - Contract Rep. S-75-5, U.S. Army Waterways Experiment Station, Vicksburg, Miss., 1975 - Available as Duke Soil Mechanics Series number 39, Duke Univ., School of Engineering, DURHAM, North Carolina.

- HOLLOWAY, D.M. - "Pile Driving Analysis Using the One-Dimensional Wave Equation", Technical Report S-75-5, U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Vicksburg, MS., 1975.
  
- GOBLE, G.G.; LIKINS, G.Jr. and RAUSCHE, F. - "Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements" - Depart.of Solid Mechanical Structures and Mechanical Design, Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio, 1975.
  
- RAUSCHE, F. - "Pile Driving Measurements on the Heather Platform Installation" - Proc. European Offshore Petroleum Conference, London, October, 1978, Paper EUR 15.
  
- RAUSCHE, F. - "Soil Response from Dynamic Analysis and Measurements on Piles" - Thesis presented to the Case Western Reserve University at Cleveland, Ohio, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy, 1970.
  
- TOMKO, J.J. - "Dynamic Studies on the Static Bearing Capacity of Piles" - Thesis presented to the Case Western Reserve University, in partial fulfillment of the requirement for the degree of Doctor of Philosophy.
  
- GOBLE, G.G.; TOMKO, J.J.; RAUSCHE, F. and GREEN, P.M. - "Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles" - Phase II", Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio, Vols. 1 and 2, Rept. 31, July, 1968.

- GOBLE, G.G., RAUSCHE, F. and MOSES, F. - "Dynamic Studies on the Bearing Capacity of Piles - Phase III". Final Report to the Ohio Department of Highways, Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio, Aug., 1970.
  
- GOBLE, G.G., et al. - "Bearing Capacity of Piles from Dynamic Measurements". Final Report No. OHIO-DOT-05-75, Department of Civil Engineering, Case Western Reserve Univ., Cleveland, Ohio, March, 1975.
  
- GOBLE, G.G. and RAUSCHE, F. - "WEAP - Wave Equation for Pile User's Manual". Prepared for the Dep. Transp. Fed. Highw. Admin. Implementation Division, Off. Res. Dev., Washington, D.C., 1976.
  
- GOBLE, G.G. and RAUSCHE, F. - "Wave Equation Analysis of Pile Driving" (WEAP program). Vols. I - IV, Report No. FHWA - IP - 76 - 14.1. Federal Highway Administration, Washington, D.D., 1976.
  
- "Pile Driving Analysis by the Wave Equation Computer Program" Texas Transportation Institute and Goble and Associates - 1976.

ANEXO IV - SIMBOLOGIA

SIMBOLOGIA

- A : área
- B : coeficiente de amortecimento interno do material da estaca
- C : compressão
- D : deslocamento
- $D_m^t$  : deslocamento do elemento m no instante t
- E : módulo de elasticidade
- $E_c$  : energia cinética
- $E_p$  : energia potencial
- F : força
- $F_i$  : força da onda incidente
- $F_r$  : força da onda refletida
- $F_t$  : força da onda transmitida
- $F_{am}$  : força de aceleração que atua no elemento m
- H : altura de queda do pilão
- J : coeficiente de amortecimento do solo
- $J_s$  : coeficiente de amortecimento lateral
- $J_p$  : coeficiente de amortecimento da ponta
- K : rigidez ou constante de mola
- K' : "constante de mola" do solo
- L : comprimento
- M : massa
- N : número de golpes do martelo por penetração da estaca
- P : peso da estaca
- Q : "quake" ou máximo deslocamento elástico
- R : resistência do solo
- $R_p$  : resistência de ponta
- $R_u$  : resistência última

$R_e$  : resistência estática  
 $R_d$  : resistência dinâmica  
 $U$  : deslocamento  
 $V$  : velocidade  
 $X$  : perdas de energia  
 $W$  : peso do pilão  
 $W_p$  : peso da ponta da estaca  
 $Z$  : impedância  
 $a$  : constante de amortecimento  
 $c$  : velocidade de propagação da onda  
 $e$  : coeficiente de restituição  
 $ef$  : eficiência do martelo  
 $g$  : aceleração da gravidade  
 $h$  : altura  
 $m$  : massa  
 $r$  : raio, distância  
 $s$  : nega (penetração por golpe)  
 $t$  : tempo  
 $u$  : deslocamento  
 $v$  : velocidade de partícula da onda  
 $v_0$  : velocidade inicial  
 $x$  : variável de posição  
 $\alpha$  : relação entre impedâncias  
 $\beta$  : coeficiente de amortecimento  
 $\Delta t$  : intervalo de tempo  
 $\epsilon$  : deformação específica  
 $\sigma$  : tensão  
 $\lambda$  : comprimento de onda  
 $\rho$  : massa específica

$\theta_R$  : fator de reflexão

$\theta_T$  : fator de transmissão

ANEXO V - FÓRMULAS DINÂMICAS DE CRAVAÇÃO

### FÓRMULAS DINÂMICAS DE CRAVAÇÃO

As fórmulas dinâmicas de cravação mais simples foram deduzidas supondo que toda a energia desenvolvida pelo martelo é utilizada para a penetração da estaca. Se é admitida a hipótese de que toda a resistência do solo à penetração da estaca é gerada imediatamente após o impacto, e permanece constante durante todo o seu movimento, a relação entre a energia do martelo (U) e o trabalho realizado pela estaca é dada por:

$$U = R_u s \quad (V-1)$$

Para martelos de queda livre, a menos das perdas de energia, vem:

$$U = WH$$

sendo W o peso e H a altura de queda do pilão,  $R_u$  a resistência (última) à penetração e s a nega ou penetração plástica da estaca.

Esta é a fórmula proposta por SANDERS em 1851, para ser utilizada com um fator de segurança igual a 8. A fórmula de MERRIMAN é idêntica, porém admite um fator de segurança igual a 6. ( $R_{\text{admissível}} = R = \frac{R_u}{\text{fator de segurança}}$ ).

Uma fórmula semelhante foi proposta por GOODRICH, para ser empregada em estacas de madeira e martelos de queda livre com altura de queda em torno de 15ft (~ 50cm) e uma nega de aproximadamente 1 pol. (~ 2,54cm).

$$R_u = \frac{10}{3} \frac{W h}{s} \quad (V-2)$$

sendo  $h$  a altura de queda do martelo, em pés, e  $s$  a nega, em polegadas.

Nas fórmulas descritas neste anexo, a menos de indicações, qualquer conjunto de unidades consistentes pode ser utilizado. As fórmulas fornecem a resistência última à penetração da estaca pois os fatores de segurança implícitos foram retirados.

Se é admitida a hipótese de que, devido ao golpe do martelo, à medida que a estaca se desloca, a resistência à cravação cresce linearmente até um valor limite, permanece constante durante a penetração da estaca e cai a zero durante o rechaço, conforme a figura V-2, o trabalho total realizado pela estaca é da do por:

$$\text{Trabalho total} = O A B D = O A B C + B D C$$

Admitindo que toda a energia do martelo é convertida em trabalho da estaca, vem:

$$U = R_u s + R_u \frac{1}{2} c \quad (V-3)$$

Partindo desta equação, WELLINGTON, em 1888, atribuiu valores empíricos ao termo  $c$  (perdas elásticas), e propôs a fórmula conhecida como a fórmula de "ENGINEERING NEWS":

$$R_u = \frac{U}{(s + 2,54)} \quad (V-3.1)$$

para martelos de queda livre e

$$R_u = \frac{U}{(s + 0,254)} \quad (V-3.2)$$

para martelos a vapor de ação simples, sendo  $s$  em centímetros. As equações V-3.1 e V-3.2 foram deduzidas para estacas de madeira, com negas inferiores a 1,25cm, e o fator de segurança proposto por Wellington foi 6.

A partir da equação V-3, são derivadas as seguintes fórmulas:

- BENABENQ

$$R = \frac{U}{2s} + W + P \quad (V-4)$$

$P$  = peso da estaca

- BUREAU OF YARDS AND DOCKS

$$R_u = \frac{U}{s + 0,75} \quad (\text{vapor, ação simples}) \quad (V-5)$$

sendo  $s$  em centímetros. Esta fórmula é recomendada, apenas para estacas premoldadas de concreto, utilizando um fator de segurança igual a 6.

- VULCAN IRON WORKS

$$R = \frac{20 n W h}{120 + n} \quad (\text{vapor, ação simples}) \quad (V-6)$$

sendo  $n$  = número de golpes por penetração em pés e  $h$  em pés. O fator de segurança adotado foi igual a 6.

- UNITED STATES STEEL (USS)

$$R = \frac{f U}{s + 2,54} \text{ (queda livre)} \quad (V-7.1)$$

$$R = \frac{f U}{s + 0,254} \text{ (vapor, ação simples)} \quad (V-7.2)$$

sendo  $s$  em centímetros. O fator  $f$  é uma constante que depende do tipo do solo e da resistência à cravação, assumindo valores iguais a:

f	Cravação	Tipo de Solo
2	atē o impenetrável	qualquer terreno
6	fácil	areias ou pedregulhos
4	fácil	argilas rijas ou arenosas
3	fácil	argilas médias + areias ou areia + silte
2	fácil	depósitos aluviais, argilas moles ou siltes

MORRISON, em 1868, também inspirado na equação V-3, verificou que a cravação só se processa se o martelo desenvolver uma energia equivalente à área OAE da figura V-2, pois, caso contrário, o impulso gerado é insuficiente para vencer a resistência à penetração. Se a altura de queda mínima para que haja penetração da estaca é  $H_0$ , a energia do martelo correspondente é  $W H_0$  e o trabalho realizado pela estaca é dado pela área OAE. Portanto,

$$W H_0 = R_u \frac{C}{2} \quad (V-8.1)$$

Para uma altura de queda genérica  $H > H_0$ , de acordo com a figura V-2, vem:

$$WH = R_u s + R_u \frac{c}{2} = R_u s + WH_0 \quad (V-8.2)$$

Na prática, o valor de  $H_0$  pode ser obtido a partir de um gráfico relacionando a altura de queda com a penetração da estaca, conforme a figura V-3. A reta obtida, plotando-se as penetrações (negas) correspondentes às diferentes alturas de queda, intercepta o eixo  $H$  em  $s = 0$ , fornecendo o valor de  $H_0$ . Introduzindo na equação V-8.2 as negas  $s_1$  e  $s_2$  correspondentes às alturas  $H_1$  e  $H_2$ , vem:

$$WH_1 = R_u s_1 + R_u \frac{c}{2}$$

$$WH_2 = R_u s_2 + R_u \frac{c}{2}$$

donde: 
$$W(H_2 - H_1) = R_u (s_2 - s_1) \quad (V-8.3)$$

As fórmulas anteriores foram deduzidas supondo que toda a energia desenvolvida pelo martelo é utilizada para a penetração da estaca. Para levar em conta as perdas de energia que fatalmente ocorrem, algumas fórmulas são corrigidas acrescentando-se um termo correspondente:

$$U = R_u s + X \quad (V-9)$$

onde  $X$  é a parcela da energia  $U$  desenvolvida pelo martelo, que não é utilizada para a penetração da estaca.

