

MÉTODO IMPLÍCITO PARA SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE

ONDAS DE CHEIA EM JUNÇÃO DE RIOS

Paulo Cristóvão de Araújo Silva

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por:

Levi Carlos Vieira de Sá

Presidente

Paulo Cristóvão de Araújo Silva

RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

OUTUBRO DE 1972

À memória de minha Mãe.

Ao meu Pai.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. RUI CARLOS VIEIRA DA SILVA, pela consci^{en}te orientação indispensável ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao pessoal docente e administrativo da COPPE e NCE que, direta ou indiretamente nos ajudou, em especial ao Prof. FERNANDO LOBO CARNEIRO.

À Universidade Federal da Paraíba, por nos ter proporcionado as condições necessárias à realização do curso e elaboração da tese. Em especial destaque, aos Professores SERAFIM RODRIGUES MARTINEZ, VITORIANO GONZALEZ Y GONZALEZ e KLEBER CRUZ MARQUES.

Ao Prof. NEWTON FERNANDES MAIA, Chefe do DHS e demais colegas do Departamento que nos auxiliaram a atingir nossos objetivos.

À WANDA F. ROCHA, pela eficiência e presteza nos trabalhos de datilografia.

S U M Á R I O

Nosso estudo objetiva essencialmente a formulação e apresentação de um método para solução do problema de propagação de cheia em confluência de rios ou canais.

Podemos sintetizá-lo nas seguintes etapas:

- a) hipótese de seccionamento na confluência com aplicação de processo implícito a cada trecho isoladamente;
- b) correção do tirante na confluência pela equação da continuidade.

Entre outros aspectos inerentes ao processo é interessante ressaltar:

- a) a impossibilidade de solução do problema pelos métodos aproximados existentes;

- b) a única solução, sistemática e completa, já apresentada³ utiliza processo explícito, su jeito a severas limitações.

Desenvolvemos o trabalho nos itens seguintes:

- I - apresentação de problemas importantes em pro propagação de cheias e definição dos objetivos deste estudo;
- II - teoria básica, revisão histórica dos métodos de solução; principais métodos com vanta gens e limitações correspondentes;
- III - descrição do Método Implícito de Amein e Fang (MIAF) para problemas de propagação de cheias; aplicações e vantagens;
- IV - estudo do problema de junção e desenvolvimento do método de solução por seccionamento;
- V - apresentação de resultados e considerações para aplicação prática do método.

As conclusões formuladas em seguida comprovam a viabilidade de utilização do método. Sua aplicação a problemas reais depende apenas da disponibilidade e codificação de dados de campo. São também apresentados detalhes observados que nos pareceram importantes, inclusive sugestões para posteriores estudos.

Em apêndice são feitas considerações sobre elaboração e utilização de programas, diagramas de blocos e listagens.

ABSTRACT

The scope of this thesis is to propose and analyse a new method for problems of flood waves through junctions of rivers or channels.

It can be summarized as follows:

- 1) we assume that each branch can be cut at the junction and analysed independently of the others, using an implicit method;
- 2) matching the stages at the junction using the continuity equation.

Besides other features related to the method it is worthwhile to emphasize:

- a) it is impossible to solve the problem by

approximate methods known at the present time. (1972).

- b) the only solution presented in a systematic way, makes use of an explicit method jeopardized by crucial restrictions.

This thesis follows the following outline:

- I) Description of important applied problems concerning flood movement and definition of the scope of this study;
- II) Basic theory, historical review of the solutions methods, more frequently used methods, their advantages and limitations;
- III) Description of Amein and Fang's Implicit Method for problems of floods movement, applications and advantages;
- IV) Analysis of the junction problem and development of a solution by cutting the branches at

the junction;

- V) Presentation of the results and comments on the practical application of this method.

The Conclusions presented in the text justify the feasibility and usefulness of the method. Applications to real problems depends only on field data (disposibility and codification).

Related to some problems that came into play during the present study, we make some suggestions for further research.

In the Appendix are exposed some comments on the computer programs, flow charts and listings.

Figuras:	Páginas:
4.3.2 - Evolução do tirante na junção, modelo de Stoker	106
4.3.3 - Perfís longitudinais na junção, instante t_{j+1}	107
5.1.1 - Perfís longitudinais em trecho único ..	123
5.1.2 - Região de escoamento praticamente não perturbado	124
5.2.1 - Perfís longitudinais de cheia em confluência (método de Stoker)	125
5.2.2 - Perfís longitudinais de cheia em confluência (método implícito)	132
5.2.3 - Perfís longitudinais de cheia em confluência (superposição)	133
5.2.4 - Perfís longitudinais de cheia em confluência (evolução)	134
5.2.5 - Perfís longitudinais de cheia em confluência (malhas distintas)	135
5.2.6 - Perfís longitudinais de cheia em confluência (fronteiras distintas)	136

LISTA DE SÍMBOLOS

- $a, b, \dots, a', b', \dots$, constantes.
- A , área da seção transversal do rio ou canal.
- A_{j+1}^k , matriz jacobiana do sistema linear, no método de iteração de Newton.
- α , função representativa de V, Y, S, \dots , no plano x, t .
- B , largura da seção transversal à superfície livre.
- C, C_0 , velocidade de propagação da onda (celeridade).
- C_r , coeficiente de resistência.
- C_1, C_2 , constantes.
- ϵ , precisão adotada como limite de convergência do método de Newton.
- $f(t)$, função do tirante, velocidade ou vazão, com o tempo, na fronteira.

- F_i , função em Y e V , associada à equação da continuidade, malha i .
- F_N , função em Y e V , representando a condição de fronteira no final de um trecho.
- F_r , número de Froude.
- g , aceleração de gravidade.
- G_0 , função em Y e V representando a condição de fronteira no início de um trecho.
- G_i , função em Y e V , associada à equação da quantidade de movimento, malha i .
- H_i , função em Y e V , malha i , representando F_i ou G_i .
- i , índice da seção de ordem i , de um trecho ou do ponto i , eixo x , plano x , t .
- j , índice correspondente ao instante de ordem j .
- $J(Y, V)$, termo integral, equação (II.1.8).
- k , índice correspondente ao ciclo de iteração de ordem k .
- L , comprimento de onda.

- n , coeficiente de atrito, fórmula de Manning.
- N , número de seções de um trecho de rio ou canal.
- P , perímetro molhado.
- q , influxo lateral por unidade de largura.
- Q , vazão média em uma seção transversal.
- r_i^k , componente de R_{j+1}^k , representando o resíduo de F_i ou G_i .
- R_{j+1}^k , vetor cujas componentes representam resíduos de F_i e G_i .
- $R_{G,i}^k$, resíduo de G_i no ciclo de iteração k .
- $R_{F,i}^k$, resíduo de F_i no ciclo de iteração k .
- S_0 , declividade de fundo do rio ou canal.
- S , declividade de atrito.
- t , tempo ou instante de cálculo.
- T_f , período de simulação ou instante final de cálculo.
- T_i , trecho que compõe a junção, $i = 1, 2, 3$.
- T_{pr} , tempo de processamento.

- V , V_0 velocidade média na seção transversal.
- x , distância medida na direção do canal.
- Y , tirante de água ou profundidade.
- Z , elevação da superfície da água, com relação a um plano de referência.
- z_1^k , componente do vetor z_{j+1}^k representando y_1^k ou v_1^k .
- z_{j+1}^k , vetor que representa Y e V , ao final do ciclo de iteração k .
- z , variável muda, equação (II.1.6).

ÍNDICE

Capítulos:		Páginas:
I	INTRODUÇÃO	1
II	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	9
II.1	Equações do movimento não perma nente em rios e canais	9
II.2	Revisão histórica dos métodos de solução	19
II.3	Principais métodos de solução: vantagens e limitações	27
III	MÉTODO IMPLÍCITO PARA ESTUDO DE PROPAGA ÇÃO DE CHEIAS	36
III.1	Importância do desenvolvimento de métodos implícitos	36
III.2	Método implícito de Amein e Fang (MIAF)	38
III.3	Exemplos de aplicação do Método de Amein e Fang	68

Capítulos:	Páginas:
IV PROPAGAÇÃO DE CHEIA EM CONFLUÊNCIA. <u>SO</u> LUÇÃO POR SECCIONAMENTO	72
IV.1 Formulação do problema. <u>Caracte</u> <u>rísticas</u> particulares	72
IV.2 Aplicação do método implícito. <u>Es</u> <u>quemas</u> de cálculo	79
IV.3 Solução por seccionamento na <u>jun</u> <u>ção</u>	95
V TESTES E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS ...	110
V.1 Propagação de cheia em trecho <u>úni</u> <u>co</u>	110
V.2 Problema da junção: modelo de Stoker	122
V.3 Considerações sobre a aplicação do método de seccionamento a <u>pro</u> <u>blemas</u> práticos	139
CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	150
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	154
APÊNDICE - Considerações sobre a programação. <u>Di</u> <u>agramas</u> de bloco. Programas	159

LISTA DE FIGURAS

Figuras:	Páginas:
1.1.1 - Confluência de rios ou canais	8
2.1.1 - Definição esquemática de um elemento de canal	16
2.1.2 - Representação física da continuidade ..	17
3.2.1 - Condições de contorno para processo <u>im</u> plícito, malha retangular	41
3.2.2 - Malha retangular com ponto centrado ...	43
3.2.3 - M.I.A.F. para trecho simples	55
4.1.1 - Discretização dos trechos nos planos <u>x</u> , <u>t</u>	78
4.2.1 - Representação de confluência com <u>indica</u> ção das seções e seccionamento	80
4.2.2 - Matriz linear de iteração para o proble <u>m</u> a de confluência	89
4.3.1 - Matriz linear de iteração, substitu <u>í</u> da a equação de continuidade na junção ...	98

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Dentro do campo dos recursos hidráulicos, uma grande variedade de fenômenos assume especial importância, pela frequência com que ocorrem na natureza e em estruturas artificiais destinadas ao aproveitamento desses recursos. Essa vasta classe abrange fenômenos como "runoff" de superfície, movimento de marés, ondas em canais, regulação de reservatórios, movimento de cheias.

Uma característica comum aos exemplos citados é a não permanência dos movimentos, constituindo os chamados transientes hidráulicos, cuja análise se fundamenta nas equações de conservação da massa e da quantidade de movimento ou, simplesmente, equações do escoamento não permanente.

Evidentemente o grau de não permanência varia com a natureza do fenômeno. Por exemplo, cheias nos sistemas

de drenagem urbanos ou movimentos em canais de fuga, nas horas de "pico", em estações hidroelétricas, envolvem intervalos da ordem de minutos; são considerados transientes rápidos. Já o movimento de marés em ^{estuários} estuários com períodos de 12 a 24 horas, ou a propagação de cheias em rios, com períodos de várias horas e mesmo de dias, são transientes lentos.

Além disso, observação mais detalhada de cada tipo de problema revela aspectos particulares importantes para sua análise e solução. Assim, a propagação de cheia em um rio pode ser vista apenas como o movimento de uma onda positiva de montante para jusante. No entanto, a passagem da onda através de uma confluência altera suas características iniciais (refração) e origina perturbações que se propagam para montante (reflexão), nos trechos que compõem a junção.

É justamente de problemas deste tipo que trataremos com detalhes em capítulos subsequentes. Por enquanto, dedicaremos nossa atenção ao grupo de fenômenos onde eles se apresentam: movimento de cheias.

Normalmente as seguintes hipóteses são adotadas para o movimento de cheias, sem prejuízo de suas propriedades

des mais importantes:

- transientes de ondas longas, onde a relação profundidade (Y)/comprimento de onda (L) é tal que $Y/L \ll 1$;
- escoamentos unidimensionais.

Com base nessas hipóteses, vários tipos de problemas podem ser atacados de forma relativamente simples: o movimento de onda de cheia ao longo de um rio ou canal; a propagação de onda de cheia em reservatório (barragem); a passagem de onda de cheia através de confluência, etc.

A importância do estudo de tais problemas é evidente: o engenheiro deve dispor de processos teóricos para determinar, por exemplo, o comportamento de uma onda de cheia em um canal de características dadas, para poder prever os efeitos, sobre a propagação, das modificações que devem ser feitas no rio natural, com vistas ao seu melhor aproveitamento e controle de cheias.

O problema mais simples consiste em seguir, através de cálculo, o curso de uma onda de cheia, à medida que

ela se move ao longo de um certo trecho de rio ou canal. O processo utilizado na solução de tal problema é comumente denominado "flood routing" (ou propagação de cheia).

O "flood routing" é uma técnica indispensável na solução completa de um problema de controle de cheia e no bom funcionamento de um serviço de previsão de cheias. Com esse objetivo o "flood routing" é reconhecido como um procedimento necessário para determinar a hidrógrafa (curva vazão \times tempo ou profundidade \times tempo) em uma seção de uma corrente a partir da hidrógrafa conhecida em uma seção a montante.

Neste ponto é conveniente fazer a distinção entre os dois tipos de métodos utilizados em "flood routing": o método hidráulico, fundamentado na solução das equações diferenciais básicas do escoamento não permanente em canais abertos; o método hidrológico, que procura soluções aproximadas dessas equações sem, contudo, utilizá-las diretamente. O método hidrológico é, em geral, mais simples, mas apenas no problema de propagação de onda ao longo de um rio ou canal, pode dar resultados plenamente satisfatórios. Nos outros dois problemas citados anteriormente, o método hidrológico não pode ser usado. Os efeitos de remanso (refle

xão de onda), no caso da junção e as perturbações originadas no caso de cheia em barragem não podem ser avaliadas com precisão, a não ser através das equações hidráulicas completas.

Feitas essas considerações podemos definir claramente o objetivo de nosso estudo e resumir seus aspectos mais importantes.

O presente trabalho visa a formulação e apresentação de um método para solução do problema de movimento de cheia através de confluência de rios ou canais.

Básicamente, o método consiste das seguintes etapas:

- a) hipótese de seccionamento na junção, utilizando uma equação auxiliar do tirante como fronteira, além das equações de compatibilidade cinemática (igualdade de tirante nos três ramos, junto à confluência);
- b) aplicação do processo implícito de AMEIN e FANG ^{1,2}, a cada ramo, isoladamente, relaciona

nando-os através da equação da continuidade na junção.

Além de outras características comuns aos problemas de propagação de cheias alguns aspectos ressaltam a importância do problema de confluência:

- a) a propagação de perturbações nos trechos de rio a montante da confluência impedem a solução do problema pelos processos aproximados existentes;
- b) a única solução sistemática e completa já apresentada ^{3,4} inclusive com aplicação a um problema real, se fundamenta na utilização de processo explícito, sujeito a sérias restrições;
- c) o esquema de cálculo desenvolvido neste trabalho procura aproveitar as principais vantagens de um processo implícito relativamente recente, mas já testado com sucesso por vários pesquisadores ^{1,2,5,6}.

É interessante observar ainda a oportuna aplicação do método ao mesmo modelo formulado por Stoker, o que representa um severo teste, em virtude da taxa de cheia extremamente elevada (cerca de 7 a 10 vezes as maiores taxas registradas em grandes rios).

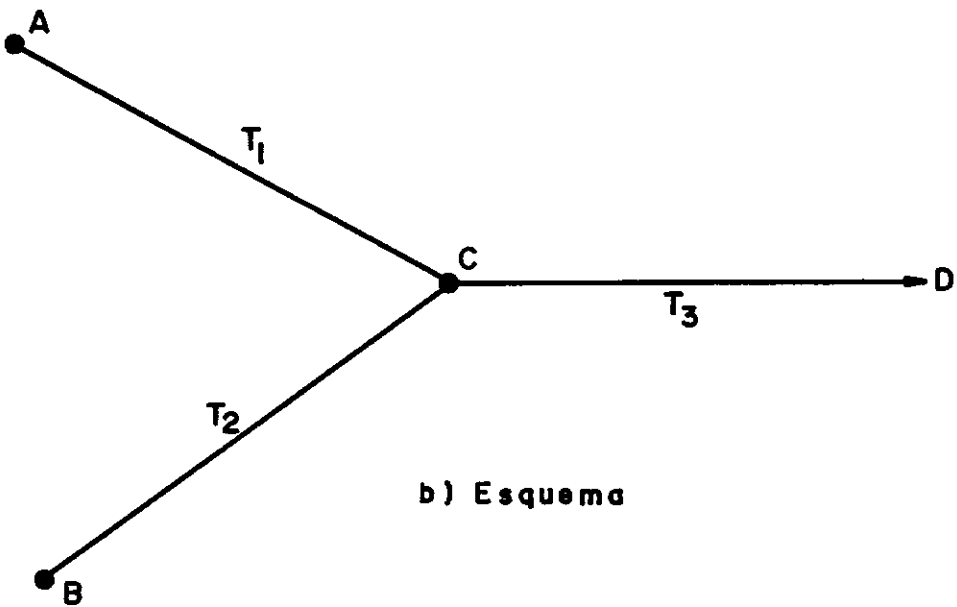
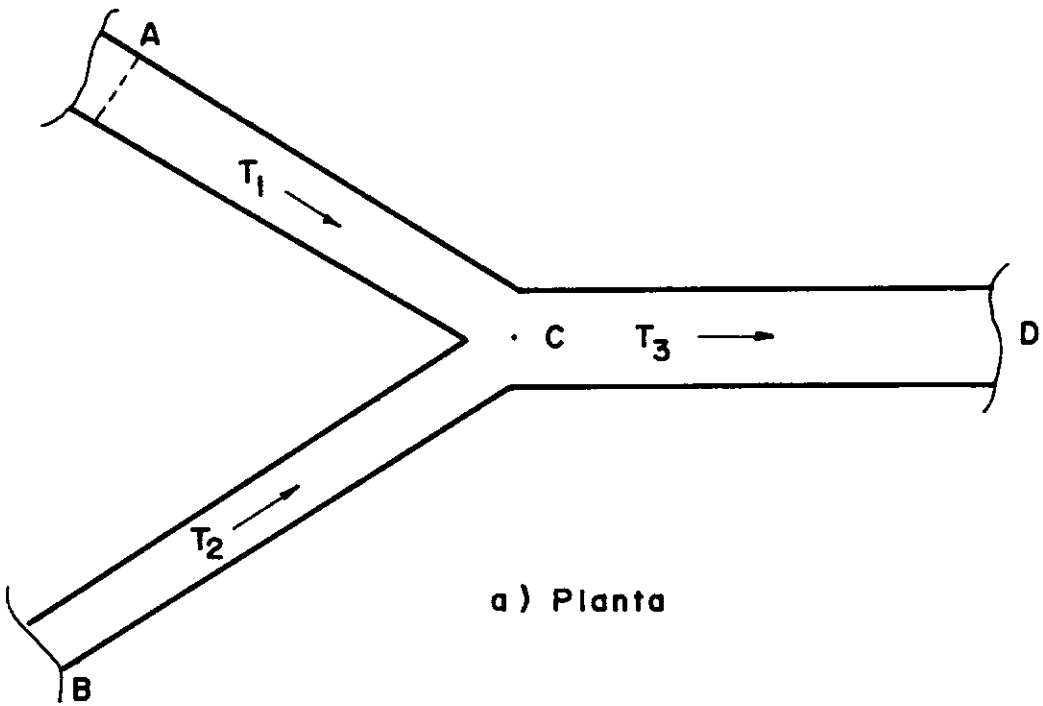


Fig. 1.1 — Confluência de rios ou canais.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

II.1 - EQUAÇÕES DO MOVIMENTO NÃO PERMANENTE EM RIOS E CANAIS

O escoamento não permanente em canais abertos é representado por duas equações, - continuidade e quantidade de movimento, - geralmente denominadas equações de St. Venant. Constituem um sistema a derivadas parciais, de 1ª ordem, quase linear, tipo hiperbólico e somente nos casos mais simples existem soluções explícitas. Tratando-se de assunto bastante estudado, a derivação dessas equações não será apresentada aqui. Limitar-nos-emos à apresentação das equações, indicando as hipóteses adotadas na derivação. Detalhes a respeito poderão ser encontrados em CHOW ⁷, HENDERSON ⁸, LAI ⁹, GILCREST ¹⁰ e HARLEMAN ¹¹, os três últimos citados por GUNARATNAM ¹².

As seguintes hipóteses devem ser consideradas na obtenção das equações de St. Venant ¹²:

- escoamento unidimensional, isto é, velocidade uniforme sobre cada seção transversal e a superfície livre é uma linha horizontal através da seção; desprezam-se assim a aceleração de Coriolis e a aceleração centrífuga devida a curvatura do canal;
- pressão hidrostática em cada ponto do canal, isto é, a aceleração vertical é desprezível e a densidade do fluido é homogênea;
- os efeitos de turbulência e atrito na fronteira são considerados introduzindo uma força de atrito dada pelas equações empíricas de Manning ou Darcy-Weisbach.

Com base nessas hipóteses as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento podem ser apresentadas sobre as formas seguintes:

Equação da continuidade:

$$B \cdot \frac{\partial Z}{\partial t} + B \cdot V \cdot \frac{\partial Z}{\partial x} + A \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_{Z=\text{cte}} = q$$

(II.1.1)

Equação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{Vq}{A} = g(S_0 - S) - g \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} \quad (\text{II.1.2})$$

Nessas equações temos (Ver Figura II.1.1):

B = largura da seção à superfície da água;

Z = elevação da superfície em relação a um plano de referência;

V = velocidade média na seção transversal;

A = área da seção transversal;

q = influxo lateral (vazão por unidade de comprimento);

S_0 = declividade de fundo do canal;

S = declividade de atrito ou declividade da linha de energia;

Y = profundidade ou tirante;

g = aceleração da gravidade.

A equação da continuidade define os efeitos de armazenamento do canal. Assim:

$B \cdot \frac{\partial Z}{\partial t}$ = taxa de elevação que dá as variações de armazenamento decorrentes das variações com o tempo do nível da superfície;

$B \cdot V \cdot \frac{\partial Z}{\partial x}$ = "armazenamento em prisma", devido à variação do nível da superfície com a distância;

$A \cdot \frac{\partial V}{\partial x}$ = parcelas de "armazenamento em cunha", em virtude de variações na velocidade e seção transversal com a distância; o se

$V \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \Big|_{Z=\text{cte}}$ segundo termo define o caráter não prismático do canal;

q = influxo lateral correspondente à variação de massa no espaço e no tempo, além dos termos de armazenamento.

Na equação da quantidade de movimento figuram os termos que representam as forças predominantes no fenômeno:

$\frac{\partial V}{\partial t}$ = aceleração decorrente da variação no escoamento com o tempo;

$v \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$ = aceleração decorrente da variação na velocidade com a distância;

$\frac{q \cdot v}{A}$ = aceleração devida ao influxo lateral;

$g \cdot S_0$ = efeito da força de gravidade;

$g \cdot S$ = efeito das forças de atrito;

$g \cdot \frac{\partial Y}{\partial x}$ = efeito das forças de pressão.

Se o tirante Y e a velocidade V são tomados como variáveis dependentes, temos:

$$V \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + A \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0 \quad (\text{II.1.3})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{q \cdot V}{A} = g \cdot (S_0 - S) - g \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} \quad (\text{II.1.4})$$

Sendo A uma função conhecida da profundidade Y , vem:

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{dA}{dY} \cdot \frac{\partial Y}{\partial t} = B \cdot \frac{\partial Y}{\partial t} \quad (\text{II.1.5})$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = B \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} + \int_0^Y \frac{\partial B(x,z)}{\partial x} \cdot dz \quad (\text{II.1.6})$$

onde $B = B(x, Y) =$ largura da superfície, z é uma variável muda e o termo integral representa o caráter não prismático do canal.

A equação (II.1.3) poderá ser escrita:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} + J(Y, V) - q = 0 \quad (\text{II.1.7})$$

onde:

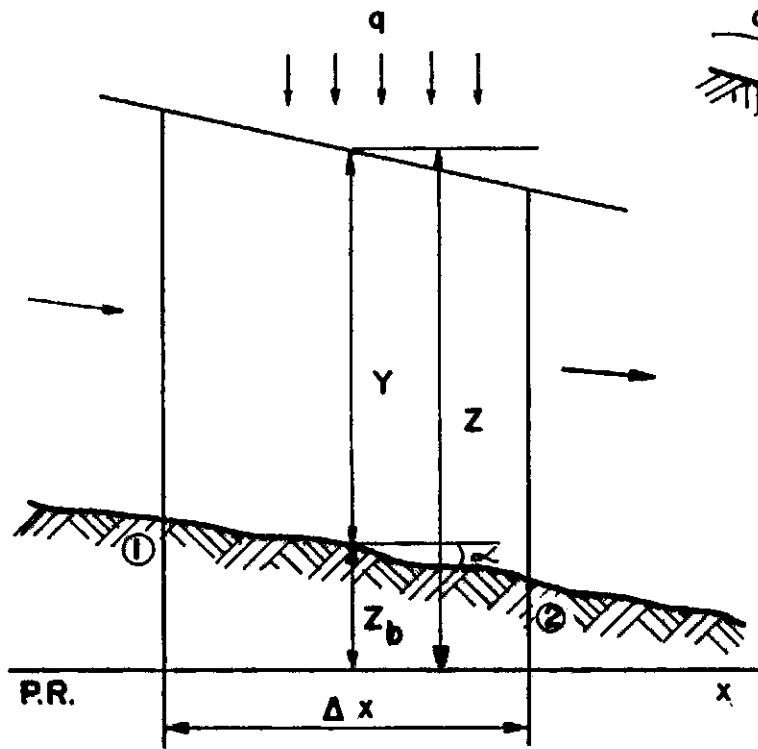
$$J(Y, V) = \frac{V}{B} \cdot \int_0^Y \frac{\partial B}{\partial x} \cdot dz \quad (\text{II.1.8})$$

Em muitos casos a influência do termo $J(Y, V)$ é desprezível e a equação (II.1.7) se simplifica:

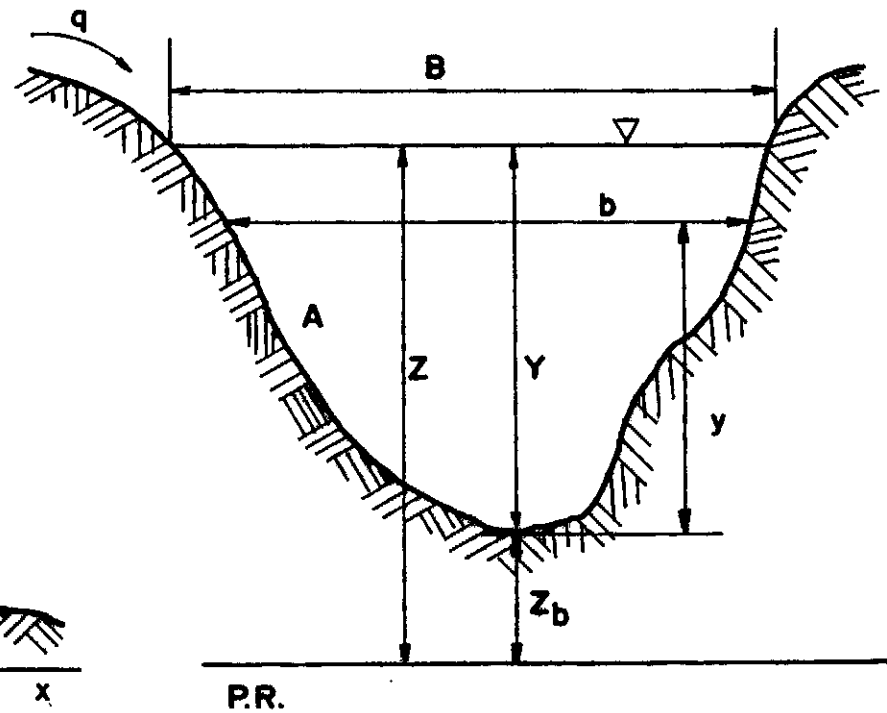
$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} - q = 0 \quad (\text{II.1.9})$$

Para maior clareza, é oportuno incluir aqui algmas considerações de caráter prático.

1. Para efeito de estabilidade numérica $A(Y)$ e $B(Y)$, em uma mesma seção, devem ser compatíveis. Isso significa que, se um deles é obtido a partir de medidas de campo, por exemplo, $A(Y)$, o outro deve ser calculado pela ex

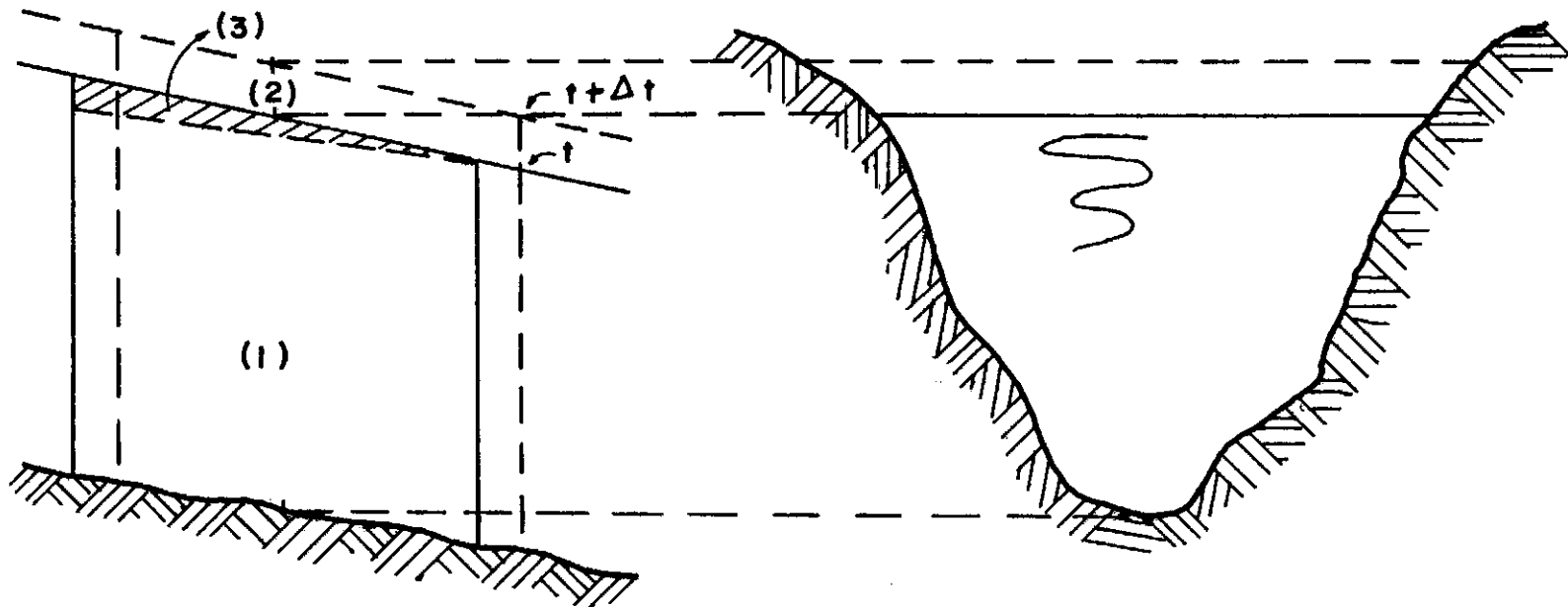


(a) Perfil longitudinal



(b) Seção transversal

Fig. 2.1.1 — Definição esquemática de um elemento de canal.



(1) $A \cdot \frac{\partial V}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta t = \text{armazenamento em prisma.}$

(2) $B \cdot \frac{\partial z}{\partial t} \cdot \Delta t \cdot \Delta x = \text{armazenamento por elevação do nível.}$

(3) $V \cdot \frac{\partial A}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta t = \text{armazenamento em cunha.}$

Fig. 2.1.2 — Representação física da continuidade.

pressão $B = \frac{dA}{dY}$.

2. O termo $J(Y,V)$ pode ser avaliado estimando $\frac{\partial B}{\partial x}$ a partir das equações $B = \frac{dA}{dY}$ e efetuando a integração numérica para incrementos ΔY da profundidade.

3. A declividade de atrito, quando calculada pela fórmula de Manning, deve ser escrita:

$$S = \frac{V \cdot |V|}{C_r^2 \cdot R^{4/3}} \quad (\text{II.1.10})$$

onde $R = \frac{A}{P}$ = raio hidráulico da seção, com P = perímetro molhado e $C_r = \frac{1}{n}$, com n = coeficiente de Manning.

No capítulo V, outras observações diretamente ligadas a aplicações poderão ser encontradas.

As equações de St. Venant serão utilizadas nos capítulos subsequentes sob a forma acima apresentada, comumente denominada não divergente. Outras formas existem, adequadas a soluções numéricas de diferentes problemas de esco

amento não permanente.

Além disso as equações podem ser formuladas em diferentes graus de generalidade, de acordo com a natureza do problema em estudo. Detalhes a respeito poderão ser encontrados em GUNARATMAN ¹², STOKER ³, STRELKOFF ¹³.

A forma não divergente aqui apresentada atende às características particulares do método numérico escolhido para o problema da junção.

II.2 - REVISÃO HISTÓRICA DOS MÉTODOS DE SOLUÇÃO

No primeiro capítulo falamos, apenas superficialmente, dos métodos empregados no estudo de propagação de cheias. Aqui, incluímos outras considerações sobre esses métodos e tentaremos fazer um esboço, sob aspecto histórico, de seu desenvolvimento e aplicações. No item 2.3, apresentaremos, de forma sucinta, os mais importantes, indicando suas respectivas vantagens e limitações.

Com o desenvolvimento de máquinas eletrônicas modernas, capazes de seguir uma cheia a partir de suas origens, o significado do "flood routing" se ampliou, incluindo a observação do movimento da água desde a chuva até o escoamento superficial. Nesse sentido, um método estritamente hidráulico de "flood routing" seria extremamente complicado. Assim, mesmo os chamados métodos hidráulicos passam a ser formas simplificadas desenvolvidas com objetivos práticos. Resumiremos vários tipos de solução característicos desses métodos.

A partir das equações gerais do movimento não permanente é possível, nos casos mais simples, chegar a alguns modelos analíticos de cálculo. A aplicabilidade de cada um está, portanto, subordinada ao grau de complexidade do problema a resolver. Um desses modelos se restringe a uma das equações, a continuidade, e constitui o princípio dos modelos hidrológicos de "flood routing".

A carência de generalidade das soluções analíticas e a impropriedade de sua utilização mesmo em certos tipos de transientes lentos, como a passagem de cheia em confluência, levaram à pesquisa, - encorajada pelo constante aperfeiçoamento dos computadores eletrônicos, - de méto

dos numéricos para solução das equações completas. Vários métodos baseados em técnicas de diferenças finitas foram desenvolvidos. Os mais conhecidos são o método das características e o método explícito.

Esses métodos foram aplicados na solução de diferentes tipos de problemas, mas quando usados em propagação de cheias podem ser considerados simplesmente como formas diversas do método hidráulico de "flood routing".

É oportuno fazer aqui algumas considerações sobre os vários tipos de solução numérica, pela sua crescente importância nos problemas de movimento não permanente.

Podemos classificá-los em métodos diretos e métodos das características. Nos métodos diretos a representação em diferenças finitas é feita diretamente a partir das equações do movimento. No métodos das características as equações são primeiramente modificadas para a forma característica e esta é usada para a representação em diferenças finitas. Os pontos onde devem ser obtidas as soluções são representados graficamente pelos nós de malhas traçadas no plano x, t . (Figura II.2.1)

Os esquemas em diferenças finitas normalmente usados em ambos os métodos podem ser explícitos ou implícitos. No esquema explícito, as soluções em um certo instante $t + \Delta t$ dependem unicamente das soluções obtidas no instante anterior t , - condições iniciais. No esquema implícito, as soluções dependem simultaneamente das soluções no instante anterior, t , e no instante considerado, $t + \Delta t$, - condições iniciais e fronteiras.

As equações em diferenças finitas do esquema explícito são conjuntos de equações algébricas lineares de onde as incógnitas podem ser diretamente calculadas. No esquema implícito, são obtidos sistemas de equações algébricas não lineares que, em geral, devem ser resolvidos por iteração.

Apresentamos, a seguir, um retrospecto do desenvolvimento e aplicações dos métodos referidos com indicações cronológicas e bibliográficas, focalizando aqueles relacionados com problemas de propagação de cheias em rios e especialmente com o problema da junção, objetivo do nosso estudo.

STOKER, ISAACSON e TROESCH^{3,4}, em 1956, foram

provavelmente os primeiros a aplicar o método explícito ao movimento de cheias em rios, em trabalho realizado nas seguintes etapas:

1. Desenvolvimento da Teoria Básica e métodos numéricos de ataque, 1953.
2. Solução numérica de problema de cheia em modelo simplificado do OHIO e sua junção com o MISSISSIPI, 1954.
3. Aplicação do método na previsão de cheias, inclusive o problema da cheia de 1947, através da junção Ohio-Mississipi, 1956.

