

"DESCRIÇÃO NÃO LINEAR DE UMA MEMBRANA TOROIDAL
SOB AÇÃO DE UMA PRESSÃO INTERNA"

JOSÉ UBIRAJARA MARTINS FLÔRES

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M. Sc.).

Aprovada por:

J. M. Escobar
Sydney San Jr
Diocelides Spencer

RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
FEVEREIRO DE 1970

A meus pais,
pelo incentivo e dedicação

A G R A D E C I M E N T O

Ao Professor JACQUES MERCIER, pela dedicação com que orientou êste trabalho.

À COPPE, na pessoa de seu Coordenador, Professor ALBERTO LUIZ COIMBRA.

À CAPES, pela ajuda financeira.

- I -

S U M Á R I O

Estuda-se a relação não linear entre tensões e deformações de uma membrana toroidal sob ação de uma pressão interna.

Na parte experimental, empregando uma câmara de borracha natural vulcanizada, é definida a posição final de grande deformação e a posição inicial não deformada.

Para o cálculo das tensões correspondentes ao estado de grande deformação, a equação da curva é obtida através de um ajustamento pelo Método de Mínimos Quadrados.

As tensões são relacionadas com as razões de extensão nas direções principais, obtidas experimentalmente, pela relação não linear desenvolvida para as cascas por J. E. ADKINS /1/, baseada na função "Energia Potencial" sugerida por MOONEY /2/. Os parâmetros têm um comportamento e uma escala de valores semelhantes ao trabalho de J. E. ADKINS e R. S. RIVLIN /1/.

Í N D I C E

Agradecimentos	i
Índice	ii
I - Sumário	1
II - Introdução	2
III - Trabalho experimental	5
III-1 - Descrição da tomada de medidas das coordenadas	5
III-2 - Determinação das coordenadas	7
III-3 - Precisão das medidas	8
IV - Descrição matemática da curva que representa o estado final de deformação	9
IV-1 -- Equação da curva	9
IV-2 - Variação da curvatura	10
IV-3 - Variação do ângulo θ que a normal forma com o eixo dos y	11
V - Cálculo dos esforços	12
V-1 - Determinação dos esforços meridianos	13
V-2 - Determinação dos esforços paralelos	14
V-3 - Esforços meridianos para o toroide de seção circular	15
V-4 - Esforços paralelos para o toroide de seção circular	16
VI - Relação não linear entre tensões e deformações	
VI-1 - Função "Energia Potencial" de Mooney	18

VI-2	- Determinação de $\lambda_m, \lambda_p, \lambda_n$	18
VI-3	- Expressões de N^m e N^p em função de λ_m, λ_p e λ_n	19
VI-4	- Expressões dos parâmetros físicos C_1 C_2	21
VI-5	- Relação C_2/C_1 em funções dos esforços λ_m e λ_p	21
VII	- Conclusões	23
	Nomenclatura	25
	Bibliografia	26
	Figura 4 - Estado de deformação inicial e final de uma membrana toroidal	27
	Figura 5 - Afastamento entre a curva deformada e o círculo de raio R_c	28
	Figura 6 - Variação do raio de curvatura	29
	Figura 7 - Esforços meridianos e paralelos	30
	Figura 8 - Variação de λ_m, λ_p e C_2/C_1	31
	Apêndice A	32
	Apêndice B	39
	Apêndice C	42
	Apêndice D	48

- II -

I N T R O D U Ç Ã O

A solução do problema de um toroide de seção circular sob a ação de uma pressão interna /3/, aplicando a teoria clássica, nos fornece uma distribuição de tensões contínua, no entanto, para as deformações a teoria linear apresenta resultados incompatíveis com o conceito de continuidade das membranas.

Para explicar a singularidade que ocorre nas deformações no tampo da seção transversal, pode-se utilizar a teoria linear dos momentos /4/, que admite a existência de momentos internos capazes de eliminar a incompatibilidade das deformações, hipótese que não tem justificativa física para as cascas de espessura muito pequena, nas quais a ação do momento fletor é desprezível, devendo-se, pois, usar a teoria não linear das membranas.

A primeira análise de uma membrana toroidal através da teoria não-linear das membranas foi feita por P.JORDAN/5/.

JORDAN /5/ e SANDER /6/, admitiram que a forma não deformada inicial, era diferente da forma de deformação final e para a determinação da relação entre tensões e deformações, usaram a teoria linear.

No presente trabalho verificamos experimentalmente que a forma nã o deformada é muito diferente da forma de grande deformação final para um toroide de borracha.

As tensões calculadas são relacionadas com as razões de extensão nas direções principais, obtidas experimentalmente através da relação não linear desenvolvida para as cascas por J. E. ADKINS /1/, baseada na função W, "Energia Potencial", sugerida por MOONEY /2/, como sendo própria para descrição das propriedades de um material altamente elástico.

Para a determinação da forma grandemente deformada, foi utilizada uma câmara de borracha vulcanizada, pois é um material que muito se aproxima do material ideal de alta elasticidade, incompressível e isotrópico no seu estado não deformado.

A equação da curva que representa o estado final de deformação, foi determinada através de um ajustamento de parâmetros, pelo Método dos Mínimos Quadrados.

A curva de estado final de deformação, apresenta um maior afastamento da circunferência de raio R_c , que passa pelos pontos onde $\alpha = \pm \pi/2$, na parte interna da seção transversal, afastamento semelhante é encontrado teoricamente em /6/.

Calcula-se as tensões para forma de equilíbrio final da membrana, desprezando-se o efeito do peso próprio. As tensões meridianas calculadas têm valores próximos da teoria linear clássica, no entanto, as tensões paralelas são sensivelmente diferentes, e na parte externa da seção transversal, ultrapassam os valores das tensões meridianas.

Ao estudar a distribuição de tensões, RIVLIN /8/, em tórno de um orifício no centro de uma chapa circular, submetida a um carregamento uniforme radial, empregou também a função W e na comprovação experimental utilizou uma placa circular de borracha vulcanizada, determinando uma relação entre os parâmetros físicos C_2 e C_1 da função W . Uma relação semelhante, estabelecida entre as tensões acima mencionadas é encontrada neste trabalho.

A seção transversal da toroide fica situada sobre o plano XOY.

A distância \overline{OA} foi medida com uma trena milimétrica e o resultado comparado com o obtido através de uma mira de precisão.

O ângulo α_i (ângulo horizontal) e β_i (ângulo vertical) eram obtidas através da leitura direta no teodolito.

Quando a câmara encontra-se à direita da origem o sistema XYZ, os pontos situados na parte mais interna da membrana (pontos 14, 15, 16) não eram visados pelos aparelhos de medida.

A câmara então era deslocada para o lado esquerdo da origem e estes pontos e os demais eram visados e os ângulos α_i e β_i podiam ser lidos. Com o entrelasamento das duas curvas, a primeira obtida com a câmara à direita de O e a segunda com a câmara à esquerda, ficava determinada a posição relativa dos pontos da mesma seção transversal, para cada estado de deformação.

Antes da leitura de α_i e β_i , os pontos de seção transversal e a reta \overline{CD} , locada perpendicularmente ao segmento \overline{OA} eram alinhados com um teodolito situado na direção de OX, ficando assim assegurada a posição dos pontos em um mesmo plano XOY e a condição de ângulo reto para AÔP.

O diâmetro da câmara para cada estado de deformação era calculado pela diferença das abcissas X_i e de dois pontos situados no tópo de cada uma das seções transversais do plano XOY.

Após executadas as medidas dos ângulos α_i e β_i , para posição grandemente deformada, a pressão interna foi diminuída até a câmara assumir a posição não deformada.

Para a posição não deformada as coordenadas dos 17 pontos, foram determinadas pelos mesmo processo de medidas. A posição não deformada inicial foi tomada de maneira que a seção fôsse quase circular para têrmos um estado de referência convencional.

As pressões internas da câmara eram medidas com um barômetro de mercúrio.

III-2) - Determinação das coordenadas

As coordenadas X_i , Y_i de um ponto P_i , $i = 0, 1, 2 \dots 15, 16$, foram determinadas pelas seguintes expressões, Figura 1:

$$X_i = \overline{OA} \operatorname{tg} \alpha_i \quad (\text{III-2.1})$$

$$Y_i = \overline{AP} \operatorname{tg} \beta_i \quad (\text{III-2.2})$$

mas,

$$\overline{AP} = \frac{\overline{OA}}{\cos \alpha_i} \quad (\text{III-2.3})$$

Levando a expressão (III-2.3) em (III-2.2), teremos:

$$Y_i = \frac{(\overline{OA}) \operatorname{tg} \beta_i}{\cos \alpha_i} \quad (\text{III-2.4})$$

As coordenadas dos 17 pontos tanto para a posição de grande deformação como para posição não deformada são determinadas pelas fórmulas (III-2.1) e (III-2.4). A posição relativa dos pontos com seus deslocamentos encontram-se na Figura 4. Os pontos 0 e 16, tanto na posição não deformada, como na de grande deformação, permanecem no mesmo plano horizontal, não sofrendo nenhum desvio angular, o que nos leva a afirmar que êles estão situados no eixo de simetria da seção transversal.

Verifica-se que os pontos situados na parte interna da seção transversal, isto é, pontos mais próximos do eixo de revolução, sofrem um maior afastamento da circunferência de raio R_c , que passa pelos pontos $\alpha = \pm \pi/2$, como mostra a figura 5, afastamento este encontrado teoricamente por SANDER^{9/6/}. A maior deformação meridiana ocorreu na parte interna da membrana.

III-3) - Precisão das medidas

O menor ângulo lido no teodolito é 30"; para uma distância de 1500 mm o erro máximo ocorrido na determinação das coordenadas será

$$\text{tg } 30'' \times 1500 = 0,20 \text{ mm} \quad (\text{III-3.1})$$

Como os alongamentos meridianos são na ordem de 100 mm a precisão para a determinação da razão de extensão na direção meridiana é adequada.

Quanto ao afastamento da curva da circunferência de raio R_c , a precisão é boa, pois o erro não é verificado na locação dos pontos da figura 4, e os afastamentos verificados na experiência são na ordem de 5 mm como mostra a Figura 5.

- IV -

DESCRIÇÃO MATEMÁTICA DA CURVA QUE REPRESENTA O ESTADO
FINAL DE DEFORMAÇÃO

IV-1) - Equação da curva

Plotados os 17 pontos da posição de grande de -
formação, passamos uma curva pelos pontos, e desta curva para
o ajustamento da equação foram levantados 360 pontos de coor-
denadas X, Y.

O raio vetor $\rho = \rho(\alpha)$, Figura 4, pode ser des-
crito pela seguinte fórmula:

$$\rho = A + B \operatorname{sen} \alpha + C \cos^2 \alpha + D \operatorname{sen}^3 \alpha + E \operatorname{sen}^4 \alpha. \quad (\text{IV-1.1})$$

Os valores dos coeficientes da função (IV-1.1), ajustados pe-
lo Método dos Mínimos Quadrados, para os 360 pontos da curva
fornecidos pelo Computador IBM 1130 (Apêndice A) são

$$\begin{aligned} A &= 174.89961767 \\ B &= -3.07015813 \\ C &= 10.73012347 \\ D &= 7.64740866 \\ E &= 6.52012828 \end{aligned} \quad (\text{IV-1.2})$$

A equação (IV-1.1) com os coeficientes (IV-1.2) descreve a me-
nos de 1% de erro a realidade das deformações, é simétrica em
relação ao eixo que passa pelos pontos de $\alpha = \pm \pi/2$ e é tan-
gente ao círculo de raio R_c , em que $\alpha = \pm \pi/2$, satisfazendo,
portanto, tôdas as condições físicas da seção transversal.

