



ESTUDO DA ESTABILIDADE E RESISTÊNCIA DE ELEMENTOS DE AÇO
DE PAREDES FINAS COM ENRIJECEDORES INTERMEDIÁRIOS

Amanda Isabela de Campos

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista
Juarez Moara Santos Franco

Rio de Janeiro
Janeiro de 2020

ESTUDO DA ESTABILIDADE E RESISTÊNCIA DE ELEMENTOS DE AÇO
DE PAREDES FINAS COM ENRIJECEDORES INTERMEDIÁRIOS

Amanda Isabela de Campos

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Orientadores: Prof. Eduardo de Miranda Batista

Prof. Juarez Moara Santos Franco

Aprovada por: Prof. Eduardo de Miranda Batista

Prof. Juarez Moara Santos Franco

Prof. Michèle Schubert Pfeil

Prof. Wendell Diniz Varela

Prof. Janine Domingos Vieira

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JANEIRO DE 2020

Campos, Amanda Isabela de

Estudo da estabilidade e resistência de elementos de aço de paredes finas com enrijecedores intermediários/ Amanda Isabela de Campos. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2020.

XI, 104 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Juarez Moara Santos Franco

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2020.

Referências Bibliográficas: p. 100-105.

1. Perfis de aço formados a frio. 2. Enrijecedores intermediários. 3. Flambagem distorcional. I. Batista, Eduardo de Miranda *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

“Todas as vitórias ocultam uma abdicação.”
Simone de Beauvoir

Agradecimentos

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

Aos meus orientadores, professores Eduardo e Juarez, que com muita atenção e paciência, dedicaram tempo para me orientar em cada passo deste trabalho. Agradeço também pelas oportunidades e por todo apoio durante o mestrado.

A todos os professores da COPPE que me passaram conhecimentos que contribuíram para conseguir chegar aqui hoje.

Aos meus pais, Divaldo e Edilane, e irmão, Allan, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

A elaboração deste trabalho não teria sido possível sem a colaboração, estímulo e empenho de diversas pessoas. Gostaria, por este fato, de expressar toda a minha gratidão e apreço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, contribuíram para que esta tarefa se tornasse uma realidade. A todos os amigos quero manifestar os meus sinceros agradecimentos.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ESTUDO DA ESTABILIDADE E RESISTÊNCIA DE ELEMENTOS DE AÇO DE PAREDES FINAS COM ENRIJECEDORES INTERMEDIÁRIOS

Amanda Isabela de Campos

Janeiro/2020

Orientadores: Eduardo de Miranda Batista

Juarez Moara Santos Franco

Programa: Engenharia Civil

Perfis de aço formados a frio (PFF) tem a vantagem de aliar baixo peso com alta capacidade resistente a qual pode ser melhorada com a inclusão de enrijecedores intermediários. Esse trabalho analisa a influência de enrijecedores intermediários em PFF para colunas e vigas além de propor a busca por geometrias de seções transversais otimizadas (com maiores cargas críticas de flambagem e resistências). Para isso, foram desenvolvidas (i) análises paramétricas das dimensões de alma, mesa e enrijecedor final de uma seção do tipo U enrijecido e (ii) análise de sensibilidade dos parâmetros geométricos dos enrijecedores intermediários na performance das colunas e vigas. A análise de estabilidade com o Método das Faixas Finitas (MFF), identifica os modos de flambagem local (L) e distorcional (D) e as relações entre essas cargas críticas (R_{dl}). A resistência foi obtida com o Método da Resistência Direta (MRD) e comparada com a resistência obtida com análises não lineares em um modelo em elementos finitos (MEF). O modelo paramétrico incorporou limitações de fabricação e montagem, como largura da bobina, espessura da chapa e ângulos usuais de dobra. Todos os modelos adotaram, como restrição, uma área constante de seção transversal do perfil.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STUDY OF THE STABILITY AND RESISTANCE OF THIN-WALLED STEEL
ELEMENTS WITH INTERMEDIATE STIFFENERS

Amanda Isabela de Campos

January/2020

Advisors: Eduardo de Miranda Batista
Juarez Moara Santos Franco

Department: Civil Engineering

Cold formed steel (PFF) profiles have the advantage of combining low weight with high strength capacity which can be improved with the inclusion of intermediate stiffeners. This work analyzes the influence of intermediate stiffeners in PFF for columns and beams in addition to proposing the search for optimized cross section geometries. For this purpose, we developed (i) parametric analyses of the web, flange and final stiffener dimensions of a U-type section and (ii) sensitivity analysis of the geometric parameters of intermediate stiffeners in the performance of columns and beams. The stability analysis was developed with the Finite Strip Method (FSM), which identifies the local (L) and distortional (D) buckling modes and the relationships between these critical loads (R_{dl}). The strength was obtained with the Direct Strength Method (DSM) and compared with the strength obtained with nonlinear analyses with the Finite Element Method (FEM). The parametric model incorporated manufacturing and installation limitations. All models adopted, as a restriction, a constant cross-sectional area of the profile, to form that this study is particularly interested in defining the dimensions and positions of intermediate stiffeners that maximize the buckling loads and strength of beams and columns.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Perfis de aço formados a frio	1
1.2. Trabalhos Relacionados ao Uso de Seções com Enrijecedores Intermediários	3
1.3. Motivação e Objetivos	9
1.4. Metodologia	12
1.4.1. Geração da geometria	12
1.4.2. Método das Faixas Finitas (MFF)	16
1.4.3. Método da Resistência Direta (MRD)	18
1.4.4. Método dos Elementos Finitos (MEF)	18
1.5. Estrutura do Trabalho	19
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
2.1. Estabilidade Estrutural	21
2.2. Estabilidade de Placas	21
2.3. Modos de Flambagem	24
2.4. Determinação das cargas críticas de flambagem	27
2.4.1. Método dos Elementos Finitos (MEF)	28
2.4.2. Método das Faixa Finitas	29
2.4.3. Teoria Generalizada de Viga (GBT)	34
2.5. Classificação Modal	34
2.6. Interação Modal	35
2.7. Métodos de dimensionamento	36
2.7.1. Método das Seções Efetivas	36
2.7.2. Método da Resistência Direta (MRD)	37
3. RESULTADOS OBTIDOS NA COMPRESSÃO AXIAL	40
3.1. Seção U enrijecido inicial	40
3.2. Geração das seções enrijecidas	43
3.3. Análise de flambagem das seções enrijecidas	44
3.3.1. Enrijecedor triangular: variação do ângulo α	45
3.3.2. Enrijecedor triangular: variação da altura h	46
3.3.3. Enrijecedor trapezoidal: variação da dimensão w	48
3.3.4. Seções “ótimas”	49
3.4. Modelo em elementos finitos	53
3.4.1. Análise de flambagem	53
3.4.2. Análise não linear	56
4. RESULTADOS OBTIDOS NA FLEXÃO SIMPLES	61

4.1.	Seção U enrijecido inicial.....	61
4.2.	Geração das seções enrijecidas.....	63
4.3.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 1.....	64
4.4.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 2.....	65
4.5.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 3.....	66
4.6.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 4.....	67
4.7.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 5.....	70
4.8.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 6.....	71
4.9.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 7.....	73
4.10.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 8.....	74
4.11.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 9.....	76
4.12.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 10.....	76
4.13.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 11.....	76
4.14.	Variação dos parâmetros no tipo de seção 12.....	77
4.15.	Seções ótimas	78
4.16.	Aplicação da metodologia.....	80
4.17.	Modelo em elementos finitos	82
4.18.	Modelo em elementos finitos com elemento de conexão	91
5.	CONCLUSÕES	96
5.1.	Sugestões para trabalhos futuros.....	99
	REFERÊNCIAS	100

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Romanas Minúsculas

a	comprimento da placa
b	largura da placa
b_f	largura da mesa
b_l	enrijecedor de borda
b_w	altura do perfil
d	largura da alma sem enrijecedor intermediário
f_y	resistência ao escoamento do aço
k	coeficiente de flambagem de placas
t	espessura
l	comprimento da coluna
m	número de semi ondas senoidais na direção x
n	número de semi ondas senoidais na direção y (transversal)
q	deslocamento transversal no meio da coluna
r	raio de dobramento
x	eixo de coordenadas na direção do comprimento da placa
y	eixo de coordenadas na direção da largura da placa
w	função de deslocamentos transversais
z	eixo de coordenadas na direção perpendicular ao plano da placa

Letras Romanas Maiúsculas

A	Área da seção
A_{ef}	Área líquida efetiva da seção
D	Rigidez flexional da placa
E	Módulo de elasticidade do aço
G	Módulo de elasticidade ao cisalhamento; centro geométrico da seção transversal
I	Momento de inércia
L	Comprimento da barra
M	Momento crítico
M_{dist}	Momento fletor de flambagem distorcional elástica
M_e	Momento fletor de flambagem global elástica (flambagem lateral com torção)
M_l	Momento fletor de flambagem local elástica
M_{Rk}	Momento fletor resistente
M_{Re}	Momento fletor resistente, associado à flambagem global
M_{Rl}	Momento fletor resistente, associado à flambagem local
M_{Rdist}	Momento fletor resistente, associado à flambagem distorcional
N	Força crítica
N_{dist}	Força axial de flambagem distorcional elástica
N_e	Força axial de flambagem global elástica (flambagem lateral com torção)

N_l	Força axial de flambagem local elástica
N_{Rk}	Força axial de compressão resistente
N_{Re}	Força axial de compressão resistente, associado à flambagem global
N_{Rl}	Força axial de compressão resistente, associado à flambagem local
N_{Rdist}	Força axial de compressão resistente, associado à flambagem distorcional
N_x	Força axial de compressão uniformemente distribuída na direção x
P_e	Carga crítica de Euler
W	Módulo de resistência elástico da seção bruta em relação à fibra extrema que atinge o escoamento

Letras Gregas Minúsculas

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$	deformação transversal e longitudinal
γ_{xy}	deformação de cisalhamento
λ_{dist}	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem distorcional
λ_l	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem local
λ_0	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global (compressão)
λ_0	índice de esbeltez reduzido associado à flambagem lateral com torção (flexão)
ν	coeficiente de Poisson
χ	fator de redução da força axial de compressão resistente, associado à flambagem global
χ_{dist}	fator de redução do esforço resistente, associado à flambagem distorcional
χ_{FLT}	fator de redução do momento fletor resistente, associado à flambagem lateral com torção
σ_{cr}	tensão crítica de flambagem elástica da placa

Propriedades do aço adotadas nesse trabalho

Módulo de Elasticidade (E)	210.000 MPa = 210.000 N/mm ²
Coeficiente de Poisson (ν)	0,3
Módulo de Elasticidade Transversal (G)	80769 MPa
Tensão de Escoamento (f_y)	350 MPa

1. INTRODUÇÃO

1.1. Perfis de aço formados a frio

De acordo com YU e LABOUBE (2010) os elementos estruturais para construção em aço são divididos em duas principais categorias. A primeira e mais comum, é composta pelos perfis laminados e soldados. A segunda, de importância crescente e já bastante difundida, inclusive no Brasil, é a dos Perfis Formados a Frio, os PFF, fabricados a partir da dobra de chapas de aço, usualmente comercializadas em bobinas de largura constante. Como destacado por MA *et al.* (2015) esse tipo de perfil surge como uma alternativa para diferentes tipos de estruturas, por ser uma solução construtiva leve, econômica, com uma enorme variedade geométrica, de fácil fabricação, transporte e montagem.

O processo de fabricação industrial desse tipo de perfil é conhecido como perfilação, e segundo HANCOCK *et al.* (2001) é uma técnica contínua que consiste em deslocar uma bobina de aço ao longo de rolos superiores e inferiores, onde cada rolo altera a geometria da bobina de uma determinada forma, de acordo com o processo que está esquematizado na Figura 1(a). Outra opção de produção é o dobramento ou técnica descontínua por meio de prensas indicado na Figura 1(b), aplicada em casos de chapas com espessuras específicas ou dobras diferentes dos padrões industriais. Esta segunda técnica apresenta desvantagens em relação à perfilação, pois além de ser um processo mais lento, o comprimento da peça fica limitado às dimensões da prensa.

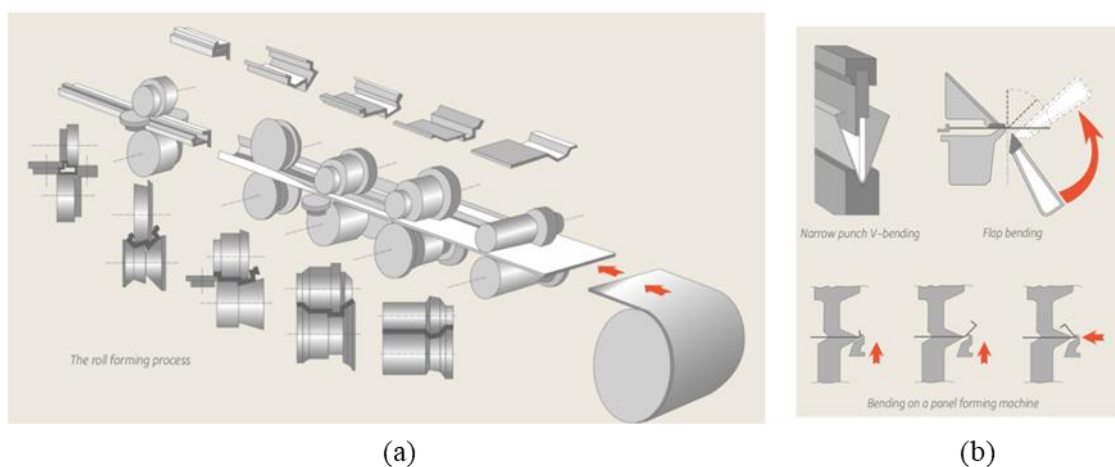


Figura 1. Processos de fabricação de PFF: (a) perfilação e (b) dobramento (ARCELORMITTAL, 2013)

Por ser obtido a partir de um processo de fabricação versátil, uma enorme variedade de geometrias possíveis é disponível no mercado para as seções transversais desse tipo de perfis (Fig. 2) para as mais diversas necessidades e aplicações, garantindo assim uma solução construtiva eficiente, isto é, alta relação resistência / peso (YU e LABOUBE, 2010).

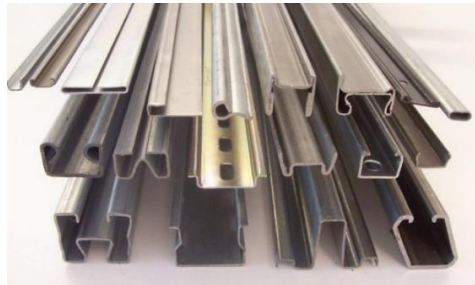
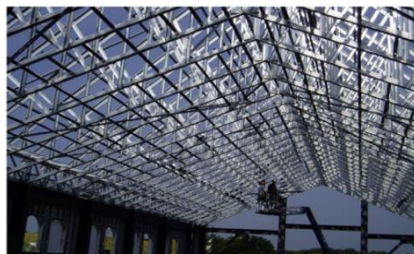


Figura 2. Diversos formatos de seções transversais de PFF (RPMETALS, 2019)

Na construção civil os PFF são adotados quando há necessidade de estruturas leves como (i) o sistema estrutural de paredes conhecido como *Light Steel Framing*, (ii) estruturas de estoque, como sistemas de armazenagem ou porta *pallet*, (iii) pequenas edificações e (iv) terças e tesouras de coberturas. Na Figura 3 estão ilustrados alguns exemplos de aplicação desse tipo de perfil em estruturas.



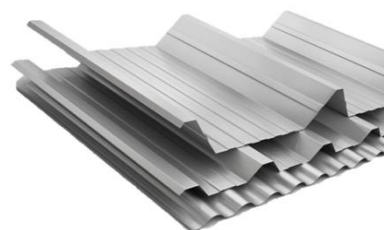
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3. Aplicação de PFF em estruturas: (a) coberturas e (b) *Light Steel Framing* (c) armazenamento industrial, como porta *pallets* (d) telhas autoportantes (WILLIAMS, 2016, TERMOVALE, 2019, STORAGE SOLUTION, 2019)

Sabe-se que o desempenho do elemento estrutural está intimamente relacionado com a forma da seção transversal do perfil. Portanto, é de interesse da indústria a busca de soluções mais eficientes dentre várias possibilidades de geometrias com a opção de enrijecedores intermediários a partir da dobra de uma bobina de aço. Algumas seções transversais com diferentes tipos de enrijecedores intermediários encontrados no mercado são apresentados nas Figuras 4 e 5.

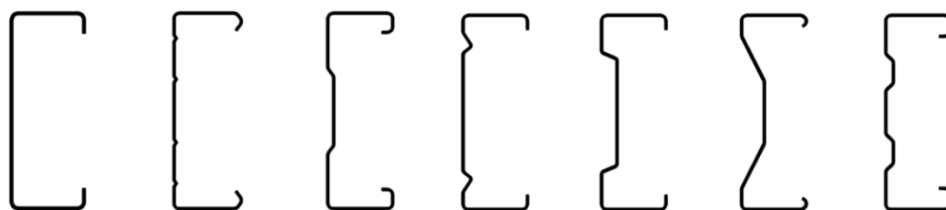


Figura 4. Diferentes geometrias possíveis com a variação de enrijecedores intermediários em uma seção U enrijecido (BRUNEAU *et al.*, 2014)



Figura 5. Perfis U enrijecidos com enrijecedores intermediários para sistemas de paredes (*Steel Frame*) (ANANDAMETAIS, 2019)

Os projetos de dimensionamento prático são fundamentados nas normas técnicas e somente em 2001 foi publicada a primeira versão da norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2001), que aborda o dimensionamento de estruturas de aço constituídas por PFF, a qual foi revista e atualizada em 2010 (ABNT, 2010). Esse dimensionamento está vinculado ao Método dos Estados Limites, em estreita dependência com os modos de flambagem local, global e distorcional. Assim, é essencial a correta determinação de cada modo de flambagem para o cálculo da resistência desses perfis, seja na compressão axial, na flexão simples ou na flexo-compressão.

1.2. Trabalhos Relacionados ao Uso de Seções com Enrijecedores Intermediários

O perfil do formato U enrijecido (primeiro perfil da Figura 4) é o tipo de seção de maior aplicação na prática. Desta maneira, entender o comportamento de novas peças com enrijecedores intermediários na alma, visando reduzir o frequente problema de

flambagem local devido à natureza esbelta dessas barras, é de suma importância para o desenvolvimento de estruturas mais eficientes. Os principais pesquisadores que começaram a tratar desse problema foram THOMASSON (1978), KWON e HANCOCK (1991). Esse estudo depende da determinação da resistência de placas sob compressão, tal como inicialmente formulada por VON KARMAN (1932) e aperfeiçoada por WINTER (1949), através de equações matemáticas que até hoje são empregadas.

Nesse ponto, cabe mencionar alguns dos principais trabalhos que abordam a busca de geometrias alternativas com o acréscimo de enrijecedores intermediários em perfis formados a frio, buscando compreender a influência desse artifício no aumento da rigidez sob diferentes carregamentos e condições de contorno, bem como a possibilidade de incremento na eficiência estrutural, sendo um perfil considerado eficiente aquele que consegue aliar baixo peso com alta resistência estrutural.

Por exemplo, CASTELLUCCI *et al.* (1997) sugeriram a concepção e análise de uma nova geometria a partir da inclusão de dois enrijecedores intermediários na alma de uma seção do tipo U enrijecida submetida à flexão. Foram realizados ensaios de flexão e o cálculo da resistência aplicando o método da seção efetiva que apontam para um aumento na carga última de cerca de 15% relacionadas a um incremento de área de 5%.

O trabalho de SCHAFER e PEKOZ (1998) apresentou um procedimento de cálculo para largura efetiva de elementos com enrijecedores intermediários, usando a equação de WINTER (1949) para os modos local e distorcional. O método consiste na determinação da força crítica de flambagem local e distorcional a partir de expressões validadas com métodos numéricos e experimentais. Além disso, indica que o dimensionamento para o modo local de elementos com enrijecedores intermediários deve ser realizado considerando que os elementos entre os enrijecedores constituem placas isoladas e que cada placa possui sua própria largura efetiva.

Em outra pesquisa, SCHAFER (2000) desenvolveu um estudo paramétrico das dimensões de uma seção transversal do tipo U enrijecido com um enrijecedor intermediário triangular na alma, no qual avalia a influência das dimensões da seção nos valores de cargas críticas para os modos local e distorcional e conclui que, o aumento da altura de enrijecedores intermediários está associado à mudança de critérios para identificação modal. Nestes casos, o modo local pode deixar de ser dominante, pois

manifesta-se um modo distorcional devido ao deslocamento do enrijecedor intermediário. Para essa seção com adição do enrijecedor intermediário na parede mais esbelta, observa-se o aumento da força crítica de flambagem local. Sob certas circunstâncias, por outro lado, a manifestação de um novo modo distorcional pode ser considerada prejudicial, uma vez que estudos experimentais e analíticos apontaram que o modo distorcional é mais sensível a imperfeições iniciais e tem uma menor capacidade de pós flambagem (SILVESTRE, 2007). Para definir estas circunstâncias, SCHAFER (2000) validou experimentalmente o Método da Resistência Direta para seções com um e dois enrijecedores triangulares intermediários na alma de uma seção U enrijecida.

SEVERO (2000) realizou testes experimentais em colunas de perfis formados a frio de seção transversal U enrijecido com um enrijecedor intermediário na alma. Doze seções desse tipo foram ensaiadas variando a largura e altura do enrijecedor com o intuito de avaliar a influência do tamanho do enrijecedor intermediário na resistência à compressão da coluna. Naquele estudo, a carga crítica de flambagem local experimental foi validada com a expressão indicada por norma.

O trabalho de ÁDÁNY (2004) analisa uma série de seções transversais de perfil do tipo U enrijecido com um enrijecedor intermediário triangular na alma, para os quais a seção inicial é mantida fixa e a altura do enrijecedor intermediário é variada. As curvas de assinatura, que são gráficos que relacionam as cargas críticas com a variação do comprimento, são então comparadas e conclui-se que esse tipo de perfil não segue o padrão do perfil U enrijecido para o qual o primeiro mínimo (menor carga) é um modo local e o segundo distorcional. Com a presença do enrijecedor intermediário, existem casos em que os dois primeiros mínimos correspondem a modos distorcionais, e essa identificação deve ser aferida visualmente para cada tipo de seção.

Pode-se citar os estudos de SILVESTRE e CAMOTIM (2006), que descrevem um estudo sobre comportamento pós-flambagem de colunas de aço formados a frio, além da avaliação das correspondentes cargas críticas de flambagem em uma seção transversal na forma de U enrijecido com enrijecedores triangulares posicionados na alma e nas duas mesas. Os resultados foram comparados com a mesma seção sem enrijecedores. Modelos numéricos simularam análises com não linearidade geométrica recorrendo à formulação GBT (*Generalized Beam Theory*) (BEBIANO *et al.*, 2008) com validação em elementos

finitos no programa ABAQUS. Para isso, o caminho de equilíbrio da estrutura é analisado nos modos de flambagem local e distorcional com diferentes condições de apoio da barra.

A partir de análises numéricas com o Método dos Elementos Finitos, SOUZA *et al.* (2006) avaliaram o comportamento de perfis U com enrijecedores intermediários na alma sob compressão axial, obtendo assim as cargas críticas e os respectivos modos de flambagem. Foram definidas seções iniciais e a seguir adicionados um, dois, três e quatro enrijecedores intermediários na alma. Com este procedimento foram determinadas a carga crítica em função da largura da alma e detectado o aumento de resistência quando adicionados enrijecedores intermediários. Os enrijecedores com 3 e 4 mm de altura se mostram os mais eficientes para os perfis analisados. Também foi observado que os enrijecedores resultaram em um aumento na rigidez das seções, porém, surgiram novos modos de flambagem distorcional, indicando-se a necessidade de soluções analíticas para o cálculo da resistência desse tipo de seção.

Alguns pesquisadores propõem a busca da seção transversal ótima para perfis formados a frio, como LENG *et al.* (2011), que aplicaram um método de otimização na determinação da seção transversal de uma coluna. A partir de um valor de largura da bobina de chapa de aço como condição inicial do problema, foram permitidas 20 dobras das mais diversas angulações, o que gerou como seção ótima uma geometria pouco usual, porém de resistência a compressão duas vezes maior do que a oferecida por perfis usuais. Foi utilizado o MFF (Método das Faixas Finitas) (LI e SCHAFER, 2010) combinado ao MRD (Método da Resistência Direta) (ABNT, 2010) para determinar a máxima resistência de colunas com 4,9 m e 1,2 m de comprimento.

PHAM e HANCOCK (2015) adicionaram um enrijecedor trapezoidal na alma de uma seção U enrijecida e analisaram a influência da variação das dimensões do trapézio no momento crítico local e distorcional, a partir de análises experimentais e numéricas com auxílio do Método dos Elementos Finitos. Foi observado que esse tipo de enrijecedor também aumenta a capacidade resistente à força cortante em vigas. Para entender o nível de melhora desse reforço intermediário, foram realizados ensaios em uma configuração de viga bi apoiada com uma carga aplicada no centro e para seis tipos de seções de diferentes dimensões de enrijecedores e comparados com uma seção de referência tipo U enrijecido.

Aplicando a teoria generalizada de viga (GBT) com auxílio do programa computacional GBTUL, FRANÇOZO JR *et al.* (2015) analisaram a evolução das cargas críticas em perfis com seção transversal do tipo U enrijecida sob compressão axial, quando adicionados um ou dois enrijecedores intermediários triangulares na alma, com diferentes espaçamentos, três enrijecedores triangulares (dois nas mesas e um na alma), ou um enrijecedor trapezoidal com diferentes alturas, buscando desse modo identificar um “enrijecimento ótimo”. As análises indicaram que o perfil com o enrijecedor trapezoidal é mais eficiente.

MA *et al.* (2015) aplicaram algoritmos genéticos na busca da geometria de um perfil de aço formado a frio com maior resistência estrutural quando submetido à compressão e flexão. As várias seções do campo de busca foram definidas a partir de dobras em uma seção inicial tipo U enrijecido. São adotados como parâmetros a variação do ângulo entre o enrijecedor de borda e a mesa do perfil e a adição de um ou dois enrijecedores intermediários triangulares. As dimensões admissíveis de cada parede e o cálculo das cargas críticas foram baseados no Eurocode 3, que aplica o método da largura efetiva, método de dimensionamento atualmente considerado ultrapassado. Como o centróide da seção bruta não coincide com o centróide da seção efetiva, é considerada a aplicação de um momento para modelagem desta excentricidade. Além disso, modelos em elementos finitos foram criados para validar as cargas críticas calculadas das seções otimizadas no processo.

No trabalho de YE *et al.* (2016) um método de otimização denominado Enxame de Partículas foi aplicado para definir a geometria da seção transversal mais eficiente, a partir de dobras em uma seção do tipo U enrijecido, com a busca do maior momento resistente de acordo com o método da largura efetiva presente no Eurocode 3. As resistências à flexão das seções otimizadas foram comparadas por meio de modelos numéricos baseados em MEF, através de análises não lineares considerando imperfeições geométricas iniciais. Dentre um grande número de geometrias de seções transversais, com a mesma quantidade de material e restrições indicadas por norma, foi obtida uma solução com um momento resistente 50% maior do que a seção U enrijecida inicial.

WANG *et al.* (2016) aplicaram um método de otimização baseado em algoritmos genéticos para determinar a melhor opção de seção transversal para vigas e colunas a partir do método de faixas finitas com o programa CUFSM e do Método da Resistência

Direta. Estas ferramentas foram incorporadas ao desenho da função objetivo no algoritmo de otimização, porém sem levar em conta as restrições de fabricação e aplicação. Como esperado, a seção encontrada possui um formato circular pouco prática. Foi proposta uma identificação modal automática de acordo com o comprimento de meia onda e o comprimento da coluna, ou seja, em uma determinada faixa de comprimentos o mínimo será um modo de flambagem local, e em outra faixa o mínimo será distorcional.

HUANG *et al.* (2018) empregaram o princípio da energia potencial mínima para desenvolver fórmulas analíticas de cálculo da força crítica de flambagem distorcional em perfis U enrijecidos com um ou dois enrijecedores intermediários na alma do tipo trapezoidal, permitindo variações nos ângulos entre paredes e dimensões dos enrijecedores, sob compressão e flexão. Essas equações foram validadas com as tensões críticas obtidas com Método das Faixas Finitas para seções com diferentes dimensões e tiveram resultados excelentes, expressos por equações simples que podem ser facilmente empregadas no cálculo de carga crítica distorcional.

O trabalho de FRANCO e BATISTA (2017) aborda, através da gramática da forma e o Método das Faixas Finitas, a influência de enrijecedores intermediários na resistência de telhas autoportantes. Para esta busca de acordo com as cargas críticas e os respectivos modos de flambagem sob um carregamento de flexão foram determinadas as melhores configurações de uma telha autoportante, variando as dimensões e quantidades de enrijecedores.

Ainda sobre a manipulação das dimensões de enrijecedores intermediários, o trabalho de MELO *et al.* (2016) examina a relação da melhoria da geometria com a eficiência estrutural de telhas autoportantes. Para isso, foram determinados os momentos e cargas críticas de flambagem com o programa CUFMS e, através da variação de cada parâmetro geométrico, foram identificadas as relações entre cada um deles e diferentes modos de flambagem, bem como seus momentos críticos. Este trabalho propôs um método semiautomático de aprimoramento de telhas, uma vez que a identificação modal foi feita por inspeção visual para cada perfil proposto.

A partir de modelos numéricos, o trabalho de GARCIA *et al.* (2017) determinou a influência de enrijecedores triangulares e trapezoidais de diferentes alturas na flambagem de placas isoladas, identificando a participação de cada modo e suas

respectivas cargas críticas. Com os métodos das faixas finitas e elementos finitos, foi calculada a resistência à flexão de elementos em função dos parâmetros que determinam a configuração de um enrijecedor variável.

Alguns trabalhos estão interessados em minimizar o peso para uma dada forma, com restrições de fabricação. AL-MOSAWI e SAKA (2000), por exemplo, investigaram opções de seções de perfis formados a frio com um método de otimização na busca da seção de menor peso. Nesse trabalho, entretanto, a busca é pela seção de maior resistência obtida para uma determinada bobina, ou seja, qual a melhor forma de dobrar esse material.

1.3. Motivação e Objetivos

A partir da revisão bibliográfica conclui-se que poucas pesquisas, com o intuito de otimizar seções transversais com enrijecedores intermediários, em aplicações práticas têm sido relatadas. O objetivo deste trabalho é, então, investigar a influência de enrijecedores intermediários nos modos de flambagem de perfis submetidos à compressão axial e à flexão simples, além de buscar as dimensões e posições dos enrijecedores intermediários que definem as seções de maiores cargas críticas e, dessa forma, a determinação da seção U enrijecido com enrijecedores intermediários mais estável e resistente.

Esse trabalho adota um procedimento de busca que não está baseado em um método matemático formal de otimização, mas considera a variação de parâmetros que definem a geometria, de modo a definir as seções candidatas. O procedimento adotado considera, ainda, restrições, com o objetivo de só serem analisadas seções com aplicações práticas reais e com possibilidade de fabricação, dentre as quais serão identificadas as de maior resistência estrutural. Além disso, será analisada a influência de cada parâmetro que define os enrijecedores intermediários, nas cargas críticas de flambagem, nos modos local e distorcional.

Os estudos encontrados na literatura, que abordam a busca pelo perfil mais eficiente, aplicaram métodos computacionais de otimização para alcançar essa geometria, mas poucos consideram as limitações do processo de fabricação e montagem desses perfis. Perfis com formatos complexos e irregulares podem ser inadequados, pois dificultam a fabricação no processo de perfilação, comprometem a ligação com outros elementos e estão sujeitos a erros de montagem. Por isso, neste trabalho, a busca de uma

seção otimizada e eficiente adota uma procura pelas melhores posições e geometrias de seções com enrijecedores intermediários, coerentes com as aplicações práticas.

Um obstáculo para o cálculo automático da resistência de vários perfis enrijecidos é a classificação dos modos de flambagem, uma vez que, nesses casos, os critérios de classificação geram incertezas. Alguns exemplos onde há dúvida na classificação são apontados em ÁDÁNY (2004) e relatados a seguir.

(i) A Figura 6 apresenta perfis com enrijecedores de extremidade cujo ângulo entre a mesa e o enrijecedor é variável. Na seção (a) o enrijecedor está colinear à mesa, portanto entende-se que não existe enrijecedor de borda e não ocorre modo distorcional. No perfil (f) o enrijecedor está perpendicular à mesa e o modo distorcional é esperado. Entre esses dois casos, ou seja, variando o ângulo do enrijecedor entre 0 e 90°, não é bem definido onde está o limite entre apresentar ou não o modo distorcional. As curvas de assinatura desses exemplos estão indicadas a seguir e nota-se que o primeiro caso, perfil (a), só apresenta um mínimo que é um modo local e o perfil (f) dois mínimos, sendo o primeiro é um modo local e o segundo um modo distorcional. Porém, para os outros perfis, nem sempre fica clara a identificação dos modos de flambagem em função dos mínimos na curva de assinatura.

(ii) A figura 7, por sua vez, mostra perfis com um enrijecedor intermediário, de altura variável. Na primeira seção (a), a flambagem da alma é classificada como modo local, entretanto na última seção (f), esse tipo de modo é distorcional, pois existe deslocamento dos nós do enrijecedor intermediário e, mais uma vez, não existe um limite para essa mudança de identificação. Como não existe uma ferramenta exata de identificação modal em casos como os expostos, constatamos grande limitação à proposição de procedimentos automáticos para cálculo da resistência.

As normas de dimensionamento para PFF, Norte Americana (AISI S100-16), Europeia (Eurocode 3) e Brasileira (ABNT NBR 14762:2010), foram calibradas para as configurações mais usuais de geometria. O princípio de dimensionamento dessa categoria de perfis contempla apenas alguns casos específicos de geometrias com enrijecedores intermediários, como apontado por SCHAFER (2006). Essa lacuna de conhecimento motivou a presente pesquisa, que busca entender o comportamento de colunas e vigas formadas por perfis de aço formados a frio com enrijecedores intermediários.

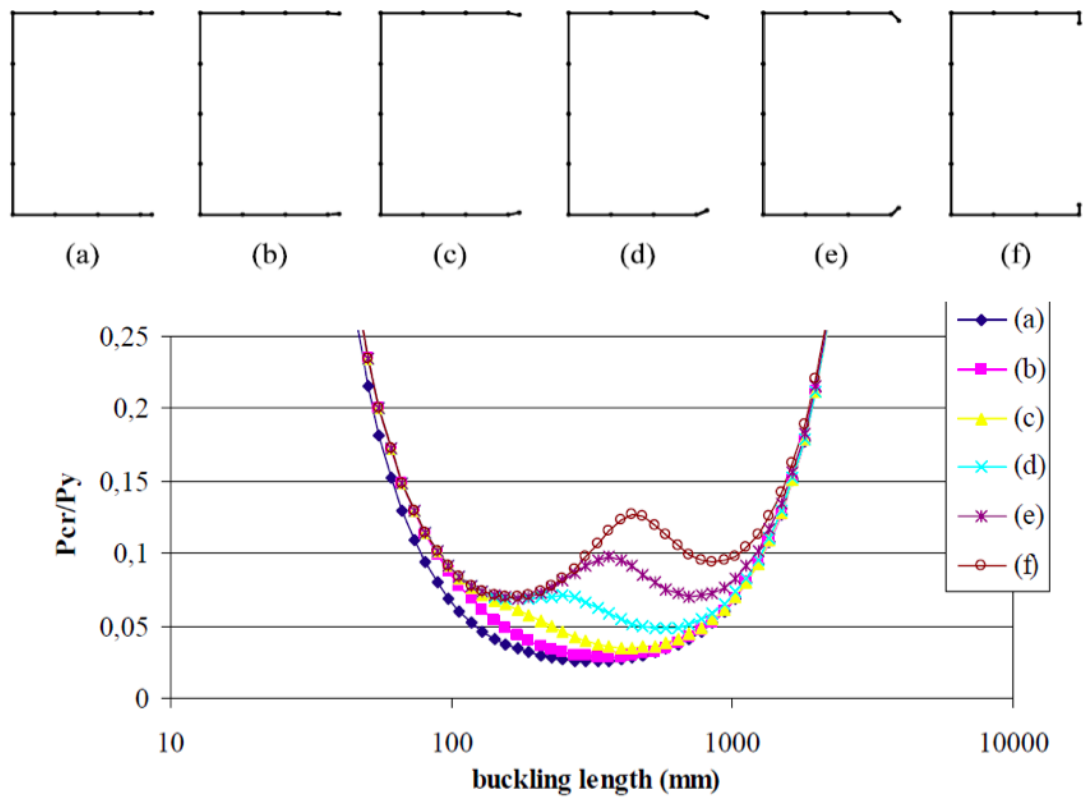


Figura 6. Perfis com enrijecedores de extremidade de ângulo variável (ÁDÁNY, 2004)

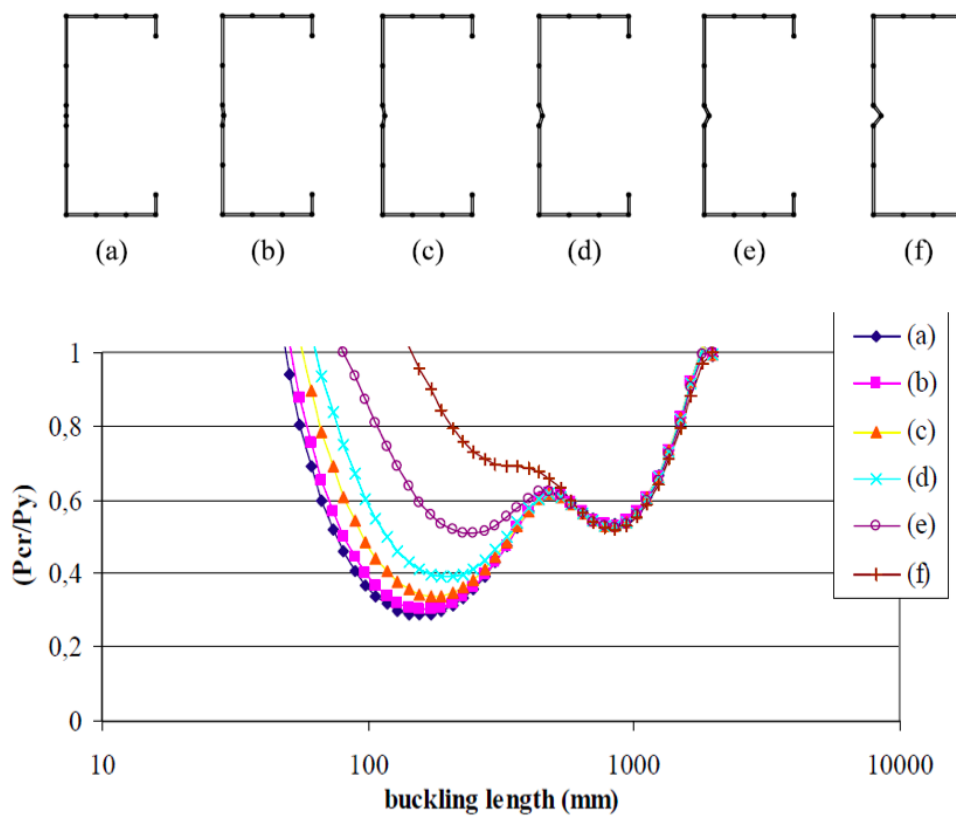


Figura 7. Perfis com enrijecedor intermediário de altura variável (ÁDÁNY, 2004)

Face ao exposto, essa pesquisa volta-se ao estudo sobre o aprimoramento da geometria dessas seções, visando uma melhor eficiência no quesito de resistência, além de investigar a influência das características geométricas da seção no desempenho estrutural do perfil.