Os resultados obtidos por Stoker e seus colegas são considerados muito bons e quase todos os trabalhos desenvolvidos posteriormente nessa área de estudo têm no trabalho de Stoker seu ponto de partida.

No entanto, em virtude da severa restrição imposta pelo critério de Courant, $\Delta t \leq \Delta x / (V+C)$, e outras dificuldades relacionadas com a precisão, a discreti

zação da malha ficou limitada a pequenos valores de Δt e Δx : nos problemas estudados, $\Delta t < 9\text{min}$ e $2\Delta x < 10\text{mi}$.

Para cheias de longa duração e/ou trechos longos, de geometria complicada, essas limitações podem tornar proibitiva a aplicação do processo, em termos de custos de cálculo computacional.

Essas conclusões levaram os autores a preconizar o estudo e aplicação de métodos implícitos a problemas de propagação de cheias, mesmo a custo de esquemas computacionais mais complicados.

Entre as considerações finais de seu trabalho, Stoker e seus colegas destacam a apresentação de um *esquema implícito de malha retangular* como sugestão para posteriores estudos e aplicações.

Em 1964, o mesmo grupo, Stoker, Isaacson e Troesch, chegou a testar o esquema por eles denominado "box scheme", inclusive no problema de cheia provocada por arraste de barragem. No entanto, as observações a respeito dos testes, apresentadas por ISAACSON⁵ não chegam a detalhes:

" - o esquema é implícito e, portanto, não restringe o valor do intervalo de tempo;"

" - pode ser usado com malha de intervalo Δx variável, evitando a interpolação dos dados do rio que normalmente são levantados a intervalos uniformes;"

" - verificamos que o "box scheme" funciona bem se os dados são utilizados em intervalos entre 1,0 e 8,0mi, exceto para o caso de uma severa cheia provocada por súbito arraste de uma barragem."

A bibliografia indicada por ISAACSON não faz referência que trate especificamente dos testes do "box scheme".

Em 1969, AMEIN¹ apresenta, com ligeiras modificações, o processo implícito sugerido por STOKER e seus colegas, inclusive sua aplicação a um problema clássico, repetidamente resolvido por outros métodos: propagação de onda de cheia sinusoidal em canal de grande comprimento e largura infinita. Em seu trabalho, AMEIN vai desde a formulação do método até um estudo comparativo das soluções do problema obtidas com outros métodos: "storage routing", explícito (STOKER) e características (AMEIN).

Em 1970, AMEIN e FANG² formulam o processo para aplicação em rios nas suas condições reais. Os resultados obtidos podem ser considerados excelentes em termos de precisão e, especialmente na redução dos tempos de computação quando comparados com processos explícitos.

Na sequência acima procuramos destacar os métodos e problemas relacionados com nosso trabalho: a aplicação do processo implícito utilizado por AMEIN na solução do problema de junção que, segundo a literatura, apenas Stoker e seus colegas chegaram a resolver, mas por processo explícito.

Como informação, outros autores e métodos podem ser citados: o método explícito foi aplicado a escoamento superficial (overland flow) por SCHAAKE¹⁴, 1965 e por MORGALI e LINSLEY¹⁵, 1965; o método das características, esquema explícito, foi aplicado à propagação de ondas longas por AMEIN¹⁶, 1966 e a estuários por LAI¹⁷, 1967; o método das características, esquema implícito, foi usado em propagação de cheias por AMEIN¹⁸, 1966 e por FLETCHER e HAMILTON¹⁹, 1967 e em escoamento superficial por LIGGETT e WOOLHISER²⁰, 1967; em 1967, ainda AMEIN²¹ faz um estudo comparativo das soluções obtidas por diversos métodos.

A procura de processos mais adequados levou à formulação de diferentes esquemas implícitos, inclusive o de Amein e Fang, já mencionado.

II.3 - PRINCIPAIS MÉTODOS DE SOLUÇÃO: VANTAGENS E LIM ITAÇÕES.

A fim de melhor caracterizar a posição e importância do método implícito que pretendemos empregar no problema de cheia em confluência, indicamos a seguir os principais métodos de solução das equações de St. Venant, com suas vantagens e limitações mais relevantes.

Métodos Analíticos.

As soluções analíticas para problemas de movimento não permanente são obtidas por simplificação ou aproximação das equações de St. Venant de acordo com a importância relativa de seus termos. A equação da continuidade exprime o mecanismo de armazenamento do canal, suas margens e lagos por onde passa. A equação da quantidade de movimento

to, através dos termos de atrito, inércia e pressão, representa os efeitos de resistência do escoamento. A influência relativa desses efeitos ou mecanismos e as consequentes simplificações ou aproximações conduzem a vários modelos de cálculo ^{7,8,12}: "storage routing", modelo cinemático, modelo difusivo. A solução através das equações completas constituiu o modelo dinâmico.

No esquema abaixo, representamos as equações de St. Venant, indicando os termos que devem ser considerados em cada tipo de modelo. Do modo como são indicadas as equações, outras hipóteses, além daquelas citadas no item II.1 são admitidas: canal retangular de grande largura; influxo lateral nulo, isto é, $q=0$; variação desprezível com o tirante Y , da componente em x da velocidade local, isto é, $V = V(x, t)$.

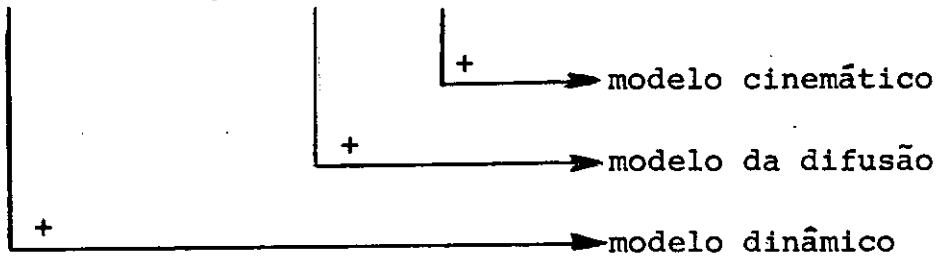
Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} + Y \cdot \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (\text{II.3.1})$$

↓ storage routing

Equação da Quantidade de Movimento:

$$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial x} - S_0 + S = 0 \quad (\text{II.3.2})$$



Como vemos, a própria natureza dos métodos analíticos, - simplificação ou aproximação das equações de St. Venant, - limita sua aplicação a casos particulares. Mesmo a solução linearizada ¹², que faz uso das equações completas não pode ser usada quando a geometria do canal é complicada ou quando os efeitos não lineares se tornam consideráveis.

As limitações dos métodos analíticos tornam-se ainda mais significativas quando se procura relacioná-las com o problema de cheia em confluência.

As perturbações originadas pela passagem de onda de cheia em junção propagam-se para jusante e para montante,

inclusive no trecho onde se originou a onda. Os modelos cinemático ou difusivo representam ondas que se propagam apenas numa direção: para jusante ⁸. A solução linearizada não é suficientemente precisa particularmente quando é grande a influência do termo $\frac{V}{g} \cdot \frac{\partial V}{\partial x}$, ¹². Os métodos analíticos não podem, portanto, ser utilizados para solução precisa do problema de junção.

As equações completas, por sua vez, representam ondas dinâmicas que podem se propagar para montante e jusante com velocidades dadas por $C = V \pm \sqrt{gy}$ e indicadas pelas duas "direções características" no plano x, t , ¹⁰. Essas equações são, por conseguinte, as ferramentas adequadas para solução do problema e o melhor modo de utilizá-las é, ainda, através de métodos numéricos.

Métodos Numéricos.

Basicamente, os métodos numéricos para movimento de cheias consistem das seguintes etapas:

- a) representação das equações de St. Venant em diferenças finitas;

- b) resolução do sistema de equações resultante por um processo adequado.

A representação em diferenças finitas é esquematizada no plano x, t , - distância e tempo, variáveis independentes, - através de malhas de pontos (item III.2) onde as soluções Q e Y ou V e Y , - vazão e tirante ou velocidade e tirante, variáveis dependentes, - podem ser obtidas.

Diferentes esquemas em diferenças finitas foram desenvolvidos tendo em vista condições particulares de cada problema, especialmente a rapidez de variação do escoamento com o tempo. Daí as limitações dos métodos correspondentes e a procura de outros que possam cobrir uma faixa maior de problemas.

No item anterior apresentamos uma classificação dos métodos numéricos. Indicaremos aqui, da forma mais resumida, os mais importantes no campo de propagação de cheias.

1. Método das características, esquemas de grade retangular fixa ou grade característica, - BALTZER e LAI²²,

WYLIE ²³, ELLIS ²⁴ e outros citados no item II.2; foi o primeiro a ser aplicado em canais; especialmente úteis em transientes de curta duração, mas não muito rápidos.

Limitações do método das características:

- não se aplica a transientes muito rápidos com formação de "bores";
- está sujeito ao critério de Courant, $\Delta t < \frac{\Delta x}{V+C}$, - o que pode significar séria restrição, especialmente para transientes de longa duração em canais de geometria complicada;
- o uso de grade característica pode levar a complicações algébricas na solução do problema tornando-a ineficiente.

2. Método direto, esquemas explícitos, - SCHA-
AKE ¹⁴, MORGALI e LINSLEY ¹⁵; aplicação diversificada, de acordo com o tipo de malha (canais, marés, etc):

Limitações dos esquemas explícitos:

- restrição no intervalo de tempo Δt , imposta pelo critério de Courant, levando a valores 2 a 3 ordem de grandezas menores que os tempos de duração dos transientes;
- condição de estabilidade que pode resultar de limitações no atrito; assim, no esquema de difusão deve-se ter, por exemplo ¹²:

$$\Delta t \leq \frac{\sqrt{1 + 2 \cdot \left| \frac{v_0}{c_0} \right|} - 1}{\left| \frac{v_0}{c_0} \right| \cdot \frac{g \cdot S_0}{v_0}} \quad \text{limitação no atrito}$$

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{v + c} \quad \text{critério de Courant.}$$

3. Método direto, esquemas implícitos, - LAI ⁹, LIGGET e WOOLHISER ²⁰; não estão sujeitos ao critério de

Courant e são mais estáveis que os esquemas explícitos; a possibilidade de utilizar intervalos de tempo mais elevados permite uma discretização da malha mais adequada às características físicas dos problemas, bem como maior campo de aplicação.

Limitações dos esquemas implícitos ¹²:

- em certos casos de transientes rápidos e escoamentos em canais rasos com $Fr > 0,1$, foram observadas instabilidades;
- ainda em escoamentos rápidos, podem ocorrer erros na conservação da massa, isto é, diferenças entre a variação de armazenamento no canal e o fluxo líquido através da fronteira.

Um outro aspecto negativo dos esquemas implícitos é a maior dificuldade de programação em relação a outros esquemas.

Naturalmente essas limitações dependem do tipo de esquema e da natureza do problema a resolver. Nos capítu

los seguintes veremos a formulação e aplicação de um método implícito em um problema relativamente complexo, onde outros detalhes e vantagens característicos dos esquemas implícitos serão evidenciados.

CAPÍTULO III

MÉTODO IMPLÍCITO PARA ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE CHEIAS

III.1 - IMPORTÂNCIA DO DESENVOLVIMENTO DE MÉTODOS IMPLÍCITOS.

A importância do desenvolvimento de métodos implícitos para estudo de transientes hidráulicos decorre, logicamente, das limitações a que estão sujeitos os métodos analíticos e numéricos mencionados no capítulo anterior.

Entre as duas classes citadas, interessam-nos especialmente os métodos numéricos, pela sua maior generalidade e crescente utilização.

As limitações impostas a esses métodos, principalmente a restrição no intervalo de tempo Δt , podem tornar proibitiva a sua aplicação a transientes de longa duração e geometria complicada, onde se enquadra grande número de

casos de propagação de cheias em rios.

Geralmente, nesses casos, os cálculos de profundidade, velocidade, vazão, devem ser feitos para um tempo total de vários dias, ou mesmo semanas, - tempo de duração da cheia. O tempo necessário para efetuar os cálculos, - tempo de computação, - é inversamente proporcional ao intervalo Δt adotado para a malha no plano x, t .

A possibilidade de adotar valores de Δt várias vezes maiores que nos métodos explícitos implica, portanto em significativa redução no tempo de computação e consequentemente nos custos de cálculo. Essa redução é ainda maior quando trechos mais longos do rio ou sistema devem ser considerados. É o caso, por exemplo, de propagação de cheia através de junção, onde o cálculo deve ser efetuado para os três trechos que a formam (é muito raro encontrar junções com mais de três trechos).

Inúmeros esquemas implícitos foram propostos, procurando atender à solução de problemas específicos. Atualmente, a pesquisa se orienta no sentido de obter métodos que possam cobrir uma faixa maior de problemas.

Neste capítulo, apresentamos um método implícito recentemente desenvolvido e especialmente útil em transientes de longa duração. Veremos, pelas suas características e eficiência nos casos em que foi aplicado, as vantagens de sua utilização no problema de cheia em confluência.

III.2 - MÉTODO IMPLÍCITO DE AMEIN E FANG (MIAF)

Embora tenha sido publicado pela primeira vez em 1969, por AMEIN ¹, o método implícito aqui apresentado se baseia em um esquema de malha não muito recente. Realmente, quando STOKER ³ propôs o esquema, em 1956, atribuiu-o a Thomas, 1937. Mas foram AMEIN e FANG ² que em primeiro lugar o utilizaram sistematicamente, formulando o "método implícito com malha de ponto centrado" ou Método Implícito de Amein e Fang (MIAF).

O método é considerado especialmente adequado para aplicações em engenharia que envolvam escoamentos de longa duração em trechos longos, de geometria complicada e consiste basicamente das seguintes etapas:

- 1 - representação em diferenças finitas das equações de St. Venant, segundo o esquema de malha de ponto centrado;
- 2 - resolução do sistema de equações não lineares resultante pelo método de iteração generalizado de Newton.

Teoria básica e formulação do MIAF.

- a) Equações do escoamento não permanente em canais.

As equações de St. Venant, apresentadas no item 2, podem ser escritas:

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{q}{B} = 0 \quad (\text{III.1.1})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} + g(S_0 - S) + \frac{g \cdot V}{A} = 0$$

(III.1.2)

onde

$$B = \frac{dA}{dY} \quad ; \quad S = \frac{V \cdot |V|}{C_r^2 R^{4/3}} \quad ; \quad C_r = \frac{1}{n} \quad ;$$

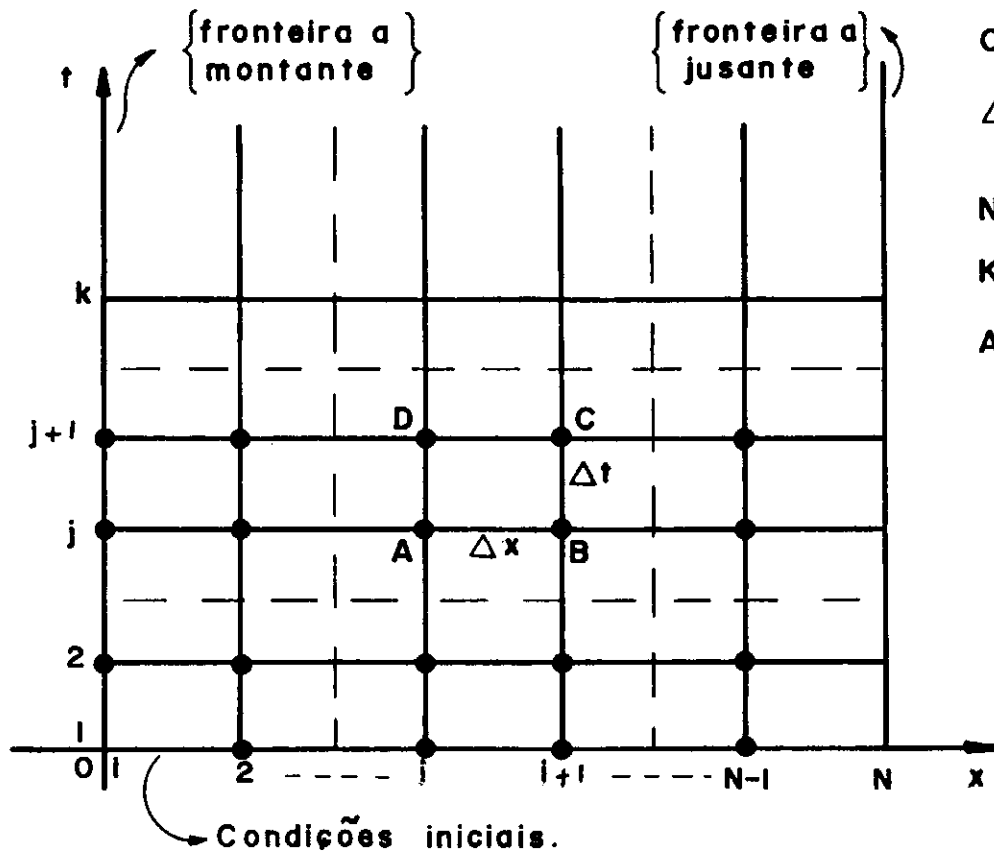
$$R = \frac{A}{P} \quad ; \quad S_0 = - \frac{dz}{dx} .$$

A solução numérica das equações (III.1.1) e (III.1.2) exige o conhecimento de condições de contorno que variam de acordo com a natureza do problema e o tipo de método utilizado.

b) Condições iniciais e condições de fronteiras.

A solução numérica por processo implícito é representada graficamente por uma malha de pontos no plano x, t , limitada à esquerda e à direita por linhas que representam as fronteiras e inferiormente por uma linha que define as condições iniciais do problema, - Figura III.2.1.

Para um problema típico de propagação de cheia em canal, escoamento subcrítico, as condições podem ser formu



$OX, -$ direção do canal.

$\Delta x, \Delta t$ - intervalos de discretização.

$N, -n^{\circ}$ de seções do canal.

$K, -$ instante final de cálculo.

$ABCD, -$ malha genérica no plano x, t .

Fig. 3.2.1- Condições de contorno para processo implícito, malha retangular.

ladas do seguinte modo:

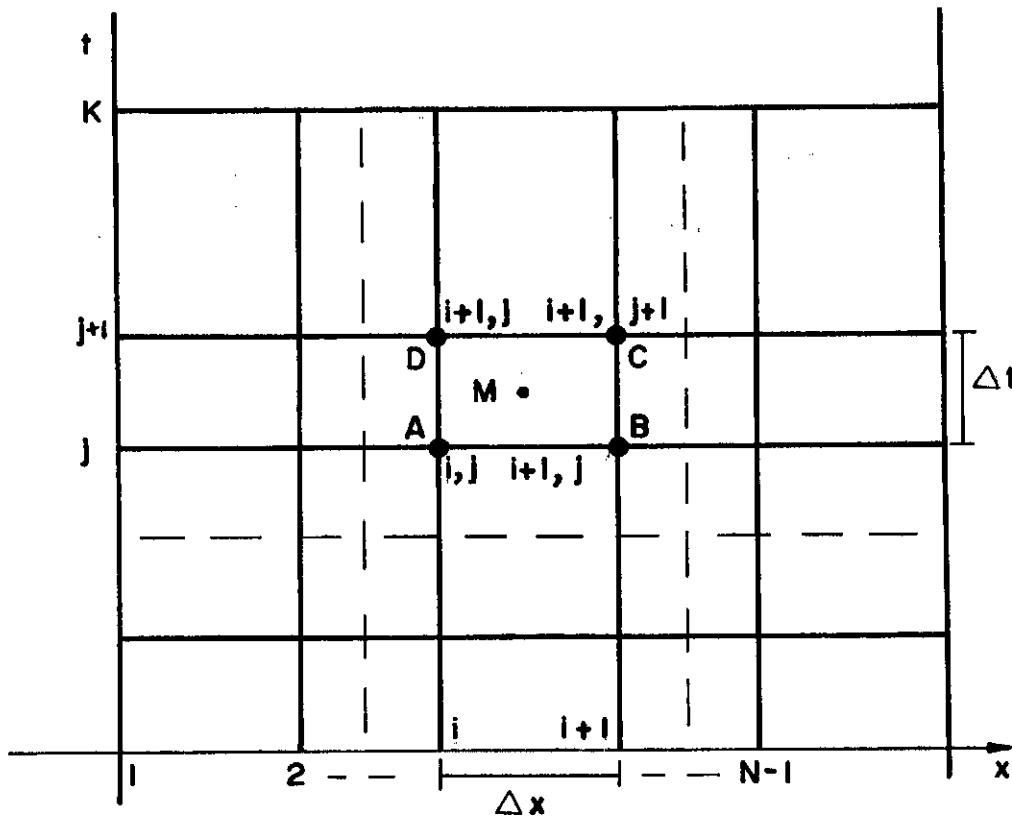
condições iniciais, - valores do tirante e velocidade em algum instante inicial em todos os pontos do canal, isto é, $Y = Y(x,0)$ e $V = V(x,0)$; esses valores podem ser obtidos a partir das condições de escoamento permanentemente antes da chegada da cheia;

condições de fronteira, - a montante, curva hidrográfica de vazão ou tirante, isto é, $Q = Q(0,t)$ ou $Y = Y(0,t)$; a jusante, estrutura de controle ou curva chave, isto é $Q = f(Y)$, ou outro esquema que defina o fim dos cálculos.

Naturalmente as condições variam de acordo com o tipo de problema. Assim, para o escoamento em um canal que liga duas bacias, as fronteiras podem ser dadas pelos maregramas nos extremos do canal.

c) Descrição do método.

1. Na figura III.2.2 mostramos o esquema de ma



M , - ponto centrado da malha ABCD.

α , - função genérica no ponto M, representando Y, V, S , etc.

$$\alpha = f(\alpha_A, \alpha_B, \alpha_C, \alpha_D)$$

Fig. 3.2.2 - Malha retangular com ponto centrado.

lha com ponto centrado, usado para representação em diferenças finitas das equações (III.1.1) e (III.1.2). ABCD de fine uma malha genérica do plano x, t , tendo M como ponto central.

Seja α = função representativa, no ponto M da malha ABCD, de qualquer das variáveis presentes nas equações (III.1.1) e (III.1.2), isto é, V, Y, A, B , etc.

Os valores de $\alpha(M)$ e suas derivadas em x e t podem ser dados em função dos valores de α nos vértices da malha, isto é:

$$\alpha(M) = \frac{1}{4} (\alpha_i^j + \alpha_{i+1}^j + \alpha_i^{j+1} + \alpha_{i+1}^{j+1}) \quad (\text{III.1.3})$$

$$\frac{\partial \alpha(M)}{\partial x} = \frac{1}{2 \cdot \Delta x} \left[(\alpha_{i+1}^j + \alpha_{i+1}^{j+1}) - (\alpha_i^j + \alpha_i^{j+1}) \right] \quad (\text{III.1.4})$$

$$\frac{\partial \alpha(M)}{\partial t} = \frac{1}{2 \cdot \Delta t} \left[(\alpha_i^{j+1} + \alpha_{i+1}^{j+1}) - (\alpha_i^j + \alpha_{i+1}^j) \right] \quad (\text{III.1.5})$$

O esquema em diferenças finitas definido por essas equações é então utilizado para representar cada variável que figura nas equações de St. Venant.

São supostos conhecidos os valores de α na linha de ordem j , - instante t_j . Devem ser calculados os valores de α na linha de ordem $j+1$, - instante $t_{j+1} = t_j + \Delta t$.

Consideremos Y e V como variáveis dependentes. Para N pontos ou posições ao longo do canal, teremos:

$2N$ = número de incógnitas, isto é, Y_i^{j+1} e V_i^{j+1} para cada ponto;

$N - 1$ = número de malhas no plano x, t ;

$2(N-1)$ = número de equações de malha, isto é, duas equações da forma (III.1.1) e (III.1.2) para cada malha.

As duas condições de fronteira, montante e jusante completam as $2N$ equações necessárias para a solução do problema.

As equações genéricas (III.1.3) a (III.1.5) substituídas em (III.1.1) e (III.1.2) e reunidas às equações de fronteira, levam ao sistema seguinte:

$$\left. \begin{array}{l}
 G_0(Y_1, V_1) = 0 \\
 F_1(Y_1, V_1, Y_2, V_2) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 F_i(Y_i, V_i, Y_{i+1}, V_{i+1}) = 0 \\
 G_i(Y_i, V_i, Y_{i+1}, V_{i+1}) = 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 G_N(Y_{N-1}, V_{N-1}, Y_N, V_N) = 0 \\
 F_N(Y_N, V_N) = 0
 \end{array} \right\} \begin{array}{l}
 \text{fronteira a montante} \\
 \\
 (N-1) \text{ malhas} \\
 2(N-1) \text{ equações} \\
 2N \text{ inc\u00f3gnitas} \\
 \\
 \text{fronteira a jusante}
 \end{array}$$

(III.1.6)

F_i = função associada à equação da continuidade, (III.1.1);

G_i = função associada à equação dinâmica, (III.1.2).

Por comodidade, foram suprimidos os superscritos $j+1$ de Y_1 , V_1 e as condições de fronteira foram representadas pela mesma simbologia. Essas equações poderiam ser escritas, por exemplo:

$$G_0(Y_1, V_1) = Y_1^{j+1} - Y_1(t_{j+1}) = 0 \quad (\text{III.1.7})$$

quando o tirante é dado em função do tempo, na fronteira de montante; outra alternativa é:

$$G_0(Y_1, V_1) = V_1^{j+1} \cdot A_1^{j+1} - Q_1(t_{j+1}) = 0 \quad (\text{III.1.8})$$

quando a vazão é conhecida como função do tempo;

$$F_N(Y_N, V_N) = Y_N^{j+1} - f_N(V_N^{j+1}) = 0 \quad (\text{III.1.9})$$

fronteira de jusante, quando se conhece a relação velocidade versus tirante, dada por uma seção de controle.

As equações de malha, F_i e G_i serão desenvolvidas

mais adiante.

O sistema não linear (III.1.6) apresenta uma característica particularmente importante: a presença de, no máximo, quatro incógnitas em cada equação, o que pode facilitar a solução por processo iterativo, como veremos a seguir.

2. Solução do sistema não linear, (III.1.6), pelo método de iteração generalizado de Newton.

Podemos resumir o método de Newton nos passos seguintes:

- 1 - atribuir valores iniciais às incógnitas e calcular os resíduos, em (III.1.6);
- 2 - montar e resolver o sistema linear de iteração para ajustar os valores adotados;
- 3 - repetir o processo até que os resíduos se tornem desprezíveis.

Consideremos:

$z_{j+1} = \{z_1, z_2, \dots, z_{2N}\}$ = vetor que representa os valores de Y e V nos N pontos da linha j+1, instante $t_{j+1} = t_j + \Delta t$;

$H_i(z_1, z_2, \dots, z_{2N}) = 0$; equação que representa qualquer das componentes do sistema (III.1.6);

$z_{j+1}^k = \{z_1^k, z_2^k, \dots, z_{2N}^k\}$; aproximação obtida ao final do ciclo de iteração k;

$R_{j+1}^k = \{r_1^k, r_2^k, \dots, r_{2N}^k\}$; vetor cujas componentes representam os resíduos de (III.1.6) calculados no ciclo de ordem k.

Os valores das incôgnitas nos ciclos de ordem k e k+1 estão relacionados pelo sistema:

$$\left. \begin{aligned}
 \sum_{i=1}^{i=2N} \left(\frac{\partial H_1}{\partial z_i} \right) (z_i^{k+1} - z_i^k) + r_1^k &= 0 \\
 \sum_{i=1}^{i=2N} \left(\frac{\partial H_2}{\partial z_i} \right) (z_i^{k+1} - z_i^k) + r_2^k &= 0 \\
 \dots\dots\dots \\
 \sum_{i=1}^{i=2N} \left(\frac{\partial H_{2N}}{\partial z_i} \right) (z_i^{k+1} - z_i^k) + r_{2N}^k &= 0
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{sistema linear} \\ \text{de itera\~{c}\~{o}e.} \end{array} \quad \text{(III.1.10)}$$

onde as derivadas parciais $\frac{\partial H_i}{\partial z_i}$ são calculadas no ciclo de ordem k .

O processo é repetido até que $|z_i^{k+1} - z_i^k| < \epsilon$, $i = 1, 2, \dots, 2N$, com i par, para Y e ímpar para V ;

$\epsilon =$ tolerância adotada, $\epsilon > 0$;

$z_{j+1}^{k+1} =$ aproximação final de z_{j+1} , cujas componentes são os valores de Y e V no instante t_{j+1} .

Sob a forma matricial, o sistema (III.1.7) pode ser escrito:

$$A_{j+1}^k (z_{j+1}^{k+1} - z_{j+1}^k) + R_{j+1}^k = 0 \quad (\text{III.1.11})$$

onde,

A_{j+1}^k = matriz jacobiana do sistema, avaliada no ciclo de iteração k .

Cada linha da matriz jacobiana tem, no máximo, quatro elementos não nulos, desde que há somente quatro incógnitas em cada equação de malha. Os elementos não nulos estão dispostos em duas diagonais de cada lado da diagonal principal. Trata-se, portanto, de uma "matriz banda", com no máximo quatro elementos não nulos por linha.

Algoritmos especiais podem ser formulados para solução do sistema com grande economia de tempo e posições de memória. Nos sistemas que envolvem grande número de pontos ainda mais significativa é essa economia.

A natureza de banda da matriz coeficiente no sistema linear de iteração acarreta realmente uma das maiores vantagens do método implícito: a possibilidade de solução rápida do sistema iterativo.

Outro aspecto importante do método é a escolha da hipótese inicial para o sistema iterativo. A convergência do sistema depende dessa hipótese inicial das variáveis dependentes (Y e V, no caso). Felizmente, na maioria dos problemas de propagação de cheias os valores das variáveis em certo instante não diferem muito dos valores no instante precedente. Assim, os valores de Y e V no instante t_j podem ser adotados como hipótese inicial para determinação das variáveis no instante $t_j + \Delta t$. Esse procedimento, nas várias aplicações feitas conduziu a soluções estáveis em um ou dois ciclos de iteração (excepcionalmente três) dentro dos limites de tolerância usuais.

Determinados os valores das incógnitas no instante t_{j+1} , passa-se à determinação da linha $j+2$, repetindo o processo até o instante final escolhido.

A fim de tornar possível a codificação e aplicação do método, os sistemas (III.1.6) e (III.1.7) devem ser

escritos de forma conveniente.

Para isso, calculamos V, Y, A, B, \dots , e as derivadas parciais $\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial Y}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial t}, \frac{\partial Y}{\partial t}$, através das expressões genéricas (III.1.3) a (III.1.5). Substituindo em (III.1.1) e (III.1.2), virã:

$$\text{Continuidade: } \frac{\partial Y}{\partial t} + \frac{A}{B} \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + V \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} - \frac{q}{B} = 0$$

$$\begin{aligned} & Y_{i+1} + Y_i - (Y_{i+1}^j + Y_i^j) + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \left[(Y_{i+1} - Y_i) + (Y_{i+1}^j - Y_i^j) \right] \times \\ & \times (V_{i+1} + V_i + V_{i+1}^j + V_i^j) + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \left[(V_{i+1} - V_i) + (V_{i+1}^j - V_i^j) \right] \times \\ & \times \left(\frac{A_i}{B_i} + \frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \right) - \frac{q \cdot \Delta t}{2} \left(\frac{1}{B_i} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \right) = 0 \end{aligned}$$

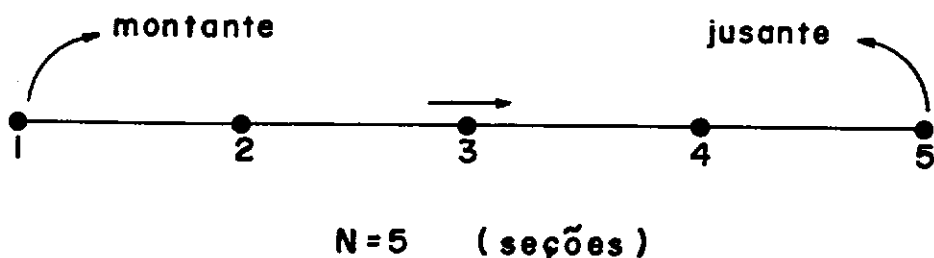
ou ainda,

$$\begin{aligned}
 & Y_{i+1} + Y_i + a + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \left[(Y_{i+1} - Y_i) (V_{i+1} + V_i + b) + \right. \\
 & \left. + c(V_i + V_{i+1}) + d \right] + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \left[\left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) \right. \\
 & \left. + (V_{i+1} - V_i + e) + f(V_{i+1} - V_i) + g \right] - \\
 & - \frac{q \cdot \Delta t}{2} \left(\frac{1}{B_{i+1}} + \frac{1}{B_i} + h \right) = 0 \quad (\text{III.1.11})
 \end{aligned}$$

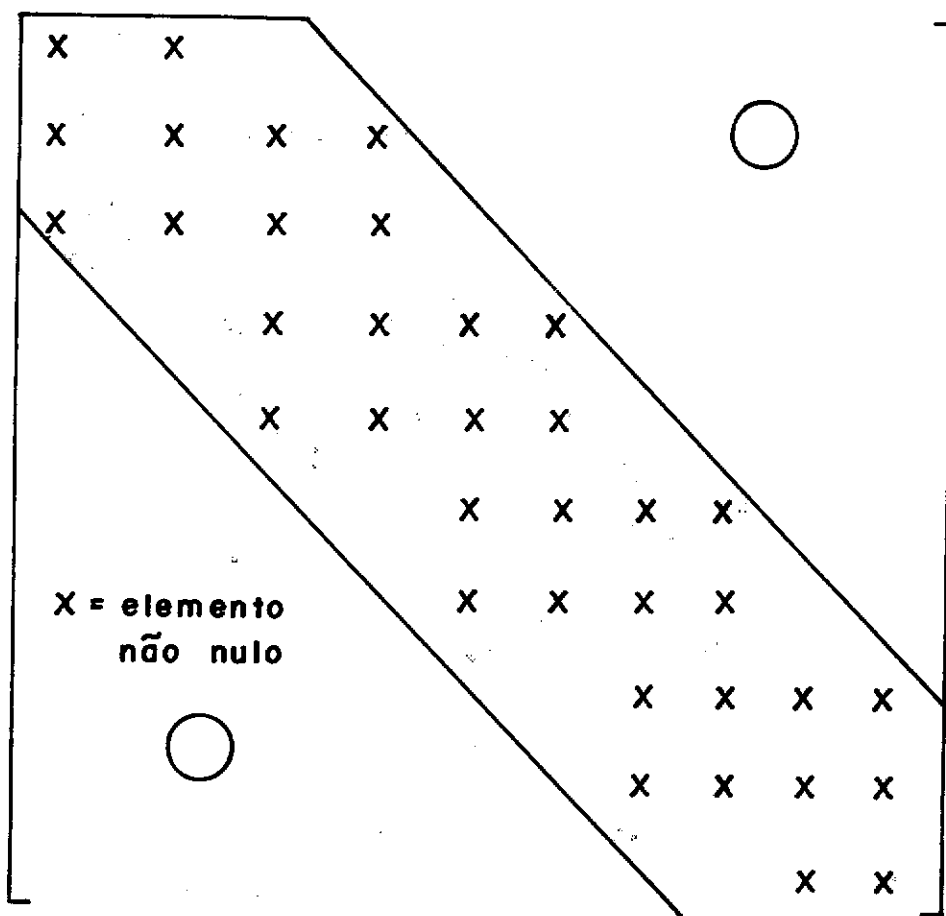
Nessa equação, a, b, c, d, e, f são constantes cujos valores dependem dos elementos da linha t_j^j , isto é:

$$a = - (Y_{i+1}^j + Y_i^j) \quad ; \quad b = V_{i+1}^j + V_i^j \quad ;$$

$$c = Y_{i+1}^j - Y_i^j \quad ; \quad d = b \cdot c$$



a) Esquema de trecho simples (único)



b) Matriz do sistema iterativo

Fig. 3.2.3 — M.I.A.F. para trecho simples.

$$e = V_{i+1}^j - V_i^j \quad ; \quad f = \frac{A_{i+1}^j}{B_{i+1}^j} + \frac{A_i^j}{B_i^j} \quad ;$$

$$g = e \cdot f \quad ; \quad h = \frac{1}{B_{i+1}^j} + \frac{1}{B_i^j} \quad (\text{III.1.12})$$

$$\text{Q. de movimento: } \frac{\partial V}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial V}{\partial x} + g \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} + g \cdot I_0 + \frac{q \cdot V}{A} = 0$$

$$\begin{aligned} & Y_{i+1} - Y_i + Y_{i+1}^j - Y_i^j + \frac{\Delta x}{g \cdot \Delta t} \left[(v_{i+1} + v_i) - \right. \\ & \left. - (v_{i+1}^j + v_i^j) \right] + \frac{1}{4 \cdot g} \cdot \left[(v_{i+1} + v_i) + \right. \\ & \left. + (v_{i+1}^j + v_i^j) \right] \cdot \left[(v_{i+1} - v_i) + (v_{i+1}^j - v_i^j) \right] + \\ & + \frac{\Delta x}{2} (S_{i+1} + S_i + S_{i+1}^j + S_i^j) - 2 \cdot \Delta x \cdot S_0 + \\ & + \frac{\Delta x \cdot q}{2 \cdot g} \cdot \left[\frac{v_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{v_i}{A_i} + \frac{v_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{v_i^j}{A_i^j} \right] = 0 \end{aligned}$$

ou ainda,

$$\begin{aligned}
 Y_{i+1} - Y_i + a' + \frac{\Delta x}{g \cdot \Delta t} \cdot (V_{i+1} + V_i + b') + \frac{1}{4 \cdot g} \cdot \\
 (V_{i+1}^2 - V_i^2 + c' \cdot V_{i+1} + d' \cdot V_i + e') + \\
 + \frac{\Delta x}{2} \cdot (S_{i+1} + S_i + f') + \frac{\Delta x \cdot g}{2 \cdot g} \cdot \left(\frac{V_{i+1}}{A_{i+1}} + \frac{V_i}{A_i} + g' \right) = 0
 \end{aligned}$$

(III.1.13)

Aqui também, a' , b' , c' , d' , e' são constantes dadas por:

$$a' = Y_{i+1}^j - Y_i^j = c \quad ; \quad b' = - (V_{i+1}^j + V_i^j) = - b \quad ;$$

$$c' = 2 V_{i+1}^j = e + b \quad ; \quad d' = -2 V_i^j = e - b \quad ;$$

$$e' = (V_{i+1}^j)^2 - (V_i^j)^2 = b \cdot e \quad ; \quad f' = S_{i+1}^j + S_i^j - 4 S_0 \quad ;$$

$$g' = \frac{V_{i+1}^j}{A_{i+1}^j} + \frac{V_i^j}{A_i^j} \quad ; \quad \text{(III.1.14)}$$

Os termos S_i e S_{i+1} podem ser expressos em função de Y e V através da fórmula de Manning ou similar:

$$S_i = \frac{V_i [V_i]}{C_r^2 \cdot R_i^{4/3}} \quad (\text{III.1.15})$$

onde $C_r = \frac{1}{n}$, n = coeficiente de Manning e $R_i = \frac{A_i}{P_i}$, P_i = = perímetro molhado, função de Y_i .