Em algumas fórmulas, é suposto que as únicas perdas de energia ocorrem no impacto. De acordo com a lei de Newton, a perda de energia devido ao impacto entre dois corpos de pesos W e P, é dada (ver CHELLIS, 1961, pag.560) por:

$$X = \frac{U P (1 - e^2)}{W + P} \quad (V-10.1)$$

onde U é a energia de impacto, e e o coeficiente de restituição do cepo ou coxim. Se W é o peso do martelo e P o peso da estaca, a equação V-10.1 pode ser introduzida na V-9:

$$U = R_u s + \frac{U(1 - e^2)P}{W+P} \quad (V-10.2)$$

donde:

$$R_u = \frac{U(W + Pe^2)}{s(W + P)} \quad (V-10.3)$$

Para  $U = W H$ , vem:

$$R_u = \frac{W H (W + e^2 P)}{s(W + P)} \quad (V-10.4)$$

A fórmula dos HOLANDESES ("DUTCH") é obtida a partir da equação V-10.4, supondo um impacto inelástico, ou seja,  $e = 0$ :

$$R_u = \frac{W^2 H}{s(W + P)} \quad (V-11)$$

Os fatores de segurança recomendados para esta fórmula são: 10 para martelos de queda livre e 6 para martelos a vapor de ação simples.

A fórmula de EYTELWEIN, para martelos de queda livre, é idêntica à dos HOLANDESES, porém o fator de segurança recomendado é igual a 6. Para martelos a vapor de ação simples, a fórmula de EYTELWEIN é dada por:

$$R_u = \frac{U}{s + 0,1 \frac{P}{W}} \quad (V-12)$$

A fórmula de RITTER é obtida a partir da fórmula dos Holandeses, adicionando-se os pesos do martelo e da estaca:

$$R_u = \frac{W^2 H}{s(W + P)} + W + P \quad (V-13)$$

A fórmula da NAVY-McKAY é obtida a partir da equação V-10.3, com  $e = 0$ , introduzindo um fator constante que multiplica a relação de pesos  $P/W$ . O fator de segurança recomendado é 6.

$$R_u = \frac{U}{s(1 + 0,3 \frac{P}{W})} \quad (V-14)$$

A fórmula de WEISBACH foi deduzida supondo, na equação V-9, que toda a perda de energia decorre apenas da compressão elástica da estaca. Sendo a compressão elástica igual a  $R_u L/AE$ , onde  $A$  é a área da seção transversal,  $L$  o comprimento e  $E$  o módulo de elasticidade do material da estaca, a perda de energia correspondente é dada por:

$$X = \frac{R_u^2 L}{2 A E}$$

Introduzindo esta expressão na equação V-9,

vem:

$$U = R_u s + \frac{R_u^2 L}{2 A E} \quad (V-15.1)$$

donde:

$$R_u = -\frac{s A E}{L} + \sqrt{\frac{2 U A E}{L} + \left(\frac{s A E}{L}\right)^2} \quad (V-15.2)$$

A fórmula dos DINAMARQUESES ("DANISH"), deduzida através de uma análise dimensional por SORENSEN e HANSEN (1957), é semelhante à de Weisbach, porém admite uma perda de energia no martelo, caracterizada pela sua eficiência mecânica,  $ef$ . É suposto, ainda, que a compressão elástica é igual à que ocorreria se toda a energia disponível do martelo fosse utilizada para provocar essa compressão, ou seja:

$$x = \frac{R_u}{2} \sqrt{ef 2 U \frac{L}{A E}}$$

Introduzindo esta expressão na equação V-9,

vem:

$$ef U = R_u s + \frac{R_u}{2} \sqrt{ef 2 U \frac{L}{A E}} \quad (V-16)$$

JANBU, em 1953, propôs uma fórmula que leva em conta as perdas de energia no martelo, na compressão elástica da estaca (como na fórmula de Weisbach) e no impacto (como na fórmula dos Holandeses), sendo esta última, através de constantes empíricas.

$$\frac{ef U}{1,5 + 0,3 \frac{P}{W}} = \frac{R_u^2 L}{2 A E} + R_u s \quad (V-17)$$

(Unidades: tf e cm).

A fórmula de HILEY (1925) supõe que haja perdas de energia:

- 1) no martelo;
- 2) devido ao impacto;
- 3) devido à compressão elástica dos acessórios de cravação ( $C_1$ );
- 4) devido à compressão elástica da estaca ( $C_2 = \frac{R_u L'}{2 A E}$ ) e
- 5) devido à compressão elástica do solo ( $C_3 = \text{Quake}$ ).

Introduzindo esses fatores na equação V-9, vem:

$$efU = R_u s + efU \frac{P(1+e^2)}{W+P} + \frac{R_u}{2} (C_1 + C_2 + C_3) \quad (V-18.1)$$

donde:

$$R_u = \frac{efU}{s + 0,5(C_1 + C_2 + C_3)} \frac{W + e^2P}{W + P} \quad (V-18.2)$$

(Valores recomendados para  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$  podem ser encontrados em Chellis, 1961, pp. 505.  $L'$  representa a distância do topo da estaca ao centro da resistência do solo).

A fórmula de STERN ou de TERZAGHI, conhecida também como "UNIVERSAL", pode ser obtida a partir da de Hiley (equa

ção V-18.2), supondo a eficiência mecânica do martelo igual a 100% ( $ef = 1,0$ ) e desprezando as perdas de energia devido às compressões elásticas nos acessórios de cravação e no solo:

$$R_u = \frac{A E}{L} \left[ -s + \sqrt{s^2 + \frac{2 U L}{A E} \left( \frac{W + e^2 P}{W + P} \right)} \right] \quad (V-19)$$

A fórmula de REDTENBACHER é obtida a partir da equação V-19, supondo que o choque é inelástico ( $e = 0$ ):

$$R_u = \frac{A E}{L} \left[ -s + \sqrt{s^2 + \frac{2 U L}{A E} \left( \frac{W}{W + P} \right)} \right] \quad (V-20)$$

Na fórmula de SCHENCK, a equação V-20 é modificada, incluindo-se as compressões elásticas temporárias da estaca e do solo, medidas em uma prova de carga levada até próximo à ruptura:

$$R_u = \frac{s}{\operatorname{tg} \phi} \left[ -1 + \sqrt{1 + 2U \operatorname{tg} \phi \frac{W}{W P s^2}} \right] \quad (V-21)$$

onde  $\phi$  é o ângulo entre a horizontal e a tangente à curva de descarregamento da prova de carga, no ponto de carga nula.

A fórmula da PACIFIC COAST, também conhecida como da UNIFORM BUILDING CODE, é uma variação da de Stern, onde é incluído, também, uma constante empírica K:

$$R_u = \frac{A E}{2L} \left[ -s + \sqrt{s^2 + \frac{4 U L}{A E} \left( \frac{W + KP}{W + P} \right)} \right] \quad (V-22)$$

onde K é igual a 0,25 para estacas de aço e 0,10 para estacas de concreto e de madeira.

A fórmula de RANKINE pode ser obtida a partir da equação V-19, supondo que a estaca está totalmente enterrada e é de atrito, de modo que a distância do centro da resistência do solo até o topo da estaca é  $L/2$ , e que o choque é elástico ( $e = 1$ ):

$$R_u = \frac{2 A E}{L} \left[ -s + \sqrt{s^2 + \frac{UL}{AE}} \right] \quad (V-23)$$

Na fórmula da CANADIAN BUILDING CODE, os coeficientes elásticos da equação (V-18.1) são modificados empiricamente:

$$R_u = \frac{-s + \sqrt{s^2 + 4(CBC1)(CBC2)U}}{2(CBC2)} \quad (V-24)$$

onde:

$$CBC1 = \frac{W + e^2 P}{W + P} \text{ para estacas de atrito.}$$

$$CBC1 = \frac{W + 0,5e^2 P}{W + P} \text{ para estacas de ponta.}$$

$$CBC2 = \frac{L}{2 A E} + \frac{1}{20000A}$$

As unidades a serem utilizadas nesta fórmula são libras e polegadas. O fator de segurança recomendado é 3.

A fórmula de GATES, deduzida para estacas de concreto, é baseada na de Redtenbacher e supõe que  $R_u$  é função das compressões elásticas e proporcional ao logaritmo decimal de  $s$ :

$$R_u = 4,0 \sqrt{K U} \log\left(\frac{25}{s}\right) \quad (V-25)$$

onde  $K = 0,75$  para martelos de queda livre e  $K = 0,85$  para os demais martelos. As unidades a serem utilizadas são tf e cm, pois as constantes que aparecem na fórmula foram determinadas através de um ajustamento estatístico (cerca de 130 provas de carga) e contém fatores implícitos para torná-la correta dimensionalmente. Ela é recomendada para estacas com  $R_u < 200\text{tf}$  e para ser utilizada com um fator de segurança igual a 3.

Existem fórmulas puramente empíricas, deduzidas a partir de dados obtidos através da experiência, como por exemplo, a fórmula de CORNFIELD (1964):

$$R_u = 0,08W (2 + H)(140 - L)(1 - s) \quad (V-26)$$

(Unidades:  $R_u$ , W em tf, H, L em pés e s em polegadas).

Esta fórmula é recomendada apenas para estacas de concreto armado de 6,0 a 24,0 metros de comprimento, cravadas, com um martelo de queda livre com altura de queda entre 1,00 a 1,50m, até 2 a 4 golpes/cm. As constantes se aplicam a coxins de madeira de 5,0 a 7,5cm de espessura colocada sob o capacete. Se o martelo de queda livre for operado por um guincho, a altura H deve ser multiplicada por 0,9.

Como se verifica, as fórmulas puramente empíricas possuem uma utilização bastante limitada.

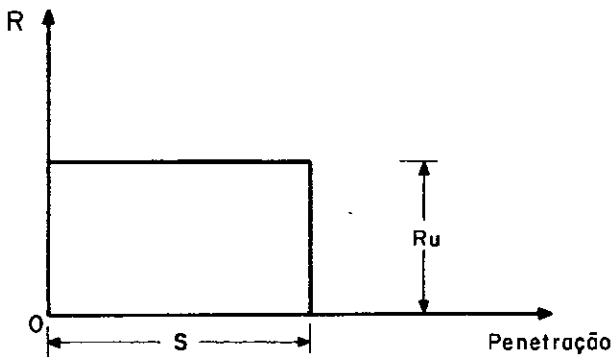


Fig. V-1- Hipótese de resistência do solo adotada na fórmula de Sanders e similares.

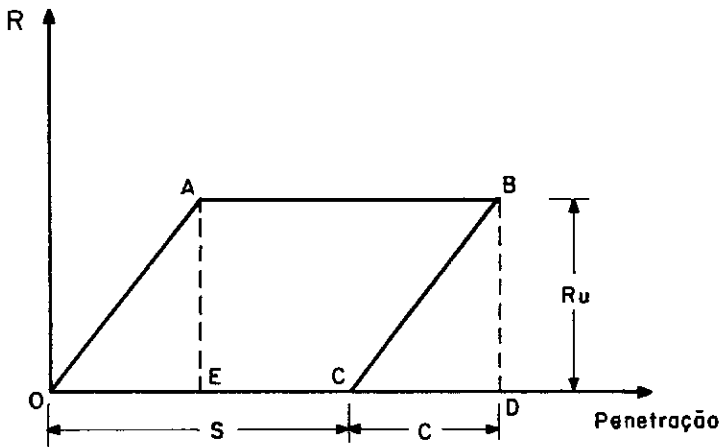


Fig. V-2- Hipótese adotada na fórmula da Engineering News e similares.

