AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE UMA BOIA SUBMERSA PARA GERAÇÃO DE ENERGIA

Raí Mariano Quintas

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Fabrício Nogueira Corrêa

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2019

AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE UMA BOIA SUBMERSA PARA GERAÇÃO DE ENERGIA

Raí Mariano Quintas

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

_____

Prof. Fabrício Nogueira Corrêa, D.Sc.

_____

Prof. Carl Horst Albrecht, D.Sc.

_____

Prof. Breno Pinheiro Jacob, D.Sc.

_____

Prof. Luís Guilherme Barbosa Rolim, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
FEVEREIRO DE 2019

Quintas, Raí Mariano

Avaliação da eficiência de uma boia submersa para geração de energia/ Raí Mariano Quintas. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2019.

XIV, 128 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Fabrício Nogueira Corrêa

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2019.

Referências Bibliográficas: p. 115-118.

1. Energias renováveis. 2. *Wave energy converters*. 3. Otimização. I. Corrêa, Fabrício Nogueira II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Rita e Carlos, cujo amor, apoio e confiança me deram forças para que mesmo nas horas mais difíceis eu pudesse superar qualquer situação

Ao meu orientador Fabrício, pela confiança em me ceder esse tema e pela atenção dedicada à mim ao longo de toda sua orientação.

Ao professor Carl, pela paciência e por atuar como meu co-orientador, mesmo que nessa dissertação seu nome não conste como tal.

Ao professor Sagrilo, pelos valiosos conselhos e por ter estado sempre disponível a me ajudar ao longo de desse percurso.

Às minhas amigas de laboratório Aline e Luiza, pelo apoio e conselhos diário e pela amizade sincera.

À minha também amiga de laborátorio Ivete, tanto na minha primeira passagem pelo laboratório, quanto na segunda, pelo carinho e bom humor diários, que fizeram os meus dias mais difíceis ficarem muito mais leves.

Aos meus companheiros de laboratório, pela construção de um ambiente de trabalho agradável e motivador.

Ao Laboratório de Métodos Computacionais e Sistemas Offshore, pelo apoio financeiro, pela infraestrutura e pelas oportunidades.

À Universidade Federal do Rio de Janeiro, pela formação e infraestrutura fornecidas.

A todos os outros que não foram aqui citados, mas que contribuíram direta ou indiretamente para a elaboração deste trabalho.

“O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001

This study was financed in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Finance Code 001”

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DE UMA BOIA SUBMERSA PARA GERAÇÃO DE ENERGIA

Raí Mariano Quintas

Fevereiro/2019

Orientador: Fabrício Nogueira Corrêa

Programa: Engenharia Civil

A ameaça dos impactos do aquecimento global têm incentivado a adoção de matérias-primas mais limpas para a geração de energia, em contraposição ao uso dos combustíveis fósseis. Uma alternativa que surge diante desse cenário é a energia das ondas. Contudo, a energia produzida pelos *wave energy converters*, dispositivos que convertem a energia das ondas em eletricidade, ainda é muito cara. Nesse sentido, é interessante tornar esses dispositivos mais eficientes, de forma a baratear o custo da energia que produzem. Diante disso, este trabalho propõe uma estratégia de controle do lastro do sistema de modo a aumentar a eficiência hidrodinâmica do dispositivo. O controle do lastro visa modificar o período natural do sistema de forma que ele coincida com o período das ondas incidentes, aumentando a energia global do sistema através do efeito de ressonância. As simulações numéricas foram realizadas a partir do *software* SITUA-Prosim e os resultados comprovam a eficiência dessa estratégia, abrindo espaço para o aprofundamento dos estudos nessa mesma linha de pesquisa.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

EVALUATION OF A SUBMERGED BUOY EFFICIENCY FOR ENERGY GENERATION

Raí Mariano Quintas

February/2019

Advisor: Fabrício Nogueira Corrêa

Department: Civil Engineering

The threat of the global warming impacts has been encouraging the adoption of cleaner resources for energy generation, in opposition to the use of fossil fuels. An alternative that arises from this scenario is the wave energy. However, the energy produced by the wave energy converters, devices that converts wave energy into electricity, is still very expensive. Hence, it is interesting to make these devices more efficient, in order to cheapen the cost of the energy they produce. Therefore, this work proposes a strategy to control the ballast of the system in order to increase the hydrodynamic efficiency of the device. The ballast control aims to modify the system's natural period so that it coincides with the period of the incident waves, increasing the overall energy of the system through the resonance effect. Numerical simulations were carried out using the SITUA-Prosim software and the results prove the efficiency of this strategy, opening space for further studies in this line of research.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Contexto 1
1.2 Motivação 2
1.3 Objetivo 3
1.4 Metodologia 4
1.5 Estruturação do texto 4

2 AS ONDAS DO MAR 6

2.1 Origem das ondas 6
2.2 Potencial das ondas 7
2.3 Definições iniciais 8
2.4 Modelagem das ondas 9

2.4.1 Ondas regulares 9
2.4.2 Ondas irregulares 13

2.5 Mecânica das ondas 16

2.5.1 Relação de dispersão 17
2.5.2 Cinemática da partícula 18
2.5.3 Distribuição de pressão 20

3 WAVE ENERGY CONVERTERS (WECS) 22

3.1 Introdução 22
3.2 Histórico 23
3.3 Classificação 24

3.3.1 Attenuator 25
3.3.2 Oscillating Water Column 25
3.3.3 Oscillating Wave Surge Converter 26
3.3.4 Overtopping Device 27
3.3.5 Point Absorber 28
3.3.6 Submerged Pressure Differential 29

4 POWER TAKE-OFF SYSTEMS (PTO) 31

4.1 Introdução 31
4.2 Classificação 31

4.2.1 Sistema de acionamento hidráulico 32
4.2.2 Sistema de acionamento por turbina pneumática 34
4.2.3 Sistema de acionamento por turbina hidráulica 34
4.2.4 Sistema de acionamento mecânico direto 35
4.2.5 Sistema de acionamento elétrico direto 35

5 MODELAGEM 37

5.1 Introdução 37
5.2 Sistemas dinâmicos 38

5.2.1 Vibração livre ... *38*
5.2.2 Vibração forçada ... *42*
5.3 Modelagem hidrodinâmica de WECs ... 43
5.3.1 Força hidrodinâmica ... *44*
5.3.2 Força hidrostática ... *45*
5.3.3 Força viscosa ... *45*
5.4 Modelagem matemática do sistema PTO ... 46
6 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE ... 48
6.1 Controle hidrodinâmico ... 49
6.2 Controle do PTO ... 50
6.2.1 Controle reativo ... *50*
6.2.2 Controle resistivo ... *51*
7 METODOLOGIA ... 53
7.1 Definição do modelo ... 53
7.2 Cálculo da potência disponível ... 56
7.3 Cálculo da potência absorvida ... 59
7.4 Análises paramétricas ... 61
7.4.1 Parâmetros principais ... *61*
7.4.2 Parâmetros secundários ... *62*
7.4.3 Casos de carregamento ... *64*
7.4.4 Método da perturbação ... *66*
7.5 Aplicação da estratégia de controle ... 69
8 RESULTADOS ... 72
8.1 Cálculo da potência disponível ... 72
8.2 Cálculo da potência absorvida nas análises paramétricas ... 78
8.2.1 Onda regular ... *82*
8.2.2 Onda irregular ... *94*
8.3 Aplicação da estratégia de controle ... 100
8.3.1 Determinação do coeficiente de rigidez do sistema PTO ... *101*
8.3.2 Determinação da bomba ... *103*
8.3.3 Potência absorvida sem aplicação de estratégia de controle ... *108*
8.3.4 Potência absorvida com aplicação de estratégia de controle ... *108*
9 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS ... 113
9.1 Discussões dos resultados ... 113
9.2 Sugestões para trabalhos futuros ... 114
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ... 115
APÊNDICE A CÁLCULO DA EXPRESSÃO DO COEFICIENTE DE MASSA ... 119
A.1 Cilindro ... 119

A.2 Prisma com base quadrada..... 120

APÊNDICE B CÁLCULO DA EXPRESSÃO DO COEFICIENTE DE ARRASTO 123

B.1 Cilindro..... 123
B.2 Prisma com base quadrada..... 124

APÊNDICE C TRANSFORMADA DE NATAF 127

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – A geração das ondas do oceano. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017)..... 6
Figura 2-2 - Estimativa global anual da potência das ondas por frente de onda em kW / m, abrangendo um período de 10 anos (López et al., 2013)..... 7
Figura 2-3 - Estimativa global da variação sazonal da potência das ondas (López et al., 2013)..... 8
Figura 2-4 – Definição dos parâmetros de onda. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017)..... 9
Figura 2-5 - Regiões de validade para várias teorias de onda (Xia, 2017) 10
Figura 2-6 – Formato de onda para várias teorias. Adaptado de (Sundar, 2016)..... 10
Figura 2-7 – Geração de onda irregular a partir da superposição de ondas regulares. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017) 13
Figura 2-8 - Espectro de JONSWAP (H_s = 4.0 m, T_p = 8.0 s) para $\gamma = 1$, $\gamma = 2$ e $\gamma = 5$ (DNV, 2011) 16
Figura 2-9 – Movimento das partículas de água sob diferentes profundidades. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017) 19
Figura 3-1 – Attenuator (EMEC, [s.d.])..... 25
Figura 3-2 – Oscillating water column (EMEC, [s.d.]) 26
Figura 3-3 – Oscillating wave surge converter (EMEC, [s.d.]) 27
Figura 3-4 – Overtopping device (EMEC, [s.d.])..... 28
Figura 3-5 – Point absorber (EMEC, [s.d.])..... 29
Figura 3-6 – Submerged pressure differential (EMEC, [s.d.])..... 30
Figura 4-1 - Diferentes caminhos da conversão da energia das ondas em eletricidade (Pecher e Kofoed, 2017)..... 32
Figura 4-2 – Exemplo de um sistema de PTO hidráulico para conversão de energia das ondas (Pecher e Kofoed, 2017)..... 33
Figura 5-1 - Etapas da conversão da energia das ondas até a rede. Adaptado de Penalba e Ringwood, 2016 37
Figura 5-2 – Sistema massa-mola..... 38
Figura 5-3 – Sistema massa-mola-amortecedor 39

Figura 5-4 – Comparação da dinâmica de um sistema massa-mola-amortecedor sob os diferentes casos de amortecimento 42
Figura 6-1 – Comparação do espectro de onda com o espectro de resposta de um WEC (Pecher e Kofoed, 2017) 48
Figura 7-1 – Esquematização de um submerged pressure differential a partir de um sistema massa-mola-amortecedor 54
Figura 7-2 – Submerged pressure differential modelado a partir do software SITUA-Prosim 56
Figura 7-3 – Distribuição da probabilidade de ocorrência conjunta de altura significativa de onda e período de pico 57
Figura 7-4 – Ilustração do sistema de controle idealizado nesse trabalho 70
Figura 8-1 – Diagrama de energia média da onda por metro quadrado de superfície de mar 73
Figura 8-2 – Diagrama de potência média da onda por frente de onda 74
Figura 8-3 – Diagrama de contribuição de energia média da onda 76
Figura 8-4 – Diagrama de contribuição de potência média de onda 77
Figura 8-5 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 1 82
Figura 8-6 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 2 83
Figura 8-7 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 3 84
Figura 8-8 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 4 85
Figura 8-9 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 5 86
Figura 8-10 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 6 87
Figura 8-11 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 7 88
Figura 8-12 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 8 89
Figura 8-13 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 9 90
Figura 8-14 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 10 91
Figura 8-15 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 1 94
Figura 8-16 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 2 94
Figura 8-17 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 3 95

Figura 8-18 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 4 95
Figura 8-19 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 5 96
Figura 8-20 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 6 96
Figura 8-21 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 7 97
Figura 8-22 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 8 97
Figura 8-23 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 9 98
Figura 8-24 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 10 98
Figura 8-25 - Bomba Azcue RA Reversible Side Channel ("Worldwide Supplier of Industrial & Marine Pumps | Castle Pumps", [s.d.]) 107
Figura 8-26 – Esquema demonstrando o processo para obter e comparar as potências absorvidas pelo modelo sem e com a aplicação do controle. 112
Figura 9-1 – Coeficientes de massa adicionada para um cilindro bidimensional com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do cilindro (DNV, 2011) 119
Figura 9-2 – Gráfico dos valores de coeficiente de massa adicionada versus a razão entre diâmetro e altura do cilindro 120
Figura 9-3 – Coeficientes de massa adicionada para um prisma com base quadrada com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do prisma (DNV, 2011) 121
Figura 9-4 – Gráfico dos valores de coeficiente de massa adicionada versus a razão entre altura e aresta do prisma 121
Figura 9-5 – Coeficientes de arrasto para um cilindro tridimensional com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do cilindro (DNV, 2011) .. 123
Figura 9-6 – Gráfico dos valores de coeficiente de arrasto versus a razão entre altura e diâmetro do cilindro 124

Figura 9-7 – Coeficientes de arrasto para um prisma de base quadrada com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do prisma (DNV, 2011) ... 125
Figura 9-8 – Gráfico dos valores de coeficiente de arrasto versus a razão entre altura e aresta da base do prisma..... 125

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2-1 – Aproximações para a celeridade de acordo com a classificação da lâmina d'água. Baseado em (Sundar, 2016) 18
Tabela 7-1 – Relação de casos das análises paramétricas 61
Tabela 7-2 – Valores simulados nas análises paramétricas para cada parâmetro 62
Tabela 8-1 – Subcasos do caso 1 79
Tabela 8-2 – Subcasos do caso 2 79
Tabela 8-3 – Subcasos do caso 3 79
Tabela 8-4 – Subcasos do caso 4 79
Tabela 8-5 – Subcasos do caso 5 80
Tabela 8-6 – Subcasos do caso 6 80
Tabela 8-7 – Subcasos do caso 7 80
Tabela 8-8 – Subcasos do caso 8 80
Tabela 8-9 – Subcasos do caso 9 81
Tabela 8-10 – Subcasos do caso 10 81
Tabela 8-11 – Valores otimizados dos parâmetros principais para o caso de ondas regulares 92
Tabela 8-12 – Valores otimizados dos parâmetros principais para o caso de ondas irregulares 99
Tabela 8-13 – Valores otimizados dos parâmetros principais para compor o modelo base da aplicação da estratégia de controle 100
Tabela 8-14 – Informações sobre a boia meteo-ocenográfica RJ-1 ("SiMCosta", [s.d.]) 104
Tabela 8-15 – Tabela de especificações da bomba Azcue RA Reversible Side Channel ("Worldwide Supplier of Industrial & Marine Pumps | Castle Pumps", [s.d.]) 107
Tabela 8-16 – Dados das variáveis que foram atualizadas para os modelos com aplicação de controle 109

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONTEXTO

A partir da Revolução Industrial, que ocorreu entre o final do século XVIII e o início do século XIX, a concentração de gases do efeito estufa na atmosfera tem aumentado de forma considerável, atingindo atualmente um patamar perigoso para o equilíbrio climático do planeta.

Esses gases têm o poder de absorver o calor emitido pela superfície da Terra. Por isso, em concentrações normais, são importantes para garantir a temperatura do planeta num nível que o torne habitável.

Entretanto, com a concentração atual desses gases muito acima do nível normal, calor em excesso tem sido capturado pela atmosfera. Isso tem contribuído para o aumento da temperatura média do planeta, fenômeno denominado aquecimento global, que em um grau elevado, pode acarretar em consequências desastrosas, como o derretimento de geleiras, o aumento do nível dos oceanos, a intensificação de desastres climáticos e a extinção de espécies animais e vegetais.

Diante dessa ameaça, os países têm se reunido para elaborar metas com o objetivo de conter o aumento da concentração de gases na atmosfera. Em 2015, líderes de diversos países se reuniram na Convenção-Quadro das Nações Unidas sobre Mudança do Clima (UNFCCC), em Paris, para estabelecer a meta de manter o aumento da temperatura média global em até 2°C acima dos níveis pré-industriais. Dessa forma, espera-se mitigar os efeitos devastadores que um aumento da temperatura acima desse valor poderia causar ao planeta.

Tendo em vista que um dos principais responsáveis pela emissão antropológica desses gases é o uso de combustíveis fósseis, muitos esforços têm se produzido no sentido de reduzir o uso desses combustíveis.

Contudo, a matriz energética global ainda é extremamente dependente desses combustíveis e as previsões para o futuro indicam que eles ainda ocuparão uma grande parcela na produção de energia no mundo.

Por isso, é necessário que sejam feitos investimentos em formas alternativas de gerar energia, capazes de atender sua crescente demanda sem comprometer o futuro do planeta.

1.2 MOTIVAÇÃO

Nesse contexto, surgem como uma possível solução as energias renováveis. É denominada assim, a energia proveniente de fontes que não se esgotam na perspectiva de uma escala de tempo humana, pois estão em constante regeneração, como por exemplo, a energia solar, eólica e dos oceanos. Acontece que, em geral, a maioria dessas fontes de energia não poluem e pouco agridem o meio ambiente, podendo ser consideradas também energias limpas. Dessa forma, as energias renováveis são uma boa opção para substituir os combustíveis fósseis.

Atualmente, muito tem se falado sobre as energias eólica e solar que já estão bastante consolidadas e ganhando cada vez mais espaço no mercado de geração de energia no mundo. Porém, existem muitas outras fontes de energia ainda pouco exploradas que possuem um grande potencial para ajudar no combate ao aquecimento global.

Uma dessas fontes, cuja importância tem crescido no cenário mundial, são as ondas do mar. Estima-se que exista um grande potencial de energia das ondas a ser explorado no mundo, cerca de 3TW (Pecher e Kofoed, 2017). No entanto, apenas uma pequena parcela desse total é aproveitada, cerca de 8MW em 2017 (OES, 2017).

Além disso, a geração de energia a partir das ondas apresenta diversas vantagens em relação à geração a partir de outras fontes renováveis, como por exemplo:

- As ondas do mar possuem uma maior densidade energética (Drew, Plummer e Sahinkaya, 2009);
- A variabilidade sazonal da energia das ondas segue as variações da demanda por energia elétrica em diversas regiões do mundo (Drew, Plummer e Sahinkaya, 2009);
- O domínio sobre a previsibilidade das ondas é maior do que a de outros recursos (Hussain, Arif e Aslam, 2017);

- As ondas podem percorrem grandes distâncias com pouca perda de energia (Drew, Plummer e Sahinkaya, 2009).

Porém, ainda há algumas barreiras a serem superadas para garantir que a energia das ondas possa ser vista como uma fonte viável de geração de energia. Uma delas é a falta de um consenso sobre o *design* dos dispositivos de energia das ondas. Mais de 1000 conceitos diferentes de dispositivos de energia das ondas foram patenteados em todo o mundo, no entanto, poucos desses projetos chegaram a atingir a fase pré-comercial (Chatzigiannakou, Dolguntseva e Leijon, 2017).

Essa falta de convergência sobre um conceito específico para esses dispositivos faz com que muito esforço de pesquisa seja dispendido no sentido de validar novas tecnologias ao invés de torná-las mais eficientes e baratas. Isso tem contribuído para que a energia das ondas ainda apresente um alto custo de produção, o que torna o preço da sua energia muito caro para competir com outras fontes de energia no mercado.

1.3 OBJETIVO

Tendo em vista a necessidade de redução do custo da energia produzida pelos dispositivos de energia das ondas para que seja viável a comercialização dessa energia no mercado, é interessante que sejam desenvolvidos dispositivos mais eficientes.

Nesse sentido, o campo de estratégias para tornar esses dispositivos mais eficientes é vasto. Em primeiro lugar, essa é uma área relativamente nova com ainda muito potencial de desenvolvimento. Além disso, os dispositivos conversores de energia das ondas são complexos e apresentam diversos subsistemas (absorção, transmissão, geração, condicionamento) que podem ser otimizados.

Diante disso, o objetivo deste trabalho é estudar uma estratégia para aumentar de forma teórica a eficiência do sistema de absorção de um dispositivo conversor de energia das ondas do tipo *submerged pressure differential*, descrito com mais detalhes ao longo da dissertação, considerando o aumento de energia que o fenômeno de ressonância aporta ao sistema.

Para isso, a estratégia escolhida foi a utilização de bombas para modificar o lastro do sistema, de forma que seu período natural coincidisse com o período de pico do estado de mar aplicado como carregamento.

Com isso, o dispositivo estará operando mais próximo da condição de ressonância e, por conta disso, apresenta uma maior absorção de potência.

1.4 METODOLOGIA

O dispositivo em questão será modelado através do *software* SITUA-Prosim, onde, num primeiro momento, serão identificados os principais parâmetros de entrada que influenciarão o comportamento desse dispositivo.

Em seguida, sobre esse modelo serão realizados estudos paramétricos de forma a determinar quais valores desses parâmetros otimizam a absorção de energia pelo dispositivo, seja para o caso de onda regular seja para o caso de onda irregular.

Depois da obtenção dos resultados desse estudo, sobre o modelo com parâmetros otimizados será aplicado uma estratégia de controle com o objetivo de atuar no lastro do dispositivo para aumentar sua absorção de potência.

Antes de simular o modelo com a estratégia de controle, ela terá sua será viabilidade técnica avaliada e, após comprovada, poderá ser efetivamente integrada ao modelo.

Por fim, o modelo com a estratégia de controle será simulado sob a condição de onda irregular e seu resultado de potência absorvida comparado ao modelo sem a aplicação da estratégia de controle, demonstrando o ganho de eficiência ao se utilizar a estratégia proposta.

1.5 ESTRUTURAÇÃO DO TEXTO

Essa dissertação foi redigida de forma que, no capítulo 2, fossem abordados todos os aspectos das ondas do mar relevantes para o tema estudado. Por isso, nesse capítulo são apresentadas informações desde a formação das ondas até as características matemáticas e físicas utilizadas para sua modelagem.

O capítulo 3 trata dos *wave energy converters*, iniciando com um breve histórico do surgimento desses dispositivos e terminando com uma descrição dos tipos mais comuns encontrados atualmente.

Em seguida, passa-se ao tema dos *power take-off system*, indispensáveis ao estudo de *wave energy converters*. Esses sistemas, assim como suas particuliaridades são expostos ao longo do capítulo 4.

No capítulo 5, apresenta-se as formulações matemáticas utilizadas para modelar o problema. Primeiramente, faz-se uma ligeira revisão dos sistemas massa-mola-amortecedor, seguida pela modelagem dos *wave energy converters* e dos *power take-off system*.

Logo após, no capítulo 6, é apresentado de forma sucinta uma revisão sobre as principais estratégias de controle empregadas em *wave energy converter*.

O capítulo 7 é o responsável por apresentar toda a metodologia que foi utilizada para gerar os resultados desse trabalho. Começa-se pela definição do modelo e a apresentação dos *softwares* utilizados, seguida pelos cálculos das principais variáveis que irão definir os resultados. Depois, passa-se para a descrição da análise paramétrica realizada e, no final, para a definição da metodologia por trás da aplicação da estratégia de controle.

Os resultados da aplicação da metodologia do capítulo 7 são apresentados no decorrer do capítulo 8, juntamente com as respectivas discussões acerca desses resultados.

Por fim, no capítulo 9, são apontadas as conclusões relativas aos resultados obtidos no capítulo 8 e as propostas para temas de estudos para dar continuação a esse trabalho.

2 AS ONDAS DO MAR

2.1 ORIGEM DAS ONDAS

As ondas podem ser geradas pela ação de diferentes fontes, porém as que são geralmente aproveitadas pelos dispositivos de energia das ondas são geradas a partir da ação do vento.

Quando o vento sopra, o atrito entre ele e a superfície do mar gera uma tensão cisalhante nas partículas de água, causando pequenas perturbações na superfície. Dependendo da extensão sobre a qual o vento sopra e da duração e velocidade desse vento, essas perturbações podem evoluir para diferentes tipos de onda.

As ondulações são o efeito instantâneo do vento sobre a água. Elas se desfazem tão rapidamente quanto se formam, à medida que as forças restauradoras da água a amortecem.

Se um vento sopra de forma constante ao longo de uma extensão suficientemente grande de água e durante algumas horas, estas ondulações se transformam em ondas.

As ondas que se propagam em uma área sob a influência dos ventos, são chamadas de mar. Elas possuem comprimentos mais curto, alturas maiores e frequências acima de 0.1Hz . Já as ondas que se propagam em uma região onde não há mais a influência do vento são chamadas de *swell*. Essas ondas têm comprimentos mais longo, alturas menores e frequências abaixo de 0.1Hz.

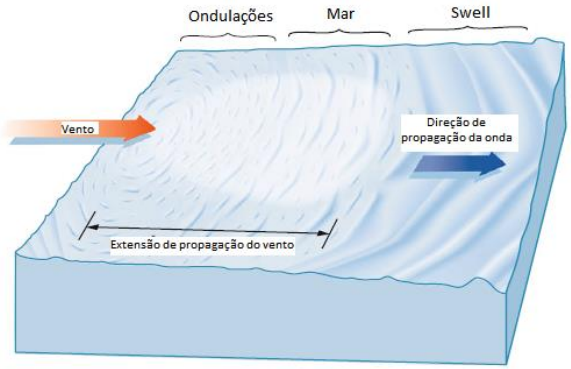


Figura 2-1 – A geração das ondas do oceano. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017)

2.2 POTENCIAL DAS ONDAS

Para o desenvolvimento de dispositivos de energia das ondas e a seleção dos locais adequados para sua instalação, é essencial que se tenha acesso a uma estimativa da distribuição espacial da potência das ondas. Por esse motivo, foi elaborado um mapa, apresentado na Figura 2-2, mostrando a intensidade da potência das ondas ao redor do mundo.

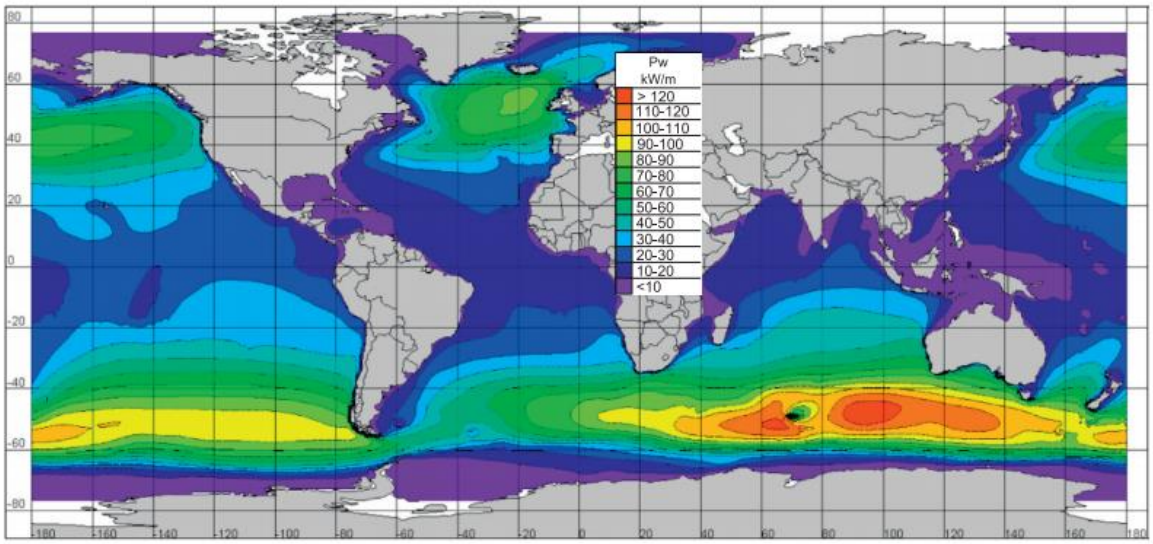


Figura 2-2 - Estimativa global anual da potência das ondas por frente de onda em kW / m, abrangendo um período de 10 anos (López *et al.*, 2013)

Uma importante conclusão que pode ser aferida a partir desse mapa é que as regiões mais energéticas ficam concentradas entre as latitudes de 40° e 60°, tanto no hemisfério norte quanto no hemisfério sul. Além disso, se comparados os dois hemisférios, quem apresenta a maior potência média anual é o hemisfério sul, onde as variações sazonais são menores (Figura 2-3).

Outro fator importante na hora de avaliar a potência das ondas é a sua variabilidade. Regiões com um fluxo de energia mais constante e moderado são mais apropriadas para a instalação desses dispositivos do que regiões onde as ondas têm mais energia, mas são mais instáveis, pois garantem um fluxo de energia mais consistente. Além disso, em regiões mais energéticas, ondas extremas durante as tempestades podem danificar o dispositivo.

Diante disso, foi elaborado outro mapa, apresentado na Figura 2-3, que mostra a variação da potência das ondas ao redor do mundo, calculada a partir do coeficiente de variação.

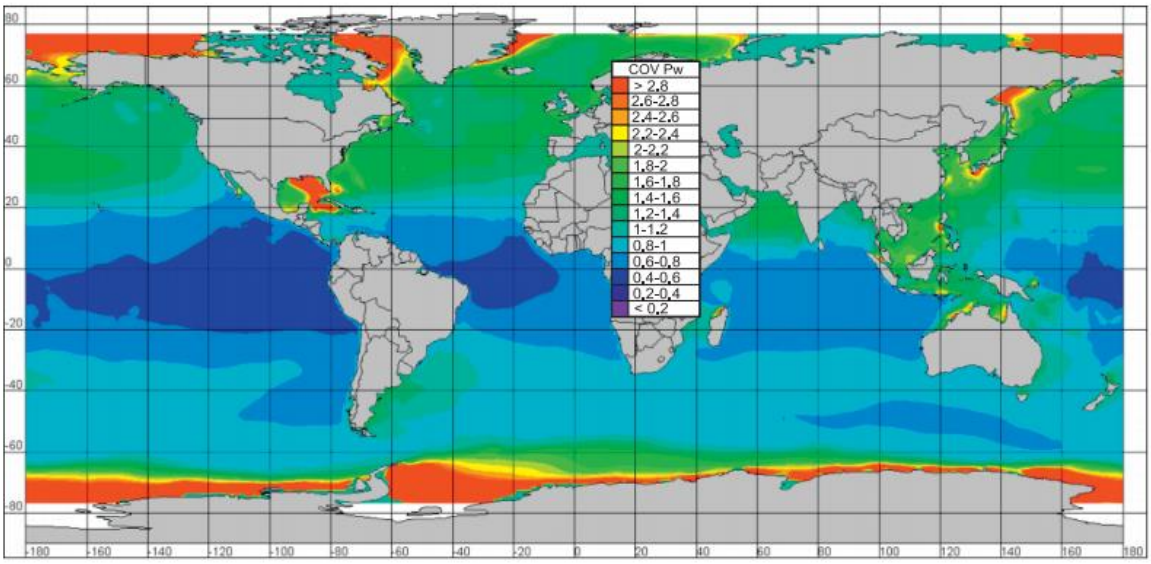


Figura 2-3 - Estimativa global da variação sazonal da potência das ondas (López *et al.*, 2013)

As importantes conclusões que podem ser deduzidas a partir desse mapa são que, em primeiro lugar, o hemisfério norte apresenta uma maior variação da potência das ondas do que o hemisfério sul (como já mencionado anteriormente). Além disso, percebe-se que em geral a variabilidade aumenta com o aumento de latitude, com exceção de algumas regiões.

2.3 DEFINIÇÕES INICIAIS

As ondas são tipicamente representadas como uma variação sinusoidal da superfície da água. A partir dessa representação, são definidos os principais termos relacionados às ondas, como a altura H, que é a distância vertical entre a crista e o vale da onda, o comprimento de onda λ, que é a distância entre duas cristas consecutivas e o período da onda T, que é o tempo que se leva, durante a propagação da onda, para uma crista atingir a posição da crista adjacente. Essas definições são ilustradas na Figura 2-4.

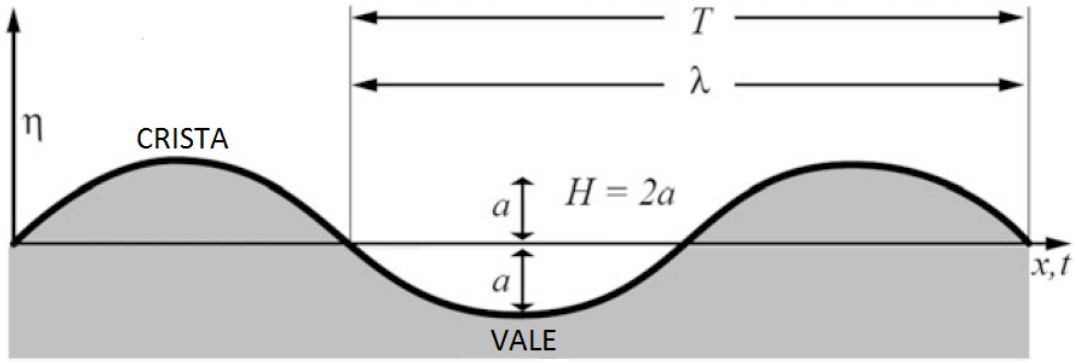


Figura 2-4 – Definição dos parâmetros de onda. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017)

Para casos bidimensionais, a elevação da superfície da água η é uma função da posição x e do tempo t. Assim, para uma dada posição, é possível analisar a variação da elevação da superfície através do tempo e para um dado instante de tempo, temos a posição instantânea das cristas e vales da onda.

2.4 MODELAGEM DAS ONDAS

2.4.1 ONDAS REGULARES

A forma mais simples de se modelar as ondas do mar é através de ondas regulares, isto é, do uso da premissa de que o movimento ondulatório do fluido pode ser descrito por um harmônico simples.

Existem diversas teorias para tentar descrever o comportamento das ondas regulares, cada uma tentando representar os diferentes formatos que as ondas podem assumir.

Em geral, esses formatos dependem de dois termos: a relação entre altura e comprimento de onda (H/λ) e a relação entre a lâmina d'água e o comprimento de onda (d/λ).

A Figura 2-5 mostra as regiões de validade dessas teorias, levando em conta variações desses dois termos e a Figura 2-6 mostra o formato da onda correspondente para essas teorias.

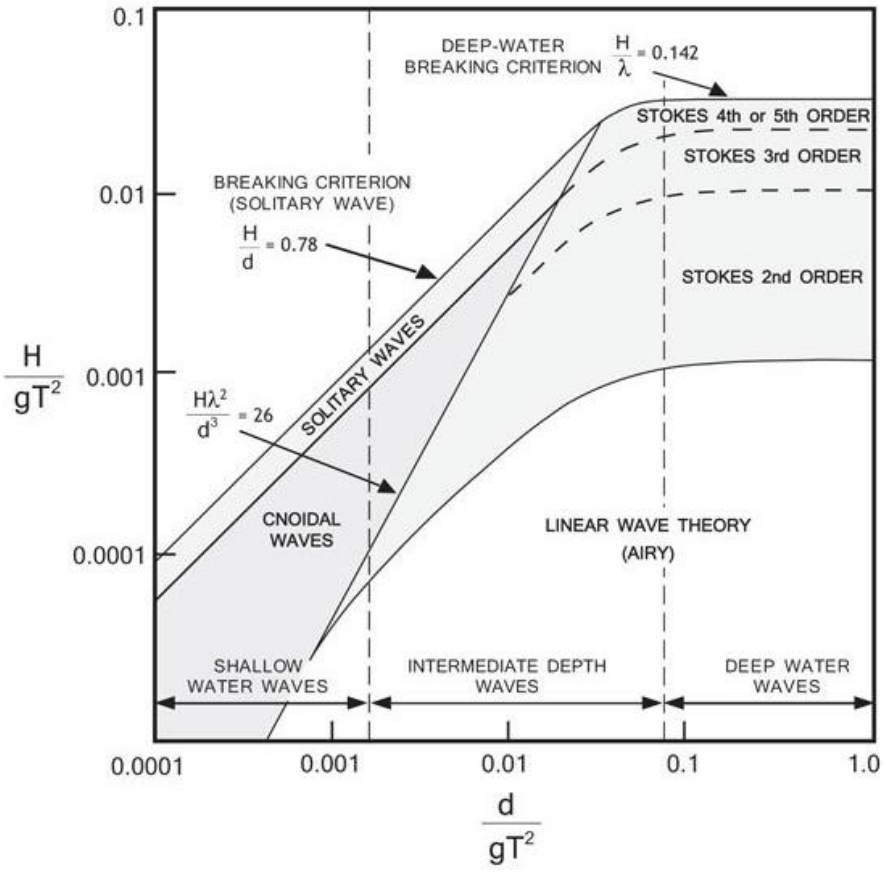


Figura 2-5 - Regiões de validade para várias teorias de onda (Xia, 2017)

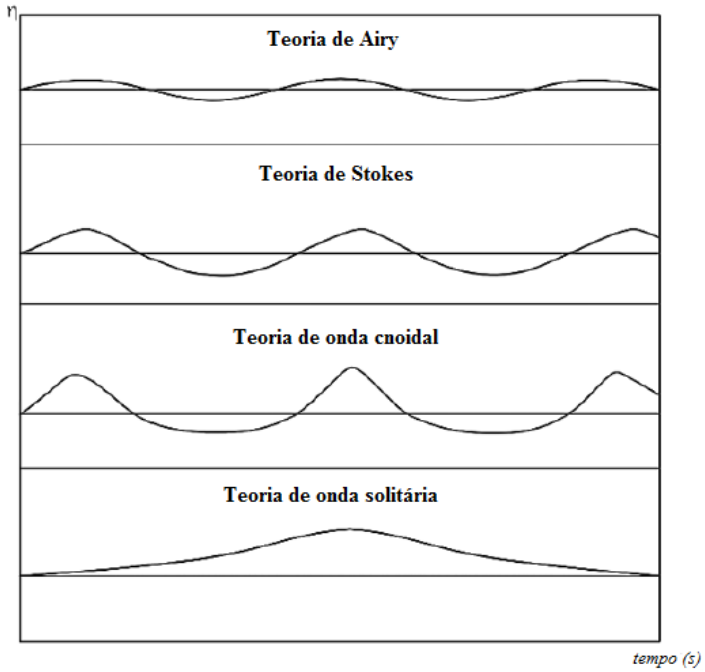


Figura 2-6 – Formato de onda para várias teorias. Adaptado de (Sundar, 2016)

2.4.1.1. TEORIA DE AIRY

A teoria linear de Airy, ou teoria de ondas de pequena amplitude, é a teoria mais simples e mais utilizada. Ela parte do princípio que a altura de onda é tão pequena comparada ao seu comprimento que os termos de ordem superiores usados para descrever a elevação da superfície da água podem ser desprezados, consequentemente linearizando a equação.