O afastamento da equação analítica dos valores
experimentais não foram locados na Figura 4, pois devido ao

êrro ser muito pequeno, praticamente os valores da equação co incidem com os experimentais.

Na equação (IV-1.1) ρ é o raio vetor que tem como ori - gem um ponto situado no eixo de simetria da seção a uma dis - tância R_0 do eixo de revolução e α é o ângulo que forma o raio vetor ρ com o eixo dos Y do sistema cartesiano XOY; α é posi - tivo quando medido no sentido contrário ao movimento dos pon - teiros do relógio. No tampo da câmara onde $R = R_t$, $\alpha = - 0.8339$, no ponto mais próximo do eixo de revolução $\alpha = -\pi/2$ e no mais afastado $\alpha = \pi/2$.

IV-2) - Variação da curvatura

Para o cálculo do raio de curvatura meridiano R^m , utilizamos a expressão do mesmo no sistema polar /9/

$$R^m = \frac{(\rho^2 + \rho'^2)^{3/2}}{\rho^2 + 2\rho'\rho'' - \rho\rho'''} \quad . \quad (IV-2.1)$$

Sendo,

$$\rho' = \frac{d\rho}{d\alpha} \quad (IV-2.2)$$

e

$$\rho'' = \frac{d^2\rho}{d\alpha^2} \quad . \quad (IV-2.3)$$

A variação da curvatura, com o ângulo α está representada na Figura 6. Na representação gráfica dividimos o raio de curva - tura R^m por R_c , o que permite uma análise mais imediata da va - riação da curvatura para a posição grandemente deformada. A variação da curvatura concorda, em parte, com estudo teórico de /5/ e /6/. Verificamos que a curvatura aumenta na parte ex - terna para $20^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ e diminui sensivelmente no tampo da câmara para $10^\circ \geq \alpha \geq 30^\circ$.

Os valores da relação R^m/R_c encontram-se no Apêndice C.

IV-3) - Variação do ângulo θ que a normal forma com o eixo dos Y

O ângulo θ é calculado pela seguinte expressão

/9/:

$$\theta = \text{tg}^{-1} \frac{\rho \text{tg} \alpha - \rho'}{\rho + \rho' \text{tg} \alpha} \quad (\text{IV-3.1})$$

Quando $\theta = 0^\circ$ o valor da variável R, distância de um ponto da seção transversal ao eixo da revolução é igual a R_t , o valor numérico de $R_t = 392,300$, calculado pelo Computador IBM 7044 tem influência muito sensível na determinação das tensões paralelas, que com um R_t não muito exato, pode apresentar descontinuidades na parte superior da seção onde $\alpha \approx 0^\circ$. O cálculo de R_t , pelo Computador IBM 1130, encontra-se no Apêndice B.

- V -

CÁLCULO DOS ESFORÇOS

Tomamos uma faixa de largura unitária e espessura λh , sôbre o meridiano, sendo σ_m a tensão meridiana, definimos como esforço meridiano:

$$N^m = \sigma_m \lambda h$$

Se a faixa de largura unitária estiver sôbre um paralelo, σ_p sendo a tensão paralela, o esforço paralelo fica definido pela seguinte expressão:

$$N^p = \sigma_p \lambda h ,$$

onde

λh é a espessura da membrana na posição de grande deformação.

Por razões de simetria o esforço $N^{mp} = 0$.

V-1) - Determinação dos esforços meridianos

Cortamos o toroide por um plano horizontal mm , perpendicularmente ao eixo de revolução, Figura 2.

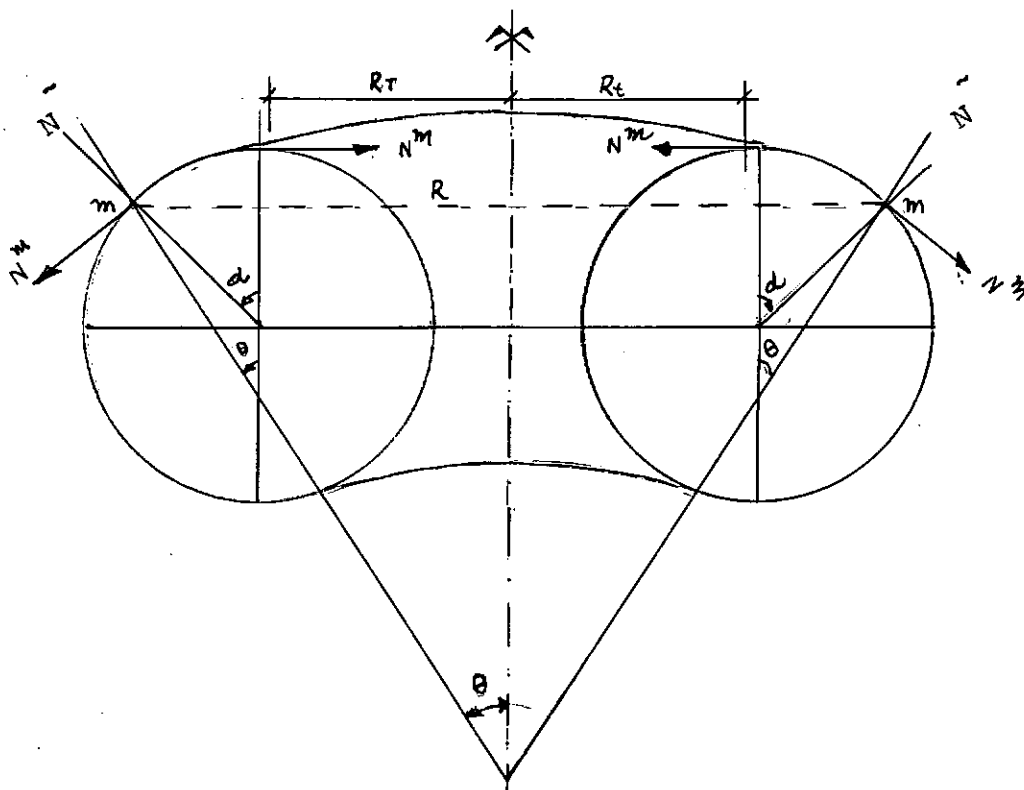


Figura 2

No ponto m o esforço meridiano faz um ângulo de $\Pi/2 - \theta$ com o eixo de revolução. Sendo p a pressão interna, para que a parte superior ao paralelo mm fique em equilíbrio estático vertical, devemos ter que a somatório das projeções dos esforços atuantes na direção vertical sejam igual a zero, logo

$$N^m \sin \theta \cdot 2\pi R - p \pi (R^2 - R_t^2) = 0$$

portanto,

$$N^m = \frac{p (R^2 - R_t^2)}{2 R \sin \theta} \quad (V-1.1)$$

Ao examinarmos a expressão (V-1.1) nota-se que precisamos calcular com grande exatidão o valor de R_t , senão ocorrerá descontinuidades nas proximidades de $\theta = 0$.

V-2) - Determinação dos esforços paralelos

A teoria geral das membranas /4/ nos fornece a seguinte equação de equilíbrio, na direção da normal a curva

$$\frac{N^m}{R^m} + \frac{N^p}{R^p} = p$$

logo,

$$N^p = \left(p - \frac{N^m}{R^m} \right) R^p$$

mas a Figura 2 nos permite escrever

$$R^p = \frac{R}{\sin \theta}$$

logo,

$$N^p = \frac{\left(p - \frac{N^m}{R^m} \right) R}{\sin \theta} \quad (V-2.1)$$

V-3) - Determinação dos esforços meridianos para o toroide de seção circular

As equações (V-1.1) e (V-2.1) são as expressões gerais para a determinação de N^m e N^D , vamos transformá-las, para o toroide de seção circular nas expressões fornecidas pela teoria linear.

De acordo com (V-1.1) N^m pode ser escrita da seguinte maneira:

$$N^m = \frac{p (R + R_t) (R - R_t)}{2 R \operatorname{sen} \theta} . \quad (V-3.1)$$

Se a seção for circular de raio R_c , Figura 3,

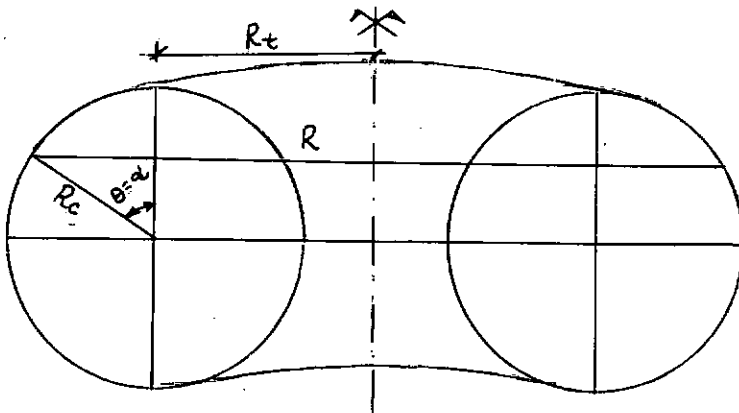


Figura 3

o ângulo $\theta = \alpha$, e além disto,

$$R^m = R_c . \quad (V-3.2)$$

Podemos, pois, escrever

$$R_c = \frac{R - R_t}{\operatorname{sen} \theta} \quad (V-3.3)$$

Levando a expressão (V-3.3) em (V-3.1), teremos:

$$N^m = \frac{p (R + Rt) Rc}{2R}$$

ou ainda

$$N^m = \frac{p Rc}{2} \left(1 + \frac{Rt}{R} \right) \quad (V-3.4)$$

V-4) - Determinação dos esforços paralelos para o toroide de seção circular

Se levarmos (V-1.1) em (V-2.1) teremos que

$$N^p = \frac{pR}{\text{sen}\theta} - \frac{p (R^2 - Rt^2)}{2 R^m \text{sen}^2 \theta} \quad (V-4.1)$$

Substituindo (V-3.2) em (V-4.1) teremos

$$N^p = p \left(\frac{R}{\text{sen}\theta} - \frac{R + Rt}{2 \text{sen}\theta} \right) \quad (V-4.4)$$

$$N^p = p \left(\frac{2R - R - Rt}{2 \text{sen}\theta} \right) \quad (V-4.5)$$

$$N^p = \frac{p}{2} \left(\frac{R - Rt}{\text{sen}\theta} \right) \quad (V-4.6)$$

Levando (V-3.3) em (V-4.6) teremos para N^p a seguinte expressão:

$$N^p = \frac{pRc}{2} \quad (V-4.7)$$

V-5) - Representação gráfica dos esforços

Para representação gráfica das equações (V-1.1), (V-2.1), (V-3.4) e (V-4.7) de maneira adimensional as tensões foram divididas por $p \frac{Rc}{2}$ que é o esforço paralelo da teoria

linear, pois êste é constante para qualquer valor de α .

