

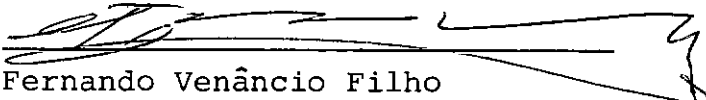
UM SISTEMA COMPUTACIONAL PARA A ANÁLISE DE
ESTRUTURAS DE CENTRAIS NUCLEARES, FORMADAS
POR PAINÉIS, UTILIZANDO-SE SUPERELEMENTOS

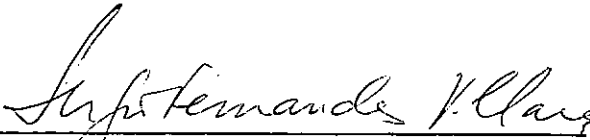
Carlos Alexandre de Jesus Miranda

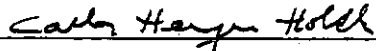
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.)

Aprovada por:


Nelson Francisco Favilla Ebecken


Fernando Venâncio Filho


Sérgio Fernandes Villaça


Carlos Henrique Holck

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 1981

MIRANDA, CARLOS ALEXANDRE DE JESUS

Um Sistema Computacional Para a Análise de Estruturas de Centrais Nucleares, Formadas por Painéis, Utilizando-se Superelementos - |Rio de Janeiro| 1981

IX , 180 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1981)

Tese - Universidade Fed. do Rio de Janeiro.

- | | |
|-----------------------|----------------------|
| 1. Cálculo Estrutural | 2. Elementos Finitos |
| 3. Superelementos | I. COPPE/UFRJ |
| II. Título (Série) | |

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Humberto Lima Soriano pela amizade e orientação dedicada a este trabalho;

Ao Prof. Nelson Favilla Ebecken pelo interesse demonstrado e apoio recebido na fase final deste trabalho;

A todos os professores, em particular da Escola de Engenharia - EEUFRJ e da COPPE, pelos valiosos ensinamentos, apoio e dedicação recebida;

Ao Instituto de Engenharia Nuclear - IEN/CNEN, na pessoa de Luiz Osório de Brito Aghina por ter proporcionado as condições para a realização deste trabalho;

Aos componentes da Divisão de Matemática e Computação - DIMAC do IEN pela colaboração recebida;

A todos os demais, colegas e amigos, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo principal a análise estática linear de estruturas laminares, semelhantes aos prédios das turbinas de centrais nucleares de potência, pelo Método dos Elementos Finitos. Utilizaram-se elementos planos isoparamétricos "folded-plate" com 8 pontos nodais e super elementos cujos graus de liberdade dos nós internos são condensados, à medida que a sua matriz de rigidez é montada. Também podem ser analisadas cascas de forma geométrica arbitrária e, o elemento de placa utilizado na montagem do "folded-plate" comporta a análise de placas espessas.

Apresenta-se, de forma sucinta, o Método dos Elementos Finitos e faz-se o desenvolvimento do elemento finito mencionado, bem como do super elemento.

Foi elaborado um programa, em linguagem FORTRAN IV para o computador CDC-CYBER 175, procurando-se minimizar o tempo de geração de matrizes de rigidez e vetores de cargas nodais através da indicação de igualdades entre elementos e super elementos. Dedicou-se especial atenção ao armazenamento do sistema de equações e entrada de dados, quando foram desenvolvidas diversas opções para o fornecimento dos mesmos.

ABSTRACT

The main purpose of this work is to analyze the linear static behavior of folded-plate structures like the turbine building of a nuclear power plant by the Finite Element Method. Folded-plate isoparametric plane elements with 48 degrees of freedom each, 8 nodal points, in which shear deformations are considered, and super-elements, whose internal degrees of freedom are condensed, are used. Arbitrary shells can be analyzed too.

A brief exposition of the method is present and the developing of the foregoing element and super-element is also shown.

A computer program was developed for the CDC-CYBER 175 computer machine and the FORTRAN IV language was used. The coefficients of the equations' system are stored by the technique of block partitioning with a compacted column storage scheme and special attention was dedicated to the preparation of the problem's data and some options were developed for this purpose.

ÍNDICE

| | <u>Pág.</u> |
|--|-------------|
| <u>INTRODUÇÃO</u> | 1 |
| <u>CAPÍTULO I - O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - PRINCÍPIOS</u> | 4 |
| I.1 - Introdução..... | 4 |
| I.2 - Princípios do M.E.F..... | 6 |
| <u>CAPÍTULO II - O ELEMENTO FINITO UTILIZADO NO PROGRAMA..</u> | 12 |
| II.1 - Introdução..... | 12 |
| II.2 - Sistemas de Referência Global e Local do Elemento "Folded-Plate"..... | 13 |
| II.3 - Formação da Matriz de Rigidez do Elemento Isoparamétrico "Folded-Plate"..... | 18 |
| II.3.1 - Matriz de Rigidez do Elemento de Estado Plano de Tensões..... | 19 |
| II.3.2 - Matriz de Rigidez do Elemento de Flexão de Placas Considerando o Efeito da Deformação por Cortante..... | 24 |
| II.3.3 - Introdução do 6º Grau de Liberdade por Rotação θ_z | 33 |
| II.4 - Forças Nodais Equivalentes..... | 34 |
| II.4.1 - Forças de Massa (Peso Próprio)..... | 35 |
| II.4.2 - Cargas Distribuídas no Contorno do Elemento... | 37 |

| | <u>Pág.</u> |
|---|-------------|
| II.4.3 - Cargas Distribuídas na Superfície do Elemento. | 41 |
| II.4.4 - Efeitos de Temperatura..... | 42 |
| II.5 - Tensões no Elemento..... | 44 |
| <u>CAPÍTULO III - SUPERELEMENTO.....</u> | 48 |
| III.1 - Introdução..... | 48 |
| III.2 - Sistemas de Referência Global e Local..... | 48 |
| III.3 - Geração das Coordenadas dos Nós Internos..... | 50 |
| III.4 - Forças Nodais Equivalentes..... | 53 |
| III.4.1 - Cargas Concentradas..... | 54 |
| III.5 - Matrizes de Rigidez dos Elementos de um Super- elemento..... | 56 |
| III.6 - Condensação dos Graus de Liberdade de Nós Inter nos nos Superelementos..... | 56 |
| III.7 - Montagem e Obtenção das Matrizes de Rigidez e Vetores de Cargas Nodais dos Superelementos..... | 58 |
| <u>CAPÍTULO IV - O PROGRAMA DESENVOLVIDO</u> | 60 |
| IV.1 - Generalidades..... | 60 |
| IV.2 - Descrição das Principais Etapas do Programa..... | 63 |
| IV.2.1 - Leitura de Dados..... | 63 |
| IV.2.2 - Geração das Matrizes de Rigidez..... | 65 |
| IV.2.3 - Geração dos Vetores de Cargas Nodais Equivalen tes..... | 66 |

| | <u>Pág.</u> |
|--|-------------|
| IV.2.4 - Montagem do Sistema de Equações..... | 67 |
| IV.2.5 - Resolução do Sistema de Equações..... | 68 |
| IV.2.6 - Cálculo de Esforços e Tensões..... | 69 |
| IV.2.7 - Saída dos Resultados..... | 70 |
| IV.3 - Fluxograma Geral da Programação..... | 70 |
| IV.4 - Principais Subrotinas..... | 73 |
| IV.5 - Manual de Utilização..... | 78 |
| IV.5.1 - Sequência de Palavras-Chave..... | 79 |
| IV.5.2 - Sintaxe dos Campos Numéricos..... | 83 |
| IV.5.3 - Sintaxe dos Campos Literais..... | 86 |
| IV.5.4 - Preparação dos Dados de Entrada..... | 88 |
| a) 1º Grupo de Dados - Dados Gerais..... | 95 |
| b) 2º Grupo de Dados - Dados Sobre os Carrega- mentos..... | 102 |
| c) 3º Grupo de Dados - Dados para a Saída dos Resultados..... | 110 |
| d) 4º Grupo de Dados - Dados Sobre as Igualda- des Entre Elementos e Entre Super elementos. | 112 |
| <u>CAPÍTULO V - RESULTADOS E CONCLUSÕES</u> | 115 |
| V.1 - Introdução..... | 115 |
| V.2 - Exemplos de Aplicação..... | 115 |
| a) Exemplo 1..... | 115 |
| b) Exemplo 2..... | 118 |
| c) Exemplo 3..... | 122 |

| | <u>Pág.</u> |
|---|-------------|
| d) Exemplo 4..... | 126 |
| V.3 - Comentários Finais..... | 130 |
| <u>APÊNDICES</u> | 132 |
| <u>APÊNDICE A - ARMAZENAMENTO DE DADOS</u> | 132 |
| <u>APÊNDICE B - ENTRADA DE DADOS DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO</u> | 136 |
| <u>APÊNDICE C - LISTAGEM DAS SUBROTINAS QUE FAZEM A MONTA-</u> <u>GEM DO SISTEMA DE EQUAÇÕES</u> | 152 |
| <u>BIBLIOGRAFIA</u> | 175 |

INTRODUÇÃO

A análise matricial de estruturas compostas por barras, cuja idealização estrutural é imediata, obteve um grande avanço com o advento dos computadores digitais. Em particular a utilização do método dos deslocamentos permitiu uma automatização simples deste tipo de problema, que envolve um sistema de equações de ordem elevada, mas que apresenta um número pequeno de coeficientes a serem armazenados¹¹.

Este avanço também ocorreu na análise de estruturas contínuas, embora com um retardo natural em relação a análise de estruturas de barras, a partir dos trabalhos pioneiros de Argyres³ e de Clough, Turner, Martin e Topp¹. Eles generalizaram para o meio contínuo as idéias básicas da análise das estruturas de barras. Com estes trabalhos surgiu o Método dos Elementos Finitos (MEF), que cada vez mais tem os seus horizontes de aplicação ampliados pelos pesquisadores.

Este trabalho visa o desenvolvimento de um programa de computador capaz de realizar a análise estática linear em estruturas formadas por painéis sujeitos à esforços de flexão e de membrana. Este tipo de estrutura ocorre, com frequência, nos projetos dos prédios das turbinas de centrais nucleares de potência, que formam um dos objetivos de estudos da DIMEC - Divisão de Mecânica Estrutural do Instituto de Engenharia Nuclear - IEN/CNEN, da qual este trabalho é uma das atividades.

Inicialmente apresenta-se, de forma sucinta, o Método dos Elementos Finitos fazendo-se alguns comentários quanto às condições que devem ser satisfeitas para se garantir a convergência dos resultados com o refinamento da malha utilizada.

No capítulo seguinte apresenta-se a obtenção do elemento finito plano isoparamétrico "folded-plate" de 8 pontos nodais, a partir do elemento de estado plano de tensões e do elemento de flexão de placas com consideração do efeito da deformação por cortante. Estes dois elementos foram desenvolvidos por Hinton e Owen na referência (10).

No capítulo III define-se e apresenta-se o desenvolvimento dos superelementos, para os quais gera-se uma malha de $m \times n$ elementos "folded-plate" a partir da sua incidência e das coordenadas dos nós do seu contorno. Os graus de liberdade, associados aos nós internos, são condensados estaticamente à medida que o superelemento está sendo montado.

O capítulo seguinte é dedicado a descrição do programa desenvolvido a partir do que foi exposto nos capítulos anteriores. Mostra-se, também, os princípios básicos que nortearam a elaboração das subrotinas que fazem a leitura dos dados e das que efetuam a montagem do sistema de equações por altura efetiva de colunas, com particionamento em blocos, da matriz de rigidez e vetores de cargas nodais (caso necessário). Para a resolução do sistema de equações assim armazenado utilizou-se

a subrotina desenvolvida por Mondkar e Powel e apresentada em (20). No final do capítulo apresenta-se o manual de utilização do programa.

No último capítulo são apresentados, e comentados, os resultados de 4 aplicações do programa desenvolvido neste trabalho, bem como são feitas algumas sugestões com o propósito de ampliá-lo. Finalmente no apêndice A apresenta-se a forma utilizada para armazenar os dados do problema e, como exemplo de utilização do manual do programa, são apresentadas, no apêndice B, as listagens dos cartões de dados das aplicações mencionadas. No apêndice C está a listagem das subrotinas que montam o sistema de equações.

CAPÍTULO IO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS - PRINCÍPIOSI.1 - INTRODUÇÃO

De forma sucinta pode-se dizer que a aplicação do MEF consiste na subdivisão do meio contínuo em um número finito de regiões, os elementos finitos, conectados entre si por pontos do seu contorno, os pontos nodais ou simplesmente nós. Aproxima-se o comportamento do meio contínuo, nestas regiões ou elementos, a partir dos valores (as incógnitas do problema) obtidos nos pontos nodais, através de funções de interpolação apropriadas. Estas funções devem cumprir certas condições, definidas em (2, 5, 6, 10, 33), de forma a se garantir a convergência dos resultados à medida que se diminua o tamanho dos elementos.

Utilizando-se princípios variacionais, podem ser desenvolvidas, para o MEF, quatro formulações ou modelos distintos²:

a) Modelo Compatível ou de Deslocamentos - Definem-se campos de deslocamentos sobre cada elemento, de forma que os deslocamentos na fronteira entre dois elementos sejam idênticos, i.e.: haja compatibilidade dos deslocamentos nesta fronteira.

Este modelo é obtido a partir do Princípio da Energia Potencial Mínima.

b) Modelo de Equilíbrio ou Método das Forças - Campos de tensões em equilíbrio são estabelecidos sobre cada elemento.

Este modelo é formulado a partir do Princípio da Energia Complementar Mínima.

c) Modelo Híbrido - Duas variantes deste modelo podem ser formuladas, sendo consideradas, em cada elemento, duas regiões distintas que são o seu contorno e o interior. Na primeira variante são definidos campos de tensões, em equilíbrio, no interior do elemento e no seu contorno definem-se campos de deslocamentos de forma a compatibilizar os deslocamentos na fronteira de dois elementos. Esta formulação é feita a partir de um Princípio de Energia Complementar Mínima modificado.

A segunda variante é obtida a partir do Princípio da Energia Potencial Mínima modificado definindo-se campos de deslocamentos no interior do elemento e tensões equilibrantes no seu contorno.

d) Modelo Misto - Consideram-se campos de deslocamentos e campos de tensões em equilíbrio sobre os elementos.

Este modelo é desenvolvido a partir de princípios variacionais generalizados tais como o de Reissner.

Na sua grande maioria os programas desenvolvidos para análise estrutural, inclusive o apresentado neste traba-

lho, baseiam-se no modelo de deslocamentos devido principalmente à facilidade de formulação e por ser considerado, atualmente, o modelo mais efetivo para aplicações práticas de engenharia.

No desenvolvimento que se segue comenta-se sucin-
tamente a obtenção das equações de equilíbrio, hipóteses e convergência do MEF com o intuito de se estabelecer a notação utilizada nos capítulos seguintes e dar um seguimento didático ao presente texto.

I.2 - PRINCÍPIOS DO M.E.F.

A energia potencial total π , de um sistema estrutural é definida por:

$$\begin{aligned} \pi = & \frac{1}{2} \int_V \underline{\underline{\sigma}}^T \underline{\underline{\varepsilon}} dV + 2 \int_V \underline{\underline{\sigma}}_O^T \underline{\underline{\varepsilon}} dV - \int_V \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{p}} dV - \int_S \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{q}} ds - \\ & - \int_\ell \underline{\underline{U}}^T \underline{\underline{t}} d\ell \end{aligned} \quad (I.1)$$

onde $\underline{\underline{U}}$ é o vetor de deslocamentos, $\underline{\underline{q}}$ vetor de tensões, $\underline{\underline{\varepsilon}}$ é o vetor de deformações, $\underline{\underline{p}}$ forças de massa (por unidade de volume), $\underline{\underline{q}}$ forças distribuídas por área, V é o volume da estrutura, s a superfície onde atuam as cargas $\underline{\underline{q}}$, $\underline{\underline{t}}$ forças distribuídas por unidade de comprimento que atuam em ℓ .

Na expressão (I.1) os termos positivos representam a energia interna de deformação da estrutura, enquanto que os outros termos representam a energia potencial das cargas atuantes.

Se as funções de interpolação, mencionadas no item anterior, atenderem às chamadas condições de compatibilidade e de completude, definidas nas referências 2,5,6,10,33 a expressão (I.1) pode ser escrita como

$$\pi = \sum_{i=1}^{NE} \pi_i^e \quad (I.2)$$

onde π_i^e é a energia potencial total do elemento i e NE representa o número total de elementos em que foi subdividida a estrutura. A expressão (I.1) é válida a nível de elemento desde que as integrações se façam no domínio do mesmo.

O campo de deslocamento \underline{U} do elemento, de acordo com o que foi dito no item anterior, pode ser expresso por

$$\underline{U} = \underline{N} \underline{U}_e \quad (I.3)$$

onde \underline{N} é a matriz com as funções de interpolação.

As deformações $\underline{\epsilon}$ podem ser obtidas dos deslocamentos através da expressão

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \underline{U}_e \quad (\text{I.4})$$

onde a matriz \underline{B} , que relaciona deslocamentos com deformações, é constituída, em geral, por derivadas das funções de interpolação.

As tensões $\underline{\sigma}$ são obtidas, a partir das deformações, pela expressão

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{\varepsilon} + \underline{\sigma}_0 \quad (\text{I.5})$$

sendo \underline{D} a matriz de elasticidade (simétrica) e $\underline{\sigma}_0$ é o vetor das tensões iniciais.

Aplicando (I.3), (I.4) e (I.5) em (I.1), a nível de elemento, tem-se

$$\begin{aligned} \pi_e = & \frac{1}{2} \int_{V_e} \underline{U}_e^T \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \underline{U}_e \, dV + 2 \int_{V_e} \underline{U}_e^T \underline{B}^T \underline{\sigma}_0 \, dV - \\ & - \int_{V_e} \underline{U}_e^T \underline{N}^T \underline{p} \, dV - \int_{S_e} \underline{U}_e^T \underline{N}^T \underline{q} \, ds - \int_{\ell_e} \underline{U}_e^T \underline{N}^T \underline{t} \, dV \end{aligned} \quad (\text{I.6})$$

Do Princípio da Energia Potencial Total Mínima sabe-se que o estado de deformação real da estrutura, atendendo às condições de equilíbrio, é aquele para o qual a energia potencial total é mínima. E, sendo verdadeira a expressão (I.2), a minimização de (I.1) é equivalente à minimização de (I.6).

É possível mostrar que a segunda variação $\delta^2 \pi_e$ da energia potencial total é positiva, daí

$$\delta \pi_e = 0 \quad (\text{I.7})$$

é uma condição de mínimo^{5,13}.

Fazendo-se, portanto, a primeira variação de (I.6) e considerando (I.7) tem-se

$$\begin{aligned} & \int_{V_e} \delta \underline{U}_e^T \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \underline{U}_e \, dV + \int_{V_e} \delta \underline{U}_e^T \underline{B}^T \underline{\sigma}_o \, dV - \int_{V_e} \delta \underline{U}_e^T \underline{N}^T \underline{p} \, dV - \\ & - \int_{S_e} \delta \underline{U}_e^T \underline{N}^T \underline{q} \, ds - \int_{\ell_e} \delta \underline{U}_e^T \underline{N}^T \underline{t} \, d\ell = 0 \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

Como as variações devem ser arbitrárias, atendendo às condições de contorno geométricas, a expressão anterior fica

$$\underline{K}_e \underline{U}_e = \underline{F}_e \quad (\text{I.9})$$

onde

$$\underline{K}_e = \int_{V_e} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \, dV \quad (\text{I.10})$$

$$\underline{F}_e = \underline{F}_e^p + \underline{F}_e^q + \underline{F}_e^t - \underline{F}_e^{\sigma_o} \quad (\text{I.11})$$

$$\tilde{F}_e^p = \int_{v_e} \tilde{N}^T p \, dv \quad (\text{I.12})$$

$$\tilde{F}_e^q = \int_{s_e} \tilde{N}^T q \, ds \quad (\text{I.13})$$

$$\tilde{F}_e^t = \int_{\ell_e} \tilde{N}^T t \, d\ell \quad (\text{I.14})$$

$$\tilde{F}_e^{\sigma_0} = \int_{v_e} \tilde{B}^T \sigma_0 \, dv \quad (\text{I.15})$$

A expressão (I.9) representa as equações de equilíbrio do elemento. \underline{K}_e é a sua matriz de rigidez e \underline{F}_e o vetor de cargas nodais equivalentes obtido da contribuição dos vetores devidos às forças de massa (\tilde{F}_e^p), forças distribuídas na superfície do elemento (\tilde{F}_e^q) e no seu contorno (\tilde{F}_e^t) e devido às tensões iniciais ($\tilde{F}_e^{\sigma_0}$).

A solução do problema é obtida montando-se um sistema de equações globais, a partir das contribuições dos elementos isolados, da forma

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{F} \quad (\text{I.16})$$

Na expressão anterior, \underline{K} é a matriz de rigidez da estrutura, obtida a partir das contribuições das matrizes dos elementos, \underline{U} é o vetor dos deslocamentos nodais da estrutura. O vetor de cargas nodais globais \underline{F} é obtido pelas contribuições

dos vetores \underline{F}_e .

Faz-se necessário introduzir em (I.16) condições de contorno, em termos de deslocamentos prescritos, de forma a impedir movimentos de corpo rígido da estrutura.

Assim, resolvendo o sistema de equações (lineares), definido por (I.16), após a introdução das referidas condições de contorno, tem-se \underline{U} do qual se obtém \underline{U}_e . Substituindo-se (I.4) em (I.5) obtém-se

$$\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{B} \underline{U}_e + \underline{\sigma}_0 \quad (\text{I.17})$$

que fornece as tensões a nível de elemento.

CAPÍTULO II

O ELEMENTO FINITO UTILIZADO NO PROGRAMA

II.1 - INTRODUÇÃO

No M.E.F. a estrutura a ser analisada é subdividida em elementos conectados entre si por pontos nodais no seu contorno. Os deslocamentos, no interior do elemento, são obtidos por interpolação dos valores encontrados nos pontos nodais.

Uma vez que a estrutura é analisada como um todo, o modelo idealizado tem um comportamento mais próximo daquele da estrutural real⁴.

O estabelecimento do modelo estrutural, e sua conseqüente discretização, é a etapa mais importante na utilização de um programa de análise estrutural, uma vez que não se tem um procedimento geral, embora hajam diretrizes⁵ obtidas da experiência. A definição do campo de deslocamentos no interior do elemento, equação (I.3), é a etapa crítica do MEF², pois é através dela que chega-se à matriz de rigidez do elemento e pode-se garantir que as soluções irão convergir para o valor exato à medida que a malha seja refinada.

A programação desenvolvida neste trabalho está voltada para a análise de estruturas formadas predominantemente por painéis. Estes são segmentos, ou partes da estrutura, contí

nuos e sujeitos à esforços de flexão e de membrana. Podem ser discretizados por elementos finitos "folded-plate" planos, de 8 nós, e/ou superelementos. Para estes últimos gera-se, automaticamente, uma malha de $m \times n$ elementos "folded-plate", sendo m e n o número de elementos em cada uma das direções x e y , respectivamente, do superelemento.

Este tipo de estrutura ocorre, com freqüência, nos projetos dos prédios das turbinas de centrais nucleares de potência, como na usina Angra I cujo prédio está descrito na referência (12).

Os elementos e os superelementos são planos e supostos contidos na superfície média do painel a que pertencem.

Neste capítulo estuda-se o elemento "folded-plate" isoparamétrico de 8 pontos nodais. Os superelementos serão estudados no capítulo III.

II.2 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA GLOBAL E LOCAL DO ELEMENTO "FOLDED-PLATE"

São utilizados 2 sistemas de referência, cartesianos, ortogonais e diretos. Um global, $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$ associado à toda a estrutura e outro local, $x y z$, relativo a cada elemento. Estes sistemas, bem como o elemento utilizado no programa, estão mostrados na Figura 2.1.

O sistema local deve, ainda, atender às seguintes condições:

- sua origem 0 coincide com o nó 1 do elemento;
- o eixo 0x está orientado do nó 1 para o nó 3;
- o eixo 0z é ortogonal ao plano do elemento e de mesmo sentido que o vetor correspondente à rotação 1, 2, 3, ..., 8.

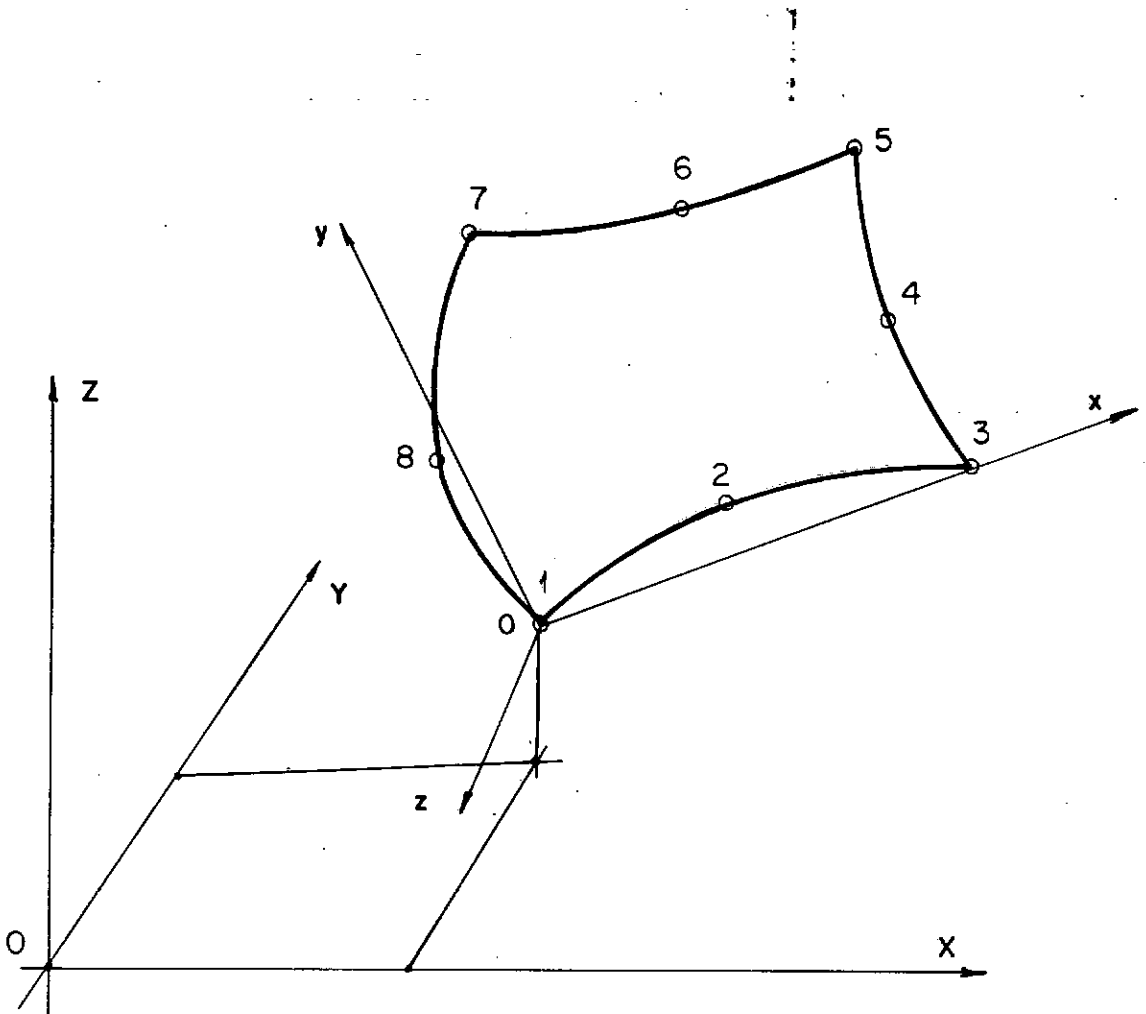


Figura 2-1) ELEMENTO UTILIZADO E SISTEMAS GLOBAL (XYZ) E LOCAL
(x y z)

Sejam

$$\bar{\underline{x}}_i = \{\bar{x}_i \ \bar{y}_i \ \bar{z}_i\}^T \quad , \quad i = 1, 2, 3, \dots, 8 \quad (\text{II.1})$$

os vetores com as coordenadas dos nós do elemento, expressas no sistema global.

Qualquer ponto i do sistema local pode ter suas coordenadas \underline{x}_i expressas no sistema global através de uma rotação e uma translação dos sistemas de coordenadas, dadas por

$$\bar{\underline{x}}_i = \underline{L} \underline{x}_i + \bar{\underline{x}}_1 \quad (\text{II.2})$$

onde

\underline{x}_i - é o vetor com as coordenadas no ponto i expressas no sistema local,

$\bar{\underline{x}}_1$ - é o vetor com as coordenadas do nó 1 do elemento (no sistema global),

\underline{L} - matriz de transformação que efetua a rotação do sistema local para o global. É formada pelos cossenos diretores dos eixos locais em relação aos globais.

Sendo \underline{l}_x , \underline{l}_y e \underline{l}_z os vetores dos cossenos diretores dos eixos x , y e z respectivamente, a matriz \underline{L} pode ser escrita como

$$\underline{L} = \begin{vmatrix} \underline{\ell}_x & \underline{\ell}_y & \underline{\ell}_z \end{vmatrix} \quad (\text{II.3})$$

Considerando a notação unit \underline{y} como representando o unitário de um vetor \underline{y} genérico, o vetor $\underline{\ell}_x$ fica

$$\underline{\ell}_x = \text{unit}(\bar{X}_3 - \bar{X}_1) \quad (\text{II.4})$$

e o vetor $\underline{\ell}_z$ fica sendo

$$\underline{\ell}_z = \text{unit}(\underline{\ell}_x \otimes (\bar{X}_7 - \bar{X}_1)) \quad (\text{II.5})$$

onde o símbolo \otimes representa produto vetorial.

O vetor $\underline{\ell}_y$ é dado por

$$\underline{\ell}_y = \underline{\ell}_z \otimes \underline{\ell}_x \quad (\text{II.6})$$

e já se encontra normalizado.

Uma vez que a matriz \underline{L} é ortogonal, ela admite sempre uma inversa expressa por

$$\underline{L}^{-1} = \underline{L}^T \quad (\text{II.7})$$

com o que pode-se escrever (II.2) da forma

$$\{\underline{x}_i\} = \underline{L}^T (\bar{X}_i - \bar{X}_1) \quad (\text{II.8})$$

Com a equação(II.8) obtem-se as coordenadas locais a partir das coordenadas globais.

Se uma matriz \underline{T} de ordem (6N x 6N) foi gerada no sistema x y z e se deseja avalia-la no sistema $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$, basta aplicar a expressão⁴

$$\underline{T}_{\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}} = \underline{R} \underline{T}_{xyz} \underline{R}^T \quad (\text{II.9})$$

onde

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} \underline{L}_1 & & & & & \\ & \underline{L}_2 & & & & \\ & & \underline{L}_3 & & & \\ & & & \dots & & \\ & & & & \underline{L}_N & \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

e cada \underline{L}_i é expressa por

$$\underline{L}_i = \begin{bmatrix} \underline{L} & 0 \\ 0 & \underline{L} \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

sendo \underline{L} dada pela expressão (II.3).

Um vetor \underline{V} , de ordem $6N$, do sistema $x y z$ é expresso no sistema $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$ por

$$\underline{V}_{\bar{X}\bar{Y}\bar{Z}} = \underline{R} \underline{V}_{xyz} \quad (\text{II.12})$$

II.3 - FORMAÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO "FOLDED-PLATE"

Em regime linear de pequenos deslocamentos é razoável supor um desacoplamento dos estados de flexão e de membrana. Com tal suposição obtém-se a matriz de rigidez do elemento "folded-plate" a partir de uma associação de 2 elementos: um para flexão de placas com 3 graus de liberdade e outro para o estado de membrana com 2 graus de liberdade por nó.

Assim o elemento formado possuiria 5 graus de liberdade por nó, Figura 2.2, enquanto que a estrutura possui 6.

O sexto grau de liberdade por nó, a rotação θ_z em torno da normal ao plano do elemento, é introduzido de forma semelhante àquela sugerida por Zienkiewicz⁶ e também utilizada nas referências (4) e (7). Esta técnica será mostrada no final deste ítem.

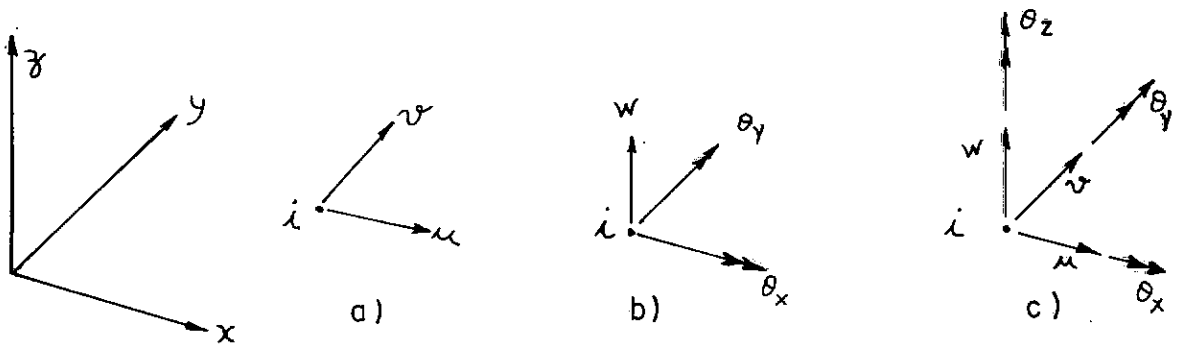


Figura 2 - 2) GRAUS DE LIBERDADE POR PONTO NODAL DO ELEMENTO.

a) de estado plano de tensões

b) de flexão

c) folded-plate

Os elementos isoparamétricos são aqueles cuja geometria é definida usando-se as mesmas funções de interpolação utilizadas para interpolar os deslocamentos no seu interior. De talhes a respeito destes elementos podem ser encontrados nas referências (5) e (8). No presente trabalho utiliza-se o elemento isoparamétrico "folded-plate" quadrático de 8 nós, com 48 graus de liberdade. O esquema de montagem da sua matriz de rigidez e vetores de cargas nodais equivalentes é semelhante ao apresentado nas referências (4) e (7).

II.3.1 - Matriz de Rigidez do Elemento de Estado Plano de Tensões

Como primeira etapa para a obtenção da matriz de rigidez do elemento, dada pela equação (I.10), torna-se necessá

rio definir as funções de interpolação associadas a cada nó do elemento, que são

$$N_1(\xi, \eta) = -\frac{1}{4} (1-\xi)(1-\eta)(1 + \xi + \eta)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 - \xi^2)(1 - \eta)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta)(\xi - \eta - 1)$$

$$N_4(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 + \xi)(1 - \eta^2)$$

$$N_5(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta)(\xi + \eta - 1)$$

$$N_6(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 - \xi^2)(1 + \eta)$$

$$N_7(\xi, \eta) = \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta)(-\xi + \eta - 1)$$

$$N_8(\xi, \eta) = \frac{1}{2} (1 - \xi)(1 - \eta^2) \quad (\text{II.13})$$

Cada função N_i tem valor unitário no nó i ao qual está associada e zero nos demais e a soma de todas as funções, avaliadas em qualquer ponto, deve ser igual a 1. Devem, ainda, ser capazes de atender às condições de completude definidas nas referências (2, 5, 6, 10, 33).

As coordenadas x e y do elemento são interpoladas pelas funções N_i da forma

$$\begin{Bmatrix} x(\xi, \eta) \\ y(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}_i \quad (\text{II.14})$$

onde o vetor $\{x \ y\}_i^T$ contém as coordenadas do nó i .

O campo de deslocamentos \underline{U} , fica definido por

$$\underline{U} = \begin{Bmatrix} u(\xi, \eta) \\ v(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \underline{U}_i \quad (\text{II.15})$$

onde $\underline{U}_i^T = \{u_i \ v_i\}^T$ é o vetor com os deslocamentos do nó i do elemento.

As deformações no elemento, considerando que a vírgula anterior a um índice simboliza derivação em relação a este índice, são expressas por:

$$\underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_{,x} \\ v_{,y} \\ u_{,y} + v_{,x} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.16})$$

Considerando (II.15), a expressão anterior fica sendo

$$\tilde{\varepsilon} = \sum_{i=1}^8 B_i \tilde{U}_i \quad (\text{II.17})$$

onde

$$B_i = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix} \quad (\text{II.18})$$

é uma submatriz da matriz B , ver eq. (I.4), de dimensões 3×6 , associada ao nó i do elemento.

As funções de interpolação N são definidas no plano normalizado ξ, η , enquanto que na equação acima surgem suas derivadas em relação a x e a y . Para a obtenção destas últimas basta utilizar a expressão⁵

$$\begin{Bmatrix} N_{i,x} \\ N_{i,y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\det J} \begin{bmatrix} y,\eta & -y,\xi \\ -x,\eta & x,\xi \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

onde

$$\det J = x_{,\xi} \cdot y_{,\eta} - y_{,\xi} \cdot x_{,\eta} \quad (\text{II.20})$$

é o determinante do Jacobiano da transformação de coordenadas entre os sistemas $\xi \eta$ e $x y$.

Obtidas as deformações pode-se calcular as tensões através da expressão (I.5) onde a matriz \tilde{D} , para estado plano de tensões, considerando o material homogêneo e isotrópico é

$$\tilde{D} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

sendo ν o coeficiente de Poisson do material de que é constituído o elemento e E é o seu módulo de elasticidade.

Com isto as tensões são obtidas por

$$\underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \tilde{D} \underline{B}_i \underline{U}_i \quad (\text{II.22})$$

Considerando as expressões (II.17) e (II.22), e como

$$dx dy = \det J d\xi d\eta \quad (\text{II.23})$$

a expressão da matriz de rigidez do elemento de estado plano de tensões $\underline{K}_e^{\text{EPT}}$, supondo-o de espessura t constante, tem a forma

$$\underline{K}_e^{\text{EPT}} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} t \det J d\xi d\eta \quad (\text{II.24})$$

Para efetuar as integrais indicadas acima é usado um esquema de integração de Gauss 2x2 em cada elemento. Esta malha é suficiente para elementos pouco distorcidos. Se os elementos forem muito distorcidos será necessário¹⁵ usar integração 3x3.

II.3.2 - Matriz de Rigidez do Elemento de Flexão de Placas Considerando o Efeito da Deformação por Cortante

A maioria dos elementos desenvolvidos para a análise de flexão de placas não considera o efeito da deformação devida ao cortante, por supor a placa fina. Tal suposição é considerada através da hipótese de que uma seção plana normal à superfície média da placa indeformada, permanece plana e normal à superfície média desta placa após sua deformação.

Pode-se considerar o efeito da deformação por cortante, para pequenos deslocamentos, trabalhando-se com a teoria de Mindlin²⁹, segundo a qual uma seção plana normal à superfície média indeformada permanece plana, porém não mais normal a superfície média. Na Figura 2.3 ilustra-se esta hipótese.