A equação (2.1) que descreve a elevação da onda pela teoria de Airy é representada por uma função senoidal da seguinte forma:

$$\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \tag{2.1}$$

2.4.1.2. TEORIA DE STOKES

À medida que a relação H/λ aumenta, a crista da onda se torna mais acentuada e o vale mais plano. Dessa forma, faz-se necessário a adição de termos de ordem superior para descrever a elevação da superfície da água, de forma a se obter uma representação mais realista das ondas.

Em geral, a família de equações da teoria de Stokes pode ser formulada de acordo com a expressão (2.2), onde $a = \frac{H}{2}$, $\theta = 2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)$ e B_n são termos dependentes do comprimento de onda e da profundidade da água.

$$\begin{aligned}\eta(x,t) = a \cdot \cos(\theta) + a^2 B_2(\lambda, d)\cos(2\theta) + a^3 B_3(\lambda, d)\cos(3\theta) + \cdots \\ + a^n B_n(\lambda, d)\cos(n\theta)\end{aligned} \tag{2.2}$$

Já foi validada a utilização dessa expressão até a quinta ordem, porém nessa dissertação só será apresentada a equação de Stokes de segunda ordem (2.3).

$$\begin{aligned}\eta(x,t) = \frac{H}{2} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \\ + \left(\frac{\pi H^2}{8\lambda}\right) \cdot \frac{\cosh\left(2\pi d/\lambda\right)}{sinh^3\left(2\pi d/\lambda\right)} \cdot \left[2 + \cosh\left(4\pi d/\lambda\right)\right] \cdot \cos\left(4\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right)\end{aligned} \tag{2.3}$$

2.4.1.3. TEORIA DE ONDA CNOIDAL

A teoria de onda cnoidal é válida no intervalo $\frac{1}{50} < \frac{d}{\lambda} < \frac{1}{10}$ (Sundar, 2016). Assim como a teoria de segunda ordem de Stokes, ela considera termos de segunda ordem para descrever a elevação da superfície da água, apresentando, portanto, resultados mais precisos.

A expressão que rege a elevação da superfície da água na teoria de onda cnoidal, equação (2.4), difere-se das outras no sentido que essa elevação é medida a partir do fundo do mar e não mais a partir do nível de águas tranquilas.

$$y_s(x,t) = y_t + HC_n^2\left(2K(k)\cdot\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right), k\right)^2 \tag{2.4}$$

Onde,

- y_t é a distância entre o fundo do mar e o vale da onda;
- C_n é uma função cosseno elíptica;
- $K(k)$ é uma função integral elíptica completa do primeiro tipo;
- k é módulo das integrais elípticas.

Uma descrição mais aprofundada sobre esses parâmetros foge ao escopo dessa dissertação, mas pode ser encontrada em Sundar, 2016.

2.4.1.4. TEORIA DE ONDA SOLITÁRIA

O perfil da onda solitária fica inteiramente acima do nível de águas tranquilas, fazendo com que essas ondas não possuam um comprimento de onda definido, e consequentemente, não possuam uma periodicidade.

As ondas solitárias são geralmente utilizadas em problemas que requerem a análise de ondas muito longas ou de ondas próximas à condição de quebra. Sob tais condições, as características da onda deixam de depender do comprimento e do período de onda e passam a ser influenciadas apenas pela altura de onda e a lâmina d'água.

A função que representa a elevação da superfície da água para a onda solitária é apresentada na equação (2.5), onde $C = \sqrt{2g(H+d)}$.

$$\eta(x,t) = H \cdot \left(\operatorname{sech} \sqrt{\frac{3}{4} \cdot \frac{H}{d^3} \cdot (x - Ct)} \right)^2 \tag{2.5}$$

2.4.2 ONDAS IRREGULARES

Devido ao caráter aleatório dos fenômenos naturais, a utilização de ondas regulares para a modelagem de ondas reais pode acabar sendo uma representação muito simplificada e pouco realista. Diante disso, surge o conceito das ondas irregulares que pode ser entendido como uma representação do mar assumindo-se um espectro de ondas, gerado a partir da combinação linear de uma infinidade de ondas regulares com frequências, amplitudes e direções diferentes. Esse método é ilustrado na Figura 2-7.

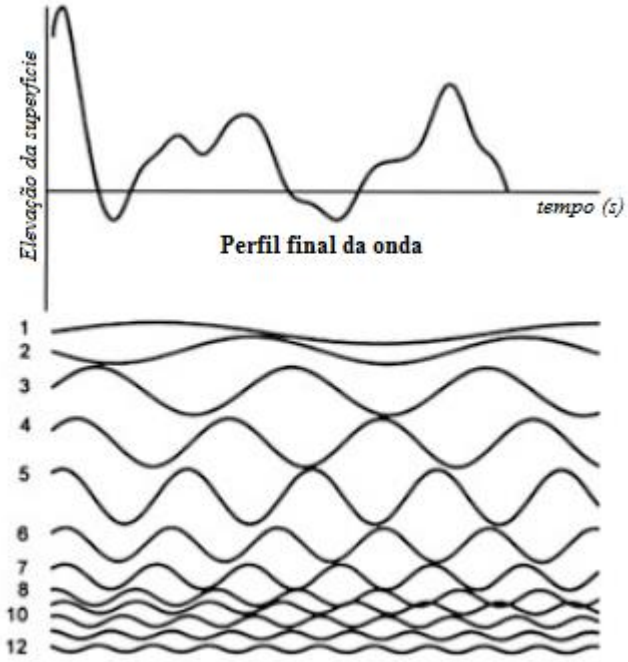


Figura 2-7 – Geração de onda irregular a partir da superposição de ondas regulares. Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017)

Diante disso, a elevação da superfície $\eta(t)$ para uma onda irregular pode ser calculada a partir da equação (2.6) onde, para cada componente n de onda que compõe o espectro, η_{a_n} é a amplitude, ω_n a frequência angular, k_n o número de onda e ϕ_n o ângulo de fase aleatório.

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{N} \eta_{a_n} \cos(k_n x - \omega_n t + \phi_n) \tag{2.6}$$

Além da representação de ondas irregulares no domínio do tempo através da equação (2.6), também é possível definir essas ondas a partir de um espectro de densidade de energia no domínio da frequência.

Seja um espectro de onda $\eta(t)$ no domínio do tempo, é possível calcular o espectro de densidade energética correspondente, discretizado por um intervalo de frequência $\Delta\omega$, a partir da equação (2.7). Se $\Delta\omega \to 0$, o espectro torna-se continuo e passa a ser calculado a partir de (2.8).

$$S_\eta(\omega_n)\Delta\omega = \sum_{\omega_n}^{\omega_n+\Delta\omega} \frac{1}{2}\eta_{a_n}^2(\omega) \tag{2.7}$$

$$S_\eta(\omega_n)d\omega = \frac{1}{2}\eta_{a_n}^2 \tag{2.8}$$

Uma variedade de formulações matemáticas padronizadas para a representação desses espectros de energia foram propostas com base em certos parâmetros medidos em campo, como a altura significativa de onda H_s e período de pico T_p (ou de cruzamento zero T_z). Dentre essas formulações, destacam-se o espectro de Pierson-Moscowitz (PM) e o espectro de JONSWAP (*Joint North Sea Wave Observation Project*) que serão abordados mais a fundo nas próximas seções.

2.4.2.1. ESPECTRO DE PIERSON-MOSKOWITZ

O espectro de Pierson-Moscowitz é normalmente o espectro mais empregado para descrever as ondas irregulares. Nele assume-se a condição de mar totalmente desenvolvido, isto é, que o vento soprou sobre uma extensão da superfície da água suficientemente grande e por tempo suficiente para que as ondas entrassem em equilíbrio com o vento. Por conta disso, o espectro de Pierson-Moscowitz depende unicamente da velocidade do vento para ser construído.

O espectro de Pierson-Moscowitz pode ser calculado diretamente a partir dos parâmetros de altura significativa de onda H_s e período de pico T_p por meio da equação

(2.11). Na ausência de informações sobre esses parâmetros, utilizando-se a premissa de mar totalmente desenvolvido, os mesmos podem ser calculados a partir da velocidade do vento V respectivamente através das equações (2.9) e (2.10), para V entre 10 e 20 m/s (Sundar, 2016).

$$H_s = 0.21 \cdot \frac{V^2}{g} \tag{2.9}$$

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T_p} = 0.87 \cdot \frac{g}{V} \tag{2.10}$$

$$S_{PM}(\omega) = \frac{5}{16} \cdot H_s^2 \omega_p^4 \omega^{-5} \cdot \exp\left(-\frac{5}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{-4}\right) \tag{2.11}$$

2.4.2.2. ESPECTRO DE JONSWAP

Pesquisas concluídas pelo Projeto Conjunto de Observação de Ondas do Mar do Norte (JONSWAP) identificaram uma variação do espectro de Pierson-Moscowitz para quando o mar não está totalmente desenvolvido, baseada na velocidade do vento, no comprimento da extensão sobre a qual ele sopra e no fator de pico, parâmetro que determina o formato do espectro. Este espectro é chamado de espectro de JONSWAP e sua fórmula é apresentada na equação (2.12).

$$S_J(\omega) = A_\gamma \cdot S_{PM}(\omega) \cdot \gamma^{exp\left[-0.5\left(\frac{\omega-\omega_p}{\sigma\omega_p}\right)^2\right]} \tag{2.12}$$

Onde,

- $A_\gamma = 1 - 0.287 \cdot \ln(\gamma)$ é um fator de normalização;
- $S_{PM}(\omega)$ é o espectro de Pierson-Moscowitz;
- γ é o fator de pico, para o qual se utiliza normalmente o valor de 3.3. Para $\gamma = 1$, o espectro de JONSWAP se reduz ao espectro de Pierson-Moscowitz;
- $\sigma = \begin{cases} 0.07, & \omega \leq \omega_p \\ 0.09, & \omega > \omega_p \end{cases}$ é um fator de largura do espectro.

Uma observação importante é que o espectro de JONSWAP é um modelo razoável para representar ondas irregulares dentro do intervalo $3.6 < \frac{T_p}{\sqrt{H_s}} < 5$ e fora dele, deve ser usado com cautela (DNV, 2011).

A Figura 2-8 mostra a influência do fator de pico sobre o formato do espectro, incluindo o caso em que $\gamma = 1$, onde o espectro de JONSWAP se reduz ao espectro de Pierson-Moscowitz.

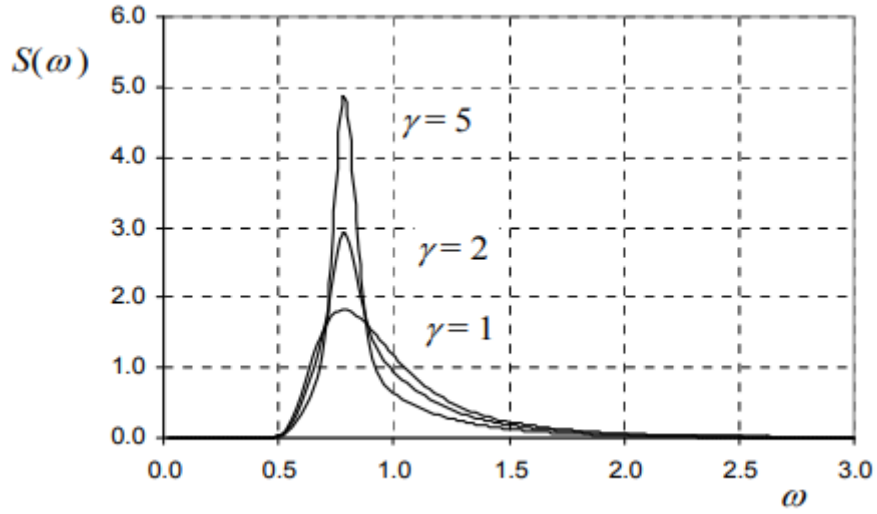


Figura 2-8 - Espectro de JONSWAP (H_s = 4.0 m, T_p = 8.0 s) para γ = 1, γ = 2 e γ = 5 (DNV, 2011)

Conclui-se a partir da Figura 2-8 que o espectro de JONSWAP exibe um pico mais pronunciado e uma largura de banda menor se comparado com o espectro de Pierson-Moscowitz. Esse efeito é realçado com o aumento do fator de pico.

2.5 MECÂNICA DAS ONDAS

Nessa seção serão descritas algumas das propriedades mecânicas básicas das ondas, levando-se em conta a teoria linear de onda, ou teoria de Airy, que descreve a elevação da superfície da água de forma mais simplificada e cuja fórmula já foi apresentada anteriormente pela equação (2.1).

2.5.1 RELAÇÃO DE DISPERSÃO

Uma importante característica das ondas é que sua energia não se propaga na mesma velocidade que a onda propriamente dita, fenômeno denominado dispersão. Por conta desse fenômeno, torna-se necessário definir dois novos parâmetros relativos às ondas: A velocidade de propagação da onda e a velocidade de propagação da energia da onda.

A velocidade da onda é comumente chamada de celeridade c e pode ser facilmente calculada dividindo-se o comprimento da onda pelo seu período.

$$c = \frac{\lambda}{T} \tag{2.13}$$

Outra forma de se calcular a celeridade é através da equação (2.14), que relaciona a velocidade de propagação da onda com a lâmina d'água d.

$$c = \frac{gT}{2\pi} \cdot \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \tag{2.14}$$

Igualando-se as equações (2.13) e (2.14), obtém-se a relação de dispersão (2.15), equação geralmente utilizada para determinar o comprimento da onda.

$$\frac{\lambda}{T} = \frac{gT}{2\pi} \cdot \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \tag{2.15}$$

A velocidade de propagação da energia da onda é comumente chamada de velocidade de grupo C_G e pode ser obtida através da celeridade por meio da equação (2.16):

$$C_G = \frac{c}{2} \cdot \left[1 + \frac{4\pi d/\lambda}{\sinh\left(4\pi d/\lambda\right)}\right] \tag{2.16}$$

Porque a celeridade depende da lâmina d'água, algumas aproximações podem ser derivadas para alguns casos específicos. Essas simplificações são apresentadas na Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Aproximações para a celeridade de acordo com a classificação da lâmina d'água. Baseado em (Sundar, 2016)

Classificação	**Critério**	c **[m/s]**
Águas rasas	$\frac{d}{L} \leq \frac{1}{20}$	$\sim\sqrt{gd}$
Águas intermediárias	$\frac{1}{20} < \frac{d}{L} \leq \frac{1}{2}$	$\frac{gT}{2\pi} \cdot \tanh(\frac{2\pi d}{\lambda})$
Águas profundas	$\frac{d}{L} \geq \frac{1}{2}$	$\sim\frac{gT}{2\pi}$

2.5.2 CINEMÁTICA DA PARTÍCULA

A variação na elevação da superfície da água é na verdade o resultado do movimento elíptico das partículas, cuja amplitude decai exponencialmente com a profundidade até que ele seja completamente dissipado.

2.5.2.1. DESLOCAMENTO DAS PARTÍCULAS

Esse movimento elíptico pode ser decomposto em um deslocamento vertical e um deslocamento horizontal, que dependem da profundidade z. As expressões para esses deslocamentos são descritas respectivamente pelas equações (2.17) e (2.18).

$$\delta_v(x,z,t) = \frac{H}{2} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \cdot \frac{\sinh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\sinh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \tag{2.17}$$

$$\delta_h(x,z,t) = -\frac{H}{2} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \cdot \frac{\cosh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\sinh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \tag{2.18}$$

Em particular, percebe-se que os deslocamentos das partículas são dependentes de uma relação entre a lâmina d'água e o comprimento de onda. Essa relação é frequentemente utilizada para definir três regiões de lâmina d'água:

- Águas profundas: O fundo do mar não afeta o deslocamento das partículas que por isso assumem uma trajetória circular;
- Águas intermediárias: Região intermediária em que o fundo do mar tem influência tanto no deslocamento vertical quanto no horizontal das partículas, fazendo com que elas assumam uma trajetória elíptica;
- Águas rasas: O deslocamento horizontal das partículas deixa de variar com a profundidade.

A Figura 2-9 ilustra o comportamento das partículas de água sob cada uma dessas regiões.

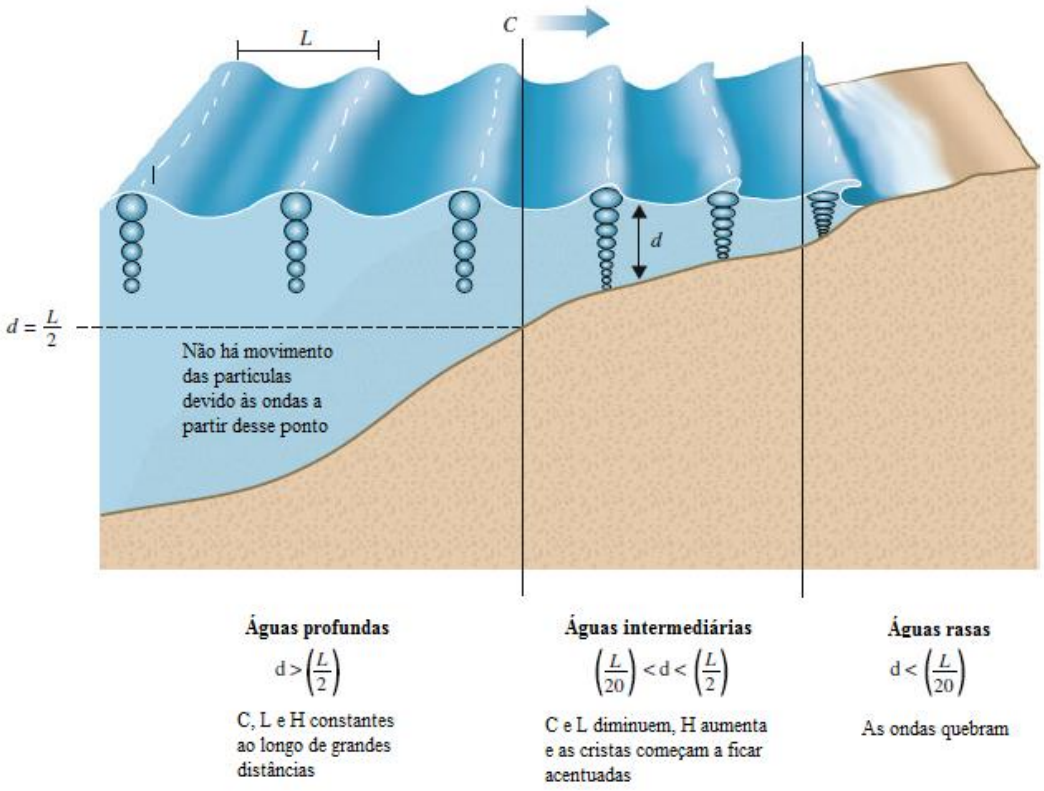


Figura 2-9 – Movimento das partículas de água sob diferentes profundidades.
Adaptado de (Pecher e Kofoed, 2017)

É importante mencionar que o deslocamento das partículas a uma profundidade de meio comprimento de onda tem uma magnitude de apenas 4% do deslocamento das partículas na superfície. Por isso, a partir desse ponto, o deslocamento dessas partículas pode ser desprezado (Pecher e Kofoed, 2017).

2.5.2.2. VELOCIDADE E ACELERAÇÃO DAS PARTÍCULAS

Na avaliação de estruturas *offshore*, além dos deslocamentos, é essencial conhecer as velocidades orbitais e acelerações das partículas nas direções vertical e horizontal.

As velocidades orbitais na direção horizontal (2.19) e vertical (2.20) são obtidas derivando-se, respectivamente, as equações (2.17) e (2.18) em relação ao tempo:

$$u(x,z,t) = \frac{\pi H}{T} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \cdot \frac{\cosh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\sinh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \tag{2.19}$$

$$w(x,z,t) = -\frac{\pi H}{T} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \cdot \frac{\sinh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\sinh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \tag{2.20}$$

As acelerações na direção horizontal (2.21) e vertical (2.22) são obtidas derivando-se, respectivamente, as equações (2.19) e (2.20) em relação ao tempo:

$$\dot{u}(x,z,t) = \frac{-2\pi^2 H}{T^2} \cdot \cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \cdot \frac{\cosh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\sinh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \tag{2.21}$$

$$\dot{w}(x,z,t) = \frac{-2\pi^2 H}{T^2} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] \cdot \frac{\sinh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\sinh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \tag{2.22}$$

2.5.3 DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÃO

A equação que rege a distribuição de pressão sob as ondas (2.23) é obtida a partir da linearização da equação de conservação da energia, ou equação de Bernoulli.

$$p = \frac{\gamma H}{2} \cdot \frac{\cosh\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z+d)\right]}{\cosh\left[\frac{2\pi d}{\lambda}\right]} \cdot \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right] - \gamma z \tag{2.23}$$

A primeira parcela da equação (2.23) corresponde à parte dinâmica e a segunda à parte estática da pressão.

É importante mencionar que a equação (2.23) foi deduzida sob a condição de contorno de que a pressão é zero para o nível de águas tranquilas ($p(z = 0) = 0$) em vez de para o nível de elevação da superfície devido à onda ($p(z = \eta) = 0$). Por conta disso, a equação (2.23) só é válida para valores negativos de z.

3 WAVE ENERGY CONVERTERS (WECS)

3.1 INTRODUÇÃO

A conversão de energia das ondas em energia útil, como a eletricidade, é realizada por meio dos dispositivos de conversão de energia das ondas ou *wave energy converters* (WECs).

Existe um grande número de diferentes conceitos de WECs que podem ser classificados em termos de sua localização ou do seu princípio de funcionamento.

Quanto à localização, os WECs podem ser divididos em:

- Dispositivos *onshore*: Esses dispositivos são geralmente instalados no fundo do mar, em águas muito rasas, ou fixados em estruturas similares a quebra-mares. A vantagem desses dispositivos é que os custos de instalação, manutenção e transmissão são bem menores. Contudo, o conteúdo energético das ondas nessa região, em geral, também é menor (Drew, Plummer e Sahinkaya, 2009; Polinder e Scuotto, 2005);
- Dispositivos *nearshore*: Dispositivos instalados nessa região são frequentemente fixados ao fundo do mar, o que lhes garante uma base estacionária. Eles apresentam um meio termo em relação aos custos de instalação, manutenção e transmissão e ao potencial energético das ondas, se comparados aos outros dois tipos de dispositivos (Drew, Plummer e Sahinkaya, 2009; Polinder e Scuotto, 2005);
- Dispositivos *offshore*: Dispositivos *offshore* são instalados em águas profundas e fazem uso de um sistema de ancoragem para controlar seu posicionamento. A vantagem desses dispositivos é o acesso a um maior potencial de energia presente nas ondas de águas profundas. Contudo, os diversos custos atrelados a esses dispositivos são mais caros e os dispositivos precisam ser projetados para sobreviver a condições extremas (Drew, Plummer e Sahinkaya, 2009; Polinder e Scuotto, 2005).

Quanto ao princípio de funcionamento, as diferentes classificações de WECs serão abordadas na seção 3.3.

Apesar dos diferentes conceitos de WECs, a maioria deles é muito semelhante do ponto de vista genérico. Em geral, todos são constituídos dos mesmos subsistemas (Pecher e Kofoed, 2017):

- O subsistema hidrodinâmico: é a de interface do WEC com a onda, responsável pela absorção direta da energia da onda e transferência para o sistema subsequente;
- O subsistema *power take-off* (PTO): é o sistema que recebe a energia absorvida pelo sistema hidrodinâmico e a converte efetivamente em energia útil;
- O subsistema elétrico: é responsável por condicionar a energia elétrica gerada a partir do sistema PTO para as condições padronizadas da rede;
- O subsistema de controle: é a parte do WEC que cuida dos controles e medições usados na automação e otimização dos processos;
- O subsistema de transmissão: é o responsável por conectar e transmitir a energia gerada pelo WEC até a rede.

3.2 HISTÓRICO

A primeira referência de um dispositivo para converter a energia das ondas data de 1799, desenvolvido por Girard e seu filho na França. Apesar da pouca informação sobre esse dispositivo, acredita-se que ele era responsável por bombear a água do mar para um reservatório elevado, usado para armazená-la em forma de energia potencial (Iglesias, Alvarez e Garcia, 2012).

Durante as primeiras décadas do século XIX, o engenheiro M. Fursenot colocou em operação, na Argélia, o primeiro dispositivo que capturou a elevação das ondas e a transformou em energia, usando um sistema de cames e engrenagens (Iglesias, Alvarez e Garcia, 2012).

Mais tarde, em 1917, foi instalado no Mar Negro um dispositivo desenvolvido pelo cientista francês Montgolfier, capaz de absorver a energia das ondas através de uma superfície elástica instalada perpendicularmente à propagação da onda. A deformação dessa superfície pela onda acionava um pistão que ativava um sistema hidráulico (Iglesias, Alvarez e Garcia, 2012).

Yoshio Masuda, um ex-oficial da marinha japonesa, pode ser considerado o pai da moderna tecnologia de energia das ondas. Ele desenvolveu uma boia de navegação equipada com uma turbina de ar que era acionada pelas ondas. Essas boias são as precursoras dos dispositivos hoje conhecidos como *Oscillating Water Column* (OWC) (Falcão, 2014).

Apesar dessas iniciativas pontuais de desenvolvimento de WECs, foi somente a partir da primeira crise do petróleo em 1973 que esforços significativos foram dispendidos no sentido de promover o desenvolvimento da tecnologia de conversão da energia das ondas. Porém, dos muitos dispositivos desenvolvidos nessa época, poucos progrediram até o estágio de teste. A respeito disso, vale ressaltar que foi nos anos 70 que estudos que visam uma melhor compreensão da mecânica das ondas foram realizados (Iglesias, Alvarez e Garcia, 2012).

Entre 1976 e 1981, o Reino Unido financiou o desenvolvimento e pesquisa de diversos WECs, dentre eles o Salter Duck, dispositivo desenvolvido pelo engenheiro Stephen Salter, da Universidade de Edimburgo. Ele funcionava de forma que as ondas o faziam girar e como resultado do seu balanço era acionado um sistema hidráulico ou pneumático para gerar eletricidade (Iglesias, Alvarez e Garcia, 2012).

A maioria desses WECs não passou da fase experimental e/ou não produziram quantidades expressivas de energia. Mesmo assim, eles foram muito importantes para formar a base de conhecimento sobre a qual muitos dos dispositivos de hoje foram criados.

3.3 CLASSIFICAÇÃO

Nessa seção são apresentados seis diferentes WECs para ilustrar os principais princípios de funcionamento desses dispositivos.

3.3.1 ATTENUATOR

O *attenuator* (Figura 3-1) é um dispositivo flutuante que opera paralelamente à direção da onda. Esses dispositivos são compostos por vários segmentos cujo movimento relativo, devido à passagem da onda, ativa um sistema hidráulico usado para gerar potência.

O dispositivo mais conhecido dessa categoria é o Pelamis, fabricado pela Pelamis Wave Power. Ele possui 180 metros de comprimento, quatro metros de diâmetro e pesa aproximadamente 1.350ton. A segunda geração desse dispositivo foi instalada no Reino Unido e possui uma capacidade nominal de 750kW de potência (EMEC, [s.d.]).

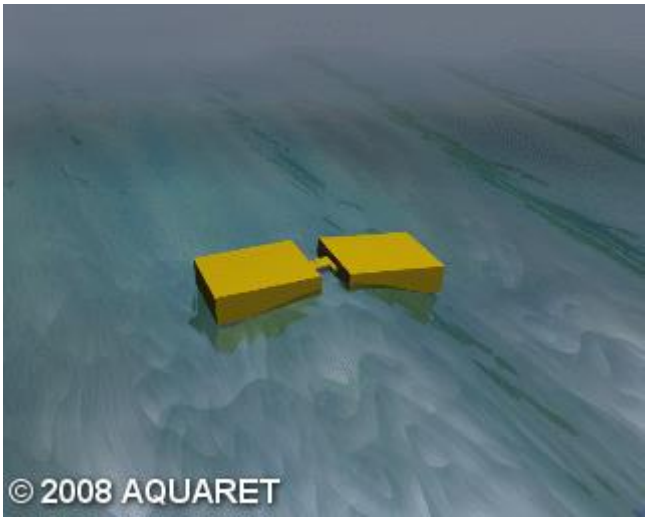


Figura 3-1 – Attenuator (EMEC, [s.d.])

3.3.2 OSCILLATING WATER COLUMN

O *oscilatting water column* (Figura 3-2) é um dispositivo localizado geralmente junto à costa. Sua estrutura é formada por uma câmara oca cuja parte inferior possui uma conexão submersa com o mar e cuja parte superior é conectada a uma turbina de ar.

A ação das ondas faz com que o nível da coluna de água dentro da câmara oscile, comprimindo e descomprimindo a coluna de ar acima dela. Daí, o ar aprisionado dentro da câmara escoa para e da atmosfera através de uma turbina, com a capacidade

de girar sempre no mesmo sentido, independentemente da direção do fluxo de ar. A rotação da turbina é usada para gerar eletricidade.

Um dos dispositivos mais importantes dessa categoria é o WaveGen LIMPET, desenvolvido pela Voith Hydro Wavegen. O LIMPET (*Land Installed Marine Power Energy Transmitter*) é um *oscilatting water column* instalado na costa da ilha de Islay, na Escócia, e conta com duas turbinas Wells, com capacidade de 250kW de potência cada, dando uma capacidade total para a planta de 500kW (López *et al.*, 2013).

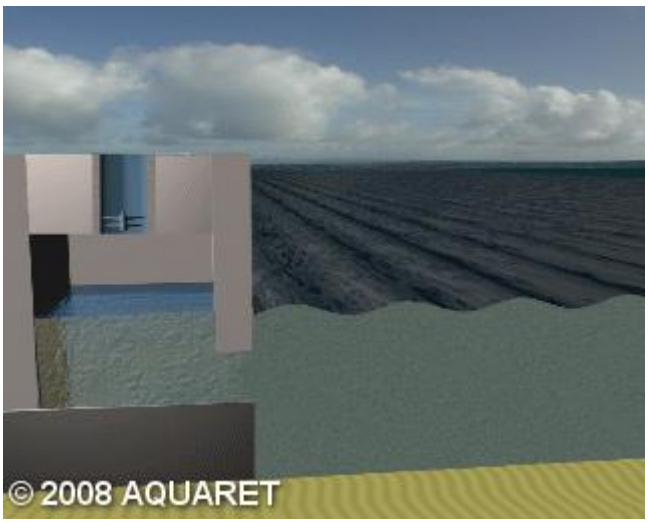


Figura 3-2 – Oscillating water column (EMEC, [s.d.])

3.3.3 OSCILLATING WAVE SURGE CONVERTER

O *oscillating wave surge converter* (Figura 3-3) é um dispositivo que fica instalado próximo à costa. Ele é composto por um defletor, posicionado perpendicularmente à direção da onda, que se conecta à base, fixa no leito marinho, por meio de um braço articulado. O movimento horizontal das ondas empurra o defletor que oscila como um pêndulo, bombeando fluido para acionar uma turbina hidráulica localizada na costa.

Um exemplo de o*scillating wave surge converter* é o Oyster, dispositivo desenvolvido pela Aquamarine Power e instalado na ilha de Orkney na Escócia, com uma capacidade nominal de 800kW (López *et al.*, 2013).

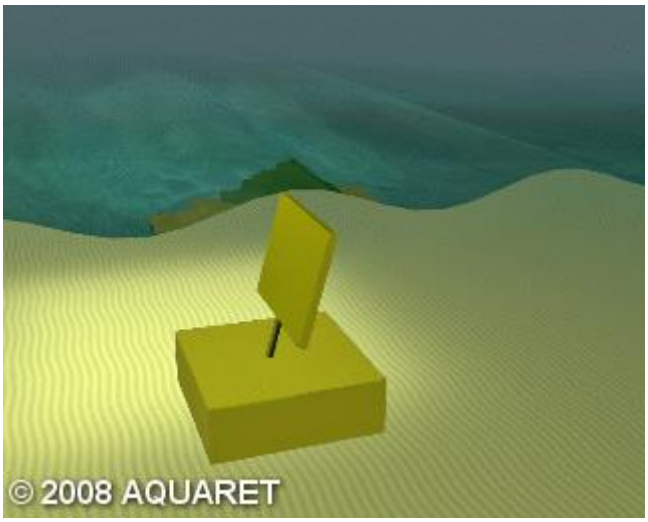


Figura 3-3 – Oscillating wave surge converter (EMEC, [s.d.])

3.3.4 OVERTOPPING DEVICE

O *overtopping* (Figura 3-4) atua na direção perpendicular à direção de propagação das ondas. Esses dispositivos fazem uso, em geral, de braços coletores para canalizar e concentrar as ondas em direção a uma rampa. A onda concentrada sobe a rampa até um reservatório em uma elevação mais alta do que o nível do mar. A água do reservatório é então devolvida ao mar através de uma turbina convencional de baixa potência que gera energia.

O Wave Dragon é o dispositivo mais conhecido dessa categoria. O Wave Dragon é um dispositivo flutuante, desenvolvido pela empresa dinamarquesa Wave Dragon, com uma capacidade nominal entre 1.5MW e 12MW (Wave Dragon, [s.d.]).

Figura 3-4 – Overtopping device (EMEC, [s.d.])

3.3.5 POINT ABSORBER

O *point absorber* (Figura 3-5) é uma estrutura que apresenta pequenas dimensões em relação ao comprimento da onda incidente. Diferente de outros dispositivos, o *point absorber* pode absorver energia de ondas vindas de diferentes direções. O movimento relativo entre a parte superior flutuante, sob a ação das ondas, e a base fixa é convertido em energia elétrica por meio de um sistema de conversão de potência.

O dispositivo mais relevante dessa categoria é o OPT PowerBuoy, desenvolvido pela empresa americana Ocean Power Technologies. Ele pode ser instalado em lâminas d'água entre 25 metros e 1.000 metros de profundidade e tem um capacidade nominal de 150kW (OPT, [s.d.]).

Figura 3-5 – Point absorber (EMEC, [s.d.])

3.3.6 SUBMERGED PRESSURE DIFFERENTIAL

O *submerged pressure differential* pode ser entendido como um p*oint absorber* submerso e é tipicamente localizado perto da costa. O movimento desse dispositivo é induzido pela diferença de pressão causada pelas ondas. Quando a crista da onda passa acima do dispositivo, a coluna de água sobre ele aumenta, gerando consequentemente um aumento de pressão que o empurra para baixo. Com a passagem de um vale, o efeito é o contrário.

Existem dois dispositivos principais que representam essa categoria. O Archimedes Waveswing, fabricado pela AWS Ocean Energy, é adequado para lâminas d'água superiores a 25m e pode ser configurado para uma potência nominal de 25kW a 250kW (AWS, [s.d.]). Já o CETO é um dispositivo fabricado pela Carnegie Clean Energy que foi instalado na ilha de Garden, na Austrália, com uma capacidade nominal de 240kW de potência (Carnegie Clean Energy, [s.d.]).

