UM MODELO SEMI-ANALÍTICO EM ELEMENTOS FINITOS PARA INTERAÇÃO INERCIAL EM ANÁLISE SÍSMICA

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.)

Aprovada por:

Prof. Fernando Venâncio Filho
Presidente

Prof. Benjamin Ernani Diaz

Prof. Agustin Juan Ferrante

Prof. Edison Castro Prates de Lima

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 1980

RESUMO

Um modelo semi-analítico em elementos finitos para a análise sísmica inercial de estruturas com fundação estaqueada é apresentado.

As propriedades destes elementos são determinadas a partir da fórmula elástica de Mindlin. Um exemplo de aplicação do modelo é apresentado, com a análise de uma chaminé típica de uma usina nuclear, para um acelerograma simplificado.

A B S T R A C T

A semi-analytic finite element model for seismic inertial analysis of structures with pile foundation is presented here.

The properties of the elements are stablished through the elastic Mindlin's formula. The results of the analysis of a typical vent stack of a nuclear power station, for a simplified accelerogram is shown also.

ÍNDICE

pg.

CAPÍTULO I - Introdução 1

CAPÍTULO II - Métodos de análise sísmica de estruturas 3

II.1. - Solicitações sísmicas 4

II.2. - Amplificação dinâmica no solo 11

II.3. - Modelos para análise sísmica 23

II.4. - Métodos de resolução do problema dinâmico 49

CAPÍTULO III - Modelo matemático para a interação inercial 58

CAPÍTULO IV - Exemplo numérico de aplicação do modelo 68

IV.1. - Estrutura analisada 68

IV.2. - Análise cinemática 73

IV.3. - Consideração do efeito de grupo 81

IV.4. - Análise inercial 90

CAPÍTULO V - Conclusões 96

BIBLIOGRAFIA 97

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Com a construção das primeiras usinas nucleares no Brasil, os engenheiros estruturais brasileiros tomaram contato, pela primeira vez, com o problema da análise de estruturas submetidas a solicitações sísmicas. Apesar do Brasil estar situado em uma região de baixa sismicidade, o alto grau de segurança exigido pela operação de uma usina nuclear implica na consideração de solicitações não usuais no projeto de estruturas correntes, como forças sísmicas, explosões, colisão de aeronaves etc.

Neste trabalho é apresentado um modelo para a análise inercial de estruturas com fundação sobre estacas. Os procedimentos para a modelagem das superestruturas, particularmente os modelos em elementos finitos, acham-se já extensamente estudados na literatura (ver, por exemplo, as referências [5], [9], [10], [11], [14], [16] etc.). Por outro lado, os modelos para análise de fundações, especialmente para fundações estaqueadas, não se encontram ainda definitivamente consagrados. É proposto então, neste trabalho, um modelo de solo, com elementos finitos em faixa, de formulação semi-analítica. As propriedades mecânicas destes elementos são escolhidas de maneira a reproduzir, de maneira aproximada, a rigidez do solo obtida através da fórmula elástica de Mindlin.

Como exemplo da aplicação do modelo apresentado é efetuada a análise sísmica de uma chaminé de grande altura, utilizada nas usinas nucleares para descarga de gases. O efeito de grupo do estaqueamento é considerado através de uma abordagem simplificada baseada na teoria elástica desenvolvida por Poulos. A solicitação sísmica considerada é um acelerograma simplificado de movimentos horizontais do solo. A análise é efetuada em duas etapas (análise cinemática e análise inercial), através do programa LORANE-DINA [11].

CAPÍTULO II

MÉTODOS DE ANÁLISE SÍSMICA DE ESTRUTURAS

Será apresentada neste capítulo, de forma sucinta, uma visão geral dos métodos de análise sísmica de estruturas.

Apresentamos inicialmente as solicitações sísmicas a serem consideradas no projeto estrutural. Estudaremos estas solicitações sob o ponto de vista do interesse da engenharia estrutural, ou seja, os dados básicos para o projeto (espectros de resposta ou acelerogramas).

A seguir abordaremos as diferentes técnicas de elaboração de modelos matemáticos para a análise. Serão apresentados os modelos para o estudo da amplificação dinâmica no solo, os modelos em parâmetros discretos, em elementos finitos e também os modelos para a análise de fundações sobre estacas.

Serão apresentados, finalmente, os métodos matemáticos empregados para a resolução do problema dinâmico, a partir das solicitações e do modelo estrutural (análise modal, integração no domínio do tempo e no domínio da freqüência).

II.1. Solicitações sísmicas

II.1.1. Espectros de resposta

O objetivo essencial do projeto estrutural anti-sísmico é manter dentro de certos limites de segurança a probabilidade de ruína da estrutura, devido a terremotos que possam ocorrer durante a vida útil da mesma. Devido à natureza extremamente aleatória dos eventos sísmicos, seja em sua intensidade, seja em suas características, uma abordagem consistente da análise sísmica deveria ser realizada através de métodos probabilísticos. Apesar da análise sísmica corrente ser realizada sob um enfoque exclusivamente determinístico, procura-se levar em conta a natureza aleatória dos sismos através de solicitações "envoltórias" de sismos de diferentes características.

Do ponto de vista da engenharia, as informações mais relevantes colhidas durante a ocorrência de um sismo, são os registros das variações das acelerações, velocidades e deslocamentos do solo em função do tempo, obtidas através de sismógrafos. A título de ilustração, mostramos na Fig. 2.1.1 (ref. [3]) estes três gráficos, correspondentes à componente N-S do terremoto ocorrido em El Centro, Califórnia, em 1940. Pode-se notar a variação extrememente irregular das grandezas, particularmente as acelerações.

De maneira a que possamos avaliar mais precisamente os efeitos de um terremoto sobre os sistemas estruturais, são cons

truídos os espectros de resposta. Dado o oscilador simples mostrado na figura 2.1.3 (sistema de um grau de liberdade massa-mola-amortecedor), o acelerograma do terremoto é aplicado como movimento de apoio. Para efeito de projeto, estaremos interessados na força máxima na mola (no caso, nas colunas). Esta força máxima será proporcional ao deslocamento relativo máximo $v = v^t - v_g$ (deslocamento total menos o deslocamento do solo). O valor de $\underline{v}$ será obtido pela integral de Duhamel:

$$v(t) = \frac{1}{w} \int_o^t \ddot{v}_g(\tau) \exp\left[-\xi w(t-\tau)\right] \sin w(t-\tau) d\tau$$

onde as características do oscilador são:

$w = \sqrt{\frac{k}{M}}$ - freqüência circular

$\xi = \frac{c}{2Mw}$ - fração de amortecimento crítico do sistema e

$\ddot{v}_g$ é a aceleração do solo.

O deslocamento relativo será então:

$v_{max} = \frac{Sv}{w} = Sd$, onde

$$Sv(\xi, w) = \left[\int_o^t \ddot{v}_g(\tau) \exp\left[-\xi w(t-\tau)\right] \sin w(t-\tau) d\tau\right]_{max}$$

Sd é chamado deslocamento espectral. Sv e $Sa = wSv = w^2 Sd$ são chamados pseudo-velocidade espectral e aceleração espectral, por analogia com sistemas de um grau de liberdade não-amortecidos, submetidos a carregamentos harmônicos. Sd e Sa serão, então, o deslocamento relativo máximo e a aceleração absolu

ta máxima do oscilador, enquanto que Sv é uma aproximação para a velocidade relativa máxima real.

Os valores de Sd, Sv e Sa são determinados para vários valores de ξ e T (período natural da estrutura, $T = 2\pi/w$). O gráfico destes valores é normalmente plotado em papel tri-logaritmico. O acelerograma da Fig. 2.1.1. fornece o espectro de resposta mostrado na Fig. 2.1.2. Para um par de valores ξ, T os valores de Sv (em cm/seg), Sa (em frações da aceleração da gravidade $g = 9.81 m/seg^2$) e Sd (em cm), podem ser lidos, respectivamente, nas escalas vertical, e nas diagonais a esquerda e a direita.

Os espectros podem ser também apresentados sob a forma de tabela. Na tabela 2.1.1 são apresentados os valores das velocidades espectrais, para sismo vertical e sismo horizontal, do espectro de resposta de projeto preconizado pela comissão de energia atômica americana (U.S. AEC) (ref. [6]). Deve-se notar que, como os pontos dados na tabela são ligados por retas em um papel bi-logarítmico, para valores intermediários de freqüência e amortecimento devemos proceder a uma interpolação bi-logarítmica. Deve-se notar que este espectro é padronizado para um valor de aceleração máxima no solo igual a 1G ($9.81 m/seg^2$).

II.1.2. Solicitações Sísmicas de Projeto

As solicitações sísmicas a serem adotadas na análise, deverão ser definidas pelas normas de projeto. Normalmente es

tas solicitações serão determinadas a partir de um espectro de resposta padronizado como o da U.S. AEC, construído a partir da análise de um grande número de sismos de diferentes características. A partir do espectro padronizado, será definido um fator de proporcionalidade dependente da sismicidade local.

No caso da análise sísmica ser realizada por análise modal (como será visto no item II.3), o espectro de resposta será suficiente para o projeto. No caso de desejar-se realizar uma análise no domínio do tempo ou no domínio da freqüência, será necessário gerar um ou mais terremotos artificiais que reproduzam o espectro de resposta fornecido como dado inicial (ver ref. [15]).

II.1.3. Terremotos de Operação e Desligamento

É usual, especialmente no projeto de usinas nucleares, a verificação da estrutura para terremotos de duas magnitudes diferentes:

- terremoto básico de operação (OBE "Operating basic earthquake"). É um terremoto moderado, com razoável probabilidade de ocorrência durante a vida útil da estrutura. A estrutura deve ser projetada para resistir a este terremoto sem danos significantes.

- terremoto de desligamento seguro (SSE - "Safe shutdown earthquake"). É um terremoto mais forte, com probabilidade muito baixa de ocorrência durante a vida útil da estrutura.

Para este terremoto são permitidos danos estruturais significantes, desde que seja possível o desligamento dos equipamentos nucleares mais importantes e haja preservação das vidas humanas.

Os espectros das tabelas 2.1.1 são para terremoto SSE horizontal e vertical. Os valores preconizados para o OBE são iguais à metade dos tabelados para o SSE.

TABELAS 2.1.1

(A) Espectro de velocidades para terremoto SSE vertical (m/seg)

Freqüência → ↓Amortecimento	0.01 CPS	0.25 CPS	2.5 CPS	9.0 CPS	33 CPS	1000 CPS
0.5%	0.122	3.059	2.704	0.861	0.047	.0016
1%	0.112	2.779	2.354	0.762	0.047	.0016
2%	0.093	2.399	1.954	0.614	0.047	.0016
4%	0.085	2.086	1.524	0.508	0.047	.0016
5%	0.079	1.968	1.459	0.453	0.047	.0016
7%	0.071	1.795	1.276	0.394	0.047	.0016
10%	0.063	1.623	1.080	0.330	0.047	.0016

(B) Espectro de velocidades para terremoto SSE Horizontal (m/seg)

Freqüência → ↓ Amortecimento	0.01 CPS	0.25 CPS	2.5 CPS	9.0 CPS	33 CPS	1000 CPS
0.5%	0.181	4.596	3.718	0.861	0.047	.0016
1%	0.170	4.119	3.302	0.758	0.047	.0016
2%	0.142	3.591	2.656	0.614	0.047	.0016
4%	0.130	3.100	2.206	0.508	0.047	.0016
5%	0.122	2.945	1.956	0.453	0.047	.0016
7%	0.112	2.700	1.699	0.395	0.047	.0016
10%	0.099	2.442	1.425	0.330	0.047	.0016

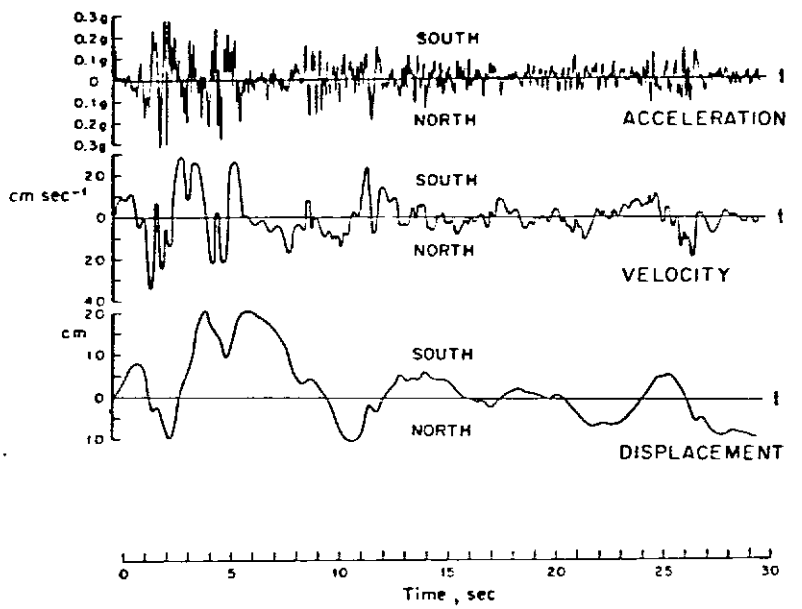


Fig. 2.1.1. Terremoto de El Centro, California 18/maio/1940 - Componente NS

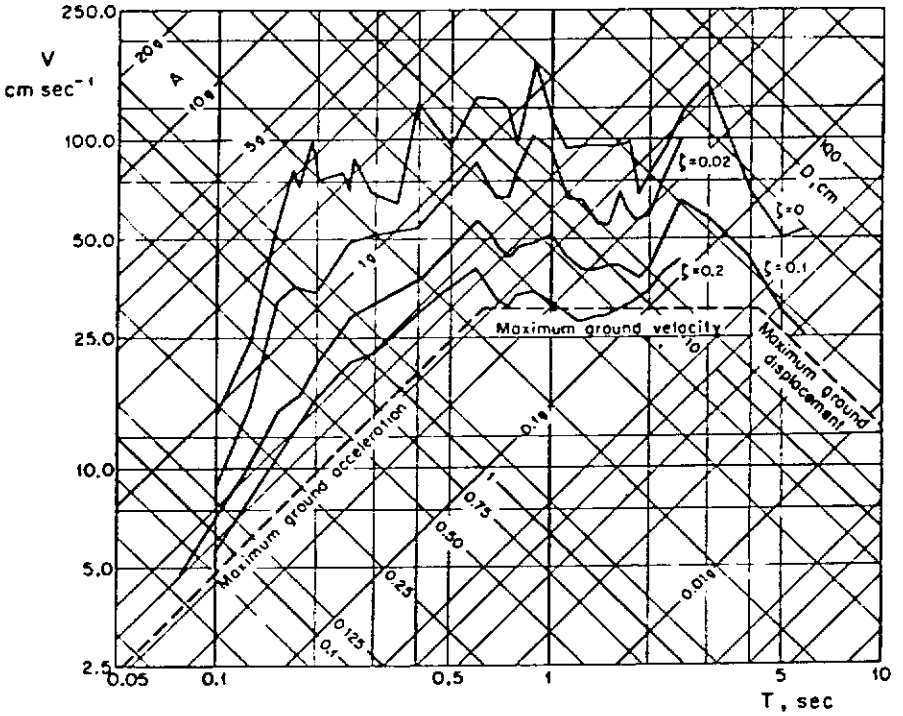


Fig. 2.1.2. Espectro de resposta para o terremoto de El Centro

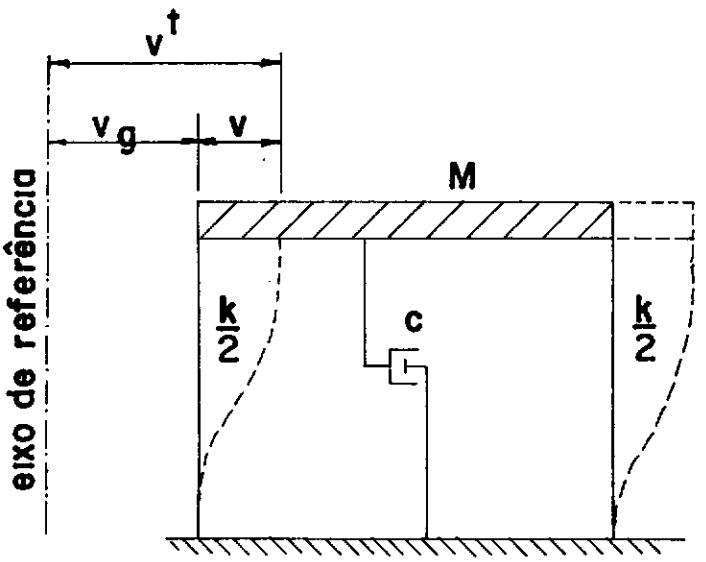


Fig. 2.1.3. Oscilador simples amortecido submetido a movimento de apoio

II.2. Amplificação Dinâmica no Solo

Apesar dos registros de terremotos serem medidos na superfície do solo, normalmente as solicitações sísmicas de projeto são definidas em relação ao terreno firme (rocha sã ou alterada) subjacente às camadas superficiais mais compressíveis. As solicitações de projeto na superfície dependerão, então, das características físicas locais do solo da região considerada. A influência das características locais do solo pode ser constatada pela análise das diferenças encontradas nos registros colhidos em regiões próximas, durante a ocorrência de um mesmo terremoto.

O passo inicial para a análise sísmica de um sistema estrutural será então o estudo de uma coluna de solo, sem a presença da estrutura (estudo do "free-field"). Neste modelo é analisada a amplificação das acelerações na rocha através das camadas de solo, para obtenção das acelerações na superfície.

II.2.1. Modelos para Amplificação no Solo

O modelo clássico para a análise da amplificação dinâmica no solo é o modelo de vigas de cortante proposto por Seed e Idriss (ref. [13]). Neste modelo (Fig. 2.2.1) é estudada uma coluna de solo, de área A arbitrária, e discretizada em n camadas. A massa de solo é concentrada nos nós da viga, e a rigidez das hastes é proporcional ao módulo de cisalhamento G de cada camada (ki = GA). A coluna é suposta engastada na rocha. Considerando como solicitação, por exemplo, um acelerograma a-

plicado na base, podemos obter como resposta o acelerograma amplificado na superfície do solo.

Os modelos mais utilizados atualmente para o estudo de amplificação, são modelos discretos em elementos finitos (por exemplo, o programa FLUSH [17]), ou modelos baseados nas soluções de Roësset [18] para propagação vertical de ondas (por exemplo, o programa SHAKE [21]).

II.2.2. Ondas de Compressão e de Cisalhamento

Um estudo completo sobre propagação de ondas pode ser encontrado, por exemplo, em [1]. Faremos um breve resumo, com a finalidade de definir ondas de compressão e de cisalhamento.

As equações diferenciais de movimento de um elemento infinitesimal em um meio homogêneo e elástico são as seguintes:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = (\lambda+G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x} + G\nabla^2 u$$

$$\rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = (\lambda+G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial y} + G\nabla^2 v$$

$$\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = (\lambda+G) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial z} + G\nabla^2 w$$

sendo

ρ - massa específica do material

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

u,v,w - componentes do vetor deslocamento nos 3 eixos coordenados;

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon x + \varepsilon y + \varepsilon z = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

A primeira solução para as equações de movimento será obtida diferenciando as três equações de movimento por x, y e z respectivamente e somando-as. Obtém-se:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = (\lambda+2G)\nabla^2 \bar{\varepsilon}$$

ou $$\frac{\partial^2 \bar{\varepsilon}}{\partial t^2} = vp^2 \nabla^2 \bar{\varepsilon} \qquad \text{onde } vp = \sqrt{\frac{\lambda+2G}{\rho}}$$

Esta é a equação da propagação de ondas de dilatação volumétrica $\bar{\varepsilon}$ com velocidade vp (vp - velocidade da onda primária p ou de compressão). A característica essencial desta onda é que o movimento das partículas de solo se desenvolve na mesma linha em que a onda está se propagando (de maneira idêntica à propagação de ondas axiais em uma haste).

A segunda solução será obtida diferenciando a segunda equação de movimento em relação a z e a terceira em relação a y e subtraindo-se uma da outra. Obtém-se:

$$\rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right) = G\nabla^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}\right)$$

Por outro lado podemos expressar as rotações em função dos deslocamentos por expressões da forma:

$$2\bar{w}x = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y}$$

Podemos então escrever:

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{w}x}{\partial t^2} = G\nabla^2 \bar{w}x$$

ou $$\frac{\partial^2 \bar{w}x}{\partial t^2} = vs^2 \nabla^2 \bar{w}x \quad \text{onde } vs = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

De maneira análoga, poderemos obter para y e z:

$$\frac{\partial^2 \bar{w}y}{\partial t^2} = vs^2 \nabla^2 \bar{w}y \quad \text{e} \quad \frac{\partial^2 \bar{w}z}{\partial t^2} = vs^2 \nabla^2 \bar{w}z$$

Estas são as equações da propagação de ondas de distorção $\bar{w}$ com velocidade vs (vs - velocidade de onda secundária S ou de cisalhamento). A característica essencial desta onda é que o movimento das partículas de solo se desenvolve perpendicularmente à linha em que a onda está se propagando.

Outros tipos de onda aparecem na superfície do solo, entre duas camadas de solo diferentes (ondas de Love, ondas de Rayleigh etc.). Estas ondas não serão consideradas por serem de menor importância no estudo de amplificação dinâmica no solo.

II.2.3. Expressões de Roësset

Apresentaremos a seguir as expressões de Roësset, para amplificação unidimensional de ondas. As camadas de solo são consideradas com espessura constante e se estendem ao infinito. O material é considerado homogêneo e isótropo. As ondas são admitidas propagando-se verticalmente a partir da rocha. A princípio a teoria é elaborada para ondas de cisalhamento; a amplificação de ondas de compressão pode ser obtida, substituindo-se o módulo de cisalhamento G pelo módulo de compressão confinado $\lambda+2G$ nas expressões obtidas.

II.2.4. Amplificação de Movimentos Senoidais

Admitamos o solo estratificado em n camadas, como mostra a Fig. 2.2.2. A camada $n+1$ corresponde à rocha, que será considerada como elástica ou como infinitamente rígida. Para cada camada j definiremos o seguinte conjunto de parâmetros:

h_j - espessura da camada
G_j - módulo de cisalhamento
ρ_j - massa específica
β_j - fração do amortecimento crítico

Em cada camada será definido um sistema local de coordenadas x_j. O deslocamento horizontal u será função unicamente de x e t:

$$u = u(x,t)$$

Estes deslocamentos atendem à equação de equilíbrio dinâmico:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = G \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \qquad (\eta = \text{viscosidade})$$

Admitindo um movimento harmônico de freqüência Ω:

$$U(x,t) = U(x).e^{i\Omega t}$$

Substituindo, teremos:

$$(G + i\Omega\eta) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\rho\Omega^2 U$$

Admitiremos amortecimento histerético, com $\beta = \Omega\eta/2G$. A solução para esta equação será:

$$U(x) = E\, e^{ipx} + F\, e^{-ipx} \quad \text{onde} \quad p^2 = \frac{\rho\Omega^2}{G(1+2\beta i)}$$

Para cada camada j teremos então a solução geral:

$$U_j = E_j\, e^{i(p_j x_j + \Omega t)} + F_j\, e^{-i(p_j x_j - \Omega t)}$$

O primeiro termo representa a onda incidente propagando-se para cima e o segundo a onda refletida propagando-se para baixo. A tensão de cisalhamento em um plano horizontal será expressa por:

$$\tau(x,t) = G(1 + 2\beta i) \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$\therefore \quad \tau_j = G_j(1+2\beta_j i)p_j(E_j e^{i(p_j x_j+\Omega t)} - F_j e^{-i(p_j x_j-\Omega t)})\, i$$

Obteremos os parâmetros E_j e F_j por compatibilidade de deslocamentos e tensões na face comum entre duas camadas.

