DIMENSIONAMENTO VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA DE COLUNAS EM AÇO INOXIDÁVEL DE PAREDE FINA SOB FALHA DISTORCIONAL

João Fernando Martins Paixão

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Alexandre Landesmann

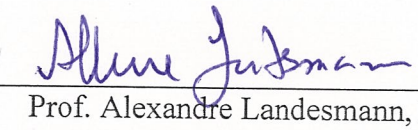
Rio de Janeiro
Novembro de 2018

DIMENSIONAMENTO VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA DE COLUNAS EM AÇO INOXIDÁVEL DE PAREDE FINA SOB FALHA DISTORCIONAL

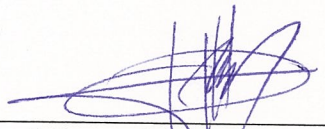
João Fernando Martins Paixão

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:



Prof. Alexandre Landesmann, D.Sc.



Prof. Juarez Moara Santos Franco, D.Sc.

Prof. Daniel Alves Castello, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

NOVEMBRO DE 2018

Paixão, João Fernando Martins

Dimensionamento via Método da Resistência Direta de Colunas em Aço Inoxidável de Parede Fina sob Falha Distorcional / João Fernando Martins Paixão. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2018.

X, 58 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Alexandre Landesmann

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2018.

Referências Bibliográficas: p. 50-53.

1. Flambagem Distorcional. 2. Colunas de Perfis Formados a Frio Inoxidável. 3. Análise Numérica. I. Landsmann, Alexandre. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

Aos meus pais e irmãos pelo amor incondicional.

"*Por vezes sentimos que aquilo que fazemos não é senão uma gota de água no mar. Mas o mar seria menor se lhe faltasse uma gota*"

Santa Teresa de Calcutá

Agradecimentos

A Deus e a Nossa Senhora Aparecida, aos quais tantas vezes recorri para solicitar força, sabedoria e por ter me concedido tudo o que foi necessário para alcançar mais este objetivo que concretiza uma grande vitória em minha vida.

Aos meus pais, Gilmar e Suely, fonte inesgotável de amor e compreensão. Obrigado pelos conselhos que me guiaram e continuarão a me guiar por toda a vida.

Aos meus irmãos, Guilherme e Maurício, com quem sempre pude compartilhar meus anseios, alegrias e que a todo o momento estiveram ao meu lado.

Aos meus queridos avós, que com sabedoria, orações, ternura e amor incondicional, sempre foram para mim exemplo de vida e fonte de inspiração.

Ao meu estimado orientador, professor Alexandre Landesmann, pela competência, dedicação, incentivo, paciência, amizade e conhecimentos transmitidos, sempre propondo soluções e melhorias para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos conquistados durante esse período, em especial ao Gustavo, Isis, Kathleen, João, Yasmim e Redescar, que souberam dividir as angustias e receios das novas descobertas.

Aos demais professores e servidores do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, pelos importantes ensinamentos transmitidos ao longo deste período de convivência.

A todo povo brasileiro, por ter me proporcionado o acesso a um ensino público de qualidade, merecedor de todo o meu respeito, gratidão e dedicação, que foi e sempre será para mim motivo de pesquisa inesgotável por novos conhecimentos, contribuindo para dias melhores e próspero para todos.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DIMENSIONAMENTO VIA MÉTODO DA RESISTÊNCIA DIRETA DE COLUNAS EM AÇO INOXIDÁVEL DE PAREDE FINA SOB FALHA DISTORCIONAL

João Fernando Martins Paixão

Novembro/2018

Orientador: Alexandre Landesmann

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho apresenta um estudo numérico-computacional via *MEF* do comportamento estrutural de flambagem, pós-flambagem (elástica e elasto-plástica) e resistência última de colunas constituídas por perfis U enrijecido em aços inoxidáveis austenítico (*304*) e ferrítico (*430*) submetidos à compressão uniaxial centrada e modo de falha distorcional. Tais análises têm por objetivo avaliar a aplicabilidade do Método da Resistência Direta (*MRD*), segundo as especificações existentes para o dimensionamento destes elementos. Inicialmente, descrevem-se os critérios adotados para a seleção das colunas segundo a Teoria Generalizada de Vigas (*GBT*), com emprego do programa de livre acesso *GBTul*, para duas condições de apoio, que diferem principalmente quanto ao empenamento, podendo ser livre ou impedido e diferentes dimensões de seção-transversal. Após validação do modelo numérico proposto, segundo comparação entre forças críticas e últimas obtidas neste trabalho com semelhantes disponibilizadas na literatura, o presente trabalho apresenta e avalia resultados obtidos de um estudo paramétrico proposto, abrangendo 320 colunas, com uma vasta gama de esbeltez distorcional, sendo comparados suas resistências últimas com previsões disponíveis segundo o *MRD*.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

DSM DESIGN OF DISTORTIONAL BUCKLING FAILURE OF THIN-WALLED COLD-FORMED STAINLESS STEEL COLUMNS

João Fernando Martins Paixão

November/2018

Advisor: Alexandre Landesmann

Department: Civil Engineering

This work reports the results of a numerical-computational study of the structural buckling and post-buckling (elastic and elastic-plastic) behavior of *Cold Formed Steel* (*CFS*) lipped-channel columns with austenitic (*304*) and ferritic (*430*) steels buckling and failing in distortional mode. This analysis aims to evaluate the current specifications for the design of these elements using Direct Strength Method (*DSM*). Initially, it describes the criteria's adopted for the selection of the columns via *GBT* (Generalized Beam Theory), in which different types of support conditions (pinned-pinned and prevented-prevented) even as different geometric dimensions were considered. After this phase, the modeling of the columns with shell elements in the *ANSYS* is performed, applying the initial imperfections to perform the non-linear analyzes of elastic-elastic and elastic-plastic buckling, obtaining the ultimate load. Finally, the numerical results obtained in this work are reported, discussed and compared with the predictions obtained through the Direct Resistance Method (*DSM*).

SUMÁRIO

1 Introdução 1
1.1 Considerações gerais dos perfis de aço formados a frio 2
1.2 Motivação 4
1.3 Objetivos 4
1.4 Metodologia 5
1.5 Estrutura da dissertação 5
2 Revisão Bibliográfica 7
2.1 Classificação dos aços inoxidáveis 7
2.1.1 Modelo constitutivo de aço inoxidável (EN 1993-1-4, 2006) 9
2.2 Estabilidade estrutural e equilíbrio 11
2.2.1 Flambagem 12
2.2.2 Métodos numéricos para análise de flambagem 14
2.2.3 Pós-flambagem e carga última 17
2.3 Métodos de dimensionamento 19
2.3.1 Método da Resistência Direta (*MRD*) 19
2.4 Estado da arte sobre colunas com falha distorcional 21
2.4.1 LECCE e RASMUSSEN (2005) 22
2.4.2 ROSSI e RASMUSSEN (2013) 23
2.4.3 LANDESMANN e CAMOTIM (2013) 25
3 Análise de flambagem 27
3.1 Seleção das colunas 27
4 Modelo Numérico 30
4.1 Dicretização do modelo numérico 30
4.2 Teste de convergência da malha 31
4.3 Estudo de Validação 32
5 Análise de pós-flambagem e força última 34
5.1 Análise elástica de pós-flambagem 34
5.2 Pós-flambagem elasto-plástica e carga última 36
6 Dimensionamento via *MRD* 42
6.1 Previsão de resistência das colunas 42
6.2 Ajustes na curva atual codificada pela ABNT NBR 14762:2010 44
7 Conclusões 47
7.1 Sugestões para trabalhos futuros 49
8 Referências Bibliográficas 50
ANEXO A 54

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos Romanos Maiúsculos

A	área bruta da seção transversal da barra
E	módulo de elasticidade do aço
E_y	módulo tangente da curva tensão-deformação no ponto relativo à tensão de escoamento
f_y	tensão de escoamento do aço inoxidável, (tensão limite convencional de proporcionalidade de 0,2%)
f_u	tensão última à tracão do aço inoxidável
G	módulo de elasticidade transversal
L	comprimento da coluna
L_D	comprimento da coluna associado ao modo de flambagem distorcional
P	força axial de compressão
P_{cr}	força crítica (ou força de flambagem)
$P_{cr.G}$	força crítica de flambagem global
$P_{cr.L}$	força crítica de flambagem local
$P_{cr.D}$	força crítica de flambagem distorcional
P_y	força de escoamento da área bruta ($P_y = Af_y$)
P_u	força última
$P_{n.D}$	força axial resistente de cálculo, em relação a flambagem distorcional segundo ABNT NBR 14762:2010
$P_{nD.I}$	força resistente da coluna, em relação a flambagem distorcional segundo LECCE e RASMUSSEN (2005)
$P_{nD.II}$	força resistente da coluna, em relação a flambagem distorcional segundo LANDESMANN e CAMOTIM (2013)
$P_{nD.III}$	força resistente da coluna, em relação a flambagem distorcional proposta nesta dissertação

Símbolos Romanos minúsculos

n	fator de endurecimento
t	espessura do perfil

Símbolos Gregos minúsculos

δ	deslocamento transversal da coluna
$\|\delta\|$	máximo deslocamento transversal absoluto
δ_0	imperfeições iniciais
λ	índice de esbeltez
λ_D	índice esbeltez associado ao modo de flambagem distorcional
λ_L	índice esbeltez associado ao modo de flambagem local
ν	coeficiente de *Poisson*
σ	tensão de tração
ε	deformação
ε_u	deformação última
w_d	imperfeição geométrica inicial utilizada - LECCE e RASMUSSEN (2005)

Siglas

GBT	Teoria da Viga Generalizada / *Generalized Beam Theory*
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFF	Método das Faixas Finitas
MLE	Método da Largura Efetiva
MRD	Método da Resistência Direta
MSE	Método da Seção Efetiva
PFF	Perfil Formado a Frio
DME	Tamanho/Dimensão do Elemento (*MEF*)

1 Introdução

Apesar das propriedades anticorrosivas das ligas de ferro-crómio serem conhecidas desde o século XIX, apenas no início do século XX vulgarizou-se o conceito de aço inoxidável, constatando-se que a adição de uma dada percentagem de cromo aos aços carbono lhes dava uma excelente resistência à corrosão, além de um acabamento brilhante (COBB, 2010). Segundo a norma EN 10088-1 (2005), o aço inoxidável é definido como uma liga metálica que contém um mínimo de 10,5 % de cromo e um máximo de 1,2 % de carbono, além de outros metais como o níquel e molibdênio. Dependendo de sua composição química, as propriedades físico-químicas e mecânicas destas ligas podem variar significativamente, mas estas apresentam um ponto em comum: cromo como principal responsável por conferir considerável resistência à corrosão. Sendo assim, quando o cromo entra em contato com o oxigênio, permite a formação de uma película finíssima de óxido de cromo (Cr_2O_3) sobre a superfície do aço, que é impermeável e insolúvel em meios corrosivos usuais. Tal característica que juntamente com a sua boa aparência levam a utilização do aço inoxidável como alternativa ao aço carbono, substituindo-o frequentemente em estruturas inseridas em ambientes agressivos (GOMES, 2015). Embora apresente um investimento inicial elevado, podem ser mais competitivos uma vez que possuem um baixo custo de reparação durante sua vida útil, contribuindo desta forma para uma construção mais sustentável (GAMELAS, 2014). Conforme ilustra a Figura 1.1, verifica-se a passividade dos aços-cromo expostos durante 10 anos a uma atmosfera industrial.

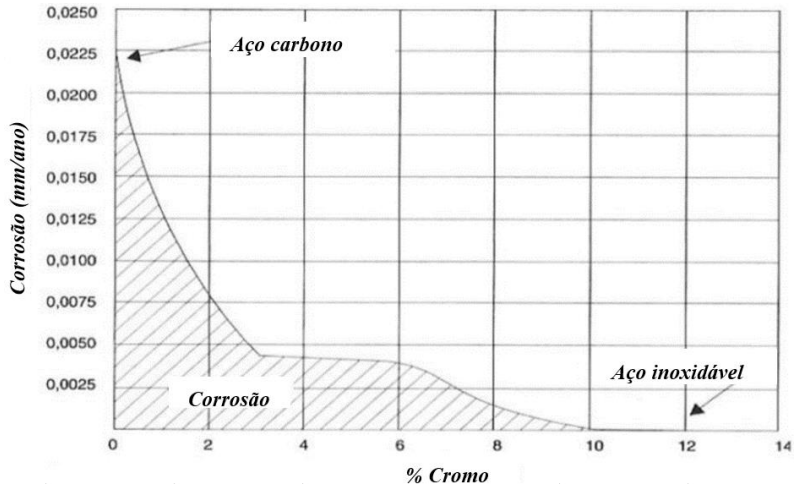


Figura 1.1. Variação da perda por corrosão em função da porcentagem de cromo (GOMES, 2015).

1.1 Considerações gerais dos perfis de aço formados a frio

Os perfis de aço formados a frio (*PFF*) têm lugar de destaque entre as estruturas em aço, devido à facilidade na sua fabricação, menor custo energético na produção em relação aos perfis soldados e laminados, versatilidade no manuseio e na montagem, oferecendo grande variabilidade na composição de seções transversais, além de oferecerem elevada relação inércia/peso. As Figura 1.2(a,b,c) ilustram alguns exemplos da utilização dos *PFF* na construção civil.

(a) **(b)** **(c)**

Figura 1.2. Exemplos de aplicação dos *PFF*: (a) terças, tesouras–cobertura (METALCOBER, 2017)[1] (b) sistema de paredes *Ligh Steel Framing* (GRAN ENGENHARIA, 2017)[2], (c) Sistemas de Armazenamento industrial porta-*pallets* (ENGESYSTEMS, 2017)[3].

São conhecidos dois processos de fabricação dos *PFF*: contínuo e descontínuo. Por essas operações ocorrerem com o aço em temperatura ambiente, advém o termo "formados a frio".

O processo contínuo, ilustrado pelas Figura 1.3(a,c), quando se demanda da fabricação em série, consiste em conduzir uma bobina de aço através de grupos de rolos de laminação, que rotacionam em sentido contrário à chapa de aço, mudando levemente a sua geometria. Evidentemente que quanto mais complexa for a seção-transversal, mais rolos são necessários para a obtenção do *PFF* (FEREGUETTI, 2016).

[1] Acessado em 12 de março de 2017 (http://www.metalcober.com.br/cobertura-galpao).
[2] Acessado em 12 de março de 2017 (http://www.granengenharia.com/blog/steel-frame).
[3] Acessado em 12 de março de 2017 (http://www.engesystems.com.br/estruturas-armazenagem).

O processo descontínuo, conforme ilustram as Figura 1.3(b,d), é voltado à produção de perfis em pequena escala, realizado mediante o emprego de uma dobradeira. A matriz da dobradeira é prensada contra a chapa de aço, forçando-a criar uma dobra. Após algumas operações similares a essa, sobre a mesma chapa, é conferida a seção do perfil conforme exigências de projeto. Em comparação com o processo contínuo, esse procedimento é mais lento e o comprimento da peça está limitado ao tamanho do equipamento (entre 6 a 8 metros) (FEREGUETTI, 2016). Este processo é comum entre os fabricantes de estruturas metálicas, sendo apresentadas na Figura 1.4 as seções transversais mais comumente utilizadas.

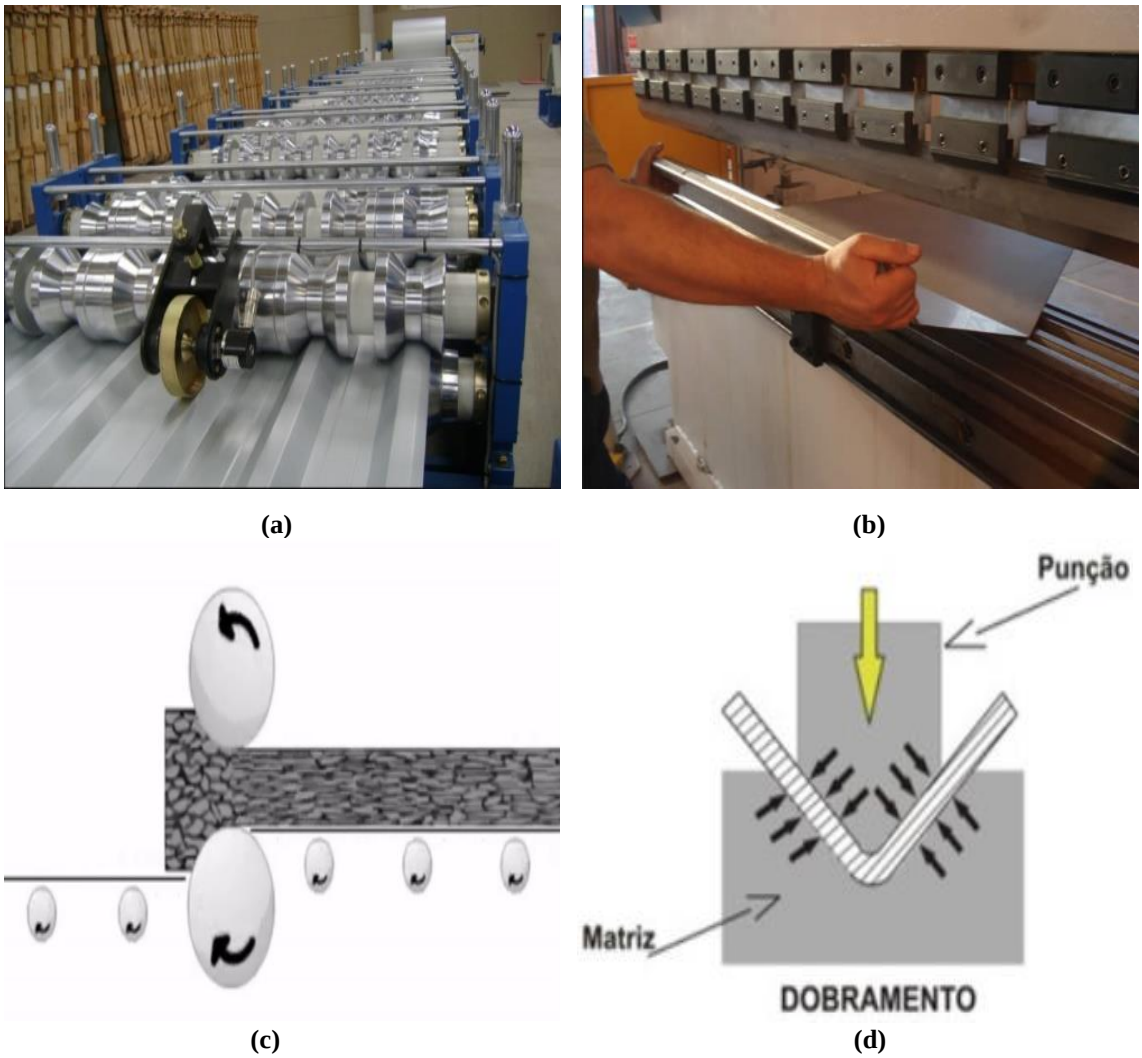


Figura 1.3. Processos de fabricação dos *PFF*: (a) máquina de perfilação, (b) prensa dobradeira, e respectivas representações esquemáticas dos processos de fabricação: (c) processo contínuo e (d) processo de dobra em chapa[4].

[4] Acessado em 13 de março de 2017 (http://mmborges.com/processos/sub_conformacao_intro.htm).