Como há poucos resultados experimentais disponíveis de colunas e vigas com seções transversais com enrijecedores intermediários, foi desenvolvido um modelo para análise numérica com base no Método dos Elementos Finitos para a determinação da carga resistente que será então comparada com a carga resistente obtida com o Método da Resistência Direta (MRD) indicado na norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2010) em seções do tipo U enrijecido com enrijecedores intermediários.

Diante disso, o objetivo desse trabalho é determinar quais dimensões de enrijecedores intermediários definem as seções mais eficientes, variando a geometria e garantindo o mesmo gasto de material, quando submetidos a carregamentos de compressão axial e de flexão simples. A influência da variação de cada um dos parâmetros geométricos de uma seção transversal nas cargas críticas de flambagem também será determinada. É apresentada uma metodologia que assegure a automação desta tarefa, para que a partir de uma determinada largura de bobina, seja possível definir qual a posição, dimensão e quantidade de dobras definem a seção mais eficiente para estabilidade e resistência estrutural.

1.4. Metodologia

Para atingir os objetivos propostos, as forças críticas e modos de flambagem de vários perfis serão determinados a partir de análises de flambagem elástica que permitirão calcular a resistência dos perfis e a busca da geometria que gera maiores cargas críticas e maior resistência. A metodologia desse trabalho está dividida em três subitens: (i) geração da geometria das seções enrijecidas; (ii) análise pelo Método das Faixas Finitas (MFF) e (iii) análise pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). O desenvolvimento de cada item está indicado a seguir.

1.4.1. Geração da geometria

A criação das geometrias candidatas à seção mais eficiente é feita a partir de dobras na seção fixa do tipo U enrijecido, criando os chamados enrijecedores

intermediários, de modo que todos os perfis tenham a mesma área de seção transversal e, portanto, o mesmo peso. As análises dos perfis criados com configurações variáveis de geometria serão efetuadas em função do cálculo da resistência quando sujeitos à compressão ou flexão, de forma que as seções de maior resistência serão consideradas ótimas.

A partir de dobras em uma bobina de aço com 600 mm de largura e 1 mm de espessura, inúmeras seções do tipo U enrijecido podem ser adotadas como seção inicial, variando os parâmetros de altura b_w , largura da mesa b_f e enrijecedor de borda b_l (Fig. 8). A seção U enrijecido inicial será determinada de forma que as proporções entre as dimensões, b_w , b_f e b_l , definam a máxima carga crítica distorcional e, a partir dessa seção, enrijecedores intermediários sejam acrescentados com o intuito de aumentar a carga crítica local.

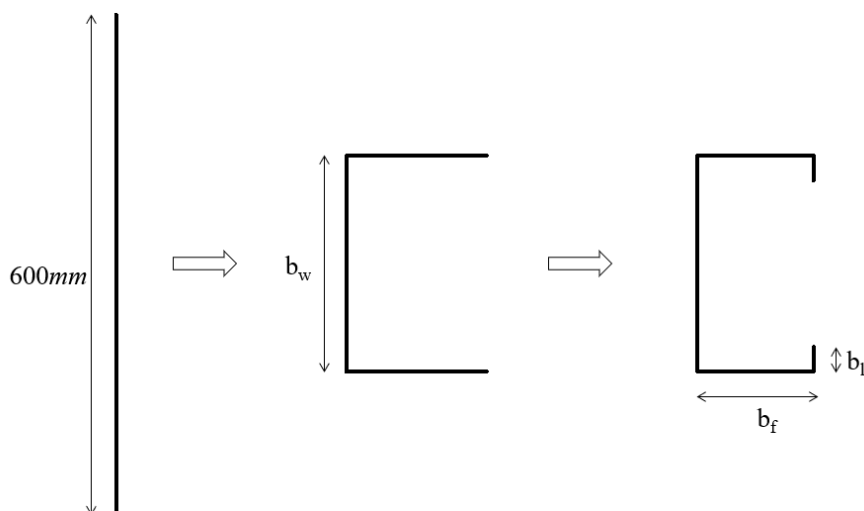


Figura 8. Seção tipo U enrijecido inicial

Após definidas as dimensões da seção U enrijecido inicial, são incluídos enrijecedores intermediários. Inúmeras alternativas podem ser criadas variando os seguintes parâmetros:

- (i) Tipo de enrijecedor (triangular ou trapezoidal);
- (ii) Quantidade e posição de enrijecedores;
- (iii) Alturas e ângulos;

As características que definem um enrijecedor triangular são altura h e ângulo α e para o caso de um enrijecedor trapezoidal são altura h , ângulo α e comprimento superior

w . Essas dimensões serão variáveis na criação das várias seções de estudo e estão indicadas na Figura 9.

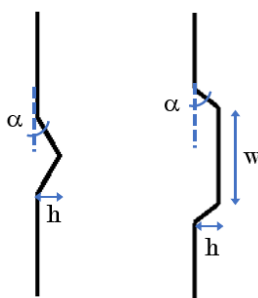


Figura 9. Dimensões variáveis dos enrijecedores

A variação dos parâmetros segue com restrições: (i) sempre existir espaço na alma para ligações de no mínimo 20 mm e área de 600 mm² da seção transversal. Todas as seções terão a dimensão de mesa e enrijecedor de borda constantes (b_f e b_l : dimensões essenciais), de modo que a inclusão de enrijecedores intermediários consiste em retirar material da altura da seção, que será a única variável (b_w : dimensão acidental) dependendo da quantidade e dimensões dos enrijecedores intermediários. Ângulos de dobras considerados são os usuais em sistemas de perfilação a frio, garantindo peças com aplicações comerciais.

Para compressão axial, todas as seções analisadas são simétricas em relação ao eixo horizontal, uma vez que a alteração da posição dos enrijecedores, para esse tipo de carregamento, também simétrico, não gera melhorias significativas. Entretanto, para a solicitação de flexão, a posição dos enrijecedores intermediários será variada, gerando seções candidatas assimétricas, garantindo melhorias na resistência final da peça. Porém, existem desvantagens práticas em seções assimétricas, como por exemplo, problemas de montagem e a não validação da previsão de resistência com métodos de dimensionamento adotados nas normas.

Alguns dos exemplos de perfis criados com a variação do número de enrijecedores e tipo são apresentados na Figura 10.

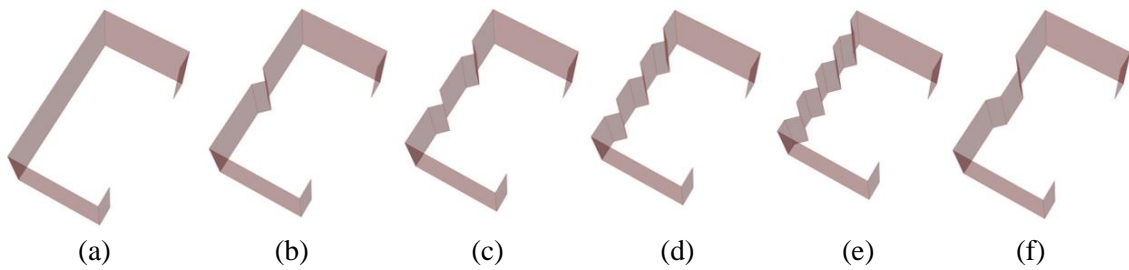


Figura 10. Modelos de geometrias de perfil: (a) U enrijecido simples, (b) com um, (c) dois, (d) três e (e) quatro enrijecedores triangulares e (f) um enrijecedor trapezoidal, formados a partir de dobras de uma mesma largura de bobina (as seções estão na mesma escala)

Pode ser observado na Figura 11, onde os três perfis estão em escala, que o aumento gradual da altura do enrijecedor: 5 mm (Fig. 11 (a)), 15 mm (Fig. 11 (b)) e 30 mm (Fig. 11 (c)) resultou na redução da altura do perfil.

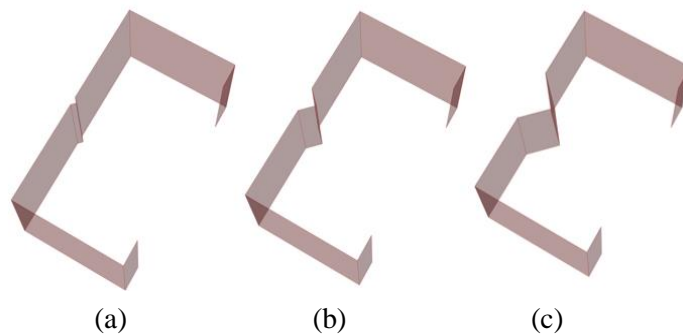


Figura 11. Modelos de geometrias com a variação da altura do enrijecedor intermediário

O aumento da variável referente ao ângulo dos enrijecedores triangulares pode ser observada na Figura 12, onde os ângulos são respectivamente 10°, 20°, 30°, 45° e 60°.

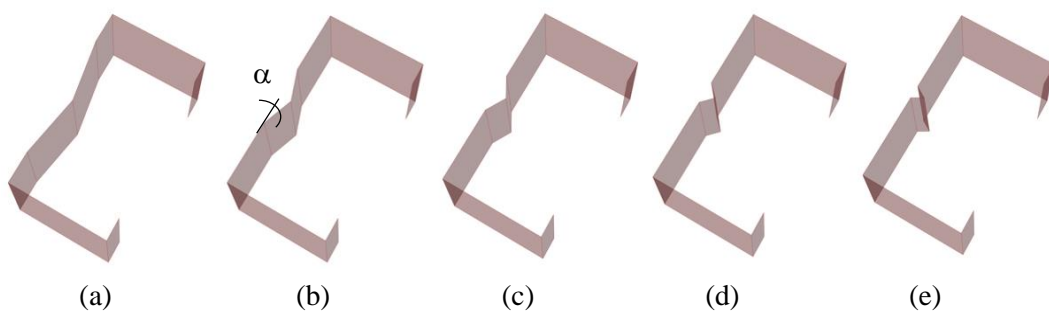


Figura 12. Modelos de geometrias com a variação do ângulo do enrijecedor intermediário

A variação da altura superior de um enrijecedor trapezoidal (dimensão w) quando todas as outras variáveis estão fixas está exemplificada na Figura 13, onde a dimensão do

trapézio, denominada w (indicada na Figura 9) são respectivamente 50 mm, 100 mm e 140 mm.

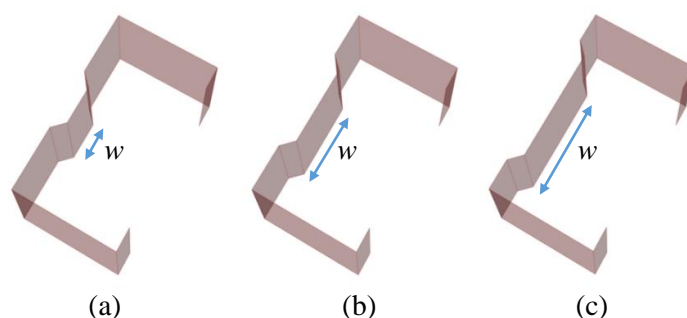


Figura 13. Modelos de geometrias com a variação da largura do enrijecedor trapezoidal

Assim como FRANCO e BATISTA (2017) propuseram um sistema de geração automática de PFF, em sistemas de vigas autoportantes, baseado na gramática de forma, para o presente trabalho é criado um sistema gerador de geometria do tipo U enrijecido com enrijecedores intermediários que a partir das dimensões dos enrijecedores, como dados de entrada, produz um arquivo no formato do programa CUFSM (LI e SCHAFER, 2010) para a análise de estabilidade elástica, favorecendo a automatização desse processo para análise de diversas geometrias.

1.4.2. Método das Faixas Finitas (MFF)

A análise de flambagem elástica trata da determinação de cargas e momentos fletores críticos em cada modo de flambagem e para isso será empregado o programa CUFSM que adota o Método das Faixas Finitas (MFF). O código fonte do CUFSM, escrito em linguagem MATLAB, será alterado para que a identificação dos pontos críticos, mínimos da curva de assinatura, seja revisada uma vez que existem casos onde há ambiguidade de classificação entre o modo local e distorcional (Figuras 6 e 7) e casos onde pontos de mínimos não são identificados, como os apontados por ÁDÁNY (2004). Para isso, a tolerância que define o que é um ponto de mínimo será reduzida.

Um impedimento para a análise de estabilidade de um grande número de seções é a automatização do processo com o programa CUFSM, porque este realiza a análise de estabilidade de uma única seção por vez e a identificação dos mínimos da curva de assinatura, que são as cargas críticas de flambagem, é usualmente realizada por inspeção visual dos resultados. Por essa razão, alterações foram implementadas de forma que as

análises de flambagem de um grande número de seções analisadas se tornaram um processo automático e rápido, permitindo a automação da identificação modal, sem necessidade de inspeções visuais. A influência de cada parâmetro geométrico, que define a seção e os enrijecedores intermediários nas cargas críticas foi facilmente determinada e, como dados de saída, foram informadas a participação modal em cada mínimo da curva de assinatura.

Dessa forma, com a geração automática de geometria vinculada à análise de estabilidade elástica e classificação modal automática, os perfis de maiores cargas críticas e resistências serão facilmente identificados. Um exemplo de classificação modal está apresentado na Figura 14.

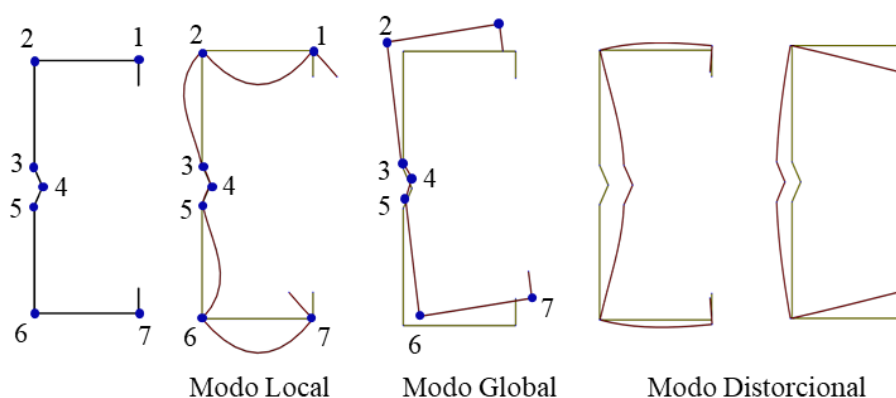


Figura 14. Exemplo de classificação modal de perfil com um enrijecedor intermediário

No programa CUFSM, um teste de convergência de discretização dos elementos definiu que a discretização em faixas finitas das seções em estudo de de forma que existam quatro elementos de faixas entre duas dobras é adequada, o que garante três nós intermediários entre dois nós naturais (cantos dobrados), como ilustrado na Figura 15. As vigas e colunas foram modeladas com condições de contorno simplesmente apoiadas e o empenamento está livre em ambas as extremidades.

O programa CUFSM oferece opções para a determinação da participação e identificação dos modos de flambagem, com base no Método das Faixas Finitas restringidas (*Constrained Finite Strip Method*, cFSM), como indicado por SCHAFER e ÁDÁNY (2006). Na presente pesquisa, como proposto por GARCIA *et al.* (2017), a identificação e decomposição modal, isto é, a participação modal, será obtida a partir da normalização dos vetores com base modal por norma vetorial.

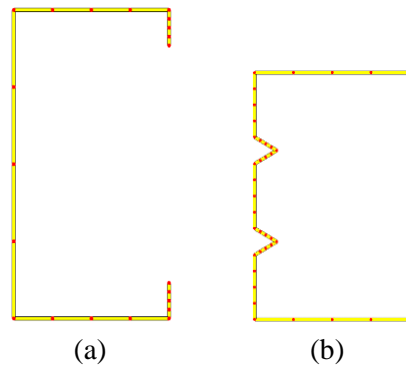


Figura 15. Discretização adotada da seção de PFF no programa CUFSM: (a) seção U enrijecido, (b) seção U enrijecido com dois enrijecedores intermediários na alma

1.4.3. Método da Resistência Direta (MRD)

Uma abordagem de dimensionamento de PFF segundo a NBR 14762 (ABNT, 2010) é pelo Método da Resistência Direta (MRD), que também é um dos métodos indicados pelas normas americanas (AISI) para o cálculo da carga resistente de uma coluna (P_{Rk}) e o momento resistente de uma viga (M_{Rk}), e depende da pré-determinação das cargas críticas de flambagem elásticas, nos três modos de flambagem típicos de PFF, local (N_l), distorcional (N_{dist}) e global (N_e), para compressão e local (M_l), distorcional (M_{dist}) e global (M_e), para flexão.

Uma nova rotina com o Método da Resistência Direta (MRD) será implementada ao código fonte do CUFSM para o cálculo da resistência das barras com seção transversal com enrijecedores intermediários. Assim, será possível identificar a influência de cada variável geométrica no valor de cargas críticas e na resistência à compressão ou flexão, além de concluir qual a participação das características geométricas no comportamento estrutural dos perfis e quais organizações da forma do perfil geram maiores resistências.

1.4.4. Método dos Elementos Finitos (MEF)

Neste estudo, foram realizadas análises lineares de estabilidade com modelos numéricos em elementos finitos de casca, adotando o programa ANSYS com a intenção de comparar as cargas críticas determinadas no Método das Faixas Finitas e análises não-lineares para o cálculo a resistência dessas barras.

O modelo em elementos finitos segue a recomendação de SILVESTRE *et al.* (2006), com elementos de placa do tipo SHELL181, com quatro nós e cada nó com seis

graus de liberdade, malha com elemento de formato quadrilátero de 5 mm de largura. As análises não lineares consideraram imperfeições geométricas iniciais, baseadas no modo de flambagem e normalizada com amplitude máxima de $0,1*t$ (10% da espessura do perfil), condições de contorno como simplesmente apoiada. As barras são modeladas com comprimentos L , múltiplo inteiro do comprimento de uma semi onda de flambagem local (L_{cr}), de acordo com a análise de estabilidade elástica com o programa CUFSM. O material, aço, foi modelado como material bilinear elasto-plástico e foi adotado o método de Riks para determinar a carga última.

Em resumo, essa metodologia permite (i) buscar a maior resistência de variados tipos de seções com enrijecedores intermediários, (ii) determinar a influência da variação de cada parâmetro que define a seção, nas cargas críticas de flambagem, (iii) definir qual a melhor forma de seção transversal para outros comprimentos de bobina e (iv) adota a compatibilidade entre o MFF com o MRD.

O método adotado está resumido no fluxograma da Figura 16, onde é indicado que a determinação das cargas e momentos fletores críticos nesse trabalho será realizada com o Método das Faixas Finitas (MFF), implementado no programa livre e aberto CUFSM. Foram realizadas alterações no código fonte do programa, escrito na linguagem MATLAB, de modo que para uma geometria arbitrária de seção transversal de barra, além das cargas críticas fossem calculadas também as cargas resistentes dos três modos de flambagem, ou seja, o MFF foi conectado com o MRD. O CUFSM ofereceu como saída, após as alterações, as cargas críticas e a resistência da barra, formada com a seção arbitrária, de comprimento informado previamente. A carga última foi validada com modelos em elementos finitos, com o programa comercial ANSYS.

1.5. Estrutura do Trabalho

O presente trabalho encontra-se dividido em 5 capítulos. O capítulo 1 apresenta um breve histórico sobre pesquisas já realizadas acerca do comportamento de perfis de aço formados a frio com enrijecedores intermediários, além de apontar a motivação, objetivos almejados com esse trabalho e a metodologia adotada para alcançá-los.

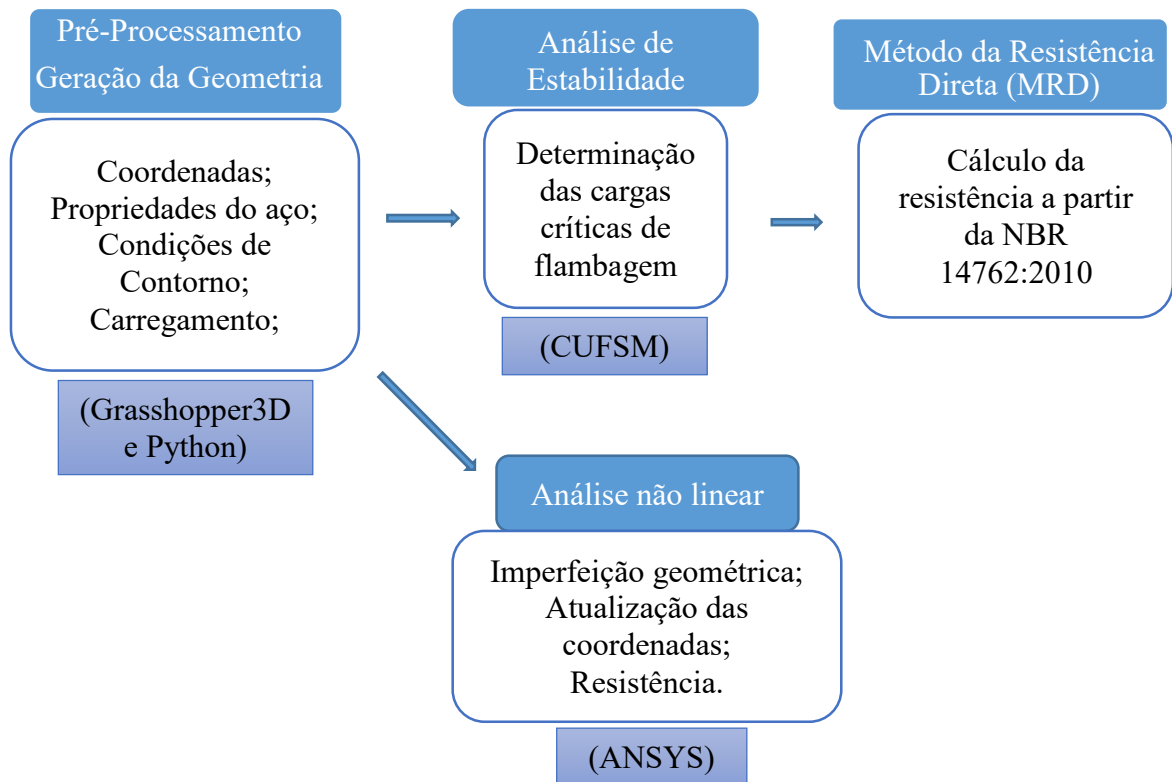


Figura 16. Fluxograma da metodologia adotada

Uma breve fundamentação teórica é descrita no capítulo 2, abordando os principais conceitos de estabilidade estrutural e modos de flambagem, com a explanação da teoria, demonstração das equações de formulação do Método das Faixas Finitas, definições que se mostraram de grande importância para o desenvolvimento do trabalho, além de abordar os métodos clássicos de dimensionamento para PFF, empregados e indicados pela norma brasileira.

Os resultados das análises de estabilidade e resistência para barras sob o carregamento de compressão axial são apresentados no capítulo 3, além da indicação da influência de cada parâmetro geométrico dos enrijecedores intermediários nas cargas críticas de flambagem, bem como a discussão dos resultados. No capítulo 4 é realizada a apresentação dos resultados de flexão simples para vigas com seção transversal do tipo U enrijecido com enrijecedores intermediários e, novamente, a determinação da influência das dimensões dos enrijecedores intermediários nas cargas críticas de flambagem, o cálculo da carga última e discussões dos resultados.

Finalmente, no capítulo 5 são apontadas as conclusões obtidas com a pesquisa, discussões dos resultados e sugestões para trabalhos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Estabilidade Estrutural

De acordo com REIS e CAMOTIM (2001) o conceito de estabilidade estrutural para uma determinada configuração de equilíbrio está atrelado ao comportamento da estrutura após sofrer uma “perturbação” externa, como por exemplo uma força, então quando interrompida a perturbação a configuração de equilíbrio pode ser “estável” se retornar para a configuração inicial ou, caso contrário, “instável”. A Figura 17 ilustra o conceito de estabilidade com a clássica analogia de uma esfera rígida sob ação apenas do peso próprio em diferentes superfícies. Dessa forma, se a superfície for côncava resultará em um equilíbrio estável, se convexa um equilíbrio instável e uma superfície horizontal em um equilíbrio neutro. O tipo de equilíbrio pode também ser determinado considerando a energia do sistema, para o equilíbrio estável a energia potencial é mínima, e para o equilíbrio instável máxima.

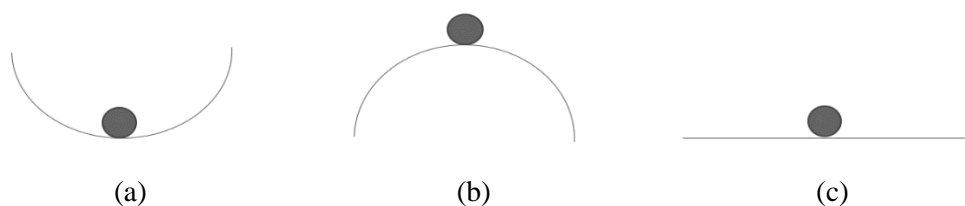


Figura 17. Tipos de equilíbrio: (a) Equilíbrio estável; (b) Equilíbrio instável; e (c) Equilíbrio neutro

O conhecimento aprofundado do comportamento e estabilidade estrutural permite aprimorar o dimensionamento e o projeto final de estruturas e evitar que certos fenômenos de instabilidade ocorram.

2.2. Estabilidade de Placas

Segundo TIMOSHENKO e GERE (1961) uma placa simplesmente apoiada nos quatro bordos e sujeita a um carregamento de compressão longitudinal no plano (Fig. 18) tem seu comportamento determinado pela equação diferencial parcial indicada na equação 1.

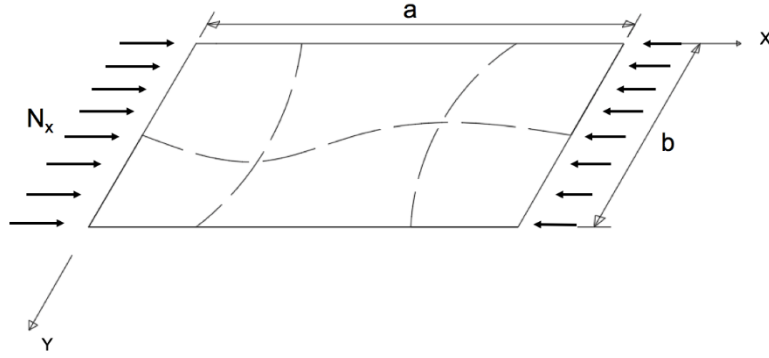


Figura 18. Placa Simplesmente Apoiada com Carregamento Uniaxial

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \frac{N_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

Onde w é a função de deslocamentos transversais e D é a chamada rigidez flexional da placa, calculada como:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2)$$

A solução da equação é pode ser representada pela equação 3.

$$w(x, y) = \sum_m \sum_n A_{mn} \cdot \text{sen}\left(\frac{m \cdot \pi \cdot x}{a}\right) \cdot \text{sen}\left(\frac{n \cdot \pi \cdot y}{b}\right) \quad (3)$$

Adotando o número de semi ondas senoidais na direção transversal $n = 1$, determinando assim que a placa flambe com várias semi ondas na direção de compressão (m é o número de semi ondas na direção x) mas somente uma semi onda na direção perpendicular. Aplica-se a função de deslocamento da Equação 3 na Equação 1 para se obter a razão entre a força crítica de flambagem elástica da placa e a área.

$$\frac{N}{A} = \sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \frac{1}{(b/t)^2} \quad (4)$$

onde k é o coeficiente de flambagem de placas, que depende das dimensões da placa e das condições de contorno, e para o tipo de problema da Figura 18, pode ser calculado com a equação 5.

$$k = \left(\frac{m}{a/b} + \frac{a/b}{m} \right)^2 \quad (5)$$

Então, de acordo com as dimensões da placa cada modo m possui um coeficiente de flambagem k , em placas longas e casos onde a relação a/b é inteira, esse coeficiente converge para o valor 4 e o comprimento da placa passa a ser irrelevante, o gráfico da Figura 19 apresenta os valores de k para diversos valores de m e da relação a/b . Em situações com outras condições de contorno ou outras formas de carregamento, o valor de k é determinado por REIS e CAMOTIM (2001). Dessa forma, conhecida a relação entre as dimensões a/b é possível determinar o número de semi ondas longitudinais da placa quando submetida ao carregamento crítico.

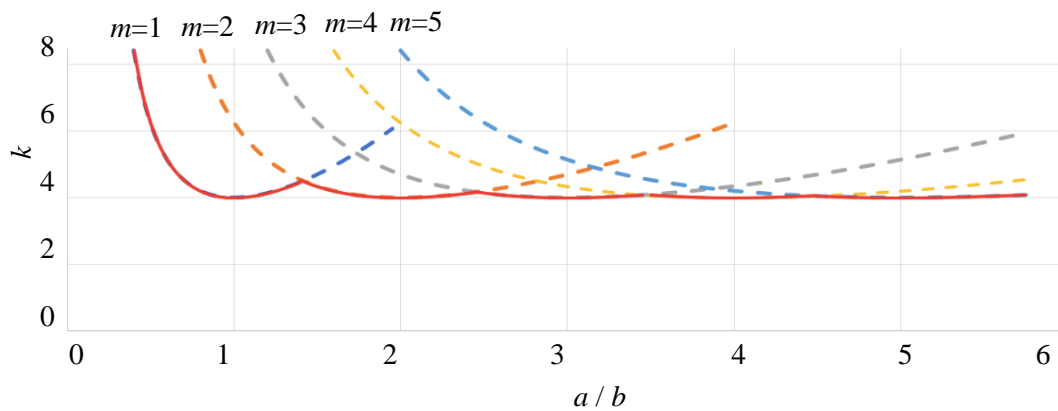


Figura 19. Variação o coeficiente de flambagem de placas (k) de acordo com o comprimento

A flambagem local de perfis formados a frio pode ser tratado como um problema de placas associadas, pois é função da esbeltez (relação largura / espessura) da placa. A associação de placas será inserida no problema a partir do coeficiente de flambagem k , que depende das dimensões das paredes vizinhas e a razão entre a força crítica e a área da seção transversal é determinada com a equação 4.

O modo de flambagem local de uma seção com enrijecedor intermediário é esquematizado na Figura 20. No primeiro caso (a), o enrijecedor pode ser classificado como eficiente, pois impede o deslocamento da placa, então, o problema será tratado como flambagem local de duas placas isoladas, como observado por SCHAFER e PEKOZ (1998). Nota-se que quando o enrijecedor intermediário não desloca, este terá a função de diminuir o comprimento de onda, o que garante uma maior carga crítica de flambagem local do que a mesma seção sem enrijecedor. Entretanto, a Figura 20 (b)

apresenta um enrijecedor intermediário ineficiente, que desloca com as placas e esse tipo de problema não pode ser mais modelado como flambagem local e segundo ÁDÁNY (2004) é um modo de flambagem distorcional.

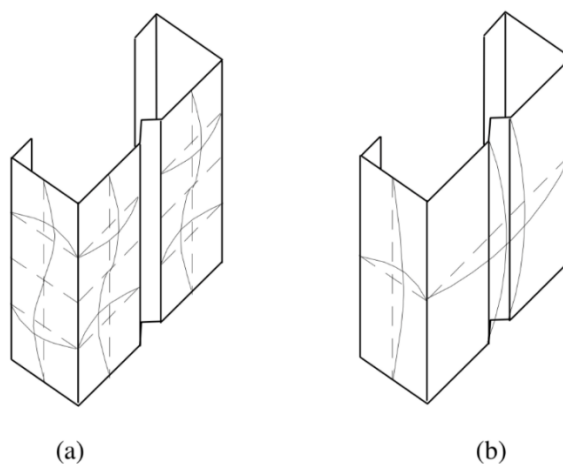


Figura 20. (a) Modo de flambagem local do perfil com enrijecedor intermediário eficiente. (b) Modo de flambagem com enrijecedor intermediário ineficiente (SEVERO, 2000)

2.3. Modos de Flambagem

Os perfis formados a frio podem estar sujeitos a três tipos básicos de instabilidade, estes são chamados de modos de flambagem local, global ou distorcional, onde cada modo está atrelado a uma quantidade de reserva de energia. Uma estrutura pode apresentar um comportamento pós crítico estável, ou seja, não entrar em colapso quando flambar, nesse caso, existe uma reserva de pós flambagem e o que ocorre é uma perda da capacidade resistente em relação ao estado limite de plastificação total. Os perfis formados a frio nos modos local e distorcional se enquadram neste grupo em diferentes níveis de reserva de energia.

Os procedimentos de dimensionamento dependem da correta identificação e, assim sendo, é importante a classificação exata de cada modo de flambagem desenvolvido.

A flambagem de uma peça, seja por compressão ou flexão, gera mudanças na geometria do perfil e de acordo com a deformada da seção transversal o modo de flambagem pode ser classificado em: flambagem global, flambagem local ou flambagem distorcional. Segundo YU (2010) a forma de flambagem depende:

- (i) das dimensões da seção transversal (razão alma/mesa);

- (ii) da esbeltez global da barra;
- (iii) da esbeltez de cada elemento que forma a seção transversal;
- (iv) da imperfeição geométrica inicial;
- (v) das propriedades do material;
- (vi) das excentricidades de carregamento e
- (vii) das condições de vinculação da coluna.

Os três modos de flambagem podem ser definidos da seguinte forma.

a) Flambagem Global

A flambagem global é o modo de instabilidade em que a forma da seção transversal do elemento conserva-se inalterada e a seção inteira se desloca (ÁDÁNY, 2004). Podendo ocorrer nas formas de flexão, torção ou flexo-torção para peças comprimidas e flambagem lateral com torção para peças sujeitas à flexão. A Figura 21 ilustra uma seção do tipo U enrijecido sujeita a flambagem global. O problema da flambagem global é bem modelado pela solução analítica de flambagem elástica de barras (como o clássico problema da coluna de Euler).

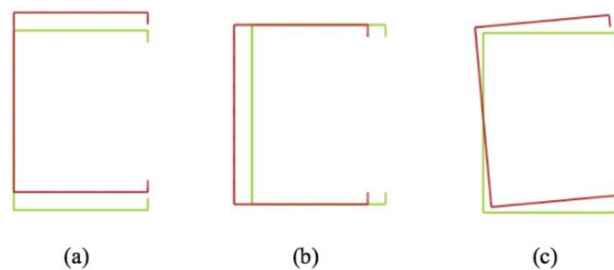


Figura 21. Modos de flambagem global em uma seção U enrijecido (a) flexão no eixo de maior inércia (b) flexão no eixo de menor inércia (c) flexo-torção

b) Flambagem Local

A flambagem local é caracterizada por deformação das paredes do perfil sem a ocorrência de deslocamento dos cantos dobrados (Fig. 22). O problema de flambagem local para um perfil sob compressão é equivalente a flambagem de uma placa isolada comprimida, que possui soluções matemáticas analíticas propostas por TIMOSHENKO e GERE (1961) para o cálculo da carga crítica como apresentadas no item 2.2. Essa solução fundamenta as expressões de cálculo da força crítica de flambagem local elástica apresentadas na NBR 14762 (ABNT, 2010).

Uma maneira eficiente de aumentar a rigidez de uma placa ao aparecimento da flambagem local é pelo acréscimo de enrijecedores intermediários, subdividindo a placa em elementos menos esbeltos.

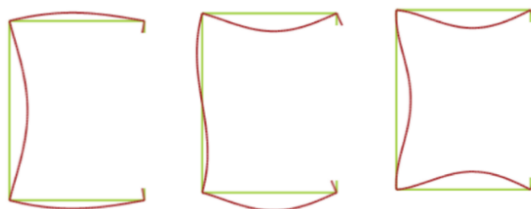


Figura 22. Modos de flambagem local em uma seção U enrijecido

c) Flambagem Distorcional

A flambagem distorcional (ÁDÁNY, 2004) é observada em seções de perfis com enrijecedores de borda onde há uma rotação da mesa no ponto de junção mesa/alma ou em casos de enrijecedores intermediários devido ao deslocamento do enrijecedor no plano do elemento (Fig. 23).

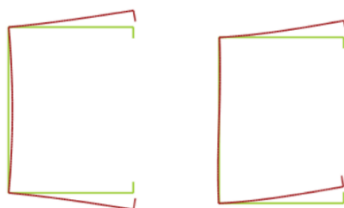


Figura 23. Modos de flambagem distorcional em uma seção U enrijecido

A identificação dos diferentes modos de flambagem para diferentes comprimentos em perfis de aço formados a frio pode ser feita com o programa CUFSM (LI e SCHAFER, 2010) que utiliza o Método das Faixas Finitas (MFF). Essa ferramenta apresenta cargas críticas de flambagem em função do comprimento da coluna. Esse gráfico é conhecido como “curva de assinatura”, e a Figura 24 é um exemplo para um perfil tipo U enrijecido, onde cada mínimo da curva representa um modo de flambagem, neste caso, são classificados respectivamente, como modo local, distorcional e global.