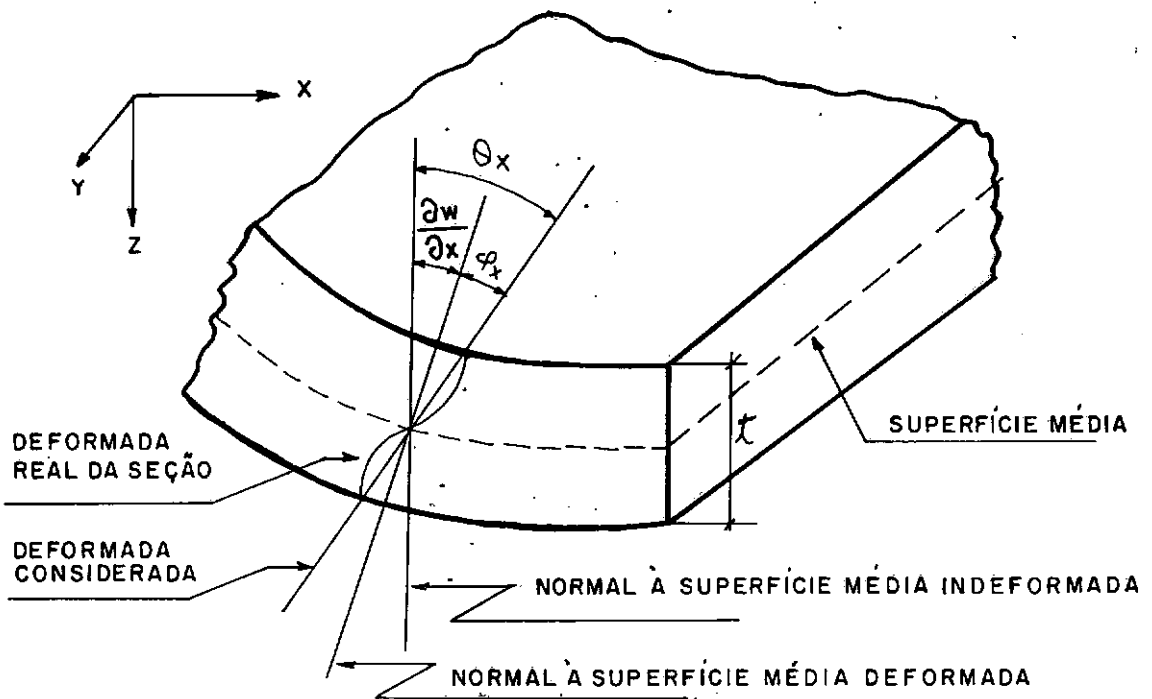


Figura 2-3) DEFORMADA DE UM TRECHO DA PLACA SUJEITA À FLEXÃO.

A distribuição de tensões cisalhantes, ao longo da espessura da placa, não é uniforme, tendo valor máximo na superfície média e valores nulos junto às faces superior e inferior. Deste último fato resulta que a seção deformada real (Figura 2.3) é normal às superfícies superior e inferior da placa.

Uma das formas de se desenvolver um elemento finito considerando o efeito do cortante é fazer a degeneração de um elemento tridimensional. Por exemplo, partindo-se do elemento tridimensional indicado na Figura 2.4, chega-se, por hipóteses simplificadoras^{8,9}, a um elemento bidimensional de 8 pontos nodais, com campo de deslocamentos quadrático, que comporta a análise de placas espessas.

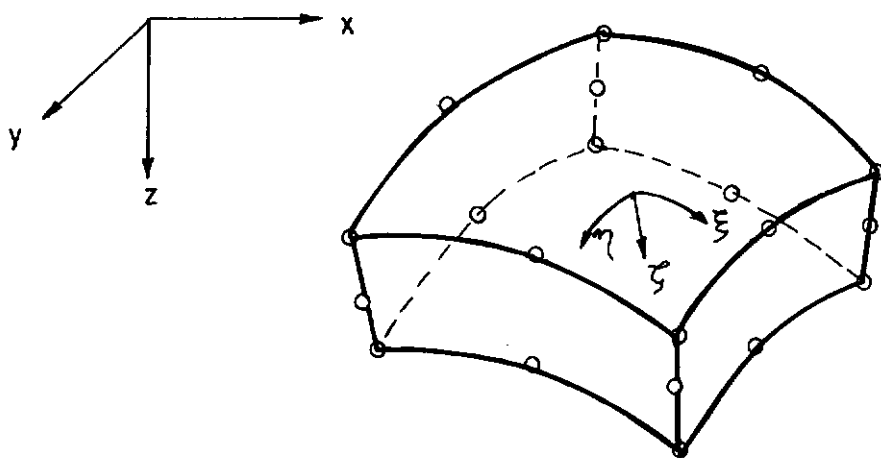


Figura 2-4) ELEMENTO TRIDIMENSIONAL PARA CASCAS ESPESSAS

Utilizando-se um esquema de integração adequado, malha 2x2, o referido elemento degenerado comporta também a análise de placas moderadamente espessas e placas finas apresentando bons resultados^{8,9}. A formulação deste elemento foi objeto de estudos na COPPE³², inclusive com aplicações em problemas que apresentem não-linearidade física ou geométrica^{30,31}.

Um desenvolvimento alternativo para um elemento de flexão de placas considerando o cortante, e que dispensa a referida degeneração, foi obtido por Hinton e Owen¹⁰ utilizando a teoria de Mindlin, fazendo-se (ver Figura 2.3)

$$\theta_x = W_{,x} + \phi_x \text{ e } \theta_y = W_{,y} + \phi_y \quad (\text{II.25})$$

Desta forma as rotações θ_x e θ_y tem parcelas independentes de W (deslocamento transversal da superfície média da placa).

No presente trabalho é utilizada esta última formulação para o elemento de flexão de placas com o qual será formado o elemento "folded-plate".

As funções de interpolação utilizadas neste elemento são aquelas definidas nas equações (II.13) e as coordenadas são obtidas pela equação (II.14).

Os esforços atuantes no elemento, com seus sentidos positivos, estão mostrados na Figura 2.5.

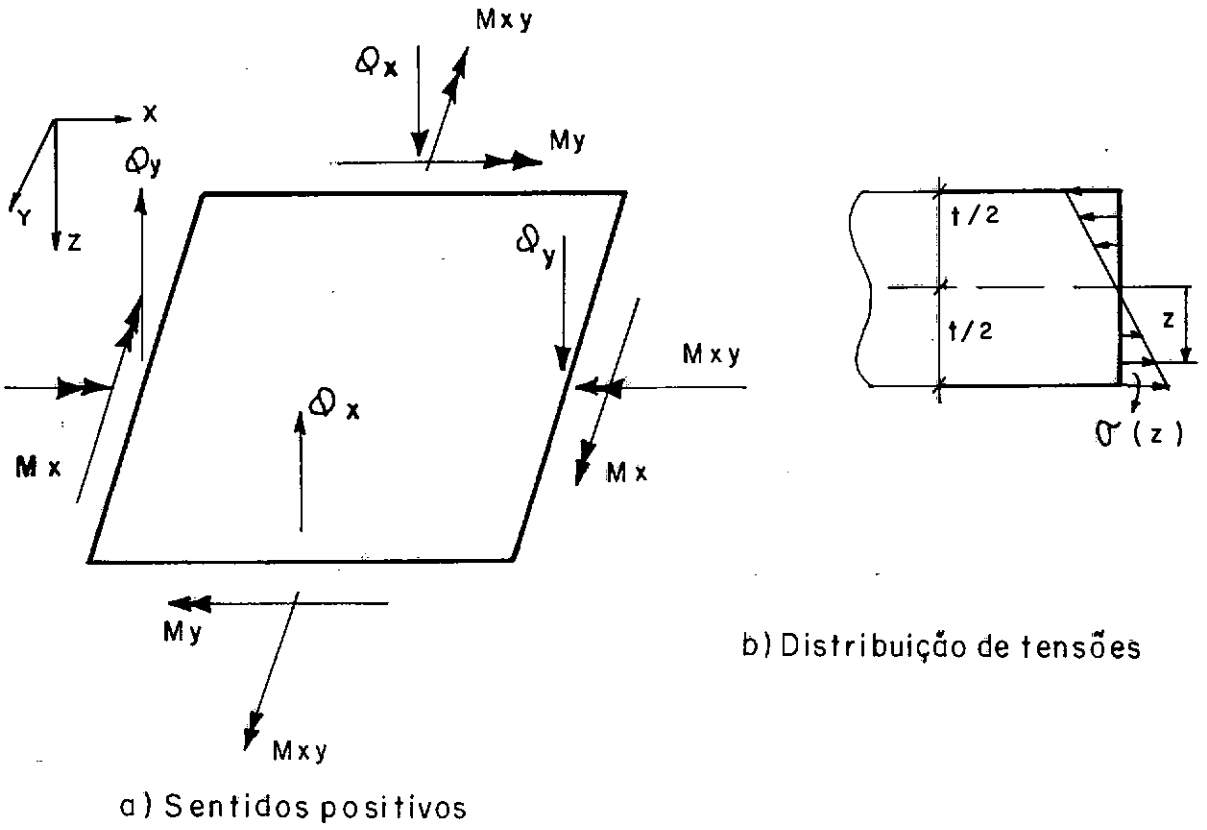


Figura 2-5) ESFORÇOS NO ELEMENTO DE PLACA

na qual tem-se

$$\tilde{N} = \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{+t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} \cdot z \, dz \quad (\text{II.26})$$

e

$$\underline{Q} = \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +t/2 \\ -t/2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} dz, \quad (\text{II.27})$$

onde t é a espessura do elemento, suposta constante.

O campo de deslocamentos é definido por

$$\underline{U} = \begin{Bmatrix} W(\xi, \eta) \\ \theta_x(\xi, \eta) \\ \theta_y(\xi, \eta) \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 N_i(\xi, \eta) \underline{U}_i \quad (\text{II.28})$$

onde $\underline{U}_i^T = \{W_i \quad \theta_{x_i} \quad \theta_{y_i}\}^T$ é o vetor de deslocamentos do nó i deste elemento.

As equações (II.25) podem assumir a forma

$$-\phi_x = -\theta_x + W_{,x} \quad \text{e} \quad -\phi_y = -\theta_y + W_{,y} \quad (\text{II.29})$$

Com as equações acima o vetor de deformações $\underline{\varepsilon}$ pode ser escrito como

$$\underline{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \underline{\chi} \\ \underline{\phi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \\ -\phi_x \\ -\phi_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\theta_{x,x} \\ -\theta_{y,y} \\ -(\theta_{x,y} + \theta_{y,x}) \\ -\theta_x + w_{,x} \\ -\theta_y + w_{,y} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

onde $\underline{\chi}$ e $\underline{\phi}$ são os vetores das deformações por flexão e por cor tante respectivamente.

Utilizando-se (II.29), a equação (II.30) é expres sa por

$$\underline{\varepsilon} = \sum_{i=1}^8 \underline{B}_i \cdot \underline{U}_i \quad (\text{II.31})$$

onde

$$\underline{B}_i = \begin{bmatrix} 0 & -N_{i,x} & 0 \\ 0 & 0 & -N_{i,y} \\ 0 & -N_{i,y} & -N_{i,x} \\ N_{i,x} & -N_i & 0 \\ N_{i,y} & 0 & -N_i \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

é a submatriz, associada ao nó i do elemento, da matriz B de ordem 5×24 .

As derivadas $N_{i,x}$ e $N_{i,y}$ são obtidas da forma já mostrada nas equações (II.19) e (II.20).

Considerando como tensões (generalizadas) os esforços \underline{M} e \underline{Q} , tem-se a relação tensão-deformação, equação (I.5), da forma

$$\underline{\sigma} = \begin{Bmatrix} \underline{M} \\ \underline{Q} \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^8 \begin{bmatrix} \underline{D}_f & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{D}_s \end{bmatrix} \underline{\varepsilon} \quad (\text{II.33})$$

A matriz que pré-multiplica $\underline{\varepsilon}$, na expressão acima, é a matriz \underline{D} , de constantes elásticas, para este elemento. As submatrizes \underline{D}_f e \underline{D}_s , matrizes de elasticidade para flexão e cortante respectivamente, têm as seguintes expressões, considerando o material homogêneo e isotrópico:

$$\underline{D}_f = \frac{E t^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

$$\underline{D}_s = \frac{E t}{2(1+\nu) f} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{com } f = \frac{6}{5} \quad (\text{II.35})$$

onde f é um fator que leva em conta a distorção da seção (fator de forma).

Com as matrizes \underline{B} e \underline{D} definidas, e considerando a equação (II.20), pode-se obter a matriz de rigidez deste elemento de flexão de placas $\underline{K}_e^{\text{PB}}$, a partir da expressão geral (I.10)

$$\underline{K}_e^{\text{PB}} = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \underline{B}^T \underline{D} \underline{B} \det \underline{J} d\xi d\eta \quad (\text{II.36})$$

Na expressão (I.10) a integração é efetuada no volume do elemento, enquanto que na expressão (II.36) ela é feita sobre a superfície, uma vez que através das equações (II.26) e (II.27) ela já foi efetuada na espessura do elemento.

De forma idêntica ao que foi dito em relação à equação (II.24), aqui também é usado um esquema de integração gaussiana 2x2.

O elemento finito apresentado para flexão de placas, cujo campo de deslocamentos é definido pela expressão (II.28), atende à condição de compatibilidade, bem como às condições de completude.

II.3.3 - Introdução do 6º Grau de Liberdade por Nó - Rotação θ_z

Na montagem da matriz de rigidez do elemento "folded-plate", K_e^{FP} (48x48), surgirão linhas e colunas nulas, correspondentes à rotação θ_z em cada nó do elemento. Tal fato trará problemas para a solução do sistema de equações se os elementos que convergem em um nó forem coplanares. Neste caso a rigidez à rotação normal à superfície da estrutura será nula, naquele nó, trazendo uma singularidade na matriz global da estrutura.

Das diversas maneiras de se contornar esta singularidade⁴, optou-se por introduzir na matriz do elemento uma rigidez arbitrária dada pela matriz M_z (8x8), onde seus elementos $m_z(i, j)$ são definidos da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 m_z(i, j) &= \alpha E t A && \text{para } i = j \\
 m_z(i, j) &= - \frac{\alpha E t A}{7} && \text{para } i \neq j
 \end{aligned}
 \tag{II.37}$$

onde $i, j = 1, 2, 3, \dots, 8$, A é a área do elemento e α um coeficiente arbitrário. Esta área é obtida pela expressão

$$A = \frac{|(x_3 - x_1) + (x_5 - x_7)| |(y_7 - y_1) + (y_5 - y_3)|}{4}
 \tag{II.38}$$

onde (x_i, y_i) são as coordenadas do nó i do elemento no seu sistema local. Esta última expressão é exata se o elemento tiver

lados retos e é aproximada em caso contrário.

Testes efetuados^{4,6,7}, inclusive com a programação desenvolvida neste trabalho, mostraram que um bom valor para α é dado por $1,0 \times 10^{-5}$.

Da forma como \underline{M}_z está definida na eq. (II.37), os momentos associados às rotações θ_z estão em equilíbrio. Por fim deve-se ressaltar que estas rotações não entram no cálculo das tensões e por facilidade de programação a matriz \underline{M}_z é introduzida em todos os elementos.

A transformação de \underline{K}_e^{FP} do sistema local para o global é realizada pela equação (II.9), assimilando-se \underline{K}_e^{FP} com \underline{T}_{xyz} , e fazendo-se $N = 8$.

II.4 - FORÇAS NODAIS EQUIVALENTES

Pelas razões mencionadas na introdução do item anterior, o vetor de cargas nodais equivalentes do elemento "folded-plate", VCNEFP, é obtido a partir dos vetores de cargas nodais equivalentes dos elementos de estado plano de tensões e de flexão de placas.

As seguintes solicitações são consideradas:

- cargas concentradas nos nós

- forças de massa
- efeitos de temperatura
- cargas distribuídas na superfície do elemento ou em seu contorno (contidas em seu plano)

Para cada uma das solicitações acima, exceto cargas concentradas, obtém-se os vetores de cargas nodais equivalentes dos elementos de estado plano e de flexão, para então se montar o vetor de cargas nodais equivalentes do elemento "folded-plate".

As cargas concentradas são acumuladas diretamente no vetor \underline{VCNEFP} do elemento de menor numeração que tenha no seu contorno o nó carregado. Este acúmulo é feito após a obtenção do referido vetor no sistema global $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$, através da expressão (II.12), fazendo-se $N = 1$.

A seguir descreve-se a obtenção dos vetores de cargas nodais equivalentes dos elementos, de estado plano de tensões e de flexão, para as solicitações consideradas.

II.4.1 - Forças de Massa (Peso Próprio)

Seja a aceleração da gravidade \underline{G} dada pelas suas componentes G_x , G_y e G_z segundo os eixos \bar{X} , \bar{Y} e \bar{Z} globais, respectivamente. Uma componente será positiva se atuar no mesmo

sentido do eixo a que está associada e será negativa em caso contrário.

O vetor $\underline{g} = \{g_x \ g_y \ g_z\}^T$, das componentes da aceleração da gravidade segundo o sistema local é, então, dado pela expressão (ver equação II.8)

$$\underline{g} = \underline{L}^T \underline{G} \quad (\text{II.39})$$

sendo \underline{L} definido pela eq. (II.2).

Um volume dV está sujeito às forças $\underline{dp} = \{dp_x \ dp_y \ dp_z\}^T$ expressas por

$$d\underline{p} = \rho \underline{g} dV \quad (\text{II.40})$$

onde ρ é a massa específica do material de que é constituído o elemento.

As componentes P_x e P_y atuam no plano do elemento, segundo os graus de liberdade do estado plano de tensão, cujo vetor de cargas nodais equivalentes fica, segundo a equação (I.12), sob a forma

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix}_i = \int_{V_e} N_i \rho \begin{Bmatrix} g_x \\ g_y \end{Bmatrix} dV, \quad i=1,2,3,\dots,8 \quad (\text{II.41})$$

Através da expressão

$$dq_{(\text{equiv})} = dp_z t \quad (\text{II.42})$$

obtem-se uma carga equivalente a dp_z porém distribuída na superfície do elemento. Pode-se portanto, para o peso próprio, obter o vetor de cargas nodais equivalentes do elemento de flexão, que fica expresso por (equação I.13)

$$\begin{Bmatrix} P_z \\ M_x \\ M_y \end{Bmatrix}_i = \int_{s_e} N_i \begin{Bmatrix} q_{\text{equiv}} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} ds, \quad (\text{II.43})$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, 8$$

Assim o vetor de cargas nodais equivalentes, do elemento "folded-plate", devido ao efeito de peso próprio pode ser montado a partir das expressões (II.41) e (II.43).

II.4.2 - Cargas Distribuídas no Contorno do Elemento

Estas cargas são supostas atuando apenas nas direções x e y do elemento, isto é, segundo os graus de liberdade de estado plano. Logo podem ser normais (t_n) e/ou tangenciais (t_t) ao contorno deste elemento, Figura 2.6.a, obedecendo a seguinte convenção.

$t_n > 0$ - se t_n se dirige para o interior do elemento

$t_t > 0$ - se t_t age no sentido da rotação dos pontos nodais
1, 2, 3, ..., 7, 8.

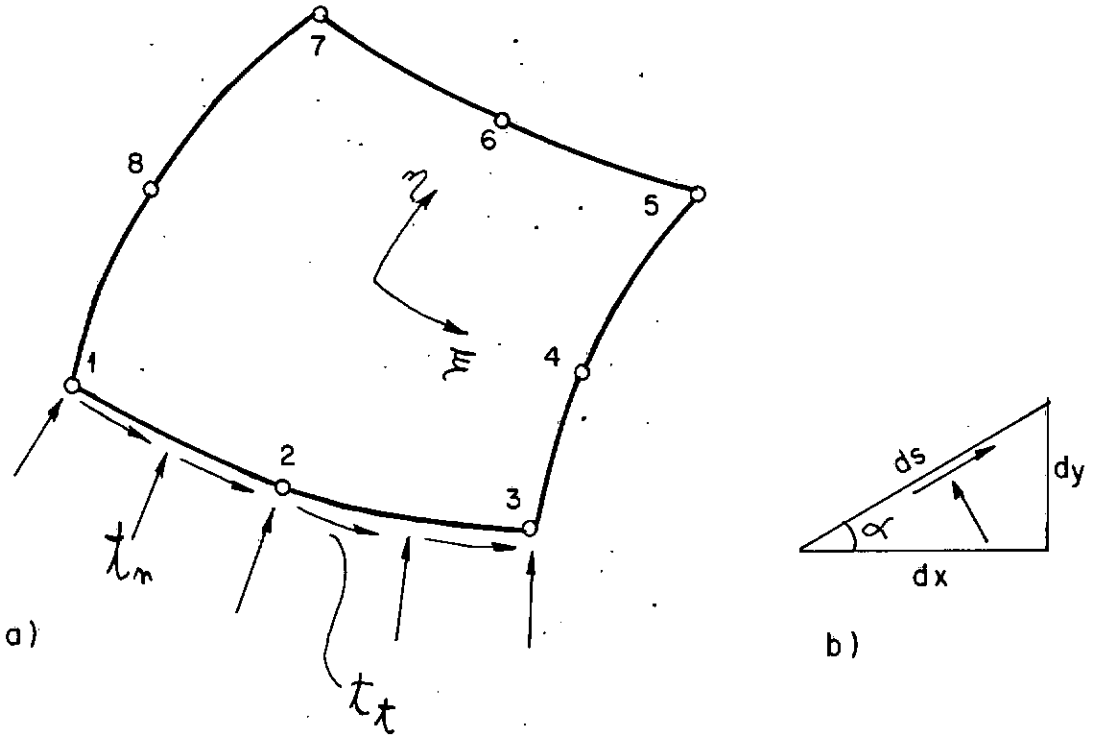


Figura 2-6) CARGAS DISTRIBUÍDAS NO CONTORNO DO ELEMENTO DE ESTADO PLANO

O vetor $\underline{t} = \{t_n \quad t_t\}^T$ das cargas no contorno do elemento pode ser expresso por

$$\vec{t} = \sum_{i=1}^3 \bar{N}_i \begin{Bmatrix} t_n \\ t_t \end{Bmatrix}_i \quad (\text{II.44})$$

onde as funções \bar{N}_i são definidas da forma

$$\begin{aligned} \bar{N}_1 &= \frac{1}{2} \xi (\xi - 1) \\ \bar{N}_2 &= (1 - \xi) (1 + \xi) \\ \bar{N}_3 &= \frac{1}{2} \xi (1 + \xi) \end{aligned} \quad (\text{II.45})$$

Supondo que estas forças estejam agindo num comprimento ds podem ser decompostas nas direções x e y , Figura 2.6.b, através da expressão¹⁰

$$\begin{Bmatrix} dt_x \\ dt_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t_t ds \cos \alpha - t_n ds \sin \alpha \\ t_n ds \cos \alpha + t_t ds \sin \alpha \end{Bmatrix} \quad (\text{II.46})$$

ou

$$\begin{Bmatrix} dt_x \\ dt_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t_t dx - t_n dy \\ t_n dx + t_t dy \end{Bmatrix} \quad (\text{II.47})$$

Escrevendo dx e dy em termos da coordenada normalizada ξ , já que as integrações são feitas no domínio normalizado, tem-se

$$dx = x_{,\xi} d\xi \text{ e } dy = y_{,\xi} d\xi \quad (\text{II.48})$$

Considerando (II.48) a expressão do vetor de carga nodais do elemento de estado plano, para este carregamento, segundo a equação (I.14), fica

$$\begin{Bmatrix} t_x \\ t_y \end{Bmatrix}_i = \int_{\ell_e} \bar{N}_i \begin{Bmatrix} t_t x_{,\xi} - t_n y_{,\xi} \\ t_n x_{,\xi} + t_t y_{,\xi} \end{Bmatrix} d\xi \quad (\text{II.49})$$

$$i = 1, 2, \dots, 8$$

onde ℓ_e é o lado carregado do elemento.

Nas expressões (II.44) e (II.49), anteriores, pode-se trabalhar com as funções definidas pelas equações (II.13) uma vez que

$$\bar{N}_i(\xi) = N_i(\xi, -1), \quad i = 1, 2 \text{ e } 3$$

As cargas devem ser fornecidas segundo o sistema x y z (local) e internamente a programação considerará a convenção adotada no início deste ítem.

II.4.3 - Cargas Distribuídas na Superfície do Elemento

Por hipótese estas cargas podem atuar segundo as direções x , y e z do elemento, sendo consideradas uniformemente distribuídas.

Seja o vetor $\underline{Q} = \{Q_x \quad Q_y \quad Q_z\}^T$ cujas componentes são as forças que atuam nas direções x , y e z do elemento. As componentes Q_x e Q_y podem ser tratadas como se fossem cargas por unidade de volume, desde que se faça

$$Q_{x(\text{equiv})} = Q_x/t \quad (II.51)$$

$$Q_{y(\text{equiv})} = Q_y/t$$

Logo, a expressão do vetor de cargas nodais equivalentes do elemento de estado plano, para este carregamento, é dado por

$$\begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} N_i \\ V_e \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{x(\text{equiv})} \\ Q_{y(\text{equiv})} \end{Bmatrix} dV, \quad i=1,2,\dots,8 \quad (II.52)$$

semelhante à expressão (II.41).

Para a obtenção do vetor de cargas nodais equivalentes do elemento de flexão, para a componente Q_z , aplica-se a eq. (II.43), na qual deve-se fazer $q_{(\text{equiv})} = Q_z$.

II.4.4 - Efeitos de Temperatura

O efeito de um campo de temperaturas sobre o elemento pode ser calculado através de uma deformação inicial à que o mesmo esteja submetido.

Assim, considere-se sobre um determinado elemento variações de temperatura constantes em suas superfícies superior e inferior, Δt_s e Δt_i respectivamente, e linear na espessura. O campo de temperaturas assim definido pode ser decomposto em duas parcelas como mostrado na Figura 2.7. Uma delas provoca um estado de flexão pura no elemento, enquanto que a outra induz um estado de membrana.

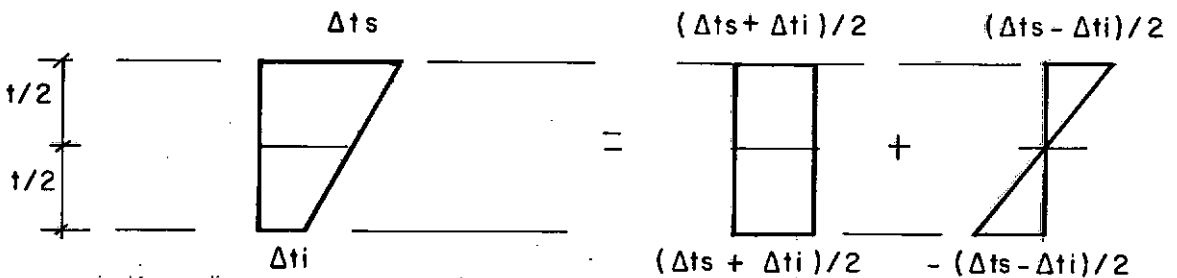


Figura 2-7) CAMPO DE TEMPERATURAS SOBRE O ELEMENTO

Para o estado plano de tensões (estado de membrana) o vetor das deformações iniciais, $\underline{\varepsilon}^0$, é o seguinte:

$$\underline{\varepsilon}^0 = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} = \alpha_t \frac{\Delta t_s + \Delta t_i}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.53})$$

onde α_t é o coeficiente de dilatação térmica do material de que é constituído o elemento.

As componentes do vetor de tensões iniciais $\underline{\sigma}_0$ são expressas por $\underline{\sigma}_0 = D \underline{\varepsilon}^0$ sendo D definida na expressão (II.21). Uma vez obtido $\underline{\sigma}_0$, aplicando-se (I.15) chega-se ao vetor de cargas nodais equivalentes relativo ao estado de membrana provocado pelo campo de temperaturas.

Quanto ao estado de flexão pura, induzido no elemento pelo campo de temperaturas, o vetor de tensões iniciais generalizadas, $\underline{\sigma}_0$, é expresso por¹⁶

$$\underline{\sigma}_0 = \begin{Bmatrix} M_x^0 \\ M_y^0 \\ M_{xy}^0 \\ Q_x^0 \\ Q_y^0 \end{Bmatrix} = \frac{\alpha_t t^2 E}{12(1-\nu)} \frac{(\Delta t_s - \Delta t_i)}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.54})$$

Aplicando-se (II.54) à expressão (I.15), tem-se o vetor de cargas nodais equivalentes devido ao estado de flexão pura decorrente do campo de temperatura a que está sujeito o elemento.

II.5 - TENSÕES NOS ELEMENTOS

Calculados os deslocamentos nodais, as tensões nos elementos podem ser obtidas através da expressão (I.5), particularizada para os estados de flexão e de membrana, como já mostrado nos itens anteriores.

O estado de membrana tem as componentes de tensão σ_x , σ_y e τ_{xy} , enquanto que na flexão as tensões (generalizadas) consideradas são M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y segundo a convenção apresentada na Figura 2.5.a. Estas tensões são obtidas em pontos in termos ao elemento, os pontos de integração gaussiana. Isto porque as matrizes B_i , equações (II.18) e (II.32), são avaliadas numericamente nestes pontos.

As tensões $\bar{\sigma}_x$, $\bar{\sigma}_y$ e $\bar{\tau}_{xy}$ nas faces externas do elemento, para $z = + t/2$ e $z = - t/2$ (Figura 2.5.b), também são obtidas nos referidos pontos de integração, através das expressões

$$\bar{\sigma}_x = \sigma_x + \frac{6 \cdot M_x}{t^2}$$

$$\bar{\sigma}_y = \sigma_y + \frac{6 \cdot M_y}{t^2} \quad (\text{II.55})$$

$$\bar{\tau}_{xy} = \tau_{xy} + \frac{6 \cdot M_{xy}}{t^2}$$

Usando-se o sinal superior obtêm-se os valores na face $z = t/2$, em caso contrário obtêm-se as tensões na face inferior do elemento, $z = -t/2$.

As tensões principais σ_1 e σ_2 , $\sigma_1 > \sigma_2$, e o ângulo β entre σ_1 e o eixo x , positivo de x para σ_1 no sentido horário, são dadas por¹⁶

$$\begin{cases} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{cases} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau_{xy}^2} \quad (\text{II.56})$$

$$\beta = \frac{1}{2} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{2 \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad (\text{II.57})$$

Para a obtenção das tensões nos pontos nodais do elemento, a partir dos seus valores nos pontos de integração, na referência (24) é apresentada a expressão

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1^* \\ \sigma_3^* \\ \sigma_5^* \\ \sigma_7^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -\frac{1}{2} & b & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & a & -\frac{1}{2} & b \\ b & -\frac{1}{2} & a & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & b & -\frac{1}{2} & a \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_I^* \\ \sigma_{II}^* \\ \sigma_{III}^* \\ \sigma_{IV}^* \end{Bmatrix}, \quad \begin{aligned} a &= 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \\ b &= 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned} \quad (II.58)$$

onde σ_1^* , σ_3^* , σ_5^* e σ_7^* são as tensões nos vértices do elemento e σ_I^* , σ_{II}^* , σ_{III}^* e σ_{IV}^* são os valores das tensões nos pontos I, II, III e IV da malha 2x2 de integração, conforme a Figura 2.8.

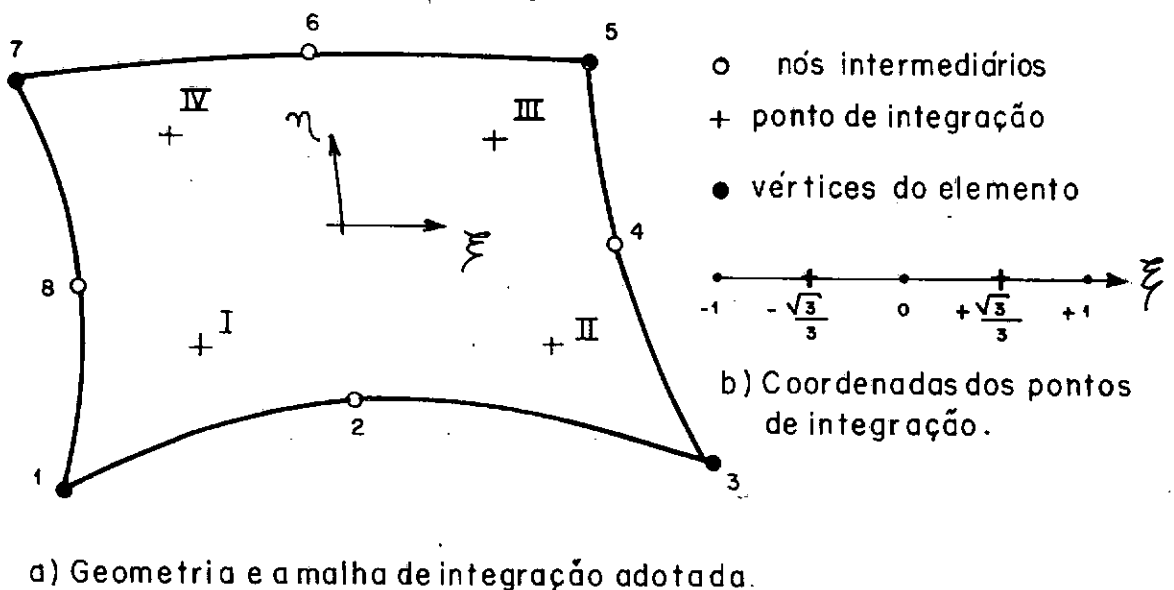


Figura 2-8) ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO E A MALHA DE INTEGRAÇÃO 2 x 2 ADOTADA

Da forma como expressa a equação (II.58), a distribuição de tensões ao longo dos lados é linear e seus valores nos nós intermediários (nós 2, 4, 6 e 8) são obtidos por interpolação linear dos valores encontrados para os vértices.

Devido a descontinuidade dos campos de tensões na fronteira entre 2 elementos adjacentes, o valor das mesmas em um nó, comum a dois ou mais elementos, não é único. Como resultado final das tensões em um nó deve-se calcular a média dos valores encontrados para este nó.

Esta opção, cálculo de tensões nos pontos nodais, não foi desenvolvida no programa apresentado no capítulo IV, embora a sua inclusão não apresente nenhuma dificuldade adicional.

CAPÍTULO III

SUPERELEMENTO

III.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo mostra-se o desenvolvimento dos super elementos em que a estrutura pode ser discretizada. A partir de sua incidência nodal, e das coordenadas dos nós de seu contorno, é gerada uma malha de $m \times n$ elementos "folded-plate" isoparamétricos de 8 nós. O super elemento é tratado como uma subestrutura^{26,10} onde são condensados estaticamente os graus de liberdade relativos aos nós do seu interior, à medida que a sua matriz de rigidez e vetores de cargas nodais são montados.

Caso se deseje conhecer os esforços no interior dos elementos de sua malha, após a resolução do sistema global de equações, faz-se uma reanálise impondo como condições de contorno os deslocamentos encontrados para os nós de sua fronteira.

III.2 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA GLOBAL E LOCAL

O sistema de referência global $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$ é o mesmo definido no ítem (II.2). Para a definição do sistema local $x y z$, também cartesiano, ortogonal e direto, seja a Figura 3.1 onde está mostrado um super elemento subdividido em uma malha 3×2 .

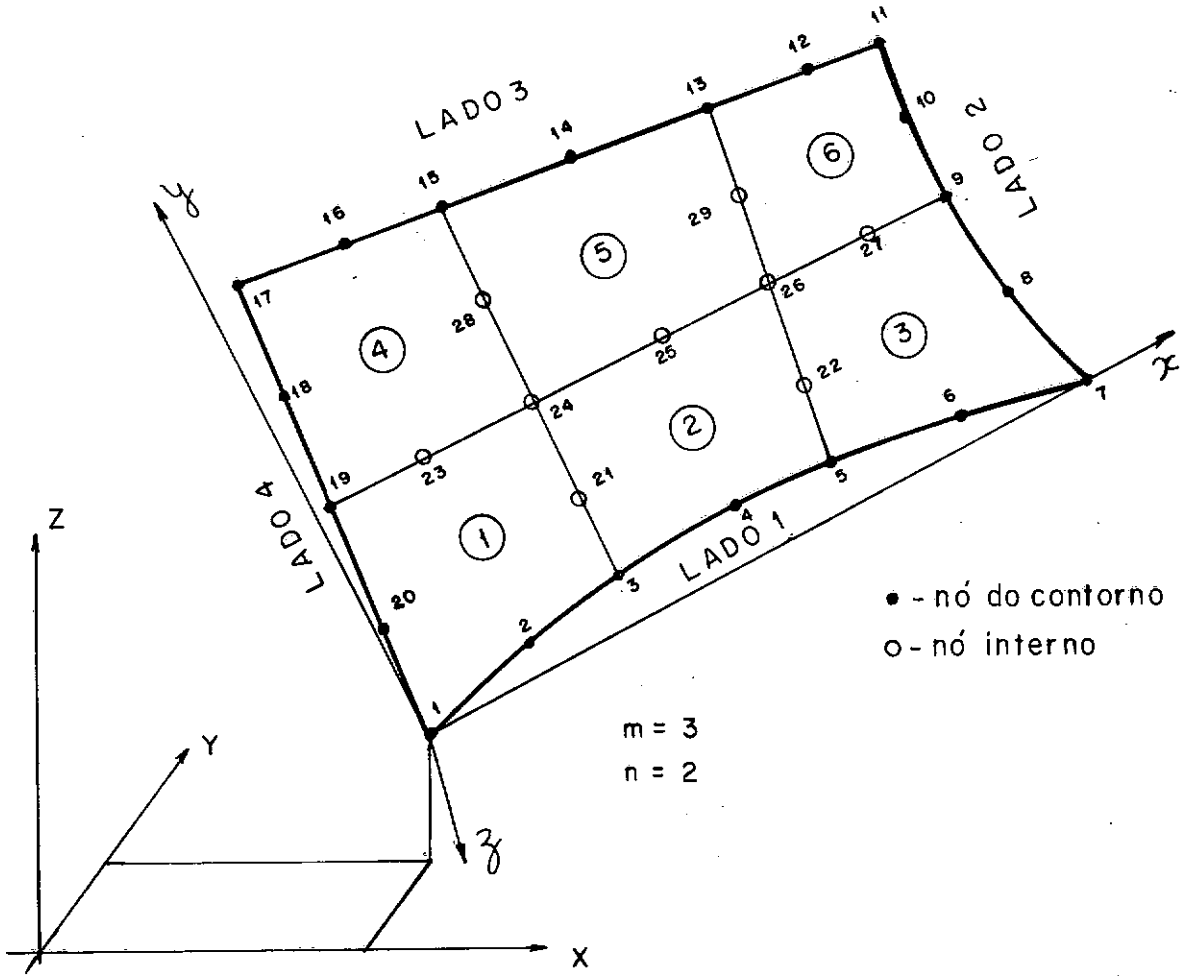


Figura 3-1) SUPERELEMENTO E OS SISTEMAS DE REFERÊNCIA LOCAL E GLOBAL

O sistema local do superelemento fica definido se atender às seguintes condições:

- origem 0 coincidente com o nó 1 do superelemento;
- eixo 0x orientado do nó 1 para o nó $(2m + 1)$;

- eixo Oz perpendicular ao plano do superelemento e de sentido igual ao do vetor associado à rotação 1, 2, 3, ..., 2m+1, ..., 4(m+n).

