

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE RELAÇÕES TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM SOLOS

RESIDUAIS COMPACTADOS

MAURO LUCIO GUEDES WERNECK

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE "MESTRE EM ENGENHARIA" (M. Eng.).

Aprovada por:

Jaques de Guedes
(Presidente)
Antônio José da Costa
Francisco Manoel de Aguiar

RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

SETEMBRO DE 1971

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DE RELAÇÕES TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM SOLOS

RESÍDUOS COMPACTADOS

MAURO LUCIO GUEDES WERNECK

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
POS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRÁU DE " MESTRE EM CIÊNCIA " (M. Sc.).

Aprovada por:

Jorge de Azevedo
(Presidente)

Antonio Carlos de T. Lima

José Manoel de Jesus

RIO DE JANEIRO

ESTADO DA GUANABARA - BRASIL

SETEMBRO DE 1971

*A meus pais, esposa e filhos
com o que de útil e valioso
possa conter ou significar
êste texto, mas sobretudo,
com o amor que nêle empenhei.*

AGRADECIMENTOS

*Uma pesquisa. Um texto técnico. Um trabalho didático.
Uma tese. Um grau acadêmico.*

São os significados desta modesta contribuição que trago à Engenharia de Solos em meu País e na qual se espelham 13 - anos de trabalho profissional, em várias fases. Em cada momento, o estudo, o projeto, a obra, o convívio com os colegas, os ensinamentos dos mestres ou a dúvida dos alunos fizeram somar um conhecimento novo acêrca deste complexo ramo da Engenharia Civil.

A todos desejo agora agradecer, registrando na ordem cronológica em que influíram em minha carreira os nomes dos engenheiros e professores, militantes da área de Solos e Fundações com que mais frequentemente tive a honra de conviver e a ventura de aprender: Mario Brandi Pereira - Fernando Emmanuel Barata - Eduardo Barbosa Condeiro - Willy Alvarenga Lacenda - Antonio José da Costa Nunes - José Affonso Barbosa - Homero Pinto Caputo - Murilo Lopes de Souza - Dirceu de Alencar Veloso - Erio Ivan Bock - Ana Margarida do Couto e Fonseca - Raphael Kaczelnik - Jacob Gimi Lerner - Maciel Jamel - Francisco Dancinger - Jacques de Medina - Albert Mahé - Norbert Morgenstern.

A êstes devo acrescentar alguns agradecimentos e homenagens especiais a pessoas que muito significaram na fase mais recente de minha carreira e que trouxeram grande contribuição à pesquisa que resultou no presente trabalho.

Alberto Coimbra, criador e Diretor da COPPE, jamais poderá receber paga à altura da obra que encetou e que em tão curto prazo pode ver vitoriosa.

Fernando Lobo Carneiro, glória da engenharia nacional, profissional sempre atualizado, amigo, humano. Chefe do Programa de Engenharia Civil da COPPE.

Jacques de Medina, competente, estudioso, sério, modesto. Puro de sentimentos, fiel aos amigos. Coordenador da Área de Mecânica dos Solos. Orientador desta tese.

Antonio Jorge Dellê Viana, técnico em estradas, encarregado do laboratório de solos. Inexcedível em dedicação. Colaborador sempre alegre, profissional correto e responsável. Sem a sua ajuda não teria sido possível a realização de tantos e tão demorados ensaios em prazo tão curto. Foram trabalhos noturnos e em fins de semana, muitas vezes sem tempo para uma refeição sequer. Com prazer registro êste agradecimento especial e assinalo a ventura de tê-lo como amigo.

RESUMO

Teve o presente trabalho como escôpo principal o estabelecimento de expressões analíticas que pudessem representar o comportamento tensão-deformação de um solo residual de origem gráissica, compactado dinamicamente a diferentes teores de umidade e sob duas energias distintas, quando submetido a várias formas de aplicação de carregamento.

Executaram-se os ensaios de adensamento uniaxial, adensamento isostático e compressão triaxial, utilizando-se no primeiro caso amostras saturadas, enquanto que nos demais foram os corpos de prova ensaiados na unidade de moldagem e com drenagem permitida.

Instituíram-se diversas relações que se pretende sejam úteis em análises de maciços terrosos por métodos numéricos, com uso de computadores de grande capacidade de memória, lançando-se mão de técnicas incrementais ou iterativas que permitam consideração mais concreta do comportamento não-linear do solo.

Não se cogitou neste texto da influência da anisotropia nem das variáveis tempo e temperatura. Também coeficientes que traduzissem a variação de volume do tipo do coeficiente de Poisson, não foram consideradas.

Olindo Maciel, companheiro de outras etapas de minha vida, colaborador desprendido e de correção inexcedível, auxiliou grandemente nas tarefas de nevisão, arrumação e datilografia deste trabalho.

ABSTRACT

The main scope of this paper was the establishment of analytical expressions for stress-strain behaviour of a gneiss residual soil, dynamically compacted under different conditions of water content and compactive effort, submitted to several kinds of loading.

Vertical consolidation on saturated samples and spherical consolidation and triaxial tests on non-saturated specimens were carried out with drainage freely allowed.

Some relationships were established aiming the analysis of earth masses by numerical methods, with high capacity computers when incremental or iterative techniques are used in order to consider non-linearity in soil response.

Neither time and temperature variables nor anisotropy effects were taken into account in this paper.

Poisson ratio variations and relationships on any other kind of volume change parameters under distorsional stresses were not considered either.

J N D J C E

1	INTRODUÇÃO	1
	1.1 Generalidades	1
	1.2 Aplicação de Elementos Finitos a Problemas de Solos	13
	1.3 Comportamento Mecânico do Solo	23
2	PESQUISAS RECENTES	34
	2.1 Trabalhos de Kondner e Seus Colaboradores	34
	2.2 Contribuições de Outros Pesquisadores	50
3	OBJETIVOS DA PRESENTE PESQUISA	62
4	MATERIAL ENSAJADO	63
	4.1 Localização da Jazida	63
	4.2 Identificação Geotécnica	63
	4.3 Análise Química	66
5	ENSAIOS E METODOS	69
	5.1 Adensamento Uniaxial	69
	5.2 Adensamento Triaxial	71
	5.3 Compressão Triaxial	73

6	RESULTADOS E COMENTÁRIOS	75
6.1	Adensamento Uniaxial	75
6.2	Adensamento Triaxial	84
6.3	Compressão Triaxial	91
7	CONCLUSÕES	109
7.1	Métodos e Ensaio	109
7.2	Relações Estabelecidas	111
8	BIBLIOGRAFIA	115

I - INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades

Durante muitos anos os problemas de engenharia de solos têm normalmente sido dividido em duas classes, usualmente tratadas, matemática e experimentalmente, segundo abordagens inteiramente distintas.

O primeiro destes grupos refere-se à previsão de deformações provocadas em diversos pontos de um maciço terroso pela ação de um carregamento qualquer.

O segundo lida com a análise de estabilidade de massas de terra, também sob a ação de cargas, buscando-se determinar o fator de segurança correspondente a cada configuração geométrica e condição de carregamento, ou, sob outro enfoque, visando-se à estimativa de carga máxima admissível pela conformação, ou seja, aquela que conduz ao escoamento do solo segundo determinada superfície ou em uma certa região.

Estas duas concepções dos problemas reais de engenharia de solos revelam-se insuficientes para uma análise que se pretende tão correta e verdadeira quanto possível.

Na primeira classe de soluções, formulam-se hipóteses,

geralmente muito simplificadas, sobre o comportamento tensão-deformação do solo e através delas calculam-se as deformações do terreno (quase sempre à superfície do mesmo e segundo a direção vertical); não se cogita do limite de validade das relações utilizadas nem da possibilidade de ocorrência de instabilidade por rutura de parte do maciço.

A tal método de abordagem, denominaremos doravante de "elástico", conscientes da imperfeição de tal classificação se se pretendesse entendê-la ao pé da letra.

Ao outro enfoque, que chamaremos de "plástico", com as mesmas restrições quanto à nomenclatura, corresponde à hipótese pela qual o solo é assimilado a um material ideal de comportamento perfeitamente rígido-plástico. Na rutura ao longo de certa superfície e que corresponde ao fator de segurança unitário, supõe-se o desenvolvimento de tensões cisalhantes, idênticas numericamente à resistência ao cisalhamento, ocorrendo o deslocamento relativo de duas porções do maciço, cada uma se comportando como um sólido perfeitamente rígido. A magnitude das deformações que precedem a rutura e o efeito que possam exercer sobre a estabilidade, a estética e a funcionalidade de estruturas e obras de terra são usualmente negligenciadas.

O sistema "elástico" tem merecido uso generalizado, por exemplo, no cálculo de recalques, de camadas saturadas de solo compres-

sível em que se lança mão, principalmente, da teoria pioneira de Terzaghi (1943) para a deformação por adensamento unidimensional e na qual se adotam, entre outras, hipóteses simplificadoras consistindo na consideração de deformação unicamente vertical e de relação linear entre deformações específicas e pressões normais efetivas.

Além de tal tipo de problema, que correspondeu à primeira consideração importante da variável tempo em problemas de engenharia de solos, outras expressões foram anterior e posteriormente encontradas para situações particulares de geometria e de propriedades mecânicas, visando-se, principalmente, à determinação de tensões no seio de uma certa massa de terra e, secundariamente, à previsão de deformações governadas pelo estado de tensões em cada ponto.

Neste particular, notabilizou-se o trabalho de Boussinesq pelo qual se instituíram expressões para cálculo das tensões e deformações despertadas no interior de um maciço semi-infinito homogêneo e isotrópico, exibindo relação tensão-deformação linear e perfeitamente elástica, sob a ação de uma força concentrada vertical aplicada à superfície.

A partir deste ponto, corresponderam os progressos neste setor da Mecânica dos Solos a tarefas que seguiam uma ou mais das linhas abaixo:

a) integração das equações de Boussinesq para diversas formas de

superfícies de carregamento uniforme flexível vertical atuando ao nível do terreno: retângulo, círculo, faixa infinita, etc.

b) determinação de tensões e deformações causadas por força concentrada superficial horizontal, mantidas as hipóteses básicas de geometria, homogeneidade, isotropia e elasticidade linear adotadas por Boussinesq.

c) computação de tensões e deformações originadas por carregamento superficial linear, uniforme, conservadas ainda as condições do maciço anteriormente citadas.

d) introdução de desuniformidade nas tensões ao nível do terreno, considerando-se variações lineares na seção transversal de faixa infinita de carregamento, tanto vertical como horizontal, ou distribuição parabólica das tensões em superfície circular.

e) adoção de hipóteses de aplicação de forças concentradas e lineares de inclinação qualquer, no interior do maciço.

f) alteração da condição de geometria e homogeneidade, seja pela consideração de camadas múltiplas, todas homogêneas e isotrópicas, ostentando comportamento elástico linear mas regido por parâmetros distintos, a cada horizonte, seja pela introdução de uma base rígida a uma profundidade finita.

g) abandono da hipótese de isotropia, atribuindo-se ao solo uma rigidez infinita na direção horizontal e mantendo-se a flexibilidade vertical.

h) confecção de cartas e tabelas para cálculos aproximados referentes a carregamentos quaisquer, de direção vertical, mantidas as hipóteses de

Boussinesq.

i) conexão para a rigidez da superfície de carregamento com a consequente alteração na distribuição das pressões.

Estes avanços no conhecimento traduziram-se no estabelecimento de expressões e montagem de tabelas e gráficos, dispersos em vários textos, mas que podem ser quase totalmente reunidos através da consulta acumulada a diversos livros e publicações, entre as quais Acum e Fox - (1951), Burmister (1956), Caputo (1966), Costa Nunes (1956), Harr (1966), Jimenez Sales (1954), Lambe e Whitman (1969), Scott (1963), Terzaghi - (1943), Taylor (1948), Timoshenko (1951).

A descrição dos caminhos seguidos no setor da avaliação das tensões e deformações no interior da massa de terra, conquanto resumida, permite que se constate terem êles se concentrado na variação da geometria e distribuição do carregamento, principalmente, e na consideração, embora tímida, de anisotropia e heterogeneidade vertical dos parâmetros de deformação, secundariamente.

Dois tipos de limitação ressaltam de tal análise:

a) o comportamento tensão-deformação continuou a ser regido por uma relação linear, constante ao longo de uma camada, não se cogitando de sua variação em função das deformações experimentadas por cada elemento do solo ou dos diferentes estados de tensão reinante nos pontos do maciço.

b) as configurações geométricas persistiam vinculadas a um esquema no qual as fronteiras entre as camadas (quando estas eram admitidas) prolongaram-se infinitamente nas direções horizontais e finita ou semi-infinitamente na vertical.

Soluções de complexibilidade matemática crescente correspondiam, na verdade, a problemas bastante restritos, do ponto de vista geométrico, e a modelos mecânicos em muito divorciados do real comportamento dos meios granulares reais.

Os obstáculos que se antepunham à abordagem "elástica" levaram-na a ser sobrepujada, nas motivações prioritárias dos pesquisadores e nos processos e critérios dos projetistas, pelo enfoque "plástico", largamente utilizado nas análises de estabilidade de taludes e de estruturas de contenção de terras, bem como na determinação da capacidade de carga de fundações.

A teoria da plasticidade, cuja história como ciência se iniciou através de aplicações à metalurgia no século passado, tem seu tratamento matemático conduzido para a determinação de carregamentos externos que provoquem, ao longo de uma superfície ou em uma região, estado de tensões tal que corresponda à ocorrência do escoamento do material, ou seja, ao desenvolvimento de grandes e contínuas deformações sem acréscimo na intensidade das pressões. Atingidas as valores das forças externas para os quais se estabelece o equilíbrio-limite em toda

uma superfície ou região, quaisquer acréscimos a eles impostos, por dimi-
nutos que sejam, acarretam a ruína do terreno.

A primeira grande dificuldade teórica enfrentada nesta forma de abordagem reside no estabelecimento, para cada material, das relações entre tensões, segundo direções distintas, para as quais se origina o estado de equilíbrio limite. Tais relações recebem a denominação de critérios de rutura.

Para os solos o critério de rutura utilizado de forma gene-
ralizada é o de Mohr que leva em conta a influência da diferença máxima entre tensões principais e de sua média, em um ponto qualquer do meio granular estudado, através de relação do tipo:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = f (\sigma_1 + \sigma_3) \quad (1.1.1)$$

ou

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = F \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \quad (1.1.2)$$

em que τ_{\max} é a tensão cisalhante máxima, ocorrendo em direção inclinada de $\pi/4$ radianos sobre as direções das tensões principais consideradas: σ_1 e σ_3 .

Na sua versão simplificada e que coincide com a relação linear estabelecida no século XVIII por Coulomb, o critério é normalmente denominado de Mohr-Coulomb e apresentado sob o aspecto abaixo:

$$\tau_{ff} = c' + \sigma_{ff} \tan \phi' \quad (1.1.3)$$

sendo τ_{ff} e σ_{ff} as tensões cisalhante e normal efetiva na superfície de ruptura ao momento da ruptura, c' a coesão aparente do solo para o tipo de carregamento e drenagem do problema abordado e ϕ' o ângulo de atrito interno, para as mesmas condições.

A expressão citada corresponde a se admitir que a resistência ao cisalhamento de um certo solo, sob determinadas condições de carregamento e drenagem, compõe-se de uma parcela constante (coesão aparente) e de uma outra dependente da pressão normal efetiva reinante em uma faceta do elemento de solo cuja inclinação sobre a faceta em que atua a tensão principal exibe um valor crítico:

$$\theta_f = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi'}{2} \quad (1.1.4)$$

Contribuições de diversos autores têm versado sobre a validade do critério Mohr-Coulomb para os solos reais e sobre os tipos de ensaios e forma de cálculo destinados à avaliação dos parâmetros de resistência ao cisalhamento adequados a cada problema específico da engenharia de solos.

Tais estudos avançados, que fogem ao escopo do presente texto, não interferiram na sistemática das análises de estabilidade e determinações de capacidade de carga, pelos métodos clássicos de ruptura, baseados todos na aceitação incondicional da expressão de Coulomb.

Brinch Hansen (1953) apresenta interessante e elucidativa

sistematização e resenha histórica dos métodos de cálculo de pressões de terra, aos quais se devem acrescentar textos mais recentes como os de Sokolowski (1960), Chugaev (1966), Morgenstern e Price (1965 e 1967), Bishop (1955), Bishop e Morgenstern (1960), Janbu (1954), Spencer (1967, 1968 e 1969) além de outros mais antigos, igualmente importantes e omitidos por Brinch Hansen, como, por exemplo, Taylor (1937).

Todos os métodos baseados na teoria do equilíbrio limite, a não ser o de Sokolowski, são matematicamente aproximados, pois que as superfícies ou regiões de ruptura são arbitrariamente escolhidas, com base em observações de campo, e guardando pois um novo grau de incerteza que se vem somar às possibilidades de erro advindas com a extração, transporte e manuseio de amostras, liberação de tensões, e seleção dos tipos de carregamento e drenagem em laboratório compatíveis com as condições locais do problema real.

Mesmo a exceção apontada oferece obstáculos intransponíveis a uma análise correta, seja pela dificuldade do tratamento matemático concernente a cargas ostentando descontinuidades e a ocorrência de camadas geométrica e mecânicamente diferenciadas, seja pela impossibilidade de consideração de poro-pressões, o que invalida o método para análises em que a drenagem seja impedida ou dificultada. Além do que, nas determinações de empuxo de terras sobre estruturas de contenção, a existência do elemento construtivo rígido a impedir a livre deformação do paramento do solo altera por completo o aspecto das superfícies de

escoamento que passam a depender também do tipo e da intensidade do movimento da estrutura. Estes, por sua vez, são influenciados também pelas magnitudes das deformações, a cada estágio do incremento de cargas externas, o que não é considerado no enfoque "plástico" nem pode ser determinado, sequer aproximadamente, na abordagem "elástica" tradicional.

Mesmo no que tange à avaliação das tensões ao longo das superfícies em estado de equilíbrio limite, ainda que se aceitasse o comportamento rígido-plástico (ou elasto-plástico) do solo e houvesse perfeita escolha das superfícies de escoamento, as tensões determinadas somente estariam corretas para um coeficiente de segurança unitário, isto é, para um carregamento tal que o maciço estudado estivesse na fronteira da instabilidade.

Para massas de terra estáveis, por outro lado, não se pode afirmar estarem todos os seus pontos sujeitos a estados de tensão que não os geradores de escoamento plástico. Na verdade, quando se amplia gradualmente o carregamento ou se agravam as condições de geometria, evoluem diversamente os pontos do maciço, exibindo cada qual um nível diferente de tensões e de deformações.

Em dado momento, em algum elemento do solo, se atingirá o estado correspondente ao escoamento, no qual as tensões se tornam constantes, impedidas de aumentar, enquanto as deformações podem se processar de forma permanente, limitadas apenas pela restrição dos elementos

adjacentes, ainda não vinculadas ao estado de equilíbrio limite.

Coexistem, então, pontos na fase plástica e pontos ainda "rígidos" (ou "elásticos) e o coeficiente de segurança global, qualquer que seja o método empregado, será ainda bastante superior à unidade.

Evoluindo o processo, propaga-se o estado de escoamento a pontos vizinhos ao primeiro, delineando-se superfícies ou regiões em que as deformações se tornam de vulto cada vez maior, reduzindo-se o coeficiente de segurança até que, ao valor unitário, se dê o colapso da massa de terra.

Taludes, naturais ou compactados, arimados ou não, e terrenos onde repousam fundações de estruturas ou obras de terra, com coeficiente de segurança maior que um, podem já ter sofrido deformações tais que os inabilitem para as condições de estética ou funcionalidade especificadas ou comprometam a estabilidade (e também a estética e a funcionalidade) das estruturas a eles adjacentes, sobre os mesmos apoiadas ou existentes em seu interior.

Diante de tal quadro, tornou-se evidente para os pesquisadores em atividade na área da Mecânica dos Solos a necessidade de serem forjadas novas armas que permitissem uma avaliação mais correta de tensões e deformações no solo despertadas a cada tipo e intensidade de carregamento.

Esta busca se vem processando em dois campos, de igual importância, abaixo sintetizados e mais pormenorizadamente historiados nos itens subsequentes:

a) desenvolvimento de técnicas e métodos numéricos que permitam a determinação de tensões e deformações em cada ponto do maciço, de geometria qualquer, sob o efeito de carregamentos variados, desde que se conheçam os parâmetros que vinculem tensões e deformações para cada solo.

b) efetivação de experimentos que conduzam à formulação de expressões que relacionem tensões e deformações para cada solo levando-se em consideração o nível de deformação específica atingido, o estado de tensões a cada instante, a velocidade de aplicação de cargas, as condições de drenagem permitidas, a trajetória de pressões desenvolvida, o índice de pré-adensamento, etc.

1.2 - Aplicação de Elementos Finitos a Problemas de Solos

Exemplos passados dão conta de tentativas restritas de aplicação da Teoria Matemática da Elasticidade a materiais granulares supostos homogêneos, isotrópicos e de comportamento elástico linear, limitado por fronteiras geométricas representadas por superfícies planas concorrentes.

Entre outros trabalhos neste setor destacam-se o de Jungenson (1934) para o cálculo das tensões despertadas nas fundações de uma barragem triangular simétrica por efeito do peso do maciço; o de Middlebrooks, aperfeiçoando o método precedente; o de Bishop que lançou mão em sua Tese de Doutorado, em 1952, do método de diferenças finitas para determinação de curvas de igual pressão, não só no terreno de fundação como no próprio corpo da barragem.

O método desenvolvido por Bretting e citado por Brinch Hansen (1953) consistiu em outro exemplo de aplicação aproximada da Teoria da Elasticidade, voltado êste para o dimensionamento de estacas-pranchas flexíveis cravadas em argila.

Também métodos que levam em conta o módulo de reação do terreno e a proporcionalidade entre tensões e deformações tem sido utilizados nos campos das fundações, dos pavimentos rígidos e, mesmo, no projeto de estacas-pranchas como é o caso do trabalho de Rifaat, ainda

citado por Brinch Hansen (1953).

O mais poderoso instrumento, porém, de que pode se valer hoje em dia o engenheiro de solos para a crescente precisão de suas estimativas de tensões e deformações, consiste na utilização do Método dos Elementos Finitos através da elaboração de programas automáticos para computadores de avançada capacidade de memória e com a consideração de não-linearidade a reger o comportamento do solo.

Neste método, desenvolvido inicialmente para a indústria aeronáutica e aplicado posteriormente a diversos ramos da técnica, o meio contínuo é substituído por um grande número de elementos bi ou tri-dimensionais conectados entre si por um número finito de pontos denominados nós, procedendo-se ao cálculo das matrizes de rigidez de cada elemento e efetuando-se a análise estrutural do conjunto.

A precisão do método é influenciada primordialmente pela construção das matrizes de rigidez, cujos membros são calculados a partir das funções-deslocamento arbitradas. Estas funções, instituídas a partir da igualdade de deslocamentos nos nós, devem assegurar, através da aplicação a cada ponto do elemento (inclusive de sua fronteira), a continuidade entre os elementos contíguos. Quanto mais se aproximar a função-deslocamento do real comportamento do meio, mais corretos serão os resultados obtidos.

Vasconcellos Filho (1970) apresentou um resumo dos fundamentos teóricos do Método, tratando ainda de algumas aplicações, como as concernentes aos estados planos de deformação e de tensão, e da elaboração de programa computacional para materiais elástico-lineares.

Girijavallabhan e Reese (1968) trataram da aplicação de elementos finitos a problemas de engenharia de solos, para os casos de simetria axial e estado plano de deformações.

Dunlop e Duncan (1970) e Duncan e Chang (1970) estudaram problemas específicos de engenharia de solos adotando relação tensão x deformação bilinear.

Dão conta os textos citados de inúmeras vantagens do Método dos Elementos Finitos, entre as quais avultam as seguintes:

- a) trata fácil de condição de contorno, expressas em termos de deslocamentos ou de forças;
- b) consideração de vazios (orifícios) no interior da massa examinada;
- c) introdução de fatores de heterogeneidade e anisotropia;
- d) utilização de malha constituída de elementos de diferentes dimensões, facilitando o estudo de corpos de contorno irregular e permitindo o uso de componentes menores em regiões que se deseja mais pormenorizadamente estudada;

e) análise da massa como um todo, utilizando-se elementos de natureza distinta, compostos de materiais diferenciados.

A relação acima traz em seu bôjo algumas situações que dizem muito de perto respeito à Engenharia de Solos e Fundações.

Assim o Item "a", que permite, por exemplo, a consideração de recalques admissíveis em estruturas e de diferentes tipos de movimento em obras de contenção; os Itens "b", "c" e "e", pelos quais se podem efetuar análises conjuntas de diversos materiais, anisôtipos e heterogêneos, atribuindo-se a cada elemento (ou grupo de elementos) os parâmetros necessários à perfeita caracterização de sua relação tensão-deformação, como se procedeu, aliás, no estudo da Onoville Dam, maior barragem de terra do mundo, em que se previram suas deformações através de relações experimentais sobre o comportamento mecânico de cada material empregado e da análise pelo Método dos Elementos Finitos do conjunto global, do qual fazem parte elementos de concreto ao lado de núcleo argiloso e zonas menos impermeáveis (Kulhavy e Duncan, 1970).

O Item "d", por seu lado, permite a análise detalhada de certos pontos, como o pé de escavações taludadas em material pré-adensado, por exemplo, onde se esperam grandes concentrações de tensões e, portanto, início do processo de escoamento (Dunlop e Duncan, 1970; Bjerrum, 1967). Iguualmente, há regiões menos importantes, onde não se deseja às vezes estudo algum, mas que têm de ser introduzidas para atender a condi-

ções de geometria e continuidade do problema; é o que ocorre com a análise de maciços semi-infinitos que, neste método, são substituídos por montagens de grande extensão, contendo nas zonas mais profundas e afastadas das cargas ou dos taludes, elementos com dimensões consideravelmente superiores às adotadas para os pontos em que se pretende avaliação mais exata de tensões e deslocamentos.

É sempre conveniente se frisar que o Método dos Elementos Finitos, conquanto aproximado, pode ter sua precisão cada vez mais acentuada através da adoção de computadores de maior capacidade de memória, programas automáticos otimizados, elementos estruturais adequados e funções-deslocamentos criteriosamente selecionados.

Esta técnica revolucionária terá na Mecânica dos Solos, cremos firmemente, uma aplicação extensa e intensa em grande número de problemas, derrubando critérios e métodos até agora utilizados e que não poderão concorrer com sua eficiência, rapidez, exatidão e flexibilidade de aplicação a configurações as mais complexas de geometria, desuniformidade, anisotropia e condições de contorno, além do aspecto que reputamos principal para o sucesso que antevemos para o Método e que corresponde à possibilidade de consideração de comportamento não-linear para a relação entre tensões e deformações.