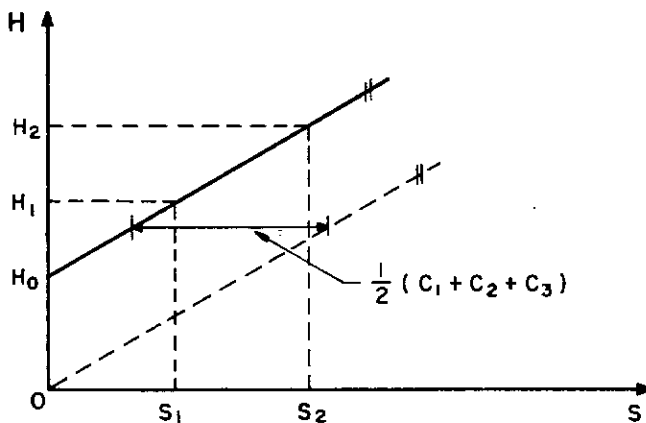


Fig. V-3- Variação da nega em função da altura de queda.

ANEXO VI - PROGRAMA UTILIZADO - LISTAGEM  
E PARÂMETROS DE ENTRADA

PARÂMETROS DE ENTRADA

1º cartão

TITLE = título

2º cartão

UT1 a UT7 = unidades utilizadas nos cálculos  
(cm, Kgf, Kgf/cm, etc)

3º cartão

FU1, FU2, FU3 = constantes indicadores das unidades

TABELA VI-1 - EXEMPLO

		UNIDADES	
2º Cartão	UT1	CM	FT
	UT2	CM	IN
	UT3	KGF	KIPS
	UT4	KGF/CM	KIPS/IN
	UT5	KGF/CM <sup>2</sup>	KIPS/SQIN
	UT6	CM/S	FT/SEC
	UT7	CM <sup>2</sup>	SQIN
3º Cartão	FU1	1,0	12,0
	FU2	1,0	144,0
	FU3	981	32,2

4º cartão

NELEM = nº de elementos do sistema, incluindo o martelo e o capacete.

JJS = controla a leitura da distribuição de resistência estática do solo  $R_u$  ao longo do fuste:

= 0 calcula a distribuição de  $R_u$  constante com a profundidade.

= 1 Le essa distribuição.

= 2 Calcula a distribuição linear de  $R_u$ .

NCHECK = controla o comando GO TO COMPUTADO:

= 1 Varia Q

= 2 Varia a percentagem de carga na ponta da estaca.

= 3 Varia  $R_u$

= 4 muda o problema, inclusive o título.

= 5 finaliza após a primeira análise.

IFWRIT = controla a impressão das forças nos elementos

= 0 não imprime

≥ 1 imprime as forças em cada intervalo de tempo em grupo de 7

PILTYP = Descreve o tipo da estaca:

- > 0 seção transversal constante
- = 0 le a área e o peso de cada segmento
- < 0 calcula a área média de cada segmento de estacas tronco-cônicas.

ELEML = comprimento dos segmentos

TWALL = espessura de parede da estaca tubular. (Se PILTYP $\geq$ 0, usar TWALL=0).

COMFM = opção para o cálculo das forças negativas.

- > 0 calcula a força máxima
- = 0 não calcula.

#### 59 Cartão

- W(2) = peso do pilão
- W(3) = peso do capacete
- FALL = altura de queda do pilão
- EFF = eficiência mecânica do martelo
- DRIVPT = peso da ponteira de cravação.
- DT = intervalo de tempo

69 cartão

- SJ = coeficiente de amortecimento lateral do solo.  
PJ = coeficiente de amortecimento da ponta.  
SC = coeficiente de restituição do coxim.

79 Cartão

- EMOD = módulo de elasticidade do material da estaca.  
EPCB = coeficiente de restituição do cepo  
EPC = coeficiente de restituição do coxim.

89 Cartão

- a. Seção transversal constante (PILTYP>0)
- WFT = peso da estaca por unidade de comprimento  
AREA = Area da seção transversal da estaca
- b. estaca tronco-cônica (PILTYP<0)
- DIAT = diâmetro externo do topo da estaca  
DIAB = diâmetro externo da base da estaca.  
UNITWT = peso unitário do material da estaca.
- c. Seção transversal qualquer (PILTYP=0)

Leitura direta: um cartão para cada segmento.

9º Cartão

Q = quake

10º Cartão

PER = percentagem de carga na ponta da estaca.

11º Cartão

RUTOT = resistência última do solo.

SP(2) = rigidez do cepo

Do 12º cartão em diante, o parâmetro a ser introduzido depen  
de do valor da variável NCHECK.

LISTAGEM DO PROGRAMA UTILIZADO

B6700    F O R T R A N    C O M P I L A T I O N    M A R K

P R O G R A M  
= = = = =

```

C *****
C           EQLACAO DA ONCA
C *****
FILE   5=CARTAC, UNIT=READER
FILE   6=IMPRESS, UNIT=PRINTER
DIMENSION C(15,2),F(15,2),V(15,2),B(15,7),W(15),SP(15),D(15,2)
DIMENSION DI(15),FM(15,2),TITLE(20),LX(15)
DIMENSION DE(15,2),EK(15),R(15),IX(15),RU(15),AF(15,2),DE1(255)
DIMENSION D1(255),KKK(20),FMAX(255),JX(255),FM(15),A(15),DB(15)
DIMENSION TS(15,2),TSMAX(15,2)
NET=5
NOT=6
5000 READ(NET,1000)TITLE,UT1,UT2,UT3,UT4,UT5,UT6,UT7
1000  FORMAT(20A4, /3(A4,6X),A6,4X,8A1,2X,A6,4X,A4)
      IF (TITLE(1).EQ.BRANCO) GO TO 150
      WRITE (NOT,1001) TITLE
1001  FORMAT('1', /7, /5,20A4)
      READ(NET,501)FU1,FU2,FU3
501   FORMAT(6F10,3)
100   READ(NET,500)NELEM,JJS,NCHECK,IFWRIT,PILTYP,ELEML,TWALL,COMFM,IMP
C   NELEM= NUMERO DE ELEMENTOS DO SISTEMA
C   JJS,NCHECK,IFWRIT,PILTYP,COMFM,IMP = VARAVEIS DE CONTROLE
C   ELEML= COMPRIMENTO DOS SEGMENTOS DE ESTACA
C   TWALL= ESPESSURA DA PAREDE DA ESTACA TUBULAR
500   FORMAT(4I5,5F10,2)
      READ(NET,502)W(2),W(3),FALL,EFF,DRIVPT,DT
C   W(2)= PESO DO PILAO DO MARTELO
C   W(3)= PESO DO CAPACETE
C   FALL= ALTURA DE QUEÇA DO PILAO
C   EFF= EFICIENCIA DO MARTELO
C   DRIVPT= PESO DA PONTEIRA DE CRAVACAO
C   DT= INTERVALO DE TEMPO DE INTEGRACAO
502   FORMAT(6F12,5)
      READ(NET,502)SJ,PJ,SC
C   SJ= COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LATERAL DO SOLO
C   PJ= COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO DO SOLO NA PONTA DA ESTACA
C   SC= RIGIDEZ DO COXIM
      READ(NET,502)EMOD,EPCB,EPC
C   EMOD= MÓDULO DE ELASTICIDADE DO MATERIAL DA ESTACA
C   EPCB= COEFICIENTE DE RESTITUICAO DO CEPO
C   EPC= COEFICIENTE DE RESTITUICAO DO COXIM
      LA=NELEM+1
C   LA= ULTIMO ELEMENTO DA ESTACA (PONTA)
      KO=NELEM-2
      X=KO
C   LEITURA E/OU CALCULO DOS PESOS E DAS AREAS DOS SEGMENTOS
      IF (PILTYP)63,62,61
61   READ(NET,501)WFT,AREA
C   WFT= PESO DO EMENTO DE ESTACA POR UNIDADE DE COMPRIMENTO
C   AREA= AREA DA SECAO TRANSVERSAL (CONSTANTE) DA ESTACA
      DO 85 I=4,LA
85   A(I)=AREA
      GO TO 97
      62 READ(NET,501)(W(N),A(N),M=2,LA)
      GO TO 97
63   READ(NET,501)DIAT,DIAB,UNITWT
C   DIAT= DIAMETRO EXTERNO DO TOPO DA ESTACA TRONCO-CONICA
C   DIAB= DIAMETRO EXTERNO DA BASE DA ESTACA TRONCO-CONICA
      DELD=(DIAT-DIAB)/X
      BB=0.5
      DO 94 I=1,KO
      DB(I)=DIAT-BB*DELD
      DI(I)=DB(I)-2.*TWALL
      A(I)=0.7854*(DB(I)**2-DI(I)**2)
      SP(I+2)=A(I)*EMOD/(ELEML*FU1)
      W(I+3)=A(I)*UNITWT*ELEML/FU2
      BB=BB+1
94   CONTINUE
      GO TO 98
C   CALCULO DAS CONSTANTES DE MOLA DOS ELEMENTOS
C   SP(M)= RIGIDEZ DO ELEMENTO M
97   DO 31 M=3,NELEM
31   SP(M)=A(M+1)*EMOD/(ELEML*FU1)