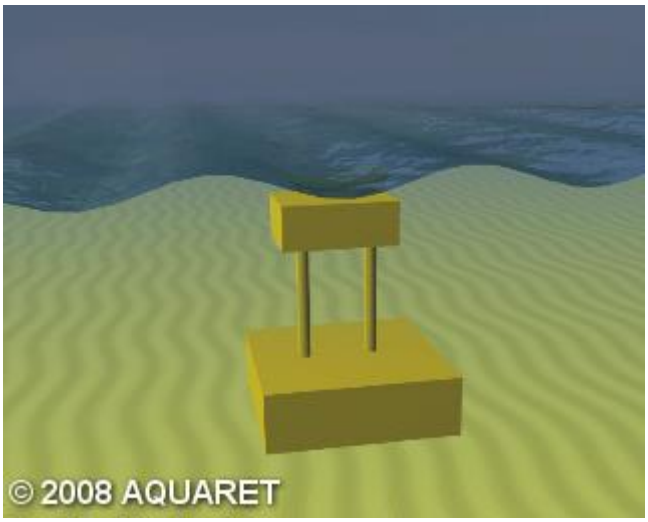


Figura 3-6 – Submerged pressure differential (EMEC, [s.d.])

O *submerged pressure differential* foi o dispositivo escolhido para ser estudado nesse trabalho, porque o fato de operar submerso lhe confere as seguintes vantagens:

- Ele não restringiria a navegação de pequenas embarcações na região em que foi instalado;
- O risco de ser roubado ou danificado seria reduzido;
- O potencial de amplificação dinâmica do movimento gerado pelo efeito de ressonância seria maior do que para um dispositivo flutuante.

Vale ressaltar que esse dispositivo deve ser projetado com uma relação de massa e rigidez que garanta o efeito de ressonância para a condição de mar típica da região em que será instalado.

4 POWER TAKE-OFF SYSTEMS (PTO)

4.1 INTRODUÇÃO

O *power take-off system* de um *wave energy converter* é definido como o conjunto de etapas responsáveis por transformar a energia absorvida pelo subsistema hidrodinâmico em energia elétrica útil.

O sistema PTO tem uma grande importância no desenvolvimento dos WECs, visto que sua definição além de afetar diretamente a eficiência da geração de energia útil, também contribui em questões como a massa, o tamanho e a dinâmica estrutural dos conversores de energia das ondas.

4.2 CLASSIFICAÇÃO

Existe uma diversidade de sistemas PTOs apresentados na literatura, que podem ser classificados de acordo com os diferentes caminhos de conversão empregados no sistema. Esses diferentes caminhos sob o qual os sistemas PTOs podem ser classificados são apresentados na Figura 4-1.

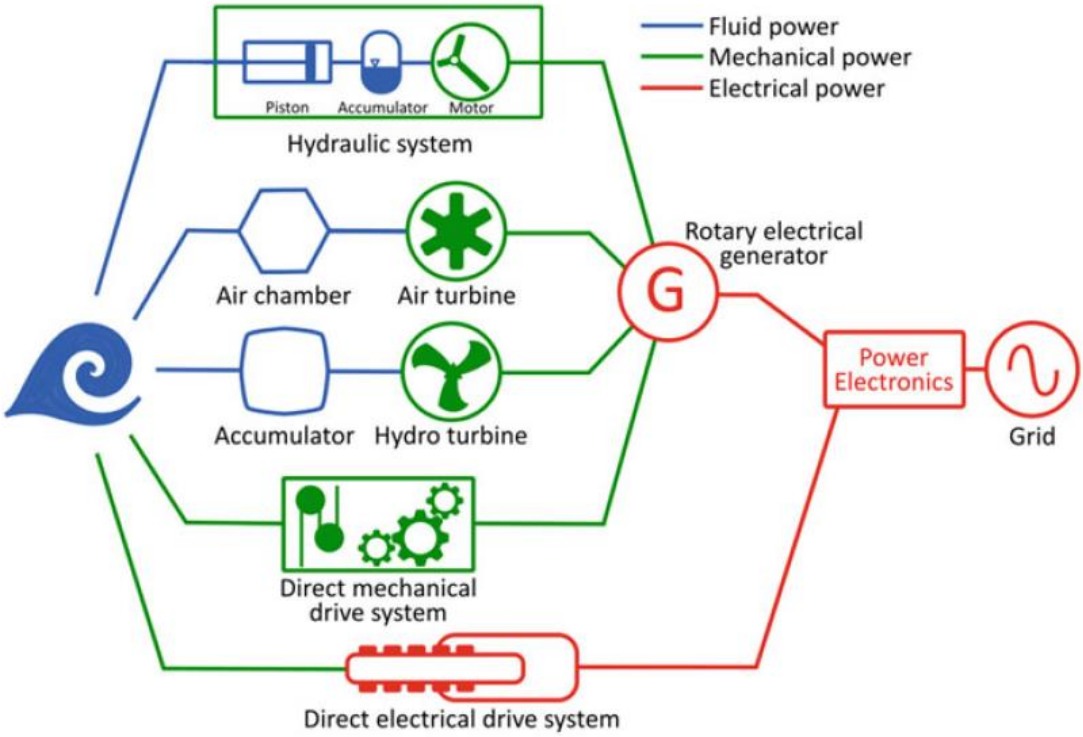


Figura 4-1 - Diferentes caminhos da conversão da energia das ondas em eletricidade (Pecher e Kofoed, 2017)

4.2.1 SISTEMA DE ACIONAMENTO HIDRÁULICO

Tratando-se da energia das ondas, os conversores hidráulicos são uma ótima opção, já que são os mais adequados para absorver energia de sistemas que lidam com grandes cargas e baixas frequências.

Um esquema de um sistema PTO hidráulico comumente utilizado na conversão de energia das ondas é apresentado na Figura 4-2.

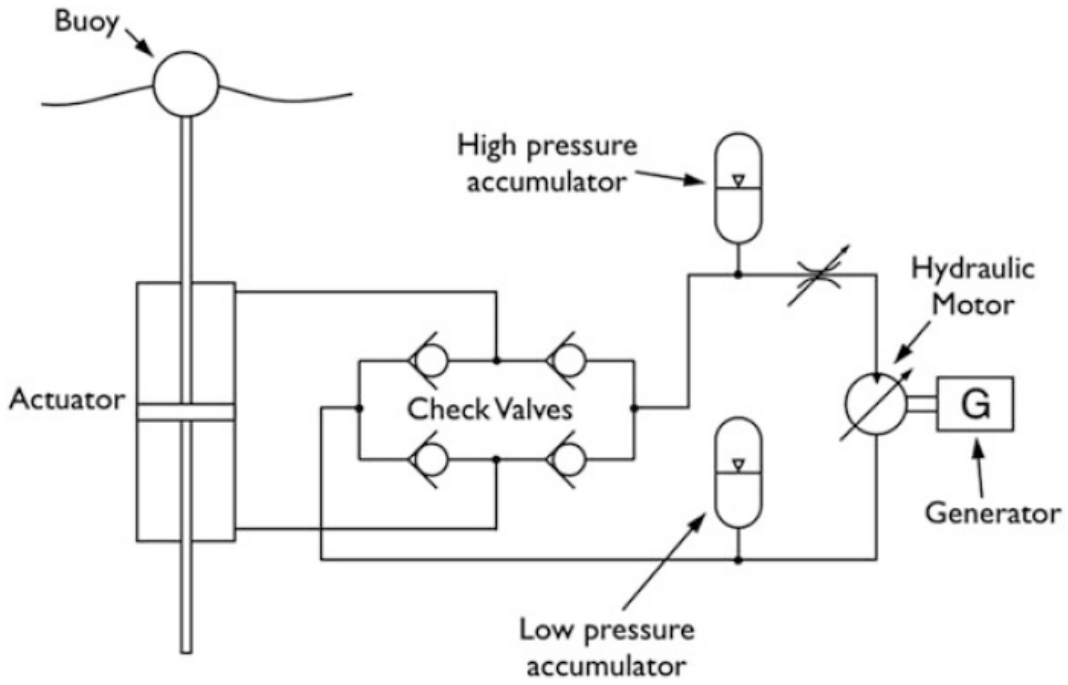


Figura 4-2 – Exemplo de um sistema de PTO hidráulico para conversão de energia das ondas (Pecher e Kofoed, 2017)

Nesse sistema, o absorvedor primário está conectado a um cilindro hidráulico. Com a passagem das ondas, o movimento relativo entre o pistão e o cilindro bombeia o fluido de trabalho através das válvulas e conexões do sistema até um motor hidráulico, que por sua vez aciona o gerador elétrico. Acumuladores também são utilizados a fim de controlar o fluxo de fluido no sistema, fornecendo ou armazenando energia hidráulica quando necessário.

Apesar desse sistema se apresentar como uma ótima opção, existem alguns problemas relacionados à sua utilização. Em primeiro lugar, deve-se atentar à questão da contenção de vazamento de fluido do sistema que pode causar perda de desempenho e impactos ambientais negativos.

Além disso, por conter muitas partes móveis, os sistemas hidráulicos apresentam muitos problemas em relação ao desgaste de peças, o que pode aumentar consideravelmente o custo de manutenção do dispositivo.

Outra questão a ser abordada é a proteção do sistema de PTO no caso de condições extremas, onde o pistão pode exceder o seu curso máximo e danificar o sistema (Pecher e Kofoed, 2017).

4.2.2 SISTEMA DE ACIONAMENTO POR TURBINA PNEUMÁTICA

Os sistemas de acionamento por turbina pneumática são usados principalmente em dispositivos do tipo *oscillating water column*. A ideia desses sistemas é utilizar as variações de pressão induzidas numa câmara de ar para acionar uma turbina e gerar energia.

O principal desafio na implementação desse sistema é o comportamento bidirecional do fluxo de ar. Para contornar essa questão, pode-se usar uma combinação de válvulas de não retorno de forma a retificar o fluxo de ar. Porém, essa configuração é complicada e tem alto custo de manutenção. Outra solução é usar uma turbina de ar auto-retificadora que converte um fluxo de ar alternado em um fluxo de ar contínuo (Pecher e Kofoed, 2017).

4.2.3 SISTEMA DE ACIONAMENTO POR TURBINA HIDRÁULICA

Os sistemas de acionamento por turbinas hidráulicas são bem parecidos com os sistemas de acionamento por turbinas pneumáticas, distinguindo-se principalmente pelo tipo de fluido utilizado para acionar as turbinas.

Os sistemas de acionamento por turbinas hidráulicas são usados principalmente em dispositivos do tipo *overtopping*. A ideia desses sistemas é utilizar a energia potencial da água represada pelo WEC para acionar a turbina hidráulica e gerar eletricidade.

As turbinas hidráulicas têm o benefício de já ser uma tecnologia bem madura, utilizada em diversas outras aplicações. Elas podem operar com valores de eficiência acima de 90% e requerem baixa manutenção.

Na aplicação de conversão de energia das ondas, o problema relacionado ao seu uso reside na forma de represar as ondas do mar para garantir pressão e fluxo suficientes para gerar energia de forma economicamente viável (Pecher e Kofoed, 2017).

4.2.4 SISTEMA DE ACIONAMENTO MECÂNICO DIRETO

Os sistemas de acionamento mecânico direto são alternativas interessantes na concepção de sistemas PTO. Por fazer uso de elementos puramente mecânicos, a cadeia de conversão desses sistemas é, em geral, simples e apresenta poucas perdas durante a transmissão.

Diante da variada oferta de elementos mecânicos usados em sistemas de transmissão, por exemplo, engrenagens, embreagens, polias e cabos, diferentes configurações de sistemas de acionamento mecânico direto podem ser construídas, o que permite uma maior capacidade de adaptação desses sistemas às diferentes restrições dos projetos de WEC.

A vantagem desse tipo de sistema de PTO é que são necessárias poucas conversões para transformar a energia das ondas em energia elétrica, resultando em um sistema de baixa complexidade e alta eficiência.

Por outro lado, os elementos do sistema de acionamento mecânico são muito suscetíveis à falha por fadiga. Dessa forma, aumenta-se a necessidade de manutenções periódicas ao longo de sua vida útil, pondo em xeque sua confiabilidade para esse tipo de aplicação (Pecher e Kofoed, 2017).

4.2.5 SISTEMA DE ACIONAMENTO ELÉTRICO DIRETO

Nos sistemas de acionamento elétrico direto a energia captada pelo conversor primário é diretamente convertida em energia elétrica, sem a necessidade de outros processos de conversão. Isso só é possível graças à utilização dos equipamentos denominados geradores lineares diretos que por meio de ímãs convertem o movimento vertical dos WECs em corrente elétrica.

O princípio de funcionamento desses equipamentos é simples: Primeiro, um translador, no qual ímãs de polaridade alternada são montados, é acoplado ao conversor

primário. Com a passagem das ondas do mar, conversor primário e o translador se movimentam juntos em relação a um referencial fixo, o estator, que é um equipamento que conta com uma série de bobinas. Esse movimento relativo entre o translador e o estator induz a geração de corrente elétrica.

Esse sistema é o mais simples de todos e apresenta um alto rendimento, visto que utiliza poucas conversões para transformar a energia das ondas em energia útil. Porém, essa tecnologia ainda possui um alto custo e um peso estrutural elevado, o que tem dificultado sua implementação nesse tipo de aplicação. Desenvolvimentos de ímãs permanentes e avanços no campo da eletrônica de potência podem tornar essa solução atraente no futuro (Pecher e Kofoed, 2017).

5 MODELAGEM

5.1 INTRODUÇÃO

Como já foi dito no capítulo 3, apesar dos WECs serem uma ótima alternativa de geração de energia, poucos desses dispositivos atingiram a maturidade tecnológica necessária para passarem para a fase comercial.

Uma grande barreira nesse sentido é o alto custo inicial desses equipamentos, que encarece a possibilidade de estudos com modelos reais. Diante disso, surge como uma possível solução a utilização de modelos matemáticos que simplifiquem o problema real e forneçam resultados confiáveis.

Apesar de cada tipo de dispositivo apresentar características particulares, em geral, na maioria dos WECs a trajetória da energia presente nas ondas até a energia entregue na rede pode ser dividida em seis etapas, como mostrado Figura 5-1. O foco do presente trabalho está na etapa de absorção, de modo que as outras etapas não serão abordadas.

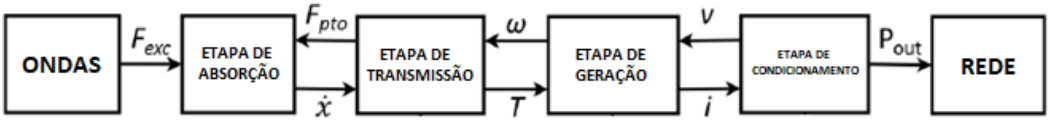


Figura 5-1 - Etapas da conversão da energia das ondas até a rede. Adaptado de Penalba e Ringwood, 2016

Objeto de estudo dessa dissertação, os dispositivos do tipo s*ubmerged pressure differential* possuem um sistema de absorção que pode ser matematicamente modelado como um sistema massa-mola-amortecedor com um grau de liberdade, que já é largamente utilizado para modelagem de sistemas dinâmicos em diversas outras aplicações.

5.2 SISTEMAS DINÂMICOS

5.2.1 VIBRAÇÃO LIVRE

Diz-se que um sistema sofre vibração livre quando oscila apenas sob a ação de uma perturbação inicial, sem a atuação de forças externas. Quando não há nenhum elemento causando a dissipação de energia da massa, essa vibração é denominada não amortecida e a amplitude da vibração permanece constante ao longo do tempo. Porém, na prática, os sistemas não amortecidos são uma idealização, visto que em sistemas reais sempre há uma parcela de perda que introduz certo nível de amortecimento no sistema.

5.2.1.1. NÃO AMORTECIDA

A Figura 5-2 representa uma massa, m, submetida unicamente a uma força restauradora com constante elástica k e com o movimento restrito a uma única direção, x.

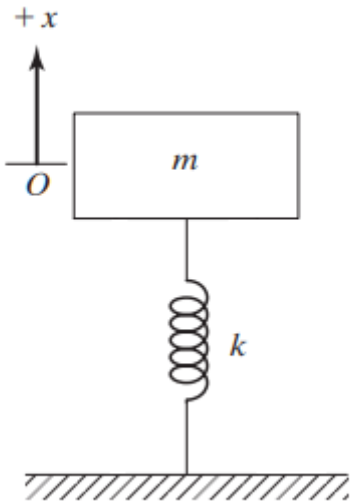


Figura 5-2 – Sistema massa-mola

O movimento dessa massa obedece a seguinte equação dinâmica:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{5.1}$$

A equação (5.1) que descreve o movimento da massa m é uma equação diferencial homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes, e sua solução geral é dada por:

$$x(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t \tag{5.2}$$

Onde, ω_n é a frequência natural do sistema, calculada de acordo com a equação (5.3) e as constantes C_1 e C_2 são determinadas a partir das condições iniciais do sistema.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{5.3}$$

5.2.1.2. AMORTECIDA

Considerando agora a adição particular de um amortecimento viscoso, com constante de amortecimento, c, no sistema apresentado em 5.2.1.1, têm-se a seguinte representação esquemática:

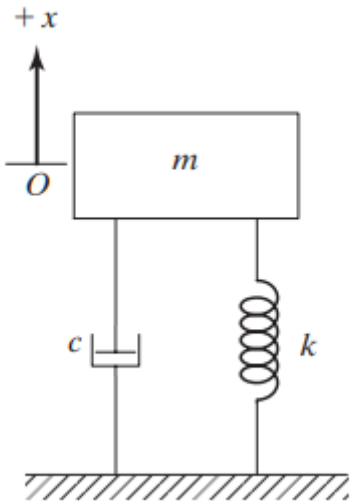


Figura 5-3 – Sistema massa-mola-amortecedor

No caso do amortecimento viscoso, a força de amortecimento é proporcional à velocidade da massa, cuja equação de movimento é descrita por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{5.4}$$

A equação (5.4) que descreve o movimento da massa m também é uma equação diferencial homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes, e sua solução geral é dada por:

$$x(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \tag{5.5}$$

Onde, as constantes C_1 e C_2 são determinadas a partir das condições iniciais do sistema e $\lambda_{1,2}$ são as raízes da equação característica do sistema, calculadas conforme a equação (5.6).

$$\lambda_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \omega_n} \tag{5.6}$$

Dependendo das características intrínsecas ao sistema, a substituição de (5.6) em (5.5) dá origem a três casos diferentes da dinâmica do sistema:

1. **Caso 1: Sistema subamortecido $\left(\frac{c}{2m} < \omega_n\right)$**

   Nesse caso as raízes $\lambda_{1,2}$ são um par de complexo conjugado, dando origem a seguinte equação de movimento:

$$x(t) = e^{-\zeta\omega_n t}\left\{C_1' \cos\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t + C_2' \sin\sqrt{1-\zeta^2}\omega_n t\right\} \tag{5.7}$$

   Onde, as constantes C_1' e C_2' são determinadas a partir das condições iniciais do sistema e ζ é o fator de amortecimento do sistema, calculado a partir de (5.8).

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_n} \tag{5.8}$$

   O movimento descrito pela equação (5.7) é um movimento harmônico amortecido, cuja amplitude decai ao longo do tempo por conta do fator $e^{-\zeta\omega_n t}$.

   A frequência angular do sistema, também chamada de frequência natural amortecida é dada por:

$$\omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\omega_n \tag{5.9}$$

2. Caso 2: Sistema criticamente amortecido $\left(\frac{c}{2m} = \omega_n\right)$

Nesse caso as raízes $\lambda_{1,2}$ são reais e iguais, dando origem a seguinte equação de movimento:

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)e^{-\omega_n t} \tag{5.10}$$

O movimento descrito pela equação (5.10) é não periódico e tende a cessar à medida que $t \rightarrow \infty$, por conta do fator $e^{-\omega_n t}$.

3. Caso 3: Sistema superamortecido $\left(\frac{c}{2m} > \omega_n\right)$

Nesse caso as raízes $\lambda_{1,2}$ são reais e distintas, dando origem a seguinte equação de movimento:

$$x(t) = C_1 e^{(-\zeta + \sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} + C_1 e^{(-\zeta - \sqrt{\zeta^2-1})\omega_n t} \tag{5.11}$$

O movimento descrito pela equação (5.11) é não periódico, independentemente das condições iniciais impostas ao sistema. Visto que os valores de $-\zeta \pm \sqrt{\zeta^2-1}$ são sempre negativos, o movimento decai exponencialmente ao longo do tempo.

A Figura 5-4 apresenta o resultado da dinâmica do sistema quando aplicados os diferentes casos de amortecimento.

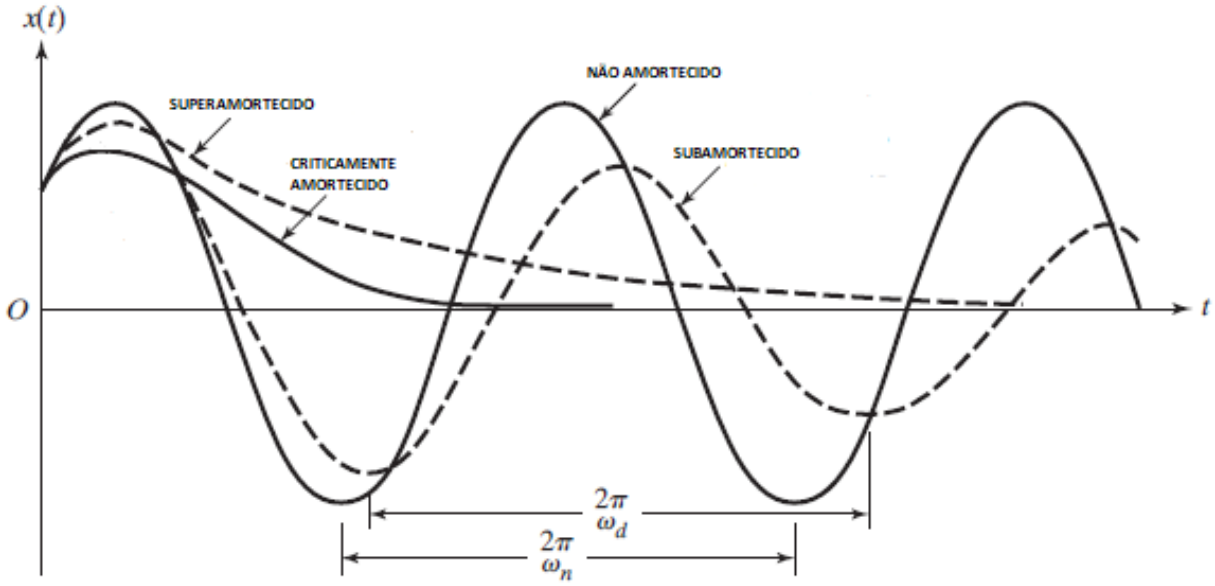


Figura 5-4 – Comparação da dinâmica de um sistema massa-mola-amortecedor sob os diferentes casos de amortecimento

5.2.2 VIBRAÇÃO FORÇADA

5.2.2.1. NÃO AMORTECIDA

Considerando a aplicação de uma força externa harmônica, do tipo $F(t) = F_0 \cos \omega t$, sobre a massa do sistema apresentado na Figura 5-2, obtêm-se a seguinte equação dinâmica para descrição do movimento do sistema:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F_0 \cos \omega t \tag{5.12}$$

A equação (5.12) é uma equação diferencial não homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes, e sua solução geral (5.15) é dada pela soma da solução homogênea $x_h(t)$ com a solução particular $x_p(t)$, apresentadas respectivamente pelas equações (5.13) e (5.14).

$$x_h(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t \tag{5.13}$$

$$x_p(t) = \frac{F_0}{k - m\omega^2} \cos \omega t \tag{5.14}$$

$$x(t) = C_1 \cos \omega_n t + C_2 \sin \omega_n t + \frac{F_0}{k - m\omega^2} \cos \omega t \tag{5.15}$$

Um importante fenômeno a se destacar no estudo de sistemas sujeito a vibrações forçadas é o de ressonância. Quando a frequência da força externa ω se iguala a frequência natural do sistema ω_n, ocorre o fenômeno de ressonância, onde as amplitudes da resposta do sistema tendem ao infinito na ausência de amortecimento.

5.2.2.2. AMORTECIDA

Da mesma forma como foi feito em 5.2.2.1, considerando a aplicação de uma força externa harmônica, do tipo $F(t) = F_0 \cos \omega t$, sobre a massa do sistema apresentado na Figura 5-3, obtêm-se a seguinte equação dinâmica para descrição do movimento do sistema:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F_0 \cos \omega t \tag{5.16}$$

A equação (5.16) é uma equação diferencial não homogênea de segunda ordem com coeficientes constantes, e sua solução geral é dada pela soma da solução homogênea $x_h(t)$, cujas opções foram apresentadas em 5.2.1.2 e a solução particular, $x_p(t)$, dada por:

$$x_p(t) = X \cos(\omega t + \phi) \tag{5.17}$$

Onde X e ϕ são calculados respectivamente por:

$$X = \frac{F_0}{[(k - m\omega^2)^2 + (c\omega)^2]^{1/2}} \tag{5.18}$$

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{c\omega}{k - m\omega^2}\right) \tag{5.19}$$

5.3 MODELAGEM HIDRODINÂMICA DE WECS

A equação que descreve a dinâmica de um corpo rígido flutuante, restringido a se mover somente na direção vertical e submetido à ação das ondas é dada por (Fusco, 2012):

$$m\ddot{x}(t) = f_w(t) + f_b(t) + f_v(t) \tag{5.20}$$

Onde, $x(t)$ é a posição do corpo relativa à posição de equilíbrio, $f_w(t)$ é a força hidrodinâmica devido à interação com as ondas, $f_b(t)$ é a força hidrostática devido ao desequilíbrio entre o empuxo e o peso e $f_v(t)$ representa as perdas devido à viscosidade do fluido.

5.3.1 FORÇA HIDRODINÂMICA

A força hidrodinâmica pode ser decomposta em duas parcelas: A força de excitação $f_{ex}(t)$, que é a força que surge da passagem da onda considerando o corpo imóvel e a força de radiação $f_r(t)$, que é a força que surge devido as ondas geradas pelo movimento do corpo (Fusco, 2012):

$$f_w(t) = f_{ex}(t) + f_r(t) \tag{5.21}$$

A força de excitação é modelada como a integral de convolução entre a elevação da onda $\eta(t)$ e a função de resposta ao impulso $h_{ex}(t)$, um parâmetro relacionado à geometria do corpo e que só pode ser determinado numericamente (Fusco, 2012):

$$f_{ex}(t) = \int_{-\infty}^{t} h_{ex}(\tau)\ \eta(t-\tau)d\tau \tag{5.22}$$

A força de radiação é modelada através da seguinte expressão (Fusco, 2012):

$$f_r(t) = -m_a(\infty)\ddot{x}(t) - \int_{-\infty}^{t} h_r(\tau)\ \dot{x}(t-\tau)d\tau \tag{5.23}$$

Onde, a primeira parcela é relativa à massa adicionada de frequência infinita [1]e a segunda à integral de convolução entre a velocidade de oscilação do corpo $\dot{x}(t)$ e a função de resposta ao impulso $h_r(t)$, outro parâmetro que assim como $h_{ex}(t)$, também está relacionado à geometria do corpo e só pode ser determinado numericamente.

[1] A massa adicionada pode ser entendida fisicamente como a massa de fluido que é acelerada durante o deslocamento do corpo no meio fluido (Pinheiro, 2015).

5.3.2 FORÇA HIDROSTÁTICA

A força hidrostática $f_b(t)$ surge devido ao desequilíbrio entre o peso e o empuxo do corpo e é proporcional ao seu deslocamento vertical em relação a sua posição de equilíbrio. A força hidrostática é expressa pela equação (5.24) (Fusco, 2012):

$$f_b(t) = -K_b x(t) \tag{5.24}$$

Onde, K_b é a constante de rigidez hidrostática, calculada multiplicando-se a massa especifica do fluido ρ, a aceleração da gravidade g e a seção transversal média da área molhada do corpo S_w (Fusco, 2012):

$$K_b = \rho g S_w \tag{5.25}$$

As equações (5.24) e (5.25) são uma aproximação válida apenas para as condições de pequenos deslocamentos e de corpos cuja seção transversal é pequena em comparação ao comprimento de onda (Fusco, 2012).

5.3.3 FORÇA VISCOSA

A força viscosa $f_v(t)$ surge devido ao atrito entre as partículas de fluido e a superfície do corpo. Apesar dessa força não ser levada em consideração na teoria linear de onda, no estudo de WECs ela se torna relevante visto que introduz perdas significativas de energia ao sistema.

A força viscosa é geralmente modelada como uma função quadrática da velocidade de oscilação do corpo, usando a equação de Morison (Sergiienko, 2018):

$$f_v(t) = -\frac{1}{2}\rho C_d A \dot{x}(t)|\dot{x}(t)| \tag{5.26}$$

Onde, ρ é a massa especifica do fluido, C_d é o coeficiente de arrasto, que só pode ser calculada por meio de ensaios experimentais ou simulações numéricas, e A é a área da seção transversal do corpo perpendicular ao escoamento do fluido.

Substituindo as equações (5.23), (5.24) e (5.26) na equação geral (5.20) e mantendo $f_{ex}(t)$ e $f_v(t)$ sem suas respectivas expansões dadas pelas equações (5.21) e

(5.26), obtemos a seguinte equação para descrever o comportamento hidrodinâmico do corpo:

$$m\ddot{x}(t) = f_{ex}(t) - m_a(\infty)\ddot{x}(t) - \int_{-\infty}^{t} h_r(\tau)\ \dot{x}(t-\tau)d\tau - K_b x(t) - f_v(t) \qquad (5.27)$$

A equação (5.27) é a equação utilizada para descrever a hidrodinâmica de corpos flutuantes. A equação para corpos submersos é um caso particular da equação (5.27), onde a parcela de radiação, $\int_{-\infty}^{t} h_r(\tau)\ \dot{x}(t-\tau)d\tau$, e a parcela hidrostática, $K_b x(t)$, são nulas. Daí, para modelar a hidrodinâmica de corpos submersos, obtemos a seguinte expressão:

$$[m + m_a(\infty)]\ddot{x}(t) = f_{ex}(t) + f_v(t) \qquad (5.28)$$

5.4 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA PTO

Quando adicionamos um sistema PTO à modelagem matemática de um WEC submerso, a equação (5.28) passa a contar com outro termo de força no lado direito da equação, $f_u(t)$, referente à força que o PTO vai introduzir ao sistema (Fusco, 2012):

$$[m + m_a(\infty)]\ddot{x}(t) = f_{ex}(t) + f_v(t) + f_u(t) \qquad (5.29)$$

Considerando os diferentes tipos de sistemas PTO, apresentados na seção 4.2, dependendo do nível de precisão que se deseje obter na resposta do sistema, existem diferentes formas de se modelar a força $f_u(t)$, cada uma especificamente desenvolvida para um tipo de sistema PTO.

Entretanto, de uma forma geral, o modelo matemático que descreve a força do sistema PTO em um WEC do tipo *submerged pressure differential* é composto por uma parcela de rigidez proporcional a posição relativa entre o PTO e o WEC e uma parcela de amortecimento proporcional a velocidade de oscilação do WEC. Esse tipo de configuração é chamado de reativa (Wang, Isberg e Tedeschi, 2018):

$$f_u(t) = K_{PTO}x(t) + C_{PTO}\dot{x}(t) \qquad (5.30)$$

Onde, K_{PTO} é a constante de rigidez do sistema PTO e C_{PTO} é o coeficiente de amortecimento do sistema PTO, que podem ser definidos como funções lineares ou não lineares da posição $x(t)$ e da velocidade $\dot{x}(t)$, respectivamente.

É importante ressaltar que não necessariamente a força do sistema PTO é modelada com uma parcela de rigidez, o que dá origem a outra configuração dessa força, chamada de configuração resistiva:

$$f_u(t) = C_{PTO}\dot{x}(t) \tag{5.31}$$

6 ESTRATÉGIAS DE CONTROLE

As ondas do mar ocorrem em uma ampla faixa de frequências. Porém, os WECs só conseguem absorver energia de forma eficiente em uma pequena fração dessa faixa, em torno da sua frequência natural, como mostrado na Figura 6-1 (Pecher e Kofoed, 2017).

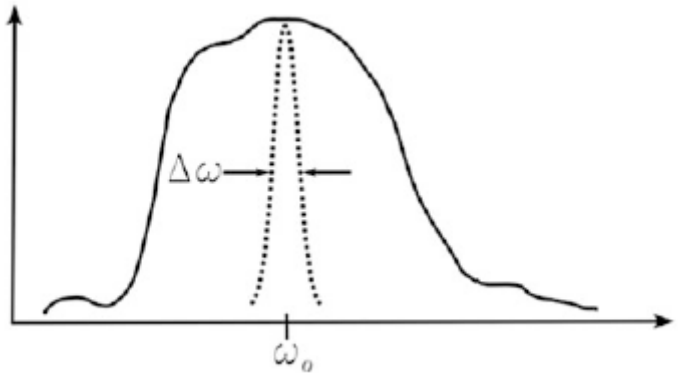


Figura 6-1 – Comparação do espectro de onda com o espectro de resposta de um WEC (Pecher e Kofoed, 2017)

Além disso, a faixa de frequências do espectro de onda pode variar com o tempo e com as estações. Tendo em vista essa variabilidade, para tornar os WECs mais eficientes, é necessário que eles sofram um ajuste dinâmico com o objetivo de aumentar a fração do espectro de onda em que o WEC absorve energia de forma eficiente. Esse processo de ajuste do dispositivo é chamado de controle (Fusco, 2012).

O objetivo de uma estratégia de controle é fazer com que o WEC atenda às especificações de desempenho ideais. Essa estratégia se propõe a modificar alguns parâmetros físicos específicos do sistema, otimizando o desempenho global do WEC (Penalba e Ringwood, 2016).

Uma das propriedades da estratégia de controle é o tempo dispendido para levar o dispositivo da condição inicial até a condição ótima. Dependendo da estratégia empregada e sobre qual parâmetro ela vai atuar, o dispositivo pode ser ajustado para cada estado do mar e/ou para cada onda incidente. No primeiro caso, o ciclo de ajuste pode levar de alguns minutos a algumas horas e é conhecido como ajuste lento. No

segundo, o dispositivo é ajustado em cerca de alguns segundos, o que é conhecido como ajuste rápido (Pecher e Kofoed, 2017).

Algumas das estratégias de controle utilizadas para atingir essas condições são detalhadas a seguir.

6.1 CONTROLE HIDRODINÂMICO

O controle hidrodinâmico atua na estrutura mecânica do subsistema de absorção de energia do *wave energy converter*. Seu objetivo é modificar o comportamento hidrodinâmico do dispositivo de forma que ele seja otimizado para cada onda durante as operações em tempo real.

Um primeiro exemplo desse controle pode ser encontrado no estudo de Tom *et al.*, (2016), onde a área da superfície molhada do dispositivo é ajustada de acordo com as variações de estado de mar. Esse ajuste provoca uma modificação na força de excitação sofrida pelo sistema, o que acaba influenciando no seu desempenho.

Outro exemplo é explicado por Tri *et al.*, (2016), onde um controlador mecânico é projetado para ajustar o ângulo de inclinação do eixo do absorvedor conforme as condições da onda incidente, de forma que o dispositivo possa absorver a maior parte da energia das ondas.

Outra forma de se controlar a hidrodinâmica de um *wave energy converter* é intervir na inércia do sistema.

Em Lucas *et al.*, (2009), mostra-se que o desempenho do dispositivo é alterado ao se reorganizar a distribuição de massa do sistema. Daí, o desempenho do dispositivo pode ser otimizado para um determinado estado do mar, modificando-se o valor do centro de massa do sistema.

Em Piscopo *et al.*, (2016), é adicionada ao dispositivo uma massa submersa para modificar sua frequência natural. Com isso, busca-se atigir a situação de ressonância de modo a maximizar a absorção de energia.

De forma semelhante ao estudo dessa dissertação, em Flocard e Finnigan, (2012), busca-se melhorar a captação de energia de um *wave energy converter*,

modificando-se a inércia do sistema, através do enchimento de compartimentos do dispositivo com água.

Por fim, em Vantorre, Banasiak e Verhoeven, (2004), esse método de controle da inércia de um *wave energy converter* com massa suplementar é validado fisicamente, e os resultados do desempenho hidrodinâmico e da absorção de energia são comparados com os de cálculos numéricos.

6.2 CONTROLE DO PTO

O controle do PTO é uma tarefa complexa, visto que esse controle pode se estender sobre uma diversidade de parâmetros dos muitos componentes de um sistema PTO.

Além disso, como o subsistema de transmissão (que compreende o sistema PTO) se conecta tanto com o subsistema de absorção quanto com o subsistema de geração, uma modificação em seus parâmetros pode afetar profundamente o desempenho do *wave energy converter*.

Por esse motivo, nessa seção só será abordado o controle concentrado em atuar sobre a força que o sistema PTO produz no subsistema de absorção. De um modo geral, as estratégias de controle que se encaixam nessa descrição podem ser divididas em duas categorias: O controle reativo e o controle resistivo.

6.2.1 CONTROLE REATIVO

O controle reativo visa maximizar a absorção de energia em todo o intervalo de frequências das ondas, ajustando o sistema de forma que ele se encontre constantemente em ressonância. Para isso, é necessário que parte da energia absorvida pelo dispositivo seja devolvida ao subsistema de absorção de forma a manter sua velocidade em fase com a força de excitação das ondas (Pecher e Kofoed, 2017).