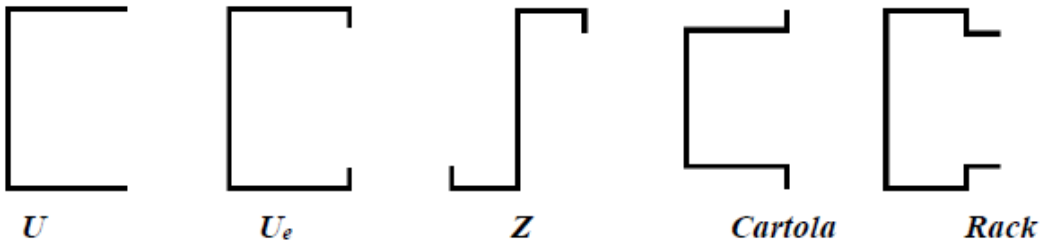


Figura 1.4. Seções transversais de *PFF* usuais fabricadas pelo processo descontínuo.

1.2 Motivação

O Método da Resistência Direta (*MRD*) consiste em curvas ajustadas de forma a determinar a força resistente de barras submetidas à compressão centrada e/ou à flexão simples, avaliando os modos local, distorcional, global e interações entre estes. Trata-se de um método simples e eficiente, pois fornece estimativas precisas e seguras, baseado no comportamento da barra na flambagem e na tensão de escoamento do aço utilizado. As curvas deste método foram calibradas e validadas a partir de resultados experimentais e numéricos, *PFF*, exclusivamente para aços carbono (SCHAFER, 2000). Portanto, torna-se fundamental verificar se o método satisfaz as condições de segurança para estruturas que venham à apresentar características diferentes das utilizadas na calibração deste método de dimensionamento.

Atualmente, o *MRD* encontra-se nas normas brasileira (ABNT NBR 14762:2010), americana (AISI-S100-16) e australiana/neozelandesa (AS/NZS 4600:2005). Além disso, existem poucos dados na literatura sobre o dimensionamento via MRD de colunas em aços inoxidáveis sob falha distorcional, podendo-se citar os estudos realizados por LECCE e RASMUSSEN (2005) e ROSSI e RASMUSSEN (2013). Neste contexto, a motivação deste trabalho é de investigar, na mesma linha de pesquisa dos referidos autores, sobre a segurança e o desempenho estrutural de colunas de *PFF*, com seção-transversal U_e, considerando diferentes proporções geométricas (sobretudo a relação comprimento da alma e da mesa), em aços inoxidáveis austenítico (*304*) e ferrítico (*430*) sob falha distorcional, com condições de apoio engastada e apoiada.

1.3 Objetivos

O objetivo deste trabalho é apresentar resultados de uma análise numérica-computacional de flambagem, pós-flambagem (elástica e elasto-plástica) e resistência última de colunas de *PFF*, com seção-transversal U_e, em aços inoxidáveis austenítico

(*304*) e ferrítico (*430*) sob compressão centrada e colapso distorcional, com condições de apoio engastada e apoiada. Objetiva-se ainda, verificar a aplicabilidade de diferentes curvas de dimensionamento via *MRD* disponíveis, como aquelas reportadas por LECCE e RASMUSSEN (2005), LANDESMANN e CAMOTIM (2013) e a atualmente codificada pela ABNT NBR 14762:2010 e, se preciso, realizar ajustes/modificações que torne estas curvas seguras para os casos abordados.

1.4 Metodologia

Para cumprir os objetivos propostos, as análises abrangem as seguintes etapas: (i) seleção de colunas, análise linear de estabilidade e participação modal por meio de análises de autovalores e segundo a teoria generalizada de vigas, via código *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2018), (ii) análise numérica não-linear física e geométrica, utilizando modelos de elementos finitos de casca (*Shell181*) no programa *ANSYS* (SAS, 2009), considerando imperfeições geométricas iniciais correspondentes ao modo crítico de flambagem distorcional, com amplitude máxima correspondente a 0,1t (10% da espessura da parede (t)). Sendo assim, avaliou-se o comportamento elástico e elasto-plástico de pós-flambagem distorcional dos elementos com critério de falha de *von Mises*. Em seguida, (iii) comparou-se as estimativas da resistência axial última via *MRD* — propostas por LECCE e RASMUSSEN (2005) ($P_{nD.I(304)}$, $P_{nD.I(430)}$) e LANDESMANN e CAMOTIM (2013) ($P_{nD.II}$) bem como a prevista pela ABNT NBR 14762:2010 (P_{nD}) — com as forças axiais de colapso obtidas numericamente (P_u). Por fim, tem-se a (iv) apresentação de alguns ajustes/modificações sugeridas para a curva do MRD proposta por LECCE e RASMUSSEN (2005) ($P_{nD.I(430)}$) de modo a obter valores mais precisos para as forças últimas das colunas engastadas avaliadas.

1.5 Estrutura da dissertação

Primeiramente, no capítulo 2, é apresentada uma revisão bibliográfica referente aos seguintes assuntos: (i) grupos de aço inoxidável, abordando o modelo do aço inoxidável prescrito pela EN 1993-1-4:2006, (ii) modos de flambagem, (iii) comportamento pós flambagem e carga última e (iv) dimensionamento dos *PFF* sob compressão axial centrada via curvas do *MRD*. Além disso, foram apresentados trabalhos

numéricos e experimentais anteriores sobre o comportamento de colunas em aço inoxidável submetidas à compressão centrada e modo de flambagem distorcional.

No capítulo 3, tem-se a análise de flambagem, onde é descrito os procedimentos adotados para escolha das colunas que possuam modo de falha predominantemente distorcional (*i.e,* a participação modal distorcional das colunas selecionadas deve ser preferencialmente maior que 90% com uma semi-onda) e cargas críticas local e global significativamente maiores que a distorcional.

No capítulo 4, descreve-se o modelo numérico de elementos finitos utilizado por meio do programa *ANSYS* (SAS, 2009), seguida da validação do modelo (realizada por comparação entre as forças críticas e últimas obtidas com semelhantes disponibilizadas por LECCE e RASMUSSEN (2005).

O capítulo 5 expõe os comportamentos de pós-flambagem elástico e elasto-plástico distorcional das colunas inoxidáveis, relatando e discutindo: (i) trajetórias de equilíbrio, (ii) as configurações deformadas, (iii) evolução das tensões de equilíbrio, incluindo o mecanismo de colapso e resistência última dos elementos, (iv) avaliação das curvas de resistência à compressão obtidas a partir das análises numéricas; e (v) a discussão do dimensionamento à falha distorcional comparando os procedimentos, baseados no *MRD*, reportados por LECCE e RASMUSSEN (2005) e LANDESMANN e CAMOTIM (2013) assim como o disposto na ABNT NBR 14762:2010. Além disso, sugere-se ajustes na curva proposta por LECCE e RASMUSSEN (2005) ($P_{nD.I(430)}$), que visam melhorar as estimativas para os casos de barras engastadas, em aços inoxidáveis austenítico (*304*) e ferríticos (*430*), submetidas à compressão centrada e modo de falha distorcional.

Por fim, no capítulo 6, são apresentadas as principais conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta inicialmente os grupos de aços inoxidáveis existentes abordando o modelo prescrito pela EN 1993-1-4:2006. Posteriormente, são descritos os conceitos de estabilidade e equilíbrio estrutural, destacando os modos de flambagem, métodos numéricos para análise de flambagem, comportamento pós-flambagem e força última. Os métodos e padrões de dimensionamento vigentes são mencionados, com destaque para o *MRD*, citando os principais trabalhos anteriores no que se refere à flambagem distorcional.

2.1 Classificação dos aços inoxidáveis

Existem diferentes ligas de aços inoxidáveis que de acordo com a sua estrutura metalúrgica são classificadas em 5 grupos: austeníticos, ferríticos, martensíticos, austeníticos/ferríticos (*duplex*) e endurecidos por precipitação, conforme ilustra a Figura 2.1. Nota-se que o grupo de aço que apresenta maior porcentagem de níquel são os austeníticos, e o que apresenta menor porcentagem pertencem ao grupo dos ferríticos (GAMELAS, 2014).

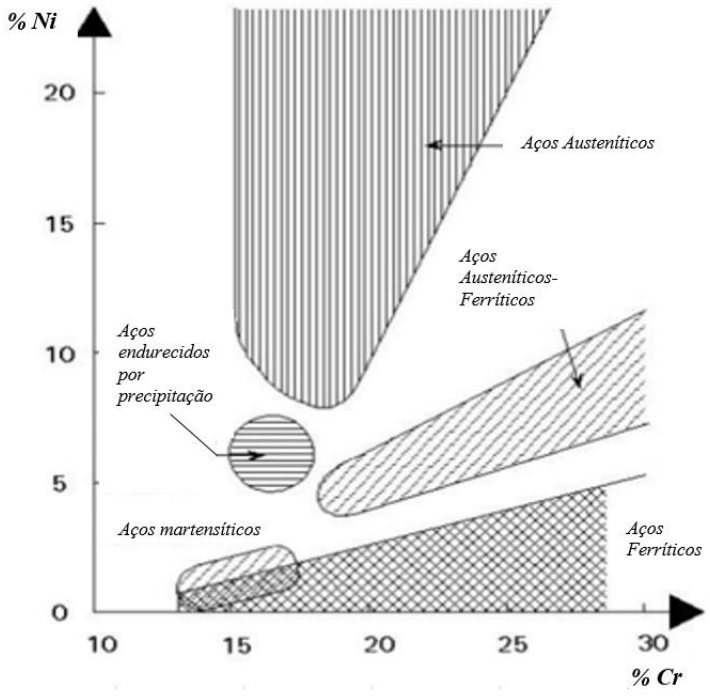
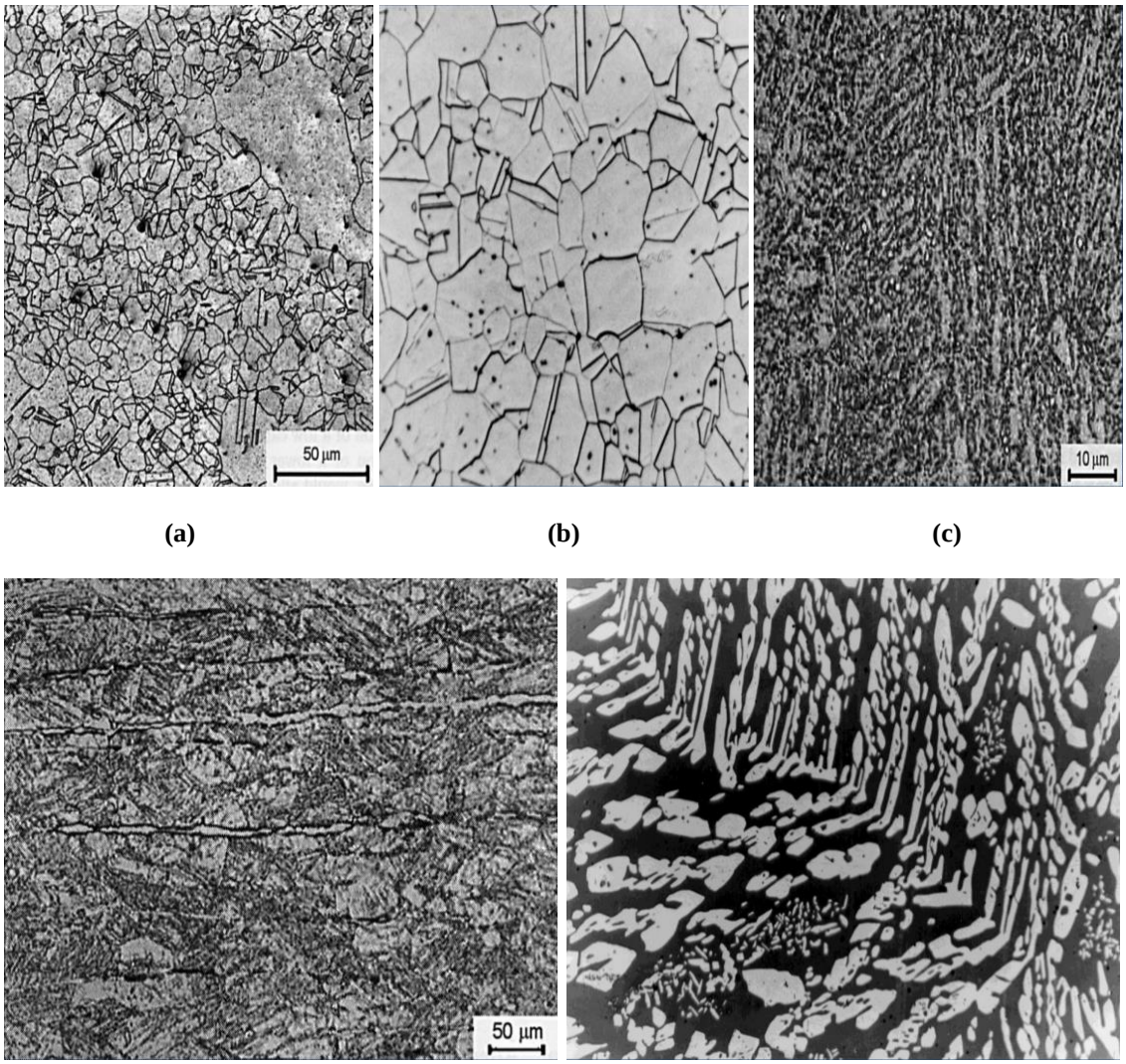


Figura 2.1. Porcentagem de *Ni* e *Cr* para diferentes grupos de aços inoxidáveis (GAMELAS, 2014).

Segundo GAMELAS (2014), as ligas mais comumente utilizadas em aplicações estruturais de engenharia são a *EN 1,4301* e *EN 1,4401*, conforme classificação da norma europeia EN 10088-1:2005, equivalentes aos aços *304* e *316* respectivamente, conforme designação da norma brasileira ABNT NBR 5601:2011. Esses aços, ilustrados pela Figura 2.2(a), pertencem ao grupo dos austeníticos, que além da resistência à corrosão e mecânica, apresentam ainda outras características desejáveis como: ductilidade, formabilidade e soldabilidade, isto se deve principalmente à presença do níquel em sua composição. Porém, em função de vantagens econômicas, há uma tendência para o emprego de ligas ferríticas, como mostrado na Figura 2.2(b), para propostas estruturais usuais como é o caso da indústria da construção civil, que por apresentarem uma baixa porcentagem de níquel (*i.e.*, redução no custo) mantém ainda uma considerável resistência mecânica.

Os aços inoxidáveis martensíticos, ilustrado pela Figura 2.2(c) não são normalmente utilizados na construção civil pois, apesar das boas características de resistência mecânica, têm uma soldabilidade e formabilidade muito limitada e uma resistência à corrosão inferior à maioria dos aços austeníticos, não sendo por isso competitivos quando comparados com estes. Apesar disso, são por vezes utilizados em sistemas de cabos protendidos (EN 10088-4, 2009). Vale ressaltar que os aços endurecidos por precipitação (Figura 2.2(d)) são aços martensíticos que, após tratamentos térmicos (*e.g.*, recozimento, têmpera e revenimento), apresentam uma boa resistência mecânica associado também a resistência à corrosão. Por esse motivo, são normalmente utilizados em construções soldadas (EN 10088-1, 2005).

Por fim, os aços austenítico-ferrítico têm uma microestrutura mista e são, por isso, também conhecidos como aços inoxidáveis *duplex.* Quando comparados com os aços austeníticos, os aços *duplex* oferecem melhores resistências mecânicas, uma soldabilidade equivalente e uma resistência à corrosão igual ou superior, perdendo para estes apenas em termos de ductilidade e formabilidade (EN 10088-4, 2009). Devido a maior dificuldade na formabilidade, necessitando de uma maior energia na fabricação da peça dobrada, estas ligas podem custar até duas vezes mais que uma liga austenítica. A Figura 2.2(e), ilustra a estrutura microscópica do aço inoxidável duplex.



(a) **(b)** **(c)**

(d) **(e)**

Figura 2.2. Estrutura microscópica do aço inoxidável[5]: (a) austenítico, (b) ferrítico, (c) martensítico, (d) endurecidos por preciptação e (e) *duplex*.

2.1.1 Modelo constitutivo de aço inoxidável (EN 1993-1-4, 2006)

A diferença mais evidente entre o comportamento mecânico dos aços inoxidáveis e carbonos encontra-se no seu diagrama de tensão-deformação (σ *x* ε). Enquanto que o último apresenta um comportamento elástico-linear até o patamar de escoamento claramente definido (*i.e.*, elasto-plástico) antes de sofrer endurecimento por deformação, o aço inoxidável exibe escoamento gradual e um acentuado endurecimento por deformação, caracterizado por um comportamento não linear, conforme apresentado na Figura 2.3.

[5]Acessado em 15 de março de 2017 (https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=2367976).

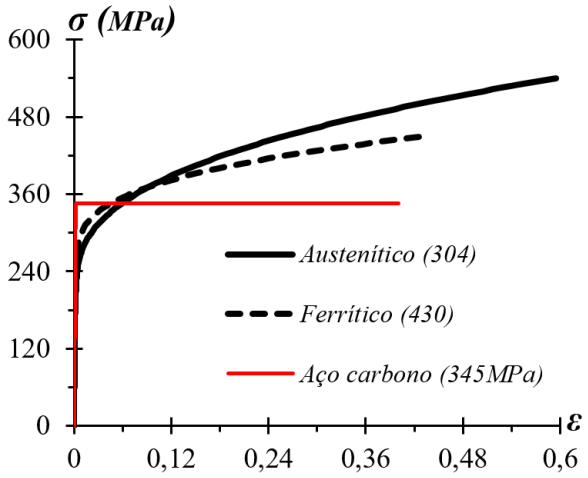


Figura 2.3. Relações σ x ε para aço carbono (*345 MPa*) e inoxidáveis (*304* e *430*).

Tomando por base um conjunto de resultados experimentais para aços inoxidáveis austeníticos, ferríticos e duplex, RASMUSSEN (2003) propôs a relação tensão-deformação (σ x ε) apresentada na Eq.(2.1), válida para uma vasta gama de aços inoxidáveis. A determinação da tensão de escoamento (f_y) do aço inoxidável é definida (*e.g.*, EN 1993-1-4 (2006)) pela interseção entre a curva representativa da relação constitutiva e a reta paralela ao trecho inicial deslocada para a abscissa correspondente a 0,2% de deformação. Adota-se o módulo de elasticidade na origem para efeitos de dimensionamento.

$$\varepsilon = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{E} + 0{,}002\left(\dfrac{\sigma}{f_y}\right)^n & \text{para } \sigma \le f_y \\ 0{,}002 + \dfrac{f_y}{E} + \dfrac{\sigma - f_y}{E_y} + \varepsilon_u\left(\dfrac{\sigma - f_y}{f_u - f_y}\right)^m & \text{para } f_y \le \sigma \le f_u \end{cases} \quad \text{, (Eq.2.1)}$$

$$E_y = \frac{E}{1 + 0{,}02n\dfrac{E}{f_y}} \qquad \varepsilon_u = 1 - \frac{f_y}{f_u} \qquad m = 1 + 3{,}5\frac{f_y}{f_u}$$

Além disso, conforme EN 1993-1-4 (2006), utiliza-se simplificadamente para o fator *n*, designado fator de endurecimento, o valor de *n*=6, obtido para aços inoxidáveis austeníticos e ferríticos considerando a direção longitudinal. Os valores nominais referentes à tensão de escoamento (f_y), tensão última (f_u) e módulo de elasticidade (E) são: $f_{y\,304}$=230, $f_{y\,430}$=260 *MPa*, $f_{u\,304}$=540 e $f_{u\,430}$=450 *MPa*, E_{304}=200, E_{430}=220 *GPa*, referentes aos aços inoxidáveis austeníticos e ferríticos, respectivamente, (utilizados sem levar em conta os efeitos de anisotropia).