```

```

IF(PILYTP.LE.0.)GO TO 98
DO 30 N=4,LA
W(M)=ELEM*WFT
30 CONTINUE
C W(M)= PESO DO ELEMENTO M
98 W(LA)=+(LA)+DRIVPT
IF(SC)60,60,59
C CALCULO DA CONSTANTE DE MOLA DO COXIM+PRIMEIRO-SEGMENTO DE ESTACA -
59 SPX=(1./SP(3))+(1./SC)
SP(3)=1./SPX
C SP(3)= RIGIDEZ DO COXIM + PRIMEIRO SEGMENTO DE ESTACA
60 CONTINUE
ECB=1./EPCB**2
EPC2=1./EPC**2
Y=DT*FU1
G=DT*FU3
5050 READ(NET,501) Q
C Q= QUAKE OU MAXIMO DESLOCAMENTO ELASTICO DO SOLO
IF(Q.LE.0.)GO TO 5000
5100 READ(NET,501) PER
C PER= PERCENTAGEM DE CARGA RESISTICA PELA PONTA DA ESTACA
IF(PER.LT.0.) GO TO 5000
5150 READ(NET,405)RUTOT,SP(2)
C RUTOT= RESISTENCIA ULTIMA (TOTAL) ESTATICA DO SOLO(CAPAC. DE CARGA
C SP(2)= RIGIDEZ DO CEPO
405 FORMAT(6F12,3)
IF(RUTOT)150,5000,6000
6000 WRITE(NCT,300) PER
300 FORMAT(///,T20,'***** % DE CARGA NA PONTA DA ESTACA =',F6.3)
IF(CHAV.EQ.1.) GO TO 9352
601 WRITE(NCT,601)X,ELEM,UT1,NELEM,EYOD,UT5
FORMAT(///,T15,'***** DADOS GERAIS DE ENTRADA *****',//,T6,'N.
1 DE SEGMENTOS DE ESTACA =',I5,/,T6,'COMPRIMENTO DOS SEGMENTOS =',F
27.3,1X,A2,/,T6,'N. DE SEGMENTOS+PILAO+CAPACETE=',I4,/,T6,'MODULO C
3E ELASTICIDADE DA ESTACA=',F11.1,1X,8A1,/)
IF(PILYTP.LE.0.)WRITE(NCT,602)W(M),M=4,LA),UT3,(A(N),N=1,KD),UT7
602 FORMA(T10,'PROPRIEDADES DA ESTACA ',/,T5,' PESOS =',5F1
10.4,/,T19,5F10.4,1X,A4,/,T5,' AREAS = ',5F10.4,/,T19,5F10.4,1X,A
25,/)
IF(PILYTP.GT.0.) WRITE(NCT,603)UT1,WFT,UT3,AREA,UT7
603 FORMAT(T6,'PESO/',A2,' LINEAR DE ESTACA=',F9.4,1X,A4,/,T6,'SECAO
1 TRANSVERSAL DA ESTACA=',F8.3,1X,A4,/)
WRITE(NCT,604)W(2),UT3,W(3),UT3,W(LA),UT3,DRIVPT,FALL,UT1,EFF,SJ,P
1J,Q,UT1
604 FORMAT(T6,'PESO DO PILAO =',F8.3,1X,A4,/,T6,'PESO DO CAPACETE=',F8
1.4,1X,A4,/,T6,'PESO DA PONTA+PONTEIRA=',F8.4,1X,A4,/,T6,'PESO DA P
2ONTEIRA DE CRAVACAO =',F8.4,/,T6,'ALTURA DE QUEDA DO PILAO =',F8.
33,1X,A2,/,T6,'EFICIENCIA DO MARTELO=',F5.2,/,T6,'COEFICIENTE DE A
4MORTECIMENTO LATERAL SJ=',F8.6,1X,'S/CM',/,T6,'COEFICIENTE DE AMO
5RTECIMENTO DA PONTA PJ=',F8.6,1X,'S/CM',/,T6,'QUAKE =',F7.4,1X,A2,
6/)
WRITE(NCT,605)SP(2),UT4,EPCB,SC,UT4,EPC,SP(3),UT4,SP(4),UT4,RUTOT,
1UT3
605 FORMAT(T6,'RIGIDEZ DO CEPO=',F12.3,1X,A6,3X,'COEFICIENTE DE RESTIT
1UICAO=',F6.3,/,T6,'RIGIDEZ DO COXIM=',F12.3,1X,A6,3X,'COEFICIENTE
2DE RESTITUICAO=',F6.3,/,T6,'RIGIDEZ DO 1.SEGMENTO DE ESTACA=',F12.
33,1X,A6,/,T6,'RIGIDEZ DO SEGUNDO SEGMENTO=',F12.3,1X,A6,/,T9,'***
4** RESISTENCIA ULTIMA ESTIMADA =',F10.2,1X,A4,/)
WRITE(NCT,618)UT3
618 FORMAT(T15,'M',T22,'RU(M)',',',1X,A4)
9352 CONTINUE
WRITE(NCT,9355) SP(2),RUTOT
9355 FORMAT(10X,' RIGIDEZ DO CEPC =',F12.3,5X,'RUTOT=',F12.3)
RUI(LA)=RUTOT*PER
C RUI(LA)= RESISTENCIA DO SOLO QUE ATUA NA PONTA DA ESTACA
IF(JJS.EQ.1)GO TO 612
IF(JJS.EQ.2) GO TO 620
C CALCULO DA DISTRIBUICAO DE RU CONSTANTE AO LONGO DO FUSTE
102 DO 4 N=4,NELEM
4 RUI(M)=(1.-PER)*RUTOT/(X-2.)
C RUI(M)= RESISTENCIA ULTIMA ESTATICA DO SOLO QUE ATUA NO ELEMENTO M
RUI(4)=0.0
GO TO 616
C CALCULO DA DISTRIBUICAO LINEAR DE RU
620 KD=1
XD=(1.-PER)*RUTOT/(X-2)
DO 619 II=1,X-2
L=LA-II

```

```

619 RU(L)=XC*(2.-KD/(X-2))
   KD=KD+2
   GO TO 616
C LEITURA DA RESISTENCIA LATERAL -- 1 SEGMENTO / CARTAO--USAR 0. SE
C NECESSARIO (QUANDO JJS>0)
612 HEAD(RET,615)(I,RU(I),M=4,NELEM)
615 FORMAT(4(I5,F10.4))
616 RU(4)=0.
   IF(CHAV.EQ.1.) GO TO 8356
   WRITE(NCT,621)(M,RU(M),M=4,LA)
621 FORMAT(T14,I2,T18,F12.2)
8356 CONTINUE
   CHAV=1.
C CALCULO DAS CONSTANTES DE MOLLA DO SOLO
625 DO 8 M=3,LA
   IF(M.GT.3)EK(M)=RU(M)/Q
8 V(M,1)=0.0
C CALCULO DA VELOCIDADE INICIAL
V(2,1)=SQRT(FALL*EFF*FU3*2.)
C INICIALIZACAO
F(1,2)=0.
DO 3 M=2,LA
LX(M)=M
R(M)=0.0
C(M,1)=0.0
D(M,1)=0.0
DE(LA,1)=0.0
BEMAX=-1.
C ZERAGEM DAS CONSTANTES AUXILIARES DE CALCULO
KL=0
BMIN=0.
NMIN=0
IMIN=0
KCOUN=0
KKK(1)=0
WRITE(NCT,404)OT
404 FORMAT(//,T5,'INTERVALO DE TEMPO =',F10.7,'SEGUNDOS',//)
C *****
C IMPRIMIR TODAS AS FORÇAS E DESLOCAMENTOS SE IMP FOR DIFERENTE DE 0
IF(CIMP.EQ.0) GO TO 6666
WRITE(NCT,6666)(LX(M),M=2,LA)
6666 FORMAT(1X,'EL=',11(I5,6X),4X,'DT',//)
6668 CONTINUE
C ***** INICIO DO CICLO PARA O CALCULO DOS DESLOCAMENTOS, DAS FORÇAS E VE
C LOCIDADES NOS ELEMENTOS ***
1898 I=0
1898 I=I+1
LSUM=0
-----
C * CALCULO DOS DESLOCAMENTOS(TOTAIS) DOS ELEMENTOS *
DO 6 M=2,LA
D(M,2)=[C(M,1)+V(M,1)]*T
C D(M,2)= DESLOC. (TOTAL) DO ELEMENTO M NO INT. DE TEMPO CORRENTE
C D(M,1)= DESLOC. (TOTAL) DO ELEMENTO M NO INT. DE TEMPO ANTERIOR
6 CONTINUE
C * CALCULO DAS COMPRESSOES NAS MOLAS DOS ELEMENTOS *
DO 43 M=2,NELEM
C(M,2)=C(M,2)-D(M+1,2)
IF(M.LT.4) GO TO 43
43 CONTINUE
C * CALCULO DOS DESLOCAMENTOS PLASTICOS DO SOLO A PARTIR DOS DESLOCA-
C MENTOS TOTAIS *
DO 41 M=4,NELEM
DE(M,2)=0.
IF(PER.EQ.1.)GO TO 41
C ***ROTINA DE CALCULO N. 1 ***
C * CALCULO DOS DESLOCAMENTOS PLASTICOS AO LONGO DO FUSTE DA ESTACA **
DE(M,2)= DESLOCAMENTO PLASTICO DO ELEMENTO M
IF(Q-C(M,2).GT.0.0)GO TO 40
DE(M,2)=D(M,2)-Q
GO TO 41
40 IF(D(M,2)+Q.GE.0.0)GO TO 41
DE(M,2)=D(M,2)+Q
41 CONTINUE
C ***ROTINA DE CALCULO N. 2 ***
C CALCULO DOS DESLOCAMENTOS PLASTICOS DA PONTA DA ESTACA
C DE(LA,2) NAO PODE SER MENOR QUE D(LA,2)-Q
DE(LA,2)=0.0