Matematicamente, o controle reativo representaria um ajuste dinâmico tanto no coeficiente de rigidez K_{PTO} quanto no coeficiente de amortecimento C_{PTO} da expressão (5.30), utilizada para modelar a força do PTO (Wang, Isberg e Tedeschi, 2018).

Uma mudança nesses coeficientes provoca uma modificação direta na força que o PTO causa no subsistema de absorção, resultando em um novo comportamento do dispositivo, e consequentemente, em um novo valor de potência absorvida (Wang, Isberg e Tedeschi, 2018).

Embora esta estratégia possa aumentar a absorção de energia, ela leva a concepção de sistemas PTO com mecanismos complexos. Por isso, muitas variações desse controle foram elaboradas de forma a simplificar o problema, em detrimento do compromisso de manter um controle ótimo do dispositivo para uma grande fração do espectro de ondas (Pecher e Kofoed, 2017).

6.2.2 CONTROLE RESISTIVO

No caso do controle resistivo, também conhecido como controle passivo, considera-se que a força que o sistema PTO exerce no subsistema de absorção é definida através da expressão (5.31), ou seja, que a força do PTO seja um carregamento puramente resistivo (Wang, Isberg e Tedeschi, 2018).

Dessa forma, não há um fluxo bidirecional de energia entre os subsistemas de absorção e transmissão e o sistema PTO atua somente como um amortecedor para o dispositivo (Wang, Isberg e Tedeschi, 2018).

Nesse sentido, o controle resistivo visa ajustar o coeficiente de amortecimento C_{PTO} da expressão (5.31), de forma a manter o sistema em ressonância (Wang, Isberg e Tedeschi, 2018).

Dentro dessa classificação de controle resistivo, existe uma subcategoria denominada controle discretos. Nessa subcategoria as estratégias de controle não atuam ininterruptamente no ajuste do coeficiente de amortecimento do PTO, mas sim em intervalos de tempo definidos, o que explica o seu nome (Pecher e Kofoed, 2017).

Dentre as estratégias de controle que fazem parte dessa categoria, os controles de *latching* e *declutching* são os mais relevantes e seu princípio de funcionamento é relativamente bem simples (Pecher e Kofoed, 2017).

O controle de *latching* é uma estratégia de controle que consiste em travar o dispositivo quando sua velocidade é zero e liberá-lo quando a força de excitação tem uma determinada fase que maximiza a absorção de energia (Pecher e Kofoed, 2017).

De forma semelhante, o controle de *declutching* é uma estratégia de controle que desacopla o subsistema de absorção do subsistema de transmissão, de forma que a força do PTO se torna nula durante algumas partes do ciclo. Quando a força do PTO, em conjunto com as outras forças do sistema, maximiza a absorção de energia, os subsistemas são novamente acoplados (Fusco, 2012).

A principal desvantagem dessa categoria é que, em geral, é necessário o conhecimento futuro das ondas para saber quando fixar e liberar o dispositivo. Além disso, a acoplamento e a fixação do dispositivo podem requerer forças muito grandes, o que inviabilizaria a aplicação dessas estratégias (Pecher e Kofoed, 2017).

7 METODOLOGIA

Nesse capítulo será descrito o procedimento utilizado para realizar o estudo proposto. Em primeiro lugar, na seção 7.1, é apresentado o modelo matemático que descreve a dinâmica do sistema estudado. Esse modelo foi gerado e simulado através do *software* SITUA-Prosim, descrito mais detalhadamente ao longo dessa seção.

Em seguida, nas seções 7.2 e 7.3, demonstra-se como foram feitos os cálculos de importantes parâmetros usados para aferir as conclusões desse estudo. Na seção 7.2, por meio de um diagrama de distribuição da probabilidade de ocorrência e do espectro de JONSWAP modificado para representação do mar irregular, é possível calcular a potência disponível para ser absorvida. Já na seção 7.3, a partir da análise dinâmica do sistema no domínio da frequência, é possível calcular quanto dessa energia disponível será absorvida pelo WEC.

Na seção 7.4, é apresentado o estudo de sensibilidade realizado para entender a influência das principais variáveis do sistema na absorção de energia. As variáveis escolhidas foram: o diâmetro da boia, a altura da boia, a lâmina d'água, a profundidade da boia e o fator de amortecimento do PTO. Para cada uma dessas variáveis foram simulados quatro valores distintos sob as condições de mar regular e irregular.

Por fim, na seção 7.5, introduz-se os principais cálculos e variáveis que são adicionados ao problema diante da aplicação do sistema de controle proposto. Inicia-se essa seção apresentando o objetivo do sistema de controle e como será sua atuação para atingir a condição de ressonância, premissa de suma importância para esse trabalho. Por fim, a seção é finalizada apresentando-se as principais limitações intrínsecas ao sistema de controle e as restrições que elas impõem ao funcionamento do sistema.

7.1 DEFINIÇÃO DO MODELO

A modelagem matemática de WECs do tipo s*ubmerged pressure differential* pode ser aproximada pela mesma modelagem aplicada à dinâmica de sistemas massa-mola-amortecedor sob a ação de uma força externa. A Figura 7-1 ilustra essa aproximação.

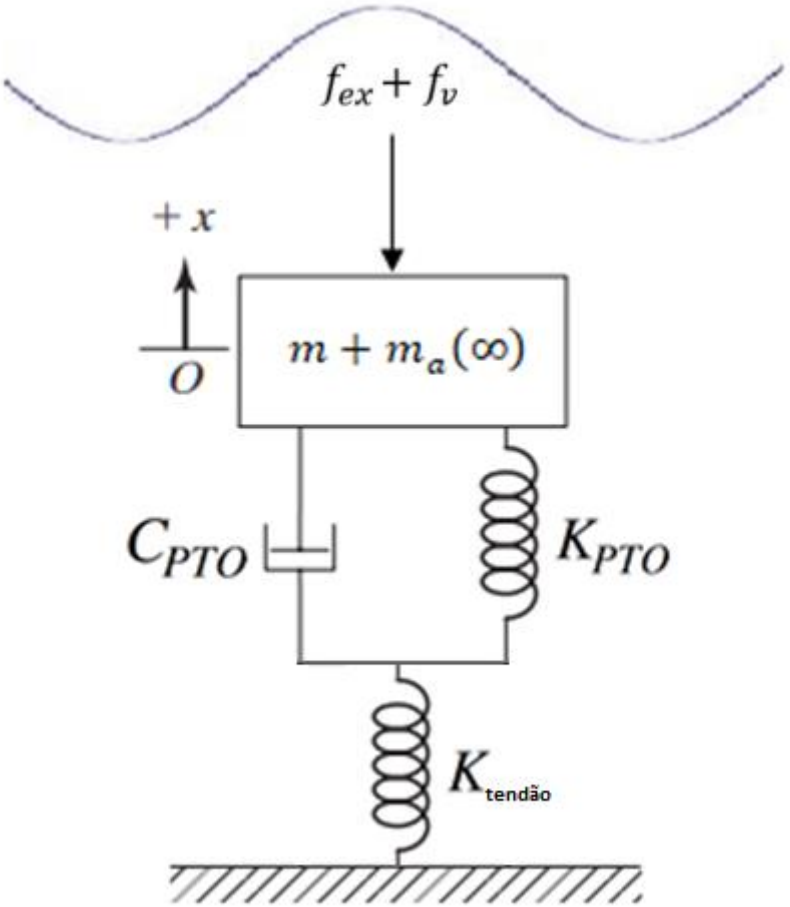


Figura 7-1 – Esquematização de um submerged pressure differential a partir de um sistema massa-mola-amortecedor

A Figura 7-1 foi elaborada a partir das equações (5.29) e (5.30) mostrando que a dinâmica do *submerged pressure differential* pode ser esquematicamente representada por um sistema massa-mola-amortecedor com os coeficientes de rigidez e amortecimento provenientes do sistema PTO.

Além disso, foi considerado que o sistema PTO estaria preso ao solo por um tendão muito rídigo ($K_{tendão} = \infty$), mantendo a posição do sistema PTO fixa ao longo da simulação dinâmica e mantendo o comportamento dinâmico do sistema puramente dependente das características de amortecimento e rigidez do sistema PTO.

Depois de propriamente desenvolvido o modelo matemático que define o problema, utilizou-se o *software* SITUA-Prosim, desenvolvido pelo Laboratório de

Métodos Computacionais e Sistemas Offshore da COPPE/UFRJ, como ferramenta para a realização das simulações numéricas que compõem o escopo desse trabalho.

"Conforme Jacob, 2006, o programa Prosim incorpora um modelo hidrodinâmico de casco de unidade flutuante e um modelo de elementos finitos de linhas de ancoragem, risers, entre outras. O código é estruturado de forma a realizar um processo de integração no tempo considerando a interação não linear do comportamento hidrodinâmico do casco e o estrutural e hidrodinâmico das linhas.

Já o SITUA configura-se como a interface gráfica de pré e pós-processamento dos modelos utilizados para análise pelo Prosim. Os dados a respeito das estruturas e sistemas a serem calculados são inseridos através desta interface, que conta com visualização 3D e animação dos resultados. Durante a elaboração deste trabalho foi utilizado o SITUA2, em versão beta recém-lançada, mas que utiliza como código de cálculo um Prosim compatível com a última versão disponível do SITUA original." (Araújo, 2017).

Na Figura 7-2, é apresentado o modelo do *submerged pressure differential* gerado a partir da interface do SITUA. Em primeiro lugar, nota-se que foi adotada uma geometria cilíndrica para a boia. Essa escolha foi baseada na simplicidade relativa às propriedades hidrodinâmicas de corpos cilíndricos e na sua larga utilização na literatura.

Em seguida, é possível observar uma linha conectada ao corpo. Essa linha é uma das ferramentas do *software* e foi usada como artifício para modelar a parcela de rigidez do sistema PTO.

A extremidade superior da linha foi considerada complacente com os movimentos da boia, enquanto que a extremidade inferior foi fixada, visto que esse é o efeito obtido ao se considerar que o sistema PTO estaria preso ao solo por um tendão muito rídigo.

Quanto à parcela de amortecimento do sistema PTO, esta foi modelada como um amortecimento linear aplicado diretamente ao corpo.

Já as forças que surgem da interação do corpo com o fluido são calculadas internamente pelo programa. Esses cálculos são realizados a partir dos dados iniciais

fornecidos pelo usuário sobre as características do corpo e do carregamento de onda, levando em consideração a teoria linear de onda de Airy, definida em 2.4.

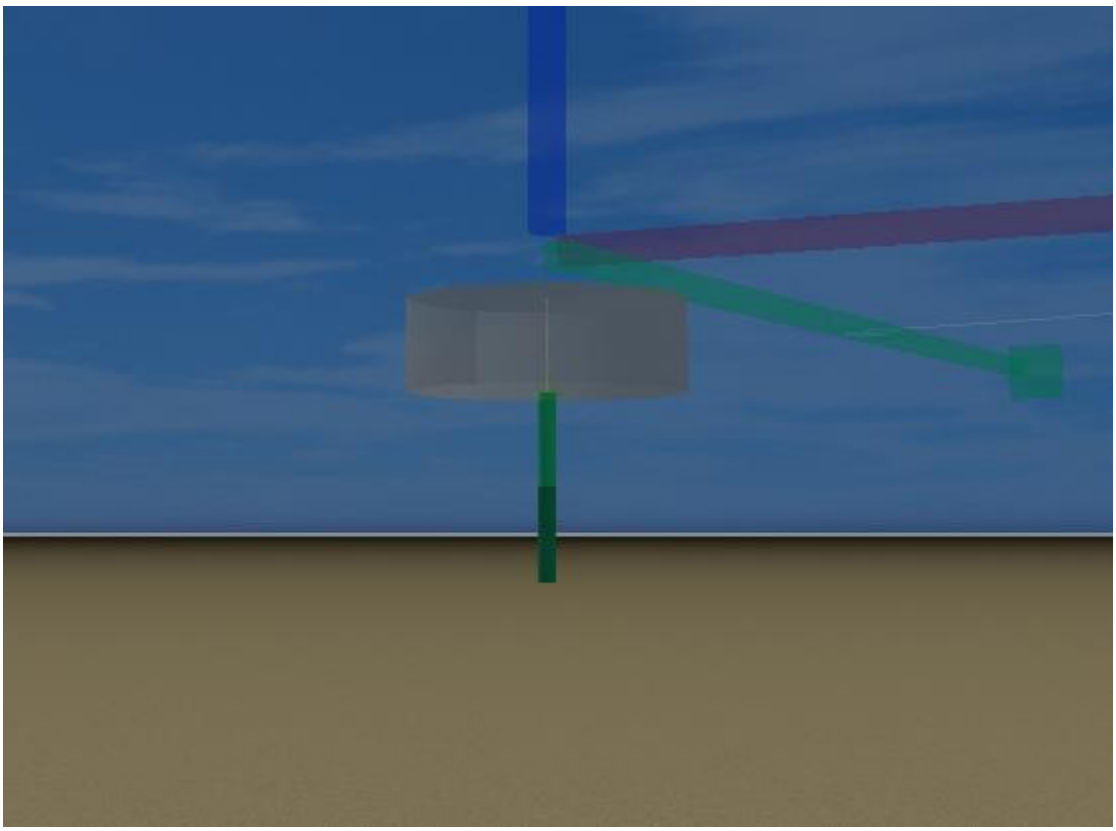


Figura 7-2 – Submerged pressure differential modelado a partir do software SITUA-Prosim

7.2 CÁLCULO DA POTÊNCIA DISPONÍVEL

O primeiro passo na análise do desempenho de WECs é o levantamento do recurso disponível, ou seja, a verificação das características do mar local para avaliar a potência útil disponível.

Nesse estudo, foi utilizado o diagrama de probabilidade de ocorrências conjunta de altura significativa de onda e de período de pico apresentado na Figura 7-3 para simular as características do mar onde o dispositivo será simulado.

Altura significativa de onda (H_s) [m]	Período de pico (T_p) [s]												
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	Total
0.25	4.650%	9.106%	2.765%	0.600%	0.118%	0.023%	0.006%	0.001%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	17.27%
0.75	0.648%	11.359%	12.529%	6.099%	2.200%	0.646%	0.156%	0.030%	0.007%	0.003%	0.001%	0.000%	33.68%
1.25	0.018%	2.609%	8.974%	7.947%	3.995%	1.484%	0.407%	0.081%	0.015%	0.003%	0.002%	0.000%	25.53%
1.75	0.000%	0.357%	3.500%	4.692%	2.919%	1.306%	0.413%	0.087%	0.015%	0.002%	0.001%	0.000%	13.29%
2.25	0.000%	0.041%	1.079%	2.087%	1.517%	0.816%	0.310%	0.069%	0.010%	0.002%	0.001%	0.000%	5.93%
2.75	0.000%	0.004%	0.290%	0.806%	0.684%	0.440%	0.180%	0.044%	0.008%	0.001%	0.000%	0.000%	2.46%
3.25	0.000%	0.000%	0.070%	0.297%	0.302%	0.227%	0.104%	0.028%	0.005%	0.001%	0.000%	0.000%	1.03%
3.75	0.000%	0.000%	0.017%	0.110%	0.128%	0.107%	0.054%	0.014%	0.003%	0.000%	0.000%	0.000%	0.43%
4.25	0.000%	0.000%	0.004%	0.040%	0.061%	0.053%	0.029%	0.009%	0.002%	0.000%	0.000%	0.000%	0.20%
4.75	0.000%	0.000%	0.001%	0.013%	0.028%	0.028%	0.018%	0.003%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.09%
5.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.005%	0.013%	0.015%	0.009%	0.003%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.04%
5.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.002%	0.006%	0.007%	0.005%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.02%
6.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.002%	0.004%	0.002%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
6.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.001%	0.001%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
7.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.001%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
7.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
8.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
8.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
9.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
9.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
10.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
10.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
11.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
11.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
Total	5.32%	23.48%	29.23%	22.70%	11.97%	5.16%	1.69%	0.37%	0.07%	0.01%	0.01%	0.00%	100.00%

Figura 7-3 – Distribuição da probabilidade de ocorrência conjunta de altura significativa de onda e período de pico

O modelo probabilístico adotado para a representação do mar irregular foi o espectro de JONSWAP modificado pela Petrobras para a Bacia de Campos, cuja formulação, baseada na frequência f, é apresentada a seguir (Silva, 2014):

$$S_\eta(f) = \frac{5}{16} H_s^2 T_p \left(\frac{f_p}{f}\right)^5 (1 - 0.287 \ln \gamma) e^{-1.25\left(\frac{f}{f_p}\right)^{-4}} \gamma^{e^{-\left(\frac{(f-f_p)^2}{2\sigma^2 f_p^2}\right)}} \tag{7.1}$$

Onde, a frequência de pico f_p é definida por (7.7), o parâmetro de pico γ por (7.8) e o fator de forma σ como (7.9) (Silva, 2014):

$$f_p = \frac{1}{T_p} \tag{7.2}$$

$$\gamma = 6.4 T_p^{-0.491} \tag{7.3}$$

$$\sigma = \begin{cases} 0.07, & f \leq f_p \\ 0.09, & f > f_p \end{cases} \tag{7.4}$$

Segundo a norma DNV-RP-C205 (DNV, 2010), se o espectro de densidade energética da onda é dado em função da frequência, ele pode ser convertido como uma função da frequência angular de acordo com a seguinte fórmula:

$$S(\omega) = \frac{S(f)}{2\pi} \tag{7.5}$$

Daí, dado um mar irregular descrito por um espectro de densidade energética $S(\omega)$, a energia média da onda por metro quadrado de superfície do mar é calculada por (Fusco, 2012):

$$E[\frac{J}{m^2}] = \rho g \int_0^{+\infty} S(\omega) d\,\omega \tag{7.6}$$

Considerando-se que a elevação das ondas do mar em águas profundas assume uma distribuição gaussiana, a potência média da onda por metro de frente de onda é calculada por (Fusco, 2012):

$$P[\frac{W}{m}] = \frac{\rho g^2}{2} \int_0^{+\infty} \frac{S(\omega)}{\omega} d\,\omega \tag{7.7}$$

Além do cálculo direto a partir do espectro, a energia e potência média da onda podem ser calculadas a partir dos parâmetros que caracterizam as ondas irregulares. Nesse caso, os parâmetros a serem utilizados são a altura significativa de onda H_s e o período de energia T_e, que podem ser definidos a partir do espectro de onda utilizando as seguintes relações (Fusco, 2012):

$$H_s = 4\sqrt{m_0} \tag{7.8}$$

$$T_e = 2\pi \frac{m_{-1}}{m_0} \tag{7.9}$$

Onde, m_0 e m_{-1} são os momentos espectrais de ordem 0 e -1, respectivamente, que podem ser calculados através da seguinte formulação (Fusco, 2012):

$$m_k = \int_0^{+\infty} m^k S(\omega) d\omega \tag{7.10}$$

Com base nas equações (7.8), (7.9) e (7.10), expressões equivalentes para a energia e potência média de uma onda irregular podem ser derivadas de (7.6) e (7.7) (Fusco, 2012):

$$E[\frac{J}{m^2}] = \frac{\rho g}{16} H_s^2 \tag{7.11}$$

$$P[\frac{W}{m}] = \frac{\rho g^2}{64\pi} H_s^2 T_e \tag{7.12}$$

Vale ressaltar que essas equações só são validas enquanto forem consideradas ondas em águas profundas, onde a hipótese de distribuição gaussiana da elevação das ondas ainda é aplicável.

7.3 CÁLCULO DA POTÊNCIA ABSORVIDA

Como já definido na seção 0, a dinâmica de um WEC, incluindo o sistema PTO é expressa por:

$$m\ddot{x}(t) + m_a(\infty)\ddot{x}(t) + \int_{-\infty}^{t} h_r(\tau)\ \dot{x}(t-\tau)d\tau + K_v\dot{x}(t) + K_b x(t) = f_{ex}(t) + f_u(t) \tag{7.13}$$

Ao se aplicar a transformada de Fourier à equação (7.13) e considerando condições iniciais nulas, $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = 0$, e frequências diferentes de zero, $\omega \neq 0$, obtemos a seguinte expressão:

$$-\omega^2[m + m_\infty + m_a(\omega)]X(\omega) + j\omega[B(\omega) + K_v]X(\omega) + K_b X(\omega) = F_{ex}(\omega) + F_u(\omega) \tag{7.14}$$

A partir da equação (7.14), é possível exprimir a relação entre o deslocamento vertical e as forças do lado direito da equação como:

$$\frac{X(\omega)}{F_{ex}(\omega) + F_u(\omega)} = \frac{1}{-\omega^2[m+m_\infty+m_a(\omega)]+j\omega[B(\omega)+K_v]+K_b} \tag{7.15}$$

E derivando-se a equação (7.15), obtemos a relação entre a velocidade vertical e as forças do lado direito da equação:

$$\frac{V(\omega)}{F_{ex}(\omega) + F_u(\omega)} \triangleq j\omega \frac{X(\omega)}{F_{ex}(\omega) + F_u(\omega)} = \frac{1}{j\omega\left[m+m_\infty+m_a(\omega)-\frac{K_b}{\omega^2}\right]+B(\omega)+K_v} \tag{7.16}$$

Nesse ponto, é convenientemente definir o conceito de impedância intrínseca do sistema $Z_i(\omega)$, parâmetro dependente apenas das propriedades do corpo e calculado a partir do denominador da equação (7.16) (Fusco, 2012):

$$Z_i(\omega) = j\omega\left[m + m_\infty + m_a(\omega) - \frac{K_b}{\omega^2}\right] + B(\omega) + K_v \tag{7.17}$$

De forma geral, no domínio da frequência, a força induzida pelo sistema PTO pode ser expressa como (Fusco, 2012):

$$F_u(\omega) = -Z_u(\omega)V(\omega) \tag{7.18}$$

Onde, $Z_u(\omega)$ é a impedância relativa ao sistema PTO, que pode ser modelado como uma parcela de resistência $R_u(\omega)$ e uma parcela de reatância $X_u(\omega)$, conforme (Fusco, 2012):

$$Z_u(\omega) = R_u(\omega) + jX_u(\omega) \tag{7.19}$$

Substituindo as equações (7.17) e (7.18) em (7.16), é possível derivar a relação entre a velocidade do corpo e a força de excitação como:

$$\frac{V(\omega)}{F_{ex}(\omega)} = \frac{1}{Z_i(\omega)+Z_u(\omega)} \tag{7.20}$$

Tendo em vista que a expressão geral para o cálculo da potência média absorvida pelo corpo é dada por (Fusco, 2012):

$$P_{ex}(\omega) = \frac{1}{2}\Re\{F_{ex}(\omega)V(\omega)^*\} \tag{7.21}$$

Pode-se derivar uma expressão para o cálculo da potência média absorvida substituindo-se a equação (7.20) em (7.21):

$$P_{ex}(\omega) = \frac{1}{2}\frac{B(\omega) + K_v + R_u(\omega)}{|Z_i(\omega) + Z_u(\omega)|^2}|F_{ex}(\omega)|^2 \tag{7.22}$$

De forma análoga, tendo em vista que a expressão geral para o cálculo da potência média absorvida pelo sistema PTO é dada por (Fusco, 2012):

$$P_u(\omega) = -\frac{1}{2}\Re\{F_u(\omega)V(\omega)^*\} \tag{7.23}$$

Pode-se derivar uma expressão para o cálculo da potência média absorvida pelo PTO substituindo-se as equações (7.18) e (7.20) em (7.23):

$$P_u(\omega) = \frac{1}{2}\frac{R_u(\omega)}{|Z_i(\omega) + Z_u(\omega)|^2}|F_{ex}(\omega)|^2 \tag{7.24}$$

7.4 ANÁLISES PARAMÉTRICAS

7.4.1 PARÂMETROS PRINCIPAIS

Inicialmente, procurou-se entender a influência das principais variáveis de entrada do modelo no cálculo de potência média absorvida pelo sistema PTO, para, por fim, definir o valor dessas variáveis que maximizassem esse resultado.

Nesse sentido, foi realizada uma análise paramétrica sobre os parâmetros listados abaixo:

1. Diâmetro da boia, D;
2. Altura da boia, h;
3. Lâmina d'água, d;
4. Profundidade da boia (referente à face superior da boia), $prof$;
5. Fator de amortecimento do PTO, ζ, definido pela equação (5.8).

Visto que as análises paramétricas foram realizadas com base em pares desses parâmetros, as possíveis combinações geraram um total de 10 casos, apresentados na Tabela 7-1:

Tabela 7-1 – Relação de casos das análises paramétricas

Caso	Parâmetros	Caso	Parâmetros
1	$D \times h$	6	$h \times prof$
2	$D \times d$	7	$h \times \zeta$
3	$D \times prof$	8	$d \times prof$
4	$D \times \zeta$	9	$d \times \zeta$
5	$h \times d$	10	$prof \times \zeta$

Além disso, cada parâmetro foi avaliado para quatro valores diferentes, apresentados na Tabela 7-2, o que gerou um total de 16 subcasos para cada um dos 10 casos principais. Vale ressaltar que os valores destacados em verde na Tabela 7-2 são os

valores *default* para os casos em que os parâmetros não estavam sendo particularmente avaliados.

Tabela 7-2 – Valores simulados nas análises paramétricas para cada parâmetro

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valores			
Diâmetro da boia	D	m	5	10	20	30
Altura da boia	h	m	5	10	20	30
Lâmina d'água	d	m	50	75	100	200
Profundidade da boia	$prof$	m	5	10	15	20
Fator de amortecimento do PTO	ζ	%	1	10	50	90

A combinação dos 10 casos com os 16 subcasos gerou um total de 160 análises que compuseram o estudo realizado nessas análises paramétricas.

7.4.2 PARÂMETROS SECUNDÁRIOS

Os parâmetros apresentados na Tabela 7-2 foram definidos como principais porque assumem valores determinados, exclusivamente, a partir das entradas estipuladas pelo usuário.

Além dos parâmetros principais, existe outro grupo de variáveis que foi nomeado como parâmetros secundários, cujos valores são dependentes dos valores adotados nos parâmetros principais. Consequentemente, a modificação dos cinco parâmetros principais acarreta naturalmente em uma modificação desses parâmetros secundários, o que tornou sua avaliação relevante para esse estudo.

Foram contabilizados sete parâmetros secundários no total, apresentados abaixo, juntamente com a forma como foram calculados:

- Coeficiente de massa adicionada C_A:

A expressão utilizada para o cálculo do coeficiente de massa adicionada desse estudo foi baseada nas tabelas da norma DNV-RP-H103 (DNV, 2011):

$$C_A[-] = 1.5476 \cdot \left(\frac{D}{h}\right)^{-0.149} \tag{7.25}$$

Mais detalhes sobre o procedimento utilizado para gerar a equação (7.25) podem ser encontradas no Apêndice A.

- Coeficiente de arrasto C_D:

A expressão utilizada para o cálculo do coeficiente de arrasto desse estudo foi baseada nas tabelas da norma DNV-RP-H103 (DNV, 2011):

$$C_D[-] = 0.0014\left(\frac{h}{D}\right)^4 - 0.0229\left(\frac{h}{D}\right)^3 + 0.1338\left(\frac{h}{D}\right)^2 - 0.3223\left(\frac{h}{D}\right)^1 + 1.12 \tag{7.26}$$

Mais detalhes sobre o procedimento utilizado para gerar a equação (7.26) podem ser encontradas no Apêndice B.

- Centro de gravidade da boia CoG:

O centro de gravidade da boia foi definido como o centroide da boia, ou seja, sua posição vertical é calculada como a metade da altura da boia:

$$CoG[m] = h/2 \tag{7.27}$$

- Massa estrutural da boia m:

A massa estrutural da boia foi definida a partir da premissa de que a boia se encontra em equilíbrio hidrostático, ou seja, seu peso tem a mesma magnitude que seu empuxo. Dessa forma, a massa estrutural da boia m pode ser calculada conforme a equação (7.28), onde $\rho_{água}$ é a massa específica da água do mar, para qual foi adotado o valor de 1025 kg/m^3:

$$m[ton] = \frac{\rho_{água}\pi\frac{D^2}{4}h}{1000} \tag{7.28}$$

- Massa total m_{total}:

A massa total da boia inclui a massa estrutural da boia e a massa adicional do fluido, sendo calculada da seguinte forma (Jacob, 2006):

$$m_{total}[ton] = m + \frac{\frac{4}{3} C_A \rho_{água} \left(\frac{D}{2}\right)^3}{1000} \tag{7.29}$$

- Constante de amortecimento C_{PTO}:

A constante de amortecimento do PTO foi calculada, com base nas equações (5.3) e (5.8), segundo:

$$C_{PTO}[ton/s] = 2 m_{total} \zeta \sqrt{\frac{K_{PTO}}{m_{total}}} \tag{7.30}$$

- Constante de rigidez da linha K_{PTO}:

A constante de rigidez do PTO foi calculada, com base nas equações (5.3) e (5.9), segundo:

$$K_{PTO}[kN/m] = \frac{m_{total}}{(1 - \zeta^2) \cdot \left(\frac{2\pi}{T_n}\right)^2} \tag{7.31}$$

Onde, T_n é o período natural do sistema que pode ser arbitrado pelo usuário de acordo com as particularidades do seu estudo.

7.4.3 CASOS DE CARREGAMENTO

Nas análises paramétricas realizadas, foram considerados somente carregamentos de onda, tanto regulares quanto irregulares, isto porque as ondas são o principal carregamento ambiental que influencia o comportamento dos WECs.

7.4.3.1. ONDA REGULAR

No primeiro conjunto de análises foram utilizadas como carregamento as ondas regulares. Para cada caso definido na Tabela 7-1, foram gerados gráficos da potência absorvida pelo dispositivo *versus* o período da onda regular utilizada na simulação, de forma a comparar o desempenho dos modelos gerados a partir dos seus respectivos subcasos.

Para isso, foram gerados 32 casos de carregamentos de ondas com amplitude unitária e períodos variando de 2.5s a 18s, a cada 0.5s, intervalo usualmente utilizado em análises de onda regular.

7.4.3.2. ONDA IRREGULAR

No segundo conjunto de análises foram utilizadas como carregamento as ondas irregulares. Nesse caso, o objetivo das análises era observar o comportamento da variação dos parâmetros principais, dada a utilização de um carregamento mais próximo das condições do mar real.

As ondas irregulares provêm uma descrição mais realista das condições de onda que ocorrem em um determinado local, ou seja, os resultados das análises em que são utilizadas ondas irregulares tendem a ser mais fiéis ao comportamento real dos WECs.

De forma a avaliar a ocorrência dessas ondas, utiliza-se, geralmente, um diagrama de dispersão, como o apresentado na Figura 7-3, onde cada retângulo colorido representa um estado de mar, cuja probabilidade de ocorrência é apresentada pela porcentagem dentro do retângulo.

Em teoria, para avaliar o desempenho real do WEC na localidade desejada seria preciso avaliar os resultados das análises para cada estado de mar que compõe o diagrama da Figura 7-3, totalizando um valor de 288 estados de mar.

Na prática, levando em consideração o tempo de simulação para analisar cada estado de mar, fica inviavél utilizar esse total de casos de carregamento, visto que eles gerariam um alto custo computacional.

Diante disso, algumas recomendações foram definidas de forma a reduzir o número de estados de mar simulados, consequentemente reduzindo o tempo total de simulação, mas ainda mantendo uma boa acurácia dos resultados (Pecher e Kofoed, 2017):

- A quantidade de estados de mar deve ser limitada (de preferância menos do que 10);
- A contribuição de energia de cada estado de mar deve estar entre 5 e 25% do total;

- Cada estado de mar deve ter uma probabilidade de ocorrência de pelo menos 0.5%;
- É possível agrupar vários retângulos do diagrama de dispersão em um estado de mar equivalente;
- Não é necessário incluir os estados de mar com condições de ondas muito pequenas ou muito grandes, uma vez que eles não contribuirão significativamente para o desempenho do WEC.

Apesar dessas recomendações, nesse trabalho optou-se por utilizar uma abordagem diferente nesse mérito, utilizando o método da perturbação, um método de integração numérica que contabiliza a participação de cada estado de mar, definido na Figura 7-3, na absorção de energia pelo WEC.

7.4.4 MÉTODO DA PERTURBAÇÃO

O método da perturbação é um método de integração numérica baseado na expansão de Taylor de segunda ordem (Low e Cheung, 2012), comumente empregado na estimativa do dano por fadiga de longo prazo em estruturas marítimas.

Devido à similaridade entre as funções de dano acumulado por fadiga de longo prazo e de energia absorvida acumulada, decidiu-se por utilizar nesse trabalho o método da perturbação para contabilizar a contribuição de cada estado de mar na energia total absorvida pelo WEC.

Seja $\theta(h_s, t_p)$ uma função que calcula a absorção de energia pelo WEC para um dado estado de mar, com altura significativa de onda h_s e período de pico t_p. Considerando a expansão de Taylor de segunda ordem em torno do ponto genérico (H, T), $\theta(h_s, t_p)$ pode ser definida como:

$$\theta(h_s,t_p)=\theta(H,T)+(h_s-H)\frac{\partial\theta(h_s,t_p)}{\partial h_s}+(t_p-T)\frac{\partial\theta(h_s,t_p)}{\partial t_p}+\frac{1}{2}(h_s-H)^2\frac{\partial^2\theta(h_s,t_p)}{\partial {h_s}^2}+\frac{1}{2}(t_p-T)^2\frac{\partial^2\theta(h_s,t_p)}{\partial {t_p}^2}+(h_s-H)(t_p-T)\frac{\partial^2\theta(h_s,t_p)}{\partial h_s\partial t_p} \tag{7.32}$$

Com o objetivo de simplificar a equação (7.32), serão definidos:

$$D'_{H_s}=\frac{\partial\theta(h_s,t_p)}{\partial h_s} \tag{7.33}$$

$$D'_{T_p}=\frac{\partial\theta(h_s,t_p)}{\partial t_p} \tag{7.34}$$

$$D''_{H_s}=\frac{\partial^2\theta(h_s,t_p)}{\partial {h_s}^2} \tag{7.35}$$

$$D''_{T_p}=\frac{\partial^2\theta(h_s,t_p)}{\partial {t_p}^2} \tag{7.36}$$

$$D''_{H_s,T_p}=\frac{\partial^2\theta(h_s,t_p)}{\partial h_s\partial t_p} \tag{7.37}$$

Agora, substituindo as equações de (7.33) a (7.37) em (7.32), temos:

$$\theta(h_s,t_p)=\theta(H,T)+(h_s-H)D'_{H_s}+(t_p-T)D'_{T_p}+\frac{1}{2}(h_s-H)^2D''_{H_s}+\frac{1}{2}(t_p-T)^2D''_{T_p}+(h_s-H)(t_p-T)D''_{H_s,T_p} \tag{7.38}$$

Tendo em vista que a função de energia total absorvida pelo WEC é dada pela equação (7.39), onde $f_{H_s,T_p}(h_s,t_p)$ é a função de probabilidade de ocorrência conjunta de altura significativa de onda e de período de pico:

$$\bar{\theta}=\int_0^\infty\int_0^\infty\theta(h_s,t_p)f_{H_s,T_p}(h_s,t_p)\,dh_s dt_p \tag{7.39}$$

Ao substituirmos a equação (7.38) em (7.39), obtemos:

$$\bar{\theta} = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\Big[\theta(H,T) + (h_s - H)D'_{H_s} + \big(t_p - T\big)D'_{T_p} + \frac{1}{2}(h_s - H)^2 D''_{H_s} + \frac{1}{2}\big(t_p - T\big)D''_{T_p} + (h_s - H)\big(t_p - T\big)D''_{H_s,T_p}\Big] f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.40}$$

Sabendo que (Giraldo, 2014):

$$\mu_{H_s} = E(H_s) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} h_s \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.41}$$

$$\mu_{T_p} = E(T_p) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty} t_p \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.42}$$

Ao substituir as equações (7.41) e (7.42) em (7.40) e considerando o ponto de avaliação da expansão de Taylor como as médias da altura significativa de onda e do período de pico ($H = \mu_{H_s}$ e $T = \mu_{T_p}$), temos:

$$\bar{\theta} = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\Big[\theta\left(\mu_{H_s}, \mu_{T_p}\right) + \big(h_s - \mu_{H_s}\big)D'_{H_s} + \left(t_p - \mu_{T_p}\right)D'_{T_p} + \frac{1}{2}\big(h_s - \mu_{H_s}\big)^2 D''_{H_s} + \frac{1}{2}\left(t_p - \mu_{T_p}\right)D''_{T_p} + \big(h_s - \mu_{H_s}\big)\left(t_p - \mu_{T_p}\right)D''_{H_s,T_p}\Big] f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.43}$$

Sabendo que (Giraldo, 2014):

$${\sigma_{H_s}}^2 = Var(H_s) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\big(h_s - \mu_{H_s}\big)^2 \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.44}$$

$${\sigma_{T_p}}^2 = Var(T_p) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\left(t_p - \mu_{T_p}\right)^2 \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.45}$$

$$E\big(H_s - \mu_{H_s}\big) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\big(h_s - \mu_{H_s}\big) \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p = 0 \tag{7.46}$$

$$E\left(T_p - \mu_{T_p}\right) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\left(t_p - \mu_{T_p}\right) \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p = 0 \tag{7.47}$$

$$Cov(H_s, T_p) = \int_0^{\infty}\int_0^{\infty}\big(h_s - \mu_{H_s}\big) \cdot \left(t_p - \mu_{T_p}\right) \cdot f_{H_s,T_p}\big(h_s, t_p\big)\, dh_s dt_p \tag{7.48}$$

Ao substituir as equações de (7.44) a (7.48) em (7.43), obtemos por fim:

$$\bar{\theta} = \theta\left(\mu_{H_s}, \mu_{T_p}\right) + \frac{1}{2}Var(H_s)D''_{H_s} + \frac{1}{2}Var(T_p)D''_{T_p} + Cov(H_s, T_p)D''_{H_s,T_p} \tag{7.49}$$

As derivadas de segunda ordem presentes na equação (7.49) podem ser linearizadas utilizando-se a aproximação de diferenças finitas centrais, conforme:

$$D''_{H_s} = \frac{\theta\left(\mu_{H_s} + \Delta h_s, \mu_{T_p}\right) + \theta\left(\mu_{H_s} - \Delta h_s, \mu_{T_p}\right) - 2\theta\left(\mu_{H_s}, \mu_{T_p}\right)}{{\Delta h_s}^2} \tag{7.50}$$

$$D''_{T_p} = \frac{\theta\left(\mu_{H_s}, \mu_{T_p} + \Delta t_p\right) + \theta\left(\mu_{H_s}, \mu_{T_p} - \Delta t_p\right) - 2\theta\left(\mu_{H_s}, \mu_{T_p}\right)}{{\Delta t_p}^2} \tag{7.51}$$

$$\begin{aligned} D''_{H_s,T_p} = {} & \frac{\theta\left(\mu_{H_s} + \Delta h_s, \mu_{T_p} + \Delta t_p\right) + \theta\left(\mu_{H_s} - \Delta h_s, \mu_{T_p} - \Delta t_p\right)}{4{\Delta h_s}^2{\Delta t_p}^2} \\ & - \frac{\theta\left(\mu_{H_s} - \Delta h_s, \mu_{T_p} + \Delta t_p\right) + \theta\left(\mu_{H_s} + \Delta h_s, \mu_{T_p} - \Delta t_p\right)}{4{\Delta h_s}^2{\Delta t_p}^2} \end{aligned} \tag{7.52}$$

Dessa forma, substituindo as expressões (7.50), (7.51) e (7.52) na equação (7.49), obtem-se uma equação que com apenas nove estados de mar é possível aferir uma aproximação da energia absorvida pelo WEC para o intervalo de tempo e para o local específicos sobre os quais foi elaborado o diagrama da Figura 7-3.