O sistema local de cada elemento da malha, em que é subdividido o superelemento, é o mesmo sistema x y z do super elemento ao qual pertence. A obtenção das coordenadas locais dos nós do seu contorno, a partir das coordenadas globais, é feita através da equação (II.8), onde os vetores \underline{l}_x , \underline{l}_y e \underline{l}_z , que definem a matriz \underline{L} , são mostrados a seguir:

$$\underline{l}_x = \text{unit}(\bar{X}_{2m+1} - \bar{X}_1)$$

$$\underline{l}_z = \text{unit}(\underline{l}_x \otimes (\bar{X}_{4m+2n+1} - \bar{X}_1)) \quad (\text{III.1})$$

$$\underline{l}_y = \underline{l}_z \otimes \underline{l}_x$$

III.3 - GERAÇÃO DAS COORDENADAS DOS NÓS INTERNOS

Através das expressões (III.1) aplicadas à equação (II.8), tem-se as coordenadas dos nós do contorno, de um superelemento, expressas no seu sistema local. As coordenadas dos nós dos vértices internos, dos elementos da malha mxn, podem ser obtidas supondo-se os lados dos referidos elementos sobre as retas que ligam dois nós de lados opostos, como na Figura 3.1, as quais definem a referida malha. Assim seja (x_3, y_3) , (x_{15}, y_{15}) , (x_9, y_9) e (x_{19}, y_{19}) as coordenadas locais dos nós 3, 15, 9 e 19 respectivamente, do contorno do superelemento nos

trado na Figura 3.1. As coordenadas do nó 24 (x_{24} , y_{24}), por exemplo, são expressas por

$$x_{24} = \frac{b_2 - b_1}{a_1 - a_2} \quad (\text{III.2})$$

e

$$y_{24} = a_1 x_{24} + b_1$$

Na expressão acima

$$a_1 = \frac{y_{15} - y_3}{x_{15} - x_3} \text{ e } b_1 = y_3 - a_1 x_3, \quad x_{15} \neq x_3. \quad (\text{III.3})$$

são os coeficientes angular e linear, respectivamente, da equação da reta que une os pontos 3 e 15, e

$$a_2 = \frac{y_9 - y_{19}}{x_9 - x_{19}} \text{ e } b_2 = y_{19} - a_2 x_{19}, \quad x_9 \neq x_{19}. \quad (\text{III.4})$$

são os coeficientes angular e linear da equação da reta que liga os pontos 9 e 19.

Para $x_3 = x_{15}$ (reta paralela ao eixo y) ou

$y_9 = y_{19}$ (reta paralela ao eixo x), as expressões (III.2) e (III.3) se transformam, respectivamente, em

$$x_{24} = x_3 = x_{19} \quad (\text{III.5})$$

$$y_{24} = a_2 \cdot x_{24} + b_2$$

ou

$$x_{24} = \frac{b_2 - b_1}{-a_2} \quad (\text{III.6})$$

$$y_{24} = b_1$$

A hipótese $x_9 = x_{19}$ não ocorrerá uma vez que os nós 9 e 19 estão em lados opostos situados ao longo do eixo x.

De forma semelhante à mostrada acima, pode-se obter as coordenadas dos outros vértices internos. As coordenadas de um nó i , interno, situado entre 2 vértices j e k exprimem-se por

$$(x_i, y_i) = \left(\frac{x_j + x_k}{2}, \frac{y_j + y_h}{2} \right) . \quad (\text{III.7})$$

Do exposto percebe-se facilmente que os lados externos dos superelementos podem ser retos ou curvos. Para evitar distorções proibitivas¹⁵ nos elementos de sua malha, impõe-se que os lados curvos côncavos não interceptam as linhas que definem a malha do superelemento. A Figura 3.2 ilustra tal fato.

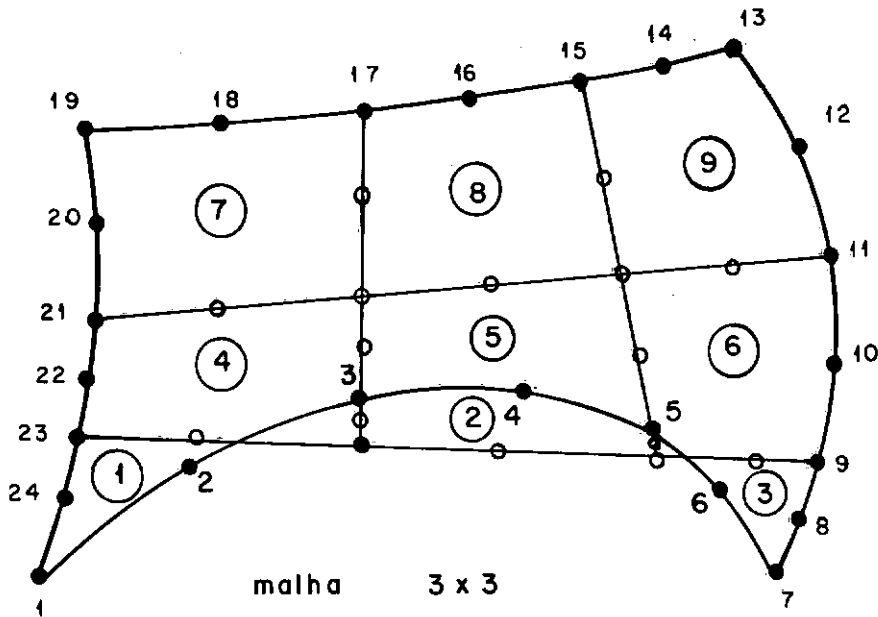


Figura 3-2) SUPERELEMENTO COM LADO EXCESSIVAMENTE CÔNCAVO, PROVOCANDO DISTORÇÃO PROIBITIVA NOS ELEMENTOS

III.4 - FORÇAS NODAIS EQUIVALENTES

Os vetores das forças nodais de um superelemento são montados a partir dos vetores de forças nodais equivalentes dos elementos de sua malha. Estes últimos, por sua vez, são montados como indicado na introdução do item (II.4) para as mesmas solicitações mostradas no referido item, exceto cargas distribuídas no contorno do superelemento e contidas em seu plano.

As cargas distribuídas e o campo de temperaturas são considerados uniformes sobre o superelemento. Os vetores de

cargas nodais equivalentes dos elementos da sua malha são montados a partir das expressões desenvolvidas no ítem (II.4.1) , (II.4.3) e (II.4.4), respectivamente para forças de massa, cargas distribuídas e efeitos de temperatura.

III.4.1 - Cargas Concentradas

Seja a definição da posição de uma carga concentrada P_1 , aplicada em um nó interno do superelemento, através de 2 nós: o primeiro (NN01) contido no lado 1 do superelemento e o segundo (NN02), no lado 4 do mesmo. NN01 e NN02 pertencentes à numeração global dos nós.

A referida carga P_1 será associada ao elemento i da malha $m \times n$ onde

$$i = (NEY - 1) m + NEX \quad (\text{III.8})$$

$$e \quad NEX = \text{int}(JM/2) \quad (\text{III.9})$$

$$NEY = \text{int}(JN/2)$$

nas expressões anteriores JM (ou JN) é a ordem do nó NN01 (ou NN02) do lado 1 (ou 4) contada a partir da origem do sistema de coordenadas do superelemento, Figura 3.3, e $\text{int}()$ significa tomar a parte inteira da expressão entre parênteses.

Como ilustração seja a Figura 3.3, onde tem-se um superelemento subdividido em uma malha 2x2, com uma carga concentrada P atuante no n^o 20. Entre parênteses está indicada uma possível numeração global para os n^{os} do contorno.

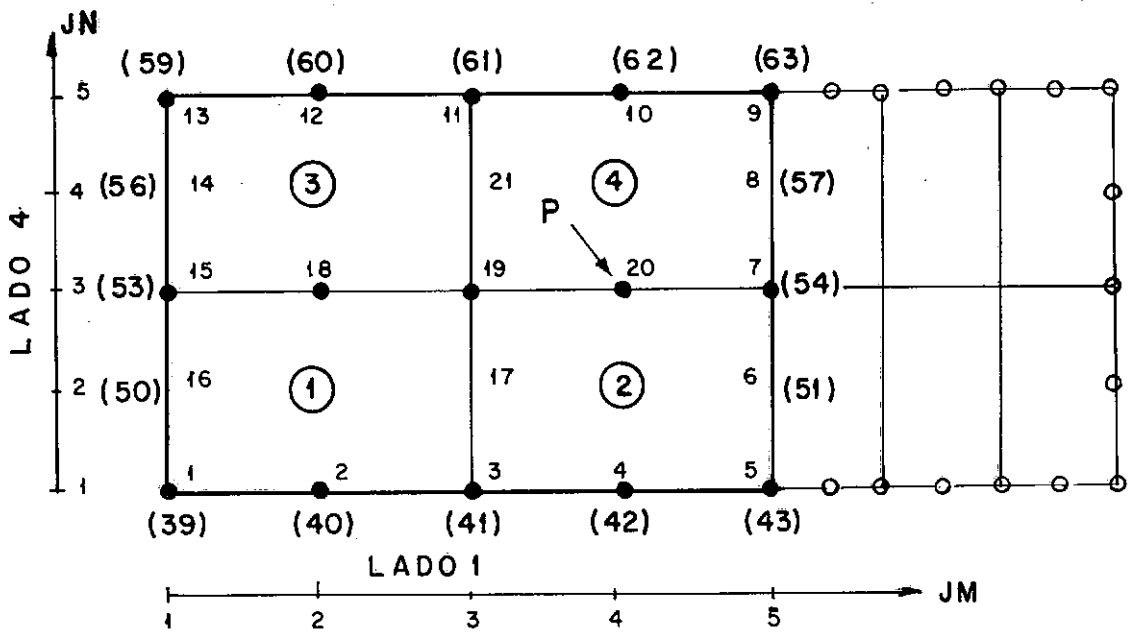


Figura 3-3) DEFINIÇÃO DA POSIÇÃO DE UMA CARGA CONCENTRADA NUM SUPERELEMENTO.

A posição da carga P fica definida pelos n^{os} (42, 53) da numeração global. Esta carga será associada ao elemento $i = 2$, pois pelas expressões (III.9) tem-se

$$NEX = \text{int}(4/2) = 2$$

$$NEY = \text{int}(3/2) = 1$$

e, pela equação (III.8),

$$i = (1-1) 2 + 2 = 2.$$

Com o exposto neste ítem, associado ao ítem (II.4), obtêm-se os vetores de cargas nodais equivalentes dos elementos da malha $m \times n$ do superelemento.

III.5 - MATRIZES DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS DE UM SUPERELEMENTO

Os elementos "folded-plate" da malha $m \times n$ do superelemento tem suas matrizes de rigidez obtidas de acordo com o exposto no capítulo anterior, ítem II.3.

III.6 - CONDENSAÇÃO DOS GRAUS DE LIBERDADE DE NÓS INTERNOS NOS SUPERELEMENTOS

Um nó interno de um elemento, ou interno ao contorno de uma malha de elementos, não se encontra diretamente conectado com os outros nós dos elementos adjacentes. Os graus de liberdade associados a tal nó podem, então, ser eliminados do sistema de equações através do processo chamado condensação estática^{2,14,25}. Com este processo, descrito a seguir, a influência dos referidos graus de liberdade é incluída nos graus de liberdade relativos aos outros nós.

Seja o sistema abaixo, com as equações já reagrupadas de forma que os graus de liberdade dos nós internos de um

superelemento ocupem as linhas inferiores do mesmo

$$\begin{Bmatrix} \tilde{F}_e \\ \tilde{F}_c \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{K}_{ee} & \tilde{K}_{ec} \\ \tilde{K}_{ce} & \tilde{K}_{cc} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \tilde{U}_e \\ \tilde{U}_c \end{Bmatrix} \quad (\text{III.10})$$

Os subscritos e e c correspondem aos nós externos e internos (a serem condensados). O sistema acima pode ser escrito na forma

$$\tilde{F}_e = \tilde{K}_{ee} \tilde{U}_e + \tilde{K}_{ec} \tilde{U}_c \quad (\text{III.11})$$

$$\tilde{F}_c = \tilde{K}_{ce} \tilde{U}_e + \tilde{K}_{cc} \tilde{U}_c \quad (\text{III.12})$$

Da expressão (III.12), explicitando \tilde{U}_c tem-se

$$\tilde{U}_c = (\tilde{K}_{cc})^{-1} (\tilde{F}_c - \tilde{K}_{ce} \tilde{U}_e) \quad (\text{III.13})$$

que substituída na expressão (III.11) resulta

$$\tilde{F}_{eq} = \tilde{K}_{eq} \tilde{U}_e \quad (\text{III.14})$$

Na expressão anterior

$$\tilde{F}_{eq} = \tilde{F}_e - \tilde{K}_{ec} \tilde{K}_{cc}^{-1} \tilde{F}_c \quad (\text{III.15})$$

$$e \quad \tilde{K}_{eq} = \tilde{K}_{ee} - \tilde{K}_{ec} \tilde{K}_{cc}^{-1} \tilde{K}_{ce} \quad (\text{III.16})$$

representam, respectivamente, o vetor de forças equivalentes e a matriz de rigidez condensados, para o superelemento considerado.

Da forma como está expresso pelas equações (III.14), (III.15) e (III.16), utilizando inversão e multiplicação de matrizes, o procedimento para efetuar a condensação estática não é computacionalmente adequado. As operações para a obtenção das expressões (III.15) e (III.16) podem ser efetuadas de forma eficiente utilizando-se a eliminação de Gauss, ver referências (14) e (25), como foi feito no programa desenvolvido neste trabalho. Por conveniência esta transformação é efetuada "in core", limitando-se a malha do superelemento, devido ao excelente desempenho do elemento utilizado, em 3x3 elementos.

III.7 - MONTAGEM E OBTENÇÃO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E VETORES DE CARGAS NODAIS DOS SUPERELEMENTOS

O processo de condensação estática, como descrito no item (III.6), é aplicado à medida que cada elemento, da malha do superelemento, tem sua matriz de rigidez e vetor de cargas nodais montados respectivamente na matriz de rigidez e vetor de cargas nodais do referido superelemento.

Imediatamente após esta montagem efetua-se a troca de linhas e colunas adequadas, de modo a preparar a matriz do superelemento para a condensação, na forma do item (III.6). Por fim, quando este processo é aplicado ao último dos $m \times n$ ele

mentos, tem-se a matriz de rigidez \underline{K}_{eq} e os vetores de cargas nodais \underline{F}_{eq} , do superelemento, expressos em termos dos deslocamentos dos nós do seu contorno.

A obtenção de \underline{K}_{eq} e \underline{F}_{eq} no sistema global de coordenadas é efetuada através das expressões (II.9) e (II.12) respectivamente. Para tanto assimila-se \underline{K}_{eq} com \underline{T}_{xyz} e \underline{F}_{eq} com \underline{V}_{xyz} , fazendo-se $N = 4(m+n)$.

Observe-se, por fim, que a troca de linhas e colunas mencionada acima induz uma alteração na numeração local dos nós do superelemento. Esta nova numeração deve ser guardada para utilização posterior na fase de montagem do sistema de equações globais.

CAPÍTULO IV

O PROGRAMA DESENVOLVIDO

IV.1 - GENERALIDADES

Baseado no que foi exposto anteriormente, desenvolveu-se um programa automático em linguagem FORTRAN IV, para o computador CDC-CYBER 175, porém utilizando-se um subconjunto de instruções compatíveis com os demais computadores. Alguns comandos particulares são facilmente substituíveis por um programador com experiência. A listagem do mesmo encontra-se na referência (39).

Procurou-se desenvolver uma programação estruturada em subrotinas de forma a permitir, com facilidade, a inclusão de novas subrotinas objetivando sua ampliação.

Os dados gerais da estrutura, e os relativos aos casos de carregamento, são armazenados em vetores unidimensionais conforme mostrado no Apêndice A, sem a utilização explícita de apontadores. Desta forma transfere-se tais dados via COMMON, como sugerido nas referências (17) e (18).

Quanto ao armazenamento do sistema de equações, optou-se pelo conceito de altura efetiva de coluna com particionamento da matriz de rigidez por grupos de colunas, em arranjos univetoriais¹⁸, segundo o esquema da Figura 4.1. Por es-

Com o conceito de superelemento, exposto no capítulo III, procurou-se facilitar a discretização da estrutura e diminuir a margem de erros na preparação de dados.

A fim de minimizar o tempo gasto na geração de matrizes de rigidez, ao nível de elemento e vetores de cargas nodais equivalentes, podem ser fornecidos grupos de elementos e/ou superelementos iguais. Para tanto são definidos dois tipos de igualdades:

Geométrica - quando apenas as matrizes de rigidez são iguais, ao nível do sistema global de coordenadas $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$, e

Total - quando as matrizes de rigidez e vetores de cargas nodais equivalentes são iguais, isto é, geometria e carregamentos iguais, também ao nível do sistema $\bar{X} \bar{Y} \bar{Z}$.

Quanto aos superelementos, devido ao esquema de obtenção de sua matriz de rigidez condensada, simultaneamente com os vetores de cargas nodais (capítulo III), só é permitido igualdade total. Porém, para um determinado superelemento, pode-se indicar se a sua malha é regular, isto é, se todos os elementos que o subdividem são iguais (ver Ítem IV.5.4, 1º grupo de dados).

Deve ainda ser ressaltado que o programa permite a análise simultânea de diversos casos de carregamento e que os deslocamentos prescritos são introduzidos, no sistema de equa-

ções globais, com a técnica do "número muito grande" descrita no ítem IV.2.4.

IV.2 - DESCRIÇÃO DAS PRINCIPAIS ETAPAS DO PROGRAMA

A seguir são descritas, de forma sucinta, as principais etapas do programa desenvolvido. Observe-se que há algumas diferenças em relação ao apresentado na referência 22, devido a reestruturação feita na programação, daquela época até o estágio atual.

O elemento unidimensional superparamétrico de 3 nós²³ citado na referência 22, será posteriormente introduzido no programa.

IV.2.1 - Leitura de Dados

Foi dedicada uma especial atenção a esta etapa, quando se adotou o conceito de divisão da massa de dados em blocos iniciados por palavras-chave que os identificam¹⁷. Criou-se, também, uma sintaxe própria para a preparação destes dados⁴⁰, com semelhanças em relação àquela utilizada no formato livre do FORTRAN.

A consistência dos dados é verificada, tanto quanto à obediência à sintaxe estabelecida, quanto à ordem em que os diversos blocos podem aparecer na massa de dados. Esta ordem, ou seqüência dos blocos, pode variar dentro de certos limi

tes fixados na programação e está mostrada no ítem IV.5.1.

Sempre que for detectado um erro será impressa uma mensagem, após a imagem do cartão onde o mesmo ocorrer, alertando o usuário. As etapas seguintes à leitura de dados só serão executadas caso não tenha sido detectado nenhum erro durante a interpretação dos dados e tenha sido encontrada uma ordem para tanto.

Além da verificação da consistência dos dados, que são fornecidos em formato livre e sem uma ordem rígida para a seqüência dos blocos em que a massa dos dados é dividida, foram implementadas outras facilidades. Entre estas podem ser citadas:

- utilização, total ou parcial, de cartões para comentários na massa de dados;
- uso de literais para indicar uma direção com alguma restrição em um nó, elemento ou superelemento. Como restrição entende-se qualquer força aplicada (concentrada ou distribuída), deslocamento imposto ou apoio elástico;
- consideração de grupos de elementos e/ou de superelementos iguais;
- possibilidade de fornecer mais de um grupo lógico de dados em único cartão;

- identificação dos blocos de dados por palavras chave bastante difundidas;
- geração semi-automática de incidências nodais de elementos com numeração seqüenciada, a partir da incidência do primeiro elemento da seqüência;
- fornecimento compacto de informações idênticas para um grupo de elementos, nós ou superelementos, com numeração em seqüência;
- indicação dos resultados que se deseja que sejam impressos, isto é, fornecimento dos nós em que se deseja conhecer os deslocamentos e reações de apoio, dos elementos nos quais se deseja que os esforços e tensões sejam calculados e os superelementos que serão reanalisados e seus esforços internos calculados.

IV.2.2 - Geração das Matrizes de Rigidez

Após serem geradas as matrizes de rigidez dos elementos são armazenadas em disco para utilização na fase de montagem do sistema de equações. As matrizes dos superelementos e vetores de cargas nodais são condensados à medida que são montados (Ítem III.3). Após sua montagem também são armazenadas para uso posterior.

Quando dois ou mais elementos (superelementos) são iguais, gera-se a matriz de rigidez de apenas um deles, como sugerido em (27), desde que tal igualdade seja indicada, pelo usuário, ao programa.

IV.2.3 - Geração dos Vetores de Cargas Nodais Equivalentes

As seguintes solicitações são consideradas nos elementos:

- cargas distribuídas no plano do elemento;
- forças de massa;
- cargas distribuídas transversais ao plano do elemento;
- efeitos de temperatura;
- cargas concentradas nos nós.

Estas solicitações, exceto a primeira, também são consideradas nos superelementos.

Os vetores de cargas nodais equivalentes dos elementos são armazenados em disco para utilização na fase de montagem do sistema de equações. No caso dos superelementos esta gravação é feita na fase de montagem das matrizes de rigidez, que é simultânea com a construção dos seus vetores de cargas

nodais.

IV.2.4 - Montagem do Sistema de Equações

O sistema de equações será automaticamente particionado em blocos, caso seja necessário este particionamento. Na fase de triangularização da matriz de rigidez trabalha-se com 2 blocos simultaneamente na memória do computador, e na fase de redução dos vetores de cargas nodais globais trabalha-se com um bloco da matriz já reduzida e dois blocos dos vetores de cargas nodais²⁰. Disto resulta que, sendo LBLOK o número de posições disponíveis para armazenar um bloco da matriz, o número de posições para armazenar cada bloco do vetor de cargas nodais será $LBLOK2 = LBLOK/2$. Assim, sendo NEQ o número de equações do sistema e NCASO o número de casos de carregamentos, os vetores de cargas nodais globais só serão particionados se $LBLOK2 < NEQ \times NCASO$.

Como já mencionado os coeficientes da matriz de rigidez global são armazenados segundo o conceito de altura efetiva de coluna, mostrado na Figura 4.1 e detalhado nas referências (18) a (20).

Após a montagem de um bloco da matriz de rigidez, de um bloco dos vetores de cargas ou dos vetores de cargas não particionados em blocos, é feita a introdução das condições de contorno pela técnica do número "muito grande" simbolizado por ∞ .

Por esta técnica, se há um deslocamento imposto \bar{D}_i segundo a direção do grau de liberdade i , deve-se

- a) na matriz de rigidez substituir o termo K_{ii} da diagonal por ∞K_{ii} , e
- b) no vetor de cargas nodais globais substitui-se o valor existente associado ao grau de liberdade i por $\bar{D}_i \infty K_{ii}$.

Um apoio elástico, de constante elástica k_j atuante segundo o grau de liberdade j , é considerado substituindo-se o termo K_{jj} , da diagonal da matriz de rigidez global, por $K_{jj} + k_j$.

O "número muito grande" ∞ usado no programa tem o valor 10^{20} , que se mostrou razoável nos testes efetuados.

No apêndice C apresenta-se a listagem comentada das subrotinas que efetuam a montagem do sistema de equações.

IV.2.5 - Resolução do Sistema de Equações

Foi utilizado o método de Crout modificado^{19,20} para resolver o sistema de equações montado na etapa anterior. Três fases são distintas nesta etapa: redução (triangularização) da matriz de rigidez global, redução dos vetores de cargas nodais globais e retrosubstituição.

Na redução de um elemento na posição lógica (i, j) , de um bloco k ($k > 1$), necessita-se operar com os elementos das colunas i e j que nem sempre estão contidas num mesmo bloco. Assim, trabalha-se sempre com 2 blocos: o principal, que contém a coluna j , e o auxiliar, que contém a coluna i .

Caso haja necessidade de particionar em blocos os vetores de cargas nodais, o procedimento para a redução é semelhante. Os elementos da diagonal (pivôs) necessários à redução dos vetores de cargas nodais são armazenados em disco durante a fase de redução da matriz.

Na fase de retrosubstituição se fazem necessários 1 bloco da matriz e 2 blocos dos vetores de cargas nodais, se os mesmos forem particionados em blocos.

No presente trabalho foi utilizada a subrotina OPTBLK, apresentada em (20), suprimindo-se a opção $KEX = 4$ descrita no referido trabalho.

IV.2.6 - Cálculo de Esforços e Tensões

A partir dos deslocamentos obtidos na etapa anterior os esforços e tensões são calculados em pontos internos aos elementos (pontos de integração).

As reações de apoio, em nós com deslocamentos prescritos, são obtidas pelas condições de equilíbrio de cada ele-

mento.

Quanto aos superelementos, são reanalisados como subestruturas em que as condições de contorno são os deslocamentos dos seus nós do contorno. Após a obtenção dos deslocamentos dos nós internos calculam-se os esforços e tensões nos diversos elementos da sua malha.

IV.2.7 - Saída dos Resultados

Neste etapa são impressos os resultados - deslocamentos, reações dos apoios, tensões e esforços - obtidos anteriormente. Na entrada de dados especifica-se quais resultados serão impressos. Assim, devem ser fornecidos os nós onde se desejam conhecer os deslocamentos e reações de apoio, os elementos onde se desejam os esforços e superelementos que devem ser reanalisados e seus resultados apresentados. Exceto para a última, a ausência de uma destas informações implica na impressão de todos os resultados a ela referentes. Caso se deseje que algum ou mesmo todos superelementos sejam reanalisados é obrigatório tal indicação ao programa, sem o que tal reanálise não será efetuada.

IV.3 - FLUXOGRAMA GERAL DA PROGRAMAÇÃO

O fluxograma geral do programa desenvolvido está mostrado na Figura 4.2, com todas as subrotinas envolvidas. Na sua versão atual, utilizando-se de segmentação da memória, atra

vês de "Overlay", o programa utiliza cerca de 100 K palavras do computador CYBER-175.

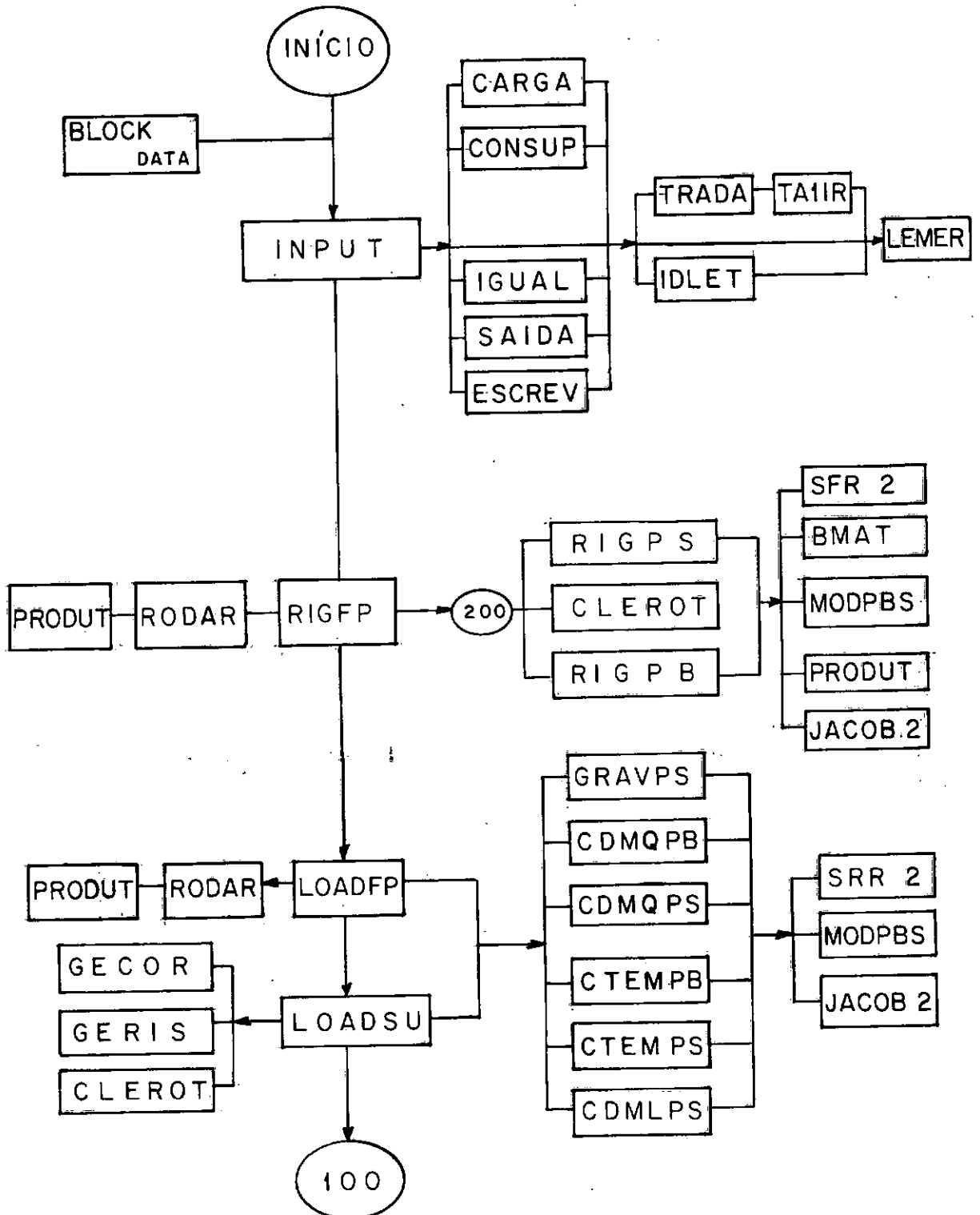


Figura 4-2) FLUXOGRAMA GERAL (CONTINUA)

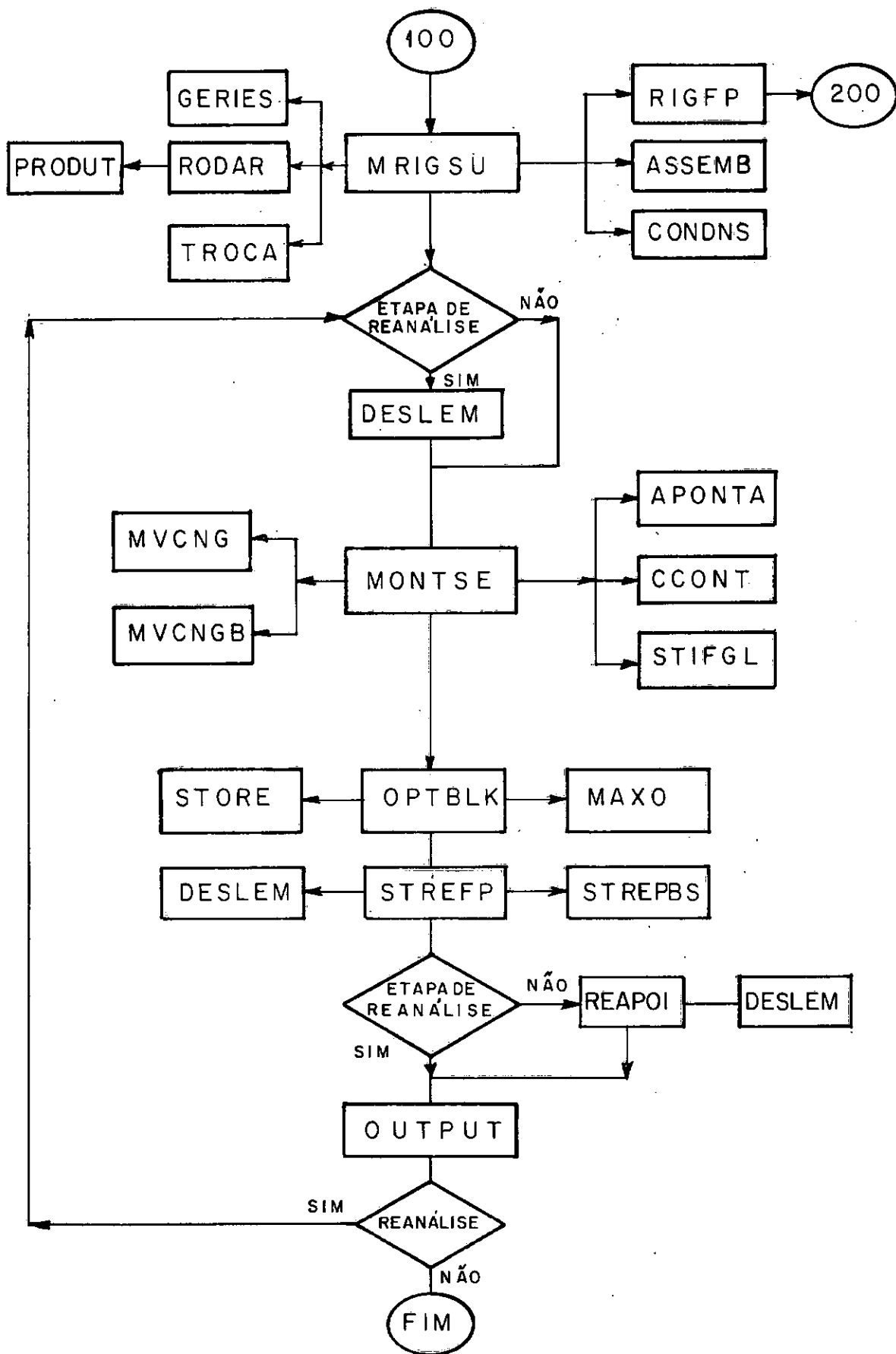


Figura 4-2) FLUXOGRAMA GERAL (FINAL).

IV.4 - PRINCIPAIS SUBROTINAS

A seguir tem-se uma descrição sucinta das principais subrotinas apresentadas no ítem anterior:

1.^a etapa - leitura, interpretação e impressão dos dados

BLOCK DATA - Inicializa variáveis em "COMMON".

LEMER - Lê de um arquivo e imprime as mensagens de erro.

TALIR - Transforma campos numéricos, em formato A1, em números inteiros ou reais.

TRADA - Identifica os limites de um campo numérico que TALIR irá transformar.

IDLET - Identifica os limites e o conteúdo de um campo literal.

CARGA - Lê as cargas de cada caso de carregamento.

CONSUP - Lê as condições de contorno da estrutura e os dados relativos aos superelementos.

IGUAL - Lê os grupos de elementos ou superelementos iguais entre si.

SAÍDA - Lê as informações que se deseja que sejam impressas.

ESCREV - Imprime os dados lidos (se for dada a ordem para tal).

INPUT - Lê os outros dados necessários a análise da estrutura e controla as subrotinas anteriores.

2.^a etapa - geração de matrizes de rigidez dos elementos

RIGFP - Monta a matriz de rigidez de um elemento "folded-plate" a partir das matrizes de rigidez dos elementos de estado plano de tensões e de flexão de placas.

RIGPS - Gera a matriz de rigidez do elemento de estado plano de tensões.

RIGPB - Gera a matriz de rigidez do elemento de flexão de placas, levando em conta o efeito do cortante.

CLEROT - Obtém as coordenadas locais dos nós do contorno do elemento, ou superelemento, e a respectiva matriz de rotação.

ASSEMB - Monta na matriz de rigidez do superelemento a contribuição de um dos elementos de sua malha.

TROCA - Efetua a troca de linhas e colunas, preparando a matriz do superelemento para a condensação.

CONDNS - Condensa a matriz de rigidez do superelemento.

MRIGSU - Controla a montagem da matriz do superelemento, com a sua condensação estática, após a montagem da contribuição de cada elemento da malha deste superelemento.

RODAR - Transforma do sistema local para o global a matriz de rigidez de um elemento ou superelemento.

3.^a etapa - geração dos vetores de cargas nodais equivalentes

LOADFP - Monta o vetor de cargas nodais equivalentes de um elemento "folded-plate" a partir das contribuições dos vetores de cargas nodais equivalentes dos elementos de estado plano de tensões e de flexão de placas.

GRAVPS - Obtém o vetor de cargas nodais equivalentes para o elemento de estado plano de tensões, devido ao efeito de forças de massa (peso próprio).

CTEMPS - Idem, devido a uma variação de temperatura uniforme na espessura do elemento.

CDMLPS - Idem, devido a cargas atuantes no contorno do elemento, contidas em seu plano.

CDMQPB - Obtém o vetor de cargas nodais equivalentes para o elemento de flexão de placas, para um carregamento distri

buído sobre o elemento.

CTEMPB - Idem, para uma variação de temperatura linear na espesura do elemento.

LOADSU - Monta o vetor de cargas nodais equivalentes de um elemento da malha de um superelemento.

4.^a etapa - montagem do sistema de equações

APONTA - Gera o vetor de endereços dos elementos da diagonal da matriz de rigidez da estrutura.

MONTSE - Controla a montagem do sistema de equações.

STIFGL - Monta cada um dos blocos da matriz de rigidez da estrutura a partir das contribuições dos elementos e dos superelementos.

MVCNGB - Monta cada um dos blocos dos vetores de cargas nodais globais do sistema de equações.

MVCNG - Monta os vetores de cargas nodais globais quando estes não forem particionados em blocos.

CCONT - Introduz as condições de contorno, em termos de deslocamentos prescritos e apoios elásticos, no sistema de equações, após a montagem de cada bloco da matriz de rigi

gidez e dos vetores de cargas nodais.

5.^a etapa - resolução do sistema de equações

OPTBLK - Obtém a solução do sistema de equações montado na etapa anterior, pelo método de Crout modificado. Inicialmente esta subrotina é chamada para executar a triangularização da matriz de rigidez global. Logo após ela é chamada para fazer a redução dos vetores de cargas e a retrossubstituição.

6.^a etapa - cálculo de esforços e tensões

STREFFP - Calcula as tensões nas faces superior e inferior de um elemento "folded-plate", em cada ponto de integração.

STREPBS - Calcula as tensões e os esforços nos pontos de integração dos elementos.

DESLEM - Identifica os deslocamentos dos nós de um elemento "folded-plate" ou de um superelemento.

REAPOI - Calcula as reações de apoio.

7ª etapa - saída dos resultados

OUTPUT - Através desta subrotina são impressos todos os resultados obtidos nas etapas anteriores (exceto leitura de dados) ou apenas aqueles que forem indicados.

IV.5 - MANUAL DE UTILIZAÇÃO

Como já mencionado os dados devem ser divididos em blocos iniciados por palavras-chave que os identificam. Estes blocos formam quatro grupos de dados:

- dados gerais da estrutura;
- dados dos carregamentos;
- dados para a saída dos resultados; e
- dados sobre as igualdades entre elementos e entre superelementos.

A ordem em que estes grupos de dados aparecem é a apresentada acima, com excessão dos dois últimos grupos que podem se alternar.

Caso haja mais de um caso de carregamento, basta repetir o 2º grupo de dados tantas vezes quantos são os casos de carregamentos.

IV.5.1 - Seqüência de Palavras-Chave

Na Figura 4.3 é mostrada a seqüência ou hierarquia a ser obedecida para as palavras-chaves, valendo observar que as palavras-chave colocadas numa mesma horizontal podem vir em qualquer seqüência entre si e as que estão em posições superiores devem preceder as que estão em posições inferiores.

Além daquelas apresentadas na Figura 4.3 são permitidas as palavras-chave

FIM ϕ e C $\phi\phi\phi$,

as quais podem ser posicionadas em qualquer lugar da massa de dados.