2.2 Estabilidade estrutural e equilíbrio

Para entender as definições do fenômeno de flambagem, primeiro é necessário compreender o conceito básico de estabilidade estrutural e equilíbrio, o qual está intimamente relacionado com a capacidade de uma estrutura conseguir estabelecer uma posição de equilíbrio após a introdução de uma perturbação externa (força ou deslocamento). Após cessar essa perturbação, a estrutura pode:

(i) Retornar à configuração inicial, caso em que se diz que a estrutura apresenta equilíbrio estável;

(ii) Não retornar à configuração inicial, pelo que se diz que a estrutura apresenta equilíbrio instável.

O exemplo mais difundido para explicar o conceito de estabilidade estrutural e equilíbrio é o problema de uma esfera rígida, submetida à ação do seu peso próprio. A Figura 2.4(a) exibe o caso de equilíbrio estável, onde a esfera sob uma superfície côncava submetida a uma perturbação, ou seja, um impulso lateral que a retire da posição de repouso, é levada a se deslocar e oscilar em torno da posição original de equilíbrio até perder energia e voltar ao repouso exatamente na posição de origem. Uma superfície convexa conforme ilustra a Figura 2.4(b), exibe o caso de equilíbrio instável, ou seja, qualquer perturbação que retire a esfera de sua posição de repouso fará com que ela se desloque, afastando-se indefinidamente da origem, sem qualquer possibilidade de retorno. E por fim a Figura 2.4(c), corresponde ao equilíbrio neutro, pois qualquer perturbação na posição, a esfera continuará com a mesma quantidade de energia potencial (TIMOSHENKO e GERE, 1963).

(a) **(b)** **(c)**

Figura 2.4. Estados possíveis de equilíbrio: (a) estável, (b) instável e (c) neutro (TIMOSHENKO e GERE, 1963 - Adaptada).

Desta forma, entende-se por flambagem a transição de uma condição de equilíbrio da estrutura ou elemento para um outro estado, caracteriza-se como perda da forma original de um membro e resulta da deformação elástica ou inelástica. A força máxima

que resulta a mudança dos estados de equilíbrio, é definida como força crítica de flambagem (P_{cr}). Essa corresponde ao máximo valor que o elemento pode suportar antes de ocorrer a flambagem, ou seja, qualquer carga adicional provocará a ocorrência de um fenômeno de flambagem na peça. Quando a nova configuração de equilíbrio do elemento ou estrutura é classificada como estável, o ponto em que ocorre a mudança de estados é definido como um ponto de bifurcação e o fenômeno de flambagem é designado por instabilidade bifurcacional. Contudo, quando o novo estado leva a um equilíbrio instável pode-se definir como ponto limite, e o fenômeno de flambagem é denominado como instabilidade por ponto limite ou instabilidade por *"snap-through"* (ZIEMIAN, 2010).

2.2.1 Flambagem

A flambagem refere-se ao desenvolvimento da curvatura de um membro e resulta da deformação elástica ou inelástica (ZIEMIAN, 2010). Este fenômeno, ocorre quando um elemento é submetido a um carregamento maior do que a sua carga crítica, alterando a sua forma e resistência original. Para os *PFF*, a ocorrência da flambagem resulta em uma alteração da sua geometria, e de acordo com essa configuração deformada da seção, pode-se defini-la de três maneiras, sendo elas local, distorcional e global (flexão ou flexo-torção), além das resultantes da interação entre esses modos principais.

Os diferentes modos de flambagem e suas respectivas forças críticas associadas dependem diretamente de diversos fatores, tais como: (i) rigidez do elemento, (ii) tipo de carregamento, (iii) imperfeições, (iv) condições de apoio e principalmente das (v) características geométricas da seção (KUBIAK, 2013).

Conceituamente, o modo local caracteriza-se pela flexão das paredes do perfil, sem a ocorrência de deslocamento dos cantos dobrados. A Figura 2.6(a) demonstra os modos de deformação associados à flambagem local para uma coluna U_e genérica.

A flambagem distorcional é o modo em que ocorre a translação das linhas de canto dos elementos de placas adjacentes (HANCOCK, 2003). Para os elementos comprimidos, a flambagem por distorção caracteriza-se pela rotação da aba ou mesa e enrijecedores em torno do ponto de interseção entre a alma e aba do perfil. Segundo SCHAFER (2000), o modo distorcional é predominante, em uma típica coluna U_e, quando a largura da mesa se aproxima da altura da alma. De fato, LANDESMANN *et al.* (2011) concluíram que existe uma correlação entre a participação modal e a relação alma/mesa (*h/b*).

A Figura 2.5 detalha a participação dos modos de flambagem em função da relação da altura da seção sobre a largura da mesa (*h/b*). Pode-se observar que o modo distorcional (*p5*) diminui com o aumento da relação *h/b*, no entanto, o modo local (*p7*) aumenta. Esse comportamento ocorre em seções transversais abertas e com enrijecedores intermediários ou de borda (MOEN e SCHAFER, 2011), conforme ilustra as Figuras 2.6(b,c).

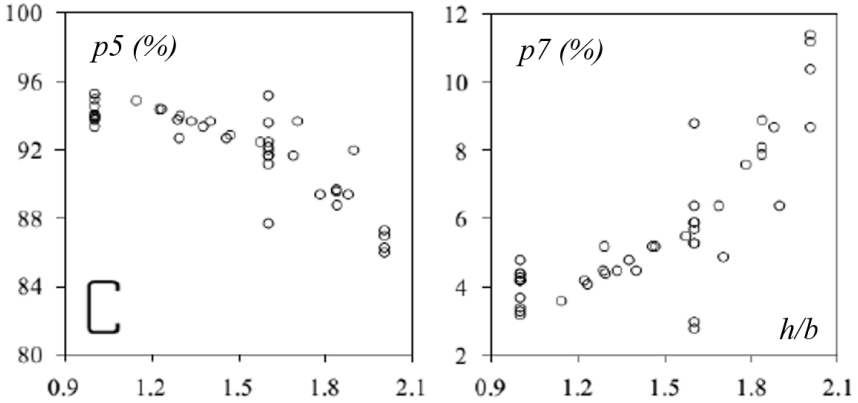


Figura 2.5. Variação dos modos de flambagem *p5*, *p7* em relação a *h/b* (LANDESMANN *et al.*, 2011).

Por fim, a flambagem global é um modo de instabilidade em que está associado a curvatura ao longo do comprimento do perfil, caracterizado pelo movimento das arestas que compõe a seção, mantendo-se a mesma configuração dos elementos de placa que compõe o material, ou seja, não ocorrem nenhuma mudança da forma da seção transversal do perfil. Esse fenômeno está associado a dois modos de deformações: por flexão, gerado pelo momento durante a compressão da coluna e caracterizado pelo deslocamento da seção transversal devido a curvatura desta, sem alteração da forma da seção, mostrado na Figura 2.6(d) ou por flexo-torção (torsional), conforme Figura 2.6(e), envolvendo momento e torção simultaneamente, rotacionando a seção sem alteração da sua forma.

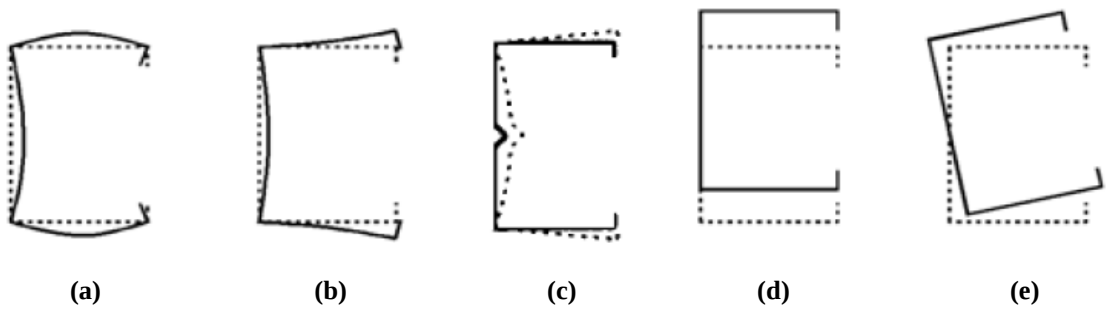


Figura 2.6. Modos de deformação da seção U_e : (a) local, (b) e (c) distorcional, (d) global por flexão na maior inércia e (e) global por flexo-torção (torsional) (HANCOCK *et al.*, 1994; GARCIA, 2015 – Adaptada).

Ressalta-se ainda que em barras com seções delgadas de aço, é comum situações em que as forças críticas de flambagem (P_{cr}) de pelo menos dois modos sejam idênticas ou quase coincidentes, ocorrendo dessa forma, a interação entre os modos de flambagem. Essa forma de flambagem é a mais perigosa, pois geralmente causa uma transição de uma estrutura ou elemento para a configuração instável de equilíbrio, o que causaria a ruína para uma força menor do que as forças críticas consideradas para os modelos avaliados separadamente (KUBIAK, 2013).

As formas de interações entre os modos de flambagem para *PFF* ocorrem entre os modos: (i) Local-Global; (ii) Distorcional-global; (iii) Local-Distocional; e (iv) Local-Distorcional-Global. As Figura 2.7(a,b,c) apresentam os modos de flambagem distorcional, local e local-distorcional de uma coluna U_e genérica.

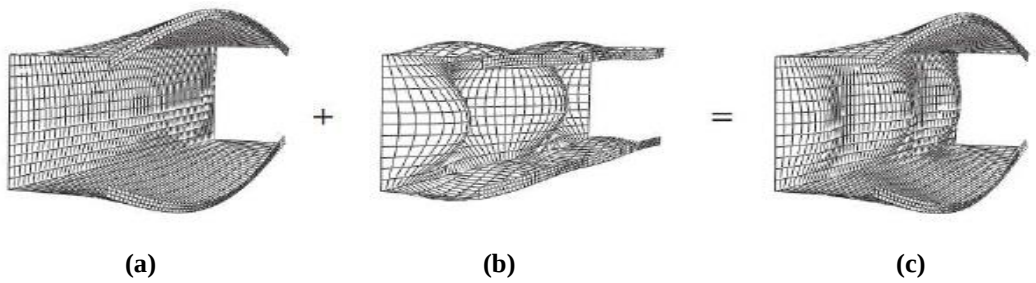


Figura 2.7. Interação entre modos de flambagem (a) distorcional e (b) local resultando no modo (c) local + distorcional (MARTINS *et al.*, 2015).

2.2.2 Métodos numéricos para análise de flambagem

Evidentemente que a determinação das forças críticas de flambagem de maneira analítica para todos modos de flambagem (global, local e distorcional), torna-se algo muito limitado para promover uma generalização deste processo. Visto que existem diversos tipos de seções transversais e condições de apoio para os elementos de *PFF*. De acordo com SCHAFER e ÁDÁNY (2006), os três métodos numéricos mais utilizados para o cálculo das forças críticas de flambagem são: Teoria Generalizada de Viga (*GBT*), Método dos Elementos Finitos (*MEF*) e o Método das Faixas Finitas (*MFF*).

A Teoria Generalizada de Vigas, denominada *GBT* (*Generalized Beam Theory*) foi desenvolvida por SCHARDT (1989) na Alemanha. É o procedimento numérico mais recente utilizado na determinação das forças críticas de flambagem, sendo interpretada como uma teoria de vigas que incorpora os modos de deformação da seção transversal no seu plano. Por meio da decomposição dos modos de deformação associados aos

fenômenos de flambagem do elemento, esse método permite uma melhor interpretação dos resultados, possibilitando quantificar a porcentagem de participação de cada modo de deformação no modo de instabilidade do perfil (BEBIANO *et al.*, 2018). O programa *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2018), baseado na Teoria Generalizada de Vigas (*GBT)*, é uma ferramenta eficaz para a realização de análises de flambagem, e exige como dados de entrada as propriedades elásticas do material e as dimensões da seção transversal do perfil a ser avaliado. A Figura 2.8 exemplifica as participações modais via *GBTul*, para uma coluna U_e genérica sob o modo de falha predominantemente distorcional.

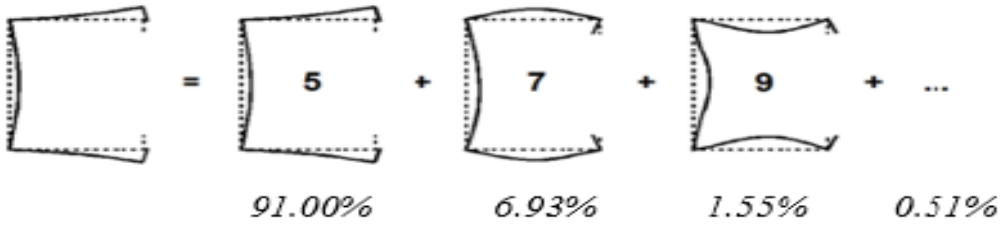


Figura 2.8. Decomposição das participações modal do modo de flambagem distorcional para uma coluna U_e genérica (GARCIA, 2015).

O outro resultado que o programa *GBTul* oferece no que se refere a análise de flambagem, é a curva de assinatura. Esta curva relaciona a força crítica de flambagem (P_{cr}) com o comprimento do perfil (L). No caso das colunas apoiadas, conforme exemplificado pela Figura 2.9(a), o ponto de mínimo na curva corresponde a cargas críticas que levam à flambagem local e distorcional em uma determinada faixa. Nas colunas engastadas, essa curva é bastante diferente, como mostra a Figura 2.9(b), não apresentando um ponto mínimo. Portanto, para verificar o modo de flambagem da barra em análise é necessário avaliar a participação modal.

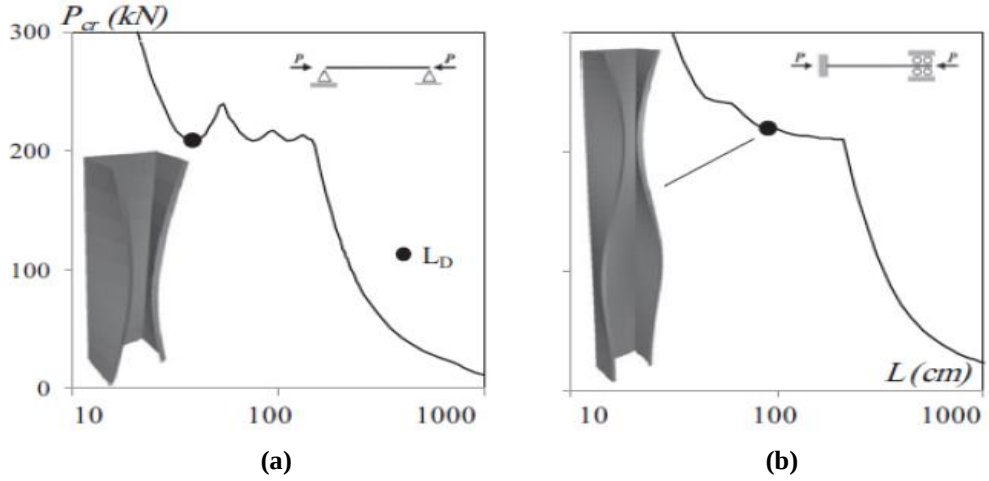


Figura 2.9. Curva P_{cr} *vs* L de colunas com as condições (a) apoiada e (b) engastada (LANDESMANN e CAMOTIM, 2013), com destaque para o modo de flambagem distorcional.

O Método dos Elementos Finitos (*MEF*) é o método numérico mais utilizado para a resolução de problemas de engenharia, podendo ser aplicado a qualquer tipo de problema estrutural (REIS e CAMOTIM, 2001). A geometria, submetida aos carregamentos e as restrições, é subdividida em pequenas partes, denominadas elementos, os quais passam a representar o domínio do problema. Essa divisão da geometria em pequenos elementos permite resolver um problema complexo em um problema mais simples, os elementos são conectados por nós e a este conjunto dá-se o nome de malha que podem apresentar-se de diferentes formas; triangular, quadrilateral, entre outras, em função do tipo e da dimensão do problema. Porém, mesmo sendo um método usual, apresenta algumas desvantagens. A primeira é a quantidade necessária de elementos e o tempo de processamento envolvido nessa análise. O segundo motivo, ainda mais importante, é a dificuldade em descobrir as participações modais nas forças crítica de flambagem encontradas. (FEREGUETI, 2016). A figura 2.10 ilustra a discretização de um perfil U_e genérico via *MEF*.

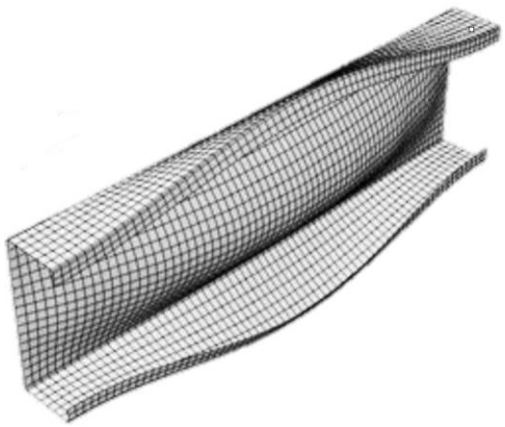


Figura 2.10. Discretização de um perfl U_e genérico via *MEF* sob falha distorcional.

Por fim, o Método das Faixas Finitas (*MFF*) tira proveito da natureza prismática dos perfis e discretiza a seção transversal em finitos segmentos, sendo que cada segmento dá origem a uma faixa com uma dimensão longitudinal igual à do comprimento total do perfil. Cada faixa finita é representada por quatro nós, tendo cada nó quatro graus de liberdade. Assim, não sendo necessário nenhuma discretização transversal ao comprimento do elemento, da mesma forma que, é indispensável nas análises via *MEF* (SCHAFER e ÁDÁNY, 2006). A Figura 2.11 apresenta a discretização de um perfil U_e genérico via *MFF*, destacando os graus de liberdade e a aplicação do carregamento em um elemento de faixa do perfil.

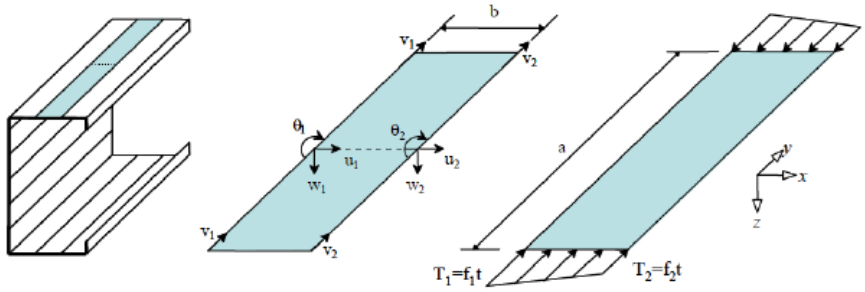


Figura 2.11. Discretização de um perfl U_e genérico via *MFF* (SCHAFER, 2006).

2.2.3 Pós-flambagem e carga última

Como forma de verificar o comportamento de pós-flambagem em colunas submetidas a um carregamento de compressão axial, as Figura 2.12(a,b) apresenta as trajetórias de equilíbrio força *vs* deslocamento (P x δ), onde as linhas contínuas ilustram o comportamento de uma peça perfeita idealizada e as linhas tracejadas indicam o comportamento teórico para um caso real, quando apresentam um determinado grau de imperfeição (δ_0). Quando a carga suportada pela estrutura após a flambagem cresce com o aumento da deformação, conforme mostrado na Figura 2.12(a), a estrutura tem uma trajetória de pós-flambagem estável. Entretanto, se a carga diminui sem atingir a carga crítica, como indicado na Figura 2.12(b), a coluna tem uma trajetória de pós-flambagem instável. (ZIEMIAN, 2010).