7.5 APLICAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Como já dito no capítulo 6, as estratégias de controle detêm o papel fundamental de manter os WECs, na medida do possível, próximo da situação de ressonância, de forma a maximizar a absorção de energia.

Também foi dito no capítulo 6 que as estratégias de controle podem ser empregadas nos diferentes subsistemas do WEC, atuando na otimização de parâmetros específicos.

Nesse estudo, optou-se por utilizar uma estratégia de controle que atuasse sobre a massa total da boia. A idéia é fazer uso de um sistema capaz de variar a massa da boia

e, consequentemente, o período natural do WEC, buscando a situação em que ele coincida com o período da onda incidente.

Isso é possível tendo em vista a relação (7.53), onde para uma rigidez do sistema PTO, K_{PTO}, e um fator de amortecimento do PTO, ζ, fixos, a partir de uma variação na massa total do sistema provoca-se uma variação no período natural do mesmo.

$$\Delta T_n = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\Delta m_{total}}{K_{PTO}\cdot(1-\zeta^2)}} \tag{7.53}$$

Diante desse objetivo, foi idealizado um sistema, localizado internamente ao WEC, composto por duas bombas, sendo uma responsável por bombear água do mar para dentro da boia e outra responsável por expulsar essa água para fora da boia. Dessa forma, o volume líquido de água retido dentro da boia alteraria a massa do sistema. Uma representação gráfica desse sistema é apresentada pela Figura 7-4.

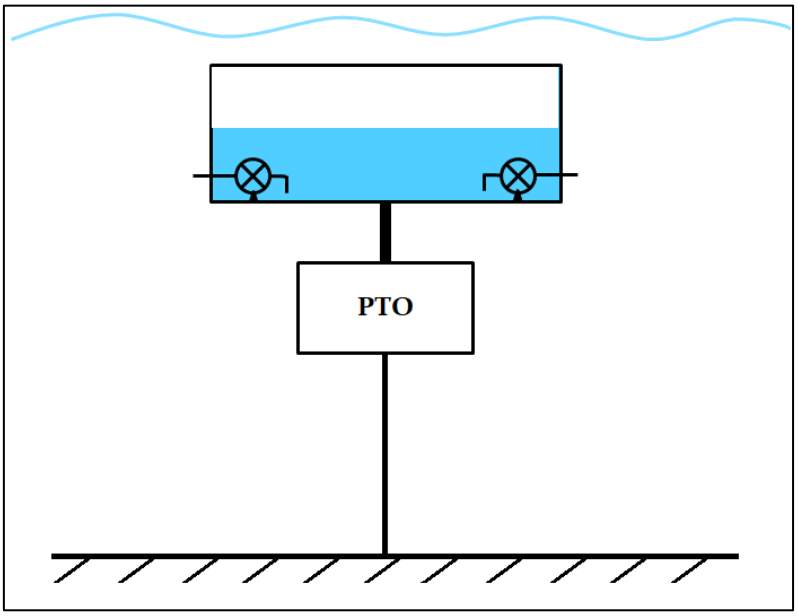


Figura 7-4 – Ilustração do sistema de controle idealizado nesse trabalho

Para que a implementação desse sistema seja viável, ele deve ser capaz de responder às flutuações reais de período das ondas, otimizando o sistema de modo que a geração líquida de energia seja maior do que a do caso em que o WEC não apresenta nenhum controle.

Outro questão importante inerente á aplicação da estratégia de controle é que, por conta de restrições físicas, a variação da massa total do sistema, Δm_{total}, é limitada, o que só permite a validade da estratégia de controle dentro de certa faixa de período de ondas.

Por isso, após determinadas as dimensões da boia e as características do sistema PTO, existem 3 condições que limitam a variação da massa do sistema, determinando a faixa de período de ondas onde será possível a aplicação do controle.

A primeria condição diz respeito ao volume máximo de água que pode ser armazenado dentro da boia. Dadas as dimensões da boia, o seu volume interno útil é limitado o que reflete num limite superior de volume de água e, consequentemente, de massa de água que o sistema pode absorver.

A segunda condição corresponde ao máximo de massa que o sistema pode armazenar sem que o peso da boia supere seu empuxo, levando o sistema a afundar. Essa condição introduz outro limite superior para a quantidade de massa de água que pode ser bombeada para dentro da boia.

Vale ressaltar que durante as análises paramétricas como a massa do sistema permanecia constante, a hipótese de equilíbrio hidrostático foi considerada utilizando apenas uma equivalência entre o peso e o empuxo da boia.

No entanto, a partir da introdução da estratégia de controle que varia a massa do sistema, para manter a hipótese de equilíbrio inicial, percebeu-se que seria necessário adotar uma pré-tração no tendão que ancorava o sistema, de modo que fosse possível absorver as variações no peso da boia.

Como a modelagem do tendão não foi contemplada nesse modelo, a introdução da pré-tração foi produzida numericamente transladando-se a curva de rigidez do PTO. Assim, mesmo para um deslomento inicial nulo, o sistema já apresentaria uma força restauradora inicial.

A última condição estabelece um limite inferior para a faixa de períodos, correspondente justamente ao período natural da boia quando ela se encontra vazia.

8 RESULTADOS

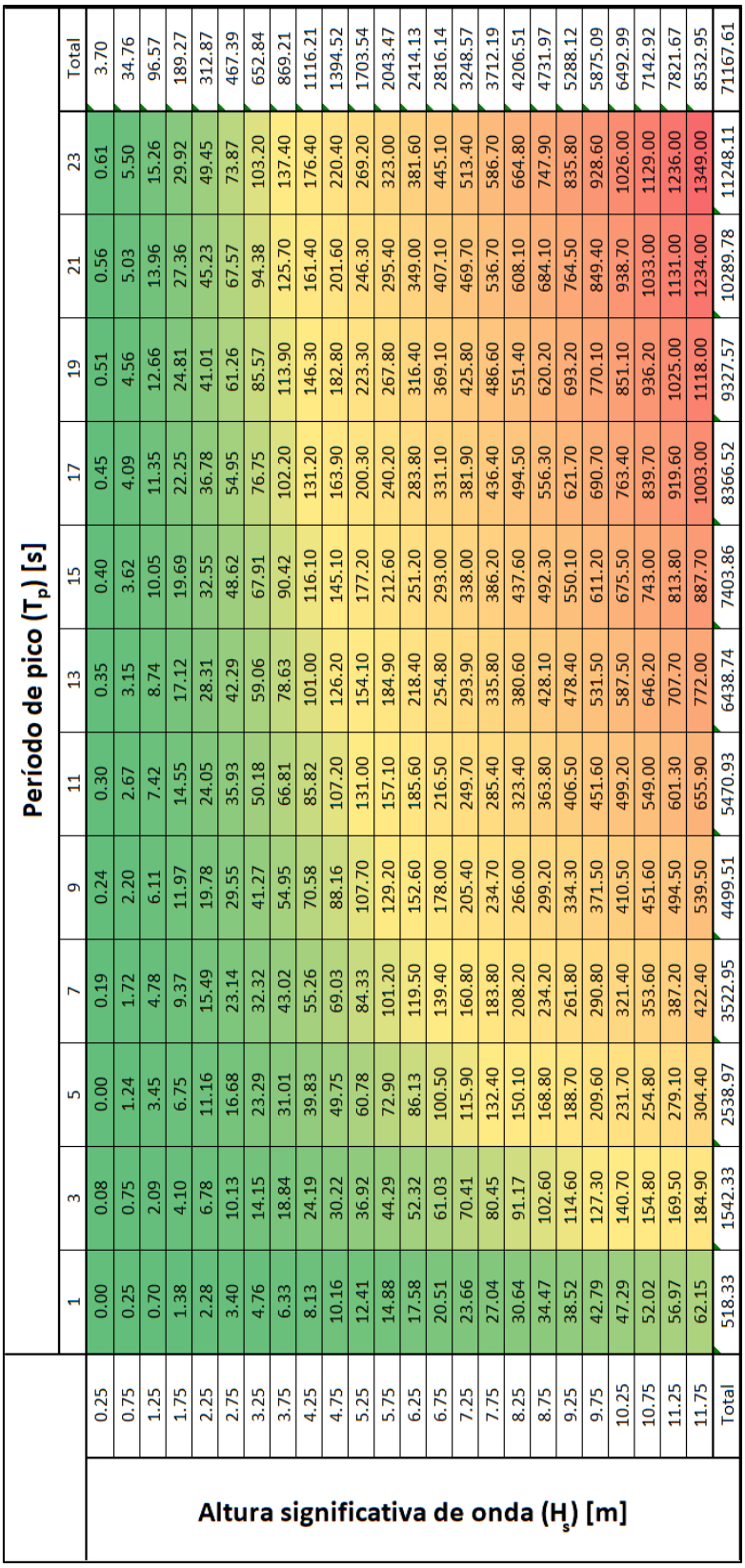
8.1 CÁLCULO DA POTÊNCIA DISPONÍVEL

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia definida na seção 7.2.

Aplicando as equações (7.11) e (7.12) sobre os pares de altura significativa de onda e período de pico do diagrama de probabilidade de ocorrências apresentado na Figura 7-3, obtemos como resultado o diagrama de energia média da onda por metro quadrado de superfície de mar, em kJ/m^2, apresentado na Figura 8-1, e o diagrama de potência média da onda por frente de onda, em kW/m, apresentado na Figura 8-2.

Altura significativa de onda (H_s) [m]	Período de pico (T_p) [s]																			
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	Total
0.25	0.04	0.04	0.00	0.04	0.00	0.00	0.04	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.21
0.75	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.36	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	4.24
1.25	0.97	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	11.75
1.75	1.90	1.93	1.93	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	1.92	23.03
2.25	3.15	3.19	3.19	3.18	3.18	3.17	3.17	3.17	3.17	3.17	3.17	3.17	38.07
2.75	4.70	4.77	4.76	4.75	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	4.74	56.87
3.25	6.57	6.66	6.65	6.63	6.63	6.62	6.62	6.62	6.61	6.61	6.61	6.62	79.44
3.75	8.74	8.86	8.85	8.83	8.82	8.82	8.81	8.81	8.81	8.81	8.81	8.81	105.76
4.25	11.23	11.38	11.36	11.34	11.33	11.32	11.32	11.31	11.31	11.31	11.31	11.31	135.83
4.75	14.02	14.22	14.19	14.17	14.15	14.14	14.13	14.13	14.13	14.13	14.13	14.13	169.67
5.25	17.13	17.37	17.34	17.31	17.29	17.28	17.27	17.26	17.26	17.26	17.26	17.26	207.29
5.75	20.55	20.83	20.80	20.77	20.74	20.72	20.71	20.71	20.70	20.70	20.70	20.71	248.64
6.25	24.28	24.61	24.57	24.53	24.50	24.48	24.47	24.46	24.46	24.46	24.46	24.46	293.74
6.75	28.32	28.71	28.66	28.62	28.58	28.56	28.54	28.54	28.53	28.53	28.53	28.54	342.66
7.25	32.67	33.12	33.07	33.01	32.97	32.95	32.93	32.92	32.91	32.91	32.92	32.92	395.30
7.75	37.33	37.84	37.79	37.72	37.68	37.65	37.63	37.62	37.61	37.61	37.61	37.62	451.71
8.25	42.30	42.88	42.82	42.75	42.70	42.66	42.64	42.63	42.62	42.62	42.62	42.63	511.87
8.75	47.58	48.24	48.17	48.09	48.03	47.99	47.97	47.95	47.94	47.94	47.94	47.95	575.79
9.25	53.18	53.91	53.83	53.74	53.67	53.63	53.60	53.59	53.57	53.58	53.58	53.59	643.47
9.75	59.08	59.90	59.80	59.71	59.63	59.59	59.55	59.54	59.52	59.53	59.53	59.54	714.92
10.25	65.30	66.20	66.10	65.99	65.91	65.85	65.82	65.80	65.78	65.79	65.79	65.80	790.13
10.75	71.82	72.81	72.70	72.58	72.49	72.44	72.40	72.38	72.36	72.36	72.37	72.38	869.09
11.25	78.66	79.74	79.62	79.49	79.39	79.33	79.29	79.27	79.25	79.25	79.26	79.27	951.82
11.75	85.81	86.99	86.86	86.71	86.61	86.54	86.49	86.47	86.45	86.45	86.46	86.47	1038.31
Total	715.67	725.53	724.38	723.22	722.29	721.74	721.39	721.20	720.98	721.01	721.05	721.16	8659.61

Figura 8-1 – Diagrama de energia média da onda por metro quadrado de superfície de mar



Altura significativa de onda (H_s) [m]	Período de pico (T_p) [s]																			
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	Total
0.25	0.00	0.08	0.00	0.19	0.24	0.30	0.35	0.40	0.45	0.51	0.56	0.61	3.70
0.75	0.25	0.75	1.24	1.72	2.20	2.67	3.15	3.62	4.09	4.56	5.03	5.50	34.76
1.25	0.70	2.09	3.45	4.78	6.11	7.42	8.74	10.05	11.35	12.66	13.96	15.26	96.57
1.75	1.38	4.10	6.75	9.37	11.97	14.55	17.12	19.69	22.25	24.81	27.36	29.92	189.27
2.25	2.28	6.78	11.16	15.49	19.78	24.05	28.31	32.55	36.78	41.01	45.23	49.45	312.87
2.75	3.40	10.13	16.68	23.14	29.55	35.93	42.29	48.62	54.95	61.26	67.57	73.87	467.39
3.25	4.76	14.15	23.29	32.32	41.27	50.18	59.06	67.91	76.75	85.57	94.38	103.20	652.84
3.75	6.33	18.84	31.01	43.02	54.95	66.81	78.63	90.42	102.20	113.90	125.70	137.40	869.21
4.25	8.13	24.19	39.83	55.26	70.58	85.82	101.00	116.10	131.20	146.30	161.40	176.40	1116.21
4.75	10.16	30.22	49.75	69.03	88.16	107.20	126.20	145.10	163.90	182.80	201.60	220.40	1394.52
5.25	12.41	36.92	60.78	84.33	107.70	131.00	154.10	177.20	200.30	223.30	246.30	269.20	1703.54
5.75	14.88	44.29	72.90	101.20	129.20	157.10	184.90	212.60	240.20	267.80	295.40	323.00	2043.47
6.25	17.58	52.32	86.13	119.50	152.60	185.60	218.40	251.20	283.80	316.40	349.00	381.60	2414.13
6.75	20.51	61.03	100.50	139.40	178.00	216.50	254.80	293.00	331.10	369.10	407.10	445.10	2816.14
7.25	23.66	70.41	115.90	160.80	205.40	249.70	293.90	338.00	381.90	425.80	469.70	513.40	3248.57
7.75	27.04	80.45	132.40	183.80	234.70	285.40	335.80	386.20	436.40	486.60	536.70	586.70	3712.19
8.25	30.64	91.17	150.10	208.20	266.00	323.40	380.60	437.60	494.50	551.40	608.10	664.80	4206.51
8.75	34.47	102.60	168.80	234.20	299.20	363.80	428.10	492.30	556.30	620.20	684.10	747.90	4731.97
9.25	38.52	114.60	188.70	261.80	334.30	406.50	478.40	550.10	621.70	693.20	764.50	835.80	5288.12
9.75	42.79	127.30	209.60	290.80	371.50	451.60	531.50	611.20	690.70	770.10	849.40	928.60	5875.09
10.25	47.29	140.70	231.70	321.40	410.50	499.20	587.50	675.50	763.40	851.10	938.70	1026.00	6492.99
10.75	52.02	154.80	254.80	353.60	451.60	549.00	646.20	743.00	839.70	936.20	1033.00	1129.00	7142.92
11.25	56.97	169.50	279.10	387.20	494.50	601.30	707.70	813.80	919.60	1025.00	1131.00	1236.00	7821.67
11.75	62.15	184.90	304.40	422.40	539.50	655.90	772.00	887.70	1003.00	1118.00	1234.00	1349.00	8532.95
Total	518.33	1542.33	2538.97	3522.95	4499.51	5470.93	6438.74	7403.86	8366.52	9327.57	10289.78	11248.11	71167.61

Figura 8-2 – Diagrama de potência média da onda por frente de onda

Comparando a Figura 8-1 e a Figura 8-2 com a Figura 7-3, percebe-se que os estados de mar com maior potencial energético possuem uma baixíssima probabilidade de ocorrência, o que para a simulação de WECs não é interessante.

Diante disso, procurou-se utilizar outra abordagem para o diagrama de energia e potência de onda, com informações mais relevantes para o estudo de WECs.

Nesse contexto, procurou-se, ao invés de somente avaliar a energia e potência absolutas das ondas, considerar também suas probabilidade de ocorrência.

Para isso, utilizou-se as equações (8.1) e (8.2), o que deu origem aos novos diagramas de energia e potência apresentados respectivamente na Figura 8-3 e Figura 8-4.

$$Contri_E = \frac{E_{H_s,T_p} \cdot Prob_{H_s,T_p}}{\sum_{H_s=0.25}^{11.75} \sum_{T_p=1}^{23} \left(E_{H_s,T_p} \cdot Prob_{H_s,T_p} \right)} \tag{8.1}$$

$$Contri_{Pot} = \frac{Pot_{H_s,T_p} \cdot Prob_{H_s,T_p}}{\sum_{H_s=0.25}^{11.75} \sum_{T_p=1}^{23} \left(Pot_{H_s,T_p} \cdot Prob_{H_s,T_p} \right)} \tag{8.2}$$

Altura significativa de onda (H_s) [m]	Período de pico (T_p) [s]																							
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	Total
0.25	0.165%	0.327%	0.004%	0.022%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.52%
0.75	0.207%	3.676%	4.049%	1.968%	0.709%	0.212%	0.050%	0.010%	0.002%	0.001%	0.000%	0.000%	10.88%
1.25	0.016%	2.345%	8.055%	7.121%	3.576%	1.328%	0.364%	0.072%	0.013%	0.003%	0.002%	0.000%	22.89%
1.75	0.001%	0.630%	6.158%	8.239%	5.121%	2.290%	0.724%	0.152%	0.025%	0.004%	0.002%	0.000%	23.35%
2.25	0.000%	0.118%	3.137%	6.061%	4.400%	2.363%	0.897%	0.200%	0.030%	0.006%	0.002%	0.000%	17.21%
2.75	0.000%	0.019%	1.260%	3.498%	2.962%	1.904%	0.777%	0.188%	0.035%	0.003%	0.001%	0.000%	10.65%
3.25	0.000%	0.002%	0.423%	1.797%	1.824%	1.370%	0.629%	0.168%	0.030%	0.003%	0.001%	0.000%	6.25%
3.75	0.000%	0.000%	0.136%	0.883%	1.034%	0.863%	0.434%	0.116%	0.022%	0.001%	0.000%	0.000%	3.49%
4.25	0.000%	0.000%	0.039%	0.414%	0.631%	0.549%	0.302%	0.095%	0.019%	0.001%	0.000%	0.000%	2.05%
4.75	0.000%	0.000%	0.008%	0.165%	0.362%	0.357%	0.226%	0.042%	0.008%	0.000%	0.000%	0.000%	1.17%
5.25	0.000%	0.000%	0.003%	0.072%	0.198%	0.233%	0.142%	0.045%	0.005%	0.000%	0.000%	0.000%	0.70%
5.75	0.000%	0.000%	0.001%	0.031%	0.119%	0.127%	0.089%	0.024%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.39%
6.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.010%	0.048%	0.084%	0.043%	0.015%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.20%
6.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.030%	0.037%	0.023%	0.003%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.10%
7.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.008%	0.030%	0.025%	0.003%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.07%
7.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.006%	0.006%	0.013%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.03%
8.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.006%	0.002%	0.000%	0.000%	0.002%	0.000%	0.000%	0.01%
8.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.005%	0.005%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
9.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.003%	0.005%	0.003%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
9.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.003%	0.003%	0.006%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
10.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.007%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
10.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
11.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
11.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
Total	0.39%	7.12%	23.27%	30.29%	21.04%	11.78%	4.75%	1.13%	0.19%	0.02%	0.01%	0.00%	100.00%

Figura 8-3 – Diagrama de contribuição de energia média da onda

Altura significativa de onda (H_s) [m]	Período de pico (T_p) [s]																							
	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	Total
0.25	0.003%	0.133%	0.001%	0.020%	0.005%	0.001%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.16%
0.75	0.029%	1.499%	2.721%	1.838%	0.847%	0.302%	0.086%	0.019%	0.005%	0.002%	0.001%	0.000%	7.35%
1.25	0.002%	0.956%	5.414%	6.652%	4.271%	1.930%	0.623%	0.142%	0.029%	0.007%	0.004%	0.000%	20.03%
1.75	0.000%	0.257%	4.138%	7.699%	6.119%	3.328%	1.239%	0.300%	0.057%	0.010%	0.007%	0.000%	23.15%
2.25	0.000%	0.048%	2.108%	5.661%	5.255%	3.435%	1.535%	0.393%	0.067%	0.015%	0.006%	0.001%	18.52%
2.75	0.000%	0.008%	0.847%	3.268%	3.538%	2.768%	1.330%	0.371%	0.078%	0.006%	0.002%	0.000%	12.22%
3.25	0.000%	0.001%	0.284%	1.679%	2.179%	1.991%	1.077%	0.331%	0.066%	0.008%	0.003%	0.000%	7.62%
3.75	0.000%	0.000%	0.092%	0.825%	1.235%	1.254%	0.742%	0.229%	0.050%	0.003%	0.000%	0.000%	4.43%
4.25	0.000%	0.000%	0.026%	0.387%	0.754%	0.798%	0.517%	0.186%	0.041%	0.001%	0.000%	0.000%	2.71%
4.75	0.000%	0.000%	0.006%	0.154%	0.432%	0.520%	0.387%	0.083%	0.017%	0.000%	0.000%	0.000%	1.60%
5.25	0.000%	0.000%	0.002%	0.067%	0.237%	0.339%	0.243%	0.088%	0.011%	0.000%	0.000%	0.000%	0.99%
5.75	0.000%	0.000%	0.001%	0.029%	0.142%	0.185%	0.152%	0.047%	0.002%	0.000%	0.000%	0.000%	0.56%
6.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.009%	0.057%	0.122%	0.073%	0.029%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.29%
6.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.036%	0.054%	0.039%	0.006%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.14%
7.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.010%	0.043%	0.042%	0.006%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.10%
7.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.007%	0.008%	0.022%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.04%
8.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.005%	0.009%	0.004%	0.000%	0.000%	0.005%	0.000%	0.000%	0.02%
8.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.007%	0.008%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.02%
9.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.003%	0.008%	0.005%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.02%
9.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.004%	0.004%	0.010%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.02%
10.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.010%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
10.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
11.25	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.00%
11.75	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.006%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.000%	0.01%
Total	0.03%	2.90%	15.64%	28.30%	25.13%	17.12%	8.13%	2.23%	0.42%	0.06%	0.02%	0.00%	100.00%

Figura 8-4 – Diagrama de contribuição de potência média de onda

Agora, a partir da Figura 8-3 e Figura 8-4, tem-se uma melhor ferramenta para avaliar a energia e potência disponíveis para cada estado de mar. Os diagramas de contribuição fornecem uma informação mais completa, considerano tanto a energia e potência propriamente ditas, quanto a probabilidade de ocorrência de seus respectivos estados de mar.

Com esses resultados, fica mais claro observar as faixas de altura significativa de onda e período de pico que oferecem um maior potencial de disponibilização de energia e potência para o dispositivo. Dessa forma, dadas essas faixas, o dispositivo deve ser projetado para operar dentro delas, de forma a aumentar a probabilidade de ocorrência de energia e potência disponível e consequentemente, sua absorção.

Para a Figura 8-3, a faixa com maior probabilidade de contribuição de energia média de onda encontra-se entre 1.25m e 2.25m para a altura significativa de onda e entre 5s e 9s para o período de pico.

Para a Figura 8-4, a faixa com maior probabilidade de contribuição de potência média de onda encontra-se também entre 1.25m e 2.25m para a altura significativa de onda, mas entre 7s e 11s para o período de pico.

8.2 CÁLCULO DA POTÊNCIA ABSORVIDA NAS ANÁLISES PARAMÉTRICAS

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos a partir da aplicação da metodologia definida na seção 7.4.

Conforme foi estabelecido em 7.4.1, foram criados 10 casos de combinações de parâmetros, definidos na Tabela 7-1, a serem estudados nas análises paramétricas. Além disso, tendo em vista que cada um desses parâmetros será avaliado para quatro diferentes valores, definidos na Tabela 7-2, cada caso terá um total de 16 subcasos, apresentados, com respeito ao seu respectivo caso, ao longo da Tabela 8-1 até a Tabela 8-10.

Tabela 8-1 – Subcasos do caso 1

		D [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
h [m]	**5**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	20	3	7	11	15
	30	4	8	12	16

Tabela 8-2 – Subcasos do caso 2

		D [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
d [m]	**50**	1	5	9	13
	75	2	6	10	14
	100	3	7	11	15
	200	4	8	12	16

Tabela 8-3 – Subcasos do caso 3

		D [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
prof [m]	**5**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	15	3	7	11	15
	20	4	8	12	16

Tabela 8-4 – Subcasos do caso 4

		D [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
ζ [%]	**1**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	50	3	7	11	15
	90	4	8	12	16

Tabela 8-5 – Subcasos do caso 5

		h [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
d [m]	**50**	1	5	9	13
	75	2	6	10	14
	100	3	7	11	15
	200	4	8	12	16

Tabela 8-6 – Subcasos do caso 6

		h [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
prof [m]	**5**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	15	3	7	11	15
	20	4	8	12	16

Tabela 8-7 – Subcasos do caso 7

		h [m]			
		5	**10**	**20**	**30**
ζ [%]	**1**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	50	3	7	11	15
	90	4	8	12	16

Tabela 8-8 – Subcasos do caso 8

		d [m]			
		50	**75**	**100**	**200**
prof [m]	**5**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	15	3	7	11	15
	20	4	8	12	16

Tabela 8-9 – Subcasos do caso 9

		d [m]			
		50	**75**	**100**	**200**
ζ [%]	**1**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	50	3	7	11	15
	90	4	8	12	16

Tabela 8-10 – Subcasos do caso 10

		prof [m]			
		5	**10**	**15**	**20**
ζ [%]	**1**	1	5	9	13
	10	2	6	10	14
	50	3	7	11	15
	90	4	8	12	16

Os resultados da potência absorvida pelo sistema PTO para ondas regulares e irregulares, obtidos a partir das simulações realizadas no conjunto que compôs as análises paramétricas, são apresentados respectivamente nas seções 8.2.1 e 8.2.2.