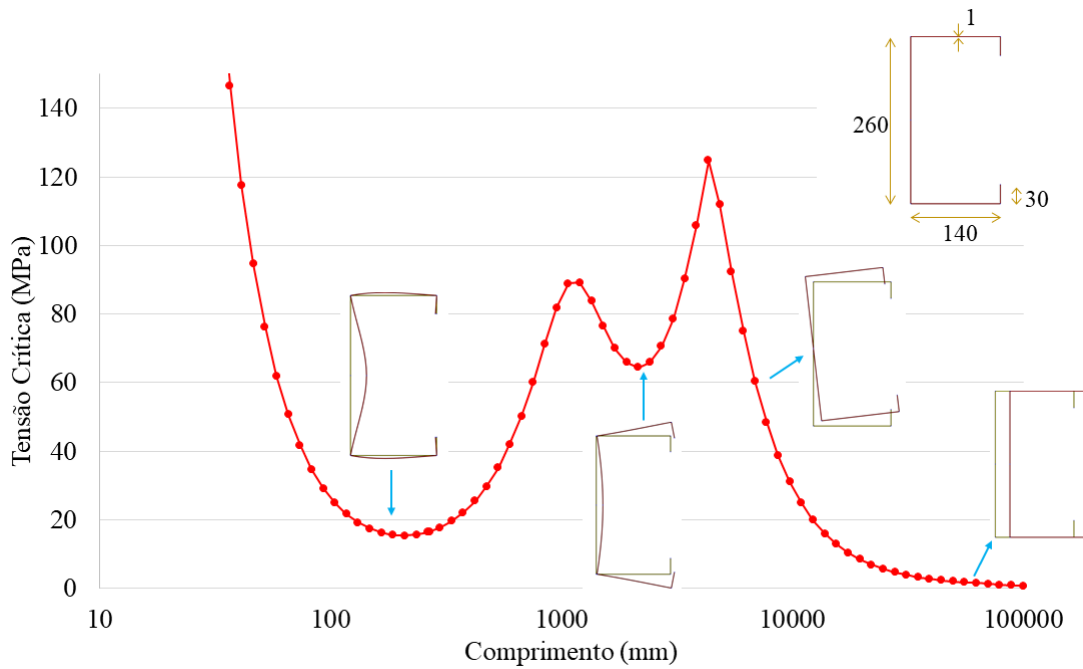
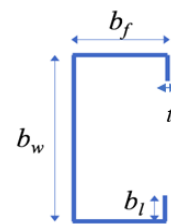


Figura 24. Curva de Assinatura de um perfil U enrijecido sob compressão

A influência das propriedades geométricas nos modos de flambagem de uma seção do tipo U enrijecido foram indicadas no trabalho de NUNES (2016) e estão resumidas na Tabela 1. Esta afirma que o modo distorcional tem maior possibilidade de ser o modo crítico em casos onde a dimensão da mesa da seção (b_f) é alta ou quanto menor for a esbelteza do perfil, ou ainda quando a dimensão do enrijecedor de borda (b_l) é pequena em relação a mesa. Todos os casos contrários a estes, têm maior possibilidade de desenvolver o modo crítico de flambagem local.

Tabela 1. Influência da geometria nos modos críticos de flambagem (NUNES, 2016)

Baixa	Relação	Alta
Local	b_f/b_w	Distorcional
Distorcional	b_l/b_f	Local
Local	t/b_w	Distorcional



2.4. Determinação das cargas críticas de flambagem

Os principais métodos numéricos adotados para a determinação das cargas críticas de flambagem elástica são: Método dos Elementos Finitos, Método das Faixas Finitas e a teoria generalizada de vigas. Cada um deles será detalhado nos itens a seguir.

2.4.1. Método dos Elementos Finitos (MEF)

O Método dos Elementos Finitos é atualmente método numérico mais difundido para análise estrutural, com metodologia adotada em programas comerciais como ANSYS, ABAQUS, SAP2000 e outros. A aplicação desse método na análise de estabilidade de perfis é realizada com a discretização da peça em elementos finitos de casca, onde o perfil é discretizado igualmente em toda a dimensão, ou seja, na direção transversal e longitudinal (Fig. 25).

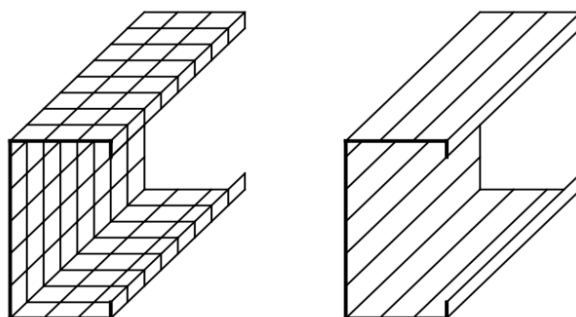


Figura 25. Discretização em elementos finitos e faixas finitas de um PFF (SCHAFER, 1998)

Segundo BATISTA *et al.* (2002) o MEF por ser a técnica mais precisa e ampla de modelagem tem a função de aferir os métodos de análise de faixas finitas e GBT, em análises de perfis formados a frio.

O MEF permite modelar qualquer condição de contorno e formato de carregamento, caracteriza-se como uma poderosa ferramenta quando são necessárias análises não lineares, considerando as imperfeições geométricas iniciais, tensões residuais e o comportamento elastoplástico do material.

Como possui um número de graus de liberdade maior que os outros dois métodos anteriores, o MEF apresenta um maior custo computacional. As desvantagens associadas à sua aplicação na análise de estabilidade de perfis de aço formado a frio são: (i) a classificação e a participação modal não são informados pelo programa, dessa forma a classificação do modo de flambagem deve ser feita visualmente pelo usuário; (ii) para cada comprimento de barra um novo modelo deve ser criado e uma nova análise executada, uma vez que esse tipo de método não fornece uma curva de assinatura com a variação da carga crítica em vários comprimentos; (iii) a aplicação de carregamentos e

condições de contorno requer um conhecimento aprofundado do método e do programa utilizado, muito sensível aos parâmetros adotados na construção do modelo estrutural.

2.4.2. Método das Faixa Finitas

O Método das Faixas Finitas (MFF) é uma técnica de análise estrutural inicialmente sugerida por Y. K. Cheung em 1968 com embasamento semelhante ao tradicional Método dos Elementos Finitos (MEF) porém em determinadas aplicações torna-se uma ferramenta computacionalmente mais eficiente. Em seu livro, CHEUNG e THAM (1997) apresentam o desenvolvimento das equações desse método para análise estrutural de perfis formados a frio. Posteriormente, o pesquisador Hancock aplicou este método em diversas situações de estudo de estabilidade e determinação dos modos de flambagem de perfis de aço (HANCOCK, 1977, LAU e HANCOCK, 1986).

O MFF tem sua maior utilidade em problemas de dimensionamento de barras, onde é necessário a determinação de cargas críticas de flambagem tendo em vista a posterior aplicação do Método da Resistência Direta (SCHAFER e PEKOZ, 1998), para isso, o professor B.W. Schafer, criou o programa CUFSM (LI e SCHAFER, 2006), que aplica o MFF no cálculo das cargas e modos críticos de flambagem de um perfil de aço. O programa e seu código fonte em MATLAB são disponíveis gratuitamente em seu site.

A principal diferença entre o já consagrado Método dos Elementos Finitos e o Método das Faixas Finitas é que este propõe a discretização da seção com faixas de mesmo comprimento do perfil analisado, dessa forma, o modelo tem menos graus de liberdade e o tempo de processamento diminui consideravelmente se comparado com o MEF (Fig. 25), gerando um ganho computacional considerável. Para funcionar, a função de interpolação que aproxima a variação do campo de deslocamento na direção longitudinal deve ser escolhida adequadamente.

Devido a forma como foi definido, o MFF apresenta algumas restrições: (i) só permite o cálculo de barras prismáticas, ou seja, a mesma seção transversal ao longo de todo o comprimento; (ii) só é possível modelar barras com condições de extremidades pré-estabelecidas como, por exemplo, simplesmente apoiada, biengastada, combinações dessas duas condições e uma extremidade engastada e outra livre e (iii) só é possível aplicar cargas nas extremidades dos elementos de barra.

No MFF um elemento é formado por quatro nós e cada nó deve possuir quatro graus de liberdade, sem nenhuma discretização transversal no comprimento da faixa, o que é indispensável no caso da análise com MEF (SCHAFER e ÁDÁNY (2006). O sistema de coordenadas que os graus de liberdade estão referenciados são indicados na figura 26.

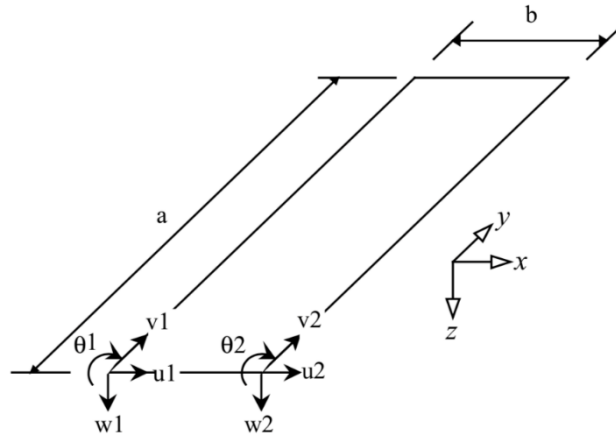


Figura 26. Graus de liberdade de uma faixa finita (SCHAFER, 1998)

Para esse método o vetor de campos de deslocamento totais $u = [u \ v \ w]^T$ é aproximado por deslocamentos nodais \mathbf{d} e funções de interpolação N . Essa relação é indicada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{u} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{d} = [\mathbf{N}_{uv} \ \mathbf{N}_w] [\mathbf{d}_{uv}^T | \mathbf{d}_{w\theta}^T]^T \quad (6)$$

Onde os deslocamentos nodais no sistema de coordenadas locais são expressos por:

$$\mathbf{d} = [u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 | w_1 \ \theta_1 \ w_2 \ \theta_2]^T \quad (7)$$

Que pode também ser escrito da forma compacta, como:

$$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_{uv}^T | \mathbf{d}_{w\theta}^T]^T \quad (8)$$

Os deslocamentos nas direções u , v e w são aproximados pelas funções harmônicas apresentas a seguir.

$$\mathbf{u} = \left[\left(1 - \frac{x}{b} \right) \left(\frac{x}{b} \right) \right] \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \sin \left(\frac{m\pi x}{a} \right), \quad \mathbf{v} = \left[\left(1 - \frac{x}{b} \right) \left(\frac{x}{b} \right) \right] \begin{Bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{Bmatrix} \cos \left(\frac{m\pi y}{a} \right) \quad (9)$$

$$\mathbf{w} = \left[\left(1 - \frac{3x^2}{b^2} + \frac{2x^3}{b^3} \right) x \left(1 - \frac{2x}{b} + \frac{x^2}{b^2} \right) \left(\frac{3x^2}{b^2} - \frac{2x^3}{b^3} \right) x \left(\frac{x^2}{b^2} - \frac{x}{b} \right) \right] \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_1 \\ w_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \sin \left(\frac{m\pi x}{a} \right) \quad (10)$$

As deformações de uma faixa podem ser entendidas como a soma de duas parcelas: as deformações de membrana $\boldsymbol{\varepsilon}_m$ e as deformações devido a flexão da placa $\boldsymbol{\varepsilon}_f$.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_m + \boldsymbol{\varepsilon}_f \quad (11)$$

A partir da relação deformação/deslocamentos é possível determinar a função entre as derivadas das funções de interpolação \mathbf{N} com os deslocamentos nodais \mathbf{d} . Os vetores de derivadas das funções de interpolação são denominados vetores \mathbf{B} .

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \partial u / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \end{Bmatrix} = \mathbf{N}'_{uv} \mathbf{d}_{uv} = \mathbf{B}_m \mathbf{d}_{uv} \quad (12)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} -z \partial^2 w / \partial x^2 \\ -z \partial^2 w / \partial y^2 \\ 2z \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} = \mathbf{N}'_w \mathbf{d}_{w\theta} = \mathbf{B}_b \mathbf{d}_{w\theta} \quad (13)$$

A relação deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$ e deslocamentos nodais \mathbf{d} na forma compacta fica escrita como:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d} \quad (14)$$

A dedução da matriz de rigidez da faixa finita é feita a partir da equação de energia potencial de deformação considerando a lei constitutiva $\boldsymbol{\sigma} = E \boldsymbol{\varepsilon}$ e como $E = E^T$, obtêm-se:

$$\mathbf{U} = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \int \boldsymbol{\varepsilon}^T \mathbf{E} \boldsymbol{\varepsilon} dV = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \int \mathbf{B}^T \mathbf{E} \mathbf{B} dV \mathbf{d} = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{k}_e \mathbf{d} \quad (15)$$

Então a matriz de rigidez total possui uma parcela referente ao deslocamento de membrana e outra referente ao deslocamento de flexão.

$$\mathbf{k}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{em} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_{eb} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Onde, cada termo da matriz é calculado com a seguinte integração. O resultado de cada coeficiente da matriz de rigidez é desenvolvido em CHEUNG e THAM (1997).

$$\mathbf{k}_{em} = \int \mathbf{B}_m^T \mathbf{E} \mathbf{B}_m dV \quad (17)$$

$$\mathbf{k}_{eb} = \int \mathbf{B}_b^T \mathbf{E} \mathbf{B}_b dV \quad (18)$$

Considerando a faixa finita sujeita a uma força linearmente distribuída ao longo da seção transversal com valores extremos T_1 e T_2 , a matriz de rigidez geométrica será determinada com os termos de deformação de segunda ordem, e a energia potencial adicional devido a essas forças.

$$\mathbf{W} = \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} \right)^2 \right) dx dy \quad (19)$$

Neste caso, derivada de segunda ordem do campo de deslocamentos total é uma relação entre as derivadas das funções de interpolação N com os deslocamentos nodais \mathbf{d} .

$$\left(\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial y} \right)^2 = \mathbf{d}_{w\theta}^T \mathbf{N}'_w{}^T \mathbf{N}'_w \mathbf{d}_{w\theta} = \mathbf{d}_{w\theta}^T \mathbf{G}_b^T \mathbf{G}_b \mathbf{d}_{w\theta} \quad (20)$$

Aplicando essa expressão no cálculo da energia potencial, obtêm-se:

$$\mathbf{W} = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{d} \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \mathbf{G}^T \mathbf{G} dx dy = \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{k}_g \mathbf{d} \quad (21)$$

Dessa forma, as matrizes de rigidez geométrica possuem uma parcela referente ao deslocamento de membrana e outra parcela referente ao deslocamento de flexão.

$$\mathbf{k}_{gm} = \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \mathbf{G}_m^T \mathbf{G}_m dx dy \quad (22)$$

$$\mathbf{k}_{gb} = \int_0^a \int_0^b \left(T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{b} \right) \mathbf{G}_b^T \mathbf{G}_b dx dy \quad (23)$$

O cálculo dessas integrais resulta em cada termo da matriz de rigidez geométrica, que estão apresentados a seguir.

$$\mathbf{k}_{gm} = C \begin{bmatrix} 70(3T_1 + T_2) & 0 & 70(T_1 + T_2) & 0 \\ & 70(3T_1 + T_2) & 0 & 70(T_1 + T_2) \\ & & 70(T_1 + 3T_2) & 0 \\ \text{simétrico} & & & 70(T_1 + 3T_2) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{k}_{gb} = C \begin{bmatrix} 8(30T_1 + 9T_2) & 2b(15T_1 + 7T_2) & 54(T_1 + T_2) & -2b(7T_1 + 6T_2) \\ & b^2(5T_1 + 3T_2) & 2b(6T_1 + 7T_2) & -3b^2(T_1 + T_2) \\ & & 24(3T_1 + 10T_2) & -2b(7T_1 + 15T_2) \\ \text{simétrico} & & & b^2(3T_1 + 5T_2) \end{bmatrix} \quad (25)$$

Onde, $C = b(m\pi)^2 / 1680a$.

A mudança do referencial local da faixa para o referencial global do perfil como um todo é feita com o auxílio da matriz de rotação que depende do ângulo de rotação α formado entre o eixo no sistema local e global.

$$\begin{bmatrix} u_i \\ w_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha^{(j)} & \text{sen}\alpha^{(j)} \\ -\text{sen}\alpha^{(j)} & \cos\alpha^{(j)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ W_i \end{bmatrix} \text{ e } \begin{bmatrix} v_i \\ \theta_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ \Theta_i \end{bmatrix} \quad (26)$$

A rotação é feita para todos os nós e, portanto, para todas as faixas, a correspondência entre os nós de cada faixa é reunida na matriz de rotação global que transforma os deslocamentos e as matrizes de rigidez do referencial local para o global.

$$\mathbf{d}^{(j)} = \mathbf{\Gamma}^{(j)} \mathbf{D}^{(j)} \quad (27)$$

$$\mathbf{K}_e^{(j)} = \mathbf{\Gamma}^{(j)T} \mathbf{k}_e^{(j)} \mathbf{\Gamma}^{(j)} \text{ e } \mathbf{K}_g^{(j)} = \mathbf{\Gamma}^{(j)T} \mathbf{k}_g^{(j)} \mathbf{\Gamma}^{(j)} \quad (28)$$

A montagem da matriz de rigidez de todas as faixas finitas de uma peça depende da contribuição de cada parcela com sua respectiva correspondência de graus de liberdade.

$$\mathbf{K}_e = \sum_{j=1}^n \mathbf{K}_e^{(j)} \text{ e } \mathbf{K}_g = \sum_{j=1}^n \mathbf{K}_g^{(j)} \quad (29)$$

Dessa forma, o problema que governa o fenômeno de flambagem elástica é um típico problema de autovalor cuja solução é a determinação das cargas críticas de flambagem (representadas pelos autovalores λ) e os respectivos modos de flambagem (representados pelos autovetores Φ). Matematicamente o problema é escrito da seguinte forma da equação 32.

$$\mathbf{K}_e \Phi = \lambda \mathbf{K}_g \Phi \quad (30)$$

2.4.3. Teoria Generalizada de Viga (GBT)

A Teoria Generalizada de Viga é um método de análise estrutural com potencial aplicação na análise de estabilidade de perfis de aço formados a frio, representa uma extensão da teoria clássica de vigas que considera a distorção da seção transversal.

Segundo SILVESTRE e CAMOTIM (2002) o método consiste em discretizar a forma deformada, ou seja, o modo de flambagem de uma barra, em uma combinação linear de modos de deformação da seção transversal com variação da amplitude ao longo do comprimento. A vantagem dessa abordagem em relação ao Método das Faixas Finitas é que com o GBT diferentes condições de contorno podem ser consideradas.

O professor Camotim e seus colaboradores da Universidade Técnica de Lisboa disponibilizam gratuitamente o software GBTUL (BEBIANO *et al.*, 2008), programa de interface amigável que realiza a análise de estabilidade de perfis aplicando a teoria generalizada de vigas, entretanto é um software de código fechado não admitindo a completa identificação das etapas de análise ou alterações.

2.5. Classificação Modal

A classificação dos modos de flambagem que o programa CUFSM adota é fundamentada em três critérios propostos por ÁDÁNY (2008), referenciados no sistema de coordenadas ilustrado na Figura 26 e de acordo com a obediência ou não desses critérios os modos são classificados em global (G), distorcional (D), local (L) ou outros

(O). Os chamados de *outros modos* ocorrem em casos de cisalhamento de membrana e extensão transversal de membrana dos membros de placa que formam o perfil.

O primeiro critério é baseado na teoria de Vlasov e avalia as deformações de membrana com as especificações a seguir, os chamados outros modos são os únicos que não obedecem essa teoria.

- (i) $\gamma_{xy} = 0$, tensão de cisalhamento nula;
- (ii) $\varepsilon_x = 0$, tensão transversal da membrana nula;
- (iii) $v = f(x)$, deslocamentos longitudinais lineares no eixo transversal.

O segundo critério avalia as deformações longitudinais do perfil, também chamada de empenamento, $\varepsilon_y \neq 0$, e o perfil satisfaz esse critério quando há deformações desse tipo.

O terceiro critério analisa a ocorrência ou não de distorções na seção transversal (flexão transversal nos elementos de placa). O surgimento ou não de cada um dos modos de acordo com esses critérios estão resumidos na Tabela 2.

Tabela 2. Critérios de classificação dos modos de flambagem

	Global	Distorcional	Local	Outros
Teoria de Vlasov	Sim	Sim	Sim	Não
Empenamento Longitudinal	Sim	Sim	Não	-
Seção sem Distorção	Sim	Não	-	-

De acordo com ÁDÁNY *et al.* (2010) o tipo de identificação modal disponível no programa CUFSM depende da escolha entre o método de normalização que pode ser: vetorial, de energia de deformação ou de trabalho o que é diretamente influenciado pela base que pode ser natural ou modal.

2.6. Interação Modal

De acordo com a geometria do perfil diferentes modos de flambagem podem se manifestar puros ou combinados, nesse último caso diz que há uma interação modal e a

participação, ou seja, a proporção de cada modo puro pode ser determinada com o Método das Faixas Finitas.

SCHAFER (2000) destaca que o fenômeno de interação modal ocorre quando as forças críticas de flambagem de dois diferentes modos são coincidentes ou próximas e resulta em uma degradação da resistência da peça podendo gerar um erro de projeto quando esse fenômeno não for considerado. O caso da interação local-distorcional, por exemplo, é o tipo de interação relevante nessa pesquisa, e os perfis onde esse fenômeno se manifesta devem ser analisados com cautela.

2.7. Métodos de dimensionamento

A norma brasileira NBR 14762 (ABNT, 2010) prevê o dimensionamento de barras para a flambagem local a partir do cálculo das propriedades geométricas reduzidas da seção considerando as larguras efetivas dos elementos, com o método da largura efetiva (MLE), ou diretamente com o método da seção efetiva (MSE), ou ainda com o Método da Resistência Direta (MRD). Os métodos MSE e MRD serão apresentados a seguir.

2.7.1. Método das Seções Efetivas

O MSE adotado pela norma brasileira foi proposto por BATISTA (2010) e caracteriza uma alternativa vantajosa em relação ao tradicional método das larguras efetivas MLE. Isso porque nesse método a flambagem local das placas é modelada em função do comportamento da seção transversal completa, considerando a interação entre os elementos de placa. A desvantagem é que esse método é limitado a alguns tipos específicos de seção transversal como seção U e Z simples ou enrijecidas, seção cartola, seção *rack* ou seção tubular.

Esta abordagem possui a vantagem de determinar a força axial de flambagem elástica diretamente, sem a necessidade de métodos numéricos, com auxílio da Equação 31. Os coeficientes de flambagem local k_l , para os tipos de seções abordadas nesse método estão indicados na Tabela 9 na NBR 14762 (ABNT, 2010) para a compressão centrada e na Tabela 12 para barras sob flexão simples.

$$N_l = k_l \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)(b_w/t)^2} A \quad (31)$$

2.7.2. Método da Resistência Direta (MRD)

O Método da Resistência Direta (MRD) foi inicialmente proposto SCHAFFER e PEKOZ (1998) com o objetivo de facilitar o dimensionamento de PFF. Estabelece que a resistência do perfil possa ser diretamente determinada com a aplicação de expressões matemáticas simples e com as propriedades geométricas da seção bruta. Para isso, é preciso definir as forças críticas de flambagem elástica para os modos local e distorcional, com o auxílio de ferramentas numéricas como GBTul, CUFSM, entre outros, ou seja, os pontos mínimos da curva de assinatura apresentada na Figura 25. Dessa forma, não é preciso desenvolver cálculos iterativos complexos como os métodos de dimensionamento da largura e seções efetivas. Para o modo global da barra, é possível acessar os valores de forças críticas diretamente com auxílio das equações clássicas da teoria da estabilidade elástica: flambagem por flexão e por flexo-torção das colunas e flambagem lateral com torção das vigas.

O método de dimensionamento MSE não está validado para a fenômeno de flambagem distorcional, portanto a metodologia mais adequada quando este existir é o Método da Resistência Direta.

A recomendação da norma brasileira é que a força de compressão resistente N_{Rk} seja o menor valor entre os determinados para os modos de flambagem global, local e distorcional, respectivamente, N_{Re} , N_{Rl} e N_{Rdist} . Estes são calculados com as expressões a seguir que dependem da previa determinação das forças de flambagem elástica global (N_e), local (N_l) e distorcional (N_{dist}) que nesse trabalho serão definidas com o programa CUFSM.

- Modo Global

$$\text{para } \lambda_0 \leq 1,5: N_{Re} = (0,658^{\lambda_0^2}) A f_y \quad (32)$$

$$\text{para } \lambda_0 > 1,5: N_{Re} = \left(\frac{0,877}{\lambda_0^2} \right) A f_y \quad (33)$$

Onde A é a área da seção transversal e f_y é a tensão de escoamento do aço e o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem global é:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Af_y}{N_e}} \quad (34)$$

- Modo Local

$$\text{para } \lambda_l \leq 0,776: N_{Rl} = N_{Re} \quad (35)$$

$$\text{para } \lambda_l > 0,776: N_{Rl} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}}\right) \frac{N_{Re}}{\lambda_l^{0,8}} \quad (36)$$

onde o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem local é:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{N_{Re}}{N_l}} \quad (37)$$

- Modo Distorcional

$$\text{para } \lambda_{dist} \leq 0,561: N_{Rdist} = Af_y \quad (38)$$

$$\text{para } \lambda_{dist} > 0,561: N_{Rdist} = \left(1 - \frac{0,25}{\lambda_{dist}^{1,2}}\right) \frac{Af_y}{\lambda_{dist}^{1,2}} \quad (39)$$

onde o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem distorcional é:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{Af_y}{N_{dist}}} \quad (40)$$

Para a determinação do momento fletor resistente M_{Rk} para barras sob flexão simples, a norma recomenda que o momento resistente de flexão é o menor valor entre o calculado para os modos de flambagem global (M_{Re}), local (M_{Rl}) e distorcional (M_{Rdist}). Estes são calculados com as expressões a seguir que dependem da previa determinação dos momentos fletores de flambagem elástica global (M_e), local (M_l) e distorcional (M_{dist}) que nesse trabalho serão determinados com o programa CUFSM.

- Flambagem Lateral com torção

$$\text{para } \lambda_0 \leq 0,6: M_{Re} = Wf_y \quad (41)$$

para $0,6 < \lambda_0 < 1,336$: $M_{Re} = 1,1(1 - 0,278\lambda_0^2)Wf_y$ (42)

para $\lambda_0 \geq 1,336$: $M_{Re} = \frac{Wf_y}{\lambda_0^2}$ (43)

Onde W é o chamado módulo de resistência elástico da seção e o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem lateral com torção é:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Wf_y}{M_e}} \quad (44)$$

- Flambagem Local

para $\lambda_l \leq 0,776$: $M_{Rl} = M_{Re}$ (45)

para $\lambda_l > 0,776$: $M_{Rl} = \left(1 - \frac{0,15}{\lambda_l^{0,8}}\right) \frac{M_{Re}}{\lambda_l^{0,8}}$ (46)

onde o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem local é:

$$\lambda_l = \sqrt{\frac{M_{Re}}{M_l}}, \quad (47)$$

- Flambagem Distorcional

-

para $\lambda_{dist} \leq 0,673$: $M_{Rdist} = Wf_y$ (48)

para $\lambda_{dist} > 0,673$: $M_{Rdist} = \left(1 - \frac{0,22}{\lambda_{dist}}\right) \frac{Wf_y}{\lambda_{dist}}$ (49)

onde o índice de esbeltez reduzido associado à flambagem distorcional é:

$$\lambda_{dist} = \sqrt{\frac{Wf_y}{M_{dist}}} \quad (50)$$

3. RESULTADOS OBTIDOS NA COMPRESSÃO AXIAL

3.1. Seção U enrijecido inicial

Nesse capítulo será avaliada a eficiência de distintos arranjos de enrijecedores intermediários inseridos em uma seção transversal original de perfil U enrijecido. A conformação das seções por dobramento a frio de uma chapa de aço tem por base o procedimento resumido nas Figuras 8 e 9: (i) chapa de aço com espessura de 1,0 mm e largura de 600 mm, (ii) perfil U enrijecido e (iii) consideração de enrijecedores intermediários com três e quatro dobras, triangular a trapezoidal, respectivamente.

Com a análise de estabilidade prévia de algumas colunas observou-se que a adição de enrijecedores intermediários tem a função de aumentar a força crítica de flambagem local. No entanto, os enrijecedores não têm qualquer influência sobre a força de flambagem distorcional. Como a força de flambagem distorcional da seção depende apenas das dimensões da seção inicial U enrijecido, a busca pela seção inicial consiste em determinar as dimensões do PFF que resultam na maior força crítica distorcional, N_{dist} . Em seguida, os enrijecedores intermediários serão considerados para melhorar o comportamento de flambagem local.

Um estudo paramétrico das dimensões iniciais da seção U enrijecido: b_w (altura), b_f (largura da mesa) e b_l (enrijecedor de borda) foi realizado. Esse procedimento definiu cerca de 305 seções, todas com 600 mm² de área de seção transversal.

A Figura 27 indica a influência das dimensões b_w (altura), b_f (largura da mesa) e b_l (enrijecedor de borda) na força crítica de flambagem distorcional.

Os resultados das análises de estabilidade resultaram nos gráficos da Figura 28, onde com o enrijecedor de borda constante, as dimensões da mesa e alma foram alteradas, com o pressuposto de que todas as seções têm a mesma área. Esse processo foi repetido para quatro dimensões de enrijecedores de borda típicos.

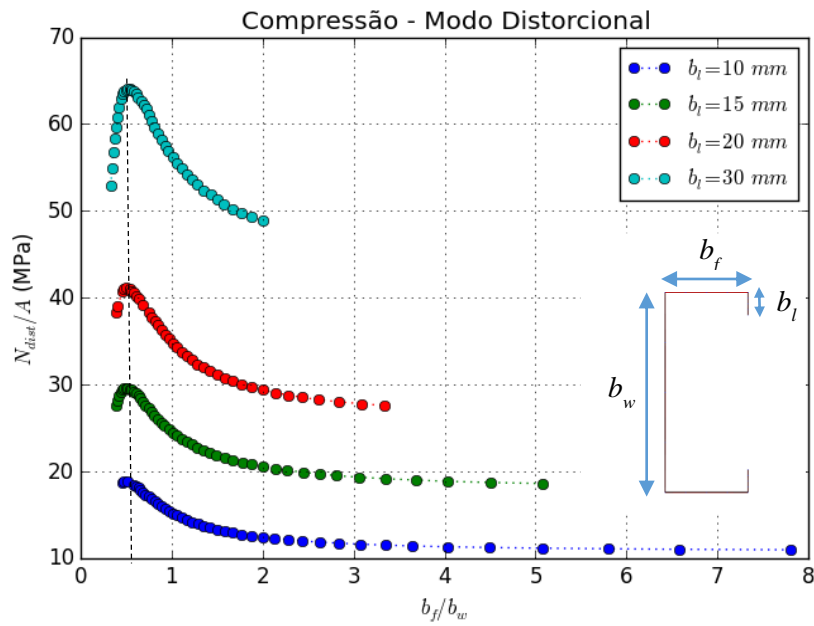


Figura 27. Variação da razão entre a força crítica distorcional e a área (N_{dist} / A) para diversas dimensões da seção U enrijecido

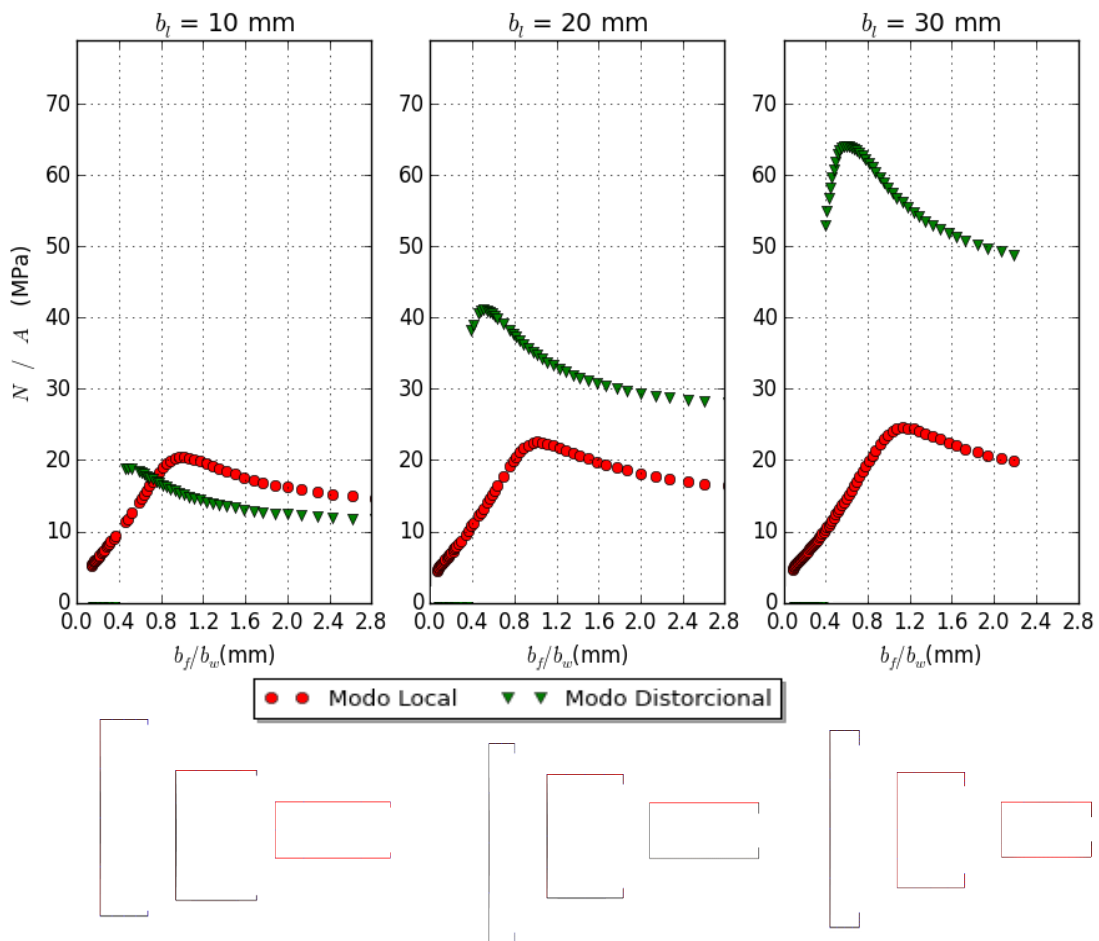


Figura 28. Variação da razão entre as forças críticas e a área (N_{dist} / A) com a razão b_f / b_w em diferentes valores de b_l

A análise da influência das dimensões de uma seção na razão entre a força crítica distorcional e a área (N_{dist} / A), como esperado, indica que o aumento da dimensão do enrijecedor de borda garante uma maior força crítica de flambagem distorcional. Além disso, como apontado na Tabela 1 para uma relação b_f/b_w de valor elevado, a força crítica distorcional é menor que a local e, portanto, é a mínima e tem maior influência no fenômeno de flambagem. Para uma relação b_f/b_w inferior, esse comportamento se inverte. Além disso, em todos os casos, a Figura 28 aponta que a força crítica distorcional é máxima para a relação de largura de mesa e alma $b_f/b_w = 0,52$.

O procedimento para determinar uma seção do tipo U enrijecido de máxima força crítica distorcional, quando submetida a compressão axial, obedece ao seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} b_w + 2b_f + 2b_l = \text{Largura da bobina} \\ \frac{b_f}{b_w} = 0,52 \\ b_l \text{ máximo, } 10 \leq b_l \leq 30 \end{cases} \quad (51)$$

A seção de máxima força crítica distorcional, dentre todas as opções, foi determinada com auxílio dos resultados apresentados na Figura 28: $b_w = 264$ mm; $b_f = 138$ mm e $b_l = 30$ mm, com $b_f/b_w = 0,52$ e $b_l/b_w = 0,11$. Essa seção será adotada como seção inicial no processo de criação de enrijecedores intermediários, com o intuito de elevar a força crítica de flambagem local.

A Figura 28 indica a variação das forças críticas dos modos local e distorcional com o aumento da altura do perfil. Nota-se que a máxima força crítica distorcional ocorre em seções de dimensões $b_l = 30$ mm e com a relação $b_f/b_w = 0,52$, portanto para um perfil formado a partir de uma bobina de 600 mm de largura o valor da dimensão b_w será $b_w = 264$ mm. Nota-se que o aumento do enrijecedor de borda (b_l) não modifica essa altura ótima, só aumenta o valor da força crítica distorcional.


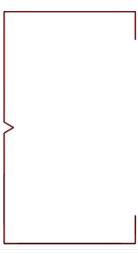
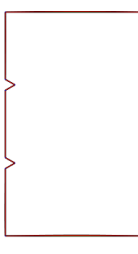
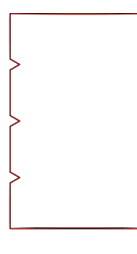
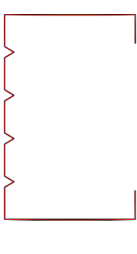
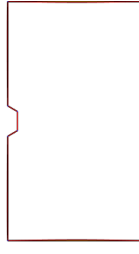
A Figura 28 aponta ainda que (i) a variação de b_l afeta a carga crítica do modo distorcional, (ii) não afeta a força crítica do modo local e (iii) não há garantia de que o modo distorcional será o modo dominante para maiores valores de b_f/b_w , o que vai contra ao apontado na Tabela 1, que indica a influência da geometria da seção U enrijecido nos modos de flambagem segundo NUNES (2016). O modo distorcional foi o mais evidente

apenas em casos de altos valores de b_f/b_w quando $b_l = 10$ mm, em outros valores de b_l os valores de força crítica local são dominantes.

3.2. Geração das seções enrijecidas



Diversas seções transversais são criadas com a variação dos parâmetros que definem a geometria dos enrijecedores intermediários, sendo estes: tipo, quantidade e dimensões (altura, ângulo de dobra e comprimento). Serão analisados seis tipos de seções, esquematizados em escala na Tabela 3. As variações de geometria não irão alterar a área da seção, de modo que a criação de um enrijecedor diminui a altura da seção, enquanto as outras dimensões permanecem constantes, ou seja, todas as seções possuem a mesma área e diferentes alturas, com diferença no número e ângulos de dobras dos enrijecedores.

Tabela 3. Tipos de seções transversais em análise

Tipos	1	2	3	4	5	6
						

A variação dos parâmetros que definem os enrijecedores está indicada na Tabela 4, onde cerca de 1000 seções de mesma área serão submetidas à compressão uniforme em análises de estabilidade. A posição dos enrijecedores não sofreu alteração, assim, todas as seções são monossimétricas.

Tabela 4. Parâmetros variáveis de enrijecedores intermediários

	Triangular		Trapezoidal		
		Nº de opções		Nº de opções	
	α 10°, 20°, 30°, 45°, 50°, 60°	6		α 10°, 20°, 30°, 45°, 50°, 60°	8
	h 3, 4, 5, ..., 20 mm	18		h 3, 4, 5, ..., 20 mm	10
	Nº 1, 2, 3 ou 4	4		w 20, 60, 100, ..., 200 mm	6
	Total de seções	432		Total de seções	648

Um sistema de geração de coordenadas, baseado no modelo paramétrico de seção do tipo U enrijecido, foi criado para que a variação de alguns parâmetros da geometria defina as dimensões do perfil. A visualização dos perfis é realizada em modelos tridimensionais com o programa Rhinoceros (RUTTEN, 2010), o qual reproduz o modelo paramétrico criado com um algoritmo escrito na linguagem de programação Python no *plugin* Grasshopper (*Generative modeling for Rhino*). Esse procedimento determina o processo de variação dos parâmetros e automação para a produção dos PFF a ser considerado para análise de flambagem com auxílio do programa computacional CUFSM. A Figura 29 ilustra a geração automática de PFF.

Esse tipo de abordagem permite a visualização dos modelos geométricos em 3D das seções com o Rhinoceros, bem como produz o arquivo de texto no formato necessário para a análise de flambagem com CUFSM. Algumas combinações de parâmetros conduzem a geometrias irrealizáveis, uma vez que a remoção de material da alma para a criação de enrijecedores intermediários excede o tamanho disponível. A visualização tridimensional das seções foi de fundamental importância nesse processo, excluindo as geometrias sem sentido do procedimento de busca.