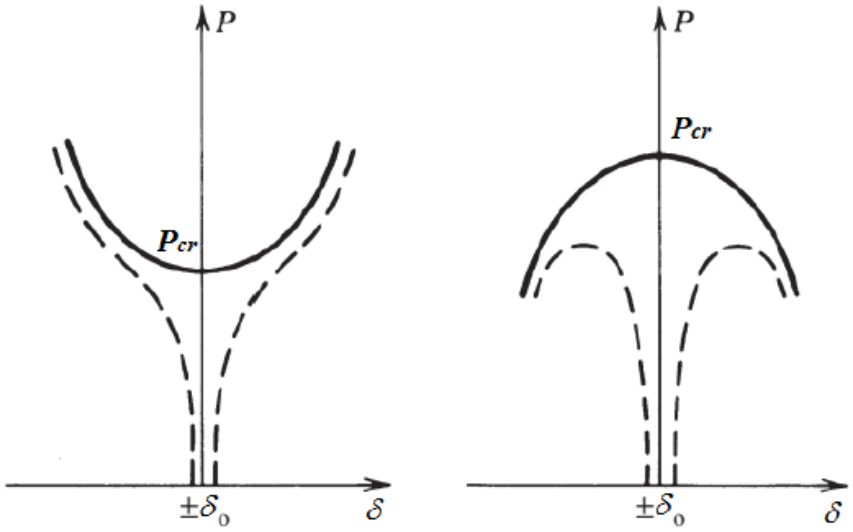


Figura 2.12. Trajetórias de equilíbrio da pós-flambagem elástica com e sem imperfeição inicial: (a) estável, (b) instável (ZIEMIAN, 2010).

Com o objetivo de melhor esclarecer o comportamento de pós-flambagem, KUBIAK (2013) descreve o comportamento de um *PFF* solicitado à compressão, com uma trajetória de pós-flambagem estável. A Figura 2.13 apresenta um gráfico que relaciona a tensão de compressão (eixo ordenadas) com o encurtamento da coluna (eixo abscissas).

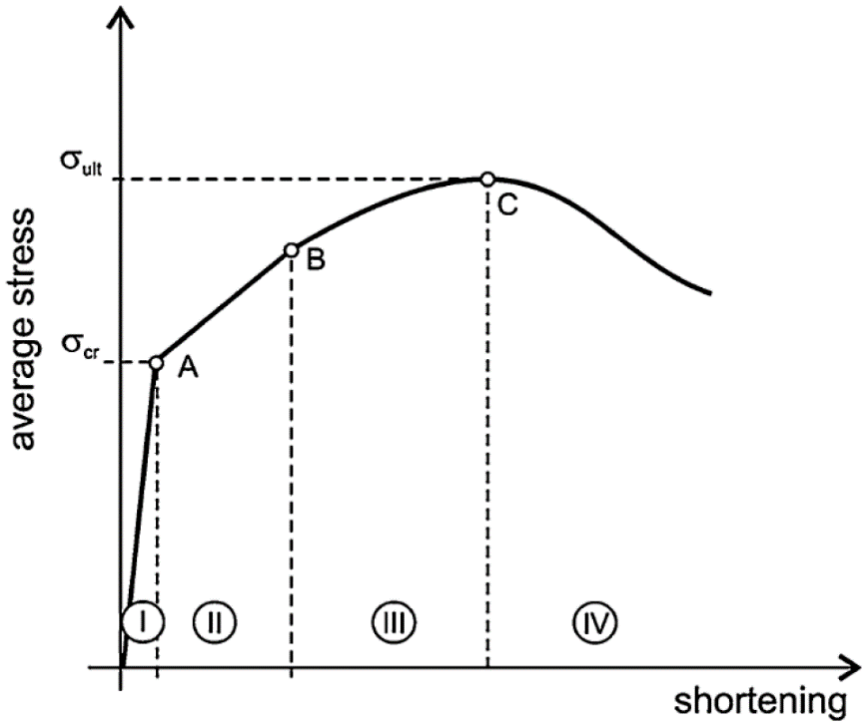


Figura 2.13. Gráfico (*σ x encur.)* do comportamento de um elemento de PFF comprimido (KUBIAK, 2013).

A região I da Figura 2.13, denominada pré-flambagem, é caracterizada pelo comportamento linear do elemento. Após a ocorrência da flambagem (ponto A), verifica-se que o acréscimo da deformação só é possível com o aumento do carregamento (comportamento de equilíbrio estável pós-flambagem). O ponto B marca o início da plastificação da seção, onde o elemento não consegue retornar a sua condição inicial. A fase III é definida como pós-flambagem elasto-plástica do elemento, e avança até atingir o ponto C, que é denominado como a capacidade resistente do elemento, onde após esse ponto, ocorre a falha do elemento. É importante destacar que tensões superiores ao valor da tensão crítica de flambagem podem ser atingidas. Nesses casos, acontece uma redistribuição das tensões devido à alteração geométrica do elemento, o que confere resistência pós–crítica à peça (REIS e CAMOTIM, 2001).

2.3 Métodos de dimensionamento

Uma vez estimada a força crítica de flambagem distorcional através de métodos numéricos, pode-se recorrer às ferramentas analíticas que possibilitam o seu dimensionamento. Atualmente, três métodos de dimensionamento constam na norma brasileira de *PFF* (ABNT NBR 14762:2010): o Método da Largura Efetiva (*MLE*), o Método da Seção Efetiva (*MSE* – proposto por BATISTA (2010)) e o Método da Resistência Direta (*MRD*). Este último será evidenciado devido à adequabilidade no dimensionamento de colunas sob a ação da flambagem distorcional.

2.3.1 Método da Resistência Direta (*MRD*)

Com o objetivo de melhorar a eficiência do dimensionamento de *PFF*, foi desenvolvido por SCHAFER e PEKÖZ (1998) o Método da Resistencia Direta (*MRD*), o qual originou-se de pesquisas realizadas por HANCOCK *et al.* (1994). Este método requer a determinação das forças críticas de flambagem elástica do perfil (local, distorcional e global) sendo determinadas com base em métodos numéricos ou analíticos e para isso utiliza-se programas como *GBTul* (BEBIANO *et al.*, 2018), *CUFSM* (LI e SCHAFER, 2010), ou *ANSYS* (SAS, 2009) que associado as características do aço à uma série de curvas de resistência, que foram calibradas experimentalmente de forma a determinar a resistência última do perfil.

O *MRD* adota curvas de dimensionamento do tipo *Winter*, calibradas por análises experimentais e numéricas, que incluem os efeitos das imperfeições geométricas, tensões residuais geradas pelo dobramento a frio, dentre outros fatores. HANCOCK *et al.* (1994) demonstrou por meio de resultados de vários ensaios, com diferentes seções geométricas conforme ilustra a Figura 2.14, que a resistência a compressão distorcional das seções estava diretamente relacionada com a esbeltez distorcional dos elementos.

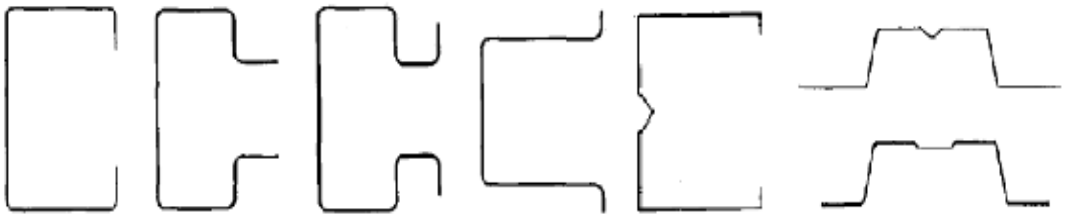


Figura 2.14. Seções transversais de *PFF* analisadas por (HANCOCK *et al.*, 1994).

SCHAFER (2002) reuniu resultados numéricos existentes e disponíveis na literatura (LAU e HANCOCK (1987), KWON e HANCOCK (1992), HANCOCK *et. al* (1994)) para sua própria análise numérica, obtendo uma grande variedade de colunas. Ensaios de compressão também foram realizados em seções conforme Figura 2.15.

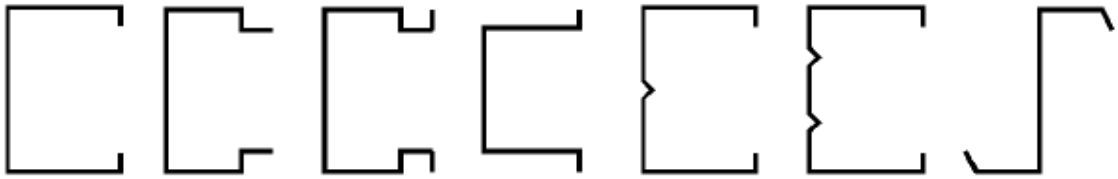


Figura 2.15. Seções transversais de *PFF* ensaiadas por (SCHAFER, 2002).

Sendo assim, duas curvas foram consideradas pelo *MRD* para colunas sob compressão axial, uma envolvendo o caso de flambagem local e outra para flambagem distorcional conforme ilustra a Figura 2.16. Nota-se que a normalização dos resultados (P_{test}) para o caso da flambagem local é realizado em relação a força crítica devido a flambagem global (P_e), enquanto para a flambagem distorcional a normalização é realizada em relação a força de escoamento da área bruta ($P_y = Af_y$).

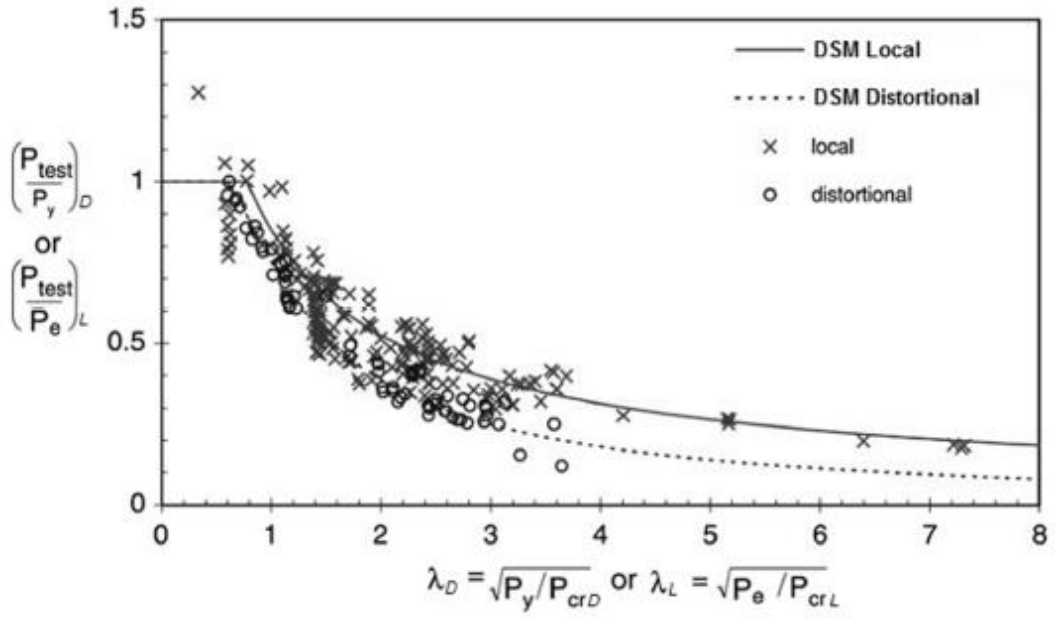


Figura 2.16. Carga normalizada *versus* esbeltez (λ) de colunas existentes na literatura (SCHAFER, 2002).

Posteriormente, o *MRD* recebeu grandes contribuições onde além da flambagem local, global e distorcional, passou a ser considerado os efeitos das interações entre esses modos de flambagem, conforme a definição mencionada anteriormente no subitem 2.2.1. A curva do *MRD* dirigida à previsão da resistência última para colunas sujeitas a flambagem distorcional é descrita segundo a Eq.(2.2). Como dito anteriormente, no subitem 1.2, a norma brasileira (ABNT NBR 14762:2010), americana (AISI-S100-16) e australiana/neozelandesa (AS/NZS 4600:2005) apresentam o método de dimensionamento via *MRD* em suas especificações, dada a simplicidade e eficiência alcançadas através do uso deste método.

$$P_{nD} = \begin{cases} P_y & \text{para } \lambda_{D.} \leq 0,561 \\ P_y \left[1 - 0.25\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0.6}\right]\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0.6} & \text{para } \lambda_D > 0,561 \end{cases} \quad , \text{(Eq.2.2)}$$

Onde $P_{cr.D}$ e P_y correspondem respectivamente à força crítica de flambagem distorcional e a força de plastificação da coluna, a esbeltez distorcional do membro é dada pela Eq.(2.3).

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{P_y}{P_{cr.D}}} \quad , \text{(Eq.2.3)}$$

2.4 Estado da arte sobre colunas com falha distorcional

Mesmo com todas as vantagens obtidas pelo *MRD*, alguns autores identificaram colunas que a resistência última de flambagem distorcional não eram adequadamente previstas por este método. Os estudos renderam a calibração de novas curvas, que são derivações da curva original. Dentre os diversos trabalhos que tratam a respeito do dimensionamento via *MRD* de colunas sob falha distorcional, citam-se como sendo os mais relevantes para o desenvolvimento desta pesquisa: LECCE e RASMUSSEN (2005) e ROSSI e RASMUSSEN (2013), que investigaram o comportamento de colunas em aços inoxidáveis austenítico e ferríticos e, LANDESMANN e CAMOTIM (2013), que avaliaram condições de apoio diferentes da bi-engastada.

A seguir, tem-se uma revisão bibliográfica destas pesquisas, apresentando as propostas de curvas de dimensionamento baseadas no *MRD*, bem como os resultados das análises experimentais e numéricas dos referidos autores.

2.4.1 LECCE e RASMUSSEN (2005)

LECCE e RASMUSSEN (2005) realizaram uma investigação numérica e experimental de colunas engastadas em aço inoxidável, seção U_e sob compressão centrada e colapso distorcional. Foram investigadas numericamente 360 colunas em aços inoxidáveis austenítico (*304*) e ferrítico (*430*), com e sem enrijecedores intermediários, além de 15 ensaios experimentais utilizados para comparação com os resultados numéricos. Os autores concluíram que os métodos de dimensionamento preconizados pelas normas AS/NZS 4600 (1996) e NAS (2004), utilizados para o aço carbono, eram inadequados para o aço inoxidável. Por isso, novas curvas de dimensionamento, baseadas no *MRD* — definidas como $P_{nD.I\,(304)}$ e $P_{nD.I\,(430)}$ — foram propostas para aços inoxidáveis austeníticos e ferríticos, respectivamente observadas conforme as Eqs. (2.4) e (2.5).

Além disso, segundo os autores, uma vez considerado o modelo constitutivo do aço inoxidável (não-linear), o modelo de plasticidade isotrópico mostrou ser adequado para as colunas avaliadas quando carregadas estaticamente, apresentando pequenas diferenças nas forças últimas (P_u) quando comparadas com as do modelo anisotrópico.

(i) Para Aço Inoxidável Austenítico:

`

$$P_{nD.I(304)} = \begin{cases} P_y & \text{para } \lambda_{D.} \le 0,533 \\ P_y\left[0,8\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0,55} - 0,15\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{1,1}\right] & \text{para } \lambda_D > 0,533 \end{cases} \quad , \quad \text{(Eq.2.4)}$$

(ii) Para Aço Inoxidável Ferrítico:

$$P_{nD.I(430)} = \begin{cases} P_y & \text{para } \lambda_{D.} \le 0,533 \\ P_y\left[0,9\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0,55} - 0,2\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{1,1}\right] & \text{para } \lambda_D > 0,533 \end{cases} \quad , \quad \text{(Eq.2.5)}$$

As Figuras 2.17(a,b) ilustram as curvas de dimensionamento $P_{nD.I(304)}/P_y$, P_u/P_y *versus* λ_D e $P_{nD.I(430)}/P_y$, P_u/P_y *versus* λ_D, propostas por LECCE e RASMUSSEN (2005), para aços inoxidáveis austeníticos e ferríticos, respectivamente, juntamente com os resultados das análises experimentais e numéricas obtidas pelos autores.

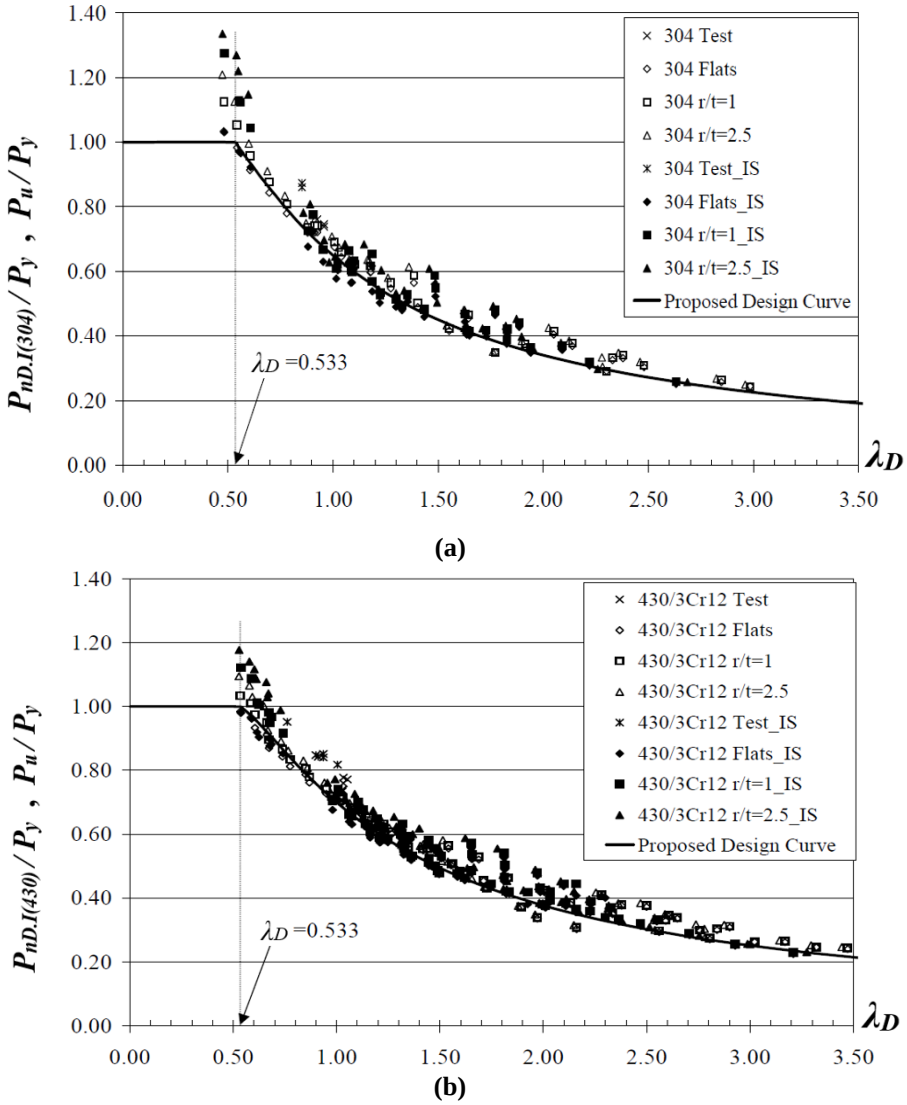


Figura 2.17. Curvas de dimensionamento baseadas no *MRD* propostas por LECCE e RASMUSSEN (2005) para aços inoxidáveis: (a) austeníticos e (b) ferríticos.