8.2.1 ONDA REGULAR

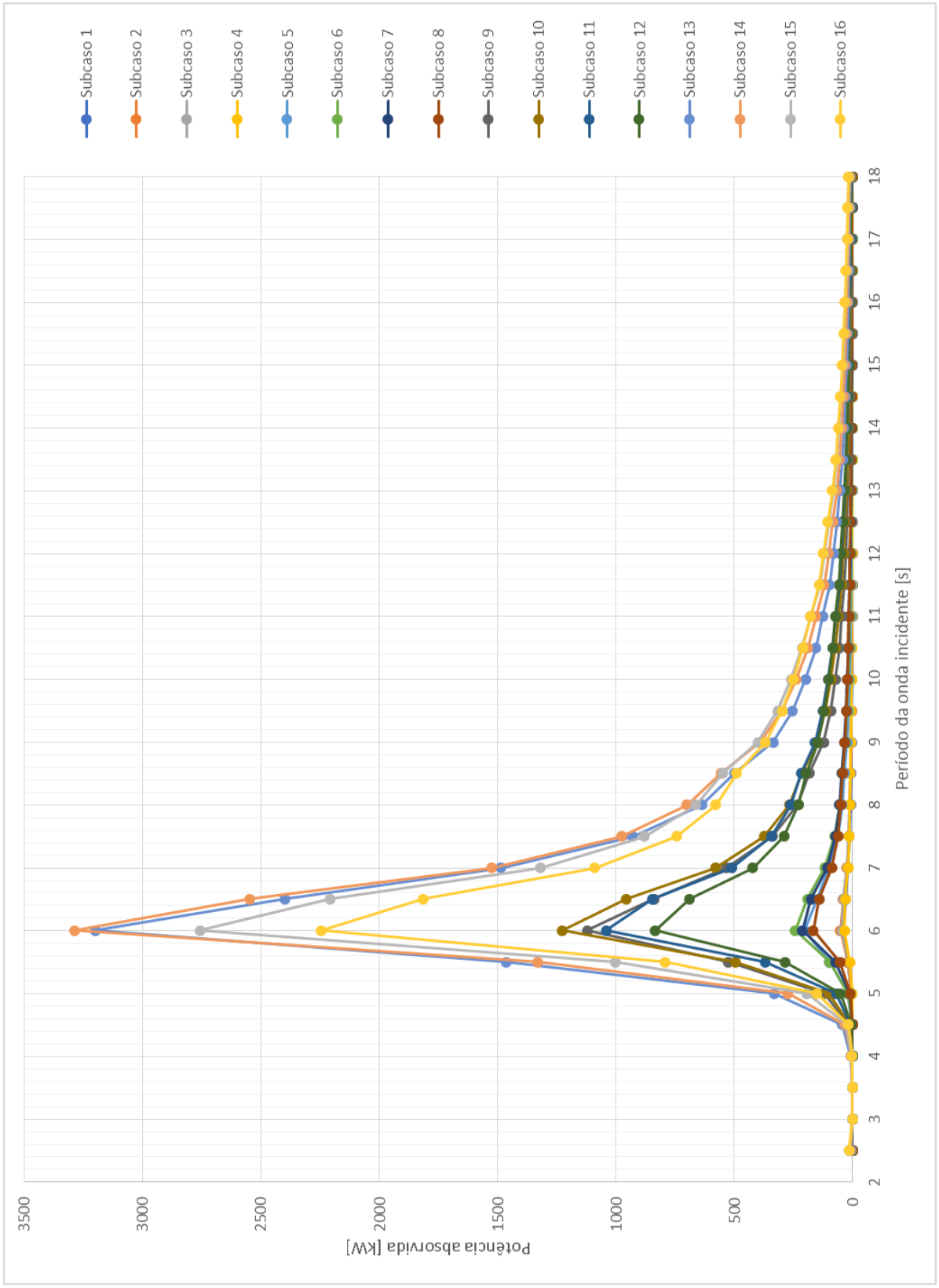


Figura 8-5 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 1

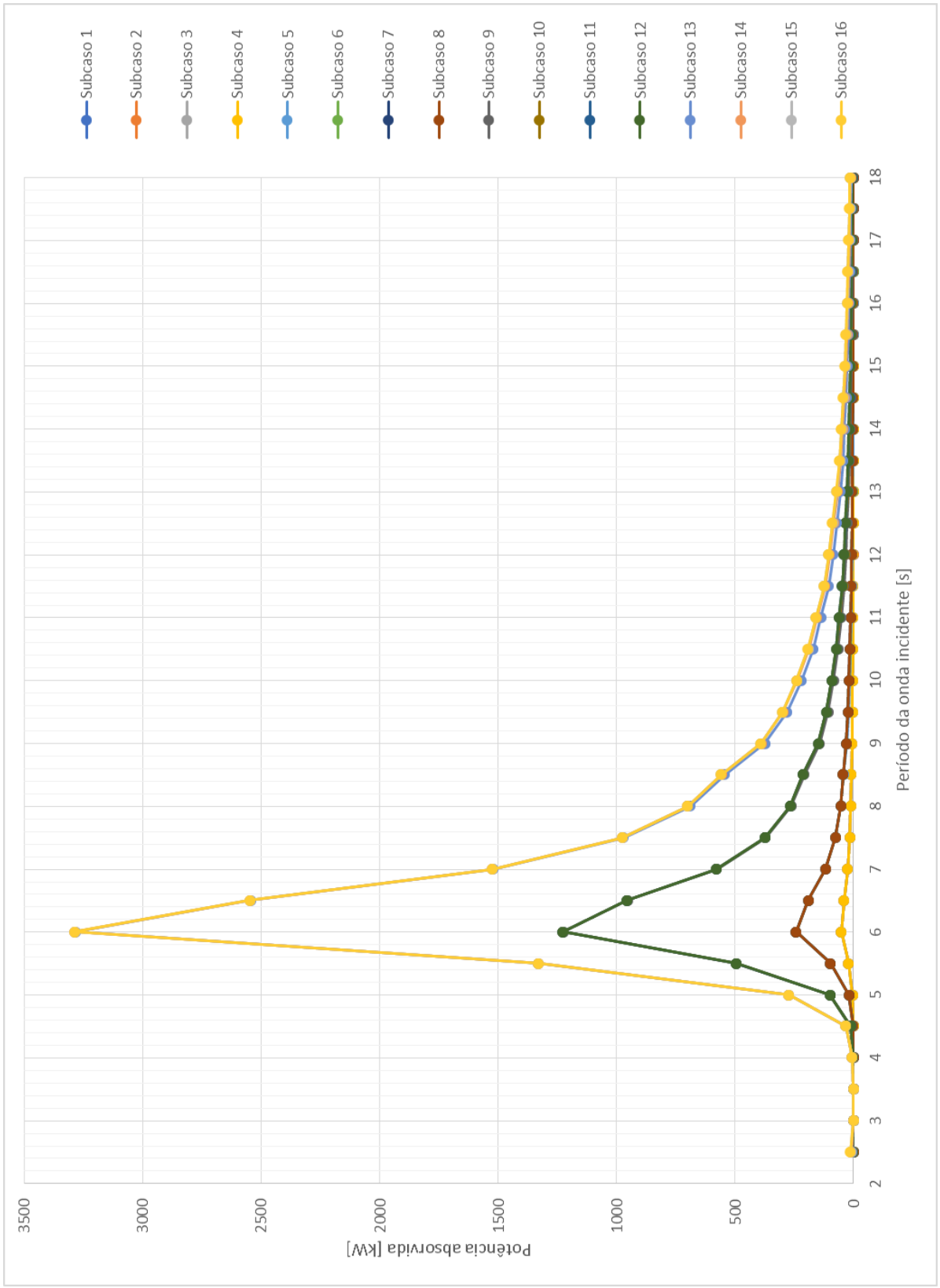


Figura 8-6 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 2

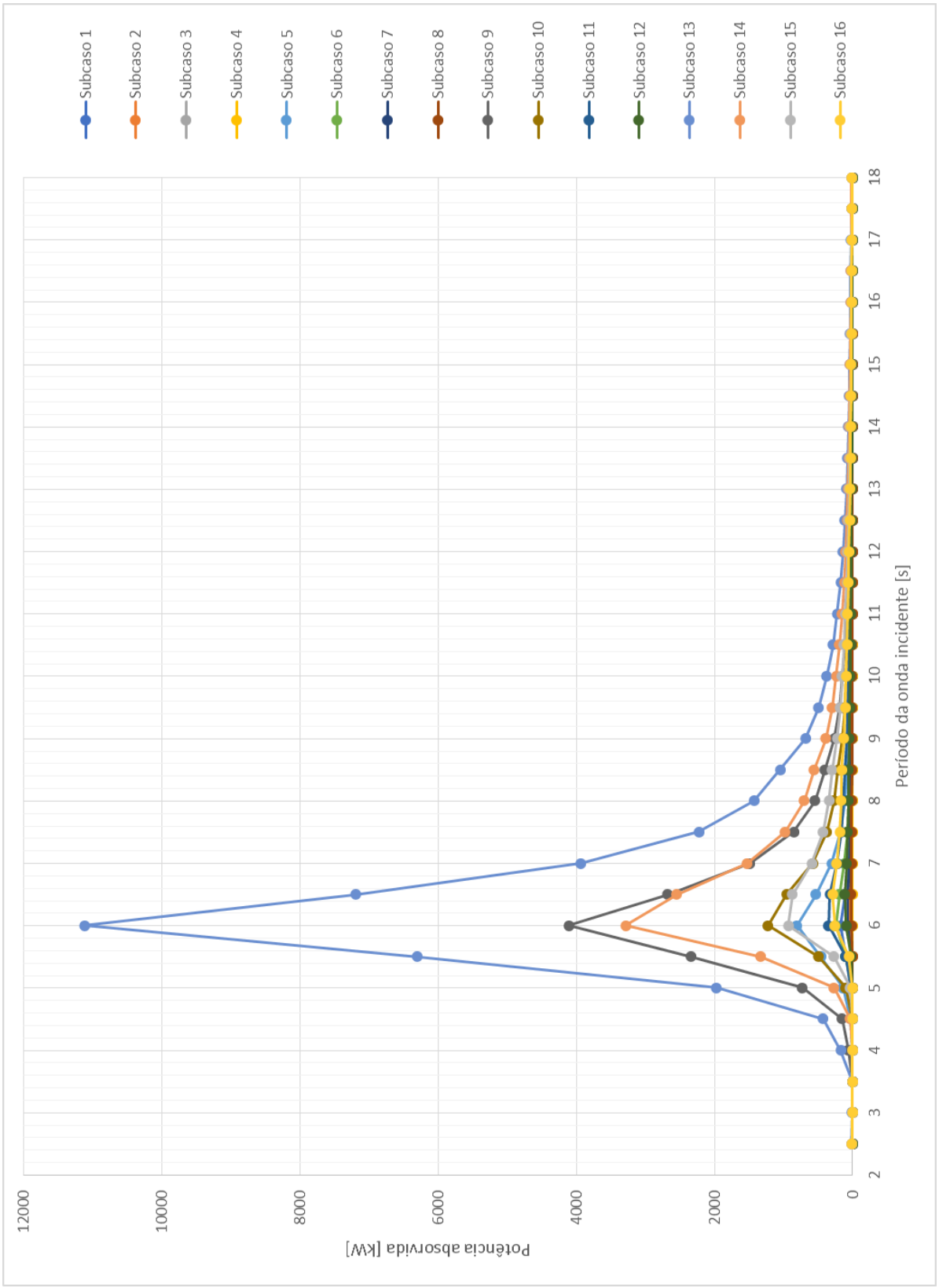


Figura 8-7 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 3

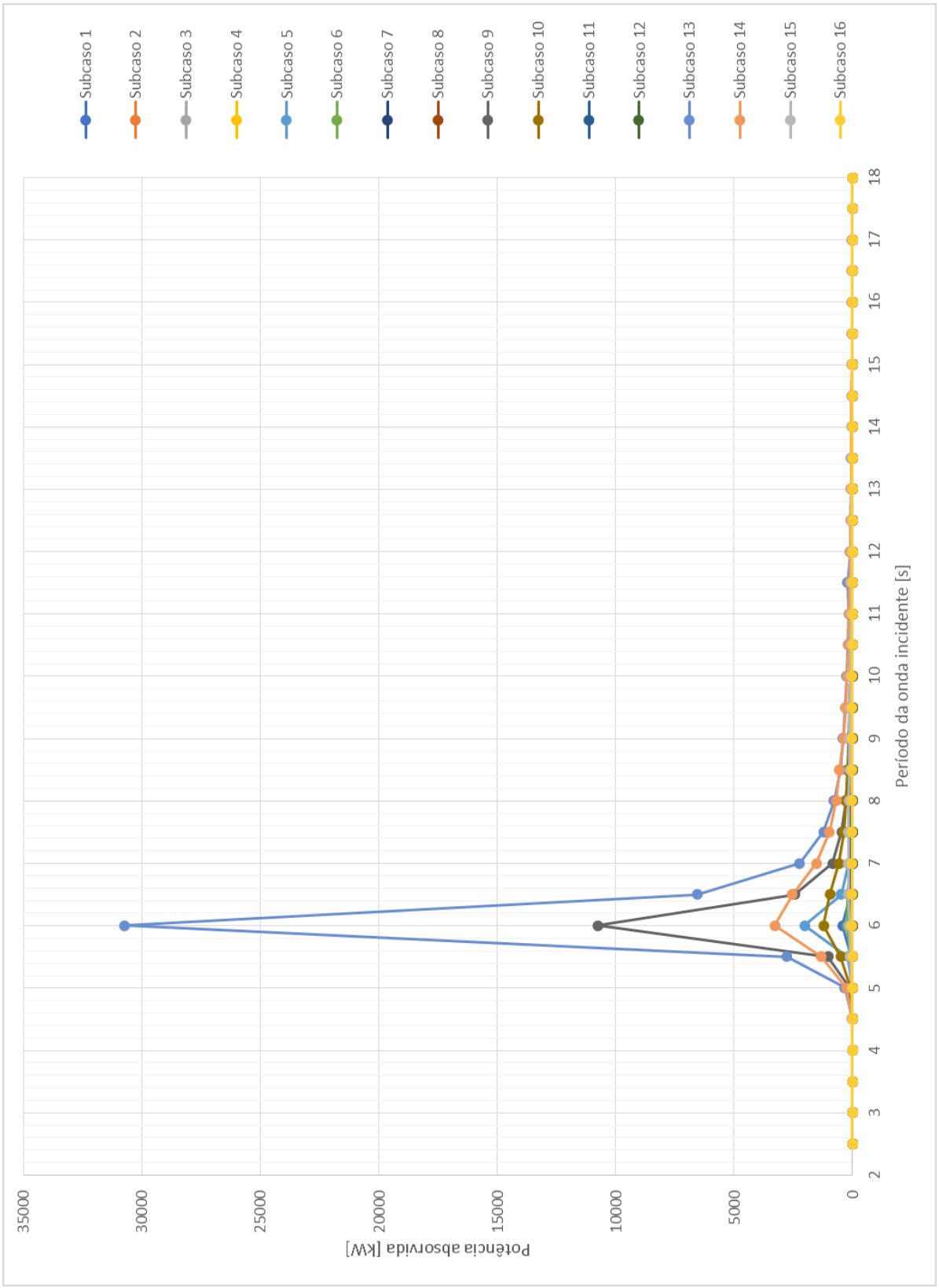


Figura 8-8 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 4

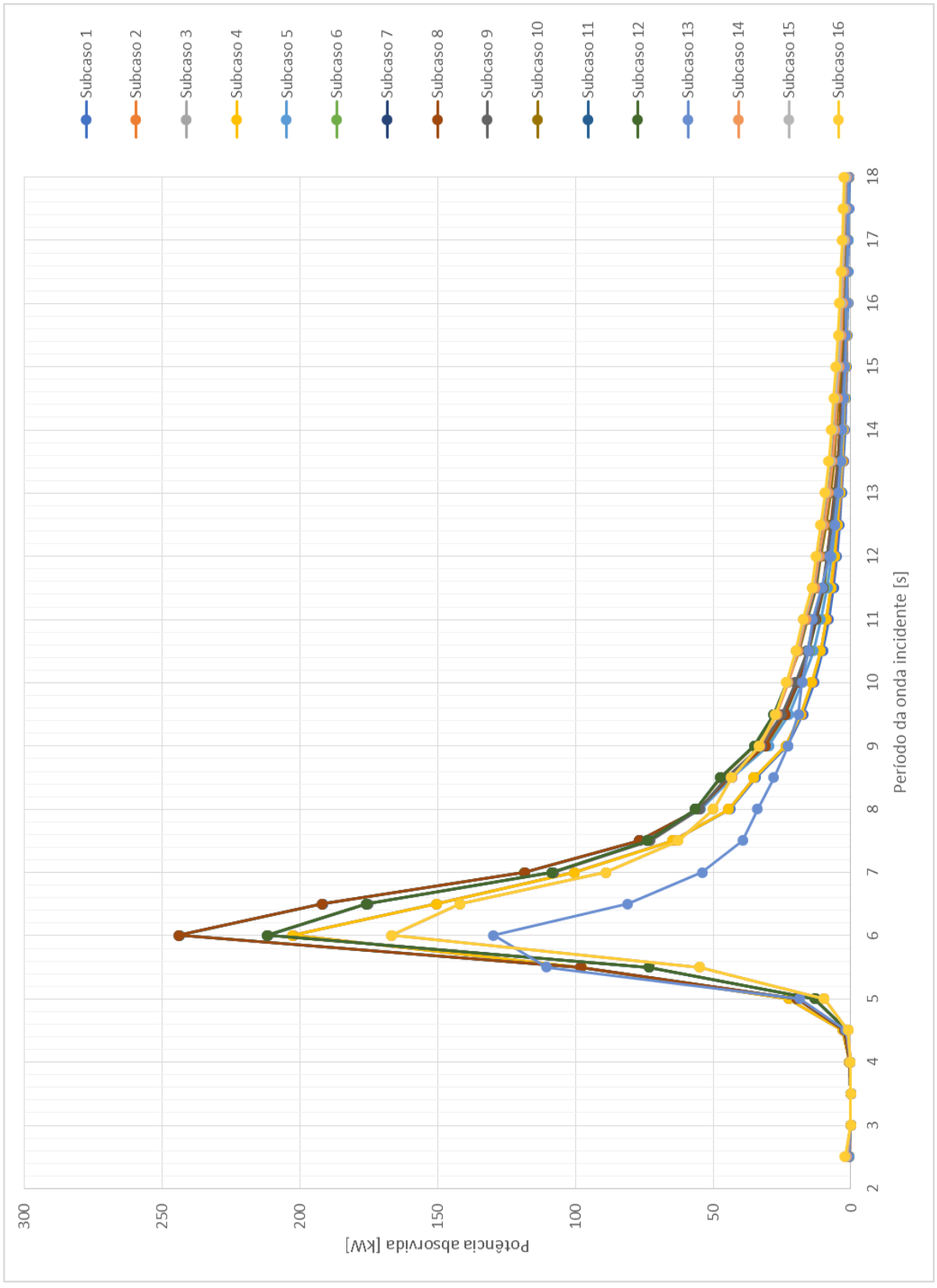


Figura 8-9 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 5

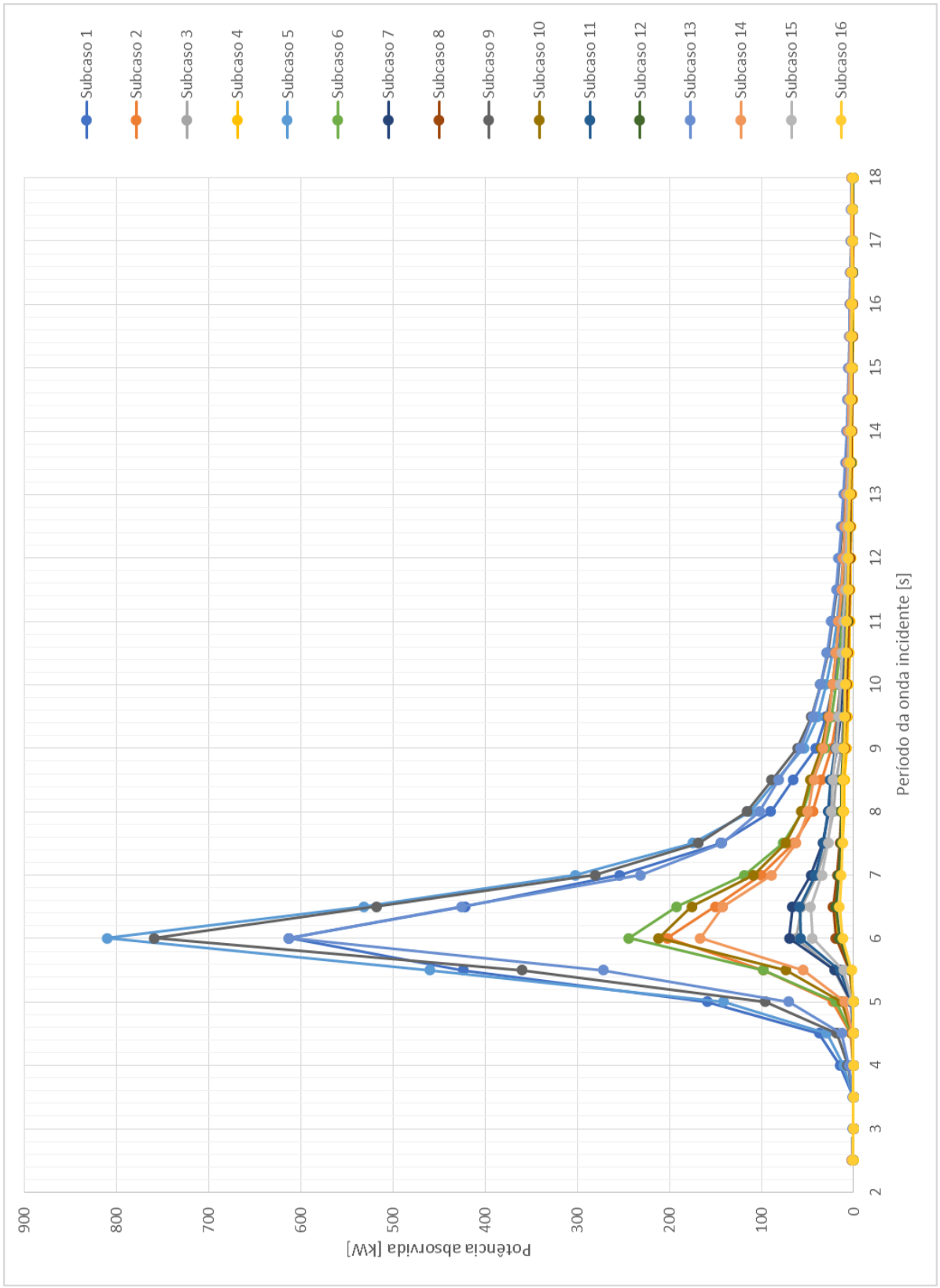


Figura 8-10 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 6

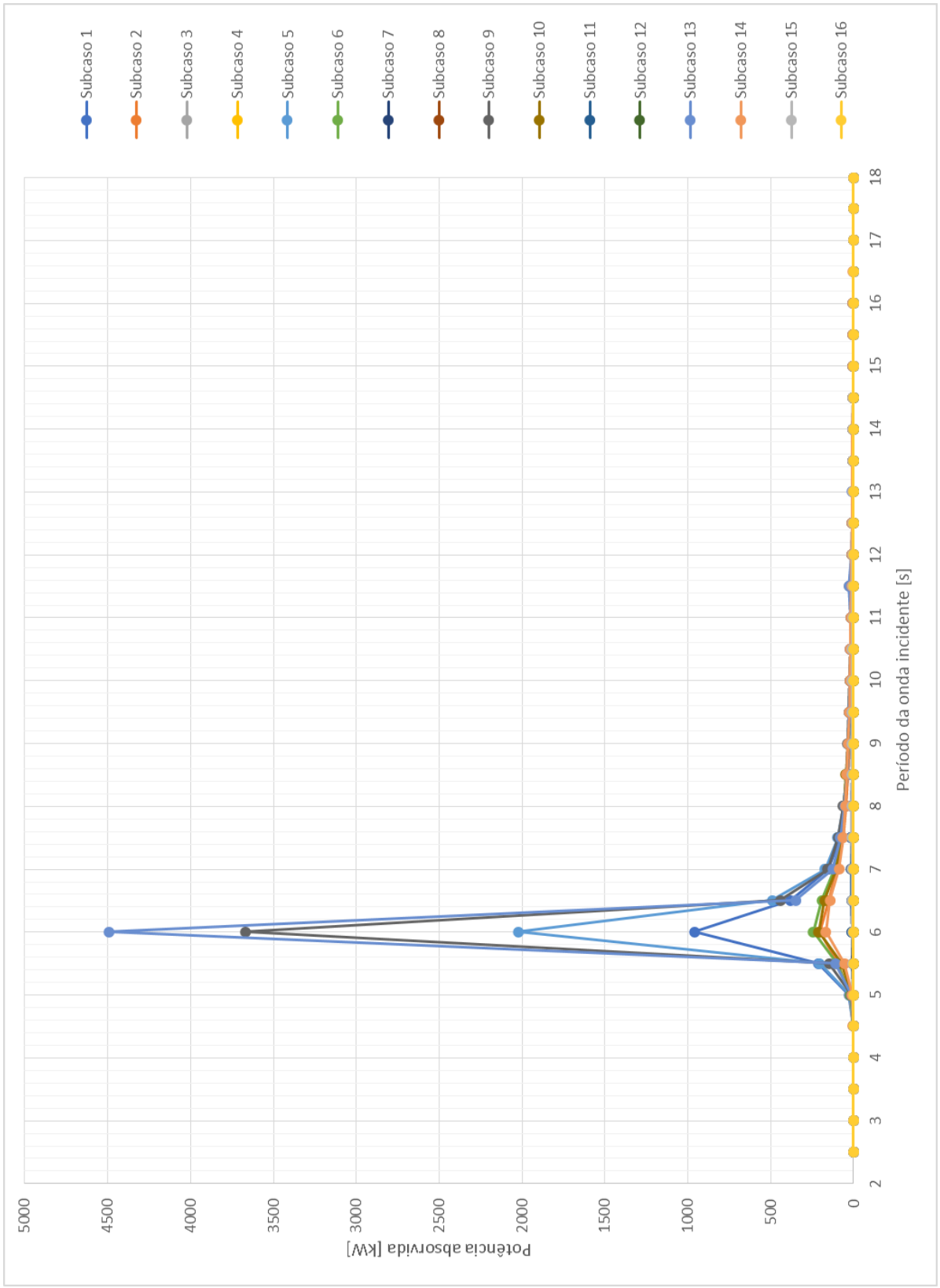


Figura 8-11 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 7

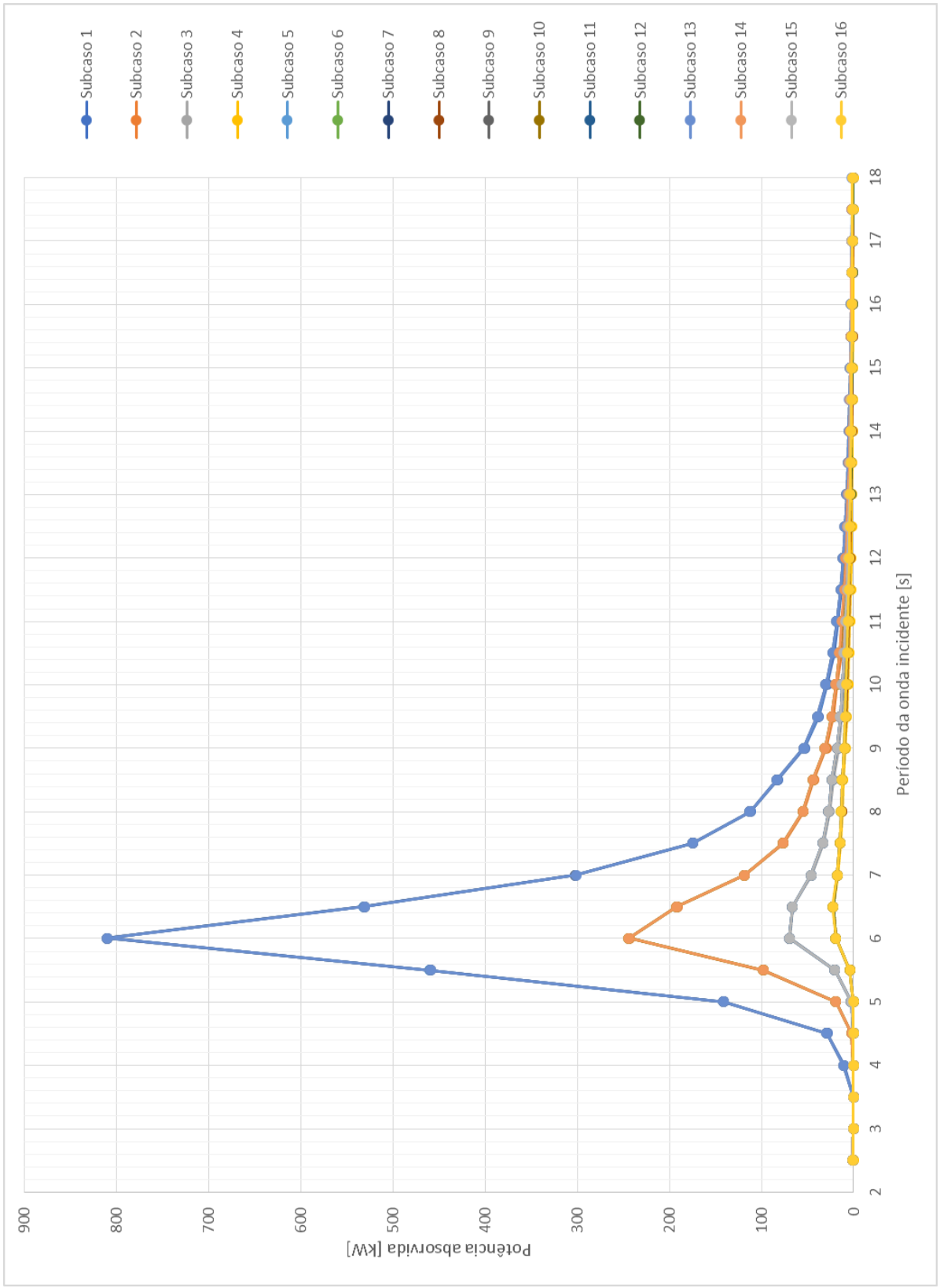


Figura 8-12 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 8

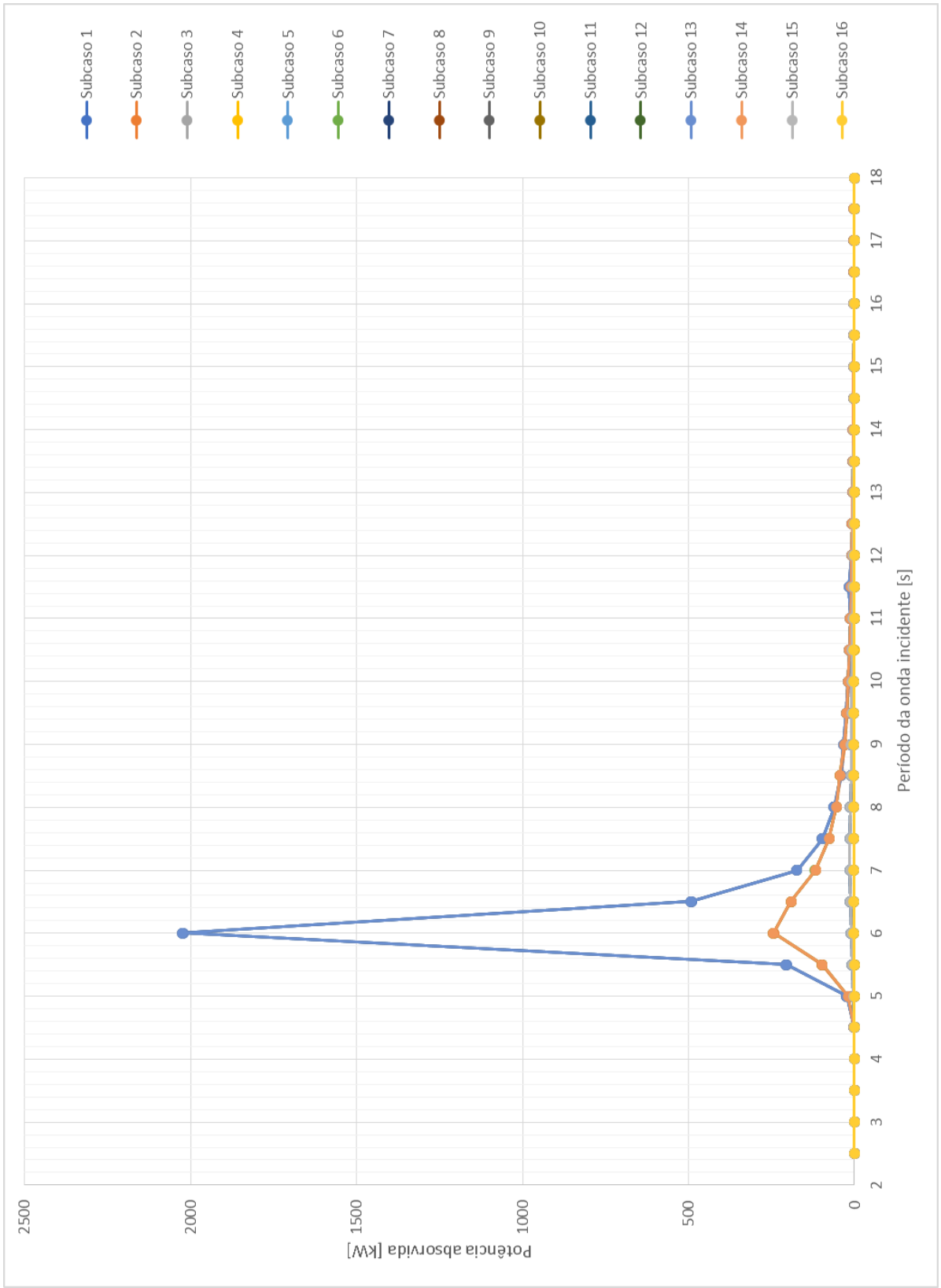


Figura 8-13 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 9

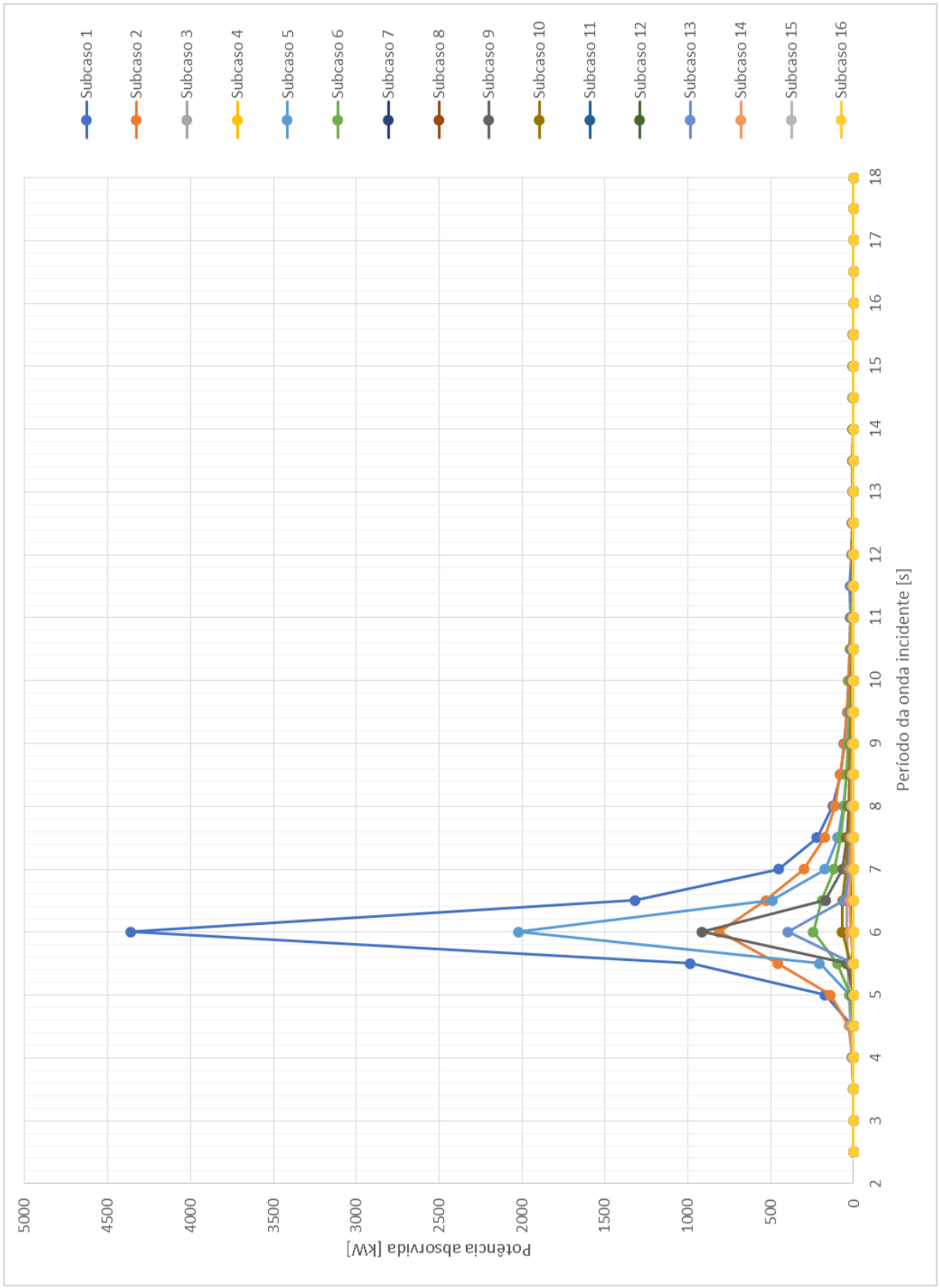


Figura 8-14 – Potência absorvida pelo PTO para os subcasos do caso 10

O resultado das análises paramétricas com a utilização de ondas regulares como carregamento ambiental foi importante para dar uma idéia inicial da influência dos parâmetros principais sobre a absorção de potência pelo dispositivo e para mostrar a variação dessa absorção de potência frente a variação do período das ondas incidentes.

Primeiramente, foi observada a influência dos parâmetros principais sobre a absorção de potência pelo dispositivo, o que possibilitou a definição dos valores ótimos dos parâmetros principais, apresentados na Tabela 8-11:

Tabela 8-11 – Valores otimizados dos parâmetros principais para o caso de ondas regulares

Parâmetro	**Símbolo**	**Unidade**	**Valor Ótimo**
Diâmetro da boia	D	m	30
Altura da boia	h	m	10
Lâmina d'água	d	m	-
Profundidade da boia	$prof$	m	5
Fator de amortecimento do PTO	ζ	%	1

Quanto ao parâmetro de diâmetro da boia, obteve-se que o maior valor de dentre os analisados foi o que resultou na maior absorção de potêcia pelo dispositivo em todos os casos.

Já em relação ao parâmetro de altura da boia, o mesmo ocorreu para o valor de 10m, um dos valores intermediários estudados.

Nenhuma influência na variação de absorção foi observada para os valores simulados de lâmina d'água, levando à conclusão de que esse comportamento pode ser devido a uma limitação do *software* SITUA-Prosim nas aplicações para esse fim.

Por fim, para os parâmetros de profundidade da boia e fator de amortecimento do PTO foi observado que os menores valores simulados foram o que resultaram na maior absorção de potência pelo dispositivo.

Outras observações importantes são obtidas analisando a variação da absorção de potência frente às variação de período das ondas incidentes. Em primeiro lugar, percebe-se que a absorção de potência pelo dispositivo é muito dependente do período da onda que incide sobre ele.

Ondas com períodos próximos ao período natural do dispositivo elevam bastante a absorção de potência. Porém, à medida que os períodos das ondas se afastam do período natural do dispositivo, a absorção de potência se reduz rapidamente.

Esses resultados mostram que diante da variação dos períodos das ondas a absorção de potência pelo dispositivo se comporta como um sinal de banda estreita e pico elevado, concentrado em torno do período natural do dispositivo.

Surge daí, a importância de se projetar e controlar o dispositivo de forma que ele opere sempre dentro desssa faixa de períodos onde a absorção de potência ocorre de forma elevada.