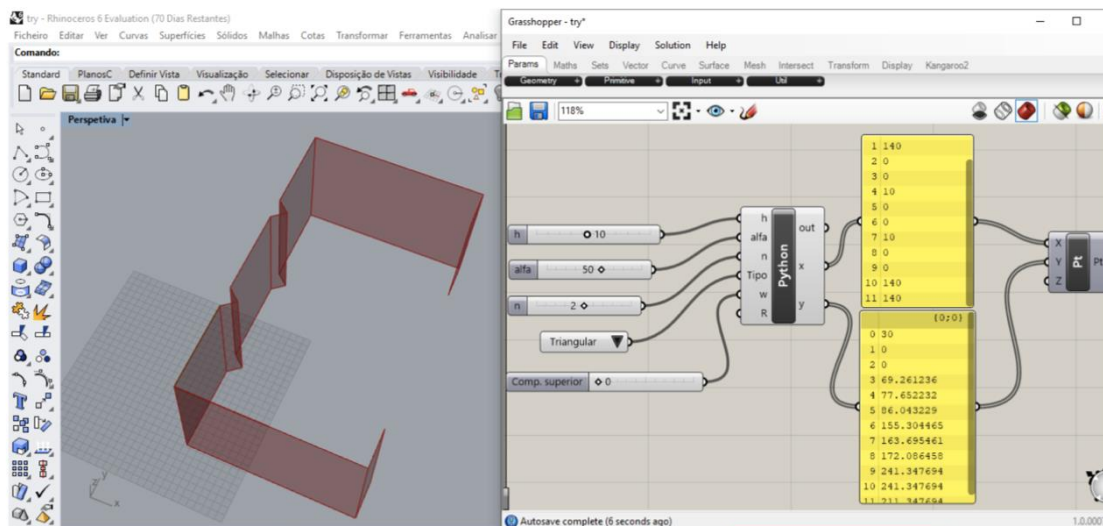


Figura 29. (a) Interface do programa Rhinoceros e (b) *script* no *plugin* Grasshopper, para a geração das seções com enrijecedores intermediários

3.3. Análise de flambagem das seções enrijecidas

Com a variação dos parâmetros indicados na Tabela 4, são geradas as seções com enrijecedores intermediários. As colunas formadas com essas seções são então

submetidas a análises de flambagem elástica com o programa CUFMSM, que gera como resultado a curva de assinatura de cada seção, onde os pontos mínimos da curva são as tensões ou forças críticas de interesse de cada modo de flambagem. A influência de cada parâmetro nas forças críticas de flambagem está indicada nos itens a seguir.

3.3.1. Enrijecedor triangular: variação do ângulo α

A Figura 30 apresenta as curvas de flambagem obtidas com a variação do ângulo α de um enrijecedor triangular, mantendo os outros parâmetros fixos. Estão reproduzidas na sequência os modos de flambagem correspondentes aos pontos mínimos na curva de assinatura. Ao se comparar a seção U enrijecido inicial com uma seção com enrijecedor intermediário, nota-se que o primeiro mínimo (referente à força crítica local) é cerca de três vezes maior quando adicionado o enrijecedor, o que comprova a utilidade desse artifício na busca de seções mais estáveis no modo local. Observa-se que a força crítica do modo distorcional referente à rotação das mesas da seção (apontado como (c) na Fig. 30) não apresenta influência da variação da geometria do enrijecedor.

Além disso, o comportamento da seção U enrijecido original (sem enrijecedores intermediários) com apenas um mínimo local, se transforma em dois mínimos com a inclusão do enrijecedor. O primeiro desses mínimos corresponde ao modo local, enquanto o segundo mínimo evidente nas curvas de assinatura será denominado de modo “Distorcional do Enrijecedor”, indicado por (b) na Figura 30, esse último é identificado como modo distorcional devido ao deslocamento dos cantos dobrados que formam o enrijecedor intermediário.

As alterações implementadas no código fonte de programa CUFMSM identificaram, na Figura 30, os três pontos mínimos da curva de assinatura e classificaram respectivamente como modo local, distorcional do enrijecedor e distorcional, o que não seria identificado com o CUFMSM antes.

Com a variação do parâmetro ângulo α do enrijecedor intermediário observa-se que o modo distorcional (c) não apresentou variação com a adição do enrijecedor, como esperado. Além disso, a força crítica local sofre redução discreta com o aumento do ângulo α .

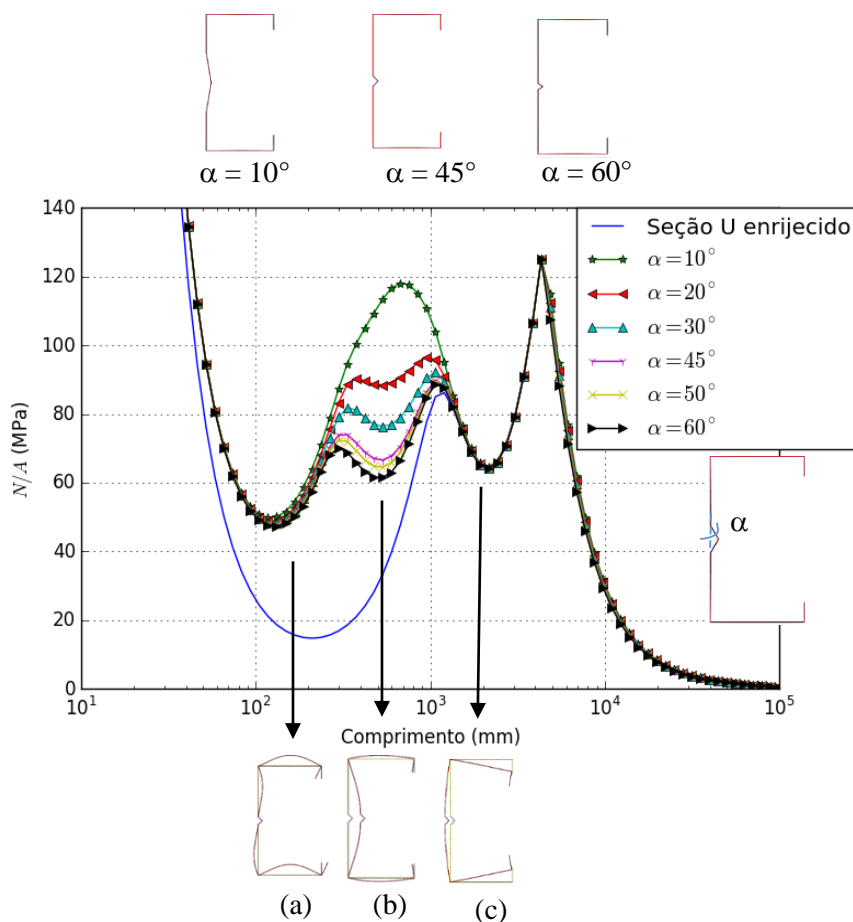


Figura 30. Curvas de assinatura com a variação do ângulo de um enrijecedor de 10 mm de altura e modos de flambagem (a) local (b) distorcional do enrijecedor e (c) distorcional

Em resumo, a Figura 30 apresenta interessantes resultados, tais como: (i) não é possível incluir o ângulo do enrijecedor na Tabela 1, ou seja, o aumento do ângulo do enrijecedor não causa uma mudança do tipo flambagem crítica (ii) o aumento do ângulo α reduz consideravelmente a força crítica de flambagem associada ao modo distorcional do enrijecedor, (iii) o aumento do ângulo não afeta significativamente a força crítica associada aos modos local e distorcional, (iv) para ângulo $\alpha = 10^\circ$ a seção se comporta como se não existisse enrijecedor intermediários e a força crítica local é máxima, ou seja, a força crítica local é máxima quando não existe o modo distorcional do enrijecedor.

3.3.2. Enrijecedor triangular: variação da altura h

Com o objetivo de determinar a influência da altura h do enrijecedor triangular nos modos de flambagem, serão definidas seções com várias alturas h para ângulo fixo de 60° (angulação adotada na prática) para enrijecedores triangulares. Os resultados de forças críticas estão indicados na Figura 31(a). A Figura 31(b) apresenta as curvas de

assinatura obtidas com a variação da altura h do enrijecedor triangular, mantendo os demais parâmetros fixos.

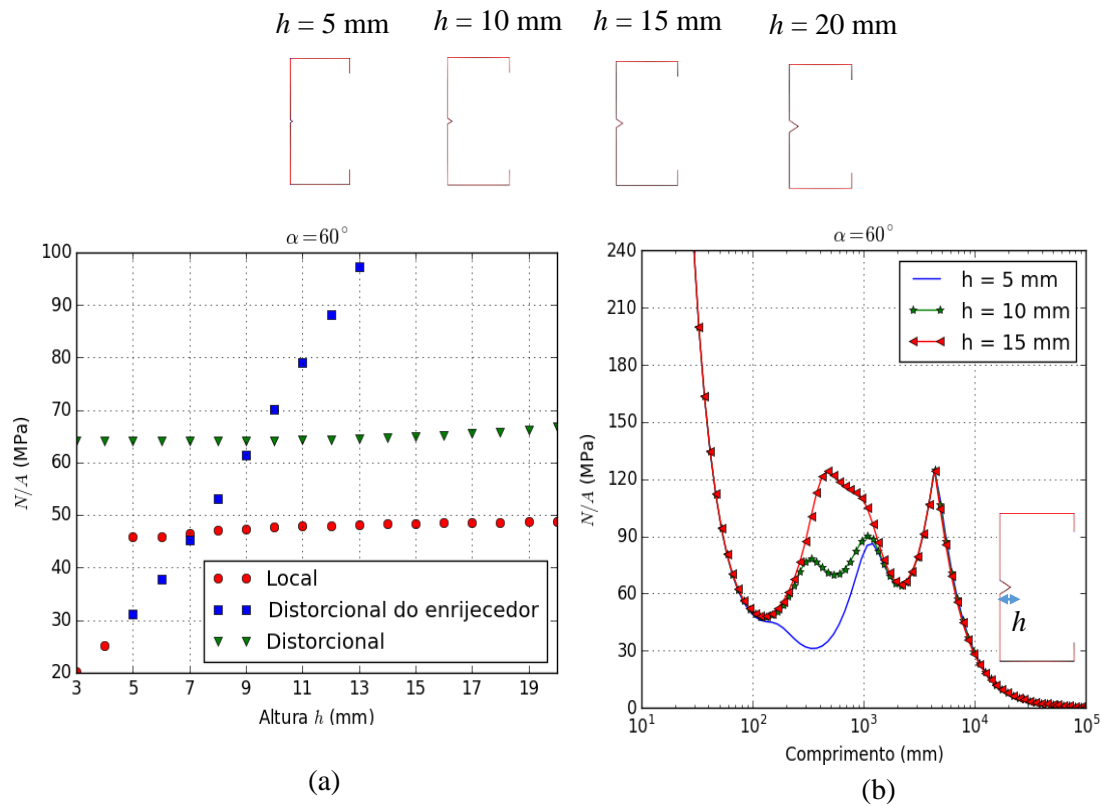


Figura 31. Comportamento de flambagem das colunas com um enrijecedor triangular na alma, com ângulo $\alpha = 60^\circ$: (a) Variação das forças críticas com o aumento da altura h e (b) curvas de assinatura para variação da altura h do enrijecedor

As seções com enrijecedores de alturas no intervalo [5,13] mm, desenvolveram o modo distorsional do enrijecedor como indicado nas curvas de assinatura dos perfis com $h = 5$ e 10 mm na Figura 31(b). As seções de altura $h = 3$ e 4 mm, só possuem dois modos de flambagem: local e distorsional, sendo a força de flambagem local baixa. Com o aumento da altura h , a força crítica local é crescente e foi observado o aparecimento do modo “Distorsional do enrijecedor”. Para os casos de $h \geq 5$ mm a resposta de força crítica local foi praticamente constante (Fig. 31(a)). Como esperado, a força crítica distorsional da seção tem pouca influência do aumento da altura do enrijecedor intermediário (por exemplo, $N_{\text{dist}}/A = 65$ MPa para $h = 3$ mm e $N_{\text{dist}}/A = 68$ MPa para $h = 20$ mm).

Em casos de enrijecedores com alturas $h \geq 13$ mm ($h = 15$ mm na Figura 31(b) por exemplo) a curva de assinatura, tem o comportamento de apenas dois mínimos, o primeiro relacionado ao modo local e o segundo ao modo distorsional.

3.3.3. Enrijecedor trapezoidal: variação da dimensão w

Em seções com um enrijecedor do tipo trapezoidal na alma, a variação de todos os parâmetros geométricos indicou que o modo distorcional do enrijecedor só é evidente em casos de altura do enrijecedor no intervalo $h = [3, 9]$ mm.

A Figura 32 apresenta a influência da dimensão w nas forças críticas de flambagem para alturas fixas de (a) $h = 15$ mm e (b) $h = 4$ mm, em seções com um enrijecedor trapezoidal de ângulo fixo $\alpha = 45^\circ$. O aumento do parâmetro w resulta em um ponto de máxima força crítica local, em seções de $w = 140$ mm (dimensão de placa equivalente à largura da mesa $b_f = 140$ mm). Para seções com w menor que o valor de b_f , o modo local é um modo de deslocamento da placa da mesa, quando o parâmetro (w) do enrijecedor trapezoidal se aproxima da dimensão da mesa ($b_f = 140$ mm), o modo local se desenvolve também na placa que forma o enrijecedor intermediário (largura w), diminuindo o valor crítico de flambagem local. As maiores forças críticas locais, portanto, são de seções com enrijecedores com $w = 140$ mm e de maior altura h possível, compatível com a altura do perfil.

Para a altura de $h = 4$ mm, Figura 32(b), o modo distorcional do enrijecedor foi observado em seções de w até 40 mm (onde houve interação dos dois modos distorcionais, porque, como indicado na Figura 32(b), as forças críticas são coincidentes). Nas seções com w a partir de 100 mm, foi novamente detectado dois modos distorcionais, (deslocamento do enrijecedor intermediário e final). No modo distorcional do enrijecedor, o valor da força crítica é decrescente e no modo distorcional o valor da força crítica é praticamente constante, até o momento de interação entre os dois modos, onde a partir deste só o modo distorcional é observado. Em todos os casos, o modo de flambagem local é o modo predominante.

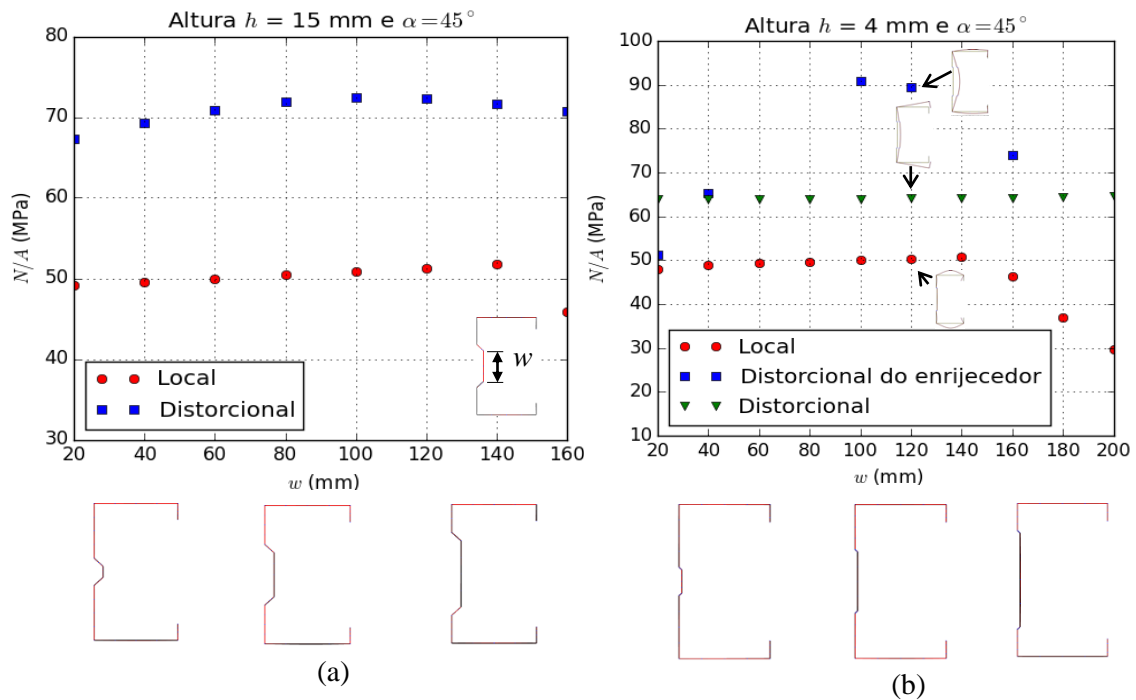


Figura 32. Influência na razão força crítica e área (N/A) com a variação da dimensão w em seções com enrijecedor trapezoidal de (a) $h = 15$ mm (b) $h = 4$ mm

3.3.4. Seções “ótimas”

A variação de todos os parâmetros geométricos dos enrijecedores, conforme previsto na Tabela 4, possibilitou as análises de flambagem das barras sob compressão axial como as seções candidatas e contribuíram para determinar as seções de máxima força crítica local. Essas dimensões das seções “ótimas” para cada tipo de seção estão apresentadas na Figura 33, com a geometria das seções em escala.

A comparação entre as seções com enrijecedores triangulares (tipos 1 a 5 na Fig. 33) aponta para um pequeno acréscimo de força crítica local com o aumento do número de enrijecedores, ou seja, uma vez que alma foi enrijecida com um enrijecedor intermediário, a inclusão de mais enrijecedores não resulta em melhorias significativas, devendo ser evitado o gasto de energia para as dobras. A seção com enrijecedor trapezoidal (tipo 6 na figura 33) apresenta uma força crítica local 3,5 vezes maior que a seção U enrijecido de mesmo área (tipo de seção 1), equivalente ao desempenho das seções com enrijecedores triangulares.

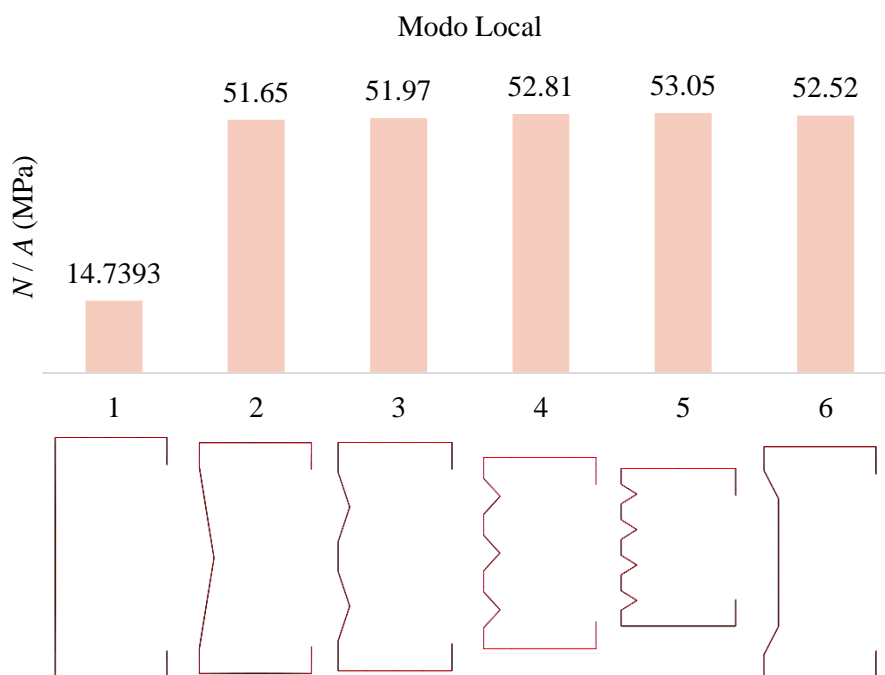


Figura 33. Seções de máxima carga crítica local para cada tipo de seção

Para cada tipo de seção estudada, a dimensão dos enrijecedores que definem a máxima força crítica local está apresentada na Tabela 5. As curvas de assinaturas dessas seções estão incluídas na Figura 34.

Tabela 5. Dimensões das seções de máxima força crítica local

Tipo de seção	h (mm)	α (°)	w (mm)
1	-	-	-
2	18	10	-
3	14	20	-
4	20	45	-
5	19	60	-
6	18	30	140

Após finalizadas as análises, conclui-se que as seções de maiores forças críticas locais são aquelas com enrijecedores de maior altura e menor ângulo que a retirada de altura da seção permitir (para manter restrição de mesma área da seção transversal) e que o modo local é o modo mais evidente (valor crítico menor) em todos os casos. Nota-se que, após a adição de um enrijecedor triangular, o aumento da força crítica passa a ser irrelevante, e a inserção de mais enrijecedores triangulares não se mostra uma opção viável, devido ao aprimoramento estrutural desprezível.

É interessante analisar o comportamento das forças críticas em relação à razão entre as dimensões de altura h do enrijecedor triangular e altura da seção b_w . Esses resultados estão agrupados na Figura 35. Assim, é possível detectar seções com interação modal, ou seja, dois modos de flambagem com forças críticas próximas, fenômeno este que tende a provocar degradação da resistência.

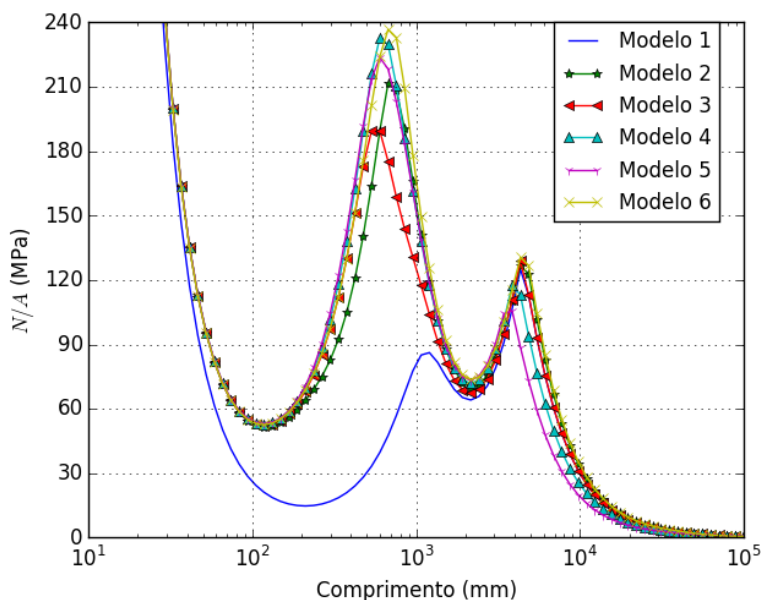


Figura 34. Curvas de assinatura das seções “ótimas” com enrijecedores intermediários

Segundo MARTINS *et al.* (2017) o fenômeno de interação entre os modos de flambagem local e distorcional pode ser mensurado pela relação entre a força crítica distorcional e a força crítica local (N_{dist} / N_l), denominado de R_{dl} .

Apenas alguns casos na Figura 35, principalmente as pequenas relações h/b_w , desenvolveram o modo distorcional do enrijecedor, com tendência de valor crescente com o aumento dessa relação, até o ponto que só o tradicional modo local e distorcional são observados. Pode-se afirmar também que, em quaisquer das geometrias propostas, o modo de flambagem local tem maior influência na flambagem da barra (menor valor de força crítica).

O valor da relação R_{dl} para as seções ótimas está indicado na Tabela 6, com os valores críticos local e distorcional de cada tipo de seção. De acordo com MARTINS *et al.* (2017), essas são seções onde se observam interação modal do tipo LD secundária distorcional, que ocorre quando a força crítica distorcional se encontra acima da força crítica local pois $R_{dl} > 1,3$.

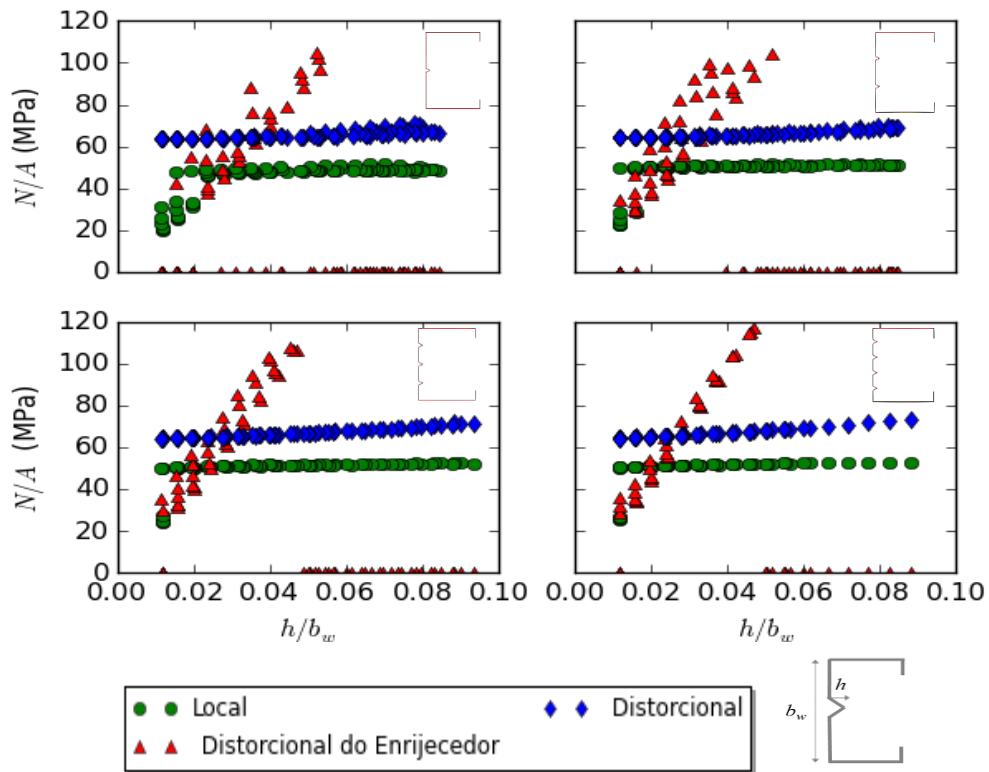


Figura 35. Variação dos modos de flambagem com a relação h/b_w

Os casos de interação verdadeira ($0,8 \leq R_{dl} \leq 1,3$), que ocorre quando a força crítica distorcional é próxima da força crítica local, que são os casos de interação mais relevantes, porque geram uma forte interação e a erosão da resistência é alta (MARTINS, 2017), só ocorreram em seções com o modo distorcional do enrijecedor evidente, que não é o caso das seções “ótimas”. Dito isto, não é necessário investigar a erosão da resistência, oriunda do fenômeno de interação modal, nas seções ótimas em estudo.

Tabela 6. Relação entre as forças críticas das seções “ótimas”

Tipo de seção	N_l	N_{dist}	R_{dl}
1	14,739	64,086	4,348
2	51,646	69,958	1,355
3	51,969	67,217	1,293
4	52,810	71,794	1,359
5	53,051	73,319	1,382
6	52,516	73,559	1,401

3.4. Modelo em elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) adotado pelo programa ANSYS, será empregado na análise de estabilidade das colunas e deve apresentar como resultado a força crítica de flambagem e o modo de flambagem associado. Para isso, será adotado o tipo de elemento de casca SHELL181 que possui quatro nós com seis graus de liberdade por nó. O mesmo modelo será adotado em análises não lineares na determinação das cargas últimas das colunas.

3.4.1. Análise de flambagem

O modelo adotado segue as recomendações de BATISTA *et al.* (2002), onde para a análise de estabilidade linear elástica de barras de PFF sob compressão axial, as condições de extremidade impostas (Fig. 36) que simulam a condição de rotações e empenamento livres (coluna bi rotulada), devem ser: (i) impedimento aos deslocamentos lineares u e v no plano xy da seção transversal, (ii) rotações de flexão fora do plano das paredes (elementos de placa) livres nos bordos das seções de extremidade da barra, (iii) deslocamentos livres na direção longitudinal z nas seções de extremidade da barra, (iv) impedimento ao deslocamento na direção longitudinal z , em um nó a meio comprimento do modelo.

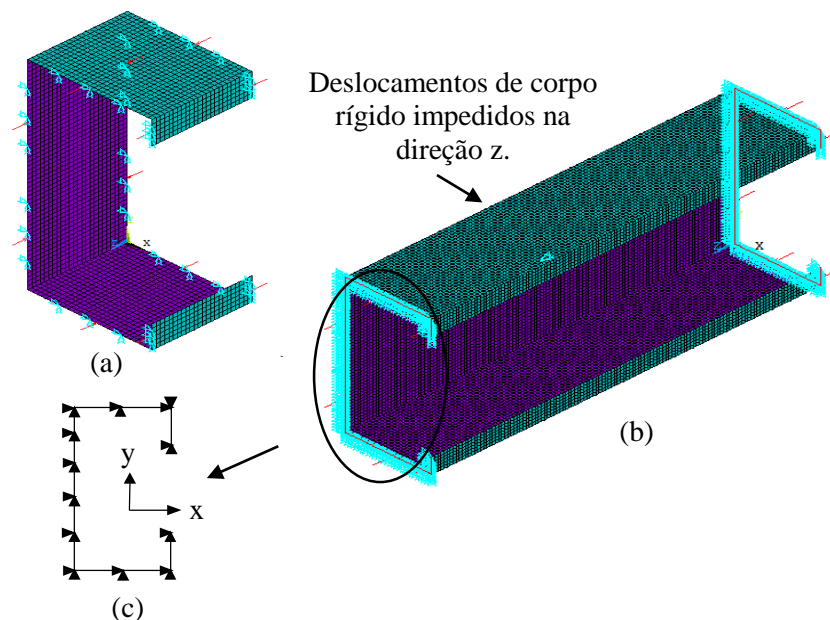


Figura 36. Modelo numérico via ANSYS: (a) condições de contorno em uma coluna curta, (b) discretização da malha em elementos finitos de casca, condições de contorno e aplicação do carregamento e (c) esquema das condições de contorno com os deslocamentos impedidos na seção transversal

O carregamento de compressão é aplicado nos nós das duas extremidades por meio de forças concentradas equivalentes. As condições de contorno e o carregamento aplicado em um exemplo de seção U enrijecido estão esquematizados na Figura 36 que apresenta um perfil discretizado em elementos de casca e as condições de contorno que representam a situação de coluna biapoiada, submetida ao carregamento de compressão centrada.

Para automatizar o processo, a mesma criação de geometria automática desenvolvida para análises com o programa CUFMSM será aplicada para a geração dos arquivos de entrada no formato do programa ANSYS.

As colunas de maiores forças críticas definidas como as seções “ótimas” são modeladas em elementos finitos e submetidas a análise de estabilidade elástica para determinação das forças críticas e modos de flambagem. A análise de estabilidade elástica em elementos finitos foi comparada com os resultados de força crítica obtidos para a seção U enrijecido, com o Método das Faixas Finitas e com a ferramenta GBTUL, que aplica o método GBT, adotando um elevado número de semi ondas, o que nesse momento é interessante para avaliar qual o comprimento de coluna deve ser adotado na análise não linear.

A comparação entre os valores de forças críticas com o ANSYS e o GBTUL estão apresentados na Tabela 7 e a curva de assinatura para a coluna tipo 1, (ver Fig. 33) está ilustrada na Figura 37, com até sete semi ondas. Os resultados da análise de flambagem, como o valor da força crítica e a estrutura deformada, pelo MEF e GBT coincidem, conforme esperado. Reforçando que as condições de contorno adotadas com o MEF conseguem simular a situação de coluna bi apoiada. Nota-se que a multiplicação do número de semi ondas, com o aumento do comprimento da coluna, acontece com a manutenção do valor da força crítica de flambagem, até ocorrer um mínimo de outro modo de flambagem, distorcional ou global, por exemplo, com valores de força crítica menores, que passará então, a ser o modo dominante. Por se tratar de um modelo de coluna bi apoiada, o aumento do número de semi ondas não interfere no valor mínimo da força crítica.

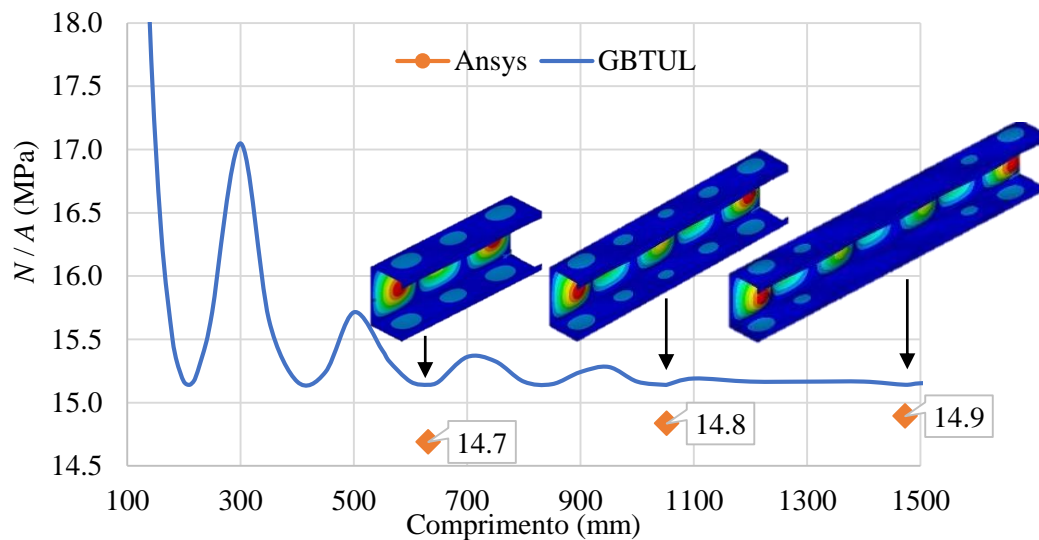


Figura 37. Curva de assinatura da coluna Tipo 1 (ver Fig. 34) obtida pelo programa GBTUL, com até sete semi ondas, e modos de flambagem obtidos pelo programa ANSYS

Tabela 7. Comparação entre o MEF e GBT para a coluna Tipo 1 (Seção: $b_w = 260$ mm; $b_f = 140$ mm e $b_t = 30$ mm)

Comprimento (mm)	N / A (MPa)		GBTUL/Ansys	
	Ansys	GBTUL		
$3 * L_{cr}$	631,47	14,69	15,14	1,03
$5 * L_{cr}$	1052,45	14,84	15,14	1,02
$7 * L_{cr}$	1473,43	14,89	15,14	1,02

Verifica-se que uma coluna com o comprimento igual a sete vezes o comprimento de uma semi onda de flambagem local, apresentou resultados convergentes com o MEF e o GBTUL e, portanto, será o comprimento adotado nas próximas análises. O aumento do comprimento deve-se ao fato de que uma coluna com uma única semi onda sofrer grande influência das condições de extremidade, o que interfere na validade dos resultados.

As análises de estabilidade em elementos finitos das seções “ótimas”, indicadas na Tab. 5, foram comparadas com os resultados do Método das Faixas Finitas, e os modos de flambagem das colunas estão indicadas na Figura 38. Todas as barras, nesses casos, possuem o comprimento de sete semi ondas da flambagem local da seção tipo 1 ($L = 1473$ mm) e observa-se que no modo de flambagem, a estrutura deformada, apresenta sete semi ondas desenvolvidas, como o esperado, devido ao comprimento de coluna adotado. O valor da força crítica apresentou diferença de cerca de 1% entre os dois

métodos (Tabela 8). Dessa forma, o MFF foi uma ferramenta fundamental para validar a escolha das condições de extremidade adotadas no MEF, que por ser um método sensível e com grande possibilidade de ocorrer erros ao impor as condições de extremidades, antes de prosseguir nas análises, essas condições adotadas no modelo foram validadas e comparadas.

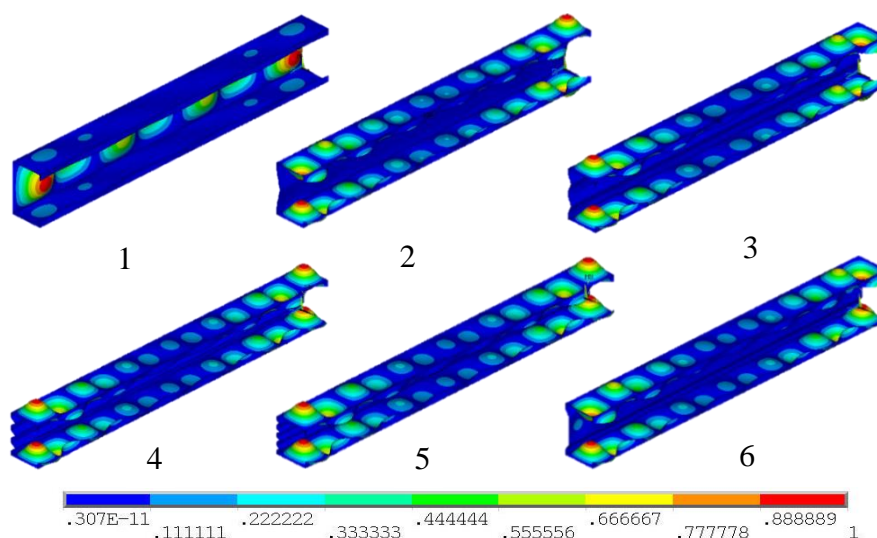


Figura 38. Modos de flambagem das seções referidas na Fig. 34, seções Tipo 1 a 6

3.4.2. Análise não linear

Com o modelo em elementos finitos para a análise de estabilidade validado, é possível adotar o modo de flambagem como imperfeição geométrica inicial. Nesse caso, foi adotada amplitude máxima de 10% da espessura t do perfil, seguindo a hipótese validada por vários pesquisadores, como MATSUBARA *et al.* (2019).

A análise não linear em elementos finitos é realizada com aplicação de incrementos de carga e com a adoção (i) da técnica de comprimento de arco como estratégia de iteração, na busca de respostas além do ponto limite (carga máxima) na determinação da carga última e (ii) da não linearidade do material, com o uso de modelo constitutivo bi linear (tensão-deformação).

A adoção de imperfeições iniciais deve-se ao fato de que é impossível fabricar uma peça perfeita. Adicionalmente, essa consideração visa induzir uma deformada inicial associada ao modo de flambagem, com uma amplitude realista nas barras de perfis de aço

formados a frio, respeitados os valores de imperfeições de fabricação preconizados, julgados aceitáveis, nas normas de fabricação.