Na representação gráfica, Figura 7, verificamos que os esforços meridianos da teoria não linear se aproximam dos da teoria linear, sendo que na parte interna da seção transversal são inferiores aos da teoria linear e na externa a partir de $\alpha \approx 30^\circ$ são superiores. A diferença maior é verificada entre os esforços paralelos. Enquanto na teoria linear o esforço paralelo é representado por uma reta e possui um valor constante $\frac{pRc}{2}$ para $\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq -\pi/2$; o esforço paralelo da teoria não linear é representado por uma curva, que chega a ultrapassar os valores dos esforços meridianos, na parte externa da seção transversal da membrana. O valor máximo da tensão paralela pela teoria não linear, ocorre para um valor de α mais ou menos coincidente com o ponto em que o esforço meridiano da teoria linear é igual ao da teoria não linear. Isto vem contrariar o método simplificado de dimensionamento de um toroide pela teoria linear que admite como base de dimensionamento, os esforços meridianos, porque os paralelos sempre são inferiores aos mesmos.

O cálculo das tensões, pelo Computador IBM 1130, encontram-se no Apêndice C.

- IV -

RELAÇÃO NÃO LINEAR ENTRE TENSÕES E DEFORMAÇÕESVI-1) - Função "Energia Potencial" de MOONEY

Os esforços calculados pelas formas (V-1.1) e (V-2.1) são relacionados com as deformações, obtidas experimentalmente, pela relação não linear desenvolvidas para as cascas por J. E. ADKINS /1/, baseada na função "Energia Potencial" sugerida por MOONEY (1940) /2/.

De acôrdo com MOONEY /2/, as propriedades elásticas de um material altamente elástico incompressível e isotrópico no seu estado não deformado, devem ser especificados pela função W "Energia Potencial" que deve ser função dos invariantes das deformações I_1 e I_2 . A forma para função W sugerida por MOONEY, como sendo própria para a descrição das propriedades elásticas da borracha é a seguinte:

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3), \quad (\text{VI-1.1})$$

onde C_1 e C_2 são parâmetros físicos e I_1 e I_2 são os invariantes das deformações. Os invariantes das deformações são definidos em termos das razões de extensão das direções principais λ_m , λ_p e λ_n ,

$$I_1 = (\lambda_m)^2 + (\lambda_p)^2 + (\lambda_n)^2 \quad (\text{VI.1.2})$$

$$I_2 = (\lambda_m)^{-2} + (\lambda_p)^{-2} + (\lambda_n)^{-2} \quad (\text{VI-1.3})$$

VI-2) - Determinação de λ_m , λ_p , λ_n .

As razões λ_m , λ_p e λ_n foram calculadas para os pontos de 1 a 15, cuja posição no estado final de deformação é do estado inicial não deformado, foram determinados experimentalmente, figura 4. A razão de extensão na direção meridiana λ_m^i , no ponto $i, i=1, 2, 3 \dots 15$, é assim deter-

minada.

O arco $i-1, i$ da posição de grande deformação é dividido pelo arco $i-1, 1$ da posição não deformada, o resultado é $\lambda_m^{i-1, i}$. O arco $i, i+1$ da posição de grande deformação é dividido pelo arco $i, i+1$ da posição não deformada o resultado é $\lambda_m^{i, i+1}$. A média aritmética de $\lambda_m^{i-1, i}$ e $\lambda_m^{i, i+1}$ nos fornece λ_m^i , logo

$$\lambda_m^i = \frac{\lambda_m^{i-1, i} + \lambda_m^{i, i+1}}{2} \quad (\text{VI-2.1})$$

A razão de extensão na direção paralela λ_p , é obtida pela relação entre os raios de duas circunferências, situadas em dois planos horizontais, que têm o centro no eixo da revolução. A primeira passando pelo ponto na posição grandemente deformada e a segunda por este mesmo ponto na posição não deformada.

A razão de extensão segundo a espessura foi calculada em função de λ_m e λ_p , pois tratando-se de um material incompressível podemos escrever que

$$\lambda_m \lambda_p \lambda_n = 1 \quad (\text{VI-2.1})$$

logo

$$\lambda_n = \frac{1}{\lambda_m \lambda_p} \quad (\text{VI-2.2})$$

Os valores de λ_m e λ_p encontram-se representados graficamente na Figura 8. O valor máximo de λ_m de seção transversal, foi encontrado na parte externa da seção transversal do toroide, juntamente com o esforço paralelo N^p é mínimo. Para $\alpha \approx 30^\circ$, λ_m e λ_p possuem o mesmo valor, região esta onde N^p assume o valor máximo de N^m da teoria não linear coincide com N^m da teoria linear.

VI-3) - Expressões de N^m e N^p em função de λ_m , λ_p e λ_n

Os esforços N^m e N^p /1/, são calculados em termos de λ_m , λ_p e λ_n para um material altamente elástico, o qual deve ser isotrópico no seu estado não deformado. Para um tal material, as componentes principais das tensões σ_m e σ_p são dadas por RIVLIN (1948) /10/ pelas seguintes expressões analíticas:

$$\sigma_m = 2 (\lambda_m^2 - \lambda_n^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_p^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (\text{VI-3.1})$$

$$\sigma_p = 2 (\lambda_p^2 - \lambda_n^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_m^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right).$$

Após a deformação a espessura h passa para $\lambda_n h$ e obtemos então para (VI-3.1) as seguintes expressões:

$$N^m = \lambda_n h \sigma_m = 2 \lambda_n h (\lambda_m^2 - \lambda_n^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_p^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (\text{VI-3.2})$$

$$N^p = \lambda_n h \sigma_p = 2 \lambda_n h (\lambda_p^2 - \lambda_n^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_m^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right)$$

Se a função "Energia Potencial" W apresentar a forma proposta por MOONEY, isto é,

$$W = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3)$$

Temos $\frac{\partial W}{\partial I_1} = C_1$

$$\frac{\partial W}{\partial I_2} = C_2$$

Levando estes valores nas expressões (VI-3.2) teremos para N^m e N^p as expressões que seguem

$$N^m = 2 \lambda_n h (\lambda_m^2 - \lambda_n^2) (C_1 + \lambda_p^2 C_2) \quad (\text{VI-3.3})$$

$$N^p = 2 \lambda_n h (\lambda_p^2 - \lambda_n^2) (C_1 + \lambda_m^2 C_2)$$

VI-4) - Expressões dos parâmetros físicos C₁ e C₂

Das expressões (VI-3.3) podemos tirar os valores das constantes C₁ e C₂. Da primeira equação (VI-3.3) temos

$$C_1 = \frac{N^m}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_n^2)} - \lambda_p^2 C_2 \quad (\text{VI-4.1})$$

Substituindo (VI-4.1) na segunda equação (VI-3.3), teremos

$$N^p = 2 \lambda_{nh} (\lambda_p^2 - \lambda_n^2) \left(\frac{N^m}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_n^2)} - \lambda_p^2 C_2 + \lambda_m^2 C_2 \right)$$

$$C_2 (\lambda_m^2 - \lambda_p^2) = \frac{N^p}{2 \lambda_{nh} (\lambda_p^2 - \lambda_n^2)} - \frac{N^m}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_n^2)}$$

portanto

$$C_2 = \frac{1}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_p^2)} \left(\frac{N^p}{\lambda_p^2 - \lambda_n^2} - \frac{N^m}{\lambda_m^2 - \lambda_n^2} \right) \quad (\text{VI-4.2})$$

Levando (VI-4.2) em (VI-4.1), temos

$$C_1 = \frac{N^m}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_n^2)} - \lambda_p^2 \left\{ \frac{1}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_p^2)} \left[\frac{N^p}{\lambda_p^2 - \lambda_n^2} - \frac{N^m}{\lambda_m^2 - \lambda_n^2} \right] \right\}$$

$$= \frac{1}{2 \lambda_{nh}} \left[\frac{N^m (\lambda_m^2 - \lambda_p^2) + N^m \lambda_p^2}{(\lambda_m^2 - \lambda_n^2) (\lambda_m^2 - \lambda_p^2)} - \frac{\lambda_p^2 N^p}{(\lambda_m^2 - \lambda_n^2) (\lambda_p^2 - \lambda_n^2)} \right]$$

portanto

$$C_1 = \frac{1}{2 \lambda_{nh} (\lambda_m^2 - \lambda_p^2)} \left(\frac{N^m \lambda_m^2}{(\lambda_m^2 - \lambda_n^2)} - \frac{N^p \lambda_p^2}{(\lambda_p^2 - \lambda_n^2)} \right) \quad (\text{VI-4.3})$$

VI-5) - Relação C₂/C₁ em função dos esforços, λ_m e λ_p

Para determinação da relação C₂/C₁ devemos dividir a expressão (VI-4.2) por (VI-4.3)

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\frac{N^p}{\lambda_p^2 - \lambda_n^2} - \frac{N^m}{\lambda_m^2 - \lambda_n^2}}{\frac{N^m \lambda_m^2}{\lambda_m^2 - \lambda_n^2} - \frac{N^p \lambda_p^2}{\lambda_p^2 - \lambda_n^2}} = \frac{N^p (\lambda_m^2 - \lambda_n^2) - N^m (\lambda_p^2 - \lambda_n^2)}{N^m \lambda_m^2 (\lambda_p^2 - \lambda_n^2) - \lambda_p^2 N^p (\lambda_m^2 - \lambda_n^2)}$$

Substituindo a expressão (VI-2.2) em (VI-5.1), teremos

$$\begin{aligned} \frac{C_2}{C_1} &= \frac{N^p \left(\lambda_m^2 - \frac{1}{\lambda_m^2 \lambda_p^2} \right) - N^m \left(\lambda_p^2 - \frac{1}{\lambda_m^2 \lambda_p^2} \right)}{N^m \lambda_m^2 \left(\lambda_p^2 - \frac{1}{\lambda_m^2 \lambda_p^2} \right) - \lambda_p^2 N^p \left(\lambda_m^2 - \frac{1}{\lambda_m^2 \lambda_p^2} \right)} \\ &= \frac{N^p \lambda_m^4 \lambda_p^2 - N^p - N^m \lambda_p^4 \lambda_m^2 + N^m}{N^m \lambda_m^4 \lambda_p^4 - N^m \lambda_m^2 - N^p \lambda_p^4 \lambda_m^4 + N^p \lambda_p^2} \end{aligned} \quad (VI-5.2)$$

A relação C_2/C_1 calculada para os pontos 1 a 15 da experiência está representada na figura 8, os valores são consistentes com os obtidos em /8/, excepto entre os pontos 4 e 8 onde foi feita uma concordância gráfica.

O cálculo da relação C_2/C_1 encontra-se no Apêndice D.

- VII -

C O N C L U S Õ E S

Estudou-se, através das experiências realizadas em uma câmara de borracha, a relação não linear entre tensões e deformações de uma membrana toroidal, submetida à ação de uma pressão interna p .

Concluiu-se, através de resultados experimentais, que a forma da seção transversal de um toroide é diferente para cada estado de deformação, apresentando a forma de uma curva fechada com maior afastamento da circunferência na parte interna, no estado de grande deformação. A curva que representa a posição grandemente deformada, possui uma curvatura maior na parte externa da seção transversal, havendo uma diminuição de curva na parte interna. A deformação meridiana λ_m é máxima onde $\alpha = +\pi/2$, possui o mesmo valor que a deformação paralela λ_p no ponto para o qual a tensão paralela é máxima.