2.4.2 ROSSI e RASMUSSEN (2013)

Posteriormente, ROSSI e RASMUSSEN (2013) verificaram que o Método da Resistência Contínua (*MRC*), proposto por GARDNER (2002), fornecia previsões mais precisas para a capacidade resistente de colunas de *PFF* em aço inoxidável com baixa esbeltez distorcional. Segundo os autores, os procedimentos atuais do *MRD* tendem a produzir previsões conservadoras para materiais com acentuado endurecimento por deformação tais como ligas de aços inoxidáveis. Diante disso, a fim de investigar essa situação, resultados numéricos existentes e disponíveis na literatura (KUWAMURA (2003), LECCE e RASMUSSEN (2005) e SCHEPENS (2008)) foram reunidos pelos autores sendo realizados ajustes nas equações propostas por LECCE e RASMUSSEN

(2005) com $\lambda_D \leq 0{,}533$, conforme apresenta as Eqs. (2.6) e (2.7). Contudo, neste trabalho, optou-se pela avaliação do platô inicial, para faixa de baixa esbeltez distorcional, por apresentarem previsões mais seguras.

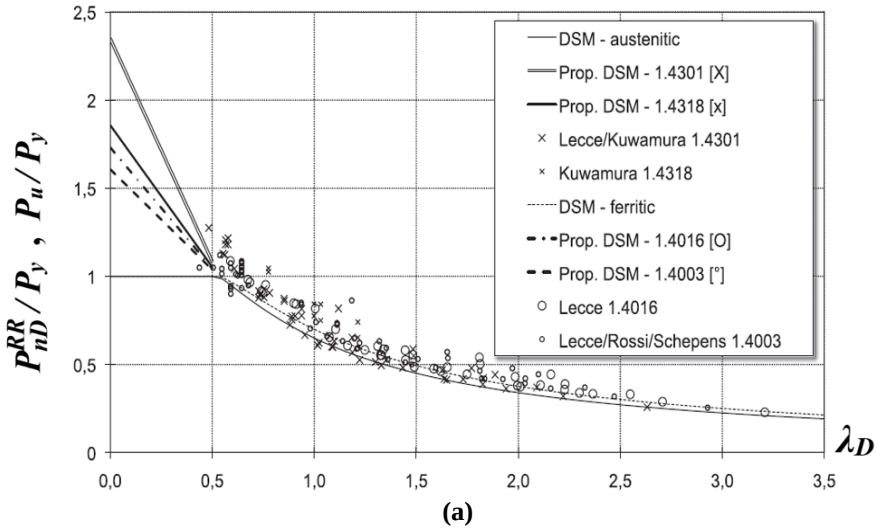
(iii) Para Aço Inoxidável Austenítico

$$P_{nD(Aust)}^{RR} = \begin{cases} P_y \left[\left(1 - 1{,}88 \Big/ \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0,5} \right) \left(\dfrac{A f_u}{P_y} - 1 \right) + 1 \right] & \text{para } \lambda_{D.} \leq 0{,}533 \\ P_y \left[0{,}8 \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0,55} - 0{,}15 \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{1,1} \right] & \text{para } \lambda_D > 0{,}533 \end{cases} \quad , \quad \text{(Eq.2.6)}$$

(iv) Para Aço Inoxidável Ferrítico

$$P_{nD(Ferr)}^{RR} = \begin{cases} P_y \left[\left(1 - 1{,}88 \Big/ \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0,5} \right) \left(\dfrac{A f_u}{P_y} - 1 \right) + 1 \right] & \text{para } \lambda_{D.} \leq 0{,}533 \\ P_y \left[0{,}9 \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0,55} - 0{,}2 \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{1,1} \right] & \text{para } \lambda_D > 0{,}533 \end{cases} \quad , \quad \text{(Eq.2.7)}$$

A Figura 2.18 ilustra graficamente os ajustes realizados por ROSSI e RASMUSSEN (2013) ($P_{nD(Aust)}^{RR} / P_y$, P_u/P_y *versus* λ_D e $P_{nD(Ferr)}^{RR} / P_y$, P_u/P_y *versus* λ_D), para aços inoxidáveis austeníticos e ferríticos, respectivamente, juntamente com as curvas iniciais propostas por LECCE e RASMUSSEN (2005) ($P_{nD.I(304)}$ e $P_{nD.I(430)}$) e os resultados das análises experimentais e numéricas reunidos pelos autores. Em seguida, a Figura 2.19 apresenta uma comparação esquemática entre o platô inicial convencional e as sugestões de ROSSI e RASMUSSEN (2013) e GARDNER (2002).



(a)

Figura 2.18. Curvas (*MRD*) propostas por ROSSI E RASMUSSEN (2013).

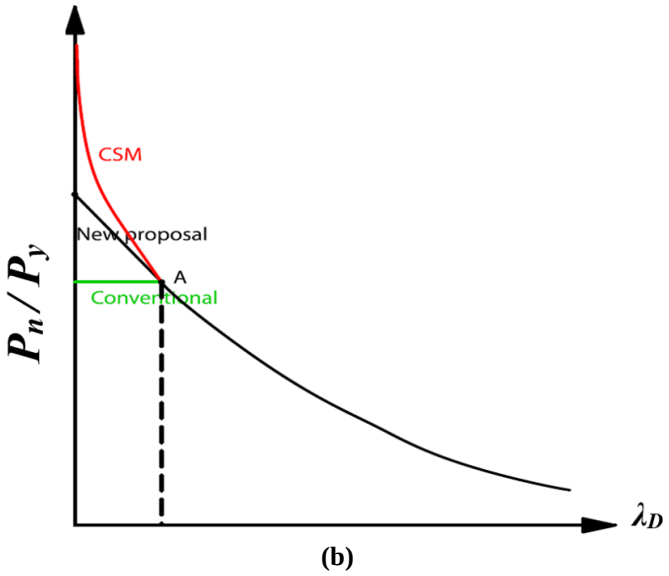


Figura 2.19. Comparação esquemática entre o platô inicial convencional e as propostas de ROSSI e RASMUSSEN (2013) e GARDNER (2002).

2.4.3 LANDESMANN e CAMOTIM (2013)

Recentemente, LANDESMANN e CAMOTIM (2013) realizaram análises numéricas em 27 colunas, com seções geométricas do tipo U_e, Z_e, *Rack e Hat*, dispostas na Figura 2.20, para as condições de apoio bi-engastado e bi-rotulado. As geometrias e os respectivos comprimentos de flambagem, foram escolhidos de maneira a garantir a ocorrência do modo de flambagem e falha distorcionais. Para as análises numéricas, foram consideradas imperfeições geométricas iniciais, na forma do modo crítico de flambagem distorcional, com máximo valor de 10% da espessura da seção. Os efeitos de tensões residuais e encruamentos dos cantos do perfil foram desconsiderados nos modelos estudados.

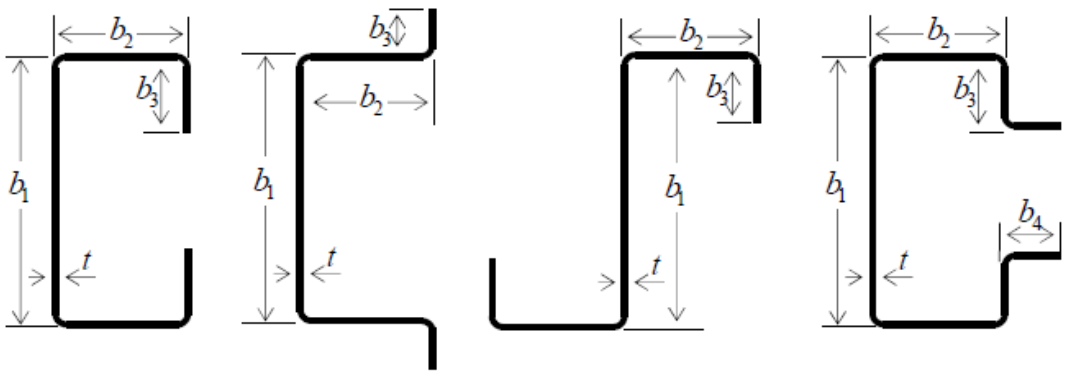


Figura 2.20. Seções investigadas por LANDESMANN e CAMOTIM (2013).

Tais autores concluíram, após a análise dos resultados, que as curvas propostas por SCHAFER (2000) apresentam maior segurança e precisão na determinação da força última apenas para a condição de apoio bi-engastado, superestimando a resistência das colunas bi-rotuladas. Com efeito, a Eq. (2.8) apresenta a proposta de LANDESMANN e CAMOTIM (2013) referente à condição de apoio bi-rotulado — denominada como $P_{nD.II}$ — conforme ilustra a Figura 2.21 pelo traço ponto quadrado. Ressalta-se ainda que para a condição de apoio bi-engastado, a equação permanece a mesma proposta por SCHAFER (2000) anteriormente apresentada pela Eq. (2.2). Essa expressão, codificada no anexo C da ABNT NBR 14762:2010, é designada pela Figura 2.21 como P_{nD}, sendo ilustrada pelo traço sólido.

$$P_{nD.II} = \begin{cases} P_y & \text{para } \lambda_{D.} \le 0,561 \\ P_y \left[1 - 0.25 \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0.6} \right] \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0.6} & \text{para } 0,561 < \lambda_D \le 1,188 \\ P_y \left[0,55 + 0,4 \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0,8} \right] \left(P_{cr.D} / P_y \right)^{0,8} & \text{para } \lambda_D \ge 1,188 \end{cases} , \quad \text{(Eq.2.8)}$$

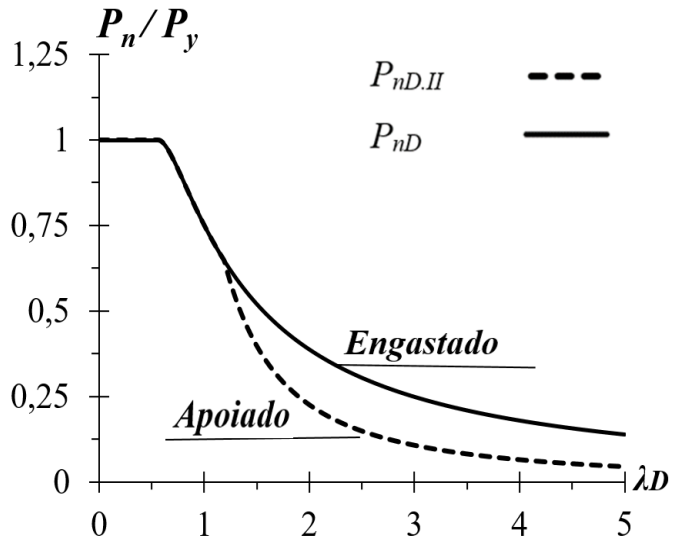


Figura 2.21. Comparação entre as curvas de dimensionamento baseadas no *MRD* $P_{n.D.II}$ e $P_{n.D}$ *versus* λ_D (LANDESMANN e CAMOTIM, 2013 — Adaptada).

3 Análise de Flambagem

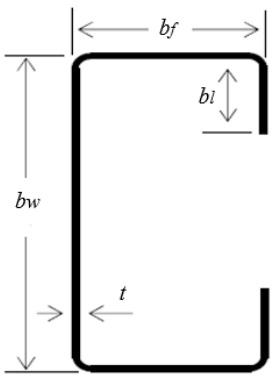
Este capítulo apresenta os critérios adotados para o procedimento de seleção de colunas e os resultados das análises de flambagem. As propriedades geométricas e as participações modais das colunas analisadas são apresentadas em forma de tabelas. Além disso, são ilustradas algumas curvas P_{cr} *versus* L conhecidas como curva tipo assinatura.

3.1 Seleção das colunas

Por meio de análises numéricas com auxílio do programa *GBTul*, desenvolvido por BEBIANO *et al.* (2018), buscou-se selecionar cuidadosamente por processo de tentativa e erro, as dimensões da seção transversal e os comprimentos das colunas de *PFF* do tipo U_e em aço inoxidável, considerando as condições de extremidade propostas (engastada e apoiada). Inicialmente, durante o processo de seleção, foram adotadas colunas com predominância do modo de deformação distorcional (segundo decomposição modal via *GBTul*). Esse objetivo é atingido garantindo-se que a força crítica seja visivelmente distorcional, com participação modal deste, preferencialmente superior a 90%. Além disso, o comprimento das colunas deve estar associado à força crítica do modo distorcional (L_D) referente a uma semi-onda, sendo adotado o menor comprimento crítico próximo do valor mínimo na curva de assinatura. Por fim, a Tabela 3.1 exibe as características geométricas das seções transversais das colunas selecionadas/avaliadas neste trabalho, onde diferentes proporções geométricas (sobretudo a relação comprimento da alma e da mesa): (bw/bf <1, bw/bf =1 e bw/bf > 1), foram consideradas, como forma de avaliar a influência das dimensões das seções no comportamento pós-flambagem distorcional.

Tabela 3.1. Propriedades das seções geométricas avaliadas

Coluna	*bw (mm)*	*bf (mm)*	*bl (mm)*	*t (mm)*	*A (mm²)*
C01	*65*	*52*	*8*	*4,5*	*832,5*
C02	*80*	*62*	*10*	*5,5*	*1232*
C03	*90*	*70*	*10*	*6*	*1500*
C04	*60*	*60*	*10*	*3,2*	*640*
C05	*85*	*85*	*15*	*4,6*	*1311*
C06	*90*	*90*	*16*	*5,4*	*1630,8*
C07	*95*	*95*	*17*	*5,2*	*1658,8*
C08	*100*	*100*	*17*	*5,5*	*1837*
C09	*60*	*80*	*15*	*5,0*	*1250*
C10	*70*	*90*	*18*	*5,8*	*1658,8*



As forças críticas e comprimentos de flambagem das colunas e as respectivas participações modais estão reportados na Tabela 3.2. Os valores referentes às forças críticas de flambagem local ($P_{cr.L}$) e global ($P_{cr.G}$), consideraram apenas os respectivos modos de deformação, segundo nomenclatura do *GBTul*. Além disso, cabe ressaltar que todas as forças de flambagem/bifurcação foram obtidas com *v=0,3* (coeficiente de Poisson) e módulo de elasticidade igual a: (i) *E=200 GPa* para aço inoxidável austenítico (*304*) e (ii) *E=220 GPa* para aço inoxidável ferrítico (*430*),conforme EN 1993-1-4 (2006).

Tabela 3.2. Comprimento de flambagem, forças críticas distorcionais, relações entre flambagem local/global e participações modais para as colunas selecionadas.

Condições de Apoio	*Colunas*	L_D *(mm)*	$P_{cr.D}$ *304* (*kN*)	$P_{cr.D}$ *430* *(kN)*	$\frac{P_{cr.L}}{P_{cr.D}}$	$\frac{P_{cr.G}}{P_{cr.D}}$	*p5 (%)*	*p7 (%)*	*p9 (%)*	*Outros (%)*
	C01	*250*	*1496,14*	*1645,75*	*2,51*	*26,44*	*96,12*	*2,50*	*1,26*	*0,12*
	C02	*300*	*2332,13*	*2565,34*	*2,38*	*24,97*	*96,02*	*2,55*	*1,30*	*0,13*
	C03	*300*	*2637,86*	*2901,64*	*2,45*	*33,58*	*96,01*	*2,45*	*1,44*	*0,11*
	C04	*350*	*685,64*	*754,20*	*2,07*	*30,35*	*93,67*	*5,68*	*0,56*	*0,09*
	C05	*500*	*1503,42*	*1653,76*	*2,01*	*28,14*	*93,45*	*5,92*	*0,53*	*0,10*
	C06	*500*	*2153,77*	*2369,14*	*2,13*	*27,43*	*93,72*	*5,62*	*0,55*	*0,10*
	C07	*550*	*1967,84*	*2164,62*	*2,00*	*28,14*	*93,24*	*6,12*	*0,53*	*0,10*
	C08	*700*	*1984,95*	*2183,44*	*2,17*	*20,96*	*94,82*	*4,59*	*0,48*	*0,11*
	C09	*500*	*1858,35*	*2044,19*	*2,29*	*15,14*	*94,47*	*5,30*	*0,12*	*0,10*
	C10	*600*	*2632,48*	*2895,73*	*2,26*	*13,29*	*94,83*	*4,91*	*0,12*	*0,14*
	C01	*250*	*1183,09*	*1301,40*	*3,05*	*8,35*	*98,25*	*0,91*	*0,52*	*0,33*
	C02	*220*	*1630,84*	*1793,92*	*3,25*	*15,08*	*97,85*	*1,11*	*0,87*	*0,17*
	C03	*300*	*1924,92*	*2117,41*	*3,14*	*11,50*	*98,25*	*0,89*	*0,65*	*0,21*
	C04	*300*	*464,16*	*510,58*	*2,96*	*11,21*	*98,14*	*1,49*	*0,24*	*0,13*
	C05	*500*	*1080,07*	*1188,08*	*2,69*	*9,79*	*98,36*	*1,23*	*0,23*	*0,18*
	C06	*500*	*1528,00*	*1680,80*	*2,92*	*9,66*	*98,31*	*1,26*	*0,23*	*0,20*
	C07	*550*	*1379,33*	*1517,26*	*2,73*	*10,04*	*98,34*	*1,25*	*0,23*	*0,18*
	C08	*500*	*1404,65*	*1545,11*	*3,00*	*14,51*	*98,15*	*1,48*	*0,24*	*0,14*
	C09	*350*	*1261,57*	*1387,73*	*3,30*	*11,38*	*97,74*	*2,06*	*0,11*	*0,09*
	C10	*400*	*1787,24*	*1965,96*	*3,26*	*11,01*	*97,78*	*1,99*	*0,14*	*0,09*

Os valores apresentados na Tabela 3.2 atendem aos critérios de seleção das colunas e comprovam que há uma predominância do modo distorcional (*i.e., p5* >93%), com participações reduzidas de modos locais de deformação (*p7* e *p9*), onde a soma varia entre 0,11% a 6,12%. Quantificando os valores mínimos das relações entre as forças críticas de flambagem em relação às condições de apoio avaliadas, tem-se os seguintes resultados: $P_{cr.L}/P_{cr.D}$ variando de 2 a 2,69 e $P_{cr.G}/P_{cr.D}$ variando de 8,35 a 13,29. As

figuras 3.1(a,b) ilustram os resultados das curvas de assinatura (P_{cr} *vs.* L) para a seção *C07* em aço inoxidável ferrítico (*430*), considerando as duas condições de apoios propostas. O comprimento distorcional adotado L_D é indicado em cada curva, assim como o modo de flambagem (distorcional) correspondente. Os pontos de mínimos são visíveis apenas para a curva de colunas (simplesmente) apoiadas conforme a definição mencionada anteriormente no subitem 2.2.2.

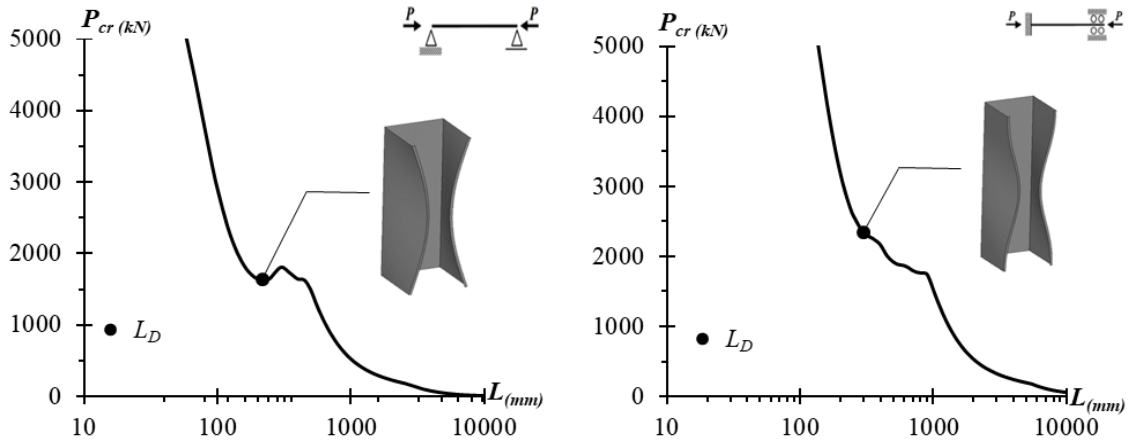


Figura 3.1. Curvas de assinatura (*Pcr x L*) para a seção *C07*, em aço inoxidável *430*, com condições de extremidade: (a) apoiada e (b) engastada.