Na face superior da 1ª camada deveremos ter tensões de cisalhamento nulas. Fazendo $\tau = 0$ para $x = 0$, encontramos $E_1 = F_1$, ou seja as amplitudes das ondas incidente e refletida na primeira camada são iguais.

A compatibilidade de deslocamentos e tensões nas faces comuns às camadas j e $j+1$ fornece as relações:

$$E_{j+1} + F_{j+1} = E_j\, e^{ip_j h_j} + F_j\, e^{-ip_j h_j}$$

$$(E_{j+1}-F_{j+1})G_{j+1}(1+2\beta_{j+1}i)p_{j+1} =$$

$$= (E_j e^{ip_j h_j} - F_j e^{-ip_j h_j})G_j(1+2\beta_j i)p_j$$

Somando e subtraindo estas duas relações obtemos as relações de recorrência:

$$2E_{j+1} = E_j(1+\mu_j)e^{ip_j h_j} + F_j(1-\mu_j)e^{-ip_j h_j}$$

$$2F_{j+1} = E_j(1-\mu_j)e^{ip_j h_j} + F_j(1+\mu_j)e^{-ip_j h_j}$$

Onde $$\mu_j = \frac{p_j G_j(1+2\beta_j i)}{p_{j+1}G_{j+1}(1+2\beta_{j+1}i)} = \left[\frac{\rho_j G_j(1+2\beta_j i)}{\rho_{j+1}G_{j+1}(1+2\beta_{j+1}i)}\right]^{1/2}$$

Para o caso de rocha rígida teremos $\mu_n = 0$

Os valores de E_j e F_j serão obtidos em função de E_1 = = F_1 por substituição dos valores de uma camada na camada inferior, a partir da camada superior.

A função de amplificação será definida como a relação entre os deslocamentos (ou acelerações) na superfície livre e os deslocamentos (ou acelerações) fornecidos como dados na rocha (ou seja a relação entre as amplitudes de onda incidente na superfície e na rocha):

$$A(\Omega) = \frac{|E_1|}{|E_{n+1}|}$$

Para o caso em que tenhamos apenas uma camada de solo, esta função será expressa como:

$$A(\Omega) = \frac{1}{(\cos^2 ph + \mu^2 \sin^2 ph)^{1/2}}$$

Para o caso de rocha rígida (μ=0), teremos:

$$A(\Omega) = \frac{1}{\cos ph}$$

A título de ilustração mostramos nas Figs. 2.2.3 e 2.2.4 os gráficos das funções de amplificação para uma camada de solo uniforme, para os casos de rocha rígida e elástica, para diferentes valores de fração de amortecimento crítico.

II.2.5. Obtenção do Espectro de Resposta

O espectro de resposta na superfície do solo poderá ser obtido através do seguinte procedimento:

1) Obtém-se a transformada de Fourier do terremoto dado.
2) Multiplica-se a transformada pela função de amplificação do solo.
3) Obtém-se a transformada inversa de Fourier deste produto, obtendo-se o acelerograma na superfície.
4) Com este acelerograma, obtém-se o espectro de resposta na superfície.

A transformada de Fourier (em função da freqüência), de uma dada função do tempo é obtida pela expressão:

$$F(w) = \int_0^\infty f(t)e^{-iwt}\,dt \qquad (F(t) = 0 \text{ para } t \leq 0)$$

A transformada inversa de Fourier é obtida por:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(w)\, e^{iwt}\,dt$$

A transformada de Fourier e sua inversa podem ser calculadas numericamente pelo algoritmo de Cooley-Tuckey (transformada rápida de Fourier - ver [5], [12]).

O espectro de resposta na superfície poderá ser também obtido pelo processo aproximado descrito em [18], multiplicando-se o espectro na rocha diretamente pela função de amplifi-

cação do solo, corrigindo-se a curva obtida por coeficientes a presentados em gráficos como função das características físicas do solo.

Os procedimentos descritos neste ítem, para análise de amplificação no solo, acham-se automatizados no programa SHAKE [21], que estuda a amplificação dinâmica através das soluções exatas da propagação unidimensional de ondas.

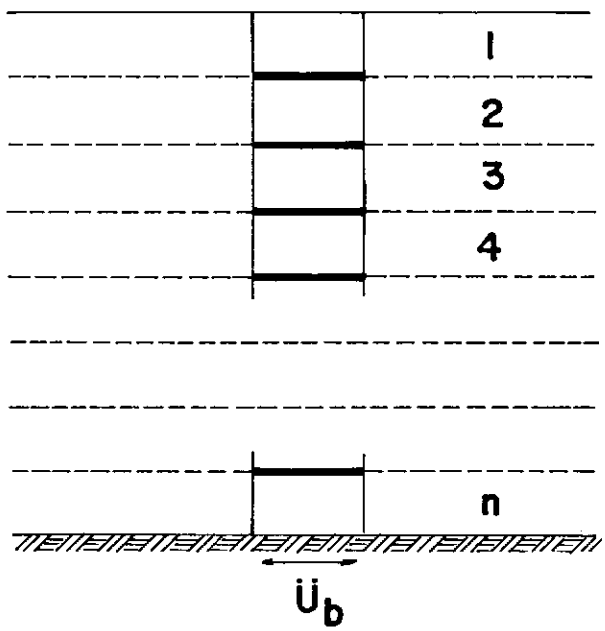


Fig. 2.2.1 - Modelo de vigas de cortante

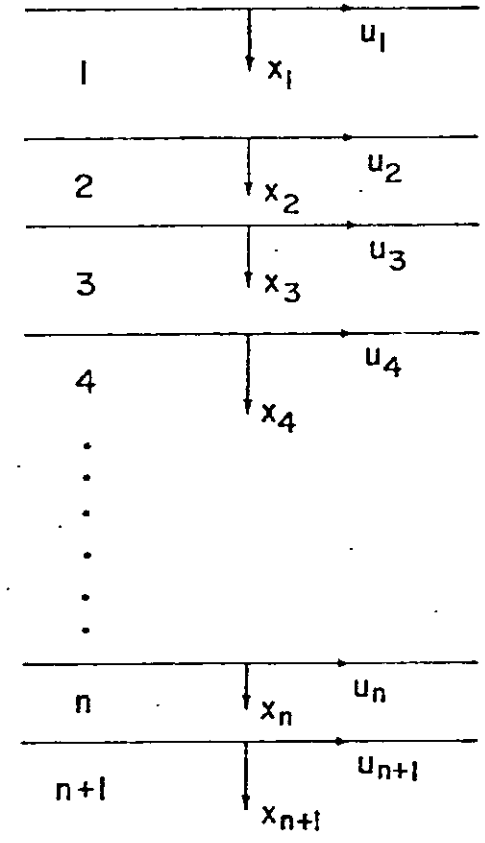


Fig. 2.2.2. Solo estratificado

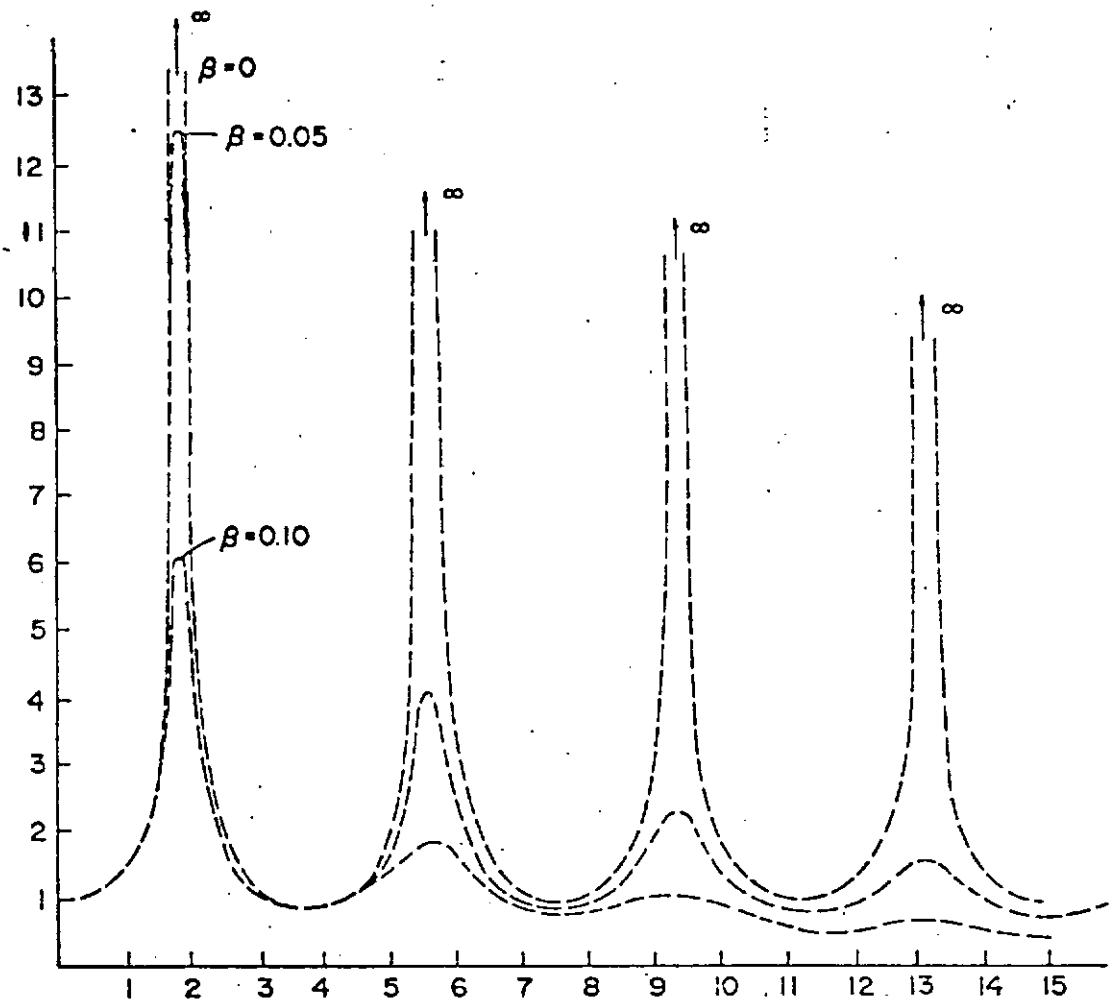


Fig. 2.2.3 - Razão de amplificação em função da freqüência e da fração de amortecimento crítico (camada uniforme sobre rocha rígida)

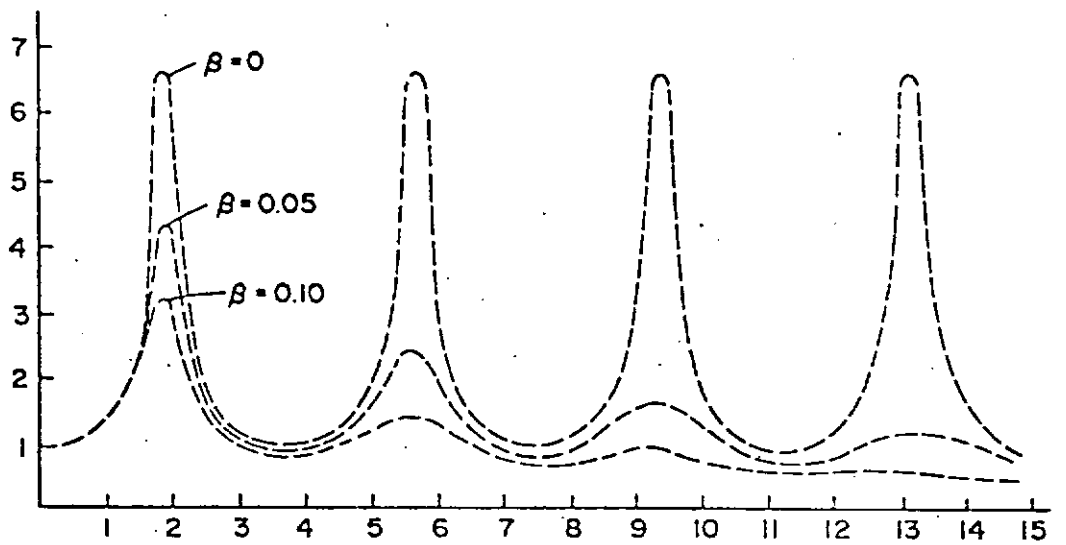


Fig. 2.2.4 - Razão de amplificação em função da freqüência e da fração amortecimento crítico (camada uniforme sobre rocha elástica)

II.3. Modelos para Análise Sísmica

A solução exata para o problema de fundações submetidas a solicitações dinâmicas pode ser encontrada para um número muito limitado de casos particulares. A necessidade da resolução de problemas reais de engenharia leva à consideração de hipóteses simplificadoras. De acordo com a natureza destas simplificações, os modelos para análise sísmica podem ser divididos em três grupos: modelos com parâmetros condensados, modelos de viga sobre suporte elástico e modelos em elementos finitos.

Nos modelos em parâmetros condensados o solo é substituido por um sistema de molas e amortecedores aplicados a cada um dos graus de liberdade da fundação considerada infinitamente rígida. O solo é admitido perfeitamente homogêneo, isotrópico e elástico.

Os modelos em viga sobre suporte elástico, particularmente apropriados para fundações estaqueadas, são baseados numa generalização da teoria estática de Winkler para o problema dinâmico.

Os modelos em elementos finitos baseiam-se na discretização do meio contínuo em regiões, onde serão arbitradas leis de variação para deslocamentos e tensões em função dos valores destas grandezas nas fronteiras destas regiões. A resolução do problema dinâmico com elementos finitos torna-se bastante mais complexa em relação ao problema estático, já que, além do vetor solução ser uma função do tempo, a determinação destas soluções

envolve as matrizes de massa e amortecimento, além da matriz de rigidez convencional.

II.3.1. Modelos com Parâmetros Condensados

II.3.1.1. A solução de Reissner e o modelo análogo de Lysmer

As primeiras soluções obtidas para o problema de fundações submetidas a carregamento dinâmico foram obtidos por Lamb (1904), que resolveu o problema de Boussinesq dinâmico, ou seja a determinação dos deslocamentos provocados por cargas concentradas variáveis no tempo, aplicadas em um semi-espaço homogêneo e isótropo.

Pela integração da solução de Lamb em uma área circular, Reissner (1936) obteve a expressão para o deslocamento vertical de uma fundação circular de massa m submetida a uma carga harmônica. As soluções de Reissner podem ser obtidas se substituirmos o solo por uma mola e um amortecedor de constantes k e c dependentes da freqüência circular w do carregamento (ver Fig. 2.3.1).

A obtenção de soluções aproximadas, com a adoção de parâmetros independentes da freqüência foi proposta por Lysmer, através de seu modelo análogo (ref. [19]). O modelo de Lysmer pode ser generalizado com a consideração dos deslocamentos da fundação nos seus seis graus de liberdade, incorporando-se molas e amortecedores no sentido de cada um deles. Diferentes grupos de parâmetros foram apresentados por vários pesquisado-

res, na tentativa de obter resultados próximos dos exatos. Apresentaremos nas tabelas 2.3.1 e 2.3.2 dois destes grupos de parâmetros, os propostos por Newmark e Richart.

Apresentaremos inicialmente os parâmetros propostos por Newmark [3]. Neste grupo deve-se ressaltar que, para melhor adequação dos resultados aproximados com as soluções exatas, foi introduzido um terceiro parâmetro, ou seja uma massa adicional a ser incorporada à massa da estrutura. Na tabela 2.3.1 são apresentados os valores dos parâmetros mola-amortecedor-massa adicional para vibrações verticais, horizontais, rotacionais e torsionais. Nestas tabelas r é o raio da fundação e G, ν e ρ são o módulo de cisalhamento, o coeficiente de Poisson e a massa específica do solo.

Na tabela 2.3.2 são apresentados os parâmetros propostos por Richart et al. [1]. Nestas tabelas são fornecidas, em relação a cada um dos graus de liberdade, as constantes de mola e, diretamente, as frações de amortecimento crítico, expressas em função das frações de massa B. Essas frações de massa representam relações adimensionais entre a massa translacional m e os momentos de massa rotacional $I\psi$ e torsional $I\Theta$ e a massa específica do solo.

A título de comparação entre os dois grupos de parâmetros, foi analisada a amplificação dinâmica de uma fundação submetida a uma carga harmônica vertical.

A comparação é feita em termos dos parâmetros adimen -

sionais (fazendo-se $\nu = 1/3$):

$a_o = wr\sqrt{\rho/G}$ (freqüência adimensional)

$Bz = (1-\nu)m/4\rho r^3$ (massa adimensional)

$A = Zmax/Zest$ (amplificação dinâmica)

Os valores da amplificação de acordo com Richart e Newmark são mostrados na Fig. 2.3.9 e podem ser notadas pequenas discrepâncias entre os resultados obtidos com cada um dos modelos.

Podemos observar como deficiências dos modelos de parâmetros condensados: só poderemos analisar fundações assentes sobre solos homogêneos; o amortecimento do solo e a influência de estruturas adjacentes não poderão ser considerados; só poderemos efetuar análises lineares, já que não poderemos obter informações sobre o nível de deformações no solo. Mesmo assim, para uma análise simplificada, levando em conta, por exemplo, as incertezas que cercam normalmente a determinação das propriedades físicas do solo, este método pode oferecer excelentes resultados.

II.3.1.2. Soluções de Novak para estruturas parcialmente enterradas

Apresentaremos a seguir a generalização das expressões de Lysmer proposta por Novak [29], para o caso de fundações parcialmente enterradas. Como as soluções de Novak são funções da

freqüência circular $\underline{w}$ da solicitação, uma análise no domínio da freqüência torna-se necessária. Caso desejemos realizar uma análise no domínio do tempo, será necessária a adoção de constantes médias K e C, independentes da freqüência.

Constantes para vibrações verticais:

$$Kzz = Gr_o(Cw_1 + \frac{Gs}{G}\,\delta Sw_1)$$

$$Czz = r_o^2\sqrt{\rho G}\left[\overline{C}w_2 + \overline{S}w_2\delta\sqrt{\frac{\rho s\,Gs}{\rho\,G}}\right]$$

Constantes para vibrações torsionais:

$$K\xi\xi = Gr_o^3\,(C\xi_1 + \frac{Gs}{G}\,\delta S\xi_1)$$

$$C\xi\xi = r_o^4\sqrt{\rho G}\left[\overline{C}\xi_2 + \overline{S}\xi_2\delta\sqrt{\frac{\rho s Gs}{\rho G}}\right]$$

Constantes para vibrações horizontais e rotacionais acopladas (fig. 2.3.3) (em relação ao C.G):

$$Kxx = Gr_o\,(Cu_1 + \frac{Gs}{G}\,\delta Su_1)$$

$$K_{\psi\psi} = Gr_o^3\left[C\psi_1 + (\frac{zc}{r_o})^2\,Cu_1 + \frac{Gs}{G}\,\delta S\psi_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{Gs}{G}\,\delta(\frac{\delta^2}{3} + \frac{zc^2}{r_o^2} - \frac{\delta zc}{r_o})\,Su_1\right]$$

$$Kx\psi = -\,Gr_o\left[zcCu_1 + \frac{Gs}{G}\,\delta(zc - \frac{\ell}{2})\,Su_1\right]$$

$$Cxx = \sqrt{\rho G}\, r_o^2 \left[\bar{C}uz + \delta \sqrt{\frac{\rho s Gs}{\rho G}}\, \bar{S}u_2\right]$$

$$C\psi\psi = \sqrt{\rho G}\, r_o^4 \{\bar{C}\psi_2 + (\frac{zc}{r_o})^2\, \bar{C}u_2 + \delta \sqrt{\frac{\rho s Gs}{\rho G}} \left[\bar{S}\psi_2 +\right.$$

$$\left. + (\frac{\delta^2}{3} + \frac{zc^2}{r_o^2} - \delta \frac{zc}{r_o})\bar{S}u_2\right]\}$$

$$Cx\psi = -\sqrt{\rho G}\, r_o^2 \left[zc\bar{C}u_2 + \delta \sqrt{\frac{\rho s Gs}{\rho G}}\, (zc - \frac{\ell}{2})\bar{S}u_2\right]$$

Nestas equações G e ρ são o módulo de cortante e a densidade do solo abaixo do nível da fundação; Gs e ρs o mesmo para o terreno ao lado da fundação (ver fg. 2.3.3); r_o é o raio da fundação cilíndrica; ℓ é a profundidade enterrada da fundação e $\delta = \ell/r_o$ é a profundidade enterrada relativa.

Os parâmetros C e S são fornecidos nas figs. 2.3.4 e 2.3.5 em função da freqüência adimensional $a_o = wr_o\sqrt{\rho/G}$ e do coeficiente de Poisson.

II.3.1.3. Processo de Análise em Três Etapas

A análise direta com parâmetros condensados implica na consideração que a presença da estrutura não influi sobre os deslocamentos do solo. No caso de estruturas enterradas de grande massa e rigidez, como é o caso dos reatores nucleares, esta hipótese estará em desacordo com a realidade. A solução completa para este problema poderá ser obtida pelo processo de análise em três etapas.

Seja a estrutura da fig. 2.3.2.A primeira etapa de cál-

culo será realizada com a solicitação sísmica dada e com a estrutura representada somente através de sua rigidez (interação cinemática). A segunda etapa de cálculo será a determinação dos coeficientes de rigidez e de amortecimento que substituirão o solo na terceira etapa. Na última etapa as solicitações consideradas serão as acelerações obtidas na primeira etapa aplicadas à massa da estrutura (interação inercial).

A equivalência da solução em três etapas com a solução completa pode ser demonstrada através do teorema da superposição apresentado por Kausel [24].

Seja o sistema de equações diferenciais dinâmicas em forma matricial:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{Y}\} + [K]\{Y\} = \{0\} \qquad (1)$$

As matrizes $[M]$, $[C]$, $[K]$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema. Os vetores $\{U\}$ e $\{Y\}$ são os vetores de deslocamentos absolutos e relativos a um sistema de eixos ligado ao solo.