As equações (III.1.11) e (III.1.13) são, portanto, funções de Y_i , V_i , Y_{i+1} , V_{i+1} , podendo ser representadas respectivamente por

$$F_i(Y_i, V_i, Y_{i+1}, V_{i+1}) = 0, \text{ continuidade e}$$

$$G_i(Y_i, V_i, Y_{i+1}, V_{i+1}) = 0, \text{ q. de movimento,}$$

conforme foi indicado em (III.1.6).

O sistema linear de iteração, definido por (III.1.10), pode ser escrito:

$$\frac{\partial G_0}{\partial Y_1} dY_1 + \frac{\partial G_0}{\partial V_1} \cdot dV_1 = - R_{G,0}^K$$

.....

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_i}{\partial Y_i} \cdot dY_i + \frac{\partial F_i}{\partial V_i} \cdot dV_i + \frac{\partial F_i}{\partial Y_{i+1}} \cdot dY_{i+1} + \\ + \frac{\partial F_i}{\partial V_{i+1}} \cdot dV_{i+1} = - R_{F,i}^K \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_i}{\partial Y_i} dY_i + \frac{\partial G_i}{\partial V_i} \cdot dV_i + \frac{\partial G_i}{\partial Y_{i+1}} \cdot dY_{i+1} + \\ + \frac{\partial G_i}{\partial V_{i+1}} \cdot dV_{i+1} = - R_{G,i}^K \end{aligned}$$

.....

$$\frac{\partial F_N}{\partial Y_N} \cdot dY_N + \frac{\partial F_N}{\partial V_N} \cdot dV_N = - R_{F,N}^K$$

(III.1.16)

onde se tem, para correção dos valores de Y_i^k e V_i^k :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_i^{k+1} = Y_i^k + dY_i^k \\ V_i^{k+1} = V_i^k + dV_i^k \end{array} \right\} \quad (\text{III.1.17})$$

Os coeficientes de (III.1.16) são calculados a partir das equações (III.1.11) e (III.1.13), pelas expressões abaixo indicadas, no ciclo de ordem k:

$$\frac{\partial F_i}{\partial Y_i} = 1 - \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} (V_{i+1} + V_i + b) + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} (V_{i+1} - V_i + e) \times$$

$$\left(1 - \frac{A_i}{B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dY_i} \right) + \frac{q \cdot \Delta t}{2 \cdot B_i^2} \cdot \frac{dB_i}{dY_i} \quad (\text{III.1.18})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial V_i} = \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} (Y_{i+1} - Y_i + c) - \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right)$$

$$- \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot f \quad (\text{III.1.19})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial Y_{i+1}} = 1 + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} (V_{i+1} + V_i + b) + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} (V_{i+1} - V_i + e) \cdot \left(1 - \frac{A_{i+1}}{B_{i+1}^2} \cdot \frac{dB_{i+1}}{dY_{i+1}} \right) + \frac{\Delta t}{2 \cdot B_i^2} \cdot q \cdot \frac{dB_{i+1}}{dY_{i+1}}$$

(III.1.20)

$$\frac{\partial F_i}{\partial V_{i+1}} = \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot (Y_{i+1} - Y_i + c) + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot \left(\frac{A_{i+1}}{B_{i+1}} + \frac{A_i}{B_i} \right) + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot f$$

(III.1.21)

$$\frac{\partial G_i}{\partial Y_i} = -1 + \frac{2}{3} \cdot \Delta x \cdot S_i \left(\frac{1}{P_i} \cdot \frac{dP_i}{dY_i} - \frac{B_i}{A_i} \right) - q \cdot \frac{\Delta x}{2 \cdot g} \cdot V_i \cdot \frac{B_i}{A_i^2}$$

(III.1.22)

$$\frac{\partial G_i}{\partial V_i} = \frac{\Delta x}{g \cdot \Delta t} + \frac{1}{4 \cdot g} (d' - 2 \cdot V_i) + \Delta x \cdot \frac{S_i}{V_i} + \frac{\Delta x}{2g} \cdot \frac{q}{A_i}$$

(III.1.23)

onde:

$R_{F,i}^k$ = resíduo da função F_i , no ciclo de iteração k .

$R_{G,i}^k$ = resíduo da função G_i , no ciclo de iteração k .

Os coeficientes e resíduos das equações $G_0(Y_1, V_1) = 0$ e $F_N(Y_N, V_N) = 0$ dependem, naturalmente da forma como é dada cada condição de fronteira.

É conveniente lembrar que no sistema (III.1.26), G_i e F_i são dados por (III.1.11) e (III.1.13), substituindo $Y_i, V_i, Y_{i+1}, V_{i+1}$ por Y_i^k, V_i^k, Y_{i+1}^k e V_{i+1}^k .

As várias fases da solução numérica para o instante t_{j+1} , podem ser resumidas deste modo (indicando as respectivas equações):

1. Calcular as constantes que figuram nas equações (III.1.11) e (III.1.13), com os valores de Y e V no instante t_j ;
2. Montar o sistema linear de iteração, calcu

lando os resíduos em (III.1.26) e os coeficientes em (III.1.18) a (III.1.25), $k = 0$;

3. Resolver o sistema linear, obtendo os valores de Y e V no ciclo de iteração $k + 1$;
4. Repetir o processo a partir da fase 2, até que a tolerância seja atingida, isto é, $\left[z_i^{k+1} - z_i^k \right] \leq \epsilon$;
5. Adotar os valores obtidos no último ciclo de iteração como solução, no instante t_{j+1} .

d) Caso particular: canal longo e uniforme, de largura, declividade e coeficiente de resistência constantes, sem influxo lateral.

Neste caso, temos:

$q = 0$, ausência de influxo lateral;

$B = B_0$, largura constante, $A = B.Y$; $\frac{dB}{dY} = 0$;

$$P = B + 2Y; \quad \frac{dP}{dY} = 2.$$

As equações em diferenças finitas, (III.1.11) e (III.1.13) poderão ser escritas, após as devidas simplificações:

$$Y_{i+1} + Y_i + \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot \left[Y_{i+1} (V_{i+1} + V_{i+1}^j) - Y_i (V_i + V_i^j) + V_{i+1} \cdot V_{i+1}^j - V_i \cdot V_i^j \right] - C_1 = 0 \quad (\text{III.1.27})$$

$$V_{i+1} + V_i + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} (V_{i+1}^2 - V_i^2 + 2 V_{i+1}^j \cdot V_{i+1} - 2 V_i^j \cdot V_i) + \frac{g \cdot \Delta t}{\Delta x} (Y_{i+1} - Y_i) + \frac{g \cdot \Delta t}{2} (S_{i+1} + S_i) - C_2 = 0$$

(III.1.28)

C_1 e C_2 são constantes calculadas com os elementos da linha j , pelas expressões:

$$C_1 = Y_{i+1}^j + Y_i^j - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (Y_{i+1}^j \cdot V_{i+1}^j - Y_i^j \cdot V_i^j) \quad (\text{III.1.29})$$

$$C_2 = V_{i+1}^j + V_i^j + \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot \left[(V_i^j)^2 - (V_{i+1}^j)^2 \right] + 2 \cdot g \cdot \Delta t \cdot S_0 - \frac{g \cdot \Delta t}{\Delta x} (Y_{i+1}^j - Y_i^j) - \frac{g \cdot \Delta t}{2} \cdot (S_{i+1}^j + S_i^j) \quad (\text{III.1.30})$$

As derivadas parciais (III.1.18) a (III.1.25) são dadas por:

$$\frac{\partial F_i}{\partial Y_i} = 1 - \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (V_i + V_i^j) \quad (\text{III.1.31})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial V_i} = - \frac{\Delta t}{4 \cdot \Delta x} \cdot (Y_i + Y_i^j) \quad (\text{III.1.32})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial Y_{i+1}} = 1 + \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (V_{i+1} + V_{i+1}^j) \quad (\text{III.1.33})$$

$$\frac{\partial F_i}{\partial v_{i+1}} = \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} \cdot (y_{i+1} + y_{i+1}^j) \quad (\text{III.1.34})$$

para as equações de ordem par. Para as equações de ordem ímpar, temos:

$$\frac{\partial G_i}{\partial y_i} = \left[-1 \cdot + \frac{2}{3} \cdot s_i \cdot \Delta x \left(\frac{2}{p_i} - \frac{1}{y_i} \right) \right] \cdot \frac{g \cdot \Delta t}{\Delta x} \quad (\text{III.1.35})$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial v_i} = 1 \cdot + \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} (v_i + v_i^j) + g \cdot \Delta t \cdot \frac{s_i}{v_i} \quad (\text{III.1.36})$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial y_{i+1}} = \left[1 \cdot + \frac{2}{3} \cdot s_{i+1} \cdot \Delta x \left(\frac{2}{p_{i+1}} - \frac{1}{y_{i+1}} \right) \right] \cdot \frac{g \cdot \Delta t}{\Delta x} \quad (\text{III.1.37})$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial v_{i+1}} = 1 \cdot + \frac{\Delta t}{2 \cdot \Delta x} (v_{i+1} + v_{i+1}^j) + g \cdot \Delta t \cdot \frac{s_{i+1}}{v_{i+1}} \quad (\text{III.1.38})$$

Essas formas simplificadas serão usadas na resolução de um problema de propagação de onda de cheia em trecho único.

Em seguida indicamos alguns casos em que o método foi aplicado, a fim de tirar conclusões sobre suas vantagens.

III.3 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO MÉTODO DE AMEIN E FANG

As primeiras aplicações do MIAF destinaram-se a comparar seus méritos em relação a alguns métodos numéricos já testados em problemas de propagação de cheias e verificar a possibilidade de sua aplicação em canais naturais, de geometria irregular.

1. Propagação de cheia em canal ideal, de largura e comprimento "infinitos", - AMEIN¹.

Trata-se de um problema clássico, formulado por Thomas (1937) para testar a validade de métodos de propaga

ção de cheias. Foram usados, além do método implícito, o método explícito formulado por STOKER ⁴ e o método das características ¹⁶. Algumas observações interessantes a respeito do teste são apresentadas abaixo:

a) A aplicação em modelo elimina a influência de erros nos dados de campo;

b) Os resultados foram praticamente idênticos, quando pequenos intervalos Δx , Δt foram usados; características, $\Delta t < 1,2h$; explícito, $\Delta t < 0,10h$; implícito, $\Delta t < 10,0h$; $\Delta x = 5mi$;

c) Para intervalos maiores, as discrepâncias aumentaram entre o método implícito e o método das características; o método explícito não dá resultados significativos;

d) No método implícito, intervalos de tempo mais consistentes com as exigências físicas do problema podem ser escolhidos, - $\Delta t = 3$ a $6h$, sem afetar consideravelmente a precisão dos cálculos.

2. Propagação de cheia em canal irregular, Rio Neuse, North Carolina, - AMEIN e FANG ².

Aqui também foram analisados os resultados obtidos pelos três métodos acima indicados. Detalhes podem ser encontrados em ².

a) No método explícito, $\Delta x = 1,5\text{mi}$ e $3,0\text{ mi}$ e $\Delta t = 0,025\text{h}$ e $0,03\text{h}$; para $\Delta t > 0,025\text{h}$ os cálculos levaram a instabilidade;

b) No método das características, $\Delta t = 0,1\text{h}$, $0,5\text{h}$, $0,75\text{h}$ e $1,0\text{h}$ conduziram a resultados praticamente idênticos; para $\Delta t > 1,0\text{h}$, foram observadas oscilações no tirante;

c) No método implícito, $\Delta x = 3,0\text{mi}$ e $\Delta t = 0,15\text{h}$, $1,0\text{h}$, 2h , $5,0\text{h}$, $10,0\text{h}$ foram testados para seção composta; para seção discreta, $\Delta t = 1,0\text{h}$, $2,0\text{h}$ e $5,0\text{h}$;

d) O método implícito foi o único capaz de simular as variações da geometria do canal, de seção a seção, - método da seção discreta.

e) Os resultados obtidos pelos três métodos es
tão em razoável concordância com os valores observados;

f) Os tempos de computação correspondentes ao
método implícito são inferiores aqueles exigidos pelos ou
tros métodos.

Essas observações comprovam a eficiência relativa
do método implícito na solução de problemas que envolvem
transientes de longa duração (cheias em canais naturais, mo
vimentos de marés, etc), especialmente diante do método ex
plícito.

Naturalmente, essa eficiência se refere à maior
economia nos tempos de computação e maior flexibilidade ao
tratar com trechos de geometria complicada.

Recentemente, outros pesquisadores testaram o mê
todo implícito. Comentários a respeito poderão ser encon
trados nas discussões sobre a apresentação de AMEIN e FANG ²:
KAMPHUIS, CONTRACTOR e WIGGERT ²⁵, FREAD ²⁶, FRANZ ²⁷, O'LOU
GHLIN e SHORT ²⁸. Em ²⁹, June, 72, os autores comentam as
discussões apresentadas.

CAPÍTULO IV

PROPAGAÇÃO DE ONDA DE CHEIA EM CONFLUÊNCIA.

SOLUÇÃO POR SECCIONAMENTO

IV.1 - FORMULAÇÃO DO PROBLEMA. CARACTERÍSTICAS PARTICULARES.

Consideremos o esquema de junção representado na Figura I.1. O problema que pretendemos resolver pode ser resumido nos itens seguintes:

- a) propagação de onda de cheia no trecho T_1 e passagem da onda através da confluência C , dos trechos T_1 , T_2 e T_3 ;
- b) determinação dos perfis de escoamento, - $Y = Y(x,t)$ e velocidade, - $V = V(x,t)$, nos três

trechos antes e depois da passagem da onda na junção.

Para melhor compreensão física do problema e de sua solução, alguns aspectos importantes devem ser elucidados: hipóteses, condições de escoamento, equações, descrição física.

Além das hipóteses de caráter geral indicadas em II.1, outras, diretamente relacionadas com o problema de junção podem ser admitidas:

- características geométricas e físicas semelhantes, para os três trechos, de modo que não se pode desprezar a influência de um sobre outro, quando ocorrem variações no escoamento;

- escoamento permanente em cada trecho antes da passagem da onda, e em regime subcrítico, isto é $\frac{v}{\sqrt{gY}} < 1$;

- consideram-se desprezíveis a perda na junção e as variações vetoriais correspondentes a lei de conservação da quantidade de movimento.

Condições de escoamento:

- regime permanente nos trechos T_2 e T_3 , regime não permanente em T_1 ;

- regime não permanente em T_1 , T_2 e T_3 , atingida a junção.

Equações disponíveis:

- Compatibilidade na junção, representando os efeitos de continuidade;

- Condições iniciais e condições de fronteira;

- Equações do movimento não permanente.

Descrição física do problema:

Suponhamos escoamento permanente em T_1 , T_2 , T_3 , - condições iniciais, entre os limites indicados no esquema. Uma onda de cheia, proveniente das "cabeceiras" do trecho T_1 , propaga-se para jusante, atingindo a seção A, em certo

instante $t_0 = 0$, - instante inicial. A partir desse instante, temos então o caso simples de propagação de cheia em trecho único, até o instante t_1 , em que a frente de onda atinge a junção. Aqui, a variação na seção de escoamento acarreta modificações no tirante e na velocidade, por efeito da continuidade. Essas modificações alteram as características da onda que segue para jusante da junção e desenvolvem perturbações que se propagam para montante, em T_1 e T_2 . Esse efeito é representado pela equação da quantidade de movimento, notadamente pelos termos de inércia (ver item II.1). A partir do instante em que a junção é atingida teremos, portanto, alterações nos perfis $Y = Y(x,t)$ e $V = V(x,t)$, em cada trecho. Na junção, elas são relacionadas pelas equações de compatibilidade; nos trechos, elas são previstas pelas equações de St. Venant, mesmo em T_1 , onde há superposição de ondas incidente e refletida.

Voltando agora ao esquema da junção, consideremos:

$N_1, N_2, N_3 =$ número de pontos ou seções dos trechos T_1, T_2 e T_3 , respectivamente;

$Q_1, Q_2, Q_3 =$ vazão em cada trecho, na junção;

Y, V = tirante e velocidade, a determinar em cada ponto ou seção.

O balanço de incógnitas e equações será, portanto:

$$\text{Incógnitas: } 2N_1 + 2N_2 + 2N_3 = 2(N_1 + N_2 + N_3)$$

$$\begin{aligned} \text{Equações de malha: } 2(N_1 - 1) + 2(N_2 - 1) + 2(N_3 - 1) \\ = 2(N_1 + N_2 + N_3) - 6 \end{aligned}$$

Equações de fronteira: 3

$$\begin{aligned} \text{montante } T_1: Y_{1,1} - f_1(t) = 0, \text{ ou similar} \\ \text{(IV.1.1)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{montante } T_2: Y_{2,1} - f_2(t) = 0, \text{ ou similar} \\ \text{(IV.1.2)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{jusante } T_3: Y_{3,N_3} - f_3(t) = 0, \text{ ou similar} \\ \text{(IV.1.3)} \end{aligned}$$

Equações de compatibilidade na junção: 3

$$\text{continuidade: } Q_1 + Q_2 - Q_3 = 0 \quad \text{(IV.1.4)}$$

$$\begin{array}{l} \text{compatibilidade} \\ \text{cinemática:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} Y_{2,N_1} - Y_{1,N_1} = 0 \quad (\text{IV.1.5}) \\ Y_{3,1} - Y_{1,N_1} = 0 \quad (\text{IV.1.6}) \end{array} \right.$$

onde, em Y , o primeiro índice define o trecho e o segundo a ordem da seção no trecho.

Na Figura IV.1.1, procuramos esquematizar as malhas de cada trecho nos planos distância (x_1, x_2, x_3), tempo (t).

Como vemos, as equações de malha, fronteiras e junção constituem um sistema determinado, com $2(N_1+N_2+N_3)$ incógnitas. Portanto, se além das condições iniciais, $Y(x,0)$ e $V(x,0)$ forem dadas 3 (três) condições de fronteiras nos extremos "externos" da junção, é possível resolver o problema utilizando o processo implícito de Amein e Fang, cujas vantagens já foram destacadas no item anterior.

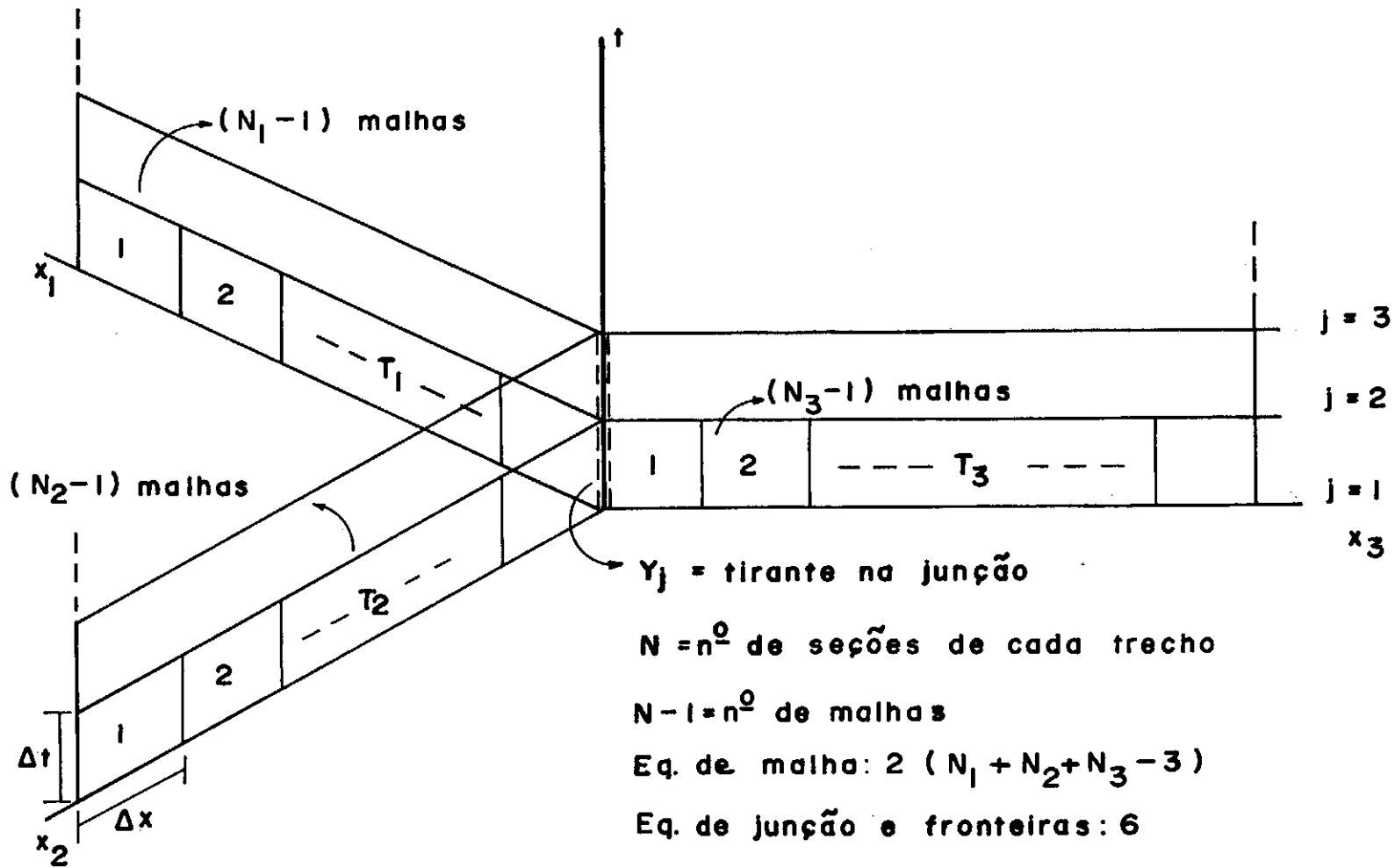


Fig. 4.1.1 - Discretização dos trechos nos planos X, t .

IV.2 - APLICAÇÃO DO MÉTODO IMPLÍCITO. ESQUEMAS DE CÁLCULO.

Ao elaborar um esquema de cálculo para solução de um problema é indispensável procurar conciliar as vantagens do método com os aspectos particulares do problema, a fim de obter a solução mais eficiente. Torna-se pois importante conhecer as implicações oriundas da aplicação do método, formular esquemas que parecerem mais adequados, verificar vantagens e limitações respectivas.

Para isso, examinemos a junção representada na Figura IV.2.1, onde foram consideradas 3 (três) seções em cada trecho, o que não prejudica a generalidade do raciocínio.

Sejam:

N_1 = ordem do ponto ou seção a jusante do trecho T_1 , isto é, na junção = 3;

N_2 = ordem do último ponto ou seção do trecho T_2 , - fronteira de montante de T_1 = 6;

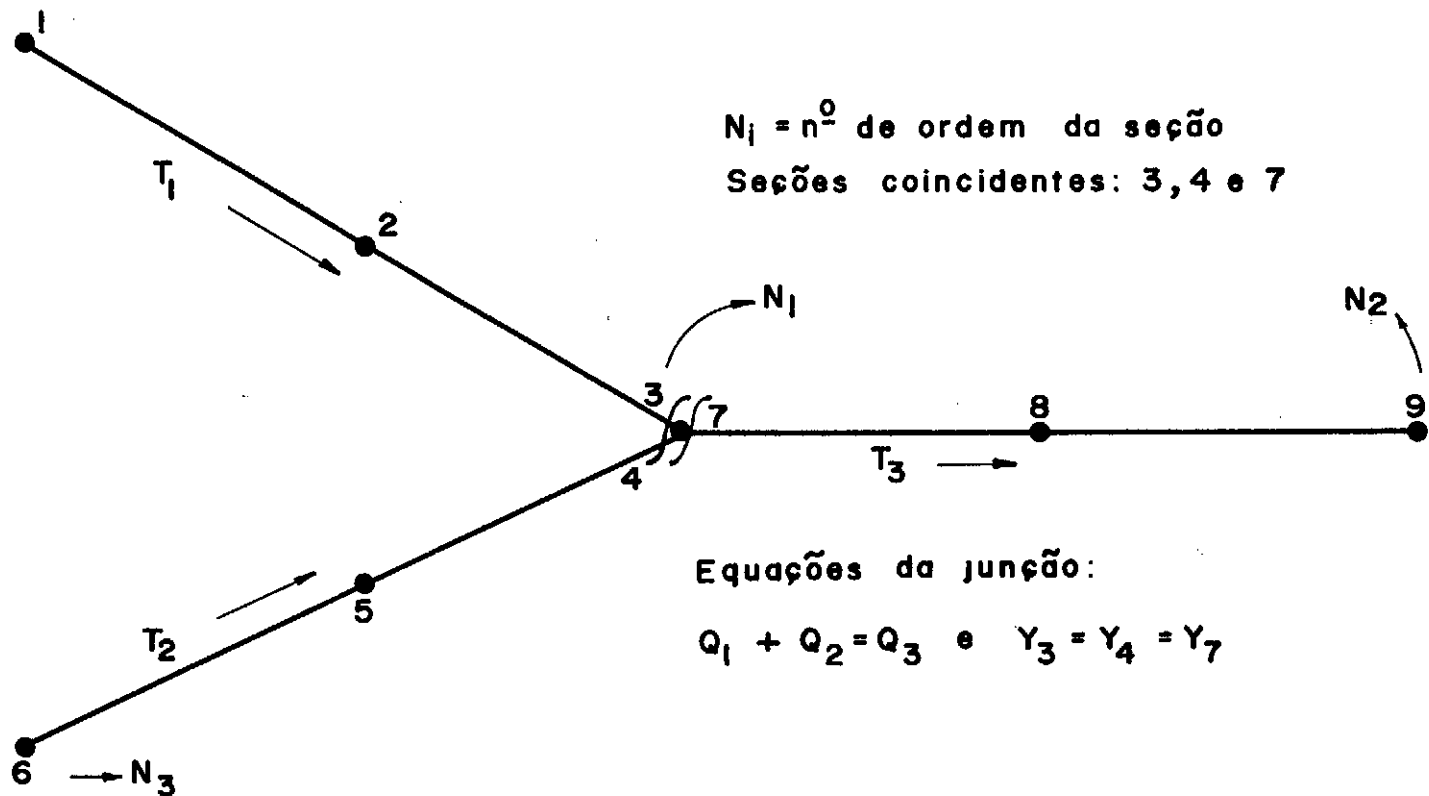


Fig. 4.2.1 — Representação de confluência com indicação de seções e seccionamento.

N_3 = ordem do último ponto ou seção do trecho T_3 , -
fronteira de jusante de $T_3 = 9$;

Y_I, V_I = velocidade e tirante no ponto ou seção de
ordem I, - variáveis dependentes a determinar
no instante $t + \Delta t$.

De acordo com a numeração adotada, teremos:

N_1 = número de pontos do trecho T_1 ;

$N_2 - N_1$ = número de pontos do trecho T_2 ;

$N_3 - N_2$ = número de pontos do trecho T_3 .

O balanço de incógnitas e equações, para o caso
indicado na figura será:

$$\text{incógnitas: } 2N_1 + 2(N_2 - N_1) + 2(N_3 - N_2) = 2 \times 9 = 18$$

$$\text{equações de malha: } 2N_3 - 6 = 12$$

$$\text{equações de fronteira, pontos 1, 6 e 9: } 3$$

$$\text{equações de junção: } 3$$

A aplicação do método implícito ao problema em questão levará, portanto, às seguintes fases:

1. definição de 3 (três) equações, correspondentes às fronteiras "externas" da junção;
2. representação em diferenças finitas de 12 (doze) equações de malha, correspondentes às equações de St. Venant;
3. definição de 3 (três) equações, correspondentes às fronteiras "internas" ou exatamente às condições de compatibilidade;
4. montagem e solução iterativa do sistema não linear envolvendo as 18 (dezoito) equações acima.

Para evidenciar alguns detalhes importantes da solução iterativa, última fase do processo entre os instantes t_j e t_{j+1} , passamos à análise do sistema linear de iteração, particularmente da matriz coeficiente.

Sejam, então:

G = função associada à equação da quantidade de movimento ou a uma condição de fronteira no início de um trecho;

F = função associada à equação da continuidade ou a uma condição de fronteira no final de um trecho.

Em geral, G e F são funções de 4 (quatro) variáveis correspondentes aos vértices de cada malha retangular. No caso da junção, como veremos, uma das equações leva a uma função mais complicada.

As equações de fronteira interna ou equações de junção poderão ser escritas, considerando a notação adotada, a partir de (IV.1.4), (IV.1.5) e (IV.1.6):

$$\begin{aligned}
 F_{N_1}(Y_{N_1}, V_{N_1}, Y_{N_1+1}, V_{N_1+1}, Y_{N_2+1}, V_{N_2+1}) &= \\
 = A_{N_1} \cdot V_{N_1} + A_{N_1+1} \cdot V_{N_1+1} - A_{N_2+1} \cdot V_{N_2+1} &= 0
 \end{aligned}$$

(IV.2.1)

$$G_{N_1}(Y_{N_1+1}, V_{N_1+1}) = Y_{N_1+1} - Y_{N_1} = 0 \quad (\text{IV.2.2})$$

$$G_{N_2}(Y_{N_2+1}, V_{N_2+1}) = Y_{N_2+1} - Y_{N_1} = 0 \quad (\text{IV.2.3})$$

A notação acima procura atender ao caso mais comum para as fronteiras onde G ou F dependem das duas variáveis dependentes, Y e V . A equação (IV.2.1) foge à regra.

As derivadas parciais, elementos da matriz coeficiente serão dadas por:

$$\frac{\partial F_{N_1}}{\partial Y_{N_1}} \neq 0 \quad ; \quad \frac{\partial F_{N_1}}{\partial V_{N_1}} \neq 0 \quad ; \quad \frac{\partial F_{N_1}}{\partial V_{N_2+1}} \neq 0$$

(IV.2.4)

$$\frac{\partial G_{N_1}}{\partial Y_{N_1+1}} = 1 \quad e \quad \frac{\partial G_{N_1}}{\partial V_{N_1}} = 0 \quad (\text{IV.2.5})$$

$$\frac{\partial G_{N_2}}{\partial Y_{N_2+1}} = 1 \quad e \quad \frac{\partial G_{N_2}}{\partial V_{N_2+1}} = 0 \quad (\text{IV.2.6})$$

As equações (IV.2.1), (IV.2.2) e (IV.2.3) representam, respectivamente, as fronteiras a jusante de T_1 e T_2 e a montante de T_3 .

As equações de fronteira "externa" (fronteiras propriamente ditas) poderão ser dadas por (IV.1.1), (IV.2.2) e (IV.2.3). No entanto, para maior generalidade, tomá-las-emos sob a forma:

$A.V - Q(t) = 0$, para F ou G, isto é:

$$G_0(Y_1, V_1) = A_1 \cdot V_1 - Q_1(t) = 0 \quad (\text{IV.2.7})$$

fronteira a montante do trecho T_1 .

$$F_{N_2}(Y_{N_2}, V_{N_2}) = A_{N_2} \cdot V_{N_2} - Q_{N_2}(t) = 0 \quad (\text{IV.2.8})$$

fronteira a montante do trecho T_2 .

$$F_{N_3}(Y_{N_3}, V_{N_3}) = A_{N_3} \cdot V_{N_3} - Q_{N_3}(t) = 0 \quad (\text{IV.2.9})$$

fronteira a jusante do trecho T_3 .

As derivadas parciais serão:

$$\frac{\partial G_0}{\partial Y_1} \neq 0 \quad e \quad \frac{\partial G_0}{\partial V_1} \neq 0 \quad (\text{IV.2.10})$$

$$\frac{\partial F_{N_2}}{\partial Y_{N_2}} \neq 0 \quad e \quad \frac{\partial F_{N_2}}{\partial V_{N_2}} \neq 0 \quad (\text{IV.2.11})$$

$$\frac{\partial F_{N_3}}{\partial Y_{N_3}} \neq 0 \quad e \quad \frac{\partial F_{N_3}}{\partial V_{N_3}} \neq 0 \quad (\text{IV.2.12})$$

No esquema de junção aqui representado, onde $N_1 = 3$; $N_2 = 6$ e $N_3 = 9$, teremos então:

$$\text{Trecho } T_1, \text{ montante, } G_0(Y_1, V_1) = A_1 \cdot V_1 - Q_1(t) = 0$$

com:

$$\frac{\partial G_0}{\partial Y_1} \neq 0 \quad e \quad \frac{\partial G_0}{\partial V_1} \neq 0, \text{ de (IV.2.10).}$$

Trecho T_1 , jusante, - junção, $F_3(Y_3, V_3, Y_4, V_4, Y_7, V_7) = A_3 \cdot V_3 + A_4 \cdot V_4 - A_7 \cdot V_7$ com:

$$\frac{\partial F_3}{\partial Y_3} \neq 0 \quad ; \quad \frac{\partial F_3}{\partial V_3} \neq 0 \quad \dots \quad ; \quad \frac{\partial F_3}{\partial Y_7} \neq 0 \quad ;$$

$$\frac{F_3}{V_7} \neq 0, \text{ de (IV.2.4).}$$

Trecho T_2 , jusante, - junção, $G_3(Y_4, V_4) = Y_4 - Y_3 = 0$,

com:

$$\frac{\partial G_3}{\partial Y_4} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial G_3}{\partial V_4} = 0, \text{ de (IV.2.5).}$$

Trecho T_2 , montante, $F_6(Y_6, V_6) = A_6 \cdot V_6 - Q_6(t)$, com:

$$\frac{\partial F_6}{\partial Y_6} \neq 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_6}{\partial V_6} \neq 0, \text{ de (IV.2.11).}$$

Trecho T_3 , montante, - junção, $G_6(Y_7, V_7) = Y_7 - Y_3$,

com:

$$\frac{\partial G_6}{\partial Y_7} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial G_6}{\partial V_7} = 0, \text{ de (IV.2.6).}$$

Trecho T_3 , jusante, $F_9(Y_9, V_9) = A_9 \cdot V_9 - Q_9(t)$, com:

$$\frac{\partial F_9}{\partial Y_9} \neq 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_9}{\partial V_9} \neq 0, \quad \text{de (IV.2.12)}.$$

Com essas indicações, a matriz do sistema linear de iteração terá o aspecto indicado na Figura IV.2.2. Os elementos não nulos da matriz são representados por "x". As fronteiras de cada trecho estão indicadas convenientemente. Observe-se a disposição dos coeficientes não nulos nas proximidades da diagonal principal, o que foi conseguido graças à numeração adotada para as seções nos diversos trechos. Isso levou inclusive à inversão no sentido do trecho T_2 em relação ao escoamento. Procurou-se desse modo obter uma matriz com "estrutura de banda", como ocorre nos casos de aplicação do método implícito a problemas de cheia em trecho único. Mais ainda, acreditamos que nenhuma outra numeração para os trechos e seções conduziria a um arranjo mais conveniente para a matriz, no sentido que estamos considerando.