Conclui-se que as tensões meridianas da teoria não linear são, aproximadamente, iguais aos da teoria linear, sendo menores na parte interna da seção transversal. As tensões paralelas, têm grande importância no dimensionamento, pois na parte externa ultrapassam as tensões meridianas, assumindo um valor duas vezes maior que o fornecido pela teoria linear.

A relação dos parâmetros físicos C_2/C_1 da função W "Energia Potencial" proposta por MOONEY (1940) /2/ e desenvolvida para as cascas por ADKINS /1/, é muito próxima às encontradas no trabalho de J. E. ADKINS e R. S. RIVLIN /1/. Provou-se assim que o caminhar imposto neste trabalho, para determinação da relação não linear entre tensões e deformações é válido, e o resultado do estudo das tensões e deformações e suas

relações através das fórmulas /1/, serão mais exatos se a precisão da experiência for aumentada, assim como o ajustamento da curva que representa o estado de grande deformação for melhorado.

O comportamento de C2/C1 achado, é muito semelhante a /1/, na maior parte da seção transversal do toroide tem um valor na ordem de 0.1 . Na parte externa, onde a deformação meridiana é muito maior que a paralela, o material tende a comportar-se como um material Neo-Hookeano, o que se verifica também nos trabalhos /1/ e /8/.

N O M E N C L A T U R A

α	ângulo entre o raio vetor e o eixo dos Y
α_i	ângulo horizontal lido no teodolito
β_i	ângulo vertical lido no teodolito
λ_m	razão de extensão na direção meridiana
λ_p	razão de extensão na direção paralela
λ_n	razão de extensão segundo a espessura
ρ	raio vetor
σ_m	tensão meridiana
σ_p	tensão paralela
τ_{mp}	tensão tangencial
θ	ângulo que a normal forma com o eixo de revolução
C_2	parâmetro físico da função W
C_1	parâmetro físico da função W
h	espessura da membrana no estado não deformado
I_1	primeiro invariante das deformações
I_2	segundo invariante das deformações
N^m	esforço meridiano
N^p	esforço paralelo
N^{mp}	esforço devido à tensão τ_{mp}
R_c	raio da circunferência que passa pelos pontos onde $\alpha = \pm \pi/2$
R	distância de um ponto da seção transversal ao eixo de revolução
R_t	distância do ponto onde $\theta = 0$ ao eixo de revolução
R^m	raio de curvatura meridiana
R^p	raio de curvatura paralela
X_i	Abcissa do ponto P_i
Y_i	ordenada do ponto P_i
W	função "Energia Potencial"

B I B L I O G R A F I A

- 1- J. E. ADKINS and R. S. RIVLIN, 1952, Phil Trans. 244A, 505.
- 2- MOONEY, 1940, J. Appl. Phys., 11M, 582
- 3- TIMOSHENKO, 1940, Teory of Plats and Shells (McGraw-Hill Book Co., Inc., New York,) cop X.
- 4- W. FLUGGE, 1960, Stress in Shells, 99.
- 5- JORDAN, P. F., 1962, "Stresses and deformations of the thin-walled pressurized torus", J. Aerospace Sci., 29, 213.
- 6- J. LYELL SANDERS JR. and ATIS A. LIEPINS, 1963, AIAA Journal, 1, 2105.
- 7- R. S. RIVLIN, 1949, Phil Trans. 242A, 173.
- 8- R. S. RIVLIN and THOMAS, 1951, Phil Trans, 243A, 289.
- 9- N. PISKUNOV, Differential and Integral calculus, Mir Published Moscow, 216.
- 10- R. S. RIVLIN, 1948, Phil Trans., 241A, 379.

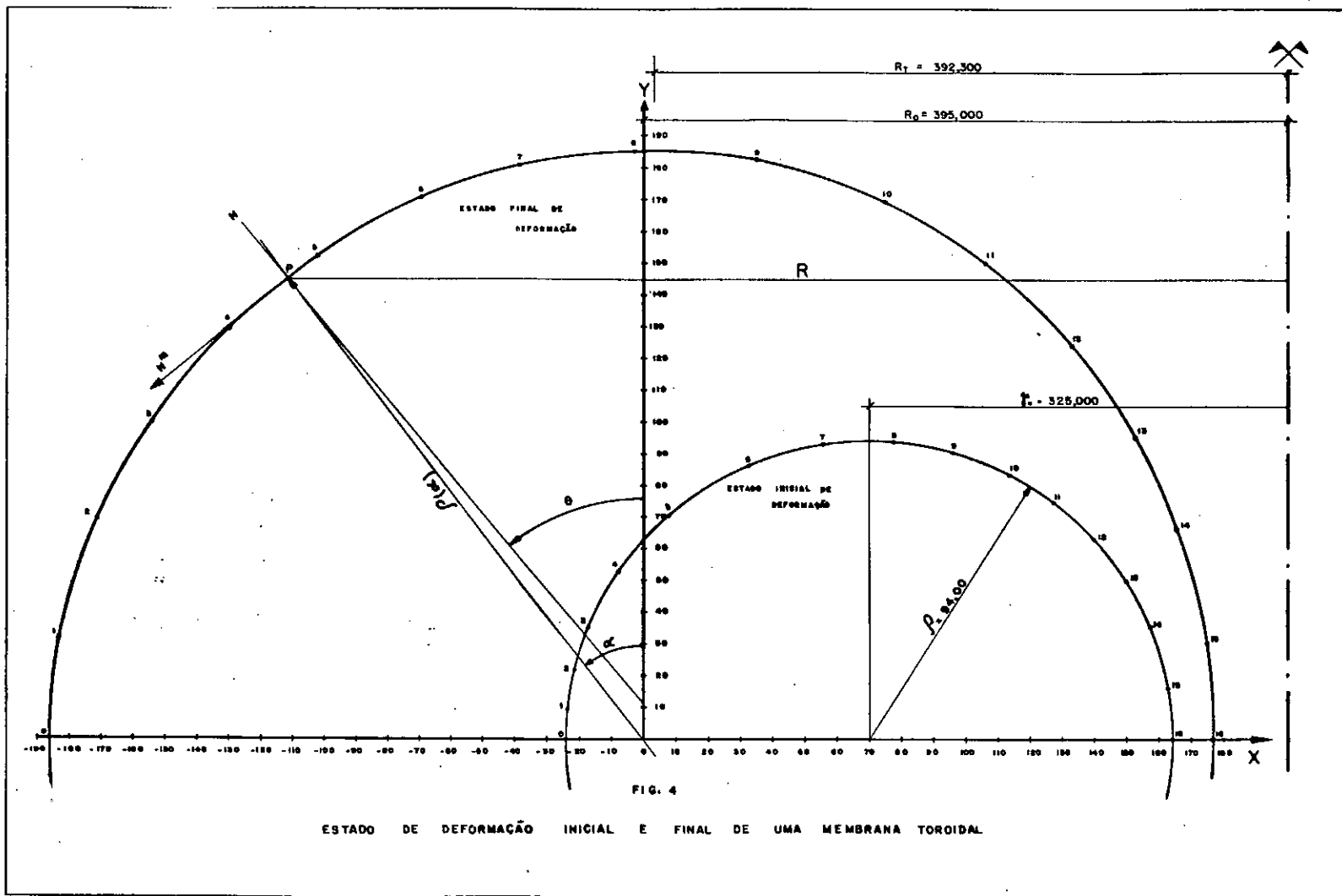


FIG. 4

ESTADO DE DEFORMAÇÃO INICIAL E FINAL DE UMA MEMBRANA TOROIDAL

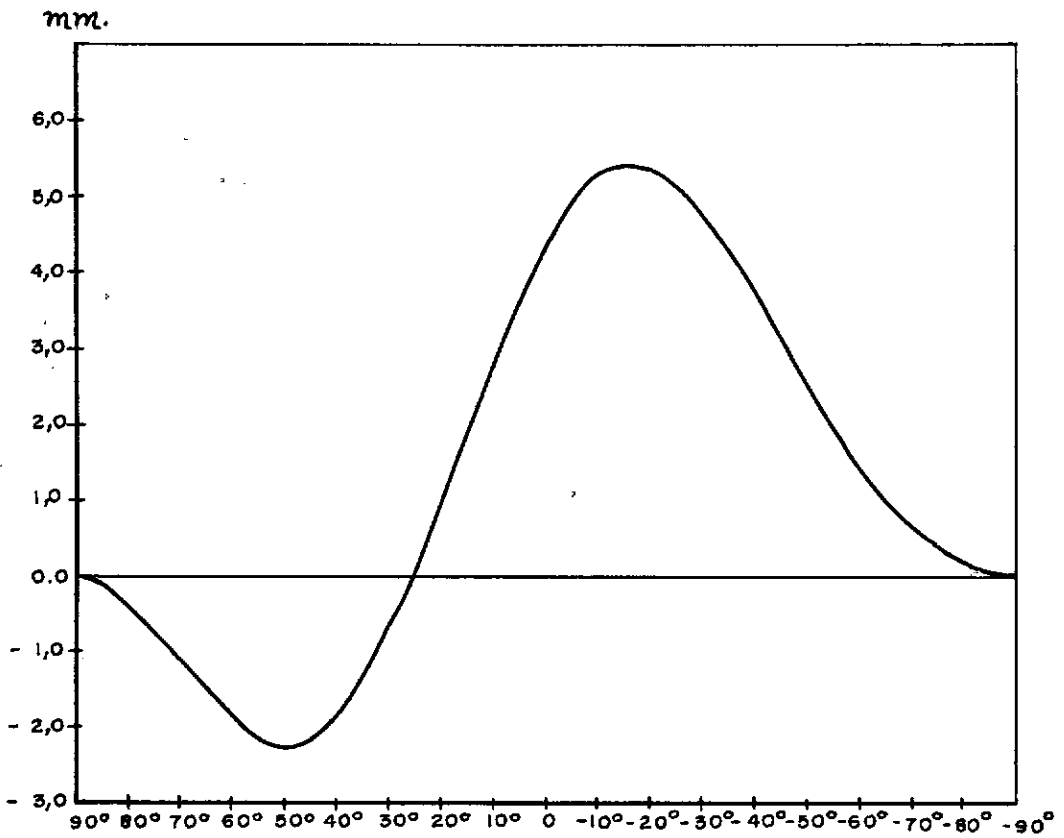


FIG. 5

Afastamento entre a curva deformada e o círculo de raio R_c .