Na primeira etapa é excluída a massa da estrutura:

$$[M_1]\{\ddot{Y}_1\} + [C]\{\dot{Y}_1\} + [K]\{Y_1\} = -[M_1]\{\ddot{U}_g\} \qquad (2)$$

$[M_1]$ é a matriz de massa do sistema, excluída a massa da estrutura. $\{\ddot{U}_g\}$ é o vetor associado à aceleração absoluta do sistema de eixos ligado à base (acelerograma na base).

$\{Y_1\}$ é a solução da interação cinemática.

Sendo $\{\ddot{U}_1\} = \{\ddot{Y}_1\} + \{\ddot{U}_G\}$ o vetor de acelerações absolutas obtido na primeira etapa, a segunda parcela da solução será obtida pelo sistema de equações diferenciais:

$$[M]\{\ddot{Y}_2\} + [C]\{\dot{Y}_2\} + [K]\{Y_2\} = -[M_2]\{\ddot{U}_1\} \qquad (3)$$

$[M_2]$ é a matriz de massa do sistema, excluída a massa do solo. $\{Y_2\}$ é a solução da interação inercial.

Teremos finalmente $\{Y\} = \{Y_1\} + \{Y_2\}$

A equivalência entre a equação (1) e a soma de (2) com (3) pode ser verificada pela soma:

$$[M_1](\{\ddot{Y}_1\} + \{\ddot{U}_g\}) + [M_2]\{\ddot{U}_1\} + [M]\{\ddot{Y}_2\} + [C](\{\dot{Y}_1\} +$$

$$+ \{\dot{Y}_2\}) + [K](\{Y_1\} + \{Y_2\}) = \{0\}$$

Como $\{\ddot{Y}_1\} + \{\ddot{U}_g\} = \{\ddot{U}_1\}$, $[M_1] + [M_2] = [M]$ e

$\{Y_1\} + \{Y_2\} = \{Y\}$, teremos

$$[M](\{\ddot{U}_1\} + \{\ddot{Y}_2\}) + [C]\{\dot{Y}\} + [K]\{Y\} = \{0\}$$

Como $\{\ddot{U}_1\} = \{\ddot{Y}_1\} + \{\ddot{U}_g\}$, $\{\ddot{U}_1\} + \{\ddot{Y}_2\} = \{\ddot{Y}\} + \{\ddot{U}_g\} = \{\ddot{U}\}$

$\therefore$ (1) = (2) + (3).

A análise por superposição é apresentada por Clough [5] de forma ligeiramente modificada, através de suas equações (27-82) e (27-84).

Na primeira etapa será considerado somente o solo submetido à excitação sísmica, sem a presença da estrutura. Neste caso as matrizes de rigidez e de amortecimento da estrutura serão particionadas de maneira análoga à matriz de massa, em submatrizes em que são excluídas as propriedades da estrutura ($[C_1]$, $[K_1]$), ou do solo ($[C_2]$, $[K_2]$).

A equação da primeira etapa será, de acordo com a equação (27-82, [5]):

$$[M_1]\{\ddot{U}_1\} + [C_1]\{\dot{U}_1\} + [K_1]\{U_1\} = -[Mb]\{\ddot{U}_{g1}\} -$$

$$- [Cb]\{\dot{U}_{g1}\} - [Kb]\{U_{g1}\}$$

Onde as matrizes de índice b representam os termos de acoplamento entre os graus de liberdade do apoio e os do solo.

$\{U_1\}$ serão os deslocamentos absolutos incógnitos da primeira etapa e $\{U_{g1}\}$ os deslocamentos prescritos do apoio. Admitindo a igualdade de todos estes deslocamentos de apoio, poderemos escrever, de acordo com a equação (27-67, [5]):

$$[M_1]\{\ddot{Y}_1\} + [C_1]\{\dot{Y}_1\} + [K_1]\{Y_1\} = -([M_1] + [Mb])\{\ddot{U}_g\} -$$

$$- ([C_1] + [Cb])\{\dot{U}_g\}$$

Nesta equação o vetor $\{U_g\}$ é o vetor de deslocamentos absolutos da estrutura associado ao deslocamento U_{g1} do sistema de eixos ligado à base.

Consideraremos as mesmas hipóteses simplificadoras de [5], ou seja admitiremos a matriz de amortecimento do sistema como proporcional à de rigidez e admitiremos também a matriz de massa diagonalizada. Neste caso a forma final da equação da primeira etapa será:

$$[M_1]\{\ddot{Y}_1\} + [C_1]\{\dot{Y}_1\} + [K_1]\{Y_1\} = -[M_1]\{\ddot{U}_g\}$$

A equação da segunda etapa será, de acordo com a equação (27-84, [5]):

$$[M]\{\ddot{Y}_2\} + [C]\{\dot{Y}_2\} + [K]\{Y_2\} = -[M_2]\{\ddot{U}_1\} -$$

$$- [C_2]\{\dot{U}_1\} - [K_2]\{U_1\}$$

Sabemos que a matriz de rigidez da estrutura isolada submetida a um movimento de corpo rígido será necessariamente identicamente nula, ou seja:

$$[K_2]\{U_g\} = \{0\} \quad \therefore [K_2]\{U_1\} = [K_2](\{U_1\} - \{U_g\}) =$$

$$= [K_2]\{Y_1\}$$

Como admitimos a proporcionalidade entre as matrizes de amortecimento e rigidez, teremos também:

$$[C_2]\{\dot{U}_1\} = [C_2]\{\dot{Y}_1\}$$

Podemos escrever finalmente a forma final da segunda equação:

$$[M]\{\ddot{Y}_2\} + [C]\{\dot{Y}_2\} + [K]\{Y_2\} = -[M_2]\{\ddot{U}_1\} -$$

$$- [C_2]\{\dot{Y}_1\} - [K_2]\{Y_1\}$$

Somando as duas equações chegaremos à solução total:

$$[M_1](\{\ddot{Y}_1\} + \{\ddot{U}_g\}) + [M_2]\{\ddot{U}_1\} + [M]\{\ddot{Y}_2\} + ([C_1]+$$

$$+ [C_2])\{\dot{Y}_1\} + [C]\{\dot{Y}_2\} + ([K_1] + [K_2])\{Y_1\} +$$

$$+ [K]\{Y_2\} = \{0\}$$

$$\therefore \quad [M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{Y}\} + [K]\{Y\} = \{0\}$$

Esta segunda apresentação do princípio da superposição é particularmente adequada para a análise da influência da presença da estrutura sobre os movimentos do solo. As submatrizes de massa do sistema estrutural serão reparticionadas como:

$$\underset{\sim}{M}_1 = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{M}_{1S} & \underset{\sim}{M}_{1SF} \\ \underset{\sim}{M}_{1SF}^{T} & \underset{\sim}{M}_{1F} \end{bmatrix} \qquad \underset{\sim}{M}_2 = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{M}_{2F} & \underset{\sim}{M}_{2EF} \\ \underset{\sim}{M}_{2EF}^{T} & \underset{\sim}{M}_{2E} \end{bmatrix}$$

ou

$$\underset{\sim}{M} = \begin{bmatrix} \underset{\sim}{M}_{1S} & \underset{\sim}{M}_{1SF} & \underline{0} \\ \underset{\sim}{M}_{1SF}^{T} & \underset{\sim}{M}_{1F}+\underset{\sim}{M}_{2F} & \underset{\sim}{M}_{2EF} \\ \underline{0} & \underset{\sim}{M}_{2EF}^{T} & \underset{\sim}{M}_{2E} \end{bmatrix}$$

Os índices $\underline{S}$ correspondem aos graus de liberdade pertinentes exclusivamente ao solo, os índices $\underline{E}$ correspondem exclusivamente à estrutura e os índices $\underline{F}$ correspondem aos graus de liberdade comuns ao solo e a estrutura.

As matrizes de rigidez e de amortecimento podem ser reparticionadas de forma inteiramente análoga.

Os vetores $\{Y_1\}$ e $\{Y_2\}$ podem ser reparticionados, de maneira consistente com as matrizes do sistema:

$$\{\underset{\sim}{Y}\} = \{\underset{\sim}{Y}_S \mid \underset{\sim}{Y}_F \mid \underset{\sim}{Y}_E\}^T$$

Notando-se que os deslocamentos dos graus de liberdade da estrutura são nulos na primeira etapa, a equação da segunda etapa poderá ser expandida da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{M}_{1S} & \underset{\sim}{M}_{1SF} & \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{M}_{1SF}{}^{T} & \underset{\sim}{M}_{1F}+\underset{\sim}{M}_{2F} & \underset{\sim}{M}_{2EF} \\ \underset{\sim}{0} & \underset{\sim}{M}_{2EF}{}^{T} & \underset{\sim}{M}_{2E} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underset{\sim}{Y}}_{2S} \\ \ddot{\underset{\sim}{Y}}_{2F} \\ \ddot{\underset{\sim}{Y}}_{2E} \end{Bmatrix} + [C]\{\dot{Y}_2\} + [K]\{Y_2\} =$$

$$= - \begin{bmatrix} \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{M}_{2F} \\ \underset{\sim}{M}^{T}_{2EF} \end{bmatrix} \{\ddot{\underset{\sim}{U}}_{1F}\} - \begin{bmatrix} \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{C}_{2F} \\ \underset{\sim}{C}^{T}_{2EF} \end{bmatrix} \{\dot{\underset{\sim}{Y}}_{1F}\} - \begin{bmatrix} \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{K}_{2F} \\ \underset{\sim}{K}^{T}_{2EF} \end{bmatrix} \{\underset{\sim}{Y}_{1F}\}$$

Supondo que os termos das submatrizes $[\underset{\sim}{M}_{2F}]$, $[\underset{\sim}{M}_{2EF}]$ são pequenos em relação aos da submatriz $[\underset{\sim}{M}_{1F}]$, o mesmo acontecendo em relação às correspondentes submatrizes de amortecimento e rigidez, a terceira equação ficará desacoplada:

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{M}_{1S} & \underset{\sim}{M}_{1SF} \\ \underset{\sim}{M}_{1SF} & \underset{\sim}{M}_{1F} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underset{\sim}{Y}}_{2S} \\ \ddot{\underset{\sim}{Y}}_{2F} \end{Bmatrix} + \ldots + \ldots = \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} \end{Bmatrix} \quad \therefore \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{Y}_{2S} \\ \underset{\sim}{Y}_{2F} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underset{\sim}{0} \\ \underset{\sim}{0} \end{Bmatrix}$$

$$[\underset{\sim}{M}_{2E}]\{\ddot{\underset{\sim}{Y}}_{2E}\} + [\underset{\sim}{C}_{2E}]\{\dot{\underset{\sim}{Y}}_{2E}\} + [\underset{\sim}{K}_{2E}]\{\underset{\sim}{Y}_{2E}\} = - [\underset{\sim}{M}_{2EF}]\{\ddot{\underset{\sim}{U}}_{1F}\} -$$

$$- [\underset{\sim}{C}_{2EF}]\{\dot{\underset{\sim}{Y}}_{1F}\} - [\underset{\sim}{K}_{2EF}]\{\underset{\sim}{Y}_{2F}\}$$

Neste caso, os movimentos introduzidos no solo na segunda etapa podem ser desprezados. Concluimos que, havendo nos termos das matrizes estruturais uma predominância acentuada da contribuição dos termos devidos ao solo, em relação aos devidos à estrutura, o problema será desacoplado, sendo os movimentos do solo determinados na primeira etapa, e os da estrutura na segunda etapa.

Evidentemente a divisão da resolução do problema em etapas só será vantajosa, se em cada uma das etapas forem assumidas simplificações que conduzam a vantagens em relação à solução direta obtida, por exemplo, com um modelo em elementos finitos. A simplificação fundamental assumida é a rigidez da fundação da estrutura, o que levará a interação inercial a recair em um modelo de parâmetros condensados. Deve-se ressaltar também que o número de graus de liberdade envolvidos em cada etapa poderá ser muito menor do que na solução completa, já que na interação cinemática a estrutura poderá ser modelada de forma bastante grosseira, e na interação inercial o solo será substituído pelos parâmetros condensados. Isto poderá acarretar uma economia relevante no processo de resolução do problema dinâmico.

II.3.2. Modelos em Viga sobre Suporte Elástico

Os modelos em viga sobre suporte elástico, especialmente apropriados para a análise de fundações sobre estacas, são uma generalização da hipótese de Winkler para o caso dinâmico, sendo então a reação do solo não somente função dos deslocamentos, como também das velocidades e acelerações dos pontos de contato da viga com o solo (Fig. 2.3.6).

Por analogia com as soluções em parâmetros condensados para fundações superficiais, surgiram diferentes modelos (ver p. ex., [23], [26], [27] etc.) em que o solo é substituído por um sistema de massas, molas e amortecedores distribuídos ao longo da estaca.

Os modelos utilizados atualmente seguem essencialmente os resultados obtidos por Novak e seu grupo (ver, p.ex., [28]). Estes resultados são obtidos admitindo-se o solo constituído por uma série de discos de espessura infinitesimal, estendidos até o infinito. Admite-se também que as estacas são verticais e independentes umas das outras. Neste caso, admitimos que cada ponto de contato vibre harmonicamente, com componentes horizontais e verticais u e w:

$$u = u_o \, e^{iwt} \qquad w = w_o \, e^{iwt}$$

As componentes da reação do solo nos sentidos horizontal e vertical poderão ser expressas por:

$$p_u = G(S_{u1} + i\, S_{u2}).u_o.e^{iwt}$$

$$p_w = G(S_{w1} + i\, S_{w2}).w_o.e^{iwt}$$

Sendo G - módulo de cisalhamento do solo no ponto; $i = \sqrt{-1}$ (unidade imaginária)

Os parâmetros S foram determinados por Beredugo e Novak (ref. [20]), para diferentes valores do coeficiente de Poisson (ver Fig. 2.3.7), em função da freqüência adimensional:

$$a_o = r_o \, w \, \sqrt{\rho/G}$$

onde r_o - raio da estaca

w - freqüência circular do movimento excitante

ρ - massa específica do solo

O cálculo dos coeficientes de rigidez complexos condensados no topo da estaca, pela teoria de Novak, foi automatizado no programa PILAY (ref. [30]).

Apesar dos coeficientes de Novak serem dependentes da freqüência, pode-se notar que, na faixa de freqüências de interesse, eles podem ser reproduzidos por parâmetros constantes, distribuídos ao longo da estaca. A parcela real da reação do solo pode ser obtida através dos coeficientes de reação por unidade de altura usualmente utilizados em análise dinâmica:

$$k_u = 4G \qquad k_w = 2.5G$$

A parcela imaginária da reação do solo, que é praticamente proporcional a wi, ou seja às velocidades, pode ser obtida com os amortecedores combinados de dissipação de ondas de compressão e cisalhamento, introduzidos por Flores e C. Reis (ref. [27]):

$$d_u = 4r_o \sqrt{\rho G}\ \sqrt{(3-4\nu)/(1-2\nu)}$$

$$d_w = 2\pi r_o \sqrt{\rho G}$$

Devemos notar que a consideração da independência de deformação de cada disco infinitesimal, leva a desprezar a deformação de cisalhamento entre uma camada e outra do solo. O efeito da ressonância nas freqüências naturais do solo não é, portanto, levado em conta. No modelo apresentado no capítulo III deste trabalho é apresentada uma abordagem que pretende considerar este efeito.

II.3.3. Modelos em Elementos Finitos

A abordagem mais moderna e promissora para os problemas de interação solo-estrutura são os modelos em elementos finitos, especialmente com a introdução dos elementos de contorno para a abordagem de regiões semi-infinitas.

No método dos elementos finitos o domínio de integração das equações diferenciais de movimento é dividido em um número finito de regiões, cujo contorno geométrico é definido por um determinado número de pontos nodais. Nos modelos compatíveis, os mais utilizados correntemente, o campo de deslocamentos no interior de cada elemento é obtido através de funções de interpolação, a partir dos deslocamentos dos pontos nodais. Matricialmente:

$$\{U\} = [a][q]$$

$\{U\}$ - vetor dos deslocamentos em um ponto do elemento

$[a]$ - matriz das funções de interpolação

$[q]$ - matriz dos deslocamentos dos pontos nodais

(Os termos de $\{U\}$ e $[a]$ são funções da posição do ponto no interior do elemento).

A partir desta hipótese básica (discretização do meio contínuo), o problema dinâmico é transformado na resolução de um sistema de equações diferenciais:

$$[M]\{\ddot{U}\} + [C]\{\dot{U}\} + [K]\{U\} = \{F\}$$

As matrizes [M], [C], [K] e o vetor de cargas {F} podem ser obtidos pela aplicação de um princípio energético, como o de Hamilton (ver, p.ex., [9]).

A matriz de rigidez para cada elemento será obtida, então, pela expressão:

$$[k] = \int_V [a']^T [E][a'] \, dV$$

[a'] é a matriz que transforma os deslocamentos nodais em deformações específicas $\{\varepsilon\} = [a'][q]$

[E] é a matriz que transforma as deformações específicas em tensões $\{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\}$

A matriz de massa consistente, ou seja, obtida com as mesmas funções de interpolação utilizadas para os deslocamentos, será obtida pela expressão:

$$[m] = \int_V \mu [a]^T [a] \, dV$$

A obtenção da matriz de amortecimento dependerá do método de solução do problema dinâmico e será detalhada para cada um deles, no item 2.4.

O vetor de cargas consistente será:

$$\{f\} = \int_V [a]^T \{f_m\} \, dV + \int_S [a]^T \{f_S\} \, dS, \text{ onde}$$

$\{f_m\}$ e $\{f_S\}$ são os vetores de carga volumétrica e superficial, respectivamente.

As matrizes globais [M], [C], [K], {F} serão obtidas pela montagem das matrizes locais, com relação a nós comuns a vários elementos.

Os vetores $\{\ddot{U}\}$, $\{\dot{U}\}$, {U} são os vetores de acelerações velocidades e deslocamentos relativos aos graus de liberdade do sistema estrutural.

Uma aproximação usual, que conduz a grandes simplificações na solução do problema dinâmico, é a diagonalização da matriz de massa [M], ou seja a concentração das massas nos nós de cada elemento.

Com o advento dos elementos de contorno é possível a obtenção de resultados bastante precisos, modelando-se apenas a estrutura e o solo em sua vizinhança através dos elementos finitos usuais, ligados a elementos que representam o comportamento de regiões semi-infinitas. A obtenção de elementos de contorno no estado plano é devida a Waas, Chiang-Liang e Roesset (ver, p.ex. [12]) e para a resolução de problemas axissimétricos a Kausel e Roesset [2].

Como a matriz de rigidez obtida com estes elementos de contorno é fortemente dependente da freqüência de excitação, uma análise no domínio da freqüência torna-se imprescindível.

Dentro deste espírito foi eleborado o programa FLUSH [17], um dos mais utilizados atualmente em engenharia sísmica. Este programa realiza uma análise sísmica tridimensional aproximada, como será mostrado a seguir.

O modelo típico de análise com o FLUSH é o mostrado na Fig. 2.3.8. A região central é modelada com elementos finitos do estado plano e elementos de viga. A região lateral do modelo é modelado com elementos de contorno ("transmiting boundaries"). Estes elementos de estado plano possuem em suas faces laterais amortecedores viscosos de dissipação de ondas de cisalhamento ("viscous boundaries"), que simulam o efeito tridimensional. A solicitação básica admitida é um acelerograma aplicado à base do modelo. A solução é obtida no domínio da freqüência e uma análise não linear aproximada pode ser realizada, compatibilizando as propriedades dos elementos de solo com os níveis de deformação médios.

Os elementos de contorno aximétricos encontram uma aplicação bastante importante para a obtenção da matriz de rigidez complexa de estacas circulares. Esta matriz é obtida em função da freqüência, de forma bastante mais rigorosa que as soluções obtidas com a hipótese de Winkler generalizada.