Neste ponto, algumas observações a respeito das propriedades da matriz podem ser apresentadas:

1. Quase todas as linhas da matriz tem no máximo 4 (quatro) elementos não nulos, situados nas proximidades da diagonal principal;

2. A equação de vazões na confluência, - (IV.1.4) ou (IV.2.1), - usada como fronteira "interna" dá origem à única linha com 6 (seis) elementos não nulos dispersos na matriz;

3. A matriz ainda pode ser considerada como tendo estrutura em banda, com largura igual a $2(N_2 + 1) - (2N_1 - 3) = 2(N_2 - N_1) + 5$; o aumento de largura da banda, em relação ao trecho simples, corresponde, portanto ao número de incógnitas do trecho T_2 ;

4. A inversão do trecho T_2 complica consideravelmente a definição dos coeficientes em relação a sequência normal, de montante para jusante, inclusive pela presença de zeros e elementos não nulos irregularmente dispersos na matriz.

É importante esclarecer, inclusive com indicações quantitativas, as vantagens de um sistema linear de iterações

ção com matriz banda, especialmente quando é necessário re_solvê-lo muitas vezes. Nas afirmações que se seguem, as indicações quantitativas referem-se ao uso da subrotina GELB (Scientific Subroutine Package, IBM) para solução de siste_mas lineares com matriz banda. Detalhes a respeito pode_mão ser encontrados no Apêndice.

a) Os algoritmos para solução desses sistemas em geral envolvem apenas os elementos não nulos da matriz, o que reduz consideravelmente o número de operações;

b) A capacidade de armazenamento exigida também é bastante reduzida com relação à matriz completa; como e_xemplos, indicamos os valores obtidos para a matriz caracte_rística do problema de trecho único (1), e aquela correspon_dente ao caso da junção (2).

(1) matriz $2N \times 2N$, com 4 elementos não nulos por linha, - necessárias $(5 \times 2N - 3)$ posições ao invés de $2N \times 2N$.

(2) matriz $6N \times 6N$, com $2N + 5$ elementos não nu_los por linha, - necessárias $(10N^2 + 29N - 6)$ posições ao invés de $6N \times 6N$.

Para $N = 20$ seções, teríamos:

- (1) $5 \times 2N = 200$ posições ao invés de $2N \times 2N = 1600$.
- (2) $10N^2 + 29N = 4.580$ posições ao invés de $6N \times 6N = 14.400$.

c) As soluções de um sistema com algoritmo particular para matriz banda e com um algoritmo geral conduzem a tempos de cálculo sensivelmente diferentes; testes realizados em um problema de propagação de onda em trecho único levaram a uma relação de $1/5$ nos tempos de computação, e $1/15$ quando se duplicou o período de simulação para 10.0h.

Tendo em vista as considerações apresentadas até aqui, alguns esquemas de cálculo para o problema de junção podem ser sugeridos:

1. Aplicação do MIAF aos trechos T_1 , T_2 e T_3 , simultaneamente, resolvendo o sistema completo de $2N_3$ equações, por um processo geral, que inclua todos os elementos da matriz;

2. Aplicação do método aos trechos T_1 , T_2 e T_3 , simultaneamente de modo a obter o sistema linear cuja ma

triz está indicada na Figura IV.2.2, resolvendo-o por algoritmo particular;

3. Seccionamento na junção, arbitrando a í uma condição de fronteira em Y e resolvendo cada trecho independentemente; a equação de vazões é usada para corrigir o valor arbitrado;

4. Solução quando se conhece uma condição na junção, além das equações de compatibilidade; aplica-se o processo ao trecho cujas condições são suficientes; as equações de compatibilidade permitem passar ao cálculo dos outros trechos.

Um rápido exame dessas alternativas revela suas principais vantagens e limitações.

No primeiro caso, a aplicação direta do método aos três trechos, simultaneamente, permite uma cômoda definição dos parâmetros da matriz de iteração, podendo-se usar o sentido natural montante-jusante em cada trecho. No entanto, perde-se uma das mais importantes características do método: a estrutura em banda da matriz jacobiana. Talvez,

nos casos em que um número reduzido de seções é considerado em cada trecho e o período de simulação é relativamente curto, justifique-se o uso desse esquema.

No segundo caso uma ordenação adequada das seções dos trechos permite a obtenção de matriz banda no sistema linear de iteração, embora com largura maior que nos problemas de trecho único, cuja largura é 5. Isso permitiria então a aplicação do método aproveitando parcialmente suas vantagens fundamentais. Para uma junção com 20 seções em cada trecho, teríamos, em armazenamento:

- 1) Matriz completa, $6N \times 6N = 14.400$ posições;
- 2) Matriz banda com largura $2N + 5$, 4.580 posições;
- 3) Matriz banda com largura 5, 600 posições.

Como vemos, a economia em armazenamento de 2) em relação a 1) é considerável, particularmente se o número de seções do trecho T_2 for reduzido (inclusive menos que em T_1 e T_2). No entanto, as dificuldades já mencionadas anteriormente desaconselham a adoção do esquema como solução mais geral do problema.

Em 4., indicamos um caso muito particular onde o conhecimento da condição na junção transforma a solução na simples aplicação do método a cada trecho isoladamente.

No item seguinte examinamos detalhadamente o esquema de solução por seccionamento, que nos pareceu mais adequado ao problema.

IV.3 - SOLUÇÃO POR SECCIONAMENTO NA JUNÇÃO

Procuramos aqui estabelecer um esquema de cálculo que conserve as vantagens fundamentais do processo implícito de malha centrada, apesar das dificuldades peculiares do problema, apresentadas no item anterior.

Consideremos o mesmo caso representado na Figura IV.2.1. A aplicação do método levou à matriz de iteração representada na Figura IV.2.2.

Observamos que somente a equação da continuidade na confluência introduz coeficientes não nulos dispersos na matriz jacobiana. Isso pode ser evitado substituindo essa

equação por uma de características semelhantes às outras du as equações de junção.

Seja, então,

Y_0 = valor arbitrado para o tirante na junção, no instante t_{j+1} .

As equações (IV.2.2) e (IV.2.3) poderão ser escri tas:

$$G_{N_1}(Y_{N_1+1}, V_{N_1+1}) = Y_{N_1+1} - Y_0 = 0 \quad (\text{IV.3.1})$$

$$G_{N_2}(Y_{N_2+1}, V_{N_2+1}) = Y_{N_2+1} - Y_0 = 0 \quad (\text{IV.3.2})$$

A equação de vazões (IV.2.1), é substituída por:

$$F_{N_1}(Y_{N_1}, V_{N_1}) = Y_{N_1} - Y_0 = 0 \quad (\text{IV.3.3})$$

As derivadas parciais de (IV.3.3) serão:

$$\frac{\partial F_{N_1}}{\partial Y_{N_1}} = 1 \quad \text{e} \quad \frac{\partial F_{N_1}}{\partial V_{N_1}} = 0 \quad (\text{IV.3.4})$$

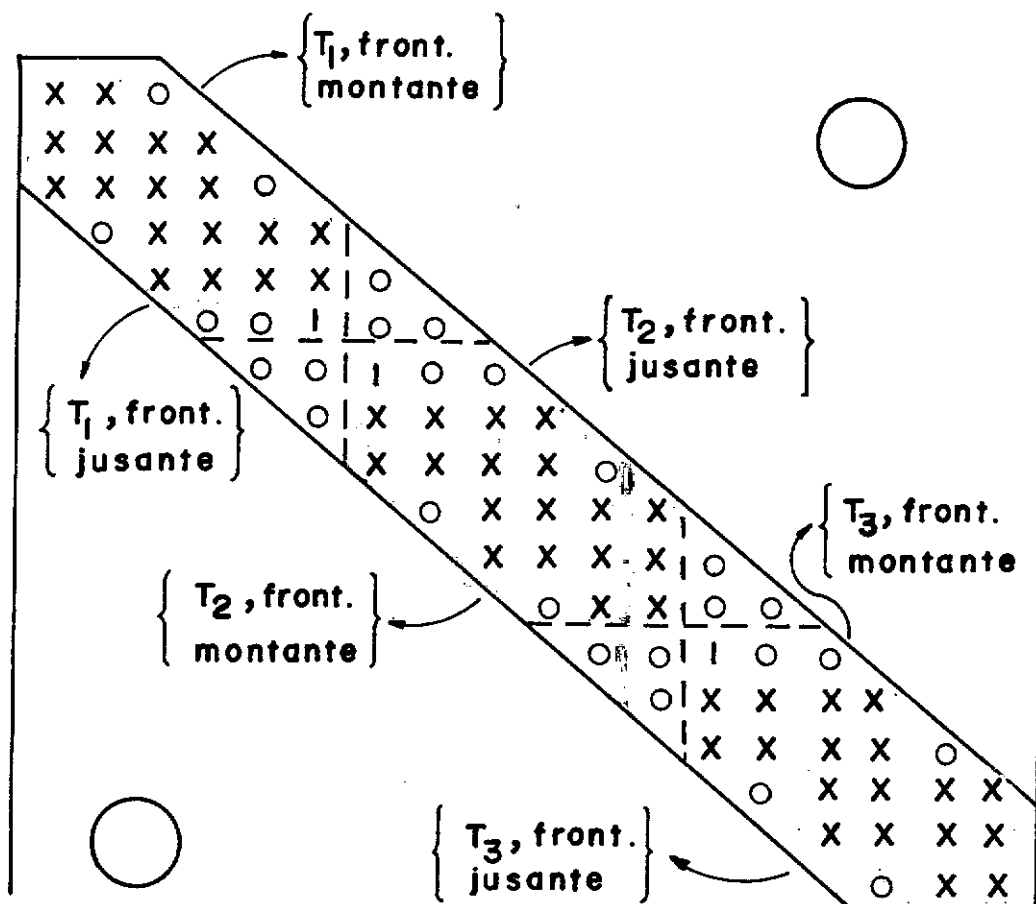
Para (IV.3.1) e (IV.3.2), as derivadas parciais são as mesmas dadas por (IV.2.5) e (IV.2.6).

A equação de continuidade na junção (IV.2.1) será escrita sob a forma

$$A_{N_1} \cdot V_{N_1} + A_{N_1+1} \cdot V_{N_1+1} - A_{N_2+1} \cdot V_{N_2+1} = 0 \quad (\text{IV.3.5})$$

e será usada para verificação do valor de Y_0 ou, melhor ainda, para sucessivas correções de Y_0 até ser atingida a precisão desejada.

Feitas essas modificações a matriz do sistema linear de iteração terá o aspecto indicado na Figura (IV.3.1). Consegue-se, desse modo, no problema de cheia em junção, uma matriz com as mesmas características daquelas obtidas nos problemas de cheia em trecho único: matriz banda com largura 5, um máximo de 4 (quatro) elementos não nulos por linha. Além disso, cada trecho fica perfeitamente determi



obs.: as linhas interrompidas definem os limites entre os trechos.

Fig. 4.3.1— Matriz linear de iteração, substituída a equação de continuidade na junção.

nado e pode ser resolvido isoladamente.

Introduzimos esse artifício na matriz representada em IV.2.2 a fim de melhor demonstrar suas vantagens relativas. No entanto, ele tem um significado bem definido e constitui em essência o esquema de seccionamento para solução do problema de cheia em junção com o processo implícito de Amein e Fang.

Nos itens abaixo, apresentamos o método de seccionamento já sob a forma como o aplicaremos:

1. considerar o seccionamento na junção, admitindo as equações de compatibilidade como condições de fronteira, sob as formas (IV.3.2) e (IV.3.3);
2. introduzir uma equação do mesmo tipo, - (IV.3.3), como fronteira do trecho T_1 na junção; o valor de Y_0 deve ser arbitrado, a fim de tornar definidas (IV.3.2) e (IV.3.3);
3. discretizar e resolver os trechos T_1 e T_2 pelo MIAF, calculando em seguida as vazões na

junção (Q_1 e Q_2);

4. usar a equação de vazões (IV.3.5), para definir uma condição de fronteira de T_3 e resolvê-lo, corrigindo o valor de Y_0 ;
5. repetir o processo a partir de 3, até que a precisão seja atingida;
6. passar ao instante seguinte, arbitrando Y_0 por extrapolação e repetindo os cálculos.

Com esse esquema a solução do problema se resume à aplicação do método implícito na sua forma mais simples, - trecho isolado, - apenas maior número de vezes.

Em relação aos esquemas sugeridos em IV.2, simplifica-se a definição dos coeficientes, cada trecho é calculado na ordem montante-jusante, reduz-se o armazenamento necessário e todas as vantagens do método implícito podem ser plenamente aproveitadas. Esses aspectos justificam sobejamente a escolha da solução por seccionamento diante das outras indicadas.

No entanto, uma questão fundamental, oriunda do seccionamento deve ser discutida: a escolha da equação auxiliar (IV.3.2), ou, exatamente a escolha de Y_0 pode levar a um número de iterações na junção de tal ordem que o tempo de cálculo computacional cresça exageradamente.

Realmente esse é o ponto crítico do esquema de seccionamento: a cada iteração na junção, a partir de um certo instante t_j , para determinação dos perfis no instante seguinte, corresponde uma resolução do sistema de equações para cada trecho. Deve-se, portanto, verificar a possibilidade de limitar o número de iterações na junção em uma faixa que justifique a aplicação do método.

Ainda aqui, os aspectos físicos do problema são favoráveis. Durante a passagem da onda de cheia o tirante na junção se modifica gradativamente, de modo que seu valor Y_j , no instante t_j , está relativamente próximo do valor Y_{j+1} , no instante seguinte, principalmente nos primeiros instantes em que a junção é atingida.

Iteração na junção:

Sejam,

Q_j = vazão no trecho T_1 , junto à confluência, instante t .

Q_{j+1} = vazão no trecho T_1 , junto à confluência, instante t_{j+1} .

ΔQ = acréscimo de vazão entre os instantes t_j e t_{j+1} .

Então, $\Delta Q = Q_{j+1} - Q_j$.

De modo geral, pode-se escrever:

$Q = A.V =$ vazão no trecho T_1 , junto à confluência, em qualquer instante.

Logo, $dQ = A.dV + V.dA$, ou ainda,

$\Delta Q = A.\Delta V + V.\Delta A$, entre os instantes t_j e t_{j+1} .

Se tomarmos, como hipótese inicial,

$Y_{j+1} = Y_j = Y_0 =$ tirante na junção, vem

$\Delta Q = A_j . (\Delta V)_0 \quad \therefore \quad (\Delta V)_0 = \frac{\Delta Q}{A_j} > \Delta V,$

ou, finalmente:

$$V_j < V_{j+1} < V_0$$

A hipótese adotada permite limitar o intervalo $(\Delta V)_0$ e determinar por interpolação sucessiva os valores de Y_{j+1} e V_{j+1} .

Sejam então,

t_0 = instante em que a junção é atingida pela onda.

Y_{in} = tirante na junção no instante t_0 , ou tirante inicial.

No primeiro instante de cálculo, após a onda chegar à junção, tomamos $Y_0 = Y_{in}$ como hipótese inicial.

Para os instantes seguintes, pode-se fazer a extrapolação, do seguinte modo:

$$Y_0 = Y_j + (Y_j - Y_{j-1}) \quad (\text{IV.3.6})$$

onde se tem,

Y_j = tirante na junção no instante t_j .

Y_{j-1} = tirante na junção no instante t_{j-1} .

Y_0 = hipótese inicial adotada para calcular Y_{j+1} ,
tirante na junção no instante t_{j+1} .

O valor de Y_0 assim definido estará provavelmente bem mais próximo daquele que se deseja obter, isto é, Y_{j+1} .

Para se completar o ciclo iterativo entre os instantes t_j e t_{j+1} , pode-se operar do seguinte modo:

1. definido Y_0 e calculados os trechos T_1 e T_2 , determina-se uma equação de fronteira para T_3 , isto é,

$$\left. \begin{array}{l} Q_1 = A_1 \cdot V_1 \\ Q_2 = A_2 \cdot V_2 \end{array} \right\} Q_3 = Q_1 + Q_2, \text{ resultando}$$

$$G(Y_3, V_3) = A_3 \cdot V_3 - Q_3 = 0 \quad (\text{IV.3.7})$$

2. calculando T_3 , obtem-se $Y_3 \neq Y_0$;

3. por interpolação aritmética entre Y_0 e Y_3 , calcula-se o novo valor de Y_0 , para a iteração seguinte.

Na Figura IV.3.2, procuramos representar a evolução, com o tempo, do tirante na junção no caso do modelo formulado por Stoker. O aspecto da curva mostra a variação gradativa do tirante. Observa-se ainda que o nível tende a se estabilizar em uma nova cota, ao invés de cair novamente. Isso é consequência da formulação do problema (ver Capítulo V).

Na Figura IV.3.3 representamos os perfis do escoamento, $Y = Y(x,t)$, em cada trecho de uma junção, no instante genérico, t_{j+1} . A escolha do $Y_0 = OA_0$ como hipótese inicial do tirante para t_{j+1} significa admitir uma pequena deformação nos perfis em cada trecho, inicialmente. As sucessivas correções de Y_0 levam aos perfis no instante t_{j+1} , indicados em linha cheia.

O algoritmo de iteração na junção pode ser resumido nos passos seguintes:

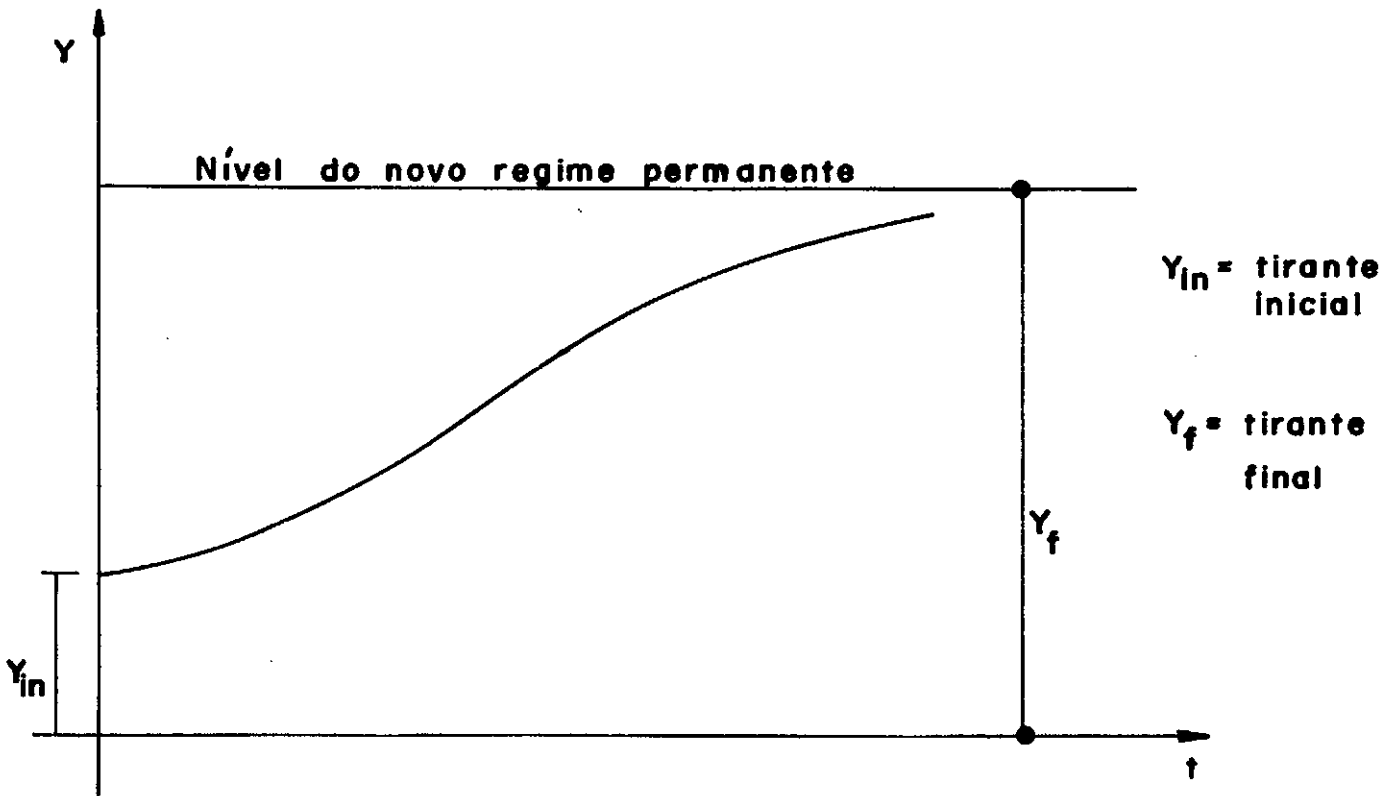


Fig. 4.3.2 — Evolução do tirante na junção, modelo de Stoker.

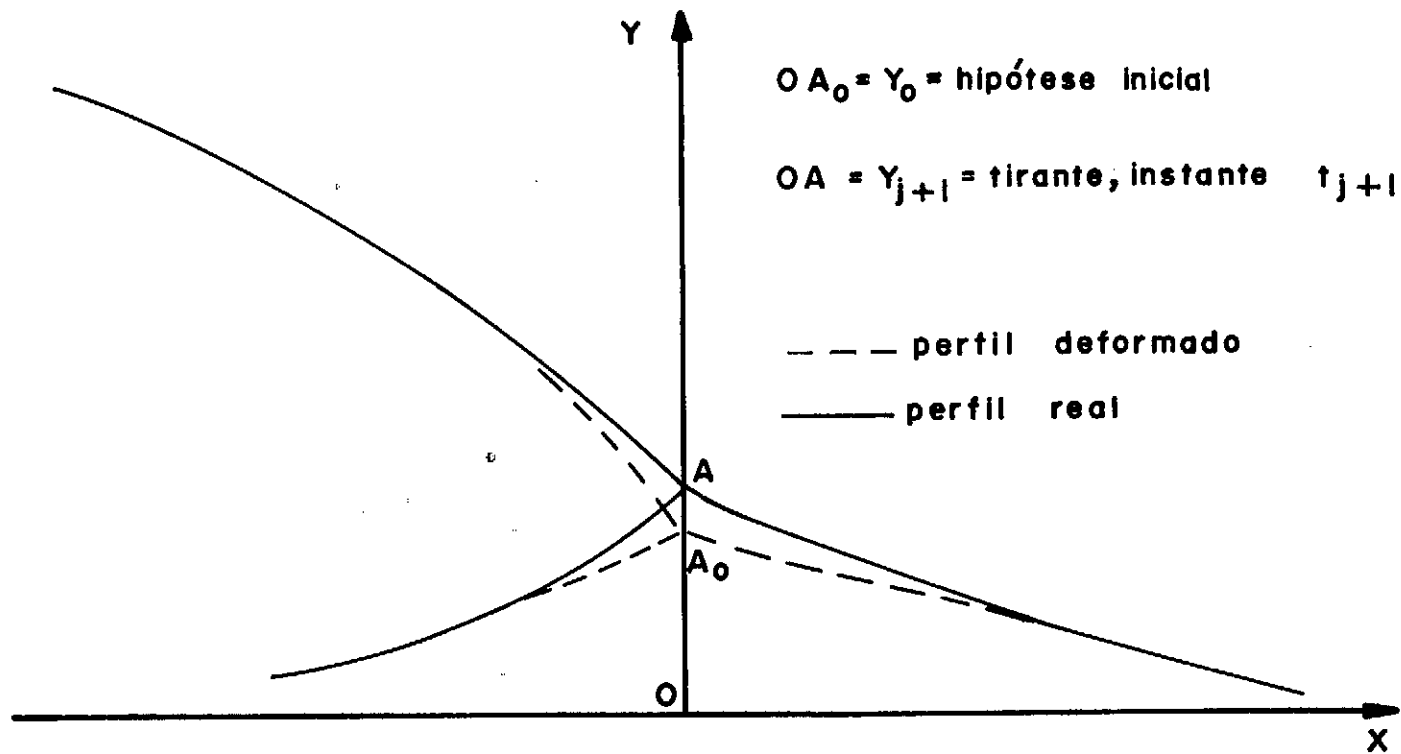


Fig.4.3.3 — Perfis longitudinais do tirante na junção, instante t_{j+1}

1. adotar uma ligeira deformação nos perfis para o instante t_{j+1} , extrapolando Y_0 a partir do instante t_j ;
2. corrigir a deformação por interpolação (ou iteração sucessiva).

Note-se que o algoritmo iterativo na junção completa a solução por seccionamento e pode variar em função do modo como é usada a equação da continuidade. Qualquer um deles deve, naturalmente, levar aos mesmos resultados.

Nos itens seguintes procuramos reunir as vantagens da solução por seccionamento aqui desenvolvida. Algumas estão diretamente ligadas à programação, descrita no Apêndice.

1. O seccionamento permite a aplicação do MIAF a cada trecho isoladamente na sua forma mais simples e eficiente.
2. Um algoritmo adequado de iteração na junção permite reduzir a um mínimo o número de ite

rações (máximo 4, nos testes) o que pode representar significativa economia em tempos de computação.

3. A solução isolada de cada trecho possibilita uma definição mais adequada das suas características e representa nos sistemas maiores considerável economia de memória.
4. A programação para confluência pode facilmente ser usada para solução de problemas de trecho simples.

CAPÍTULO V

TESTES E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

V.1 - PROPAGAÇÃO DE CHEIA EM TRECHO ÚNICO

A aplicação do MIAF a problemas de cheia em trecho único não é, evidentemente, o objetivo principal do nosso trabalho. No entanto consideramos plenamente justificáveis os dois testes realizados pelos motivos seguintes:

- observar o funcionamento do método para cheia rápida, nos seus aspectos principais, isto é, resultados, rapidez de convergência, etc;
- dispor de um exemplo mais simples, mas extremamente útil na observação de certos aspectos do problema de junção, desde que as características dos modelos e condições de escoamento são idênticas (ver V.1.2 e V.2).

V.1.1 - Modelo de Thomas: cheia sinusoidal lenta em canal retangular de grande largura

Este exemplo foi imaginado por Thomas em 1934 e utilizado por vários autores para teste de diferentes processos numéricos, WYLEY ²³, AMEIN ¹.

Dados e condições iniciais:

$L = 500\text{mi} =$ comprimento do canal;

$Y_0 = 13.086\text{ft} = 4.00\text{m} =$ profundidade uniforme (inicial);

$Q_0 = 50\text{cfs/ft} =$ vazão inicial/un. largura;

$S = 1.00\text{ft/mi} = 0.00019 =$ declividade de fundo (constante);

$n = 0,0298 \approx 0,03 =$ coeficiente de resistência, fórmula de Manning.

Então, para condições iniciais, $Y(x,0) = Y_0$ e $V(x,0) = V_0$, conhecidos a partir do regime permanente.

Condições de fronteira:

Montante, - hidrógrafa sinusoidal lenta com os seguintes elementos:

$$T_p = 4 \text{ dias} = 96\text{h} = \text{período da função};$$

$$Q_{\max} = 200 \text{ cfs/ft} = \text{vazão máxima/un. largura};$$

$$Q_1(t) = a + b \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{T}\right) - \text{equação da vazão.}$$

Para $t = 0$ e $t = 96\text{h}$, vem $Q_1(t) = Q_0 = 50\text{cfs/ft}$ e para $t = T/2$, vem $Q(t) = Q_{\max} = 200\text{cfs/ft}$, resultando, para equação de vazão,

$$Q_1(t) = 125 - 75 \cos\left(\frac{\pi}{48} \cdot t\right) \quad (\text{V.1.1})$$

jusante, - tirante constante para pontos a jusante da frente de onda.

Usando a notação adotada nos capítulos III e IV, as condições de fronteira podem ser escritas:

$$\text{montante, } G_0(Y_1, V_1) = V_1 - Y_1 - Q_1(t) = 0 \quad (\text{V.1.2})$$

onde $Q_1(t)$ é dada por (V.1.1):

$$\text{jusante, } F_N(Y_N, V_N) = Y_N - Y_0 = 0 \quad (\text{V.1.3})$$

para $x \geq (V + C).t$, ou para pontos da região praticamente não perturbada.

Discretização e período de simulação:

Diferentes combinações de Δx e Δt foram usadas com os valores indicados abaixo:

$$\Delta x = 5,0\text{mi} ; 10,0\text{mi}$$

$$\Delta t = 0,5\text{h} ; 1,0\text{h} ; 1,5\text{h} ; 2,0\text{h} ; 3,0\text{h}.$$

$$\text{Períodos de simulação: } T_f = 60\text{h} ; 120\text{h}.$$

Resultados:

Para todos os casos testados foram obtidos valores idênticos da velocidade e tirante. Verificou-se também identidade em relação aos valores obtidos por outros métodos.

todos ²³.

Em cada intervalo de tempo o sistema convergiu quase sempre em 2 (duas) iterações, raramente chegando a 3 (três).

O tempo de processamento foi relativamente baixo, mesmo com a inclusão de pontos da região praticamente não perturbada. Por exemplo, para malha de $\Delta x = 10,0\text{mi}$, $\Delta t = 3,0\text{h}$, tolerâncias de 0,005 e período de simulação $T_f = 120\text{h}$, o tempo total de processamento chegou a 7min, em um IBM/360, modelo 40, OS.

Para maiores detalhes ver Relação de Programas e Listagens apresentada no Apêndice.

V.1.2 - Modelo de Stoker: cheia com taxa linear de elevação do nível a montante em canal retangular

O modelo formulado por Stoker procura representar, a grosso modo, o rio Ohio e sua junção com o Mississippi. A

pesar das hipóteses simplificadoras (indicadas mais adiante) as quantidades foram tomadas de modo a corresponder, em ordem de grandeza, aos valores reais. Somente a taxa de cheia foi escolhida extremamente alta em relação aos valores máximos usualmente encontrados em grandes rios. Neste caso as rápidas variações nas quantidades básicas no espaço e no tempo representam um exigente teste para qualquer método de diferenças finitas aplicável a problemas de cheia. O método testado por Stoker em seu modelo, - características, esquema explícito, - foi o mesmo utilizado posteriormente com sucesso em problemas reais de cheia no sistema OHIO - - MISSISSIPI.

Hipóteses e dados numéricos:

- declividade constante, $S = 0,5\text{ft/mi} \approx 0,095\text{m}/\text{km}$;
- seção transversal retangular, largura constante, $B = 1000\text{ft} \approx 305\text{m}$;
- coeficiente de rugosidade constante, $n = 0,03$, fórmula de Manning;

- regime permanente e uniforme, inicialmente, com profundidade $Y_0 = 20.0\text{ft} \approx 6,10\text{m}$;
- elevação linear do nível, a montante, em $4,0\text{h}$, até a profundidade máxima $Y_{\text{max}} = 40\text{ft} \approx 12,20\text{m}$.

Condições iniciais:

$Y(x,0) = Y_0$ e $V(x,0) = V_0$, conhecidos a partir do regime permanente.

Condições de fronteira:

$$\text{montante, } G_0(Y_1, V_1) = Y_1 - Y(t) \quad (\text{V.1.1})$$

onde:

$$Y(t) = Y_0 + \left(\frac{\Delta Y}{\Delta t}\right) \cdot t, \quad 0 \leq t < 4\text{h} \quad \text{e} \quad Y(t) = Y_{\text{max}},$$

$$4 \leq t \leq T_f, \quad \text{onde} \quad \left(\frac{\Delta Y}{\Delta t}\right) = \frac{12,20 - 6,10}{4} = 1,525\text{m/h}.$$

$$\text{jusante, } F_N(Y_N, V_N) = Y_N^{j+1} - Y_N^j = 0 \quad (\text{V.1.2})$$

para $x \geq (V + C)t$, ou para pontos da região praticamente não perturbada.

Discretização e período de simulação:

$$\Delta x = 0,1\text{mi} ; 0,5\text{mi} ; 1,0\text{mi} ; 5,0\text{mi}$$

$$\Delta t = 0,01\text{h} ; 0,02\text{h} ; 0,05\text{h} ; 0,1\text{h} ; 0,5\text{h} ; 1,0\text{h}$$

$$\text{Período de simulação: } 0 < T_f \leq 10,0\text{h.}$$

Os valores acima foram combinados de diferentes modos a fim de obter maior número de informações sobre o problema em estudo. Procuramos resumir as principais nos itens seguintes:

Resultados:

a) Para $\Delta x \leq 1,0\text{mi}$ e $\Delta t \leq 0,1\text{h}$, não foram observadas alterações nos resultados, com a variação da ma lha;

b) Para $\Delta x = 1,0\text{mi}$ e $\Delta t = 0,5\text{h}$, os valores

de Y diferem no máximo de 0,8% daqueles obtidos em (a);

c) Mesmo para $\Delta x = 5,0\text{mi}$ e $\Delta t = 0,5\text{h}$, os valores obtidos estão próximos daqueles apresentados por Stoker - desvio máximo $< 10\%$, para menos.

d) Em qualquer dos casos a convergência foi obtida com 1 (uma) ou 2 (duas) iterações, nunca ultrapassando 3 (três) iterações, em cada intervalo de tempo;

e) O aumento das dimensões da malha acarreta distorções nos resultados;

f) A inclusão de pontos da região não perturbada, para $\Delta x = 5,0\text{mi}$ e $\Delta t = 0,2\text{h}$, levou a pequenas oscilações no tirante e velocidade, principalmente nos primeiros instantes.

A Figura V.1.1 representa os perfis longitudinais durante a evolução da cheia até o instante $T_f = 10,0\text{h}$.

Outros testes foram realizados com base no modelo de Stoker, com algumas variantes, para esclarecer certos detalhes.

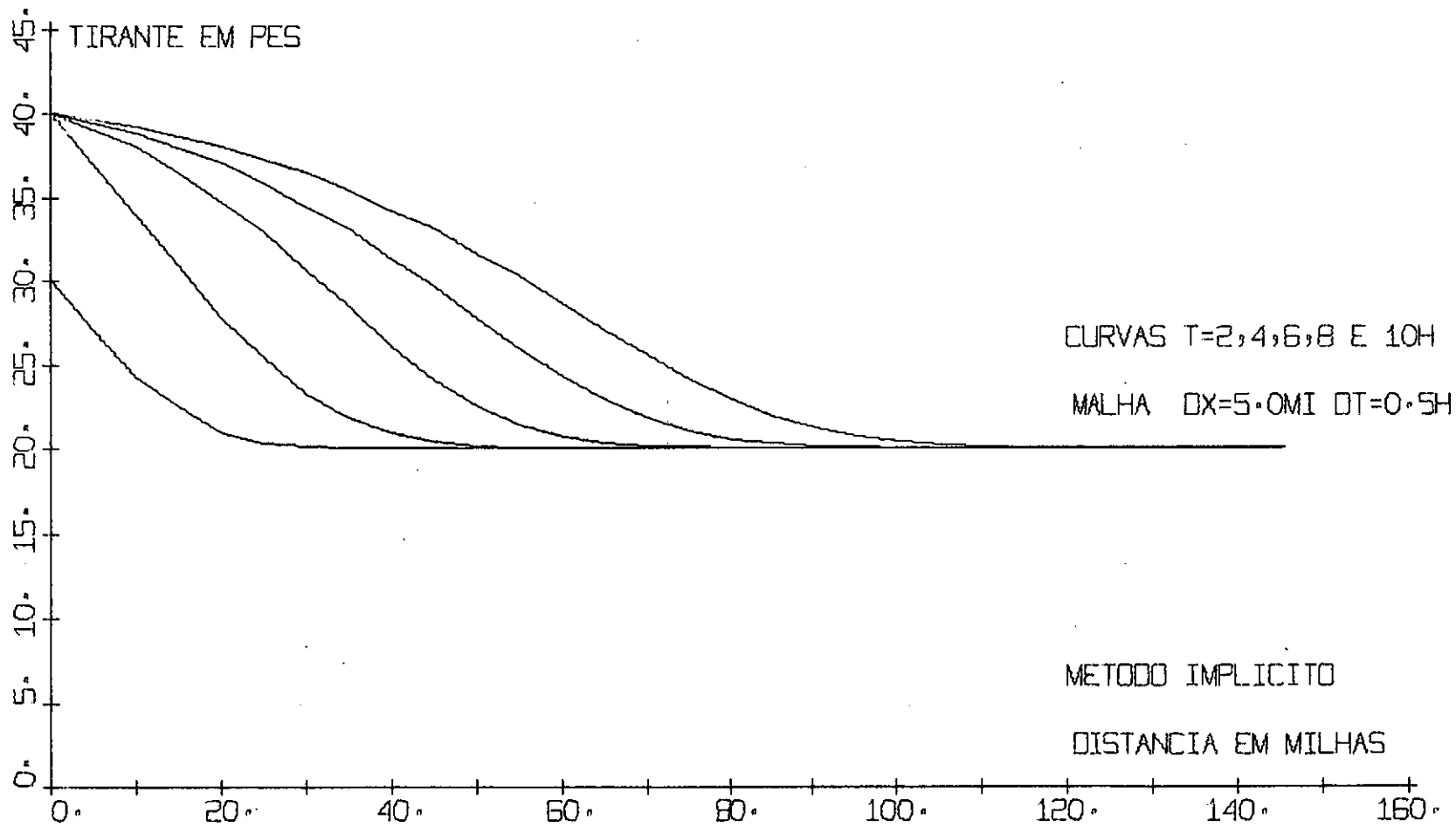


FIG. 5.1.1 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM TRECHO UNICO

Modelo de Stoker com taxa linear reduzida:

Foram consideradas as mesmas condições do item V.1.2, exceto em relação à taxa de cheia.