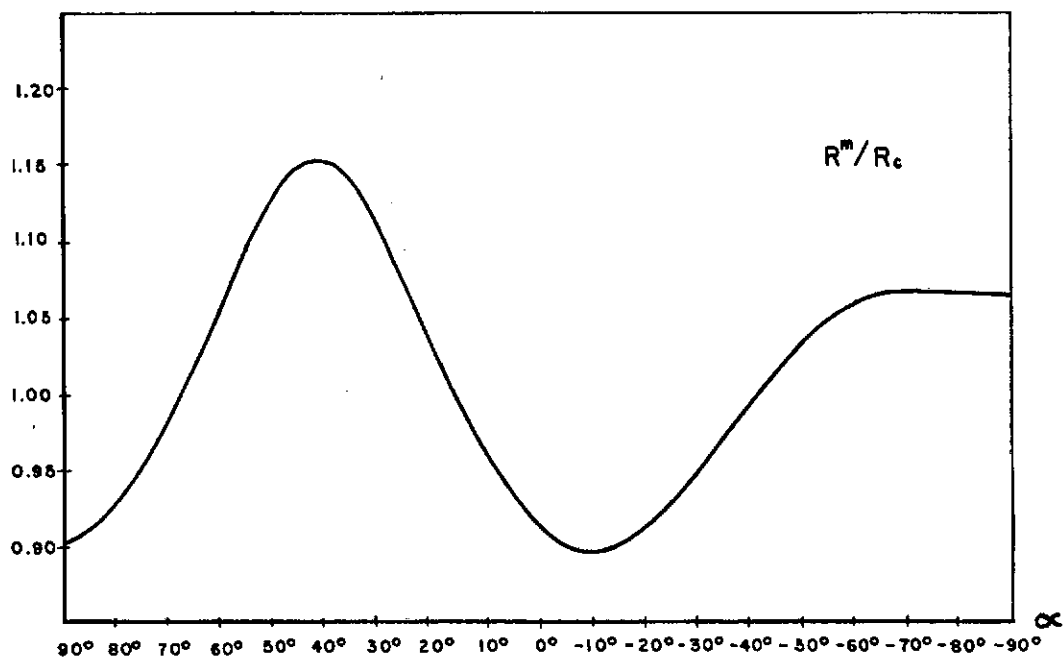


FIG. 6

VARIACÃO DO RAIÃO DE CURVATURA

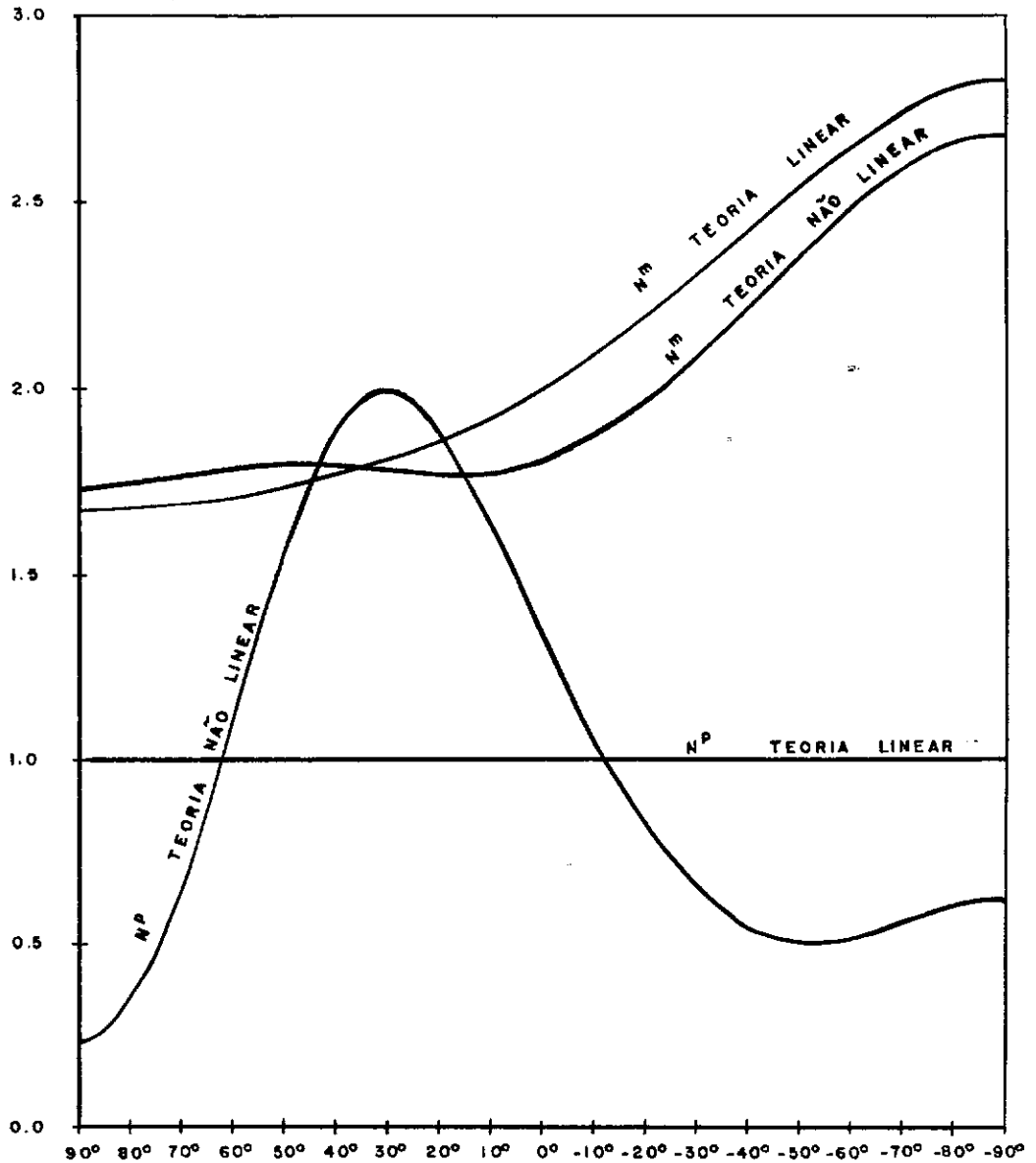


FIG.7

ESFORÇOS MERIDIANOS E PARALELOS

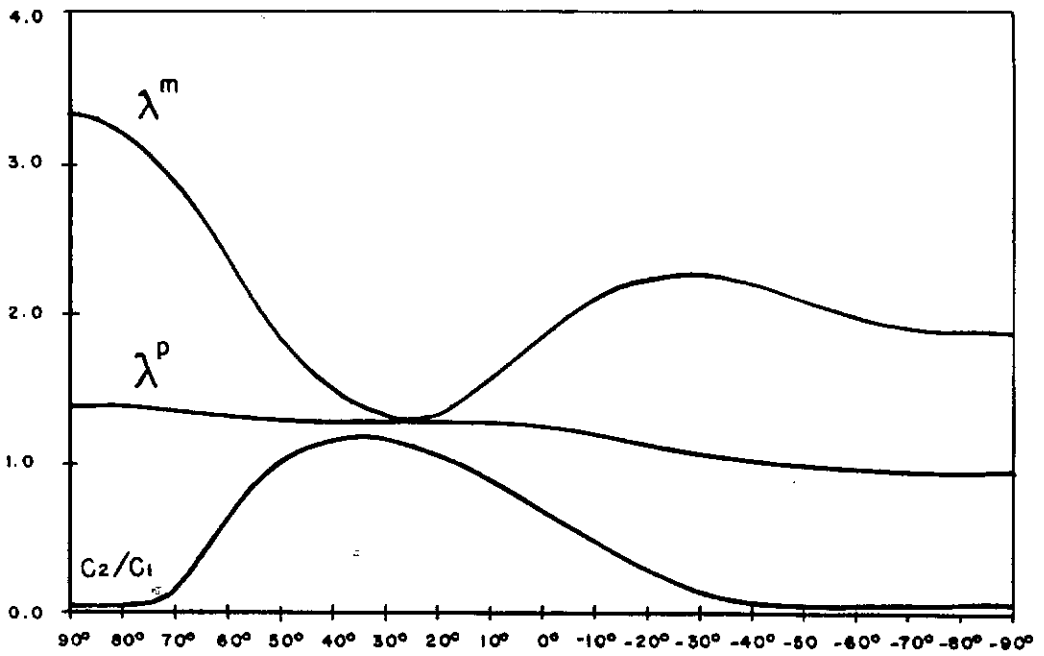


FIG.8

VARIAÇÃO DE

 λ_m, λ_p e C_2/C_1

APÊNDICE A

// JOB T 00FF 10FF

A 715002

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
		2012	0002

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR UBIRAJARA FLORES AJUSTAMENTO

*IOCS(2501READER,1403PRINTER)

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

*EXTENDED PRECISION

DIMENSION A(5,5),Y(400),B(5)

READ(8,10)(Y(I),I=1,361)

10 FORMAT(16F5.1)

X=-186.

DO 19 I=1,5

DO 19 J=1,5

A(I,J)=0.

19 B(J)=0.

DO 20 J=1,361

X=X+1.

TETA=ATAN(-X/Y(J))

XMOD=ABS(SQRT(X**2+Y(J)**2))

AA=SIN(TETA)

BB=COS(TETA)**2

CC=SIN(TETA)**3

DD=SIN(TETA)**4

A(1,1)=361.

A(2,1)=A(2,1)+AA

A(3,1)=A(3,1)+BB

A(4,1)=A(4,1)+CC

A(5,1)=A(5,1)+DD

A(1,2)=A(2,1)

A(2,2)=A(2,2)+AA*AA

A(3,2)=A(3,2)+AA*BB

A(4,2)=A(4,2)+AA*CC

A(5,2)=A(5,2)+AA*DD

A(1,3)=A(3,1)

A(2,3)=A(3,2)

A(3,3)=A(3,3)+BB*BB

A(4,3)=A(4,3)+BB*CC

A(5,3)=A(5,3)+BB*DD

A(1,4)=A(4,1)

A(2,4)=A(4,2)

A(3,4)=A(4,3)

A(4,4)=A(4,4)+CC*CC

A(5,4)=A(5,4)+CC*DD

A(1,5)=A(5,1)

A(2,5)=A(5,2)

A(3,5)=A(5,3)

A(4,5)=A(5,4)