A não-linearidade é considerada através do uso de um dos dois critérios a seguir explicados de forma resumida:

a) critério dos incrementos de carga

- a.1) Conhece-se o comportamento tensão-deformação de cada ponto, representado de forma simplificada na fig. 1.1.a. pela curva $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_z$, em que $(\sigma_1 - \sigma_3)$ é a tensão-desvio e ϵ_z a deformação específica vertical.
- a.2) Trata-se da determinação de tensões e deformações mobilizadas pelo carregamento dado no maciço semi-infinito da fig. 1.1.c, substituído, para aplicação do Método, por uma idealização estrutural composta de elementos retangulares.
- a.3) Ao invés de se aplicar de uma só vez a pressão "q" da sapata, lança-se mão de uma fração da mesma: $0,05 \times q$, por exemplo.
- a.4) Proceder-se à análise como se exibisse o solo comportamento linear — reta OT da fig. 1.1.a.
- a.5) Determinadas tensões e deformações ao fim deste estágio, alteram-se os parâmetros de cada ponto do terreno de acordo com os níveis de deformação específica vertical (ou tensão-desvio) atingidos. Altera-se, conseqüentemente, a matriz de rigidez de cada elemento e de todo o conjunto.
- a.6) Prossegue-se a análise, a partir deste ponto, com os novos parâmetros, acrescentando-se mais um incremento de carga
- $$\Delta q = 0,05 q.$$
- a.7) O procedimento é repetido até a total mobilização do carregamento, tudo se passando como se a curva tensão-deformação

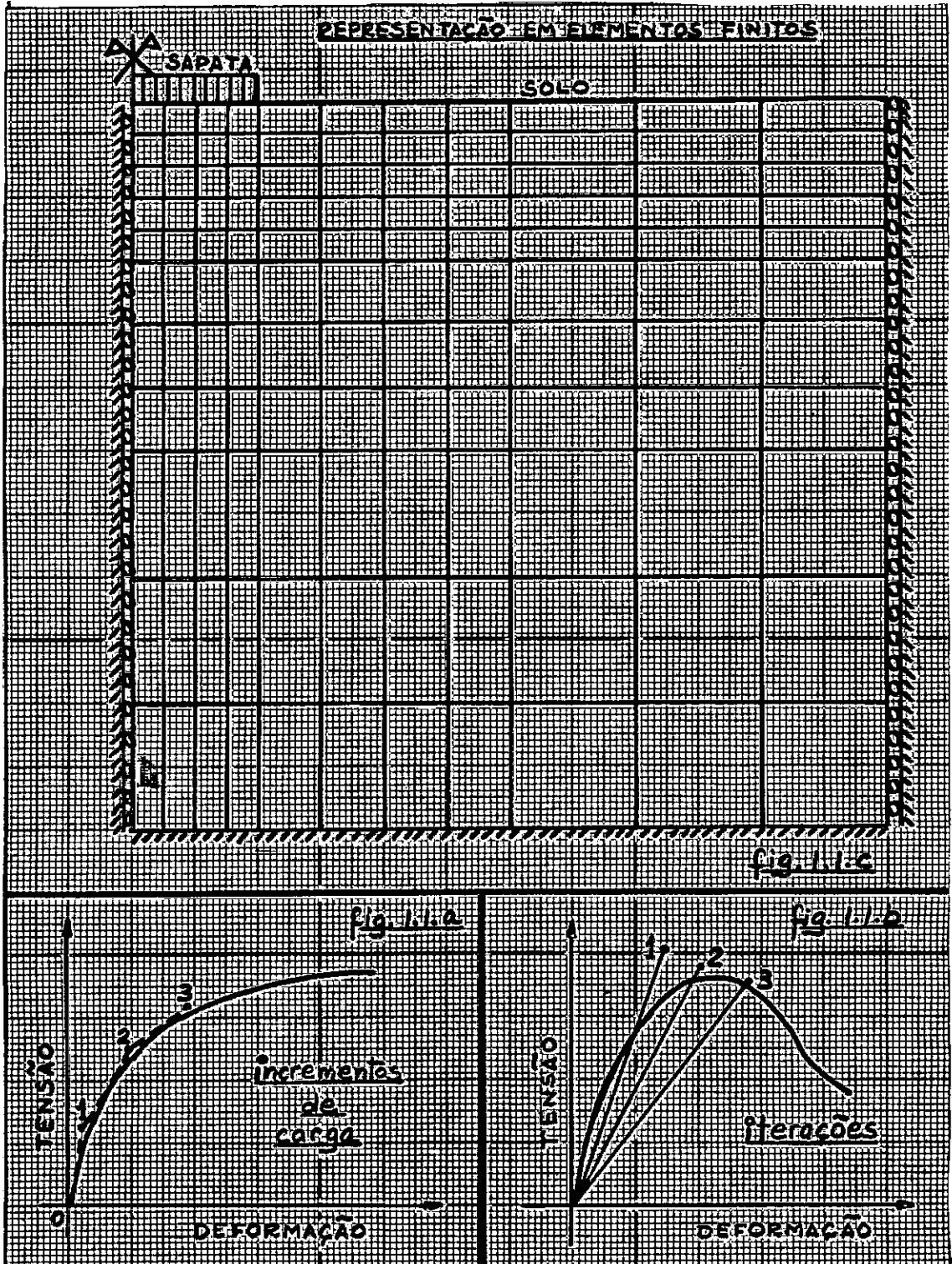


Fig. 1.1 - (a) Esquema do sistema de incremento de cargas para consideração de não-linearidade na relação tensão x deformação; (b) Idem, quanto ao critério de iterações; (c) Representação com elementos finitos em um maciço semi-infinito sob ação de fundação superficial.

fôsse substituída por diversos segmentos de reta.

b) critério das iterações (fig. 1.1.b)

- b.1) São válidos para este critério os dois primeiros passos indicados no procedimento anterior.
- b.2) Aplica-se a pressão "q" de uma só vez, admitindo-se serem os parâmetros do solo constantes, sendo seus valores iniciais independentes do nível de tensões-desvio.
- b.3) Calculadas desta forma as tensões e deformações teóricas, são as mesmas comparadas, em cada elemento, com as correspondentes à curva e substituídos os parâmetros iniciais pelos valores médios que defluem da relação experimental para o nível de tensões atingido.
- b.4) Nova computação é feita, com os novos valores, e resultados mais aproximados são atingidos. Por aproximações sucessivas, com substituição a cada passo das matrizes de rigidez de cada elemento e do conjunto, chega-se ao final da solução.

Cada um destes critérios oferece vantagens e desvantagens.

Somente o segundo é aplicável a relações que revelam, após o pico da curva, um decréscimo nas tensões-desvio, o que permite a consideração de tensões residuais em ruptura progressiva e foi o critério empregado, por exemplo, na previsão de recalque de uma fundação superficial sobre terre no arenoso (Girijavallabhan e Reese, 1968) e em estudos de pavimentos sob cargas repetidas (Duncan, Monismith e Wilson, 1968).

Já o primeiro permite, com facilidade inexistente no outro processo, a consideração de tensões iniciais no interior do maciço, que desempenham importante papel em problemas de solos. Além disso, este critério permite uma análise separada de cada incremento de carga, estudando-se isoladamente o efeito de cada um, e podendo-se, portanto, examinar as condições de deformação e estabilidade durante o processo construtivo em que variam com o tempo as cargas externas aplicadas ao maciço. Tem sido utilizado em alguns trabalhos de Duncan e Dunlop, entre os quais o que analisa a estabilidade de escavações (Dunlop e Duncan, 1970) e o que estuda as tensões em corpos de prova submetidos a ensaios de cisalhamento direto (Duncan e Dunlop, 1969).

De qualquer forma, para que possa o Método ser utilizado com toda sua eficiência, é indispensável sejam os programas automáticos alimentados com expressões ou tabelas que possam exprimir, tão exatamente quanto possível, as relações entre tensões e deformações para cada estado do solo, tipo de carregamento, forma de drenagem, etc.

Para a consecução de tal mister, análises em laboratório e testes de campo serão imprescindíveis, visando-se à obtenção, para cada material considerado, de parâmetros que possam descrever convenientemente seu comportamento em face das reais condições do problema estudado.

Não há, neste particular, novidade alguma quanto à sistemática classicamente adotada nos problemas da Engenharia de Solos.

Ocorre, apenas, mudança nos parâmetros a serem medidos. Para a análise do comportamento de um maciço de barragem, por exemplo, deixa de ser suficiente a determinação da expressão da envoltória de Mohr-Coulomb e se requer o conhecimento de outras grandezas que expressem satisfatoriamente a evolução das deformações em cada região da barragem e de suas fundações, desde o início da construção até o período de sua plena operação.

1.3 - Comportamento Mecânico dos Solos

Tem constituído procedimento usual a aplicação das expressões da Mecânica do Contínuo a maciços terrosos, substituindo-se a sua verdadeira composição de material granular tri-fásico por um modelo ideal contínuo a partir do qual são deduzidas relações entre as tensões e entre as deformações, induzidas ambas por efeito de carregamento externo (Harr, 1966; Scott, 1963; Suklje, 1969; Scott e Ko, 1969, e outros). É o que se faz neste trabalho, em que se despreza ademais qualquer consideração referente à anisotropia do solo ou aos efeitos das variáveis tempo e temperatura.

Considerando-se um elemento cúbico infinitesimal de tal modelo, é possível se estabelecerem fórmulas interrelacionando as intensidades das tensões principais, isto é, aquelas pressões correspondentes a direções de facetas em que inesistem esforços tangenciais. Chamando-se σ_1 , σ_2 e σ_3 as três tensões principais, ortogonais entre si, instituem-se os denominados invariantes de tensão, I_1 , I_2 e I_3 , definidos por:

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \\ I_2 &= \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1 \\ I_3 &= \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \end{aligned} \right\} (1.3.1)$$

Introduzindo-se o conceito de pressão efetiva ($\bar{\sigma}$) e admitindo-se sua formulação como a diferença entre a pressão total (σ) e

e a pressão neutra (μ), deduzem-se os invariantes de tensão efetiva:

$$\left. \begin{aligned} \bar{I}_1 &= \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3 = I_1 + 3\mu \\ \bar{I}_2 &= \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_2 \bar{\sigma}_3 + \bar{\sigma}_3 \bar{\sigma}_1 = I_2 - 2\mu \bar{I}_1 - 3\mu^2 \\ \bar{I}_3 &= \bar{\sigma}_1 \bar{\sigma}_2 \bar{\sigma}_3 = I_3 - \mu^3 - \mu^2 I_1 - \mu \bar{I}_2 \end{aligned} \right\} (1.3.2)$$

Se forem consideradas as deformações lineares específicas principais, ϵ_1 , ϵ_2 , ϵ_3 , correspondentes a direções em que não se dão deformações distorsionais e também ortogonais entre si, podem se exprimir os invariantes de deformação J_1 , J_2 e J_3 :

$$\left. \begin{aligned} J_1 &= \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \\ J_2 &= \epsilon_1 \epsilon_2 + \epsilon_2 \epsilon_3 + \epsilon_3 \epsilon_1 \\ J_3 &= \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 \end{aligned} \right\} (1.3.3)$$

Para uma direção qualquer, diferente daquelas em que atuam as tensões principais, a formulação geral para o tensor de tensões pode ser apresentada sob aspecto matricial,

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix} \quad (1.3.4)$$

$$\text{sendo } \tau_{xy} = \tau_{yx} ; \tau_{yz} = \tau_{zy} ; \tau_{zx} = \tau_{xz} . \quad (1.3.5)$$

tensões tangenciais nas diversas faces de um elemento.

Analogamente, para o tensor de deformações:

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{zx} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_y & \varepsilon_{zy} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{\gamma_{yx}}{2} & \frac{\gamma_{zx}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \varepsilon_y & \frac{\gamma_{zy}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (1.3.6)$$

onde $\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yx}$; $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{zy}$; $\varepsilon_{zx} = \varepsilon_{xz}$ (1.3.7)

e, obviamente: $\gamma_{xy} = \gamma_{yx}$; $\gamma_{yz} = \gamma_{zy}$; $\gamma_{zx} = \gamma_{xz}$ (1.3.8),

representando umas e outras deformações angulares em cada face do cubo elementar.

Coincidem os eixos principais de deformações e os das tensões para o caso aqui abordado de perfeita isotropia do material ideal escolhido.

Uma direção particular existe cuja normal faz ângulos iguais com os eixos principais: As tensões que nela se verificam chamam-se octaédricas e se constituem também em invariantes:

$$\sigma_{oct} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3} \quad (1.3.9)$$

$$\tau_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{I_1^2}{3} - I_2}} \quad (1.3.10)$$

$$\rho_{oct} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}{3}} \quad (1.3.11)$$

sendo $\underline{\sigma}_{oct}$, pressão normal; $\underline{\tau}_{oct}$, tangencial, e $\underline{\rho}_{oct}$, total, resultante vetorial da soma de $\underline{\sigma}_{oct}$ e $\underline{\tau}_{oct}$.

Igualmente são definidas deformações octaédricas

$$\underline{\epsilon}_{oct} = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3}{3} = \frac{\epsilon_v}{3} = \frac{J_1}{3} \quad (1.3.12)$$

$$\gamma_{oct} = \frac{2}{3} \sqrt{(\epsilon_1 - \epsilon_2)^2 + (\epsilon_2 - \epsilon_3)^2 + (\epsilon_3 - \epsilon_1)^2} = 2 \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{J_1^2}{3} - J_2}} \quad (1.3.13)$$

onde $\underline{\epsilon}_{oct}$ é a deformação linear, γ_{oct} , angular e $\underline{\epsilon}_v$, volumétrica, expressa para pequenas deformações, por:

$$\epsilon_v = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad (1.3.14)$$

Com as definições apresentadas, qualquer estado de tensões pode ser interpretado como resultante da superposição de duas parcelas.

A primeira, denominada compressão (ou tração) esférica, corresponde à submissão do elemento a tensões principais iguais ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_e$) o que acarreta a anulação de $\underline{\tau}_{oct}$ (ver 1.3.10) e significa que toda e qualquer direção é também principal. Este estado, chamado esférico, isostático ou hidrostático, caracteriza-se por:

$$\sigma_e = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{oct} = \frac{I_1}{3} = \sqrt{\frac{I_2}{3}} = \sqrt{I_3} \quad (1.3.15)$$

ou, sob outra forma:

$$I_1^e = 3\sigma_e \quad I_2^e = \frac{I_1^2}{3} \quad I_3^e = \frac{I_1^3}{27} \quad (1.3.16)$$

denominando-se $\underline{\sigma}_e$ tensão esférica e I_1^e, I_2^e, I_3^e , invariantes.

das tensões esféricas.

A segunda parcela, representada pela matriz das tensões distorsionais, é expressa em função de novas tensões abaixo definidas:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1' &= \sigma_1 - \sigma_e \\ \sigma_2' &= \sigma_2 - \sigma_e \\ \sigma_3' &= \sigma_3 - \sigma_e \end{aligned} \right] \quad (1.3.17)$$

A partir destas pressões distorsionais, deduzem-se novas invariantes:

$$I_1^d = \frac{\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} - \sigma_e = 0 \quad (1.3.18)$$

$$I_2^d = I_2 - \frac{I_1^2}{3} \quad (1.3.19)$$

$$I_3^d = I_3 - \frac{I_1 I_2}{3} + \frac{2}{27} I_1^3 \quad (1.3.20)$$

Podem ser então resumidas relações entre tensões octaédricas, normais e tangenciais, para os casos de compressão específica e distorsional, e as tensões octaédricas de estado resultante da soma das duas parcelas.

a) tensões esféricas:

$$\sigma_{oct}^e = \sigma_{oct} \quad \tau_{oct}^e = 0 \quad (1.3.21)$$

b) tensões distorsionais:

$$\sigma_{oct}^d = 0 \quad \tau_{oct}^d = \tau_{oct} \quad (1.3.22)$$

Igualmente se estabeleceu relações semelhantes para as deformações, subdivididas também em dois estados, caracterizado um pela ocorrência isolada de deformações lineares, responsáveis por variação de volume e não da forma de elemento, e o outro, por alteração da forma sem modificação volumétrica (distorção unicamente).

Analogamente, se obtêm:

$$J_1^e = J_1 \quad J_2^e = \frac{J_1^2}{3} \quad J_3^e = \frac{J_1^3}{27} \quad (1.3.23)$$

$$J_1^d = 0 \quad J_2^d = J_2 - \frac{J_1^2}{3} \quad J_3^d = J_3 - \frac{J_1 J_2}{3} + \frac{2 J_1^3}{27} \quad (1.3.24)$$

$$\mathcal{E}_{oct}^e = \mathcal{E}_{oct} \quad ; \quad \mathcal{Z}_{oct}^e = 0 \quad (1.3.25)$$

$$\mathcal{E}_{oct}^d = 0 \quad ; \quad \mathcal{Z}_{oct}^d = \mathcal{Z}_{oct} \quad (1.3.26)$$

Até este ponto do desenvolvimento técnico não foram abordadas as questões atinentes a possíveis relações entre as deformações (lineares ou angulares) e as tensões que a podem dar origem (normais ou tangenciais).

Supondo-se válidas as hipóteses básicas da Lei de Hooke que admitem comportamento tensão deformação linear, podem ser deduzidas as expressões a seguir alinhadas:

$$[\sigma^d] = 2G [\varepsilon^d] \quad [\sigma^e] = 3B [\varepsilon^e] \quad (1.3.27)$$

$$\text{em que } G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad \text{e} \quad B = \frac{E}{3(1-2\mu)} \quad (1.3.28)$$

sendo \underline{E} , módulo de Young; μ , coeficiente de Poisson; \underline{G} , módulo distorsional, e \underline{B} , módulo de compressão volumétrica.

Com efeito, a segunda das expressões (1.3.27), pode ser escrita

$$\sigma_e = \sigma_{oct} = 3B \cdot \epsilon_{oct} = B \cdot \epsilon_v \quad (1.3.29)$$

o que imprime ao módulo B um significado físico que corresponde à variação volumétrica específica por unidade de pressão esférica atuante em um estado puramente isostático.

$$B = \frac{d\sigma_e}{d\epsilon_v} \quad (1.3.30)$$

Já a primeira das fórmulas (1.3.27) trata de uma deformação puramente distorsional, sem modificação no volume, e portanto o módulo G exprime relação entre deformações angulares e esforços tangenciais.

Admitindo-se validade nas hipóteses assumidas quanto à isotropia e ao comportamento linear do solo e supondo-se ainda correta a superposição dos estados de tensão esférico e dimensional para representar um terceiro, de caráter geral, o tensor das tensões pode ser expresso, da forma abaixo, em função do tensor das deformações:

$$[\sigma] = 2G [\epsilon^d] + 3K [\epsilon^e] \quad (1.3.31)$$

O uso de outras constantes elásticas conduz às relações seguintes:

$$\begin{aligned} \epsilon_i &= \frac{1}{E} \left[\sigma_i - \mu (\sigma_j + \sigma_k) \right] \\ \gamma_{ij} &= \frac{\tau_{ij}}{G} = \frac{2(1+\mu)}{E} \tau_{ij} \end{aligned} \quad (1.3.32)$$

em que $i = x$, $j = y$ e $k = z$, com subsequente permutação circular.

No caso geral de anisotropia total, ao invés de duas, vinte e uma constantes elásticas são necessárias e correspondem aos componentes da matriz simétrica $[S]$, tal que

$$\left\{ \epsilon \right\}_{6 \times 1} = [S]_{6 \times 6} \left\{ \sigma \right\}_{6 \times 1} \quad (1.3.33)$$

Mesmo que se admita um comportamento linear no caso anisotrópico, fica evidente, a partir de (1.3.33), serem dependentes as deformações de todas as componentes do vetor deformação e não apenas das de mesma espécie. Se se fizer, por exemplo (Scott e Ko, 1969) $\sigma_x = \tau = 0$ e nulas todas as demais tensões, cada membro do vetor-deformação, seja ele linear ou angular, terá uma parcela linearmente dependente de uma tensão normal.

Levando-se em conta apenas anisotropia cruzada, na qual os parâmetros tensão-deformação são idênticos em qualquer direção perpendicular a um certo eixo (Silveira e Souto Silveira, 1970 e Pickering, 1970), obtêm-se condições em muito semelhantes às que podem ser encontradas em solos sedimentares ou compactados. Neste caso, mantendo-se ainda

o comportamento linear, o número de constantes elásticas se reduz a cinco, das quais uma relaciona exclusivamente tensões cisalhantes e deformações angulares.

Agora os aspectos da anisotropia, outros há que invalidam uma completa aceitação quanto à aplicabilidade da Teoria da Elasticidade a solos (Ko e Scott, 1967; Scott e Ko, 1969 e Smith e Kay, 1971), citando-se principalmente:

a) o efeito da dilatação, que constitui uma característica particular dos solos; ainda quando se aplica um estado de tensões puramente tangenciais a um elemento do material, ocorre uma variação volumétrica (expansão ou contração) que, além de tudo, revela evolução irregular ao longo do processo de aplicação do carregamento, podendo passar de uma redução inicial a uma fase expansiva nas proximidades do escoamento do solo.

b) a irreversibilidade das deformações, quase total, e a constatação de histeresis na pequena parcela recuperável; tanto o descarregamento como o recarregamento são regidos por parâmetros diferentes dos verificados na fase do primeiro carregamento.

c) o efeito de "creeping", pelo qual a variável tempo desempenha papel de importância no comportamento do solo; a influência da velocidade de aplicação de cargas tem sido um dos aspectos mais considerados recentemente e sua influência nas relações tensão-deformação atribuída, principalmente à contribuição do "creeping".

d) o enrijecimento do solo, seja por efeito de sua densificação,

quando submetido as condições drenadas, seja em razão de fenômenos tixotrópicos se a drenagem impedida invalida a redução da porosidade e a efetivação de vínculos mais resistentes entre as forças elétricas de atração desenvolvidas na periferia das partículas sólidas e na camada de água adsorvida (Suklje, 1969).

e) a influência da temperatura, aspecto menos estudado e que só recentemente vem merecendo as atenções de pesquisadores no que concerne a tópicos outros que não os relativos à ação de congelamento. A variação dos parâmetros que definem o comportamento reológico dos diferentes tipos de solo já foi objeto de alguns trabalhos na última década, podendo-se citar entre outros, os de Jumikis (1966), Murayama (1969), Laguros (1969) e Mitchell (1969).

Seria de se desejar a instituição de expressões pelas quais se pudesse prever a exata evolução de tensões e deformações e nas quais fosse possível se considerar todas as variáveis que já se sabe influir sobre o comportamento do solo e que são, principalmente: o nível de deformações, o estado de tensões, o índice de pré-adensamento, a trajetória de tensões, a dilatância, o tempo, a velocidade de aplicação da carga, a temperatura, o grau de saturação, a tixotropia, o fluido existente nos interstícios do solo e os cations nêle dissolvidos, etc.

Sendo tarefa impossível a exata avaliação da influência completa e total de cada um dos fatores citados, mesmo isoladamente consideradas, inexequível se torna, no estado atual do conhecimento, estudo

sistematizado dos vários aspectos em conjunto, mesmo porque a diversidade de solos e a infinidade de condições em que podem ser encontrados invalidam qualquer pretensão de solução global, envolvendo tôdas as variáveis possíveis.

Desta forma, a conquista que se pretende no conhecimento mais íntimo do comportamento tensão-deformação dos solos, deve ser perseguida através de pequenos e sucessivos passos, estudando-se cada material, analisando-se variável por variável, parâmetro por parâmetro, examinando-se as condições separadamente.

Assim tem progredido as comprovações experimentais neste setor e de igual forma procedemos na pesquisa ora relatada.

2 - PESQUISAS RECENTES

2.1 - Trabalhos de Kondner e Seus Colaboradores

Indicaram alguns trabalhos de pesquisa (Kondner, 1963; Kondner e Zelasko, 1963; Kondner e Zelasko, 1963 a, e Kondner e Horner, 1965) ser a hipérbole a curva que melhor se ajusta ao comportamento, tensão-deformação dos solos, medido em ensaios de compressão triaxial.

Para as argilas valeu-se Kondner dos testes "standard", sem drenagem e com medição de pressão neutra, com deformação controlada, procedendo-se previamente ao pré-adensamento, segundo diversas razões, por compressão esférica na própria célula de triaxial.

Para as areias, usou tensão controlada, avançando a trajetória de tensões, após a compressão isostática inicial, rumo à envoltória de ruptura através da manutenção da tensão normal octaédrica constante (fig. 2.1.1)

Os corpos de prova ensaiados foram, compostos inicialmente, de uma argila comercial amolgada a diversos teores de umidade e submetidos a diferentes pressões de pré-adensamento e velocidades de aplicação de carga. Trabalhos posteriores foram levados a efeito com outros materiais, inclusive arenosos, revelando que para cada condição do solo e cada pressão de adensamento, bastante bem se ajustava a curva

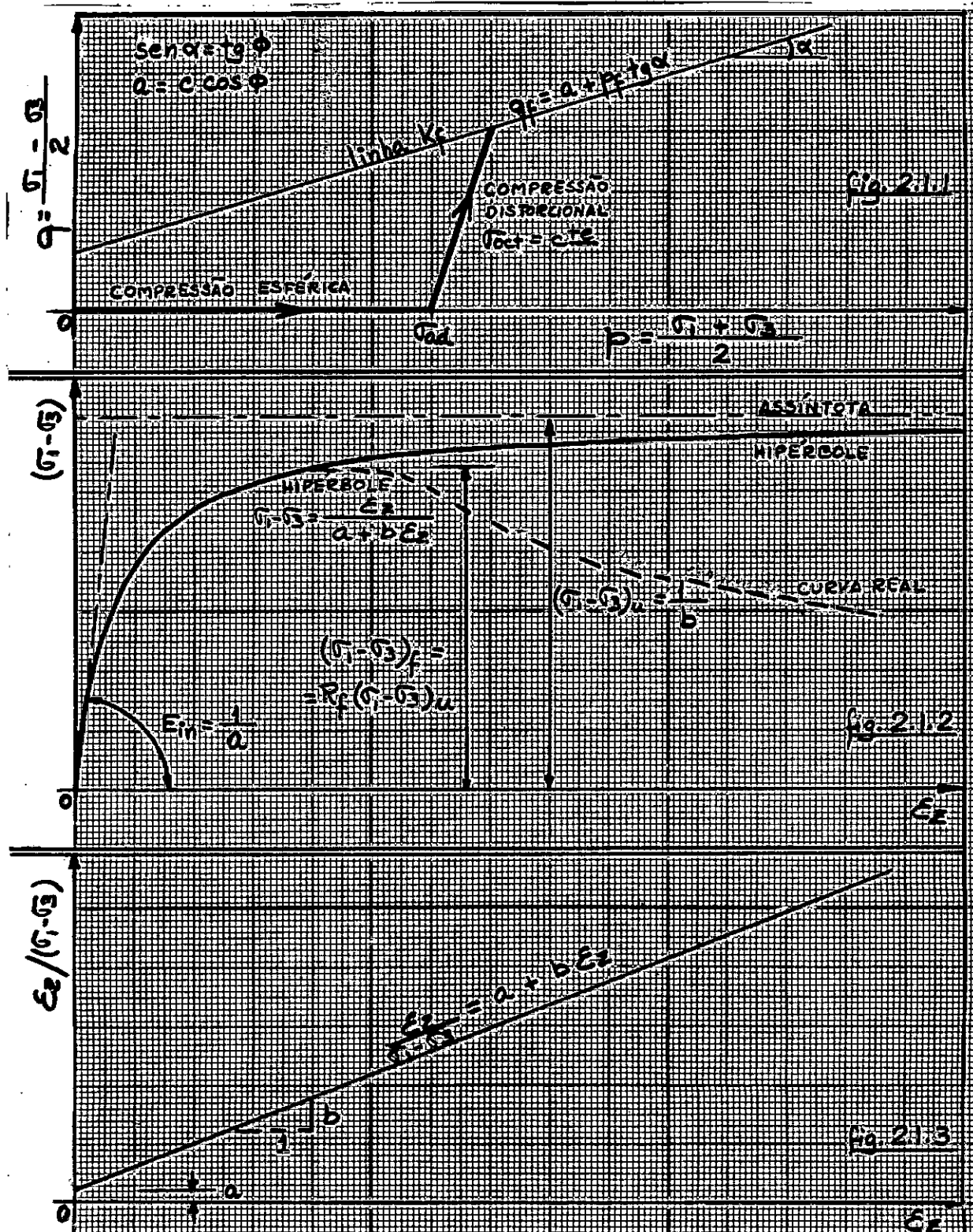


Fig. 2.1.1 - Trajetória de tensões em ensaios triaxiais a tensão octaédrica cte.
 Fig. 2.1.2 - Representação hiperbólica da curva tensão-deformação
 Fig. 2.1.3 - Gráfico tensão-deformação no sistema modificado de Kondner

$(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_z$ a uma hipérbole expressa pela relação abaixo (fig. 2.1.2).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_z}{a + b\epsilon_z} \quad (2.1.1)$$

em que σ_1 e σ_3 são pressões normais efetivas, dispensando-se por razões práticas a barra sobre os símbolos, conforme a notação usual.