Taxa de cheia: $(\frac{\Delta Y}{\Delta t}) = \frac{1}{5} (5.0) = 1,0\text{ft/h} \approx 0,30\text{m/h}$, de mesma ordem de grandeza que as taxas máximas de cheia na maioria dos grandes rios (0,7ft/h foi a taxa máxima observada no rio Ohio).

Discretização e período de simulação:

$$\Delta x = 5,0\text{mi} \quad \text{e} \quad \Delta t = 0,5\text{h} \quad ; \quad 1,0\text{h} \quad ; \quad 3,0\text{h} \quad ; \quad T_f = 10,0\text{h}.$$

Resultados:

Valores idênticos, com desvio máximo de 0,7% no tirante para as malhas $\Delta x = 5,0\text{mi}$, $\Delta t = 0,5\text{h}$ e $\Delta x = 5,0\text{mi}$, $\Delta t = 3,0\text{h}$. Isto sugere uma grande estabilidade do método, mesmo para taxas de cheia elevadas.

Modelo de Stoker, algoritmos distintos para solução do sistema linear de iteração:

Valem as mesmas condições do problema V.1.2, inclusive taxa de cheia.

No entanto, para comparação dos tempos de computação, foram utilizadas duas subrotinas da IBM (Scientific Soubroutine Package) que são algoritmos distintos, embora baseados na mesma técnica numérica, - processo de eliminação de GAUSS.

SIMQ, solução de sistemas lineares em geral.

GELB, solução de sistemas lineares com matriz banda.

Discretização e período de simulação:

$$\Delta x = 5,0\text{mi} \quad ; \quad \Delta t = 0,5\text{h} \quad \text{e} \quad T_f = 5,0\text{h} \quad ; \quad 10,0\text{h}.$$

Resultados:

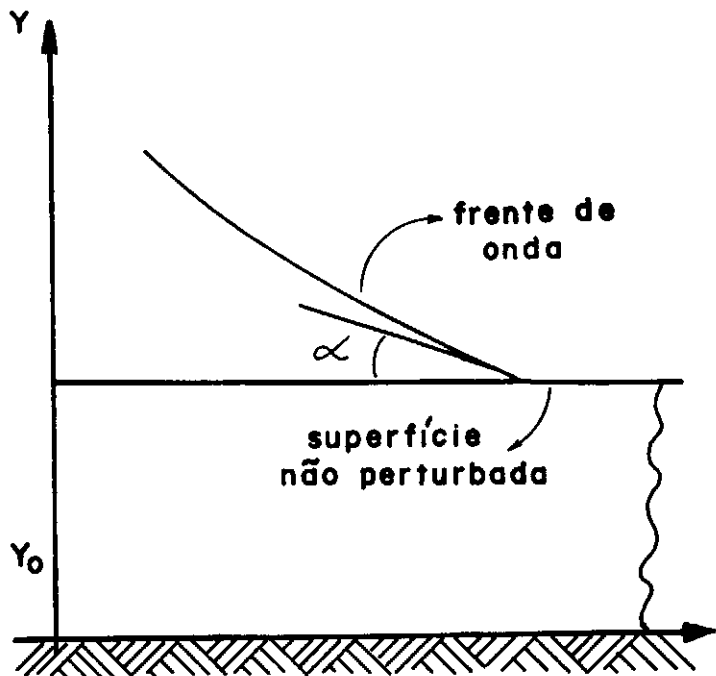
$$\text{Uso da GELB} \quad \left\{ \begin{array}{l} T_f = 5,0\text{h}, \quad - \quad T_{pr} = 1\text{min } 40\text{seg} \\ T_f = 10,0\text{h}, \quad - \quad T_{pr} = 2\text{min } 30\text{seg} \end{array} \right.$$

$$\text{Uso da SIMQ} \left\{ \begin{array}{l} T_f = 5,0h, \quad - \quad T_{pr} \approx 3\text{min} \\ T_f = 10,0h, \quad - \quad T_{pr} \approx 21,5\text{min} \end{array} \right.$$

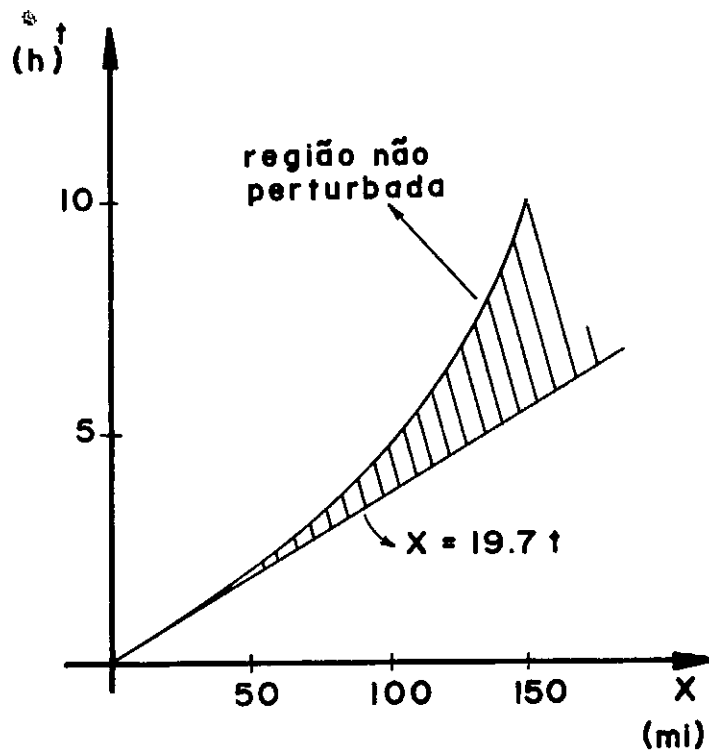
Observe-se que o aspecto decisivo ao estimar o tempo de cálculo computacional é o número de seções necessárias ao longo do trecho. O valor do intervalo Δx depende do grau de complexidade na geometria do trecho. Nos testes resolvidos os valores adotados são coerentes com as condições físicas do protótipo. O número de seções foi calculado sempre pela relação $N \geq (V + C)t/x$. No caso do último exemplo, tivemos $N = 42$, para $T_f = 10,0h$. Pode-se estimar a região de fluxo praticamente não perturbado, como indica a Figura V.1.2. O procedimento acima pode, portanto incluir muitos pontos desnecessários onde as perturbações são desprezíveis.

V.2 - PROBLEMA DA JUNÇÃO: MODELO DE STOKER

Os dois trechos a montante da junção são considerados idênticos e suas características são as mesmas adota



(a) frente de onda.



(b) modelo de Stoker

Fig. 5.1.2 — Região de escoamento praticamente não perturbado.

das para o modelo do Ohio, trecho único. O trecho de jusante obedece a condições semelhantes, variando apenas a largura, - $B_0 = 2.000\text{ft} \approx 610\text{m}$, e a declividade, - $S = 0,49\text{ft}/\text{mi} \approx 0,0926\text{m}/\text{km}$ a fim de tornar possível o escoamento uniforme nos três ramos, inicialmente, à profundidade $Y_0 = 20\text{ft} \approx 6,10\text{m}$. Essa variação é necessária para compensar o decréscimo no perímetro molhado, a jusante da junção (ver Figura V.2.1).

Uma cheia tem início no Ohio, em uma seção 50mi a montante da junção, elevando o nível de 20ft a 40ft em 4h, naquela seção. São admitidas, portanto, as mesmas condições iniciais e de fronteira do problema V.1.2.

A frente de onda atingirá a junção após um tempo T_j , dado por

$$T_j = \frac{X_j}{(C_0 + V_0)} = \frac{80,5}{8,80} \cdot \frac{10^3}{3.600} = 2,54\text{h},$$

uma vez que $X_j = 50\text{mi} = 80,5\text{km}$, comprimento do trecho até a junção, $C_0 \sqrt{gY_0} = 1,06\text{m}/\text{s}$ e $V_0 = 7,74\text{m}/\text{s}$, calculada pela fórmula de Manning (II.1.9).

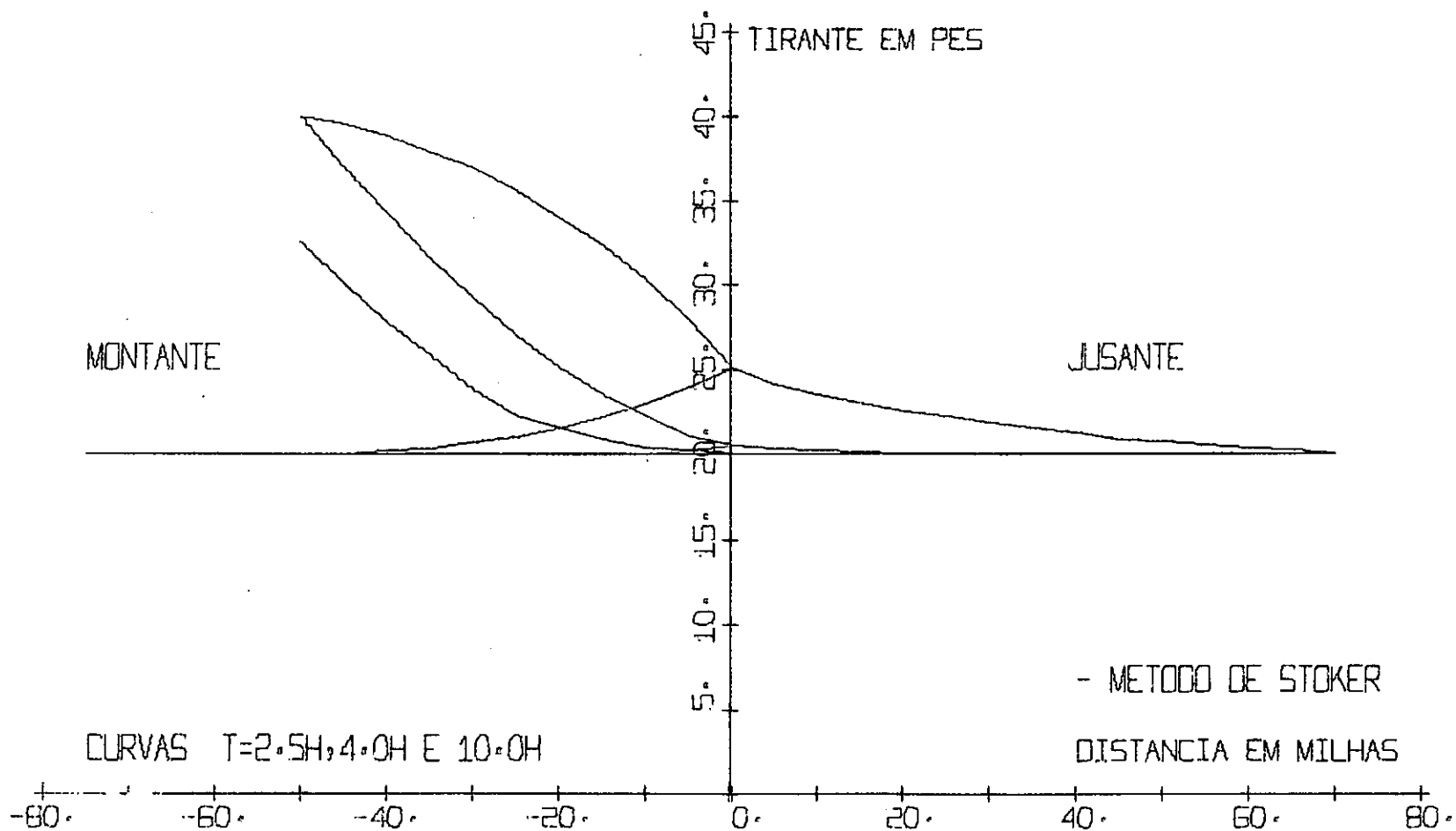


FIG. 5.2.1 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA

Temos, portanto:

$0 \leq T < 2,54h$, - sequência de cálculo e resultados i
dênticos aqueles obtidos no problema V.1.2.

$T \geq 2,54h$, - devem ser considerados os efeitos da
passagem da onda na confluência, isto é, os
valores de Y e V devem ser calculados para
os trechos T_1 , T_2 e T_3 , em cada intervalo t .

Condições iniciais:

$Y(x,0) = Y_0$ e $V(x,0) = V_0$, para cada trecho.

Condições de fronteira (ver Figura V.2.2):

Indicaremos as condições adotadas para um dos pro
gramas de junção, Versão A. Os outros são apenas variantes
deste e serão mencionados em seguida.

Trecho T_1 , montante: definida em (V.1.1).

$$\text{Trecho } T_1, \text{ jusante: } F_N(Y, V) = Y_N - Y_0 = 0$$

$$(V.2.1)$$

$$\text{Trecho } T_2, \text{ montante: } G_0(Y_1, V_1) = Y_1 - Y_0 = 0$$

$$(V.2.2)$$

$$\text{Trecho } T_2, \text{ jusante: } F_N(Y_N, V_N) = Y_N - Y_N^j = 0$$

$$(V.2.3)$$

$$x \geq (V_0 + C_0) \cdot T_f.$$

$$\text{Trecho } T_3, \text{ montante: } G_0(Y_1, V_1) = Y_1 - Y_1^j = 0$$

$$(V.2.4)$$

$$x \geq (V_0 + C_0) \cdot T_f.$$

$$\text{Trecho } T_3, \text{ jusante: } F_N(Y_N, V_N) = V_N - \frac{Q_3}{A_N}$$

$$(V.2.5)$$

Para $\Delta x = 5,0\text{mi}$ e $T_f = 10,0\text{h}$, teremos um número fixo de seções em cada trecho, isto é:

$$T_1, \quad N_1 = 11 ; \quad T_2, \quad N_2 = 30 \quad \text{e} \quad T_3, \quad N_3 = 30.$$

O esquema de cálculo é idêntico aquele definido no item IV.3, quando formulamos o método de seccionamento.

Algoritmo de iteração na confluência:

Interpolação com $Y_0^{m+1} = Y_0^m + (Y_N - Y_0^m)/4$, para correção do tirante na junção, Y_j^m , no ciclo $m+1$.

Extrapolação com $Y_0 = Y_N^j + |Y_N^j - Y_N^{j-1}|$, para estimar Y_0 , no cálculo dos valores no instante seguinte, t_{j+1} .

Foram testados ainda os programas A_1 , A_2 , A_3 e B, correspondentes às seguintes combinações de fronteira (T_3) e algoritmo de interpolação.

A_1 , interpolação com média: $Y_0^{m+1} = (Y_0^m + Y_N)/2$
e mesmas condições de fronteira.

A_2 , fronteira T_3 : $F_N(Y_N, V_N) = A_N \cdot V_N - Q_3$
mesmo esquema de interpolação que A.

A_3 , fronteira T_3 : $F_N(Y_N, V_N) = A_N \cdot V_N - Q_3$
e interpolação com média: $Y_0^{m+1} = (Y_0^m + Y_N)/2$.

A versão B procura limitar o número de seções em T_2 e T_3 ao estritamente necessário em cada instante, definindo as fronteiras:

$$T_2, \text{ jusante, } - F_N(Y_N, V_N) = Y_N - Y_N^j = 0, \text{ para}$$

$$x \geq (V_0 + C_0) \cdot t$$

$$T_3, \text{ montante, } - G_0(Y_1, V_1) = Y_1 - Y_1^j, \text{ para}$$

$$x \geq (V_0 + C_0) \cdot t.$$

Os testes visaram verificar o funcionamento da solução por seccionamento, observando, para diferentes dimensões de malha, algoritmos de interpolação e dois modos de definição da fronteira a jusante de T_3 , os aspectos seguintes:

KITJ = número máximo de iterações (correções do instante) na junção, entre dois instantes de cálculo;

T_{pr} = tempo total de processamento, IBM/360-40, OS (operation system);

ΔY = desvio percentual nos resultados do tirante Y, em relação aos valores obtidos para uma malha tomada como padrão.

O Quadro I mostra os principais testes realizados, indicando inclusive a listagem correspondente (nº), para consulta detalhada.

Os diagramas obtidos para alguns dos testes presentes no Quadro são apresentados nas Figuras V.2.2 a V.2.6, além daquele correspondente à solução pelo Método de STOKER⁴, Figura V.2.1.

Obedecendo à denominação comum de "Perfis Longitudinais de Cheia em Confluência", esses diagramas revelam, no entanto, aspectos distintos de um mesmo problema:

Figura V.2.1 - Solução pelo Método de Stoker.

Figura V.2.2 - Solução pelo Método Implícito com seccionamento na junção.

Figura V.2.3 - Soluções pelo Método de Stoker e Método Implícito.

Figura V.2.4 - Evolução dos perfís com o tempo, método implícito.

Figura V.2.5 - Soluções para diferentes dimensões de malha, método implícito.

Figura V.2.6 - Soluções para duas formulações distintas da condição de fronteira a jusante.

Uma análise rápida do Quadro I e dos diagramas correspondentes conduz a algumas observações interessantes:

1. Malhas com dimensões distintas conduzem a resultados praticamente idênticos, - testes 1, 2, 5, 7, 10, 11 e Figura V.2.5;
2. O aumento nas dimensões da malha acima de certos limites levaram a distorções nos resultados, - testes 2, 3 e 4;
3. Para malhas iguais, formulações distintas da condição de fronteira a jusante de T_3 , praticamente não alteram os resultados, mesmo com

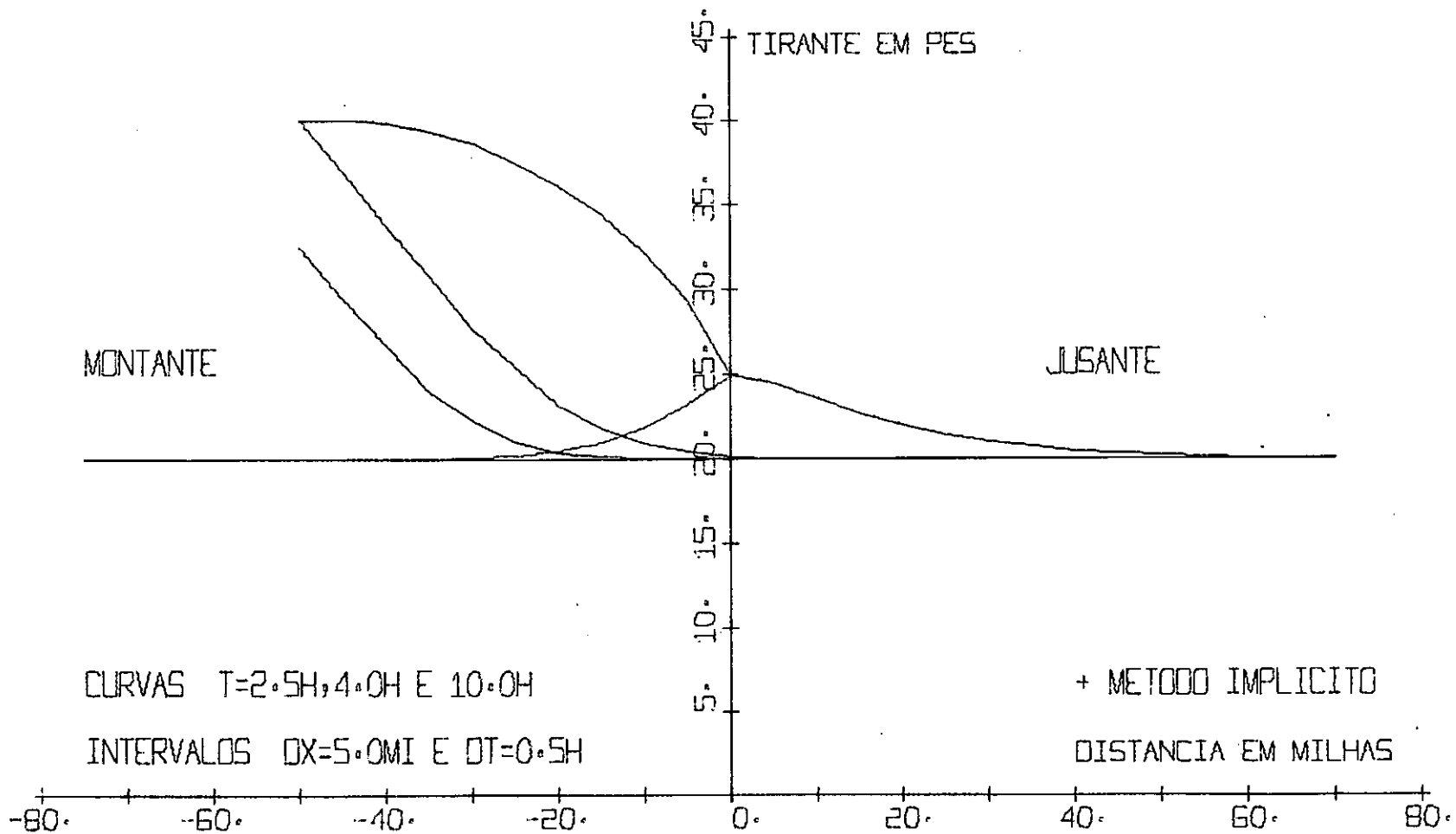


FIG. 5.2.2 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA 1

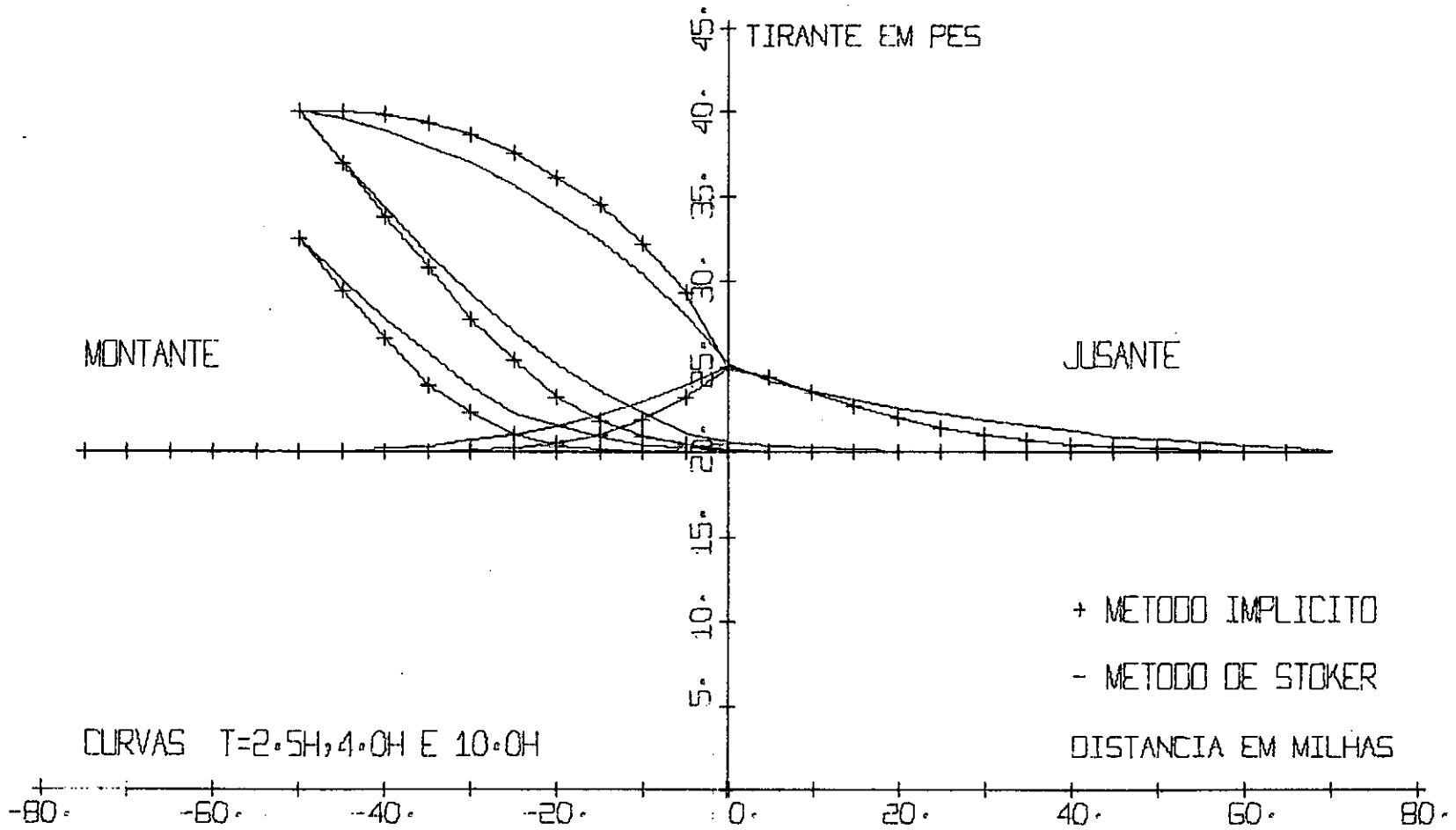


FIG. 5.2.3 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA

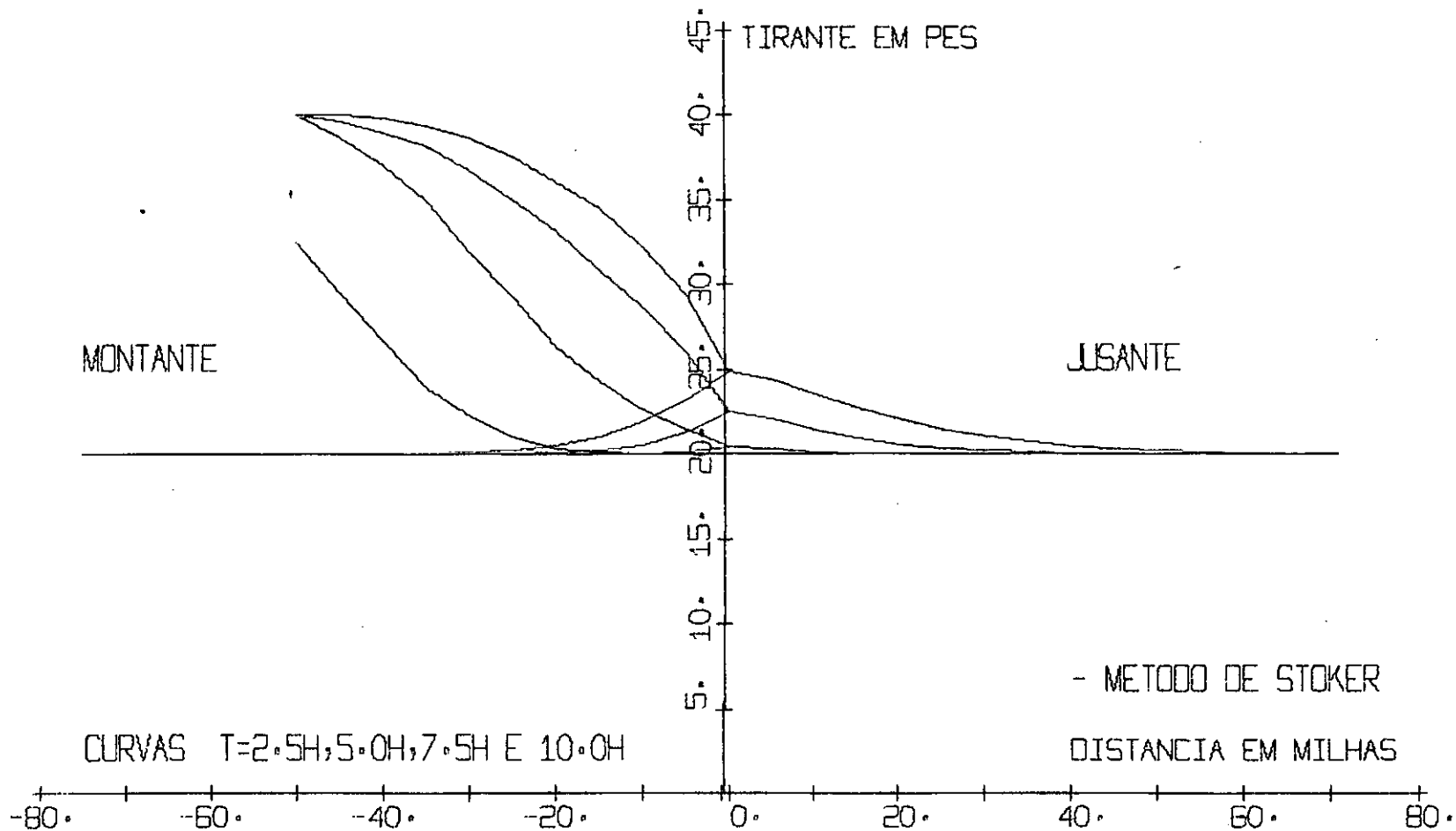


FIG. 5.2.4 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA

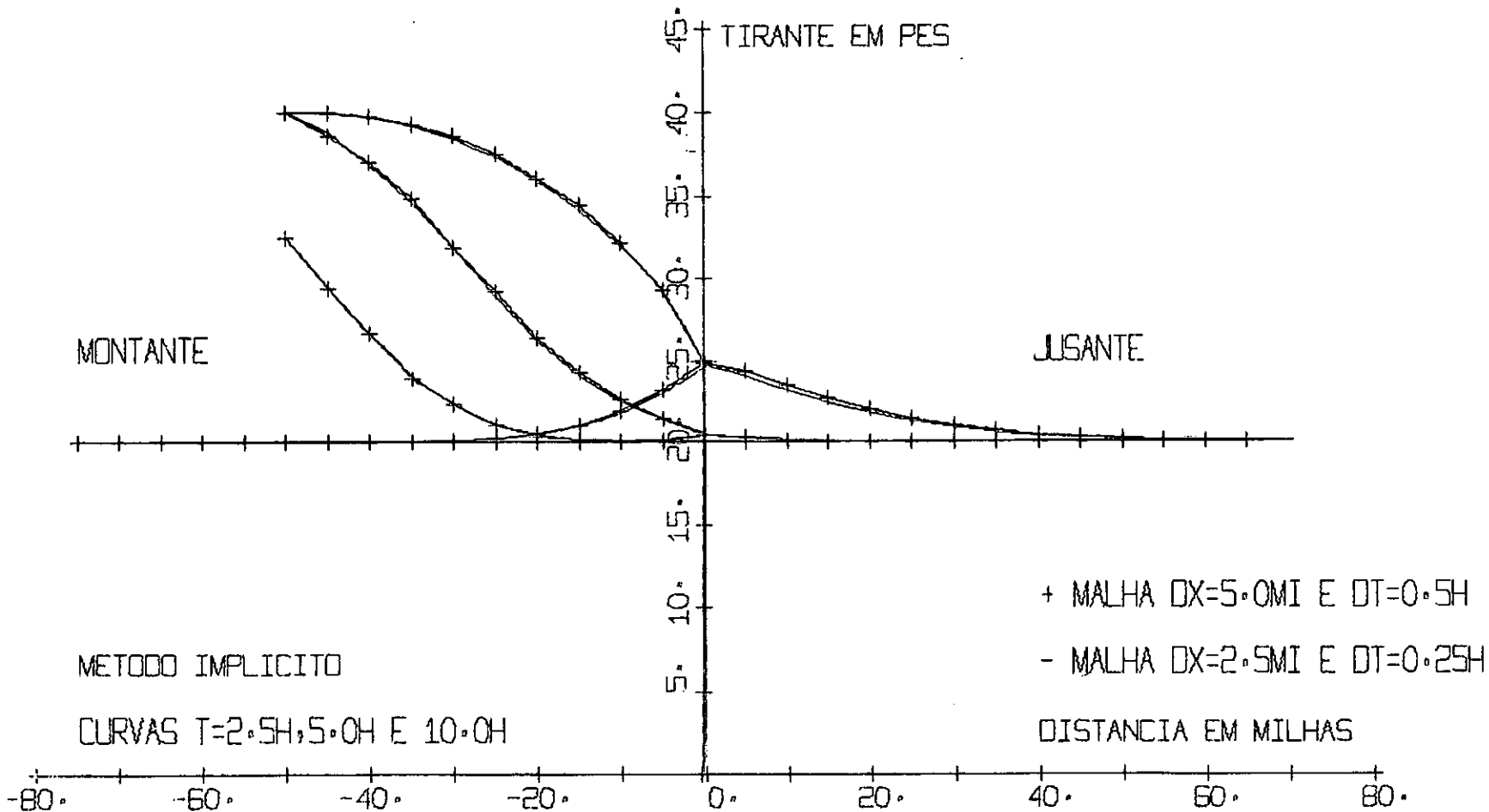


FIG. 5.2.5 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA

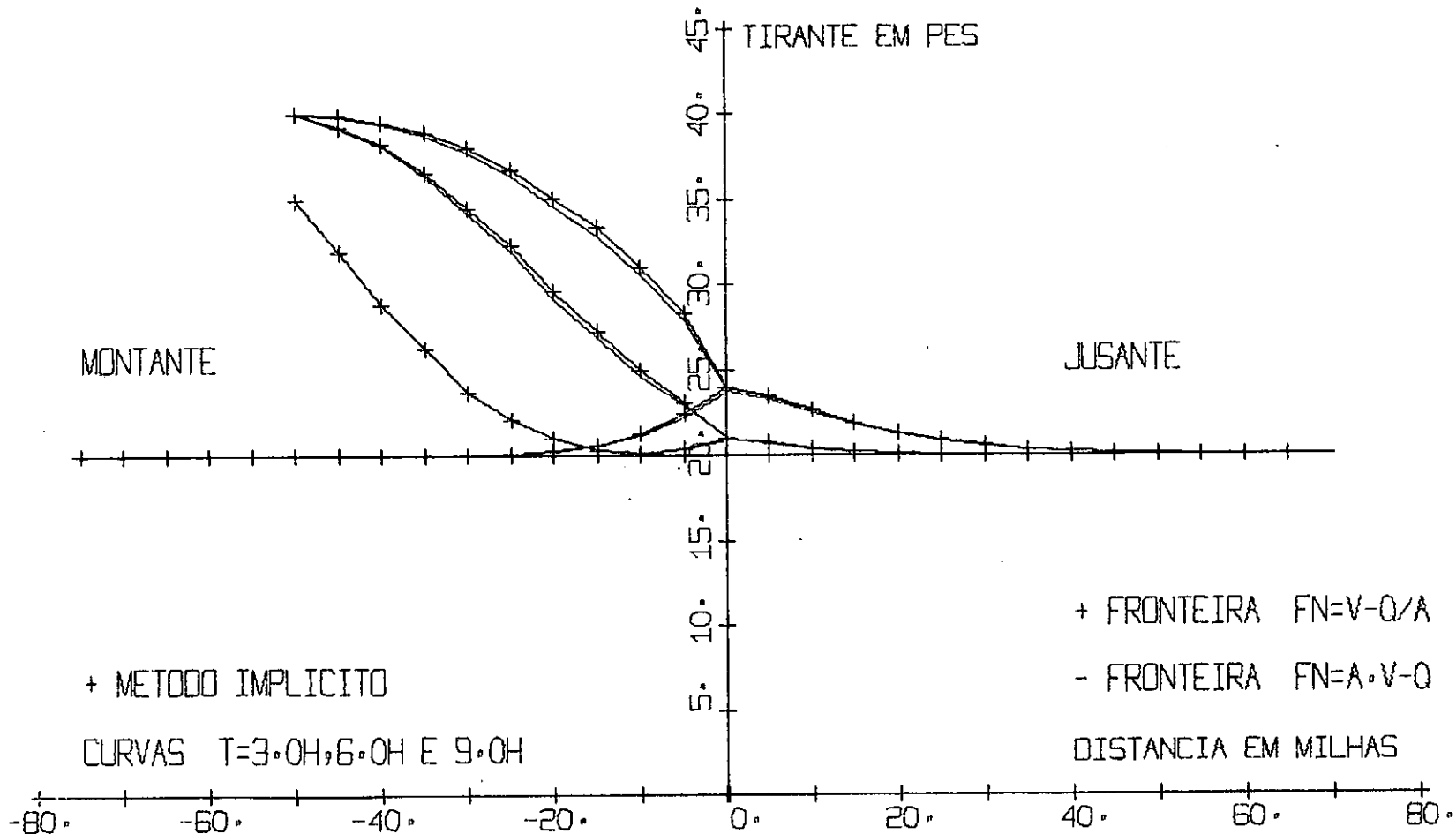


FIG. 5.2.6 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA

mudança do número de iterações na junção, - testes 1, 7 e Figura V.2.6;

4. O tempo de processamento pode ser significativamente reduzido, quando o número de seções é reduzido aquele estritamente necessário, em cada instante, - testes 1 e 10, 5 e 11 (OS/360);
5. Os perfis obtidos com o método implícito concordam razoavelmente com aqueles obtidos por Stoker, tanto em forma, como em valores, dentro da tolerância admitida para medidas hidrológicas, $\pm 10\%$, - Figuras V.2.1 a V.2.4;
6. A evolução dos perfis com o tempo mostra a propagação de ondas refletidas para os trechos de montante, após o instante em que a onda incidente atinge a junção, - Figura V.2.5;
7. Um esquema adequado para correção do tirante na junção levou a um número reduzido de iterações, - testes 1, 5, 7, 9, 10, 11.