Os significados que cada palavra-chave pode assumir, de acordo com o grupo de dados a que a mesma pertence, são apresentados a seguir onde, para melhor compreensão, as palavras-chave estão completadas com letras minúsculas.

DADOs - Indica o início do grupo de dados gerais da estrutura.

PROPriedades - Propriedades físicas dos materiais que compõe os elementos e os superelementos.

COORDenadas - Coordenadas dos nós.

INCIdências - Incidência nodal de cada elemento.

ESPEssuras - Espessuras dos elementos.

INDICES - Índice do material de cada elemento.

DESLocamentos - Nós com algum deslocamento prescrito, ou
- Nós cujos deslocamentos serão impressos.

APOIOS - Nós com apoio elástico em alguma direção, ou
- Apoios cujas reações serão impressas.

SUPERelementos - Dados gerais dos superelementos, ou
- Superelementos que serão reanalisados, ou
- Início da lista de superelementos iguais, ou
- Início das cargas nos superelementos.

CARRegamentos - Indica o início do grupo de dados de um dos casos de carregamento.

ELEMentos - Lista de elementos que terão os esforços internos e tensões calculados, ou
- Início das cargas nos elementos, ou
- Início da lista de elementos iguais.

PESO - Carga de peso próprio.

LINear - Cargas distribuídas, por comprimento, no contorno de

um elemento e contida no seu plano.

AREA - Cargas transversais ao plano do elemento, ou do superelemento, distribuídas por área - podem ser fornecidas por nós ou por elementos.

CONCentradas - Cargas concentradas nos nós da estrutura, ou
- Cargas concentradas nos nós internos da malha de um superelemento.

TERMicas - Cargas térmicas nos elementos ou nos superelementos.

IGUALdades - Início de dados para definição dos grupos de elementos (ou de superelementos) iguais entre si.

GEOMétrica - Lista de elementos geometricamente iguais entre si.

TOTAL - Igualdade total, de geometria e de cargas, entre elementos ou superelementos.

SAIDA - Início do grupo de dados para a saída dos resultados.

EXECute - Ordem para iniciar a análise da estrutura caso não tenha sido detectado nenhum erro na leitura e interpretação dos dados.

FIMφ - Ordem para encerrar a leitura dos dados sem a análise da estrutura.

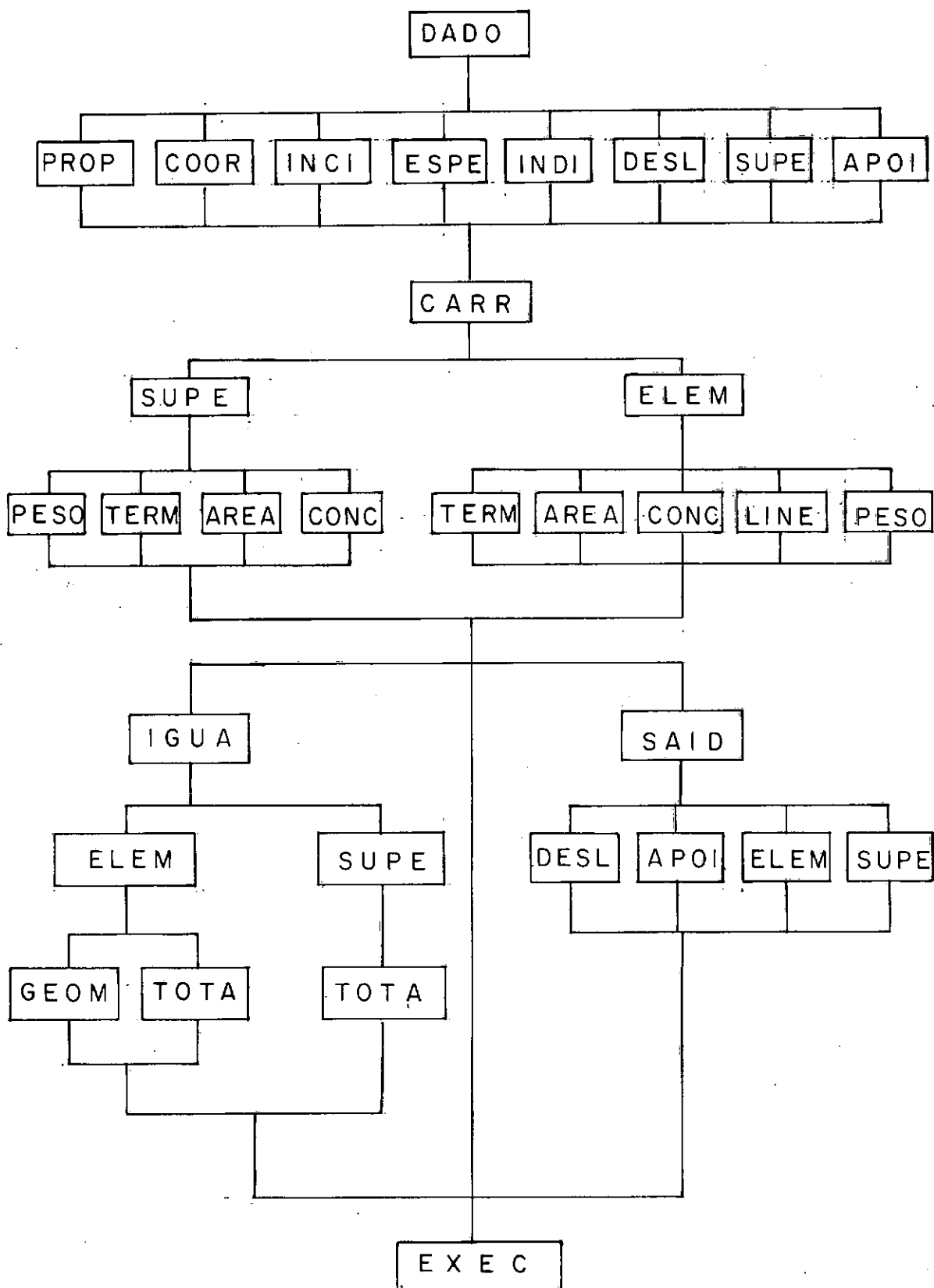


Figura 4 -3) HIERARQUIA DE PALAVRAS-CHAVE

- Para comentários inseridos entre os blocos de dados.

Vale ressaltar que as palavras-chave devem ser perfuradas a partir da coluna um do cartão de dados e são consideradas as quatro primeiras colunas para a sua interpretação, ficando o restante do cartão para eventuais comentários.

IV.5.2 - Sintaxe dos Campos Numéricos

Para reconstituir os valores numéricos contidos em um campo lido em formato Al faz-se necessário definir:

- os caracteres permitidos num campo numérico;
- os delimitadores do campo;
- uma sintaxe particular com as regras que devem ser observadas na preparação dos dados numéricos.

Um campo numérico pode ser definido através das colunas que o mesmo ocupa num cartão de dados. Caso se deseje maior flexibilidade à entrada de dados pode-se definir um caract_{er}, ou mais de um, para servir como delimitador. No presente trabalho utiliza-se como regra geral a vírgula (,) e em casos particulares a barra (/) e o espaço em branco ().

Os caracteres utilizados num campo numérico, incluindo delimitadores, são

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 \emptyset . - , / * + A

Abaixo estão os seus significados

1 2 3 4 5

6 7 8 9 0 - algarismos

\emptyset - espaço em branco

. - ponto decimal, para os números reais

- - sinal negativo, para os números negativos

, - vírgula (delimitador)

/ - barra (separa grupos de campos numéricos num mesmo cartão, substituindo a vírgula nestes casos)

* - asterisco

+ - sinal positivo, para os números positivos (opcional)

A - letra A - serve para conectar os limites inferior e superior de uma seqüência de nós ou elementos com características idênticas

Quanta às regras de formação dos campos numéricos, utilizando-se dos caracteres acima, tem-se

- a) (,) delimita campos numéricos;
- b) (␣) significa zero, logo é permitido em qualquer posição dentro do campo (exceção - ver item g) ;
- c) apõs (-) ou (+) sõ pode haver um algarismo ou (.);
- d) exceto algarismos, (␣) ou (/) qualquer caracter repetido é erro;
- e) (/*) indica que não há mais campos numéricos a serem interpretados nas colunas restantes do cartão;
- f) (//) indica o fim do bloco de dados iniciado por uma palavra-chave;
- g) antes e depois de (A) deve-se ter um e apenas um (␣) que neste caso será um delimitador;
- h) o número sem sinal é considerado positivo.

Além destas regras, deve ser observado que podem ser utilizados cartões comentário, em qualquer quantidade, dentro de um bloco de dados, bastando que seja perfurada a letra C na coluna 1 do cartão.

Por fim, observe-se que se o cartão foi utilizado até a coluna 80 inclusive é dispensável o uso do delimitador à

direita do último campo numérico.

IV.5.3 - Sintaxe dos Campos Literais

Existem blocos de dados onde devem ser fornecidas informações sobre restrições segundo algumas direções de um nó ou elemento. Entende-se por restrição, neste ítem, como sendo um deslocamento imposto, apoio elástico ou força aplicada.

As informações relativas a estas restrições são fornecidas à programação através de campos literais onde são indicadas as direções em que atuam tais restrições, e de campos numéricos onde são fornecidos os valores numéricos correspondentes.

Os caracteres utilizados num campo literal, incluindo os delimitadores, são os seguintes:

u v w R ϕ , /

cujos significados estão mostrados abaixo

u v w - letras associadas respectivamente às direções x, y e z do sistema local;

R - indica rotação em torno de um eixo;

, - vírgula (delimitador);

␣ - espaço em branco;

/ - barra - separa os campos literais dos campos numéricos (substitui a vírgula nestes casos).

Para utilização destes caracteres num campo literal deve-se observar as seguintes regras de sintaxe:

a) após (u), (v) ou (w) só pode haver um delimitador;

b) depois de (R) só pode haver (u), (v) ou (w);

c) (␣␣) só podem existir a esquerda do campo literal;

d) qualquer caracter repetido, exceto (␣) é erro;

e) (/) indica o fim de um grupo de direções com restrição (campos literais), substituindo a vírgula como delimitador;

f) (R) seguido de (u), (v) ou (w) representa a rotação em torno do eixo associado àquelas direções, assim,

Ru - direção da rotação em torno do eixo x

Rv - direção da rotação em torno do eixo y

Rw - direção da rotação em torno do eixo z

O programa interpretará os valores numéricos associados às direções, como constantes de apoio elástico ou deslocamento prescrito ou ainda como força aplicada (concentrada ou

não), de acordo com a palavra-chave que iniciar o bloco de dados onde estiver o cartão com estes valores.

Para armazenamento dos valores dos deslocamentos prescritos ou das constantes de apoios elásticos, que existam em um nó, utilizam-se sete posições de memória no computador: uma para identificar o nó e seis contendo os valores prescritos em cada uma das direções do nó. Se o valor armazenador for - 123.456 isto significa que a direção do nó, associada a este valor, está livre. Ressalte-se, por fim, que em uma direção de um nó não pode haver, simultaneamente, deslocamento prescrito e apoio elástico.

Definidas a seqüência permitida para as palavras-chave, e as regras de sintaxe para os campos numéricos e literais, pode-se construir, como mostrado em (17) e (40), tabelas que sintetizam tais regras estabelecidas. Estas tabelas receberam, no programa desenvolvido, os nomes de ITAB1, ITAB2 e ITAB3 respectivamente, e são inicializadas em um subprograma BLOCK DATA já que são transferidas para as subrotinas através de um COMMON rotulado.

IV.5.4 - Preparação dos Dados de Entrada

Nos itens anteriores foi mostrada a ordem que os blocos de dados devem atender, bem como as regras de formação dos campos numéricos e literais contidos nos cartões de cada bloco.

A seguir indica-se como fornecer os dados de uma estrutura. Será utilizada uma linguagem simbólica semelhante àquela usada na referência (21) onde existem exemplos detalhados. O fluxo dos dados, na linguagem simbólica aqui usada, ocorre da esquerda para a direita, salvo indicação em contrário, expressa por setas.

Quando um valor ou grupos de valores deve ser repetido, há uma indicação expressa de retorno com o número de repetições que devem ocorrer. Se a repetição for opcional ou condicionada indica-se o número máximo de repetições que podem ser feitas.

A estrutura genérica de cada bloco de dados é formada por três tipos de cartões, a saber:

- cartão com a palavra-chave;
- cartão com o valor de uma variável de controle associada aos dados de blocos;
- cartão ou cartões com os dados deste bloco.

O número de cartões com os dados de cada bloco dependerá do valor da variável de controle, se a mesma for necessária no bloco, e da forma com que os respectivos dados podem ser fornecidos e, em geral, não é fixo nem igual à variável de controle lida.

Uma lista das principais variáveis, utilizadas nos esquemas de dados de cada bloco, é apresentada a seguir:

NMAT - número de diferentes materiais que compõe a estrutura;

INDIM - índice do material de que é constituído o elemento associado;

E - módulo de elasticidade do material;

POISS - coeficiente de Poisson do material;

RHO - massa específica do material;

ALFA - coeficiente de dilatação térmica;

NPOIN - número de pontos nodais;

NNO - número de um ponto nodal;

NELMP - número de elementos na estrutura;

NEL - número do elemento que se está fornecendo as incidências;

ESP - espessura dos elementos;

NPFIX - número de pontos nodais com algum deslocamento prescrito;

NNDP1 - número de nó com deslocamento prescrito em alguma direção;

u, v, w, Ru, Rv, Rw - direções em um determinado nó;

NNAEL - número de nós com apoio elástico em alguma direção;

NAP1 - número de nó com apoio elástico;

NSUPE - número de superelementos na estrutura;

NS - número do superelemento;

M - número de divisões, na direção x_{local} , da malha a ser gerada no superelemento;

N - idem, direção y_{local} ;

IND - índice do material do superelemento;

ESPS - espessura do superelemento (considerada uniforme);

LNOCS - lista dos nós situados no contorno do superelemento;

NCASO - número do caso carregamento cujos dados serão fornecidos;

- NNCAC - número de nós com carga concentrada em alguma direção;
- NELCA - número de elementos com carga uniforme distribuída por unidade de área;
- NECDA1, NECDA2 - número do elemento com carga por unidade de área;
- NNCDA - número de nós com carga por unidade de área;
- NNCDA1, NNCDA2 - número do nó com carga por unidade de área;
- NLACL - número de dados com cargas distribuídas por unidade de comprimento;
- NELC - número do elemento com um lado carregado;
- NN1, NN2, NN3 - nós do lado carregado;
- NE1 - número do elemento que tem as temperaturas fornecidas;
- NECT - número de elementos sujeitos a variações de temperatura;
- TFSE (TFIE) - variação de temperatura na face superior (inferior) do elemento NE1;
- NNTP - número de pontos sujeitos a variações de temperatura;

NPl - número do ponto que tem as temperaturas fornecidas;

TFSP (TSIP) - variação de temperatura na face superior (inferior), no ponto NPl;

ACGRX, ACGRY, ACGRZ - componentes da aceleração da gravidade segundo os eixos \bar{x} , \bar{y} e \bar{z} globais, respectivamente;

NSECC - número de superelementos com cargas concentradas;

NSE - número de um superelemento com carga concentrada;

NOJ, NOK - nós que definem a posição da carga concentrada (ver capítulo III) em um superelemento;

NSCDA - número de superelementos com carga uniforme distribuída por unidade de área;

NSCT - número de superelementos sujeitos a variações de temperatura;

TFSS (TFIS) - variação de temperatura na face superior (inferior) do superelemento NSl;

NNDI - número de nós cujos deslocamentos se deseja que sejam impressos;

NNOI - um dos nós cujos deslocamentos serão impressos;

NAPI - número de nós, com apoio em alguma direção, cujas reações serão impressas;

NAPOI - um dos nós, com apoio numa direção, cujas reações serão impressas;

NEEI - número de elementos que terão os esforços internos calculados;

NECI - um dos elementos que terão os esforços calculados;

NSECI - número de superelementos que serão reanalisados;

NSRA - um dos superelementos que serão reanalisados;

NGEIG - número de grupos de elementos iguais geometricamente;

NEG - número de elementos no grupo;

IEG - elemento de um grupo de elementos iguais;

NGEIT - número de grupos de elementos com igualdade total (de geometria e de cargas);

NGSIG - número de grupos de superelementos iguais geometricamente;

ISG - superelemento de um grupo de superelementos;

NGSIT - número de grupos de superelementos com igualdade total.

O esquema dos dados de cada bloco, relativos aos quatro grupos de dados, incluindo o cartão título do problema a ser analisado, é apresentado a seguir, onde as palavras-chave estão sublinhadas para distingui-las das outras variáveis. Quando diversos itens estão reunidos numa mesma vertical devem ser fornecidos na ordem que aparecem, de cima para baixo.

a) 1º Grupo de Dados - Dados Gerais

a.1) 1º Cartão - título do problema a ser analisado

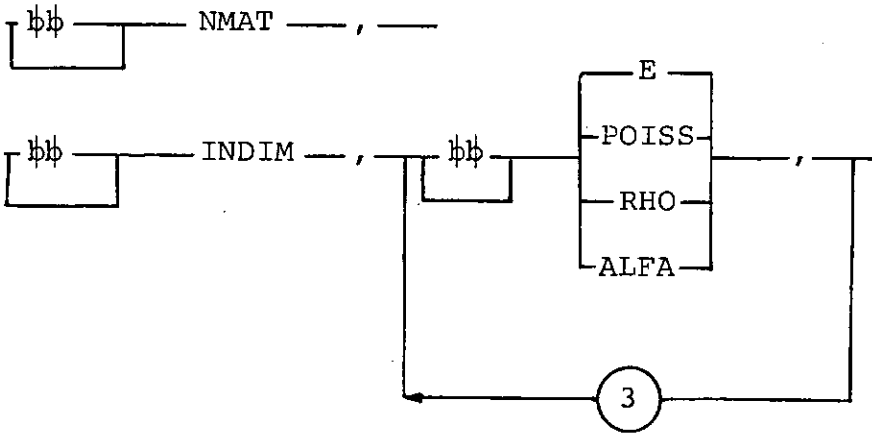
a.2) Palavra-chave DADO - início do fornecimento dos dados gerais da estrutura.

- DADO

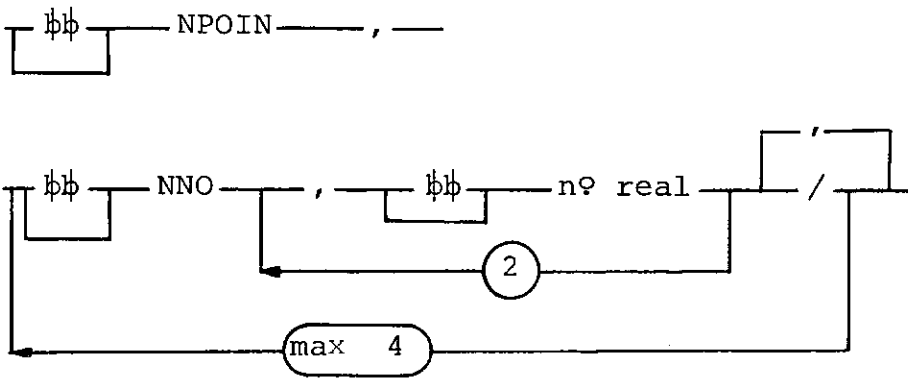
- IMPR

Obs.: caso não se deseje a listagem dos dados lidos e interpretados deve-se omitir a sigla IMPR (IMPRimir dados).

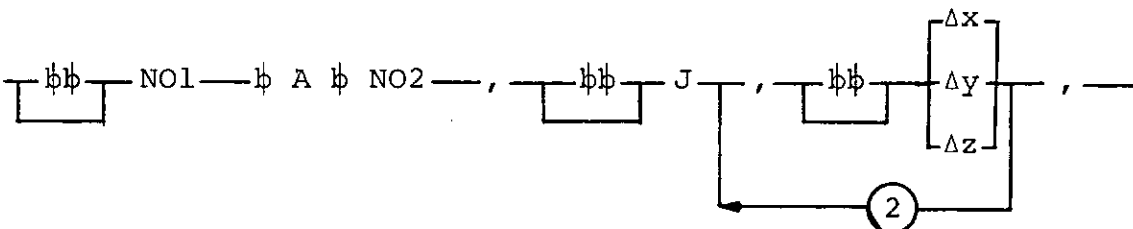
a.3) Palavra-chave PROP - propriedades físicas dos materiais

- PROP

Obs: i) devem ser fornecidos NPMAT cartões, um para cada material.

a.4) Palavra-chave COOR - coordenadas- COOR

ou



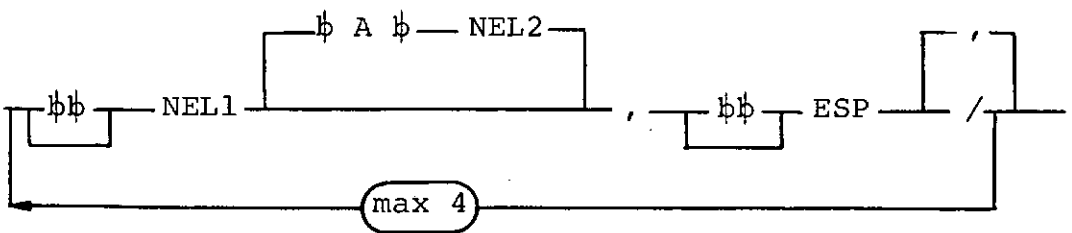
Obs: i) No 1º caso os números inteiros a serem lidos correspondem à incidência de um elemento (NEL) por cartão.

ii) No 2º caso prevê-se a hipótese em que os elementos da seqüência $NEL1, NEL1+J, NEL1+2J, \dots, NEL2$ tenham suas incidências nodais definidas a partir das incidências do elemento anterior, desta seqüência, somando-se uma constante K . A incidência do primeiro elemento da seqüência, $NEL1$, deve ser fornecida previamente.

iii) O número máximo de cartões é $NELEM$ e o mínimo é de 2 cartões.

a.6) Palavra-chave ESPE - espessuras

- ESPE



Obs: i) Pode-se fornecer até 5 espessuras por cartão.

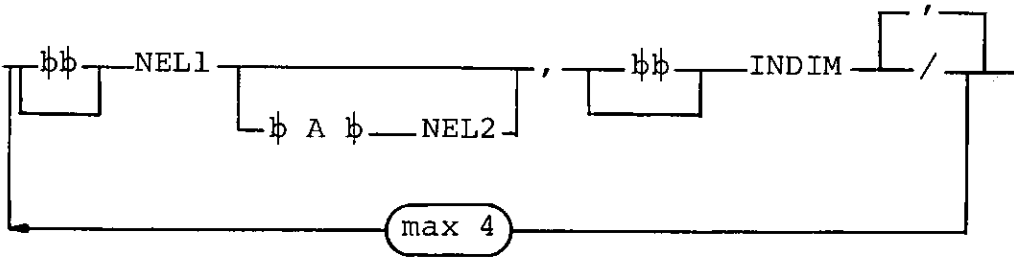
ii) Se um grupo de elementos de numeração $NEL1$ até $NEL2$ tiver uma mesma espessura, esta informação po

de ser condensada, como mostrado no esquema acima, usando o caracter A.

iii) O número máximo de cartões é NELEM e o mínimo de 1 cartão.

a.7) Palavra-chave INDI - índice do material associado a cada elemento

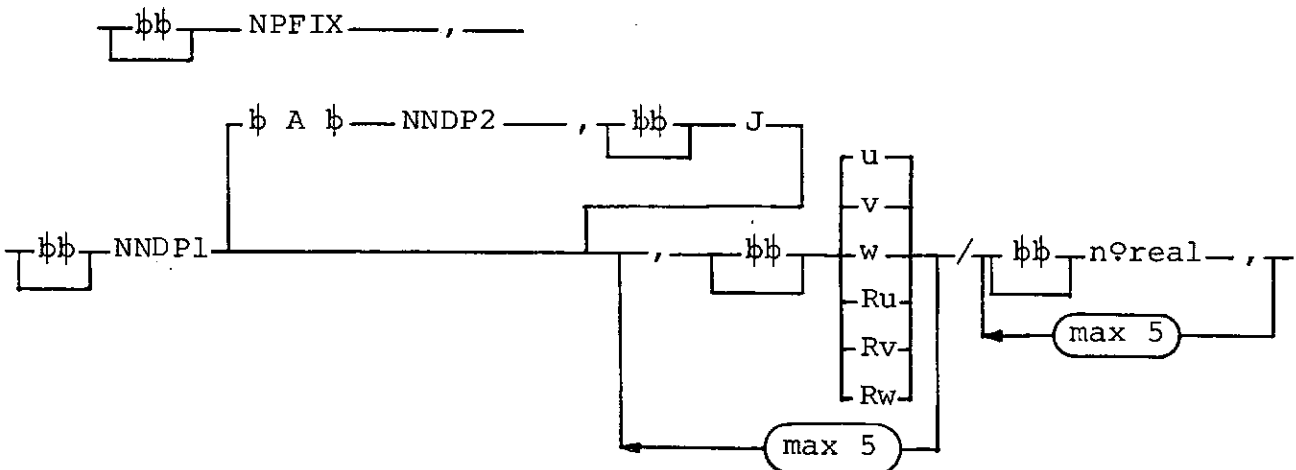
- INDI



Obs: valem as mesmas observações do item anterior.

a.8) Palavra-chave DESL - deslocamentos prescritos

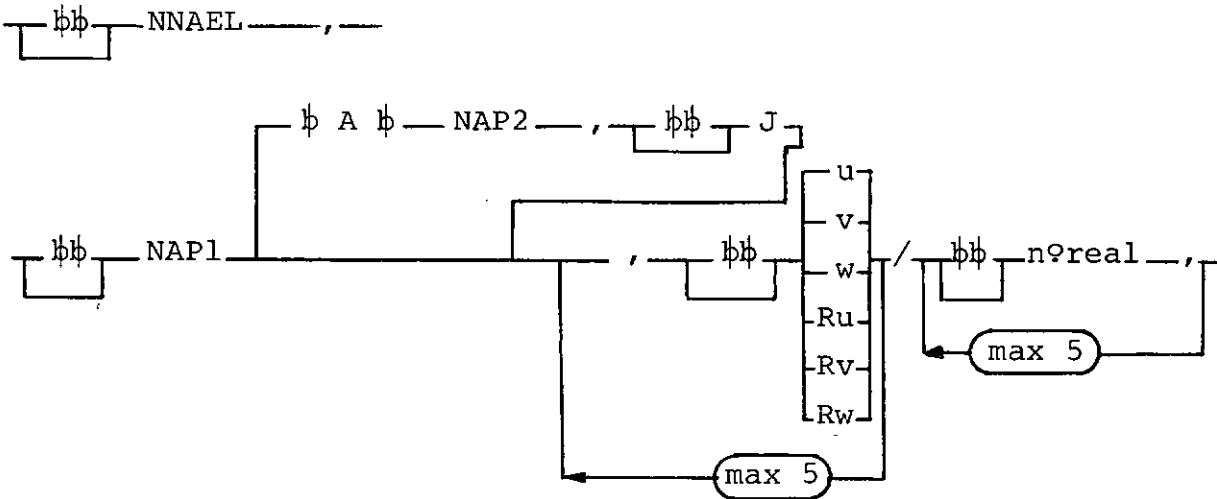
- DESL



- Obs: i) Os valores reais a serem lidos são os deslocamentos prescritos associados às direções que forem indicadas.
- ii) As direções devem ser indicadas obedecendo a sequência de cima para baixo no esquema anterior.
- iii) Se um grupo de nós da sequência $NNDP1, NNDP1 + J, NNDP1 + 2J, \dots, NNDP2$ tiver os mesmos deslocamentos prescritos, nas mesmas direções, pode-se usar o caracter A para fornecer estas informações de forma compacta em um único cartão, como indicado acima.
- iv) Se todos os valores prescritos associados às direções que forem indicadas forem nulos, o campo à direita da barra pode estar em branco, salvo se for o último cartão do bloco.
- v) Se a hipótese acima ocorrer no último cartão do bloco, deve haver pelo menos um campo numérico à direita da barra antes da indicação de fim de bloco (dupla barra).
- vi) Máximo de NPFIX cartões e mínimo de 1 cartão.

a.9) Palavra-chave APOI - apoios elásticos

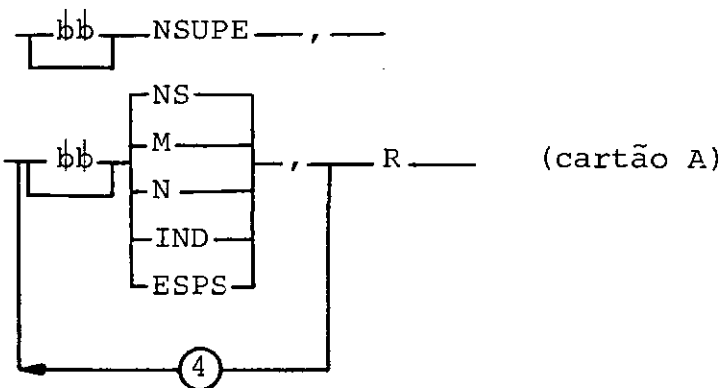
- APOI

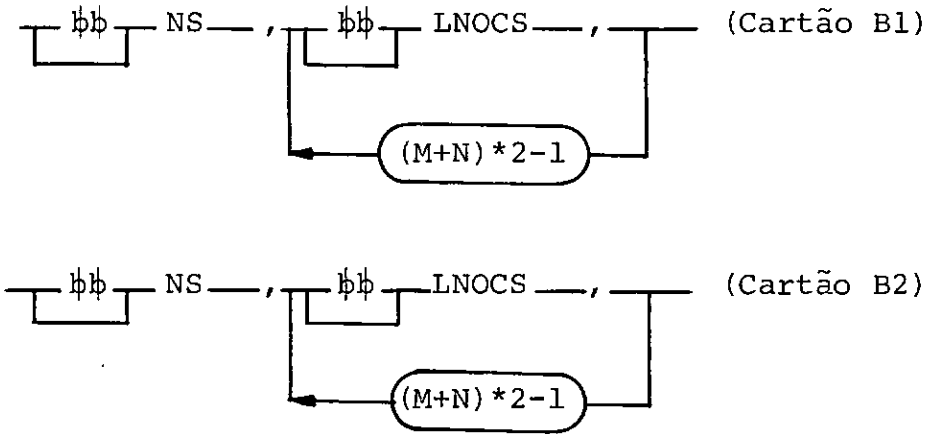


Obs: Valem, aqui, as observações i), ii) e iii) do item anterior.

a.10) Palavra-chave SUPE - dados gerais dos superelementos

- SUPE





Obs: i) No 1º cartão fornece-se o número de superelementos e para cada superelemento deve haver um grupo de 3 cartões contendo:

- NS, M, N, IND e ESPS - nesta ordem (cartão A)
- primeira metade dos nós do seu contorno (cartão B1)
- segunda metade dos nós (cartão B2)

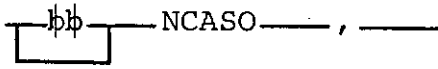
ii) a letra R (Regular), após a última vírgula do cartão A, indica que todos os elementos da malha $m \times n$, a serem gerados, são iguais.

iii) O valor máximo de M e N é 3.

b) 2º Grupo de Dados - Dados sobre os carregamentos

b.1) Palavra-chave CARR - início dos dados de um caso de carregamento

- CARR

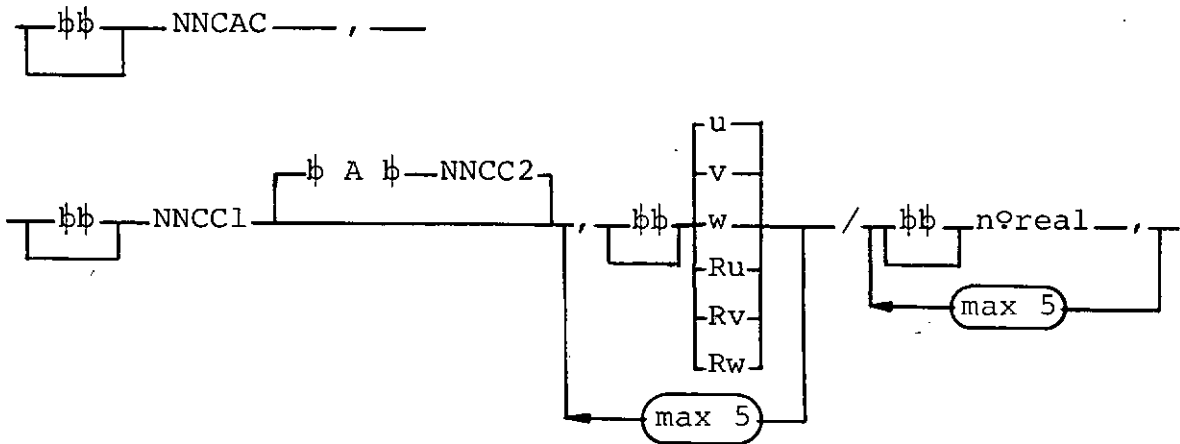


b.2) Palavra-Chave ELEM - início dos dados das cargas nos elementos

- ELEM

b.3) Palavra-chave CONC - cargas concentradas nos nós da estrutura

- CONC



Obs: Valem aqui as observações i), ii), iii) e vi) do item a.8) aplicadas a este bloco.

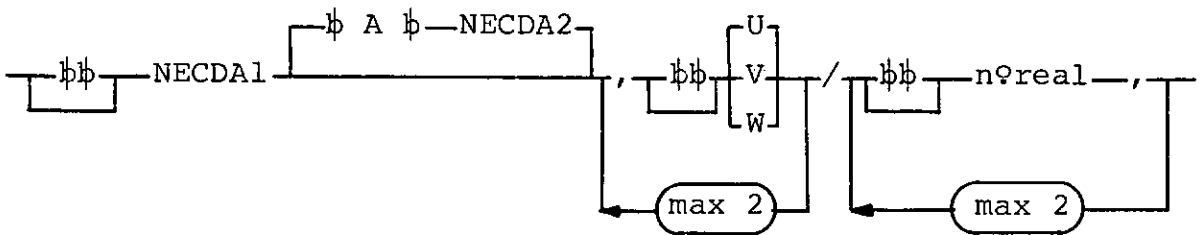
b.4) Palavra-chave AREA - cargas distribuídas por unidade de área sobre os elementos (fornecidas nos pontos nodais e/ou por elementos)

Modo 1) As cargas são fornecidas por elementos

- AREA

—U— cartão opcional (Uniforme)

⌈⌋ NELCA —, —

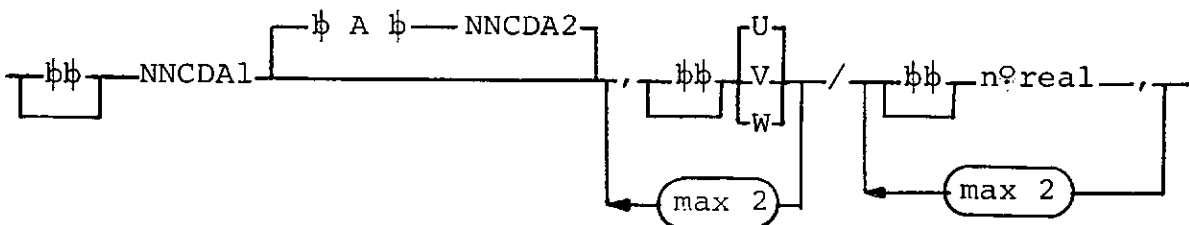


MODO 2) As cargas são fornecidas por pontos nodais

- AREA

—N— (Nodal)

⌈⌋ NNCDA —, —



Obs: i) Valem as observações i), ii), iii) e vi) do item a.8) aplicadas a este bloco.

ii) No modo 1 as cargas são supostas uniformes sobre os elementos.

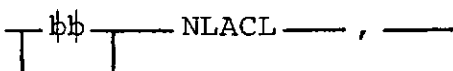
iii) No modo 2, será considerado que um elemento esteja carregado desde que haja pelo menos um de seus nós com carga fornecida. Os outros nós não especificados serão considerados com carga nula.

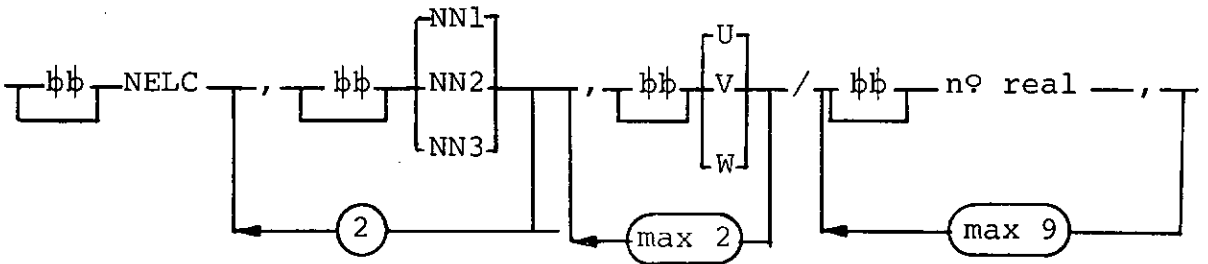
iv) A observação anterior não é válida quando for fornecida carga por área, no elemento em questão, segundo o modo 1.

v) As cargas fornecidas (nº real) devem estar em correspondência com as direções (U, V, W) em que atuam.

b.5) Palavra-chave LINE - cargas distribuídas por unidade de comprimento, no contorno do elemento e contidas no seu plano.

- LINE

 NLACL — , —



Obs: i) as cargas (nº real) são fornecidas por nó, na seguinte seqüência: cargas do nó NN1, cargas do nó NN2 e cargas do nó NN3, segundo o que foi mostrado no ítem II.4.2.

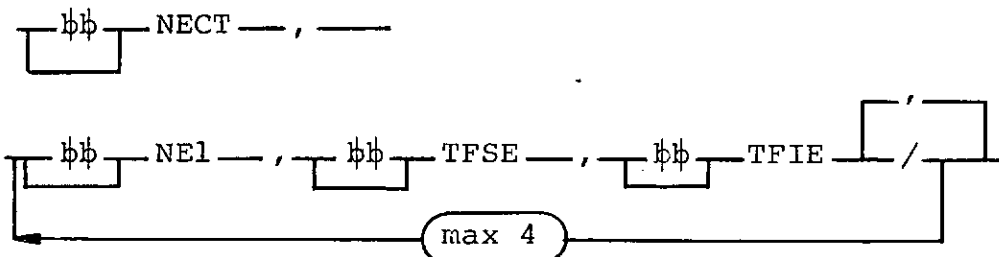
ii) no máximo NLACL cartões e no mínimo um cartão.

b.6) Palavra-chave TERM - temperaturas nos elementos (fornecidas por elementos e/ou por pontos nodais).