Na hipérbole considerada, tende a tensão-desvio $(\sigma_1 - \sigma_3)$, assintoticamente, para um valor máximo $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$, obtido quando se faz em (2.1.1) ϵ_z tender para o infinito

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_u = \left[\frac{\epsilon_z}{a + b\epsilon_z} \right]_{\epsilon_z \rightarrow \infty} = \frac{1}{b} \quad (2.1.2)$$

A variação de $(\sigma_1 - \sigma_3)$ em função de ϵ_z , decresce à medida que aumenta a deformação específica vertical ϵ_z e é expressa por:

$$\frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\epsilon_z} = \frac{a}{(a + b\epsilon_z)^2} \quad (2.1.3)$$

A relação acima exprime, geomêtricamente, a tangente em cada ponto da curva e significa, fisicamente, um módulo que interrelaciona, para cada nível, os incrementos de deformação específica vertical

correspondentes a cada acréscimo de tensão-desvio.

Se fôsse mantida constante a pressão $\bar{\sigma}_3$ (o que não ocorreu nos testes de Kondner), tal módulo equivaleria ao denominado Módulo de Elasticidade ou de Young (E)

$$E = \left[\frac{d(\sigma_1 - \bar{\sigma}_3)}{d\varepsilon_2} \right]_{\bar{\sigma}_3 = \text{cte}} = \frac{a}{(a + b\varepsilon_2)^2} \quad (2.1.4)$$

Para deformação nula, a relação acima permite a determinação do módulo inicial, que será também o Módulo de Elasticidade Inicial (E_{in}) para o caso particular de $\bar{\sigma}_3 = \text{constante}$.

$$E_{in} = \left[\frac{a}{(a + b\varepsilon_2)^2} \right]_{\substack{\bar{\sigma}_3 = \text{cte} \\ \varepsilon_2 = 0}} = \frac{1}{a} \quad (2.1.5)$$

Os dois parâmetros a e b que definem a hipérbole da expressão (2.1.1), ficam conhecidas a partir das relações (2.1.2) e (2.1.5), que podem ser apresentadas como a seguir (fig. 2.1.2)

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{1}{E_{in}} \\ b &= \frac{1}{(\sigma_1 - \bar{\sigma}_3)_u} \end{aligned} \right\} \quad (2.1.6)$$

Para mais fácil manuseio das fórmulas e melhor visualização

gráfica, adotou Kondner outra variável para a expressão (2.1.1), substituindo-a por uma relação linear:

$$\frac{\epsilon_z}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b \cdot \epsilon_z \quad (2.1.7)$$

A figura 2.1.3 exibe a mesma hipérbole traçada na fig. 2.1.2, convertida para o novo sistema de coordenadas.

Para melhor compreensão de comentários futuros, representam-se na fig. 2.1.4, \underline{a} e \underline{b} , três relações $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_z$, nos dois sistemas de coordenadas adotados, regidas tôdas pelo mesmo parâmetro \underline{a} .

A curva "A", correspondente a uma reta inclinada na fig. 2.1.4.b, é uma hipérbole no plano primitivo. A "B", horizontal no novo sistema, corresponde, no antigo, a uma relação linear $(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{a} \times \epsilon_z$ e exprime, pois, condição de nulidade de \underline{b} ; neste caso, conquanto a inclinação inicial da curva seja idêntica à da "A", suas tensões-desvio são sempre superiores às desta. A curva "C", tendo os mesmos parâmetros \underline{a} e $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\mu}$ que a "A", evolui, porém, de forma a apresentar tensões-desvio inferiores ao longo de quase toda a parte útil da linha; sua representação, no novo sistema, é uma curva de ordenadas superiores às da reta definidora do caso "A".

A observação pormenorizada da fig. 2.1.4 permite as

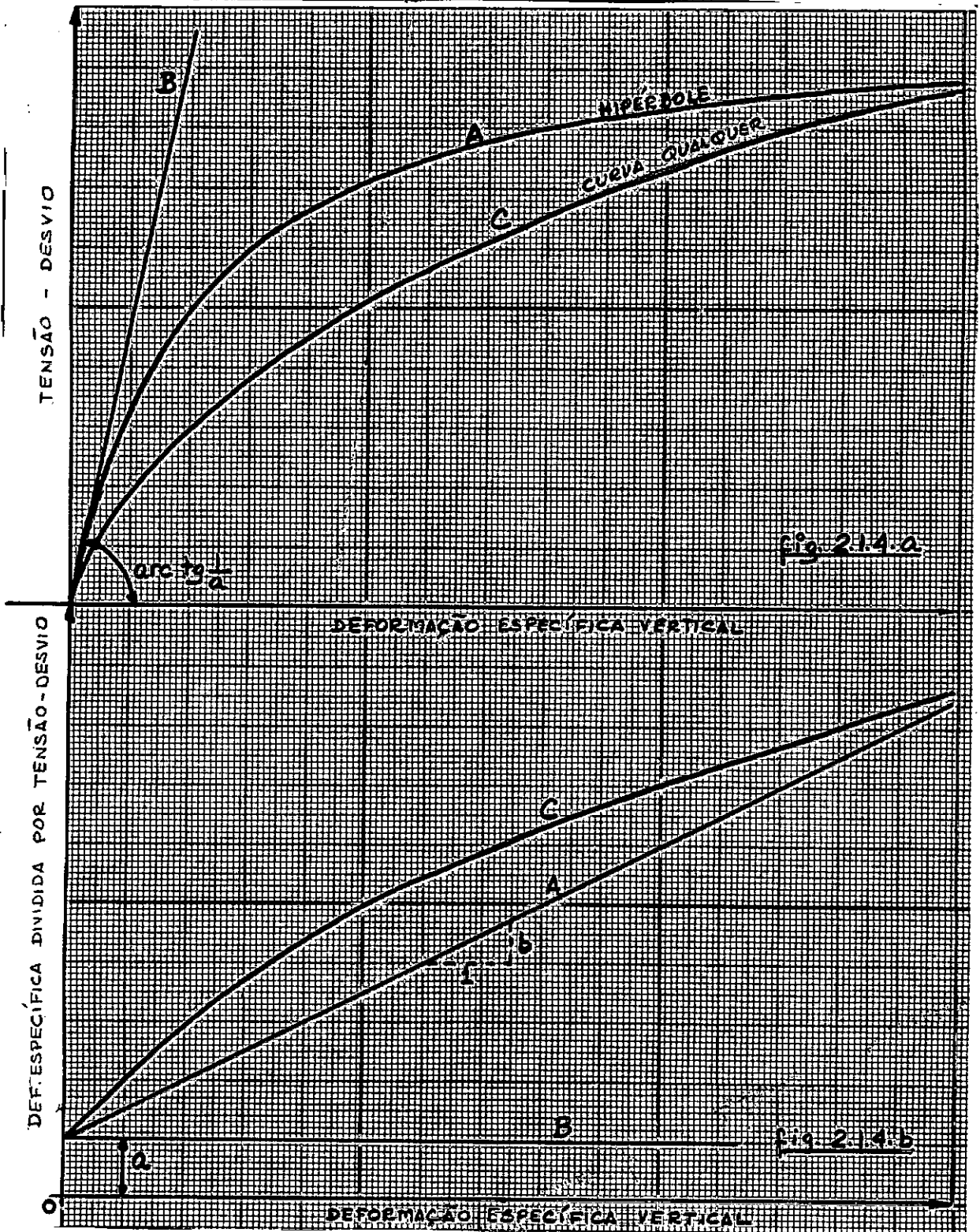


Fig. 2.1.4 - Curvas tensão-deformação hiperbólica (A), reta (B) e qualquer (C) - (a) no sistema clássico; (b) no sistema modificado de Kondner

seguintes conclusões, quanto às representações no plano modificado

a) uma curva (ou trecho) aproximadamente linear no plano $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_2$ tem sua representação no sistema modificado tendente a uma reta (ou trecho) horizontal.

b) as curvas experimentais estarão tão mais próximas de um comportamento hiperbólico quanto mais se ajustarem a uma reta no novo sistema.

c) se uma curva experimental revelar um bom ajustamento a uma reta a partir de uma certa deformação específica $(\epsilon_2)_1$ mas acusar discrepâncias no trecho inicial, a representação do comportamento do solo através da hipérbole estará a favor da segurança se os pontos divergentes se situarem abaixo da reta ajustada, o oposto se verificando na hipótese contrária.

Diversos experimentos, de diferentes autores, quando analisados por Kondner e seus colaboradores, revelaram:

a) uma concordância com a hipótese hiperbólica perfeitamente aceitável e, até mesmo, surpreendente.

b) as discrepâncias, quando ocorriam, eram de pequena monta, situavam-se quase sempre no trecho inicial da curva e conduziam a determinação de parâmetros do lado da segurança, pois que os pontos anômalos caíam abaixo da reta ajustada, no sistema modificado.

c) muito raramente ocorria comportamento linear na relação $(\sigma_1 - \sigma_3) \times (\epsilon_2)$, mesmo no trecho inicial (o que se verifica facilmente

com o uso do novo plano), invalidando desta forma a aplicação das hipóteses de elasticidade linear para cálculo de tensões e deformações, ainda que para incrementos de carga consideravelmente reduzidos.

Para maior precisão na teoria desenvolvida, introduziu Kondner um fator de correção \underline{k} (para o qual se adotou mais tarde a notação R_f) e que relaciona a tensão-desvio correspondente ao pico da curva real $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \underline{\epsilon}_z$, denominada $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$, à tensão-desvio máxima da hipérbole, $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$, somente atingida assintoticamente quando $\underline{\epsilon}_z$ tende para o infinito (linha tracejada na fig. 2.1.2)

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} = b (\sigma_1 - \sigma_3)_f \quad (2.1.8)$$

É evidente que, mesmo que ocorra um perfeito ajustamento entre uma curva real e uma hipérbole, além dos parâmetros \underline{a} e \underline{k} , um outro é necessário para caracterizar o comportamento do solo real. Mais explicitamente, para definir o ponto em que as duas representações (a real e a ideal) passam a divergir. Este parâmetro tanto pode se referir a tensões, como é o caso de R_f , como poderia consistir na determinação de uma deformação específica limite, por exemplo. Adotaremos, como usual, o fator de correção R_f .

As expressões (2.1.1), (2.1.2), (2.1.5) e (2.1.8), conjuntamente consideradas, levam a

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_z}{\frac{1}{E_{in}} + \frac{R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \cdot \epsilon_z} \quad (2.1.9)$$

Ressalte-se uma vez mais que o módulo inicial E_{in} só é o de Young quando $\Delta \sigma_3 = 0$. Em qualquer outra hipótese, exprime êle a relação $d(\sigma_1 - \sigma_3) / d\epsilon_z$, correspondente à trajetória de tensões utilizada.

O módulo E_{in} , juntamente com a tensão-desvio de pico $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ e o parâmetro R_f definem a representação hiperbólica (2.1.9), sendo todos determinados experimentalmente a partir da curva $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_z$ e da reta $\frac{\epsilon_z}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = a + b \cdot \epsilon_z$ nos respectivos planos em que são traçadas.

Importante apoio à teoria da Kondner resultou da verificação da razoável aplicabilidade do ajustamento hiperbólico à ensaios drenados ou não com tensão ou deformação controlada, em solos coesivos e também em granulares, sob diferentes condições de pré-adensamento e densidade, em ensaios com tensão confinante constante ou variável, levados a efeito por outros autores e analisados, inicialmente pelo próprio Kondner e mais tarde por pesquisadores de outros centros entre os quais, de forma mais recente e sistematizada, Duncan, Dunlop, Seed e

outros da Universidade da Califórnia (Berkeley).

Resolvida satisfatoriamente a questão da representação tensão-deformação para uma certa situação, passou Kondner ao estudo da variação dos diversos parâmetros provocada pela alteração das condições de carregamento do ensaio e da história das tensões que sobre os corpos de prova atuaram.

Utilizando velocidades de deformação distintas (0,2%, 2%, 16% e 100% por hora) e diferentes índices de pré-adensamento ($JPA = 1, 2, 4, 10$ e 12), chegou Kondner à expressão empírica

$$\frac{1}{b} = \sigma_c \left[B \cdot (JPA)^C - A \right] \quad (2.1.10)$$

em que σ_c é a pressão confinante; B e C , parâmetros que exprimem o comportamento parabólico do valor de $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ em função do índice de pré-adensamento, e A , coeficiente de ajustamento dependente da velocidade de deformação (B também é função da velocidade).

Na fig. 2.1.5.a, em escala logarítmica, estão representados os citados resultados experimentais. Os parâmetros escolhidos

$\left[\frac{1}{b \sigma_c} + A \right]$ e (JPA) revelaram-se cômodos a partir da transformação de (2.1.10):

$$\log \left(\frac{1}{b \sigma_c} + A \right) = \log B + C \log (JPA) \quad (2.1.11)$$

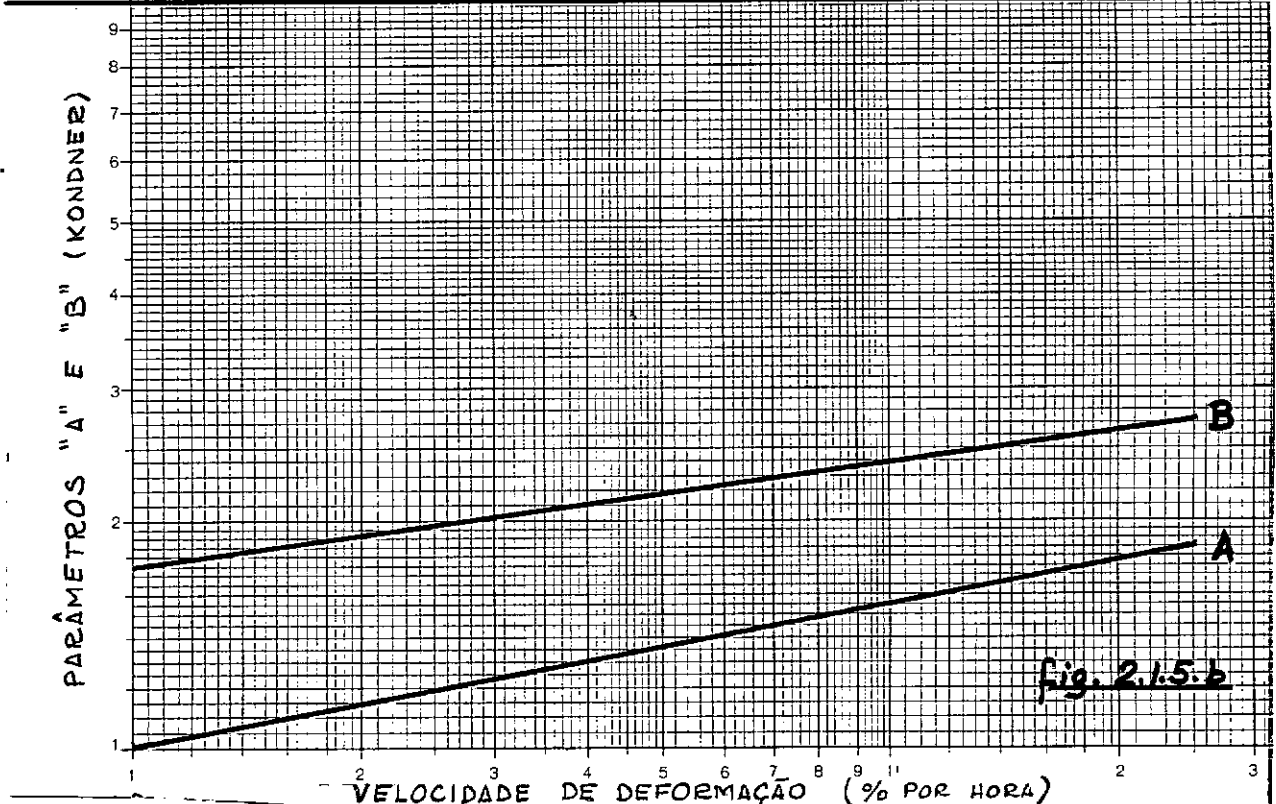
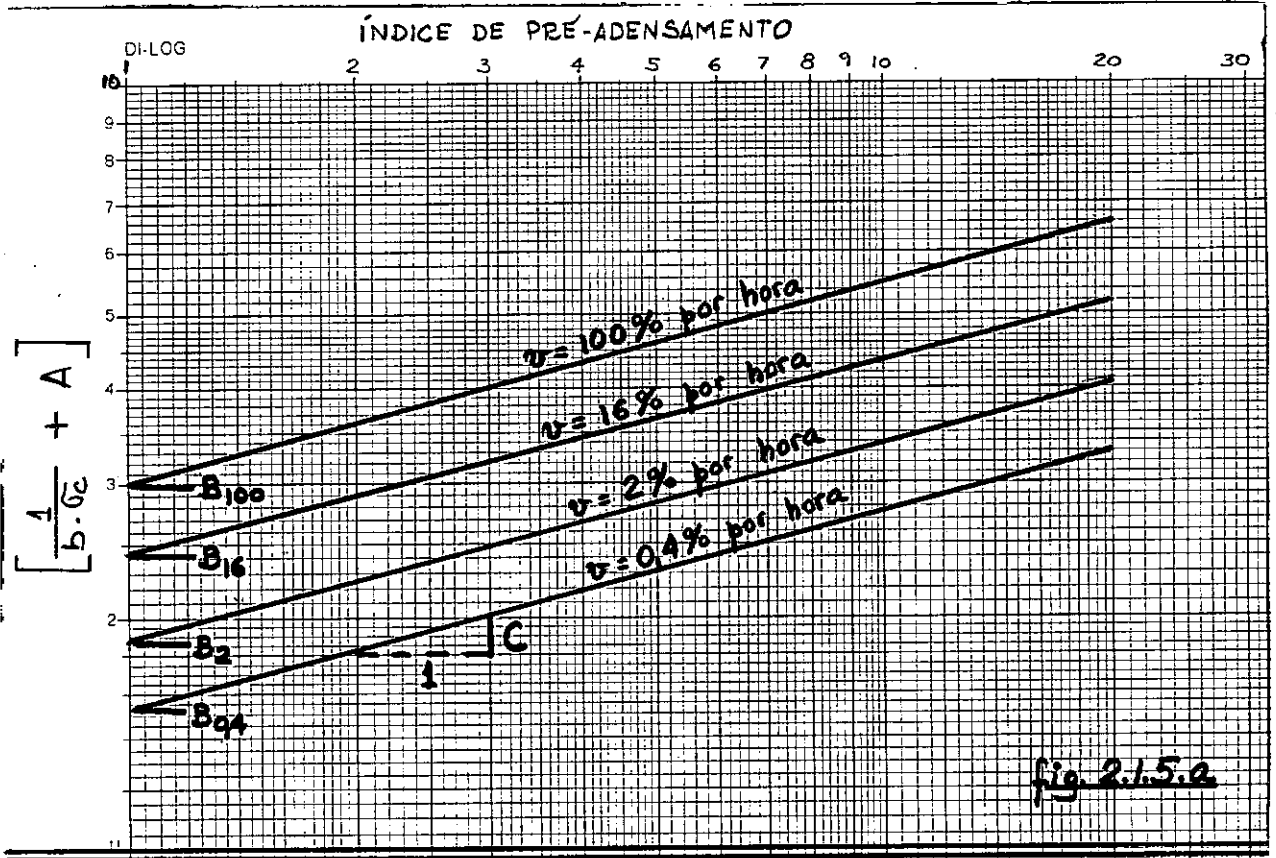


Fig. 2.1.5 - Parâmetros "A" e "B" de Kondner, para várias velocidades de aplicação de carga, destinadas ao cálculo das tensões-desvio últimas últimas a diversos índices de pré-adensamento

Na figura 2.1.5.b se exprime também em escala logarítmica, a variação de \underline{B} e de \underline{A} , em função da velocidade de carregamento, para o material estudado por Kondner. A figura 2.1.5.a revela um valor constante de C para qualquer velocidade.

Em face da relação parabólica (linear, em escala logarítmica) em função da velocidade de deformação, exibida tanto por A como por B , passou Kondner a exprimir estes coeficientes pelas relações.

$$\begin{aligned} A &= D (\dot{\epsilon}_2)^E \\ B &= F (\dot{\epsilon}_2)^G \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

onde $\dot{\epsilon}_2 = \frac{d\epsilon_2}{dt}$ e D, E, F e G são coeficientes, constantes para cada solo.

Considerando-se (2.1.8) e (2.1.10), obtém-se:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f \cdot \sigma_c [B (JPA)^C - A] \quad (2.1.13)$$

Ou, ainda

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = R_f \cdot \sigma_c [F (\dot{\epsilon}_2)^G (JPA)^C - D (\dot{\epsilon}_2)^E] \quad (2.1.14)$$

Buscando relações que permitissem exprimir o parâmetro

$\frac{1}{a \cdot \sigma_c}$ em função do Índice de pré-adensamento, KONDNER obteve uma família de retas, com termo constante invariável e coeficiente angular depen-

dente do logaritmo da velocidade de deformação e pôde assim exprimir o módulo tangente inicial pela relação

$$\frac{1}{a} = \sigma_c \left[H + (JPA) (L + M \log \dot{\epsilon}_2) \right] \quad (2.1.15)$$

A consideração afinal de (2.1.14) e (2.1.15) converte (2.1.9) em:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_2}{\frac{1}{\sigma_c \left[H + (JPA) (L + M \log \dot{\epsilon}_2) \right]} + \frac{\epsilon_2}{\sigma_c \left[F (\dot{\epsilon}_2)^G (JPA)^C - D (\dot{\epsilon}_2)^E \right]}} \quad (2.1.16)$$

É interessante se notar que para o caso de compressão simples (amostra não confinada), em que a pressão da célula se anula, a expressão anterior perda sua valia por conduzir a tensão-desvio igual a zero, qualquer que seja o valor da deformação considerado.

Visando à superação de tal inconveniente, Kondner rearrumou as fórmulas anteriores chegando a nova expressão

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_2}{\frac{1}{\sigma_c \left[H + (JPA) (L + M \log \dot{\epsilon}_2) \right]} + \frac{\epsilon_2}{(JPA) \cdot \sigma_c \left[P + Q \cdot e^{-R (JPA)} \right]}} \quad (2.1.17)$$

sendo os coeficientes P , Q e R funções do logaritmo da velocidade de deformação e e base dos logaritmos neperianos.

$$\left. \begin{aligned} P &= P_1 + P_2 \log \dot{\epsilon}_z \\ Q &= Q_1 + Q_2 \log \dot{\epsilon}_z \\ R &= R_1 + R_2 \log \dot{\epsilon}_z \end{aligned} \right\} (2.1.18)$$

A fórmula (2.1.17) não apresenta o inconveniente da anterior pois que o produto $(JPA) \times \sigma_c$ iguala à pressão de pré-adensamento (que será sempre diferente de zero).

As expressões bem mais simples chegou Kondner estudando materiais granulares em ensaios a tensão octaédrica constante, quando optou por relações lineares a governar o comportamento dos parâmetros $\frac{1}{a}$ e $\frac{1}{k}$ em função da pressão confinante aplicada no adensamento esférico do corpo de prova (igual a σ_{oct} mantida constante durante o ensaio):

$$\frac{1}{k} = A_1 + B_1 \cdot \sigma_{oct} \quad (2.1.19)$$

$$\frac{1}{a} = A_2 + B_2 \cdot \sigma_{oct}$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_z}{\frac{1}{A_2 + B_2 \cdot \sigma_{oct}} + \frac{R_1 \cdot \epsilon_z}{A_1 + B_1 \cdot \sigma_{oct}}} \quad (2.1.20)$$

Pelas fórmulas acima, o módulo tangente inicial é:

$$E_{in} = \frac{1}{a} = A_2 + B_2 \cdot \sigma_{oct} \quad (2.1.21)$$

Isto revela a possibilidade de um solo não coesivo suportar uma tensão distorsional, mesmo sem confinamento, o que contraria o conhecimento geral. A causa de tal anomalia pode resultar da influência isolada ou cumulativa dos seguintes fatores:

a) efeito de membrana

b) não-linearidade no trecho inicial da curva, correspondente a tensões octaédricas não utilizadas.

c) coesão aparente da areia devida a pressões capilares.

Variando o índice de vazios de um mesmo solo arenoso e realizando idêntico tipo de ensaio triaxial, Kondner estabeleceu relação parabólica entre o termo $\frac{1}{k}$ e a relação σ_{oct} / e , sendo e o índice de vazios

$$\frac{1}{k} = A_3 \left(\frac{\sigma_{oct}}{e} \right)^{B_3} \text{ ou } k = \frac{1}{A_3} \left(\frac{e}{\sigma_{oct}} \right)^{B_3} = \bar{A}_3 \left(\frac{e}{\sigma_{oct}} \right)^{B_3} \quad (2.1.22)$$

Já o parâmetro $\frac{1}{a}$ não revelou tão bom ajustamento parabólico com a variável $\frac{\sigma_{oct}}{e}$, principalmente a baixas tensões octaédricas, em face do que tentou-se outro tipo de correlação

$$\frac{1}{a} = D_3 \cdot \sigma_{oct}^{+F_3} \cdot \exp(-C_3 e) \quad (2.1.23)$$

Com as expressões acima, nova formulação se imprimiu à tensão-desvio ($\sigma_1 - \sigma_3$), desta vez se pretendendo sua aplicação geral a

diferentes condições de densidade, pressão confinante e nível de deformação de uma mesma areia fina de duna.

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_z}{D_3^{-1} \cdot \sigma_{oct}^{-F_3} \cdot \exp(+C_3 e) + A_3 \cdot \left(\frac{e}{\sigma_{oct}}\right)^{B_3} \cdot \epsilon_z} \quad (2.1.24)$$

Voltando a testes com solos argilosos, pesquisou Kondner sobre a aplicabilidade da relação hiperbólica a novas variáveis, representadas pela tensão-desvio normalizada $\left[(\sigma_1 - \sigma_3) / (\sigma_1 - \sigma_3)_u \right]$ e pela razão entre a deformação específica vertical e a tensão normal octaédrica.

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = (\sigma_1 - \sigma_3)_u \frac{\epsilon_z / \sigma_{oct}}{A_4 + B_4 (\epsilon_z / \sigma_{oct})} \quad (2.1.25)$$

O ajustamento revelou-se razoável, a não ser no trecho inicial da curva em que se constataram valores experimentais abaixo (a favor da segurança) da reta traçada no plano modificado.