A(5,5)=A(5,5)+DD*DD

B(1)=B(1)+XMOD

B(2)=B(2)+XMOD*AA

B(3)=B(3)+XMOD*BB

B(4)=B(4)+XMOD*CC

20 B(5)=B(5)+XMOD*DD

CALL SIMQ(A,B,5,KS)

```

WRITE(5,500)B
500 FORMAT(2X,'A='F14.8,'B='F14.8,'C='F14.8,/,
1' D='F14.8,'E='F14.8)
WRITE(5,100)
100 FORMAT('L',,ALFA,X,Y,RAIO VETOR,TETA')
PI=3.141592653
TETA=PI/2.+PI/180.
DU 60 J=1,181
PI=3.141592653
TETA=TETA-PI/180.
TETAM=180.*TETA/3.141592653
X1=B(1)+B(2)*SIN(TETA)+B(3)*COS(TETA)**2+B(4)
1*SIN(TETA)**3+B(5)*SIN(TETA)**4
X=-(X1*SIN(TETA))
VY=X1*COS(TETA)
S1=B(2)*COS(TETA)
S2=-2*B(3)*COS(TETA)*SIN(TETA)
S3=3*B(4)*SIN(TETA)**2*COS(TETA)
S4=4*B(5)*SIN(TETA)**3*COS(TETA)
DERI1=S1+S2+S3+S4
D1=-B(2)*SIN(TETA)
D2=-2*B(3)*(COS(TETA)**2-SIN(TETA)**2)
D3=3*B(4)*(2*SIN(TETA)*COS(TETA)**2-SIN(TET
1A)**3)
D4=4*B(5)*(3*SIN(TETA)**2*COS(TETA)**2-SIN(
1TETA)**4)
DERI2=D1+D2+D3+D4
R2=X1**2
DR2=DERI1**2
RCURV=ABS(SQRT((DR2+R2)**3))/(2*DR2-X1*(DER
1I2-X1))
CURV=1./RCURV
RT=392.300
RI=395.-X
TET=ATAN((X1*(SIN(TETA)/COS(TETA))-DERI1)/(
1X1+DERI1*(SIN(TETA)/COS(TETA))))
TNM=(RI**2-RT**2)/(2.*RI*SIN(TET))
TNP=(1-TNM*CURV)*RI/SIN(TET)
TETAG=180.*TET/3.1416
TNM1=TNM/90.7095
TNP1=TNP/90.7095
TCURV=RCURV/181.419
ROM=SQRT((X+4.577)**2+VY**2)
ROM1=ROM/181.419
TNML=90.7095*(1.+399.577/RI)
TNML1=TNML/90.7095
WRITE(5,5000)TETAM,X,VY,X1,TETAG
5000 FORMAT(5F10.3)
60 CONTINUE
CALL EXIT
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 1438 PROGRAM 1148

END OF COMPILATION

• // XEQ

A=	174.89961767B=	-3.07015813C=	10.73012347
D=	7.64740866E=	6.52012828	

ALFA, X, Y, RAIO VETOR, TETA

90.000	-185.996	0.000	185.996	89.999
89.000	-185.964	3.246	185.993	88.868
88.000	-185.868	6.490	185.982	87.737
87.000	-185.708	9.732	185.963	86.607
86.000	-185.484	12.970	185.937	85.478
85.000	-185.197	16.202	185.904	84.352
84.000	-184.846	19.428	185.864	83.228
83.000	-184.432	22.645	185.817	82.108
82.000	-183.955	25.853	185.763	80.991
81.000	-183.416	29.050	185.703	79.878
80.000	-182.816	32.235	185.636	78.769
79.000	-182.154	35.407	185.564	77.666
78.000	-181.432	38.564	185.485	76.568
77.000	-180.650	41.706	185.402	75.475
76.000	-179.809	44.831	185.313	74.389
75.000	-178.909	47.938	185.220	73.310
74.000	-177.951	51.026	185.123	72.237
73.000	-176.937	54.095	185.022	71.171
72.000	-175.866	57.142	184.917	70.113
71.000	-174.740	60.168	184.809	69.063
70.000	-173.560	63.170	184.699	68.020
69.000	-172.326	66.150	184.586	66.985
68.000	-171.040	69.104	184.472	65.959
67.000	-169.702	72.034	184.357	64.941
66.000	-168.313	74.937	184.241	63.931
65.000	-166.874	77.814	184.125	62.930
64.000	-165.386	80.664	184.009	61.938
63.000	-163.851	83.486	183.894	60.953
62.000	-162.268	86.279	183.780	59.978
61.000	-160.639	89.044	183.668	59.010
60.000	-158.965	91.779	183.558	58.051
59.000	-157.247	94.483	183.450	57.099
58.000	-155.485	97.158	183.345	56.156
57.000	-153.681	99.802	183.244	55.220
56.000	-151.835	102.414	183.147	54.291
55.000	-149.949	104.995	183.053	53.370
54.000	-148.022	107.544	182.965	52.455
53.000	-146.055	110.061	182.881	51.546
52.000	-144.051	112.545	182.803	50.644
51.000	-142.008	114.996	182.730	49.747
50.000	-139.928	117.414	182.664	48.855
49.000	-137.812	119.798	182.603	47.968
48.000	-135.660	122.149	182.549	47.085
47.000	-133.473	124.466	182.501	46.205
46.000	-131.251	126.748	182.461	45.329
45.000	-128.995	128.995	182.427	44.456
44.000	-126.706	131.208	182.400	43.585
43.000	-124.383	133.385	182.381	42.715
42.000	-122.028	135.526	182.369	41.846
41.000	-119.641	137.632	182.364	40.978
40.000	-117.223	139.701	182.366	40.110
39.000	-114.773	141.733	182.376	39.241
38.000	-112.292	143.728	182.393	38.371
37.000	-109.781	145.685	182.417	37.499
36.000	-107.240	147.604	182.449	36.625
35.000	-104.670	149.484	182.487	35.748
34.000	-102.070	151.326	182.532	34.868
33.000	-99.442	153.127	182.583	33.983
32.000	-96.785	154.889	182.641	33.095
31.000	-94.100	156.609	182.705	32.202
30.000	-91.387	158.288	182.775	31.304
29.000	-88.647	159.925	182.850	30.400

28.000	-85.881	161.518	182.931	29.490
27.000	-83.087	163.069	183.016	28.573
26.000	-80.268	164.575	183.106	27.650
25.000	-77.424	166.036	183.201	26.720
24.000	-74.554	167.451	183.298	25.783
23.000	-71.660	168.820	183.400	24.838
22.000	-68.741	170.142	183.504	23.886
21.000	-65.800	171.415	183.610	22.926
20.000	-62.835	172.640	183.719	21.957
19.000	-59.849	173.814	183.830	20.981
18.000	-56.841	174.938	183.941	19.996
17.000	-53.812	176.011	184.053	19.003
16.000	-50.763	177.031	184.166	18.001
15.000	-47.694	177.999	184.278	16.991
14.000	-44.607	178.912	184.389	15.973
13.000	-41.503	179.771	184.499	14.947
12.000	-38.382	180.574	184.608	13.913
11.000	-35.245	181.321	184.715	12.871
10.000	-32.093	182.011	184.819	11.821
9.000	-28.927	182.643	184.920	10.763
8.000	-25.749	183.217	185.017	9.699
7.000	-22.559	183.731	185.111	8.627
6.000	-19.358	184.186	185.201	7.548
5.000	-16.148	184.581	185.286	6.462
4.000	-12.930	184.914	185.366	5.370
3.000	-9.705	185.186	185.440	4.273
2.000	-6.474	185.396	185.509	3.169
1.000	-3.238	185.544	185.572	2.061
0.000	-0.000	185.629	185.629	0.947
-0.999	3.240	185.651	185.680	-0.170
-1.999	6.481	185.610	185.723	-1.292
-2.999	9.721	185.505	185.759	-2.418
-3.999	12.960	185.336	185.789	-3.547
-4.999	16.194	185.104	185.811	-4.679
-5.999	19.424	184.807	185.825	-5.814
-6.999	22.647	184.446	185.832	-6.950
-7.999	25.862	184.022	185.831	-8.088
-8.999	29.068	183.534	185.822	-9.227
-9.999	32.264	182.982	185.805	-10.367
-10.999	35.448	182.367	185.780	-11.508
-11.999	38.619	181.688	185.747	-12.648
-12.999	41.774	180.947	185.707	-13.787
-13.999	44.914	180.143	185.658	-14.926
-14.999	48.037	179.278	185.602	-16.064
-15.999	51.141	178.350	185.538	-17.199
-16.999	54.225	177.362	185.466	-18.333
-17.999	57.287	176.314	185.387	-19.464
-18.999	60.328	175.205	185.301	-20.592
-19.999	63.344	174.038	185.207	-21.717
-20.999	66.336	172.812	185.107	-22.839
-21.999	69.302	171.529	185.000	-23.956
-22.999	72.241	170.189	184.886	-25.070
-23.999	75.151	168.793	184.767	-26.179
-24.999	78.032	167.342	184.641	-27.284
-25.999	80.883	165.836	184.510	-28.384
-26.999	83.703	164.277	184.373	-29.479
-27.999	86.491	162.666	184.231	-30.569
-28.999	89.246	161.004	184.084	-31.653
-29.999	91.966	159.291	183.933	-32.732
-30.999	94.653	157.529	183.778	-33.805
-31.999	97.303	155.718	183.619	-34.872
-32.999	99.917	153.860	183.457	-35.933
-33.999	102.495	151.955	183.291	-36.988

-34.999	105.035	150.005	183.123	-38.038
-35.999	107.536	148.011	182.952	-39.081
-36.999	109.999	145.974	182.779	-40.118
-37.999	112.422	143.894	182.604	-41.149
-38.999	114.806	141.773	182.428	-42.174
-39.999	117.149	139.612	182.251	-43.193
-40.999	119.451	137.412	182.073	-44.207
-41.999	121.712	135.174	181.895	-45.214
-42.999	123.931	132.899	181.717	-46.216
-43.999	126.107	130.588	181.539	-47.212
-44.999	128.242	128.242	181.361	-48.203
-45.999	130.333	125.861	181.185	-49.188
-46.999	132.382	123.448	181.009	-50.168
-47.999	134.386	121.002	180.835	-51.143
-48.999	136.348	118.525	180.662	-52.114
-49.999	138.265	116.018	180.492	-53.079
-50.999	140.138	113.481	180.324	-54.040
-51.999	141.966	110.916	180.158	-54.997
-52.999	143.750	108.323	179.994	-55.950
-53.999	145.489	105.703	179.834	-56.899
-54.999	147.182	103.058	179.676	-57.844
-55.999	148.831	100.387	179.522	-58.786
-56.999	150.433	97.692	179.371	-59.725
-57.999	151.991	94.974	179.224	-60.661
-58.999	153.502	92.233	179.081	-61.594
-59.999	154.967	89.470	178.941	-62.524
-60.999	156.386	86.686	178.805	-63.452
-61.999	157.759	83.882	178.674	-64.378
-62.999	159.086	81.058	178.546	-65.302
-63.999	160.365	78.215	178.423	-66.225
-64.999	161.598	75.354	178.304	-67.145
-65.999	162.784	72.476	178.190	-68.064
-66.999	163.923	69.581	178.080	-68.983
-67.999	165.015	66.670	177.975	-69.900
-68.999	166.059	63.744	177.874	-70.816
-69.999	167.056	60.803	177.778	-71.731
-70.999	168.006	57.849	177.686	-72.646
-71.999	168.907	54.881	177.599	-73.560
-72.999	169.761	51.901	177.517	-74.473
-73.999	170.566	48.909	177.440	-75.387
-74.999	171.324	45.906	177.367	-76.300
-75.999	172.033	42.892	177.299	-77.213
-76.999	172.694	39.869	177.236	-78.126
-77.999	173.306	36.837	177.178	-79.039
-78.999	173.870	33.796	177.124	-79.952
-79.999	174.385	30.748	177.075	-80.865
-80.999	174.851	27.693	177.031	-81.778
-81.999	175.268	24.632	176.991	-82.691
-82.999	175.637	21.565	176.956	-83.604
-83.999	175.956	18.493	176.926	-84.518
-84.999	176.227	15.417	176.900	-85.431
-85.999	176.448	12.338	176.879	-86.345
-86.999	176.621	9.256	176.863	-87.258
-87.999	176.744	6.172	176.851	-88.172
-88.999	176.817	3.086	176.844	-89.086
-89.999	176.842	0.000	176.842	-89.999

APÉNDICE B

// JOB T 00FF 10FF

A 715002

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
		2012	0002

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR UBIRAJARA FLORES

*IOCS(2501READER,1403PRINTER)

*LIST SOURCE PROGRAM

*EXTENDED PRECISION

C DETERMINACAO DO 'RT'

WRITE(5,42)

42 FORMAT('1','ALFA,RO,TETA,R')

A = 174.89961767

B = -3.07015813

C = 10.73012347

D = 7.64740866

E = 6.52012828

PI = 3.141592653

ALFA=2.*PI/180.+PI/2160.

DO 60 I=1,49

ALFA = ALFA-PI/2160.

GALFA = 180.*ALFA/PI

RO=A+B*SIN(ALFA)+C*COS(ALFA)**2+D*SIN(ALFA)**

13+E*SIN(ALFA)**4

S1=B*COS(ALFA)

S2 = -2.*C*COS(ALFA)*SIN(ALFA)

S3 = 3.*D*SIN(ALFA)**2*COS(ALFA)

S4 = 4.*E*SIN(ALFA)**3*COS(ALFA)

DERI1 = S1 + S2 + S3 + S4

TETA = ATAN((RO*(SIN(ALFA)/COS(ALFA))-DERI1)/

1*(RO+DERI1*(SIN(ALFA)/COS(ALFA))))

R = 395. + RO*SIN(ALFA)

60 WRITE(5,5)GALFA,RO,TETA,R

5 FORMAT(4F12.3)

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

EXTENDED PRECISION

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON 0 VARIABLES 64 PROGRAM 350

END OF COMPIATION

// XEQ

ALFA,RO,TETA,R

2.000	185.509	0.055	401.474
1.916	185.515	0.053	401.204
1.833	185.520	0.052	400.935
1.750	185.526	0.050	400.665
1.666	185.531	0.048	400.396
1.583	185.536	0.047	400.126
1.500	185.542	0.045	399.856
1.416	185.547	0.044	399.587
1.333	185.552	0.042	399.317
1.250	185.557	0.040	399.047
1.166	185.562	0.039	398.778
1.083	185.567	0.037	398.508
1.000	185.572	0.035	398.238
0.916	185.577	0.034	397.968
0.833	185.582	0.032	397.699
0.750	185.587	0.031	397.429
0.666	185.592	0.029	397.159
0.583	185.597	0.027	396.889
0.500	185.602	0.026	396.619
0.416	185.606	0.024	396.349
0.333	185.611	0.023	396.079
0.250	185.616	0.021	395.809
0.166	185.620	0.019	395.539
0.083	185.625	0.018	395.269
0.000	185.629	0.016	395.000
-0.083	185.634	0.014	394.730
-0.166	185.638	0.013	394.460
-0.249	185.642	0.011	394.189
-0.333	185.647	0.010	393.919
-0.416	185.651	0.008	393.649
-0.499	185.655	0.006	393.379
-0.583	185.659	0.005	393.109
-0.666	185.663	0.003	392.839
-0.749	185.668	0.001	392.569
-0.833	185.672	0.000	392.299
-0.916	185.676	-0.001	392.029
-0.999	185.680	-0.002	391.759
-1.083	185.683	-0.004	391.489
-1.166	185.687	-0.006	391.219
-1.249	185.691	-0.007	390.949
-1.333	185.695	-0.009	390.679
-1.416	185.698	-0.011	390.408
-1.499	185.702	-0.012	390.138
-1.583	185.706	-0.014	389.868
-1.666	185.709	-0.016	389.598
-1.749	185.713	-0.017	389.328
-1.833	185.716	-0.019	389.058
-1.916	185.720	-0.020	388.788
-1.999	185.723	-0.022	388.518

A P P E N D I C E C

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
		2012	0002

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