8.2.2 ONDA IRREGULAR

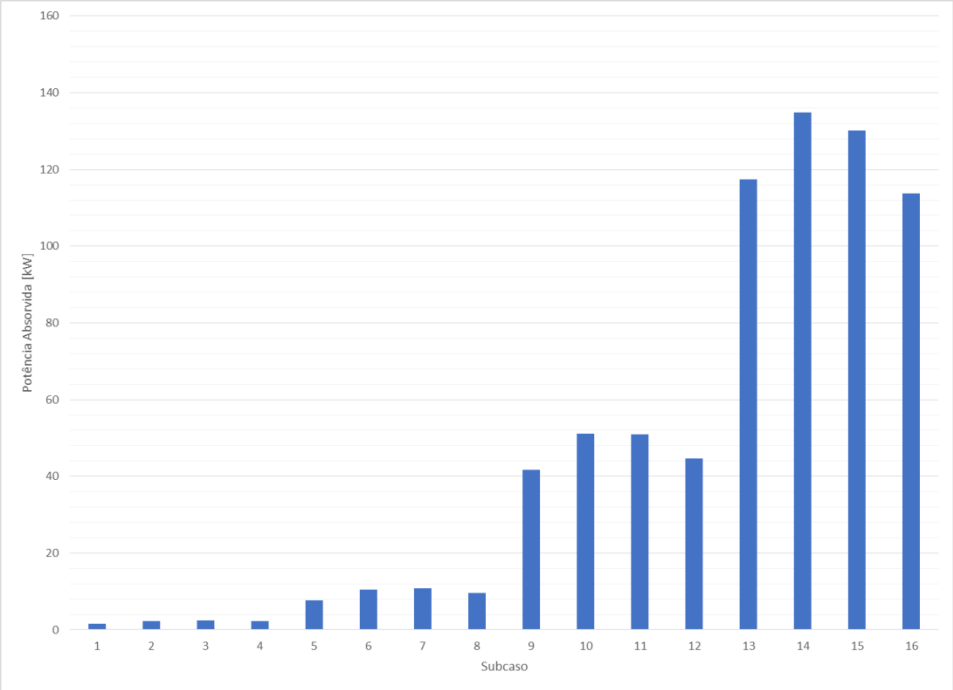


Figura 8-15 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 1

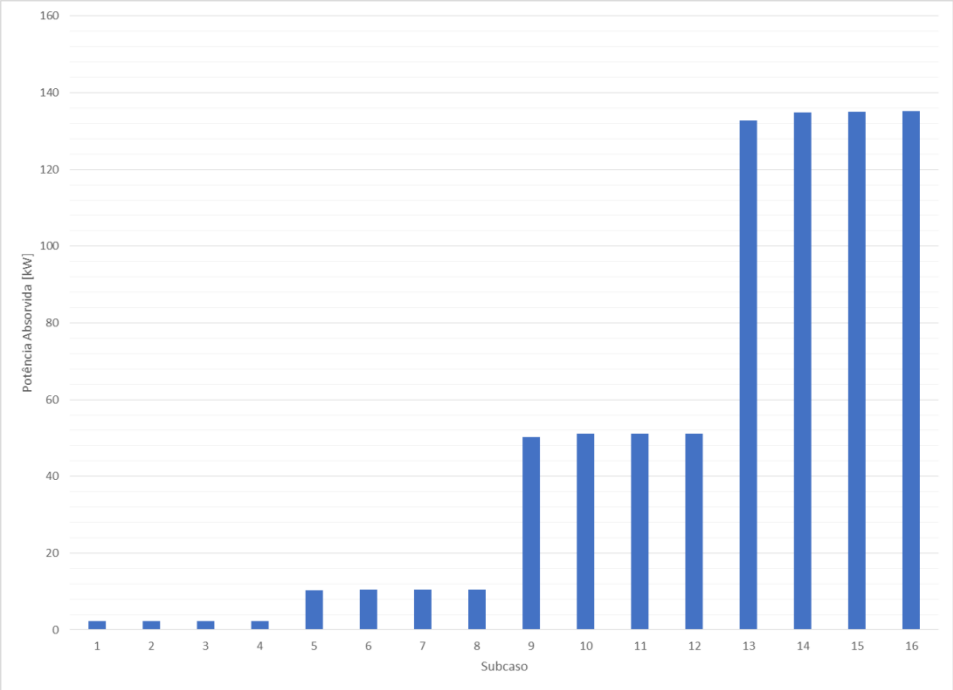


Figura 8-16 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 2

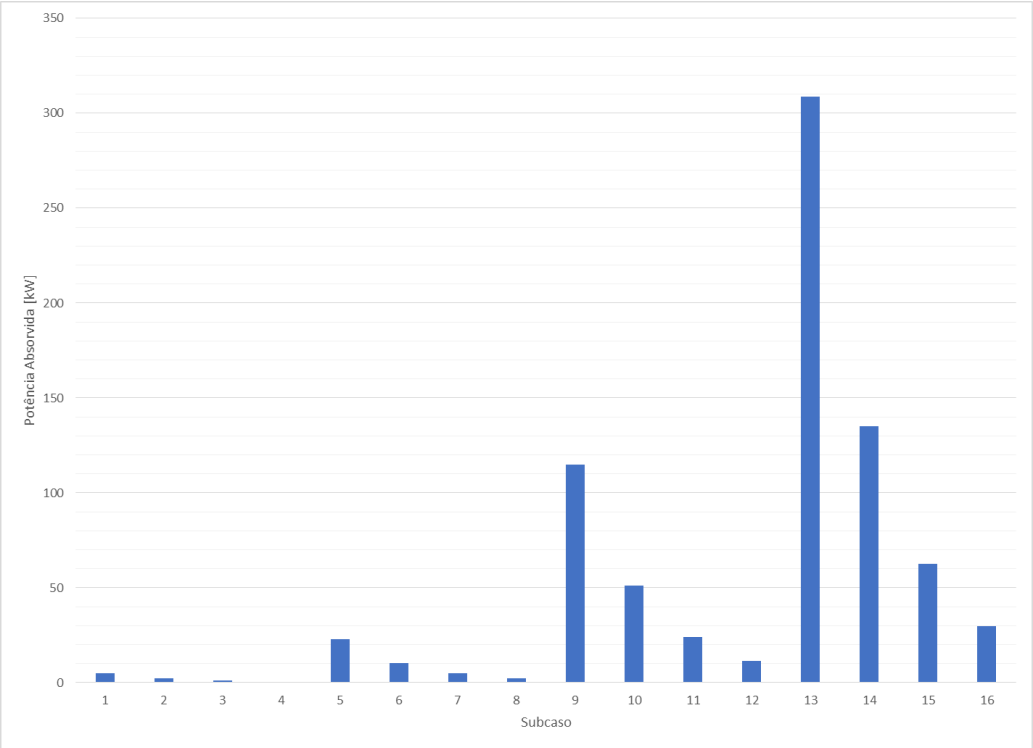


Figura 8-17 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 3

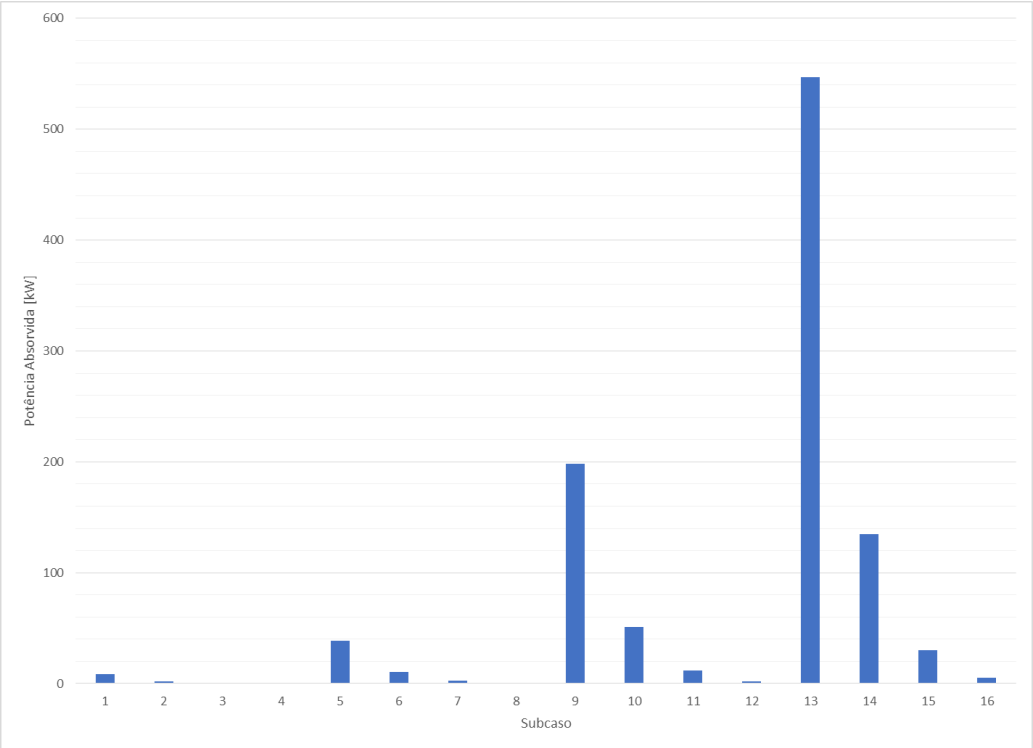


Figura 8-18 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 4

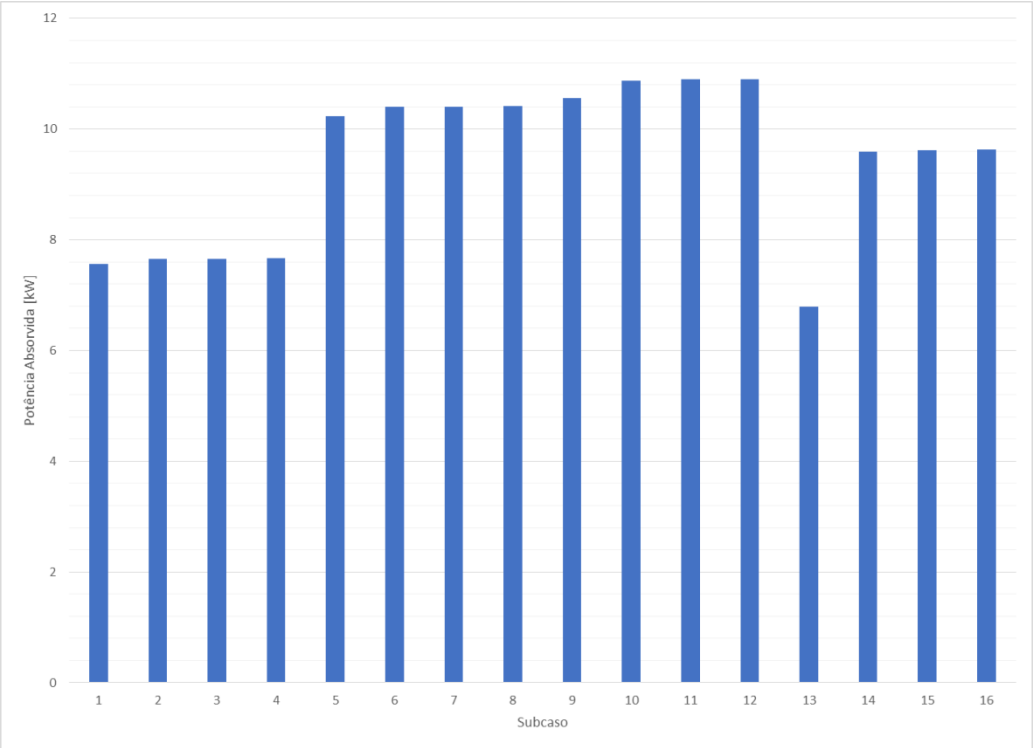


Figura 8-19 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 5

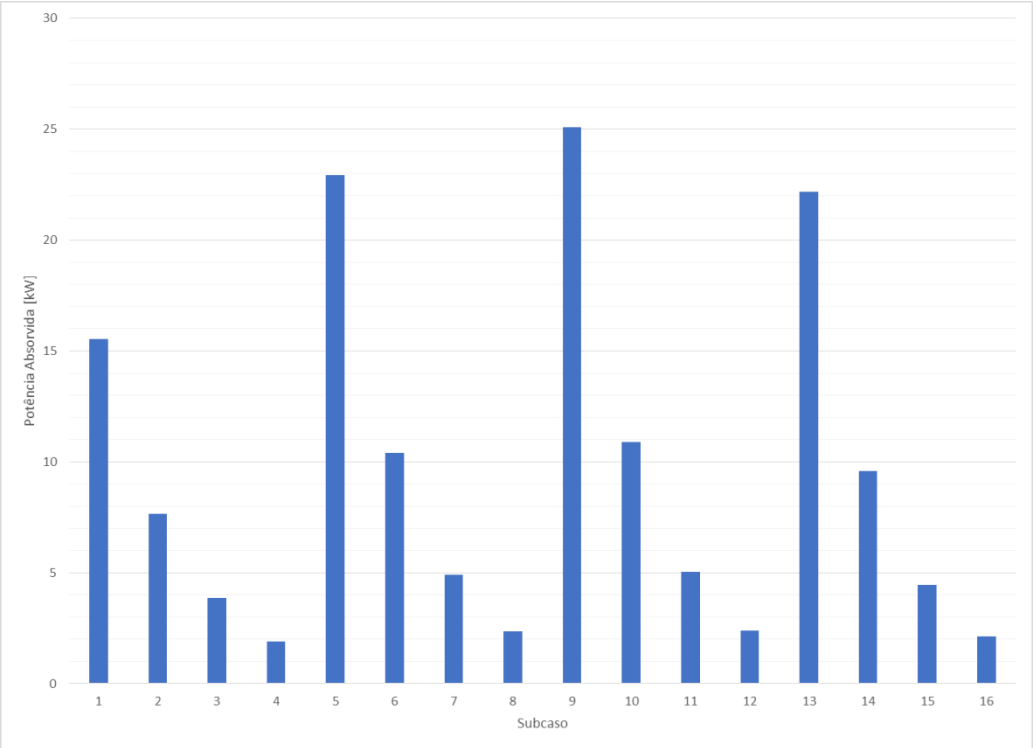


Figura 8-20 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 6

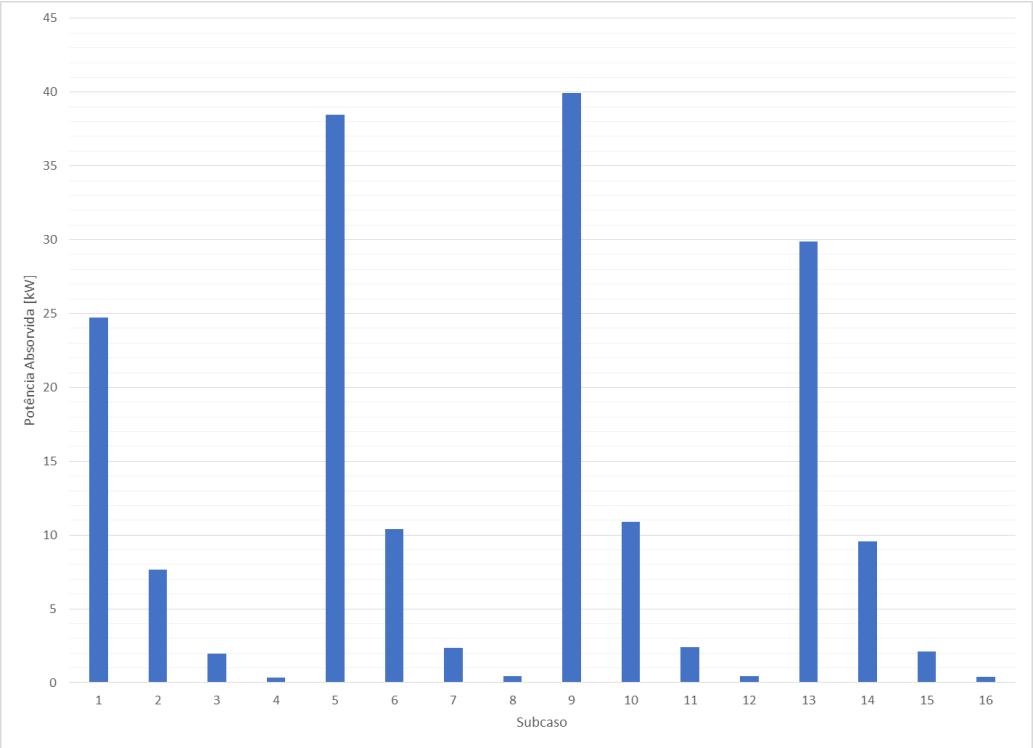


Figura 8-21 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 7

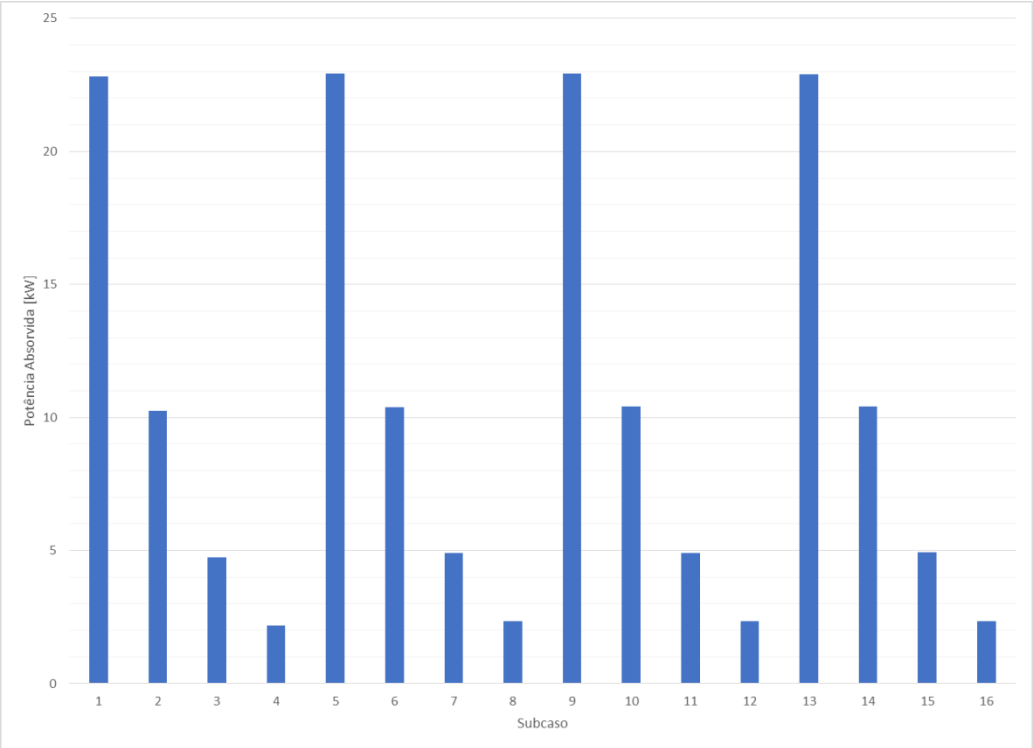


Figura 8-22 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 8

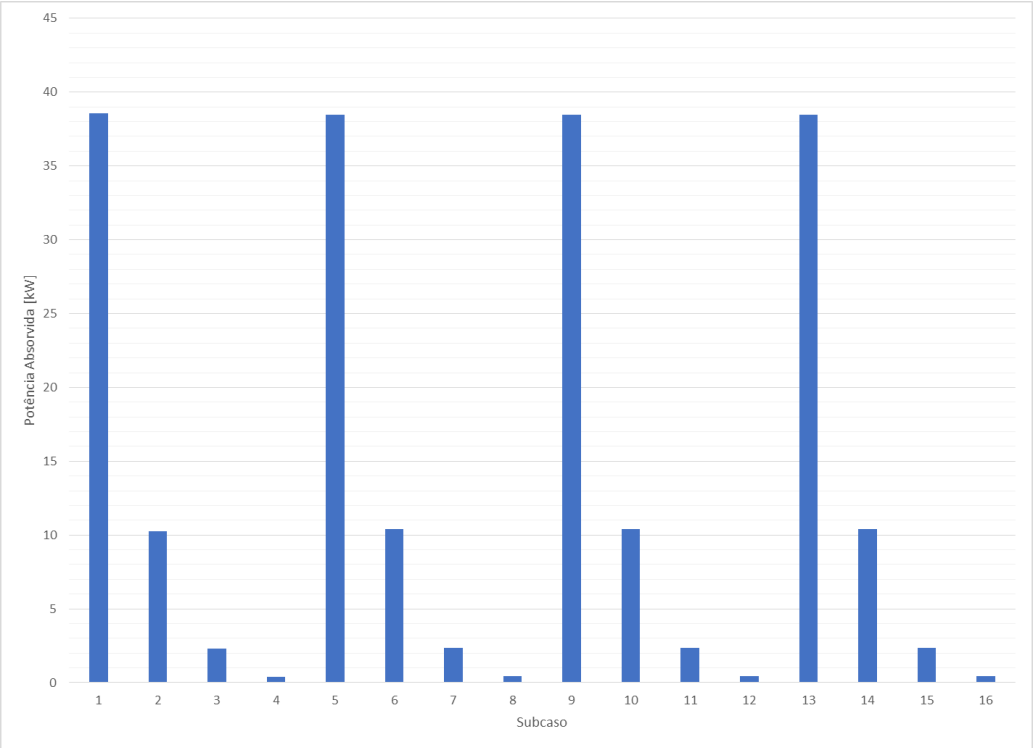


Figura 8-23 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 9

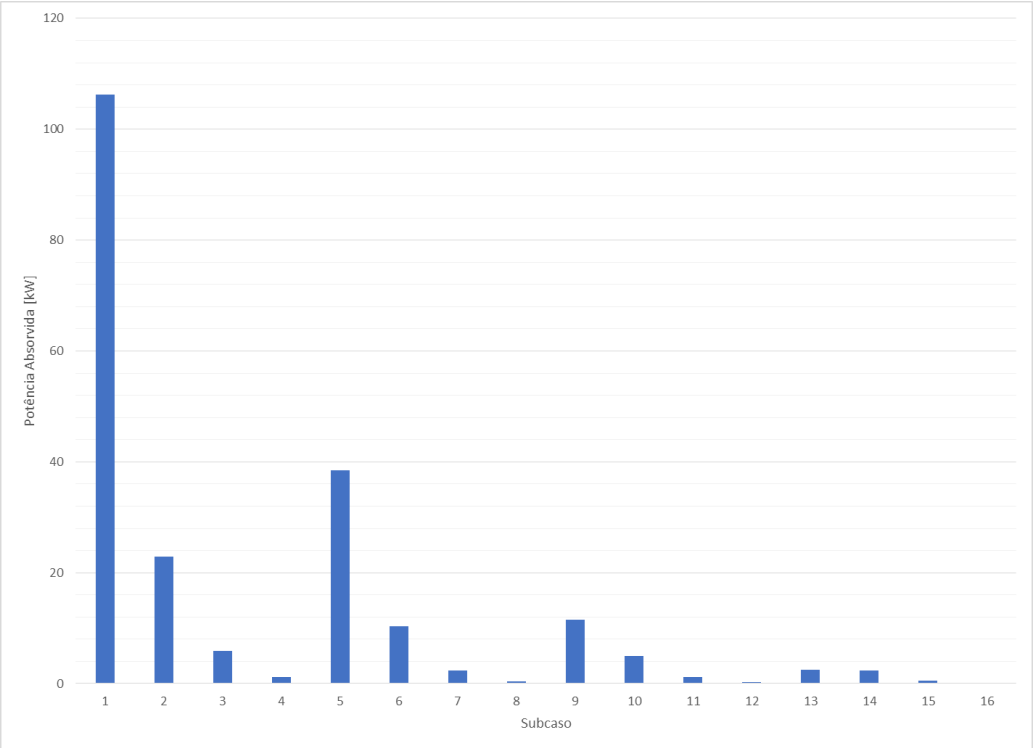


Figura 8-24 – Potência absorvida pelo PTO em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 - Caso 10

Do mesmo modo que em 8.2.1, foi observada a influência dos parâmetros principais sobre a absorção de potência pelo dispositivo, o que possibilitou a definição dos valores ótimos dos parâmetros principais, agora para o caso das ondas irregulares, apresentados na Tabela 8-12.

Tabela 8-12 – Valores otimizados dos parâmetros principais para o caso de ondas irregulares

Parâmetro	**Símbolo**	**Unidade**	**Valor Ótimo**
Diâmetro da boia	D	m	30
Altura da boia	h	m	10 - 20
Lâmina d'água	d	m	-
Profundidade da boia	$prof$	m	5
Fator de amortecimento do PTO	ζ	%	1

Novamente, o valor do parâmetro de diâmetro da boia que apresentou a maior absorção de potêcia em todos os casos foi o de 30m, maior diâmetro dentre os analisados.

Para o parâmetro de altura da boia, observou-se que o valor ótimo deve estar dentro do intervalo entre 10 e 20 metros, visto que para alguns casos o valor ótimo foi o de 10m e para outros o de 20m.

Essa imprecisão no resultado é produto da limitação da própria metodologia aplicada, visto que fez-se uso de uma malha grosseira para discretizar o espaço de busca do valor desse parâmetro. Possivelmente com uma discretização mais refinada, seria possível obter um resultado mais preciso.

Não foi apresentado nenhum valor ótimo para a lâmina d'água porque, novamente, não houve uma influência significativa dos valores simulados de lâmina d'água sobre os resultados de absorção de energia, provavelmente pelo mesmo motivo citado em 8.2.1.

Por fim, para os parâmetros de profundidade da boia e fator de amortecimento do PTO, foi novamente observado que os menores valores simulados foram o que resultaram na maior absorção de potência pelo dispositivo.

Esses resultados são importantes pois confirmam as mesmas conclusões encontradas em 8.2.1, porém agora no caso de ondas irregulares, onde tem-se uma simulação muito mais próxima das condições de mar real.

Ainda comparando os resultados dessa seção com os da seção 8.2.1, percebe-se uma queda brusca na performance de absorção de potência pelo dispositivo.

Esse comportamento, no entanto, já era esperado, visto que nas análises de ondas regulares, uma onda com período igual ao período natural do dispositivo incita sua ressonância ao longo de todo o tempo de análise, elevando assim sua absorção média de potência.

Já no caso das análises com ondas irregulares, diante do caráter aleatório das características da onda ao longo da simulação, a probabilidade do dispositivo ser excitado por uma onda com período igual ao seu período natural é baixa e, mesmo que isso ocorra, esse efeito duraria alguns segundos.

Por isso, apesar dos resultados gerais de absorção de potência no caso de ondas irregulares ser pior do que o de ondas regulares, pelo fato das ondas irregulares serem uma representação mais realista do mar, esses deveriam ser os valores esperados de potência absorvida pelo dispositivo.

8.3 APLICAÇÃO DA ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Diante dos resultados obtidos nas análises paramétricas, os valores dos parâmetros principais escolhidos para compor o modelo base utilizado nas análises da aplicação da estratégia de controle foram:

Tabela 8-13 – Valores otimizados dos parâmetros principais para compor o modelo base da aplicação da estratégia de controle

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor Ótimo
Diâmetro da boia	*D*	m	30

Altura da boia	h	m	10
Lâmina d'água	d	m	100
Profundidade da boia	$prof$	m	5
Fator de amortecimento do PTO	ζ	%	1

Na Tabela 8-13, os valores de diâmetro da boia, profundidade da boia e fator de amortecimento do PTO, foram escolhido naturalmente por serem os valores que otimizaram os resultados das análises tanto para ondas regulares quanto para ondas irregulares.

Para a lâmina d'água foi adotado arbitrariamente um dos quatro valores utilizados para simular esse parâmetro, no caso, 100 metros.

Já para a altura da boia, de acordo com a metodologia usada, qualquer valor entre 10 e 20 metros estaria correto de ser utilizado. Uma vez que o valor de 10 metros foi o valor ótimo no caso de onda regular, ele foi adotado como o valor base para as análises de aplicação da estratégia de controle.

8.3.1 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE DE RIGIDEZ DO SISTEMA PTO

Numa primeira tentativa, foi analisada a viabilidade da aplicação da estratégia de controle sobre a boia cujos parâmetros principais são definidos na Tabela 8-13. Entretanto, considerando as restrições estipuladas na seção 7.5, a aplicação da estratégia de controle para essa boia demonstrou-se inviável.

Por conta do alto coeficiente de massa adicionada dessa estrutura, a massa adicional do sistema era muito alta e, consequentemente, de acordo com a equação (7.29), também o era sua massa total. Por isso, as variações de massa que causavam uma variação relevante no período natural da estrutura eram muito altas, acima dos limites superiores permitidos.

Numa investigação mais aprofundada, conclui-se que a referência utilizada para o cálculo do coeficiente de massa adicionada do cilindro em questão era uma

aproximação grosseira do valor real do coeficiente de massa adicionada de tal geometria.

Tendo em vista a dificuldade de conseguir referências mais precisas e que abrangessem todas as combinações de dimensões dos cilindros estudados nas análises paramétricas, optou-se por utilizar uma geometria cujas referências apresentassem resultados mais precisos dos valores de coeficiente de massa adicionada.

Nesse caso, adotou-se uma geometria prismática com base quadrada, cujos valores do coeficiente de massa adicionada e de arrasto foram retirados da norma DNV-RP-H103 e são apresentados respectivamente no Apêndice A e Apêndice B.

Quanto às dimensões dessa boia, por conta do resultado da tentativa da aplicação da estratégia de controle na boia cilíndrica, foi possível entender quais características uma boia deveria possuir para que a aplicação da estratégia de controle fosse bem sucedida.

Em primeiro lugar, para que a aplicação desse controle seja viável, é necessário que a boia possua um baixo coeficiente de massa adicionada. Valores elevados de coeficiente de massa adicionada fazem com que a massa total do sistema seja muito alta, de forma que uma grande quantidade de massa de água seja necessária para causar uma mudança significativa no período da estrutura, dificultando o atendimento das condições de limite máximo de massa de água que a estrutura poderia absorver.

Além disso, é interessante que a estrutura tenha um volume relativamente grande para ampliar o limiar superior de massa de água que a estrutura poderá armazenar.

Juntando essas duas caracterísitcas, conclui-se que as dimensões da estrutura deveriam ser tal que ela apresentasse uma forma mais esbelta, isto é, um valor elevado da razão altura do prisma sobre a aresta da base quadrada.

Diante disso, adotou-se uma aresta de valor unitário (1m) e para calcular a altura do prisma tomou-se como base a maior relação entre altura e aresta disponível dentre os valores catalogados na Figura 9-3, no caso 10, o que resultou em um prisma com altura de 10m.

O próximo passo foi a escolha das constantes que definem o sistema PTO. Para o fator de amortecimento, ζ, foi mantido o valor de 1% obtido nas análises

paramétricas. Já para a constante de rigidez, K_{PTO}, foi escolhido a valor que otimizasse a faixa de períodos com maior contribuição de potência.

Para isso, primeiramente, foi ajustada uma curva de densidade de probabilidade sobre a contribuição de potência total para cada período. Esse ajuste foi baseado no diagrama apresentado na Figura 8-4 e deu origem a uma distribuição do tipo Weibull com parâmetros $\alpha = 9.435$ e $\lambda = 3.4$, cuja formulação é apresentada pela equação (8.3).

$$f(tp) = \frac{tp^{\lambda-1}}{\alpha^{\lambda}} \lambda \cdot exp\left[-\left(\frac{tp}{\alpha}\right)^{\lambda}\right] \tag{8.3}$$

Em seguida, dada essa distribuição, escolheu-se o valor de K_{PTO} que aplicado ao sistema PTO viabilizasse a aplicação da estratégia de controle para a maior área do espectro definido pela equação (8.3).

Diante disso, obteve-se o valor de aproximadamente 2.69kN/m para a constante de rigidez do PTO, possibilitando um aproveitamento de 76.93% do espectro de densidade de probabilidade relativo à contribuição de potência dos períodos.

A faixa de períodos viáveis para a aplicação da estratégia de controle que surgiu da aplicação desses valores é a de 6.0s até 12.5s, considerando-se uma discretização do espectro de 0.5s.

8.3.2 DETERMINAÇÃO DA BOMBA

Para a escolha da bomba foi utilizado o catálogo online da Castle Pumps Ltd, uma fornecedora de bombas para os mercados marítimo e industrial.

Das bombas do catálogo, primeiramente selecionou-se apenas aquelas cujo fluido de trabalho fosse a água do mar. Em seguida, dentre as bombas selecionadas, a escolhida para a aplicação nesse trabalho foi aquela que atendesse os requisitos de projeto, referentes a vazão e pressão mínimas, com o menor consumo de potência.

8.3.2.1. CÁLCULO DA VAZÃO MÍNIMA

Num primeiro momento, foram coletadas as informações sobre o comportamento da variação de período de pico nos estados de mar locais. Para isso, foi utilizado os dados do SiMCosta.

"O "Sistema de Monitoramento da Costa Brasileira (SiMCosta)" é uma rede integrada de plataformas flutuantes ou fixas, dotadas de instrumentos e sensores, com funcionamento autônomo e capacidade de coletar regularmente variáveis oceanográficas e meteorológicas, transmitindo-as para uma central de processamento na FURG e, imediatamente disponibilizando gratuitamente os dados processados ao público alvo" ("SiMCosta", [s.d.]).

Nesse trabalho foram utilizados os dados relativos à boia meteo-oceanográfica RJ-1, cujas informações são fornecidas na Tabela 8-14:

Tabela 8-14 – Informações sobre a boia meteo-ocenográfica RJ-1 ("SiMCosta", [s.d.])

Tipo	Axys
Cidade	Rio de Janeiro - RJ
Localização	-22°57'41.7600", -043°07.29.3880"
Profundidade	20 m
Data de instalação	17/07/2015
Período de funcionamento	29/07/2015 – 13/10/2016
Responsável	FURG

A partir da série temporal dos valores de período de pico medidos pela boia RJ-1, foi calculado um valor médio de variação de período de pico por hora, $\Delta T_p / \Delta t$ $[s/h]$, de 2s/h.

Diante disso, definiu-se que a bomba deveria ser capaz de acompanhar essa velocidade de variação de período de pico, de forma que ela fosse capaz de modificar o período natural do sistema em 2s, durante um tempo máximo de 1h.

Dentre os casos de aplicação da estratégia de controle, o mais crítico, levando em consideração a restrição imposta no parágrafo acima, seria o caso em que o período natural do sistema é levado de 10.5s até 12.5s em 1h, demandando uma variação de lastro de aproximadamente 3ton.

A partir daí, a vazão da bomba capaz de atender esse requisito é calculada através da seguinte equação:

$$Q = \frac{1000 \cdot \Delta m}{\rho \cdot \Delta t} \tag{8.4}$$

Onde,

- Q [m^3/h] é a vazão da bomba;
- Δm [ton] é a variação de massa que deve ser entregue pela bomba;
- ρ [kg/m^3] é a massa específica do fluido de trabalho;
- Δt [h] é o tempo no qual a bomba entrega a variação de massa.

A partir da equação (8.4) e definindo-se que a bomba deve ser capaz de entregar 3ton de massa de água do mar em 1h, calculou-se que a vazão mínima necessária para essa bomba seria de, aproximadamente, 3m^3/h.

8.3.2.2. CÁLCULO DA PRESSÃO MÍNIMA

Para o cálculo da pressão mínima de projeto, foi considerado que as bombas serão instaladas no fundo da boia. Daí, a bomba responsável por expulsar a água precisa vencer uma pressão de 2.5atm (1atm de pressão atmosférica mais 1.5atm de pressão hidrostática relativa à profundidade de 15m na qual se encontra a base da boia[2]).

[2] A cada 10m de profundidade, soma-se 1 atm de pressão hidrostática à pressão absoluta sobre um corpo submerso.

Se a esse total somarmos ainda 0.5atm de perda de carga e de variações causadas pela pressão hidrodinâmica devido às ondas, no final, a bomba de descarga deverá ser capaz de superar uma pressão de 3atm.

Dada a conversão de pressão em *head* pela equação (8.5):

$$H = \frac{101.3 \cdot 1000 \cdot P}{\rho \cdot g} \tag{8.5}$$

Onde,

- H [m] é o *head* da bomba;
- P [atm] é a pressão máxima fornecida pela bomba;
- ρ [kg/m^3] é a massa específica do fluido de trabalho;
- g [m/s^2] é a aceleração da gravidade.

Temos que para o valor de 3atm, precisaríamos de um *head* mínimo de, aproximadamente, 30m.

8.3.2.3. ESCOLHA DA BOMBA

Dentre as bombas que atenderam os requisitos determinados acima, a que apresentou o menor consumo de potência foi a Azcue RA Reversible Side Channel Pump, com uma vazão máxima de 18m^3/h e um *head* máximo de 60m, utilizada para diversas aplicações que necessitam de água do mar como fluido. A Figura 8-25 mostra a foto da bomba selecionada e a Tabela 8-15 suas especificações.

Figura 8-25 - Bomba Azcue RA Reversible Side Channel (“Worldwide Supplier of Industrial & Marine Pumps | Castle Pumps”, [s.d.])

Tabela 8-15 – Tabela de especificações da bomba Azcue RA Reversible Side Channel (“Worldwide Supplier of Industrial & Marine Pumps | Castle Pumps”, [s.d.])

Parâmetro	**Unidade**	**Valor**
Vazão (máx.)	m^3/h	18
Head (máx.)	m	60
Diâmetro de recalque	pol	DN1 - 1.5
Temperatura (máx.)	°C	90

A potência consumida por uma bomba pode ser calculada de acordo com a equação (8.6),onde η [%] é a eficiência global da bomba:

$$Pot = \frac{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g}{3600 \cdot 1000 \cdot \eta} \tag{8.6}$$

Daí, considerando a vazão de 18m^3/h e o *head* de 60m, a massa específica do fluido de trabalho como sendo 1025kg/m^3 e estimando-se a eficiência global da bomba como 80%, obtemos que o consumo de potência dessa bomba será de 3.77kW.

8.3.3 POTÊNCIA ABSORVIDA SEM APLICAÇÃO DE ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Com o intuito de comprovar a eficiência da estratégia de controle, um primeiro modelo sem a aplicação do controle foi gerado para servir como base de comparação para os resultados da simulação desse mesmo modelo com a aplicação do controle.

Ele foi projetado de forma que sua massa total fosse tal que o período natural da estrutura equivalesse ao período com maior probabilidade de contribuição de potência, ou seja, a média da distribuição definida pela equação (8.3), aproximadamente 8.5s.

Para atingir esse valor, a estrutura precisaria de uma massa total de 4.930ton, sobre o qual descontando as parcelas de massa estrututal e massa adicionada restaria 2.473ton de lastro a ser adicionado.

Dessa forma, o modelo foi então construído contando com essas 2.473ton de lastro de água do mar e com uma pré-tração correspondente de 60.21kN.

O cálculo da potência absorvida pelo sistema PTO foi obtido a partir da aplicação do método da perturbação definido na seção 7.4.4, considerando simulações com tempo total de 3600s, o equivalente a um estado de mar de 1 hora de duração.

O resultado obtido foi que a potência média absorvida por esse modelo para todo o espectro de ondas do diagrama da Figura 7-3 foi de 12.31kW.

8.3.4 POTÊNCIA ABSORVIDA COM APLICAÇÃO DE ESTRATÉGIA DE CONTROLE

Para o cálculo da potência absorvida considerando-se a aplicação da estratégia de controle foram gerados diversos modelos que foram divididos em dois grupos.

No primeiro grupo, tendo em vista que a faixa de períodos viáveis para a aplicação do controle é de 6.0s até 12.5s, para cada combinação de altura significativa

de onda e período de pico do diagrama da Figura 7-3 cujo período de pico estivesse fora desse intervalo, foi gerado um modelo com a mesma massa e pré-tração que o modelo sem a aplicação do sistema de controle.

No segundo grupo, foram gerados modelos cujas combinações de altura significativa de onda e período de pico foram criadas a partir da combinação de valores de altura significativa de onda do diagrama da Figura 7-3 e de valores de período de pico gerados pela discretização a cada 0.5s da faixa de períodos víaveis para a aplicação da estratégia de controle.

No caso dos modelos do segundo grupo, a massa da boia e os parâmetros dependentes dela (pré-tração e constante de amortecimento) foram atualizados para cada modelo de forma que seu período natural coincidisse com o período de pico da onda usada como carregamento. Os valores desses parâmetros correspondentes a cada período são apresentados na Tabela 8-16.