QUADRO ISÍNTESE DOS TESTES EM JUNÇÃO

Nº	PROG.	DX (mi)	DT (h)	T _{pr} (min)	ΔY (%)	KITJ (max)	OBS.
1	A	5,0	0,5	15,5	(*)	3	(**)
2	A	5,0	1,0	14,0	< 5	5	(**)
3	A	5,0	2,0	12,5	<10	9	(**)
4	A	10,0	2,0	7,0	>10	5	
5	A	2,5	0,25	35,0	<1,5	4	
6	A1	5,0	0,5	-	-	>10	
7	A2	5,0	0,5	20,0	< 1	4	(**)
8	A3	5,0	0,5	-	-	>10	
9	B	5,0	0,5	HASP	-	3	(***)
10	B	5,0	0,5	HASP	< 1	3	(***)
11	B	2,5	0,25	HASP	<1,5	4	(***)

(*) resultados tomados como referência para cálculo dos desvios;

(**) saída de resultados em cartões para gráficos: Figuras V.2.2 a V.2.6;

(***) tempos de processamento bem menores que aqueles do OS/360; sistema HASP em implantação.

Logo em seguida a este capítulo, reuniremos essas observações e outras já apresentadas em um conjunto de conclusões sobre todo esse estudo.

V.3 - CONSIDERAÇÕES SOBRE A APLICAÇÃO DO MÉTODO DE SECIONAMENTO A PROBLEMAS REAIS

Inicialmente devemos atentar para dois pontos importantes sobre as observações itemizadas em V.2.

Primeiramente essas observações, referindo-se a um problema de cheia extremamente rápida, não devem ser diferentes para problemas reais, com taxas de cheia mais lentas. Ao contrário, resultados melhores provavelmente serão obtidos nestes casos, uma vez que serão menores as taxas de elevação de nível na junção.

Depois, a comparação dos resultados do método implícito com aqueles do método de Stoker não pretende definir exatamente o grau de precisão do primeiro. Na verdade são métodos distintos que simulam o mesmo problema, cada um

com os aspectos que são peculiares. No entanto, uma boa indicação da veracidade dos resultados pode ser admitida, tendo em vista o sucesso da aplicação, em problemas reais, do método de Stoker.

Para aplicação prática de métodos numéricos é necessário o conhecimento de algumas variáveis que dependem da posição ao longo do canal: seção transversal A , declividade de fundo S_0 , coeficiente de resistência n , influxo lateral q , em cada seção de cálculo, I . As variáveis geométricas S_0 , A (e ainda B e P) são obtidas a partir de serviços topográficos. O coeficiente de resistência é obtido empiricamente a partir de cheias anteriores, utilizando registros de vazão e tirante ao longo do rio. O influxo deve ser uma função conhecida da posição x e do tempo t ; pode ser calculado a partir de registros de uma cheia real; para problemas de previsão de cheias, deve ser obtido somando os escoamentos medidos, nos afluentes maiores, com os "run-off" locais estimados a partir de chuvas.

Seguindo essa metodologia Stoker e sua equipe aplicaram o método explícito testado no modelo definido em V.2 a uma junção real do Ohio-Mississippi, para a cheia de 1947. As figuras apresentadas, - V.3.1 a V.3.7, - trans

critas de ³, Report III, mostram alguns aspectos do problema: esquema da junção, curvas-chave, hidrógrafas de tirante. Os resultados concordaram satisfatoriamente com os valores observados, com erro máximo de 0,6ft (\approx 18cm) no tirante. Uma exposição minuciosa a respeito pode ser encontrada na publicação citada.

Observe-se ainda nesse problema os detalhes seguintes:

- a) em nenhum dos hidrogramas a taxa de cheia excedeu 0,12ft/h (\approx 0,04m/h);
- b) as dimensões de malha não ultrapassaram $2\Delta x = 10\text{mi}$ e $\Delta t = 0,15\text{h}$.

A extensão do método a casos práticos não introduz, portanto, qualquer dificuldade na sua natureza. Dependendo da disponibilidade e codificação de dados de campo suficientes para uma esquematização satisfatória das características físicas do rio ou sistema.

No caso do método aqui apresentado seria necessário apenas a introdução do termo que define o caráter não prismático do rio, - equação (II.1.7) ou o emprego de Q e

Y como variáveis dependentes.

•

Não se pode esquecer, no entanto, um ponto extremamente importante e já insistentemente relatado por vários pesquisadores, - ^{1,2,3}: a tarefa de coletar e codificar dados de campo é realmente muito trabalhosa e somente uma equipe organizada, com elementos conhecedores do rio ou sistema a estudar, pode realizá-la a contento.

THE JUNCTION PROBLEM

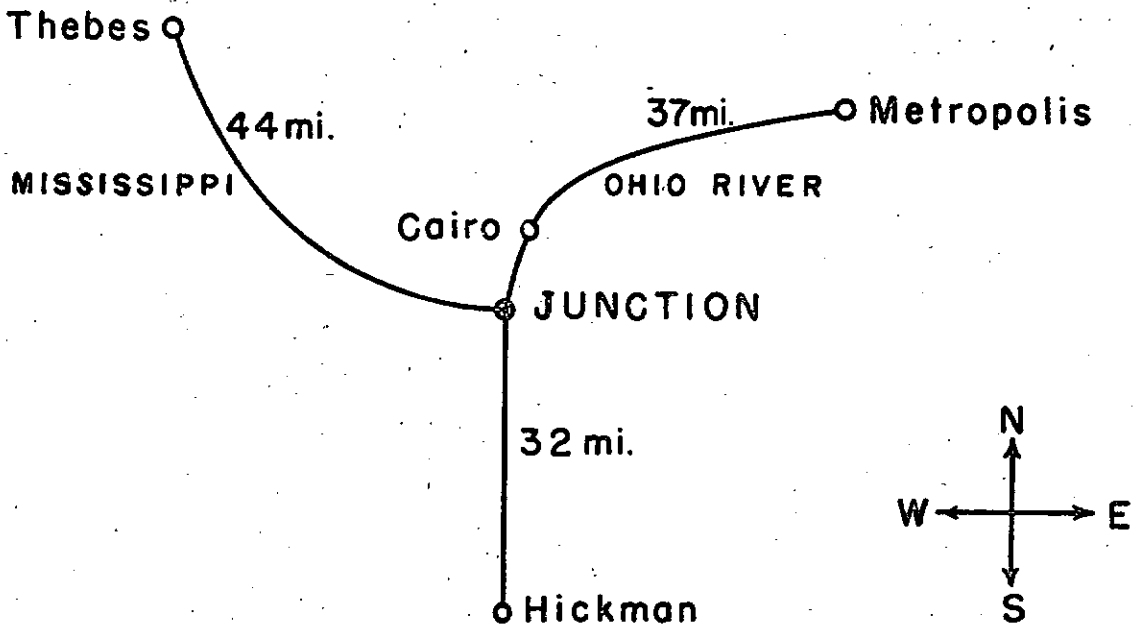


FIG. 5.3.1 - ESQUEMA DA JUNÇÃO OHIO-MISSISSIPPI.

Rating Curve at Hickman

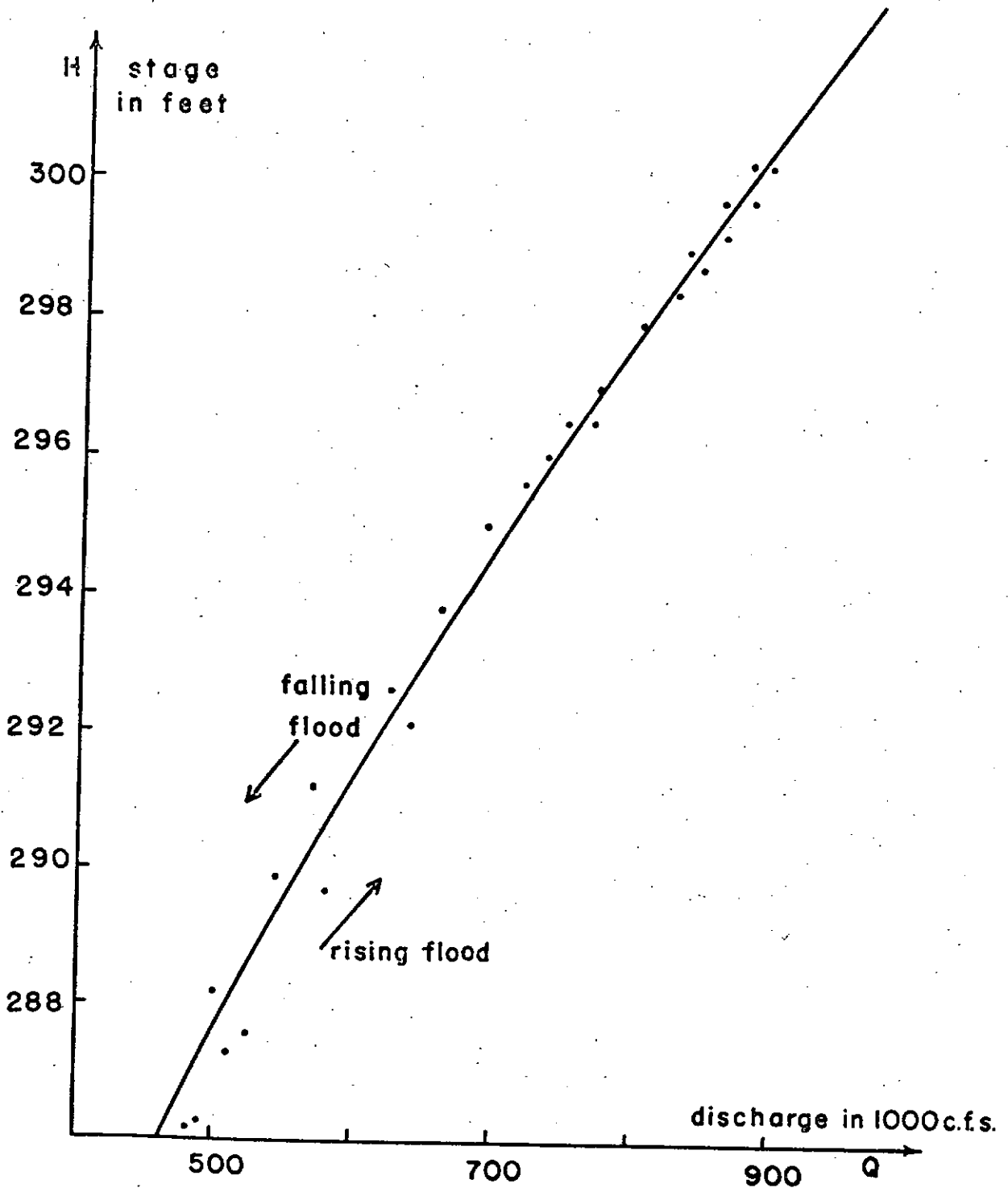


FIG. 5.3.2 - CURVA CHAVE, FRONTEIRA A JUSANTE.

STAGES IN JUNCTION PROBLEM DURING
1947 FLOOD

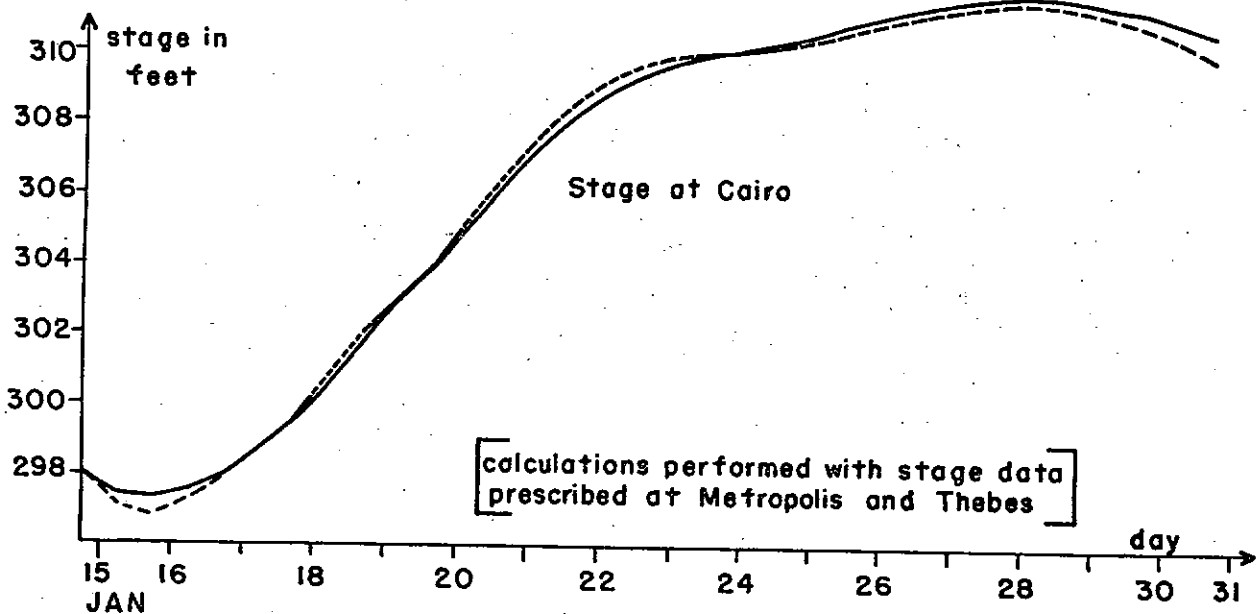
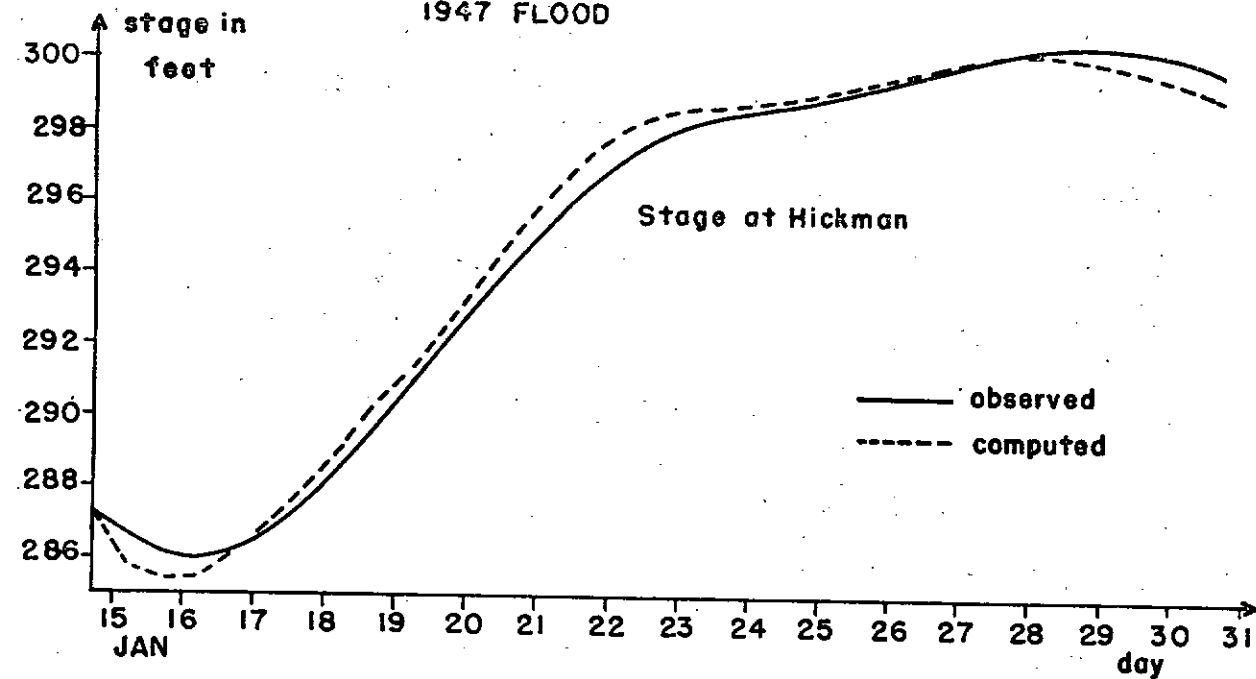


FIG. 5.3.3 - HIDRÓGRAFAS DE TIRANTE.

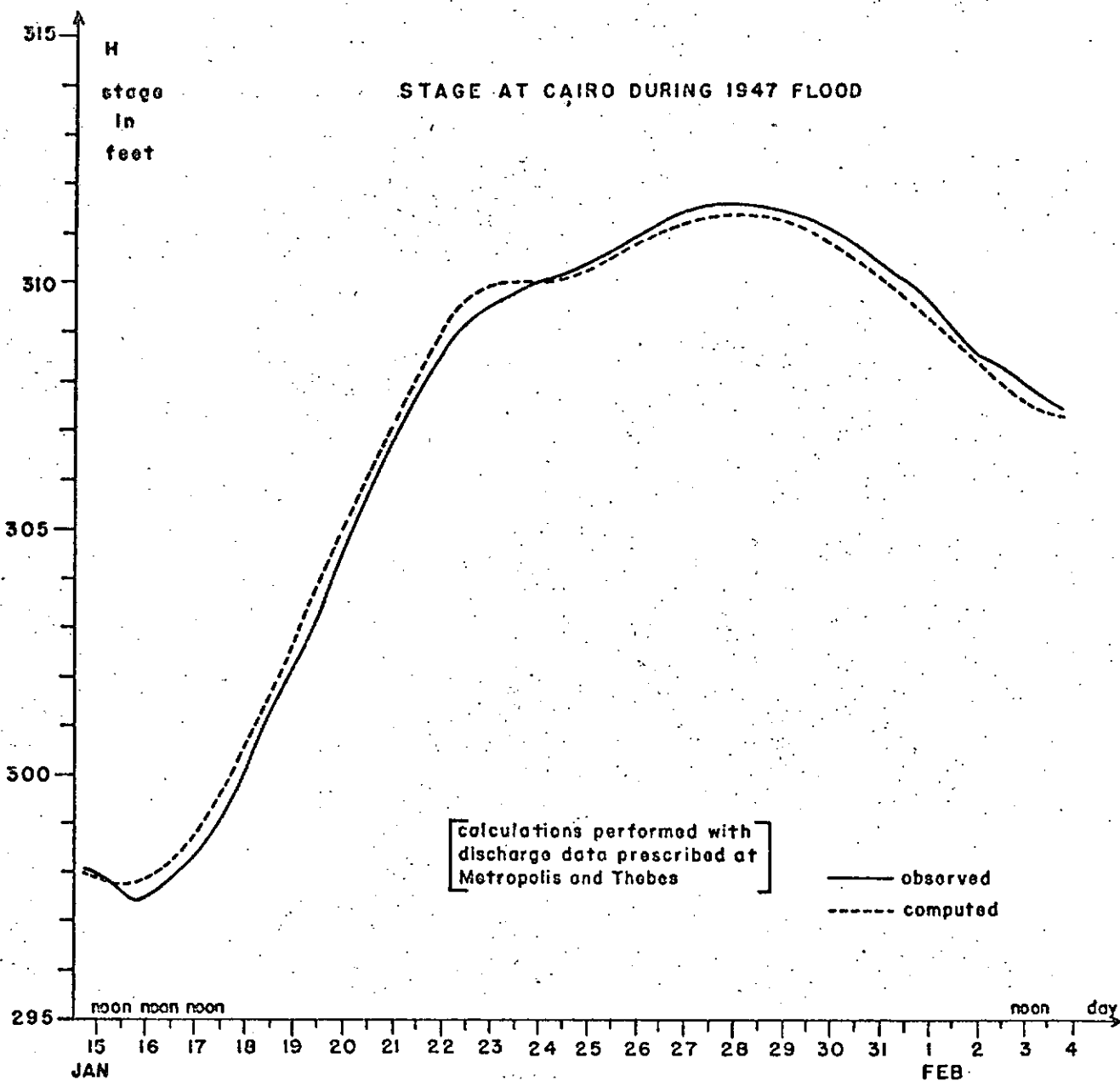


FIG. 5.3.4 - HIDRÓGRAFA DE TIRANTE, JUNÇÃO.

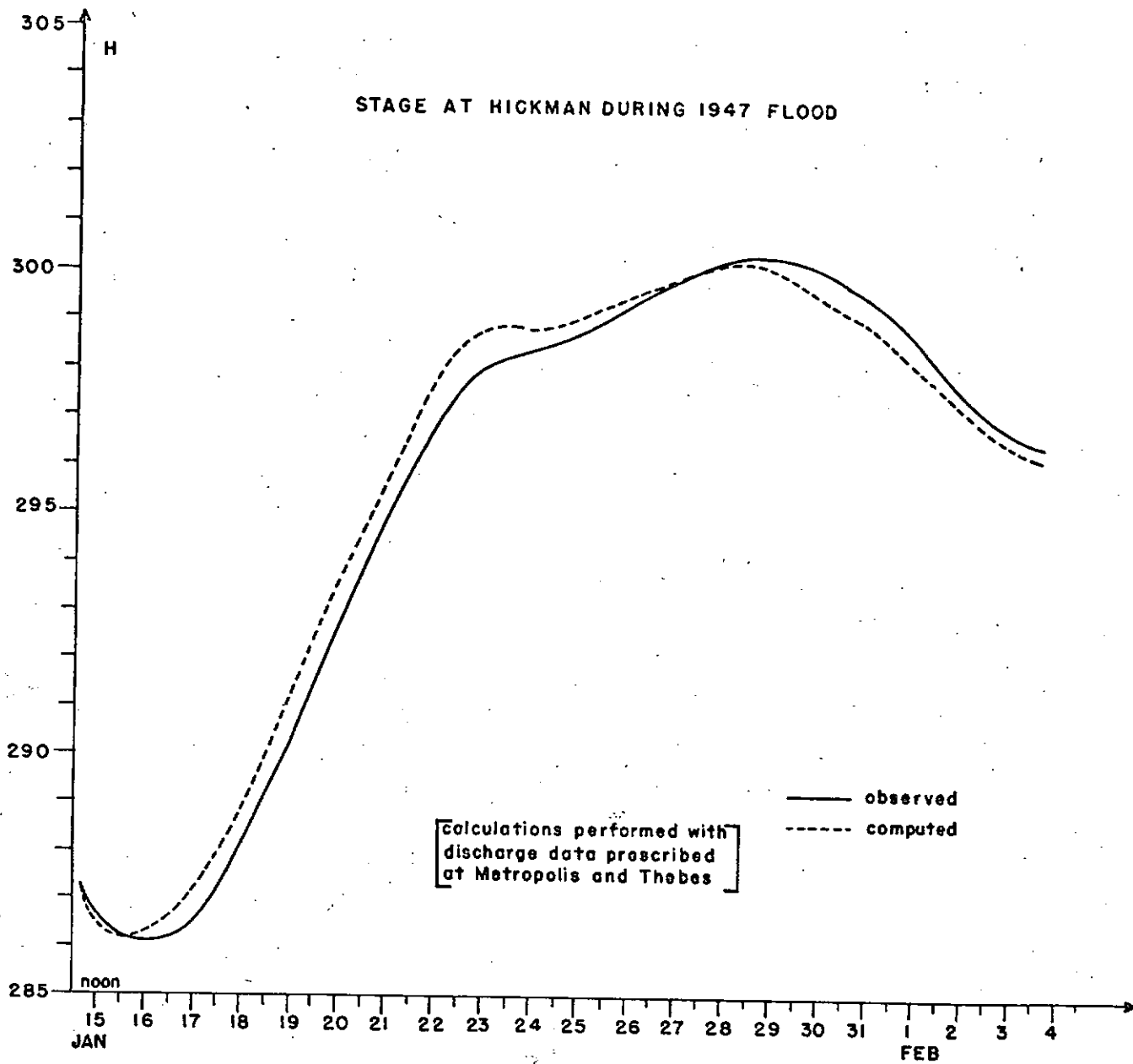


FIG. 5.3.5 - HIDRÓGRAFA DE TIRANTE, A JUSANTE DA JUNÇÃO.

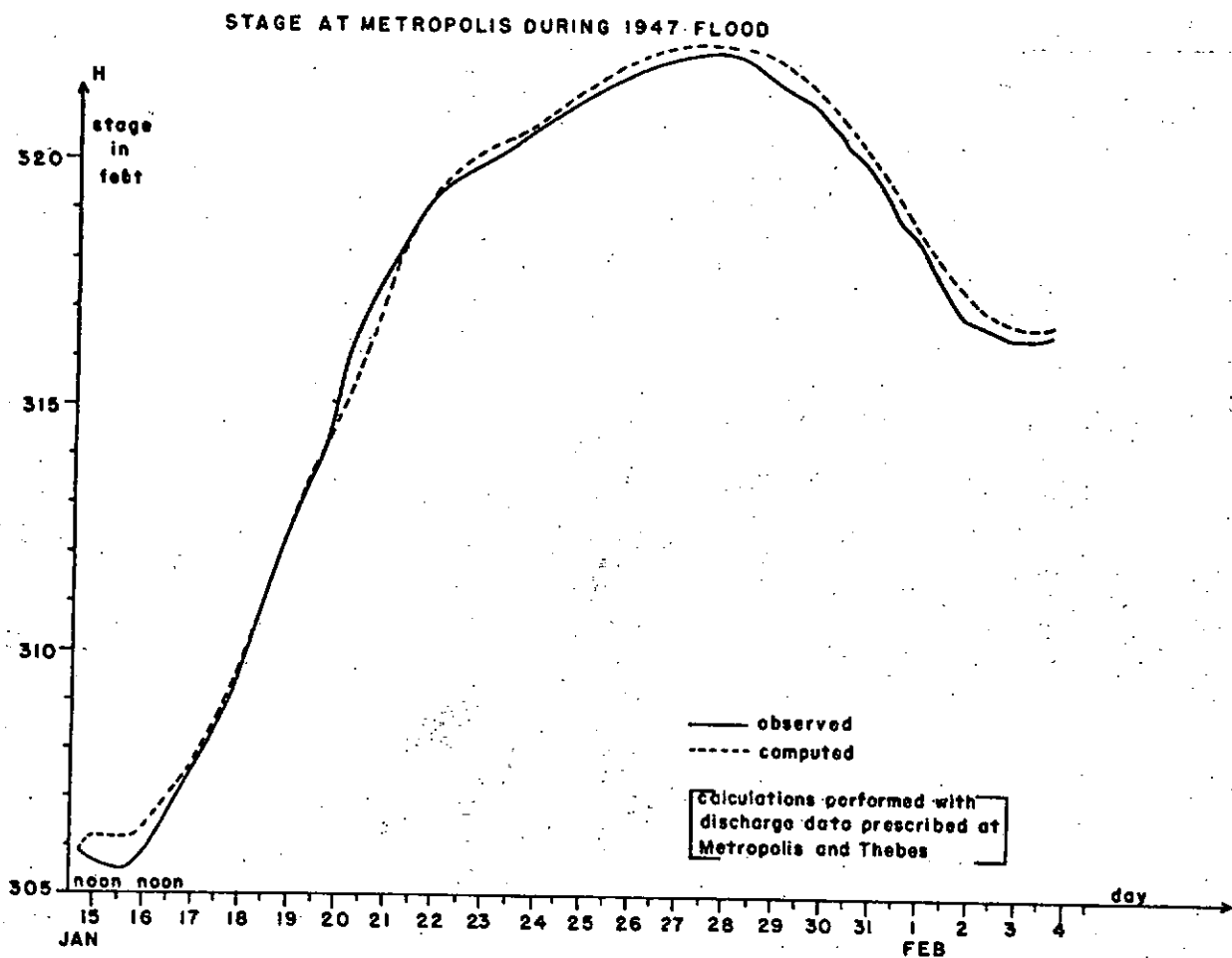


FIG. 5.3.6 - HIDRÓGRAFA DE TIRANTE, FRONTEIRA A MONTANTE.

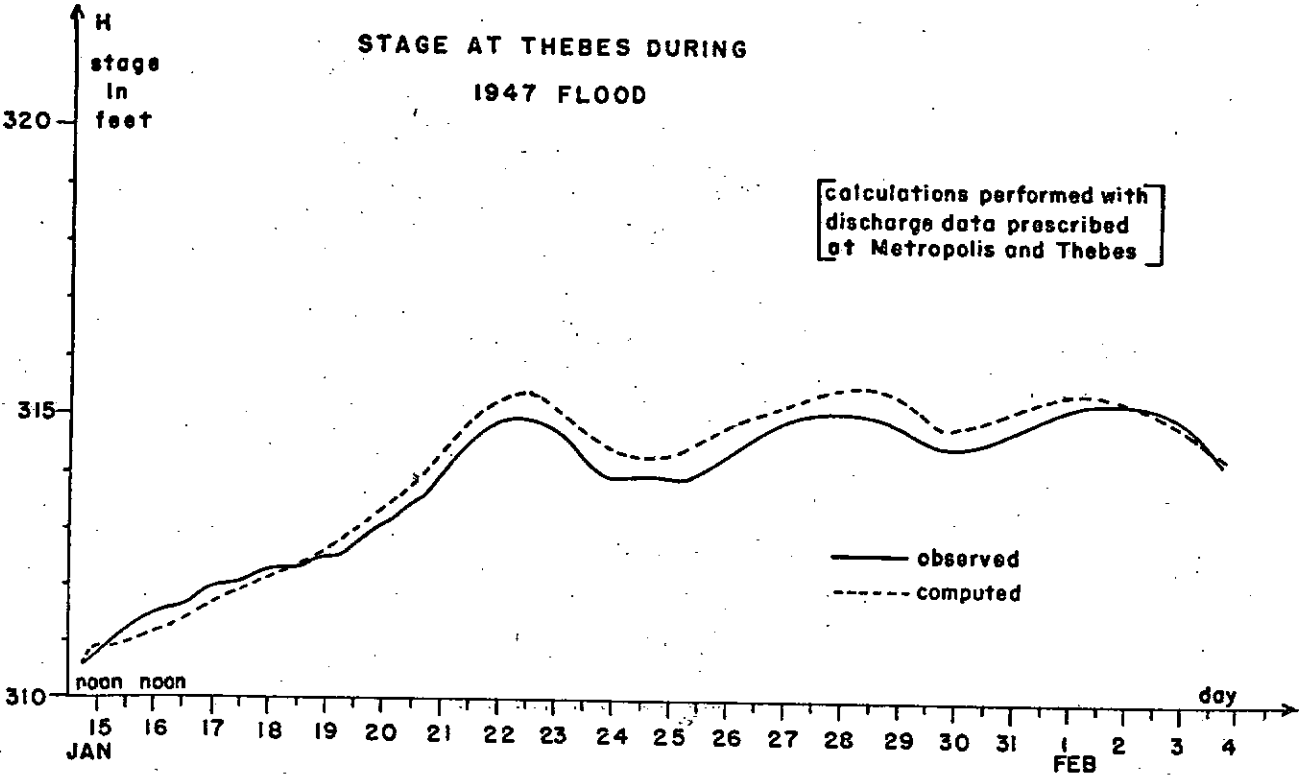


FIG. 5.3.7 - HIDRÓGRAFA DE TIRANTE, FRONTEIRA A MONTANTE.

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

As principais conclusões do nosso estudo podem ser resumidas nos itens seguintes:

1. O método implícito com seccionamento simplifica a solução do problema de junção, transformando-o na aplicação repetida (3 vezes) do caso de trecho único;

2. Um algoritmo adequado de interpolação e extrapolação reduz significativamente o número de iterações na junção;

3. O número de iterações na junção não acarreta modificações nos resultados;

4. A solução oferece significativas vantagens de programação: simplicidade, flexibilidade na definição das características dos trechos, economia em armazenamento

e tempo de computação;

5. O bom funcionamento do método para taxa de cheia extremamente elevada aconselha sua aplicação aos casos práticos, de taxas mais lentas, provavelmente com maiores vantagens;

6. A aplicação a problemas reais é apenas um problema de disponibilidade e codificação de dados de campo, não introduzindo complicações na natureza do método;

7. Testes com diferentes dimensões de malha e fronteira conduziram a resultados consistentes, dentro de certos limites.

Além dessas conclusões, reunimos, sob a forma de sugestões para posteriores estudos alguns pontos observados durante o nosso estudo, inclusive para trecho simples:

1. A maior concavidade dos perfis longitudinais no problema da junção para o método implícito em relação ao explícito;

2. A presença de pequenas oscilações em Y e V , para malhas com Δt relativamente pequeno, quando são incluídas no cálculo, seções da região não perturbada;

3. A possibilidade de obter algoritmos mais rápidos para solução do sistema linear de iteração, ⁶, ²⁵, ²⁶;

4. A faixa de transientes em que o método pode ser aplicado, em termos de dimensões físicas do sistema e rapidez do transiente.

O estudo desses aspectos, especialmente dos dois últimos, pode ampliar sensivelmente as possibilidades do método implícito na área de movimentos não permanentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. AMEIN, M., "An Implicit Method for Numerical Flood Routing", Water Resources Research, Vol. 4, Nº 4, August, 1968.
2. AMEIN, M. e FANG, C.S., "Implicit Flood Routing in Natural Channels", Journal of Hydraulics Division, A.S.C.E., Vol. 96, Nº Hy12, December, 1970.
3. STOKER, J.J., ISAACSON, E. e TROESCH, B.A., "Numerical Solution of Flood Prediction and River Regulation Problems", Reports I, II, III, Central Institute of Mathematical Sciences, New York University, 1956.
4. STOKER, J.J., "Water Waves", Interscience Publishers, New York, 1957.
5. ISAACSON, E., "Fluid Dynamical Calculations", Numerical Solutions of Partial Differential Equations, Bramble, J.H.; Academic Press, New York and London, 1966.

6. CONTRACTOR, D.N., WIGGERT, J.M., "Implicit Flood Routing in Natural Channels, (Discussion)", Journal of Hydraulics Division, A.S.C.E., Vol. 97, n^o Hy5, May, 1971.
7. CHOW, V.T., "Open-Channel Hydraulics", International Student Editions, McGraw-Hill, 1959.
8. HENDERSON, F.M., "Open Channel Flow", MacMillan Series in Civil Engineering, The MacMillan Company, New York, 1966.
9. LAI, C., "Flows of Homogeneous Density in Tidal Reaches. Solutions by Implicit Method", Open File Report, U.S. Geological Survey Washington, D.C., 1965.
10. GILCREST, B.R., "Chapter X, Engineering Hydraulics", Edited by Hunter Rouse, John Wiley and Sons, New York, 1958.
11. HARLEMAN, D.R.F. and LEE, C.H., "The computation of Tides and Currents in Estuaries and Canals", US. Army Corps of Engineers Report, October, 1967.

12. GUNARATNAM, D.J., "Numerical Solution of Unsteady Flows in Open Channels", Hydroninamics Laboratory, Department of Civil Engineering, MIT, July, 1970.
13. STRELKOFF, T., "One-Dimensional Equations of Open-Channel Flow", Journal of Hydraulics Division, A.S.C.E., Vol. 95, Hy3, May, 1969.
14. SCHAAKE, J.C., "Synthesis of Inlet Hydrograph", Ph.D. Thesis, John Hopkins University, 1965.
15. MORGALI, J.A., and LINSLEY, R.K., "Computer Analysis of Overland Flow", Journal of Hydraulics Division, A.S.C.E., Vol. 91, Hy3, March, 1965.
16. AMEIN, M., "Streamflow routing on computer by characteristics", Water Resources Research, Vol. 2, n^o 1, 1966.
17. LAI, C., "Computation of transient flows in rivers and estuaries by the multiple-reach method of characteristics", Geological Survey, Washington, D.C., 1965.

18. AMEIN, M., "Streamflow routing on computer by characteristics", Water Resources Research, Vol. 2, n^o 1.
19. FLETCHER and HAMILTON, "Flood routing in an irregular channel", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 93, EM3, June, 1967.
20. LIGGET and WOOLHISER, "Difference solutions of the shallow-water equation", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 93, EM2, April, 1967.
21. AMEIN, M., "Some recent studies on numerical flood routing", 3rd Annual Conf., American Water Resources Association, San Francisco, California, November, 1967.
22. BALTZER, R.A., and LAI, C., "Computer simulation of unsteady flows in waterways", Journal of the Hydraulics Division", ASCE, Vol. 94, Hy7, July, 1968.
23. WYLEY, B., "Unsteady free-surface flow computations", Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96,

Hy11, November, 1970.