4 Modelo Numérico

Inicialmente, este capítulo aborda os detalhes do modelo numérico adotado neste trabalho, por meio do programa *ANSYS* (SAS, 2009), onde descrevem-se as características do elemento utilizado e as particularidades da análise não-linear implementada. Posteriormente, apresenta-se a reprodução do modelo desenvolvido por LECCE e RASMUSSEN (2005) a fim de validar a metodologia adotada neste trabalho.

4.1 Dicretização do modelo numérico

A trajetória de equilíbrio e a resistência última de pós-flambagem distorcional das colunas selecionadas foram obtidas segundo programa *ANSYS* (SAS, 2009), com modelos de análise não-linear física e geométrica em elementos finitos de casca tipo *Shell181* (nomenclatura do *ANSYS).* Trata-se de um elemento de parede fina com inclusão de deformação de cisalhamento transversal, que é definido por quatro nós e uma espessura, possuindo seis graus de liberdade por nó, sendo três translações e três rotações nas direções x, y e z. O processo de análise foi realizado por meio de uma técnica de solução incremental interativa que combina o método de *Newton-Raphson* com a estratégia de controle do comprimento de arco. Os modelos de análise de pós-flambagem elasto-plástico, consideram o critério de escoamento por *von Mises*, para módulo de elasticidade *E=200-220 GPa* e coeficiente de *Poisson v=0,3*. Os modelos numéricos desenvolvidos não consideram o aumento de resistência devido ao encruamento do processo de dobragem a frio nas arestas das colunas, e nem tensões residuais de fabricação por conduzirem a variações inferiores a 1% nas resistências últimas de *PFF* (ELLOBODY e YOUNG, 2005).

Ilustra-se através das Figura 4.1(a,b), os modelos numéricos desenvolvidos para as duas condições de apoio analisadas. A condição de engaste foi simulada utilizando uma placa rígida de extremidade nos apoios, restringindo 5 graus de liberdade dos nós, liberando apenas o deslocamento axial (ver Figura 4.1(a)). Nesta condição de apoio, o carregamento de compressão foi aplicado nos nós criados nas placas de base posicionados no centroide da seção transversal. Para a condição rotulada, restringem-se as translações transversais indicadas pelos símbolos em azul e liberam-se os deslocamentos axiais e rotações dos nós da extremidade da barra (ver Figura 4.1(b)). O carregamento,

simbolizado pelas setas vermelhas na Figura 4.1(b), é aplicado por meio de um conjunto de forças concentradas que atuam sobre os nós de extremidade das colunas.

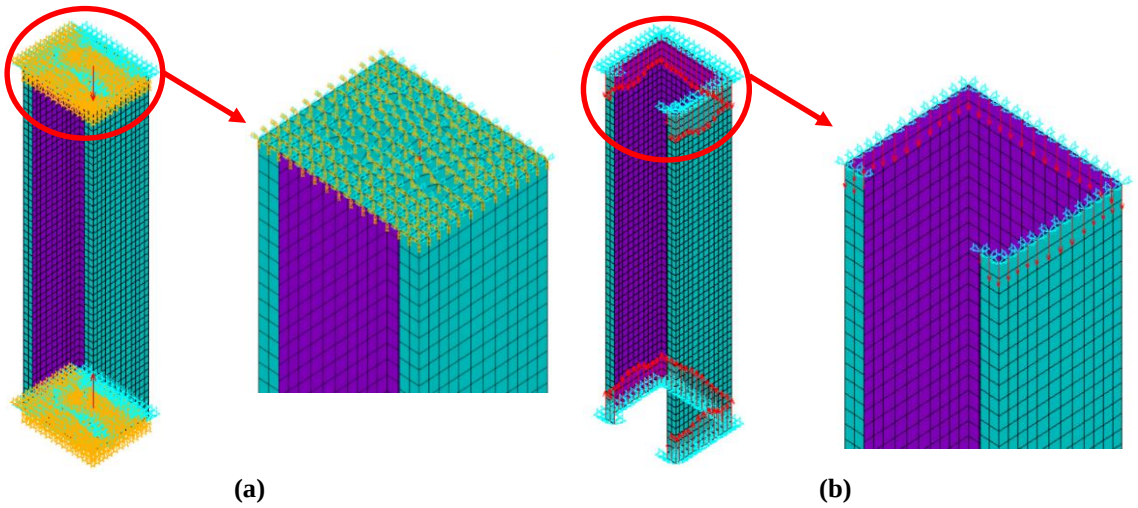


Figura 4.1. Modelos numéricos via *ANSYS*: discretização da malha em elementos finitos e detalhe dos carregamentos de compressão das colunas: (a) bi-engastadas e (b) bi-rotuladas.

O carregamento auto-equilibrado é incrementado em pequenos passos de carga, por meio de procedimento automático do *ANSYS*. A incorporação das imperfeições geométricas iniciais, adotando o modo-crítico a flambagem distorcional, é realizado conforme procedimento reportado por LANDESMANN e CAMOTIM (2013), com amplitude máxima correspondente a 0,1t (10% da espessura da parede).

4.2 Teste de convergência da malha

Realizou-se um estudo de convergência da malha para estimar o tamanho/dimensão do Elemento (*DME*) mais adequado ao modelo. Considerou-se quatro valores de malha (*10, 7,5, 5 e 2,5mm*), conforme ilustra a Figura 4.2, e 3 diferentes valores de λ_D para as colunas *C01* (bi-rotulada) e *C07* (bi-engastada), resumidos na Tabela 4.1.

Observa-se que para *DME* de *10* e *7,5mm* os resultados de $P_u/P_{u2,5}$ estão ligeiramente abaixo (*<1%*) do resultado esperado, que corresponde a *DME* de *2,5mm.* Com base neste estudo de convergência, o tamanho dos elementos *SHELL 181* longitudinais e transversais estão configurados para *5* milímetros. Ou seja, a malha utilizada nesta pesquisa é de *5x5mm* pois geram resultados satisfatoriamente adequados com um esforço computacional aceitável.

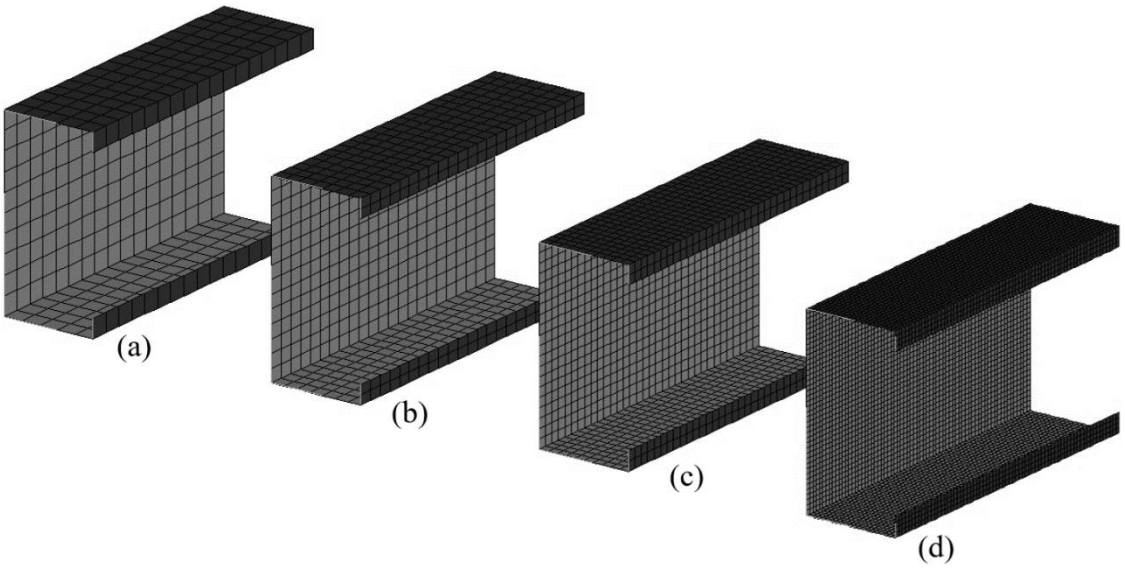


Figura 4.2. ***DME*** **considerados nas análises de convergência: (a) 10, (b) 7,5, (c) 5, (d) 2,5*mm.***

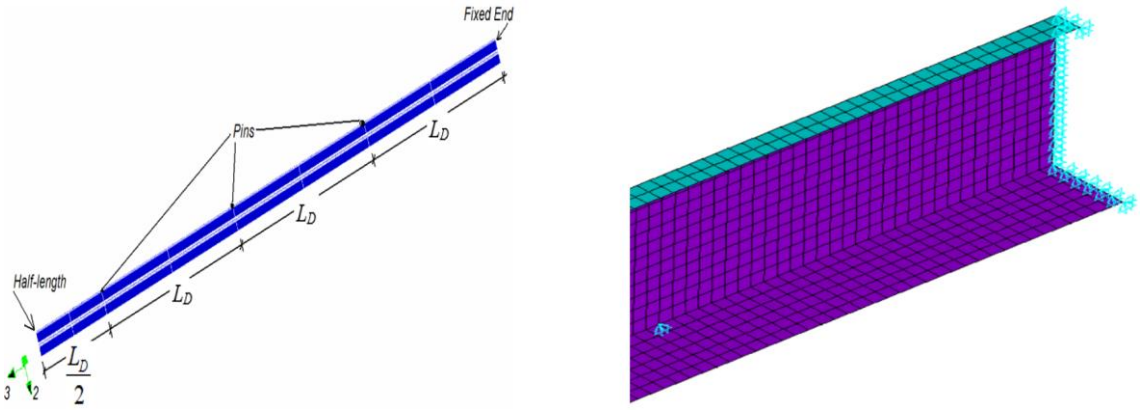
Tabela 4.1. Valores da relação de $P_u/P_{u2,5}$ para cada *DME* das colunas *C01 e C07*

DME (*mm*)	*C01 (bi-rotulada)*			*C07 (bi-engastada)*		
	0,30	*0,87*	*1,44*	*0,64*	*1,21*	*1,78*
10	*0,974*	*0,985*	*0,998*	*0,998*	*0,994*	*0,993*
7,5	*0,982*	*0,989*	*0,992*	*0,993*	*0,995*	*0,999*
5	*1,000*	*1,000*	*1,000*	*1,000*	*1,000*	*1,000*
2,5	*1,000*	*1,000*	*1,000*	*1,000*	*1,000*	*1,000*

4.3 Estudo de Validação

Buscou-se neste subitem reproduzir 4 simulações numéricas realizadas por LECCE e RASMUSSEN (2005) a fim de validar o modelo de elementos finitos empregado nesta dissertação. LECCE e RASMUSSEN (2005) utilizaram, da mesma forma que no presente trabalho, a curva tensão-deformação apresentada no subitem 2.1.1. As propriedades mecânicas, especificamente: tensões de escoamento e última ($f_{y\,304}=195$, $f_{y\,430}=275$, $f_{u\,304}=540$ e $f_{u\,430}=450$ *MPa*), assim como o módulo de elasticidade $E=195$ e *185 GPa* para o aço inoxidável austenítico (*304*) e ferrítico (*430*), respectivamente, foram utilizados conforme AS/NZS 4673 (2001). A Tabela 4.2 resume as propriedades geométricas obtidas pelos referidos autores para as colunas avaliadas e os valores dos índices de esbeltez distorcional ($\lambda_D = (P_y/P_{cr.D})^{0.5}$) variando de *0,54 a 1,44* ($P_y = A.f_y$). As imperfeições geométricas iniciais máximas (w_d) foram incluídas nos modelos numéricos conforme expressão sugerida por WALKER (1975), onde $w_d=0,3t(P_y/P_{cr.D})^{0,5}$.

Ilustra-se nas Figuras 4.3(a,b), o modelo numérico utilizado por LECCE e RASMUSSEN (2005) para colunas U_e com comprimento correspondente a 7 semi-ondas e condições de extremidade engastadas. Desta forma, impede-se os deslocamentos e rotações dos nós da extremidade da barra com empenamento livre, liberando apenas os deslocamentos axiais. Além disso, pinos intermediários também são utilizados com o propósito de impedir os deslocamentos transversais na ligação entre a mesa e a alma do perfil, sendo posicionados a cada comprimento de flambagem distorcional (L_D). Segundo os autores, com a finalidade de reduzir esforço computacional, as colunas foram modeladas apenas com metade da seção transversal e metade do comprimento total.



(a) **(b)**

Figura 4.3. (a) Modelo numérico utilizado por LECCE e RASMUSSEN (2005) - (b) Detalhe da condição de extremidade e pinos considerados.

Por fim, o modelo desenvolvido pelos autores foi reproduzido neste trabalho segundo o modelo bi-engastado descrito no item, porém, as seções transversais foram consideradas de forma integral com comprimento igual a 1 semi-onda. Comparou-se os resultados da $P_{u.obt}$ obtidas neste trabalho com os reportados por LECCE e RASMUSSEN (2005) ($P_{u.LR}$). A diferença percentual máxima encontrada foi de 1%, conforme Tabela 4.2. Com isso, considera-se validado o modelo numérico empregado neste trabalho.

Tabela 4.2. Propriedades geométricas das colunas e comparação dos resultados encontrados por LECCE e RASMUSSEN (2005) e reproduzidos neste trabalho.

Coluna	L_D (*mm*)	*bw* (*mm*)	*bf* (*mm*)	*bl* (*mm*)	*t* (*mm*)	λ_D	$P_{u.LR}$ (*kN*)	$P_{u.obt}$ (*kN*)	$\frac{P_{u.LR} - P_{u.obt}}{P_{u.LR}}$
LR01	270	60	60	10	3	0,54	112	111,22	0,70%
LR02	600	150	150	10	3	1,38	153	152,75	0,16%
LR03	500	200	100	15	4	0,95	338	337,24	0,22%
LR04	500	50	50	5	1	1,44	24	23,76	1,00%

5 Análise de pós-flambagem e força última

Inicialmente, este capítulo apresenta os resultados das análises numéricas de pós flambagem elástica e elasto-plástica das colunas estudadas. Por fim, são discutidos os valores de resistência última obtidos dos modelos numéricos com o dimensionamento via (*MRD*) previsto pela norma brasileira ABNT NBR 14762:2010, além das propostas de LECCE e RASMUSSEN (2005) e LANDESMANN e CAMOTIM (2013).

5.1 Análise elástica de pós-flambagem

Estudos de pós-flambagem distorcional realizados por SILVESTRE e CAMOTIM (2006), mostram que as imperfeições iniciais podem envolver o fechamento da seção transversal ou a abertura, sendo essa distinção relevante apenas nos casos em que o modo crítico de flambagem envolve um número ímpar de semi-ondas. Desta forma, diferentes resistências últimas em colunas com a mesma seção transversal podem ser obtidas. Por isso, como forma de avaliar as imperfeições iniciais (fechando ou abrindo os enrijecedores das bordas) que leva à condição de menor resistência pós-crítica distorcional, foi realizado para as condições de apoio avaliadas (bi-rotulada e bi-engastada), uma análise não linear de pós-flambagem elástica, a partir dos resultados provenientes das análises de flambagem das *10* colunas em aço inoxidável austenítico (*304*) e ferrítico (*430*) apresentadas anteriormente pela Tabela 3.1.

As Figura 5.1 (a1, a2, b1 e b2) apresentam os resultados da análise elástica de pós-flambagem da coluna *C07*, as quais ilustram os valores da força aplicada normalizada ($P/P_{cr.D}$), em que P é a força aplicada e $P_{cr.D}$ é a força crítica de flambagem distorcional da coluna (apresentada anteriormente na Tabela 3.2), em relação ao respectivo deslocamento normalizado $|\delta|/t$, onde $|\delta|$ é o deslocamento máximo transversal absoluto que ocorre nas abas do perfil e t é a espessura da parede. As trajetórias de equilíbrio com as linhas tracejadas e contínuas consideram as imperfeições iniciais que levam as mesas à “abrir” e “ fechar”, respectivamente.

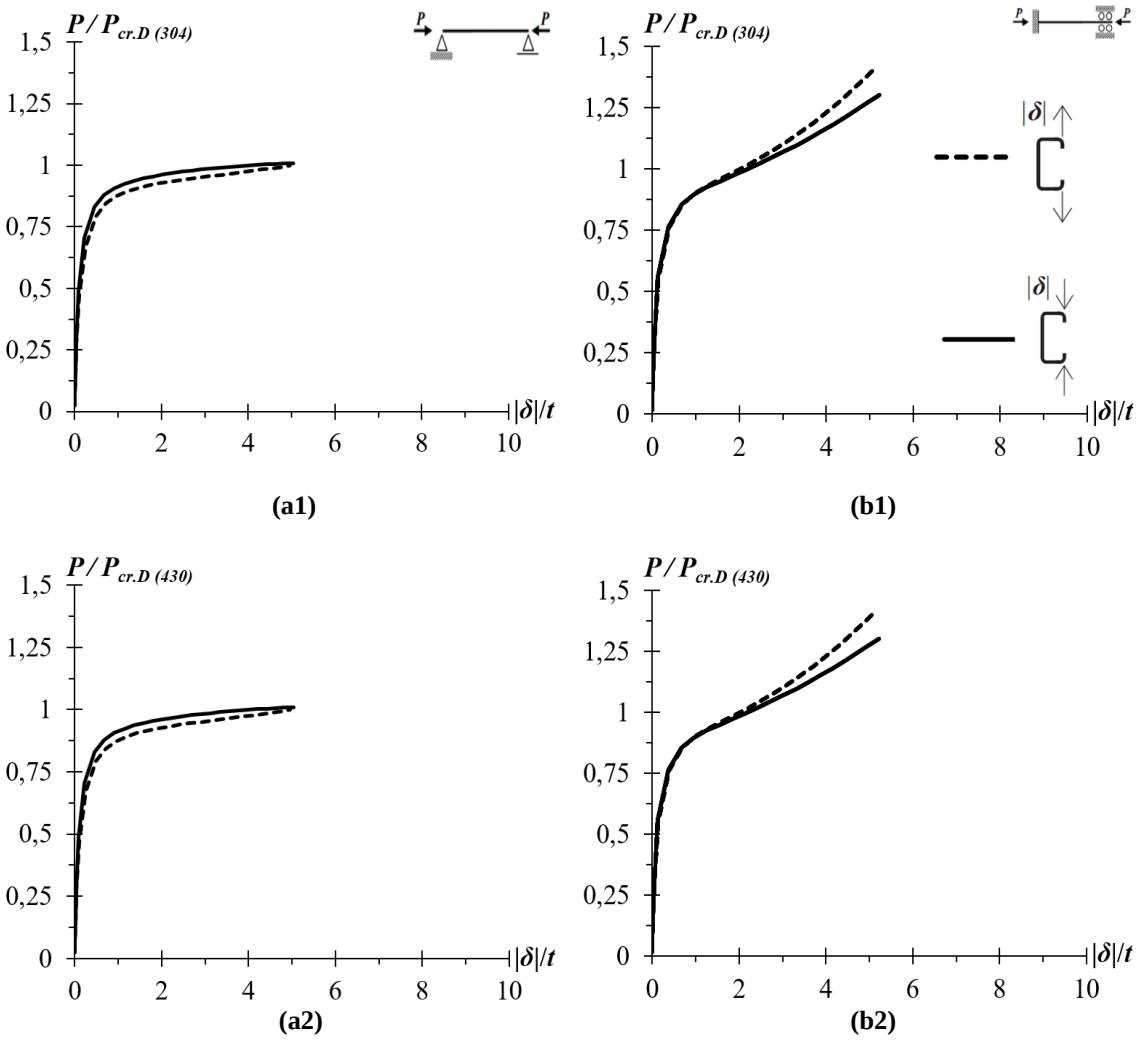


Figura 5.1. Trajetórias de equilíbrio distorcional elástica ($P/P_{cr.D}$ *vs* $|\delta|/t$) relativo à coluna *C07* para as duas condições de apoio avaliadas: (a1, a2) bi-rotuladas e (b1,b2) bi-engastadas.