```

```
IF(Q=0(LA,2).GT.0.0)GO TO 15
```

```
DE(LA,2)=D(LA,2)-C
```

```
IF(PEF.EQ.1) GO TO 39
```

```
C * CALCULO DAS RESISTENCIAS DO SOLO NOS SEGMENTOS DE ESTACA *
```

```
C R(M)= RESISTENCIA DO SOLO QUE ATUA NO ELEMENTO M
```

```
15 DO 42 M=4,NELEM
```

```
R(M)=(D(M,2)-DE(M,2))*EK(M)*(1.+SJV(V(M,1)))
```

```
C V(M,1)= VELOCIDADE DO ELEMENTO M NO INT. DE TEMPO ANTERIOR
```

```
C EK(M)= RIGIDEZ OU CONSTANTE DE MOLLA DO SOLO NO ELEM. M
```

```
42 CONTINUE
```

```
C * CALCULO DA RESISTENCIA DO SOLO NA PONTA DA ESTACA *
```

```
39 R(LA)=(C(LA,2)-DE(LA,2))*EK(LA)*(1.+PJ*V(LA,1))
```

```
IF(R(LA).GT.1.E50)GO TO 2596
```

```
C SELECAO DOS VALORES MAXIMOS DAS NEGAS DE(LA,2) PARA A OBTENCAO DA
```

```
C NEGA MAXIMA MEDIA *
```

```
DE1(I)=DE(LA,2)
```

```
IF(DE1(I).LT.DEMAX)GO TO 628
```

```
DEMAX=DE1(I)
```

```
C ARMAZENAMENTO DA DESLOCAMENTO DA PONTA DA ESTACA PARA IMPRESSAO
```

```
628 D1(I)=C(LA,2)
```

```
C ***ROTINA DE CALCULO N.3 ***
```

```
C CALCULO DA FORCA ENTRE O MARTELO E O CAFACETE
```

```
IF(I.EG.1)GO TO 18
```

```
IF(C(2,2).LT.C(2,1).AND.IM.EG.0)GO TO 20
```

```
IF(C(2,2).LT.CMAX)GO TO 20
```

```
18 IF(C(2,2).GE.C(2,1))IM=0
```

```
F(2,2)=C(2,2)*SP(2)
```

```
GO TO 17
```

```
20 IM=IM+1
```

```
IF(IM.EG.1)CMAXH=C(2,1)
```

```
IF(IM.GE.1)CMAX=CMAXH
```

```
F(2,2)=SP(2)*CMAX+SP(2)*ECB*(C(2,2)-CMAX)
```

```
17 IF(F(2,2).LT.0.)F(2,2)=0.
```

```
C ***ROTINA DE CALCULO N.4 ***
```

```
C CALCULO DA FORCA ENTRE O CAFACETE E O PRIMEIRO SEGMENTO DE ESTACA
```

```
C F(3,2) DEVE SER MAIOR QUE ZERO
```

```
IF(I.EG.1)GO TO 19
```

```
IF(C(3,2).LT.C(3,1).AND.KM.EG.0)GO TO 25
```

```
IF(C(3,2).LT.CMAXX)GO TO 25
```

```
19 IF(C(3,2).GE.C(3,1))KM=0
```

```
F(3,2)=C(3,2)*SP(3)
```

```
GO TO 24
```

```
25 KM=KM+1
```

```
IF(KM.EG.1)CMAXXH=C(3,1)
```

```
IF(KM.GE.1)CMAXX=CMAXXH
```

```
F(3,2)=SP(3)*CMAXX+SP(3)*EPC2*(C(3,2)-CMAXX)
```

```
C SE F(3,2) PODE TRANSMITIR TRACAO, RETIRAR O LABEL 24
```

```
24 IF(F(3,2).LT.0.)F(3,2)=0.
```

```
CC * CALCULO DAS FORCAS NOS DEMAIS SEGMENTOS DE ESTACA *
```

```
29 KL=KL+1
```

```
IX(KL)=I
```

```
DO 105 M=4,NELEM
```

```
F(M,2)=C(M,2)*SP(M)
```

```
C TS(M,2) = TENSAO NO ELEMENTO M DA ESTACA
```

```
TS(M,2)=F(M,2)/A(M)
```

```
C ARMAZENAMENTO DAS FORCAS NOS ELEMENTOS EM B PARA IMPRESSAO
```

```
105 B(M,KL)=F(M,2)
```

```
F(LA,2)=R(LA)
```

```
IF(IMP.EG.0) GO TO 6669
```

```
WRITE(NDY,6667)(D(M,2),M=2,LA),(DE(M,2),M=2,LA),(F(M,2),M=2,LA),I,
```

```
1(R(M),M=4,LA),(V(M,1),M=2,LA)
```

```
6667 FORMAT(1X,'D= ',11(F9.5,2X),/,1X,'DE= ',11(F9.5,2X),/,1X,'F= ',11(F
```

```
19.1,2X),3X,13,/,1X,'R= ',22X,9(F9.1,2X),/,1X,'V= ',11(F9.2,2X),/,)
```

```
6669 CONTINUE
```

```
IF(CONVEM.LE.0)GO TO 2235
```

```
2222 KKK(2)=0
```

```
C * VERIFICACAO DAS FORCAS NEGATIVAS(DE TRACAO) EM ESTACAS DE CONCRETO
```

```
DO 2223 M=2,LA
```

```
FM(M)=-F(M,2)
```

```
IF(F(M,2).GE.FM(M))GO TO 2223
```

```
IF(F(M,2).LT.F(M,1))KKK(2)=KKK(2)+1
```

```
2223 CONTINUE
```

```
2235 B(2,KL)=F(2,2)
```

```
B(3,KL)=F(3,2)
```

```
B(LA,KL)=R(LA)
```

```
IF(I.GT.1)GO TO 109
```

```

DO 115 N=2,LA
AF(N,1)=B(N,KL)
FMIN(N,1)=B(N,KL)
FMIN(N,2)=1.
115 AF(N,2)=1
C CALCULO DA FORCA MAXIMA EM CADA ELEMENTO E DO INTERVALO DE TEMPO
C EM QUE ELA OCORRE
109 DO 108 N=2,LA
IF(B(N,KL).LE.AF(N,1))GO TO 107
AF(N,1)=B(N,KL)
AF(N,2)=1
IF(N.LT.4) GO TO 107
TSMAX(N,1)=AF(N,1)/A(N)
TSMAX(N,2)=AF(N,2)
107 IF((CONF.P.LE.0)GO TO 108
IF(B(N,KL).GT.FMIN(N,1))GO TO 106
FMIN(N,1)=B(N,KL)
FMIN(N,2)=1
106 IF(N.LT.4.OR.N.GT.NELEM)GO TO 108
IF(B(N,KL).GE.BMIN)GO TO 108
BMIN=B(N,KL)
NMIN=N
IMIN=1
108 CONTINUE
283 IF(KCCOUN.LE.0)GO TO 2240
IF(KKK(2).LE.KKK(1))GO TO 2402
C CALCULO DA MAXIMA FORCA QUE OCORRE NO INTERVALO DE TEMPO CORRENTE
2240 FMAX(I)=B(4,KL)
JX(I)=4
DO 55 K=5,LA
IF(B(K,KL).GT.FMAX(I))FMAX(I)=B(K,KL)
IF(B(K,KL).EQ.FMAX(I))JX(I)=K
55 CONTINUE
C TESTE PARA A IMPRESSAO DAS FORCAS NOS ELEMENTOS
IF(KL.LT.7)GO TO 131
IF(I.LE.7.AND.(IFWRIT.GT.0)WRITE(OUT,630)UT3
630 FORMAT(/,T12,'FORCAS NOS SEGMENTOS CALCULADAS EM',1X,A4,/)
IF(IFWRIT.LE.0)GO TO 130
WRITE(OUT,297)(IX(MN),MN=1,7)
297 FORMAT(/,7F7.1,DT=' ',3X,T4,6(7X,T4))
WRITE(OUT,298)((B(II,JJ),JJ=1,7),II=2,LA)
298 FORMAT(5X,7F11.2)
130 KL=0
-----
C * CALCULO DAS NOVAS VELOCIDADES *
131 DO 44 M=2,LA
IF(M.EQ.LA)GO TO 32
V(M,2)=V(M,1)+(F(M-1,2)-F(M,2)-R(M))*G/W(M)
C V(M,2)= VELOCIDADE DO ELEMENTO M NO INT. DE TEMPO CORRENTE
GO TO 46
32 V(M,2)=V(M,1)+(F(M-1,2)-R(M))*G/W(M)
C * TESTE DE ESTABILIDADE DOS CALCULOS *
46 IF(V(M,2).GT.1.E50) GO TO 2596
C * TESTAR SE TODAS AS VELOCIDADES SAO NEGATIVAS *
IF(V(M,2).GT.0.0)GO TO 44
LSUM=LSUM+1
44 CONTINUE
IF((LSUM+1-LA).LT.0)GO TO 54
C * TESTAR SE A ESTACA ATINGIU A NEGA PLASTICA MAXIMA *
IF(DE(LA,2).LT.DE(LA,1))GO TO 48
54 LSUM=0
C * REDEFINICAO DAS VARIAVEIS PARA A ITERACAO SEGUINTE *
DO 49 M=2,LA
D(M,1)=C(M,2)
F(M,1)=F(M,2)
IF(M.NE.LA)C(M,1)=C(M,2)
49 V(M,1)=V(M,2)
DE(LA,1)=DE(LA,2)
IF(KCCOUN.EQ.0.AND.I.EQ.150) GO TO 2595
1111 IF(I.LT.150)GO TO 1898
C***** FINAL DO CICLO PARA O CALCULO DAS FORCAS NOS ELEMENTOS *****
C*****
C * CALCULO DA NEGA *
C * CALCULAR OS MAIORES VALORES DE SET NAO MENORES QUE 0.005 DO MAXIMO
48 USET=0.
NM=1
LL=0

```

```

DO 56 L=1,MM
DIFF=(CEMAX-DE1(L)
IF(ABS(DIFF).GT.0.005)GO TO 56
DSET=DSET+DE1(L)
LL=LL+1
56 CONTINUE
C VALOR MEDIO DA NEGA =SET
SET=DSET/LL
C LL= NUMERO DE VALORES UTILIZADOS PARA OBTEN A NEGA MEDIA
GP=1./SET
C GP= NUMERO DE GOLPES POR PENETRAÇAO
C *****
C ** IMPRESSAO DOS RESULTADOS **
WRITE(NGT,301)MM,G,UT2,SET,UT2,GP,LL
301 FORMAT(//,T40,'*** RESUMO DOS RESULTADOS ***'
1 ' ',//,T5,'NUMERO DE ITERACOES=' ,I4,3X,'QUAKE =' ,F5.3,1X,A2,3X,
*'NEGA MEDIA =' ,F7.4,1X,A2,3X,'G/CM =' ,F8.4,3X,'N. DE VALORES USADO
*S =' ,I2,//)
IF(NAK.EQ.1) GO TO 2600
WRITE(NGT,6050)
6050 FORMAT(2X,' IMPRESSAO DOS DESLOCAMENTOS DA PONTA DA ESTACA E DAS
1FORÇAS MAXIMAS QUE OCORREM EM CADA INTERVALO DE TEMPO',/)
IF(KCOUNT.GT.0)GO TO 2402
DO 207 M=1,MM,11
M1=MINO(M+10,MM)
WRITE(NGT,302)(K,K=M,M1)
302 FORMAT(I3,'DT=' ,I7,I3,10(6X,I3))
WRITE(NGT,305)(DE1(K),K=M,M1)
305 FORMAT(I2,'SET=' ,T6,11F9.5)
WRITE(NGT,306)(D1(K),K=M,M1)
306 FORMAT(I3,'DP=' ,T6,11F9.5,/,)
WRITE(NGT,307)(FMAX(K),K=M,M1)
307 FORMAT(I3,'F=' ,T6,11F9.1))
207 WRITE(NGT,309)(JX(K),K=M,M1)
309 FORMAT(I3,'ELEM N. ' ,T10,I3,10(6X,I3),/)
WRITE(NGT,308)UT3,UT6,UT2
308 FORMAT(//,T75,'ULTIMOS VALORES CALCULADOS:' ,/,1X,'ELEMENTO' ,3X,'TE
1NSOES MAXIMAS EM DT' ,T65,'FORÇAS(' ,A4,')' ,3X,'VELOCIDADES(' ,A6,')
2' ,3X,'DESLOCAMENTOS(' ,A2,')' ,/)
WRITE(NGT,304)(N,(TSPAX(N,M),M=1,2),F(N,2),V(N,2),D(N,2),N=2,LA)
304 FORMAT(I5,4X,F12.2,8X,F5.0,27X,F12.2,8X,F12.2,10X,F9.5)
KCOUN=KCOUN+1
C CALCULAR A MAXIMA FORÇA DE TRACAC SE COMFM>0
IF(COYFM.GT.0..ANC.MM.NE.250) GO TO 54
GO TO 2600
2402 WRITE(NGT,320)I,UT3,UT6
320 FORMAT(///,T5,'FORÇAS MINIMAS NOS ELEMENTOS EM DT =',I5,3X,'ULT.
1FORÇA CALC.' ,1X,A4,4X,'ULT. V(M,2) ' ,1X,A6,//)
WRITE(NGT,322)((FMIN(M,L)-L=1,2).E(M,2),V(M,2),M=2,LA)
322 FORMAT(I5,F14.3,5X,F5.0,T45,F14.3,770,F14.5)
WRITE(NGT,631)BMIN,UT3,NMIN,IMIN
631 FORMAT(//,T10,'FORÇA MINIMA NEGATIVA=' ,F12.4,1X,A4,3X,'NC ELEMENTO
1' ,I3,'NA ITERACAO N.' ,I3,//)
IF(KCOUNT.GT.0)GO TO 2600
2595 WRITE(NGT,325)
325 FORMAT(///,T6,'*** PROGRAMA NAO CONVERGIU EM 150 ITERACOES ***
1** - DT MUITO PEQUENO --',//)
GO TO 2600
2596 WRITE(NGT,324)
324 FORMAT(///,T10,'***** PROBLEMA INSTAVEL -- SUGESTOES: ' ,/,T6,'
1MODIFICAR A ENERGIA DO MARTELO E/OU ' ,/,T6,' MODIFICAR A RIGIDEZ
200 CEP0 E/OU ' ,/,T6,' MODIFICAR A RIGIDEZ DO COXIM ' ,////)
2600 GO TO(5050,5100,5150,5000,150).NCFECK
150 STOP
END

```

ECUACAO LA LONDAE ESTACA 6401

\*\*\*\*\* Y DE CARSA NA PONTA DA ESTACA = 0.800

\*\*\*\*\* DADOS GERAIS DE ENTRADA \*\*\*\*\*

N. DE SEGMENTOS DE ESTACA = 2  
COMPRIMENTO DOS SEGMENTOS = 247.000 CM  
N. DE SEGMENTOS + PILAO + CAPACETE = 11  
MÓDULO DE ELASTICIDADE DA ESTACA = 210000.00 KGF/CM<sup>2</sup>