24. ELLIS, J., "Unsteady flow in channel of variable cross section", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 96, Hy10, October, 1970.
25. O'LOUGHLIN, E.M., and SHORT, D.L., "Implicit Flood Routing in Natural Channels (Discussion)", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, N^o Hy10, May, 1971.
26. FREAD, D.L., "Implicit Flood Routing in Natural Channels (Discussion)", Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, N^o Hy7, July, 1971.

APÊNDICE

CONSIDERAÇÕES SOBRE A PROGRAMAÇÃO.

DIAGRAMAS DE BLOCO. PROGRAMAS

~~Limitar-nos-emos~~ a comentar o programa mais importante que resolve o problema da junção. Os outros, por sua simplicidade, podem ser facilmente compreendidos por simples observação das listagens correspondentes, apresentadas logo após a "Relação de Programas".

A idéia básica foi estruturar o programa de forma tanto quanto possível flexível e facilmente adaptável a condições de contorno distintas e às variações das características geométricas e físicas dos trechos em cada seção. Além disso, a utilização de arquivos em disco permite o processamento do programa em sistemas de menor capacidade de memória. A minimização do tempo de processamento não foi, portanto, uma preocupação exclusiva.

Nos parágrafos seguintes descrevemos, resumidamente a estrutura do programa completo.

Programa Principal: Lê os intervalos e constantes adotados para cálculo; monta e resolve o sistema iterativo do método; testa tolerâncias; registra resultados.

Utiliza as seguintes subrotinas:

- ELEN - define as condições iniciais de cada trecho; lê os elementos de entrada, calcula as constantes principais, registrando em disco;
- COFR1 - define as condições de fronteira para o trecho T_1 ; corrige as variáveis que dependem de Y e V , em cada iteração;
- COFR2 - idem, idem, em relação ao trecho T_2 ;
- COFR3 - idem, idem, em relação ao trecho T_3 ;
- GELB - "Gauss Elimination Banded", Scientific Subroutine Package, IBM; resolve o sistema linear de iteração com matriz coeficiente em estrutura de banda, pelo processo de eliminação de Gauss.

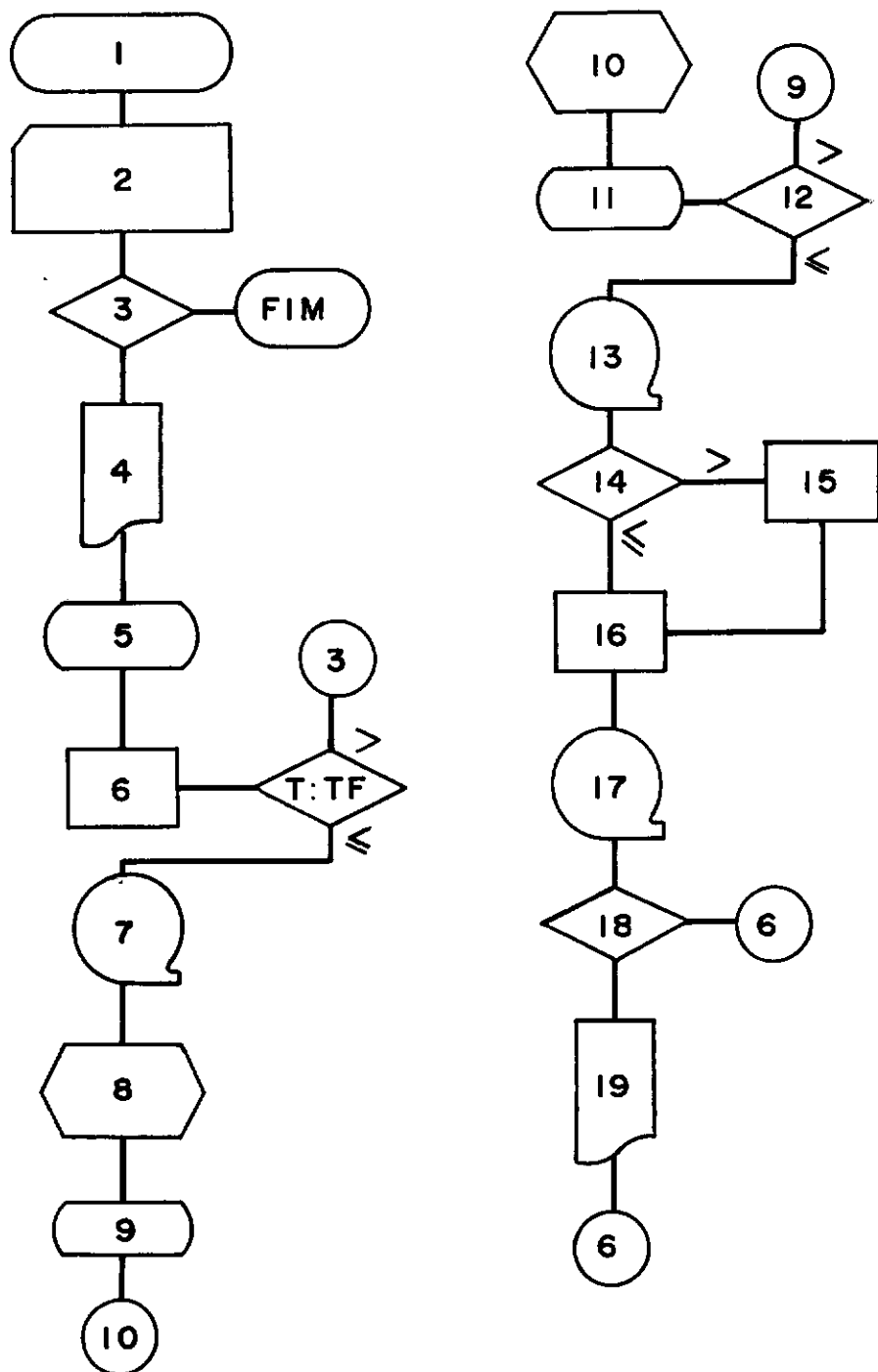
As passagens principais do programa são indicadas no diagrama em blocos, simplificado. Para melhor compreensão, relacionamos também as constantes e variáveis mais importantes.

Constantes e variáveis mais importantes:

- DX, DT - intervalos adotados para a malha, plano x, t;
- T, TF - instante de cálculo e instante final do período de simulação;
- X(I), Y(I,J), V(I,J) - abcissa, tirante e velocidade para cada seção, em certo instante;
- TOLY, TOLV - tolerâncias adotadas para o tirante e velocidade;
- TOLJ - tolerância adotada para correção do tirante na junção;
- YJ - valor do tirante na junção adotado para cálculo em cada instante;
- KT, KIT, KDT, KITJ - contadores de trecho, iterações "internas", intervalos de tempo, iterações "ex

PROBLEMA DA JUNÇÃO

Diagrama de Bloco Simplificado



ternas" (na junção), respectivamente;

- KMAX - número máximo de iterações do MIAF entre dois instantes;
- NØ, NS - ordem inicial e final das seções de cálculo, em um trecho (*);
- C(I) - vetor cujas componentes são os coeficientes do sistema linear de iteração exigidos pela GELB para resolução;
- R(I) - vetor identidade do sistema linear de iteração;
- FI - variável associada à equação da continuidade, seções centrais;
- GI - variável associada à equação da quantidade de movimento, seções centrais;
- NI - número de incógnitas do sistema linear de iteração;
- A(I,J) - área da seção transversal;
- B(I,J) - largura da seção, à superfície livre;
- P(I,J) - perímetro molhado;
- DPY(I,J) - derivada em Y, do perímetro P;

- DBY(I,J) - derivada em Y, da largura B;
- CM(I) - coeficiente de resistência de Manning;
- DL(I) - declividade de fundo;
- NMAX - número máximo de seções para cada trecho, cor
respondente ao período de simulação TF;
- IREG - número de intervalos de tempo entre dois ins
tantes em que se deseja o registro de resultata
dos;
- NR - número de vezes (instantes) em que foram registris
trados resultados por impressora e/ou perfurada
dora.

OBS: (*) Na versão A, onde o número de seções em cada trech
o é fixo, tem-se sempre $N\emptyset = 1$.

Descrição dos itens indicados no diagrama de bloco simplificado:

1. Inicialização: dimensionamento e definição de arquivos.
2. Leitura das constantes e intervalos adotados para cálculo: M , MUD, \dots , e DX , DT , T , \dots , NR .
3. Teste de leitura final (DX), com desvio para saída.
4. Registro por impressora de títulos, subtítulos e valores lidos.
5. ELEN: leitura, armazenamento e registro dos elementos de entrada (condições iniciais).
6. Uniformização de unidades, inicialização de contadores KT , KDT , $KMAX$ e do tempo T .
7. Leitura em disco: desarquivamento dos valores iniciais para o trecho de ordem KT .
8. Definição da hipótese inicial $Y(I,2)$, $V(I,2)$,

..., para o sistema linear de iteração, instante $T + DT$.

9. COFR: definição das condições de fronteira e coeficientes $C(I)$ correspondentes, trecho KT .
10. Montagem do sistema linear de iteração: cálculo dos parâmetros $C(I)$ e $R(I)$, para as seções centrais.
11. GELB: resolve o sistema linear de iteração armazenando as soluções em $R(I)$.
12. Teste de convergência: verifica tolerâncias $TOLY$ e $TOLV$, voltando ao item 9, se necessário.
13. Arquia soluções e volta ao item 7, para cálculo do trecho seguinte (se a onda já atingiu a junção).
14. Verificação do tirante na junção: testa tolerância $TOLJ$; obtida a precisão desejada passa ao item 16.

15. Correção do tirante na junção: por interpolação é adotado um novo valor para YJ , voltando ao item 8, trecho $KT = 1$.
16. Extrapolação do tirante para o instante seguinte, $T + DT$, com os valores de Y em T e $T - DT$.
17. Leitura e transferência dos resultados para arquivos.
18. Teste para registro dos resultados: verifica o instante de registro, comparando KDT e $IREG$; volta ao item 6, para o instante seguinte, $T + DT$.
19. Registro de resultados: saída de Y e V , por impressora ou perfuradora; volta ao item 6, para o instante seguinte:

Quando em 6, $T + DT > TF$, volta a 3, para leitura de saída.

Subrotina GELB:

As informações dadas a seguir resumem-se ao estritamente necessário para esclarecer a utilização da subroti na nos problemas resolvidos. Para maiores detalhes, ver "Scientific Subroutine Package", IBM/360.

Objetivo:

Resolver um sistema de equações lineares simultaneas com matriz coeficiente em estrutura de banda.

Utilização:

CALL GELB (R, C, NI, M, MUD, MLD, EPS, IER).

Descrição dos parâmetros:

- R - matriz identidade, $NI \times M$, destruída durante o processamento. No final, R contem as soluções das equações;

- C - matriz coeficiente com estrutura de banda
NI × NI, destruída durante o processamento;
- NI - número de equações do sistema;
- M - número de vetores de R;
- MUD - número de codiagonais acima da diagonal principal;
- MLD - número de codiagonais abaixo da diagonal principal;
- EPS - constante de entrada usada como tolerância relativa para teste da perda de significado;
- IER - parâmetro de erro resultante, codificado como segue:
- IER = 0 - nenhum erro;
- IER = 1 - nenhum resultado, em virtude de erro nos parâmetros de entrada NI, MUD, MLD, ou em virtude de nulidade do elemento pivô em qualquer passo de eliminação;
- IER = K - advertência devido a possível perda de significação na etapa

de eliminação $K + 1$, onde o elemento pivô foi menor ou igual ao produto da tolerância interna pelo maior elemento da matriz C , em valor absoluto.

Observações:

A matriz banda C deve ser armazenada por linha nas primeiras ME posições sucessivas de armazenamento do total MA necessário, onde:

$$MA = NI * MC - ML * (ML + 1) / 2 \quad e$$

$$ME = MA - MU * (MU + 1) / 2 \quad \text{com}$$

$$MC = \text{MIN}(NI, 1 + MUD + MLD),$$

$$ML = MC - 1 - MLD \quad e \quad MU = MC - 1 - MUD.$$

A matriz identidade R deve ser armazenada por coluna nas $M \times NI$ posições sucessivas de armazenamento. No final, R também estará armazenada por coluna.

Os parâmetros de entrada devem satisfazer às se

guintes restrições:

$$MUD \geq 0, \quad MLD \geq 0, \quad MUD + MLD \leq 2 * M - 2''.$$

No caso do MIAF, aplicado a um problema de cheia em trecho único ou em junção, com seccionamento, temos as seguintes condições:

$$M = 1, \quad MUD = 2, \quad MLD = 2.$$

Obtemos, portanto:

$$MC = \text{MIN}(NI, 5) = 5, \quad \text{uma vez } N \geq 3,$$

onde N = número de seções.

Levando esses valores às equações acima, obtemos:

$$ML = MU = 2, \quad MA = 5NI - 3 \quad \text{e} \quad ME = 5NI - 6 = 10N - 6.$$

Para a matriz indicada na Figura IV.2.2, com largura de banda $2N + 6$, onde N é o número de seções de cada trecho, teremos:

$$M = 1, \quad MLD = 2, \quad MUD = 2N + 3.$$

Obtemos, então, analogamente:

$MC = \min(6N, 2N + 6) = 2N + 6$, desde que sempre $N \geq 3$, em cada trecho. Para os outros valores, vem:

$$ML = 2N + 3, \quad MU = 2, \quad MA = 10N^2 - 29N - 6 \quad e$$

$$ME = 10N^2 - 29N - 9.$$

Em termos aproximados podemos escrever:

$$MA \approx 10N^2 - 29N, \quad \text{para este caso e}$$

$$MA \approx 10N, \quad \text{para o caso anterior.}$$

Essas considerações esclarecem os valores indicados no item IV.2, com relação ao cálculo das posições de armazenamento.

Nas folhas seguintes serão apresentadas relação de programas e listagens daqueles mais importantes, inclusive um exemplo de entrada de dados no programa da junção.

Relação de Programas:

- P1 - Propagação de cheia sinusoidal em canal de grande largura (modelo de Thomas).
- P2 - Propagação de onda de cheia em canal de seção trapezoidal (modelo de Stoker); uso da subrotina GELB.
- P2 - idem, idem; uso da subrotina SIMQ.
- P2 - idem, idem; inclui subrotina DIAG, para traçado dos perfís, Figura V.1.1 (**).
- P2 - idem, idem; taxa de cheia a jusante.
- P3 - Propagação de cheia através de confluência; versão A (*).
- P3 - idem, idem; versão B (*).
- P3 - idem, idem; versões A1, A2 e A3 (*).
- P4 - Perfís longitudinais de cheia em confluência; método implícito e método de Stoker, Figuras V.2.1, V.2.2, V.2.4 (**).

P5 - Perfís longitudinais; superposição, Figuras V.2.3, V.2.5 e V.2.6 (**).

- (*) ver item V.2, para maiores esclarecimentos.
- (**) listagens apresentadas ao final do Apêndice.

Programas da junção: entrada de dados:

Exemplificamos a utilização do programa indicando os dados correspondentes ao teste nº 1, do Quadro I, na ordem de leitura adotada (no programa).

1º Cartão: constantes de entrada para a GELB, a aceleração da gravidade:

$M = 1;$ $MUD = MLD = 2;$ $EPS = 10^{-5};$ $G = 9.81.$

2º Cartão: dimensões da malha, tempos, tolerâncias, contadores para registro de resultados por impressora ou perfuradora:

DX (km)	DT (h)	T (h)	TF (h)	TOLY -	TOLV -	TOLJ -	IREG -	NR -
8,05	0,5	0,0	10,0	0,010	0,010	0,010	5	3

39 Cartão: dados para cálculo da taxa de cheia, inicialização dos arquivos e trechos (*):

YMAX (m)	TP (h)	YØ (m)	L1 -	L2 -	L3 -	KT -
12,10	4,0	6,10	1	1	1	1

40, 50 e 60 cartões: elementos geométricos de entrada, trechos T_1 , T_2 e T_3 :

DLO m/km	CMA -	YØ (m)	BØ m	QL m /s	XL (km)
0,095	0,03	6,10	305,0	0,0	80,5
0,093	0,03	6,10	610,0	0,0	-
0,095	0,03	6,10	305,0	0,0	-

(*) A partir do 3º cartão as leituras são feitas dentro da subrotina ELEN.

É evidente que em problemas mais complicados, as subrotinas ELEN, COFR1, COFR2, COFR3, devem ser modificadas, ou mesmo substituídas a fim de atender às condições *iniciais e de fronteira* específicas de cada caso.

Os resultados do exemplo dado podem ser encontrados no Quadro I e Figura V.2.2, ou nas listagens correspondentes.

```

C *****
C PROPAGACAO DE ONDA DE CHEIA EM CONFLUENCIA DE RIOS
C *****

  DIMENSION X(35),Y(35,3),V(35,3),C(500),R(70)
  DIMENSION A(35,2),B(35,2),P(35,2),CM(35,2),DL(35)
  DIMENSION DPY(35,2),DBY(35,2),N(3)
  COMMON X,Y,V,C,DL,CM,A,B,P,DPY,DBY,G,QL,DX,DT,T,TF,L1,L2
  COMMON L3,NO,YJ,TJ,CO,VO,YMAX,TP,KIT,NJ,NMAX,BO,Q1,Q2,R
  DEFINE FILE 11(4,320,U,L1),12(4,320,U,L2),13(4,320,U,L3)
  COMMON NS,KITJ,YO
  DEFINE FILE 14(4,320,U,L4),15(4,320,U,L5)

C X(I),Y(I,J),V(I,J), - ABCISSA,TIRANTE E VELOCIDADE PARA CADA
C SECAO EM CERTO INSTANTE OU ETAPA DE CALCULO
C A(I,J), - AREA DA SECAO TRANSVERSAL
C B(I,J), - LARGURA DA SECAO A SUPERFICIE LIVRE
C P(I,J), - PERIMETRO MOLHADO DA SECAO
C DPY(I,J), - DERIVADA DO PERIMETRO P(I,J),EM RELACAO A Y(I,J)
C DBY(I,J), - DERIVADA DA LARGURA B(I,J) EM RELACAO A Y(I,J)
C CM(I), - COEFICIENTE DE RESISTENCIA DE MANNING
C DL(I), - DECLIVIDADE DE FUNDO DO RIO OU CANAL
C NMAX, - NUMERO MAXIMO DE SECOES DE CALCULO PARA CADA TRECHO
C CORRESPONDENTE AO PERIODO DE SIMULACAO TF
C YJ, - VALOR DO TIRANTE NA JUNCAO ADOTADO PARA CALCULO EM CADA
C INSTANTE OU ITERACAO EXTERNA
C NO,NS, - ORDEM INICIAL E FINAL DAS SECOES DE CALCULO EM UM DOS
C TRECHOS

C CCNSTANTES DE ENTRADA PARA A GELB E ACELERACAO DA GRAVIDADE
  READ(8,1) M,MUD,MLD,EPS,G
  1 FORMAT(3I5,F10.5,F10.2)

C DIMENSOES DA MALHA,TEMPO,TOLERANCIAS,CONTADORES PARA REGISTRO

C DX,DT, - INTERVALOS ADOTADOS PARA A MALHA NO PLANO X,T.
C T,TF, - INSTANTE DE CALCULO E INSTANTE FINAL DO PERIODO DE SI-
C MULACAO
C TOLY,TOLV, - TOLERANCIAS ADOTADAS PARA O TIRANTE E VELOCIDADE
C TOLJ, - TOLERANCIA ADOTADA PARA CORRECAO DO TIRANTE NA JUNCAO
C IREG, - NUMERO DE INTERVALOS DT ENTRE DOIS INSTANTES DE RE-
C GISTRO DE RESULTADOS
C NR, - NUMERO DE VEZES(INSTANTES) EM QUE SERAO REGISTRADOS RE-
C SULTADOS POR IMPRESSORA OU PERFURADORA

  9 READ(8,2) DX,DT,T,TF,TOLY,TOLV,TOLJ,IREG,NR
  2 FORMAT(7F10.3,2I5)

```

```

C  TESTE DE LEITURA FINAL COM DESVIO PARA SAIDA
    IF(DX)4,4,3

C  REGISTRO DE TITULOS,SUBTITULOS E VALORES LIDOS
    3 WRITE(5,5)
    5 FORMAT('1',43X,' PROPAGACAO DE CHEIA EM CONFLUENCIA',///)
      WRITE(5,6) DX,DT,T,TF,TOLY,TOLV,TOLJ,IREG,NR
    6 FORMAT(//,' VALORES DE DX,DT,T,TF,TOLY,TOLV,TOLJ,IREG,NR'
      *,//,7F10.3,2I5,/)

C  LEITURA, IMPRESSAO E ARMAZENAMENTO DOS ELEMENTOS DE ENTRADA

C  E L E N, - DEFINE CONDICOOES INICIAIS DE CADA TRECHO. LE ELE-
C  MENTOS DE ENTRADA, CALCULA AS CONSTANTES PRINCIPAIS REGISTRA
C  VALORES EM DISCO

      CALL ELEN

C  CONVERSAO DE UNIDADES E INICIALIZACAO DE CONTADORES
      DT1=DT
      DX1=DX
      TF1=TF
      DX=1000.*DX
      DT=3600.*DT
      TF=3600.*TF

C  KT,KIT,KDT,KITJ, - CONTADORES DE TRECHO,ITERACOES INTERNAS,(NO
C  METODO),INTERVALOS DE TEMPO,ITERACOES EXTERNAS(NA JUNCAO),RES-
C  PECTIVAMENTE
C  KMAX, - NUMERO MAXIMO DE ITERACOES DO M.I.A.F. ENTRE DOIS INS-
C  TANTES

      KT=1
      KDT=1
      KMAX=0

C  INICIALIZACAO DO T PARA CALCULO DE Y E V EM T+DT
    7 T=T+DT
      KITJ=1
      TT=T/3600.
      IF(T-TF)8,8,9
    8 KIT=1

C  DESARQUIVAMENTO DOS VALORES INICIAIS PARA CADA TRECHO KT
      IF(KT-2)10,11,12
    10 L1=1
      READ(11*L1) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1)
      *,B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
      GO TO 13
    11 L2=1

```

```

      READ(12*L2) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1)
      *,B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
      GO TO 13
12  L3=1
      READ(13*L3) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1)
      *,B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)

C   ARMAZENAMENTO DOS VALORES INICIAIS,LINHA 1,INSTANTE T
C   DEFINICAO DA HIPOTESE INICIAL COM OS VALORES DA LINHA J=1
13  DO 14 I=1,NMAX
      Y(I,2)=Y(I,1)
      V(I,2)=V(I,1)
      B(I,2)=B(I,1)
      DPY(I,2)=DPY(I,1)
      DBY(I,2)=DBY(I,1)
14  CM(I,2)=CM(I,1)

C   CONDICAOES DE FRONTEIRA,MATRIZ C(I) E VETOR IDENTIDADE R(I)

C   C(I), - VETOR CUJAS COMPONENTES SAO OS COEFICIENTES DO SISTEMA
C   LINEAR DE ITERACAO EXIGIDOS PELA G E L B PARA RESOLUCAO
C   R(I), - VETOR IDENTIDADE DO SISTEMA LINEAR DE ITERACAO
C   NI, - NUMERO DE INCOGNITAS DO SISTEMA LINEAR DE ITERACAO

21  IF(KT-2)15,16,17

C   C O F R 1, - DEFINE CONDICAOES DE FRONTEIRA PARA TRECHO T1.
C   CORRIGE VARIAVEIS QUE DEPENDEM DE Y E V EM CADA ITERACAO

15  CALL COFR1(GO,FN,NI,NE)
      GO TO 18

C   C O F R 2, - DEFINE CONDICAOES DE FRONTEIRA PARA TRECHO T2.
C   CORRIGE VARIAVEIS QUE DEPENDEM DE Y E V EM CADA ITERACAO

16  CALL COFR2(GO,FN,NI,NE)
      GO TO 18

C   C O F R 3, - DEFINE CONDICAOES DE FRONTEIRA PARA TRECHO T3.
C   CORRIGE VARIAVEIS QUE DEPENDEM DE Y E V EM CADA ITERACAO

17  CALL COFR3(GO,FN,NI,NE)
18  ME=NE+3
      JJ=1
      R(1)=-GO+C(1)*Y(1,2)+C(2)*V(1,2)
      R(NI)=-FN+C(NI-1)*Y(NS,2)+C(NI)*V(NS,2)

C   ZERA POSICOES DE C(I) EXIGIDAS PELA GELB
      DO 20 I=NE,ME
20  C(I+1)=0.

```

```

C  CALCULO DOS PARAMETROS C(I) E R(I) PARA OS PONTOS CENTRAIS
  J=4
  DO 35 I=2,NS

C  CONSTANTES CORRESPONDENTES AO INSTANTE T, LINHA DE ORDEM 1
  A1=-(Y(I,1)+Y(I-1,1))
  B1=V(I,1)+V(I-1,1)
  C1=Y(I,1)-Y(I-1,1)
  D1=V(I,1)-V(I-1,1)
  E1=A(I,1)/B(I,1)+A(I-1,1)/B(I-1,1)
  F1=1./B(I,1)+1./B(I-1,1)
  DLA1=V(I-1,1)**2./(1./CM(I-1,1))**2.
  DLA1=DLA1*(P(I-1,1)/A(I-1,1))**(4./3.)
  DLA2=V(I,1)**2./(1./CM(I,1))**2.*(P(I,1)/A(I,1))**(4./3.)
  G1=DLA1+DLA2-4.*DL(I)

C  RESIDUOS FI E GI DAS EQUACOES DA CONTINUIDADE E MOVIMENTO
  H1=V(I,1)/A(I,1)+V(I-1,1)/A(I-1,1)
  A2=DT/(4.*DX)
  B2=DX/(G*DT)
  C2=1./(4.*G)
  D2=DX/(2.*G)

C  FI, - VARIABEL ASSOCIADA A EQUACAO DA CONTINUIDADE, SECOES CEN-
C  TRAIS
C  GI, - VARIABEL ASSOCIADA A EQUACAO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO,
C  SECOES CENTRAIS

  FI=Y(I,2)+Y(I-1,2)+A1
  FI=FI+A2*(Y(I,2)-Y(I-1,2))*(V(I,2)+V(I-1,2)+B1)
  FI=FI+A2*(C1*(V(I,2)+V(I-1,2))+B1*C1)
  FI1=(A(I,2)/B(I,2)+A(I-1,2)/B(I-1,2))*(V(I,2)-V(I-1,2)+D1)
  FI1=FI1*A2+A2*(E1*(V(I,2)-V(I-1,2))+D1*E1)
  FI=FI+FI1-QL*DT/2.*(1./B(I,2)+1./B(I-1,2)+F1)
  DLA1=V(I-1,2)**2./(1./CM(I-1,2))**2.
  DLA1=DLA1*(P(I-1,2)/A(I-1,2))**(4./3.)
  DLA0=V(I,2)*CM(I,2)*P(I,2)*A(I,2)*B(I,2)*DX
  IF(DLA0)201,201,202
201 WRITE(5,203) NS,NO,I,TT,V(I,2),CM(I,2),P(I,2),A(I,2),B(I,2)
203 FORMAT(3I5,7F10.3,/)
202 DLA2=V(I,2)**2./(1./CM(I,2))**2.*(P(I,2)/A(I,2))**(4./3.)
  GI=Y(I,2)-Y(I-1,2)+C1+B2*(V(I,2)+V(I-1,2)-B1)
  GI=GI+C2*(V(I,2)**2.-V(I-1,2)**2.+(D1+B1)*V(I,2))
  GI=GI+C2*((D1-B1)*V(I-1,2)+D1*B1)+DX/2.*(DLA1+DLA2+G1)
  GI=GI+D2*QL*(V(I,2)/A(I,2)+V(I-1,2)/A(I-1,2)+H1)
  I1=I
  IF(I-2)26,26,27
27 I1=JJ+1

```

```

C  PARAMETROS DO SISTEMA LINEAR DE ITERACAO - COEFICIENTES C(I)
26  AUX1=1.-A2*(V(I,2)+V(I-1,2)+B1)
    AUX2=A2*(V(I,2)-V(I-1,2)+D1)
    AUX2=AUX2*(1.-A(I-1,2)/B(I-1,2)**2.*DBY(I-1,2))
    C(J)=AUX1+AUX2+QL*DT/2.*DBY(I-1,2)/B(I-1,2)**2.
    AUX1=A2*(Y(I,2)-Y(I-1,2)+C1)
    C(J+1)=AUX1-A2*(A(I,2)/B(I,2)+A(I-1,2)/B(I-1,2)+E1)
    AUX1=1.+A2*(V(I,2)+V(I-1,2)+B1)
    AUX2=A2*(V(I,2)-V(I-1,2)+D1)
    AUX2=AUX2*(1.-A(I,2)/B(I,2)**2.*DBY(I,2))
    C(J+2)=AUX1+AUX2+QL*DT/2.*DBY(I,2)/B(I,2)**2.
    AUX1=A2*(Y(I,2)-Y(I-1,2)+C1)
    C(J+3)=AUX1+A2*(A(I,2)/B(I,2)+A(I-1,2)/B(I-1,2)+E1)
    AUX1=2./3.*DLA1*DX*(DPY(I-1,2)/P(I-1,2)-B(I-1,2)/A(I-1,2))
    C(J+4)=AUX1-B2*QL*B(I-1,2)*V(I-1,2)/A(I-1,2)**2.-1.
    AUX1=B2+(D1-B1-2.*V(I-1,2))/(4.*G)+DX*DLA1/V(I-1,2)
    C(J+5)=AUX1+QL/A(I-1,2)*D2
    AUX1=1.+2./3.*DLA2*DX*(DPY(I,2)/P(I,2)-B(I,2)/A(I,2))
    C(J+6)=AUX1-D2*QL*B(I,2)*V(I,2)/A(I,2)**2.
    AUX1=B2+(D1+B1+2.*V(I,2))/(4.*G)+DX*DLA2/V(I,2)
    C(J+7)=AUX1+QL/A(I,2)*D2
    C(J+8)=0.
    C(J-1)=0.

C  SISTEMA LINEAR DE ITERACAO - VETOR IDENTIDADE R(I)
    AUX1=-FI+C(J)*Y(I-1,2)+C(J+1)*V(I-1,2)+C(J+2)*Y(I,2)
    R(I1)=AUX1+C(J+3)*V(I,2)
    AUX1=-GI+C(J+4)*Y(I-1,2)+C(J+5)*V(I-1,2)+C(J+6)*Y(I,2)
    R(I1+1)=AUX1+C(J+7)*V(I,2)
    J=J+10
35  JJ=JJ+2

C  SOLUCAO DO SISTEMA UTILIZANDO A SUBROTINA GELB
    CALL GELB(R,C,NI,M,MUD,MLD,EPS,IER)

C  ARMAZENA SOLUCOES R(I) EM Y(I,3) E V(I,3) E TESTA PRECISAO
    Y(1,3)=R(1)
    V(1,3)=R(2)
    I1=0
    DO 28 I=3,NI,2
    I1=I1+1
    I2=I-I1
    Y(I2,3)=R(I)
28  V(I2,3)=R(I+1)
    DO 29 I=1,NS
    DIFY=ABS(Y(I,3)-Y(I,2))
    DIFV=ABS(V(I,3)-V(I,2))
    IF(DIFY-TOLY)30,30,31
30  IF(DIFV-TOLV)29,29,31
29  CONTINUE

```

```

C  TRANSFERENCIA DE RESULTADOS PARA Y(I,1),V(I,1) E REGISTRO
    IF(T-TJ*3600.)22,22,25
22  DO 32 I=1,NS
    Y(I,1)=Y(I,3)
32  V(I,1)=V(I,3)
    L1=1
    WRITE(11*L1) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
    GO TO 36
25  IF(KT-2)33,34,36
33  Q1=A(NS,2)*V(NS,3)
    L4=1
    WRITE(14*L4) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,3),V(I,3),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
    GO TO 36
34  Q2=A(1,2)*V(1,3)
    L5=1
    WRITE(15*L5) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,3),V(I,3),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)

C  INCREMENTA CONTADOR DE TRECHOS E TESTA FINAL(KT=3)
36  IF(KMAX-KIT)41,42,42
41  KMAX=KIT
42  IF(T-TJ*3600.)59,59,52
59  L=1
    GO TO 69
52  KT=KT+1
    IF(KT-3)8,8,38

C  TESTA PRECISAO NA CONFLUENCIA E CORRIGE YJ
38  KT=1
    DIF=ABS(Y(NS,3)-YJ)
    IF(DIF-TOLJ)19,19,40
40  KITJ=KITJ+1
    IF(Y(NS,3)-Y(NS,1))55,55,56
55  Y(NS,3)=Y(NS,1)
56  YJ=YJ+(Y(NS,3)-YJ)/4.
    IF(KITJ-20)8,8,9
19  L3=1
    IF(Y(NS,3)-Y(NS,1))57,57,58
57  Y(NS,3)=Y(NS,1)
58  DIFE=ABS(Y(NS,3)-Y(NS,1))
    YJ=Y(NS,3)+DIFE
    L=3
    WRITE(13*L3) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,3),V(I,3),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
    WRITE(5,53) DIF,YJ,Y(NS,3),Y(NS,1),KITJ
53  FORMAT(/,4F10.3,15,/)
    N(3)=NMAX

```

```

L5=1
READ(15*L5) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,2),V(I,2),A(I,1),
*B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
L2=1
WRITE(12*L2) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,2),V(I,2),A(I,1),
*B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
N(2)=NMAX
L4=1
READ(14*L4) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),
*B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
L1=1
WRITE(11*L1) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),
*B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
69 N(1)=NMAX
IF(KDT-IREG)43,44,44

C REGISTRA RESULTADOS POR IMPRESSORA OU PERFURADORA
44 KDT=0
DO 60 J=1,L
NMAX=N(J)
WRITE(5,45) KIT,KMAX,KITJ,J,TT
45 FORMAT(/,,' ITERACOES(KIT,KMAX,KITJ),TRECHO CALCULADO(J),',
*' INSTANTE DE CALCULO(TT)',//,4I5,F10.2,/)
WRITE(5,46)
46 FORMAT(/,' LOCALIZACAO DE CADA SECAO DO CANAL COM OS',
*' RESPECTIVOS VALORES DO TIRANTE E VELOCIDADE',/)
WRITE(5,47) (X(I),Y(I,J),V(I,J),I=1,NMAX)
47 FORMAT(5(F8.1,2F7.3,2X))

C SAIDA DE RESULTADOS EM CARTAO PERFURADO
WRITE(16,62) NS,NR,J,TT,DT1,DX1,TF1
62 FORMAT(3I5,4F10.3)
WRITE(16,61) (Y(I,J),V(I,J),I=1,NMAX)
61 FORMAT(8F10.3)
60 CONTINUE
43 KDT=KDT+1
GO TO 7
31 KIT=KIT+1
IF(KIT-10)49,49,9
49 DO 50 I=1,NS
Y(I,2)=Y(I,3)
50 V(I,2)=V(I,3)
GO TO 21
4 WRITE(5,51) TT,KIT,KMAX,KITJ
51 FORMAT(/,,' INSTANTE DE SAIDA, ITERACOES',//F10.3,3I5,/)
CALL EXIT
END

```

```

C *****
      SUBROUTINE ELEN
C *****
C LEITURA E CALCULO DOS ELEMENTOS DE ENTRADA
  DIMENSION X(35),Y(35,3),V(35,3),C(500),R(70)
  DIMENSION A(35,2),B(35,2),P(35,2),CM(35,2),DL(35)
  DIMENSION DPY(35,2),DBY(35,2),N(3)
  COMMON X,Y,V,C,DL,CM,A,B,P,DPY,DBY,G,QL,DX,DT,T,TF,L1,L2
  COMMON L3,NO,YJ,TJ,CO,VO,YMAX,TP,KIT,NJ,NMAX,BO,Q1,Q2,R
  COMMON NS,KITJ,YO
C LEITURA EM CARTOES DOS ELEMENTOS GEOMETRICOS DE ENTRADA
  READ(8,15) YMAX,TP,YO,L1,L2,L3,KT
 15 FORMAT(3F10.3,4I5)
  L1=1
  L2=1
  L3=1
  KT=1
 10 READ(8,1) DLO,CMA,YO,BO,QL,XL
  1 FORMAT(F10.7,5F10.3)
  CA=(1./CMA)**2.
  PO=BO+2.*YO
  AO=BO*YO
  RO=AO/PO
  CO=(G*YO)**0.5
  VO=RO**(2./3.)*(CA*DLO)**0.5
C TEMPO GASTO PARA A FRENTE DE ONDA ATINGIR A JUNCAO
  IF(KT-1)2,2,3
  2 NJ=IFIX(XL/DX)+1
  NMAX=NJ
  NS=NJ
  TJ=XL/(CO+VO)/3.6
  GO TO 11
C CALCULO DO NUMERO DE PONTOS DE CADA TRECHO E ARMAZENAMENTO
  3 XL=(CO+VO)*3.6*(TF-TJ)
  NMAX=IFIX(XL/DX)+1
 11 X(1)=0.
  DO 4 I=2,NMAX
  4 X(I)=X(I-1)+DX/1.61
  DO 5 I=1,NMAX
  Y(I,1)=YO
  V(I,1)=VO
  A(I,1)=AO
  B(I,1)=BO
  P(I,1)=PO