Resultados mais precisos advieram da escolha de expressão diferente:

$$\left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \right]^2 = \frac{\epsilon_z / \sigma_{oct}}{A_5 + B_5 (\epsilon_z / \sigma_{oct})} \quad (2.1.26)$$

Ou, no sistema modificado:

$$\frac{\epsilon_z}{\sigma_{oct}} \times \left[\frac{(\sigma_1 - \sigma_3) u}{(\sigma_1 - \sigma_3)} \right]^2 = A_5 + B_5 \frac{\epsilon_z}{\sigma_{oct}} \quad (2.1.27)$$

Estas foram as linhas de pesquisa desenvolvidas por Kondner e outros e que constituíram trabalho pioneiro, a partir do qual diversas aplicações tem sido efetuadas no afã de bem se caracterizar o comportamento tensão-deformação dos solos.

2.2 - Contribuições de outros pesquisadores

Ainda no século passado, Boussinesq propôs (conforme citação de Kondner e Zelasko, 1963) uma hipótese geral para o comportamento dos meios pulverulentos pelo qual o módulo secante de rigidez seria expresso por uma função linear do primeiro invariante das tensões (e, portanto, da tensão octaédrica).

Mais recentemente, A. Scheidig (citado por Terzaghi e Peck, 1948) exprimiu uma relação entre o módulo tangente inicial e a pressão confinante, para areias, traduzida por uma expressão linear para baixas densidades do solo e exponencial para porosidade reduzida.

Brinch Hansen (1965) partia de uma formulação geral para as tensões cisalhantes e deformações tangenciais do tipo

$$\frac{\tau}{\tau_f} = 2 \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right)^n \quad (2.2.1)$$

onde τ é tensão; δ , deformação: o índice "f" refere-se à condição de ruptura e o expoente " n ", a ser determinado experimentalmente, apresenta valores iguais ou inferiores à unidade.

Através de algumas considerações chegou o mesmo autor a outra expressão válida para primeiro carregamento

$$\frac{\tau}{\tau_f} = \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right)^n + \alpha \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right) \left[1 - \left(\frac{\delta}{\delta_f} \right)^n \right] \quad (2.2.2)$$

onde as constantes α e n oscilam entre 0 e 1.

Para a maioria dos casos práticos, ainda de acordo com Hansen, $\alpha = 1$, assumindo então, (2.2.2) o aspecto abaixo para $n = 1$, $1/2$ e $1/3$:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1; \quad n = 1 \\ \alpha = 1; \quad n = 1/2 \\ \alpha = 1; \quad n = 1/3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{\tau}{\tau_f} = \frac{\delta}{\delta_f} \left[2 - \frac{\delta}{\delta_f} \right] \\ \frac{\tau}{\tau_f} = \sqrt{\frac{\delta}{\delta_f}} \left[1 - \frac{\delta}{\delta_f} \right] + \frac{\delta}{\delta_f} \\ \frac{\tau}{\tau_f} = \sqrt[3]{\frac{\delta}{\delta_f}} \left[1 - \frac{\delta}{\delta_f} \right] + \frac{\delta}{\delta_f} \end{array} \quad (2.2.3)$$

Afirma o pesquisador citado parecerem se aplicar as três fórmulas acima transcritas a diferentes tipos de solos, ajustando-se melhor a primeira expressão a argilas moles, a segunda a areias fôlas e a

última a areias densas, não somente no que se refere a resultados de ensaios de cisalhamento direto mas também a qualquer outro tipo de teste em que desempenhem as tensões cisalhantes importante papel, como por exemplo, em ensaios triaxiais, provas de carga em placas e provas de carga em estacas.

Fórmulas ainda mais simples foram sugeridas por B. Hansen

(1963)

$$\left. \begin{aligned} \frac{z}{z_f} &= \frac{2 \sqrt{\delta \cdot \delta_f}}{\delta + \delta_f} \\ \frac{\delta}{\delta_f} &= \left[\frac{z}{z_f} - \sqrt{\left(\frac{z_f}{z}\right)^2 - 1} \right]^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4)$$

Para a compressão esférica (isostática) correspondente ao primeiro carregamento, propôs o mesmo professor a adoção de fórmulas do tipo

$$E_v = E_1 + E_2 + E_3 = 3A \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \quad (2.2.5)$$

em que E_v é a variação volumétrica específica; E_1, E_2, E_3 , deformações lineares específicas segundo três direções ortogonais; M um módulo de deformação constante; σ_m a pressão hidrostática; A e m parâmetros dependentes da unidade ou do índice de vazios do solo.

Definindo v , ângulo de tensão, pela equação

$$\text{sen } v = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3 + 2c \cotg \phi} \quad (2.2.6)$$

tem-se que na rutura $v_f = \emptyset$

Considerando ser $\epsilon_2 = \epsilon_3$ na compressão triaxial e partindo da expressão simplificada

$$\frac{\delta}{\delta_f} = \frac{z^2}{(k+1)z_f^2 - k \cdot z^2} \quad (2.2.7)$$

chegou Hansen a formulações algo complexas para a compressão isostática

$$\epsilon_1 = \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \left[A + \frac{B(2-\beta)}{\left(k \frac{\sin \emptyset}{\sin v} \right)^2 - 1} \right] \quad (2.2.8)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \left[A - \frac{B(1+\beta)}{\left(k \frac{\sin \emptyset}{\sin v} \right)^2 - 1} \right] \quad (2.2.9)$$

em que os parâmetros adimensionais A , B , m , k e β são determinados experimentalmente e revelam ser função da unidade ou da porosidade.

Estudando a compressão unidimensional confinada Brinch Hansen deduziu as relações seguintes:

$$\sin v_0 = \frac{k \sin \emptyset}{\sqrt{\frac{B}{A} (1+\beta) + 1}} \quad (2.2.10)$$

$$K_0 = \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \sin v_0}{1 + \sin v_0} \quad (\text{para } c = 0) \quad (2.2.11)$$

O conhecimento das equações acima permite sejam reescritas as relações (2.2.8) e (2.2.9):

$$\epsilon_1 = A \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \left[1 + \eta \frac{\left(k \frac{\sin \phi}{\sin \nu_0} \right)^2 - 1}{\left(k \frac{\sin \phi}{\sin \nu} \right)^2 - 1} \right] \quad (2.2.12)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = A \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \left[1 - \frac{\left(k \frac{\sin \phi}{\sin \nu_0} \right)^2 - 1}{\left(k \frac{\sin \phi}{\sin \nu} \right)^2 - 1} \right] \quad (2.2.13)$$

onde η é também um parâmetro determinado por via experimental.

Se são procuradas apenas as deformações lineares correspondentes à compressão distorsional, são deduzidas as parcelas referentes à compressão isostática sob $\underline{\sigma_c}$

$$\epsilon_1 = \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \left[A + \frac{B(2 - \beta)}{\left(k \frac{\sin \phi}{\sin \nu} \right)^2 - 1} \right] - \left(\frac{\sigma_c}{M} \right)^m A \quad (2.2.14)$$

$$\epsilon_2 = \epsilon_3 = \left(\frac{\sigma_m}{M} \right)^m \left[A - \frac{B(1 + \beta)}{\left(k \frac{\sin \phi}{\sin \nu} \right)^2 - 1} \right] - \left(\frac{\sigma_c}{M} \right)^m A \quad (2.2.15)$$

Pela teoria da Elasticidade, quando se subdivide um estado de tensões em duas parcelas, uma esférica e outra distorsional, atribui-se à primeira um efeito único de modificação volumétrica (sem distorção) e à segunda a responsabilidade pela mudança de forma

$$\left. \begin{aligned} \frac{\epsilon_v}{3} = \epsilon_{oct} &= \frac{\sigma_{oct}}{3K} \\ \gamma_{oct} &= \frac{\tau_{oct}}{G} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.16)$$

Nos solos, porém, o fenômeno conhecido como dilatância não permite que tal simplificação seja impunemente introduzida. Sob o efeito de um estado distorsional de tensões, mantida constante a tensão normal octaédrica, nem por isso deixa de haver uma alteração no volume: contração ou expansão, conforme o solo e o nível de tensões e deformações.

Uma formulação geral, portanto, deve prever serem as deformações octaédricas, lineares ou angulares, funções tanto das tensões octaédricas normais como das tangenciais.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{oct} &= f_1(\sigma_{oct}, \tau_{oct}) \\ \gamma_{oct} &= f_2(\sigma_{oct}, \tau_{oct}) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.17)$$

Newmark (1960) instituiu expressões em que tanto ϵ_{oct} como γ_{oct} são dependentes de σ_{oct} e τ_{oct} e também dos terceiros

invariantes dos tensores distorsionais de tensão e de deformação, propondo uma formulação tridimensional para o comportamento tensão-deformação dos solos. As equações (2.1.44) correspondem a uma simplificação da hipótese de Newmark, desprezando-se a terceira parcela, conforme sugerido por Girijavallabhan e Reese (1968).

Para ensaios triaxiais rápidos, em amostras argilosas saturadas, a variação de volume é nula (a menos de certa deformação elástica resultante da compressão do fluido e das partículas sólidas), ocorrendo as variações de forma por conta dos esforços distorsionais, independentemente da pressão confinante. Neste caso, o coeficiente de Poisson é pouco inferior a 0,5 e são válidas as relações:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{oct} &= \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) \\ \gamma_{oct} &\approx \sqrt{2} \cdot \epsilon_1 \quad (\text{para } \epsilon_v = 0) \\ E &= 2G(1+\mu) \approx 3G \end{aligned} \right\} \quad (2.2.18)$$

A relação entre γ_{oct} e τ_{oct} é proporcional à que rege a correspondência $\epsilon_1 \times (\sigma_1 - \sigma_3)$, a qual, por sua vez, é sabidamente não linear. O módulo G , pois, definido pela razão entre τ_{oct} e γ_{oct} , é variável com o nível de deformação linear considerado, o que também ocorre com o E :

$$E \approx 3G = 3 \cdot \frac{\tau_{oct}}{\gamma_{oct}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\epsilon_1} \quad (2.2.19)$$

Ensaio drenado em solos granulares revelam uma variação

volumétrica desprezível por efeito de compressão esférica (principalmente em areias compactas), em comparação com a observada sob a ação da tensão-desvio. Esta, por sua vez, indicadora do esforço cisalhante imposto, quando dividida pela tensão normal octaédrica, exibe um comportamento não-linear em função de σ_{oct} , variável com cada solo mas independente de τ_{oct} (como já comprovara Kondner). As duas circunstâncias acima ressaltadas permitem uma razoável avaliação da evolução dos módulos E e μ para cada nível de deformação, calculados ambos a partir das tensões e deformações distorsionais (Girijavallabhan e Reese, 1968).

As equações (2.2.18) tornam-se:

$$\left. \begin{aligned} \tau_{oct} &= \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) \\ \gamma_{oct} &= \frac{2\sqrt{2}}{3} (\epsilon_1 - \epsilon_3) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \epsilon_1 (1 + \mu) \end{aligned} \right\} (2.2.20)$$

Nas representações gráficas geralmente traçadas exprimem-se as relações $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_1$ e $\epsilon_y \times \epsilon_1$. Podem assim ser obtidas expressões para o coeficiente de Poisson e o Módulo de Young, para cada nível de deformação, através das fórmulas abaixo (Girijavallabhan e Reese, 1968).

$$\left. \begin{aligned} \mu &= - \frac{\epsilon_3}{\epsilon_1} = - \frac{(\epsilon_y - \epsilon_1)}{2 \epsilon_1} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\epsilon_y}{\epsilon_1} \right) \\ \gamma_{oct} &= \frac{2\sqrt{2}}{3} \epsilon_1 (1 + \mu) = \sqrt{2} \left(\epsilon_1 - \frac{\epsilon_y}{3} \right) \\ \tau_{oct} &= \frac{\sqrt{2}}{3} (\sigma_1 - \sigma_3) \end{aligned} \right\} (2.2.21)$$

$$G = \frac{\tau_{oct}}{\gamma_{oct}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3 \epsilon_1 - \epsilon_v}$$

$$E = 2G(1 + \mu) = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3 \epsilon_1 - \epsilon_v} \left(1 - \frac{\epsilon_v}{\epsilon_1} \right)$$

Estudando grande variedade de materiais, de rochas a argilas plásticas, em um período de sete anos, Janbu (1963) sugeriu uma expressão bastante simples para definir a variação do módulo inicial de curvas tensão-deformação em função da pressão confinante (σ_c)

$$E_{in} = m p_a \left(\frac{\sigma_c}{p_a} \right)^n \quad (2.2.22)$$

em que m e n são parâmetros adimensionais e independentes das unidades adotadas; para isto se introduziu outra grandeza: p_a , pressão atmosférica.

A relação (2.2.22) pode ser questionada por conduzir a módulo nulo para a compressão não-confinada, o que só se justificaria para solos arenosos ou argilas muito moles. Contrapõe-se, além disso, à expressão linear (2.1.21), de Kondner.

Constata-se que também a equação (2.1.15) de Kondner, para um índice de pré-adensamento unitário (solo normalmente adensado), fornece uma relação linear entre E_{in} e σ_c , seu termo de constante, contrariando igualmente a condição correspondente ao ensaio uniaxial.

Já na fórmula (2.1.23), também atribuída a Kondner, prevê-se um comportamento parabólico para E_{in} , em tudo semelhante à já citada (2.2.22), devida a Janbu. Só que o seu autor a instituiu para uma areia fina de duna, para qual é correta, por certo, a suposição de nulidade do módulo inicial para compressão sem confinamento.

Em trabalhos recentes desenvolvidos na Universidade da Califórnia (Dunlop, Duncan e Seed, 1968; Clough e Duncan, 1969; Kulhawy e Duncan, 1970; Duncan e Chang, 1970), conjugou-se a expressão (2.2.22) de Janbu com a (2.1.9) de Kondner e considerou-se, ademais, o critério de rutura de Mohr-Coulomb através da equação:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cdot \cos \phi + 2\sigma_3 \cdot \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (2.2.23)$$

Ou, sob outra forma:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \sigma_3 \left[\operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \right] + 2c \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.2.24)$$

A consideração conjunta de (2.1.4), (2.1.6) e (2.1.8), conduz a:

$$E = \frac{1}{\frac{1}{E_{in}} + \frac{R_f \epsilon_2}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (2.2.25)$$

Eliminando-se ϵ_2 a partir de (2.1.9), tem-se:

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{E_{in} \left[1 - \frac{R_f (\sigma_1 - \sigma_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]} \quad (2.2.26)$$

E, finalmente, considerando-se (2.2.23):

$$E = 1 - \frac{R_f (1 - \text{sen } \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 c \cdot \cos \phi + 2 \sigma_3 \cdot \text{sen } \phi} m p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (2.2.27)$$

Esta tem sido a expressão mais generalizadamente utilizada em análises tensão-deformação de maciços, pelo Método de Elementos Finitos, quando é aplicada a técnica de acréscimos de carga na qual é necessário o conhecimento do módulo de elasticidade tangente para cada nível de tensão.

Os parâmetros c e ϕ são obtidos através de ensaios de resistência ao cisalhamento, principalmente o de compressão triaxial, para as condições de carregamento e drenagem compatíveis com cada tipo de análise efetuada.

A grandeza R_f , que relaciona a tensão-desvio de pico ao in-
verso do parâmetro b da hipérbole de Kondner, também é determinada em laboratório e assume usualmente valores entre 0,75 e 1,00, estando tão mais próximo da unidade quanto maior for a deformação de pico e mais elevado o módulo inicial.

Os números m e n calculam-se a partir dos resultados dos testes em laboratório, por meio do traçado de representações, em escala logarítmica, da pressão confinante σ_3 (ou da razão σ_3/p_a) versus o módulo inicial E_{in} , equivalente este ao inverso do parâmetro "a" da hipérbole de Kondner.

O coeficiente de Poisson a ser aplicado em cada elemento e para cada incremento de carga pode ser suposto o único parâmetro a descrever o processo de variação volumétrica do solo, desprezando-se o efeito exercido pelas tensões distorsionais sobre a variação volumétrica e não se levando em conta também a anisotropia. De qualquer forma, seu valor pode superar 0,5 notadamente para areias densas e argilas compactadas ou pré-adensadas, e varia com o nível de deformação.

Seu comportamento é descrito, nas pesquisas mais recentes da Universidade da Califórnia, pela expressão:

$$\mu = \frac{G - F \log \frac{\sigma_3}{p_a}}{\left\{ 1 - \frac{d \cdot (\sigma_1 - \sigma_3)}{m p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \left[1 - \frac{R_f (1 - \sin \phi) (\sigma_1 - \sigma_3)}{2 c \cos \phi + 2 \sigma_3 \cdot \sin \phi} \right]} \right\}^2} \quad (2.2.28)$$

na qual G , F e d são três coeficientes, determinados experimentalmente, necessários à definição da evolução do coeficiente de Poisson com o nível de tensões e a pressão de confinamento.

3 - OBJETIVOS DA PRESENTE PESQUISA

A pesquisa experimental encetada no Laboratório de Solos da Coordenação dos Programas de Pós-graduação de Engenharia (COPPE) da Universidade Federal do Rio de Janeiro, durante o ano de 1970, e parcialmente relatada nesta tese, teve os seguintes escopos básicos:

- a) examinar a validade de expressões empíricas sugeridas por outros pesquisadores para o comportamento tensão-deformação quando aplicadas a um solo residual argilo-siltoso, de origem gnáissica, bastante intemperizado, compactado dinamicamente a diversos teores de umidade e energias, submetido sem saturação a compressão triaxial, com drenagem, após prévio adensamento tridimensional.
- b) verificar o comportamento do mesmo solo quando saturado e submetido a compressão unidimensional confinada.
- c) analisar comportamento do mencionado material no adensamento triaxial, mantida a umidade de moldagem.
- d) determinar os diversos parâmetros definidores das relações pesquisadas e estudar sua variação em função da umidade de moldagem, esforço de compactação e peso específico.

4 - MATERIAIS ENSAJADOS

4.1 - Localização da jazida

O solo examinado foi coletado na Ilha do Governador, cerca de um metro abaixo da superfície natural, em elevação existente ao lado da estrada do Dendê, próximo à estrada do Galeão, aos fundos do Parque Esportivo da A. A. Portuguesa e em frente a um conjunto de residências populares recentemente construídas.

4.2 - Identificação geotécnica

A sua caracterização geotécnica é definida pelos seguintes índices médios determinados no Laboratório de Solos da COPPE, a partir de seis diferentes amostras recolhidas antes do quarteramento.

4.2.1 - Análise Granulométrica

Areia grossa (4,8 / 0,84 mm) — $10 \pm 1\%$

Areia média (0,84 / 0,24 mm) — $26 \pm 4\%$

Areia fina (0,24 / 0,05 mm) — $20 \pm 6\%$

Areia (0,05 / 0,005 mm) — $13 \pm 4\%$

Argila (menor que 0,005 mm) — $31 \pm 7\%$

4.2.2 - Limites e Índices Físicos

Limite de liquidez — $w_L = 53,7 \pm 3,2\%$

Limite de plasticidade — $w_p = 29,2 \pm 3,3\%$

Limite de contração — $w_s = 25,8 \pm 1,4\%$

Índice de plasticidade — $I_p = 24,5 \pm 4,6\%$

Índice de escoamento — $I_F = 13,2 \pm 4,7\%$

4.2.3 - Pêso Específico Real Médio das Partículas

$$\gamma_g = 2,65 \pm 0,01 \text{ tf} / \text{m}^3$$

4.2.4 - Compactação Dinâmica

Utilizou-se cilindro de 4 polegadas de diâmetro e 8 polegadas de altura, compactando-se o solo em oito camadas com um soquete de 10 libras (4,54 kg) de pêso e 18 polegadas (45,7 cm) de queda livre.

Duas energias foram adotadas. A primeira correspondente a 6 golpes por camada e a segunda a 13 golpes.

As energias específicas de compactação foram as abaixo calculadas e equivalem, aproximadamente, aos esforços empregados nos ensaios AASHO Normal e Intermediário.

Energia 1 — 6 golpes/camada — $85,94 \text{ lb. pol/pol}^3$ —
 $6,05 \text{ kg. cm/cm}^3$

Energia 2 — 13 golpes/camada — $186,21 \text{ lb. pol/pol}^3$ —
 $13,15 \text{ kg. cm/cm}^3$

As curvas de compactação obtidas foram as que constam da

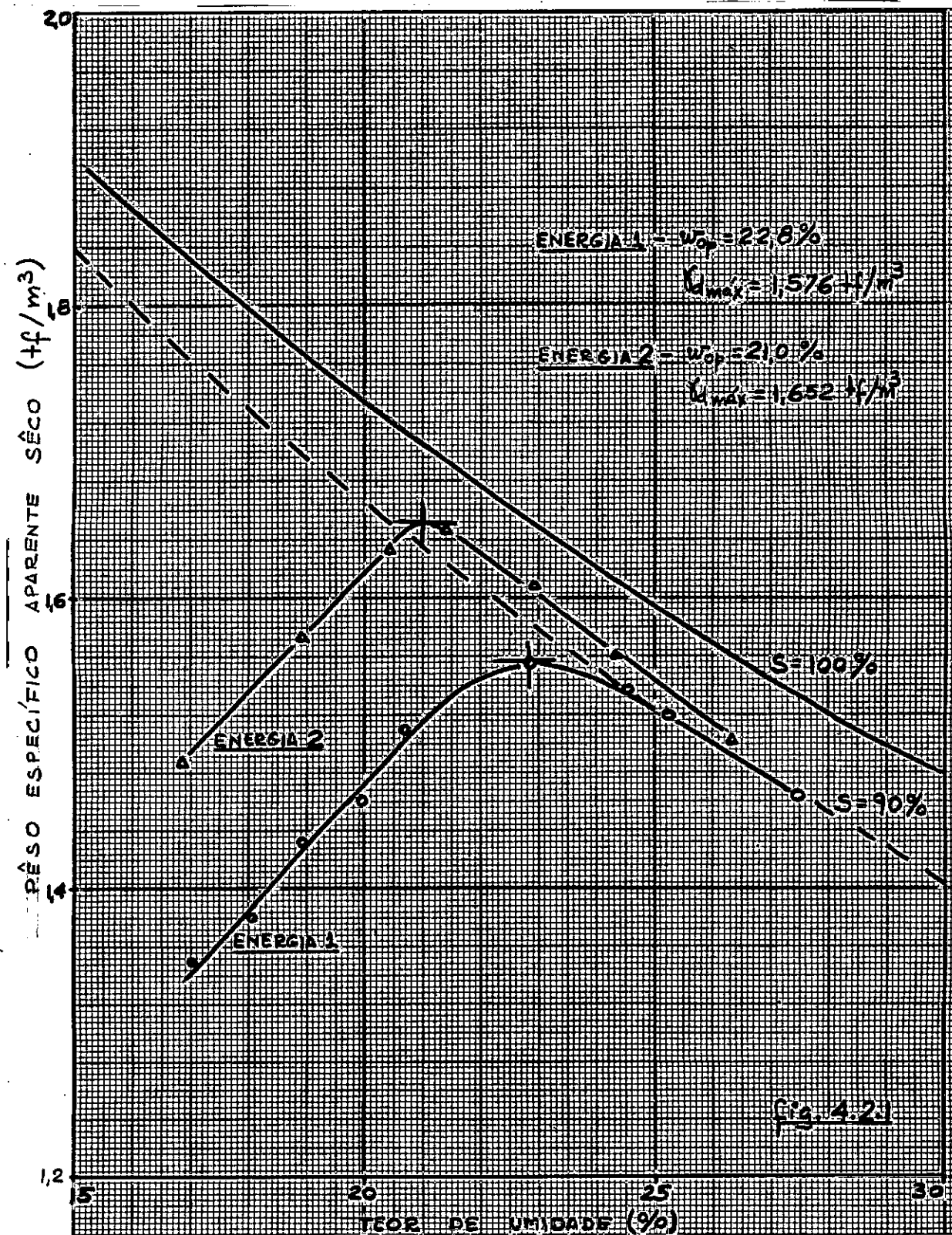


Fig. 4.2.1 - Curvas de compactação do solo ensaiado.

fig. 4.2.1, da qual se extrairam os parâmetros abaixo

$$\text{Energia 1} - w_{op} = 22,8\% - \gamma_d \text{ máx} = 1,576 \text{ t}/\text{m}^3$$

$$\text{Energia 2} - w_{op} = 21,0\% - \gamma_d \text{ máx} = 1,652 \text{ t}/\text{m}^3$$

4.2.5 - Classificação

O material analisado pode ser descrito como uma argila sil-
tosa, de origem residual (gnáissica), com muita areia (fi-
na e média, principalmente), de coloração amarelada. Tra-
ta-se de solo bastante intemperizado, de tipo frequente-
mente encontrado ao longo da faixa litorânea brasileira e
que tem merecido largo emprêgo em aterros rodoviários e
mesmo como constituinte de camadas de regularização e re-
fôrço de subleito.

Pelo Sistema Unificado de Classificação de Solos, situa-se
próximo às fronteiras entre os materiais SM, SC, MH e CH,
predominando, de um modo geral, a classificação MH.

No Sistema do Highway Research Board é classificado entre
A-7-5 e A-7-6, com preponderância para este último.

O Índice de Grupo oscila entre 7 e 13, com a média se situ-
ando em torno de 9.

4.3 - Análise química

A análise do solo, sob o enfoque químico, foi efetuada no

Instituto de Química Agrícola, de acordo com os Métodos usualmente aplicados pela Equipe de Pedologia e Fertilidade do Solo do Ministério da Agricultura (Vettoni, 1969), e acusou os seguintes resultados

4.3.1 - pH do solo

- a) determinado em água: 4,6
- b) determinado em solução normal de KCl : 4,3

4.3.2 - Ataque sulfúrico (densidade 1,47)

- a) porcentagem de SiO_2 : 22,9%
- b) porcentagem de Al_2O_3 : 21,7%
- c) porcentagem de Fe_2O_3 : 5,7%
- d) porcentagem de TiO_2 : 0,85%
- e) porcentagem de P_2O_5 : 0,06%
- f) relação $\text{SiO}_2 / \text{Al}_2\text{O}_3$: 1,79
- g) relação $\text{Al}_2\text{O}_3 / \text{Fe}_2\text{O}_3$: 5,97
- h) relação $\text{SiO}_2 / (\text{Fe}_2\text{O}_3 + \text{Al}_2\text{O}_3)$: 1,54

4.3.3 - Complexo sorativo

- a) cation Ca^{++} trocável : 0,8 mE/ 100 g de solo seco
- b) cation K^+ trocável : 0,04 mE/ 100 g de solo seco
- c) cation Na^+ trocável : 0,05 mE/ 100 g de solo seco

- d) cation Al^{+++} trocável : 1,4 mE / 100 g de solo seco
- e) cation H^+ trocável : 1,9 mE / 100 g de solo seco
- f) acidez trocável ($H^+ + Al^{+++}$) : 3,3 mE / 100 g de solo seco
- g) soma das bases trocáveis ($Ca^{++} + K^+ + Na^+$) : 0,9 mE / 100 g
de solo seco
- h) capacidade total de troca : 4,2 mE / 100 g de solo seco
- i) saturação de bases : 21%
- j) relação $Al / (Al + Ca + K + Na)$: 61%

4.3.4 - Outras análises

- a) carbono orgânico : 0,38%
- b) nitrogênio : 0,06%
- c) relação C / N : 6

5 - ENSAIOS E METODOS

5.1 - Adensamento Uniaxial

Quando se efetuava a compactação dos corpos de prova destinados ao ensaio triaxial, em 8 camadas, uma nona era acrescentada, já no colar do cilindro bi-partido.