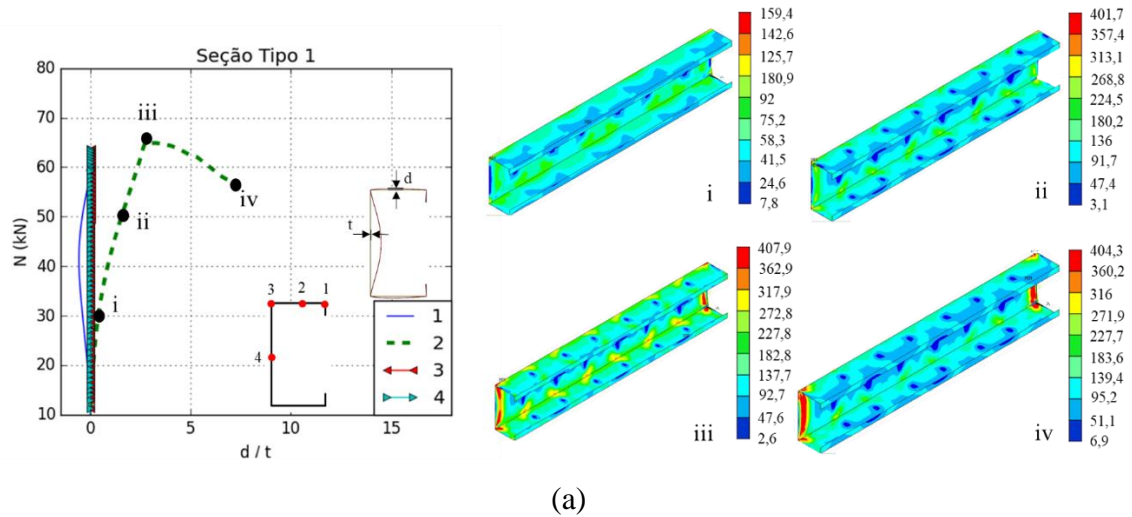
A Tabela 8 apresenta a comparação dos resultados de carga última das colunas definidas como “ótimas” no item 3.3.4 (ver Fig. 33), obtidos com o MRD e com a análise não linear. A diferença máxima entre a força de compressão resistente (N_{Rk}) é menor que 8%, o valor médio da relação N_{RkMEF} / N_{RkMRD} é igual a 1,00, com desvio padrão igual a 4,6%. Podemos considerar que esses resultados validam o modelo numérico desenvolvido.

Tabela 8. Resultados de resistência para as colunas com seções Tipo 1 a 6, com comprimento $L = 1473$ mm (7 comprimentos de semi onda de flambagem local) e $f_y = 350$ MPa

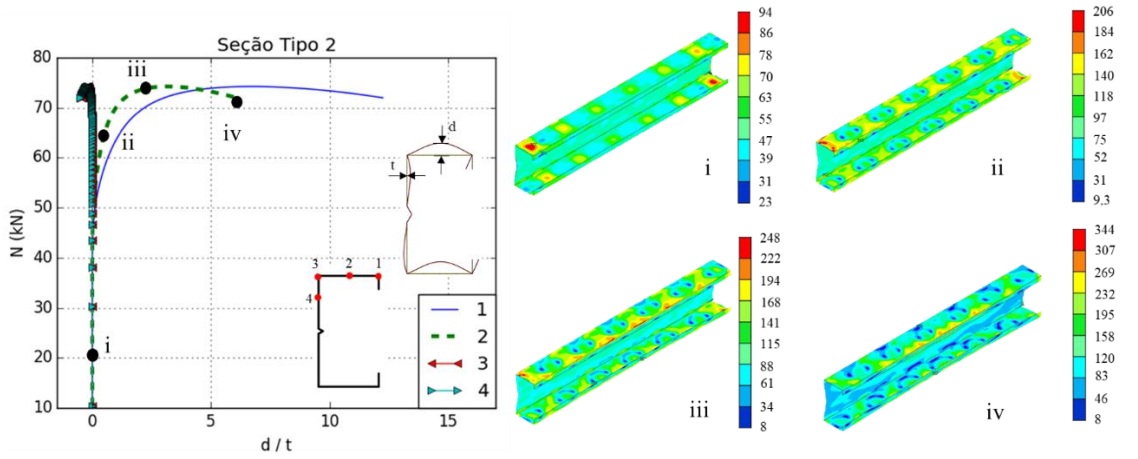
Tipo de seção	h (mm)	α (°)	w (mm)	N/A (MPa) MFF	N/A (MPa) MEF	MFF/MEF	N_{Rk} (kN) MEF	N_{Rk} (kN) MRD	MEF/MRD
1	-	-	-	14,74	14,55	1,01	63,64	68,98	0,92
2	18	10	-	51,65	51,03	1,01	74,22	72,32	1,03
3	14	20	-	51,97	51,42	1,01	71,55	70,78	1,01
4	20	45	-	52,81	52,22	1,01	76,73	73,33	1,05
5	19	60	-	53,05	52,45	1,01	76,47	74,16	1,03
6	18	30	140	52,52	51,92	1,01	74,61	74,29	1,00

As respostas carga x deslocamento e a distribuição de tensões nas seções quando submetidas as suas respectivas cargas últimas para cada tipo de seção obtidas com o modelo em elementos finitos são apresentadas na Figura 39. Os pontos de controle de deslocamentos para essa análise foram os pontos 1, 2, 3 e 4, indicados no esquema, localizado em pontos estratégicos do perfil para conseguir afirmar com propriedade qual o modo de falha de cada perfil.

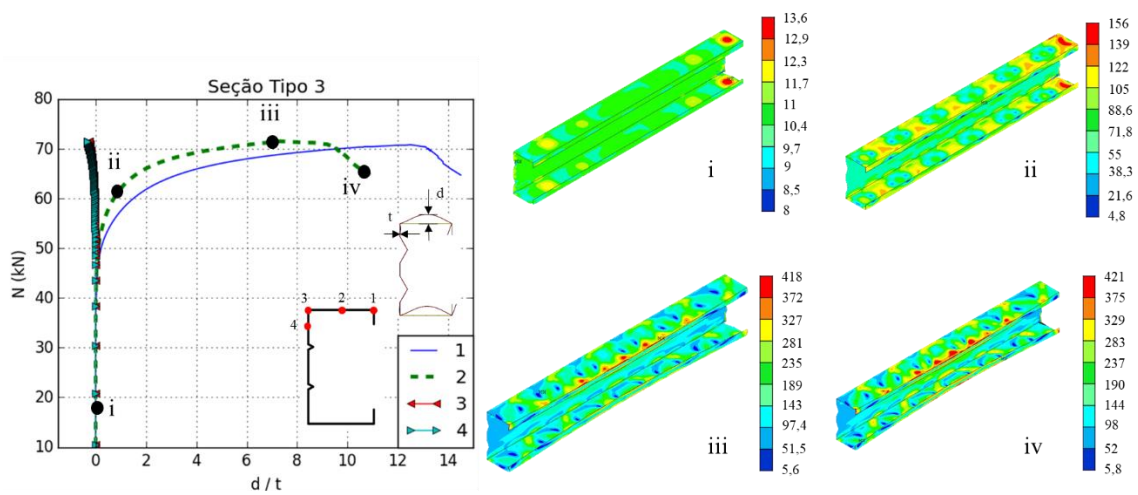
Para os pontos indicados no gráfico (i, ii, iii e iv), a distribuição de tensões está indicada ao lado. Para as seções tipo 2, 3, 4, 5, e 6 apontados nas Figuras 39 (b), (c), (d), (e) e (f), por exemplo, com o aumento do incremento de carga é observado uma maior concentração de tensões na dobra perto do enrijecedor de borda e o perfil falha por flambagem distorcional, com o fechamento da seção, com a forma indicada no ponto 3, que é a carga máxima que esse perfil suporta, ou seja, é a resistência à compressão axial.



(a)

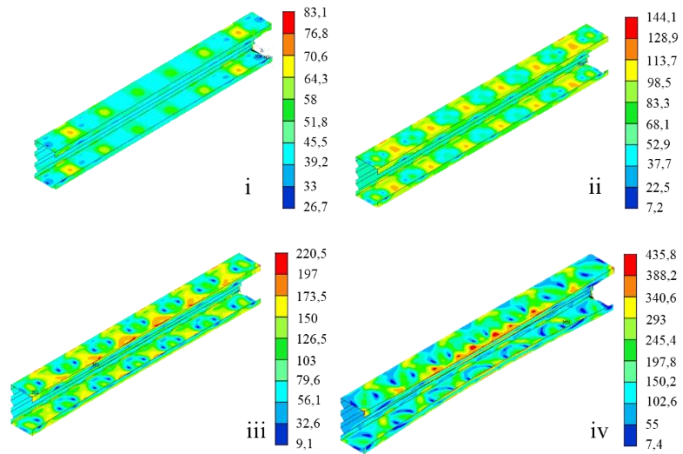
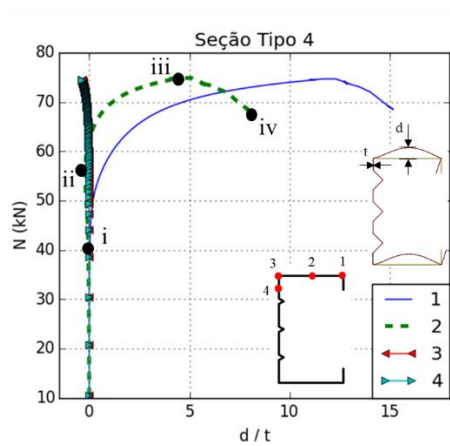


(b)

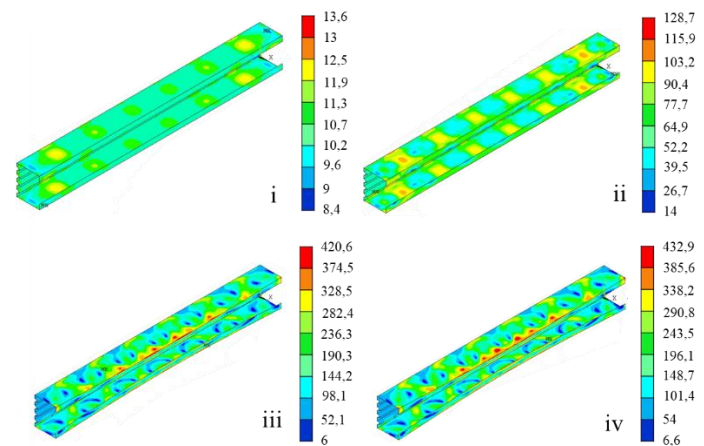
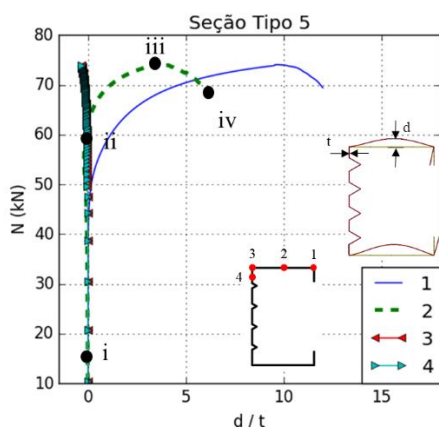


(c)

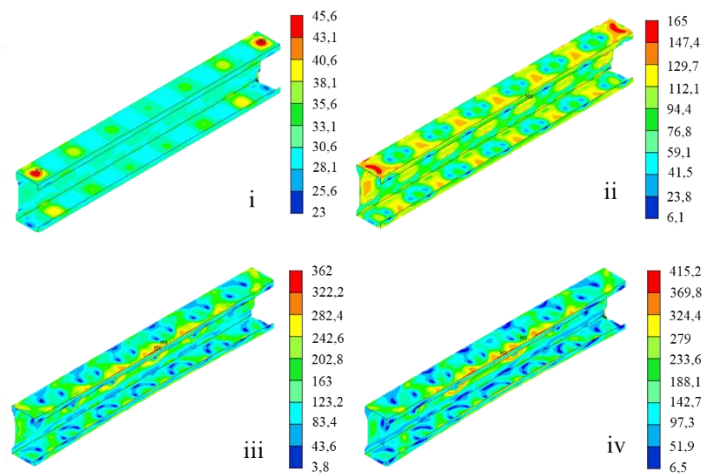
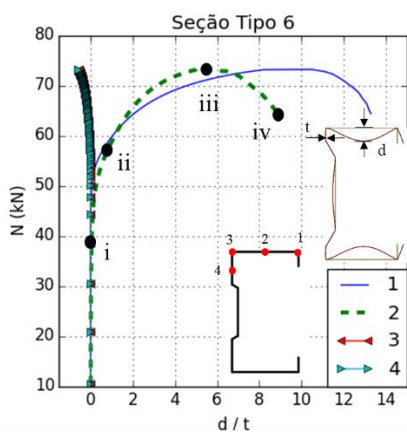
Figura 39. Campos de deslocamentos e distribuição de tensões na carga última



(d)



(e)



(f)

Figura 39. Campos de deslocamentos e distribuição de tensões na carga última

A resposta carga x deslocamento do tipo de seção 1 (Fig. 39(a)) apenas o ponto 2 da mesa superior apresentou um deslocamento considerável até atingir o ponto limite de

carga, o que indica que o perfil falha no modo local e existe uma concentração de tensões nas extremidades, dessa forma, pode-se afirmar que ocorreu uma plastificação da seção nos pontos de apoio e se fosse um ensaio este precisaria ser refeito. Entretanto, para as seções 2, 3, 4, 5 e 6 (Fig. 39 (b), (c), (d), (e) e (f)) o gráfico carga x deslocamento aponta para uma falha no modo distorcional, uma vez que o incremento de carga provoca deslocamentos até alcançar a carga última nos pontos localizados no enrijecedor de borda e na mesa superior (pontos 1 e 2), após isso existe uma queda de carga no gráfico, e nesses casos observa-se uma concentração de tensões nos enrijecedores de borda no meio da coluna, e um comportamento de pós flambagem distorcional com um “fechamento da seção”.

O gráfico carga x deslocamento de todas as seções indica um comportamento praticamente estático para os pontos 3 e 4, que com o incremento de cargas, mantiveram a mesma posição.

4. RESULTADOS OBTIDOS NA FLEXÃO SIMPLES

4.1. Seção U enrijecido inicial

A mesma metodologia adotada para barras submetidas à compressão será agora utilizada para o carregamento de flexão simples no eixo principal de inércia normal à alma (eixo de simetria da seção), de forma que a busca pela seção inicial consiste em determinar as dimensões do perfil do tipo U enrijecido que resulta no maior momento fletor crítico de flambagem distorcional, M_{dist} . Em seguida, os enrijecedores intermediários serão considerados para aprimorar o comportamento de flambagem local.

Uma análise paramétrica das dimensões da seção U enrijecido, como altura (b_w), largura da mesa (b_f) e do enrijecedor de borda (b_l) resultou na Figura 40, onde observa-se que, um incremento na dimensão do enrijecedor de borda (b_l), resulta em maiores momentos críticos distorcionais, e que o valor máximo ocorre em valores de $b_f/b_w = 0,23$ para todos os casos.

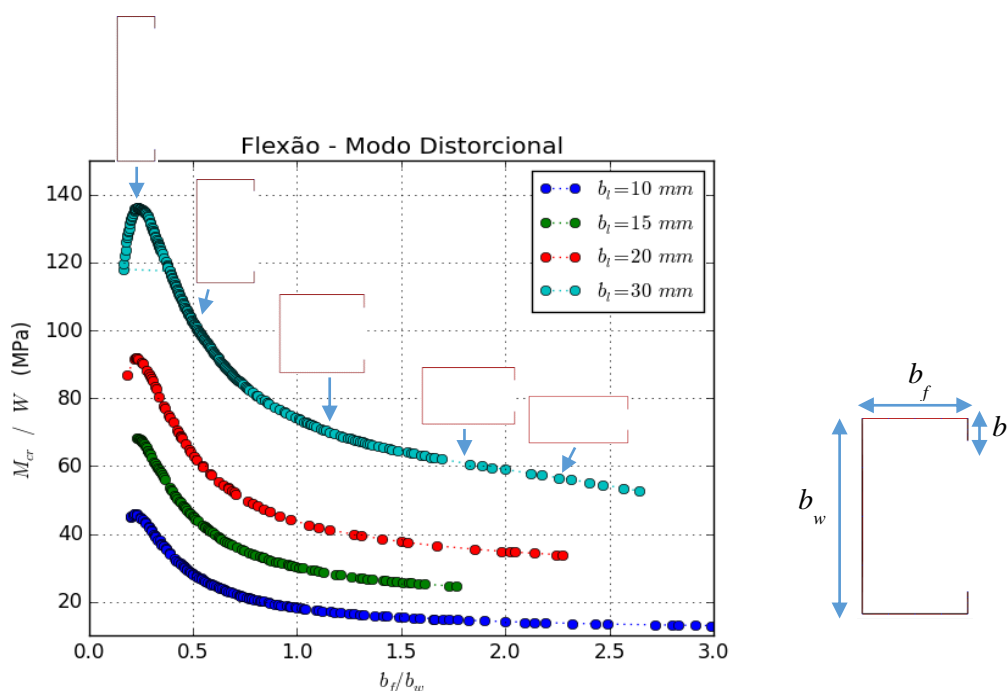


Figura 40. Momento fletor crítico distorcional para diversas dimensões de seção U enrijecido

Dessa forma, o procedimento para determinar a seção do tipo U enrijecido de máximo momento crítico distorcional, quando submetida a flexão pura, obedece ao seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} b_w + 2b_f + 2b_l = \text{Largura da bobina} \\ \frac{b_f}{b_w} \cong 0,23 \\ b_l \text{ máximo, } 10 \leq b_l \leq 30 \end{cases} \quad (52)$$

Para o caso de uma bobina de largura 600 mm e 1 mm de espessura, a seção de máximo momento crítico distorcional, possui como dimensões $b_w = 368$ mm, $b_f = 86$ mm e $b_l = 30$ mm e será adotada como seção inicial nas análises a seguir, no processo de criação de enrijecedores intermediários, com o intuito de elevar o momento crítico de flambagem local.

Com a Figura 41 observa-se que o modo distorcional atinge um máximo em aproximadamente $b_f/b_w = 0,23$ e o modo local é máximo em $b_f/b_w = 0,4$. Pode-se afirmar que (i) a variação de b_l tem pouca influência no valor do modo local, entretanto (ii) no modo distorcional o valor de b_l é determinante, mas que (iii) não há garantia de que o modo distorcional será dominante para altos valores de b_f/b_w . Este resultado contraria a tabela 1, que indica a influência da geometria da seção U enrijecido nos modos de flambagem segundo NUNES (2016). Assim como nas análises de compressão axial, para flexão pura, o modo distorcional foi o mais evidente apenas em casos de altos valores de b_f/b_w quando $b_l = 10$ mm, em outros valores de b_l os valores de momento crítico local são dominantes.

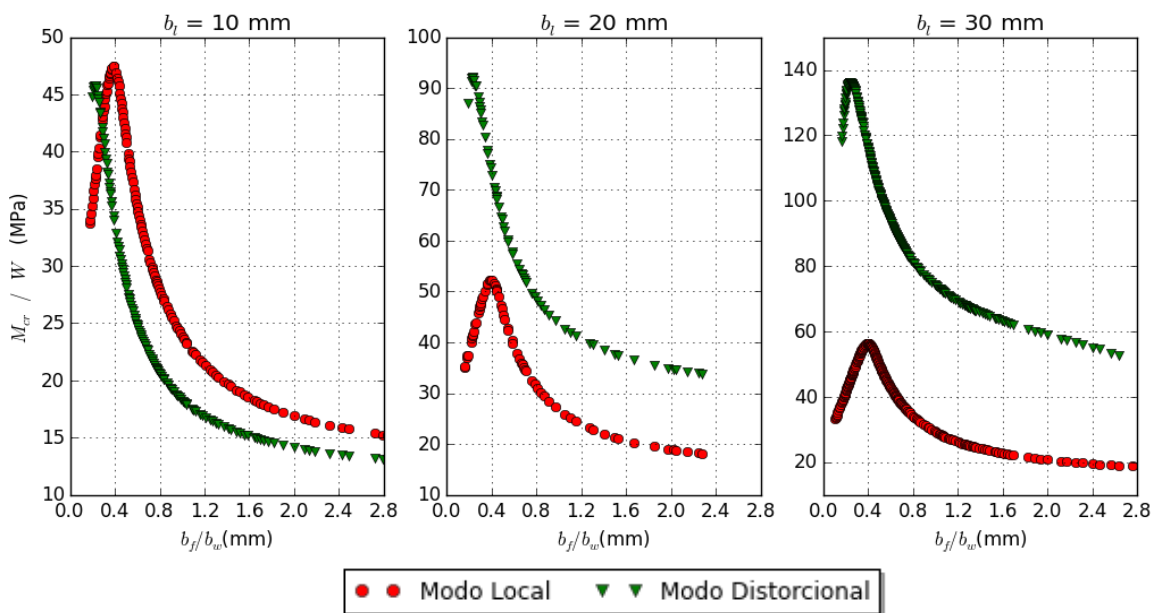


Figura 41. Momentos críticos para diferentes dimensões da seção U enrijecido

A busca não foi realizada pela maior resistência, uma vez que a seção de maior resistência tem influência do modo local. O objetivo aqui é maximizar apenas o modo de flambagem distorcional para, depois, maximizar o modo local, com a adição de enrijecedores intermediários. Restrições de fabricação foram impostas, de modo que as seções analisadas tenham dimensões coerentes com o processo de fabricação e aplicações práticas. Dessa forma, o máximo valor da dimensão do enrijecedor de bordo é $b_l = 30$ mm.

A seguir está indicada a influência da variação dos parâmetros, em cada tipo de seção, submetidas à flexão simples no eixo de simetria.

4.2. Geração das seções enrijecidas

Diversas seções são definidas com a variação dos parâmetros que definem os enrijecedores intermediários, para a criação de seções para vigas, sendo estes: tipo, quantidade, dimensões (altura, ângulo de dobra e comprimento) e posição dos enrijecedores. Serão analisados doze tipos de seções iniciais, esquematizados em escala na Figura 42.

As diversas variações de geometria não irão alterar a área da seção, de modo que a criação de um enrijecedor diminui a altura da seção e as outras dimensões permaneçam constantes, ou seja, todas as seções possuem a mesma área e diferentes alturas, com diferença no número e ângulos de dobras. Os parâmetros geométricos variáveis que definem os enrijecedores intermediários das seções candidatas estão esquematizados na Figura 43. As análises de estabilidade de todas as combinações das variações dos parâmetros serão realizadas para o carregamento de flexão simples no eixo de simetria.

O mesmo sistema de geração de coordenadas, adotado nas análises de compressão axial, foi utilizado para automatizar o processo de análise de estabilidade das seções sob flexão.

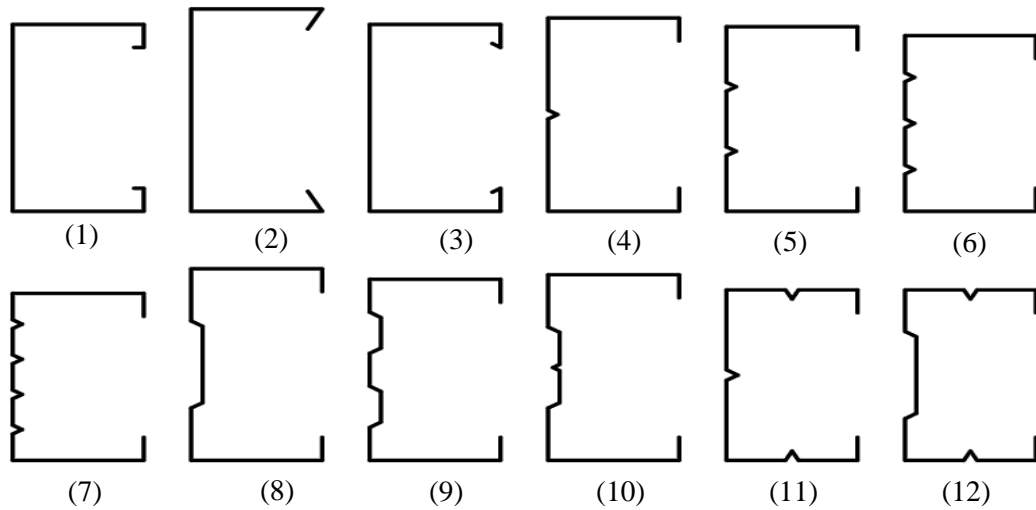


Figura 42. Seções transversais com enrijecedores intermediários em estudo

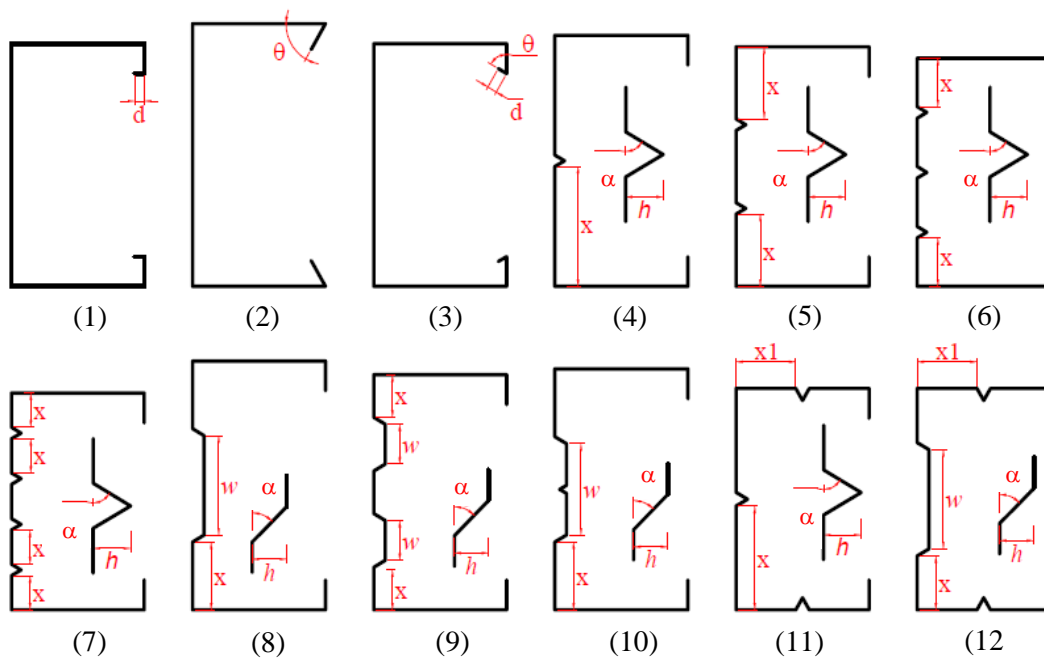


Figura 43. Parâmetros variáveis que definem os enrijecedores das seções candidatas

4.3. Variação dos parâmetros no tipo de seção 1

Como indicado na Figura 43, o tipo de seção 1 consiste em uma seção U enrijecido com uma dobra no enrijecedor final, de forma que o parâmetro de variação será a dobra extra de dimensão d , variando no intervalo de $5 \text{ mm} \leq d \leq 50 \text{ mm}$.

A Figura 44 indica a variação dos momentos críticos de flambagem no tipo de seção 1, sendo possível observar que o aumento do enrijecedor de borda resultou em

aprimoramento do momento fletor crítico para ambos modos de flambagem, local e distorcional.

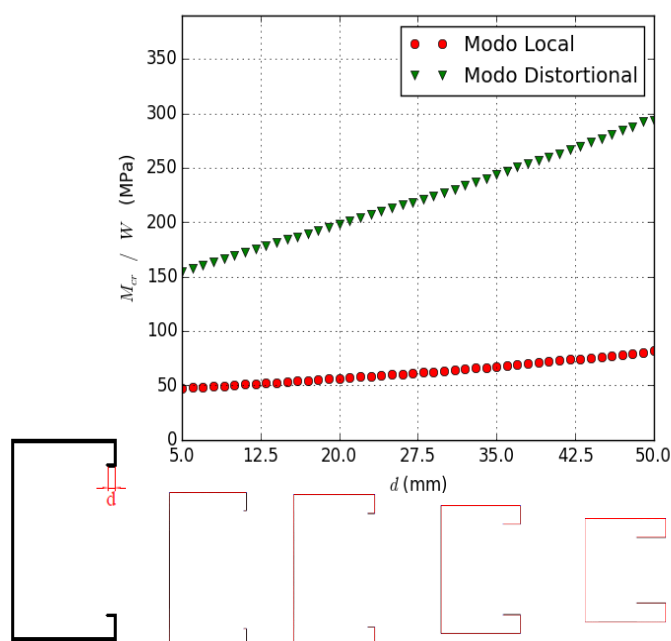


Figura 44. Variação dos momentos críticos de flambagem no tipo de seção 1

Existe um aumento significativo do momento fletor distorcional crítico com o aumento da dobra (dimensão d) e, também, um aumento no modo local. Essa condição, para o modo local, resulta da redução da altura e , conseqüentemente, da esbeltez da alma, elemento de placa que condiciona esse modo de flambagem da seção. Já para o modo distorcional, a dobra adicional é obviamente favorável, promovendo o aumento da rigidez do conjunto mesa-enrijecedor de bordo relativamente ao deslocamento típico da distorção da seção.

4.4. Variação dos parâmetros no tipo de seção 2

O tipo de seção 2 consiste em uma seção U enrijecido com o ângulo de dobra do enrijecedor de borda variável no intervalo de $45^\circ < \theta < 135^\circ$. A influência do ângulo de dobra do enrijecedor de borda nos momentos fletores críticos de flambagem está esquematizada no gráfico da Figura 45. A variação do ângulo formado entre o enrijecedor de borda e a mesa não apresentou influência no momento fletor crítico local, uma vez que com essa variação todas as placas permaneceram com as mesmas dimensões, entretanto o momento fletor crítico distorcional apresentou um máximo valor quando o ângulo é 75° . Mas em todas as seções, o modo local é o dominante.

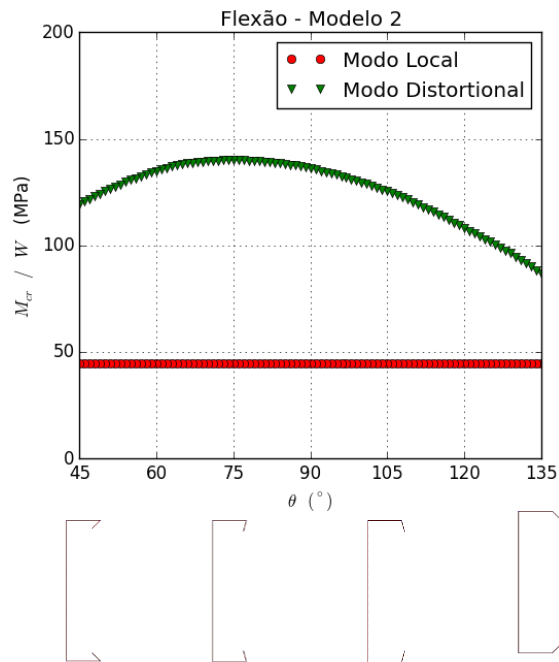


Figura 45. Variação dos momentos fletores críticos de flambagem no tipo de seção 2

4.5. Variação dos parâmetros no tipo de seção 3

O tipo de seção 3 é semelhante ao tipo 1, porém com mais um parâmetro de variação geométrica, o ângulo de dobra θ . Neste caso, o ângulo θ varia no intervalo de $45^\circ < \theta < 135^\circ$ e a dimensão da dobra final do enrijecedor d varia no intervalo $10 \text{ mm} < d < 50 \text{ mm}$.

A Figura 46 indica a influência da variação do parâmetro θ nos momentos críticos de flambagem. Observa-se que em todas as seções analisadas, o modo local tem maior influência e é sempre, de valor constante, logo qualquer opção é considerada ótima e todas as seções têm a mesma resistência à flexão. O modo distortional apresentou um pico de valor, em todos os casos, com um valor de θ aproximadamente igual a 90° e para ângulos maiores, o modo distortional não é detectado, ou seja, o modo existe, porém, a curva de assinatura não apresenta um segundo ponto de mínimo, e nesses casos o momento crítico distortional foi considerado nulo.

Com a análise de estabilidade de todas as seções do tipo de seção 3, observou-se que a variação da dimensão d tem maior influência nos momentos fletores críticos, de forma que quanto maior a dobra final (dimensão d) maior os momentos fletores críticos local e distortional e o parâmetro ângulo de dobra θ pouco influi na flexão. Os maiores

momentos fletores críticos e máxima resistência à flexão foi observada em uma seção com $d = 50 \text{ mm}$ e $\theta = 70^\circ$.

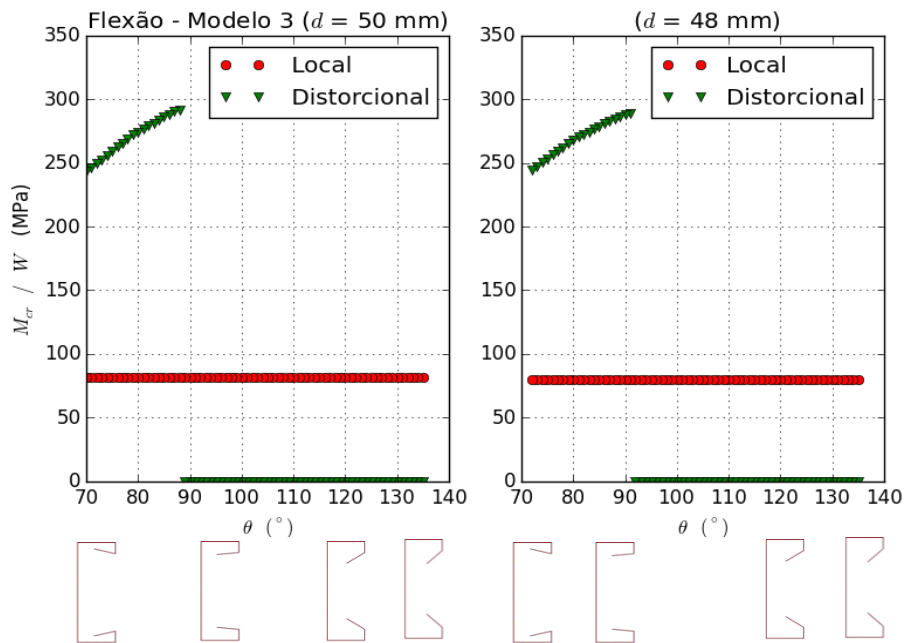


Figura 46. Variação dos momentos críticos de flambagem no tipo de seção 3

Além disso, algumas análises de estabilidade indicaram que seções com os chamados enrijecedores duplos, como por exemplo, geometrias do tipo de seção 1 e tipo 3, apresentaram na curva de assinatura (Fig. 47) o surgimento de dois mínimos referentes a modos de flambagem distorsionais distintos. Observa-se que os dois mínimos estão relacionados com, respectivamente, deslocamento da dobra do enrijecedor e o segundo mínimo é referente ao modo distorsional, onde as duas dobras do enrijecedor se deslocam em conjunto, sem deformações nas dobras. Esse fenômeno não foi observado nas seções de máximo momento fletor crítico estipuladas como “ótima”.

4.6. Variação dos parâmetros no tipo de seção 4

O tipo de seção 4 é uma seção U enrijecido com um enrijecedor triangular na alma, nesse caso, os parâmetros variáveis são: posição do enrijecedor x , altura h e ângulo α do enrijecedor intermediário.

A influência do parâmetro α (Fig. 48) aponta que para uma altura de 10 mm e posição do enrijecedor constante e no meio da seção, a diminuição do ângulo de dobra não gerou uma mudança significativa no modo distorsional e apenas um aumento considerável no modo local.

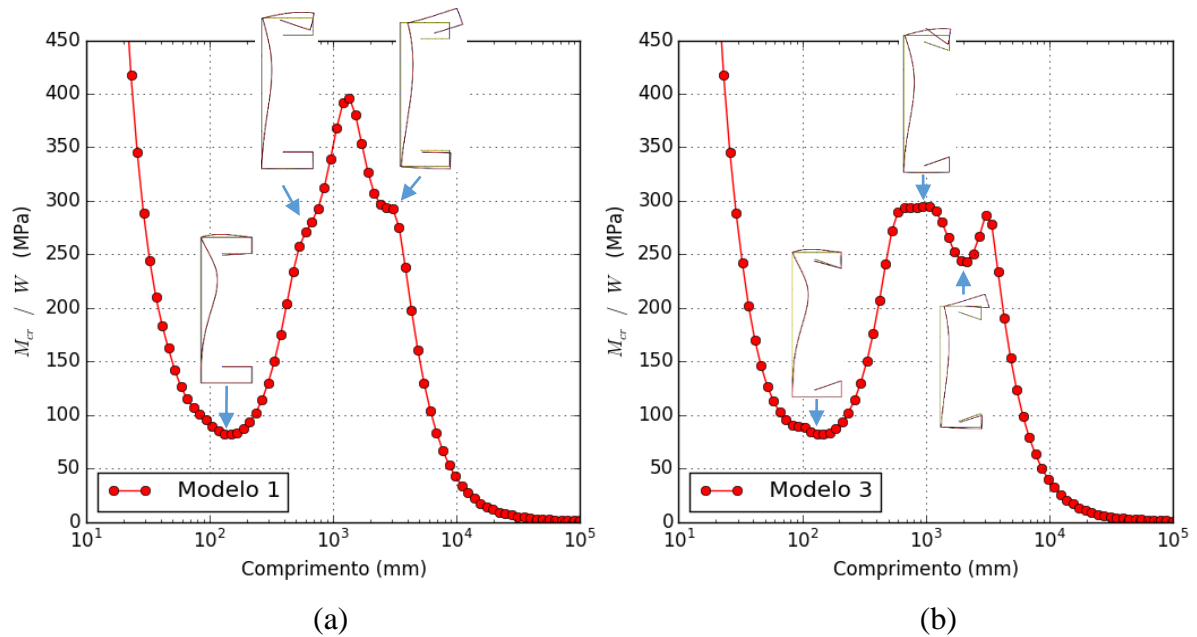


Figura 47. Curvas de assinatura de seções com enrijecedores duplos

A influência da altura h nos momentos fletores críticos (Fig. 49), indica que com o incremento da altura, um acréscimo de momento crítico local e distorcional foi detectado, devido a diminuição das dimensões das placas e conseqüentemente a menor altura do perfil, ou seja, quanto maior a altura h maior o momento fletor crítico local e distorcional.

Com a variação do parâmetro de posição do enrijecedor intermediário triangular (Fig. 50) observa-se que, quanto mais próximo o enrijecedor intermediário estiver da mesa superior maior o momento fletor crítico local, uma vez que há uma diminuição das dimensões da placa o que garante um acréscimo de momento fletor crítico local. Em resumo, quanto menor o ângulo, maiores os momentos críticos e quando maior a altura, maiores os momentos críticos. Isto se explica em função da redução da esbelteza das paredes

A variação da posição desse enrijecedor gera seções assimétricas, e a influência dessa posição nos momentos fletores de flambagem estão apresentadas na Figura 50. Neste caso, para uma mesma altura em um mesmo ângulo, nota-se que quanto maior R (enrijecedor intermediário mais próximo da mesa superior) maior o momento fletor local. Dentre todas opções possíveis, com a variação de todos os parâmetros, o modo de flambagem local será máximo, em uma seção do tipo de seção 4, com os parâmetros $h = 20$ mm, $\alpha = 60^\circ$ e $R = 1,80$.