Tabela 8-16 – Dados das variáveis que foram atualizadas para os modelos com aplicação de controle

Período de pico [s]	**Massa estrutural + lastro [ton]**	**Pré-tração [kN]**	**Constante de amortecimento [ton/s]**
6	1.639	84.47	0.051
6.5	2.066	80.29	0.056
7	2.526	75.77	0.060
7.5	3.021	70.92	0.064
8	3.550	65.73	0.069
8.5	4.112	60.21	0.073
9	4.710	54.35	0.077

9.5	5.341	48.16	0.081
10	6.006	41.63	0.086
10.5	6.705	34.77	0.090
11	7.439	27.58	0.094
11.5	8.206	20.05	0.099
12	9.008	12.18	0.103
12.5	9.844	3.98	0.107

A partir daí, a potência média bruta absorvida por esse sistema para todos os estados de mar do diagrama da Figura 7-3 foi calculada multiplicando-se a potência média absorvida, resultante da simulação numérica de cada modelo, pela probabilidade de ocorrência do estado de mar utilizado como carregamento desse modelo. A equação (8.7) exemplifica, matematicamente, esse cálculo:

$$\overline{Pot}_{Abs}^{Bruta} = \sum_{Hs}\sum_{Tp} Prob_{Hs,Tp} \cdot \overline{Pot}_{Abs\,Hs,Tp} \tag{8.7}$$

Entretanto, os modelos do segundo grupo foram construídos de forma que alguns carregamentos de onda não possuem um valor de probabilidade de ocorrência diretamente disponível através do diagrama da Figura 7-3.

Diante disso, para contornar esse problema optou-se por utilizada a transformada de Nataf, cuja formulação é apresentada no Apêndice C.

A partir da aplicação da transformada de Nataf sobre os dados de probabilidade de ocorrência das combinações de altura significativa de onda e período de pico do diagrama da Figura 7-3, foi possível encontrar uma função de distribuição conjunta que calculasse de forma aproximada a probabilidade de ocorrência de uma combinação de altura significativa de onda e período de pico qualquer.

Nesse caso, para a variável aleatória que representa o período de pico foi ajustada uma curva de densidade de probabilidades marginal através de uma

distribuição do tipo Weibull, cuja formulação é apresentada pela equação (8.3), com parâmetros $\alpha = 6.485$ e $\lambda = 2.214$.

Já para a variável aleatória que representa a altura significativa de onda foi ajustada uma curva de densidade de probabilidades marginal através de uma distribuição do tipo Gumbel, cuja formulação é apresentada pela equação (8.8), com parâmetros $\alpha = 1.823$ e $u = 0.801$.

$$f(hs) = \alpha \cdot exp\left[-\alpha \cdot (hs - u) - exp[-\alpha \cdot (hs - u)]\right] \tag{8.8}$$

Após a obtenção da expressão para o cálculo da probabilidade de ocorrência dos estados de mar, o passo seguinte foi simular todos os modelos gerados, considerando estados de mar de 1 hora de duração.

Com os resultados dessas simulações aplicados à equação (8.7), obteve-se que a potência média bruta absorvida por esse sistema em todo o intervalo de ondas do diagrama da Figura 7-3 foi de 35.49kW.

Sobre esse resultado bruto de potência, para calcular o valor de potência líquida a ser comparada com o de potência absorvida pelo modelo sem a aplicação do controle, ainda é necessário descontar a energia dispendida pelas bombas.

$$\overline{Pot}_{Abs}^{Líquida} = \overline{Pot}_{Abs}^{Bruta} - Pot_{bomba} \tag{8.9}$$

Daí, utilizando-se as equação (8.9), tem-se que a potência média líquida absorvida por esse sistema em todo o espectro de ondas do diagrama da Figura 7-3 foi de 31.72kW.

A Figura 8-26 ilustra de forma simplificada os procedimentos descrevidos nas seções 8.3.3 e 8.3.4 para obter e comparar as potências absorvidas pelo modelo sem e com a aplicação do controle.

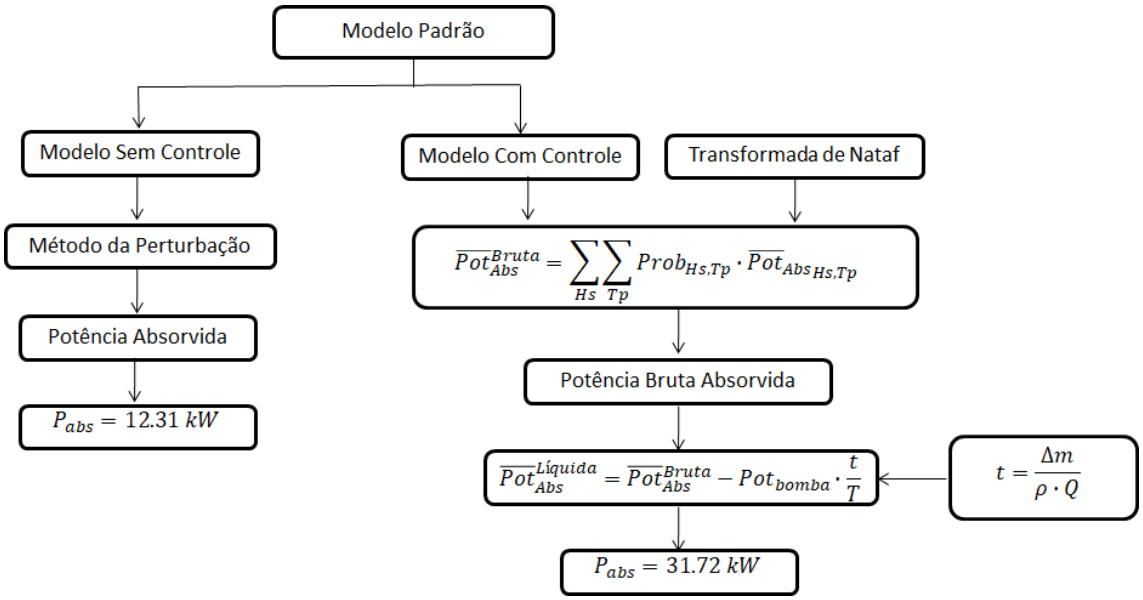


Figura 8-26 – Esquema demonstrando o processo para obter e comparar as potências absorvidas pelo modelo sem e com a aplicação do controle

9 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

9.1 DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos na primeira parte desse trabalho, referente aos estudos relacionados às analises paramétricas, possibilitaram a compreensão da influência das principais variáveis do modelo, sem a aplicação do controle, na absorção de potência pelo dispositivo.

Para uma boia com geometria cilíndrica, foi possível constatar que quanto maior o seu diâmetro, maior sera a absorção de potência. Isso também ocorreu para os menores valores de fator de amortecimento e para os menores valores de profundidade da boia.

Já em relação à altura do cilindro, percebeu-se que há um valor, dentre os estudados, que otimiza a absorção de potência. Para encontrá-lo, será necessário um maior refinamento da malha que discretiza os valores de altura de cilindro, o que pode ser alcançado com *softwares* específicos como o ModeFrontier.

Por fim, concluiu-se que, para uma melhor compreensão da influência da lâmina d'água na absorção de potência, seria necessário utilizar um *software* mais específico para a simulação da dinâmica de WECs ou aprimorar o *software* SITUA-Prosim de forma que passe a contabilizar esses efeitos.

Na segunda parte desse trabalho, relativa ao estudo da aplicação da estratégia de controle proposta, outras conclusões foram alcançadas.

Primeiramente, devido à dificuldade enfrentada para se encontrar fórmulas analíticas ou valores tabelados dos valores de coeficiente de massa adicionada e de arrasto na literatura, sugere-se a utilização de *softwares* baseados na teoria potencial para o cálculo desses coeficientes. Com isso, o estudo de boias com novas geometrias seria viabilizado.

Além disso, outra importante conclusão acerca da aplicação da estratégia de controle proposta é que a faixa de períodos em que sua utilização se torna viável

aumenta na medida em que se empregam boias com baixos coeficientes de massa adicionada e com grandes volumes, ou seja, estruturas com formas mais esbeltas.

Finalmente, a conclusão mais importante é que a estratégia de controle proposta nesse trabalho foi bem sucedida em sua função de aumentar a absorção líquida de potência pelo sistema PTO. Logo, o ajuste do lastro de WECs para o aumento da produção de potência é uma estratégia de controle pertinente.

9.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Diante dos resultados obtidos ao longo dessa dissertação, novos estudos podem ser elaborados de forma a dar continuação a esse trabalho.

Sugere-se aos futuros pesquisadores que se interessarem pelo tema seguir as seguintes propostas de estudos:

- Realizar um estudo paramétrico mais aprofundado, com valores mais refinados da altura do cilindro para afirmar com precisão seu valor ótimo;
- Fazer uso de *softwares* baseados na teoria potencial para o cálculo dos coeficientes de massa adicionada e de arrasto de forma que novas geometrias possam ser estudadas;
- Como o resultado da aplicação do controle foi obtido para uma única aplicação de geometria de boia e de rigidez do PTO, utilizar um algoritmo de otimização para avaliar quais os valores das dimensões da boia e de rigidez do PTO otimizam a potência absorvida comparando-se o modelo com aplicação do controle com o modelo sem aplicação do controle;
- Nas análises paramétricas foi observado que a maior absorção de energia ocorreu no modelo com maior seção transversal. Já no estudo do controle, observou-se que o mesmo só é válido para estruturas mais esbeltas. Diante disso, seria interessante descobrir quais os parâmetros da boia e do controle que associados geram a maior absorção de potência possível.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, Elói. *Proposta e avaliação de um método com alternância de cabos para a instalação de equipamentos submarinos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2017.

AWS. **AWS Ocean Energy - Home**. Disponível em: <http://www.awsocean.com/>. Acesso em: 11 jun. 2018.

CARNEGIE CLEAN ENERGY. **Home - Carnegie Clean Energy**. Disponível em: <https://www.carnegiece.com/>. Acesso em: 11 jun. 2018.

CHATZIGIANNAKOU, Maria.; DOLGUNTSEVA, Irina.; LEIJON, Mats. *Offshore deployments of wave energy converters by seabased industry AB.* **Journal of Marine Science and Engineering**, v. 5, n. 2, p. 15, 2017.

DNV GL AS. *Offshore standard DNV-OS-H205: Lifting operations (VMO Standard – Part 2-5)*. DNV, 2014.

———. *Recommended practice DNV-RP-H103: Modelling and analysis of marine operations*. DNV, 2011.

DREW, B.; PLUMMER, A. R.; SAHINKAYA, M. N. *A review of wave energy converter technology*. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy**, v. 223, n. 8, p. 887–902, 2009.

EMEC. **Pelamis Wave Power : EMEC: European Marine Energy Centre**. Disponível em: <http://www.emec.org.uk/about-us/wave-clients/pelamis-wave-power/>. Acesso em: 7 jun. 2018a.

———. **Wave devices : EMEC: European Marine Energy Centre**. Disponível em:

<http://www.emec.org.uk/marine-energy/wave-devices/>. Acesso em: 7 jun. 2018b.

FALCÃO, A. F. O. *Modelling of wave energy systems.* **Wrec**, p. 1213–1217, 2014.

FLOCARD, F.; FINNIGAN, T. D. *Increasing power capture of a wave energy device by inertia adjustment*. **Applied Ocean Research**, v. 34, p. 126–134, 2012.

FUSCO, Francesco. *Real-time forecasting and control for oscillating wave energy devices*. Tese (Doutorado em Engenharia Eletrônica), Faculty of Science and engineering/National University of Ireland Maynooth, 2012

GIRALDO, J. S. M. *Efficient methods for probabilistic fatigue analysis of marine structures*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2014.

HUSSAIN, A.; ARIF, S. M.; ASLAM, M. *Emerging renewable and sustainable energy technologies: State of the art*. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 71, p. 12–28, 2017.

IGLESIAS, G.; ALVAREZ, M.; GARCIA, P. *Renewable energy sources charged with energy from the sun and originated from earth-moon interaction - wave energy converters*. **Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS)**, 2012.

JACOB, Breno P. *Programa PROSIM: simulação numérica do comportamento de sistemas para explotação de petróleo offshore – manual teórico.* Versão 3.2, LAMCSO/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2006.

LÓPEZ, I. *et al. Review of wave energy technologies and the necessary power-equipment*. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 27, p. 413–434, 2013.

LOW, Y. M.; CHEUNG, S. H. *On the long-term fatigue assessment of mooring and riser systems*. **Ocean Engineering**, v. 53, p. 60–71, 2012.

LUCAS, J. *et al. Performance optimisation of a modified Duck through optimal mass distribution*. **8th European Wave and Tidal Energy Conference**, p. 270–279, 2009.

MOSQUERA, I. A. M. *Modelo de função de probabilidade conjunta de parâmetros ambientais usando a transformada de Nataf*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2015.

OES. *Annual Report*. 2017

OPT. **Ocean Power Technologies**. Disponível em: <https://www.oceanpowertechnologies.com/>. Acesso em: 7 jun. 2018.

PECHER, A.; KOFOED, J. P. *Handbook of ocean wave energy*. 7. ed. SpringerOpen, 2017.

PENALBA, M.; RINGWOOD, J. V. *A review of wave-to-wire models for wave energy converters*. **Energies**, v. 9, n. 7, 2016.

PINHEIRO, L. V. *Modelação Numérica da Propagação de Ondas e do Comportamento de Navios Amarrados no Interior de Portos*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), IST/Universidade de Lisboa, Lisboa, 2015.

PISCOPO, V. *et al. A new optimization procedure of heaving point absorber hydrodynamic performances*. **Ocean Engineering**, v. 116, p. 242–259, 2016.

POLINDER, H.; SCUOTTO, M. *Wave energy converters and their impact on power systems*. **2005 International Conference on Future Power Systems**, n. May 2014, p. 9 pp.-9, 2005.

SERGIIENKO, N. Y. *Three-tether wave energy converter : Hydrodynamic modelling , performance assessment and control*. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica),

School of Mechanical Engineering/The University of Adelaide, Adelaide, 2018.

SILVA, L. R. da. *Elaboração de diagramas de limite operacional para procedimentos de içamento offshore*. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 2014.

SiMCosta. Disponível em: <http://www.simcosta.furg.br/>. Acesso em: 23 out. 2018.

SUNDAR, V. *Ocean Wave Mechanic***s**. 3. ed. John Wiley & Sons Ltd, 2016

TOM, N. *et al. Spectral modeling of an oscillating surge wave energy converter with control surfaces*. **Applied Ocean Research**, v. 56, p. 143–156, 2016.

TRI, N. M. *et al. A novel control method to maximize the energy-harvesting capability of an adjustable slope angle wave energy converter*. **Renewable Energy**, v. 97, p. 518–531, 2016.

VANTORRE, M.; BANASIAK, R.; VERHOEVEN, R. *Modelling of hydraulic performance and wave energy extraction by a point absorber in heave*. **Applied Ocean Research**, v. 26, n. 1–2, p. 61–72, 2004.

WANG, L.; ISBERG, J.; TEDESCHI, E. *Review of control strategies for wave energy conversion systems and their validation: the wave-to-wire approach*. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 81, n. October 2016, p. 366–379, 2018.

WAVE DRAGON. **WaveDragon.co.uk | – for a better future**. Disponível em: <http://www.wavedragon.co.uk/>. Acesso em: 7 jun. 2018.

Worldwide Supplier of Industrial & Marine Pumps | Castle Pumps. Disponível em: <https://www.castlepumps.com/>. Acesso em: 23 out. 2018.

XIA, Y. *Wave-Current Boundary Layer and Sediment Transport*. n. December, 2017.

APÊNDICE A CÁLCULO DA EXPRESSÃO DO COEFICIENTE DE MASSA ADICIONADA

A.1 CILINDRO

A expressão para o cálculo do coeficiente de massa adicionada para o cilindro foi gerada a partir dos valores tabelados de coeficiente de massa adicionada da norma DNV-RP-H103. A Figura 9-1 apresenta as informações dessa tabela que foram utilizadas nesse trabalho:

Table A-1 Analytical added mass coefficient for two-dimensional bodies, i.e. long cylinders in infinite fluid (far from boundaries). Added mass (per unit length) is $A_{ij} = \rho C_A A_R$ [kg/m] where A_R [m^2] is the reference area

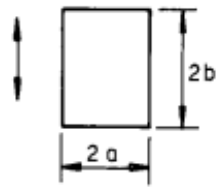
Section through body		*Direction of motion*	C_A	A_R	*Added mass moment of inertia* [(kg/m)*m^2]		
					$\beta_1 \rho \pi a^4$ or $\beta_2 \rho \pi b^4$		
	a / b = ∞ a / b = 10 a / b = 5 a / b = 2 a / b = 1 a / b = 0.5 a / b = 0.2 a / b = 0.1	Vertical	1.0 1.14 1.21 1.36 1.51 1.70 1.98 2.23	πa^2	*a/b* 0.1 0.2 0.5 1.0 2.0 5.0 ∞	β_1 - - - 0.234 0.15 0.15 0.125	β_2 0.147 0.15 0.15 0.234 - - -

Figura 9-1 – Coeficientes de massa adicionada para um cilindro bidimensional com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do cilindro (DNV, 2011)

A partir desses valores, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 9-2, cujo eixo das abscissas representa a relação entre o diâmetro e a altura do cilindro e o eixo das ordenadas representa os valores do coeficiente de massa adicionada.

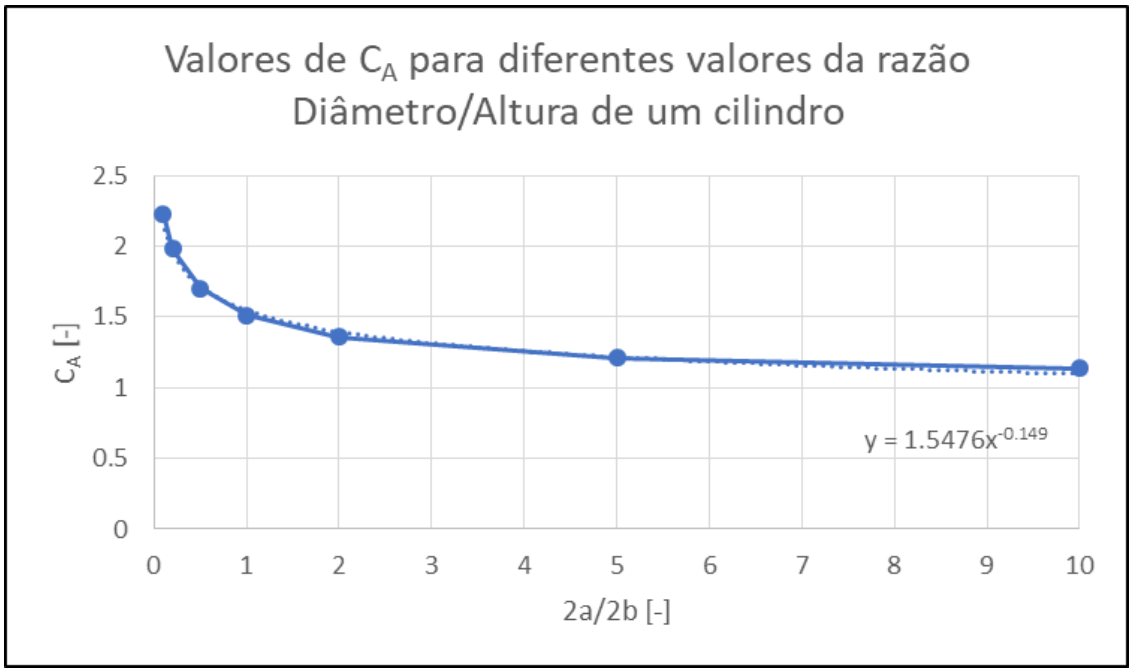


Figura 9-2 – Gráfico dos valores de coeficiente de massa adicionada versus a razão entre diâmetro e altura do cilindro

Com base nos valores do gráfico, foi ajustada uma curva de tendência da forma potencial que deu origem a seguinte expressão para o cálculo do coeficiente de massa adicionada:

$$C_A = 1.5476 \cdot \left(\frac{2a}{2b}\right)^{-0.149} \tag{A.1}$$

A.2 PRISMA COM BASE QUADRADA

A expressão para o cálculo do coeficiente de massa adicionada para o prisma com base quadrada foi gerada a partir dos valores tabelados de coeficiente de massa adicionada da norma DNV-RP-H103. A Figura 9-3 apresenta as informações dessa tabela que foram utilizadas nesse trabalho:

Table A-2 Analytical added mass coefficient for three-dimensional bodies in infinite fluid (far from boundaries). Added mass is $A_{ij}=\rho C_A V_R$ [kg] where V_R [m^3] is reference volume

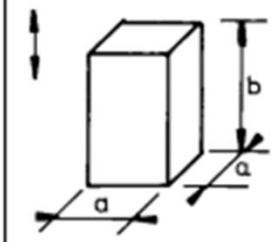
Body shape		*Direction of motion*	C_A		V_R
Square prisms		Vertical	*b/a* 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 10.0	C_A 0.68 0.36 0.24 0.19 0.15 0.13 0.11 0.08	$a^2 b$

Figura 9-3 – Coeficientes de massa adicionada para um prisma com base quadrada com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do prisma (DNV, 2011)

A partir desses valores, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 9-4, cujo eixo das abscissas representa a relação entre a altura e a aresta da base do prisma e o eixo das ordenadas representa os valores do coeficiente de massa adicionada.

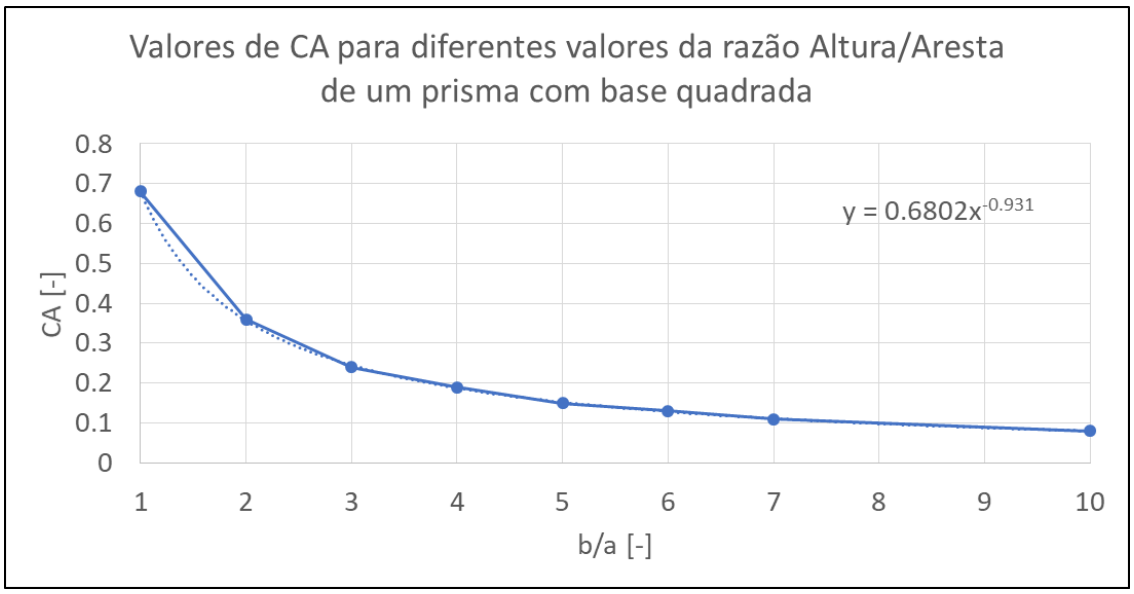


Figura 9-4 – Gráfico dos valores de coeficiente de massa adicionada versus a razão entre altura e aresta do prisma

Com base nos valores do gráfico, foi ajustada uma curva de tendência da forma potencial que deu origem a seguinte expressão para o cálculo do coeficiente de massa adicionada:

$$C_A = 0.6802 \cdot \left(\frac{b}{a}\right)^{-0.931} \tag{A.2}$$

APÊNDICE B CÁLCULO DA EXPRESSÃO DO COEFICIENTE DE ARRASTO

B.1 CILINDRO

A expressão para o cálculo do coeficiente de arrasto do cilindro foi gerada a partir dos valores tabelados de coeficiente de arrasto da norma DNV-RP-H103. A Figura 9-5 apresenta as informações dessa tabela que foram utilizadas nesse trabalho:

Table B-2

Drag coefficient on three-dimensional objects for steady flow C_{DS}.

Drag force is defined as $F_D = \frac{1}{2}\rho C_{DS} S u^2$.

S = projected area normal to flow direction [m^2].

R_e = uD/ν = Reynolds number where D = characteristic dimension.

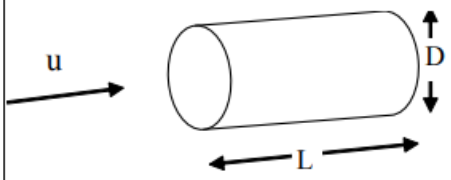
Geometry	*Dimensions*	C_{DS}
Circular cylinder. Axis parallel to flow. 	L/D 0 1 2 4 7	 1.12 0.91 0.85 0.87 0.99
		$R_e > 10^3$

Figura 9-5 – Coeficientes de arrasto para um cilindro tridimensional com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do cilindro (DNV, 2011)

A partir desses valores, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 9-6, cujo eixo das abscissas representa a relação entre a altura e o diâmetro do cilindro e o eixo das ordenadas representa os valores do coeficiente de arrasto.

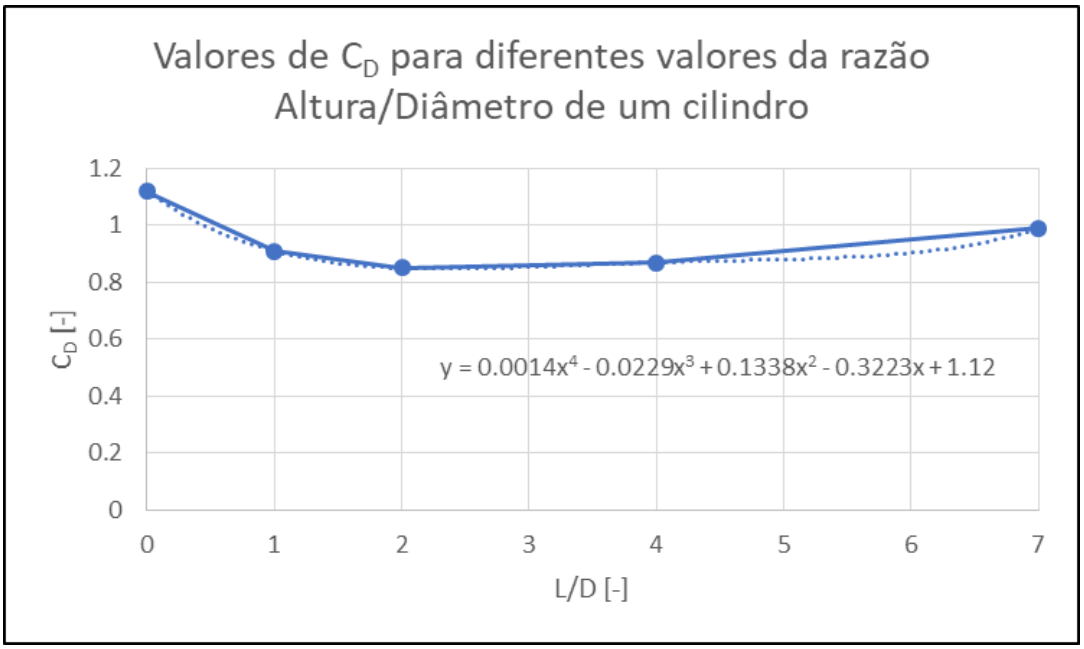


Figura 9-6 – Gráfico dos valores de coeficiente de arrasto versus a razão entre altura e diâmetro do cilindro

Com base nos valores do gráfico, foi ajustada uma curva de tendência da forma polinomial que deu origem a seguinte expressão para o cálculo do coeficiente de arrasto:

$$C_D = 0.0014\left(\frac{L}{D}\right)^4 - 0.0229\left(\frac{L}{D}\right)^3 + 0.1338\left(\frac{L}{D}\right)^2 - 0.3223\left(\frac{L}{D}\right)^1 + 1.12 \qquad \text{(B.1)}$$

B.2 PRISMA COM BASE QUADRADA

A expressão para o cálculo do coeficiente de arrasto do prisma com base quadrada foi gerada a partir dos valores tabelados de coeficiente de arrasto da norma DNV-RP-H103. A Figura 9-7 apresenta as informações dessa tabela que foram utilizadas nesse trabalho:

Table B-2

Drag coefficient on three-dimensional objects for steady flow C_{DS}.

Drag force is defined as $F_D = \frac{1}{2}\rho C_{DS} S u^2$.

S = projected area normal to flow direction [m^2].

R_e = uD/ν = Reynolds number where D = characteristic dimension.

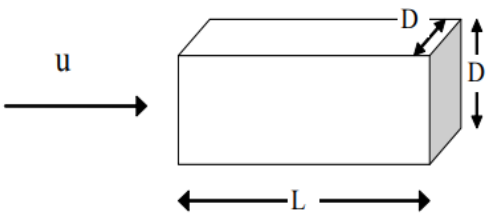
Geometry	*Dimensions*	C_{DS}
Square rod parallel to flow 	L/D 1.0 1.5 2.0 2.5 3.0 4.0 5.0	 1.15 0.97 0.87 0.90 0.93 0.95 0.95 $R_e = 1.7 \cdot 10^5$

Figura 9-7 – Coeficientes de arrasto para um prisma de base quadrada com fluxo incidente na direção perpendicular ao topo do prisma (DNV, 2011)

A partir desses valores, foi elaborado o gráfico apresentado na Figura 9-8, cujo eixo das abscissas representa a relação entre a altura e a aresta da base do prisma e o eixo das ordenadas representa os valores do coeficiente de arrasto.

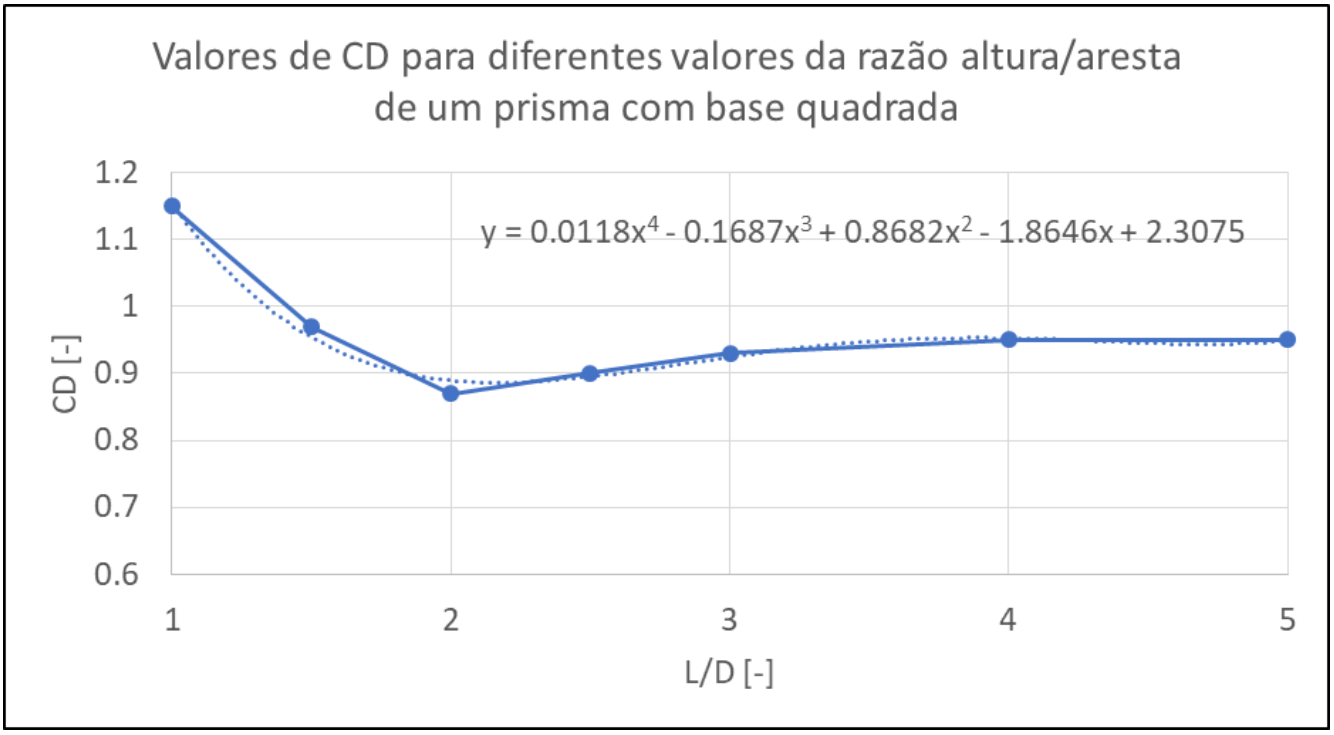


Figura 9-8 – Gráfico dos valores de coeficiente de arrasto versus a razão entre altura e aresta da base do prisma

Com base nos valores do gráfico, foi ajustada uma curva de tendência da forma polinomial que deu origem a seguinte expressão para o cálculo do coeficiente de arrasto:

$$C_D = 0.0118\left(\frac{L}{D}\right)^4 - 0.1687\left(\frac{L}{D}\right)^3 + 0.8682\left(\frac{L}{D}\right)^2 - 1.8646\left(\frac{L}{D}\right)^1 + 2.3075 \quad \text{(B.2)}$$

APÊNDICE C TRANSFORMADA DE NATAF

Em problemas de engenharia que involvem variáveis não-determinísticas, como as ondas do mar, muitas vezes temos que lidar com a modelagem estocástica de variáveis aleatórias.

No caso de problemas que contam com duas ou mais variáveis aleatórias, é importante conhecer a distribuição conjunta dessas variáveis. Entretanto, nem sempre essa informação está disponível.

Diante dessa situação, pode-se fazer uso da transformada de Nataf que, a partir da matriz de correlações e das funções de distribuição marginais das variáveis aleatórias, é capaz de fornecer uma aproximação razoável da função densidade de probabilidade conjunta dessas variáveis (Mosquera, 2015).

Seja $\boldsymbol{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ um vetor de n variáveis aleatórias correlacionadas, com uma matriz de correlações $\boldsymbol{\rho}$, funções densidade de probabilidade marginais $f_{X_i}(x_i)$ e funções de distribuição marginais $F_{X_i}(x_i)$ conhecidas.

Utilizando-se o conceito de equivalência estatística, o vetor $\boldsymbol{X}$ é então inicialmente transformado num vetor $\boldsymbol{Z}$, de variáveis normais padrão correlacionadas e, em seguida, num vetor $\boldsymbol{U}$, de variáveis normais padrão estatisticamente independentes, por meio da equação (C.1) (Mosquera, 2015):

$$\boldsymbol{U} = \boldsymbol{\Gamma_0} \cdot \boldsymbol{Z} = \boldsymbol{\Gamma_0} \cdot \begin{Bmatrix} \Phi^{-1}\left(F_{X_i}(x_i)\right) \\ \vdots \\ \Phi^{-1}\left(F_{X_n}(x_n)\right) \end{Bmatrix} \tag{C.1}$$

Onde, $\Phi^{-1}(p)$ indica a inversa da função cumulativa da distribuição normal padrão e $\boldsymbol{\Gamma_0} = \boldsymbol{L_0^{-1}}$, sendo $\boldsymbol{L_0^{-1}}$ a matriz triangular inferior obtida pela decomposição de Cholesky da matriz de correlação normal equivalente, $\boldsymbol{R}$.

Dado que a matriz de correlações $\boldsymbol{\rho}$ das variáveis aleatórias do vetor $\boldsymbol{X}$ é conhecida, $\boldsymbol{R}$ pode ser calculada numericamente através da equação (C.2) (Mosquera, 2015):

$$\rho_{i,j} = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{F_{X_i}^{-1}\big(\Phi(z_i)\big)-\mu_i}{\sigma_i}\right)\left(\frac{F_{X_j}^{-1}\Big(\Phi\big(z_j\big)\Big)-\mu_j}{\sigma_j}\right)\phi_2\big(z_i, z_j, r_{i,j}\big)\,dz_i dz_j \qquad \text{(C.2)}$$

Onde,

- $\rho_{i,j}$ corresponde a correlação linear das variáveis X_i e X_j;
- $F_{X_i}^{-1}(p)$ indica a inversa da função cumulativa de probabilidades da variável X_i;
- μ_i e μ_j representam a médias das variáveis X_i e X_j, respectivamente;
- σ_i e σ_j representam os desvios padrões das variáveis X_i e X_j, respectivamente;
- $\phi_2\big(z_i, z_j, r_{i,j}\big)$ indica a distribuição normal bivariada das variáveis Z_i e Z_j, cuja correlação é $r_{i,j}$.

A partir daí, a distribuição conjunta de probabilidade para n variáveis aleatórias X pode ser expressa por (Mosquera, 2015):

$$f_X(\boldsymbol{x}) = \phi_n(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{R}) \cdot \frac{f_{X_1}(x_1)\cdot f_{X_2}(x_2)\cdot \cdots \cdot f_{X_n}(x_n)}{\phi(z_1)\cdot\phi(z_2)\cdot\cdots\cdot\phi(z_n)} \qquad \text{(C.3)}$$

Onde $\phi_n(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{R})$ é a distribuição Normal conjunta para n variáveis normais padrão cuja matriz de correlação é $\boldsymbol{R}$.