Grau de liberdade	Mola	Amortecedor	Massa adicional
Vertical	$K = \frac{4Gr}{1-\nu}$	$1.79\sqrt{K\rho r^3}$	$1.5\rho r^3$
Horizontal	$18.2Gr\frac{(1-\nu^2)}{(2-\nu)^2}$	$1.08\sqrt{K\rho r^3}$	$0.28\rho r^3$
Rotacional	$2.7Gr^3$	$0.29\sqrt{K\rho r^5}$	$0.49\rho r^5$
Torsional	$5.3Gr^3$	$0.49\sqrt{K\rho r^5}$	$0.70\rho r^5$

Tabela 2.3.1 - Parâmetros condensados segundo Newmark

Grau de liberdade	Mola	Fração de amortecimento crítico	Fração de massa
Vertical	$K = \frac{4Gr}{1-\nu}$	$\frac{0.425}{\sqrt{Bz}}$	$Bz = \frac{1-\nu}{4}\frac{m}{\rho r^3}$
Horizontal	$\frac{32(1-\nu)Gr}{7-8\nu}$	$\frac{0.288}{\sqrt{Bx}}$	$Bx = \frac{(7-8\nu)}{32(1-\nu)}\frac{m}{\rho r^3}$
Rotacional	$\frac{8Gr^3}{3(1-\nu)}$	$\frac{0.15}{(1+B\psi)\sqrt{B\psi}}$	$B\psi = \frac{3(1-\nu)I\psi}{8\rho r^5}$
Torsional	$5.3Gr^3$	$\frac{0.50}{1+2B\Theta}$	$B\Theta = \frac{I\Theta}{\rho r^5}$

Tabela 2.3.2. Parâmetros condensados segundo Richart

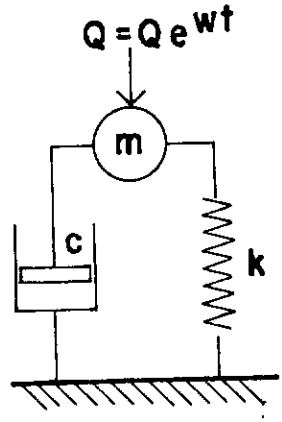


Fig. 2.3.1. Sistema massa-mola-amortecedor

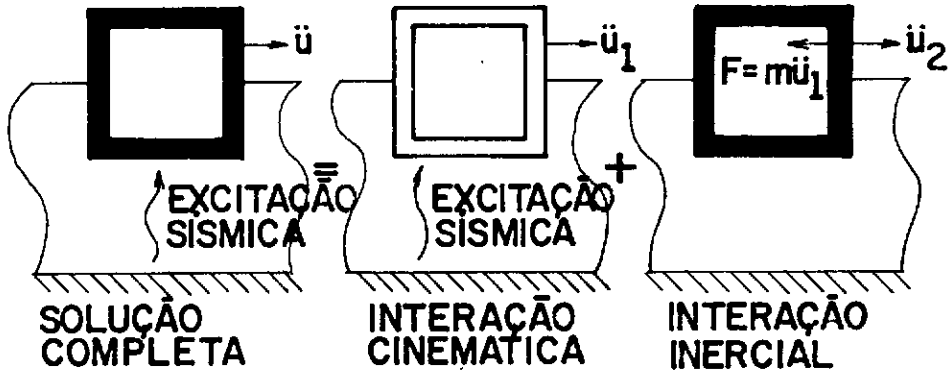


Fig. 2.3.2. Teorema da superposição

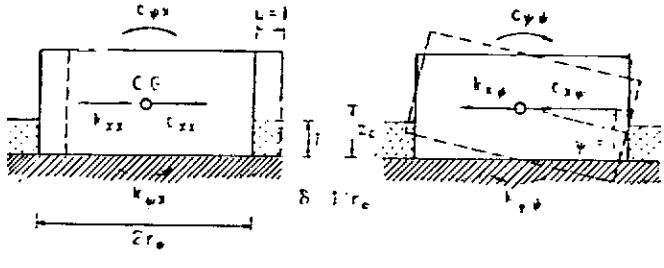


Fig. 2.3.3. Rotação e translação em estruturas parcialmente enterradas

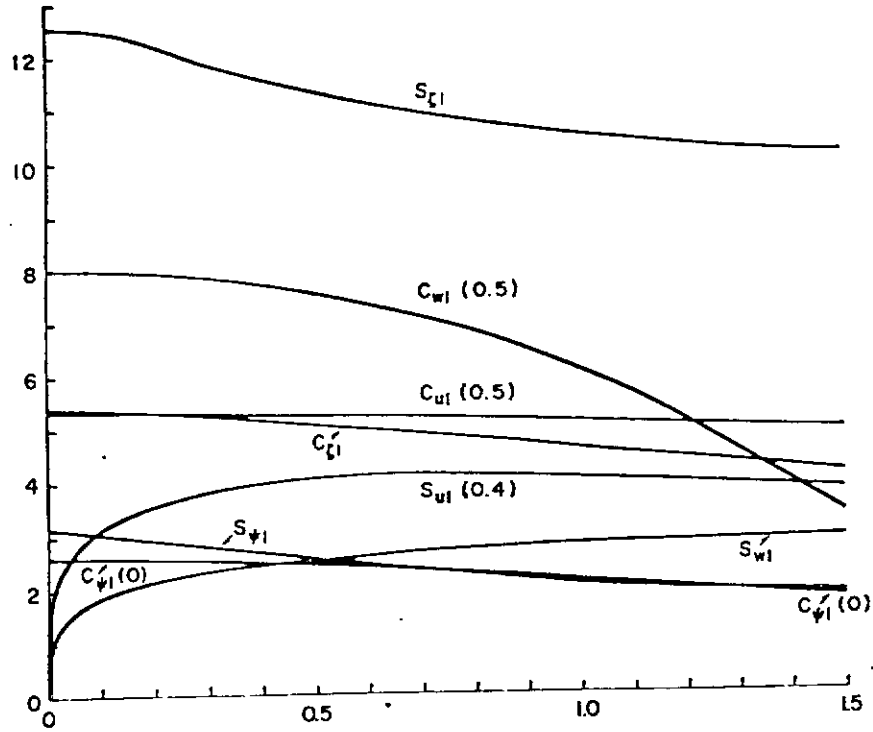


Fig. 2.3.4. Coeficientes de rigidez $\underline{C}$, $\underline{S}$ em função da freqüência adimensional $\underline{a_0}$

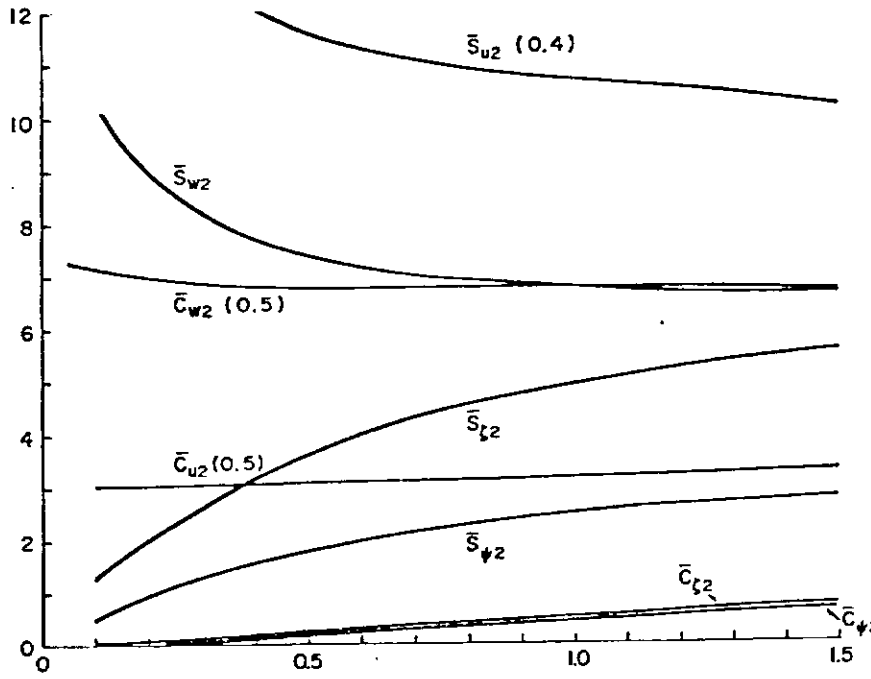


Fig.2.3.5. Coeficientes de amortecimento $\bar{C}$, $\bar{S}$ em função da freqüência adimensional $\underline{a_0}$

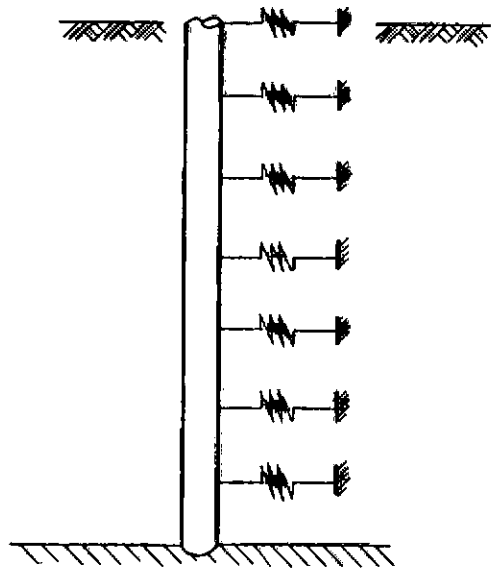


Fig. 2.3.6. Modelo em viga sobre apoio elástico

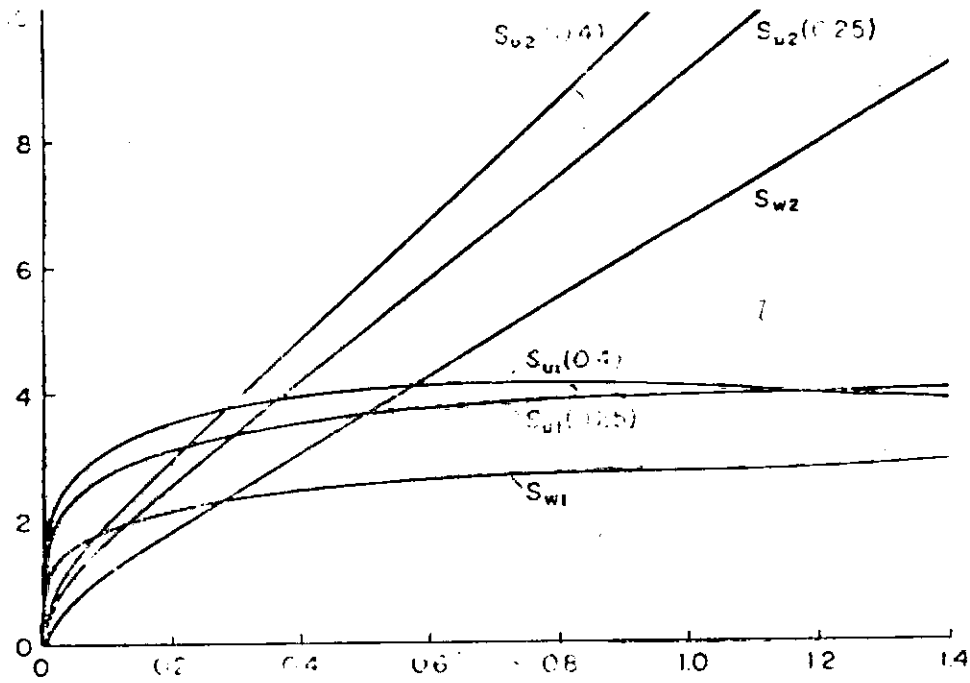


Fig. 2.3.7. Variação dos parâmetros S com a freqüência adimensional a_0

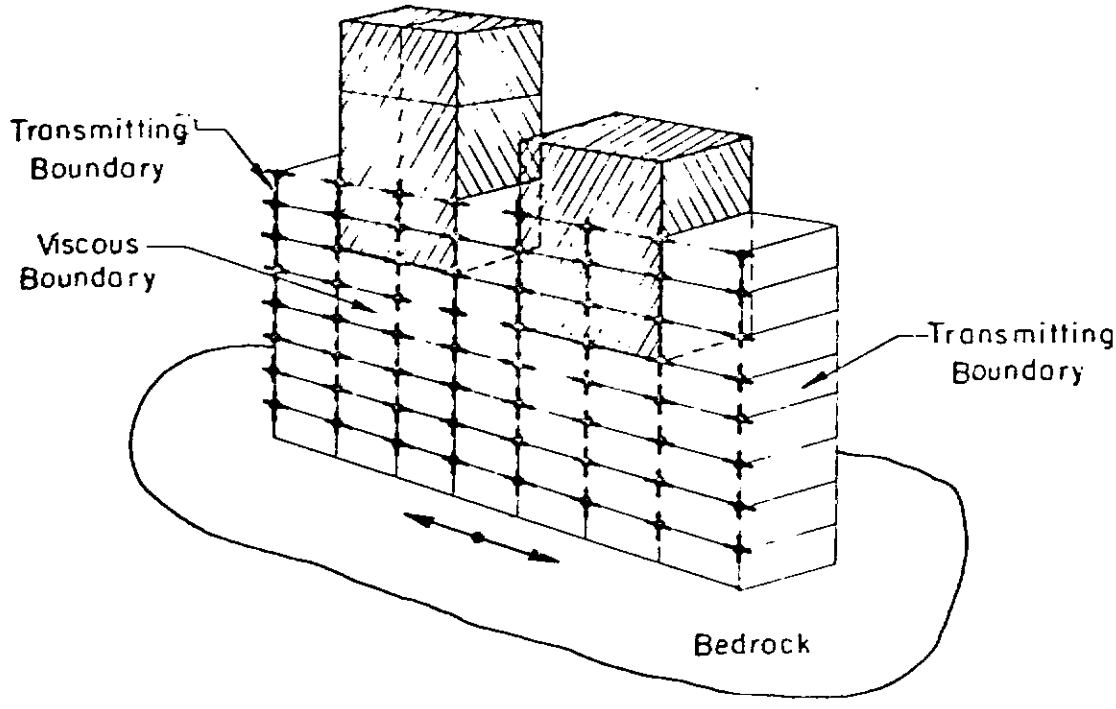


Fig. 2.3.8. Modelo estrutural do FLUSH

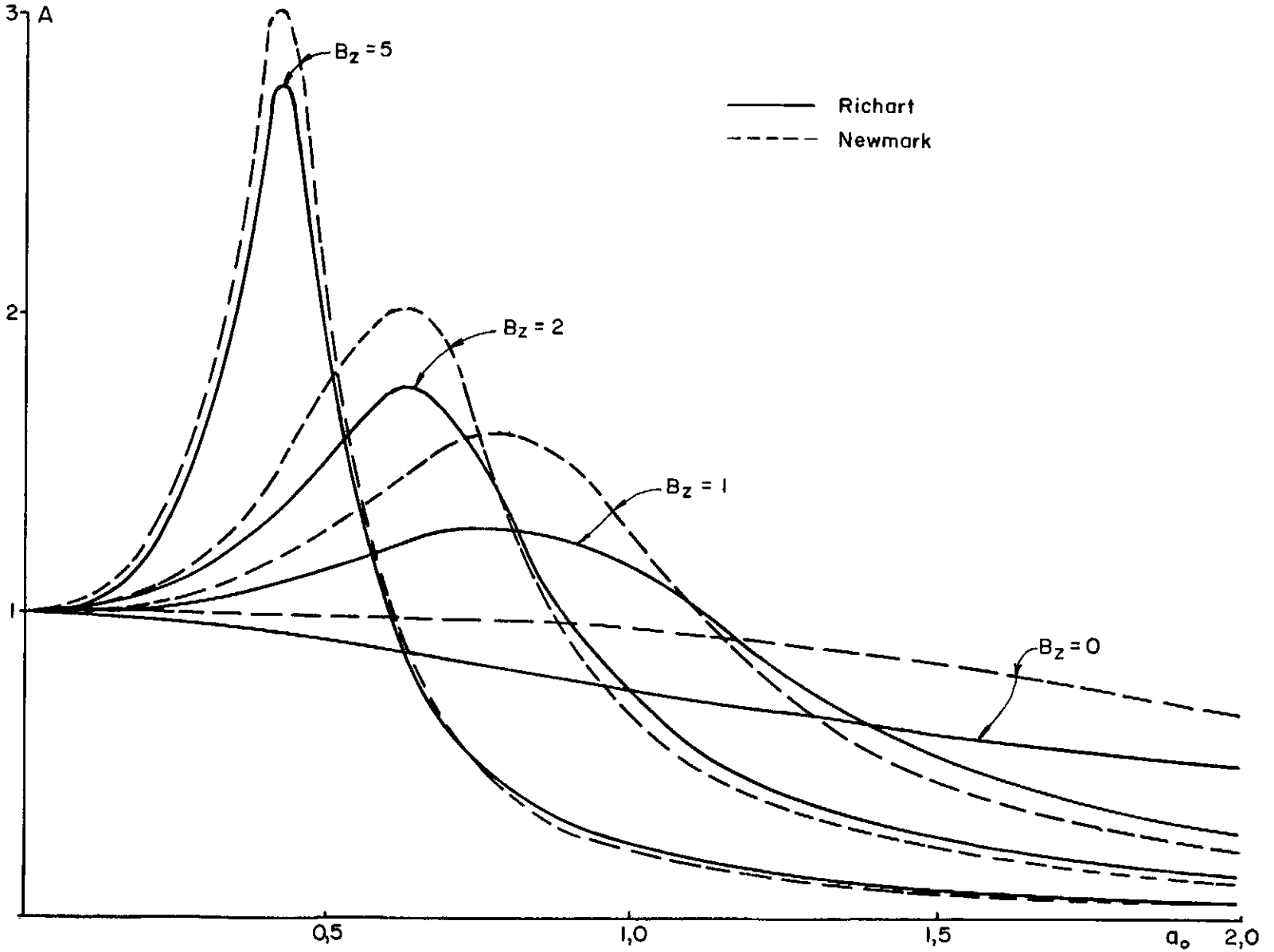


Fig.2.3.9. Comparação entre as soluções de Newmark e Richart

II.4. Métodos de Resolução do Problema Dinâmico

II.4.1. Análise Modal

O método de análise por decomposição modal é particularmente apropriado quando a resposta à solicitação dinâmica pode ser obtida, com razoável precisão, considerando-se apenas alguns dos primeiros modos de vibração. A condição para que possamos obter um sistema de equações diferenciais independentes é que a matriz de amortecimento [C] satisfaça à condição de ortogonalidade. Para isso [C] deverá poder ser expressa pelo somatório:

$$[C] = [M] \sum_{b} a_b \left([M]^{-1} [K]\right)^b$$

Normalmente consideram-se apenas as parcelas correspondentes a b=0 e b=1. Teremos:

$$[C] = a_0[M] + a_1 [K]$$

Neste caso para cada freqüência natural n do sistema estrutural teremos uma equação diferencial análoga a do sistema de um grau de liberdade:

$$\ddot{X}_n + 2\xi_n w_n \dot{X}_n + w_n^2 X_n = \frac{P_n}{M_n}(t), \text{ onde}$$

$$M_n = \underline{\phi}_n^T [M] \underline{\phi}_n \qquad P_n(t) = \underline{\phi}_n^T \underline{p}(t)$$

$\underline{\phi}_n$ e w_n são o vetor de formas modais e a freqüência cir

cular correspondentes ao modo n e p(t) é o vetor de cargas. $\bar{X}_n$ é a coordenada generalizada correspondente ao modo n.

A fração de amortecimento crítico ξ_n é expressa em função de a_0 e a_1 como:

$$\xi_n = \frac{1}{2}\left(\frac{a_0}{w_n} + a_1 w_n\right)$$

Cada uma das equações desacopladas poderá ser resolvida, por exemplo, através da integral de Duhamel:

$$\bar{X}_n(t) = \frac{1}{M_n w_n}\int_0^t P_n(\tau) e^{-\xi_n w_n (t-\tau)} \operatorname{sin} w(t-\tau)\, d\tau$$

A resposta em termos de coordenadas geométricas será:

$$\{X(t)\} = \underset{\sim}{\phi}_1 X_1(t) + \underset{\sim}{\phi}_2 X_2(t) + \ldots + \phi_n X_n(t).$$

Normalmente não conhecemos a matriz de amortecimento diretamente e sim as frações de amortecimento crítico de cada material e/ou os amortecedores discretos obtidos através de uma abordagem por parâmetros condensados. Neste caso as frações de amortecimento crítico não poderão ser obtidas através dos coeficientes a_0 e a_1. Para a determinação aproximada do amortecimento a ser adotado em cada modo de vibração pode ser utilizado, por exemplo, o critério de Roesset et al. [15]. Por este critério é efetuada, para cada modo, uma média ponderada dos amortecimentos de cada elemento estrutural, sendo os pesos de ponderação as energias de deformação de cada elemento no mo

mo considerado. Este critério é utilizado, por exemplo, pelo programa STARDYNE [10] para a avaliação do amortecimento modal composto.

II.4.1.1. Análise Espectral

O método de superposição modal é particularmente adequado quando se deseja realizar a análise sísmica diretamente com o espectro de resposta de projeto.

O vetor de forças elásticas associado a cada modo de vibração pode ser expresso por:

$$\{f\}_n = [M]\ \underset{\sim}{\phi}_n \frac{L_n}{M_n} S_a$$

Sendo $M_n = \underset{\sim}{\phi}_n^T\ [M]\ \underset{\sim}{\phi}_n$

S_a - aceleração espectral obtida no espectro de resposta em função de w_n e ξ_n

$L_n = \underset{\sim}{\phi}_n^T\ [M]\ \underset{\sim}{r}$ - fator de participação modal

$\underset{\sim}{r}$ - vetor dos deslocamentos de cada grau de liberdade, para um deslocamento unitário na direção do movimento de apoio considerado.

Analogamente, o vetor dos deslocamentos relativos para cada modo será expresso por:

$$\{v\}_n = \underset{\sim}{\phi}_n \frac{L_n}{M_n w_n^2} S_a$$

Os deslocamentos e forças finais a serem considerados poderão ser obtidos pela regra do SRSS ("square root of the sum of the squares"):

$$E_f = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 + \ldots + E_n^2}$$

Os efeitos finais (forças ou deslocamentos) serão obtidos pela raiz da soma dos quadrados dos efeitos em cada modo de vibração.

II.4.2. Análise por Integração Passo a Passo

Nos métodos de análise por integração passo a passo, o intervalo de integração do sistema de equações diferenciais dinâmicas é subdividido em um número finito de sub-intervalos. A aproximação básica admitida é que o equilíbrio dinâmico só será satisfeito no início e no fim de cada sub-intervalo e em cada um destes sub-intervalos as acelerações, referentes a cada grau de liberdade, serão aproximadas por funções lineares.

Os algoritmos numéricos utilizados pelo método de integração passo a passo são derivados ou são modificações do algoritmo proposto por Newmark para a resolução do problema. De acordo com este algoritmo a solução é aproximada por um truncamento da expansão em séries de Taylor da solução exata:

$$v(t)_{i+1} = v(t)_i + \dot{v}(t)_i \, \Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{v}(t)_i + \right.$$

$$\left. + \beta \ddot{v}(t)_{i+1} \right] \Delta t^2$$

$$\dot{v}(t)_{i+1} = \dot{v}(t)_i + \left[(1-\gamma)\ddot{v}(t)_i + \gamma\ddot{v}(t)_{i+1}\right]\Delta t$$

Nestas expressões $v(t)$, $\dot{v}(t)$ e $\ddot{v}(t)$ são o deslocamento, a velocidade e aceleração referentes a um determinado grau de liberdade, relativamente aos tempos $(t)_i$ e $(t)_{i+1}$, sendo $(t)_{i+1} = (t)_i + \Delta t$

Para cada determinado par de valores β e γ corresponderá um método específico. Por exemplo para $\gamma = \beta = 0$ teremos acelerações constantes no intervalo (método de Euler). Com $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$ teremos as acelerações variando linearmente entre os valores nos extremos dos intervalos. $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$ as acelerações serão assumidas constantes no intervalo e iguais à média dos valores nos extremos do mesmo (método de Newmark clássico). Para $\gamma = 1/2$ e $\beta = 0$ teremos o método das diferenças centrais. Todos os 3 últimos métodos são bastante utilizados.

As equações incrementais de equilíbrio dinâmico serão obtidas pela diferença das equações de equilíbrio nos tempos $(t)_i$ e $(t)_{i+1}$:

$$[M]\Delta\ddot{\underset{\sim}{v}} + [C]\,\Delta\dot{\underset{\sim}{v}} + [K]\,\Delta\underset{\sim}{v} = \Delta\underset{\sim}{F}(t)$$

Sendo $\Delta\ddot{\underset{\sim}{v}} = \ddot{\underset{\sim}{v}}(t)_{i+1} - \ddot{\underset{\sim}{v}}(t)_i$

$\Delta\dot{\underset{\sim}{v}} = \dot{\underset{\sim}{v}}(t)_{i+1} - \dot{\underset{\sim}{v}}(t)_i$

$\Delta\underset{\sim}{v} = \underset{\sim}{v}(t)_{i+1} - \underset{\sim}{v}(t)_i$

$\Delta\underset{\sim}{F}(t) = F(t)_{i+1} - F(t)_i$

Substituindo as expressões das velocidades e deslocamentos em função das acelerações, poderemos exprimir os valores das acelerações no final do intervalo, em função dos valores iniciais das mesmas. Teremos então que resolver um sistema de equações em cada intervalo, sendo as incógnitas os incrementos de aceleração $\Delta\ddot{\underline{v}}$.