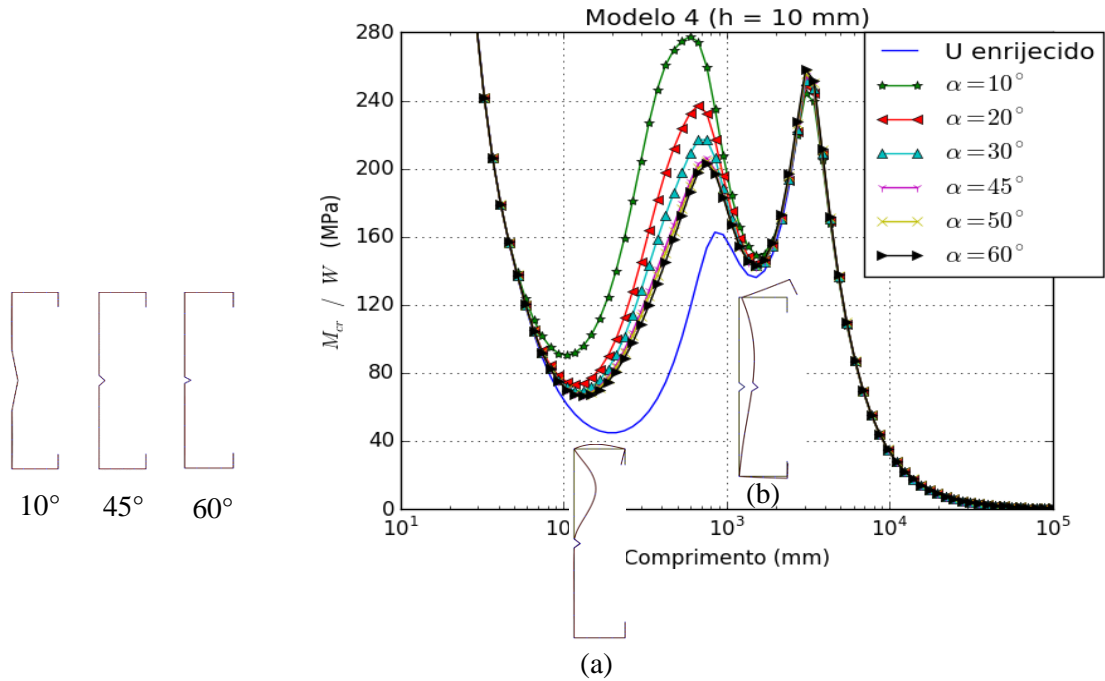


Figura 48. Curvas de assinatura do tipo de seção 4 com a variação do ângulo de um enrijecedor de 10 mm de altura e modos de flambagem (a) local e (b) distorcional

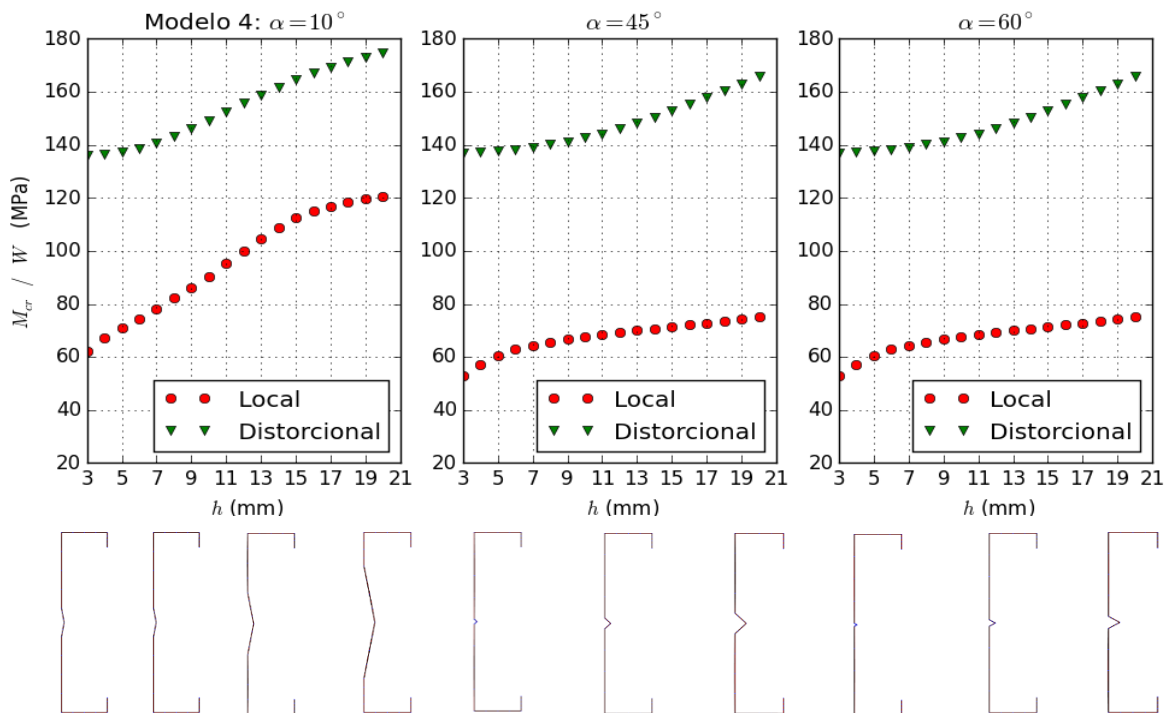


Figura 49. Momentos críticos no tipo de seção 4 com a variação da altura h

Nota-se que a flambagem local é sempre o modo dominante. Como restrição de fabricação e aplicação (ligação com outras peças) foi adotado como tamanho mínimo de

20 mm de placa disponível na alma, e esse tamanho é o que a seção “ótima” possui, portanto, esta é uma restrição delimitadora.

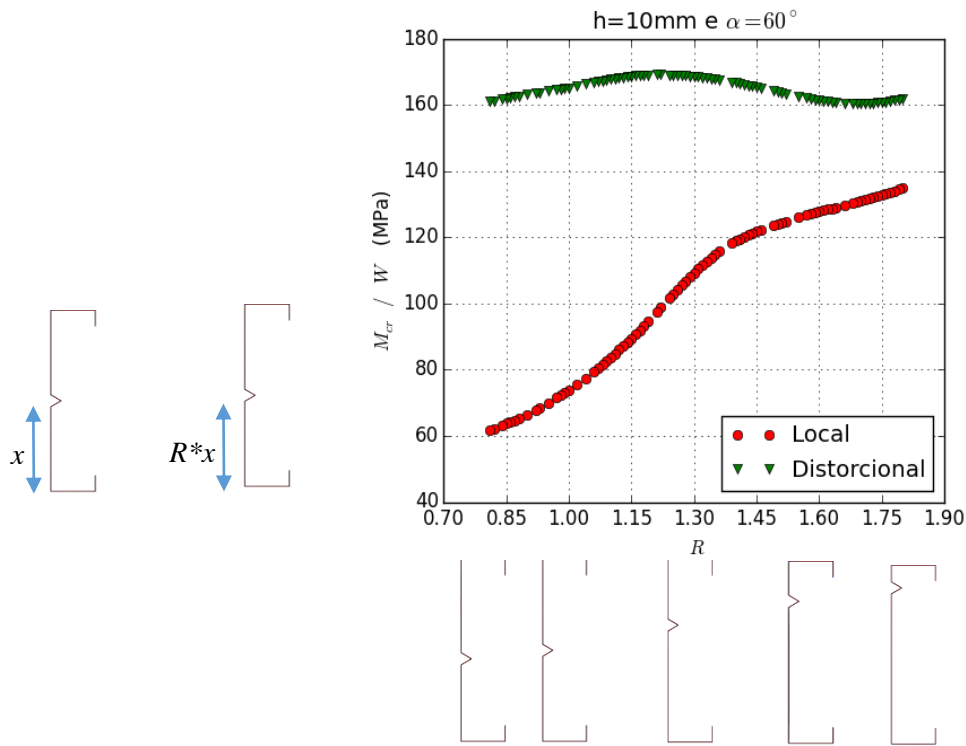


Figura 50. Momentos fletores críticos no tipo de seção 4 com a posição do enrijecedor intermediário variável

4.7. Variação dos parâmetros no tipo de seção 5

Para o tipo de seção 5, com dois enrijecedores triangulares, assim como o tipo de seção 4, quando maior a altura e menor o ângulo: maiores os momentos fletores críticos, com posições constantes (Fig. 51(a)).

Porém, com a mudança de posições, de forma que todas as seções sejam simétricas em relação ao eixo horizontal, o comportamento dos momentos críticos é apresentado na Figura 51 (b), onde é observado que, quanto menor a dimensão da placa disponível entre o enrijecedor intermediário e a mesa superior do perfil, maior será o momento fletor crítico local. O modo local segue sendo o modo dominante em todas as opções de seções.

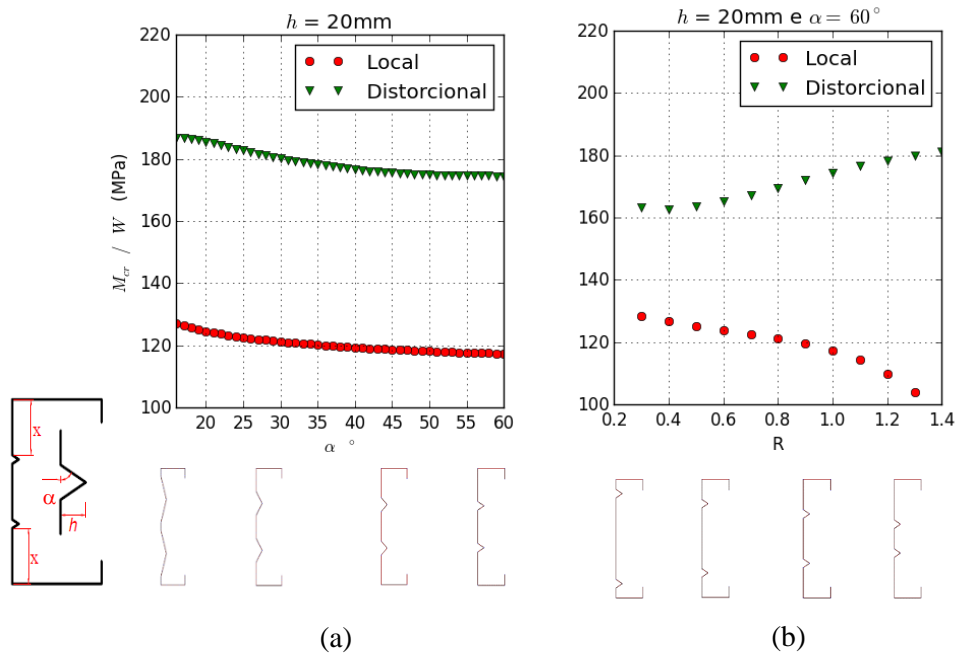


Figura 51. Momentos fletores críticos no tipo de seção 5 com diferentes: (a) ângulos e (b) posições

4.8. Variação dos parâmetros no tipo de seção 6

Como a variação dos parâmetros que definem o tipo de seção 6, com três enrijecedores intermediários, em alguns casos, foi observado um modo de flambagem diferente dos modos local e distorsional. Esse modo que é o segundo mínimo das curvas de assinatura da Figura 52 (b), ocorre antes do mínimo distorsional, e neste trabalho é denominado de modo “Distorsional do enrijecedor” porque representa um modo de flambagem onde apenas os enrijecedores intermediários se deslocam, não havendo deslocamento do enrijecedor final, como no modo distorsional e nota-se que sem a presença dos enrijecedores intermediários esse modo seria um modo local tradicional.

Na Figura 52 (a), existe um incremento da altura dos enrijecedores intermediários enquanto os outros parâmetros são mantidos constantes. Nota-se que o caso da seção com $h = 3\text{ mm}$ até $h = 5\text{ mm}$, o modo “Distorsional do enrijecedor” é dominante e, portanto, interfere no dimensionamento, devendo ser investigado.

As alterações implementadas no código fonte do programa CUFSM, de forma que a tolerância na identificação dos pontos de mínimo seja reduzida, foi de importante valia no exemplo da Figura 52 (b), por exemplo, onde o segundo ponto de mínimo (presente em seções de altura h menores que 9 mm) foi identificado como ponto de carga crítica

distorcional do enrijecedor. Sem essas alterações implementadas esse ponto não seria considerado ponto de mínimo. Assim, foi possível diluir a ambiguidade entre o modo local e modo “distorcional do enrijecedor” apontado por ÁDANY (2004).

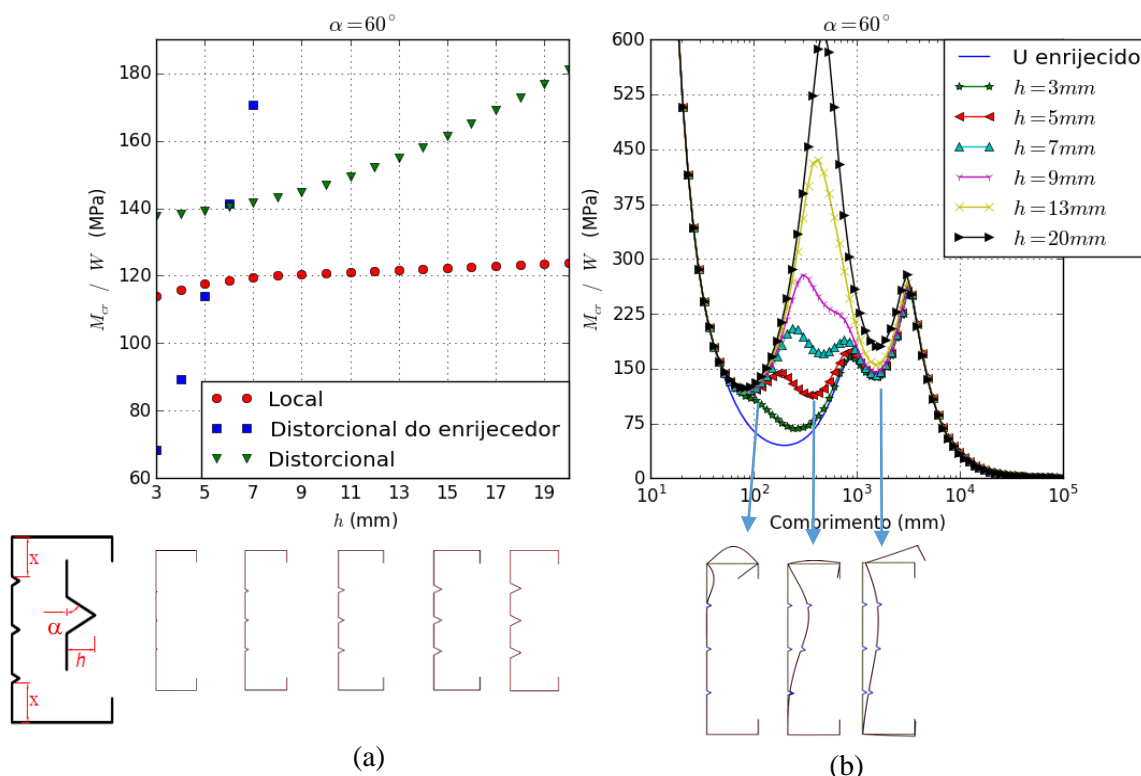


Figura 52. Momentos fletores críticos do tipo de seção 6 (a) com diferentes alturas e (b) curvas de assinatura indicando o modo de flambagem do enrijecedor

A influência do ângulo de dobra α dos enrijecedores também foi avaliada, e assim como o tipo de seção 4, quando maior a altura e menor o ângulo (Fig. 53(a)), maiores são os momentos fletores críticos.

A variação das posições dos enrijecedores considerou que todas as seções criadas terão simetria em relação ao eixo horizontal. A Figura 53(b) exhibe a influência dos momentos fletores críticos na mudança desse parâmetro, de forma que quanto mais próximos os enrijecedores da mesa superior maior o momento crítico local (devido a diminuição da largura da placa) e menor o momento fletor crítico distorsional (é mais fácil a seção sofrer distorção com essa configuração geométrica).

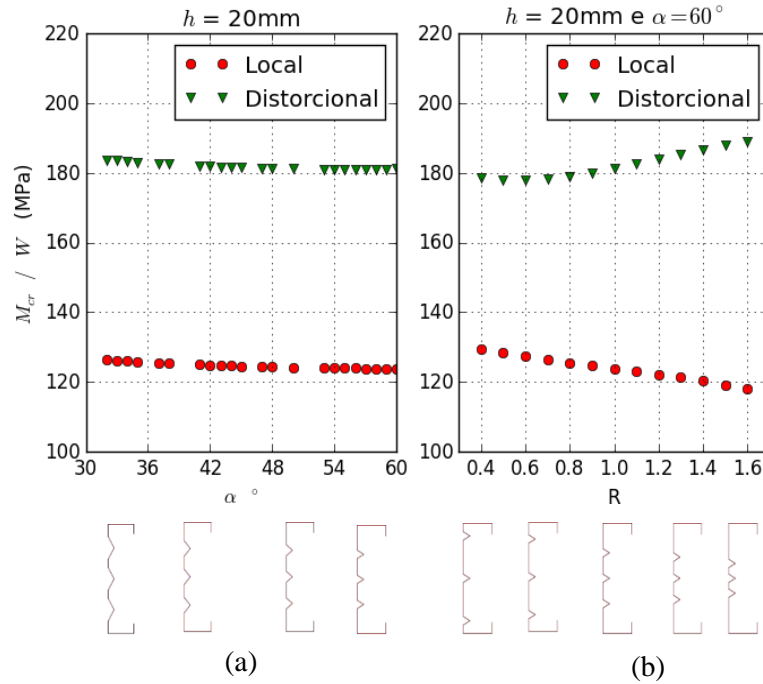


Figura 53. Momentos fletores críticos no tipo de seção 6 com diferentes: (a) ângulos e (b) posições

4.9. Variação dos parâmetros no tipo de seção 7

No tipo de seção 7, com quatro enrijecedores triangulares, assim como os tipos de seção análogos 4, 5 e 6, a influência do aumento da altura do enrijecedor nos momentos fletores críticos, aponta um incremento do modo “Distorsional do Enrijecedor” que nas primeiras alturas é o modo dominante e que, neste caso, a partir de $h = 10$ mm não se desenvolve mais e, a partir desse momento, o modo local é o modo dominante. O modo distorsional apresenta um considerável acréscimo em alturas maiores.

Mantendo todos os outros parâmetros constantes, enquanto o ângulo α é variável, observa-se uma quase imperceptível influência nos momentos fletores críticos dos modos de flambagem e o modo local sempre dominante. Assim como o tipo de seção 4, quanto maior a altura h e menor o ângulo α , maiores os momentos fletores críticos. Isto indica que os parâmetros não têm o mesmo peso de influência nos momentos críticos, uma vez que variando a posição do enrijecedor, com o parâmetro R , a seção que resulta no maior momento crítico não é a seção com maior altura e menor ângulo e sim a seção com altura $h = 18$ mm, $\alpha = 60^\circ$ e $R = 0,5$.

E mais uma vez confirma-se que com a variação da posição é possível afirmar que a melhor situação é quando o enrijecedor está o mais próximo possível da mesa superior (Fig. 54(a))

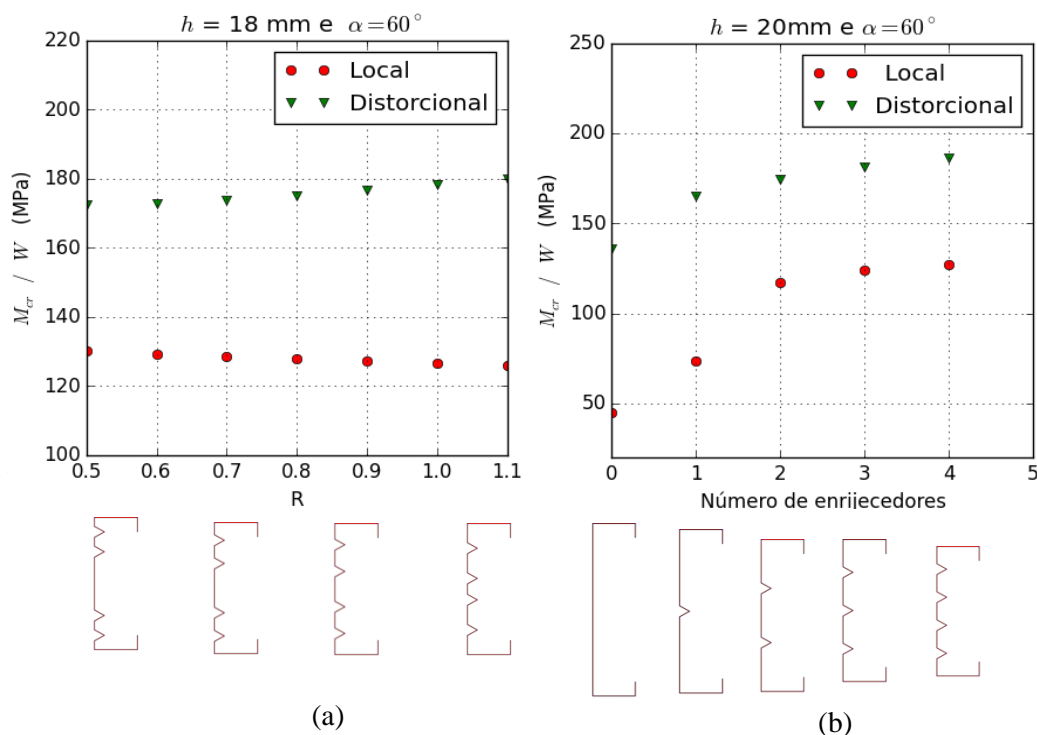


Figura 54. Momentos fletores críticos (a) no tipo de seção 7 com diferentes posições e (b) com o aumento do número de enrijecedores

A influência do número de enrijecedores na alma de um perfil também foi avaliada, e os resultados estão indicados na Figura 54(b), onde observa-se que, mantendo os outros parâmetros fixos, o aumento do número de enrijecedores na alma do perfil trouxe benefícios para o comportamento estrutural, aumentando os momentos fletores críticos, até o perfil com dois enrijecedores. A partir disso, o aumento do número de enrijecedores não causou melhoras significativas e a complexidade do perfil não necessariamente resulta em um perfil mais eficiente, porque seções com mais de dois enrijecedores apresentaram desempenho igual, ou próximo ao de uma seção mais simples e com menos dobras, como a seção com dois enrijecedores.

4.10. Variação dos parâmetros no tipo de seção 8

Em seções com um enrijecedor do tipo trapezoidal, como no tipo de seção 8, a influência da dimensão w , nos momentos fletores críticos de flambagem, foi identificada

com a Figura 55(a), para altura fixa de $h = 20$ mm e de ângulo fixo $\alpha = 60^\circ$ (parâmetros que resultam nos máximos momentos fletores críticos). O aumento do parâmetro w resulta em um ponto de máximo momento fletor crítico local, em seções de $w = 140$ mm (dimensão de placa equivalente à mesa), para valores menores de w , o modo local é um modo de deslocamento da mesa, quando o parâmetro w do enrijecedor trapezoidal se aproxima da dimensão da mesa (b_f), o modo local se desenvolve também no enrijecedor. Os maiores momentos fletores críticos locais, com a posição do enrijecedor fixa, portanto, são de seções com enrijecedores de $w = 140$ mm e de maior altura h possível, compatível com a altura do perfil.

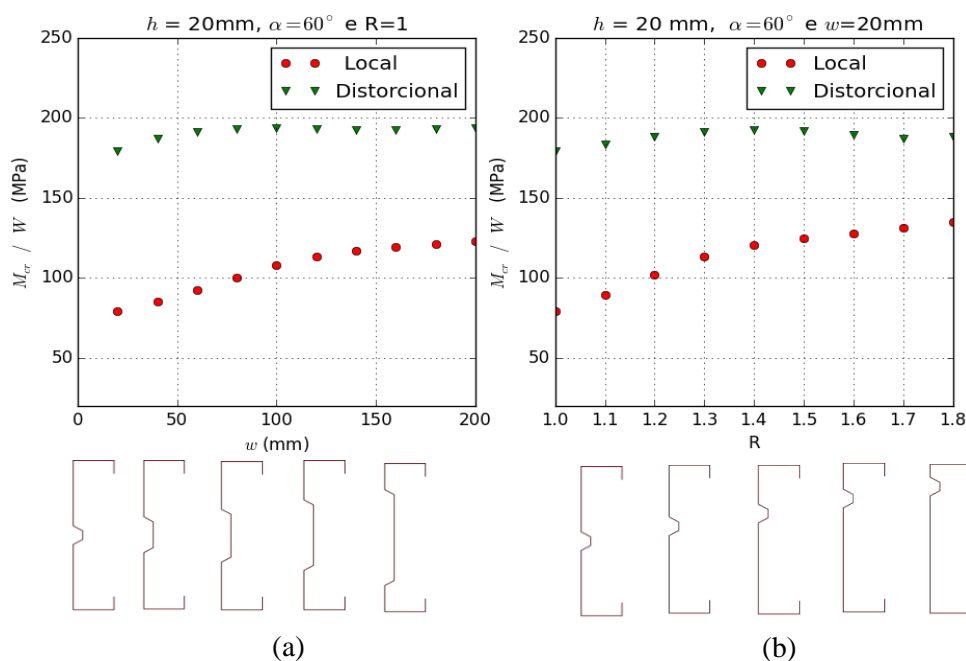


Figura 55. Momentos fletores críticos no tipo de seção 8 com diferentes: (a) dimensões e (b) posições do enrijecedor intermediário

Para a altura de $h = 20$ mm e $\alpha = 60^\circ$, (Fig. 55(b)), a influência da posição do enrijecedor foi identificada, de modo que, a seção de máximo momento fletor crítico local é a seção de maior altura que permite $R = 1,8$ (que é o maior possível), ou seja, o máximo momento fletor crítico ocorre quando o enrijecedor está mais próximo possível da mesa superior. A variação dos parâmetros resultou em uma pequena influência no modo de flambagem distorcional e em todos os casos, o modo de flambagem local é o modo predominante. E mais uma vez percebe-se que o parâmetro de maior peso nos momentos fletores críticos é a posição do enrijecedor.

4.11. Variação dos parâmetros no tipo de seção 9

Uma seção com dois enrijecedores do tipo trapezoidal, como o tipo de seção 9, apresentou comportamento semelhante a uma seção com um único enrijecedor trapezoidal, de forma que, com a variação de todos os parâmetros geométricos, a seção ótima é a que tem a maior altura h e ângulo α possíveis e enrijecedores mais próximos das mesas, diminuindo as larguras das placas e aumentando o momento fletor crítico local. Um resumo de todas as seções ótimas está indicado no item 4.15.

4.12. Variação dos parâmetros no tipo de seção 10

O tipo de seção 10 consiste em uma tentativa de diminuir a largura de placa do enrijecedor do tipo trapezoidal com a adição de um enrijecedor triangular no meio da placa superior de comprimento w . A opção não se mostrou muito conveniente, uma vez que a seção ótima determinada para esse tipo de seção resultou em um momento crítico um pouco menor do que a seção ótima do tipo de seção só com o enrijecedor trapezoidal intermediário (tipo de seção 8), ou seja a dobragem do tipo de seção 10 seria um gasto desnecessário de energia para confecção, uma vez que o tipo de seção 8 é mais simples e eficiente.

4.13. Variação dos parâmetros no tipo de seção 11

O tipo de seção 11 consiste em uma seção com um enrijecedor triangular na alma e um enrijecedor triangular em cada mesa, todos com posições variáveis. Com a variação de todos os parâmetros geométricos e posições constantes, observa-se que as seções de máximos momentos fletores críticos locais são as seções com $h = 20$ mm e $\alpha = 60^\circ$. A influência da posição dos enrijecedores nos modos de flambagem está indicados na Figura 56.

A variação da posição do enrijecedor da alma resultou em um aumento do momento fletor crítico local, quanto mais próximo o enrijecedor estiver da mesa superior, como esperado, pois menor será a largura da placa da alma do perfil (Fig. 56(a)) e com isso o momento fletor crítico distorcional não sofreu basicamente nenhuma interferência com a variação dessa posição. O comportamento de flambagem local foi tão otimizado que apenas com esse tipo de seção, de seção com enrijecedores nas mesas, que o valor do

momento fletor crítico local é tão alto que o modo distorcional passou a ser o modo predominante.

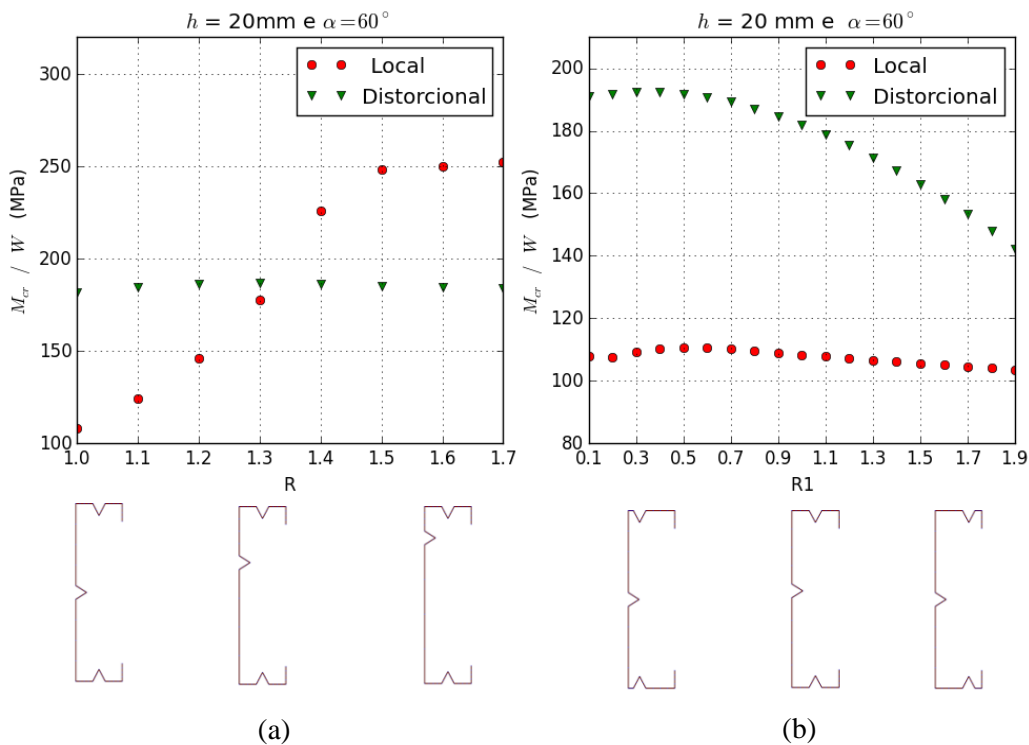


Figura 56. Momentos fletores críticos no tipo de seção 11 com diferentes: (a) parâmetros R e (b) parâmetros R1

Com a mudança da posição dos enrijecedores localizados nas mesas, como indicado na Figura 56(b), nota-se que o modo de flambagem local sofreu uma alteração quase insignificante, e continua sendo o modo predominante em todos os casos. Um comportamento interessante, neste caso, foi o do modo distorcional que apresentou um pico de momentos fletores críticos com enrijecedores mais próximos da alma, o que indica que com essa configuração a seção fica mais rígida para distorção.

4.14. Variação dos parâmetros no tipo de seção 12

O tipo de seção 12 consiste em uma seção com um enrijecedor trapezoidal na alma e um enrijecedor triangular em cada mesa, todos com posições variáveis. O comportamento dos momentos de flambagem com a variação de todos os parâmetros geométricos foi praticamente o mesmo das seções avaliadas para o tipo de seção 11, de forma que as mesmas conclusões e discussões indicadas no item anterior podem ser afirmadas aqui. A variação das posições dos enrijecedores intermediários em relação aos

momentos fletores críticos de flambagem, para esse tipo de seção, resultou nos gráficos da Figura 57.

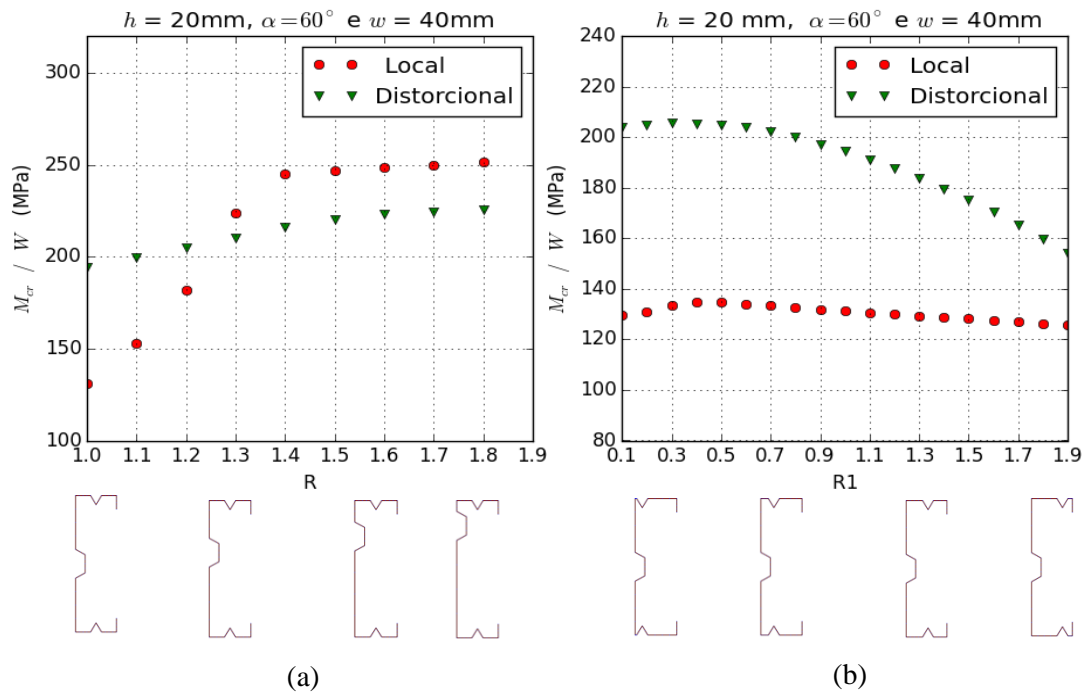


Figura 57. Momentos fletores críticos no tipo de seção 12 com diferentes: (a) parâmetros R e (b) parâmetros R1

4.15. Seções ótimas

A partir da variação de todos os parâmetros geométricos dos enrijecedores, as análises de estabilidade das seções candidatas determinaram as seções de máximo momento fletor crítico local, essas seções “ótimas” para cada tipo de seção estão indicadas na Figura 58, com o esquema das seções em escala.

Na Tabela 9 observa-se que as seções com enrijecedores intermediários na alma (tipo de seção 4 a 10) apresentam um momento fletor crítico local cerca de 3,0 vezes maior que a seção U enrijecido de mesma área. E para seções com enrijecedores na alma e na mesa (tipo de seção 11 e 12) o momento fletor crítico local é cerca de 6,0 vezes maior que a seção U enrijecido de mesma área, e o aumento do momento crítico local é tão evidente que apenas nesses casos o modo local deixa de ser o modo crítico.

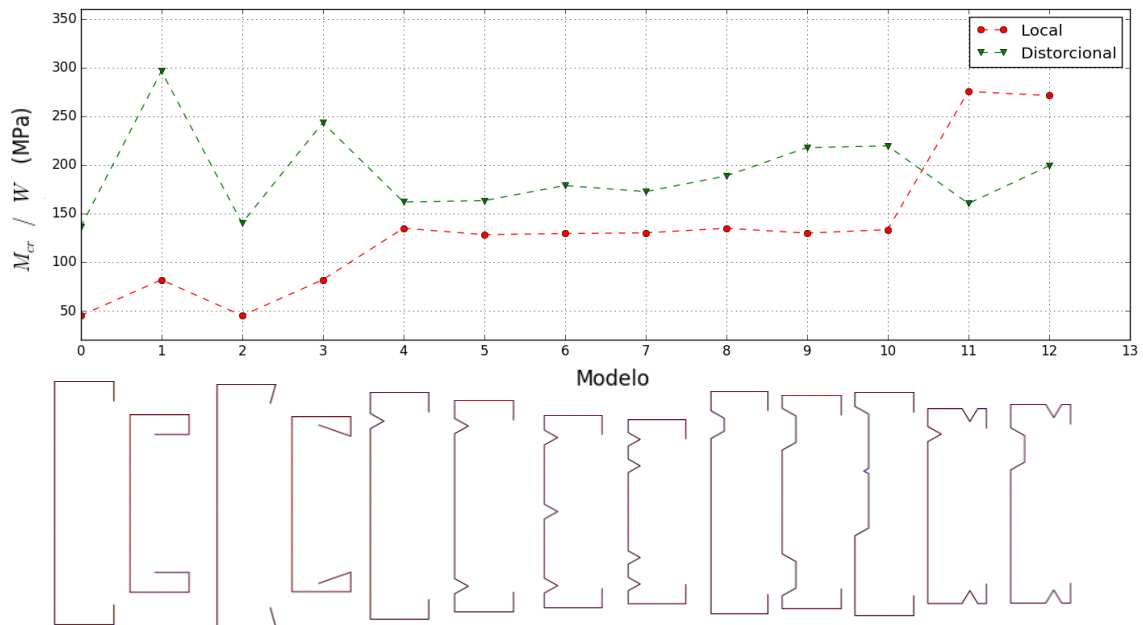


Figura 58. Momentos fletores críticos das seções “ótimas” em cada tipo de seção

A dimensão dos enrijecedores, de cada tipo de seção, que definem o máximo momento fletor crítico local estão agrupadas na Tabela 9.

Tabela 9. Momentos fletores críticos e parâmetros das seções “ótimas”

Tipo de seção	d (mm)	ϕ (°)	h (mm)	α (°)	w (mm)	R	R1	M _{cr} / W	
								Local (MPa)	Distorcional (MPa)
0	-	-	-	-	-	-	-	44,97	136,10
1	50	-	-	-	-	-	-	81,83	280,01
2	-	75	-	-	-	-	-	44,97	139,99
3	50	70	-	-	-	-	-	81,83	243,30
4	-	-	20	60	-	1,8	-	134,83	161,88
5	-	-	20	60	-	0,3	-	128,25	163,19
6	-	-	20	60	-	0,4	-	129,40	178,74
7	-	-	18	60	-	0,5	-	130,06	172,49
8	-	-	20	60	20	1,8	-	134,77	188,55
9	-	-	20	60	40	0,3	-	129,81	217,73
10	-	-	20	60	180	1,7	-	133,38	219,50
11	-	-	20	60	-	1,8	1,6	275,51	160,29
12	-	-	20	60	40	1,7	1,6	271,21	198,89

4.16. Aplicação da metodologia

Como forma de comprovar a metodologia adotada, uma outra largura de bobina, agora com 400 mm será adotada como bobina inicial e as seções ótimas para criação de vigas com enrijecedores intermediários serão determinadas.