Antes de se rasar o topo, moldava-se no trecho em excesso um corpo de prova destinado ao ensaio edométrico, com 2 polegadas (5,08 cm) de diâmetro e 3/4 polegada (1,905 cm) de altura.

Após saturação, os espécimens eram submetidos a compressão e descompressão confinada, em 6 estágios de carga e 3 de descarga, mantendo-se cada acréscimo por 24 horas, enquanto os decréscimos permaneciam por 12 horas.

As pressões finais dos incrementos observados na fase de carregamento foram de 0,68; 1,36; 2,71; 5,43; 10,85 e 21,70 kgf / cm². No descarregamento, 5,43; 1,36 e 0.

Traçando-se as curvas logaritmo de pressão (σ) x Índice de vazios (e), buscava-se a determinação do Índice de compressão (C_c) do trecho reto do gráfico de carregamento, definido pela relação

$$C_c = \frac{\Delta e}{\Delta (\log \sigma)} \quad (5.1.1)$$

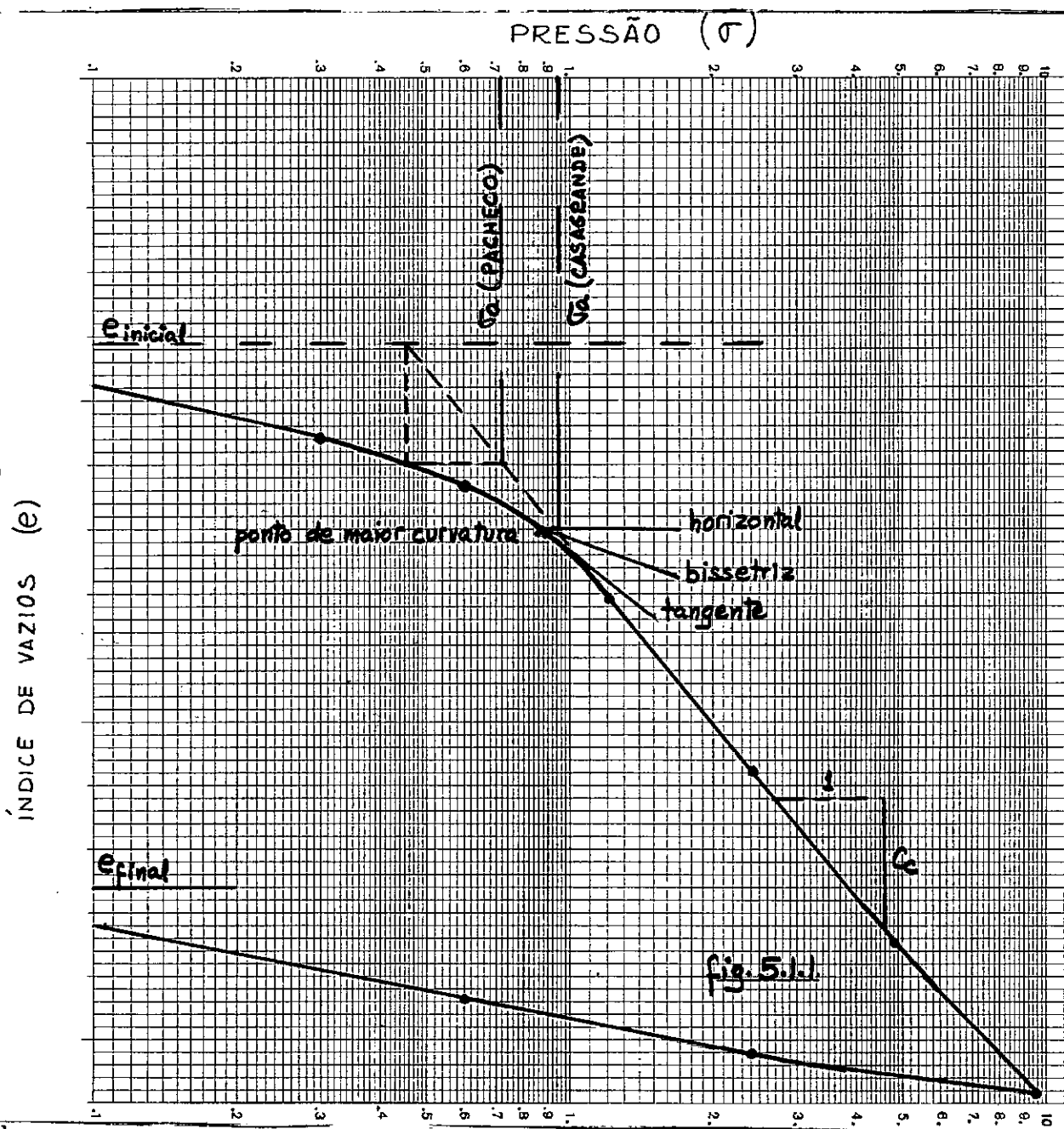


Fig. 5.1.1 - Gráficos pressão-índice de vazios e os critérios de Casagrande e Pacheco Silva para determinação de pressão de pré-adensamento

e ainda a pressão de pré-adensamento dinâmico ($\bar{\sigma}_a$), pelos Métodos de Casagrande e de Pacheco Silva, explicados na fig. 5.1.1, adotando-se como válido o valor médio entre os resultados obtidos pelos dois critérios.

Determinaram-se ainda o Índice de descompressão (C_d) e o Índice de compressão inicial (C_c'), expressos pela mesma relação (5.1.1) e referentes, o primeiro ao trecho de descarregamento, e o segundo à região de pressões inferiores à de pré-adensamento (calculada pelo critério de Casagrande).

A tentativa de correlação destes parâmetros com a densidade do corpo de prova integrava-se entre os objetivos colimados na pesquisa em curso.

5.2 - Adensamento Triaxial

Os espécimes moldados por compactação dinâmica a diversas unidades, abaixo e acima dos teores ótimos determinados para as duas energias adotadas, mediam aproximadamente 4 polegadas (10,16cm) de diâmetro e 8 polegadas (20,32cm) de altura.

Logo após sua confecção, eram envolvidos em papel filtro (em tiras), colocando-se sobre o mesmo, membrana elástica de borracha, com espessura de cerca de 0,3mm.

Levados em seguida para a célula de compressão triaxial, eram submetidos à pressão de adensamento, aplicada por meio de água destilada e desaerada, mantendo-se abertas as válvulas que permitem a drenagem, tanto pelo topo como pelo fundo da amostra, através das pedras porosas e colocadas.

Durante o período de adensamento, fixado em 12 horas, assegurava-se a constância de pressão na célula pelo uso de dispositivo de compensação formado por potes de mercúrio e molas calibradas.

A variação de volume do corpo de prova era calculado a partir da alteração da quantidade de água na célula, medida esta com o auxílio de duas buretas calibradas, contendo óleo colorido, integradas no sistema de suprimento de água à célula abastecido pelo dispositivo compensador de pressão.

Conexão para a dilatação da célula e de seus tubos de alimentação e também para a compressibilidade da água foi introduzida através de curva de calibração construída por meio de medições de variação de volume, nas buretas coloridas, aplicando-se diversas pressões na célula antes da colocação do corpo de prova.

Ao final do período de consolidação, media-se o decréscimo de altura do espécime, usando-se defletômetro sensível ao centésimo do

milímetro, comparando-se a deformação específica vertical com a volumétrica para fim de avaliação da anisotropia da amostra compactada.

Determinava-se também o módulo médio de compressão volumétrica (B) definido pela razão entre a pressão confinante (σ_c) e a deformação volumétrica específica (e_v), para cada pressão empregada.

$$B = \frac{\sigma_c}{e_v} \quad (5.2.1)$$

Para cada corpo de prova ensaiado apenas uma pressão isotática era aplicada, pois em seguida se procedia à compressão distorcionnal do mesmo (item 5.3).

As pressões confinantes, medidas em manômetro de mercúrio ou do tipo Bourdon, conforme sua intensidade, foram de 0,5; 2,0 e 8,0 kgf/cm², efetuando-se alguns poucos testes com 1,0 e 4,0 kgf/cm².

5.3 - Compressão Triaxial

Foram observadas as técnicas sugeridas por Bishop e Henkel (1962) para ensaios drenados, citando-se a seguir os pormenores dos testes realizados.

Após adensamento iniciava-se o processo de compressão do

corpo de prova, por meio de ensaio com deformação controlada, no qual a velocidade de deslocamento do prato da prensa se situava em torno de 0,005 cm por minuto, o que corresponde à deformação específica vertical de 1,5% a cada hora de ensaio.

A pressão confinante era mantida constante e igual à utilizada no processo de consolidação volumétrica, permitindo-se ainda a drenagem pelas duas faces da amostra.

Mediam-se as tensões desvio por meio de anel dinamométrica, com sensibilidade de 0,5 ou 1,0 kgf conforme a unidade utilizada, - selecionada de acordo com sua capacidade, tendo em vista a resistência esperada para cada espécime.

Interrompiam-se os ensaios após 9 horas, quando a deformação vertical era de 13%, aproximadamente, embora em mais de 90% dos testes, não se houvesse atingido, ainda, a resistência máxima da amostra.

Além das leituras do extensômetro do anel de carga e do defletômetro de deslocamentos ($S = 0,01$ mm), efetuavam-se as leituras das já citadas buretas, para controle do volume da amostra a ser utilizado no cálculo da seção média e na determinação da deformação específica volumétrica.

Conhecidas as deformações volumétricas e verticais, avaliaram-se indiretamente as deformações horizontais médias e com isso se procedia ao cálculo aproximado dos coeficientes de Poisson a cada estágio.

A análise deste parâmetro, porém, não consta do presente trabalho, consistindo subsídio básico para pesquisas posteriores que o autor pretende encetar sobre o tema ora abordado. Igual tratamento se adotou com relação à avaliação da anisotropia, no adensamento triaxial, referida no item anterior.

As pressões confinantes utilizadas e os sistemas de sua medição e compensação obedeceram às mesmas especificações descritas no item anterior.

Todo o equipamento utilizado, neste como nos demais ensaios referidos no presente capítulo, são de origem inglesa e fornecidos por Wykehan Farrance Engineering Ltd.

6 - RESULTADOS E COMENTÁRIOS

6.1 - Adensamento Uniaxial

Os corpos de prova moldados com o excesso das amostras destinadas ao adensamento e compressão triaxial não apresentariam, como seria previsível, densidades e umidades idênticas às dos espécimes maiores.

O razoavelmente elevado número de ensaios efetuados, porém, permitiu que a dispersão natural não influísse muito nos resultados e houve possibilidade assim de uma satisfatória análise estatística.

Os ensaios referentes às duas energias, apresentaram os resultados médios constantes da Tabela 6.1.1 no que tange a teor de umidade (w) de moldagem (antes da saturação), peso específico aparente seco (γ_d), pressão de pré-adensamento (σ_a) dinâmico (média entre os valores encontrados pelos critérios de Casagrande e Pacheco Silva), índice de compressão (C_c) correspondente à reta virgem, índice de descompressão (C_d) e Índice de compressão inicial (C'_c) concernente ao trecho da curva $e \times \log \sigma$ em que as pressões são inferiores à de pré-adensamento.

Nas figuras 6.1.1 e 6.1.2 são apresentadas as curvas de variação dos pesos específicos, das pressões de pré-adensamento e dos índices de compressão em função dos teores de umidade para cada ener-

TABELA 6.1.1.

RESULTADOS DOS ADEUSAMENTOS UNJAXJAJ

Amostra nº	w (%)	d t _l / m ³	a kg _f / cm ²	C _c	C _d	C' _c
12 4 c.p.s.	19,7 ± 0,6	1,463 ± 0,030	1,09 ± 0,10	0,273 ± 0,010	0,021 ± 0,007	0,088 ± 0,070
13 5 c.p.s.	20,7 ± 0,7	1,545 ± 0,035	2,27 ± 0,50	0,180 ± 0,025	0,019 ± 0,003	0,064 ± 0,075
14 5 c.p.s.	22,5 ± 0,8	1,529 ± 0,030	1,96 ± 0,35	0,173 ± 0,025	0,020 ± 0,002	0,065 ± 0,025
15 5 c.p.s.	24,0 ± 0,5	1,507 ± 0,030	1,31 ± 0,15	0,162 ± 0,020	0,022 ± 0,002	0,066 ± 0,030
22 3 c.p.s.	20,2 ± 0,3	1,582 ± 0,007	2,50 ± 0,60	0,166 ± 0,010	0,022 ± 0,007	0,055 ± 0,010
23 3 c.p.s.	21,4 ± 0,3	1,620 ± 0,010	3,00 ± 0,60	0,145 ± 0,020	0,016 ± 0,002	0,050 ± 0,015
24 2 c.p.s.	22,8 ± 0,1	1,586 ± 0,010	1,90 ± 0,25	0,133 ± 0,005	0,021 ± 0,007	0,056 ± 0,010
25 4 c.p.s.	24,6 ± 0,6	1,537 ± 0,020	1,57 ± 0,20	0,155 ± 0,010	0,021 ± 0,007	0,070 ± 0,15

Energia 1 : Amostras n.ºs. 12 , 13 , 14 e 15

Energia 2 : Amostras n.ºs. 22 , 23 , 24 e 25

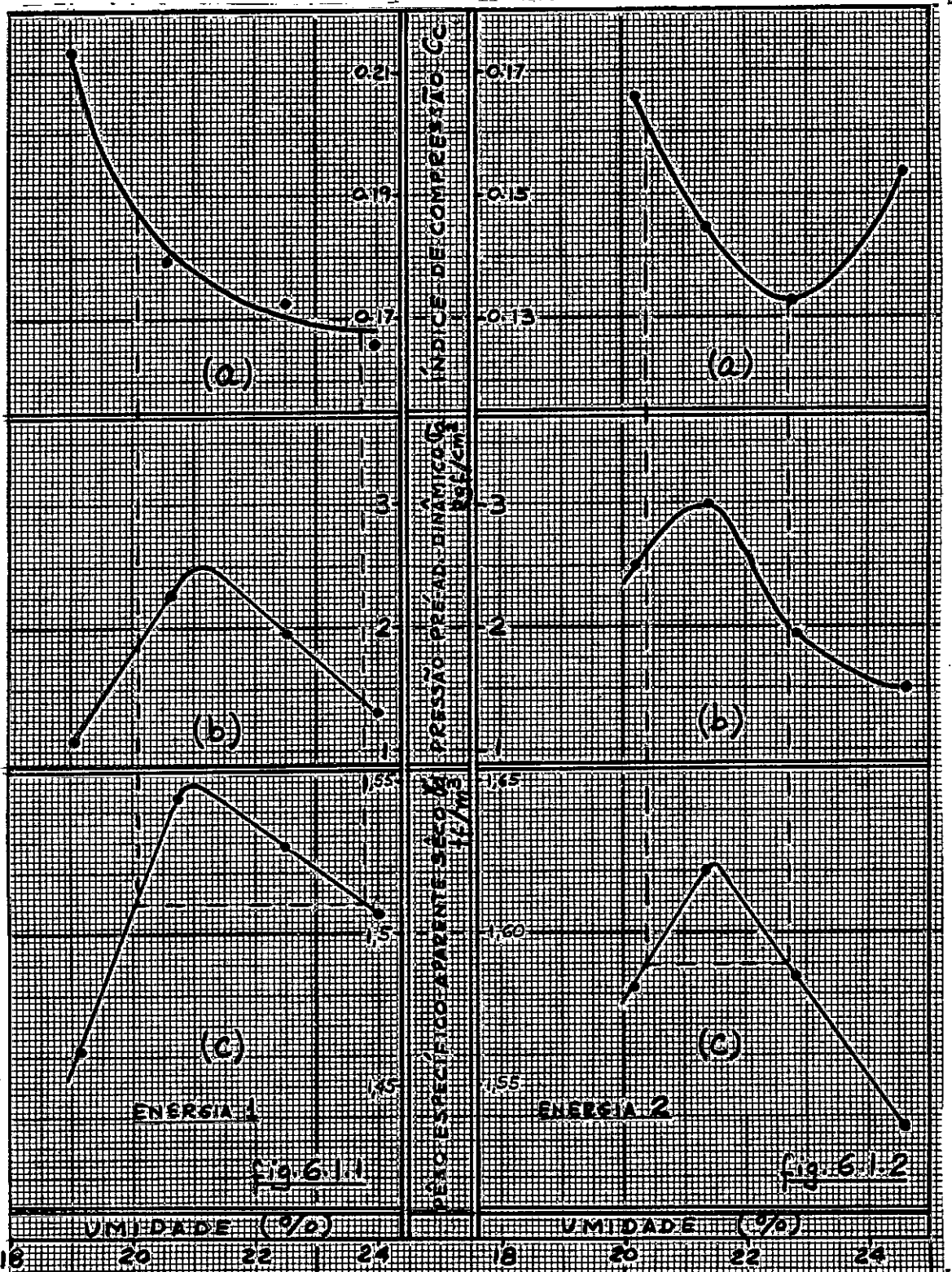


Fig. 6.1.1 e 6.1.2 - Gráficos de densidade (c), pressão de pré-adensamento (b) e índice de compressão (c), para as duas energias de compactação, em função da umidade

gia de compactação.

A fig. 6.1.3 representa as pressões de pré-adensamento dinâmico ($\bar{\sigma}_a$), em escala logarítmica, relacionando-as linearmente com os pesos específicos aparentes secos (γ_d), independentemente do esforço de compactação, mas procurando-se interpoliar uma reta para os pontos do ramo seco da curva $w \times \gamma_d$, outra para o ramo úmido, e uma terceira que resultasse da consideração conjunta de todos os valores.

Estas interpolações conduziram às seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \text{a) ramo seco: } \log_{10} \bar{\sigma}_a &= 3,058 \gamma_d - 4,416 \\ \bar{\sigma}_a &= 3,837 \times 10^{3,058 \gamma_d - 4,416} \end{aligned} \quad (6.1.1)$$

$$\begin{aligned} \text{b) ramo úmido: } \log_{10} \bar{\sigma}_a &= 1,923 \gamma_d - 2,777 \\ \bar{\sigma}_a &= 1,698 \times 10^{1,923 \gamma_d - 2,777} \end{aligned} \quad (6.1.2)$$

$$\begin{aligned} \text{c) ambos os ramos: } \log_{10} \bar{\sigma}_a &= 2,650 \gamma_d - 3,827 \\ \bar{\sigma}_a &= 1,491 \times 10^{2,650 \gamma_d - 3,827} \end{aligned} \quad (6.1.3)$$

sendo $\bar{\sigma}_a$ em kgf/cm^2 e γ_d em tf/m^3

Na fig. 6.1.4 assinalam-se os valores do índice de compressão (C_c) correlacionando-se-os também com os pesos específicos aparentes secos (γ_d), para os ramos seco e úmido e ainda para ambos. As retas interpoladas resultaram paralelas e se traduzem pelas equações seguintes:

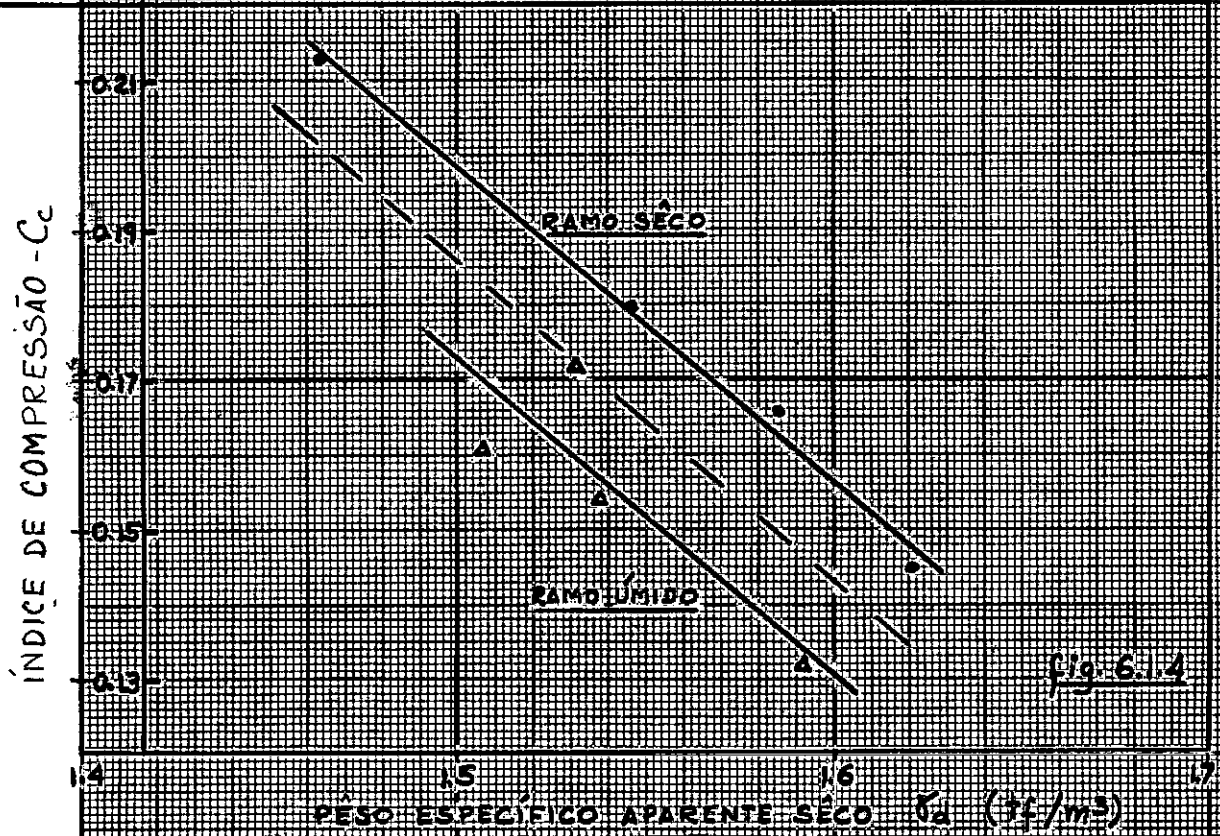
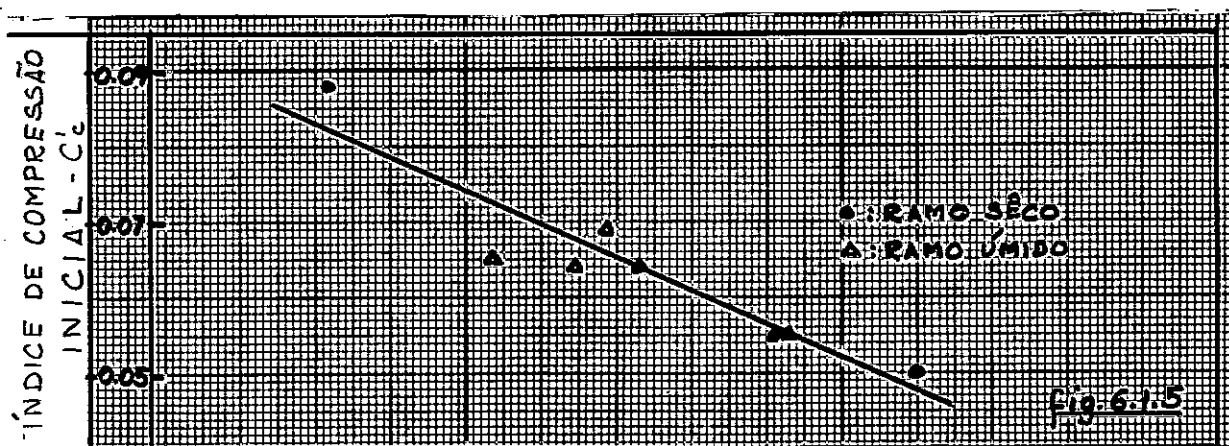
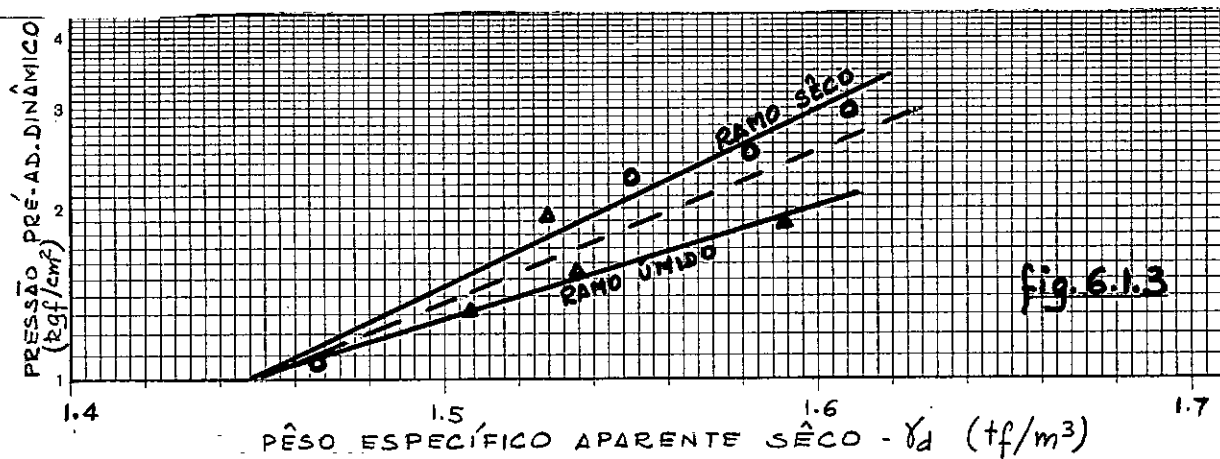


Fig. 6.1.3, 6.1.4 e 6.1.5 - Pressão de pré-adensamento e índices de compressão em função da densidade aparente inicial.

$$a) \text{ ramo s\~{e}co} : C_c = 0,844 - 0,43 \gamma_d \quad (6.1.4)$$

$$b) \text{ ramo \u00famido} : C_c = 0,818 - 0,43 \gamma_d \quad (6.1.5)$$

$$c) \text{ ambos os ramos} : C_c = 0,831 - 0,43 \gamma_d \quad (6.1.6)$$

sendo γ_d expresso em tf / m^3 .

Os Ind\u00edces de descompress\u00e3o (C_d), por seu reduzido valor e pequena import\u00e2ncia para os fins perseguidos neste trabalho, n\u00e3o foram analisados.

Para os \u00edndices de compress\u00e3o inicial ($C^{\circ}c$), calculadas a partir da hip\u00f3tese de que \u00e0 press\u00e3o de $0,3 \text{ kg} / \text{cm}^2$ o \u00cdndice de vazios seria id\u00eantico ao do in\u00edcio da compress\u00e3o, construiu-se o gr\u00e1fico da fig. 6.1.5, tamb\u00e9m em fun\u00e7\u00e3o de γ_d (em tf / m^3), tra\u00e7ando-se uma reta v\u00e1lida para os dois ramos da curva de compacta\u00e7\u00e3o e definida pela equa\u00e7\u00e3o:

$$C^{\circ}c = 0,404 - 0,22 \gamma_d \quad (6.1.7)$$

Pode-se observar (fig. 6.1.1 e 6.1.2) que as curvas $\gamma_d \times w$ e $\sigma_a \times w$ apresentam formatos id\u00eanticos, correspondendo os valores mais elevados de σ_a ao teor \u00f3timo de umidade. Isto significa que da mesma forma que existe uma umidade na qual se d\u00e1 um maior rendimento da energia de compacta\u00e7\u00e3o, resultando maiores pesos espec\u00edficos, tamb\u00e9m a este mesmo teor se relaciona um maior armazenamento da energia aplicada revelado pelo aumento da press\u00e3o de pr\u00e9-adensamento din\u00e2mico, grandeza com significado

idêntico ao usualmente utilizado na Mecânica dos Solos para cargas estáticas, ou seja "a maior pressão efetiva a que já foi submetido o solo em seu passado".