MODO 1) As temperaturas são fornecidas por elementos

- TERM

—U— Cartão opcional (Uniforme)



ou

MODO 2) As temperaturas são fornecidas por pontos nodais

- TERM

—N— (Nodal)

ou

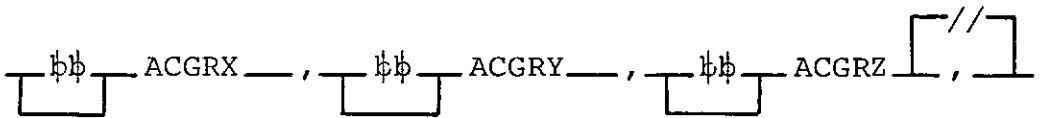
Obs: i) valem as observações ii), iii) e iv) do ítem b.4) aplicadas a este bloco de dados

ii) em ambos os modos anteriores, a segunda forma de fornecimento dos dados é válida quando um grupo de elementos (de nós), de numeração NEL até NE2 (NP1 até NP2) está sujeito às mesmas variações de temperatura TFSE e TFIE (TFSP e TFIP).

iii) com a primeira forma de fornecimento dos dados pode-se ter até 5 grupos de dados por cartão.

b.7) Palavra-chave PESO - análise de peso próprio

- PESO

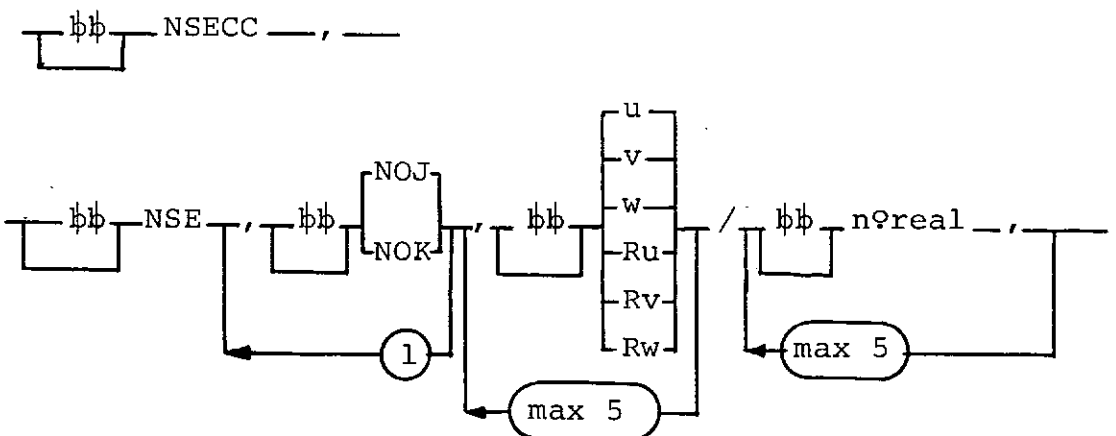


b.8) Palavra-chave SUPE - início dos dados das cargas nos super elementos

- SUPE

b.9) Palavra-chave CONC - cargas concentradas nos nós internos da malha do superelemento.

- CONC



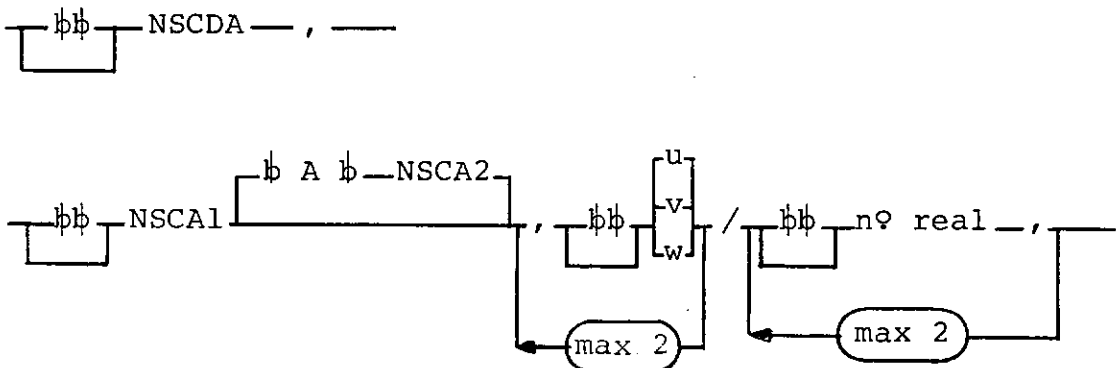
Obs: i) os valores reais a serem fornecidos são as cargas atuantes nas direções que forem indicadas.

ii) NOJ, NOK indicam a posição da carga concentrada nos nós da malha do superelemento segundo o que foi definido no capítulo III.

iii) NSECC cartões.

b.10) Palavra-chave AREA - cargas distribuídas por área nos superelementos

- AREA



Obs: i) valem aqui, as observações i), ii), iii) e iv) do ítem a.8) aplicadas a este bloco

ii) as cargas são supostas uniformes sobre os superelementos

b.11) Palavra-chave TERM - temperaturas nos superelementos

- TERM

▯▯ NSCT — , —

▯▯ NS1 — , ▯▯ TFSS — , ▯▯ TFIS [/]
 max 4

ou

▯▯ NS1 — A ▯▯ NS2 — , ▯▯ TFSS — , ▯▯ TFIS — , —

Obs: valem aqui as observações ii) e iii) do item b.6)
 aplicadas a este bloco.

c) 3º Grupo de Dados - Dados para a saída dos resultados

C.1) Palavra-chave SAID - início das informações relativas à
 impressão dos resultados.

- SAID

c.2) Palavra-chave DESL - nós cujos deslocamentos se deseja que
 sejam impressos.

- DESL

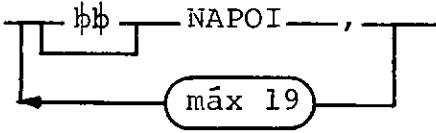
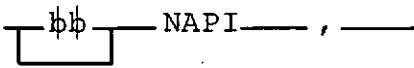
▯▯ NNDI — , —

▯▯ NNOI — , —
 max 19

Obs: Número de cartões - tantos quantos forem necessários

C.3) Palavra-chave APOI - apoios cujas reações serão impressas

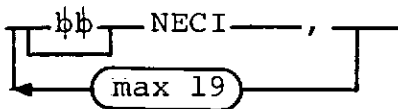
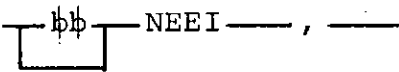
- APOI



Obs: Número de cartões - tantos quantos forem necessários

C.4) Palavra-chave ELEM - elementos cujos esforços internos serão calculados e impressos

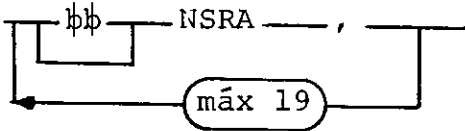
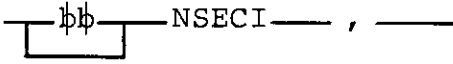
- ELEM



Obs: Número de cartões- tanto forem necessários

C.5) Palavra-chave SUPE - superelementos que serão reanalisados e os resultados impressos

- SUPE



Obs: Número de cartões - tantos quantos forem necessários.

d) 4º Grupo de Dados - Igualdades entre elementos e entre super-elementos

d.1) Palavra-chave IGUA - dados que definem os grupos de elementos (superelementos) iguais entre si.

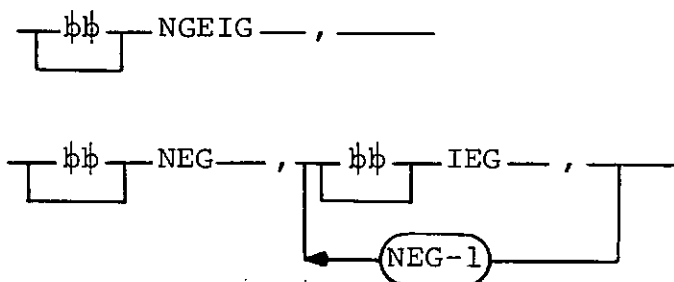
- IGUA

d.2) Palavra-chave ELEM - início do fornecimento dos dados relativos às igualdades entre os elementos.

- ELEM

d.3) Palavra-chave GEOM - fornecimento dos grupos de elementos geometricamente iguais entre si.

- GEOM



Obs: i) em cada cartão se fornece a lista de elementos de um dos grupos de elementos iguais entre si.

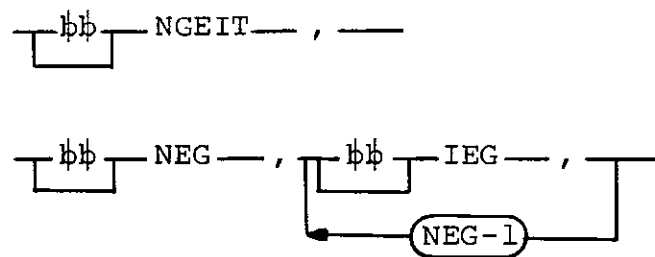
ii) em cada grupo de elementos iguais pode haver, no máximo, 19 elementos.

iii) o primeiro elemento de cada grupo deve ser o de menor número.

iv) número de cartões - NGEIG

d.4) Palavra-chave TOTA - fornecimento dos grupos de elementos iguais totalmente

- TOTA



Obs: i) valem, aqui, as observações i) e iii) do ítem anterior.

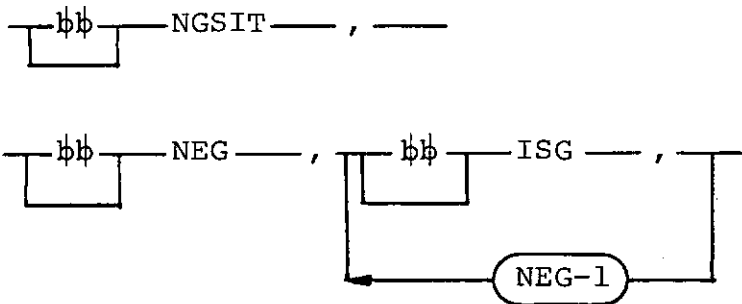
ii) número de cartões - NGEIT

d.5) Palavra-chave SUPE - Início do fornecimento dos dados relativos às igualdades entre superelementos.

- SUPE

d.6) Palavra-chave TOTA - fornecimento de grupos de superelementos com igualdade total.

- TOTA



Obs: i) são válidas as observações i), ii) e iii) do ítem d.3), aplicadas a este bloco.

ii) número de cartões - NGSIT

CAPÍTULO VRESULTADOS E CONCLUSÕESV.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados, e comentados, os resultados de algumas aplicações do programa desenvolvido. Inicialmente apresentam-se dois exemplos simples, uma chapa sob flexão em seu próprio plano e uma placa apoiada, semi-espessa, sob cargas transversais, para verificação do comportamento dos resultados ao discretizar-se a estrutura em elementos e/ou subelementos. A seguir são apresentados dois outros exemplos de maior complexidade sendo: uma casca cilíndrica apoiada em diafragmas sob seu peso próprio, e uma casca cilíndrica engastada no contorno.

Com o objetivo de ilustrar a forma de preparar os dados para o programa, de acordo com o exposto no capítulo anterior apresenta-se, no apêndice B, a imagem dos cartões de dados de algumas discretizações utilizadas nos exemplos mostrados a seguir.

V.2 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃOa) Exemplo 1

Este exemplo consiste de uma chapa retangular

submetida a uma flexão no seu próprio plano, sendo analisado apenas um quadrante da mesma¹⁴, como mostrado na Figura 5.1 onde também são indicadas as características geométricas e do material que a compõe.

Foram utilizadas duas discretizações para este problema, uma com 6 elementos (malha 1) e outra com 3 elementos e 2 superelementos (malha 2) identificados, na Figura 5.2, pelas letras E e S respectivamente.

Os resultados obtidos estão resumidos na Figura 5.3 onde são mostradas as tensões σ_x , e na Tabela 5.1 onde comparam-se os deslocamentos, em alguns pontos, com os valores exatos, apresentados na referência (14).

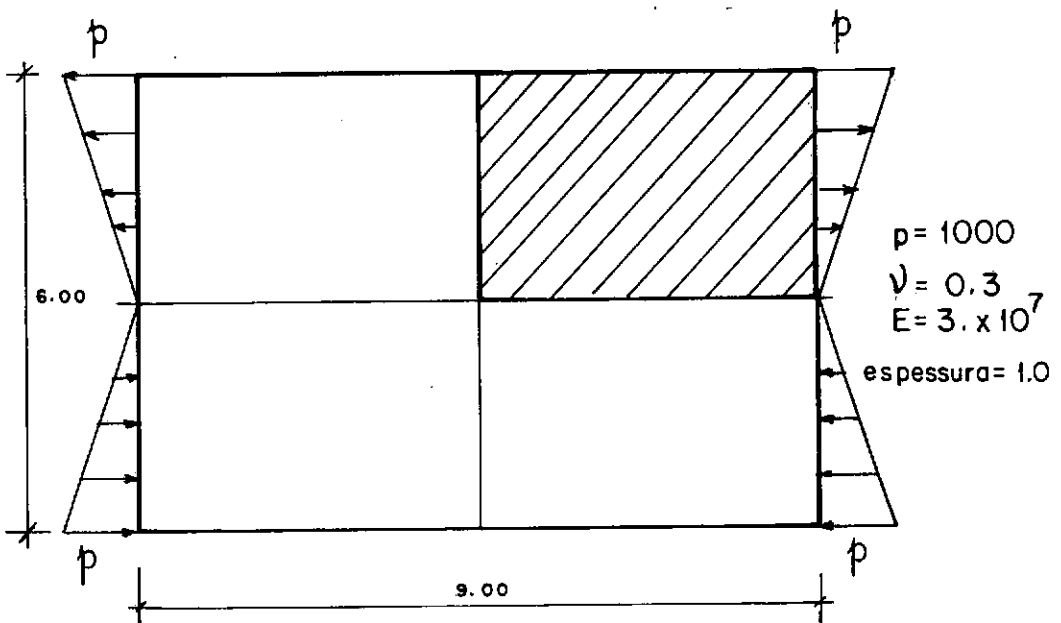


FIGURA 5-1) ESQUEMA DA CHAPA DO EXEMPLO 1 e A PARTE ANALISADA.

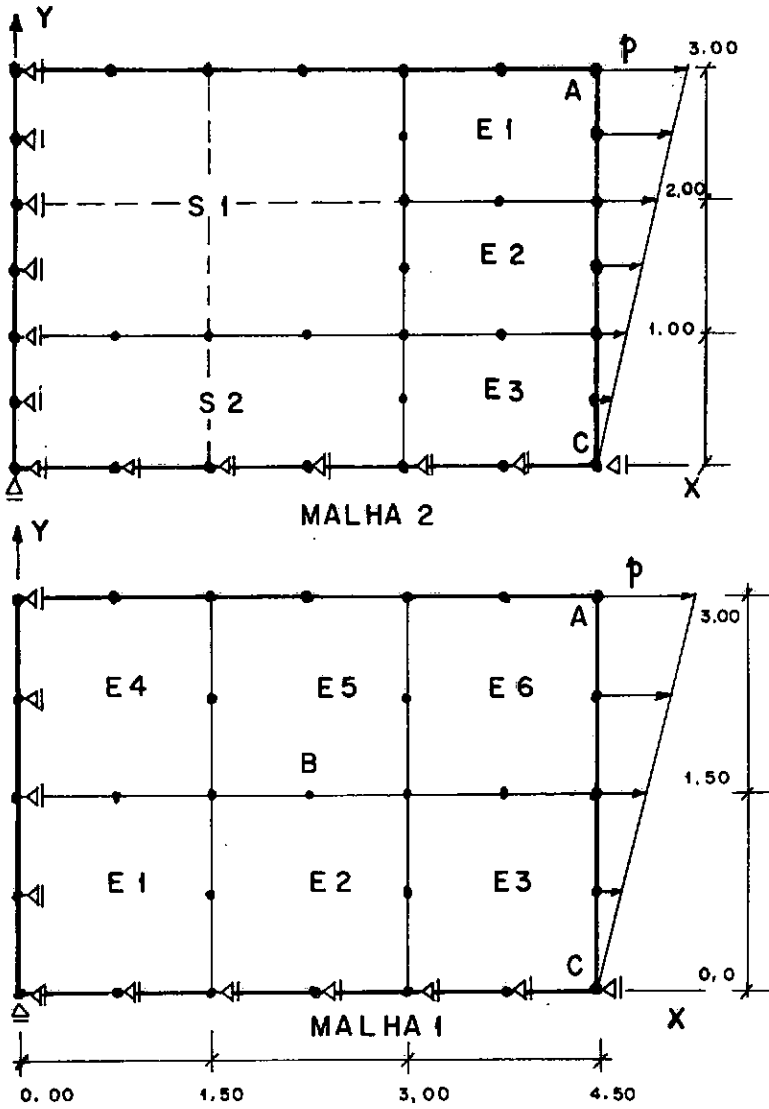


Figura 5-2) CHAPA SOB FLEXÃO-QUADRANTE ANALISADO
MALHAS UTILIZADAS E CARREGAMENTO CONSIDERADO.

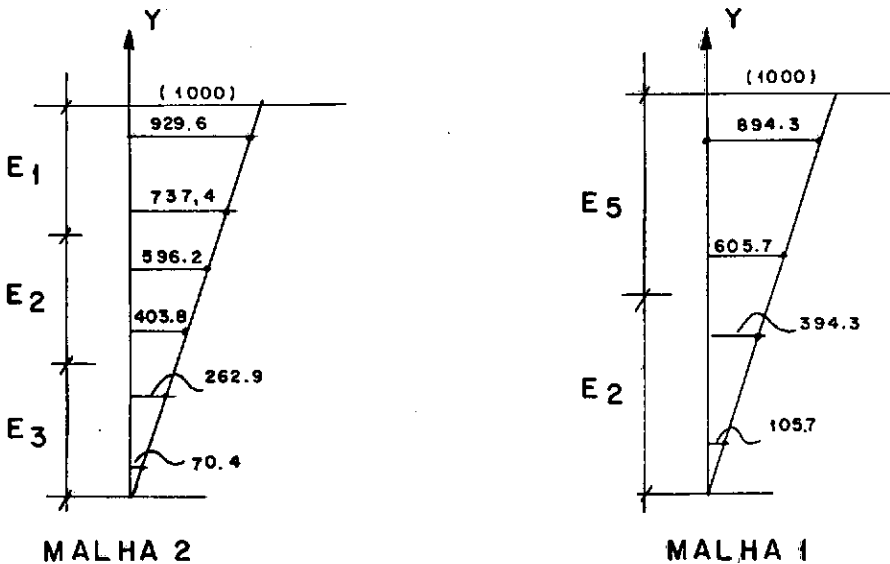


Figura 5-3) TENSÕES σ_x ($x=C$) NA PARTE ANALISADA.

| ponto | deslocam.y | | deslocam.x | |
|------------------|------------|-------------|------------|-------------|
| | exato | do programa | exato | do programa |
| A (4.5,3.0) | -1.12500 | -1.125 | 0.00000 | 0.000 |
| B (2.25,1.50) | -0.31875 | -0.319 | 0.37500 | 0.375 |
| C (4.5,0.0) | -1.27500 | -1.275 | 1.50000 | 1.500 |

Tabela 5.1 - Comparação entre deslocamentos exatos e os obtidos pelo programa ($\times 10^{-4}$)

Observa-se uma ótima aproximação dos resultados encontrados com os exatos, inclusive quanto as tensões que, como era de se esperar, se distribuem linearmente, em qualquer seção $x = \text{constante}$, com valor máximo $p = 1000$.

b) Exemplo 2

Uma placa quadrada semi-espessa, de lados simplesmente apoiados, é analisada sob uma carga unitária distribuída por área. Devido a simetria da placa utiliza-se na análise apenas 1/4 da mesma.

Foram usadas diferentes discretizações, mostradas na Figura 5.4, com elementos e/ou superelementos (identificados por E ou S respectivamente) de tal modo a haver sempre 9 elementos "folded-plate" em um arranjo 3x3.

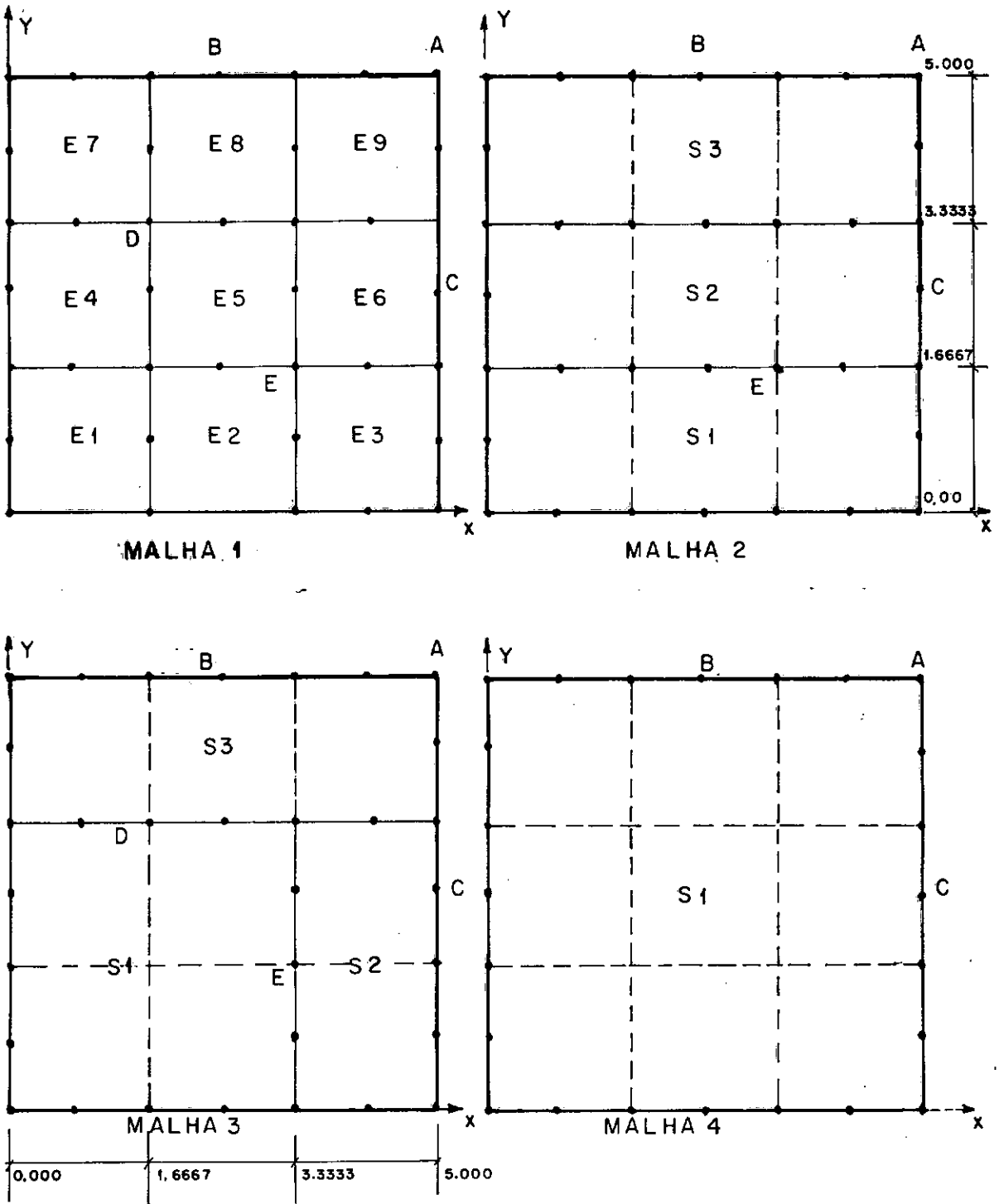


FIGURA 5-4) DISCRETIZAÇÕES UTILIZADAS NA ANÁLISE DE UMA PLACA SEMI-ESPESSA QUADRADA, DE LADOS SIMPLEMENTE APOIADOS.

Outros dados do problema:

$$E = 2.100.000 \text{ t/m}^2$$

$$\nu = 0.30$$

$$\text{espessura} = 1.00 \text{ m}$$

$$\text{lado} = 10.0 \text{ m}$$

Os resultados obtidos para esta análise estão apresentados na Figura 5.5, deslocamentos transversais, e na Figura 5.6, momentos fletores, na seção $x = 5.0 \text{ m}$ (ou $y = 5.0 \text{ m}$).

Pela análise das referidas figuras observa-se que também na flexão, placa semi-espessa, o comportamento dos resultados é muito bom. O erro máximo encontrado nos deslocamentos foi de 0.7%, no centro da placa ($W_{\text{exato}} = 0.2205 \text{ mm}$ segundo as referências 5 e 28, e $W_{\text{programa}} = 0.222 \text{ mm}$).

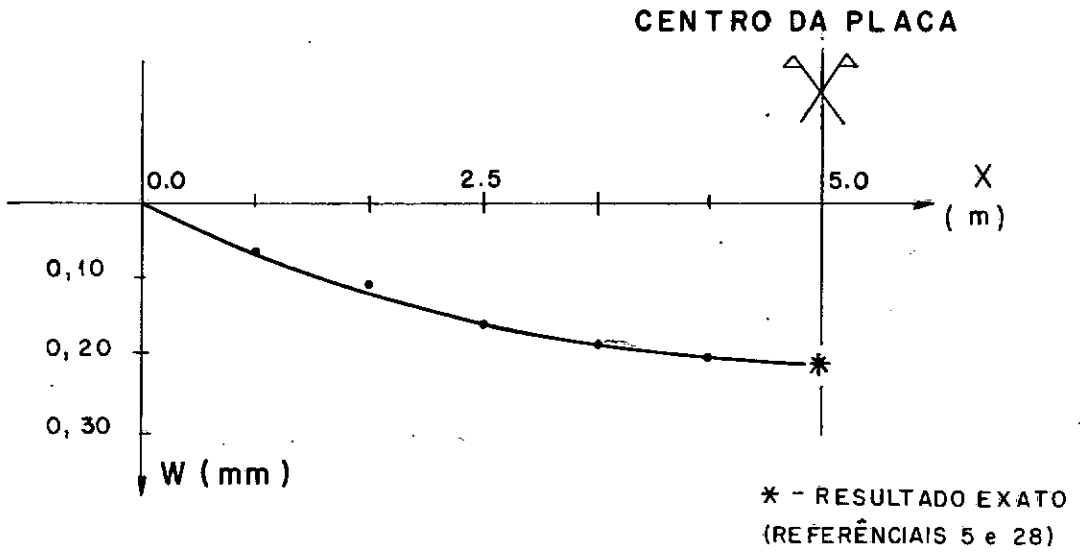


Figura 5 - 5) DESLOCAMENTOS TRANSVERSAIS (em mm) NA
SEÇÃO $Y = 5.0$ (OU $X = 5.0$)

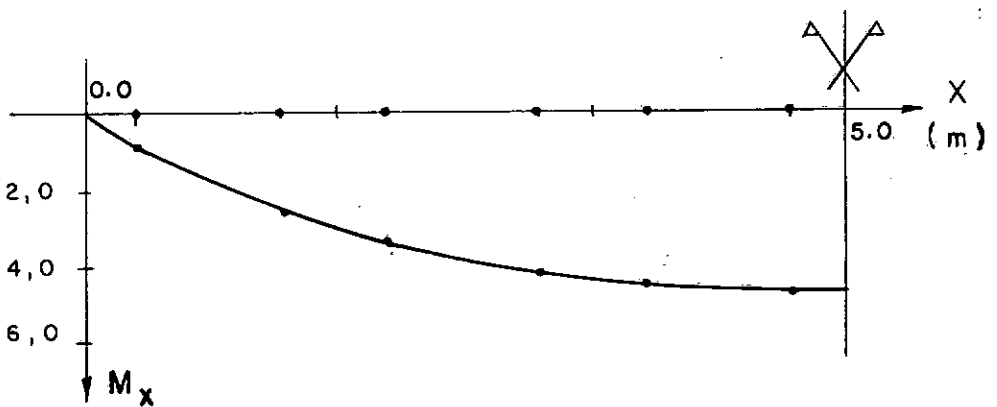


Figura 5 - 6) MOMENTOS FLETORES M_x (M_y) AO
LONGO DA SEÇÃO $X = 5.0$ m ($Y = 5.0$ m)

c) Exemplo 3

Apresenta-se a análise de uma casca cilíndrica totalmente engastada no contorno, submetida a uma pressão $p = 0.04 \text{ t/m}^2$, para diversos valores da flecha f . Na Figura 5.7 define-se a geometria da casca e a malha de elementos, utilizada.

A projeção da casca no plano XY é um quadrado de lado igual a 20 m, porém devido a dupla simetria analisou-se apenas um quadrante da mesma.

Esta casca foi estudada na referência (4) de forma exaustiva, e neste trabalho reproduziu-se uma parte da análise feita na citada fonte. Inicialmente para $f = 0.512 \text{ m}$, e para os valores de pressão de 0.04 t/m^2 e 0.16 t/m^2 , construiu-se o gráfico da Figura 5.8 onde compara-se os resultados obtidos pela presente análise (linear) com os de uma análise não-linear. Nas figuras seguintes são apresentados momentos e deslocamentos obtidos ao fazer-se a variação da flecha f .

Pela análise dos gráficos apresentados, Figuras 5.8 a 5.11 verifica-se que, de modo geral, os resultados estão bons. As pequenas discrepâncias entre aqueles obtidos pelo programa do presente trabalho e os obtidos na referência (4), que está servindo para comparação, podem ter as seguintes justificativas:

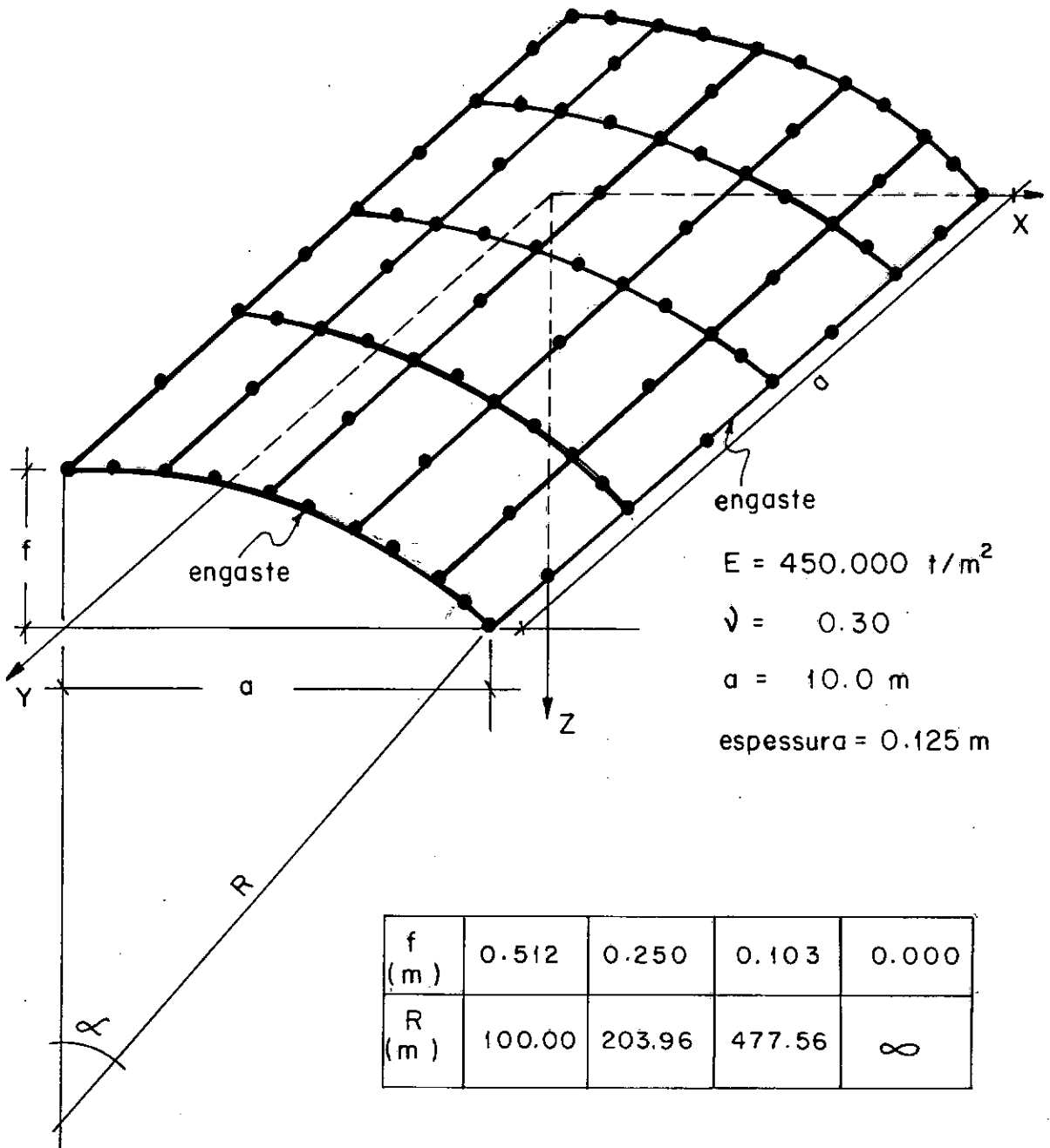


Figura 5-7) QUADRANTE DA CASCA CILÍNDRICA ANALISADA E MALHA UTILIZADA.

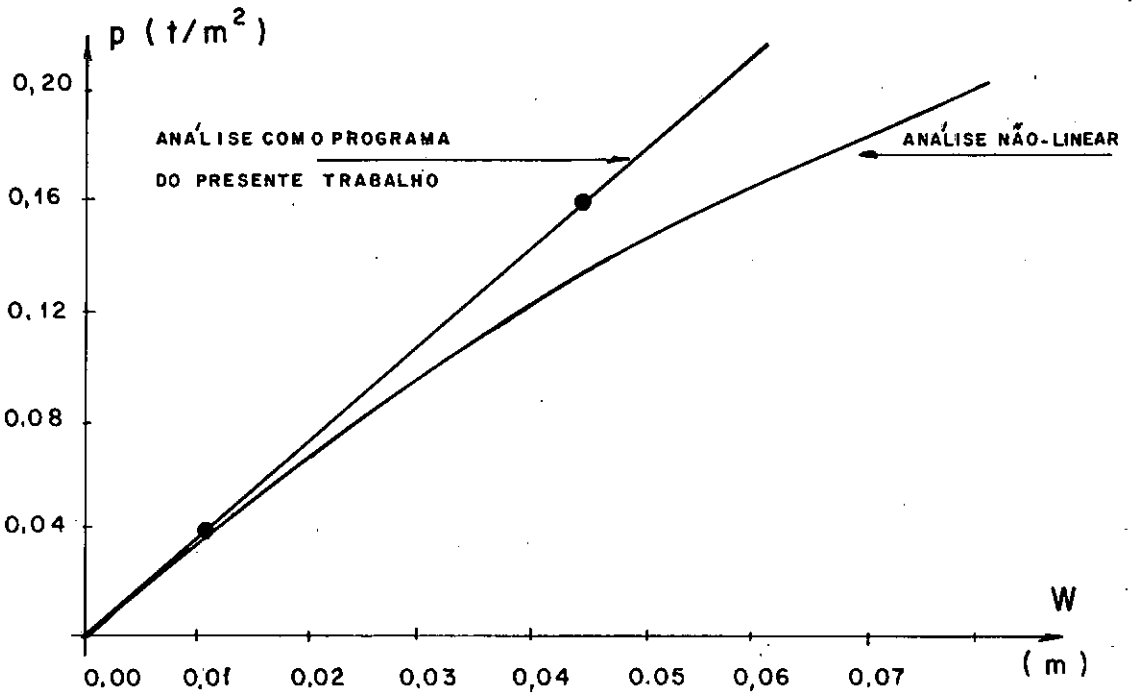


Figura 5-8) DEFLEXÕES NO CENTRO DA CASCA EM FUNÇÃO DE p ($f = 0.512$ m)

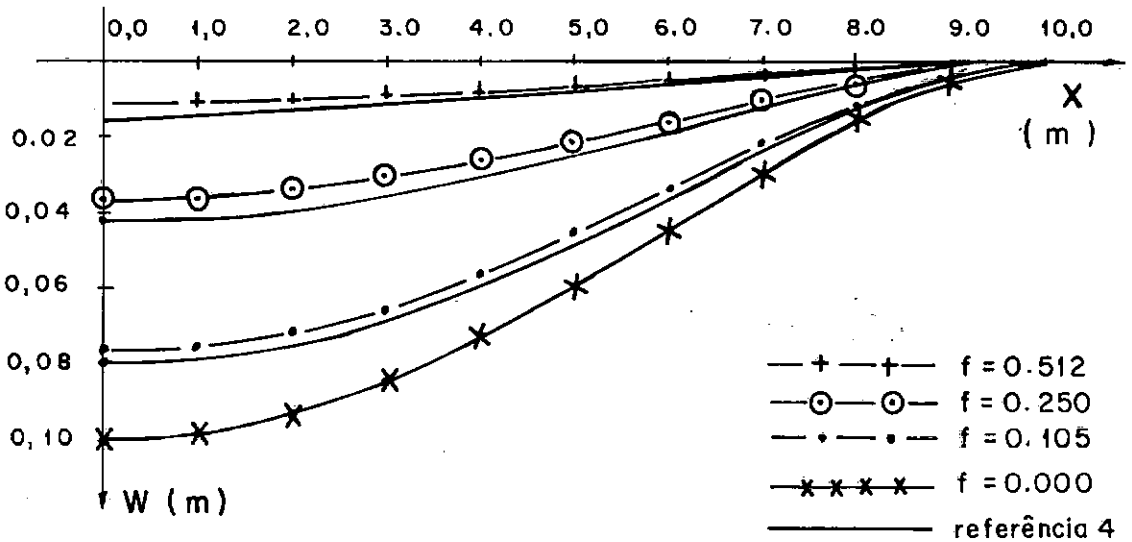


Figura 5-9) DEFLEXÕES NA SEÇÃO MÉDIA $Y = 0$ m

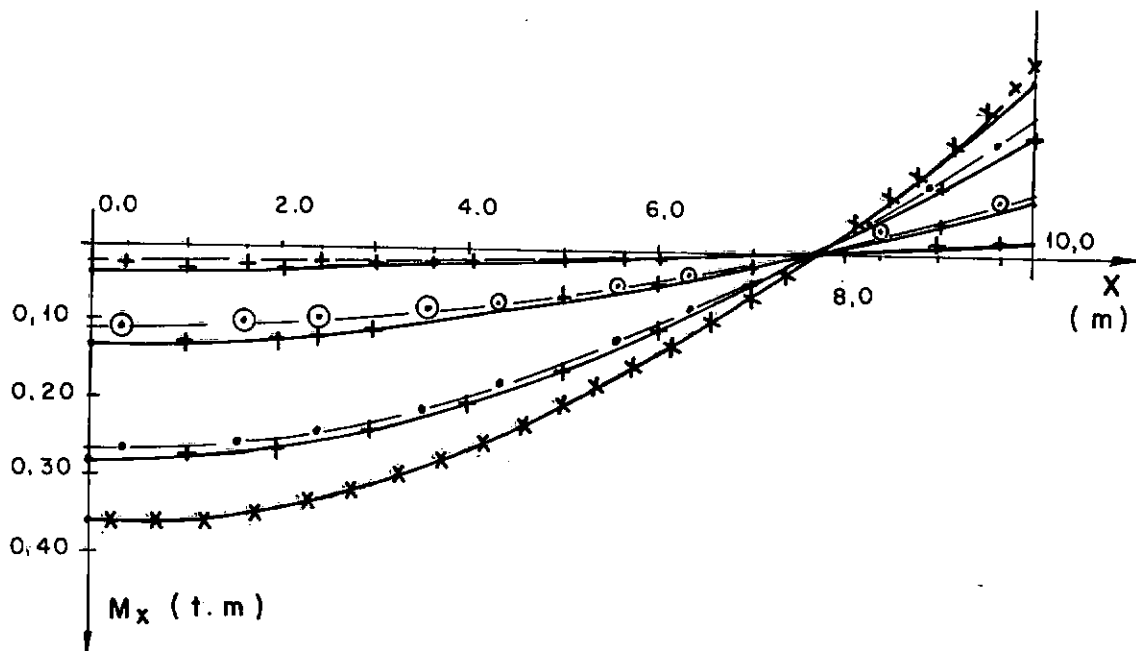


Figura 5-10) MOMENTOS FLETORES M_x - SEÇÃO $Y = 0.53m$

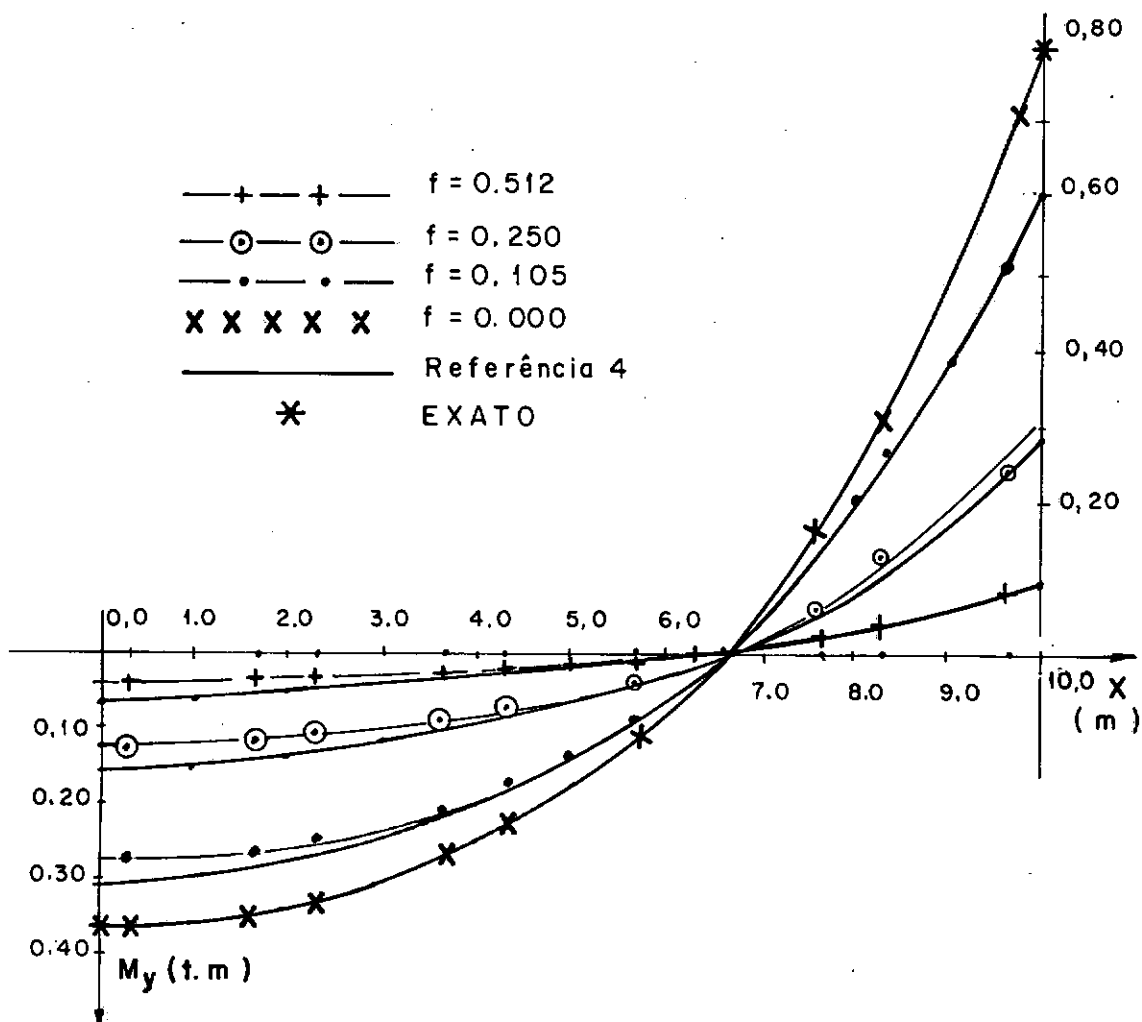


Figura 5-11) MOMENTOS FLETORES M_y - SEÇÃO $Y = 0.53m$

- a malha utilizada no presente trabalho (20 elementos, 79 nós) poderia ser ainda mais refinada;
- na referência (4) são apresentados 5 e utilizados 3 métodos de contornar a singularidade na matriz de rigidez da estrutura quando existem nós planares. E são comparados entre si, e com os exatos, os resultados da análise de um caso exemplo (apresentado a seguir) observando-se discrepâncias entre os mesmos. É possível, pois, que na presente análise os resultados usados para comparação não sejam os mais exatos;
- no presente trabalho os momentos (e demais esforços e tensões) são obtidos em pontos internos aos elementos, os pontos de integração, e os resultados da referência (4) são fornecidos nos pontos nodais. Assim, nas Figuras 5.10 e 5.11, compara-se os momentos na seção $y = 0.53$ m (presente trabalho) com os momentos em $y = 0$ (ref. 4), daí advindo uma boa parcela das discrepâncias observadas entre os dois resultados apresentados nas duas figuras.