PESO/CM LINEAR DE ESTACA = 1.8000 KGF  
SECCO TRANSVERSAL DA ESTACA = 214.000 CM<sup>2</sup>

PESO DO PILAO = 7500.000 KGF  
PESO DO CAPACETE = 500.0000 KGF  
PESO DA PONTA + PONTEIRA = 431.2000 KGF  
PESO DA PONTEIRA DE CRAVACAO = 0.0000

ALTURA DE QUEDA DO PILAO = 360.000 CM  
EFICIENCIA DO MARTELO = 1.00

COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO LATERAL SJ = 0.001000 S/CM  
COEFICIENTE DE AMORTECIMENTO DA PONTA PJ = 0.003000 S/CM  
QUASE = 0.1300 CM

RIGIDEZ DO CEPO = 100000.000 KGF/CM COEFICIENTE DE RESTITUCAO = 0.800  
RIGIDEZ DO CUXIÃO = 0.000 KGF/CM COEFICIENTE DE RESTITUCAO = 1.000  
RIGIDEZ DO 1.º SEGMENTO DE ESTACA = 187250.000 KGF/CM  
RIGIDEZ DO SEGUNDO SEGMENTO = 187250.000 KGF/CM

\*\*\*\*\* RESISTENCIA ULTIMA ESTIMADA = 700000.00 KGF

RIGIDEZ DO CEPO = 110000.000 RUID = 700000.000

M	R(M) KGF
4	0.00
5	20000.00
6	20000.00
7	20000.00
8	20000.00
9	20000.00
10	20000.00
11	20000.00
12	560000.00

INTERVALO DE TEMPO = 0.0003000 SEGUNDOS

EL =	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	01
Q =	6.25213	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	32776.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	1
K =			1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	840.43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	0.50387	0.00579	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	64732.9	10837.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	2
K =			0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	819.14	19.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	0.75485	0.02110	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	95143.3	35057.6	4443.7	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	3
K =			0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	836.60	51.33	7.91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	1.00471	0.00706	0.01145	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	124494.9	66673.2	19617.8	1822.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	4
K =			0.0	153.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	832.86	86.54	30.26	5.24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	1.25310	0.00823	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	152083.5	98113.4	46957.9	10132.2	747.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5
K =			0.0	993.3	61.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	827.97	120.57	64.60	16.12	13.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	1.49972	0.01283	0.01144	0.01849	0.00284	0.00016	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	178200.6	126372.5	8419.6	29302.6	5010.8	306.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	6
K =			0.0	2984.6	447.4	25.2	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	822.01	152.54	12.02	42.26	3.14	0.55	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	1.74421	0.01378	0.01021	0.01471	0.00155	0.00135	0.00007	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	202955.4	152913.3	113089.4	58437.1	17155.6	2405.7	125.6	0.0	0.0	0.0	0.0	7
K =			0.0	6913.8	1657.1	202.8	10.3	0.0	0.0	0.0	0.0	
V =	815.01	182.64	135.57	47.41	25.54	3.96	0.22	0.00	0.00	0.00	0.00	
Q =	1.98632	0.02474	0.01515	0.00753	0.00285	0.00572	0.00063	0.00003	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	220153.8	170609.1	142523.0	98890.4	39561.6	9528.4	1130.4	51.5	0.0	0.0	0.0	8
K =			0.0	17099.9	4355.4	692.0	97.3	4.2	0.0	0.0	0.0	
V =	807.05	212.22	164.65	112.25	54.43	14.56	1.88	0.09	0.00	0.00	0.00	
Q =	2.22579	0.01131	0.00903	0.01174	0.00348	0.00167	0.00001	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
QE =	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
F =	247841.3	206426.3	171102.0	119964.8	69229.7	25186.0	5098.0	522.5	21.1	0.0	0.0	9
K =			0.0	20625.0	8957.7	2624.4	467.2	44.7	1.7	0.0	0.0	
V =	798.13	239.53	191.76	140.52	88.77	25.83	7.54	0.88	0.04	0.00	0.00	

U=	2.46231	3.35847	7.27426	3.16643	3.38924	3.31633	3.33969	3.33155	3.33313	3.33333	0.00000
DE=	0.00000	0.00000	0.14426	0.03643	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
F=	268300.3	232573.4	231219.7	144330.3	92131.3	49822.0	15257.1	2646.4	213.4	8.7	0.0
R=			0.0	23258.0	13366.1	5993.9	1524.5	238.7	29.3	0.7	0.0
V=	788.46	263.37	217.44	162.94	119.21	65.11	22.27	4.18	3.43	3.32	3.33
U=	2.69569	0.48393	0.34621	0.22278	0.13158	0.05563	0.02361	0.00551	0.00073	0.00006	0.00000
DE=	0.33333	0.33333	0.21621	0.39270	0.30154	0.33333	0.33333	0.33333	0.33333	0.33333	0.33333
F=	287523.7	257094.3	231113.2	173776.2	123500.6	78877.5	31897.4	8864.1	1340.9	107.7	8.2
R=			0.0	23757.1	22822.6	11093.2	3837.6	858.8	119.6	9.1	8.2
V=	777.93	284.89	239.82	187.85	141.13	97.75	46.39	13.21	2.15	0.18	0.01
U=	2.92569	0.57454	0.42407	0.28715	0.17923	0.10234	0.04653	0.01677	0.00304	0.00038	0.00003
DE=	0.33333	0.00000	0.29402	0.15715	0.04928	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
F=	305336.8	282031.7	256287.1	211992.2	144062.0	104561.3	59421.5	21952.6	4222.1	657.8	110.2
R=			0.0	24291.0	23179.6	17671.3	7699.5	2341.7	471.3	56.9	110.2
V=	750.65	312.34	259.37	214.55	158.98	102.38	75.33	30.85	7.55	1.03	0.03
U=	1.15208	0.66950	0.50747	0.35878	0.23458	0.14183	0.07759	0.03171	0.01492	0.00164	0.00017
DE=	0.00000	0.00000	0.37747	0.22878	0.10459	0.01253	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
F=	322735.2	303413.1	279717.1	211262.3	169221.7	124054.3	89200.8	42682.1	14632.2	2742.1	232.3
R=			0.0	24729.1	23686.9	22786.2	12173.6	5154.5	1399.1	262.7	739.3
V=	754.65	316.23	278.16	236.45	144.35	139.31	103.63	55.49	19.03	4.18	3.43
U=	3.37468	0.75773	0.59515	0.43421	0.28913	0.19039	0.11414	0.05770	0.02805	0.01522	0.00075
DE=	0.00000	0.00000	0.46610	0.30421	0.16913	0.06339	0.03333	0.03333	0.03333	0.03333	0.03333
F=	338995.3	321423.6	303137.3	254921.6	211744.8	142744.8	107111.4	67678.8	29270.5	8359.6	3274.4
R=			0.0	25075.4	24336.6	21103.6	19700.5	9507.5	3335.6	812.7	3274.4
V=	741.99	327.60	295.46	253.77	211.83	155.18	121.86	84.28	39.77	11.95	1.95
U=	3.59329	0.86914	0.68376	0.51543	0.36799	0.24480	0.15422	0.08821	0.04346	0.02121	0.00245
DE=	0.00000	0.00000	0.55376	0.33543	0.23799	0.11430	0.02422	0.01000	0.00000	0.00000	0.00000
F=	354138.9	337721.5	324545.5	276084.3	230582.6	169613.5	122475.0	90525.8	51741.9	21132.8	10748.7
R=			0.0	25414.6	24657.6	23627.3	22671.5	15111.8	6532.2	2135.7	10748.7
V=	728.67	337.86	308.84	270.73	232.89	181.37	133.57	106.05	65.37	26.62	5.66
U=	3.80773	0.97339	0.78431	0.60170	0.44246	0.30741	0.19955	0.12431	0.06727	0.02750	0.00621
DE=	0.00000	0.00000	0.65431	0.47170	0.31240	0.17741	0.06965	0.03333	0.03333	0.03333	0.03333
F=	368463.8	354533.6	341285.2	294291.5	252773.9	201782.1	141066.2	106886.5	74469.1	39876.7	27739.2
R=			0.0	25751.1	24960.4	24173.9	23228.5	21397.6	11274.0	4432.8	27738.2
V=	714.79	347.49	318.59	287.55	243.02	208.70	151.43	118.33	89.35	47.66	12.51
U=	4.01783	1.00618	0.89251	0.69189	0.52131	0.37539	0.25333	0.16263	0.09369	0.04840	0.01222
DE=	0.00000	0.00000	0.75251	0.56189	0.39111	0.24589	0.12333	0.063263	0.03000	0.01000	0.00000
F=	381394.1	329135.0	354250.1	319403.3	272293.1	228424.3	169333.2	119777.1	79161.3	67378.1	57334.7
R=			0.0	26112.2	25260.5	24565.4	23578.8	22554.6	10773.1	7965.3	57334.7
V=	700.34	335.97	327.35	300.61	263.33	229.27	179.94	127.73	104.73	69.67	21.37
U=	4.22343	1.13985	0.98366	0.78459	0.60500	0.44836	0.31491	0.20698	0.13203	0.07350	0.02104
DE=	0.00000	0.00000	0.83363	0.65459	0.47500	0.31836	0.18491	0.07698	0.03203	0.01000	0.00000
F=	39447.0	344695.2	372649.6	335297.7	293111.0	249800.0	202097.4	140339.6	103595.8	98245.9	98248.6
R=			0.0	25180.5	25579.4	24211.7	24105.5	22956.8	22223.0	12254.6	98248.6
V=	685.35	362.39	336.97	309.03	272.97	241.53	205.28	147.84	111.15	83.67	28.06

U=	4.42439	1.29964	1.38733	3.87955	7.69257	7.57491	3.38168	3.25983	7.16724	3.09841	3.32946
DE=	0.00000	0.00000	0.95733	1.74953	0.56251	0.39491	0.25168	0.12983	0.33724	0.00000	0.00000
F=	4.66217.8	392545.5	139111.6	350208.9	313023.3	268191.4	228164.4	123367.7	128894.5	129113.9	137587.2
R=	0.0	0.7	26329.2	25333.6	25102.9	24451.3	23523.2	22347.3	16376.5	137567.2	
V=	669.87	363.65	345.77	315.46	291.69	255.14	222.57	176.16	117.37	83.71	28.36

U=	4.62257	1.41177	1.19291	0.97722	0.78232	0.67595	0.45186	0.31953	0.20730	0.11967	0.03602
DE=	0.00000	0.00000	1.06291	0.84722	0.65232	0.47595	0.32186	0.18953	0.37730	0.30200	0.30200
F=	417144.9	409807.1	403972.2	368584.2	330254.8	280523.8	242795.0	210146.7	164073.4	156615.0	165369.0
R=	0.0	0.0	26512.7	25987.6	25402.6	24670.7	23979.8	22673.3	19716.4	165369.0	
V=	653.93	373.75	351.92	325.64	299.38	270.13	233.93	198.99	133.52	70.80	21.69

U=	4.81184	1.52519	1.29978	1.07763	0.87404	0.69256	0.52555	0.38222	0.25248	0.13825	0.04608
DE=	0.00000	0.00000	1.16978	0.94763	0.74404	0.56056	0.39556	0.25222	0.12248	0.00325	0.00300
F=	422265.2	422063.5	419887.7	381221.5	343565.7	308973.3	268422.0	242336.3	213883.7	182705.1	183385.6
R=	0.0	0.0	26693.8	26114.8	25641.0	24913.0	24179.3	23011.9	21238.5	193385.6	
V=	637.56	378.07	356.25	334.69	305.74	282.05	245.65	209.97	150.60	61.93	15.52