```

```

    DBY(I,1)=0.
    DPY(I,1)=2.
    DL(I)=DLO
5  CM(I,1)=CMA

C  TRANSFERE ELEMENTOS DE CADA TRECHO PARA ARQUIVO EM DISCO)
    IF(KT-2)12,13,14
12  L1=1
    WRITE(11'L1) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
    GO TO 16
13  L2=1
    WRITE(12'L2) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)
    GO TO 16
14  L3=1
    WRITE(13'L3) NMAX,QL,CO,VO,YO,(X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),
    *B(I,1),P(I,1),CM(I,1),DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,NMAX)

C  REGISTRO DOS ELEMENTOS LIDOS,CALCULADOS E ARQUIVADOS
16  WRITE(5,6) DLO,CMA,YO,BO,QL,PO,AO,CO,VO,XL,TJ,NMAX,L1
6  FORMAT(//,' ELEMENTOS LIDOS E CALCULADOS',//,
    *F10.7,10F10.3,2I5,/)
    WRITE(5,7) (X(I),Y(I,1),V(I,1),A(I,1),B(I,1),P(I,1),CM(I,1)
    *,DL(I),DBY(I,1),DPY(I,1),I=1,1),L1,L2,L3
7  FORMAT(//,' ELEMENTOS ARQUIVADOS',//,
    *(7F10.3,F10.7,2F10.3),3I5,/)

C  TESTA SAIDA CORRESPONDENTE AO TRECHO A JUSANTE DA JUNCAO
    IF(KT-2)8,8,9
8  KT=KT+1
    GO TO 10
9  YJ=Y(NMAX,1)
    RETURN
    END

```

```

C *****
SUBROUTINE COFR1(GO, FN, NI, NE)
C *****
C DEFINE CONDICÕES DE FRONTEIRA E PARAMETROS, -TRECHO T1(KT=1)
  DIMENSION X(35), Y(35,3), V(35,3), C(500), R(70)
  DIMENSION A(35,2), B(35,2), P(35,2), CM(35,2), DL(35)
  DIMENSION DPY(35,2), DBY(35,2), N(3)
  COMMON X, Y, V, C, DL, CM, A, B, P, DPY, DBY, G, QL, DX, DT, T, TF, L1, L2
  COMMON L3, NO, YJ, TJ, CO, VO, YMAX, TP, KIT, NJ, NMAX, BO, Q1, Q2, R
  COMMON NS, KITJ, YO
C NUMERO DE SECCES NS, CONDIÇÕES DE FRONTEIRA GO, FN.
  IF(KIT-1)5,5,6
  5 NS=NJ
  NI=2*NS
  NE=5*NI-6
  Y(NS,1)=YJ
  IF(KITJ-1)10,10,9
  10 DO 11 I=1,NS
  A(I,1)=B(I,1)*Y(I,1)
  11 P(I,1)=B(I,1)+2.*Y(I,1)
  IF(T-3600.*TP)2,2,3
  2 FMONT=Y(1,1)+(YMAX-YO)*DT/(3600.*TP)
  GO TO 9
  3 FMONT=YMAX
  9 A(NS,1)=B(NS,1)*Y(NS,1)
  P(NS,1)=B(NS,1)+2.*Y(NS,1)
  6 Y(NS,2)=YJ
  Y(1,2)=FMONT
C RESÍDUOS DE GO E FN, COEFICIENTES C(I) NAS FRONTEIRAS
  GO=Y(1,2)-FMONT
  FN=Y(NS,2)-YJ
  C(1)=1.
  C(2)=0.
  C(NE-1)=1.
  C(NE)=0.
C CORREÇÃO DAS VARIÁVEIS QUE DEPENDEM DE Y E V
  DO 4 I=1,NS
  A(I,2)=B(I,2)*Y(I,2)
  4 P(I,2)=B(I,2)+2.*Y(I,2)
  RETURN
  END

```

```

C *****
SUBROUTINE COFR2(GO, FN, NI, NE)
C *****
C DEFINE CONDICÕES DE FRONTEIRA E PARAMETROS, -TRECHO T2(KT=2)
  DIMENSION X(35), Y(35,3), V(35,3), C(500), R(70)
  DIMENSION A(35,2), B(35,2), P(35,2), CM(35,2), DL(35)
  DIMENSION DPY(35,2), DBY(35,2), N(3)
  COMMON X, Y, V, C, DL, CM, A, B, P, DPY, DBY, G, QL, DX, DT, T, TF, L1, L2
  COMMON L3, NO, YJ, TJ, CO, VO, YMAX, TP, KIT, NJ, NMAX, BO, Q1, Q2, R
  COMMON NS, KITJ, YO
C NUMERO DE SECOES(NS) E CONDICÕES DE FRONTEIRA(GO E FN)
  IF(KIT-1)3,3,4
  3 NS=NMAX
  NI=2*NS
  NE=5*NI-6
  Y(1,1)=YJ
  IF(KITJ-1)5,5,6
  5 DO 11 I=1,NS
    A(I,1)=B(I,1)*Y(I,1)
  11 P(I,1)=B(I,1)+2.*Y(I,1)
  6 A(1,1)=B(1,1)*Y(1,1)
  P(1,1)=B(1,1)+2.*Y(1,1)
  4 Y(NS,2)=Y(NS,1)
  Y(1,2)=YJ
C RESÍDUOS DE GO E FN, COEFICIENTES C(I) NAS FRONTEIRAS
  GO=Y(1,2)-Y(1,1)
  FN=Y(NS,2)-Y(NS,1)
  C(1)=1.
  C(2)=0.
  C(NE-1)=1.
  C(NE)=0.
C CORREÇÃO DAS VARIÁVEIS QUE DEPENDEM DE Y E V
  DO 2 I=1,NS
    A(I,2)=B(I,2)*Y(I,2)
  2 P(I,2)=B(I,2)+2.*Y(I,2)
  RETURN
  END

```

```

C *****
      SUBROUTINE COFR3(GO, FN, NI, NE)
C *****
C  DEFINE CONDIC0ES DE FRONTEIRA E PARAMETROS, -TRECHO T3(KT=3)
      DIMENSION X(35), Y(35,3), V(35,3), C(500), R(70)
      DIMENSION A(35,2), B(35,2), P(35,2), CM(35,2), DL(35)
      DIMENSION DPY(35,2), DBY(35,2), N(3)
      COMMON X, Y, V, C, DL, CM, A, B, P, DPY, DBY, G, QL, DX, DT, T, TF, L1, L2
      COMMON L3, NO, YJ, TJ, CO, VO, YMAX, TP, KIT, NJ, NMAX, BO, Q1, Q2, R
      COMMON NS, KITJ, YO
      IF(KIT-1)3,3,4
3  NS=NMAX
   NI=2*NS
   NE=5*NI-6
   IF(KITJ-1)8,8,9
8  DO 11 I=1, NS
      A(I,1)=B(I,1)*Y(I,1)
11 P(I,1)=B(I,1)+2.*Y(I,1)
9  Q3=Q2-Q1
   Y(NS,2)=YJ
4  Y(1,2)=Y(1,1)

C  RESIDUOS DE GO E FN, COEFICIENTES C(I) NAS FRONTEIRAS
      GO=Y(1,2)-Y(1,1)
      A(NS,2)=B(NS,2)*Y(NS,2)
      FN=V(NS,2)-Q3/A(NS,2)
      C(1)=1.
      C(2)=0.
      C(NE-1)=0.
      C(NE)=1.

C  CORRECAO DAS VARIAVEIS QUE DEPENDEM DE Y E V
      DO 2 I=1, NS
      A(I,2)=B(I,2)*Y(I,2)
2  P(I,2)=B(I,2)+2.*Y(I,2)
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE DIAG
C  DIAGRAMA TIRANTE(Y) X DISTANCIA(XA EM DIFERENTES TEMPOS
  DIMENSION XA(500,1),Y(500,3),TIR(20),X(30)
  COMMON XA,Y,DX,DT,T,TF,XLD,KT
  YP0=Y(1,1)/0.305
  XPO=XA(1,1)
  IF(KT-1)5,5,10
  5 CALL SCALF(0.051,0.101,0.,0.)
  CALL FGRID(0,0.,0.,10.,16)
  CALL FGRID(1,0.,0.,5.,9)
  10 CALL FPLOT(-2,XPO,YPO)
  N=IFIX(XLD/DX)+1
  DO 15 I=2,N
  YP=Y(I,1)/0.305
  XP=XA(I,1)
  15 CALL FPLOT(0,XP,YP)
  CALL FPLOT(1,20.,0.)
  KT=KT+1
  IF(KT-5)20,20,25
C  LEGENDAS DO DIAGRAMA
  25 X(1)=0.
  CALL FCHAR(30.,-7.,0.10,0.15,0.)
  WRITE(7,70)
  70 FORMAT('FIG. 5.1.1 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM'
  *, ' TRECHO UNICO')
  DO 30 I=2,9
  30 X(I)=X(I-1)+20.
  CALL FCHAR(-4.,-2.,0.102,0.122,0.)
  WRITE(7,35) (X(I),I=1,9)
  35 FORMAT(F4.0,6X)
  TIR(1)=0.
  DO 40 I=2,10
  CALL FCHAR(-2.,-1.,0.101,0.122,1.57)
  40 TIR(I)=TIR(I-1)+5.
  WRITE(7,45) (TIR(I),I=1,10)
  45 FORMAT(F3.0,2X)
  CALL FCHAR(120.,2.,0.10,0.12,0.)
  WRITE(7,50)
  50 FORMAT('DISTANCIA EM MILHAS')
  CALL FCHAR(2.,44.,0.10,0.12,0.)
  WRITE(7,55)
  55 FORMAT('TIRANTE EM PES')
  CALL FCHAR(120.,22.,0.10,0.12,0.)
  WRITE(7,60)
  60 FORMAT('MALHA  DX=5.0MI DT=0.5H')
  CALL FCHAR(120.,26.,0.10,0.12,0.)
  WRITE(7,65)
  65 FORMAT('CURVAS T=2,4,6,8 E 10H')
  CALL FCHAR(120.,6.,0.10,0.12,0.)
  WRITE(7,75)

```

```
75 FORMAT('METODO IMPLICITO')  
CALL FPLOT(1,0.,0.)  
20 RETURN  
END
```

```

C  PROPAGACAO DE ONDA DE CHEIA EM CANAL DE SECAD TRAPEZOIDAL
  DIMENSION XA(500,1),Y(500,3),V(500,3),A(5000),R(1000)
  COMMON XA,Y,DX,DT,T,TF,XLD,KT
  READ(8,500) XLD,KT
500  FORMAT(F10.3,I5)
  READ(8,1)DL,G,CM,YO,BO,M,MUD,MLD,EPS
  1  FORMAT(F10.7,4F10.2,3I5,F10.7)
C  CALCULO DAS CONDICICOES INICIAIS
  CA=(1./CM)**2.
  RO=BO*YO/(BO+2.*YO)
  VO=RO**(2./3)*(CA*DL)**0.5
  CO=(G*YO)**0.5
150  READ(8,2) DX,DT,TF,YMAX,TP,T,TOLY,TOLV,IREG,NR
  2  FORMAT(8F9.3,2I4)
  IF(DX)15,14,15
  15  NMAX=IFIX((CO+VO)*3.6*TF/DX)+3
  N=2*NMAX
  WRITE(5,31)
  31  FORMAT('1',42X,' PROPAGACAO DE ONDA DE CHEIA EM CANAL ',//)
  WRITE(5,19)
  19  FORMAT(//,' CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO CANAL ',//)
  WRITE(5,3) DL,G,CM,YO,BO,VO,CO,N,MUD,MLD,EPS
  3  FORMAT(/,(F10.7,6F10.2,3I5,F10.7),/)
  WRITE(5,21)
  21  FORMAT(//,' VALORES DOS INTERVALOS DE TEMPO,DISTANCIA'
  1,' E PRECISAO',)
  WRITE(5,9)DX,DT,TF,YMAX,TP,T,TOLY,TOLV,IREG,NR
  9  FORMAT(/,8F8.3,2I5,/)
C  CALCULO DOS VALORES DA PRIMEIRA LINHA
  DX=1000.*DX
  DT=3600.*DT
  TF=3600.*TF
  XA(1,1)=0.
  Y(1,1)=YO
  V(1,1)=VO
  DO 4 I=2,NMAX
  XA(I,1)=XA(I-1,1)+DX/1610.
  Y(I,1)=YO
  V(I,1)=VO
  Y(I,3)=Y(I,1)
  4  V(I,3)=V(I,1)
  KK=1
  KMAX=0
100  T=T+DT
  TT=T/3600.
  IF(T-TF)13,13,150
  13  K=1
  NN=IFIX((CO+VO)*T/DX)+3
  NI=2*NN
  NE=5*NI-6

```

```

ME=NE+3
C CALCULO DAS CONSTANTES E RESIDUOS DA LINHA DE ORDEM J=2
C CONDICÕES DE FRONTEIRA A MONTANTE E JUSANTE DO TRECHO
  IF(T-3600.*TP)10,11,11
10 FUNCT=Y(1,1)+(YMAX-Y0)*DT/(3600.*TP)
  GO TO 16
11 FUNCT=YMAX
16 DO 12 I=1,NN
  Y(I,2)=Y(I,1)
12 V(I,2)=V(I,1)
C CALCULO DOS RESIDUOS A MONTANTE E JUSANTE DO TRECHO
120 JJ=1
  Y(1,2)=FUNCT
  GO=Y(1,2)-FUNCT
  FN=Y(NN,2)-Y(NN,1)
  DO 17 I=1,ME
17 A(I)=0.
  A(1)=1.
  A(2)=0.
  A(NE-1)=1.
  A(NE)=0.
  R(1)=-GO+A(1)*Y(1,2)+A(2)*V(1,2)
  R(NI)=-FN+A(NE)*V(NN,2)+A(NE-1)*Y(NN,2)
  J=4
C CALCULO DOS VALORES E CONSTANTES PARA OS PONTOS CENTRAIS
DO 5 I=2,NN
  C1=Y(I-1,1)+Y(I,1)+DT/(2.*DX)*(V(I-1,1)*Y(I-1,1)-Y(I,1)*V(I
  1,1))
  R1=BO*Y(I-1,1)/(BO+2.*Y(I-1,1))
  DLA1=V(I-1,1)**2/(CA*R1**(4./3))
  R2=BO*Y(I,1)/(BO+2.*Y(I,1))
  DLA2=V(I,1)**2/(CA*R2**(4./3))
  C2=DT/(4.*DX)*(V(I-1,1)**2-V(I,1)**2)+2.*G*DT*DL-G*DT/DX*(Y
  1(I,1)-Y(I-1,1))-G*DT/2.*(DLA2+DLA1)+V(I-1,1)+V(I,1)
C ATRIBUICAO DE VALORES INICIAIS PARA CADA PONTO CENTRAL
  FI=Y(I-1,2)+Y(I,2)+DT/(2.*DX)*(Y(I,2)*(V(I,1)+V(I,2))-Y(I-1
  1,2)*(V(I-1,2)+V(I-1,1))+Y(I,1)*V(I,2)-Y(I-1,1)*V(I-1,2))-C1
  P1=BO+2.*Y(I-1,2)
  A1=BO*Y(I-1,2)
  R1=A1/P1
  DLA1=V(I-1,2)**2/(CA*R1**(4./3.))
  DERV1=4./3*DLA1*(2./P1-BO/A1)
  P2=BO+2.*Y(I,2)
  A2=BO*Y(I,2)
  R2=A2/P2
  DLA2=V(I,2)**2/(CA*R2**(4./3.))
  DERV2=4./3*DLA2*(2./P2-BO/A2)
  GI=V(I-1,2)+V(I,2)+DT/(4*DX)*(V(I,2)**2-V(I-1,2)**2+2.*V(I,
  11)*V(I,2)-2.*V(I-1,1)*V(I-1,2))+G*DT/DX*(Y(I,2)-Y(I-1,2))+G
  2*DT/2.*(DLA1+DLA2)-C2

```

```

L=I
IF(I-2)130,130,140
140 L=JJ+1
C  PARAMETROS DE CADA EQUACAO PARA O SISTEMA LINEAR DE ITERACAO
130  A(J)=1.-DT/(2.*DX)*(V(I-1,2)+V(I-1,1))
    A(J+1)=-DT/(2.*DX)*(Y(I-1,2)+Y(I-1,1))
    A(J+2)=1.+DT/(2.*DX)*(V(I,2)+V(I,1))
    A(J+3)=DT/(2.*DX)*(Y(I,2)+Y(I,1))
    A(J+4)=G*DT/DX*(-1.+DERV1*DX/2.)
    A(J+5)=1.-DT/(2.*DX)*(V(I-1,2)+V(I-1,1))+G*DT*DLA1/V(I-1,2)
    A(J+6)=G*DT/DX*(1.+DERV2*DX/2.)
    A(J+7)=1.+DT/(2.*DX)*(V(I,2)+V(I,1))+G*DT*DLA2/V(I,2)
    A(J+8)=0.
    A(J-1)=0.
    R(L)=-FI+A(J)*Y(I-1,2)+A(J+1)*V(I-1,2)+A(J+2)*Y(I,2)+A(J+3)
1    *V(I,2)
    R(L+1)=-GI+A(J+4)*Y(I-1,2)+A(J+5)*V(I-1,2)+A(J+6)*Y(I,2)+A(
1J+7)*V(I,2)
    J=J+10
5  JJ=JJ+2
C  RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES UTILIZANDO A SUBROTINA GELB
    CALL GELB(R,A,NI,M,MUD,MLD,EPS,IER)
C  ARMAZENA SOLUCOES R(I) EM Y(I,1) E V(I,1) E TESTA PRECISAO
    Y(1,3)=R(1)
    V(1,3)=R(2)
    L=0
    DO 30 I=3,NI,2
    L=L+1
    LL=I-L
    Y(LL,3)=R(I)
30  V(LL,3)=R(I+1)
    DO 70 I=1,NN
    DIF1=ABS(Y(I,3)-Y(I,2))
    DIF2=ABS(V(I,3)-V(I,2))
    IF(DIF1-TOLY)50,50,60
50  IF(DIF2-TOLV)70,70,60
70  CONTINUE
    DO 33 I=1,NN
    Y(I,1)=Y(I,3)
33  V(I,1)=V(I,3)
    IF(KMAX-K)47,49,49
47  KMAX=K
49  IF(KK-IREG)43,45,45
45  KK=0
    WRITE(5,25) DIF1,DIF2,TT,ME,NI,K,IER
25  FORMAT(/,,' DIFERENCAS,TEMPO,ARMAZENAMENTO,INCOGNITAS,'
1,,' ITERACOES,CODIGO DE ERRO',//2F10.3,F10.2,4I5,/)
    WRITE(5,23)
23  FORMAT(/,,' POSICAO DE CADA ESTACAO COM OS RESPECTIVOS'
1,,' VALORES DO TIRANTE E VELOCIDADE',/)

```

```
WRITE(5,90) (XA(I,1),Y(I,3),V(I,3),I=1,NN)
90 FORMAT(5(F9.2,2F6.2,3X))
CALL DIAG
43 KK=KK+1
GO TO 100
60 K=K+1
IF(K-30)8,8,150
8 DO 29 I=1,NN
Y(I,2)=Y(I,3)
29 V(I,2)=V(I,3)
GO TO 120
14 WRITE(5,41) TT,K
41 FORMAT(//,' INSTANTE FINAL DE CALCULO E NUMERO DE '
1,' ITERACOES CORRESPONDENTE',//,F10.2,15,/)
CALL EXIT
END
```

```

C  PROPAGACAO DE CHEIA EM CONFLUENCIA DE RIOS
C  PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM CONFLUENCIA
C  METODO IMPLICITO COM SECCIONAMENTO NA JUNCAO
    DIMENSION X(150),Y(150),TIR(20),XL(20),V(150)
C  DEFINICAO DE ESCALAS E TRACADO DOS EIXOS
    KT=0
    KTE=0
    IF(KT-2)1,2,2
  1  CALL SCALF(0.052,0.102,0.,0.)
    CALL FGRID(0,-80.,0.,10.,16)
    CALL FGRID(1,0.,0.,5.,9)
C  INCREMENTA CONTADOR DE TRECHOS E LER DADOS
  2  KT=KT+1
    READ(8,3) NS,NR,KT,TT,DT1,DX1,TF1
  3  FORMAT(3I5,4F10.3)
    READ(8,4) (Y(I),V(I),I=1,NS)
  4  FORMAT(8F10.3)
    IF(KT-2)5,6,7
  5  NI=2
    X(NI-1)=-50.
    GO TO 8
C  TRACADO DO PERFIL DE CADA TRECHO NO INSTANTE TT
  6  NI=2
    X(NI-1)=0.
    NS=NS/2
    GO TO 8
  7  NI=16
    X(NI-1)=-75.
  8  DO 9 I=NI,NS
  9  X(I)=X(I-1)+DX1/1.61
    XPO=X(NI-1)
    YPO=Y(NI-1)/0.305
    CALL FPLOT(-2,XPO,YPO)
    DO 10 I=NI,NS
    XP=X(I)
    YP=Y(I)/0.305
 10  CALL FPLOT(0,XP,YP)
    CALL FPLOT(1,0.,0.)
    IF(KT-3)2,11,11
C  TESTE PARA SAIDA OU PASSAGEM AO INSTANTE SEGUINTE
 11  KTE=KTE+1
    IF(KTE-NR)12,13,13
 12  KT=0
    GO TO 2
C  NUMERACAO DOS EIXOS E LEGENDAS DO DIAGRAMA
 13  XL(1)=-80.
    DO 14 I=2,9
 14  XL(I)=XL(I-1)+20.
    CALL FCHAR(-84.,-2.,0.104,0.124,0.)
    WRITE(7,15) (XL(I),I=1,9)

```

```
15 FORMAT(F4.0,6X)
    TIR(1)=0.
    DO 16 I=2,10
16 TIR(I)=TIR(I-1)+5.
    CALL FCHAR(-2.,4.,0.102,0.124,1.57)
    WRITE(7,17) (TIR(I),I=2,10)
17 FORMAT(F3.0,2X)
    CALL FCHAR(-55.,-7.,0.10,0.15,0.)
    WRITE(7,18)
18 FORMAT('FIG. 5.2.2 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA'
1,' EM CONFLUENCIA')
    CALL FCHAR(40.,2.,0.10,0.12,0.)
    WRITE(7,19)
19 FORMAT('DISTANCIA EM MILHAS')
    CALL FCHAR(2.,44.,0.10,0.12,0.)
    WRITE(7,20)
20 FORMAT('TIRANTE EM PES')
    CALL FCHAR(40.,6.,0.10,0.15,0.)
    WRITE(7,21)
21 FORMAT('+ METODO IMPLICITO')
    CALL FCHAR(-75.,6.,0.10,0.15,0.)
    WRITE(7,23)
23 FORMAT('CURVAS T=2.5H,4.0H E 10.0H')
    CALL FCHAR(-75.,2.,0.10,0.15,0.)
    WRITE(7,24)
24 FORMAT('MALHA DX=5.0MI E DT=0.5H')
    CALL FCHAR(-75.,25.,0.10,0.15,0.)
    WRITE(7,25)
25 FORMAT('MONTANTE',50X,'JUSANTE')
    CALL EXIT
    END
```

```
// XEQ LTESE
```

```

C  PROPAGACAO DE CHEIA EM CONFLUENCIA DE RIOS
C  PERFIS LONGITUDINAIS JUNTO A CONFLUENCIA
C  METODO IMPLICITO E METODO DE STOKER
    DIMENSION X(150),Y(150),TIR(80),XL(80),V(150)
C  DEFINICAO DE ESCALAS E TRACADO DOS EIXOS
    KT=0
    KTE=0
    IF(KT-2)1,2,2
  1  CALL SCALF(0.051,0.101,0.,0.)
    CALL FGRID(0,-80.,0.,10.,16)
    CALL FGRID(1,0.,0.,5.,9)
C  INCREMENTA CONTADOR DE TRECHOS E LER DADOS
  2  KT=KT+1
    READ(8,3) NS,NR,KT,TT,DT1,DX1,TF1
  3  FORMAT(3I5,4F10.3)
    READ(8,4) (Y(I),V(I),I=1,NS)
  4  FORMAT(8F10.3)
    IF(KT-2)5,6,7
  5  NI=2
    X(NI-1)=-50.
    GO TO 8
C  TRACADO DO PERFIL DE CADA TRECHO NO INSTANTE TT
  6  NI=2
    X(NI-1)=0.
    NS=NS/2
    GO TO 8
  7  NI=NS/2+1
    X(NI-1)=-75.
  8  DO 9 I=NI,NS
  9  X(I)=X(I-1)+DX1/1.61
    XPO=X(NI-1)
    YPO=Y(NI-1)/0.305
    CALL FPLOT(-2,XPO,YPO)
    DO 10 I=NI,NS
    XP=X(I)
    YP=Y(I)/0.305
    IF(KTE-3)10,22,22
  22 CALL POINT(0)
  10 CALL FPLOT(0,XP,YP)
    CALL FPLOT(1,0.,0.)
    IF(KT-3)2,11,11
C  TESTE PARA SAIDA OU PASSAGEM AO INSTANTE SEGUINTE
  11 KTE=KTE+1
    IF(KTE-NR)12,13,13
  12 KT=0
    GO TO 2
C  NUMERACAO DOS EIXOS E LEGENDAS DO DIAGRAMA
  13 XL(1)=-80.
    DO 14 I=2,9
  14 XL(I)=XL(I-1)+20.

```

```
CALL FCHAR(-84.,-2.,0.102,0.122,0.)
WRITE(7,15) (XL(I),I=1,9)
15 FORMAT(F4.0,6X)
   TIR(1)=0.
   DO 16 I=2,10
16  TIR(I)=TIR(I-1)+5.
   CALL FCHAR(-2.,4.,0.101,0.121,1.57)
   WRITE(7,17) (TIR(I),I=2,10)
17  FORMAT(F3.0,2X)
   CALL FCHAR(-55.,-7.,0.10,0.15,0.)
   WRITE(7,18)
18  FORMAT('FIG. 5.2.3 - PERFIS LONGITUDINAIS DE CHEIA EM'
1, ' CONFLUENCIA')
   CALL FCHAR(40.,2.,0.10,0.12,0.)
   WRITE(7,19)
19  FORMAT('DISTANCIA EM MILHAS')
   CALL FCHAR(2.,44.,0.10,0.12,0.)
   WRITE(7,20)
20  FORMAT('TIRANTE EM PES')
   CALL FCHAR(40.,10.,0.10,0.15,0.)
   WRITE(7,21)
21  FORMAT('+ METODO IMPLICITO')
   CALL FCHAR(40.,6.,0.10,0.15,0.)
   WRITE(7,26)
26  FORMAT('- METODO DE STOKER')
   CALL FCHAR(-75.,2.,0.10,0.15,0.)
   WRITE(7,23)
23  FORMAT('CURVAS T=2.5H,4.0H E 10.0H')
   CALL FCHAR(-75.,25.,0.10,0.15,0.)
   WRITE(7,25)
25  FORMAT('MONTANTE',50X,'JUSANTE')
   CALL FCHAR(-75.,6.,0.10,0.12,0.)
   WRITE(7,30)
30  FORMAT('METODO IMPLICITO')
   CALL EXIT
END
```

```

C  PROPAGACAO DE CHEIA SINUSOIDAL EM CANAL DE GRANDE LARGURA
    DIMENSION XA(500,1),Y(500,3),V(500,3),A(5000),R(1000)
    READ(8,1)DL,G,CM,YO,BO,M,MUD,MLD,EPS,XL
    1  FORMAT(F10.6,4F10.2,3I5,F10.7,F5.0)
C  CALCULO DAS CONDICÕES INICIAIS
    CA=(1./CM)**2.
    RO=YO
    CO=(G*YO)**0.5
    VO=RO**(2./3)*(CA*DL)**0.5
150 READ(8,2) DX,DT,TF,QMAX,TP,T,TREG,TOLY,TOLV
    2  FORMAT(7F10.2,2F5.3)
    IF(DX)15,14,15
    15 NMAX=IFIX((CO+VO)*3.6*TF/(2.*DX))+2
    N=2*NMAX
    WRITE(5,31)
    31  FORMAT('1',42X,' PROPAGACAO DE ONDA DE CHEIA EM CANAL ',///
1/)
    WRITE(5,19)
    19  FORMAT(//,' CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO CANAL',/)
    WRITE(5,3) DL,G,CM,YO,BO,VO,CO,N,MUD,MLD,EPS
    3  FORMAT(//,F10.6,6F10.2,3I5,F10.7,/)
    WRITE(5,21)
    21  FORMAT(//,' VALORES DOS INTERVALOS DE TEMPO,DISTANCIA E '
1,' PRECISAO',/)
    WRITE(5,9)DX,DT,TF,QMAX,TP,T,TREG,TOLY,TOLV
    9  FORMAT(/,9F8.2,/)
    DX=1000.*DX
    DT=3600.*DT
    TF=3600.*TF
C  CALCULO DOS VALORES DA LINHA DE ORDEM J=1
    XA(1,1)=0.
    Y(1,1)=YO
    V(1,1)=VO
    DO 4 I=2,NMAX
    Y(I,3)=YO
    V(I,3)=VO
    XA(I,1)=XA(I-1,1)+DX/1000.
    Y(I,1)=YO
    4  V(I,1)=VO
    KK=1
    KMAX=0
100 T=T+DT
    TT=T/3600.
    IF(T-TF)13,13,150
    13  K=1
    NN=IFIX((CO+VO)*T/(2.*DX))+2
    NI=2*NN
    NE=5*NI-6
    ME=NE+3
C  CALCULO DAS CONSTANTES E RESIDUOS DA LINHA DE ORDEM J=2

```

```

C  CONDICÕES DE FRONTEIRA A MONTANTE E JUSANTE DO TRECHO
  IF(T-3600.*TP)10,10,11
11  QT=V0*Y0
  GO TO 17
10  QT=(125.-75.*COS(3.1416*T/(3600.*48.)))*(0.305**2.)
17  DO 12 I=1,NN
  Y(I,2)=Y(I,1)
12  V(I,2)=V(I,1)
C  CALCULO DOS RESIDUOS A MONTANTE E JUSANTE DO TRECHO
120  JJ=1
  GO=V(1,2)*Y(1,2)-QT
  FN=V(NN,2)-V(NN,1)
  DO 37 I=1,ME
37  A(I)=0.
  A(1)=V(1,2)
  A(2)=Y(1,2)
  A(3)=0.
  A(NE-1)=0.
  A(NE)=1.
  R(1)=-GO+A(1)*Y(1,2)+A(2)*V(1,2)
  R(NI)=-FN+A(NE)*V(NN,2)+A(NE-1)*Y(NN,2)
  J=4
C  CALCULO DOS VALORES E CONSTANTES PARA OS PONTOS CENTRAIS
  DO 5 I=2,NN
  C1=Y(I-1,1)+Y(I,1)+DT/(2.*DX)*(V(I-1,1)*Y(I-1,1)-Y(I,1)*V(I
1,1))
  R1=Y(I-1,1)
  DLA1=V(I-1,1)**2/(CA*R1**(4./3))
  R2=Y(I,1)
  DLA2=V(I,1)**2/(CA*R2**(4./3))
  C2=DT/(4.*DX)*(V(I-1,1)**2-V(I,1)**2)+2.*G*DT*DL-G*DT/DX*(Y
1(I,1)-Y(I-1,1))-G*DT/2.*(DLA2+DLA1)+V(I-1,1)+V(I,1)
C  ATRIBUICAO DE VALORES INICIAIS PARA CADA PONTO CENTRAL
  FI=Y(I-1,2)+Y(I,2)+DT/(2.*DX)*(Y(I,2)*(V(I,1)+V(I,2))-Y(I-1
1,2)*(V(I-1,2)+V(I-1,1))+Y(I,1)*V(I,2)-Y(I-1,1)*V(I-1,2))-C1
  R1=Y(I-1,2)
  DLA1=V(I-1,2)**2./(CA*R1**(4./3.))
  DERV1=-4./3.*DLA1/Y(I-1,2)
  R2=Y(I,2)
  DLA2=V(I,2)**2./(CA*R2**(4./3.))
  DERV2=-4./3.*DLA2/Y(I,2)
  GI=V(I-1,2)+V(I,2)+DT/(4*DX)*(V(I,2)**2-V(I-1,2)**2+2.*V(I,
11)*V(I,2)-2.*V(I-1,1)*V(I-1,2))+G*DT/DX*(Y(I,2)-Y(I-1,2))+G
2*DT/2.*(DLA1+DLA2)-C2
  L=I
  IF(I-2)130,130,140
140  L=JJ+1
C  PARAMETROS DE CADA EQUACAO PARA O SISTEMA LINEAR DE ITERACAO
130  A(J)=1.-DT/(2.*DX)*(V(I-1,2)+V(I-1,1))
  A(J+1)=-DT/(2.*DX)*(Y(I-1,2)+Y(I-1,1))

```

```

A(J+2)=1.+DT/(2.*DX)*(V(I,2)+V(I,1))
A(J+3)=DT/(2.*DX)*(Y(I,2)+Y(I,1))
A(J+4)=G*DT/DX*(-1.+DERV1*DX/2.)
A(J+5)=1.-DT/(2.*DX)*(V(I-1,2)+V(I-1,1))+G*DT*DLA1/V(I-1,2)
A(J+6)=G*DT/DX*(1.+DERV2*DX/2.)
A(J+7)=1.+DT/(2.*DX)*(V(I,2)+V(I,1))+G*DT*DLA2/V(I,2)
A(J+8)=0.
A(J+9)=0.
R(L)=-FI+A(J)*Y(I-1,2)+A(J+1)*V(I-1,2)+A(J+2)*Y(I,2)+A(J+3)
1*V(I,2)
R(L+1)=-GI+A(J+4)*Y(I-1,2)+A(J+5)*V(I-1,2)+A(J+6)*Y(I,2)+A(
1J+7)*V(I,2)
J=J+10
5 JJ=JJ+2
C RESOLUCAO DO SISTEMA LINEAR DE ITERACAO,-SUBROTINA GELB
CALL GELB(R,A,NI,M,MUD,MLD,EPS,IER)
C ARMAZENA SOLUCOES R(I) EM Y(I,1) E V(I,1) E TESTA PRECISAO
Y(1,3)=R(1)
V(1,3)=R(2)
L=0
DO 30 I=3,NI,2
L=L+1
LL=I-L
Y(LL,3)=R(I)
30 V(LL,3)=R(I+1)
DO 70 I=1,NN
DIF2=ABS(V(I,3)-V(I,2))
DIF1=ABS(Y(I,3)-Y(I,2))
IF(DIF1-TOLY)50,50,60
50 IF(DIF2-TOLV)70,70,60
70 CONTINUE
C REGISTRO DOS RESULTADOS POR IMPRESSORA OU PLOTTER
IF(KMAX-K)47,49,49
47 KMAX=K
49 IF(KK*DT-3600.*TREG)43,45,43
45 KK=0
WRITE(5,25) ME,NI,IER,K,KMAX,TT,DIF1,DIF2
25 FORMAT(//' ARMAZENAMENTO, INCOGNITAS, CODIGO DE ERRO, '
1,' ITERACOES, TEMPO, DIFERENCAS',//,5I5,F10.2,2F10.4,/)
WRITE(5,23)
23 FORMAT(/,' POSICAO DE CADA ESTACAO COM OS RESPECTIVOS '
1,' VALORES DO TIRANTE E VELOCIDADE',/)
N=1000.*XL/DX
WRITE(5,90)(XA(I,1),Y(I,3),V(I,3),I=1,N)
90 FORMAT(5(F9.2,2F6.2,3X))
43 KK=KK+1
DO 33 I=1,NN
Y(I,1)=Y(I,3)
33 V(I,1)=V(I,3)
GO TO 100

```

```
60 K=K+1
   IF(K-20)8,8,150
   8 DO 29 I=1,NN
     Y(I,2)=Y(I,3)
29  V(I,2)=V(I,3)
     GO TO 120
14  WRITE(5,41) TT,K
41  FORMAT(//,' INSTANTE FINAL DE CALCULO E NUMERO DE'
          1,' ITERACOES CORRESPONDENTE',//,F10.2,I5,/)
     CALL EXIT
     END
```

```
// JOB T 00FF 10FF
```

```
PCAS05B5
```

```
(8004,68170)
```