Exemplo 4

Este exemplo consta da análise de uma casca cilíndrica, apoiada em diafragmas nas suas extremidades, submetida ao seu peso próprio.

A sua geometria, a malha utilizada na análise e as características do material que a compõe estão apresentados

na Figura 5.12. Neste exemplo é reproduzida a análise efetuada na referência (4), de onde foram obtidos os resultados analíticos utilizados para comparação com os do presente trabalho. Inicialmente são apresentados os deslocamentos longitudinais do diafragma, Figura 5.13, e os deslocamentos transversais na seção $y = 0$, Figura 5.14. Seguem-se os diagramas de momentos fletores M_y , Figura 5.15, e M_x , Figura 5.16, na seção $y \approx 0$.

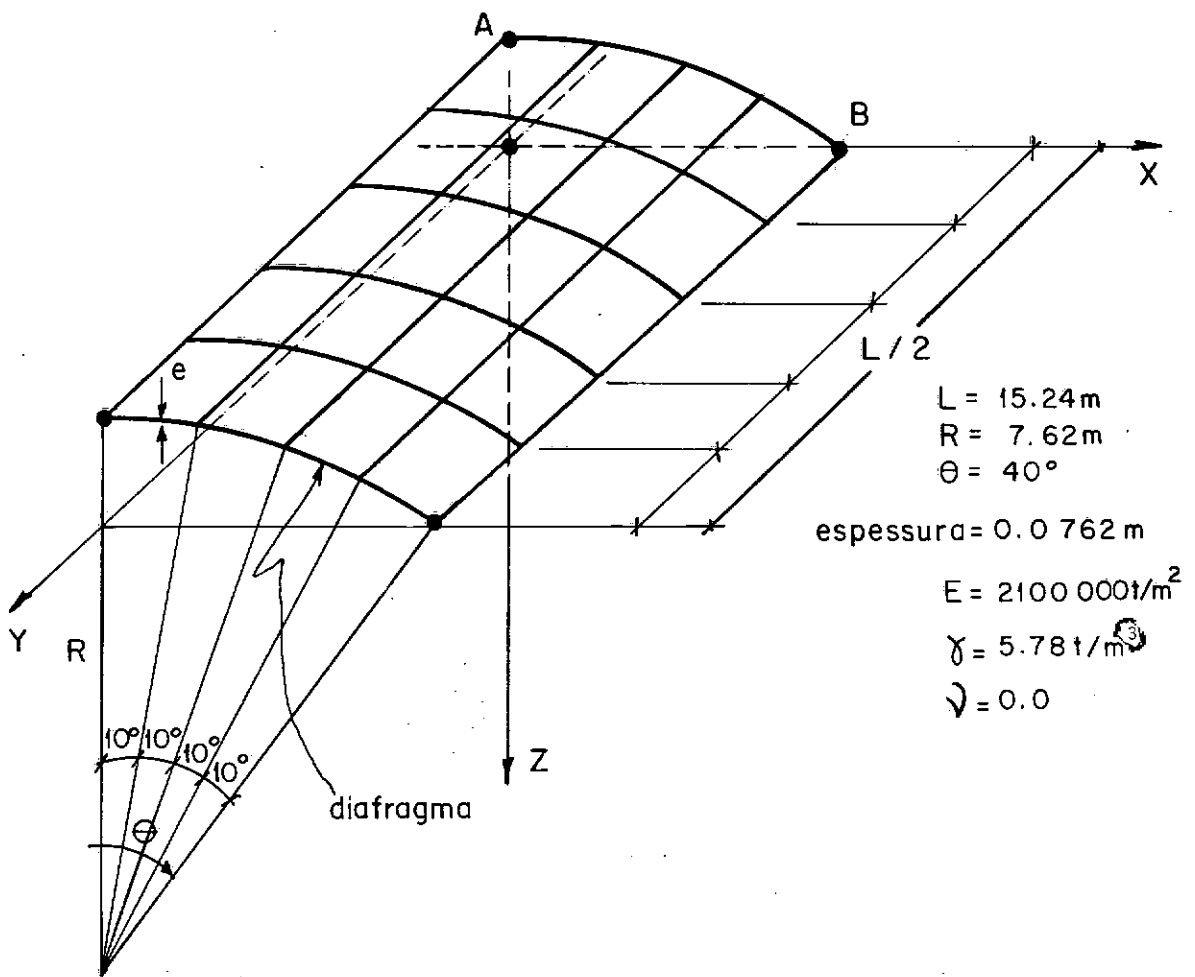


Figura 5-12) CASCA CILÍNDRICA APOIADA EM DIAFRAGMAS.
GEOMETRIA E MALHA UTILIZADA.

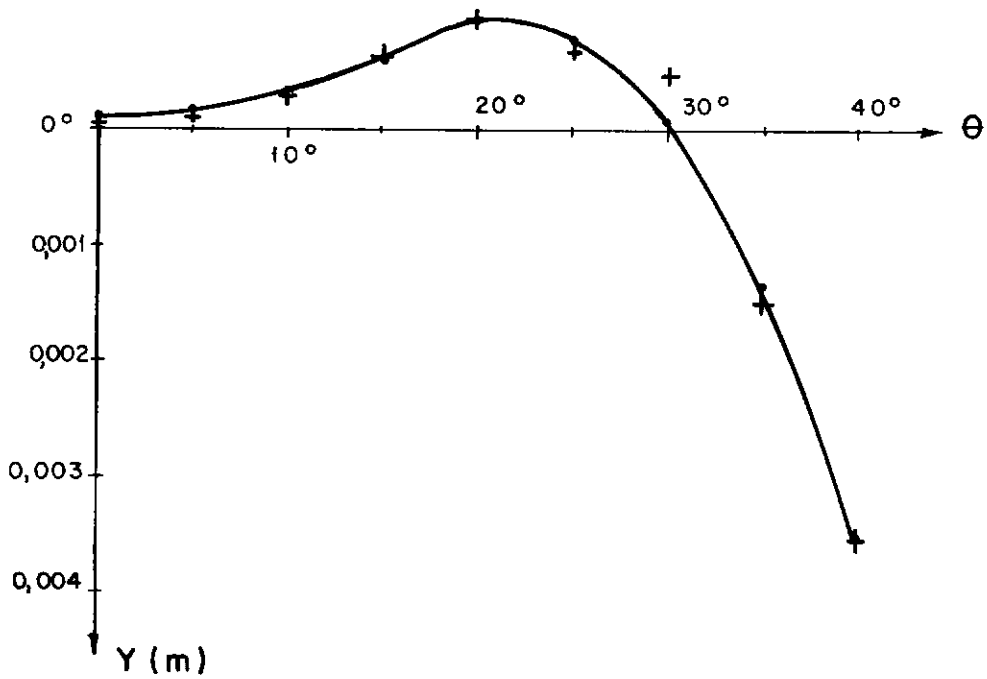


Figura 5-13) DESLOCAMENTOS LONGITUDINAIS/DIAFRAGMA

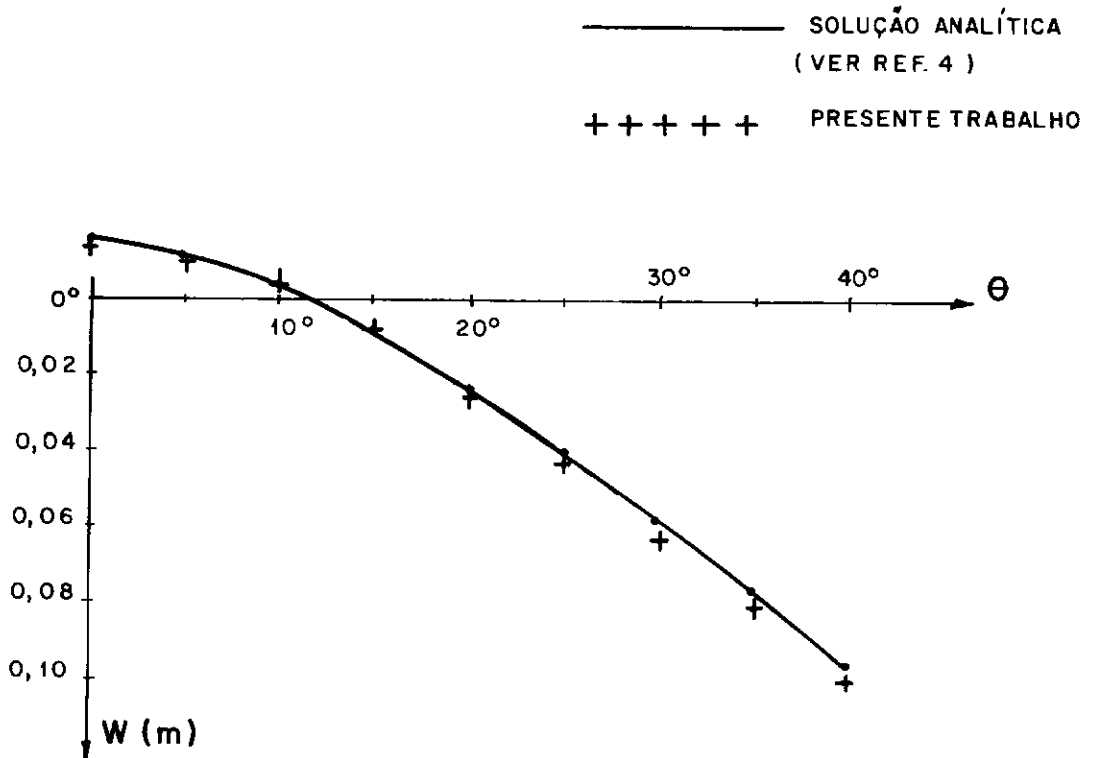


Figura 5-14) DEFLEXÕES NA SEÇÃO MÉDIA $Y=0$

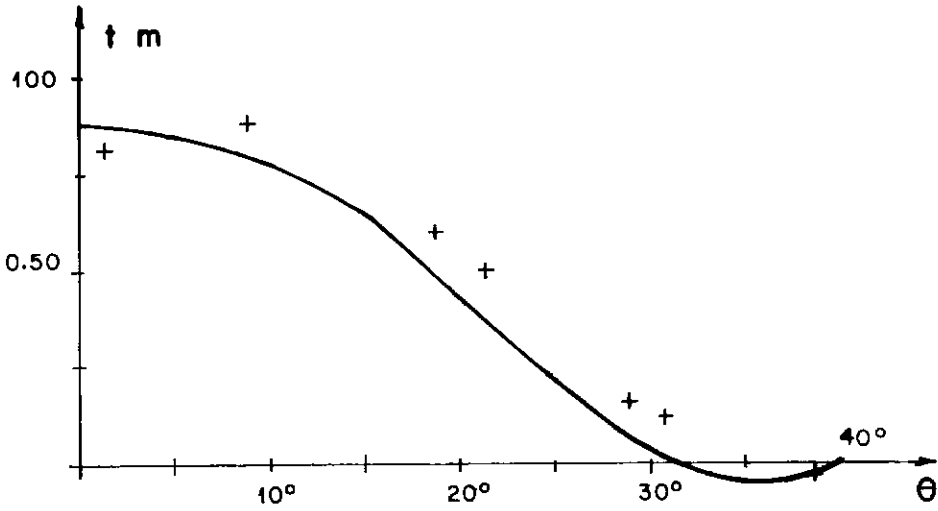


Figura 5-15) MOMENTOS FLETORES TRANSV. NA SEÇÃO $\approx Y=0$

———— SOLUÇÃO ANALÍTICA (VER
REF. 4)

++++ PRESENTE TRABALHO

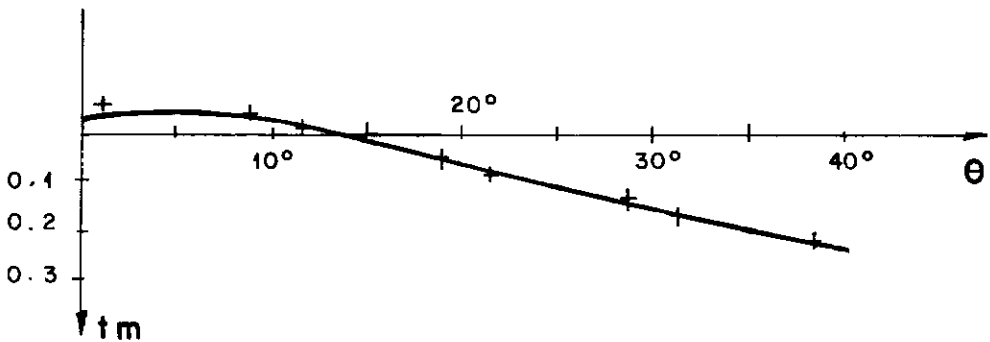


Figura 5-16) MOMENTOS FLETORES LONGITUDINAIS NA
SEÇÃO $\approx Y=0$

Como pode ser observado nos gráficos apresentados, os resultados encontrados apresentam-se bem próximos dos exatos, notadamente os deslocamentos, Figuras 5.13 e 5.14. Também os momentos apresentam bons resultados e as discrepâncias observadas podem ser devidas ao fato de compararem-se momentos na seção $y = 0$ (ref. 4) com momentos na seção $y = 0.28$, onde se situam os pontos de integração da malha utilizada nos elementos.

V.3 - COMENTÁRIOS FINAIS

O elemento utilizado no presente trabalho, na versão atual, comporta a análise de estruturas laminares e de cascas, finas ou espessas de forma geométrica qualquer. Para estruturas de revolução existem elementos apropriados cujas formulações consideram tal característica estrutural^{6,14}. Por ser um elemento com interpolação quadrática apresentando 8 nós com 6 graus de liberdade cada um, pode-se usar uma malha grosseira e ainda obter bons resultados. A sua formulação isoparamétrica permite boa aproximação geométrica em contornos curvos mesmo com poucos elementos na discretização.

Como primeira e mais imediata ampliação, do programa desenvolvido neste trabalho, sugere-se a inclusão do elemento unidimensional superparamétrico quadrático de 3 pontos nodais descrito na referência (23). Com este elemento as estruturas semelhantes às aquelas apresentadas em (12), objetivo deste trabalho, terão uma melhor discretização. A sua implantação não

trará grandes dificuldades a um programador experiente.

Visando diminuir o gasto de memória do computador pode-se aproveitar a característica de simetria da matriz de rigidez do superelemento e armazenar apenas a parte acima da diagonal inclusive. Desta forma reduz-se quase a metade a área necessária para armazenar a matriz de rigidez dos superelementos, atualmente 162 x 162 posições.

Como ampliação da capacidade do programa, em nível de trabalho de tese de mestrado, sugere-se o desenvolvimento de subrotinas que realizem a análise dinâmica nas estruturas submetidas ao programa. Para a execução de tal objetivo pouco teria que ser mudado no programa, pois este comporta a adição de novos procedimentos (subrotinas) sem dificuldades. Para não ser necessário refazer a tabela de verificação de seqüência de palavras-chave¹⁷, gerada no subprograma BLOCK DATA, sugere-se a construção de nova tabela que serviria para controle da leitura dos dados necessários a análise dinâmica.

APÊNDICE AARMAZENAMENTO DE DADOS

Para o armazenamento dos dados gerais da estrutura analisada e os relativos aos casos de carregamento, utilizou-se dois vetores unidimensionais, VDGES e VCELS respectivamente, de 5.000 posições cada um.

Em ambos os vetores foram reservadas 20 posições iniciais para o armazenamento dos endereços dos lados, sendo que em VCELS ainda reservam-se NELMP + NSUPE (item IV.5.4.a) posições para o código de carregamento de cada elemento e de cada superelemento. Este código está apresentado logo após a descrição do "lay out" dos referidos vetores, mostrado na Figura A.1.

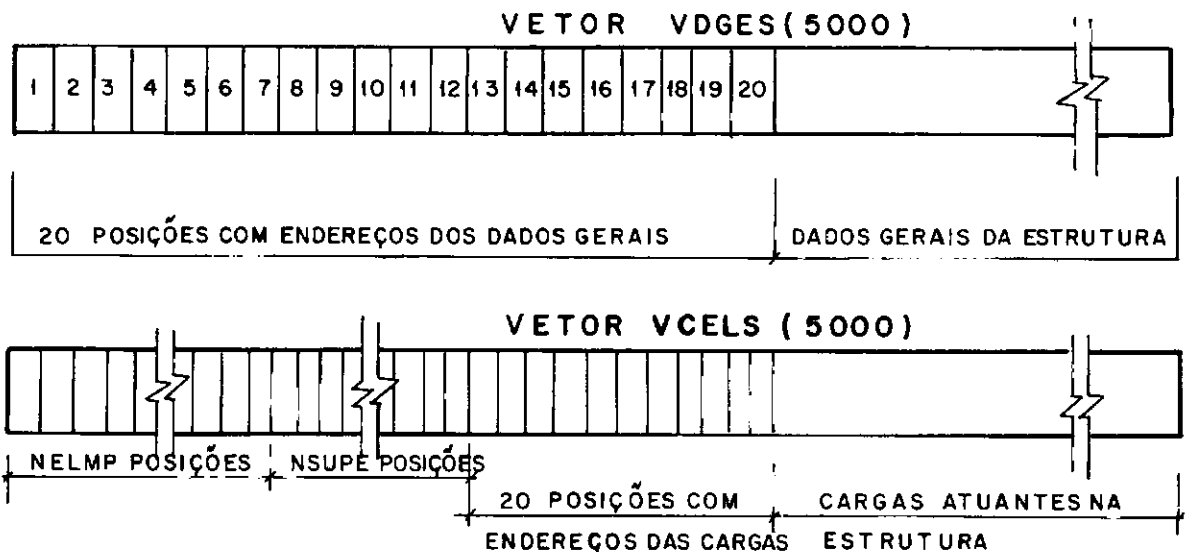


Figura A-1) "LAY-OUT" DO ARMAZENAMENTO DE DADOS NOS VETORES VDGES E VCELS

Este esquema de armazenamento decorreu do fato de não haver uma seqüência obrigatória no fornecimento dos dados, como foi explicado no capítulo IV. Neste esquema os dados (cargas concentradas, temperaturas, espessuras, coordenadas, etc.) são armazenados no vetor que lhes é próprio, na seqüência em que forem lidos. O endereço inicial dos dados fica armazenado numa das 20 posições iniciais já mencionadas. Cada uma destas posições está associada a um tipo de dado, segundo os esquemas apresentados abaixo.

VETOR VDGES

| POSIÇÃO | DADOS ASSOCIADOS |
|---------|---|
| 1 | Incidências nodais nos elementos |
| 2 | |
| 3 | |
| 4 | Coordenadas nodais |
| 5 | Espessuras dos elementos |
| 6 | |
| 7 | Índices dos materiais dos elementos |
| 8 | Propriedades físicas dos materiais |
| 9 | Constantes elásticas |
| 10 | Deslocamentos prescritos |
| 11 | Espessuras dos superelementos |
| 12 | Malha do superelemento e o índice do seu material |
| 13 | Incidências nodais dos superelementos |
| 14 | Nós cujos deslocamentos serão impressos |

continua...

VETOR VDGE - continuação...

| POSIÇÃO | DADOS ASSOCIADOS |
|---------|---|
| 15 | Apoios elásticos cujas reações serão impressas |
| 16 | Elementos cujos esforços serão calculados e impressos |
| 17 | Superelementos que serão reanalisados |
| 18 | Elementos iguais geometricamente |
| 19 | Elementos iguais totalmente |
| 20 | Superelementos iguais totalmente |

VETOR VCELS

| POSIÇÃO = NEMP+NSUPE+i | CARGAS ASSOCIADAS |
|---------------------------|--|
| 1 | Cargas concentradas nos nós |
| 2 | Temperaturas nodais nos elementos |
| 3 | Temperaturas uniformes nos elementos |
| 4 | Cargas distribuídas por área nos elementos (fornecidas por nó) |
| 5 | Cargas uniformes distribuídas por área nos elementos |
| 6 | Cargas distribuídas por metro linear (fornecidas por nó) |
| 7 | |
| 8 | Peso próprio |
| 9 | Cargas concentradas nos superelementos |
| 10 | Cargas uniformes distribuídas por área em super elementos |
| 11 | Temperaturas uniformes nos superelementos |
| 12 até 20 | |

Algumas posições, nos esquemas acima, estão em branco a disposição para futuras ampliações nas opções de entrada de dados do programa. Caso sejam necessários muitos outros dados, como por exemplo para a inclusão de análise dinâmica, o número de posições reservadas (20) poderá ser facilmente ampliado.

O código de carregamento associado a cada elemento e a cada superelemento, mencionado na introdução deste apêndice, é um número composto por 4 algarismos (ijkl). Associado a cada algarismo tem-se um tipo de carga, conforme mostrado abaixo.

ELEMENTOS

- i - cargas por unidade de área
- j - cargas por unidade de comprimento
- k - cargas térmicas
- ℓ - análise de peso próprio

SUPERELEMENTOS

- i - cargas concentradas nos superelementos
- j - cargas por unidade de área
- k - cargas térmicas
- ℓ - análise de peso próprio

O valor 1 para um dos algarismos do número indica a existência do tipo de carga que lhe é associado.

APÊNDICE B

DADOS DOS EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

APRESENTADOS NO CAPÍTULO V

CHAPA SOB FLEXAO - MALHA 3 X 2 ELEMENTOS (EXEMPLO DA TESE)

DADOS GERAIS

IMPRIMA-OS

INCIDENCIAS NODAIS DOS ELEMENTOS PLANOS

6/* NUMERO DE ELEMENTOS

1, 1, 2, 3, 9, 14, 13, 12, 8,
2, 3, 4, 5, 10, 16, 15, 14, 9,
3, 5, 6, 7, 11, 18, 17, 16, 10,
4, 12, 13, 14, 20, 25, 24, 23, 19,
5, 14, 15, 16, 21, 27, 26, 25, 20,
6, 16, 17, 18, 22, 29, 28, 27, 21//

COORDENADAS NODAIS

29/* NUMERO DE PONTOS NODAIS

1, 0.,0.0.,.0/12,0.0,1.5., /23,0.0,3.0. .0/8,0.0,0.75,0.0/19,0.0,2.25,0./#
2,.75,0.0.,.0/13,.75,1.5.,/24,.75,3.,./9,1.5.,.75,.0/20,1.5,2.25,0.0/*
3,1.5,0.0,0.0/14,1.5,1.5.,/25,1.5,3.,./10,3.0.,.75,0./21,3.0,2.25.,/*
4,2.25,0.,.0/15,2.25,1.5.,/26,2.25,3.,./11,4.5.,.75.,/22,4.5,2.25.,/*
5,3.,.,./16,3.,1.5.,/27,3.,3.,./#
6,3.75.,.,/17,3.75,1.5.,/28,3.75,3.,./#
7,4.5.,.,/18,4.5,1.5.,/29,4.5,3.,.//

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

11/* NUMERO DE NOS COM ALGUM DESLOCAMENTO PRESCRITO

1, U, V/0.00/*
2 A 8, 1, U/./*
12,U/0.0/*
19,U/0.,
23,U/0.0//

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS QUE COMPOEM OS ELEMENTOS

1/* NUMERO DE DIFERENTES MATERIAIS

1,30000000.,.3,2.4,0.00001//

INDICES ASSOCIADOS AOS MATERIAIS DOS ELEMENTOS

1 A 6, 1//

ESPESSURAS DOS ELEMENTOS

1 A 6, 1.0//

CARREGAMENTOS

1/* NUMERO DO CARREGAMENTO ATUAL

ELEMENTOS

LINEAR TIPO DE CARGA ATUANTE NOS ELEMENTOS

2/* NUMERO DE LADOS COM CARGAS POR METRO LINEAR
3, 7, 11, 18, U/ 0.0, 250., 500./#
6, 18, 22, 29, U/ 500., 750., 1000.//
IGUALDADES ENTRE OS ELEMENTOS E OS SUPER-ELEMENTOS
ELEMENTOS
GEOMETRICA (TIPO DE IGUALDADES ENTRE OS ELEMENTOS)
1/* NUMERO DE GRUPOS DE ELEMENTOS IGUAIS GEOMETRICAMENTE
C NUMERO DE ELEMENTOS NO GRUPO E LISTA DOS ELEMENTOS
6, 1, 2, 4, 5, 3, 6//
SAIDA
ELEMENTOS
2/* NUMERO DE ELEMENTOS CUJAS TENSOES SERAO CALCULADAS
2, 5//
DESLOCAMENTOS QUE SERAO IMPRESSOS
10/* NUMERO DE NOS CUJOS DESLOCAMENTOS SERAO IMPRESSOS
C LISTA DOS NOS CUJOS DESLOCAMENTOS SERAO IMPRESSOS
1,2,4,5,7,8,12,15,18, 29//
EXECUTE O PROGRAMA

CHAPA SOB FLEXAO - ELEMENTOS + SUPERELEMENTOS (EXEMPLO DA TESE)
DADOS GERAIS DA ESTRUTURA - SERAO LIDOS, INTERPRETADOS E IMPRESSOS
IMPRIMIR OS DADOS LIDOS E INTERPRETADOS
COORDENADAS

34/* NUMERO DE NOS

1,0.,.,.,./11.,.,1.,./28,0.,3.,./ 8,0.,.,5.,./26,3.,2.5.,./*
2.,.75.,.,./12.,.75,1.,./29.,.75,3.,./9,3.,.,5.,./27,4.5,2.5.,./*
3,1.5.,.,./13,1.5,1.,./30,1.5,3.,./10,4.5.,5.,./21.,.,2.,./*
4,2.25.,.,./14,2.25,1.,./31,2.25,3.,./18.,.,1.5.,./22,3.,2.,./*
5,3.,.,.,./15,3., 1.,./32,3.,3.,./19,3.,1.5.,./23,3.75,2.,./*
6,3.75.,.,./16,3.75,1.,./33,3.75,3.,./20,4.5,1.5.,./24,4.5,2.,./*
7,4.5.,.,./17,4.5,1.,./34,4.5,3.,./25.,.,2.5.,./

INCIDENCIAS NODAIS

3/* NUMERO DE FLEMENTOS NA MALHA

1, 22, 23, 24, 27, 34, 33, 32, 26,
2, 15, 16, 17, 20, 24, 23, 22, 19,
3, 5, 6, 7, 10, 17, 16, 15, 9//

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

1/* NUMERO DE DIFERENTES MATERIAIS

1, 30000000., .3, 2.4, 0.00001//

INDICES DOS MATERIAIS ASSOCIADOS A CADA ELEMENTO

1 A 3, 1//

ESPESSURAS DOS ELEMENTOS

1 A 3, 1.//

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

13, (NUMERO DE NOS COM ALGUM DESLOCAMENTO PRESCRITO)

1, U, V/ ./*

2 A 8, 1, U/0.0/*

11 A 21, 10, U/ ./*

18 A 25, 7, U/0.0/*

28, U/0.0//

SUPERELEMENTOS

2/* NUMERO DE SUPERELEMENTOS NA MALHA

1, 2, 2, 1, 1, 0, REGULAR

1, 11, 12, 13, 14, 15, 19, 22, 26,

1, 32, 31, 30, 29, 28, 25, 21, 18,

2, 2, 1, 1, 1.0, REGULAR

2, 1, 2, 3, 4, 5, 9,

2,15,14,13,12,11,8//

CARREGAMENTOS

1/* NUMERO DO CASO DE CARREGAMENTO

ELEMENTOS (CARGAS NOS ELEMENTOS)

LINEAR (TIPO DE CARGA NOS ELEMENTOS)

3/* NUMERO DE ELEMENTOS COM CARGAS DO TIPO LINEAR

1,24,27,34,U/666.666,833.333,1000.,

2,17,20,24,U/333.333,500.,666.666,

3,7,10,17,U/.0,166.6665,333.333//

IGUALDADES ENTRE ELEMENTOS

ELEMENTOS

GEOMETRICA TIPO DE IGUALDADE ENTRE OS ELEMENTOS

1/* NUMERO DE GRUPOS DE ELEMENTOS IGUAIS

3. 1, 2, 3//

SAIDA DOS RESULTADOS

ELEMENTOS

1/*

2//

DESLOCAMENTOS QUE SERAO IMPRESSOS

10/* NUMERO DE NOS CUJOS DESLOCAMWNTOS SERAO IMPRESSOS

1, 3, 7,12,16,22,27,30, 32,34//

SUPERELEMENTOS QUE SERAO REANALISADOS

1/* NUMERO DE SUPERELEMENTOS QUE SERAO REANALISADOS

2// LISTA DOS SUPERELEMENTOS QUE SERAO REANALISADOS

EXECUTE

PLACA ESPESSA - 3 X 3 ELEMENTOS - CARGAS POR AREA (EXEMPLO DA TESE)

DADOS GERAIS

IMPRIMIR OS DADOS LIDOS

INCIDENCIAS DOS ELEMENTOS

9/* NUMERO DE ELEMENTOS

1, 3, 9, 14, 13, 12, 8, 1, 2,

2, 5, 10, 16, 15, 14, 9, 3, 4,

3, 7, 11, 18, 17, 16, 10, 5, 6,

C INICIO DA GERACAO AUTOMATICA DAS INCIDENCIAS

C DOS OUTROS ELEMENTOS

1 A 7, 3, 11,

2 A 8, 3, 11,

3 A 9, 3, 11//

COORDENADAS DOS PONTOS NODAIS

40/* NUMERO DE PONTOS NODAIS

1, 0.00, .,./12,0.0,1.6667,./23,0.0,3.3333,./34,0.0,5.0,./*

2,.8333,.,./13,.8333,1.6667,./24,.8333,3.3333,./35,.8333,5.0,./*

3,1.6667,.,./14,1.6667,1.6667,./25,1.6667,3.3333,./36,1.6667,5.0,./*

4,2.5,.,./15,2.5,1.6667,./26,2.5,3.3333,./37,2.5,5.0,./*

5,3.3333,.,./16,3.3333,1.6667,./27,3.3333,3.3333,./38,3.3333,5.0,./*

6,4.1667,.,./17,4.1667,1.6667,./28,4.1667,3.3333,./39,4.1667,5.0,./*

7,5.0,.,./18,5.0,1.6667,./29,5.0,3.3333,./40,5.0,5.0,./*

8,.,.8333,./19,.,2.5,./30,.,4.1667,./*

9,1.667,.8333,./20,1.6667,2.5,./31,1.6667,4.1667,./*

10,3.3333,.8333,./21,3.3333,2.5,./32,3.3333, 4.1667,./*

11,5.0,.8333,./22,5.0,2.5,./33,5.0,4.1667,./

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

24/* NUMERO DE NOS COM ALGUM DESLOCAMENTO PRESCRITO

1, W,RU,RV,./*

2 A 7, 1, W,RU,./*

35 A 39, 1, RV/ 0.0/*

8 A 30,11, W,RV,./*

12 A 34, 11, W,RV,./*

18 A 29, 11, RU/ ,./*

11 A 33, 11, RU,./*

40, RU, RV/ .0//

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

1/* NUMERO DE MATERIAIS

1, 2100000., .3, 2.4, 0.00001//
ESPESURAS DOS ELEMENTOS
1 A 9, 1.0//
INDICES DOS MATERIAIS ASSOCIADOS AOS ELEMENTOS
1 A 9, 1//
CARREGAMENTOS
1/* NUMERO DO CASO DE CARREGAMENTO ATUAL
ELEMENTOS
AREA (TIPO DE CARGA SOBRE OS ELEMENTOS)
9/* NUMERO DE ELEMENTOS COM CARGAS DISTRIBUIDAS POR AREA
1 A 9, W/ -1.0//
IGUALDADES
ELEMENTOS
TOTAL (TIPO DE IGUALDADE EXISTENTE ENTRE OS ELEMENTOS)
C A LETRA C NA COLUNA 1 INDICA QUE O CARTAO E DE COMENTARIOS
1, NUMERO DE GRUPOS DE ELEMENTOS IGUAIS TOTALMENTE
C NUMERO DE ELEMENTOS NO GRUPO E LISTA DOS ELEMENTOS
9, 1,2,3,5,6,4,7,8,9//
EXECUTE O PROGRAMA

PLACA ESPESSA- 3 SUPERELEMENTOS IGUAIS (MALHA COM 3X3 ELEMENTOS)
DADOS GERAIS (INICIO DO FORNECIMENTO DOS DADOS GERAIS)
IMPRIMI-LOS

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

24/* NUMERO DE NOS COM ALGUM DESLOCAMENTO PRESCRITO

1, W,RU,RV///*

2 A 7, 1, W,RU///*

8 A 22, 7, W, RV///*

29 A 33,2,W,RV///*

14 A 21, 7, RU///*

30 A 34, 2, RU///*

23 A 27, 1, RV///*

28, RU,RV//

C ESTE CARTAO E DE COMENTARIOS

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS DOS ELEMENTOS

1/* NUMERO DE DIFERENTES MATERIAIS

C A SEGUIR SERAO FORNECIDAS AS PROPRIEDADES DO MATERIAL DE INDICE 1

1, 2100000.0, 0.30, ., .//

COORDENADAS DOS PONTOS NODAIS

34/*0 RESTANTE DESTE CARTAO PODE SER USADO PARA COMENTARIOS

1,/29,....8333../30.5...8333../*

C

C GERACAO AUTOMATICA DE COORDENADAS

C

1 A 22, 7,.,1.6667,./*

29 A 33, 2, .,1.6667,./*

30 A 34, 2, .,1.6667,./*

8 A 14, 1, .8333,..../*

15 A 21, 1, .8333,..../*

1 A 7, 1, .8333,..../*

22 A 28, 1, .8333,....//

SUPERELEMENTOS

3/* NUMERO DE SUPERELEMENTOS NA MALHA

1, 3, 1, 1, 1.0,REGULAR (M=3, N=1, INDICE=1, ESPES=1.0, 3 ELEMENTOS IGUAIS)