U=	4.92408	1.63952	1.40799	1.17990	0.96429	0.77713	0.60268	0.44519	0.29428	0.15901	0.04518
DE=	0.00000	0.00000	1.27799	1.04990	0.83829	0.64713	0.47268	0.31519	0.16498	0.02901	0.02900
F=	436612.2	433540.5	422272.5	388061.7	352236.5	326009.1	294900.7	273778.4	262095.6	23332.9	203409.8
R=	0.0	0.0	26811.7	26283.3	25771.7	25141.5	24198.1	23107.0	21383.7	203409.8	
V=	620.87	381.13	360.69	340.83	314.17	289.58	257.08	209.93	155.33	69.19	15.02

U=	5.17913	1.75441	1.51757	1.28234	1.06513	0.86491	0.68125	0.50749	0.34298	0.18510	0.05182
DE=	0.00000	0.00000	1.38757	1.15294	0.93513	0.73491	0.55125	0.37749	0.21298	0.05530	0.05000
F=	445220.7	443476.1	439335.2	402853.0	374900.9	343504.1	325372.7	308040.7	294313.3	250882.2	234030.7
R=	0.0	0.0	26976.3	26456.2	25851.9	25238.3	24513.2	22938.4	21786.3	238330.7	
V=	603.66	392.93	365.26	343.80	322.81	292.59	261.91	207.66	146.67	89.32	22.12

U=	5.35504	1.86959	1.62805	1.39769	1.16360	0.95382	0.75836	0.56829	0.38496	0.21734	0.06127
DE=	0.00000	0.00000	1.49805	1.25779	1.03360	0.82382	0.62836	0.43829	0.25496	0.08734	0.08000
F=	453117.8	452282.5	451301.1	419873.8	392429.8	366024.4	352977.5	342422.9	313881.4	292272.0	283611.4
R=	0.0	0.0	26943.2	26550.9	25927.1	25140.3	24053.7	22799.7	22102.3	208861.4	
V=	596.19	383.96	368.23	347.16	327.54	298.36	257.01	202.68	159.95	105.11	31.50

U=	5.52555	1.98473	1.73374	1.49242	1.26163	1.03284	0.83217	0.62659	0.42839	0.24877	0.07146
DE=	0.00000	0.00000	1.60873	1.36242	1.13163	0.91284	0.72217	0.49659	0.29439	0.11877	0.00000
F=	460262.5	460918.1	461301.4	432144.2	409701.4	394473.2	384943.5	371127.6	336344.5	332019.9	339170.5
R=	0.0	0.0	27211.5	26549.7	25944.4	24920.3	23916.7	22895.4	22095.6	339170.5	
V=	568.41	384.45	369.07	351.09	327.47	296.72	246.04	194.34	144.77	104.78	33.96

U=	5.69867	2.10015	1.84941	1.59821	1.35998	1.12951	0.90261	0.68269	0.47443	0.27631	0.08000
DE=	0.00000	0.00000	1.71941	1.45821	1.22898	0.99951	0.77261	0.55269	0.34443	0.14631	0.00000
F=	466767.4	469500.0	470371.3	447975.4	429679.2	424982.9	411808.1	389968.6	370969.4	367448.2	374695.5
R=	0.0	0.0	27553.0	26489.4	25778.1	24696.1	23739.7	23061.9	21836.2	374695.5	
V=	550.35	384.07	368.79	352.65	324.47	289.91	234.81	185.98	151.44	91.81	28.74

U=	5.85028	2.21489	1.95985	1.73279	1.45452	1.21159	0.97050	0.73837	0.51957	0.29984	0.08711
DE=	0.00000	0.00000	1.82985	1.57259	1.32452	1.08159	0.84050	0.60837	0.38957	0.18984	0.00000
F=	472500.8	477535.9	480272.5	465255.3	454892.6	451431.0	434673.5	409628.8	411434.1	399338.0	401659.3
R=	0.0	0.0	26935.0	26369.8	25472.1	24526.2	23711.9	23009.5	21558.8	401659.3	
V=	532.04	382.46	368.16	349.25	317.49	277.61	226.31	185.68	150.47	78.44	23.45

U=	6.00000	2.32963	2.06963	1.81963	1.56963	1.31963	1.06963	0.81963	0.56963	0.31963	0.06963
DE=	0.00000	0.00000	1.92963	1.67963	1.42963	1.17963	0.92963	0.67963	0.42963	0.17963	0.00000
F=	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0	480000.0
R=	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
V=	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

U=	6.15000	2.44437	2.18437	1.93437	1.68437	1.43437	1.18437	0.93437	0.68437	0.43437	0.18437
DE=	0.00000	0.00000	2.04437	1.79437	1.54437	1.29437	1.04437	0.79437	0.54437	0.29437	0.04437
F=	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0	488000.0
R=	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
V=	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

C=	6.30433	2.32276	2.70955	1.80510	1.54656	1.24895	1.03670	0.79432	0.55929	0.32152	0.09342	
DE=	0.00000	0.00000	1.93955	1.67510	1.41656	1.13285	0.93670	0.66432	0.42929	0.19152	0.00000	
F=	477324.2	430356.4	494800.4	454486.7	482567.5	472151.6	453841.6	440094.8	445227.0	427115.6	427817.3	28
H=	0.0	0.0	26820.8	26136.1	25180.3	24412.7	23730.5	22648.3	21445.1	20101.3	18757.3	
V=	513.49	379.56	365.64	341.74	306.81	257.54	220.64	186.52	132.41	72.26	21.03	
C=	6.15275	2.44129	2.17717	1.99400	1.63330	1.32288	1.10155	0.84809	0.59293	0.34247	0.09953	
DE=	0.00000	0.00000	2.74717	1.77400	1.50330	1.23288	0.97155	0.71809	0.46393	0.21247	0.00000	
F=	482487.2	494582.9	511515.1	503333.0	536351.6	487544.6	474607.2	477788.4	468797.0	454814.4	455341.3	29
H=	0.0	0.0	26540.0	25782.6	24755.5	24323.3	23584.7	22442.7	21396.5	20351.9	19307.1	
V=	424.74	375.12	358.74	329.00	289.13	240.78	210.19	179.24	132.14	69.82	20.51	
C=	6.09543	2.55177	2.23119	1.99789	1.71451	1.44514	1.18431	0.89600	0.62363	0.36143	0.10561	
DE=	0.00000	0.00000	2.15163	1.33789	1.58451	1.33513	1.13431	0.78600	0.49363	0.23143	0.00000	
F=	496695.4	506726.7	531269.2	528336.6	523412.2	507207.4	512408.5	510012.7	490209.7	479771.5	482431.1	30
H=	0.0	0.0	26259.6	25413.9	24819.9	24193.9	23193.9	22046.3	21291.1	20291.1	19291.1	
V=	475.01	368.72	346.36	312.98	270.69	241.00	209.29	159.69	102.32	64.56	20.13	
C=	6.44250	2.85357	2.37984	2.09596	1.79182	1.50551	1.22703	0.93716	0.65383	0.37883	0.11107	
DE=	0.00000	0.00000	2.24284	1.95596	1.66182	1.37551	1.09223	0.80716	0.52383	0.24883	0.00000	
F=	496612.0	521920.8	530233.4	550778.5	530102.3	522344.0	514322.4	530336.7	514254.2	521358.7	524569.2	31
H=	0.0	0.0	25870.9	25153.7	24604.7	23971.9	22744.2	22113.7	21132.7	20352.7	19569.2	
V=	456.71	356.23	329.18	293.54	257.69	234.44	195.05	137.21	100.69	56.63	18.19	
C=	6.56374	2.75979	2.47239	2.16835	1.86623	1.57192	1.27489	0.97430	0.68263	0.39416	0.11583	
DE=	0.00000	0.00000	2.34239	2.03325	1.73623	1.44192	1.14489	0.84430	0.55263	0.25416	0.00000	
F=	494429.8	503393.2	527244.4	504072.7	52215.2	506194.3	502543.2	546151.7	546157.3	521133.6	522676.3	32
H=	0.0	0.0	25436.0	25000.8	24427.1	23470.9	22475.0	21919.3	21022.5	20222.5	19426.5	
V=	437.46	337.33	308.47	274.33	250.04	221.36	173.54	123.79	95.99	51.13	15.85	
C=	6.58915	2.85349	2.35311	2.24607	1.93904	1.63211	1.32035	1.01017	0.70794	0.40905	0.12926	
DE=	0.00000	0.00000	2.42311	2.11677	1.80904	1.50211	1.19035	0.88017	0.57794	0.27905	0.00000	
F=	498536.4	525170.5	534301.1	524920.5	574721.9	503750.5	500812.2	565928.0	559871.5	540770.6	540968.4	33
H=	0.0	0.0	25198.1	24811.8	24012.4	23031.1	22391.4	21687.4	20992.6	20292.6	19498.4	
V=	416.06	311.96	285.73	259.40	240.69	200.62	151.55	119.57	84.37	49.63	14.76	
C=	6.30871	2.93746	2.63711	2.32343	2.00585	1.68516	1.36142	1.04440	0.72987	0.42348	0.12464	
DE=	0.00000	0.00000	2.50731	2.19043	1.87585	1.55506	1.23142	0.91440	0.59987	0.29348	0.00000	
F=	503261.3	522592.6	522805.3	509445.4	600689.1	500077.3	523622.1	503951.2	573716.2	552531.0	560463.9	34
H=	0.0	0.0	24957.3	24544.4	23510.0	22737.9	22231.8	21462.1	20962.1	20262.1	19463.9	
V=	398.49	279.90	263.01	247.87	222.72	176.50	136.29	101.69	73.11	48.10	14.62	
C=	6.92233	3.01396	2.70950	2.39015	2.10476	1.73169	1.40022	1.07477	0.75044	0.43642	0.12863	
DE=	0.00000	0.00000	2.57930	2.26015	1.93476	1.61169	1.27622	0.94477	0.62044	0.30642	0.00000	
F=	508477.2	564859.2	527511.6	62230.3	623681.6	620622.4	609430.1	622326.8	583206.9	525954.2	578241.4	35
H=	0.0	0.0	24647.9	23927.5	23118.9	22336.7	22024.7	21371.2	20862.4	20162.4	19367.4	
V=	378.74	244.98	240.95	232.39	196.37	153.44	129.34	101.24	68.56	43.12	13.97	
C=	7.12996	3.07450	2.77441	2.45191	2.11523	1.77192	1.43554	1.10078	0.77056	0.44743	0.13253	
DE=	0.00000	0.00000	2.64441	2.32191	1.98523	1.64192	1.30654	0.97078	0.64056	0.31743	0.00000	
F=	514211.5	561958.7	602377.5	603341.0	632199.7	631738.6	628720.7	613142.5	605060.5	589651.0	580671.4	36
H=	0.0	0.0	24117.3	23367.9	22015.4	22421.5	21733.9	21341.0	20341.0	20731.8	192671.4	
V=	358.79	211.80	217.04	205.89	168.47	140.77	121.07	83.69	67.15	36.69	12.30	