Uma modificação bastante empregada do método de acelerações lineares ($\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/6$) é o método Θ de Wilson. Neste método as equações diferenciais de equilíbrio serão reescritas para um intervalo de tempo expandido $\Delta\tau = \theta.\Delta t$. A variação $\Delta\ddot{\underline{v}}$ do vetor de acelerações para o tempo Δt será obtida por interpolação, em função do determinado para $\Delta\tau$:

$$\ddot{v}(t + \Delta t) - \ddot{v}(t) = \frac{1}{\Theta} (\ddot{v}(t + \tau) - \ddot{v}(t))$$

Para a aplicação dos métodos de integração passo a passo será necessária a obtenção explícita da matriz de amortecimento. Normalmente só conhecemos as frações de amortecimento crítico relativas a cada material. Neste caso a matriz de amortecimento poderá ser obtida pela montagem de submatrizes de amortecimento, a partir de combinações lineares das submatrizes de massa e rigidez relativas a cada elemento:

$$[C]_i = a_0[M]_i + a_1[K]_i$$

Os coeficientes a_0 e a_1 deverão ser escolhidos de maneira a reproduzir aproximadamente a fração de amortecimento crítico de cada material, na faixa de freqüências mais relevan-

te para o problema:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\left(\frac{a_o}{w} + a_1 w\right)$$

Os métodos de integração passo a passo são os únicos que permitem uma análise consistente quando os efeitos do comportamento não-linear do solo são relevantes. Podemos em cada passo avaliar o nível de deformações em cada elemento estrutural e ajustar as propriedades de rigidez e de amortecimento para o passo seguinte. Pelos outros métodos (análise modal e análise no domínio da freqüência) estes efeitos podem ser considerados apenas de maneira aproximada, realizando-se uma série de análises lineares, corrigindo-se as propriedades do solo ao final de cada análise, de acordo com níveis de deformação médios.

Outro aspecto relevante a ser mencionado nos processos de integração passo a passo é o da estabilidade e convergência para a solução exata com o aumento no número de divisões do intervalo de tempo. Pode ser demonstrado que o método é incondicionalmente estável para $\gamma = 1/2$ e $\beta \leq 1/4$ (métodos de Newmark clássico e diferenças centrais). Da mesma maneira o método θ de Wilson é incondicionalmente estável para $\theta > 1.37$. Com relação ao método de acelerações lineares, admite-se que seja estável para intervalos Δt menores que 1/8 do menor período da estrutura que contribua significativamente para a resposta.

Como o esforço computacional será diretamente proporcional ao número de divisões no intervalo de integração, a escolha judiciosa deste número de divisões é de extrema importância,

devendo existir um compromisso entre a precisão dos resultados a serem obtidos, e o custo da análise.

II.4.3. Análise no Domínio da Freqüência

A análise no domínio da freqüência consiste em decompor as solicitações em uma série harmônica, através da transformada de Fourier, resolver o problema dinâmico para cada um dos termos da série, e finalmente superpor as respostas.

Pelo método de análise no domínio da freqüência o amortecimento dos materiais pode ser considerado através dos módulos de deformação complexos, que incluem simultaneamente as características de rigidez e de amortecimento dos materiais:

$$E^* = E(1 + 2\beta i)$$

$$G^* = G(1 + 2\beta i)$$

β - fração de amortecimento crítico do material

Desta forma o sistema de equações diferenciais de movimento, já considerando a matriz de rigidez montada com os módulos de deformação complexos, poderá ser escrita como:

$$[M]\{\ddot{v}\} + [K]\{v\} = - [M]\{\ddot{U}_g\}$$

O vetor $\{v\}$ é o de deformações relativas e o vetor $\{\ddot{U}_g\}$ é o do acelerograma imposto no apoio.

Aplicando-se a transformada de Fourier (definida em II.2.5) à expressão acima teremos:

$$[M]\{\ddot{V}(w)\} + [K]\{V(w)\} = - [M]\{\ddot{U}_g(w)\}$$

A transformada de Fourier do acelerograma poderá ser obtida, por exemplo, através da transformada rápida de Fourier (FFT).

Pode-se demonstrar que

$$\{\ddot{V}(w)\} = - w^2\{V(w)\}$$

Para cada freqüência w deverá ser resolvido o sistema de equações:

$$([K] - w^2[M])\ \{V(w)\} = - M\{\ddot{U}_g(w)\}$$

Conhecidos os vetores $\{V(w)\}$ pode-se retornar ao domínio do tempo através da inversa da transformada rápida de Fourier (IFFT), obtendo-se os deslocamentos relativos em função do tempo $\{v(t)\}$.

O método de resolução no domínio da freqüência, pela sua eficiência, vem sendo adotado pelos programas mais modernos de análise sísmica, como o SHAKE e o FLUSH.

CAPÍTULO III

MODELO MATEMÁTICO PARA A INTERAÇÃO INERCIAL

Consideremos uma camada de solo, estratificada horizontalmente, assente sobre rocha rígida. Esta camada de solo será dividida em n elementos finitos, que se estendem ao infinito no sentido horizontal (Fig. 3.1). Um elemento típico, com seu sistema local de coordenadas, é mostrado na Fig. 3.2. Cada elemento é definido por dois nós em linha i e j. O campo de deslocamentos horizontais para cada elemento será definido como:

$$u_x = \phi_i \, u_i + \phi_j \, u_j$$

onde $$\phi_i = \left(1 - \frac{z}{h}\right) e^{-K|x|}$$

$$\phi_j = \frac{z}{h} e^{-K|x|}$$

A definição das funções de interpolação através das expressões acima expressa a formulação semi-analítica do modelo de solo. A variação do campo de deslocamentos na direção z é linear e no sentido x será admitido um decaimento exponencial, sendo o parâmetro K obtido através do estudo dos deslocamentos introduzidos em um semi-espaço infinito por uma carga horizontal linear (Fig. 3.3). Este campo de deslocamentos horizontais $U_x(x,y,z)$ é dado pela fórmula de Mindlin (ref. [22]):

$$U_x(x,y,z) = \frac{P}{8\pi G}\left\{\sinh^{-1}\frac{H+z}{(x^2+y^2)^{1/2}} + \frac{H-z}{(x^2+y^2)^{1/2}} + \frac{1}{x^2+y^2}\cdot\right.$$

$$\cdot\left[\frac{-2x^2z\,H(H+z)}{[x^2+y^2+(H+z)^2]^{3/2}} + \frac{4x^2z^2(H+z)}{(x^2+y^2)[x^2+y^2+(H+z)^2]^{1/2}} + \right.$$

$$+\frac{x^2(H+z)-2z[y^2+z(H+z)]}{[x^2+y^2+(H+z)^2]^{1/2}} + \frac{x^2(H-z)}{[x^2+y^2+(H-z)^2]^{1/2}} +$$

$$\left.\left.+\frac{2z[(x^2+y^2)y^2-(x^2-y^2)z^2]}{(x^2+y^2)[x^2+y^2+z^2]^{1/2}}\right]\right\}$$

Na fórmula acima está implícito o coeficiente de Poisson $\nu = 0.5$, ou seja $E = 3G$.

Na Fig. 6 da ref. [22] pode-se observar que o campo de deslocamentos, em uma dada linha vertical, é praticamente constante até uma profundidade H, tornando-se logo abaixo praticamente nulo. Isto está de acordo com a hipótese de admitirmos a existência de rocha rígida abaixo da profundidade H e também de adotarmos o mesmo coeficiente K independentemente da profundidade, como será visto a seguir.

O deslocamento horizontal U_x poderá ser expresso em função de um parâmetro adimensional u, como:

$$U_x = \frac{P}{G}\, u\left(\frac{x}{H}, \frac{y}{H}, \frac{z}{H}\right)$$

Analogamente definiremos os deslocamentos U_{o_x} referentes aos pontos pertencentes ao plano $y = 0$, através do parâme-

tro u_o como:

$$U_{o_x} = \frac{P}{G} U_o \left(\frac{X}{H}, \frac{Z}{H}\right)$$

Definiremos, para cada par de valores (X/H, Z/H) um parâmetro adimensional U_T, que representará o deslocamento médio ao longo de Y. Este parâmetro será definido em relação uma largura igual à altura H:

$$U_T = \frac{1}{H} \int_o^{\infty} u\left(\frac{X}{H}, \frac{Y}{H}, \frac{Z}{H}\right) dy$$

Esta integral será calculada numericamente pela regra dos trapézios, entre 0 e 10H.

Definiremos finalmente os parâmetros U_T e U_o que expressarão a média dos parâmetros u_T e u_o ao longo da altura H:

$$U_T = \frac{1}{H} \int_o^H u_T \, dz \qquad\qquad U_o = \frac{1}{H} \int_o^H u_o \, dz$$

Os parâmetros acima podem ser determinados através de um programa FORTRAN.

Na Fig. 3.4 é mostrado o significado dos parâmetros u_o e u_t para um plano z = cte e para um determinado valor de x. O valor de u_o é o do deslocamento adimensional para y = 0 e u_T é definido de maneira que $u_T.H = \int_o^{\infty} u \, dy$.

O valor da semi-largura do modelo B deverá ser convenientemente escolhido de maneira que no ponto de aplicação da car

ga (x=0) o quociente B/H tenda para U_T/U_0. Ou seja, para x=0 a semi-largura do modelo deve ser tal que tenhamos um deslocamento médio nesta semi-largura igual ao deslocamento U_0 para x=0.

Para x=0 o valor da função U_0 cresce indefinidamente. O valor de B será então obtido por extrapolação da curva de B/H (ou seja U_T/U_0) em função de X/H (Fig. 3.5). O valor de B = 0.3H é adotado.

O parâmetro U será definido como $U_T/0.3$, já que B=0.3H. O deslocamento médio para o modelo com semi-largura igual a B, já agora como função unicamente de X/H, será então:

$$U_X = \frac{P}{G}\, U(X/H)$$

Chamamos:

$$\frac{P}{U_X} = K\left(\frac{X}{H}\right) = \frac{G}{U(X/H)}$$

Poderemos plotar a relação G/K(X/H) = U(X/H), como é mostrado na Fig. 3.6. Na origem temos a rigidez igual a:

$$K = \frac{G}{0.46}\ .$$

Esta curva expressa o decaimento do deslocamento médio, em função da relação X/H.

Para representar o comportamento da curva de Mindlin, a

dotaremos a expressão:

$$\frac{G}{K} = 0.477(0.7^{X/H}) \qquad (x > 0)$$

Tomando o logaritmo em ambos os lados da expressão acima e o anti-logaritmo da expressão resultante, teremos:

$$\frac{G}{K} = 0.477\ e^{-0.36X/H} \qquad \therefore \quad K = \frac{0.36}{H}$$

Em termos de deslocamentos:

$$U = U_o.e^{-0.36X/H} \text{ , sendo } U_o = \frac{P}{K_o} = \frac{P}{2.IG} \text{ , vem:}$$

$$U = \frac{P}{2.IG}\ e^{-0.36x/H}$$

As matrizes de rigidez e de massa consistente do elemento individual serão obtidas através das expressões convencionais do método dos elementos finitos:

$$\underset{\sim}{K}_i = \int_V \underset{\sim}{B}^T E' \underset{\sim}{B}\ dV$$

$$\underset{\sim}{M}_i = \int_V \rho\ \underset{\sim}{N}^T \underset{\sim}{N}\ dV$$

onde $\underset{\sim}{N} = \{\phi_i, \phi_j\} = \{(1 - \frac{z}{\ell})e^{-Kx}, \frac{z}{\ell}\ e^{-Kx}\}$

$$\underset{\sim}{B} = \frac{d\underset{\sim}{N}}{dx} = - K\ \underset{\sim}{N}$$

E' - coeficiente de rigidez a ser determinado de manei-

ra que o elemento forneça a mesma rigidez na origem que a obtida pela fórmula de Mindlin.

ρ - massa específica.

Teremos então:

$$\underset{\sim}{K}_i = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^h \int_0^d \underset{\sim}{B}^T E' \underset{\sim}{B} \, dy \, dz \, dx$$

$$\underset{\sim}{K}_i = E' K^2 d \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} \int_0^h (1-z/h)^2 \, dz & \int_0^h (1-z/h) z/h \, dz \\ \int_0^h (1-z/h) z/h \, dz & \int_0^h z^2/h^2 \, dz \end{bmatrix} e^{-2Kx} \, dx$$

$$\underset{\sim}{K}_i = E' K^2 d \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} h/3 & h/6 \\ h/6 & h/3 \end{bmatrix} e^{-2Kx} \, dx$$

$$\therefore \quad \underset{\sim}{K}_i = E' K \, d \, h \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{M}_i = \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^h \int_0^d \underset{\sim}{N}^T \underset{\sim}{N} \, \rho \, dy \, dz \, dx$$

$$\underset{\sim}{M}_i = d\rho \int_{-\infty}^{\infty} \begin{bmatrix} h/3 & h/6 \\ h/6 & h/3 \end{bmatrix} e^{-2Kx} \, dx$$

$$\therefore \quad \underset{\sim}{M}_i = \frac{d\rho h}{K} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Poderemos agora definir um elemento finito retangular equivalente ao obtido. Este elemento terá os nós i e j livres e

i' e j' engastados (Fig. 3.7). Adotaremos para esse elemento equivalente $\nu = 0$ e $d = 0.6H$ (largura total do modelo). Os parâmetros L', E', ρ' deste elemento equivalente serão determinados em função dos parâmetros H, G, ρ.

Os termos da matriz de rigidez do elemento equivalente em função dos deslocamentos i e j serão:

$$\underset{\sim}{K}_i = \frac{E'dh}{L'} \begin{bmatrix} 1/3 & 1/6 \\ 1/6 & 1/3 \end{bmatrix}$$

Por igualdade com o elemento original teremos:

$$L' = \frac{1}{K} = \frac{H}{0.36} = 2,8H$$

Os termos da matriz de massa consistente do elemento equivalente serão:

$$M_i = \rho' d\, L' h \begin{bmatrix} 1/9 & 1/18 \\ 1/18 & 1/9 \end{bmatrix}$$

Por igualdade $\rho' = 3\rho$

A rigidez horizontal por unidade de área será obtida no elemento equivalente fazendo $U_i = U_j = 1$

$$K = \frac{1}{h} \cdot \frac{E'dh}{L'} = \frac{E'd}{2,8H} = E' \frac{0.6}{2.8}$$

No elemento original tínhamos $K = 2.1G$

Por igualdade $E' = 2,8/0.6 \times 2.1G = 9.8G$

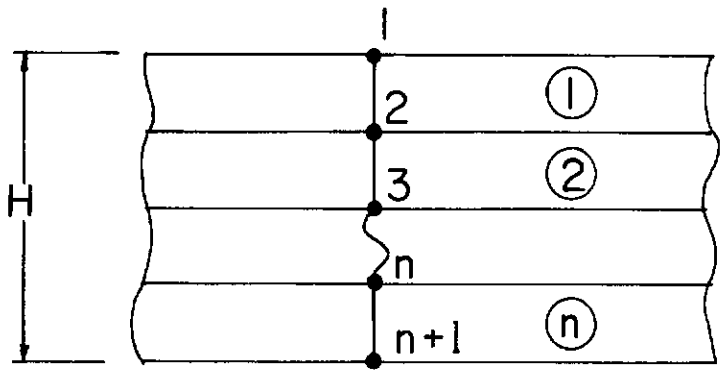


Fig. 3.1. Modelo de solo

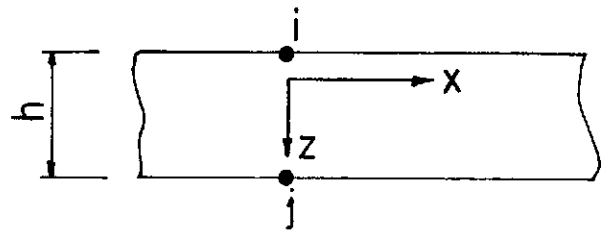


Fig. 3.2. Elemento individual

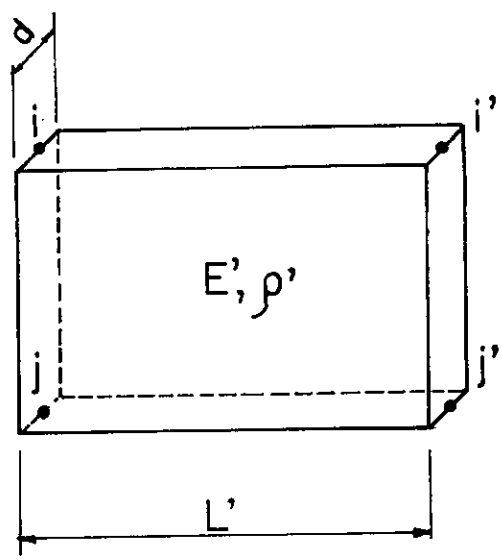


Fig. 3.7. Elemento finito equivalente

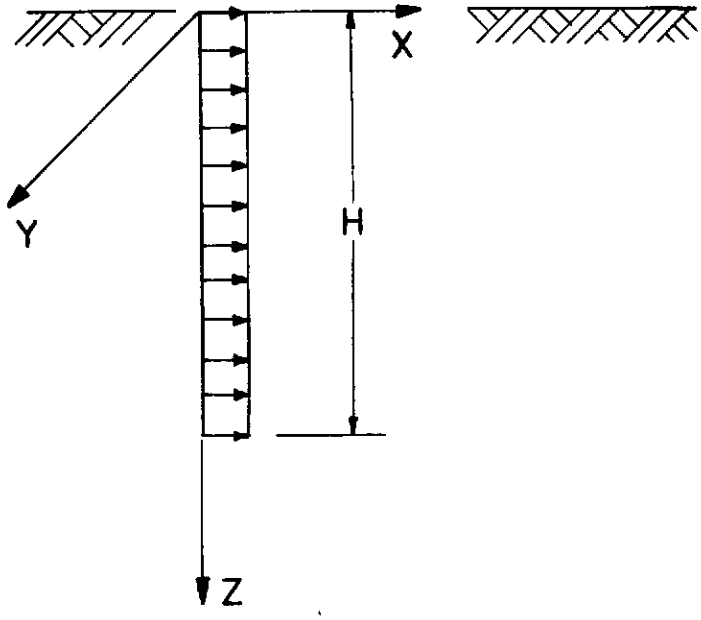


Fig.3.3

Figura de Mindlin

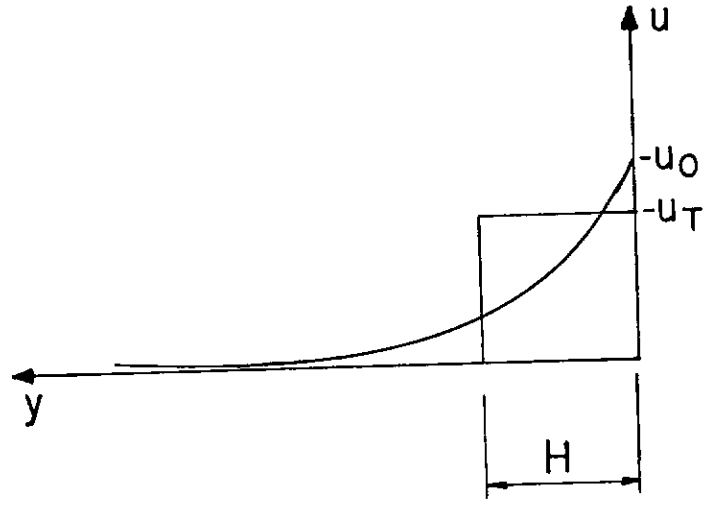


Fig. 3.4

Funções u_o e u_T

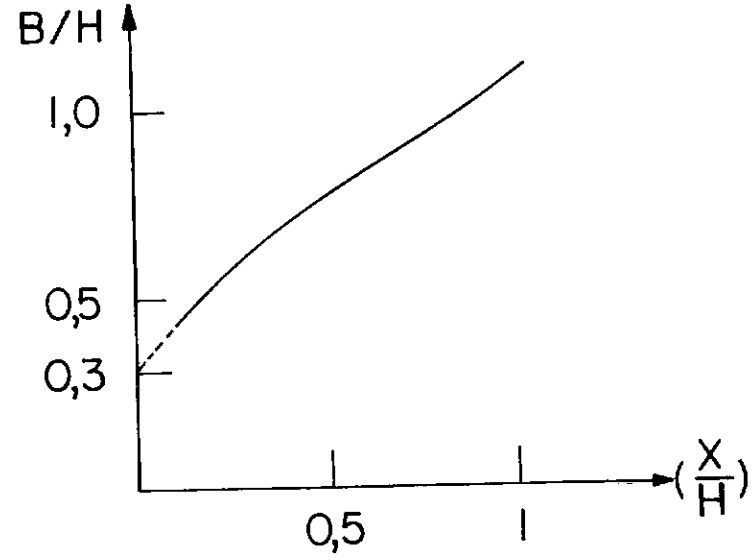


Fig. 3.5

Determinação da semi-largura B

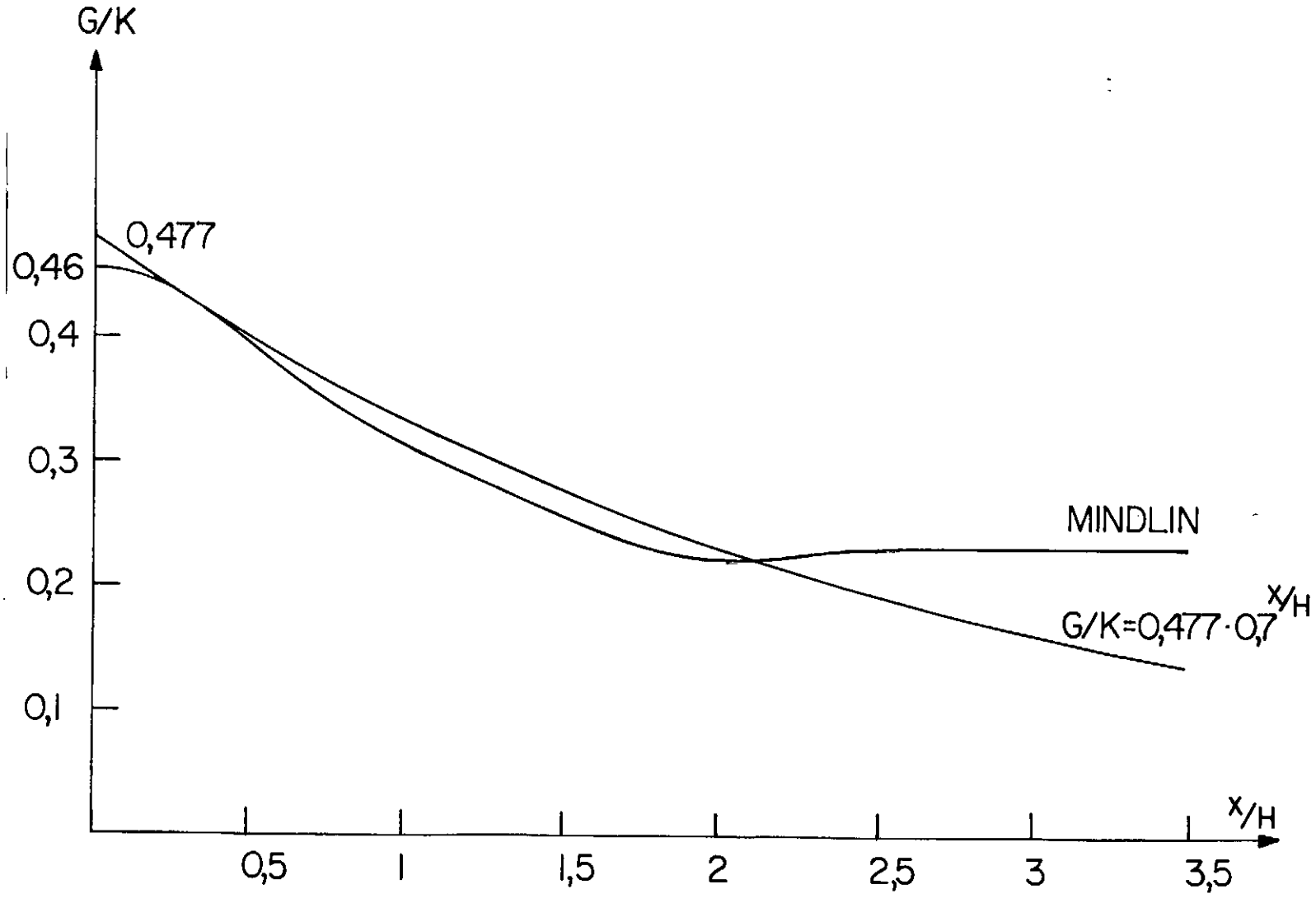


Fig. 3.6. Comparação da expressão de Mindlin com a simplificada.