A determinação da seção U enrijecido inicial se deu com a adoção do sistema de equações abaixo. E a influência das dimensões b_f / b_w nos momentos fletores de flambagem foram analisadas com a Figura 59. Observa-se que o comportamento dos momentos fletores de flambagem é o mesmo do determinado para outra largura de bobina, o que comprova que a metodologia pode ser adotada para qualquer caso.

$$\begin{cases} b_w + 2b_f + 2b_l = \text{Largura da bobina} \\ \frac{b_f}{b_w} \cong 0,23 \\ b_l \text{ máximo, } 10 \leq b_l \leq 30 \end{cases}$$

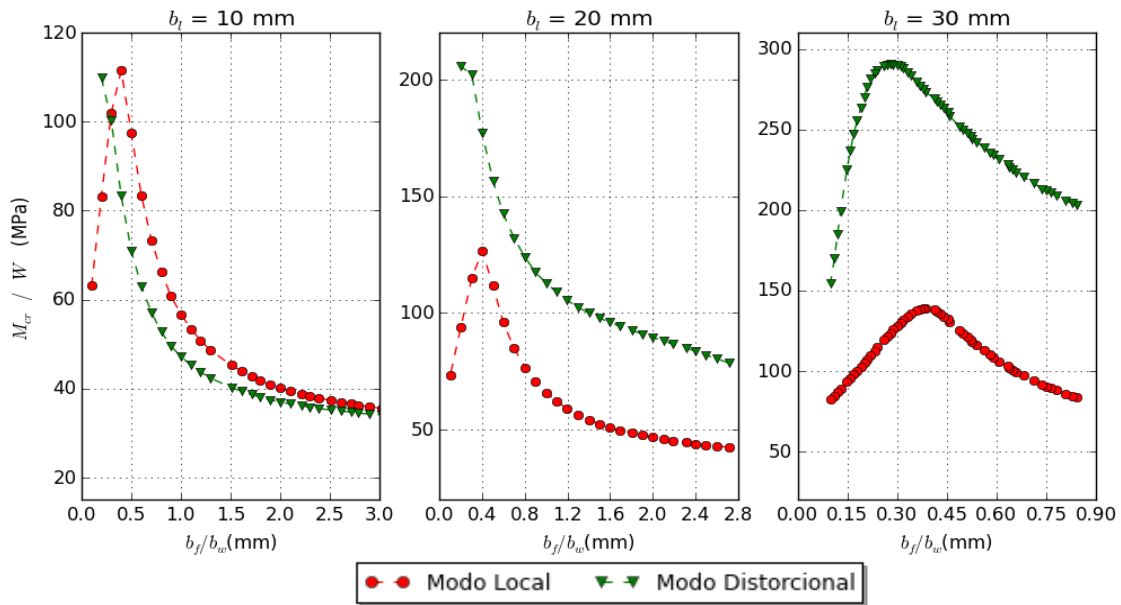


Figura 59. Momentos fletores críticos para diferentes dimensões da seção U enrijecido (bobina de 400 mm)

Dessa forma, a seção U enrijecido de máximo momento fletor crítico, criada a partir de uma bobina de 400 mm, possui as dimensões de $b_w = 233$ mm, $b_f = 54$ mm e $b_l = 30$ mm, com relação $b_f / b_w = 0,23$. Dimensões essas calculadas com as expressões anteriores ou obtidas com a Figura 59. A partir dessa seção U enrijecido, serão adicionados os enrijecedores intermediários para melhorar o comportamento de

flambagem local, os mesmos tipos de seção e parâmetros já empregados nas análises anteriores, (Figuras 42 e 43), serão agora considerados e após todas as análises de estabilidade são definidos os parâmetros que definem as seções de cada tipo de seção com máximo momento fletor crítico local. As seções “ótimas” para cada tipo de seção estão reunidas na Tabela 10 e Figura 60, com o esquema das seções em escala.

Tabela 10. Momentos críticos e parâmetros das seções “ótimas” para bobina de 400 mm

Tipo de seção	d (mm)	ϕ (°)	h (mm)	α (°)	w (mm)	X	X1	M_{cr}/W Local (MPa)	M_{cr}/W Distorcional (MPa)
0	-	-	-	-	-	-	-	125,82	290,26
1	35	-	-	-	-	-	-	236,28	560,63
2	-	67	-	-	-	-	-	125,75	313,74
3	36	111	-	-	-	-	-	242,02	568,70
4	-	-	20	60	-	1,7	-	224,93	342,68
5	-	-	20	60	-	0,5	-	214,40	351,05
6	-	-	20	60	-	1,1	-	221,25	375,14
7	-	-	13	60	-	1,1	-	217,89	342,93
8	-	-	20	60	20	1,7	-	223,55	387,34
9	-	-	20	60	40	1,4	-	214,58	367,04
10	-	-	20	60	100	1,4	-	216,20	381,43
11	-	-	20	60	-	1,8	1,6	339,27	369,34
12	-	-	20	60	40	1,7	1,6	326,05	417,57

Observa-se que as seções com enrijecedores intermediários na alma (tipo de seção 4 a 10) apresentam um momento fletor crítico local cerca de 2,0 vezes maior que a seção U enrijecido de mesma área. Para seções com enrijecedores na alma e na mesa (tipo de seção 11 e 12) o momento fletor crítico local é maior cerca de 2,6 vezes maior que a seção U enrijecido de mesma área, e o aumento do momento fletor crítico local é evidente, porém em todos os casos analisados o modo local é o modo predominante. A metodologia adotada consegue, portanto, definir para qualquer largura de bobina, geometrias de seções

enrijecidas que com o mesmo gasto de material resultam em maiores momentos fletores críticos de flambagem e maiores resistências.

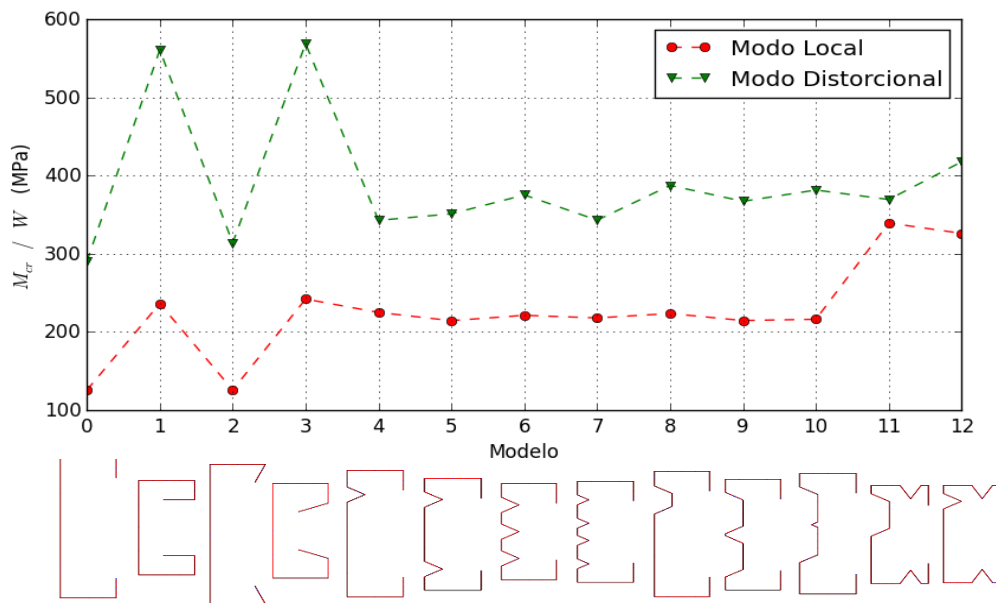


Figura 60. Momentos críticos das seções “ótimas” em cada tipo de seção

4.17. Modelo em elementos finitos

Com o modelo em elementos finitos, no programa ANSYS, foi adotado o tipo de elemento de casca, SHELL181 na discretização da malha e para simular a flexão de vigas, condições de extremidade como simplesmente apoiada nas duas extremidades onde também é aplicado o carregamento de flexão pura, com cargas nodais de intensidade variável com altura, onde a resultante é um binário que gera um momento fletor em cada extremidade (DANGI, 2017). Para diminuir o gasto computacional, condições de contorno de simetria foram aplicadas na metade do comprimento da viga, de forma que apenas metade da viga (e, portanto, metade do número de elementos) foram aplicados na simulação. Essa simplificação está esquematizada na Figura 61.

A condição de simplesmente apoiada garante que os deslocamentos nos eixos Y e Z são nulos (eixos vertical e horizontal da seção da peça) e a rotação no eixo X (ao longo do comprimento da peça) também é nula. Esse tipo de condição foi representado no modelo por meio de uma chapa, mais fina que a espessura do perfil analisado (Fig. 62), nas duas extremidades da viga, essa chapa está suportada por uma moldura rígida de modo que ao aplicar o carregamento nas duas extremidades a chapa tem livre movimento e apenas apoia o perfil, representando assim um apoio simples.

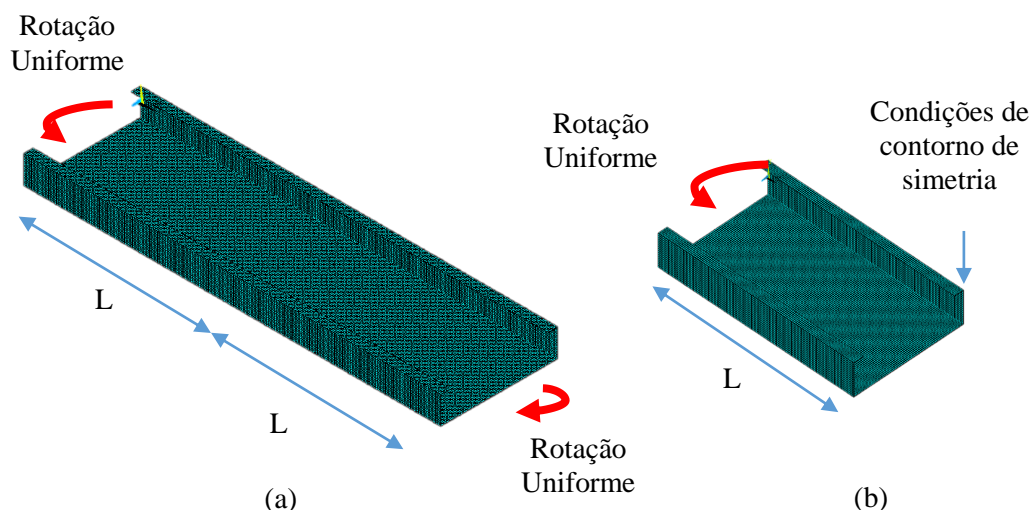


Figura 61. Modelo em elementos finitos de uma viga

O carregamento de flexão simples foi aplicado como forças de compressão na parte superior da seção e tração na parte inferior, como na Figura 62. A intensidade das forças varia com a altura da seção transversal, de forma que é máxima nas extremidades (superior e inferior) e nula no eixo horizontal (linha neutra da seção).

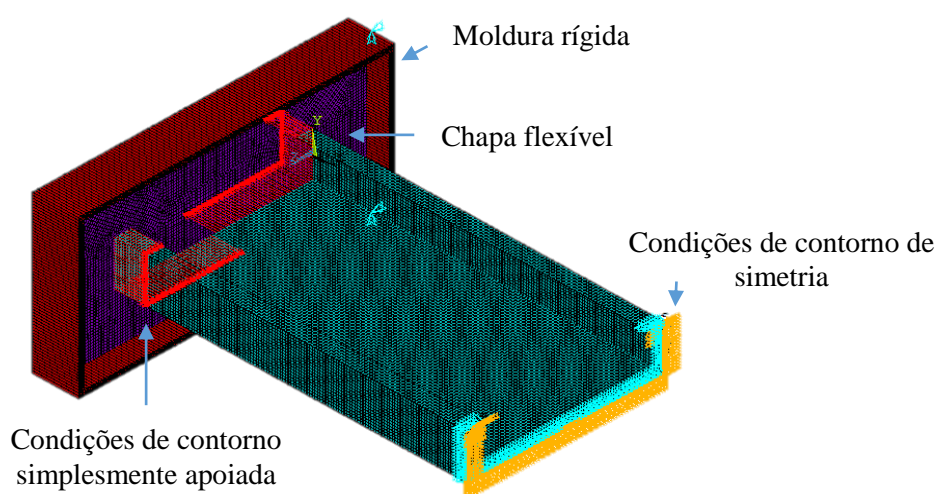


Figura 62. Condições de extremidade adotadas para o modelo de uma viga simplesmente apoiada

A validação das condições de extremidade adotadas para o modelo de uma viga simplesmente apoiada em elementos finitos, para a análise de estabilidade elástica, deu-se com a comparação de modelos com diferentes comprimentos, obtidos a partir de múltiplos inteiros do número de semi ondas (Tabela 11) que aponta para valores de momento crítico (M_{cr}) praticamente igual ao mesmo modelo analisado com a ferramenta

GBTUL. O que garante que o modelo e as condições de contorno adotadas em elementos finitos consegue representar o sistema de viga biapoiada.

Tabela 11. Validação de análise de estabilidade elástica

Comprimento (mm)	M_{cr} (kNm)		GBTUL /Ansys	
	Ansys	GBTUL		
$7*L_{cr}$	1311,7	2,808	2,848	1,01
$8*L_{cr}$	1499,1	2,711	2,848	1,05
$9*L_{cr}$	1686,4	2,639	2,848	1,08
$10*L_{cr}$	1873,8	2,585	2,846	1,10

A estrutura deformada para diferentes números de semi ondas está indicada na Figura 63, observa-se o aumento do número de semi ondas com o aumento do comprimento e nota-se que a modelagem de metade da viga é um artifício vantajoso, uma vez que a simetria da estrutura deformada permite analisar apenas metade do comprimento. E por se tratar de uma condição de viga simplesmente apoiada o aumento do número de semi ondas não tem influência no momento crítico de flambagem local, até comprimentos antes do comprimento crítico distorcional onde este passa a ser o modo dominante. Portanto, comprimento de viga de $7*L_{cr}$ será adotado para as próximas análises.

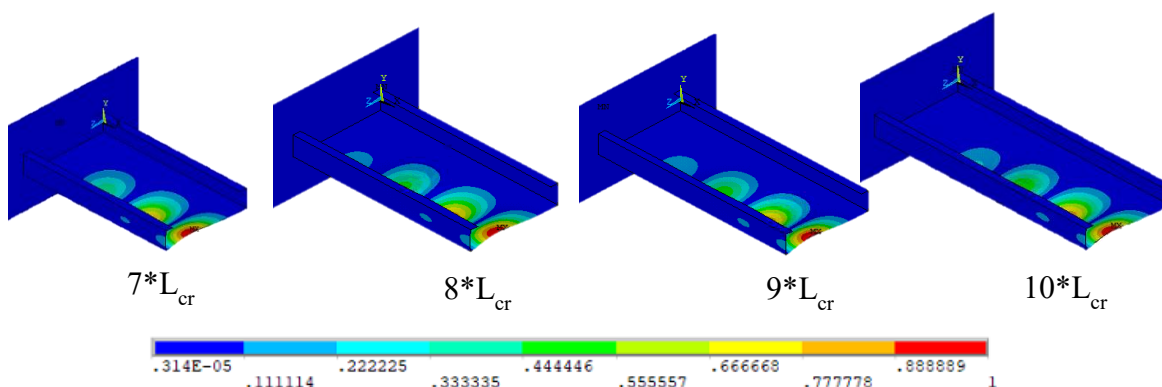


Figura 63. Modos de flambagem local com o aumento do comprimento

A análise de estabilidade elástica gera o modo de flambagem que será adotado como imperfeição inicial na análise não linear, o que garante a não linearidade geométrica

da peça, com amplitude máxima de 10% da espessura do perfil, mesmo procedimento adotado no item 3.4.2 e largamente utilizado nos modelos numéricos da literatura.

A análise não linear em elementos finitos é realizada com aplicação de incrementos de carga e com a adoção da técnica de comprimento de arco, como estratégia de iteração, na busca de respostas além dos pontos críticos. É considerada ainda a não linearidade do material, com o uso de uma curva bilinear de tensão-deformação. Neste modelo, até a tensão de escoamento (f_y) o material está no regime elástico, com inclinação no gráfico de tensão-deformação igual ao módulo de elasticidade (E). Depois de atingida a tensão de escoamento o material passa para o regime plástico de deformações com uma inclinação menor e igual a $0,1 \cdot E$.

A Tabela 12 apresenta a comparação dos resultados de momentos críticos adotando modelos com MFF e o MEF, para todas as seções definidas como “ótimas” para cada tipo de seção definida no item 4.15. A diferença máxima entre os resultados é menor que 4% o que garante a validade do modelo. Também na Tabela 12 é apresentada a comparação dos resultados de carga última obtidos com o MRD e as resistências determinadas em análises não lineares, com MEF, das seções “ótimas”. A diferença máxima entre os resultados foi menor que 8% o que comprova a validade do modelo numérico.

Tabela 12. Comparação entre o MEF e MFF para momentos críticos e MEF e MRD para carga última

Tipo de seção	Comprimento (mm)		M _{cr} (kNm)				Carga Última (kNm)		
	L _{cr} (Local)	7*L _{cr}	MFF		Ansys	MFF/ MEF	MEF	MRD	MRD/ MEF
			Local	Dist.					
0	187,38	1311,66	2,86	8,65	2,87	1,00	9,60	9,14	0,95
1	148,50	1039,50	4,05	13,85	4,01	1,01	8,27	8,87	1,07
2	187,38	1311,66	2,86	8,90	2,84	1,01	8,82	9,15	1,04
3	148,50	1039,50	4,16	12,38	4,21	0,99	7,25	9,12	1,26
4	83,02	581,14	8,37	10,05	8,33	1,00	12,88	13,31	1,03
5	73,91	517,37	7,33	9,33	7,12	1,03	12,28	12,05	0,98
6	73,91	517,37	6,72	9,28	6,48	1,04	10,95	10,98	1,00
7	73,91	517,37	6,51	8,63	6,39	1,02	10,48	10,60	1,01
8	73,91	517,37	8,32	11,64	8,18	1,02	13,56	13,24	1,00
9	73,91	517,37	7,34	12,31	7,30	1,01	11,99	11,97	1,00
10	73,91	517,37	7,84	12,90	7,86	1,00	12,50	12,56	1,00
11	58,60	410,20	15,54	9,04	15,83	0,98	18,50	15,49	0,84
12	58,60	410,20	14,99	10,99	15,26	0,98	17,97	15,10	0,84

A determinação da carga última com análises não lineares de estruturas é feita a partir da análise do caminho de equilíbrio até o momento de falha, com gráficos de carga em função do deslocamento em algum ponto da estrutura, nesse caso foram analisados 4 pontos ao longo do comprimento da viga, a posição destes está indicada na figura 64.

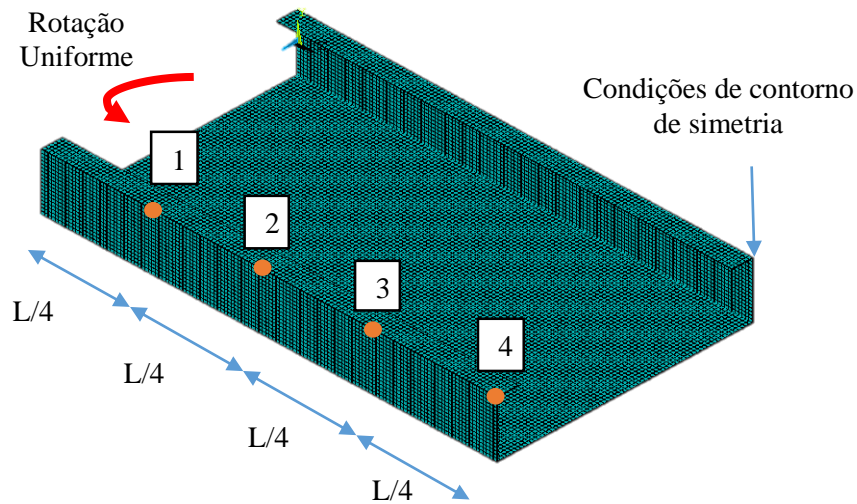


Figura 64. Indicação das posições de controle de deslocamentos na viga

Os gráficos do momento fletor em função do deslocamento (trajetórias de equilíbrio) dos pontos em análise, bem como a distribuição de tensões das vigas, criadas com as seções “ótimas” para cada tipo de seção, quando submetidas as suas respectivas cargas últimas estão indicadas na Figura 65. Nota-se que a carga última é o ponto crítico do gráfico que representa a mudança do comportamento e a perda de capacidade de carga.

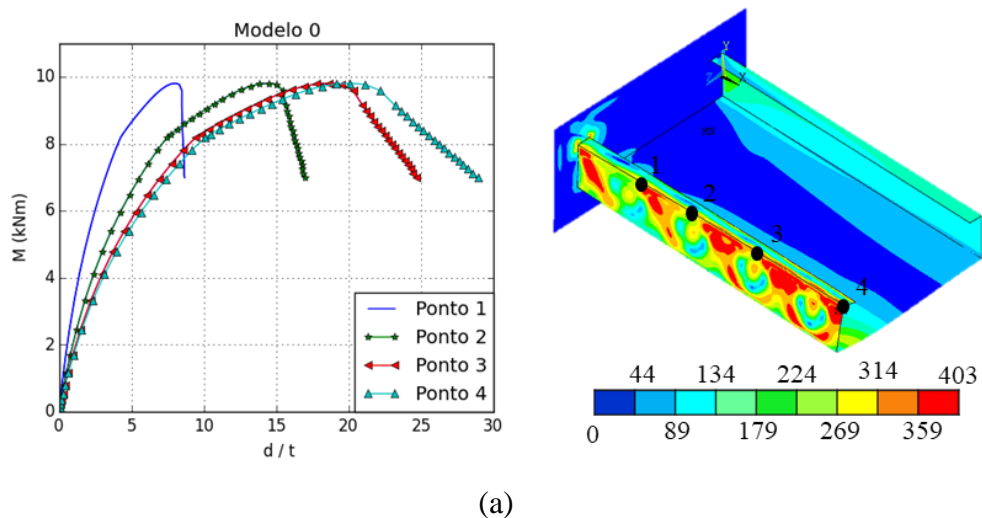
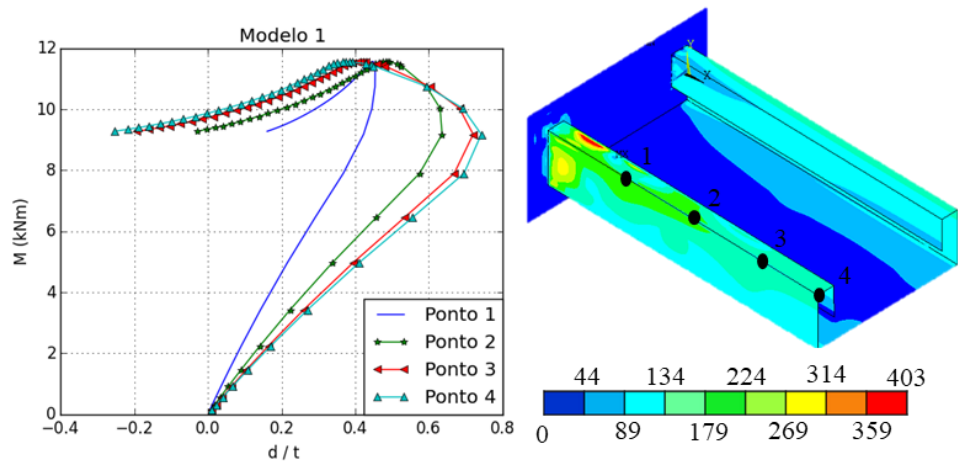
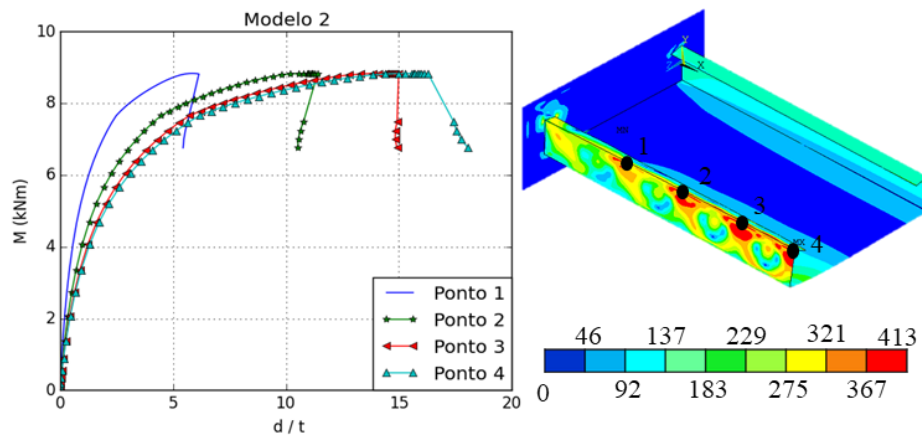


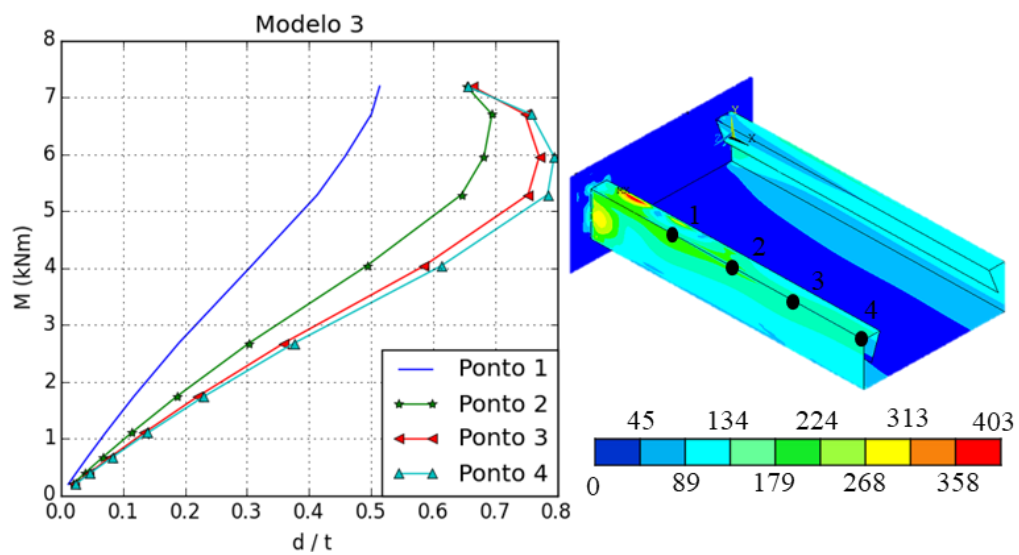
Figura 65. Momento fletor em função do deslocamento e distribuição de tensões



(b)

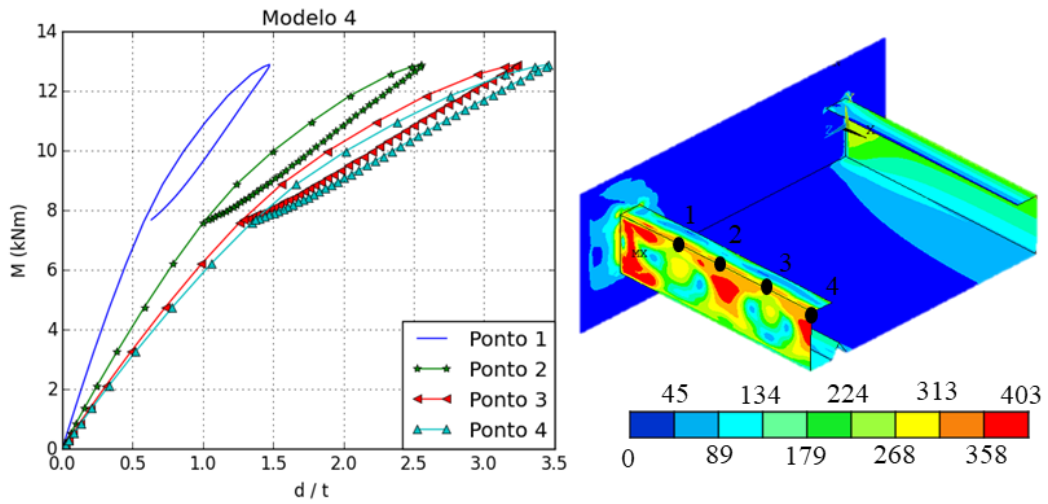


(c)

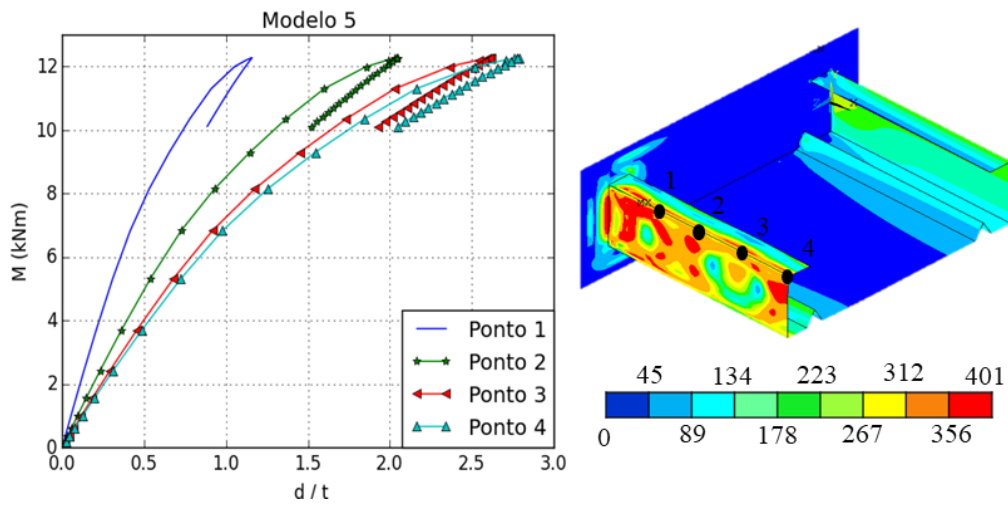


(d)

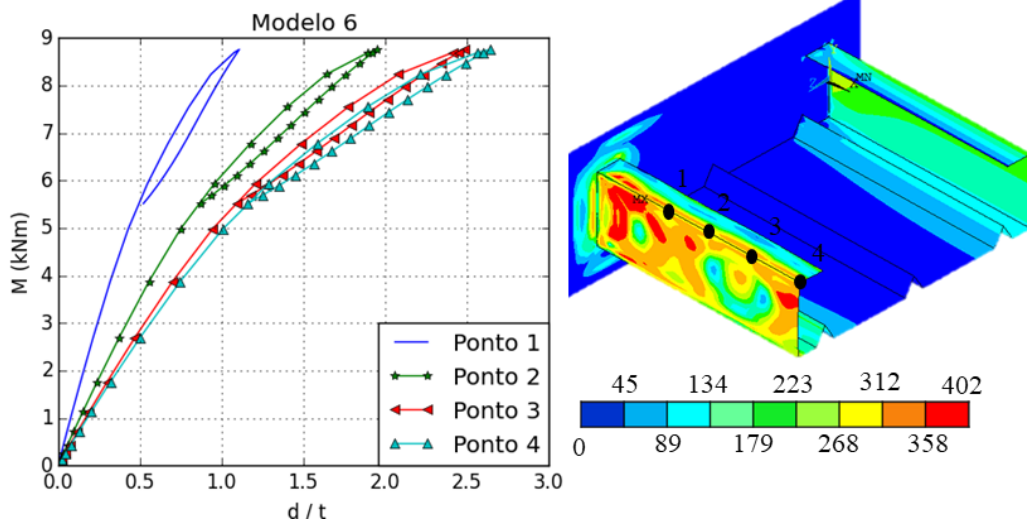
Figura 65. Momento fletor em função do deslocamento e distribuição de tensões



(e)

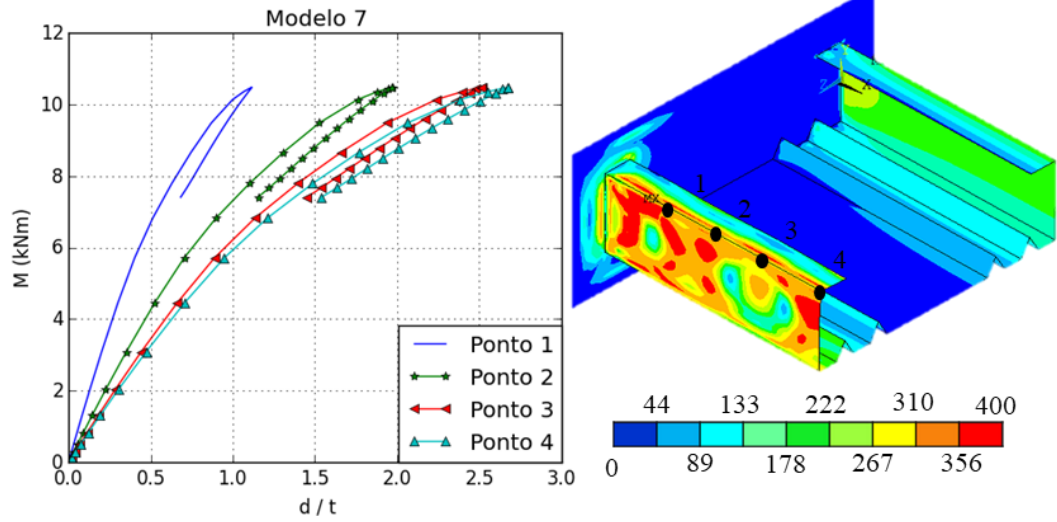


(f)

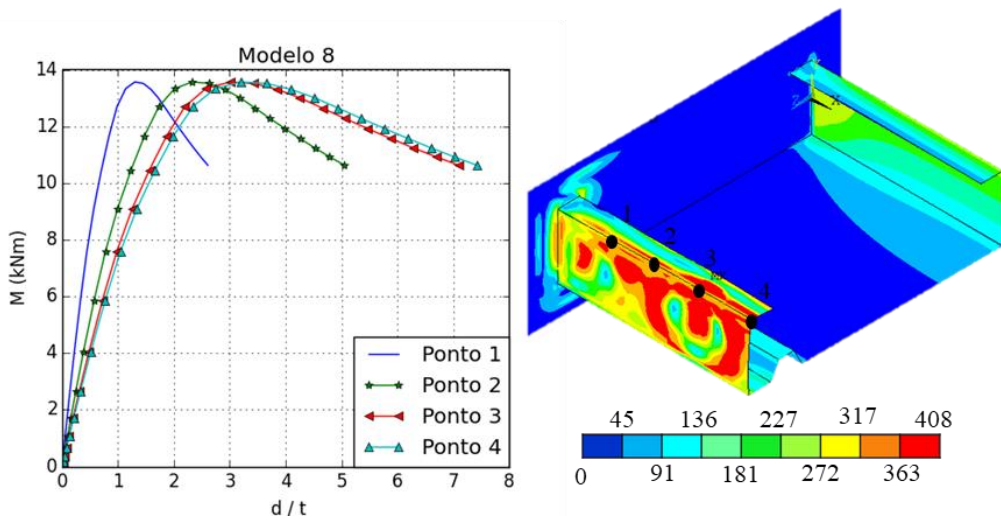


(g)

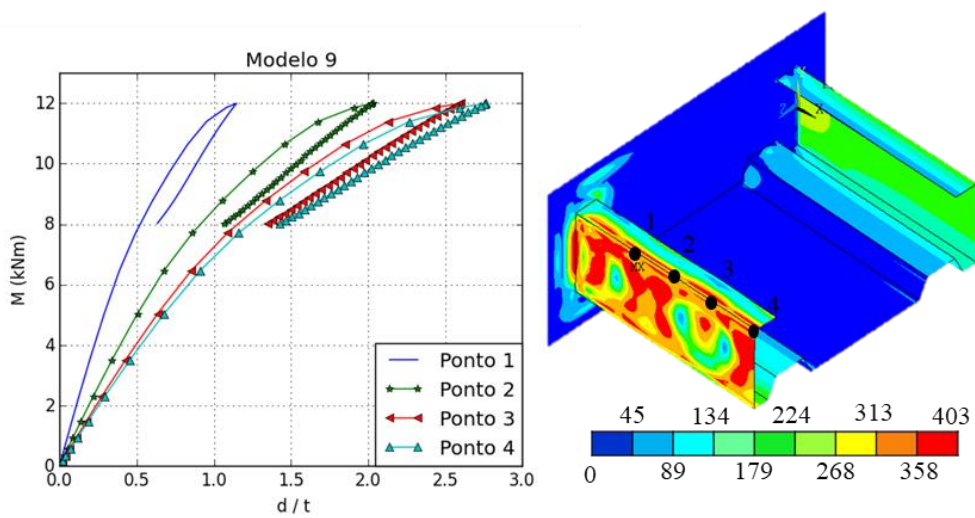
Figura 65. Momento fletor em função do deslocamento e distribuição de tensões



(h)

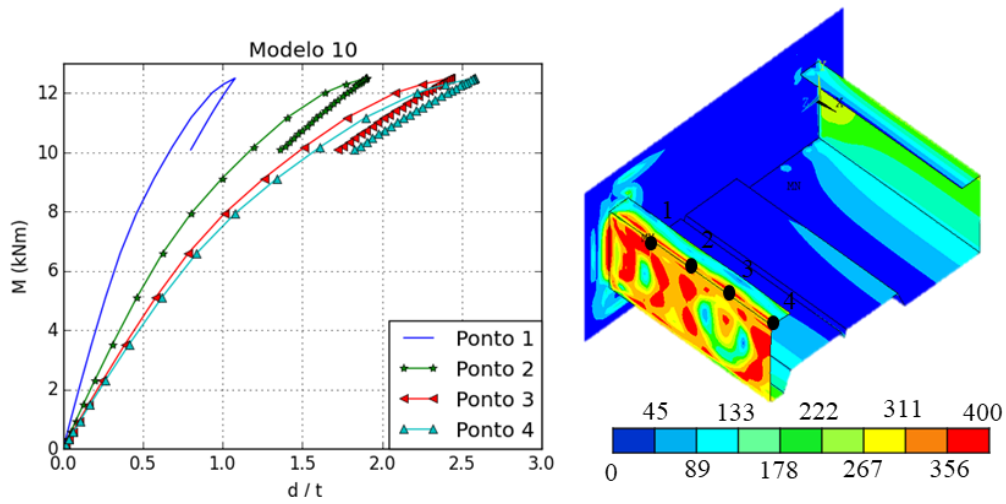


(i)

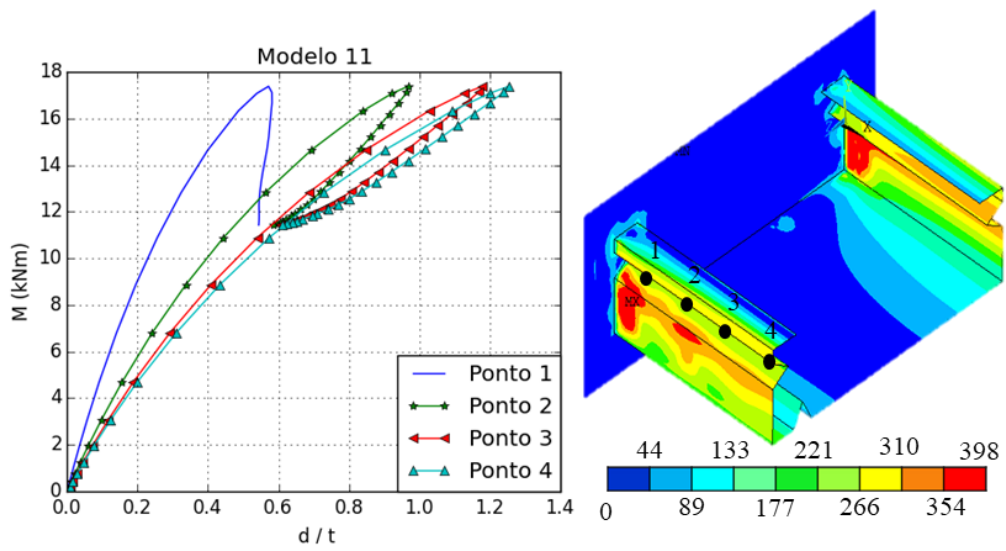


(j)

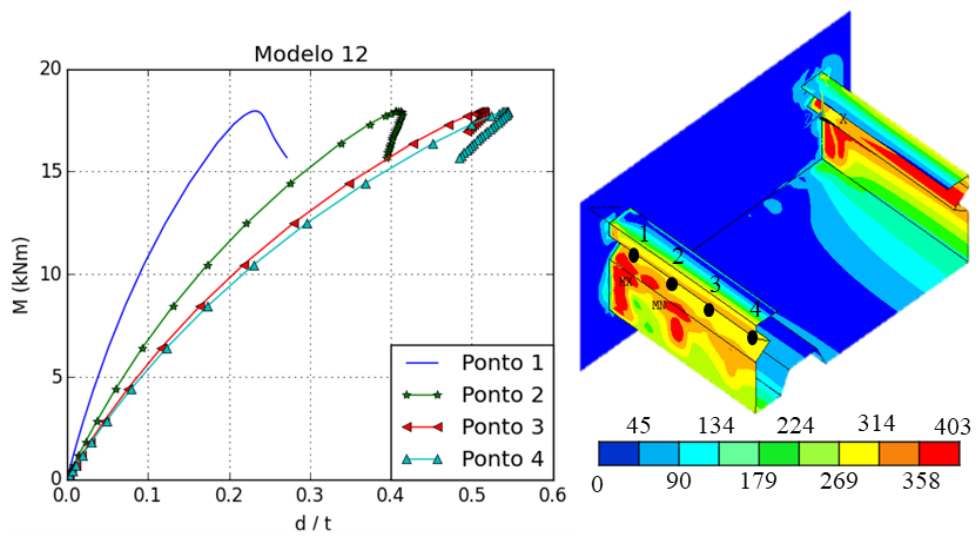
Figura 65. Momento fletor em função do deslocamento e distribuição de tensões



(k)



(l)



(m)

Figura 65. Momento fletor em função do deslocamento e distribuição de tensões

A comparação entre o comportamento de todos os tipos de seção “ótimos” está indicada na Figura 66, para o deslocamento do ponto 4, localizado no meio da barra e na dobra entre o enrijecedor de borda e a mesa superior.