U=	7.13155	3.12961	2.83334	2.50251	2.15875	1.81279	1.46862	1.12433	0.78891	0.45727	0.13818	
DE=	0.00000	0.00000	2.76034	2.37261	2.02875	1.78279	1.53362	0.99430	0.65891	0.32727	0.00818	
E=	520251.1	560400.2	613675.2	643376.7	647799.7	644465.1	644731.5	628026.5	620923.6	597485.2	591685.1	37
R=			0.0	23379.4	22997.5	22591.3	22158.2	21568.1	21223.3	20656.1	591685.1	
V=	338.61	183.72	136.41	109.97	144.97	129.57	106.91	78.41	51.17	32.80	18.26	
U=	7.22701	3.17764	2.17459	2.54156	2.19634	1.84744	1.49578	1.14676	0.80415	0.46773	0.14511	
DE=	0.00000	0.00000	2.74459	2.41156	2.06634	1.71744	1.36578	1.01676	0.67415	0.33773	0.01511	
F=	526417.2	567460.7	623596.2	646439.9	651298.3	658493.1	653552.1	641535.8	629938.7	604106.7	598797.5	38
R=			0.0	22597.2	22506.0	22303.2	21811.1	21497.1	21016.2	20697.7	598797.5	
V=	313.29	160.99	147.52	129.86	125.30	115.51	90.56	74.86	50.81	34.98	23.09	
U=	7.31627	3.21842	2.90656	2.57057	2.22749	1.87608	1.51925	1.16714	0.81733	0.47932	0.15320	
DE=	0.00000	0.00000	2.77556	2.44057	2.09749	1.74608	1.39925	1.03714	0.68733	0.34932	0.02320	
F=	532719.9	583967.5	629132.2	642411.3	650303.4	668148.7	659336.8	655019.8	632917.4	610658.9	605310.4	39
R=			0.0	21933.9	22077.3	21502.8	21564.7	21358.7	20378.7	20772.6	605310.4	
V=	297.54	135.93	106.55	95.69	133.86	95.44	78.23	67.94	43.93	38.63	26.57	
U=	7.39926	3.25015	2.92963	2.59187	2.25040	1.89770	1.53993	1.18379	0.83078	0.49124	0.16246	
DE=	0.00000	0.00000	2.79863	2.46187	2.12040	1.76770	1.40993	1.05379	0.70078	0.36124	0.03246	
F=	539383.7	602048.2	630587.7	639401.0	660633.0	669911.3	666880.1	661614.4	635788.5	615625.4	611869.0	40
R=			0.0	21419.3	21527.7	21441.3	21378.5	21103.0	20996.5	20794.1	611869.0	
V=	275.64	105.77	73.59	70.99	76.35	72.06	64.93	55.50	44.83	39.72	30.27	
U=	7.47593	3.27982	2.94446	2.60655	2.26398	1.91255	1.55059	1.19713	0.84517	0.50301	0.17255	
DE=	0.00000	0.00000	2.81446	2.47655	2.13398	1.78255	1.42659	1.06710	0.71517	0.37301	0.04255	
F=	546660.6	611111.1	632237.5	641446.7	659263.2	666521.2	671151.1	658921.4	642693.6	618792.7	616475.1	41
R=			0.0	20978.5	20905.6	20590.0	21110.7	20887.4	20595.7	20785.1	616475.1	
V=	255.47	68.88	52.75	48.92	45.28	49.50	55.53	44.37	47.99	39.25	33.62	
U=	7.54610	3.28010	2.95555	2.61472	2.26935	1.92095	1.56718	1.20894	0.85898	0.51503	0.18314	
DE=	0.00000	0.00000	2.82555	2.48472	2.13935	1.79095	1.43718	1.07894	0.72398	0.38503	0.05314	
F=	554580.3	627731.2	638192.8	646437.1	662304.5	662433.1	670302.8	655221.8	644346.4	621467.4	619317.1	42
R=			0.0	20345.1	20357.9	20560.2	20705.7	20799.3	20920.8	20801.4	619317.1	
V=	234.02	30.95	36.96	27.25	17.69	28.31	35.29	39.47	46.04	40.07	35.31	
U=	7.60978	3.28000	2.95996	2.61653	2.26902	1.92265	1.57140	1.21962	0.87068	0.52744	0.19421	
DE=	0.00000	0.00000	2.82996	2.48653	2.13902	1.79265	1.44140	1.09962	0.74068	0.39744	0.06421	
F=	562371.5	599267.2	643073.0	650727.5	643575.1	657716.5	658597.1	653403.1	642703.2	623989.2	621953.9	43
R=			0.0	20120.9	19977.7	20113.3	20281.3	20712.3	20779.5	20827.3	621953.9	
V=	212.26	-0.34	14.73	6.34	-1.11	3.57	14.06	35.61	38.98	41.17	36.89	
U=	7.66683	3.27347	2.95479	2.61227	2.26478	1.91794	1.57196	1.22693	0.88316	0.53939	0.20571	
DE=	0.00000	0.00000	2.82479	2.48227	2.13478	1.78794	1.44096	1.09693	0.75016	0.40939	0.07571	
F=	571136.7	596733.7	641381.3	653658.2	649452.4	649722.7	644195.3	649325.4	638393.6	624810.2	624449.7	44
R=			0.0	19715.4	19717.5	19686.3	19970.9	20487.2	20632.4	20796.5	624449.7	
V=	190.17	-21.76	-17.24	-14.23	-14.12	-15.69	-1.46	24.36	31.62	39.32	38.36	
U=	7.71716	3.26243	2.93984	2.60165	2.25649	1.90887	1.56736	1.22863	0.88759	0.54969	0.21730	
DE=	0.00000	0.00000	2.83984	2.47165	2.12649	1.77887	1.43736	1.09863	0.75759	0.41969	0.08730	
F=	579115.4	64439.2	633272.2	646303.0	650926.0	639402.4	634075.1	639598.4	632710.0	622402.6	624391.5	45
R=			0.0	19292.0	19447.4	19394.9	19760.7	20113.2	20495.1	20686.8	624391.5	
V=	167.76	-36.82	-49.83	-35.46	-27.63	-30.25	-12.00	5.66	24.76	34.34	38.63	

D=	7.76767	3.24698	2.91849	2.54395	2.24291	1.89875	1.56057	1.22498	0.89182	0.55772	0.22834	
DE=	0.00000	0.00000	2.73441	2.45395	2.11293	1.75805	1.45057	1.07498	0.76182	0.42772	0.09934	
F=	506730.2	615321.1	626431.1	633254.2	645244.6	651232.3	628431.3	623843.2	625593.1	616259.8	621839.4	46
R=	0.0	0.0	1892.1	1996.1	19279.1	19547.4	19547.4	19756.5	20221.9	20535.3	621839.4	
V=	145.03	-51.49	-71.17	-58.99	-45.20	-35.35	-22.63	-12.18	14.10	26.76	36.81	
D=	7.79727	3.22653	2.89466	2.55947	2.22361	1.83605	1.55028	1.21800	0.89122	0.56319	0.23827	
DE=	0.00000	0.00000	2.76466	2.47947	2.09361	1.75605	1.42328	1.03800	0.76122	0.43319	0.10827	
F=	594196.6	621434.2	627620.5	628912.2	632073.7	628718.5	622191.3	611887.4	614239.3	609401.8	615610.6	47
R=	0.0	0.0	13368.4	13711.7	19199.9	19199.9	19313.6	19514.7	19961.2	20364.5	615610.6	
V=	122.01	-69.16	-79.45	-81.58	-64.41	-47.31	-34.32	-23.27	19.67	20364.5	615610.6	
D=	7.32688	3.27127	2.36747	2.53070	2.15949	1.87057	1.53718	1.20900	0.88574	0.56548	0.24683	
DE=	0.00000	0.00000	2.73947	2.40070	2.06949	1.74057	1.40718	1.07900	0.75574	0.43548	0.11683	
F=	601322.2	621309.1	634344.1	629181.0	615999.1	624274.5	614531.6	605276.0	599693.9	597041.2	606770.8	48
R=	0.0	0.0	13031.5	13392.4	18968.3	18968.3	19127.2	19399.9	19634.5	20152.4	606770.8	
V=	98.69	-84.19	-81.97	-95.92	-80.34	-51.59	-43.64	-30.00	-18.27	7.82	606770.8	
D=	7.34941	3.17249	2.84142	2.50106	2.17229	1.84911	1.52204	1.19777	0.87718	0.56393	0.25285	
DE=	0.00000	0.00000	2.71142	2.47106	2.04229	1.71911	1.39204	1.06777	0.74718	0.43193	0.12285	
F=	507999.9	615922.3	637521.7	615828.9	609150.5	612446.7	627122.1	630291.0	586571.3	582497.1	594342.4	49
R=	0.0	0.0	10186.4	10569.1	10569.1	10569.1	12991.2	19251.5	19429.7	19366.9	594342.4	
V=	75.10	-95.95	-93.43	-98.78	-90.63	-71.55	-50.49	-37.42	-28.51	-5.15	594342.4	
D=	7.35478	3.14160	2.83957	2.47223	2.14340	1.82190	1.50383	1.18184	0.86739	0.55892	0.25437	
DE=	0.00000	0.00000	2.67957	2.34223	2.01340	1.69198	1.37388	1.05384	0.73738	0.42892	0.12637	
F=	614314.5	621727.7	631560.9	615741.4	601846.8	595645.4	599285.4	592563.6	577596.0	565525.1	579703.9	50
R=	0.0	0.0	13377.9	13073.0	18191.5	18191.5	18789.7	19071.2	19346.4	19665.9	579703.9	
V=	51.24	-102.97	-116.19	-96.11	-95.31	-90.42	-60.52	-46.44	-32.69	-16.70	579703.9	
D=	7.47292	3.10934	2.77554	2.44293	2.11359	1.79223	1.48132	1.16720	0.85062	0.55202	0.25700	
DE=	0.00000	0.00000	2.64354	2.31293	1.98359	1.66223	1.35082	1.03720	0.72562	0.42202	0.12700	
F=	619265.5	625355.4	622912.2	616682.5	601745.8	583124.6	592245.5	581566.1	573349.5	557432.6	563543.4	51
R=	0.0	0.0	10466.4	10010.9	10010.9	10010.9	10462.2	18690.9	19232.5	19540.4	563543.4	
V=	27.14	-107.91	-113.43	-97.68	-99.36	-90.18	-76.89	-55.45	-35.88	-22.98	563543.4	
D=	7.47378	3.07607	2.74001	2.41101	2.08311	1.74261	1.45280	1.14767	0.84409	0.54478	0.25520	
DE=	0.00000	0.00000	2.61200	2.28101	1.95311	1.63261	1.32280	1.01767	0.71409	0.41478	0.12520	
F=	623702.2	625540.2	612769.4	613928.0	604135.5	580111.5	571363.0	564454.7	560461.4	542230.2	549919.4	52
R=	0.0	0.0	17872.4	17968.0	18025.3	18025.3	18132.6	18698.0	19164.7	19510.7	549919.4	
V=	2.34	-116.92	-111.80	-105.38	-101.50	-98.74	-93.37	-65.10	-41.76	-24.16	549919.4	

\*\*\* RESUMO DOS RESULTADOS \*\*\*

NUMERO DE ITERACOES = 52    QUAKE = 0.137 CM    NEGA MEDIA = 0.1254 CM    G/CM = 7.9774    N. DE VALORES USADOS = 4