```
// FOR UBIRAJARA FLORES
*IOCS(2501READER,1403PRINTER)
*LIST SOURCE PROGRAM
*EXTENDED PRECISION
C DETERMINACAC DOS ELEMENTOS PARA OS GRAFICOS
  DIMENSION B(5)
  WRITE(5,4000)
4000 FORMAT('1','ALFA,VAR.,CURV,TENS.,MER.,PAR.,MERC.L.')
```

$$B(1)=174.89961767$$

$$B(2)=-3.07015813$$

$$B(3)=10.73012347$$

$$B(4)=7.64740866$$

$$B(5)=6.52012828$$

$$PI=3.141592653$$

$$TETA=PI/2.+PI/180.$$

$$DO 60 J=1,181$$

$$PI=3.141592653$$

$$TETA=TETA-PI/180.$$

$$TETAM=180.*TETA/3.141592653$$

$$X1=B(1)+B(2)*SIN(TETA)+B(3)*COS(TETA)**2+B(4)$$

$$I*SIN(TETA)**3+B(5)*SIN(TETA)**4$$

$$X=-(X1*SIN(TETA))$$

$$VY=X1*CJS(TETA)$$

$$S1=B(2)*COS(TETA)$$

$$S2=-2*B(3)*COS(TETA)*SIN(TETA)$$

$$S3=3*B(4)*SIN(TETA)**2*COS(TETA)$$

$$S4=4*B(5)*SIN(TETA)**3*COS(TETA)$$

$$DERI1=S1+S2+S3+S4$$

$$D1=-B(2)*SIN(TETA)$$

$$D2=-2*B(3)*(COS(TETA)**2-SIN(TETA)**2)$$

$$D3=3*B(4)*(2*SIN(TETA)*COS(TETA)**2-SIN(TET$$

$$IA)**3)$$

$$D4=4*B(5)*(3*SIN(TETA)**2*COS(TETA)**2-SIN($$

$$ITETA)**4)$$

$$DERI2=D1+D2+D3+D4$$

$$R2=X1**2$$

$$DR2=DERI1**2$$

$$RCURV=ABS(SQRT((DR2+R2)**3))/(2*DR2-X1*(DER$$

$$I12-X1))$$

$$CURV=1./RCURV$$

$$RT=392.300$$

$$RI=395.-X$$

$$TET=ATAN((X1*(SIN(TETA)/COS(TETA))-DERI1)/(($$

$$IX1+DERI1*(SIN(TETA)/COS(TETA))))$$

$$TNM=(RI**2-RT**2)/(2.*RI*SIN(TET))$$

$$TNP=(1-TNM*CURV)*RI/SIN(TET)$$

$$TETAG=180.*TET/3.1416$$

$$TNM1=TNM/90.7095$$

$$TNP1=TNP/90.7095$$

$$TCURV=RCURV/181.419$$

$$ROM=SQRT((X+4.577)**2+VY**2)$$

$$VAR=ROM-181.419$$