CAPÍTULO IV

EXEMPLO NUMÉRICO DE APLICAÇÃO DO MODELO

IV.1. Estrutura Analisada

Como exemplo de aplicação do modelo apresentado no item anterior, será efetuada a análise sísmica de uma chaminé de 150 metros de altura, utilizada nas centrais nucleares para descarga de gases. A fundação desta chaminé consiste em um bloco de 3m de altura, assente sobre 12 estacas de 130 cm de diâmetro (Fig. 4.1.1).

O perfil de solo da fundação considerado é heterogêneo, composto de uma camada de areia de 18m. de espessura, sobrejacente a uma camada de argila, de 12m de espessura (Fig. 4.1.2). Será admitido um comportamento linear para o solo, adotando- se as seguintes características mecânicas para cada camada.

	Areia	Argila
Peso específico	20 kN/m^3	17 kN/m^3
Módulo de cortante	100000 kN/m^2	50000 kN/m^2
Amortecimento	0.10	0.15

Para o concreto estrutural serão adotadas as seguintes propriedades:

Peso específico: 25 kN/m^3

Módulo de Young: 30 000 000 kN/m^2

Coeficiente de Poisson: 0,2

Amortecimento: 0,07

Como solicitação sísmica de projeto, adotaremos o acelerograma simplificado proposto por Veletsos (ref. [8]). Este acelerograma (Fig. 4.1.3), apesar de sua simplicidade, foi estudado de maneira a reproduzir um espectro de resposta típico de um terremoto real. Nesta análise adotaremos os valores $\ddot{y}_g$ = = 1m/seg^2 e t_1 = 0.35seg. A título de comparação apresentamos na Fig. 4.1.4 o espectro da A.E.C. (ver tabela 2.1.1), normalizado para $\ddot{y}_g$ = 1m/seg^2 (0.1G) e para o amortecimento de 5%, e o espectro do acelerograma de Veletsos. Apesar da discrepância entre os valores numéricos, podemos notar a semelhança no aspecto qualitativo dos dois espectros.

A análise da estrutura será realizada em duas etapas (análise cinemática e análise inercial), de acordo com o teorema da superposição de Kausel, exposto no item II.3.1.3.

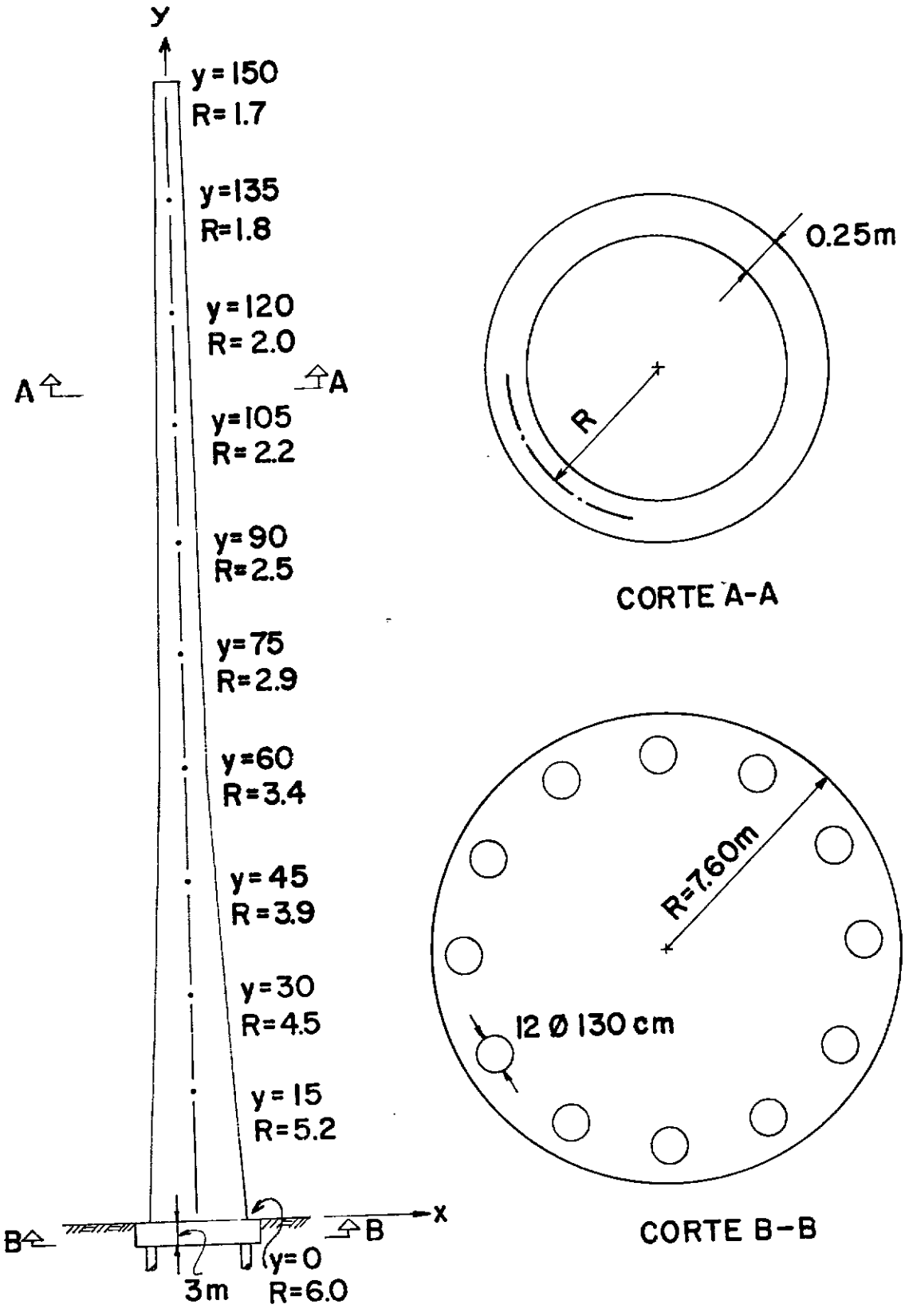


Fig. 4.1.1. Geometria da chaminé

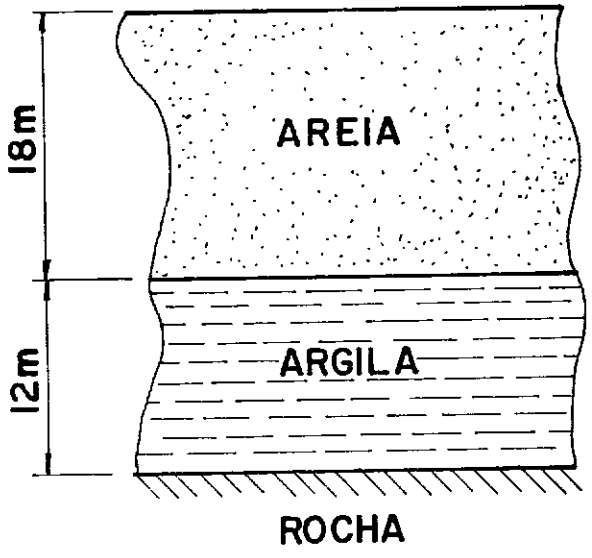


Fig. 4.1.2. Perfil de solo

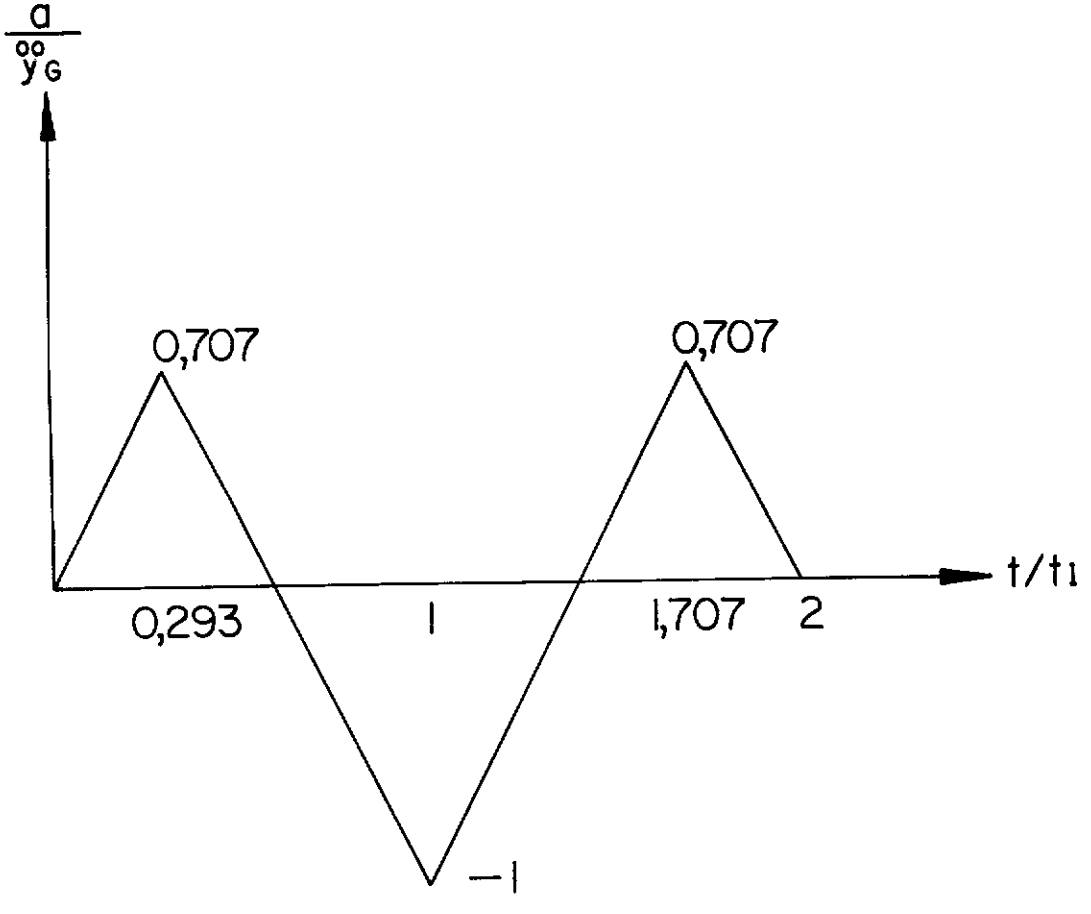


Fig. 4.1.2. Acelerograma de Veletsos

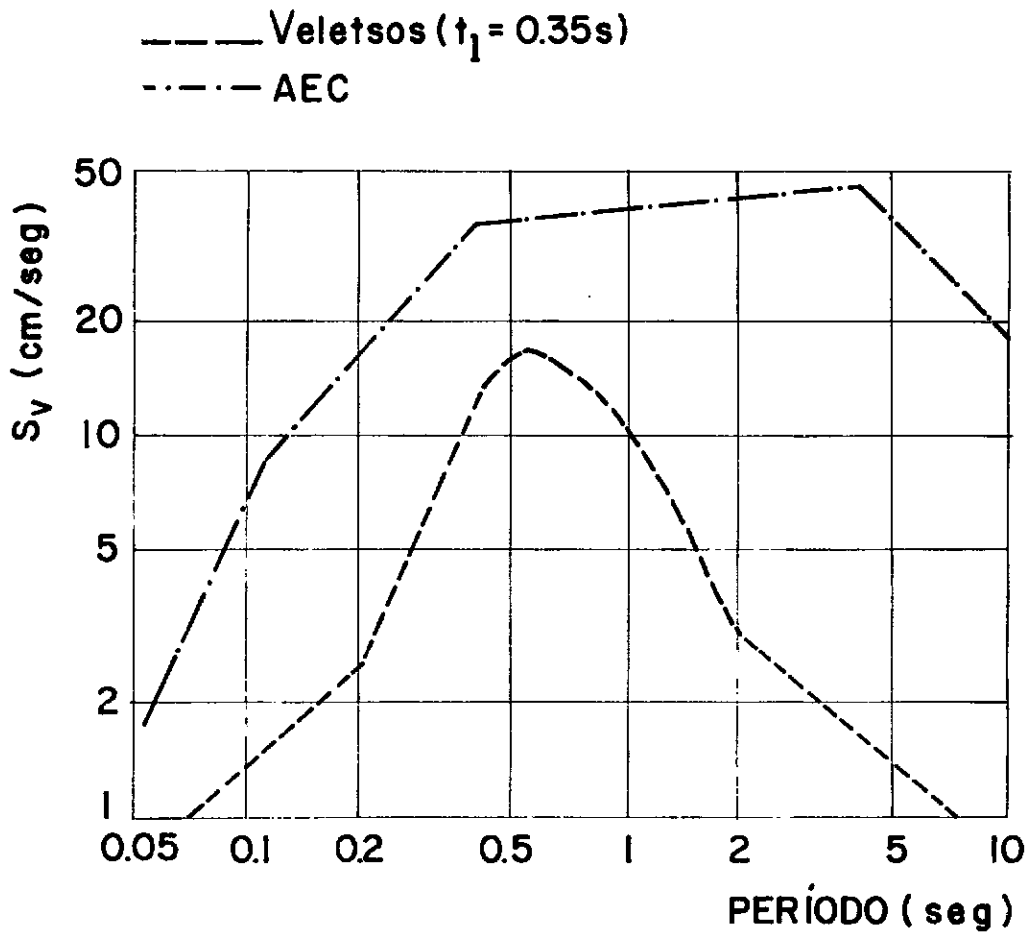


Fig. 4.1.4. Comparação entre os espectros da A.E.C. e de Veletsos

IV.2. Análise Cinemática

Como a estrutura analisada é bastante flexível e com apenas uma pequena região enterrada, poderemos desprezar a modificação nos movimentos do solo devidos à presença da estrutura, quando da aplicação do acelerograma sísmico. Neste caso os únicos esforços que aparecerão na estrutura durante a análise cinemática serão forças nas estacas, considerando que estas acompanharão o movimento do solo. Esta aproximação será válida apenas para o caso de estacas longas. De acordo com o critério de Flores (ref. [23]), a estaca será longa se:

$$\lambda = (\beta L^4) = \frac{Kh\ D}{4EpIp} L^4 > 5$$

Substituindo nossos valores numéricos:

$Kh = \frac{4G}{D}$ (coeficiente de reação horizontal, de acordo com a fórmula de Westergaard [1])

$G = 100\ 000\ kN/m^3$ (areia)

$Ep = 30\ 000\ 000\ kN/m^2$ (módulo de elasticidade do concreto)

$Ip = \frac{\pi D^4}{64} = 0.14m^4$ (d = 1.30m)

Para se cumprir a condição de estaca longa deveremos ter L > 3.81m (no nosso caso L = 30m). Podemos notar que a condição de estaca longa é usual para fundações estaqueadas comuns.

O modelo para a análise cinemática é mostrado na Fig. 4.2.1. O solo é modelado através de uma viga de cortante, com um único grau de liberdade translacional por nó. A estaca é modelada por uma viga com comportamento à flexão. Os nós correspondentes nas duas vigas tem seu deslocamento horizontal compatibilizado por restrições nodais generalizadas.

As propriedades reais da estaca isolada são adotadas (área = $1.33m^2$, momento de inércia = $0.14m^4$). A área da coluna de solo deverá ser muito maior que a da estaca, de maneira que seus movimentos não sejam afetados pela presença desta (área adotada = $133m^2$). O comportamento de viga de cortante da coluna de solo será simulado pela restrição da rotação em cada nó. A rigidez da viga de cortante deverá ser representada por uma rigidez de flexão equivalente, ou seja:

$$\frac{12EI}{L^3} = \frac{GA}{L} \qquad \therefore \quad I = \frac{GAL^2}{12E}$$

Adotaremos um E fictício igual ao G da camada. Neste caso, como para cada viga do modelo temos L = 3, deveremos adotar a inércia à flexão fictícia de:

$$I = \frac{AL^2}{12} = \frac{133x9}{12} = 99.75m^4$$

A análise cinemática será realizada pelo processo de integração direta (passo a passo) através do programa LORANE-DINA [11].

A matriz de amortecimento será formada pela combinação linear das matrizes de massa e rigidez, para cada material. O coeficiente de amortecimento será expresso então em função da freqüência como:

$$\gamma = \frac{1}{2}\left(\frac{a_o}{w} + a_1 w\right)$$

Os coeficientes a_o e a_1 são os que definem a matriz de amortecimento em função das matrizes de massa e rigidez:

$$[C] = a_o[M] + a_1[K]$$

Procuramos encontrar os coeficientes a_o e a_1 que melhor reproduzem o amortecimento real na faixa de freqüências de interesse.

Definiremos os parâmetros a_o e a_1 em função do amortecimento dos materiais (dados no item 4.1), como:

$$a_o = 20\gamma M \qquad a_1 = \frac{\gamma M}{50}$$

teremos então a relação entre o amortecimento considerado e o real, como função da freqüência:

$$\frac{\gamma}{\gamma M} = \frac{10}{w} + \frac{w}{100}$$

O gráfico desta relação é mostrado na Fig. 4.2.2. Podemos constatar que na faixa mais importante de freqüências (0.67Hz - 15Hz, correspondentes aos períodos entre 1.5seg -

0.067seg no espectro da Fig. 4.1.4), o amortecimento considerado está bastante próximo do amortecimento real.

Os resultados mais relevantes da análise cinemática estão mostrados nas Figs. 4.2.3 a 4.2.5. Na Fig. 4.2.3 estão representados os gráficos das acelerações aplicadas na base e as acelerações resultantes na superfície do solo, que serão aplicadas como dados de entrada no modelo para a análise inercial. Na Fig. 4.2.4 são mostrados os deslocamentos obtidos na superfície do solo. Na Fig. 4.2.5 o espectro de resposta do acelero - grama de Veletsos é comparado com o espectro amplificado, obtido com as acelerações na superfície do solo.