Verifica-se também (fig. 6.1.1 e 6.1.2) em ambas energias, que incrementos ou decrementos iguais na unidade, tomando-se como origem a 6tina, acarretam reduções em \bar{V}_a de intensidade semelhante. Para a Energia 1, alterações de 1,5% na unidade conduziram a queda de 40% (abaixo) e 30% (acima). Já no caso da Energia 2, a diminuição se situou em torno de 25% (abaixo) e 30% (acima), não permitindo a dispersão dos resultados conclusão alguma que diferencie o comportamento nos dois ramos da curva de compactação.

Para idênticos pesos específicos porém, o comportamento dos ramos sêco e úmido são diversos, constatando-se no segundo maior decréscimo de \bar{V}_{ad} (fig. 6.1.1, 6.1.2 e 6.1.3), o que pode ser explicado, talvez, pelo seguinte raciocínio: solos com estruturas dispersas devem mais facilmente se adensar do que os que exibem estrutura flokulada; se, no entanto, um ponto do ramo úmido (sabidamente mais disperso) revela densidade idêntica a de um outro, pertencente ao ramo sêco (mais flokulado) é porque êle foi submetido, em seu passado, a uma pressão menor, isto é, a "absonção" da energia dinâmica aplicada foi inferior à que ocorreu no ramo sêco.

Igual fenômeno verifica-se com relação ao Índice de compressão (C_c) que se reduz desigualmente nos dois lados da curva de compactação, valendo provavelmente a mesma explicação acima exposta (fig. 6.1.1, 6.1.2 e 6.1.4).

Quanto ao Índice C'_c , cuja variação linear se representa na fig. 6.1.5, não parece ostentar comportamento distinto em função da posição na curva $\gamma_d \times w$, podendo tal circunstância se dever à dispersão dos resultados (maior que nos precedentes) em face dos valores acusados (inferiores aos de C_c).

A seguir se apresenta um exemplo de previsão de deformações do solo em exame para o caso de compressão confinada, supondo-se-o à densidade absoluta de $1,6 \text{ tf} / \text{m}^3$ e possuindo teor de umidade inferior ao ótimo (namo seco).

a) pressão de pré-compactamento dinâmico (6.1.1)

$$\sigma_a = 3,837 \times 10^{3,058 \gamma_d} \times 10^{-5} = 3,00 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

b) índice de compressão inicial (6.1.7)

$$C'_c = 0,404 - 0,22 \gamma_d = 0,056$$

c) variação no índice de vazios em σ_a

$$(\Delta e)_a = C'_c \log \frac{\sigma_a}{0,3} = 0,056$$

d) índice de compressão (6.1.4)

$$C_c = 0,844 - 0,43 \gamma_d = 0,156$$

e) variação do índice de vazios entre σ_a e $\sigma_z = 8 \text{ kgf} / \text{cm}^2$

$$(\Delta e)_f = C_c \log \frac{8}{3} = 0,067$$

f) variação total no índice de vazios

$$\Delta e = (\Delta e)_a + (\Delta e)_f = 0,123$$

g) Índice de vazios inicial, admitindo-se $\gamma_g = 2,65 \text{ tf} / \text{m}^3$

$$e_i = \frac{\gamma_g}{\gamma_d} - 1 = 0,656$$

h) Índice de vazios final:

$$e_f = e_i - \Delta e = 0,533$$

i) peso específico aparente seco, ao final

$$(\gamma_d)_f = \frac{\gamma_g}{e_f - 1} = 1,729 \text{ tf} / \text{cm}^3$$

j) deformação específica vertical (igual à volumétrica)

$$E_z = E_v = \frac{\gamma_{df} - \gamma_{do}}{\gamma_{df}} \cdot 100 = 7,5\%$$

k) módulo médio de compressão oedométrica

$$D = \frac{\sigma_2}{E_z} = \frac{8}{0,075} = 107 \text{ kgf} / \text{cm}^2$$

6.2 - Adensamento Triaxial

A fig. 6.2.1 representa a variação da deformação volumétrica específica (E_v) quando se eleva o peso específico aparente seco (γ_d) do material compactado, para cada tensão normal octaédrica (σ_{oct}) empregada no adensamento triaxial.

Nela se verifica a tendência a maiores deformações nas pres-

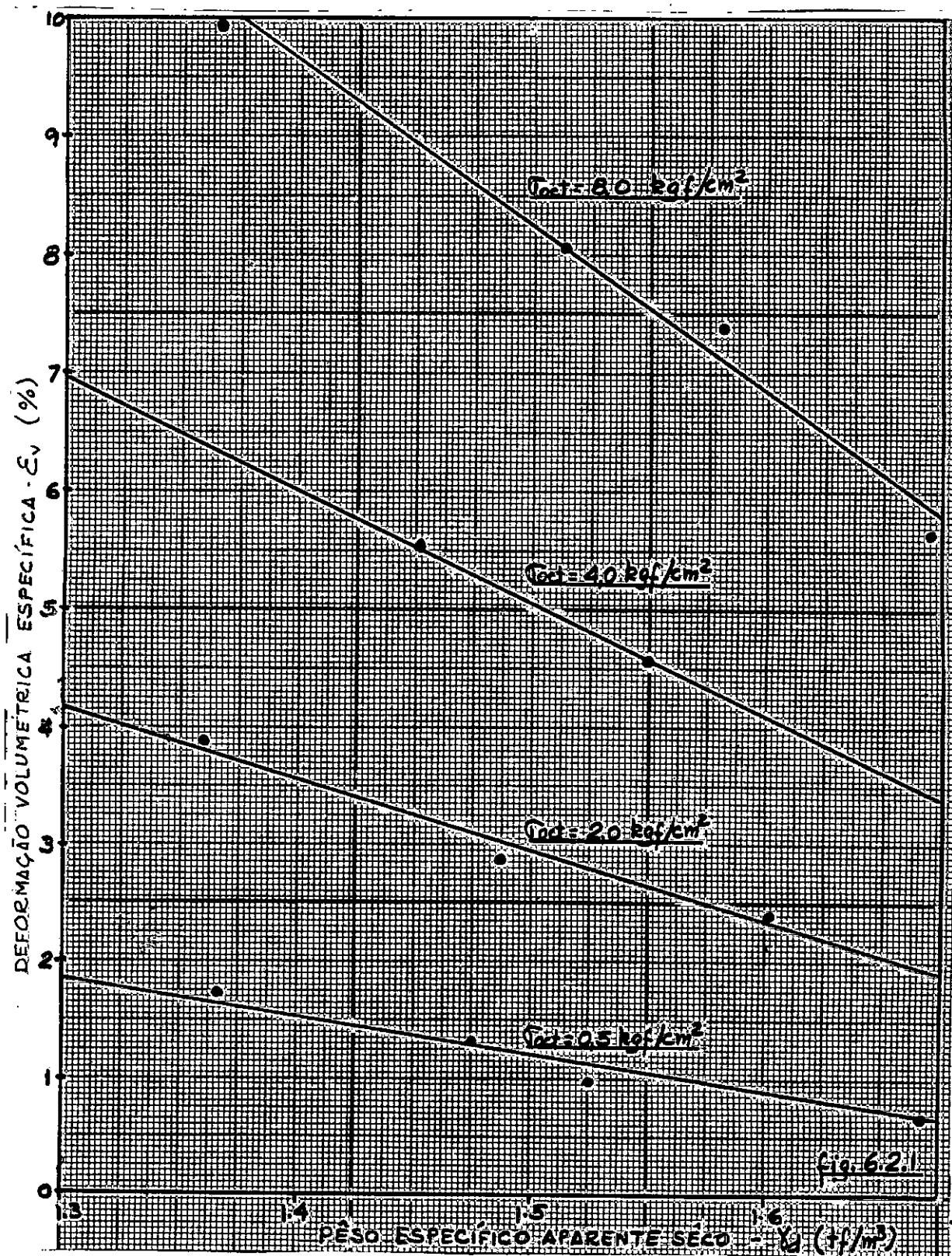


Fig. 6.2.1

Fig. 6.2.1 - Relações lineares entre deformação volumétrica e densidade, para cada pressão confinante.

sões elevadas e baixas densidades, ressaltando-se o excelente ajustamento a retas cujos coeficientes angulares parecem variar também em função da pressão confinante.

A fig. 6.2.2 traduz a representação da deformação ϵ_v quando se aumenta a pressão confinante, mantido constante o peso específico aparente sêco. Referem-se as curvas aos valores de 1,4 e 1,6 tf/m³ para γ_d e foram elas traçadas a partir de pontos pertencentes às retas da fig. 6.2.1.

Pode-se constatar que o comportamento exibido é do tipo parabólico. A fig. 6.2.3, em escala logarítmica permite que se estabeleçam expressões que relacionam, para cada peso específico, deformações volumétricas (ϵ_v) e pressões confinantes (σ_{oct}), a partir das retas que resultaram quase exatamente paralelas.

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) para } \gamma_d = 1,6 \text{ tf / m}^3 : \sigma_{oct} = 0,60 \epsilon_v^{1,42} \\ \text{ou, sob outra forma} : \epsilon_v = 1,42 \sigma_{oct}^{0,70} \end{array} \right\} (6.2.1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{b) para } \gamma_d = 1,4 \text{ tf / m}^3 : \sigma_{oct} = 0,35 \epsilon_v^{1,37} \\ \text{ou sob outra forma} : \epsilon_v = 2,15 \sigma_{oct}^{0,73} \end{array} \right\} (6.2.2)$$

sendo ϵ_v expresso em porcentagem.

Procurando-se uma expressão geral, para qualquer estado de densidade, dentro da faixa pesquisada, analisou-se a relação linear entre deformações e densidades estampada na fig. 6.2.1, para, finalmente se instituir:

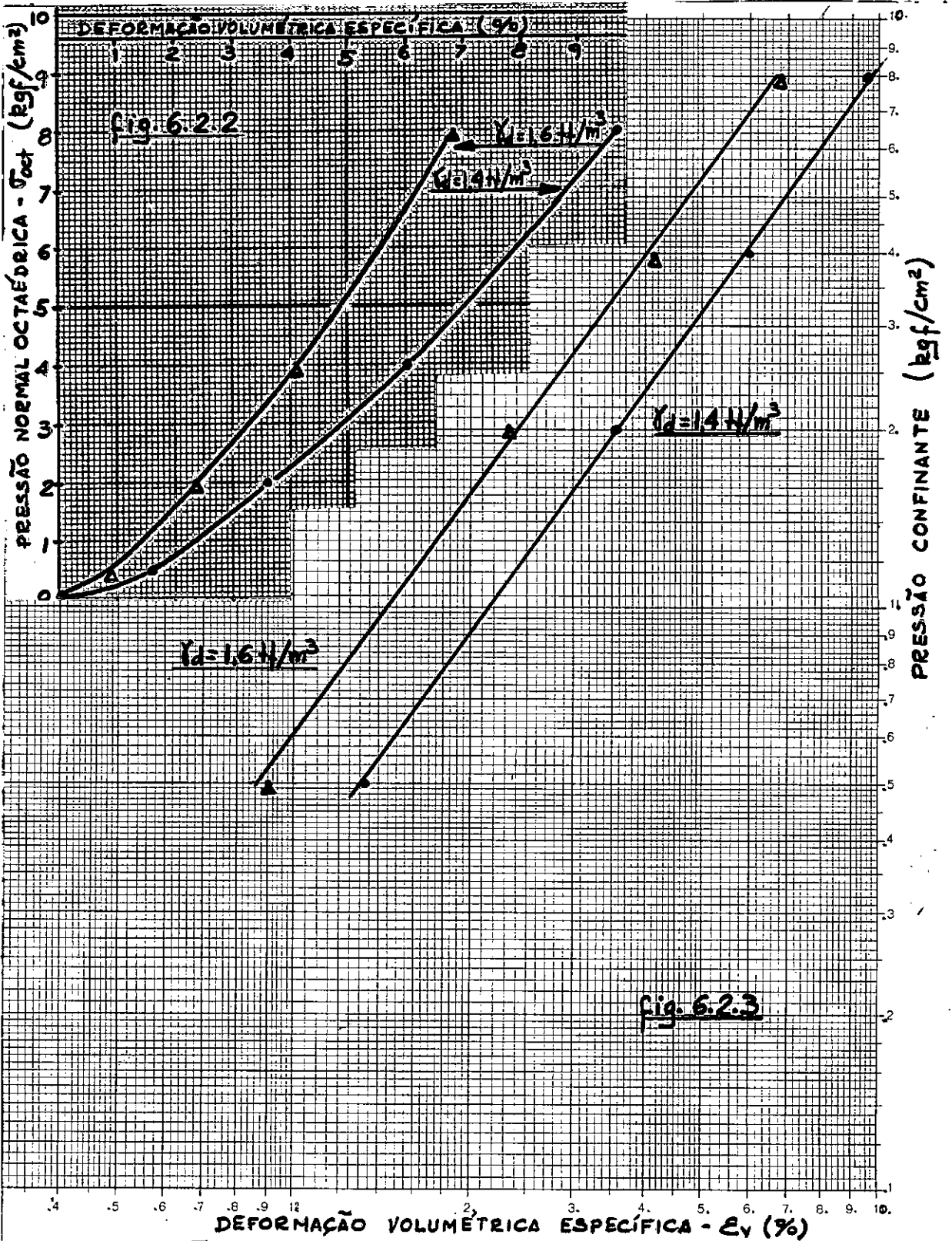


Fig. 6.2.2 e 6.2.3 - Relações pressão octaédrica-deformação volumétrica para mesma densidade inicial, nas escalas natural e logarítmica.

$$\begin{aligned}
 e_v &= (7.26 - 3.65 \gamma_d) \sigma_{oct}^{0.715} \\
 \text{ou } \sigma_{oct} &= (1.25 \gamma_d - 1.4) E_v^{1.4}
 \end{aligned}
 \quad (6.2.3)$$

Os gráficos da fig 6.2.3 exprimem $E_v \times \sigma_{oct}$ (para pesos específicos iniciais iguais), enquanto no adensamento vertical se utiliza, normalmente, $e \times \sqrt{z}$.

Fácilmente se estabelece porém, relações entre E_v e σ_{oct} , como a seguir se mostra:

$e_1 = \frac{V_1}{V_s} - 1$; $e_0 = \frac{V_0}{V_s} - 1$, sendo $V_s = \frac{W_s}{g}$ o volume que teria o corpo de prova se a porosidade fôsse reduzida a zero

$$e_1 - e_0 = \frac{V_1 - V_0}{V_s} = \frac{V_0 (V_1 - V_0)}{V_0 V_s} = \frac{V_0 \gamma_g}{W_s} \cdot \frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{V_0 \gamma_g}{W_s} E_v$$

Sendo constantes V_0 , W_s , γ_g e e_0 , tem-se:

$$\Delta e = \frac{V_0 \gamma_g}{W_s} \cdot \Delta E_v = \text{constante} \times \Delta E_v \quad (6.2.4).$$

A curva $E_v \times \sigma_{oct}$ pode traduzir, pois, uma relação $e \times \sigma_{oct}$ e é de se estranhar portanto que seu comportamento seja linear na escala logarítmica (ao contrário do constatado em escala semi-logarítmica no adensamento vertical) e não exiba trecho anômalo a pressões baixas, situadas aquêm do que consistiria a pressão de pré-adensamento dinâmico (como ocorre também na consolidação uniaxial). Talvez o pequeno número de pressões confinantes utilizadas e o razoavelmente grande interm

lo entre elas seja o responsável por tal irregularidade.

O módulo de compressibilidade volumétrica (B), definido pela expressão

$$B = \frac{d(\sigma_{oct})}{d(\epsilon_v)} \quad (6.2.5)$$

é calculada a partir da segunda equação de (6.2.3).

Para tanto, transforma-se a aludida fórmula com a variável independente ϵ_v não mais em porcentagem mas expressa por seu real valor

$$\sigma_{oct} = 100^{1,4} (1,25 \gamma_d - 1,40) \epsilon_v^{1,4} = (789 \gamma_d - 884) \epsilon_v^{1,4} \quad (6.2.6)$$

ϵ_v , então

$$B = \frac{d\sigma_{oct}}{d\epsilon_v} = (1104 \gamma_d - 1236) \epsilon_v^{0,4} \quad (6.2.7)$$

Para $\gamma_d = 1,4$ e $1,6 \text{ tf/m}^3$, os valores técnicos de B , para diversas deformações volumétricas são os que constam da Tabela 6.2.1.

TABELA 6.2.1

Valores de B e σ_{oct} (kgf / cm²) para γ_d (tf / m³)

Ev %	$\gamma_d = 1,4$		$\gamma_d = 1,6$	
	σ_{oct}	B	σ_{oct}	B
0	0	0	0	0
1	0,35	49	0,60	84
2	0,91	65	1,48	111
4	2,34	86	4,00	146
6	4,12	101	7,00	172
8	6,03	113	10,20	193
10	8,14	124	13,80	211

Pela Tabela 6.2.1, se constata que uma pressão octaédrica de 10,10 kgf / cm² acarretaria uma deformação volumétrica de 8%. Reconcende-se que no exemplo apresentado ao final do Item 6.1 (Adensamento Uniaxial) uma pressão de 8 kgf / cm², atuando em elemento confinado lateralmente induziria deformação volumétrica de 7,5%. Estes resultados obtidos a partir de ensaios diferentes e através de interpolações várias, revela, uma aproximação bastante encorajadora. E' de se notar, também que estando o solo bastante denso prevê-se um elevado coeficiente de empuxo no repouso (K_0) que pode, até mesmo, superar a unidade. Se assim for, os 8 kgf / cm² da compressão confinada podem significar pressão octaédrica de maior in-

tensidade ainda, aproximando-se desta forma dos valores da Tabela 6.2.1 a que aludimos.

6.3 - Compressão Triaxial

As amostras 14 correspondem a um grupo de 6 corpos de prova moldados com a Energia de Compactação nº 1, à umidade de $w = 23,0 \pm 0,5\%$, ou seja, em torno do teor ótimo. O peso específico seco acusou o valor médio de $1,575 \text{ tf} / \text{m}^3$, com oscilação de $\pm 0,020 \text{ tf} / \text{m}^3$.

As amostras 15, na mesma energia, com umidade de $25,0 \pm 0,5\%$ e peso específico de $1,550 \pm 0,015 \text{ tf} / \text{m}^3$, compõem um conjunto de 4 amostras.

Uma e outras foram submetidas a ensaio de compressão triaxial, dentro do especificado no Capítulo 5, usando-se as pressões de confinamento de 0,5; 2,0; 4,0 e 8,0 kgf / cm^2 . Foram calculadas as pressões-desvio $(\sigma_1 - \sigma_3)$ a diversos níveis de deformação e traçadas os gráficos respectivos no plano modificado de Kondner, cujas coordenadas são: no eixo dos x , a deformação específica vertical (ϵ_z), em porcentagem, e no dos y , a razão entre ϵ_z e $(\sigma_1 - \sigma_3)$, cuja unidade é $\% / (\text{kgf} / \text{cm}^2)^{-1}$.

As figuras 6.3.1 e 6.3.2 mostram tais curvas e os valores de a e b correspondentes a cada uma. Note-se que os trechos iniciais

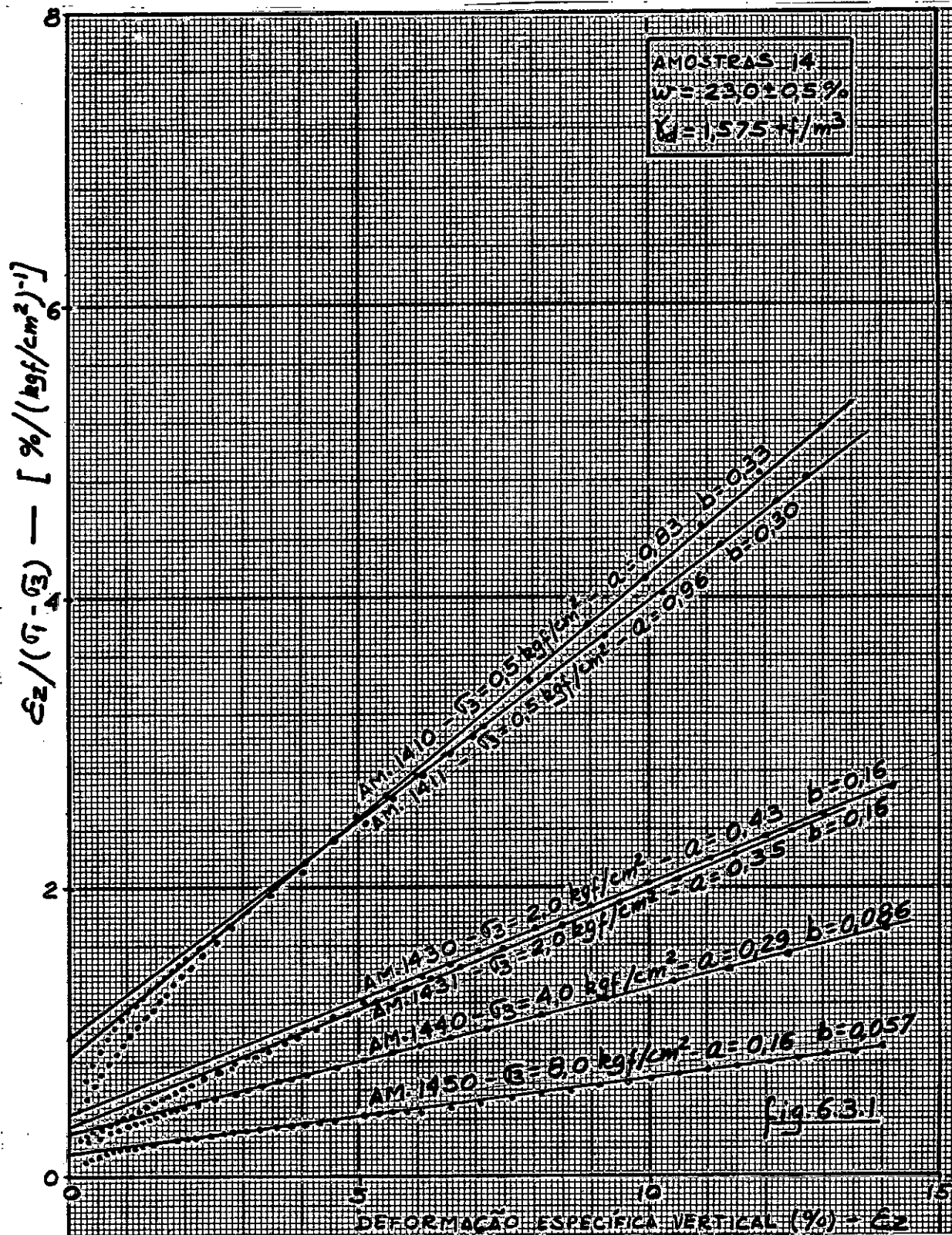


Fig. 6.3.1 - Representações tensão-deformação no sistema modificado de Kondner - Energia 1 - Unidade de 23,0%

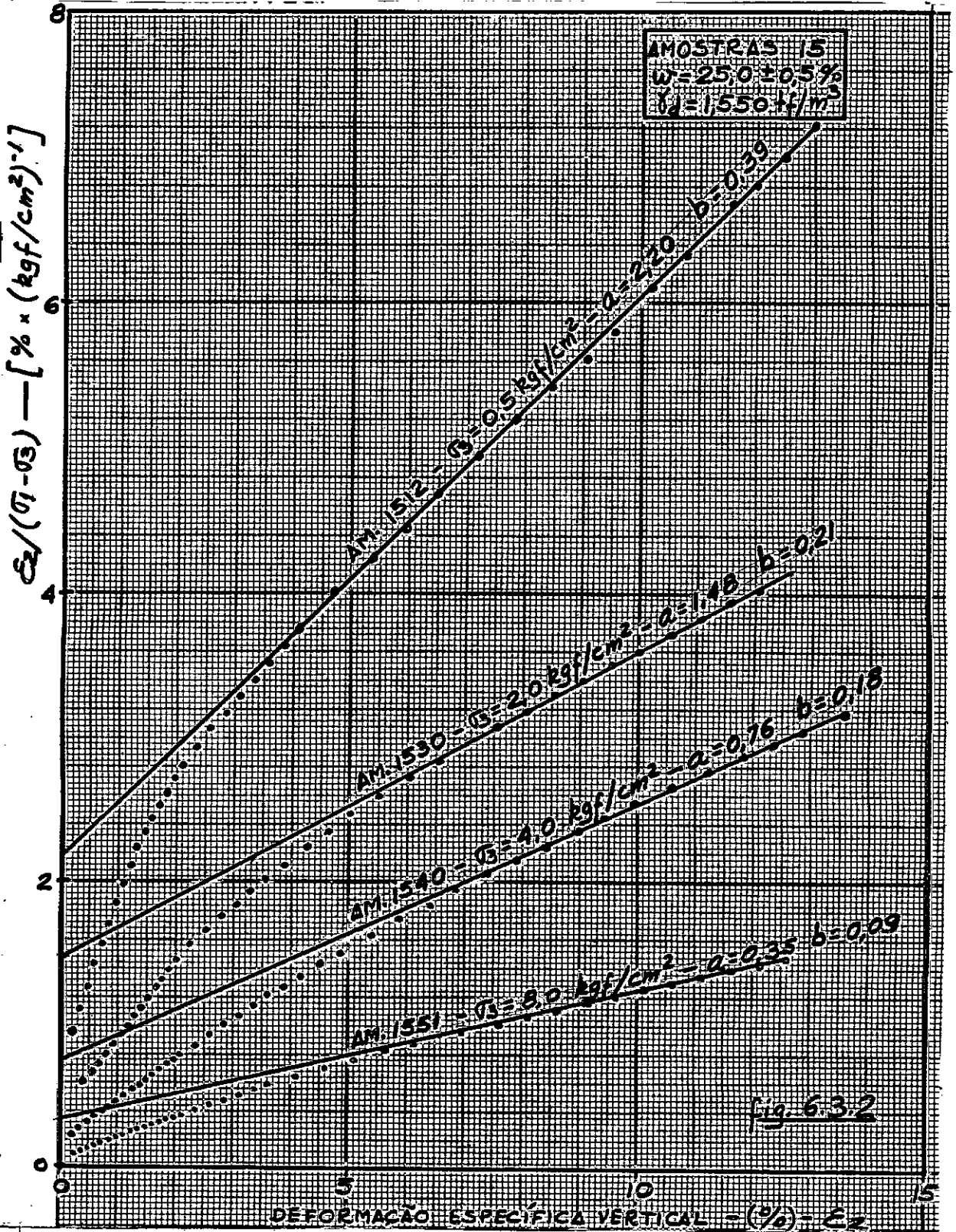


Fig. 6.3.2 - Representações tensão-deformação no sistema modificado de Kondner - Energia 1 - Umidade 25,0%

exibem grande discrepância, afastando-se bastante das retas que definem o comportamento hiperbólico (ver Item 2.1). Este fenômeno que já fôra constatado por Kondner e corresponde a uma anomalia a favor da segurança dos cálculos, tem, em nosso caso, um fator que o agrava e que a seguir se explica.