C NOS DOIS CARTOES A SEGUIR SERA FORNECIDA A INCIDENCIA DESTE SUPERELEMENTO

1,1,2,3,4,5,6,7,30,

1,14,13,12,11,10,9,8,29,

2,3,1,1,1,0,REGULAR

2,8,9,10,11,12,13,14,32,
 2,21,20,19,18,17,16,15,31,
 3,3,1,1,1.0,REGULAR
 3,15,16,17,18,19,20,21,34,
 3,28,27,26,25,24,23,22,33//
 CARREGAMENTOS (INICIO DO FORNEC. DOS DADOS DOS CASOS DE CARREGAMENTO)
 1, (PRIMEIRO CASO DE CARREGAMENTO)
 C O CARTAO SEGUINTE INDICA O INICIO DO FORNEC. DAS CARGAS NOS SUPERELEM.)
 SUPERELEMENTOS
 AREA (INDICA QUE AS CARGAS SAO DISTRIB. POR UNIDADE DE AREA)
 3/* (INDICACAO DE QUE HA 3 SUPERELEMENTOS COM CARGAS POR AREA)
 1 A 3, W/ -1.00//
 C
 C A SEGUIR SERAO FORNECIDOS OS DADOS SOBRE AS IGUALDADES EXISTENTES
 C
 IGUALDADES ENTRE OS SUPERELEMENTOS
 SUPERELEMENTOS
 TOTAL (TIPO DE IGUALDADES EXISTENTE)
 1/* (NUMERO DE GRUPOS DE SUPERELEMENTOS IGUAIS)
 3, 1, 3, 2// (NUM. DE ELEM. NO GRUPO, ELEMENTOS DO GRUPO)
 EXECUTE (ORDFM PARA EXECUTAR OS DADOS CASO NAO HAJA ERRO)

PLACA ESPESSA-3 SUPERFLEM. - CARGAS POR AREA (EXEMPLO DA TESE)

DADOS GERAIS

COORDENADAS NODAIS

32/*

1,0.,.,.,./8.,.,0.8333,0. /9,3.3333,0.8333,./10,5.,.,8333,./11,.,1.6667,./*
2,.,8333,0.,.,/12,3.3333,1.6667,./13,5.,1.6667,./14,.,2.5,./15,3.3333,2.5,0,./*
3,1.6667,.,.,/16,5.,2.5,./17,.,3.3333,./18,0.8333,3.3333,./19,1.6667,3.3333,./*
4,2.5,.,.,/20,2.5,3.3333,./21,3.3333,3.3333,./22,4.1667,3.3333,./23,5.,3.3333,./*
5,3.3333,.,.,/24,.,4.1667,./25,5.,4.1667,./26,.,5.,./27,0.8333,5.,./*
6,4.1667,.,.,/28,1.6667,5.,./29,2.5,5.,0./30,3.3333,5.,./31,4.1667,5.,./*
7,5.,0.,.,/32,5.,5.,0.0//

PROPRIEDADES

1/*

1,2100000,0, 0.30, 2.4, 0.00001//

SUPERELEMENTOS

3/*

1,2,2, 1, 1.0,REGULAR
1,1,2,3,4,5,9,12,15,
1,21,20,19,18,17,14,11,8,
2,1,2, 1, 1.0,REGULAR
2,5,6,7,10,13,16,
2,23,22,21,15,12,9,
3,3,1, 1, 1.0,REGULAR
3,17,18,19,20,21,22,23,25,
3,32,31,30,29,28,27,26,24//

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

24/*

1, W,RU,RV,./*
2 A 7,1,W, RU,./*
10 A 16,3,RU,./*
23 A 25, 2, RU,./*
32,RU,RV,./*
27 A 31,1, RV,./*
8 A 17,3,W,RV,./*
24 A 26, 2, W, RV,.///

CARREGAMENTOS

1/*

SUPERELEMENTOS

AREA

3/*

1 A 3, W/ -1.0//

SAIDA DOS RESULTADOS - REANALISE DOS SUPERELEMENTOS

SUPERELEMENTOS

2, (NUMERO DE SUPERELEMENTOS QUE SERAO REANALISADOS)

2, 3//

EXECUTE O PROGRAMA

PLACA ESPESSA - UM SUPERELEMENTO (MALHA 3 X 3)

DADOS GERAIS

IMPR

COORDENADAS DOS PONTOS NODAIS

24/* (NUMERO DE PONTOS NODAIS)

1,.,.,.,./8,5,.,.8333,./9,.,.8333,./19,4.1667,5,.,./*
2,.,.8333,.,./10,5,.,1.667,./11,.,1.667,./20,3.3333,5,.,/*
3,1.6667,.,./12,5,.,2.50,./13,.,2.5,./21,2.5,5,.,/*
4,2.5,.,./14,5,.,3.3333,./15,.,3.3333,./22,1.6667,5,.,/*
5,3.3333,.,./16,5,.,4.1667,./17,.,4.1667,./23,.,8333,5,.,/*
6,4.1667,.,./18,5,.,5,./24,.,5,./7,5,.,.,./

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

24/* (NUMERO DE NOS COM ALGUM DESLOCAMENTO PRESCRITO)

1,W,RU,RV,./*
2 A 7,1, W, RU, ./*
18, RU, RV, ./*
19 A 23, 1, RV,./*
24, W, RV,./*
9 A 17, 2, W, RV/0.0/*
8 A 16, 2, RU/0.0//

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

1/* (NUMERO DE DIFERENTES MATERIAIS)

C NUM DO MAT, MOD DE ELASTIC, COEF POISSON, MASSA ESPEC, COEF DIL TERM,
1, 2100000.00, .30, 2.40, 0.00001//

SUPERELEMENTOS -- DADOS GERAIS

1/* NUMERO DE SUPERELEMENTOS NA DISCRETIZACAO DA PLACA

1, 3, 3, 1, 1.0,REGULAR
1, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8,10, 12,14,16,
1, 18,19,20,21,22,23,24,17,15,13,11,9//

CARREGAMENTOS

1/* NUMERO DO CASO DE CARREGAMENTO

SUPERELEMENTOS

AREA TIPO DE CARGA SOBRE OS SUPERELEMENTOS

1/* NUMERO DE SUPERELEMENTOS CARREGADOS

1, W/ -1.00//

EXECUTE O PROGRAMA

CASCA CILINDRICA APOIADA EM DIAFRAGMAS SOB SEU PESO PROPRIO

DADOS GERAIS

INCIDENCIAS NODAIS

20/* NUMERO DE ELEMENTOS NA MALHA

1, 1,2,3,11,17,16,15,10,
2,3,4,5,12,19,18,17,11,
3,5,6,7,13,21,20,19,12,
4,7,8,9,14,23,22,21,13,

C INCIDENCIAS DOS OUTROS ELEMENTOS SERAO GERADAS AUTOMATICAMENTE

1 A 17, 4, 14,
2 A 18, 4, 14,
3 A 19, 4, 14,
4 A 20, 4, 14//

ESPESSURAS DOS ELEMENTOS DA MALHA

1 A 20, 0.0762//

INDICES DOS MATERIAIS DOS ELEMENTOS

1 A 20, 1//

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS QUE COMPOEM OS ELEMENTOS

1/* NUMERO DE DIFERENTES MATERIAIS

1, 210000.0, 0.0, 0.58919, 0.00001//

COORDENADAS NODAIS

79/* NUMERO DE NOS

| | | |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|
| 1,4.8980, 7.62, 0.00000/ | 2,4.8980, 6.67, 0.00000/ | 3,4.8980, 5.72, 0.00000/* |
| 4,4.8980, 4.76, 0.00000/ | 5,4.8980, 3.81, 0.00000/ | 6,4.8980, 2.86, 0.00000/* |
| 7,4.8980, 1.91, 0.00000/ | 8,4.8980, .95, 0.00000/ | 9,4.8980, 0.00, 0.00000/* |
| 10,4.4082, 7.62, -.31243/ | 11,4.4082, 5.72, -.31243/ | 12,4.4082, 3.81, -.31243/* |
| 13,4.4082, 1.91, -.31243/ | 14,4.4082, 0.00, -.31243/ | 15,3.9184, 7.62, -.62487/* |
| 16,3.9184, 6.67, -.62487/ | 17,3.9184, 5.72, -.62487/ | 18,3.9184, 4.76, -.62487/* |
| 19,3.9184, 3.81, -.62487/ | 20,3.9184, 2.86, -.62487/ | 21,3.9184, 1.91, -.62487/* |
| 22,3.9184, .95, -.62487/ | 23,3.9184, 0.00, -.62487/ | 24,3.4286, 7.62, -.87441/* |
| 25,3.4286, 5.72, -.87441/ | 26,3.4286, 3.81, -.87441/ | 27,3.4286, 1.91, -.87441/* |
| 28,3.4286, 0.00, -.87441/ | 29,2.9388, 7.62,-1.12396/ | 30,2.9388, 6.67,-1.12396/* |
| 31,2.9388, 5.72,-1.12396/ | 32,2.9388, 4.76,-1.12396/ | 33,2.9388, 3.81,-1.12396/* |
| 34,2.9388, 2.86,-1.12396/ | 35,2.9388, 1.91,-1.12396/ | 36,2.9388, .95,-1.12396/* |
| 37,2.9388, 0.00,-1.12396/ | 38,2.4490, 7.62,-1.30576/ | 39,2.4490, 5.72,-1.30576/* |
| 40,2.4490, 3.81,-1.30576/ | 41,2.4490, 1.91,-1.30576/ | 42,2.4490, 0.00,-1.30576/* |
| 43,1.9592, 7.62,-1.48755/ | 44,1.9592, 6.67,-1.48755/ | 45,1.9592, 5.72,-1.48755/* |
| 46,1.9592, 4.76,-1.48755/ | 47,1.9592, 3.81,-1.48755/ | 48,1.9592, 2.86,-1.48755/* |

49,1.9592, 1.91,-1.48755/ 50,1.9592, .95,-1.48755/ 51,1.9592, 0.00,-1.48755/*
52,1.4694, 7.62,-1.59807/ 53,1.4694, 5.72,-1.59807/ 54,1.4694, 3.81,-1.59807/*
55,1.4694, 1.91,-1.59807/ 56,1.4694, 0.00,-1.59807/ 57, .9796, 7.62,-1.70858/*
58, .9796, 6.67,-1.70858/ 59, .9796, 5.72,-1.70858/ 60, .9796, 4.76,-1.70858/*
61, .9796, 3.81,-1.70858/ 62, .9796, 2.86,-1.70858/ 63, .9796, 1.91,-1.70858/*
64, .9796, .95,-1.70858/ 65, .9796, 0.00,-1.70858/ 66, .4898, 7.62,-1.74566/*
67, .4898, 5.72,-1.74566/ 68, .4898, 3.81,-1.74566/ 69, .4898, 1.91,-1.74566/*
70, .4898, 0.00,-1.74566/ 71,0.0000, 7.62,-1.78274/ 72,0.0000, 6.67,-1.78274/*
73,0.0000, 5.72,-1.78274/ 74,0.0000, 4.76,-1.78274/ 75,0.0000, 3.81,-1.78274/*
76,0.0000, 2.86,-1.78274/ 77,0.0000, 1.91,-1.78274/ 78,0.0000, .95,-1.78274/*
79,0.0000, 0.00,-1.78274//

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

29/* NUMERO DE NOS COM ALGUM DESLOCAMENTO PRESCRITO

10 A 66, 14, U,W,RU,RW/0.0/*

1 A 71, 14, U,W,RU,RW/0.0/*

72 A 78, 1, U,RU,RW/0.0/*

79, U,V,RU,RV,RW/0.0/*

9 A 65, 14, V,RV,RW/0.0/*

14 A 70, 14, V,RV,RW/0.0//

CARREGAMENTOS

1/* NUMERO DO CASO DE CARREGAMENTO CONSIDERADO

ELEMENTOS

PESO PROPRIO

0., 0., 9.81// COMPONENTES DA ACELERAÇÃO DA GRAVIDADE (GX,GY,GZ)

IGUALDADES

ELEMENTOS

GEOMETRICA TIPO DE IGUALDADE ENTRE OS ELEMENTOS

5/* NUMERO DE GRUPOS DE ELEMENTOS GEOMETRICAMENTE IGUAIS

C NUMERO E LISTA DE ELEMENTOS IGUAIS GEOMETRICAMENTE

4, 1,2,3,4,

4,5,6,7,8,

4,9,10,11,12,

4, 13, 14, 15, 16,

4, 17, 18, 19,20//

EXECUTE O PROGRAMA

CASCA CILINDRICA ENGASTADA NO CONTORNO - EXEMPLO 3 DA TESE

DADOS GERAIS DA ESTRUTURA A SFR ANALISADA

IMPRIMIR

PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

1/* NUMERO DE DIFERENTES MATERIAIS

1,450000,0,0.30,...//

INCIDENCIAS NODAIS DOS ELEMENTOS DA MALHA

20/* NUMERO DE ELEMENTOS EM QUE FOI DISCRETIZADA A CASCA

1, 1,2,3,11,17,16,15,10,

2,3,4,5,12,19,18,17,11,

3,5,6,7,13,21,20,19,12,

4,7,8,9,14,23,22,21,13,

C GERACAO AUTOMATICA DAS INCIDENCIAS DOS OUTROS ELEMENTOS

1 A 17, 4, 14,

2 A 18, 4, 14,

3 A 19, 4, 14,

4 A 20, 4, 14//

COORDENADAS DOS PONTOS NODAIS

79/* NUMERO DE PONTOS NODAIS

1, 10.,10.,0./2,10.,8.75,0./3,10.,7.5,0./*

4,10., 6.25,0.00000/ 5,10., 5.00,0.00000/ 6,10., 3.75,0.00000/*

7,10., 2.50,0.00000/ 8,10., 1.25,0.00000/ 9,10., 0.00,0.00000/*

10, 9.,10.00,-.09211/ 11, 9., 7.50,-.09211/ 12, 9., 5.00,-.09211/*

13, 9., 2.50,-.09211/ 14, 9., 0.00,-.09211/ 15, 8.,10.00,-.18422/*

16, 8., 8.75,-.18422/ 17, 8., 7.50,-.18422/ 18, 8., 6.25,-.18422/*

19, 8., 5.00,-.18422/ 20, 8., 3.75,-.18422/ 21, 8., 2.50,-.18422/*

22, 8., 1.25,-.18422/ 23, 8., 0.00,-.18422/ 24, 7.,10.00,-.25590/*

25, 7., 7.50,-.25590/ 26, 7., 5.00,-.25590/ 27, 7., 2.50,-.25590/*

28, 7., 0.00,-.25590/ 29, 6.,10.00,-.32758/ 30, 6., 8.75,-.32758/*

31, 6., 7.50,-.32758/ 32, 6., 6.25,-.32758/ 33, 6., 5.00,-.32758/*

34, 6., 3.75,-.32758/ 35, 6., 2.50,-.32758/ 36, 6., 1.25,-.32758/*

37, 6., 0.00,-.32758/ 38, 5.,10.00,-.37880/ 39, 5., 7.50,-.37880/*

40, 5., 5.00,-.37880/ 41, 5., 2.50,-.37880/ 42, 5., 0.00,-.37880/*

43, 4.,10.00,-.43002/ 44, 4., 8.75,-.43002/ 45, 4., 7.50,-.43002/*

46, 4., 6.25,-.43002/ 47, 4., 5.00,-.43002/ 48, 4., 3.75,-.43002/*

49, 4., 2.50,-.43002/ 50, 4., 1.25,-.43002/ 51, 4., 0.00,-.43002/*

52, 3.,10.00,-.46076/ 53, 3., 7.50,-.46076/ 54, 3., 5.00,-.46076/*

55, 3., 2.50,-.46076/ 56, 3., 0.00,-.46076/ 57, 2.,10.00,-.49150/*

58, 2., 8.75,-.49150/ 59, 2., 7.50,-.49150/ 60, 2., 6.25,-.49150/*
61, 2., 5.00,-.49150/ 62, 2., 3.75,-.49150/ 63, 2., 2.50,-.49150/*
64, 2., 1.25,-.49150/ 65, 2., 0.00,-.49150/ 66, 1.,10.00,-.50175/*
67, 1., 7.50,-.50175/ 68, 1., 5.00,-.50175/ 69, 1., 2.50,-.50175/*
70, 1., 0.00,-.50175/ 71, 0.,10.00,-.51200/ 72, 0., 8.75,-.51200/*
73, 0., 7.50,-.51200/ 74, 0., 6.25,-.51200/ 75, 0., 5.00,-.51200/*
76, 0., 3.75,-.51200/ 77, 0., 2.50,-.51200/ 78, 0., 1.25,-.51200/*
79,.,.,.,-0.51200//

ESPFSSURAS DOS ELEMENTOS

1 A 20, 0.125//

INDICES DOS MATERIAIS ASSOCIADOS A CADA ELEMENTO

1 A 20, 1//

DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

36/* NUMERO DE NOS COM DESLOCAMENTOS PRESCRITOS

1 A 10, 1, U,V,W,RU,RV,RW/./*

15 A 71, 14, U,V,W,RU,RV,RW/./*

24 A 66,14,U,V,W,RU,RV,RW/./*

14 A 70, 14, V,RV/./*

23 A 65, 14, V,RV/./*

72 A 78, 1,U,RU/./*

79, U,V,RU,RV/.//

CARREGAMENTOS

1/* NUMERO DO CASO DE CARREGAMENTO CUJOS DADOS SERAO FORNECIDOS

ELEMENTOS (CARGAS SOBRE OS ELEMENTOS)

AREA (CARGAS DISTRIBUIDAS POR UNIDADE DE AREA)

20/* (NUMERO DE ELEMENTOS COM CARGAS POR AREA)

1 A 20, W/ 0.16//

IGUALDADES

ELEMENTOS

GEOMETRICA (TIPO DE IGUALDADE ENTRE OS ELEMENTOS INDICADOS)

5/* (NUMERO DE GRUPOS DE ELEMENTOS IGUAIS)

4, 1,2,3,4, (NUMERO E LISTA DE ELEMENTOS IGUAIS)

4, 5,6,7,8,

4, 9,10,11,12,

4, 13,14,15,16,

4, 17,18,19,20//

EXECUTE O PROGRAMA

APÊNDICE CLISTAGEM DAS SUBROTINAS QUE FAZEM
A MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

Neste apêndice apresenta-se a listagem das subrotinas que montam o sistema de equações por blocos de colunas, segundo a técnica de altura efetiva de coluna. Para melhor entendimento definem-se as principais variáveis que estão envolvidas e apresentam-se alguns comentários além daqueles feitos nos itens IV.1 e IV.2.4.

DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS

KEX - retorna um valor-código do tipo de particionamento em blocos do sistema de equações

KEX = 2 - vetores de cargas nodais não particionados em blocos

KEX = 3 - vetores de cargas nodais particionados em blocos.

ITAMR - memória disponível para armazenar 1 bloco da matriz.

ITAVC = ITAMR/2 - memória disponível para armazenar 1 bloco dos vetores de cargas nodais.

A - vetor de dimensão ITAMR, para armazenar os elementos de um bloco da matriz.

NSC - variável-código

se $NSC > 0$ - etapa de análise da estrutura com os super-
elementos condensados

se $NSC < 0$ - etapa de reanálise do superelemento $|NSC|$

INCIS - matriz onde é guardada a incidência nodal dos elementos de um superelemento.

ARRAY - vetor auxiliar para gravação/leitura em disco das informações relativas a um superelemento. No programa principal fez-se:

EQUIVALENCE (ARRAY (1), VCNS (1))

EQUIVALENCE (ARRAY (1621), LADO (1))

EQUIVALENCE (ARRAY (1653), RIGSU (1))

VARIÁVEIS EM COMMON

COMMON/TRES/ - armazenam-se os dados gerais lidos (vetor VDGES), e as cargas de um caso de carregamento (vetor C) lidas.

COMMON/SEIS/ - índices dos arquivos utilizados.

COMMON/CONTR/ - variáveis de controle gerais

COMMON/CINCO/ - coordenadas globais e locais de um elemento ou superelemento e sua matriz de rotação.

NA - vetor de dimensão ITAMR, para armazenar os endereços dos elementos da diagonal do bloco.

B - vetor de dimensão ITAMR para armazenar os elementos de um bloco dos vetores de cargas nodais (só se utilizam ITAVC posições nesta etapa) ou um bloco da matriz de rigidez.

RIGSU - matriz de rigidez de um super elemento.

SMD - matriz de rigidez de um elemento "folded-plate".

NCOL - vetor para armazenar o número de colunas por bloco da matriz.

ITTPB - tabela descritiva do particionamento em blocos do sistema de equações.

ITTPB (i, 1) - 1.^a coluna do bloco i

ITTPB (i, 2) - última coluna do bloco i

ITTPB (i, 3) - endereço do 1º elemento do bloco .

VCNS - área para armazenar os diversos vetores de cargas nodais de um super elemento.

LADO - vetor onde é guardada a numeração dos nós de um super elemento modificada pelo processo de troca de linhas e colunas (para preparar a matriz para a condensação).

COMMON/TESTE/ - variáveis de controle e número de elementos por superelemento (NES) e número total de elementos nos superelementos (NTES), sendo que:

$$NES(i) = \sum_{j=1}^{i-1} (\text{nº de elementos no superelemento } j)$$

COMMON/INRI/ - contém algumas variáveis de controle para uso na subrotina OPTBLK

OUTRAS VARIÁVEIS

IPOS - vetor onde se armazenam as posições dos elementos da diagonal da matriz de rigidez.

NBLOC - número de blocos

NCASE - número de casos de carregamento

A fim de compatibilizar o programa desenvolvido com a subrotina OPTBLK utilizou-se, além do COMMON/INRI/, os seguintes comandos no programa principal:

EQUIVALENCE (A(1), NA(1), A1(1))

EQUIVALENCE (A(5001), A2(1))

EQUIVALENCE (B(1), PIVOT(1), NB(1))

sendo A1 e A2 vetores auxiliares usados em OPTBLK.

| | | | |
|---|--|--------|----|
| | SUBROUTINE MONTSE (KEX,ITAMR,ITAVC,A,NA,B,RIGSU,SMD,NCOL, | MONTSE | 1 |
| | # ITTPB,VCNS,LADO,ARRAY,NSC,INCIS) | MONTSE | 2 |
| | COMMON/TRFS/VDGFS(5000),C(5000) | MONTSE | 3 |
| | COMMON/SEIS/II,LL,L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9,L0,L11,L12,L13,L14 | MONTSE | 4 |
| | COMMON/CONTR/NPOIN,NELML,NELMP,NSUPE,NMATS,NNAEL,NPFI X, | MONTSE | 5 |
| | *NCASE,NNCAC,NLCLN,NELCA,NECT,NNCDA,NNTP,NLCLU,NSCDA,NSECC, | MONTSE | 6 |
| | *NSCT,NGEIG,NGFIT,NGSIT,NNDI,NEEI,NAPI,NSECI | MONTSE | 7 |
| | COMMON/INRI/NEQ,NBLOC,ITAMT,LBLOK2,MAXC,NCASO,NF1,NF2 | MONTSE | 8 |
| | COMMON/CINCO/CGEL(3,8),R(3,3),COORS(65,2),CGSEL(32,3) | MONTSE | 9 |
| | DIMENSION INCIS(25,8) | MONTSE | 10 |
| | DIMENSION A(ITAMR),NA(ITAMR),B(ITAMR) | MONTSE | 11 |
| | DIMENSION IPOS(2500),PIVOT(2500),ITTPB(30,3) | MONTSE | 12 |
| | DIMENSION RIGSU(162,162),SMD(48,48),NCOL(30) | MONTSE | 13 |
| | DIMENSION VCNS(162,10),LADO(32),ARRAY(27896) | MONTSE | 14 |
| | COMMON/TESTE/NDOFN,NNODE | MONTSE | 15 |
| C | | MONTSE | 16 |
| C | MONTAGEM DO SISTEMA DE EQUACOES | MONTSE | 17 |
| C | | MONTSE | 18 |
| | REWIND L12 | MONTSE | 19 |
| | REWIND L13 | MONTSE | 20 |
| | NDOFN = 6 | MONTSE | 21 |
| | NNODE = 8 | MONTSE | 22 |
| | IF(NSC .GT. 0) GO TO 8 | MONTSE | 23 |
| | NSCI=-NSC | MONTSE | 24 |
| | REWIND L6 | MONTSE | 25 |
| | IF(NSCI.EQ.1) GO TO 7 | MONTSE | 26 |
| | NSCI1 = NSCI-1 | MONTSE | 27 |
| | DO 6 I=1,NSCI1 | MONTSE | 28 |
| 6 | READ(L6) | MONTSE | 29 |
| 7 | READ(L6)CGSEL,COORS,R,INCIS,M,N | MONTSE | 30 |
| | NEQ = ((3*M-2)*(N-1)+M-1+(M+N)*4) * NDOFN | MONTSE | 31 |
| | NFLSC = M * N | MONTSE | 32 |
| | GO TO 9 | MONTSE | 33 |
| C | | MONTSE | 34 |
| C | CONTRUIR O VETOR DE APONTADORES (IPOS) E A TABELA DE ACOPLAMENTO | MONTSE | 35 |
| C | DOS BLOCOS EM QUE FOI DIVIDIDO O SISTEMA DE EQUACOES | MONTSE | 36 |
| C | | MONTSE | 37 |
| 8 | NEQ = NPOIN * NDOFN | MONTSE | 38 |

| | | | |
|------|--|--------|----|
| 9 | CALL APONTA(NEQ,IPOS,ITTPR,ITAMR,NBLOC,NSC,INCIS) | MONTSE | 39 |
| | NBLCVC = NBLOC | MONTSE | 40 |
| | IF(NEQ*NCASE .LE. ITAVC) NBLCVC = 1 | MONTSE | 41 |
| | KEX = 3 | MONTSE | 42 |
| | IF(NEQ*NCASE .LE. ITAVC) KEX = 2 | MONTSE | 43 |
| | IF(NBLOC .EQ. 1 .AND. NEQ*NCASE .GT. ITAVC) GO TO 10 | MONTSE | 44 |
| | GO TO 20 | MONTSE | 45 |
| 10 | WRITEF(II,1200) | MONTSE | 46 |
| 1200 | FORMAT(///// " ENQUANTO A MATRIZ DE RIGIDEZ NAO NECESSITA SER " | MONTSE | 47 |
| | * "PARTICUONADA EM BLOCOS,"/" OS VETORES DE CARGAS NODAIS " | MONTSE | 48 |
| | * " O NCESSITAM,"/" SUGESTAO- DIMINUIR O NUMERO DE CASOS DE" | MONTSE | 49 |
| | *" CARREGAMENTOS ANALISADOS SIMELTANEAMENTE"/////) | MONTSE | 50 |
| | STOP | MONTSE | 51 |
| 20 | NE = NSUPE + NELMP | MONTSE | 52 |
| | K = 0 | MONTSE | 53 |
| | DO 70 NH = 1, NBLOC | MONTSE | 54 |
| | NCR = ITTPR(NB,2) - ITTPR(NB,1) + 1 | MONTSE | 55 |
| | NCOL(NH) = NCR | MONTSE | 56 |
| C | | MONTSE | 57 |
| C | MONTAGEM DO BLOCO NB DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL | MONTSE | 58 |
| C | | MONTSE | 59 |
| | CALL STIFGL(ITAMR,A,ITTPR,IPOS,NB,NEQ,RIGSU,LADO,VCNS, | MONTSE | 60 |
| | *ARRAY,SMD,NSC,INCIS) | MONTSE | 61 |
| | NC = 0 | MONTSE | 62 |
| | LDO = 100 | MONTSE | 63 |
| | IF(NSC .LT. 0) GO TO 35 | MONTSE | 64 |
| | LDO = VDGES(9) | MONTSE | 65 |
| | IF(LDO .EQ. 0) GO TO 30 | MONTSE | 66 |
| | LDO = -LDO | MONTSE | 67 |
| C | | MONTSE | 68 |
| C | INTRODUCAO DAS CONDICÕES DE CONTORNO - APOIOS ELASTICOS - | MONTSE | 69 |
| C | | MONTSE | 70 |
| | CALL CCONT(A,B,LDO,NC,NCR,NB,ITTPR,ITAMR,IPOS,PIVOT, | MONTSE | 71 |
| | *ITAVC,NSC,KEX) | MONTSE | 72 |
| 30 | LDO = VDGES(10) | MONTSE | 73 |
| C | | MONTSE | 74 |
| C | INTRODUCAO DAS COND DE CONTORNO - DESLOC PRESCRITOS - | MONTSE | 75 |
| C | | MONTSE | 76 |

| | | |
|----|--|------------|
| 35 | CALL CCOUNT(A,R,LDO,NC,NCR,NB,ITTPB,ITAMR,IPOS,PIVOT, *ITAVC,NSC,KEX) | MONTSE 77 |
| | KK = ITTPB(NB,1) - 1 | MONTSE 78 |
| | NEL1 = 0 | MONTSE 79 |
| | IF(NB .NE. 1) NEL1 = IPOS(KK) | MONTSE 80 |
| | DO 40 J = 1, NCR | MONTSE 81 |
| | KK = KK + 1 | MONTSE 82 |
| | J1 = ITAMR - NCR + J | MONTSE 83 |
| | NA(J1) = IPOS(KK) - NEL1 | MONTSE 84 |
| 40 | CONTINUE | MONTSE 85 |
| | WRITE(L13) A | MONTSE 86 |
| | IF(NBLCVC .EQ. 1) GO TO 50 | MONTSE 87 |
| C | | MONTSE 88 |
| C | MONTAGEM DO BLOCO NR DO VETOR DE CARGAS NODAIS GLOBAIS | MONTSE 89 |
| C | | MONTSE 90 |
| | CALL MVCNGB(ITAVC,ITTPB,NCR,NB,H,RIGSU,VCNS,LADO,ARRAY) | MONTSE 91 |
| | LDO = VDGES(10) | MONTSE 92 |
| | NC = NCASE | MONTSE 93 |
| C | | MONTSE 94 |
| C | INTROD DAS COND DE CONT NO BLOCO NB DO VETOR DE CARGAS | MONTSE 95 |
| C | NODAIS - DESLOCAM PRESCRITOS - | MONTSE 96 |
| C | | MONTSE 97 |
| | CALL CCOUNT(A,R,LDO,NC,NCR,NB,ITTPB,ITAMR,IPOS,PIVOT, *ITAVC,NSC,KEX) | MONTSE 98 |
| | WRITE(L12) B | MONTSE 99 |
| | GO TO 70 | MONTSE 100 |
| 50 | CONTINUE | MONTSE 101 |
| | DO 60 J = 1, NCR | MONTSE 102 |
| | K = K + 1 | MONTSE 103 |
| | L1 = IPOS(K) - ITTPB(NB,3) + 1 | MONTSE 104 |
| | PIVOT(K) = A(L1) | MONTSE 105 |
| 60 | CONTINUE | MONTSE 106 |
| 70 | CONTINUE | MONTSE 107 |
| | IF(NBLCVC .NF. 1) RETURN | MONTSE 108 |
| C | | MONTSE 109 |
| C | MONTAGEM DOS VETORES DE CARGAS NODAIS NAO PARTICIONADOS | MONTSE 110 |
| C | EM BLOCOS | MONTSE 111 |
| C | | MONTSE 112 |
| | | MONTSE 113 |
| | | MONTSE 114 |

| | |
|--|------------|
| CALL MVCNG(ITAVC,ITTPB,B,NEQ,VCNS,LADO,ARRAY,NSC,INCIS) | MONTSE 115 |
| C | MONTSE 116 |
| C INTROD DAS COND DE CONT NOS VETORES DE CARGAS NODAIS NAO | MONTSE 117 |
| C PARTICIONADOS EM BLOCOS | MONTSE 118 |
| C | MONTSE 119 |
| NC = -NCASE | MONTSE 120 |
| CALL CCONT(A,R,LDO,NC,NCB,NB,ITTPB,ITAMR,IPOS,PIVOT, | MONTSE 121 |
| *ITAVC,NSC,KEX) | MONTSE 122 |
| WRITE(L12)B | MONTSE 123 |
| RETURN | MONTSE 124 |
| END | MONTSE 125 |

| | |
|---|-----------|
| SUBROUTINE APONTA(NFQ,IPOS,ITTPB,ITAM,NBLUC,NSC,INCIS) | APUNTA 1 |
| COMMON/TRES/VDGFS(5000) | APUNTA 2 |
| COMMON/CONTR/NPOIN,NELML,NELMP,NSUPE,NMATS,NNAEL,NPFIX, | APUNTA 3 |
| *NCASE,NNCAC,NLCLN,NELCA,NECT,NNCDA,NNTP,NLCLU | APUNTA 4 |
| COMMON/SEIS/II,LL,L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9,L0,L11,L12,L13,L14 | APUNTA 5 |
| COMMON/TESTE/NDOFN,NNODE | APUNTA 6 |
| DIMENSION IPOS(NFQ),ITTPB(30,3),INCIS(25,8) | APUNTA 7 |
| C | APUNTA 8 |
| C MONTAGEM DO VETOR DOS APONTADORES DOS ELEMENTOS | APUNTA 9 |
| C DA DIAGONAL DA MATRIZ DE RIGIDEZ ARMAZENADA POR | APUNTA 10 |
| C ALTURA EFETIVA DE COLUNAS, POR BLOCOS E MONTAGEM DA | APUNTA 11 |
| C TABELA DE TOPOLOGIA DO PARTICIONAMENTO EM BLOCOS | APUNTA 12 |
| C | APUNTA 13 |
| IF(NSC .LT. 0) GO TO 82 | APUNTA 14 |
| NDOFE = NNODE * NDOFN | APUNTA 15 |
| DO 10 I = 1, NEQ | APUNTA 16 |
| 10 IPOS(I) = 0 | APUNTA 17 |
| DO 12 I = 1, 3 | APUNTA 18 |
| DO 12 J = 1, 30 | APUNTA 19 |
| 12 ITTPB(J,I) = 0 | APUNTA 20 |
| IF(NELMP .EQ. 0) GO TO 40 | APUNTA 21 |
| C | APUNTA 22 |
| C ELEMENTOS | APUNTA 23 |

C

```

      K1 = VDGES(1) - 8
      DO 30 I = 1, NELMP
      K1 = K1 + 8
      MIN = VDGES( K1 )
      DO 15 J = 2, NNODE
      IF( MIN .GT. VDGES( K1+J-1 ) ) MIN = VDGES( K1+J-1 )
15  CONTINUE
      L = (MIN-1) * NDOFN + 1
      DO 20 J = 1, NNODE
      N = (VDGES(K1+J-1) - 1 ) * NDOFN
      DO 20 K = 1, NDOFN
      M = N + K
      IDIF = M - L + 1
      IF( IPOS(M) .LT. IDIF ) IPOS(M) = IDIF
20  CONTINUE
30  CONTINUE
40  IF( NSUPE .EQ. 0 ) GO TO 70

```

C
C
C

SUPERELEMENTOS

```

      K1 = VDGES(13) - 32
      K2 = VDGES(12) - 3
      DO 60 I = 1, NSUPE
      K1 = K1 + 32
      K2 = K2 + 3
      MIN = VDGES( K1 )
      NNCS = ( VDGES(K2) + VDGES(K2+1) ) * 4
      DO 50 J = 2, NNCS
      IF( MIN .GT. VDGES(K1+J-1) ) MIN = VDGES(K1+J-1)
50  CONTINUE
      L = ( MIN-1 ) * NDOFN + 1
      DO 60 J = 1, NNCS
      N = (VDGES(K1+J-1) - 1 ) * NDOFN
      DO 60 K = 1, NDOFN
      M = N + K
      IDIF = M-L+1
      IF( IPOS(M) .LT. IDIF ) IPOS(M) = IDIF

```

```

APONTA 24
APONTA 25
APONTA 26
APONTA 27
APONTA 28
APONTA 29
APONTA 30
APONTA 31
APONTA 32
APONTA 33
APONTA 34
APONTA 35
APONTA 36
APONTA 37
APONTA 38
APONTA 39
APONTA 40
APONTA 41
APONTA 42
APONTA 43
APONTA 44
APONTA 45
APONTA 46
APONTA 47
APONTA 48
APONTA 49
APONTA 50
APONTA 51
APONTA 52
APONTA 53
APONTA 54
APONTA 55
APONTA 56
APONTA 57
APONTA 58
APONTA 59
APONTA 60
APONTA 61

```

```

60 CONTINUE
70 DO 80 IC = 2, NEQ
   IPOS( IC ) = IPOS( IC ) + IPOS( IC-1 )
80 CONTINUE
   GO TO 88

C
C REANALISE DOS SUPERELEMENTOS
C
82 CONTINUE
   K1 = VDGES(12)+(-NSC-1)*3
   M = VDGFS(K1)
   N = VDGES(K1+1)
   NELS = M * M
   NNCS = (M+N)*4
   NNIS = ( 3*M-2)*(N-1)+(M-1)
   NNTS = NNCS + NNIS
   DO 86 I = 1, NELS
     MIN = INCIS(I,1)
     DO 84 J = 2, NNODE
       IF( MIN .GT. INCIS(I,J)) MIN = INCIS(I,J)
84 CONTINUE
     L = (MIN-1)*NDOFN + 1
     DO 86 J = 1, NNODE
       NN = (INCIS(I,J)-1) * NDOFN
       DO 86 K = 1, NDOFN
         MM = NN + K
         IDIF = MM - L + 1
         IF( IPOS(MM) .LT. IDIF ) IPOS(MM) = IDIF
86 CONTINUE
     DO 87 IC = 2, NEQ
       IPOS(IC) = IPOS(IC) + IPOS(IC-1)
88 CONTINUE

C
C MONTAGEM DA TABELA DE TOPOLOGIA DO PARTICIONAMENTO EM BLOCOS
C
   NRLOC = 1
   IFIM = ITAM
   ITTPB(1,1) = 1

```

```

APONTA 62
APONTA 63
APONTA 64
APONTA 65
APONTA 66
APONTA 67
APONTA 68
APONTA 69
APONTA 70
APONTA 71
APONTA 72
APONTA 73
APONTA 74
APONTA 75
APONTA 76
APONTA 77
APONTA 78
APONTA 79
APONTA 80
APONTA 81
APONTA 82
APONTA 83
APONTA 84
APONTA 85
APONTA 86
APONTA 87
APONTA 88
APONTA 89
APONTA 90
APONTA 91
APONTA 92
APONTA 93
APONTA 94
APONTA 95
APONTA 96
APONTA 97
APONTA 98
APONTA 99

```

```

ITTPB(1,3) = 1
DO 90 IC = 1, NEQ
IF( IPOS(IC) .LT. IFIM ) GO TO 90
ITTPB(NBLOC,2) = IC - 1
NBLOC = NBLOC + 1
ITTPB(NBLOC,1) = IC
ITTPB(NBLOC,3) = IPOS( IC-1 ) + 1
IFIM = IPOS(IC-1) + ITAM
90 CONTINUE
ITTPB(NBLOC,2) = NEQ
MAXC = 1
NBLOC1 = NBLOC-1
DO 200 I=1,NBLOC1
100 K1 = ITTPB(I,1)
K2 = ITTPB(I,2)
NCR = K2-K1+1
IF( MAXC .LT. NCR ) MAXC = NCR
KCB = IPOS(K2) - ITTPB(I,3) + 1
IF( ITAM - KCB .GT. NCR ) GO TO 200
ITTPB(I,2) = ITTPB(I,2) - 1
ITTPB(I+1,1) = ITTPB(I+1,1) - 1
K = ITTPB(I,2)
ITTPB(I+1,3) = IPOS(K) + 1
GO TO 100
200 CONTINUE
RETURN
END