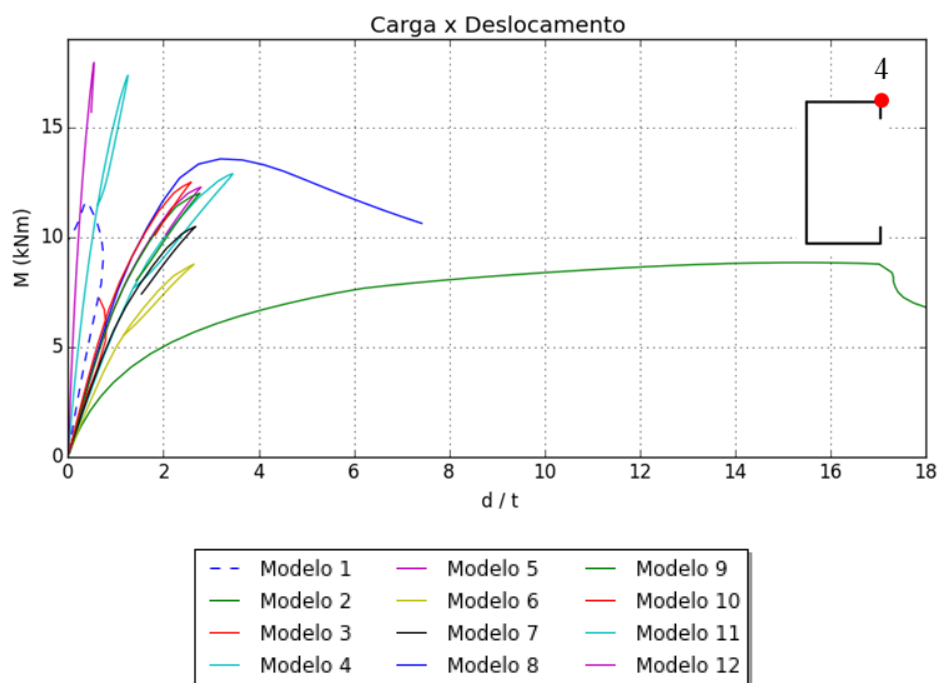


Figura 66. Comparação entre os gráficos momento fletor em função do deslocamento

4.18. Modelo em elementos finitos com elemento de conexão

Um modelo em elementos finitos semelhante ao adotado por YE *et al.* (2016) para simular a condição de viga biapoiada, foi implementado no programa Ansys para simular a análise de estabilidade e carga última das seções em estudo. O modelo consiste em modelar uma viga biapoiada com as duas extremidades rotuladas e com o empenamento da seção impedido, para isso, os nós de cada extremidade da barra de PFF são acoplados ao ponto central da alma com elementos de conexão, já incorporados na biblioteca do Ansys e denominados MPC184. O carregamento de flexão é aplicado com um momento, no mesmo ponto central, a partir de uma carga momento, sob forma de rotação uniforme, na direção do eixo de maior inércia. As condições de contorno e aplicação da carga estão esquematizadas na Figura 67.

As análises não lineares considerando imperfeições geométricas foram implementadas com as mesmas técnicas adotadas no modelo da seção 4.17. A validação das condições de extremidade adotadas no modelo se deu com a comparação dos

momentos críticos de flambagem e estrutura deformada de um modelo semelhante analisado com o programa Gbtul (Fig. 68), para variados comprimentos de viga, múltiplos do comprimento de uma semi onda da flambagem local do tipo de seção 0.

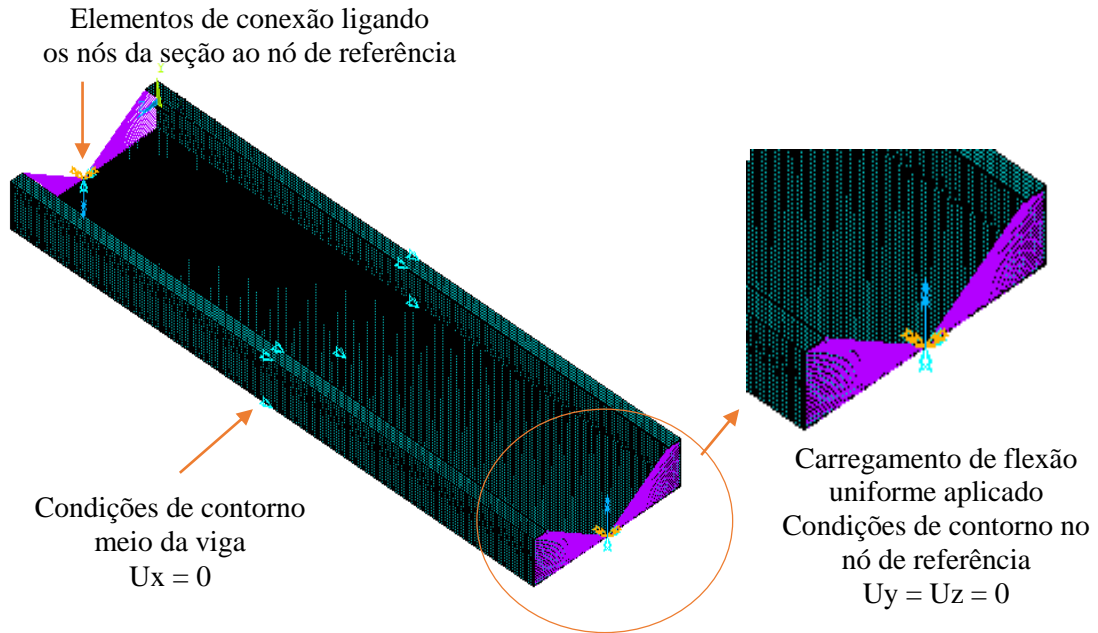


Figura 67. Condições de contorno do modelo com elementos de conexão

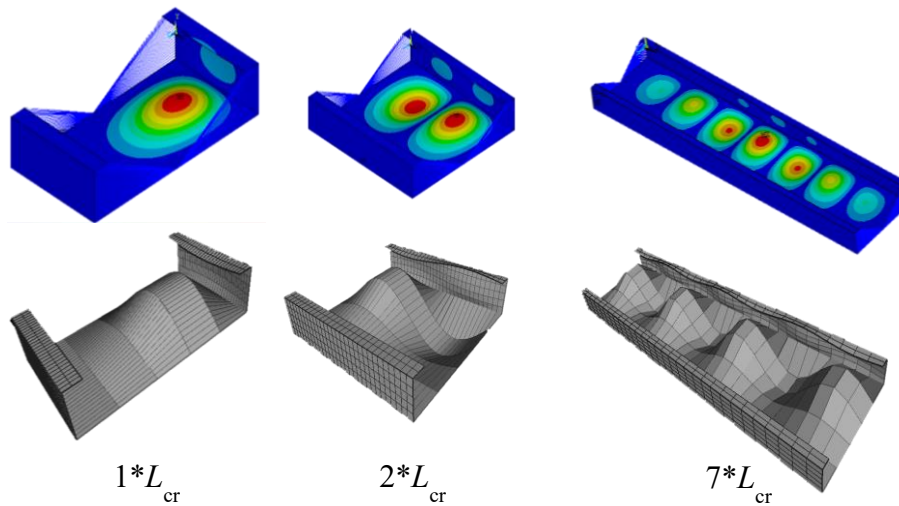


Figura 68. Modos de flambagem para diferentes comprimentos com Ansys e GBTUL

Observa-se que o modo de flambagem desenvolvido nesse modelo corresponde ao esperado, porque o número de semi ondas desenvolvidas é semelhante ao número de semi ondas adotadas como comprimento da viga.

Os valores dos momentos críticos de flambagem obtidos com o modelo em elementos finitos e o modelo do programa GBTUL estão comparados na Tabela 13, observa-se que com o aumento do comprimento da viga ocorre a convergência entre os valores e que as condições de extremidade representam bem a condição de viga bi apoiada adotada pelo GBTUL. As vigas construídas com as seções consideradas “ótimas” terão o comprimento de $7*L_{cr}$ de cada caso.

Tabela 13. Validação do modelo com o MEF para vários comprimentos de vigas

Comprimento (mm)	M _{cr} (kNm)			Ansys/ GBTUL	
	Ansys	GBTUL	CUFSM		
L_{cr}	187,4	24,1676	2,847	2,86	-
$2*L_{cr}$	374,8	3,47145	2,847	2,86	1,22
$3*L_{cr}$	562,2	3,13771	2,847	2,86	1,10
$4*L_{cr}$	749,6	2,99478	2,847	2,86	1,05
$5*L_{cr}$	937,0	2,93213	2,847	2,86	1,02
$6*L_{cr}$	1124,4	2,8973	2,847	2,86	1,02
$7*L_{cr}$	1311,7	2,87771	2,847	2,86	1,01
$8*L_{cr}$	1499,1	2,86474	2,847	2,86	1,00

O artifício de diminuir o gasto computacional e o número de elementos com a opção de só modelar metade da viga, utilizando a condição de simetria, foi novamente adotado e na Figura 69 estão indicados os modos de flambagem das vigas com as seções ótimas. Nota-se que em todos os casos a deformada é igual ao esperado, uma vez que devido ao comprimento de $7*L_{cr}$ adotado na estrutura desenvolveu-se 3,5 ondas, porque só metade da estrutura foi modelada.

Nota-se que as seções sem enrijecedores intermediários, tipos de seção 1, 2 e 3, as deformadas manifestaram semi ondas de flambagem na alma e na mesa superior, entretanto, quando os enrijecedores intermediários foram considerados, a alma enrijecida não apresentou semi ondas. As seções com enrijecedores na mesa superior (tipos de seção 11 e 12) apenas o enrijecedor de borda apresentou flambagem, garantindo as seções mais rígidas e de maiores cargas críticas de flambagem e consequentemente maior resistência estrutural.

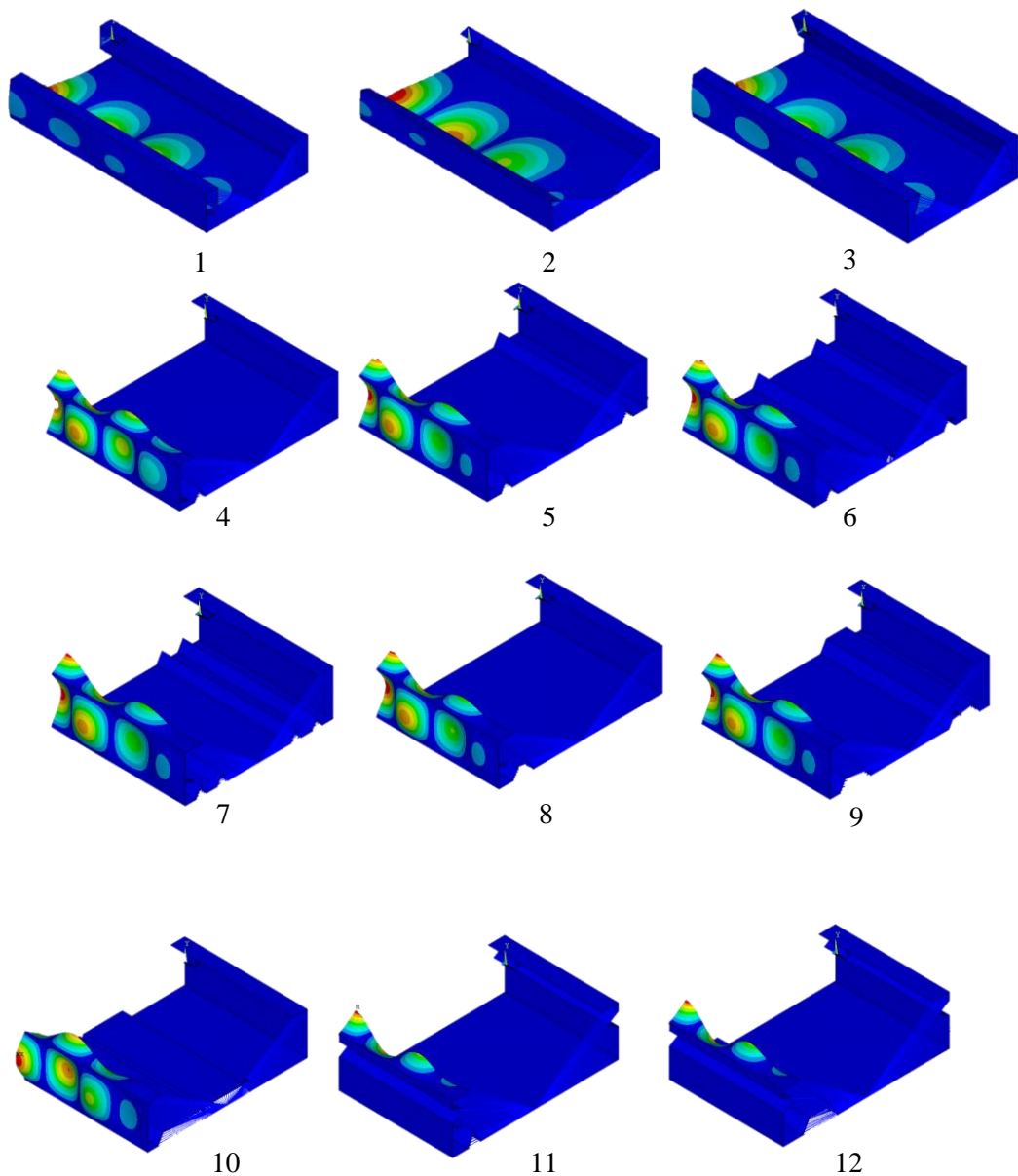


Figura 69. Modos de flambagem das seções ótimas

Comparando o modelo em elementos finitos adotado no item anterior e o modelo com elementos de conexão proposto nesse item, pode-se concluir com a estrutura deformada no modo de flambagem, que o modelo com elementos de conexão é mais próximo da realidade, uma vez que a deformada e o número de semi ondas condiz com o esperado e foi comprovado com a deformada do programa GBTUL.

O modelo com uma chapa fina na extremidade conseguiu modelar a estrutura de uma viga simplesmente apoiada, uma vez que os valores de cargas críticas e cargas últimas foram próximos ao esperado, porém não conseguiu simular bem a estrutura

deformada, como pode-se observar na Figura 63 e por isso buscou-se uma opção alternativa como a condição de contorno adotando elementos de conexão na extremidade que se mostrou uma ótima opção, com cargas críticas e últimas comparadas com os métodos clássicos MFF e MRD, simultaneamente e além disso, o número de semi ondas da estrutura deformada no modo de flambagem condizer com o esperado. Dessa forma, tem-se um modelo em elementos finitos com condições de extremidade que simulam uma situação de viga biapoiada para análises de estabilidade linear e análises não lineares de vigas de PFF com qualquer seção transversal.

O gráfico momento fletor em função dos deslocamentos e distribuição de tensões na carga última para seção U enrijecido (seção tipo 0) com as condições de extremidade de elemento de conexão está indicado na Figura 70, para um ponto localizado na dobra entre a mesa superior e o enrijecedor de borda (ponto 1) na metade do comprimento do perfil. Observa-se que é um comportamento semelhante ao observado com as condições de extremidade com uma chapa fina, e o valor da carga última também é próximo. Os outros tipos de seção também apresentaram comportamento semelhante as do item 4.17.

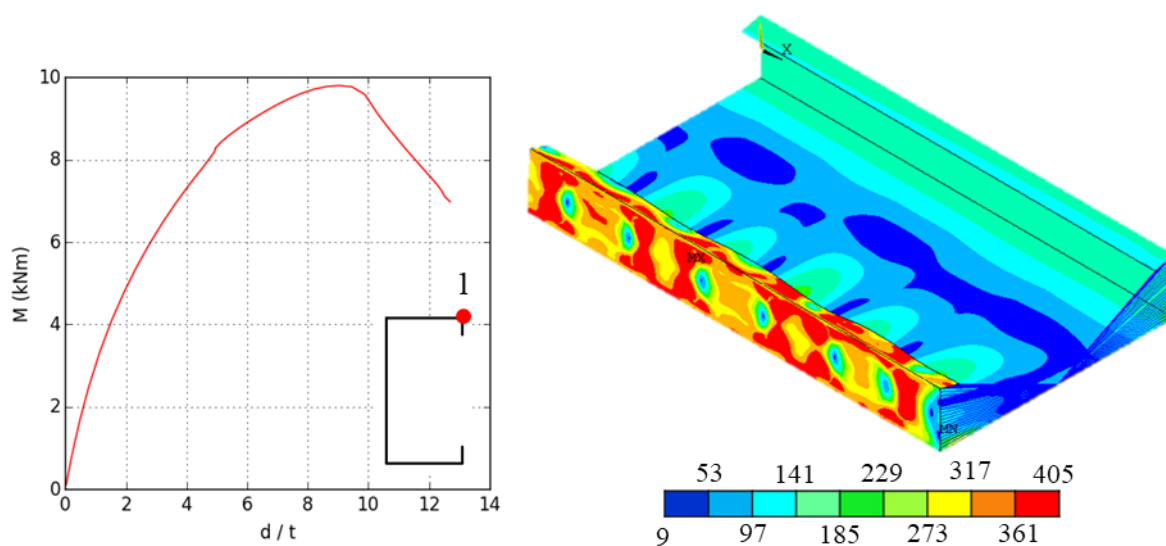


Figura 70. Gráfico momento fletor em função do deslocamento e distribuição de tensões na carga última para seção tipo 0

5. CONCLUSÕES

Nesse trabalho, foi proposta uma busca por seções transversais de perfis de aço formados a frio, que garantem a máxima carga crítica de flambagem local e resistência quando sujeitas à compressão axial e flexão pura, a partir de uma seção do tipo U enrijecido com enrijecedores intermediários, considerando restrições de fabricação e aplicações práticas.

Na literatura não são encontrados muitos trabalhos de otimização de seções U enrijecidos com enrijecedores intermediários para aplicações práticas. Para cobrir essa lacuna de conhecimento, primeiramente, foi determinada a partir de uma largura de bobina fixa, as dimensões da seção U enrijecido que resultam na máxima carga crítica distorcional e a partir dessas foram definidas as dimensões e posições dos enrijecedores intermediários que garantem a máxima carga crítica local. Com base em uma série de tipos de seções com aplicações práticas, de forma que todos os parâmetros que definem os enrijecedores intermediários (ângulo, altura, quantidade e posição) foram variados.

Para o carregamento de compressão axial e flexão pura, as análises de estabilidade das seções com enrijecedores intermediários de mesma altura e ângulo variável, indicaram que quanto maior o ângulo de dobra do enrijecedor menor é a carga crítica de flambagem local e, mantendo o ângulo como uma constante, quanto maior a altura maior será a carga crítica local.

Como esperado, a flambagem distorcional teve pouca influência após a inclusão de enrijecedores intermediários, porém, um novo modo de flambagem foi observado, o modo distorcional onde só o enrijecedor intermediário se desloca, que é mais evidente e crítico com o aumento do ângulo. Esse modo de flambagem, pouco tratado na literatura, foi aqui denominado modo “distorcional do enrijecedor” e as seções que ele se desenvolveu foram identificadas e seu comportamento investigado.

Observou-se que o grau de complexidade das dobras não necessariamente resulta em uma maior carga crítica, uma vez que seções com um enrijecedor trapezoidal apresentaram cargas críticas de flambagem local maiores do que seções com quatro enrijecedores triangulares, por exemplo.

Para cada tipo de seção transversal proposto foi definida a geometria que resulta na maior carga crítica local. Essas seções denominadas “ótimas” têm como característica o modo local dominante e nenhuma delas desenvolveu o modo distorcional do enrijecedor. Todas apresentam uma curva de assinatura semelhante, com dois mínimos, modo local e distorcional com cargas críticas próximas. Assim, foram identificados os casos onde o fenômeno de interação entre modos de flambagem local-distorcional ocorreram e nenhuma das seções definidas como ótimas apresentaram a interação modal verdadeira, ou seja, nesses casos a erosão da resistência não precisa ser avaliada.

Com modelos numéricos em elementos finitos, as barras constituídas com as “seções ótimas” foram submetidas a análises lineares e de estabilidade elástica para a determinação das cargas e modos de flambagem, sendo essas análises comparadas com o Método das Faixas Finitas, apresentando diferenças desprezíveis. O modo de flambagem foi adotado como imperfeição inicial geométrica. O modelo em elementos finitos foi aplicado na análise não linear, com carregamento incremental com base na metodologia Newton-Rapson, associado à técnica de controle de arco para permitir o acesso à carga limite, de transição entre o equilíbrio estável e instável das barras.

As análises não lineares das seções ótimas foram comparadas com o Método da Resistência Direta (MRD), proposto pela norma brasileira NBR14762:2010, resultando em diferenças muito pequenas. Esses resultados oferecem garantia de que o modelo numérico desenvolvido, com as condições de extremidade adotadas para simular a condição de barras simplesmente apoiadas (com o carregamento de compressão axial ou de flexão simples), pode então ser adotado para qualquer tipo de seção derivada da seção ótima, com a adição de enrijecedores intermediários.

A inclusão de dobras intermediárias, em todos os casos, trouxe benefícios. Os resultados apontam para uma carga crítica, da seção com enrijecedor intermediário, como três vezes maior do que em uma seção U enrijecido sem enrijecedor intermediário para o carregamento de compressão axial e seis vezes maior para a flexão simples. As seções ótimas encontradas para compressão axial apresentaram um aumento da capacidade resistente de cerca de 17% em relação a seção U enrijecido. Para a flexão simples, com enrijecedores intermediários na alma e na mesa, o aumento da capacidade resistente foi de cerca de 69% em relação à seção de mesma área sem enrijecedores intermediários.

A proposta de novas seções gera incertezas quanto à estabilidade estrutural e a adequada aplicação dos métodos de dimensionamento já amplamente aceitos para as seções usuais. O dimensionamento das seções analisadas, com um e dois enrijecedores triangulares intermediários, é previsto pela norma americana, no MRD. Entretanto, para qualquer outro tipo de geometria de seção com enrijecedores intermediários, o dimensionamento não é abordado, como, por exemplo, seções com três e quatro enrijecedores triangulares ou enrijecedores trapezoidais, carecendo assim de mais estudos.

O papel do engenheiro projetista de prever o comportamento e a capacidade resistente de elementos depende de equações simples e validadas. Então, é importante definir expressões analíticas para a determinação da resistência de barras com enrijecedores intermediários, para correta aplicação em projetos de engenharia. Nesse trabalho, as recomendações normativas do MRD foram verificadas para determinação da resistência de diferentes tipos de perfil. Com os modelos em elementos finitos, observou-se que o MRD consegue prever a carga última de seções com enrijecedores intermediários submetidas a compressão axial e flexão simples. Entretanto, para as seções com enrijecedores na mesa do perfil, os resultados foram um pouco discrepantes do MRD, porém estão a favor da segurança, o que não causaria problemas de dimensionamento.

Portanto, conclui-se que a combinação do MFF com o MRD para a determinação da resistência das barras se mostrou uma ótima ferramenta de determinação da geometria mais eficiente para uma seção transversal de PFF a partir de qualquer largura de bobina indicada como dado de entrada. Esses resultados foram garantidos pelas alterações incluídas pela autora da pesquisa no código fonte do programa CUFMSM, com a automatização das análises de estabilidade e com a inclusão das equações de dimensionamento do MRD.

Em comparação com métodos clássicos de otimização, essa metodologia possui alguns inconvenientes como: maior tempo de processamento, uma vez que é necessária a ação direta do usuário na variação dos parâmetros e identificação visual das seções que se enquadram no processo; não ser capaz de indicar como os distintos parâmetros geométricos das seções se relacionam. Porém, como vantagens, observa-se como cada parâmetro individualmente tem influência no aperfeiçoamento da seção e a fácil identificação e participação dos modos de flambagem das seções candidatas.

5.1. Sugestões para trabalhos futuros

Sugere-se como possíveis trabalhos futuros a realização de ensaios, com o objetivo de validar as análises numéricas realizadas e avaliar o comportamento desse tipo de estrutura sob outras condições de contorno, como colunas e vigas bi engastadas.

Nas colunas e vigas em estudo o Método da Resistência Direta (MRD) foi validado no cálculo da carga última com modelos em elementos finitos, com resultados próximos, assim sugere-se como trabalho futuro a análise da aplicabilidade do MRD para as mais diversas seções com enrijecedores intermediários. Aplicações futuras desses resultados incluem o desenvolvimento de rotinas de otimização da resistência baseadas no MFF, com a implementação de métodos de otimização na determinação da geometria de seções enrijecidas.

Em alguns casos, foi identificado um modo de flambagem pouco citado na literatura, onde só o enrijecedor intermediário se desloca, sendo considerado distorcional do enrijecedor, em alguns casos identificado como modo de flambagem crítico. Esse comportamento requer mais pesquisas, sendo adequado um estudo sobre a influência desse modo de flambagem na resistência da peça, e a análise se o método de dimensionamento MRD é aplicável nesses casos.

REFERÊNCIAS

3D STORAGE SOLUTION. Catálogo de produtos [S.I.]. Disponível em: <https://3dstoragesolutions.com>. Acesso em 05 de fevereiro de 2019, 10:10:00.

ABNT, NBR. 14762, "Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio", *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, 2001.

ABNT, NBR. 14762, "Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio", *Associação Brasileira de Normas Técnicas*, 2010.

ÁDÁNY, S., 2004, *Buckling mode classification of members with open thin-walled cross-sections by using the finite strip method*. In Research report. Johns Hopkins University, Available at < [http://www. ce. jhu. edu/bschafer](http://www.ce.jhu.edu/bschafer) >.

ÁDÁNY, S., JO, A. L., SCHAFFER, B. W., 2010, "Buckling mode identification of thin-walled members by using cFSM base functions", *Thin-Walled Structures*, v. 48, n. 10-11, pp. 806-817.

AL-MOSAWI, S., SAKA, M.P., 2000, "Optimum shape design of cold-formed thin-walled steel sections", *Advances in Engineering Software*, v. 31, p. 851-862.

ANANDA METAIS. Catálogo de produtos [S.I.]. Disponível em: <https://anandametais.com.br/perfis-steel-frame>. Acesso 04 de fevereiro de 2019, 09:08:00.

ARCELORMITTAL., 2013, *Metallic coated steel*. User Manual. ArcelorMittal, p. 58.

BATISTA, E. M., 2010, "Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local/global buckling interaction", *Thin-Walled Structures*, v. 48, n. 4-5, pp. 345-356.

BATISTA, E., INOUE, H., RIBEIRO, F., et al. "Análise da estabilidade de perfis de paredes finas: Faixas finitas e MEF", *II CICOM*, São Paulo, 2002.

BEBIANO, R., SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2008, "GBTUL-a code for the buckling analysis of cold-formed steel members".

BRUNEAU, L. A., PHAM, C. H., HANCOCK, G. J. Experimental study of longitudinally stiffened web channels subjected predominantly to shear", 2014.

CASTELLUCCI, M., PILLINGER, I., HARTLEYA, P., et al., 1997, "The optimization of cold rolled formed products", *Thin-walled structures*, v. 29, n. 1-4, pp. 159-174.

CHEUNG, Y., THAM, L., 1997, *The Finite Strip Method. New Directions in Civil Engineering*. Taylor & Francis.

DANGI, A., 2017, "Nonlinear finite element bending analysis of Cold-Formed Steel of 'Z' section beams", *The Plymouth Student Scientist*, 10(1), p. 166-194.

FRANCO, J. M. S., BATISTA, E. D. M., 2017, "Buckling behavior and strength of thin-walled stiffened trapezoidal CFS under flexural bending", *Thin-Walled Structures*, v. 117, pp. 268-281.

FRANÇOZO JR, H., BASAGLIA, C., CAMOTIM, D., et al., 2015, "Análise da Estabilidade em Colunas de Aço Formadas a Frio com Seções Enrijecidas".

GARCIA, J. P., BATISTA, E., FRANCO, J., "Stability and resistance of structural cold-formed steel elements with stiffened sections". Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Florianopolis. 2017.

GUEST, J. K., SCHAFER, B. W., 2011, "Shape optimization of cold-formed steel columns", *Thin-Walled Structures*, v. 49, Issue 12.

HANCOCK, G. J. *Local distortional and lateral buckling of I-beams*. Relatório técnico, 1977.

HANCOCK, G. J., MURRAY, T. M., ELLIFRITT, D. S., et al., 2001, *Cold-formed steel structures to the AISI specification*. New York, Marcell-Dekker.

HUANG, X.-H., YANG, J., LIU, Q.-F., et al., 2018, "A simplified angle lip model for distortional buckling of cold-formed steel channel-sections with stiffened web", *International Journal of Mechanical Sciences*, v. 136, pp. 451-459.

KWON, Y. B., HANCOCK, G. J., 1991, "Strength tests of cold-formed channel sections undergoing local and distortional buckling", *NASA STI/Recon Technical Report N*, v. 92.

- LAU, S. C. W., HANCOCK, G. J., 1986, "Buckling of thin at-walled structures by a spline finite strip method", *Thin-walled structures*, v. 4, n. 4, pp. 269-294.
- LENG, J., LI, Z., SCHAFER, B.W. "Buckling analysis of cold-formed steel members with general boundary conditions using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods." *20th Int. Spec. Conf. on Cold-Formed Steel Structures*, St. Louis, MO. November, 2010.
- MA, W., BECQUE, J., HAJIRASOULIHA, I., 2015, "Cross-sectional optimization of cold-formed steel channels to Eurocode 3", *Engineering Structures*, v. 101, pp. 641-651.
- MARTINS, A. D., CAMOTIM, D., DINIS, P. B., 2017, "On the direct strength design of cold-formed steel columns failing in local-distortional interactive modes", *Thin-Walled Structures*, v. 120, n. March, pp. 432–445. 2017.
- MATSUBARA, G. Y., BATISTA, E. M., SALLES, G. C., 2019, "Lipped channel cold-formed steel columns under local-distortional buckling mode interaction". *Thin-walled structures*, v. 137, p. 251-270.
- MELO, J. M., FRANCO, J. M., BATISTA, E. D. M., 2016, "Sistema generativo e flambagem de seções trapezoidais enrijecidas: Aplicações o em sistema ortotrópico de cobertura em aço". In: Congresso Latino americano da Construção Metálica.
- NUNES, R., 2016, *Sobre o dimensionamento via MRD de colunas de aço em PFF com seção Ue sob modo de falha distorcional e temperaturas elevadas*. Dissertação de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- PHAM, C. H., HANCOCK, G. J., 2015, "Numerical investigation of longitudinally stiffened web channels predominantly in shear", *Thin-Walled Structures*, v. 86, pp. 47-55.
- REIS, A., CAMOTIM, D., 2001, *Estabilidade estrutural*. McGraw-Hill.
- RPMETALS. Catálogo de produtos [S.I.]. Disponível em: <http://rpmets.in>. Acesso em 04 de fevereiro de 2019, 14:30:30.
- RUTTEN, D., 2010, *RhinoScript 101 for Rhinoceros 4.0*. Seattle, Robert McNeel and Associates.

SCHAFFER, B. W., 1998, Cold-Formed Steel Behavior and Design: Analytical and Numerical Modeling of Elements and Members with Longitudinal Stiffeners (pp. 1-18 (908 páginas)). Ithaca, Estados Unidos: Universidade de Cornell. Disponível em https://books.google.nl/books/about/Cold_formed_steel_behavior_and_design.html?id=7S9UAAAAYAAJ&hl=en

SCHAFFER, B. W., PEKOZ, T. "Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions", 1998.

SCHAFFER, B. W., 2000, "Distortional buckling of cold-formed steel columns". Relatório técnico, The American Iron and Steel Institute (AISI).

SCHAFFER, B., 2002, "Local, Distortional, and Euler Buckling of Thin-Walled Columns". *Journal of Structural Engineering-asce - J STRUCT ENG-ASCE*. doi: 128.10.1061/(ASCE)0733-9445(2002)128:3(289).

SCHAFFER, B. W., ÁDÁNY, S., 2006, "Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods", pp. 39-54.

SCHAFFER, B. W., 2006, *Direct Strength Method (DSM) Design Guide*. Relatório técnico, Committee on Specifications for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members.

SCHAFFER, B. W., 2008, "The direct strength method of cold-formed steel member design", *Journal of constructional steel research*, v. 64, n. 7-8, pp. 766-778.

SCHAFFER, B., PEKOZ, T., 1998, "Cold-formed steel members with multiple longitudinal intermediate stiffeners", *Journal of Structural Engineering*, v. 124, n. 10, pp. 1175-1181.

SEVERO JÚNIOR, A. S., 2000, *Análise experimental de perfis de paredes esbeltas com enrijecedores intermediários*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil.

SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2002, "Second-order generalised beam theory for arbitrary orthotropic materials", *Thin-Walled Structures*, v. 40, n. 9, pp. 791-820.

SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., 2006, "Local-plate and distortional post buckling behavior of cold-formed steel lipped channel columns with intermediate stiffeners", *Journal of Structural Engineering*, v. 132, n. 4, pp. 529-540.

SILVESTRE, N., CAMOTIM, D., DINIS, P. B., 2007, "Aplicação do Método da Resistência Direta a colunas e vigas de aço enformadas a frio com seção em C afetadas por interação entre instabilidade local-de-placa e distorcional". *Rem: Revista da Escola de Minas*, v. 60, n. 2, p. 341-354.

SOUZA, D. A. D., FREITAS, M. S. D. R., FREITAS, A. M. S., 2006, "Estabilidade de colunas com seções enrijecidas em perfis de aço formados a frio", *Rem: Revista Escola de Minas*, v. 59, n. 2, pp. 199-205.

TERMOVALE. Catálogo de produtos [S.I.]. Disponível em: <https://www.termovale.com.br>. Acesso em 04 de fevereiro de 2019, 14:40:00.

THOMASSON, P. O. "Thin-walled C-shaped panels in axial compression", 1978.

TIMOSHENKO, S., GERE, J., 1961, *Theory of Elastic Stability*. 2.ed. McGraw- Hill.

VON KARMAN, T., 1932, "The strength of thin plates in compression", *Trans. ASME*, v. 54, pp. 53-57.

WANG, B., BOSCO, G. L., GILBERT, B. P., et al., 2016, "Unconstrained shape optimization of singly-symmetric and open cold-formed steel beams and beam-columns", *Thin-Walled Structures*, v. 104, pp. 54-61.

WILLIAMS, L., 2016, "Introduction to recent trends in cold-formed steel construction." *Recent Trends in Cold-Formed Steel Construction*. Woodhead Publishing, Elsevier, pp. 1-35.

WINTER, G., 1949, "Performance of compression plates as parts of structural members", Research, *Engineering Structures Supplement*, 1949.

WINTER, G., 1968, "Theoretical solutions and tests results, preliminary publication". In: *8o Congress: The International Association for Bridge and Structural Engineering*, pp. 101-12.

YE, J., HAJIRASOULIHA, I., BECQUE, J., et al., 2016, "Development of more efficient cold-formed steel channel sections in bending", *Thin-Walled Structures*, v. 101, pp. 1-13.

YU, C., SCHAFER, B. W., 2006, "Distortional buckling tests on cold-formed steel beams", *Journal of structural engineering*, v. 132, n. 4, pp. 515-528.

YU, W.W., LABOUBE, R.A., 2010, *Cold-Formed Steel Design*. 4 ed. Missouri University of Science and Technology.

ZIEMIAN, R. D., 2010, *Guide to stability design criteria for metal structures*. John Wiley & Sons.