Através da análise das Figuras 5.1(a1, a2, b1, b2), observa-se que para as coluna bi-engastadas, o modo de falha com as "mesas fechando" induz a uma menor resistência última. Entretanto, para as colunas bi-rotuladas, nota-se que quando a imperfeição é lançada de forma a abrir a seção "mesas abrindo" tem-se a situação mais prejudicial no que refere-se à capacidade resistente na pós-flambagem distorcional. Além disso, vale ressaltar que as demais colunas (apresentadas anteriormente na Tabela 3.1), apresentaram comportamento semelhante. Portanto, essas foram as condições consideradas.

Com o propósito de investigar a influência das diferentes proporções geométricas das colunas na trajetória de pós-flambagem, as Figura 5.2(a1, a2, b1, b2) comparam as trajetórias de equilíbrio ($P/P_{cr.D}$ *vs* $|\delta|/t$), para as condições de apoio bi-rotulada e bi-apoiada considerando, evidentemente, a imperfeição que induz menor resistência última.

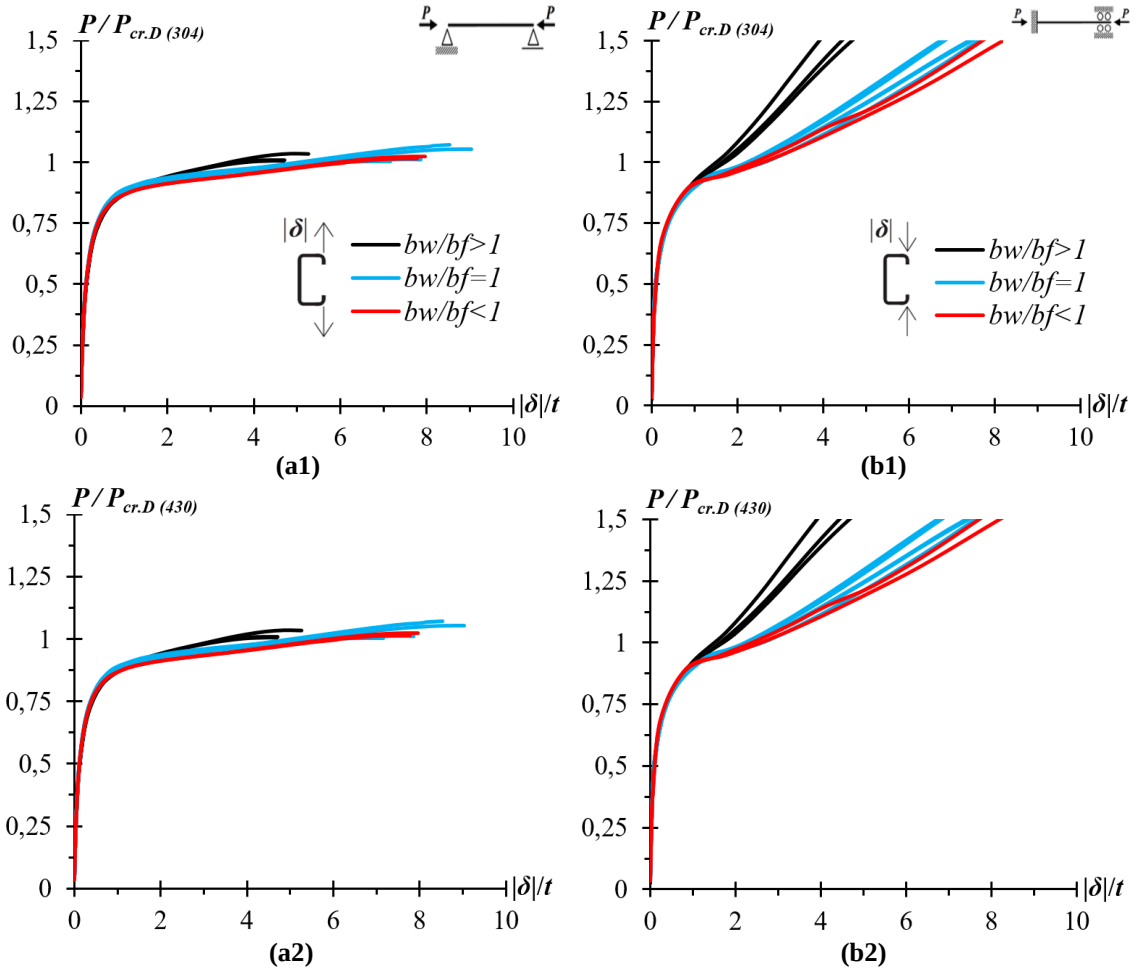


Figura 5.2. Trajetória de equilíbrio elástico ($P/P_{cr.D}$ *vs* $|\delta|/t$) relativo às *10* colunas (a1,a2) bi-rotuladas e (b1,b2) bi-engastadas para o movimento de "abrir" e fechar" das mesas.

Mediante a análise das trajetórias de equilíbrio ($P/P_{cr.D}$ *vs* $|\delta|/t$) na pós-flambagem distorcional elástica apresentadas pelas Figuras 5.2 (a1, a2, b1, b2), nota-se que o comportamento das colunas bi-rotuladas e bi-engastadas são diferentes, tanto qualitativa quanto quantitativamente. Obviamente, as colunas bi-engastadas exibem maiores reservas de resistência na pós-flambagem distorcional quando comparadas às bi-rotuladas. Além disso, não houve diferenças nas trajetórias de equilíbrio quando comparados os aços inoxidáveis *304* e *430*, onde observa-se maior resistência na pós-flambagem distorcional para as colunas com relação *bw/bf>1*.

5.2 Pós-flambagem elasto-plástica e força última

Este item trata, inicialmente, dos resultados obtidos sobre o mecanismo de colapso e a capacidade resistente última das colunas em aços inoxidáveis analisadas, avaliando a influência das condições de apoio e das seções geométricas no comportamento de pós-

flambagem elasto-plástica. Para esse estudo paramétrico, 320 colunas U_e foram analisadas, correspondendo a uma combinação de (i) 10 seções (ver Tabela 3.1), (ii) 2 diferentes tipos de aços inoxidáveis (*430* e *304*, conforme designação da norma brasileira ABNT NBR 5601:2011), (iii) duas condições de apoio (bi-rotulada e bi-engastada) e (iv) 8 diferentes valores de tensões de escoamento para cada coluna, escolhidas aleatoriamente de modo a cobrir uma vasta gama de λ_D variando de 0,30 a 4,83. Observa-se que as trajetórias de equilíbrio ($P/P_{cr.D}$ *versus* $|\delta|/t$), ilustradas pelas Figuras 5.3 (a1,a2,b1,b2), referentes a coluna *C07* com λ_D=*0,51-0,81-1,18-1,65-2,15-2,65-3,15-3,65,* foram determinadas para obter as forças últimas (P_u), cuja relação $P_u/P_{cr.D}$ representada pelos círculos brancos correspondem a: $P_u/P_{cr.D(304)}$=*0,26-0,59-0,85-0,95-1,00-1,01-1,01-1,01-1,01* e $P_u/P_{cr.D(430)}$=*0,27-0,59-0,94-1,26-1,54-1,75-1,87-1,92*, para as condições bi-rotuladas e bi-engastadas, respectivamente. Destaca-se ainda que relações semelhantes foram encontradas para o aço inoxidável *430*, conforme tabelas do Anexo A.

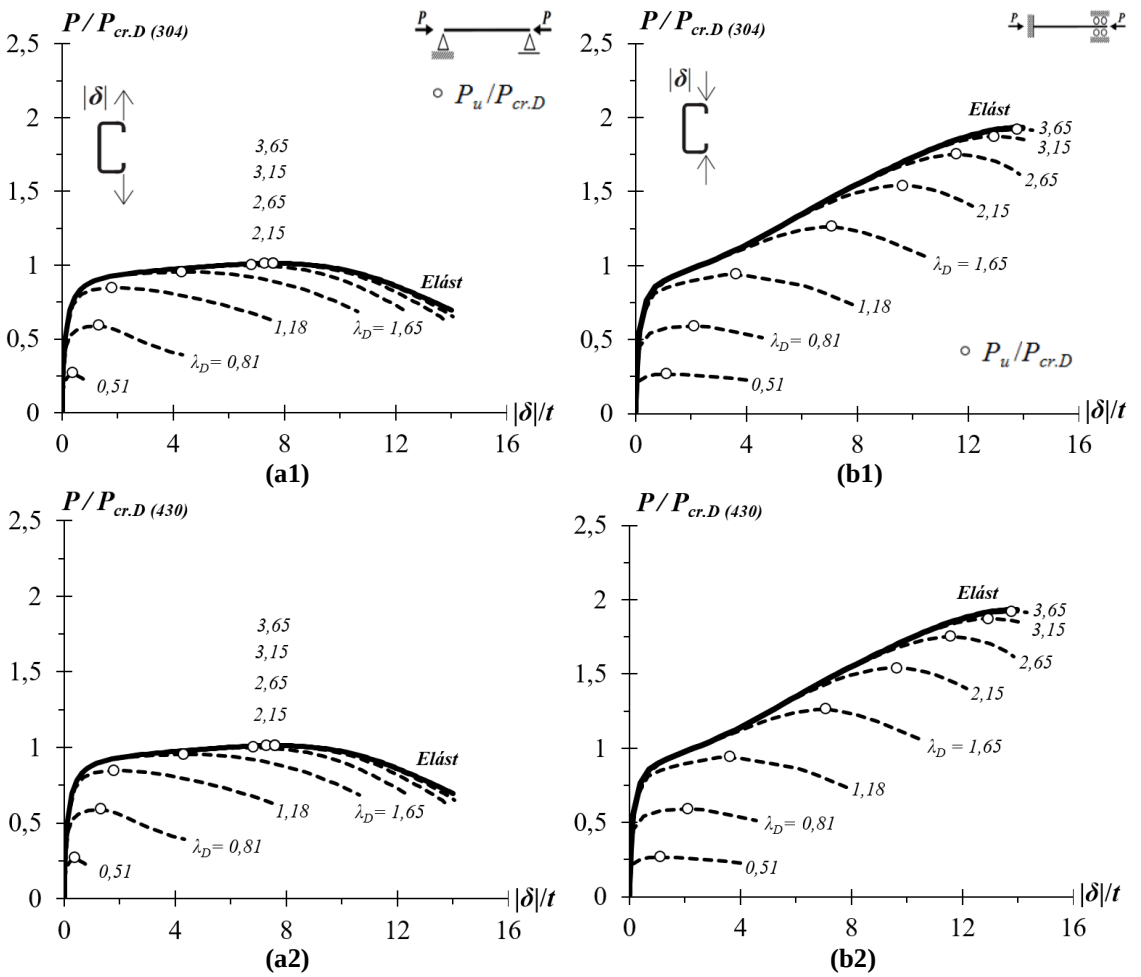


Figura 5.3. Trajetórias de equilíbrio elásto-plástica (*Pu /Pcr.D vs* $|\delta|/t$) da coluna *C07* para as duas condições de apoio avaliadas: (a1, a2) bi-rotuladas e (b1, b2) bi-engastadas.

A observação das Figura 5.3(a1,a2,b1,b2), permite destacar que as relações de força última relativa à crítica ($P_u/P_{cr.D}$) e os respectivos valores associados ($|\delta|/t$) aumentam com a tensão de escoamento (f_y), independentemente do tipo de aço inoxidável e da condição de apoio, com convergência à curva elástica. Contudo, verifica-se que para as colunas bi-rotuladas, as relações ($P_u/P_{cr.D}$) são semelhantes quando $\lambda_D \geq 2{,}15$. Além disso, novamente observa-se diferenças nas trajetórias de equilíbrio elasto-plástica e forças últimas das colunas bi-rotuladas e bi-engastadas, onde as últimas exibem claramente maiores reservas de resistência na pós-flambagem distorcional.

Em seguida, as Figuras 5.4 (a1, a2, b1, b2) comparam as relações de força última P_u/P_y e $P_u/P_{cr.D}$ com os respectivos λ_D das colunas reportadas por LECCE e RASMUSSEN (2005) e as obtidas nesta dissertação. Com o objetivo de melhor avaliar a influência das proporções geométrica na resistência última da seção, os resultados são apresentados da seguinte forma para as ligas de aços inoxidáveis avaliadas: marcadores quadrados possuem relação $bw/bf<1$, triangulares ($bw/bf=1$) e circulares ($bw/bf>1$).

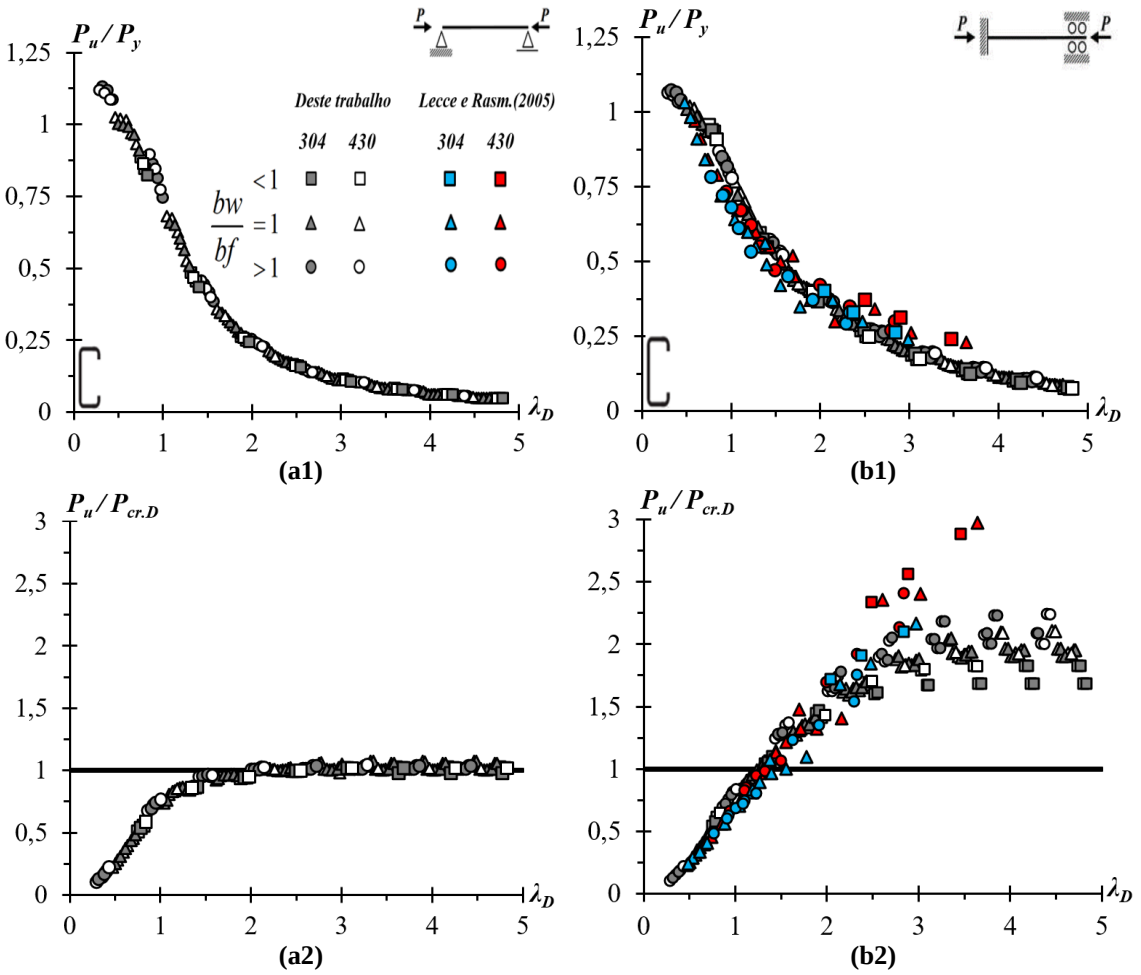


Figura 5.4. Valores de P_u/P_y e $P_u/P_{cr.D}$ *versus* λ_D de todas as colunas inoxidáveis (obtidas/reportadas) com condições de apoio: (a1, a2) bi-rotuladas e (b1, b2) bi-engastadas.

Observando os resultados apresentado nas Figuras 5.4 (a1, a2, b1, b2) pode-se destacar as seguintes conclusões:

(i) Como esperado, os resultados obtidos de P_u/P_y *vs* λ_D apresentam uma tendência conforme a curva Winter. Entretanto, verifica-se uma pequena "dispersão vertical" entre os resultados (fenômeno mais visível para as colunas com relação b_w/b_f >1, por apresentarem maiores reservas de resistência na pós-flambagem distorcional conforme observado nas análises elásticas de pós-flambagem);

(ii) Para a condição de apoio bi-engastada, os resultados numéricos reportados por LECCE e RASMUSSEN (2005) (P_u/P_y *versus* λ_D), conforme observado anteriormente no capítulo de validação, seguem a mesma tendência dos resultados obtidos nesta dissertação, aproximando-se do modelo bi-engastado com empenamento restringido e comprimento correspondente a uma semi-onda;

(iii) As razões P_u /$P_{cr.D}$ de todas as colunas obtidas neste trabalho possuem uma certa linearidade crescente até a esbeltez distorcional $\lambda_D \leq \sim 2$. No entanto, observa-se que as colunas engastadas apresentam uma dispersão significativa dos resultados a partir de $\lambda_D > \sim 2$. Já as colunas apoiadas, apresentam razões de força última (P_u) relativas à força crítica de flambagem distorcional ($P_{cr.D}$) semelhantes quando $\lambda_D > \sim 2$, como dito anteriormente durante as análises das trajetórias de equilíbrio elasto-plástica referente a coluna *C07*.

Por fim, as Figura 5.55 (a1, a2, b1, b2) fornecem as trajetórias de equilíbrio elasto-plástica, a evolução das suas configurações deformadas e tensões de *von Mises* (σ_{vM}) (antes, durante e após a força última, P_u), referente a coluna *C07* em aço (*304*), com λ_D*=0,81* e *1,65* para as duas condições de apoio propostas. A escolha das tensões de escoamento dos aços se deu de maneira a garantir o mesmo índice de esbeltez diatorcional (λ_D) para as colunas avaliadas. Além disso, as configurações das deformadas foram amplificadas e o ponto *III* sempre corresponde ao colapso da coluna (P_u), a legenda das figuras representa uma relação entre a tensão de *von Mises* e a tensão de escoamento do aço avaliado (σ_{VM} / f_y). Ressalta-se ainda que as trajetórias de equilíbrio elásticas são exibidas apenas com o propósito de comparação.