```

```

APONTA 100
APONTA 101
APONTA 102
APONTA 103
APONTA 104
APONTA 105
APONTA 106
APONTA 107
APONTA 108
APONTA 109
APONTA 110
APONTA 111
APONTA 112
APONTA 113
APONTA 114
APONTA 115
APONTA 116
APONTA 117
APONTA 118
APONTA 119
APONTA 120
APONTA 121
APONTA 122
APONTA 123
APONTA 124
APONTA 125
APONTA 126

```

```

SUBROUTINE STIFGL(ITAM,A,ITTPB,IPOS,NB,NEQ,RIGSU,LADO,
*VCNS,ARRAY,SMD,NSC,INCIS)
COMMON/TRES/VDGES(5000)
COMMON/SEIS/II,LL,IQ,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9,L0,L11,L12,L13,L14
COMMON/CONTR/NPOIN,NELML,NELMP,NSUPE,NMATS,NNAEL,NPFI,
*NCASE,NNCAC,NLCLN,NELCA,NECT,NNCDA,NNTP,NLCLU
COMMON/TESTE/NDOFN,NNODE,NES(30),NTES

```

```

STIFGL 1
STIFGL 2
STIFGL 3
STIFGL 4
STIFGL 5
STIFGL 6
STIFGL 7

```

| | | | |
|----|---|--------|----|
| | DIMENSION A(ITAM),IPOS(NEQ),JK(162),ITTPB(30,3) | STIFGL | 8 |
| | *,SMD(48,48),RIGSU(162,162),LADO(32) | STIFGL | 9 |
| | DIMENSION ARRAY(27896),JK2(162),VCNS(162,10) | STIFGL | 10 |
| | DIMENSION INC15(25,8) | STIFGL | 11 |
| C | | STIFGL | 12 |
| C | MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DA ESTRUTURA, POR | STIFGL | 13 |
| C | ALTURA EFETIVA DE COLUNAS, POR BLOCOS | STIFGL | 14 |
| C | | STIFGL | 15 |
| | REWIND L4 | STIFGL | 16 |
| | REWIND L11 | STIFGL | 17 |
| | NDOFF = NNODE * NDOFN | STIFGL | 18 |
| | DO 10 I = 1, ITAM | STIFGL | 19 |
| 10 | A(I) = 0.0 | STIFGL | 20 |
| | IF(NSC .LT. 0) GO TO 110 | STIFGL | 21 |
| | IF(NELMP .LE. 0) GO TO 60 | STIFGL | 22 |
| C | | STIFGL | 23 |
| C | CONTRIBUICOES DOS FLEMENTOS | STIFGL | 24 |
| C | | STIFGL | 25 |
| | K1 = VDGES(1) - 8 | STIFGL | 26 |
| | DO 50 I = 1, NELMP | STIFGL | 27 |
| | K1 = K1 + 8 | STIFGL | 28 |
| | CALL READMS(L4,SMD,2304,I) | STIFGL | 29 |
| | MIN = VDGES(K1) | STIFGL | 30 |
| | MAX = VDGES(K1) | STIFGL | 31 |
| | DO 20 J = 2, NNODE | STIFGL | 32 |
| | IF(VDGF(S(K1+J-1)) .LT. MIN) MIN = VDGES(K1+J-1) | STIFGL | 33 |
| | IF(VDGES(K1+J-1) .GT. MAX) MAX = VDGES(K1+J-1) | STIFGL | 34 |
| 20 | CONTINUE | STIFGL | 35 |
| | IC1 = (MIN- 1) * NDOFN + 1 | STIFGL | 36 |
| | IC2 = (MAX-1) * NDOFN + NDOFN | STIFGL | 37 |
| | IF(IC1.GT.ITTPB(NB,2) .OR. IC2.LT.ITTPB(NB,1)) GO TO 50 | STIFGL | 38 |
| | IC = 0 | STIFGL | 39 |
| | DO 30 J = 1, NNODE | STIFGL | 40 |
| | M = NDOFN*(VDGES(K1+J-1)-1) | STIFGL | 41 |
| | DO 30 K = 1, NDOFN | STIFGL | 42 |
| | IC = IC + 1 | STIFGL | 43 |
| | JK(IC) = M + K | STIFGL | 44 |
| 30 | CONTINUE | STIFGL | 45 |

```

DO 40 J = 1, NDOFF
JKJ = JK(J)
DO 40 K = 1, NDOFE
JKK = JK(K)
IF( JKK - JKJ + 1 .LE. 0 ) GO TO 40
IF( JKK.LT.ITTPB(NB,1) .OR. JKK.GT.ITTPB(NB,2) ) GO TO 40
L = IPOS(JKK) + JKJ - JKK
L1 = L - ITTPB(NB,3) + 1
A(L1) = A(L1) + SMD(J,K)
40 CONTINUE
50 CONTINUE
60 IF( NSUPE .LE. 0 ) RETURN

C
C CONTRIBUICOES DOS SUPERELEMENTOS
C
K1 = VDGES(13) - 32
K2 = VDGES(12) - 3
DO 100 I = 1, NSUPE
K1 = K1 + 32
K2 = K2 + 3
CALL READMS(L11,ARRAY,27896,I)
NNCS = ( VDGES(K2) + VDGES(K2+1) ) * 4
NDOFS = NNCS * NDOFN
MIN = VDGES( K1 )
MAX = VDGES( K1 )
DO 70 J = 2, NNCS
IF( VDGES(K1+J-1) .LT. MIN ) MIN = VDGES( K1+J-1 )
IF( VDGES(K1+J-1) .GT. MAX ) MAX = VDGES( K1+J-1 )
70 CONTINUE
IC1 = (MIN-1) * NDOFN + 1
IC2 = (MAX-1) * NDOFN + NDOFN
IF( IC1.GT.ITTPB(NB,2) .OR. IC2.LT.ITTPB(NB,1) ) GO TO 100
IC = 0
DO 80 J = 1, NNCS
K = LADO( J )
KK = (K-1) * NDOFN
M = (VDGES(K1+J-1)-1) * NDOFN
DO 80 K = 1, NDOFN

```

```

STIFGL 46
STIFGL 47
STIFGL 48
STIFGL 49
STIFGL 50
STIFGL 51
STIFGL 52
STIFGL 53
STIFGL 54
STIFGL 55
STIFGL 56
STIFGL 57
STIFGL 58
STIFGL 59
STIFGL 60
STIFGL 61
STIFGL 62
STIFGL 63
STIFGL 64
STIFGL 65
STIFGL 66
STIFGL 67
STIFGL 68
STIFGL 69
STIFGL 70
STIFGL 71
STIFGL 72
STIFGL 73
STIFGL 74
STIFGL 75
STIFGL 76
STIFGL 77
STIFGL 78
STIFGL 79
STIFGL 80
STIFGL 81
STIFGL 82
STIFGL 83

```

```

      IC = IC + 1
      JK2(IC) = KK + K
      JK(IC) = M + K
80    CONTINUE
      DO 90 J = 1, NDOFS
      JKJ = JK(J)
      M = JK2( J )
      DO 90 K = 1, NDOFS
      JKK = JK(K)
      N = JK2(K)
      IF( JKK - JKJ + 1 .LE. 0 ) GO TO 90
      IF( JKK.LT.ITTPB(NR,1) .OR. JKK.GT.ITTPB(NB,2) ) GO TO 90
      L = IPOS(JKK) + JKJ - JKK
      L1 = L - ITTPB(NR,3) + 1
      A(L1) = A(L1) + RIGSU(M,N)
90    CONTINUE
100   CONTINUE
      RETURN
C
C   REANALISE  DOS  SUPERELEMENTOS
C
110   K1 = VDGES(12) + (-NSC-1) * 3
      M = VDGES(K1)
      N = VDGES(K1+1)
      NELS = M * N
      NNCS = (M+N)*4
      NNIS = (3*M-2)*(N-1)+M-1
      NNTS = NNCS + NNIS
      DO 150 I = 1, NELS
      IREG = NES(-NSC) + I + NELMP
      CALL  READMS( L4,SMD,2304,IREG)
      MIN = INCIS(I,1)
      MAX = INCIS(I,1)
      DO 120 J = 2, NNODE
      IF( INCIS(I,J) .LT. MIN ) MIN = INCIS(I,J)
      IF( INCIS(I,J) .GT. MAX ) MAX = INCIS(I,J)
120   CONTINUE
      IC1 = ( MIN- 1) * NDOFN + 1

```

```

STIFGL 84
STIFGL 85
STIFGL 86
STIFGL 87
STIFGL 88
STIFGL 89
STIFGL 90
STIFGL 91
STIFGL 92
STIFGL 93
STIFGL 94
STIFGL 95
STIFGL 96
STIFGL 97
STIFGL 98
STIFGL 99
STIFGL 100
STIFGL 101
STIFGL 102
STIFGL 103
STIFGL 104
STIFGL 105
STIFGL 106
STIFGL 107
STIFGL 108
STIFGL 109
STIFGL 110
STIFGL 111
STIFGL 112
STIFGL 113
STIFGL 114
STIFGL 115
STIFGL 116
STIFGL 117
STIFGL 118
STIFGL 119
STIFGL 120
STIFGL 121

```

| | |
|--|------------|
| IC2 = (MAX-1) * NDOFN + NDOFN | STIFGL 122 |
| IF(IC1 .GT. ITTPB(NB,2) .OR. IC2 .LT. ITTPB(NB,1)) GO TO 150 | STIFGL 123 |
| IC = 0 | STIFGL 124 |
| DO 130 J = 1, NNODE | STIFGL 125 |
| MM = NDOFN * (INCIS(I,J)-1) | STIFGL 126 |
| DO 130 K = 1, NDOFN | STIFGL 127 |
| IC = IC + 1 | STIFGL 128 |
| JK(IC) = MM + K | STIFGL 129 |
| 130 CONTINUE | STIFGL 130 |
| DO 140 J = 1, NDOFF | STIFGL 131 |
| JKJ = JK(J) | STIFGL 132 |
| DO 140 K = 1, NDOFE | STIFGL 133 |
| JKK = JK(K) | STIFGL 134 |
| IF(JKK-JKJ+1 .LE. 0) GO TO 140 | STIFGL 135 |
| IF(JKK.LT.ITTPB(NB,1) .OR. JKK.GT.ITTPB(NB,2)) GO TO 140 | STIFGL 136 |
| L = IPOS(JKK) + JKJ - JKK | STIFGL 137 |
| L1 = L - ITTPB(NB,3) + 1 | STIFGL 138 |
| A(L1) = A(L1) + SMD(J,K) | STIFGL 139 |
| 140 CONTINUE | STIFGL 140 |
| 150 CONTINUE | STIFGL 141 |
| RETURN | STIFGL 142 |
| FND | STIFGL 143 |

| | |
|---|----------|
| SUBROUTINE CCONT(A,B,LDO,NC,NCB,ICB,ITTPB,ITAM,IPOS,PIVOT, | CCONT 1 |
| *ITAVC,NSC,KEX) | CCONT 2 |
| COMMON/TRES/VDGFS(5000) | CCONT 3 |
| COMMON/CONTR/NPOIN,NELML,NELMP,NSUPE,NMATS,NNAEL,NPFIK, | CCONT 4 |
| *NCASE,NNCAC,NLCLN,NELCA,NECT,NNCDA,NNTP,NLCLU | CCONT 5 |
| COMMON/SEIS/II,LL,IQ,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9,L0,L11,L12,L13,L14 | CCONT 6 |
| COMMON/TESTE/NDOFN,NNODE | CCONT 7 |
| DIMENSION A(ITAM),B(ITAVC),D(162,10) | CCONT 8 |
| DIMENSION IPOS(2500),PIVOT(2500),ITTPB(30,3) | CCONT 9 |
| C | CCONT 10 |
| C INTRODUCAO DAS CONDIC0ES DE CONTORNO NOS BLOCOS DA MATRIZ DE | CCONT 11 |
| C RIGIDEZ OU DOS VETORES DE CARGAS NODAIS GLOBAIS | CCONT 12 |

```

C
NEQ = NPOIN * NDOFN
IF( NSC .GT. 0 ) GO TO 9
IREG = NELMP - NSC
K1 = VDGES(12) + (-NSC-1) * 3
M = VDGFS( K1 )
N = VDGFS( K1+1 )
IF( NC .LT. 0 ) READ( L9 ) D
NN = (M + N) * 4
GO TO 10
9 NN = NPFIX
KL = LDO - 7
IF( LDO .GT. 0 ) GO TO 10
KL = -1*LDO - 7
NN = NNAEL
10 IF( NC .LT. 0 ) GO TO 90
DO 80 J = 1, NN
I = J
IF( NSC .LT. 0 ) GO TO 15
KL = KL + 7
T = VDGES( KL )
15 IC1 = (I-1) * NDOFN + 1
IC2 = IC1 + 5
IF( IC1.GT.ITTPB(ICB,2) .OR. IC2.LT.ITTPB(ICB,1) ) GO TO 80
DO 70 K = IC1,IC2
IF( K.LT.ITTPB(ICB,1) .OR. K.GT.ITTPB(ICB,2) ) GO TO 70
L1 = JPOS(K) - ITTPB(ICB,3) + 1
I = K - IC1 + 1
IF( VDGES(KL+I).EQ.-123.456 .AND. NSC.GT.0 ) GO TO 70
IF( NC .EQ. 0 ) GO TO 60
C
C INTRODUCAO DAS COND. DE CONT. NO BLOCO ICB DO VETOR DE CARGAS
C NODAIS GLOBAIS (PARTICIONADOS EM BLOCOS)
C
K1 = K
IF( ICB .EQ.1 ) GO TO 40
ICB1 = ICB - 1
DO 30 L = 1, ICB1

```

```

CCONT 13
CCONT 14
CCONT 15
CCONT 16
CCONT 17
CCONT 18
CCONT 19
CCONT 20
CCONT 21
CCONT 22
CCONT 23
CCONT 24
CCONT 25
CCONT 26
CCONT 27
CCONT 28
CCONT 29
CCONT 30
CCONT 31
CCONT 32
CCONT 33
CCONT 34
CCONT 35
CCONT 36
CCONT 37
CCONT 38
CCONT 39
CCONT 40
CCONT 41
CCONT 42
CCONT 43
CCONT 44
CCONT 45
CCONT 46
CCONT 47
CCONT 48
CCONT 49
CCONT 50

```

| | | | |
|----|---|-------|----|
| | K2 = ITTPH(ICB,2) - ITTPH(ICB,1) + 1 | CCONT | 51 |
| 30 | K1 = K1 - K2 | CCONT | 52 |
| 40 | DO 50 NCC = 1, NC | CCONT | 53 |
| | KCH = (NCC-1) * NCH | CCONT | 54 |
| | B(K1+KCB) = A(L1) * VDGES(KL+1) | CCONT | 55 |
| 50 | CONTINUE | CCONT | 56 |
| | GO TO 70 | CCONT | 57 |
| C | | CCONT | 58 |
| C | INTRODUCAO DAS CONDICAOES DE CONTORNO NO BLOCO ICB | CCONT | 59 |
| C | DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL DA ESTRUTURA | CCONT | 60 |
| C | | CCONT | 61 |
| 60 | IF(LDO .LT. 0) A(L1) = A(L1) + VDGES(KL+I) | CCONT | 62 |
| | IF(LDO .GT. 0) A(L1) = A(L1) * 1.0E+20 | CCONT | 63 |
| 70 | CONTINUE | CCONT | 64 |
| 80 | CONTINUE | CCONT | 65 |
| | RETURN | CCONT | 66 |
| C | | CCONT | 67 |
| C | INTRODUCAO DAS COND. DE CONT. NO VETOR DE CARGAS NODAIS | CCONT | 68 |
| C | GLOBAIS NAU PARTICIONADOS EM BLOCOS | CCONT | 69 |
| C | | CCONT | 70 |
| 90 | CONTINUE | CCONT | 71 |
| | IF(NSC .GT. 0) GO TO 98 | CCONT | 72 |
| C | | CCONT | 73 |
| C | REANALISE DOS SUPERELEMENTOS | CCONT | 74 |
| C | | CCONT | 75 |
| | NGLC = NN * NDOFN | CCONT | 76 |
| | NTGL = (NN+(3*M-2)*(N-1)+M-1)*NDOFN | CCONT | 77 |
| | DO 95 KL = 1, NCASE | CCONT | 78 |
| | KK = (KL-1)*NTGL | CCONT | 79 |
| | DO 95 J = 1, NGLC | CCONT | 80 |
| | JJ = J + KK | CCONT | 81 |
| | B(JJ) = PIVOT(J) * D(J,KL) | CCONT | 82 |
| 95 | CONTINUE | CCONT | 83 |
| | RETURN | CCONT | 84 |
| 98 | CONTINUE | CCONT | 85 |
| C | | CCONT | 86 |
| C | ANALISE INICIAL -- SUPERELEMENTOS CONDENSADOS | CCONT | 87 |
| C | | CCONT | 88 |

| | | |
|--|-------|-----|
| DO 100 J=1,NN | CCONT | 89 |
| KL = KL + 7 | CCONT | 90 |
| I = VDGFS(KL) | CCONT | 91 |
| IC1 = (I-1)*NDOFN + 1 | CCONT | 92 |
| IC2 = IC1 + 5 | CCONT | 93 |
| K2 = 0 | CCONT | 94 |
| DO 100 L = IC1,IC2 | CCONT | 95 |
| K2 = K2 + 1 | CCONT | 96 |
| JKL = -NEQ | CCONT | 97 |
| DO 100 NCC = 1, NCASE | CCONT | 98 |
| JKL = JKL + NFO | CCONT | 99 |
| IF(VDGES(KL+K2).NF.-123.456)B(L+JKL)=PIVOT(L)*VDGES(KL+K2) | CCONT | 100 |
| 100 CONTINUE | CCONT | 101 |
| RETURN | CCONT | 102 |
| END | CCONT | 103 |

| | | |
|---|--------|----|
| SUBROUTINE MVCNGB(ITAM,ITTPB,NCB,ICR,H,RIGSU,VCNS,LADO,ARRAY) | MVCNGB | 1 |
| COMMON/TRES/VDGES(5000) | MVCNGB | 2 |
| COMMON/SEIS/II,LL,IQ,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9,L0,L11,L12,L13,L14 | MVCNGB | 3 |
| COMMON/CONTR/NPOIN,NELML,NELMP,NSUPE,NMATS,NNAEL,NPFIK, | MVCNGB | 4 |
| *NCASE,NNCAC,NLCLN,NELCA,NECT,NNCDA,NNTP,NLCLU | MVCNGB | 5 |
| DIMENSION B(ITAM),ITTPB(30,3),RIGSU(162,162),LADO(32),JK(162) | MVCNGB | 6 |
| DIMENSION ARRAY(27896),VCNS(162,10),JK2(162),VCNEFP(48) | MVCNGB | 7 |
| C | MVCNGB | 8 |
| C MONTAGEM DOS VETORES DE CARGAS NODAIS GLOBAIS POR BLOCOS | MVCNGB | 9 |
| C | MVCNGB | 10 |
| REWIND L3 | MVCNGB | 11 |
| REWIND L11 | MVCNGB | 12 |
| KLM = 32 + 162 | MVCNGB | 13 |
| L12 = 3 | MVCNGB | 14 |
| NDOFN = 6 | MVCNGB | 15 |
| NNODF = 8 | MVCNGB | 16 |
| NDOFE = 48 | MVCNGB | 17 |
| NEQ = NPOIN * NDOFN | MVCNGB | 18 |
| DO 10 IC1 = 1, ITAM | MVCNGB | 19 |

| | | | |
|----|--|--------|----|
| 10 | H(IC1) = 0.0 | MVCNGB | 20 |
| | IF(NELMP .EQ. 0) GO TO 55 | MVCNGB | 21 |
| C | | MVCNGB | 22 |
| C | CONTRIBUICOES DOS ELEMENTOS PLANOS | MVCNGB | 23 |
| C | | MVCNGB | 24 |
| | K1 = VDGES(1) - 8 | MVCNGB | 25 |
| | DO 50 I = 1, NELMP | MVCNGB | 26 |
| | K1 = K1 + 8 | MVCNGB | 27 |
| | MIN = VDGES(K1) | MVCNGB | 28 |
| | MAX = VDGES(K1) | MVCNGB | 29 |
| | DO 20 J = 2, NNODE | MVCNGB | 30 |
| | IF(VDGFS(K1+J-1) .LT. MIN) MIN = VDGFS(K1+J-1) | MVCNGB | 31 |
| | IF(VDGFS(K1+J-1) .GT. MAX) MAX = VDGES(K1+J-1) | MVCNGB | 32 |
| 20 | CONTINUE | MVCNGB | 33 |
| | IC1 = (MIN-1) * NDOFN + 1 | MVCNGB | 34 |
| | IC2 = (MAX-1) * NDOFN + NDOFN | MVCNGB | 35 |
| | IF(IC1.GT.ITTPR(ICB,2).OR.IC2.LT.ITTPR(ICB,1)) GO TO 50 | MVCNGB | 36 |
| | IC = 0 | MVCNGB | 37 |
| | DO 30 J = 1, NNODE | MVCNGB | 38 |
| | M = (VDGES(K1+J-1) - 1) * NDOFN | MVCNGB | 39 |
| | DO 30 K = 1, NDOFN | MVCNGB | 40 |
| | IC = IC + 1 | MVCNGB | 41 |
| 30 | JK(IC) = M + K | MVCNGB | 42 |
| | DO 40 NC = 1, NCASE | MVCNGB | 43 |
| | KCB = (NC-1) * NCB | MVCNGB | 44 |
| | IREG = (NC-1)*NFLMP + I | MVCNGB | 45 |
| | CALL READMS(L3,VCNEFP,48,IREG) | MVCNGB | 46 |
| | DO 40 J = 1, NDOFE | MVCNGB | 47 |
| | JKJ = JK(J) | MVCNGB | 48 |
| | IF(JKJ.LT.ITTPR(ICB,1) .OR. JKJ.GT.ITTPR(ICB,2))GO TO 40 | MVCNGB | 49 |
| | L1 = JKJ - ITTPR(ICB,3) + 1 | MVCNGB | 50 |
| 40 | H(L1+KCB) = H(L1+KCB) + VCNEFP(J) | MVCNGB | 51 |
| 50 | CONTINUE | MVCNGB | 52 |
| 55 | CONTINUE | MVCNGB | 53 |
| | IF(NSUPE .EQ. 0) GO TO 100 | MVCNGB | 54 |
| C | | MVCNGB | 55 |
| C | CONTRIBUICOES DOS SUPRELEMENTOS | MVCNGB | 56 |
| C | | MVCNGB | 57 |

| | | |
|---|--------|----|
| K1 = VDGES(13) - 32 | MVCNGB | 58 |
| K2 = VDGES(12) - 3 | MVCNGB | 59 |
| DO 90 I = 1, NSUPE | MVCNGB | 60 |
| CALL READMS(L11,ARRAY,27896,I) | MVCNGB | 61 |
| K1 = K1 + 32 | MVCNGB | 62 |
| K2 = K2 + 3 | MVCNGB | 63 |
| NNCS = (VDGES(K2) + VDGES(K2+1)) * 4 | MVCNGB | 64 |
| MIN = VDGES(K1) | MVCNGB | 65 |
| MAX = VDGES(K1) | MVCNGB | 66 |
| DO 60 J = 2, NNCS | MVCNGB | 67 |
| IF(VDGES(K1+J-1) .LT. MIN) MIN = VDGES(K1+J-1) | MVCNGB | 68 |
| IF(VDGES(K1+J-1) .GT. MAX) MAX = VDGES(K1+J-1) | MVCNGB | 69 |
| 60 CONTINUE | MVCNGB | 70 |
| IC1 = (MIN-1) * NDOFN + 1 | MVCNGB | 71 |
| IC2 = (MAX-1) * NDOFN + NDOFN | MVCNGB | 72 |
| IF(IC1.GT.ITTPR(ICB,2).OR.IC2.LT.ITTPR(ICB,1)) GO TO 90 | MVCNGB | 73 |
| IC = 0 | MVCNGB | 74 |
| DO 70 J = 1, NNCS | MVCNGB | 75 |
| K = LADO(J) | MVCNGB | 76 |
| KK = (K-1) * NDOFN | MVCNGB | 77 |
| M = (VDGES(K1+J-1)-1)*NDOFN | MVCNGB | 78 |
| DO 70 K = 1, NDOFN | MVCNGB | 79 |
| IC = IC + 1 | MVCNGB | 80 |
| JK2(IC) = KK+K | MVCNGB | 81 |
| 70 JK(IC) = M + K | MVCNGB | 82 |
| NDOFS = NNCS * NDOFN | MVCNGB | 83 |
| DO 80 J = 1, NDOFS | MVCNGB | 84 |
| JKJ = JK(J) | MVCNGB | 85 |
| M = JK2(J) | MVCNGB | 86 |
| IF(JKJ.LT.ITTPR(ICB,1).OR.JKJ.GT.ITTPR(ICB,2)) GO TO 80 | MVCNGB | 87 |
| L1 = JKJ - ITTPR(ICB,3) + 1 | MVCNGB | 88 |
| DO 75 NC = 1, NCASE | MVCNGB | 89 |
| KCB= (NC-1) * NCR | MVCNGB | 90 |
| B(L1+KCB) = B(L1+KCB) + VCNS(M,NC) | MVCNGB | 91 |
| 75 CONTINUE | MVCNGB | 92 |
| 80 CONTINUE | MVCNGB | 93 |
| 90 CONTINUE | MVCNGB | 94 |
| 100 CONTINUE | MVCNGB | 95 |

RETURN
FND

MVCNGB 96
MVCNGB 97

| | | | |
|---|---|-------|----|
| | SUBROUTINE MVCNG(ITAM,ITTPH,R,NEQ,VCNS,LADO,ARRAY,NSC,INCIS) | MVCNG | 1 |
| | COMMON/TRES/VDGES(5000) | MVCNG | 2 |
| | COMMON/CONTR/NPOIN,NFLML,NELMP,NSUPE,NMATS,NNAEL,NPFIK, | MVCNG | 3 |
| | *NCASE,NNCAC,NLCLN,NELCA,NECT,NNCDA,NNTP,NLCLU | MVCNG | 4 |
| | COMMON/SEIS/II,LL,L1,L2,L3,L4,L5,L6,L7,L8,L9,L0,L11,L12,L13,L14 | MVCNG | 5 |
| | COMMON/TESTE/NDOFN,NNODE,NFS(30),NTES | MVCNG | 6 |
| | DIMENSION H(ITAM),ITTPH(30,3),VCNS(162,10),LADO(32) | MVCNG | 7 |
| | DIMENSION VCNEFP(48),ARRAY(27896),INCIS(25,8) | MVCNG | 8 |
| C | | MVCNG | 9 |
| C | MONTAGEM DOS VETORES DE CARGAS NODAIS GLOBAIS (NAO PARTICIONADOS | MVCNG | 10 |
| C | EM BLOCOS) | MVCNG | 11 |
| C | | MVCNG | 12 |
| | IC = -NEQ | MVCNG | 13 |
| | NDOFN = 6 | MVCNG | 14 |
| | DO 5 I = 1, ITAM | MVCNG | 15 |
| | R(I) = 0.0 | MVCNG | 16 |
| 5 | CONTINUE | MVCNG | 17 |
| | REWIND L3 | MVCNG | 18 |
| | REWIND L11 | MVCNG | 19 |
| | DO 40 NC = 1, NCASE | MVCNG | 20 |
| | IC = IC + NEQ | MVCNG | 21 |
| | IF(NSC .LT. 0) GO TO 32 | MVCNG | 22 |
| | IF(NELMP .LE. 0) GO TO 20 | MVCNG | 23 |
| C | | MVCNG | 24 |
| C | CONTRIBUICOES DOS ELEMENTOS PLANOS | MVCNG | 25 |
| C | | MVCNG | 26 |
| | K1 = VDGES(1) * 8 | MVCNG | 27 |
| | DO 10 I = 1, NELMP | MVCNG | 28 |
| | K1 = K1 + 8 | MVCNG | 29 |
| | IARQ = NELMP * (NC-1) + I | MVCNG | 30 |
| | CALL READMS(L3, VCNEFP, 48, IARQ) | MVCNG | 31 |
| | N = 0 | MVCNG | 32 |

| | | |
|---------------------------------------|-------|----|
| DO 10 IN = 1, NNODE | MVCNG | 33 |
| NOI = VDGES(K1+IN-1) | MVCNG | 34 |
| NN = (NOI-1) * NDOFN | MVCNG | 35 |
| DO 10 ID = 1, NDOFN | MVCNG | 36 |
| NS = NN + ID | MVCNG | 37 |
| N = N + 1 | MVCNG | 38 |
| 10 R(NS+IC) = R(NS+IC) + VCNEFP(N) | MVCNG | 39 |
| 20 IF(NSUPE .EQ. 0) GO TO 40 | MVCNG | 40 |
| C | MVCNG | 41 |
| C CONTRIBUICOES DOS SUPERELEMENTOS | MVCNG | 42 |
| C | MVCNG | 43 |
| K1 = VDGES(13) - 32 | MVCNG | 44 |
| K2 = VDGES(12) - 3 | MVCNG | 45 |
| DO 30 I = 1, NSUPE | MVCNG | 46 |
| K1 = K1 + 32 | MVCNG | 47 |
| K2 = K2 + 3 | MVCNG | 48 |
| CALL READMS(L11,ARRAY,1652,I) | MVCNG | 49 |
| N = 0 | MVCNG | 50 |
| NNCS = (VDGES(K2) + VDGES(K2+1)) * 4 | MVCNG | 51 |
| DO 30 IN = 1, NNCS | MVCNG | 52 |
| NOI = LADU(IN) | MVCNG | 53 |
| NN = (VDGES(K1+IN -1)-1) * NDOFN | MVCNG | 54 |
| N = (NOI - 1) * NDOFN | MVCNG | 55 |
| DO 30 ID = 1, NDOFN | MVCNG | 56 |
| NS = NN + ID | MVCNG | 57 |
| N = N + 1 | MVCNG | 58 |
| R(NS+IC) = R(NS+IC) + VCNS(N,NC) | MVCNG | 59 |
| 30 CONTINUE | MVCNG | 60 |
| GO TO 40 | MVCNG | 61 |
| C | MVCNG | 62 |
| C REANALISE DOS SUPRELEMENTOS | MVCNG | 63 |
| C | MVCNG | 64 |
| 32 K1 = VDGES(12) + (-NSC-1)*3 | MVCNG | 65 |
| M = VDGES(K1) | MVCNG | 66 |
| N = VDGES(K1+1) | MVCNG | 67 |
| NELS = M * N | MVCNG | 68 |
| NNTS = (M+N)*4 + (3*M-2)*(N-1)+M-1 | MVCNG | 69 |
| DO 34 I = 1, NELS | MVCNG | 70 |

```

IREG = NTES*(NC-1) + NFS(-NSC) + I
CALL READMS( L0, VCNEFP,48,IREG )
N = 0
DO 34 IN = 1, NNODE
NN = (INCIS(-NSC,IN)-1) * NDOFN
DO 34 ID = 1, NDOFN
NS = NN + ID
N = N + 1
34 B(NS+IC) = B(NS+IC) + VCNEFP(N)
40 CONTINUE
RETURN
END

```

```

MVCNG 71
MVCNG 72
MVCNG 73
MVCNG 74
MVCNG 75
MVCNG 76
MVCNG 77
MVCNG 78
MVCNG 79
MVCNG 80
MVCNG 81
MVCNG 82

```

BIBLIOGRAFIA

1. TURNER, M. J., CLOUGH, R. W., MARTINS, H. C. e TOPP L. J. -
"Stiffness and Deflection Analysis of Complex Structure"
J. Aeronaut. Sci. 23, 9, 805-823 (1956).
2. FERRANTE, A. J. - "The Finite Element Method" - in "The Finite Element Technique" (Brebbia C. A., Ferrante A. J. - Editores) pp. 110-143 (1975).
3. ARGYRES, J. H. - "Energy Theorems and Structural Analysis".
Aircraft Eng. - 1954.
4. FONSECA LIMA, S. R. F. da - "O Métodos dos Elementos Finitos Aplicados a Problemas de Cascas e Estruturas Laminares Utilizando-se Elementos Triangulares Planos" - Tese de Mestrado, COPPE - 1972.
5. BREBBIA C. A., CONNOR J. J. - "Métodos de los Elementos Finitos em la Ingenieria Civil" - C.P.P.E. - Madri 1975.
6. ZIENKIEWICZ, O. C. - "The Finite Element Method in Engineering Science". McGraw-Hill, London 1971.
7. GONÇALVES FILHO, O. J. A - "Análise Dinâmica Linear por Superposição Modal de Cascas Finas Arbitrárias pelo Método dos Elementos Finitos" - Tese de Mestrado, COPPE 1978.

8. VENÂNCIO FILHO, F. - "Isoparametric Elements" - in "The Finite Element Technique" (Brebbia C. A., Ferrante A. J. - Editores), pp. 187-221 (1975).
9. VENÂNCIO FILHO, F. - "Mecânica das Estruturas" - Notas de aula - COPPE/UFRJ - 1978.
10. HINTON, E. e OWEN, D. R. J. - "Finite Element Programming" - Academic Press Inc., London - 1977.
11. ARANTES e OLIVEIRA, E. R. - "Introdução à Teoria das Estruturas de Comportamento Linear" (-LNEC-Lisboa, 1966).
12. VARELLA, L. N., REIS, F. C., JURKIEWICZ, W. J. - "Structural Design of the Turbine Building of Angra Nuclear Power Station, Unit 1" - in Anais da Conferência sobre Análise, Projeto e Construção de Estruturas de Centrais Nucleares - pp. 761-774, Porto Alegre - Brasil, 1978.
13. GALLAGHER, R. H. - "Finite Element Analysis - Fundamentals" Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1975.
14. DESAI, C. S., ABEL, J. F. - "Introduction to the Finite Element Method" - Van Nostrand Reinhold Company. New York - 1972.
15. MAHLER, C. F., SORIANO, H. L., PEREIRA, P. R. - "Sobre um Estudo do Elemento Finito Isoparamétrico Quadrático em

Análise Estrutural" - Colóquio Franco-Brasileiro - Métodos Numéricos em Engenharia - Rio, Agosto 1976.

16. TIMOSHENKO, S., WOINOWSKY-KRIEGER, S. - "Theory of Plates and Shells" - McGraw-Hill, New York - 1959.
17. SORIANO, H. L. e COSTA, A. M. - "Sugestões Quanto ao Desenvolvimento de Programações para Análise Estrutural em FORTRAN IV" - COPPE/UFRJ, Rio - 1978.
18. SORIANO, H. L. e PRATES, C. L. M. - "Armazenamento Computacional de Matrizes em Análise Estrutural" - COPPE/UFRJ - Rio, 1978.
19. MONDKAR, D. P. e POWEL, G. H. - "Toward an Optimal in-core Equation Solver" - Computers and Structures - Vol. 4, 1974.
20. MONDKAR, D. P. e POWEL, G. H. - "Large Capacity Equation Solver for Structural Analysis" - Computers and Structures - Vol. 4, 1974.
21. FERRANTE, A. J. et al. - "A Linguagem Lorane Linear para Análise Estrutural por Computador" - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil - Porto Alegre, RS - 1977.
22. MIRANDA, C. A. J. e SORIANO, H. L. - "Um Sistema para Análise dos Esforços no Prédio das Turbinas em Centrais Nu-

- cleares" - in III Simpósio sobre Sistemas Computacionais para Engenharia Civil - Vol. I, pp. 91-108 - UFRGS/1979.
23. BURAGOHAİN, D. N., AGRAWAL, S. B. e AYYAR, R. S. - "A Matching Superparametric Beam Element for Shell Beam Systems" - Computers and Structures - Vol. 9, pp. 175-182, 1978.
24. HINTON, E., SCOTT, F. C. e RICKETTS, R. E. - "Local Least Squares Stress Smoothing for Parabolic Isoparametric Elements" - Int. J. for Num. Meth. Engng. - Vol. 9 - 235-256 (1975).
25. WILSON, E. L. - "The Static Condensation Algorithm" - Int. J. for Num. Meth. Engng. - Vol. 8, 198-203 (1974).
26. NOOR, A. K., KAMEL, H. A., FULTON, R. E. - "Substructuring Techniques - Status and Projections". Computers and Structures - Vol. 8, pp. 621-632, 1978.
27. WILLIAMS, F. W. - "Comparison Between Sparse Stiffness Matrix and Sub-structure Methods" - Int. J. for Num. Meth. Engng. - Vol. 5, 383-394 (1973).
28. RIBEIRO, J. R. M. - "Estudo da Viabilidade da Hipótese de Kirchoff-Love na Teoria das Placas" - Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ, 1976.

29. MINDLIN, R. D. - "Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic, Elastic Plates". Journal of Applied Mechanics - Vol. 18 (1951) 31-38.
30. LANDAU, LUIZ- "Análise de Grandes Deformações e Plasticidade por Meio de Elementos Finitos Isoparamétricos". Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ - 1976.
31. WROBEL, LUIZ CARLOS- "Análise Não-Linear de Estruturas Laminadas pelo Método dos Elementos Finitos"- Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ - 1977.
32. HALBRITTER, A. L. - "Análisis de Cascas Gruesas y Finas con Elementos Tridimensionales" - Tese de Mestrado - COPPE/UFRJ - 1974.
33. STRANG, G. e FIX, G. J. - "An Analysis of the Finite Elements Method" - Prentice-Hall, 1973.

REFERÊNCIAS ADICIONAIS

34. ZIENKIEWICZ, O. C., AHMAD, S. e IRONS, B. M. - "Analysis of Thick and Thin Shell Structures by Curved Finite Elements". - Int. J. for Num. Met. in Engineering, Vol. 2, 419-451 (1970).
35. HINTON, E. e CAMPBELL, J. S. - "Local and Global Smoothing of Discontinuous Finite Element Functions Using a Least

- Squares Method" - Int. J. for Num. Met. in Engineering, Vol. 8, 461-480 (1974).
36. ZIENKIEWICZ, O. C., TAYLOR, R. L. e TOO, J. M. - "Reduced Integration Technique in General Analysis of Plates and Shells" - Int. J. for Num. Met. In Engineering, Vol. 3, 275-290 (1971).
37. GREIMANN, L. F. e LYNN, P. P. - "Finite Element Analysis of Plate Bending with Transverse Shear Deformation" - Nuclear Engineering and Design 14 (1970) 223-230.
38. ESTEFEN, S. F. e LOPES, T. A. P. - "Geração de Malha para Utilização da Técnica dos Superelementos" - Publicação COPPE/UFRJ.
39. MIRANDA, C. A. J. - "Listagem e Manual de Utilização do Programa PAINEL" - Nota técnica a ser publicada no IEN.
40. MIRANDA, C. A. J. - "Desenvolvimento de um Programa para Leitura de Dados, em Análise Estrutural, com Verificação de Consistência". Nota técnica a ser publicada no IEN.
41. DENOIER, A. - "Automatic Generation of Finite Element Meshes" - Computers and Structures, Vol. 9, pp. 359-364 (1978).