```
ROM1=ROM/181.419
TNML=90.7095*(1.+399.577/RI)
TNML1=TNML/90.7095
WRITE(5,5000)TETAM,VAR,TCURV,TNMI,TNPI,TNML1
5000 FORMAT(6F9.4)
60 CONTINUE
CALL EXIT
END
```

FEATURES SUPPORTED
EXTENDED PRECISION
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 140 PROGRAM 744

END OF COMPILATION

// XEQ

ALFA, VAR., CURV, TENS., MER., PAR., MERD.L.

90.0000	0.0009	0.9059	1.7424	0.2455	1.6877
89.0000	-0.0020	0.9061	1.7425	0.2466	1.6877
88.0000	-0.0110	0.9067	1.7427	0.2498	1.6878
87.0000	-0.0260	0.9077	1.7431	0.2552	1.6880
86.0000	-0.0469	0.9090	1.7437	0.2627	1.6883
85.0000	-0.0736	0.9108	1.7444	0.2724	1.6886
84.0000	-0.1059	0.9129	1.7453	0.2841	1.6891
83.0000	-0.1437	0.9155	1.7463	0.2980	1.6896
82.0000	-0.1868	0.9184	1.7475	0.3140	1.6901
81.0000	-0.2350	0.9217	1.7489	0.3321	1.6908
80.0000	-0.2880	0.9253	1.7503	0.3522	1.6915
79.0000	-0.3456	0.9294	1.7519	0.3744	1.6923
78.0000	-0.4075	0.9337	1.7536	0.3985	1.6931
77.0000	-0.4733	0.9385	1.7554	0.4246	1.6941
76.0000	-0.5427	0.9436	1.7574	0.4526	1.6951
75.0000	-0.6154	0.9490	1.7594	0.4825	1.6962
74.0000	-0.6909	0.9548	1.7615	0.5142	1.6974
73.0000	-0.7690	0.9608	1.7637	0.5477	1.6986
72.0000	-0.8491	0.9672	1.7659	0.5829	1.6999
71.0000	-0.9308	0.9738	1.7682	0.6197	1.7013
70.0000	-1.0138	0.9808	1.7706	0.6580	1.7027
69.0000	-1.0976	0.9879	1.7730	0.6979	1.7043
68.0000	-1.1816	0.9953	1.7753	0.7391	1.7059
67.0000	-1.2655	1.0029	1.7778	0.7816	1.7075
66.0000	-1.3489	1.0107	1.7802	0.8253	1.7093
65.0000	-1.4311	1.0187	1.7825	0.8700	1.7111
64.0000	-1.5118	1.0267	1.7849	0.9157	1.7130
63.0000	-1.5905	1.0349	1.7872	0.9622	1.7149
62.0000	-1.6668	1.0431	1.7895	1.0094	1.7170
61.0000	-1.7401	1.0514	1.7917	1.0572	1.7191
60.0000	-1.8101	1.0597	1.7939	1.1053	1.7213
59.0000	-1.8764	1.0679	1.7959	1.1537	1.7235
58.0000	-1.9384	1.0760	1.7979	1.2022	1.7258
57.0000	-1.9957	1.0840	1.7998	1.2506	1.7282
56.0000	-2.0481	1.0918	1.8016	1.2987	1.7307
55.0000	-2.0950	1.0993	1.8032	1.3465	1.7332
54.0000	-2.1362	1.1066	1.8048	1.3936	1.7358
53.0000	-2.1713	1.1136	1.8062	1.4400	1.7385
52.0000	-2.1999	1.1202	1.8074	1.4855	1.7412
51.0000	-2.2218	1.1264	1.8086	1.5298	1.7440
50.0000	-2.2368	1.1322	1.8096	1.5730	1.7469
49.0000	-2.2444	1.1375	1.8104	1.6147	1.7499
48.0000	-2.2446	1.1422	1.8112	1.6548	1.7529
47.0000	-2.2372	1.1463	1.8117	1.6933	1.7560
46.0000	-2.2219	1.1499	1.8121	1.7299	1.7592
45.0000	-2.1986	1.1528	1.8124	1.7645	1.7625
44.0000	-2.1672	1.1551	1.8126	1.7970	1.7659
43.0000	-2.1277	1.1567	1.8126	1.8274	1.7693
42.0000	-2.0800	1.1576	1.8124	1.8555	1.7728
41.0000	-2.0240	1.1578	1.8122	1.8812	1.7764
40.0000	-1.9598	1.1574	1.8118	1.9045	1.7800
39.0000	-1.8874	1.1562	1.8113	1.9253	1.7838
38.0000	-1.8068	1.1544	1.8107	1.9436	1.7876
37.0000	-1.7183	1.1519	1.8100	1.9594	1.7915
36.0000	-1.6219	1.1488	1.8092	1.9727	1.7955
35.0000	-1.5177	1.1450	1.8083	1.9834	1.7996
34.0000	-1.4060	1.1407	1.8074	1.9916	1.8038
33.0000	-1.2869	1.1358	1.8064	1.9973	1.8081
32.0000	-1.1608	1.1304	1.8053	2.0006	1.8125
31.0000	-1.0278	1.1246	1.8043	2.0015	1.8169
30.0000	-0.8884	1.1183	1.8032	2.0001	1.8215
29.0000	-0.7427	1.1117	1.8021	1.9964	1.8261

28.0000	-0.5911	1.1047	1.8010	1.9906	1.8309
27.0000	-0.4340	1.0974	1.7999	1.9827	1.8357
26.0000	-0.2718	1.0898	1.7988	1.9729	1.8407
25.0000	-0.1048	1.0821	1.7978	1.9612	1.8458
24.0000	0.0664	1.0742	1.7968	1.9477	1.8509
23.0000	0.2416	1.0662	1.7960	1.9325	1.8562
22.0000	0.4202	1.0581	1.7952	1.9159	1.8616
21.0000	0.6018	1.0500	1.7944	1.8978	1.8671
20.0000	0.7860	1.0419	1.7938	1.8784	1.8727
19.0000	0.9722	1.0338	1.7933	1.8578	1.8784
18.0000	1.1600	1.0258	1.7930	1.8363	1.8843
17.0000	1.3488	1.0179	1.7928	1.8138	1.8902
16.0000	1.5383	1.0101	1.7927	1.7905	1.8963
15.0000	1.7279	1.0024	1.7928	1.7666	1.9026
14.0000	1.9171	0.9950	1.7931	1.7423	1.9089
13.0000	2.1054	0.9877	1.7935	1.7176	1.9154
12.0000	2.2924	0.9806	1.7942	1.6930	1.9219
11.0000	2.4775	0.9738	1.7950	1.6685	1.9287
10.0000	2.6604	0.9672	1.7960	1.6447	1.9355
9.0000	2.8405	0.9609	1.7972	1.6219	1.9425
8.0000	3.0173	0.9548	1.7986	1.6009	1.9496
7.0000	3.1906	0.9490	1.8002	1.5829	1.9569
6.0000	3.3597	0.9436	1.8019	1.5701	1.9643
5.0000	3.5243	0.9384	1.8038	1.5663	1.9718
4.0000	3.6841	0.9335	1.8056	1.5798	1.9795
3.0000	3.8386	0.9289	1.8072	1.6309	1.9873
2.0000	3.9875	0.9246	1.8082	1.7812	1.9952
1.0000	4.1304	0.9207	1.8068	2.2977	2.0033
0.0000	4.2671	0.9171	1.7937	5.8031	2.0115
-0.9999	4.3972	0.9137	2.0039	140.0605	2.0199
-1.9999	4.5205	0.9107	1.8570	3.6913	2.0284
-2.9999	4.6366	0.9081	1.8511	1.9350	2.0371
-3.9999	4.7455	0.9057	1.8524	1.5365	2.0459
-4.9999	4.8468	0.9037	1.8559	1.3719	2.0548
-5.9999	4.9404	0.9020	1.8605	1.2793	2.0639
-6.9999	5.0262	0.9006	1.8658	1.2164	2.0731
-7.9999	5.1040	0.8995	1.8717	1.1679	2.0824
-8.9999	5.1738	0.8987	1.8780	1.1275	2.0919
-9.9999	5.2354	0.8982	1.8848	1.0920	2.1015
-10.9999	5.2888	0.8980	1.8919	1.0597	2.1113
-11.9999	5.3339	0.8982	1.8995	1.0298	2.1212
-12.9999	5.3708	0.8986	1.9074	1.0017	2.1312
-13.9999	5.3996	0.8993	1.9156	0.9749	2.1413
-14.9999	5.4201	0.9002	1.9242	0.9493	2.1516
-15.9999	5.4326	0.9015	1.9331	0.9247	2.1620
-16.9999	5.4371	0.9030	1.9424	0.9010	2.1725
-17.9999	5.4337	0.9048	1.9519	0.8781	2.1831
-18.9999	5.4225	0.9068	1.9618	0.8560	2.1939
-19.9999	5.4038	0.9091	1.9719	0.8347	2.2047
-20.9999	5.3776	0.9116	1.9824	0.8140	2.2157
-21.9999	5.3442	0.9144	1.9931	0.7941	2.2268
-22.9999	5.3038	0.9174	2.0041	0.7748	2.2380
-23.9999	5.2566	0.9205	2.0154	0.7563	2.2492
-24.9999	5.2029	0.9239	2.0269	0.7383	2.2606
-25.9999	5.1429	0.9275	2.0387	0.7211	2.2720
-26.9999	5.0769	0.9312	2.0507	0.7045	2.2835
-27.9999	5.0051	0.9351	2.0629	0.6885	2.2951
-28.9999	4.9279	0.9392	2.0754	0.6732	2.3068
-29.9999	4.8455	0.9434	2.0880	0.6586	2.3185
-30.9999	4.7583	0.9477	2.1009	0.6446	2.3303
-31.9999	4.6665	0.9522	2.1139	0.6313	2.3422
-32.9999	4.5706	0.9567	2.1271	0.6186	2.3541
-33.9999	4.4707	0.9614	2.1404	0.6066	2.3660

-34.9999	4.3673	0.9661	2.1539	0.5953	2.3780
-35.9999	4.2606	0.9708	2.1675	0.5846	2.3900
-36.9999	4.1510	0.9756	2.1812	0.5746	2.4020
-37.9999	4.0388	0.9804	2.1951	0.5653	2.4140
-38.9999	3.9244	0.9852	2.2090	0.5566	2.4260
-39.9999	3.8080	0.9901	2.2229	0.5486	2.4380
-40.9999	3.6900	0.9948	2.2369	0.5413	2.4501
-41.9999	3.5706	0.9996	2.2510	0.5346	2.4621
-42.9999	3.4502	1.0043	2.2651	0.5285	2.4740
-43.9999	3.3291	1.0089	2.2792	0.5231	2.4860
-44.9999	3.2076	1.0134	2.2932	0.5184	2.4979
-45.9999	3.0860	1.0178	2.3073	0.5143	2.5097
-46.9999	2.9644	1.0221	2.3213	0.5108	2.5215
-47.9999	2.8432	1.0263	2.3352	0.5079	2.5332
-48.9999	2.7227	1.0303	2.3491	0.5056	2.5448
-49.9999	2.6031	1.0342	2.3628	0.5039	2.5563
-50.9999	2.4846	1.0379	2.3765	0.5028	2.5678
-51.9999	2.3674	1.0414	2.3901	0.5022	2.5791
-52.9999	2.2518	1.0447	2.4035	0.5022	2.5903
-53.9999	2.1379	1.0479	2.4167	0.5027	2.6014
-54.9999	2.0259	1.0508	2.4298	0.5037	2.6123
-55.9999	1.9160	1.0536	2.4427	0.5052	2.6231
-56.9999	1.8084	1.0561	2.4554	0.5071	2.6338
-57.9999	1.7032	1.0584	2.4678	0.5094	2.6442
-58.9999	1.6005	1.0605	2.4801	0.5121	2.6545
-59.9999	1.5005	1.0625	2.4921	0.5152	2.6646
-60.9999	1.4033	1.0642	2.5038	0.5187	2.6745
-61.9999	1.3089	1.0657	2.5153	0.5224	2.6842
-62.9999	1.2175	1.0670	2.5265	0.5264	2.6937
-63.9999	1.1292	1.0681	2.5374	0.5307	2.7029
-64.9999	1.0440	1.0691	2.5480	0.5351	2.7119
-65.9999	0.9620	1.0698	2.5583	0.5397	2.7207
-66.9999	0.8832	1.0705	2.5682	0.5445	2.7292
-67.9999	0.8078	1.0709	2.5778	0.5494	2.7374
-68.9999	0.7356	1.0712	2.5870	0.5543	2.7453
-69.9999	0.6668	1.0714	2.5959	0.5593	2.7529
-70.9999	0.6014	1.0715	2.6044	0.5643	2.7602
-71.9999	0.5393	1.0715	2.6126	0.5693	2.7673
-72.9999	0.4807	1.0714	2.6203	0.5742	2.7740
-73.9999	0.4255	1.0712	2.6276	0.5790	2.7803
-74.9999	0.3736	1.0709	2.6346	0.5837	2.7864
-75.9999	0.3252	1.0706	2.6411	0.5882	2.7920
-76.9999	0.2802	1.0703	2.6472	0.5925	2.7974
-77.9999	0.2386	1.0699	2.6528	0.5967	2.8023
-78.9999	0.2004	1.0695	2.6581	0.6006	2.8069
-79.9999	0.1656	1.0691	2.6629	0.6042	2.8111
-80.9999	0.1341	1.0687	2.6672	0.6076	2.8150
-81.9999	0.1059	1.0684	2.6711	0.6107	2.8184
-82.9999	0.0812	1.0680	2.6746	0.6134	2.8215
-83.9999	0.0597	1.0677	2.6776	0.6158	2.8241
-84.9999	0.0416	1.0674	2.6802	0.6179	2.8264
-85.9999	0.0268	1.0672	2.6822	0.6196	2.8282
-86.9999	0.0152	1.0670	2.6839	0.6210	2.8297
-87.9999	0.0070	1.0668	2.6850	0.6219	2.8307
-88.9999	0.0021	1.0668	2.6857	0.6225	2.8313
-89.9999	0.0004	1.0667	2.6860	0.6227	2.8315

A P Ê N D I C E D

// JOB T 00FF 10FF

A 715002

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	00FF	00FF	0000
0001	10FF	10FF	0001
		2012	0002

V2 M04 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FOR UBIRAJARA FLORES

*IOCS(2501READER,1403PRINTER)

*LIST SOURCE PROGRAM

C POGRAMA DE UBIRAJARA FLORES

C DETERMINASAC DAS CONSTANTES C1 C2

DIMENSION T1(20),T2(20),TR1(20),TR2(20)

N=15

READ(8,3)(T1(I),T2(I),TR1(I),TR2(I),I=1,N)

3 FORMAT(4F10.3)

WRITE(5,4)

4 FORMAT('1', 'TENS.PAR.,MERC.,LAMB.1,LAMB.2,C2/C1')

DO 15 I=1,N

C1=T1(I)*TR2(I)**4*TR1(I)**2

C2=T2(I)*TR1(I)**4*TR2(I)**2

C3=T2(I)*TR2(I)**4*TR1(I)**4

C4=T2(I)*TR2(I)**2

C5=T1(I)*TR2(I)**4*TR1(I)**4

C6=T1(I)*TR1(I)**2

RAZ=(C1-T1(I)-C2+T2(I))/(C3-C4-C5+C6)

15 WRITE(5,5)I,T1(I),T2(I),TR1(I),TR2(I),RAZ

5 FORMAT(1X,I2,5(F10.3))

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON	0	VARIABLES	182	PROGRAM	254
--------	---	-----------	-----	---------	-----

END OF COMPILATION

// XEQ

TENS.PAR., MERD., LAMB.1, LAMB.2, C2/C1

56

1	31.954	158.775	1.381	3.244	0.016
2	67.045	161.045	1.360	2.828	0.186
3	113.444	163.262	1.332	2.242	0.763
4	160.061	164.408	1.301	1.714	-9.167
5	180.660	163.951	1.284	1.381	-1.203
6	174.548	162.878	1.281	1.324	-1.041
7	153.573	162.751	1.276	1.503	47.417
8	136.000	163.303	1.253	1.826	2.538
9	97.595	171.296	1.204	2.113	0.522
10	69.446	182.305	1.136	2.248	0.218
11	53.520	196.001	1.050	2.228	0.123
12	46.838	208.658	1.026	2.149	0.050
13	46.212	223.861	0.989	2.023	0.029
14	49.839	233.835	0.966	1.900	0.042
15	54.812	241.552	0.948	1.875	0.103