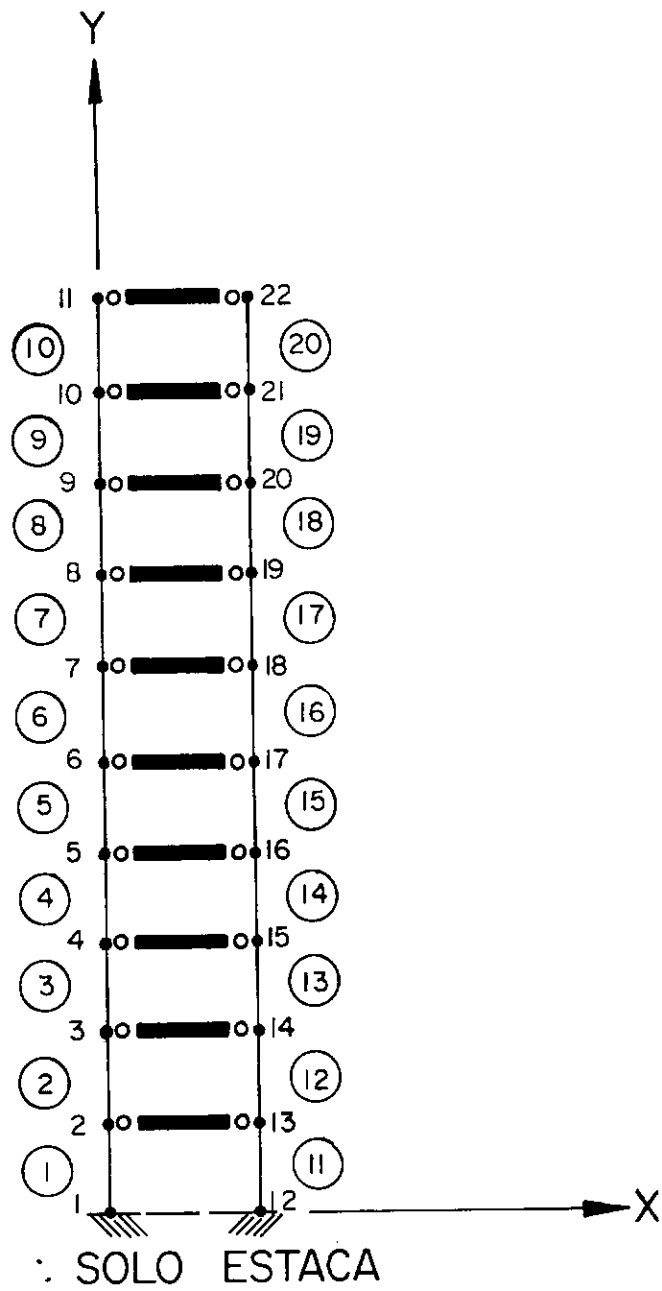


Fig. 4.2.1. Modelo estrutural para a análise cinemática

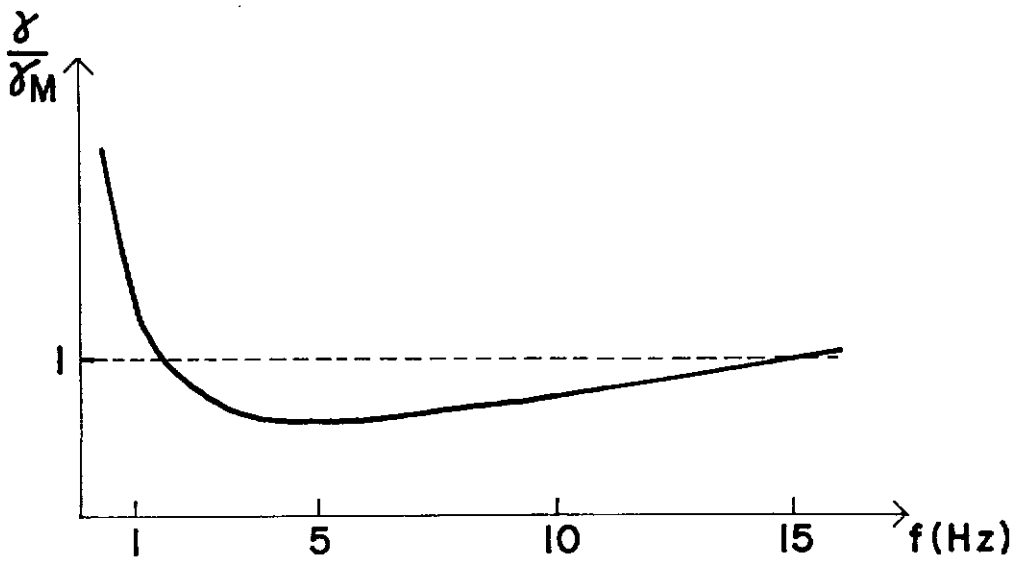


Fig. 4.2.2. Variação no amortecimento com a freqüência

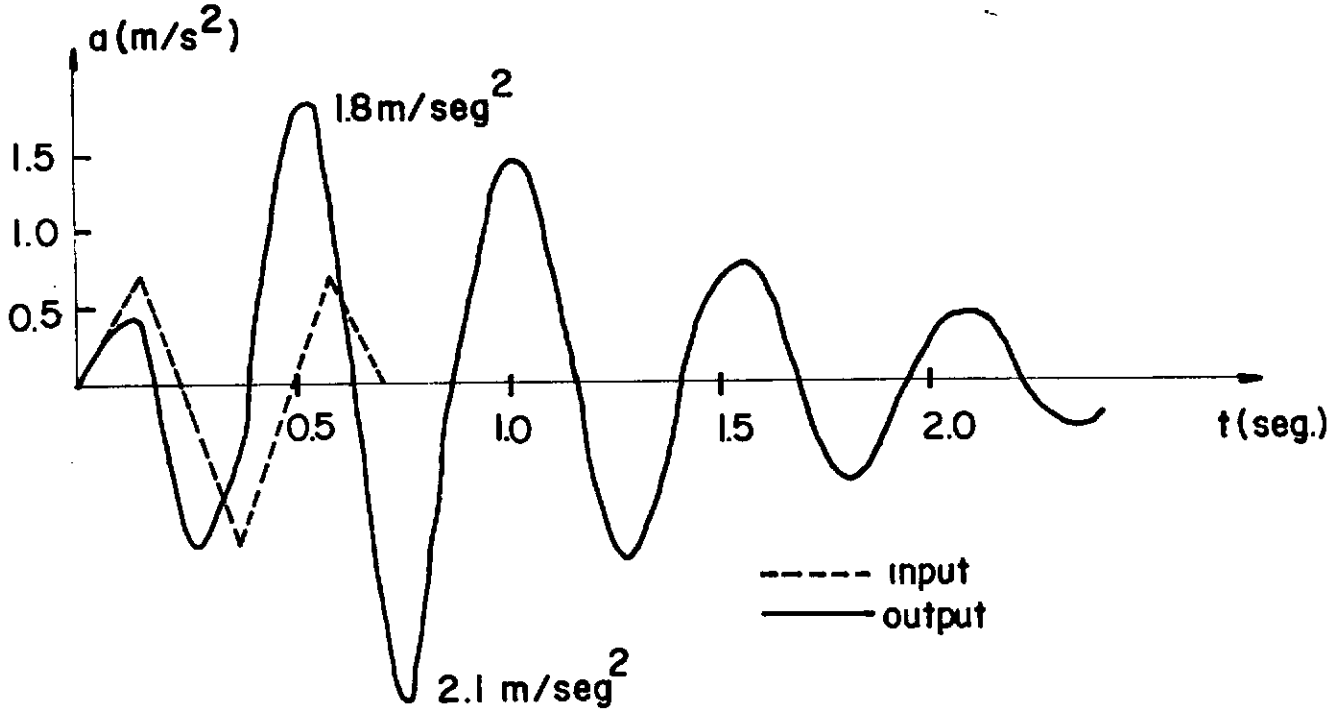


Fig. 4.2.3. Interação cinemática - acelerações

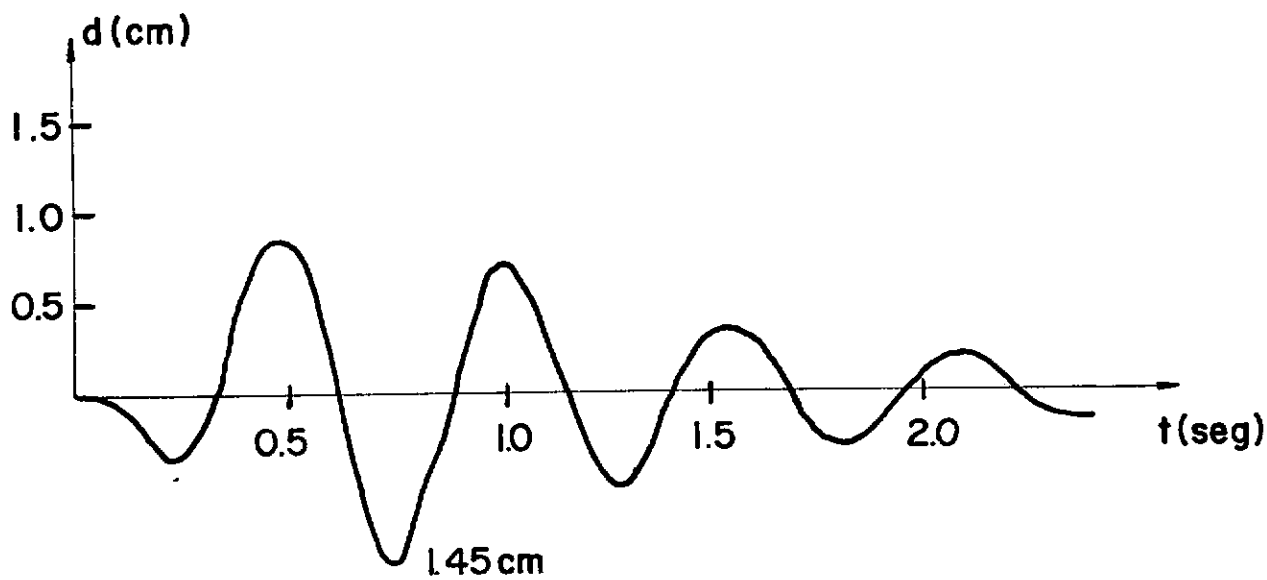


Fig. 4.2.4. Interação cinemática - deslocamentos

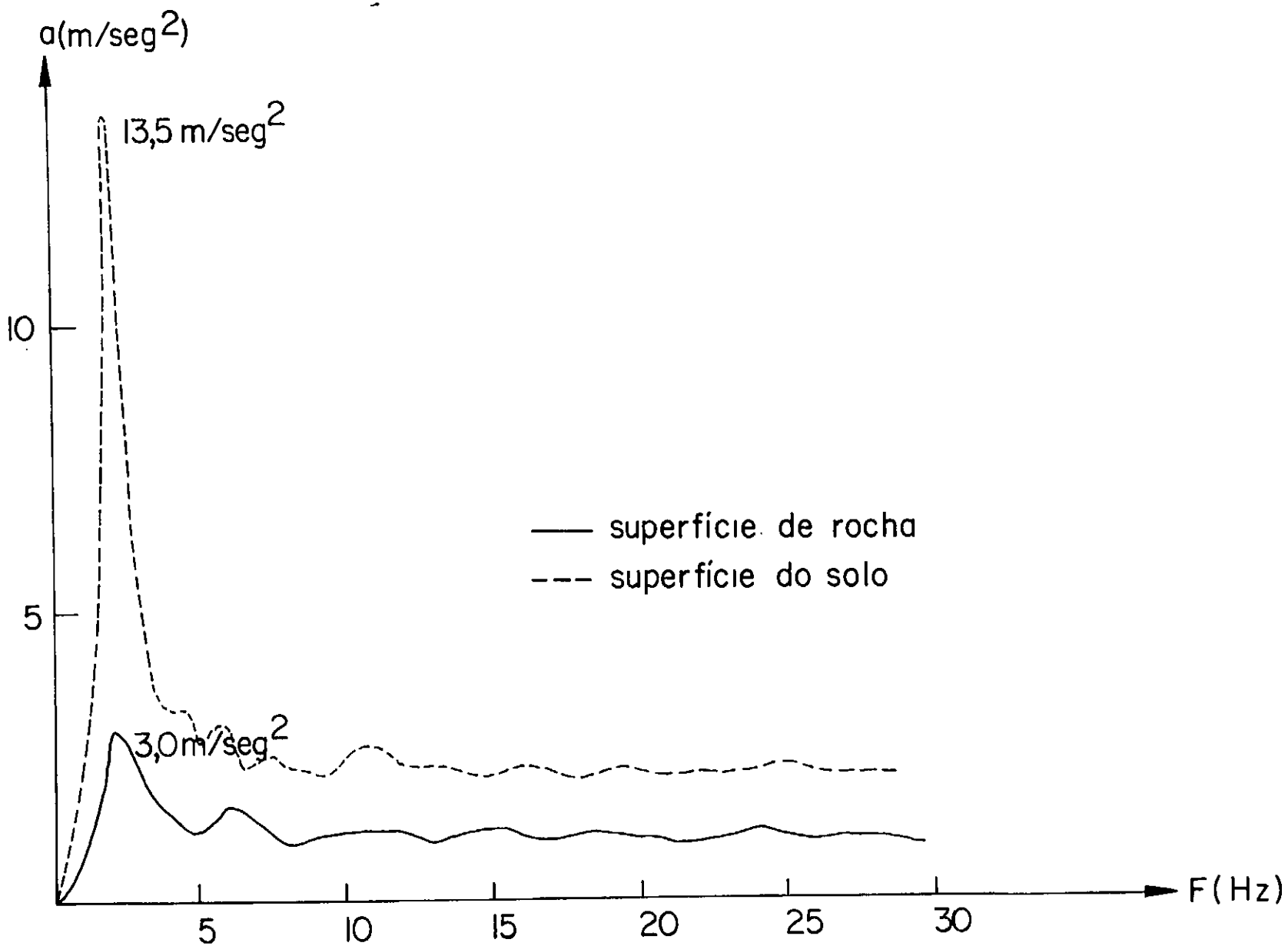


Fig. 4.2.5. Espectros na rocha e no solo

IV.3. Consideração do Efeito de Grupo

IV.3.1. Teoria de Poulos

O efeito de grupo para o estaqueamento foi avaliado pela teoria desenvolvida por Poulos (ref. [25]). Esta teoria fornece os deslocamentos horizontais (ou rotações) induzidos em uma estaca vertical quando uma outra estaca é submetida a uma força horizontal (ou momento), que produza nesta segunda estaca um deslocamento horizontal unitário (ou rotação). O estudo de Poulos é baseado na teoria da Elasticidade para forças estáticas e para estacas imersas em um semi-espaço homogêneo e isotrópico; para meios estratificados e forças dinâmicas soluções para este problema ainda não são conhecidas.

Poulos fornece os fatores de flexibilidade α_{uu}, $\alpha_{pu} = \alpha_{up}$, α_{pp} como função dos parâmetros L/D, S/D, θ e KR, onde:

α_{uu}, $\alpha_{pu} = \alpha_{up}$, α_{pp} - deslocamento (ou rotação) em uma estaca associado a um deslocamento (ou rotação) unitário na estaca adjacente (u é associado com o deslocamento e p com a rotação).

L, D = comprimento e diâmetro das estacas

S, θ = distância entre estacas e ângulo com a direção da ação (ver Fig. 4.3.1).

$$KR = \frac{E_e I}{E_s L^4}$$

Ee - módulo de elasticidade da estaca

E_S - módulo de elasticidade do solo

I - momento de inércia da estaca

Para o nosso caso particular teremos (E = 3G)

$$KR = \frac{30\ 000\ 000 \times 0.14}{3 \times 100\ 000 \times 30^4} = 1.7 \times 10^{-5}$$

Adotaremos $KR = 10^{-5}$

Poulos fornece as curvas para obtenção dos fatores α para $\Theta = 0^0$ e 90^0 e para L/D = 25 e 100. Será adotado o seguinte esquema de interpolação bilinear:

$$\alpha = (1-\eta)(\varepsilon\ B1 + (1-\varepsilon)B2) + \eta(\varepsilon\ B3 + (1-\varepsilon)B4)$$

B1 - valor para $\Theta = 90^0$ e L/D = 100

B2 - valor para $\Theta = 90^0$ e L/D = 25

B3 - valor para $\Theta = 0^0$ e L/D = 100

B4 - valor para $\Theta = 0^0$ e L/D = 25

$$\varepsilon = \frac{(L/D - 25)}{75} \qquad \eta = \frac{\Theta}{90^0}$$

IV.3.2. Coeficientes de flexibilidade e rigidez individuais

Os coeficientes de flexibilidade para uma estaca individual foram obtidos através das fórmulas de viga infinita sobre apoio elástico (ref. [4]):

$$f_{uu} = \frac{2\lambda}{K} \qquad f_{up}=f_{pu} = -\frac{2\lambda^2}{K} \qquad f_{pp} = \frac{\Delta\lambda^3}{K}$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4E_e I}}$$

Temos $K = 2.1G = 210\ 000\ kN/m^2$ (de acordo com a rigidez estática obtida no item 3)

$E_e = 30\ 000\ 000\ kN/m^2$

$I = 0.14m^4$

$\therefore \quad \lambda = 0.334m^{-1}$

A matriz de rigidez individual é obtida por inversão da matriz de flexibilidade individual

$$\underset{\sim}{f} = \frac{2\lambda}{K} \begin{bmatrix} 1 & -\lambda \\ -\lambda & 2\lambda^2 \end{bmatrix} \qquad \underset{\sim}{k} = \frac{K}{\lambda} \begin{bmatrix} 1 & 1/2\lambda \\ 1/2\lambda & 1/2\lambda^2 \end{bmatrix}$$

Substituindo os valores numéricos teremos os coeficientes de rigidez individual:

$k_{uu} = 629\ 000\ kN/m$

$k_{pu} = 941\ 000\ kN$

$k_{pp} = 2818\ 000\ kN.m$

A rigidez vertical será adotada por simplificação como:

$$k_{ww} = \frac{EA}{L} = \frac{3 \times 10^7 \times 1.33}{30} = 1\ 330\ 000\ kN/m$$

IV.3.3. Montagem da Matriz de Rigidez Global

Seja a matriz de rigidez individual:

$$\underset{\sim}{k} = \begin{bmatrix} k_{uu} & k_{up} \\ k_{pu} & k_{pp} \end{bmatrix}$$

A matriz de flexibilidade individual será:

$$\underset{\sim}{f} = \underset{\sim}{k}^{-1} \begin{bmatrix} f_{uu} & f_{up} \\ f_{pu} & f_{pp} \end{bmatrix}$$

As submatrizes diagonais da matriz de flexibilidade global ($\underset{\sim}{f}_{ii}$) são idênticas às da submatriz individual:

$$\underset{\sim}{f}_{ii} = \underset{\sim}{f}$$

Cada submatriz não-diagonal é obtida multiplicando os termos de $\underset{\sim}{f}$ pelos correspondentes valores de α obtidos nas curvas de interação:

$$\underset{\sim}{f}_{ij} = \begin{bmatrix} f_{uu}(\alpha_{uu})ij & f_{up}(\alpha_{up})ij \\ f_{pu}(\alpha_{pu})ij & f_{pp}(\alpha_{pp})ij \end{bmatrix}$$

A matriz de flexibilidade global será obtida pela montagem de todas as submatrizes:

$$\underset{\sim}{F} = \begin{bmatrix} \ddots & \\ & \underset{\sim}{f}_{ij} \end{bmatrix}$$

A matriz de rigidez global $\underset{\sim}{K}$ é a inversa da matriz de flexibilidade global $\underset{\sim}{F}$

$$\underset{\sim}{K} = \underset{\sim}{F}^{-1}$$

IV.3.4. Condensação da Matriz de Rigidez

Se a fundação pode ser considerada como infinitamente rígida, os coeficientes de rigidez podem ser condensados em uma única estaca (estaca analítica) no centro de gravidade do estaqueamento.

A matriz condensada no plano será:

$$\overline{\underset{\sim}{K}} = \begin{bmatrix} \overline{K_{uu}} & \overline{K_{pu}} & 0 \\ \overline{K_{up}} & \overline{K_{pp}} & 0 \\ 0 & 0 & \overline{K_{ww}} \end{bmatrix}$$

onde:

$$\overline{K_{uu}} = \sum_i \sum_j K_{uu}$$

$$\overline{K_{pu}} = \overline{K_{up}} = \sum_i \sum_j K_{pu}$$

$$\overline{K_{pp}} = \sum_i \sum_j K_{pp} + k_{ww} \cdot Q$$

$$\overline{K_{ww}} = N \cdot k_{ww}$$

Onde N é o número de estacas e $\underset{\sim}{Q}$ é o somatório dos quadrados das distâncias das estacas ao centro de gravidade do estaqueamento.

IV.3.5. Obtenção dos Fatores de Grupo

Os fatores de grupo foram determinados pelo programa POULOS (1). Este programa calcula a matriz de rigidez global de um estaqueamento, conhecida a rigidez individual de uma estaca e a geometria do estaqueamento.

O programa utiliza as curvas de Poulos linearizadas mostradas na Fig. 4.3.2. Os resultados do programa POULOS para o estaqueamento estudado, ou seja a matriz de rigidez condensada, são apresentados na tabela 4.3.1.

Os fatores de grupo para cada coeficiente de rigidez será a relação entre a rigidez final condensada e o produto do número de estacas pela rigidez individual correspondente. Teremos então:

$$FG_{uu} = \frac{.239E7}{12 \times .629E6} = 0.316$$

$$FG_{pu} = \frac{.464E7}{12 \times .941E6} = 0.411$$

$$FG_{pp} = \frac{.245E8}{12 \times .282E7} = 0.723$$

---

(1) Programa elaborado pela PROMON Engenharia S.A.

IV.3.6. Consideração do Efeito de Grupo

Chamemos a constante de rigidez das estacas de KE (KE= = 4EeI) e a do solo de KS.

Os fatores de rigidez no item IV.3.2 serão então fornecidos pelas expressões:

$$K_{uu} = KE^{1/4}\ KS^{3/4}$$

$$K_{pu} = \frac{1}{2}\ KE^{1/2}\ \ KS^{1/2}$$

$$K_{pp} = \frac{1}{2}\ KE^{3/4}\ \ KS^{1/4}$$

Para consideração do efeito de grupo modificaremos os fatores KE e KS de maneira a haver a necessária redução nos coeficientes de rigidez.

Adotaremos K'S = 0.23 KS, mantendo KE. Teremos:

$$K'_{uu} = 0.332K_{uu}$$

$$K'_{pu} = 0.480K_{pu}$$

$$K'_{pp} = 0.693K_{pp}$$

Os valores acima são boas aproximações para os fatores de grupo obtidos com o programa POULOS. Para consideração do efeito de grupo bastará então considerar a rigidez do solo multiplicada por 0.23. Multiplicaremos então a espessura dos ele

mentos finitos equivalentes definidos no ítem 3 por 0.23.

Tabela 4.3.1 - Resultados do programa POULOS

$$K_c = \begin{vmatrix} k_{11} & k_{12} & 0 \\ k_{12} & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{vmatrix}$$

K_c - matriz de rigidez condensada, sendo

$k_{11} = .239 \times 10^7$ kN/m

$k_{12} = .464 \times 10^7$ kN

$k_{22} = .245 \times 10^8 + .337 \times 10^9 = .363 \times 10^9$ kN.m

$k_{33} = .160 \times 10^8$ kN/m

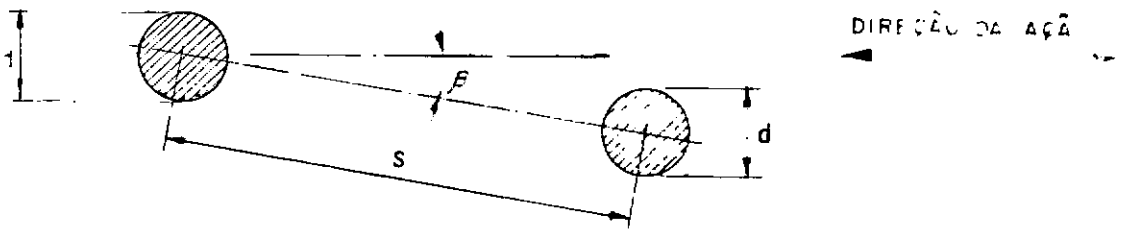
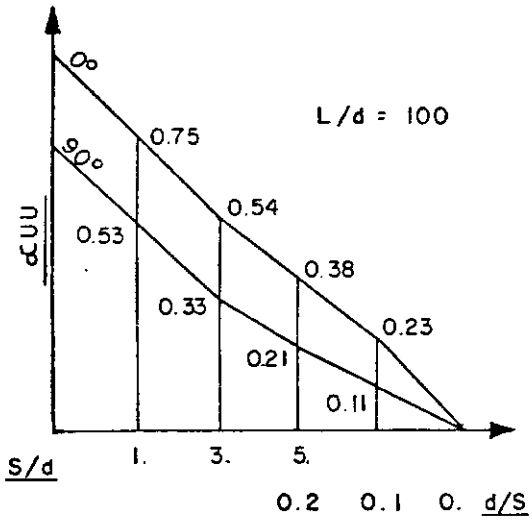
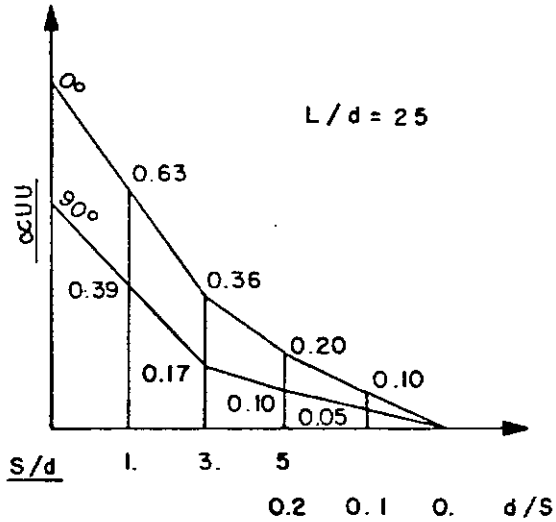
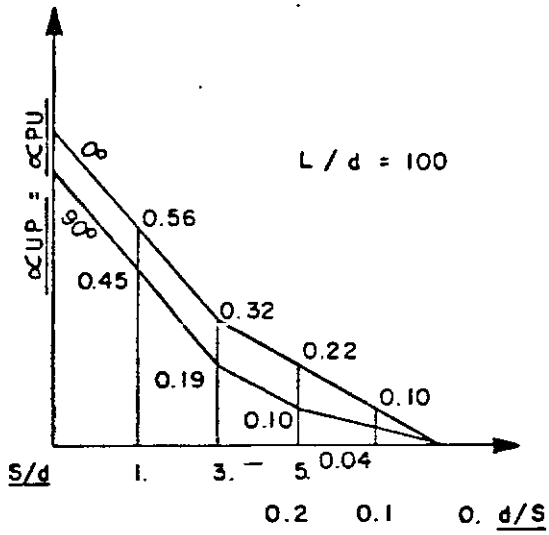
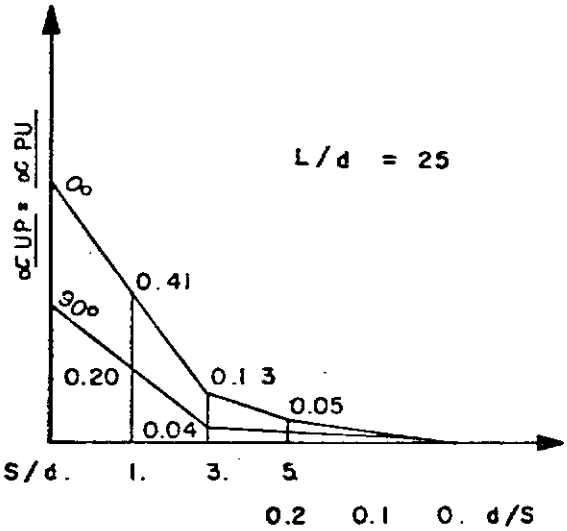