Os ensaios com deformação controlada caracterizam-se por uma velocidade aproximadamente constante de deformação do corpo de prova. O mesmo não ocorre, porém, com a velocidade de aplicação de carga, pois que para incrementos de deformações iguais correspondem, no início do ensaio, acréscimos de carga muito mais elevados do que os verificados no decorrer do ensaio e próximo à ruptura do espécime.

Verifica-se, então, uma dissipação de pressão neutra bastante precária nos momentos iniciais do teste, fato agravado por coincidir geralmente com uma fase de redução de volume.

Quando se busca somente, num ensaio triaxial, a determinação da coesão e do ângulo de atrito, este problema não apresenta grande importância, pois antes e durante o processo de escoamento, a pequena velocidade de carregamento e a dilatação do espécime permitem a rápida dissipação da pressão neutra.

Em nosso caso, porém, em que os pontos iniciais da curva

tensão-deformação são importantes, o ensaio mais adequado é o de tensão controlada. A adoção de aparelhagem como a que foi utilizada só permitirá uma fiel observação dos pontos iniciais se a velocidade da prensa for extraordinariamente lenta, demandando cada ensaio muitos dias para sua realização.

De qualquer forma, o sistema modificado de Kondner possibilita boa precisão na determinação dos parâmetros "a" e "b" independentemente da discrepância inicial, a qual, como já se frisou, situa-se usualmente a favor da segurança.

Os resultados dos ensaios acima referidos, e constantes das figuras 6.3.1 e 6.3.2 são os que abaixo se relatam:

a) amostras 14 ($w = 23\%$; $\gamma_d = 1,575 \text{ tf} / \text{m}^3$; Energia 1)

a.1) $\sigma_3 = 0,5 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 0,83$; $b = 0,33$

$\sigma_3 = 0,5 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 0,96$; $b = 0,30$

a.2) $\sigma_3 = 2,0 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 0,43$; $b = 0,16$

$\sigma_3 = 2,0 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 0,35$; $b = 0,16$

a.3) $\sigma_3 = 4,0 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 0,29$; $b = 0,086$

a.4) $\sigma_3 = 8,0 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 0,16$; $b = 0,057$

b) amostras 15 ($w = 25\%$; $\gamma_d = 1,550 \text{ tf} / \text{m}^3$; Energia 1)

b.1) $\sigma_3 = 0,5 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 2,20$; $b = 0,39$

b.2) $\sigma_3 = 2,0 \text{ kgf} / \text{cm}^2$; $a = 1,48$; $b = 0,21$

$$l.3) \bar{\sigma}_3 = 4,0 \text{ kgf/cm}^2 ; a = 0,76 ; b = 0,18$$

$$l.4) \bar{\sigma}_3 = 8,0 \text{ kgf/cm}^2 ; a = 0,35 ; b = 0,09$$

As unidades adotadas são: para a , (% \times cm^2 / kgf) e para b , (cm^2 / kgf)

Os ensaios eram interrompidos após cerca de 10 horas, quando se atingia deformação vertical de 13%, mesmo que não houvesse ocorrido ainda o valor de pico de curva $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_z$. Por isso não se calculou o parâmetro R_f que dividido por b fornece a tensão-desvio de ruptura $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$. Em seu lugar computou-se o R_{12} igual ao produto do parâmetro b pelo $(\sigma_1 - \sigma_3)_{12}$, correspondente à deformação vertical de 12%.

$$R_{12} = b \times (\sigma_1 - \sigma_3)_{12} \quad (6.3.1)$$

Os valores de R_{12} encontrados nos ensaios das amostras 14 e 15 variaram de 0,63 a 0,86, situando-se a média em 0,75.

Se os parâmetros de resistência ao cisalhamento (c e ϕ) correspondentes ao tipo de solicitação de cada problema real forem determinados a partir das tensões-desvio $(\sigma_1 - \sigma_3)_{12}$ como se fossem de ruptura, o uso do coeficiente R_{12} , ao invés do R_f , compensará perfeitamente tal substituição desde que o comportamento do solo entre a interrupção do ensaio e o ponto de escoamento não for de molde a alterar o ajus

tamento da reta no plano modificado, de Kondner e, por conseguinte, os valores de a e b. É isto ocorreu nos poucos ensaios em que se chegou à rutura e parece ser verdadeiro também para os demais testes, tão bem se adaptaram à reta teórica os pontos experimentais.

Os inversos do parâmetro a, proporcionais aos módulos iniciais (E_{in}) revelaram um ajustamento linear com a pressão confinante (σ_3) que pode ser classificado de bom para as amostras 14 e razoável para as de número 15, pelo que se observa nas figs. 6.3.3 e 6.3.4. As expressões das retas são:

$$a) \text{ amostras } 14 \quad - \quad E_{in} = \frac{100}{a} = 96 + 63 \sigma_3$$

$$b) \text{ amostras } 15 \quad - \quad E_{in} = \frac{100}{a} = 17 + 32 \sigma_3$$

O comportamento parabólico, sugerido por Janbu (1963) e adotado nos trabalhos de Duncan e outros, não parece apresentar melhor ajustamento para a faixa considerada do que a reta proposta por Kondner.

Já as tensões-desvio últimas $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$, equivalentes ao inverso de b e correspondentes à assíntota horizontal da hipérbole de Kondner, apresentam ajustamento mais perfeito (figs. 6.3.5 e 6.3.6) às retas expressas por:

$$a) \text{ amostras } 14 \quad - \quad (\sigma_1 - \sigma_3)_u = \frac{1}{b} = 2,3 + 2,0 \sigma_3$$

$$b) \text{ amostras } 15 \quad - \quad (\sigma_1 - \sigma_3)_u = \frac{1}{b} = 1,6 + 1,2 \sigma_3$$

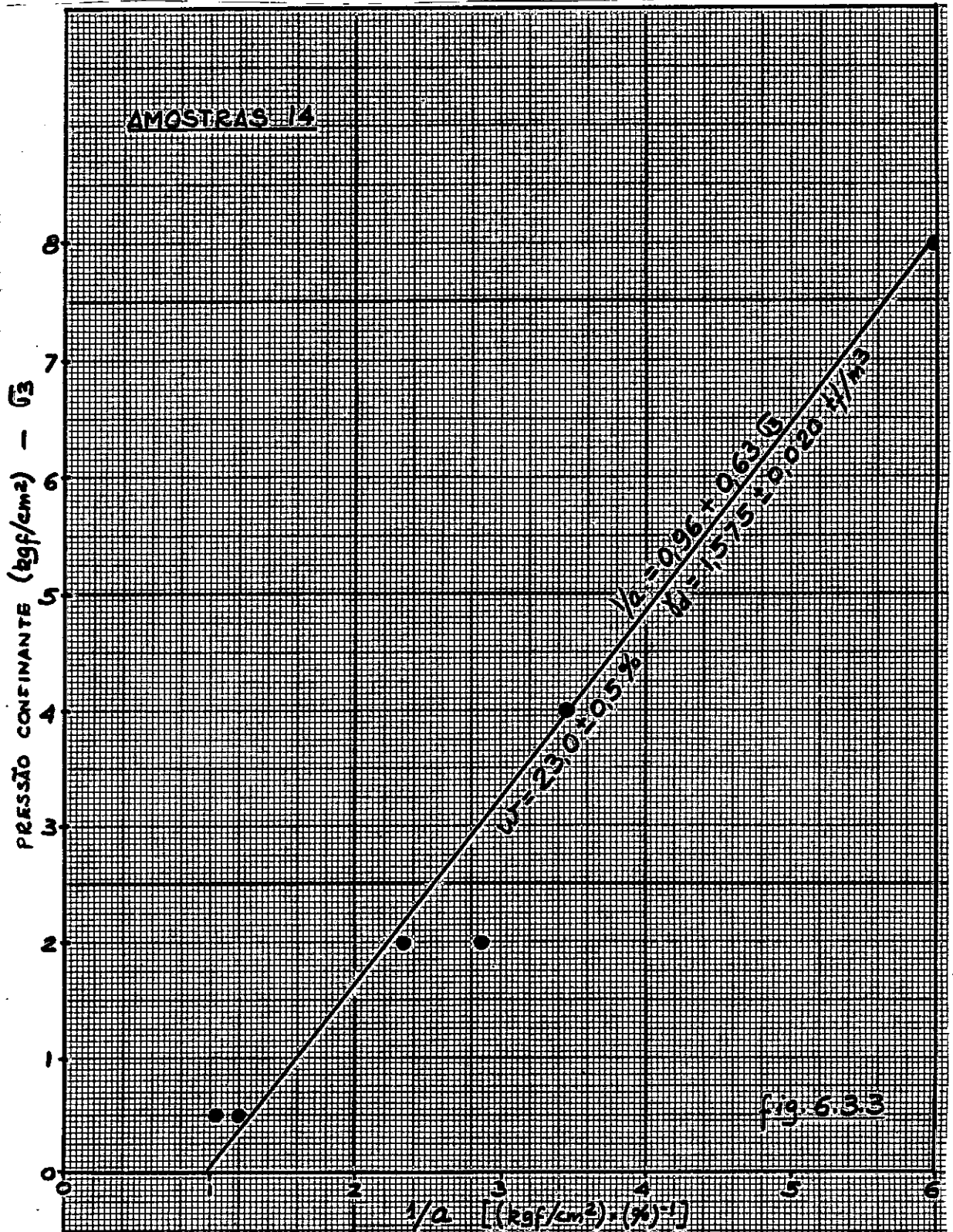


Fig. 6.3.3 - Relação Módulo Inicial x Pressão Confinante - Energia 1 - Umidade de 23,0%

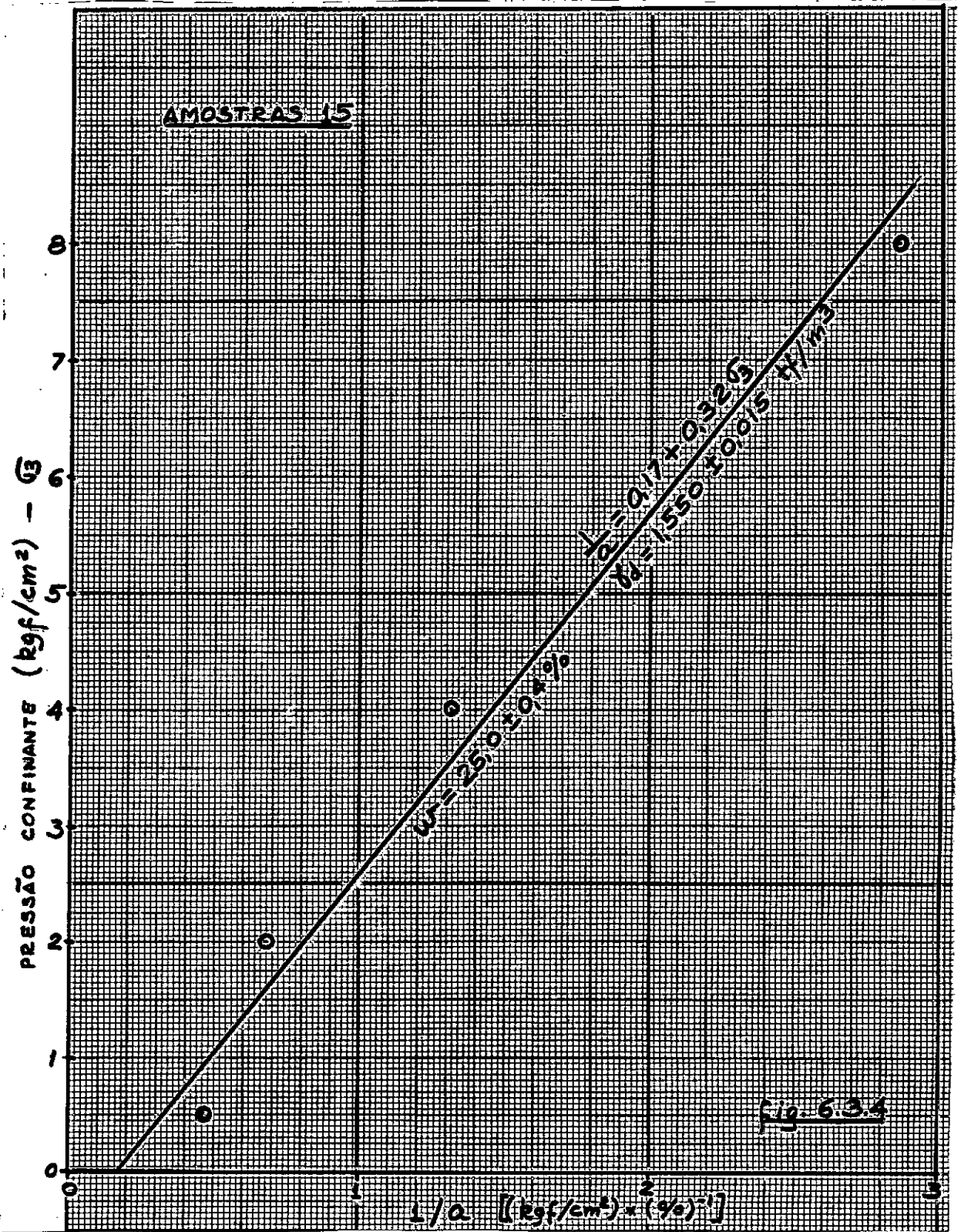


Fig. 6.3.4 - Relação Módulo Inicial x Pressão Confinante - Energia 1 - Umidade 25,0%

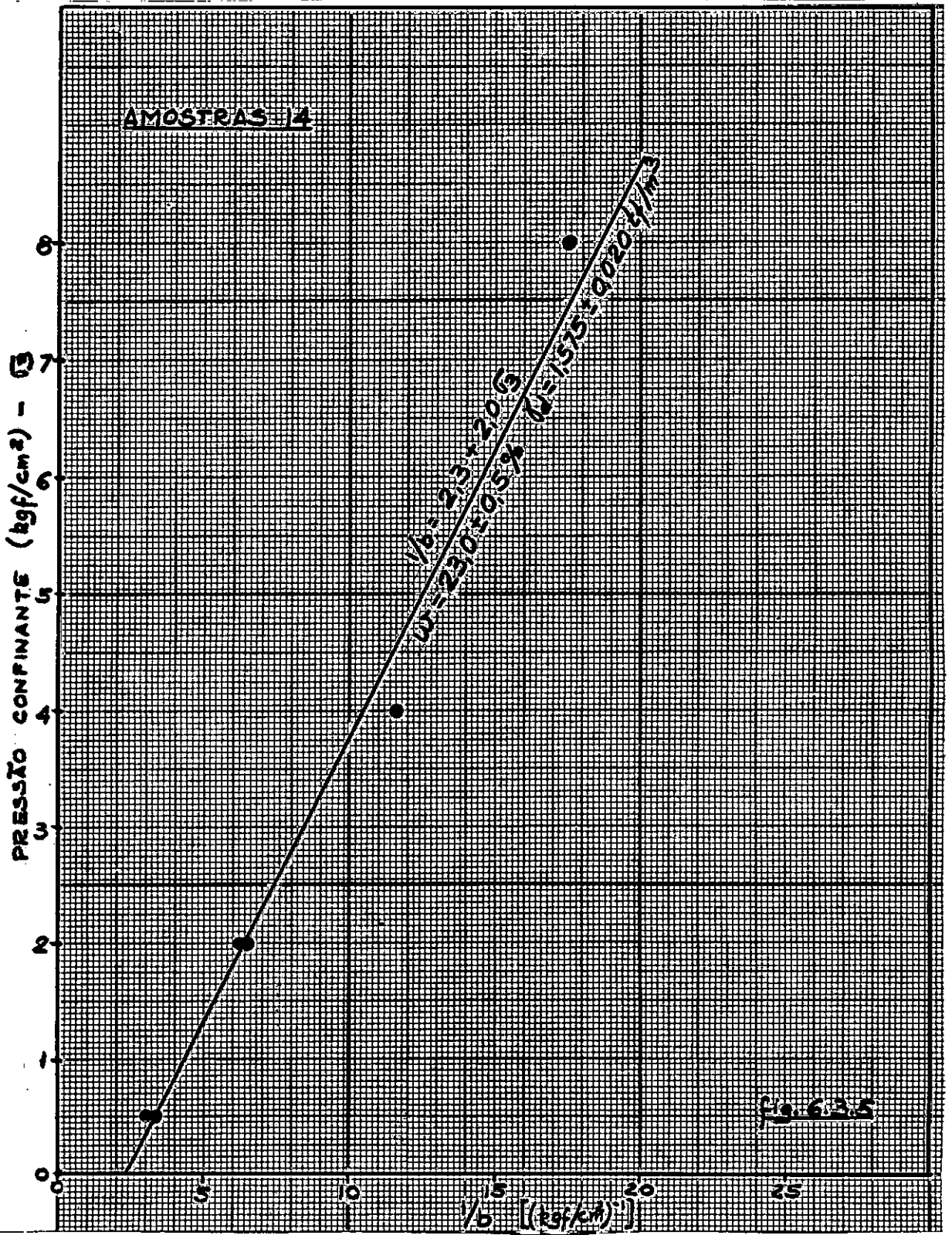


Fig. 6.3.5 - Relação Tensão-Desvio Última - Pressão Confinante - Energia 1 - Umidade de 23,0%

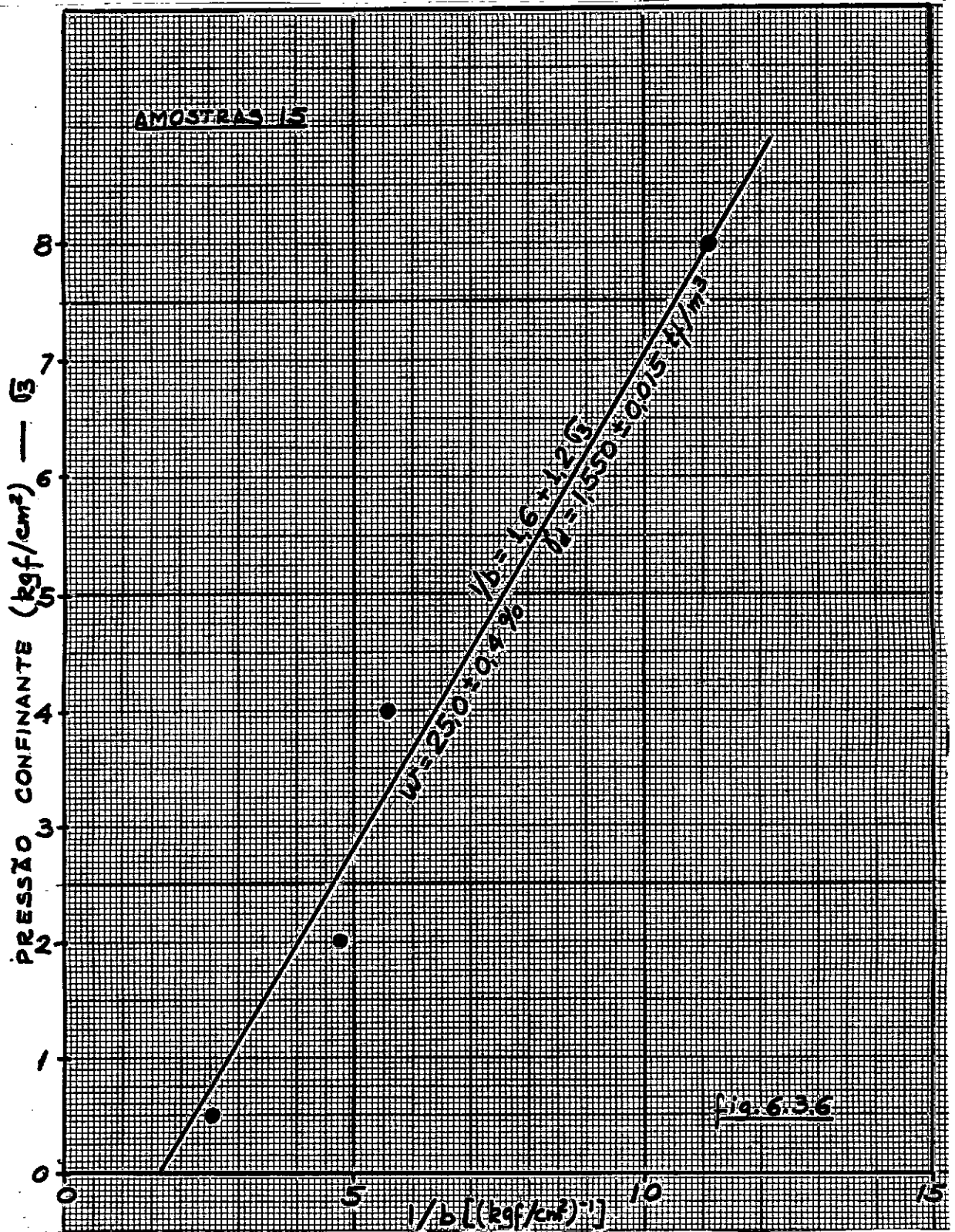


Fig. 6.3.6 - Relação Tensão-Desvio Última - Pressão Confinante - Energia 1 - Umidade de 25,0%

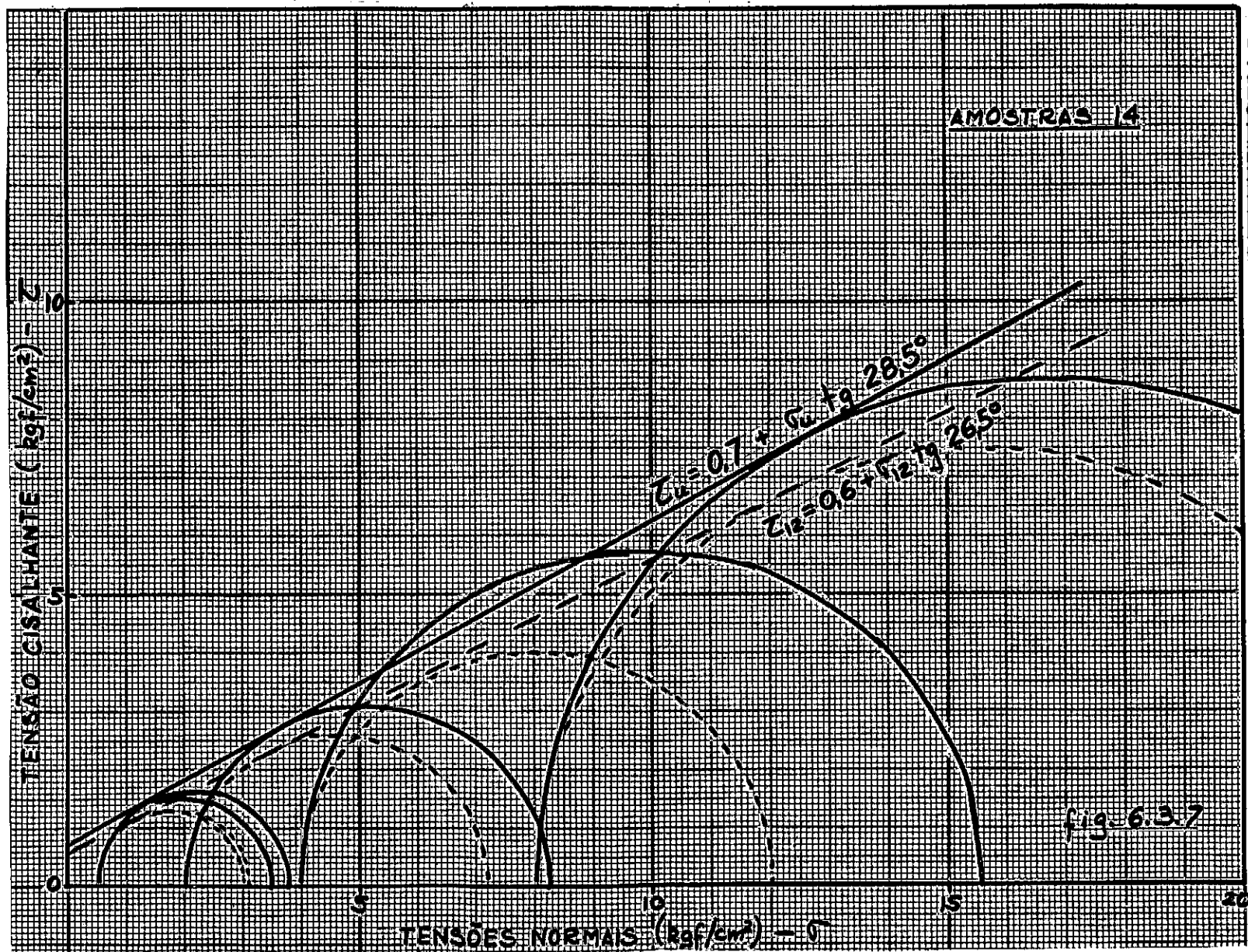


Fig. 6.3.7 - Envolvórias de Mohr - Coulomb - Energia 1 - Umidade de 23,0%.