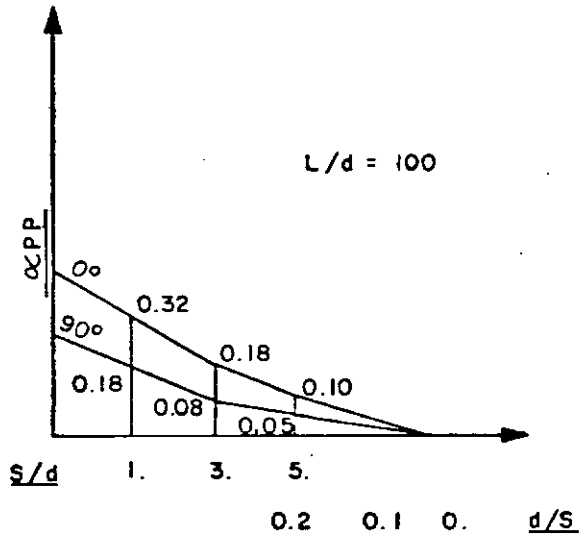
Fig. 4.3.1 - Definição dos parâmetros de Poulos











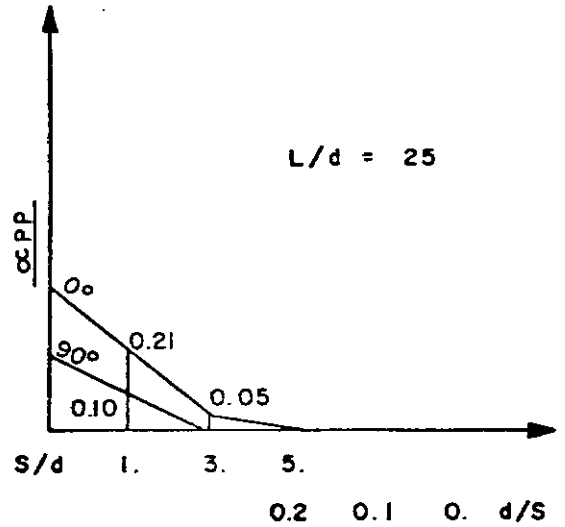


Fig. 4.3.2. Curvas de Poulos

IV.4. Análise Inercial

O modelo para análise inercial consiste nos elementos finitos obtidos no item 3 para representar o solo e em elementos de viga que representam as estacas e a superestrutura (Fig. 4.4.1).

A superestrutura é modelada por uma viga em balanço segmentada em 10 hastes. Na tabela 4.4.1 são listadas as propriedades geométricas relevantes destas hastes, ou seja, a área e o momento de inércia, obtidos em função do raio médio de cada segmento pelas expressões:

$$A = 2\pi Rt = 2.\pi.0,25R = 1.571R$$

$$I = (R^2 + \frac{t^2}{2}) \times \frac{A}{2} = 0.785R^3 + 0.016R$$

As massas da chaminé são geradas automaticamente pelo programa LORAINE-DINA através do produto da área da seção transversal pela massa específica do material. Além disso, no nó 1 deverá ser concentrada a massa e o momento de massa devidos ao bloco de fundação:

$$\text{Massa: } M = \gamma\pi R^2 h = 2.5 \times \pi \times 7.6^2 \times 3 = 1360t$$

$$\text{Momento de massa: } I = \frac{\gamma\pi R^4 h}{4} = 2.5 \times \frac{\pi \times 7.6^4}{4} \times 3 =$$

$$= 19652tm^2$$

Para os elementos de estaca são utilizadas as propriedades condensadas relativas às 12 estacas:

Área: $A = 12 \times 1.33m^2 = 15.9m^2$

Inércia: $I = 12 \times 0.14m^4 = 1.64m^4$

No nó 1 deverá ser incorporada a mola rotacional que representará a rigidez à rotação do grupo de estacas condensada no centro de gravidade do estaqueamento. O valor numérico desta constante da mola (calculado pelo programa POULOS) é:

$K\theta = .337 \times 10^9$ kN/m

As propriedades dos elementos finitos que representarão o solo, determinadas de acordo com as expressões apresentadas no item 3, serão:

Comprimento do elemento: $L' = 2.8H = 2,8 \times 30 = 84m$

Massa específica:

areia: $\rho' = 3\rho = 3 \times 2,0\ t/m^3 = 6t/m^3$

argila: $\rho' = 3\rho = 3 \times 1.7\ t/m^3 = 5,1t/m^3$

Módulo de Young fictício:

areia: $E' = 9,8G = 9,8x100000kN/m^2 = 980000kN/m^2$

argila: $E' = 9,8G = 9,8 \times 50000kN/m^2 = 490000kN/m^2$

Espessura dos elementos (considerando as 12 estacas e o fator de grupo determinado no item 4.3.6):

$d = 0.6Hx12xF.G = 0.6x30mx12x0.23 = 457m$

As acelerações obtidas na interação cinemática, na superfície do solo, serão aplicadas ao nó 1 do modelo.

A análise inercial foi realizada pelo método de integração direta, através do programa LORANE-DINA.

Os resultados mais relevantes para a análise das fundações são os diagramas de momentos fletores e forças cortantes ao longo das estacas. Nas Figs. 4.4.2 e 4.4.3 são apresentados estes diagramas, para os esforços totais (soma dos máximos de cada etapa), comparados com os esforços obtidos somente na etapa cinemática. Apesar dos máximos de cada etapa ocorrerem em instantes diferentes, e a rigor, a superposição dever ser feita ao longo de todo o intervalo de integração, a simplificação adotada é usual e é justificada pelo fato de as duas análises serem dependentes entre si (a análise inercial é realizada com os resultados da análise cinemática).

Segmento	Área	Inércia
101	2.75	4.22
102	2.98	5.40
103	3.30	7.29
104	3.69	10.20
105	4.24	15.47
106	4.95	24.55
107	5.73	38.19
108	6.60	58.18
109	7.62	89.57
110	8.80	137.87

Tabela 4.4.1. Propriedades geométricas da chaminé

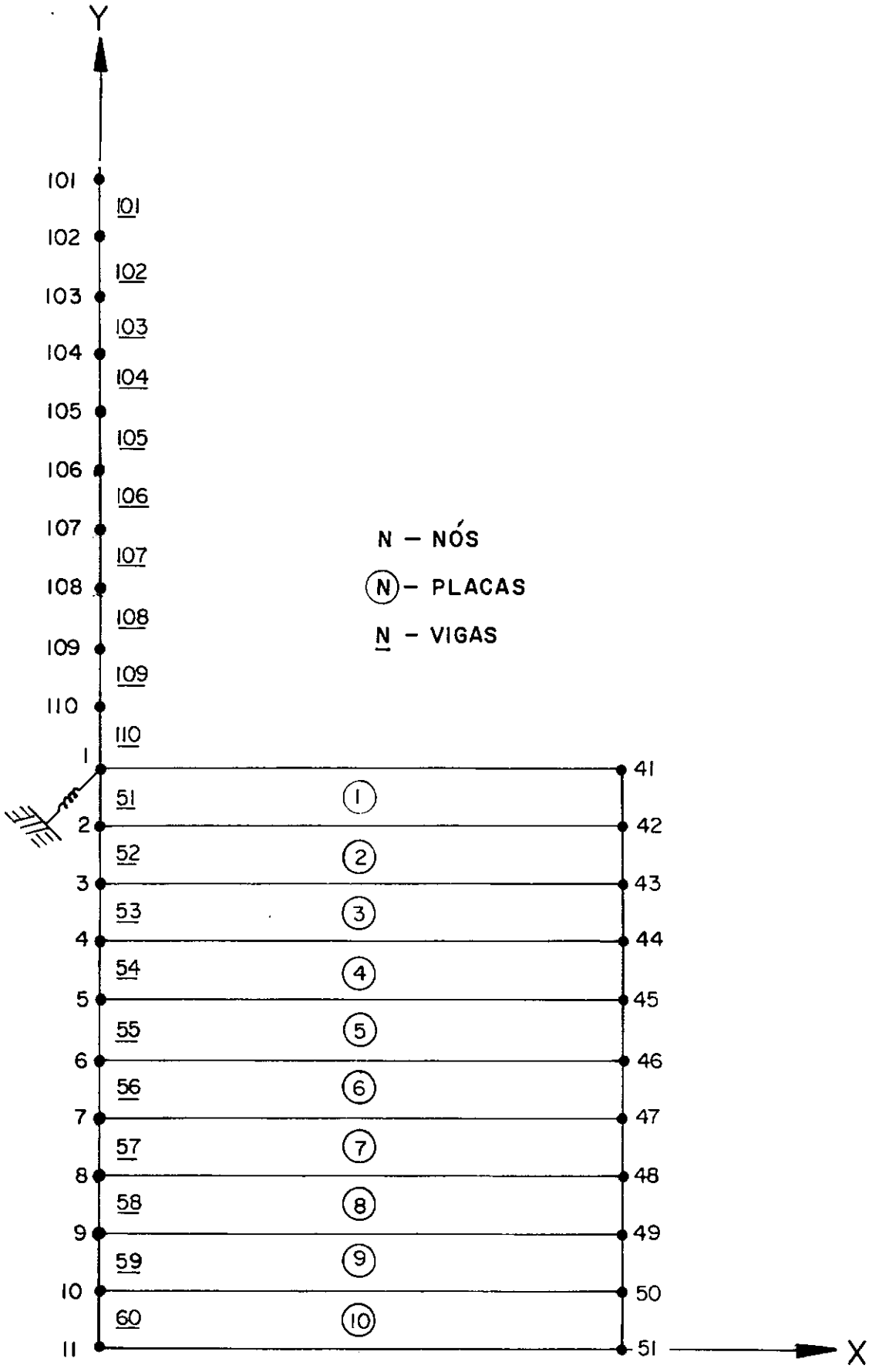


Fig. 4.4.1. Modelo para análise inercial

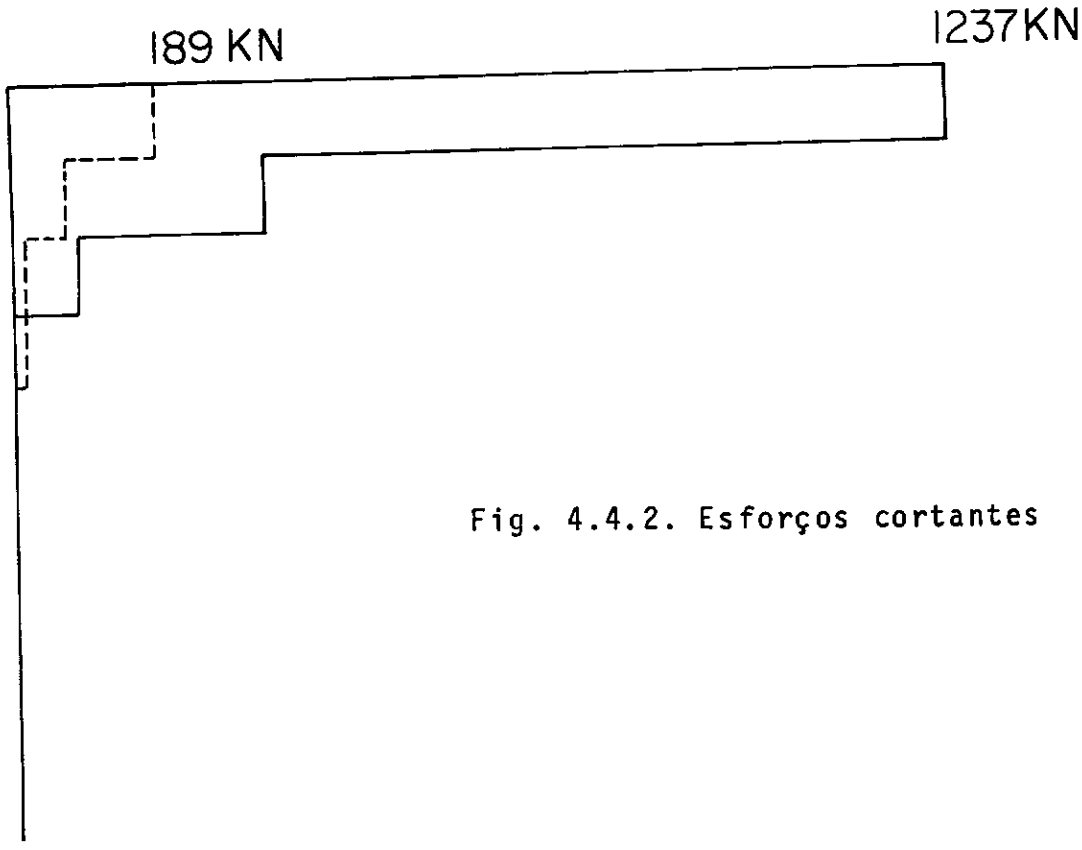


Fig. 4.4.2. Esforços cortantes

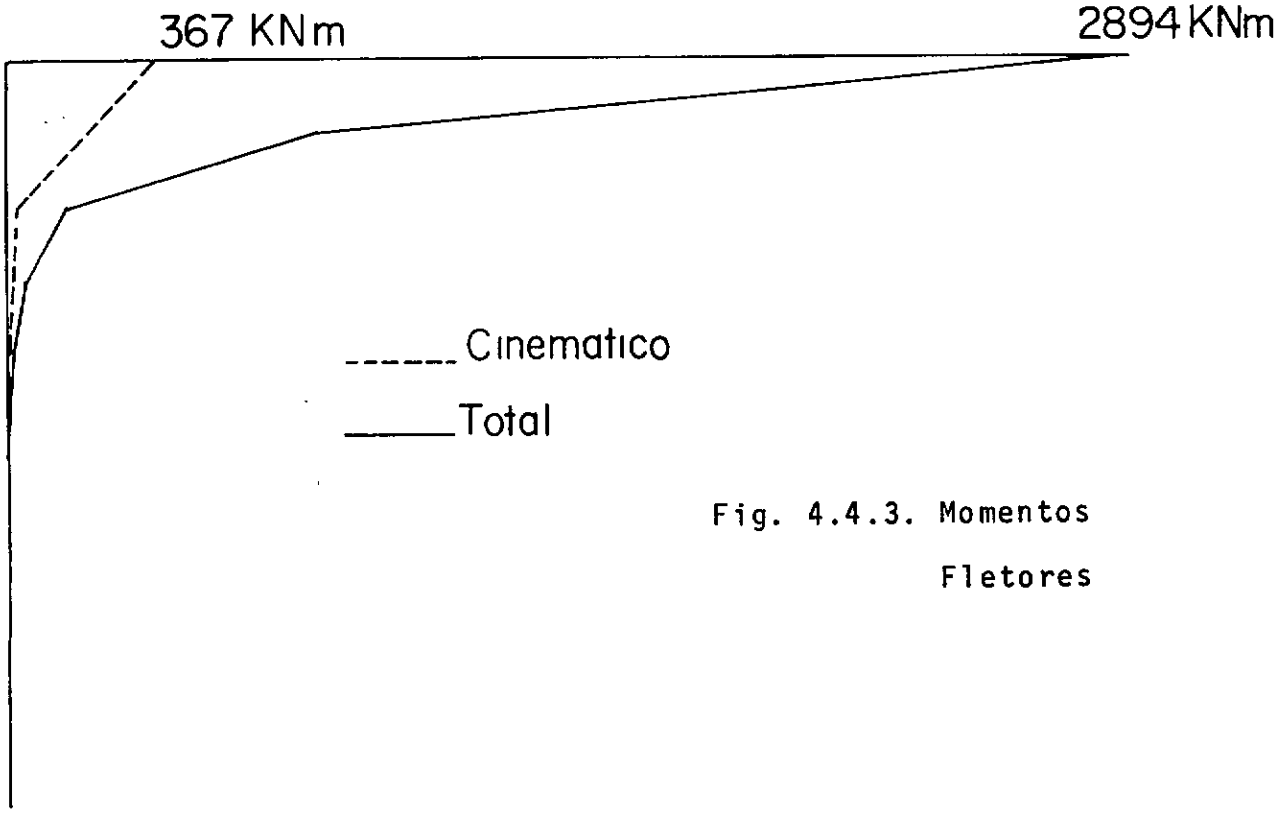


Fig. 4.4.3. Momentos Fletores

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

Foi apresentado neste trabalho um modelo de solo para a interação sísmica inercial. O modelo se aplica especificamente para estruturas com fundação sobre estacas. A formulação matemática para a obtenção das propriedades dos elementos finitos, baseada na fórmula elástica de Mindlin, é bastante simples. Os elementos finitos equivalentes obtidos podem ser aplicados facilmente, através de qualquer programa de análise estrutural dinâmica que disponha de um elemento finito retangular convencional do estado plano. Os resultados obtidos com o modelo estão dentro do nível de aproximação dos obtidos com auxílio de outros programas de formulação matemática bastante mais elaborado, como o PILAY. Este modelo simples poderá servir como ponto de partida para outros mais complexos, a partir da incorporação de variáveis aqui não consideradas.

BIBLIOGRAFIA

(1) Richart, F.E., Woods, R.D., Hall, J.R. - "Vibrations of Soils and Foundations" - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1970.

(2) Kausel, E. - "Forced Vibrations of Circular Foundations on Layered Media" - MIT Dep. Civ. Eng., Rep. R74-11, Cambridge, Mass., 1974.

(3) Newmark, N.M., Rosenblueth, E. - "Fundamentals of Earthquake Engineering" - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971.

(4) Bowles, J.E. - "Foundation Analysis and Design" - Mc Graw-Hill Kogakusha Ltd., 1968.

(5) Clough, R.W., Penzien, J. - "Dynamics of Structures" - Mc Graw-Hill Kogakusha Ltd., 1975.

(6) U.S. AEC - "Regulatory Guides" - 1.60, 1.61. Oct. 1973.

(7) Roësset, J.M., Whitman, R.V., Dobry, R. - "Modal Analysis For Structures with Foundation Interaction", J.Struct. Div.ASCE, vol. 99, nº ST3, pp. 339-416, 1973.

(8) Hall, W.J. (Editor) - "Structural and Geotechnical Mechanics" - Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1977.

(9) Brebbia, C.A., Ferrante, A. J. (Editores) - "The Finite Element Technique" - Editora da URGS, Porto Alegre, 1975.

(10) MRI-STARDYNE - "User Information Manual" - Control Data Corporation.

(11) Prates de Lima, E.C. - "LORANE-DINA - Uma Linguagem Orientada para Anâlise Dinâmica de Estruturas", Tese de D. Sc. - COPPE/UFRJ, 1977.

(12) Desai, C.S., Christian, J.T. (Editores) - "Numerical Methods in Geotechnical Engineering", McGraw-Hill, Inc. 1977.

(13) Seed, H.B., Idriss, I.M. - "Influence of Soil Conditions on Ground Motions during Earthquakes" - J. Soil Mech. and Found. Div. - ASCE, Jan., 1969.

(14) Warbourton, G.B. - "The Dynamical Behaviour of Structures" Pergamon International Library - Oxford, 1976.

(15) Tsai, N.C. - "Spectrum Compatible Motions for Design Purposes", J. Eng. Mech. Div. ASCE, vol. 347, nº EM2,1972.

(16) Zienkiewicz, O.C. - "The Finite Element Method in Engineering Practice" - McGraw-Hill, Inc., 1977.

(17) Lysmer, J., Udaka, T., Tsai, C.F., Seed, H.B. - "FLUSH- A Computer Program for Approximate 3-D Analysis of Soil-Structure Interaction Problems" - Report nº EERC 75-30-Earthquake Engineering Research Center-Berkeley, 1975.

(18) Roësset, J.M. - "Fundamentals of Soil Amplification" in "Seismic Design for Nuclear Power Plants", Hansen, R. J., (Editor), MIT Press, 183-244, 1970.

(19) Lysmer, J., Richart, F.E. Jr., "Dynamic Response of Footings to Vertical Loading" - J. of the Soil Mech. and Found. Div. ASCE, Jan., 1966.

(20) Beredugo, Y.O., Novak, M. - "Coupled Horizontal and Rocking Vibration of Embedded Footings" - Can. Geoth. Journal, 9(4), 1977.

(21) Schnabel, P.B., Lysmer, J., Seed, H.B. - "SHAKE - A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites" - Report nº EERC 72-12, Earthquake Engineering Research Center, Berkeley, 1972.

(22) Penzien, J., Scheffey, C.F., Parmelee, R.A. - "Seismic Analysis of Bridges on Long Piles" - J. Struct. Div. ASCE, June, 1964.

(23) Flores, R., Whitman, R.V. - "Simplified Method for Designing Piles under Seismic Forces" - Proc. of the 5th Panam. Conf. Soil Mech. and Found. Eng. - vol. 1, pp. 408-416, Buenos Aires, 1975.

(24) Kausel, E., Whitman, R.V., Morray, J.P., Elsabee, F., "The Spring Method for Embedded Foundations" - 4th SMIRT, San Francisco, Aug., 1977.

(25) Poulos, H.G. - "Behabiour of Laterally Loaded Piles: II - Pile Groups" - J. Soil Mech. Found. Div. ASCE, May, 1971.

(26) Tajimi, H. - "Seismic Effects on Piles" - 9th Intern. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Tokio, 1977.

(27) Flores Coombs, R., Costa Reis, F., - "Interação Solo-Estrutura para Fundações Estaqueadas" - V Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Recife, 1979.

(28) Novak, M. - "Dynamic Stiffness and Damping of Piles" - Can. Geotech. Journal, vol. 11, 1974.

(29) Novak, M. - "Effect of Soil on Structural Response to Wind and Earthquake" - Earthquake Engineering and Structural Dynamics, vol. 3, 1974.

(30) Novak, M., Aboul-Ella, F. - "PILAY - A Computer Program for Calculation of Stiffness and Damping of Piles in Layered Media" - University of Western Ontario, London, Ontario, 1977.