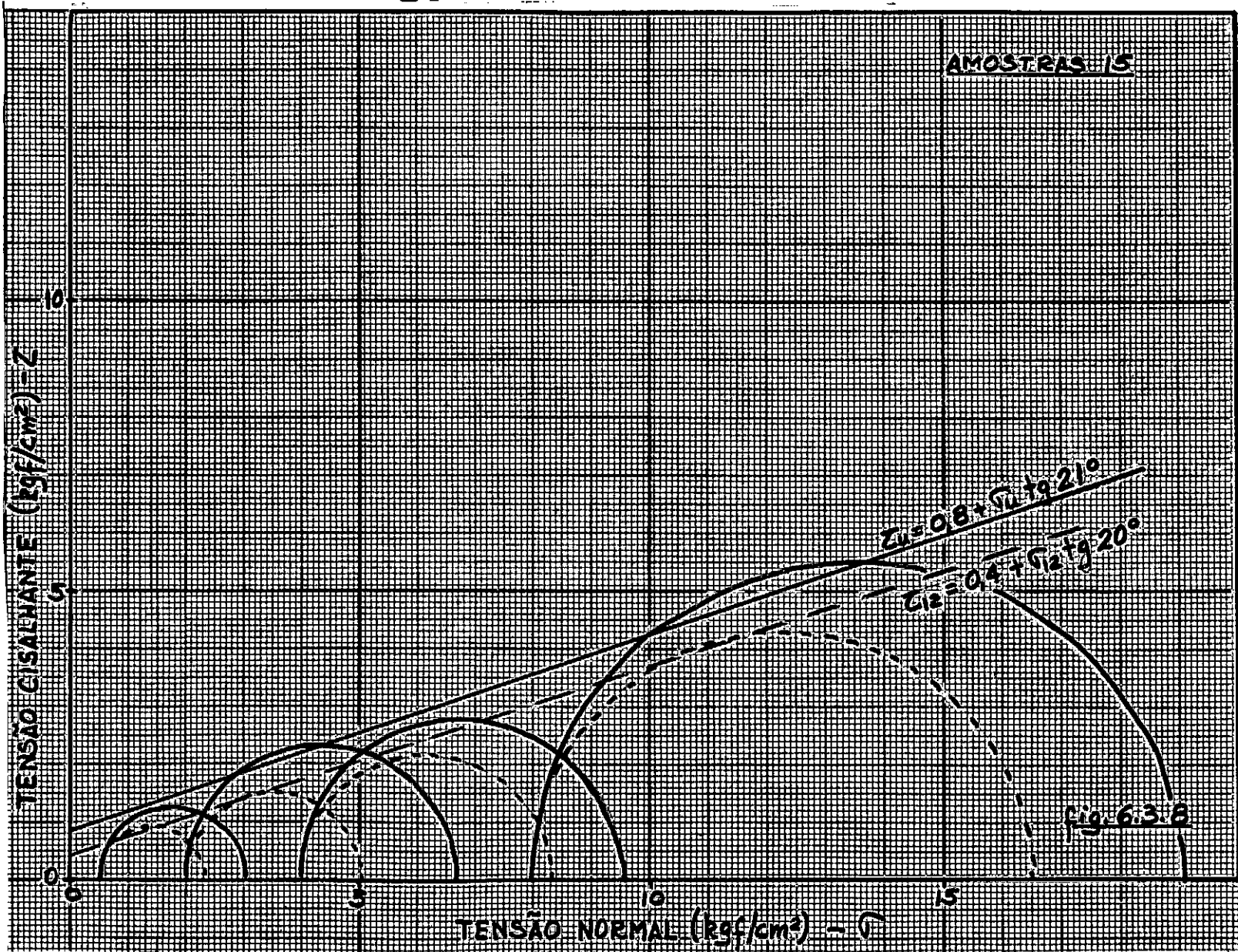


Fig. 6.3.8 - Envoltórias de Mohr - Coulomb - Energia 1 - Umidade de 23,0%

Os desenhos correspondentes às outras séries de amostras não constam deste texto mas a seguir se alinham os números referentes ao nome úmido e à unidade ótima da Energia 2, já que os ensaios relativos às amostras com baixo grau de saturação revelaram tamanha dispersão que se tornou impossível o estabelecimento de qualquer correlação analítica a partir de seus resultados.

a) amostras 23 ($w = 21,4 \pm 0,5\%$; $\gamma_d = 1,650 \pm 0,020 \text{ tf} / \text{m}^3$;

Energia 2)

$$E_{in} = \frac{100}{a} = 156 + 34 \sqrt{3}$$

$$C_u = 1,6 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \phi_u = 36^\circ$$

$$C_{12} = 1,3 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \phi_{12} = 31,5^\circ$$

b) amostras 24 ($w = 22,9 \pm 0,2\%$; $\gamma_d = 1,615 \pm 0,015 \text{ tf} / \text{m}^3$;

Energia 2)

$$E_{in} = \frac{100}{a} = 82 + 27 \sqrt{3}$$

$$C_u = 1,2 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \phi_u = 29,5^\circ$$

$$C_{12} = 0,8 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \phi_{12} = 27^\circ$$

c) amostras 25 ($w = 24,5 \pm 0,5\%$; $\gamma_d = 1,545 \pm 0,025 \text{ tf} / \text{m}^3$;

Energia 2)

$$E_{in} = \frac{100}{a} = 43 + 20 \sqrt{3}$$

$$C_u = 0,7 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \phi_u = 22,5^\circ$$

$$C_{12} = 0,4 \text{ kgf} / \text{cm}^2 \quad \phi_{12} = 19,5^\circ$$

As expressões de E_{in} constam de um termo constante (A_1) e de um coeficiente (A_2) que multiplica a pressão confinante:

$$E_{in} = A_1 + A_2 \cdot \sigma_3$$

A fig. 6.3.9 registra uma tentativa, sem grande precisão, de correlação dos termos A_1 e A_2 com o pêso específico aparente seco (γ_d), levando às equações:

$$A_1 = 1210 \gamma_d - 1842$$

$$A_2 = 70 \gamma_d - 84$$

Já as figs. 6.3.10, 6.3.11 e 6.3.12, nas quais se estabelecem relações em que a variável independente é o pêso específico γ_d e as variáveis dependentes são a coesão, o ângulo de atrito e a tangente de ângulo de atrito, revelam ajustamentos bem melhores a retas que se traduzem pelas expressões abaixo; em que as unidades adotadas são kgf/cm^2 (coesão), tf/m^3 (densidade absoluta) e grau (ângulo de atrito):

$$a) \text{ para } (\sigma_1 - \sigma_3)_u : \text{tg } \phi_u = 3,21 \gamma_d - 4,570$$

$$\text{para } E_z = 12\% : \text{tg } \phi_{12} = 2,57 \gamma_d - 3,615$$

$$\text{expressão média} : \text{tg } \phi = 2,89 \gamma_d - 4,092$$

$$b) \text{ para } (\sigma_1 - \sigma_3)_u : \phi_u = 141 \gamma_d - 196,4$$

$$\text{para } E_z = 12\% : \phi_{12} = 118 \gamma_d - 162,5$$

$$\text{expressão média} : \phi = 130 \gamma_d - 179,4$$

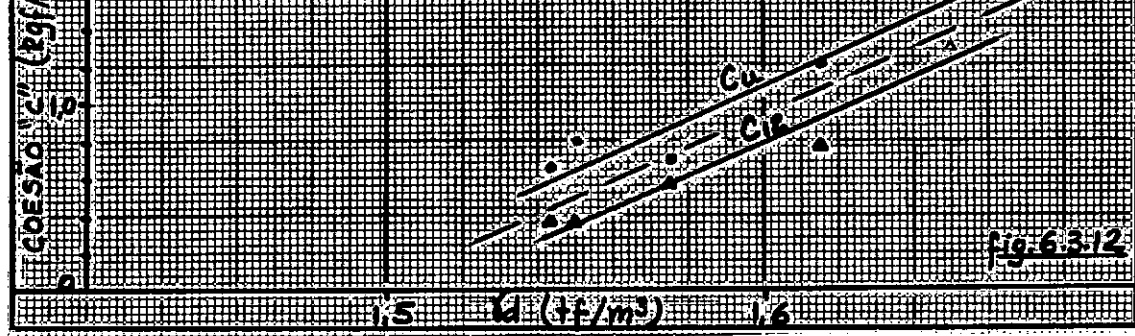
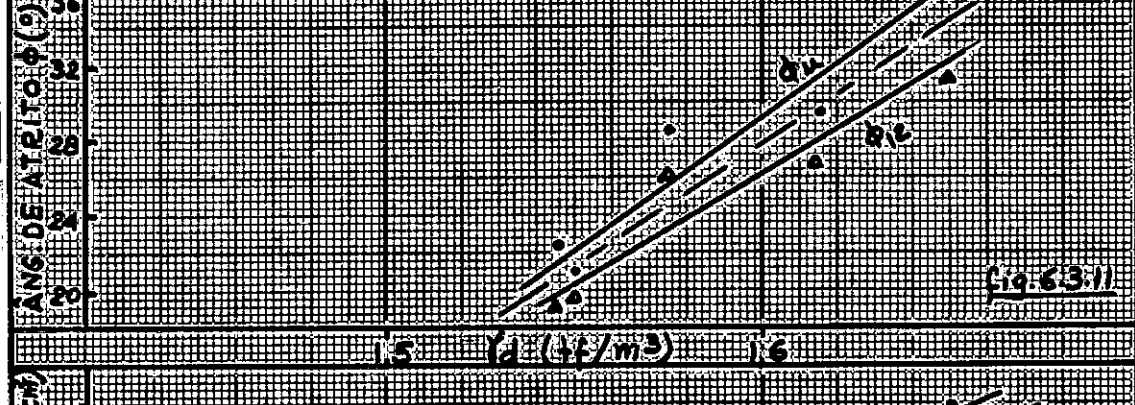
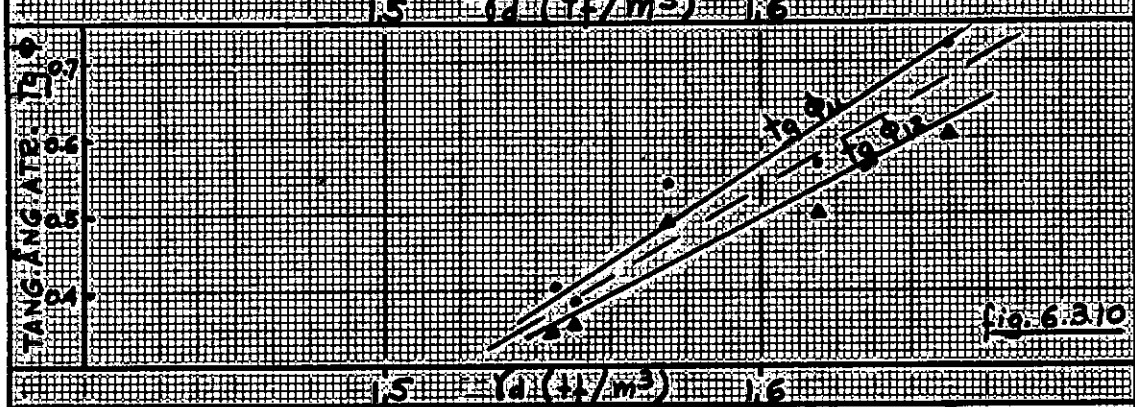
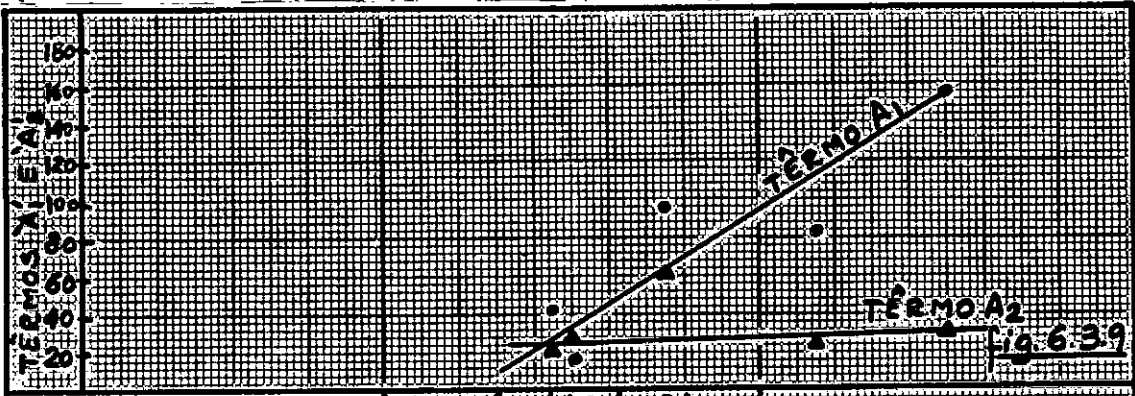


Fig. 6.3.9 - Variação dos termos da relação linear entre o Módulo Inicial e a Pressão Confinante em função da densidade inicial
 Fig. 6.3.10 a 6.3.12 - Gráficos de variação da tangente do ângulo de atrito, do ângulo de atrito e da coesão em função do peso específico, para condições últimas e de 12% de deformação vertical

$$c) \text{ para } (\sigma_1 - \sigma_3)_u : C_u = 8,90 \quad \sigma_d = 13,156$$

$$\text{para } E_2 = 12\% : C_{12} = 8,80 \quad \sigma_d = 13,292$$

$$\text{expressão média : } C = 8,85 \quad \sigma_d = 13,224$$

7 - CONCLUSÕES

Analisando-se o que foi exposto nos capítulos precedentes, duas linhas de conclusões podem ser extraídas. Uma se refere aos tipos e métodos de ensaios a serem programados para uma avaliação mais correta e detalhada do comportamento tensão-deformação de solos. A outra diz respeito às relações que puderam ser estabelecidas no presente trabalho.

7.1 - Métodos e Ensaios

7.1.1 - Dado o caráter de material dilatante do solo, que sofre variações de volume mesmo sob pressão média constante, é conveniente que os ensaios sejam programados de forma que a trajetória de tensões se caracterize por uma compressão volumétrica, primeiramente, seguindo-se um estado de tensões crescentemente distorsional, mantida constante, porém, a tensão octaédrica efetiva normal.

7.1.2 - Para que se logre o objetivo acima e se possa, além disso, se assegurar completa dissipação neutra nos estágios iniciais, devem ser adotados testes com pressão controlada quando se tratar de ensaios drenados. Naqueles em que a drenagem é impedida por se destinarem à medição de parâmetros necessários a uma análise de estabilidade a prazo curto em maciços argilosos com elevado grau de saturação,

não há mal algum no uso de compressão à velocidade de de-
formação constante.

- 7.1.3 - Consideração de anisotropia pode e dever ser introduzida, ensaiando-se corpos de prova moldados com eixos em posições ortogonais, extraídas de maciços compactados ou de espécimes de laboratório.
- 7.1.4 - Maior número de pressões confinantes e ensaios realizados segundo as prescrições dos itens 7.1.1 e 7.1.2 permitirão um melhor ajuizamento sobre o comportamento do módulo inicial em função da pressão confinante (ou da octaédrica), esclarecendo-se quanto ao ajustamento linear (preferido por Kondner e obtido no presente texto) ou parabólico (sugerido por Janbu e adotado na Universidade da Califórnia) ou ainda, o que parece mais correto, a outro tipo de curva que alie um termo constante a outro parabólico, para se levar em conta o valor de E_{in} a tensão lateral nula e também o seu provável amortecimento a altas pressões.
- 7.1.5 - Maior número de pressões de adensamento triaxial será necessário à melhor definição da evolução do Módulo de Compressão Volumétrica (B) em função das pressões esféricas aplicadas.

- 7.1.6 - Observações mais precisas de deformações volumétrica e horizontal caracterizarão, para diferentes condições, a variação do coeficiente de Poisson e condutirão, provavelmente, à instituição de outros coeficientes capazes de traduzirem a influência da anisotropia e da dilatação do solo.
- 7.1.7 - Mais ensaios com amostras no ramo seco das curvas de compactação são necessários para a determinação dos parâmetros pesquisados, em vista da grande dispersão comprovada no presente trabalho.
- 7.1.8 - Considerações sobre as variáveis tempo e temperatura podem ser introduzidas, principalmente quanto à primeira, examinando-se dados relativos a fenômenos ainda pouco estudados e certamente interrelacionados como a compressão secundária, o "creeping", a relaxação e a tixotropia.

7.2 - Relações Estabelecidas

- 7.2.1 - O ajustamento das curvas $(\sigma_1 - \sigma_3) \times \epsilon_2$ a hipérboles, como sugerido por Kondner revelou-se bastante aceitável com exceção do trecho inicial para o qual a incerteza quanto à perfeita dissipação de pressão neutra em ensaios a deformação controlada não permite uma análise precisa. Esta anomalia não impediu, porém a determinação dos parâmetros

a e b, válidos para os trechos médios e finais das curvas reais e situando-se do lado seguro nos estágios iniciais.

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{E_z}{a + b E_z}$$

7.2.2 - O coeficiente R_f não foi determinado por não se terem conduzido os ensaios até a rutura. O parâmetro R_{12} , referente a 12% de deformação vertical exibiu nos testes analisados, valores entre 0,63 e 0,86, com média em 0,75. Se a compressão avançasse até a rutura, maior seria R , mas o uso de R_{12} (ao invés de R_f) acoplado à tensão-desvio $(\sigma_1 - \sigma_3)_{12}$, e não à de rutura $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ não conduz a erro, sendo a coesão e o ângulo de atrito calculados a partir dos círculos de Mohr relativos à deformação vertical de 12%. Se $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ for a utilizada para o traçado da reta de Coulomb, R_f é substituído pela unidade.

7.2.3 - A variação linear de $\frac{1}{b}$ com a pressão confinante ficou bem evidenciada e corresponde à hipótese classicamente adotada pela qual é a reta de Coulomb que define o critério de rutura dos solos.

7.2.4 - O Módulo Inicial acusou, como de se esperar, crescimento com a pressão confinante, parecendo se ajustar melhor,

para o intervalo considerado, a retas do que a parábolas.

7.2.5 - A tentativa de estabelecimento de expressões que pudessem definir os valores dos diversos parâmetros estudados em função do peso específico conduziu a equações de retas pelo fato de ser pequeno o número de ensaios processados e estreita a faixa de valores com que se lidou.

7.2.6 - Para os parâmetros de resistência ao cisalhamento instituíram-se as expressões médias:

$$C = 8,85 \gamma_d - 13,224$$

$$\phi = 130 \gamma_d - 179,4$$

$$\text{tg } \phi = 2,89 \gamma_d - 4,092$$

$$R_f = 0,88$$

sendo c em kgf / cm^2 ; γ_d , em tf / m^3 e ϕ em graus.

7.2.7 - O Módulo Inicial E_{in} é regido por:

$$\frac{1}{a} = E_{in} = (1210 \gamma_d - 1842) + (70 \gamma_d - 84) \sqrt{3},$$

com $\sqrt{3}$ e E_{in} em kgf / cm^2 e γ_d em tf / m^3 .

7.2.8 - Com as fórmulas acima, pode-se instituir equação geral que represente o Módulo de Young Tangente para cada pressão confinante ($\sqrt{3}$), tensão-desvio ($\sqrt{1} - \sqrt{3}$) e peso espe-

elíptico do solo examinado, de acordo com pequena modificação introduzida em (2.2.27)

$$E = \left\{ 1 - \frac{0,88 [1 - \text{sen}(130 \sigma_d - 179,4) (\sigma_1 - \sigma_3)]}{2(8,85 \sigma_d - 13,224) \cos(130 \sigma_d - 179,4) + 2\sigma_3 \text{sen}(130 \sigma_d - 179,4)} \right\} \left[(1210 \sigma_d - 1842 + (70 \sigma_d - 84) \sigma_3) \right]$$

7.2.9 - Para a compressão confinada as expressões do índice de compressão (C_c e C'_c) e da pressão de pré-adensamento dinâmico (σ_a) são as abaixo alinhadas

$$\sigma_a = 1,491 \times 10^{2,65} \sigma_d \times 10^{-4}$$

$$C_c = 0,831 - 0,43 \sigma_d$$

$$C'_c = 0,404 - 0,22 \sigma_d$$

em que σ_a é expressa em kgf/cm^2 e σ_d em tf/m^3 .

7.2.10 - Na compressão esférica, obtiveram-se as relações

$$\sigma_{oct} = (789 \sigma_d - 884) E_v^{1,4}$$

$$B = (1104 \sigma_d - 1236) E_v^{0,4}$$

onde B e σ_{oct} estão em kgf/cm^2 ; σ_d , em tf/m^3

e $E_v = \frac{\Delta V}{V}$ é adimensional.

8 - BJBLJOGRAFJA

- 1 - ALLIN, W.E.A e FOX, L. (1951), "Computation of Load Stresses in a Three - Layer Elastic System", *Geotechnique* 2, pag. 293
- 2 - BJSHOP, A.W. (1955), "The Use of the Slip Circle in the Stability Analysis of Earth Slopes", *Geotechnique*, 5, pag.7
- 3 - BJSHOP, A.W. e NORGENSTERN, H.R. (1960), "Stability Coefficients for Earth Slopes", *Geotechnique*, 10. pag 129
- 4 - BJSHOP, A.W. e HENKEL, D.J. (1962), "The Measurement of Soil Properties in the Triaxial Test", Edward Arnold Publishers Ltd., Londres.
- 5 - BJERRUM, L. (1967), "Progressive Failure in Slopes of Overconsolidated Plastic Clay and Clay Shales", *Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, SM.5, Sep., pag. 1*
- 6 - BRINCH HANSEN, J. (1953), "Earth Pressure Calculation", The Danish Technical Press, Copenhagen
- 7 - BRINCH HANSEN, J. (1963), "Discussion on R.L. Kondner : Hyperbolic Stress-Strain Response : Cohesive Soils", *Proc. ASCE, July, pag. 241*
- 8 - BRINCH HANSEN, J. (1966), "Some Stress - Strain Relationships for Soils", *Proc. VI JCSMFE, Montreal, Vol 1, pag. 231*
- 9 - BURMISTER, D.M. (1956), "Stress and Displacement Characteristics of a Two - Layer Base Soil System : Influence Diagrams and Practical Applications", *Proc. H.R.B. 35, pag. 773*

- 10 - CAPUTO, H.P. (1966), "Mecânica dos Solos e Suas Aplicações", Livro Técnico, Rio de Janeiro
- 11 - CHUGAEV, R.R. (1966), "Stability Analysis of Earth Slopes", Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem (traduzido do original em russo)
- 12 - CLOUGH, G.W. e DUNCAN, J.M. (1969), "Finite Element Analysis of Pont Allen and Old River Locks", Report nº TE-69-3, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley
- 13 - COSTA NUNES, A.J. (1956), "Curso de Mecânica dos Solos e Fundações", Globo, Rio de Janeiro
- 14 - DUNCAN, J.M., MONISMITH, C.L. e WILSON, E.L. (1968), "Finite Element Analyses of Pavements", Proc. Annual Meeting of H.R.B.
- 15 - DUNCAN, J.M. e DUNLOP, P. (1969), "Slopes in Stiff-Fissured Clays and Shales", Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, SM.2, March, pag. 467
- 16 - DUNCAN, J.M. e CHANG, C.Y. (1970), "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils", Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, S.M. 5. Sep., pag. 1629
- 17 - DUNLOP, P., DUNCAN, J.M. e SEED, H.B. (1968), "Finite Element Analyses of Slopes in Soils", Report Nº TE - 68-3, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley
- 18 - DUNLOP, P. e DUNCAN, J.M. (1970), "Development of Failure Around Excavated Slopes", Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, S.M. 2, March, pag. 471

- 19 - GJRJJAVALLABHAN, C.V. e REESE, L.C. (1968), "Finite Element Method for Problems in Soil Mechanics", *Journal of the S.M. and Foundations Division, Proc. ASCE, SM. 2, March, pag. 473*
- 20 - HARR, M.E. (1966), "Foundations of Theoretical Soil Mechanics", *Mc Graw Hill-Kogakusha, Tokyo*
- 21 - JANBU, N. (1954), "Stability Analysis of Slopes with Dimensionless Parameters", *Harvard Soil Mechanics series, 46, pag. 1*
- 22 - JANBU, N. (1963), "Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Tests", *Proc. European Conference on SM and F E, Weisbaden, Vol 1, pag. 19*
- 23 - JIMENEZ SALAS, J.A., (1954) "Mecânica del Suelo" -, *Dossat, Madrid*
- 24 - JUMKIS, A.R. (1966), "Thermal Soil Mechanics", *Rutgers University Press, New Brunswick, New Jersey, EIA.*
- 25 - JURGENSON, L. (1934), "The Application of Theories of Elasticity and Plasticity to Foundation Problems", *Journal of Boston Society of Civil Engineers, "Contributions to Soil Mechanics 1935-1940", pag. 184.*
- 26 - KO, H.Y. e SCOTT, R.F. (1967), "Deformation of Sand in Shear", *Journal of S.M. and F. Division, Proc ASCE, SM.5, Sep., pag. 283*
- 27 - KONNER, R.L. (1963), "Hyperbolic Stress-Strain Response : Cohesive Soils", *Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, SM. 1, Feb., pag. 115*

- 28 - KONDNER, R.L. e ZELASKO, J.S. (1963), "A Hyperbolic Stress-Strain Formulation for Sands", Anais do 2º Congresso Panamericano de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações, Vol 1, pag. 289, Belo Horizonte, Brasil.
- 29 - KONDNER, R.L. e ZELASKO, J.S. (1963a), "Void Ratio Effects on the Hyperbolic Stress-Strain Response of a Sand", Laboratory Shear Testing of Soils, ASTH STP Nº 361, Ottawa, pag. 250.
- 30 - KONDNER, R.L. e HORNER, J.M. (1965), "Triaxial Compression of a Cohesive Soil with Effective Octahedral Normal Stress Control", Canadian Geotechnical Journal, Vol. 2, Nº 1, pag. 40
- 31 - KULLHAWY, F.H. e DUNCAN, J.M. (1970), "Nonlinear Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Onoville Dam", Report nº TE-70-2, Dept. of Civil Engineering, University of California, Berkeley. EUA.
- 32 - LAGUROS, J.G. (1969), "Effect of Temperature on Some Engineering Properties of Clay Soils", HRB Special Report Nº 103, pag. 186
- 33 - LAMBE, T.W. e WHITMAN, R.V. (1969), "Soil Mechanics", Wiley, N: York.
- 34 - MITCHELL, J.K. (1969), "Temperature Effects on the Engineering Properties Behaviour of Soils", HRB Special Report Nº. 103, pag. 9
- 35 - MORGAN STERN, N.R. e PRICE, V.E. (1965), "The Analysis of the Stability of General Slip Surfaces", Géotechnique, 15, 1, pag. 79.

- 36 - MORGENSTERN, N.R. e PRICE, V.E. (1967), "A Numerical Method for Solving the Equations of Stability of General Slip Surfaces", *Computer Journal*, 9, pag. 388
- 37 - MURAYAMA, S. (1969), "Effect of Temperature on Elasticity of Clays", *HRB Special Report N° 103*, pag. 193
- 38 - NEWMARK, N.M. (1960), "Failure Hypothesis for Soils", *Proc. ASCE Research Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1, pag. 162
- 39 - PCKERJNG, D.J. (1970), "Anisotropic Elastic Parameters for Soil", *Géotechnique*, 20, N° 3, pag. 271
- 40 - SCOTT, R.F. (1963), "Principles of Soil Mechanics", Addison-Wesley, Tokyo
- 41 - SCOTT, R. e KO, H. (1969), "Stress-Deformation and Strength Characteristics", *State of the Art Report, 7th JCSMFE, México*, pag. 1
- 42 - SJLVEJRA, A. e SOUTO SJLVEJRA, E.B. (1970), "Considerações Sobre a Anisotropia Transversal em Solos Compactados", *4º Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia de Fundações*, Vol. 1, Tomo 2, pag. 1. 101
- 43 - SMJTH, J.M. e KAY, S. (1971), "Stress Analysis of Contractive or Dilative Soil", *Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE*, S.M. 7, July, pag. 981
- 44 - SOKOLOWSKY, V.V. (1960), "Statics of Soil Media", Butterworths, Londres

- 45 - SPENCER, E. (1967), "A Method of Analysis of the Stability of Embankments Assuming Parallel Inter-Slice Forces", *Géotechnique*, 17, pag. 11
- 46 - SPENCER, E. (1968), "Effect of Tension on Stability of Embankments", *Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, SM-5, Sep.*, pag. 1159
- 47 - SPENCER, E. (1969), "Circular and Logarithmic Spiral Slip Surfaces", *Journal of S.M. and F. Division, Proc. ASCE, SM.1, Jan.*, pag. 227
- 48 - SUKLJE, L. (1969), "Rheological Aspects of Soil Mechanics", *Wiley-Interscience, Londres*
- 49 - TAYLOR, D.W. (1937), "Stability of Earth Slopes", *Journal of Boston Society of Civil Engineers*, 24, pag. 197
- 50 - TAYLOR, D.W. (1948), "Fundamentals of Soil Mechanics", *Wiley, New York*
- 51 - TERZAGHI, K. (1943), "Theoretical Soil Mechanics", *John Wiley and Sons Inc., New York*
- 52 - TERZAGHI, K. e PECK, R.B. (1948), "Soil Mechanics in Engineering Practice", *Wiley, N. York, EUA*
- 53 - TJMOSHENKO, S.P. e GOODIER, J.N. (1951), "Theory of Elasticity", *Mc Graw-Hill, N. York*
- 54 - VASCONCELLOS FILHO, A. (1970), "O Método dos Elementos Finitos : Fundamentos Técnicos - Automatização - Aplicações a Problemas de Placas e de Estabilidade Plana" - COPPE - UFRJ, Nº 11.70
- 55 - VETTORI, L. (1969), "Métodos de Análise de Solo", *Boletim nº 7, Equipe de Pedologia e Fertilidade do Solo, Ministério da Agricultura*