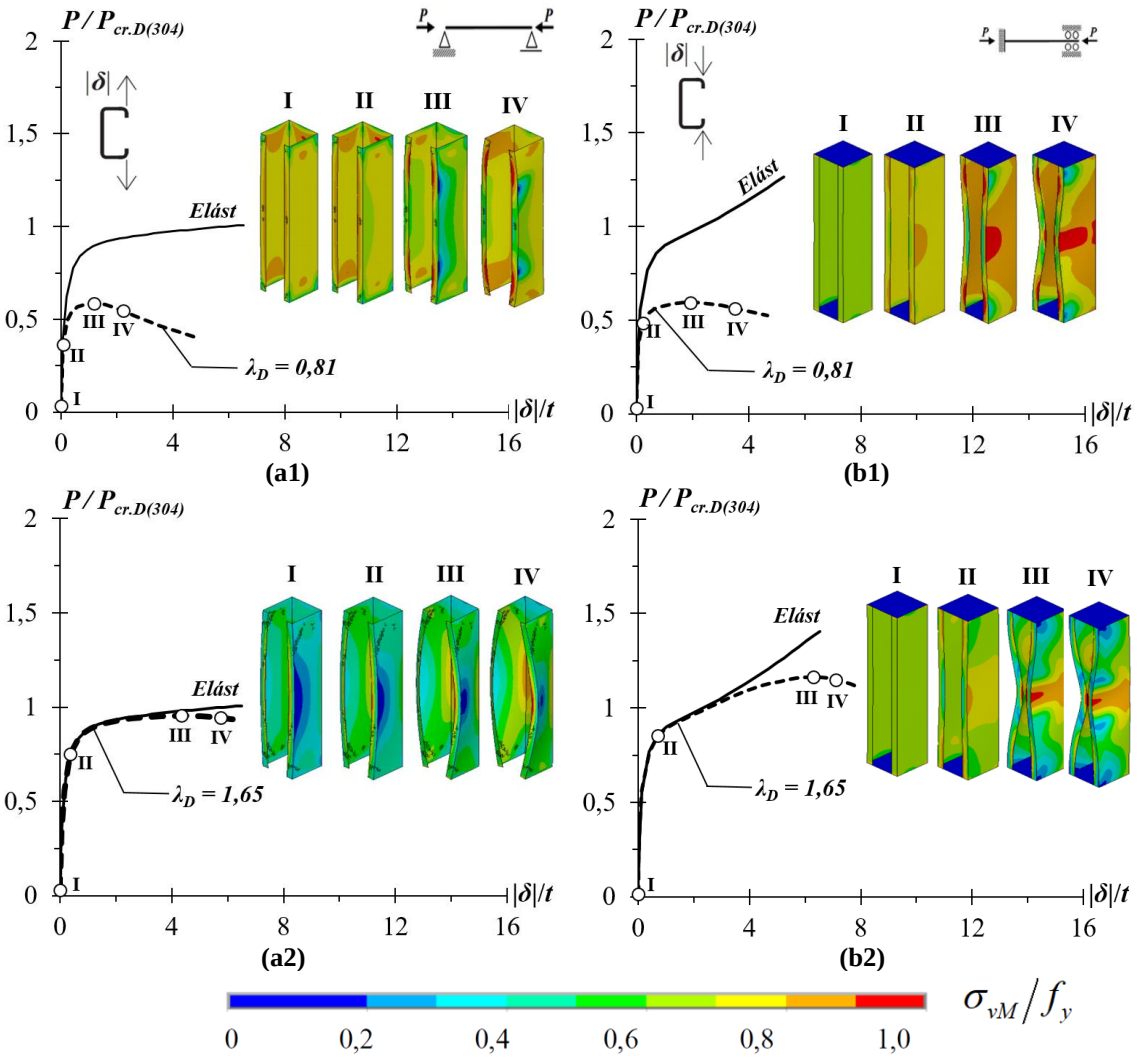


Figura 5.5. Trajetórias de equilíbrio distorcional elasto-plástico ($P/P_{cr.D}$ x$|\delta|/t$), configurações deformadas (incluindo o mecanismo de colapso) e tensão de *von Mises* para a coluna *C07* (λ_D = *0,81-1,65*) em aço (*304*): (a1, a2) bi-rotulada e (b1, b2) bi-engastada.

A análise das Figuras 5.5 (a1, a2, b1, b2) geram as seguintes observações:

(i) Todas as colunas apresentaram comportamento de flambagem distorcional com apenas uma semi-onda. Além disso, as imperfeições geométricas iniciais envolvendo o movimento de "fechar" e "abrir" das abas das colunas investigadas, conduzem a menores resistência pós-flambagem para as condições bi-engastadas e bi-rotuladas, respectivamente;

(ii) A posição onde ocorre as máximas tensões e deformações variam à medida que λ_D se eleva. Nota-se que o colapso das colunas bi-rotulada e bi-engastada com λ_D=*0,81* são semelhantes e iniciam-se nos enrijecedores de borda nas extremidades das colunas. Contudo, para a última condição de extremidade, as máximas tensões também ocorrem no meio do vão, que conduz à formação de um

ponto de plastificação (rótula plástica) apresentado pela Figura 5.5(b1) pelo ponto *IV*. Quando $\lambda_D=1,65$, os processos de plastificação mostraram-se idênticos para as condições de extremidade avaliadas (engastada e apoiada). De fato, observa-se que o colapso das colunas inicia-se na região do meio do vão, conforme ilustra as Figuras 5.5(a2, b2) pelo ponto *III*, associado ao escoamento do enrijecedor de borda. Além disso, novamente observa-se que as relações de força última relativa à crítica ($P_u/P_{cr.D}$) e os respectivos valores associados ($|\delta|/t$), aumentam com a tensão de escoamento (f_y) independentemente do tipo de aço inoxidável.

6 Dimensionamento via *MRD*

Este capítulo dedica-se à aplicação do *MRD* para previsão da força resistente distorcional das colunas investigadas. Como dito anteriormente no item 2.3, a curva do *MRD* desenvolvida por SCHAFER e PEKÖZ (1998) e baseada na ideia original de HANCOCK *et al.* (1994), vem sendo continuamente aperfeiçoada, principalmente devido aos esforços de SCHAFER (2000).

6.1 Previsão de resistência das colunas

As Figuras 6.1 (a,b) comparam para as duas condições de apoio (bi-apoiada e bi-engastada), os resultados obtidos de força última P_u/P_y das 320 colunas investigadas neste trabalho, representadas pelos pontos cinzas e brancos que identificam respectivamente os aços inoxidáveis (*304* e *430*), com as previsões obtidas através do *MRD*. Posteriormente, as Figuras 6.2 (a,b) apresentam as relações P_u/P_{nD} e $P_u/P_{nD.I}$ *versus* λ_D, proporcionando uma visão a respeito da segurança e precisão da curva da ABNT NBR 14762:2010 (traço sólido) e as propostas de LECCE e RASMUSSEN (2005) (traço-ponto e ponto), respectivamente, ressaltando os indicadores estatísticos (médias, desvios padrão e valores máximos/mínimos). A análise dos resultados provenientes das estimativas ilustradas pelas Figuras 6.1 (a,b) e 6.2(a,b), conduzem as seguintes observações:

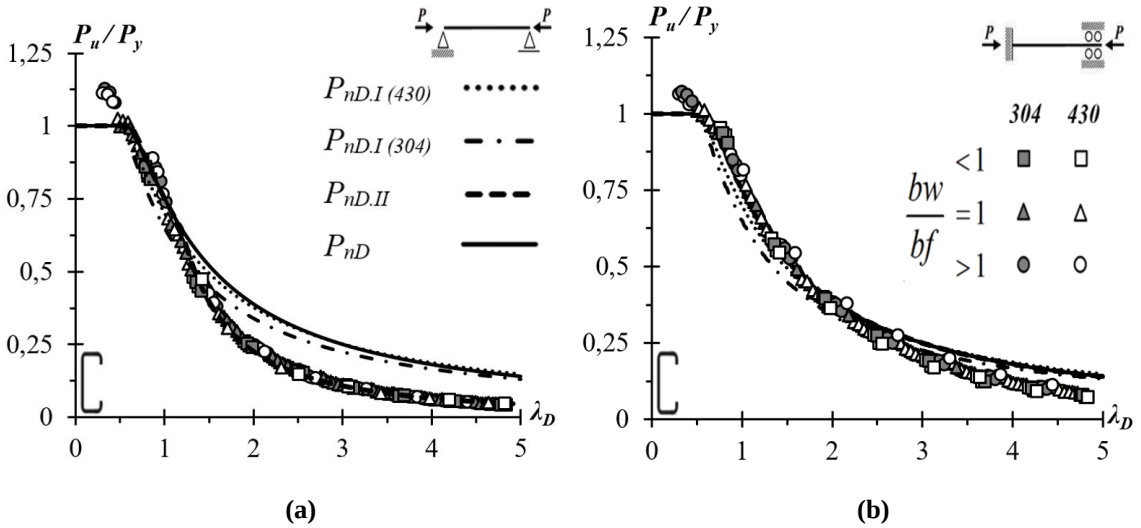


Figura 6.1. Comparação entre as curvas de dimensionamento: $P_{nD.I(430)}$, $P_{nD.I(304)}$, $P_{nD.II}$, P_{nD} e (P_u) obtidas neste trabalho das colunas inoxidáveis: (a) apoioadas e (b) engastadas.

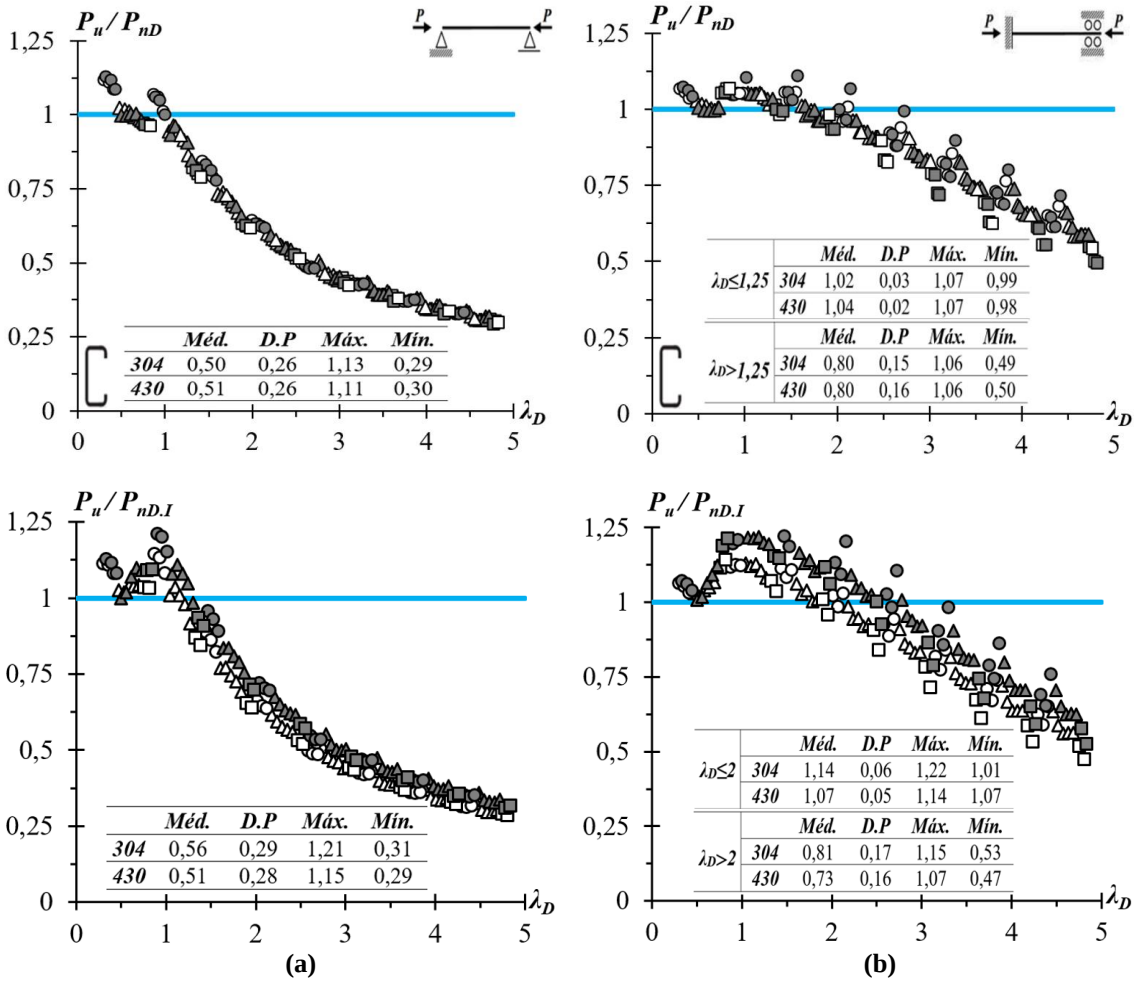


Figura 6.2. ***P_u/P_{nD}, $P_u/P_{nD.I}$ versus λ_D*** **das colunas inoxidáveis avaliadas neste trabalho: (a) apoioadas e (b) engastadas.**

(i) Observa-se que a influência das relações geométricas (*bw/bf*) e os 2 tipos de aços inoxidáveis das colunas investigadas fornecem curvas P_u/P_y *versus* λ_D com pequenas variedades de comportamento, não havendo dispersão de resultados que leve a consideração de diferentes curvas de dimensionamento;

(ii) Para as colunas bi-engastadas, as curvas de resistência P_{nD} e $P_{nD.I}$ (*304* e *430*) mostram-se a favor da segurança para colunas com $\lambda_D \leq\sim$ *1,25* e *2*, respectivamente. De fato, os valores de média, desvio padrão, máximo e mínimo, ilustrados pelas Figuras 6.3(b), são: $P_{nD\,(304)}$*=1,02-0,03-1,07-0,99*, $P_{nD\,(430)}$*=1,04-0,02-1,07-0,98*, $P_{nD.I(304)}$*=1,14-0,06-1,22-1,01* e $P_{nD.I(430)}$*=1,07-0,05-1,14-1,07*. Entretanto, analogamente ao modelo bi-rotulado, apresentam-se inseguros para $\lambda_D >\sim$ *1,25* e *2*, conforme pode ser constatado pelos indicadores estatísticos: $P_{nD\,(304)}$*=0,80-0,15-1,06-0,49*, $P_{nD\,(430)}$*=0,80-0,16-1,06-0,50*, $P_{nD.I\,(304)}$*=0,81-0,17-1,15-0,53* e $P_{nD.I\,(430)}$*=0,73-0,16-1,07-0,47*.

Baseado nas informações apresentadas, fica claro que as curvas de resistência preconizada pela ABNT NBR 14762:2010 e proposta por LECCE e RASMUSSEN (2005) são incapazes de prever adequadamente as forças últimas de colunas em aços inoxidáveis apoiadas e engastadas para índices de esbeltez distorcional maiores/próximos a *1,25* e *2*, respectivamente. Como forma de avaliar a qualidade das previsões de força última fornecido pela curva proposta por LANDESMANN e CAMOTIM (2013) ($P_{nD.II}$), as Figuras 6.3 (a,b) apresentam as relações $P_u/P_{nD.II}$ *versus* λ_D, proporcionando verificar a precisão e a segurança associada à curva de projeto em consideração, ressaltando também as médias, desvio padrão e valores máximos/mínimos.

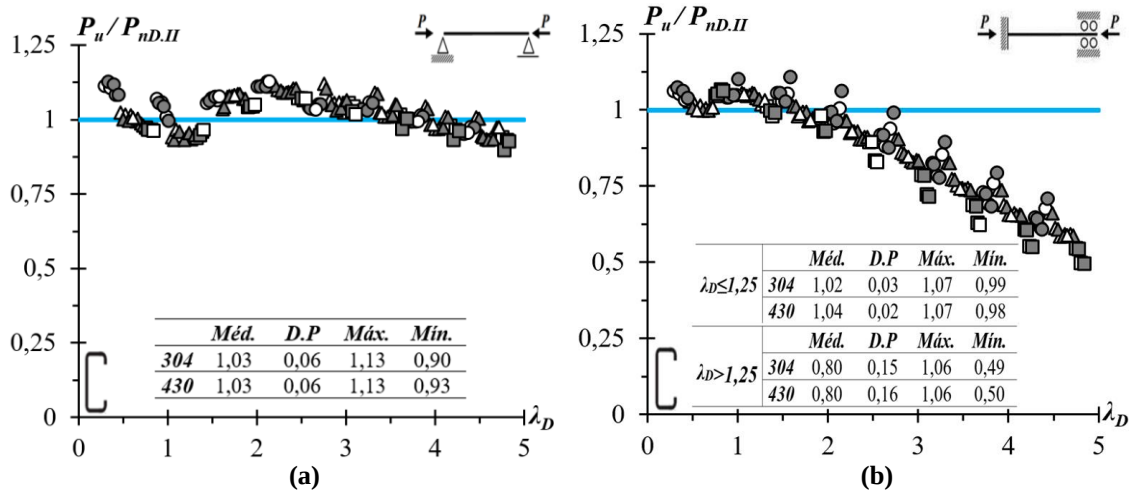


Figura 6.3. ***$P_u/P_{nD.II}$ vs λ_D* das colunas inoxidáveis avaliadas: (a) apoioadas e (b) engastadas.**

Após a observação dos resultados ilustrados pelas Figuras 6.3(a,b), pode-se concluir que para a condição bi-rotulada, a $P_{nD.II}$ fornece estimativas acuradas e seguras para as colunas analisadas numericamente, como atestado pelos correspondentes indicadores $P_u/P_{nD.II}$: *1,03* (média), *0,06* (desvio padrão médio), *1,13* (máximo) e *0,90* (mínimo). Obviamente, para as bi-engastadas, a $P_{nD.II}$ apresenta os mesmos indicadores estatísticos (médias, desvios padrão e valores máximos/mínimos) da P_{nD}, visto que em ambos os casos a equação permanece a mesma proposta por SCHAFER (2000).

6.2 Ajustes na curva atual codificada pela ABNT NBR 14762:2010

Com o intuito de alterar a situação das colunas bi-engastadas utilizando os resultados obtidos nesta pesquisa, apresenta-se uma formulação ajustada da curva atual codificada pela ABNT NBR 14762:2010 (P_{nD}), como forma de obter valores mais precisos para as forças últimas de colunas de *PFF*, com seção-transversal U_e, em aços

inoxidáveis austenítico (*304*) e ferrítico (*430*) sob falha distorcional. A Eq. (6.1) apresenta à nova proposta — denominada como $P_{nD.III}$ — a qual é ilustrada na Figura 6.4 (linha vermelha) e comparada com as curvas apresentadas anteriormente no item 6.1. Além disso, como forma de avaliar a qualidade das estimativas das forças últimas fornecidas pela curva modificada, as Figuras 6.5 (a,b) traçam os valores de P_u/P_y e $P_u/P_{nD.III}$ *versus* λ_D, incluindo os indicadores estatísticos (médias, desvios padrão, máximos e mínimos).

$$P_{nD.III} = \begin{cases} P_y & \text{para } \lambda_{D.} \le 0,561 \\ P_y\left[1-0,25\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0,6}\right]\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0,6} & \text{para } 0,561 < \lambda_D \le 1,250 \\ P_y\left[1,2-0,444\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0,825}\right]\left(P_{cr.D}/P_y\right)^{0,825} & \text{para } \lambda_D \ge 1,250 \end{cases} \quad , \quad \text{(Eq.6.1)}$$

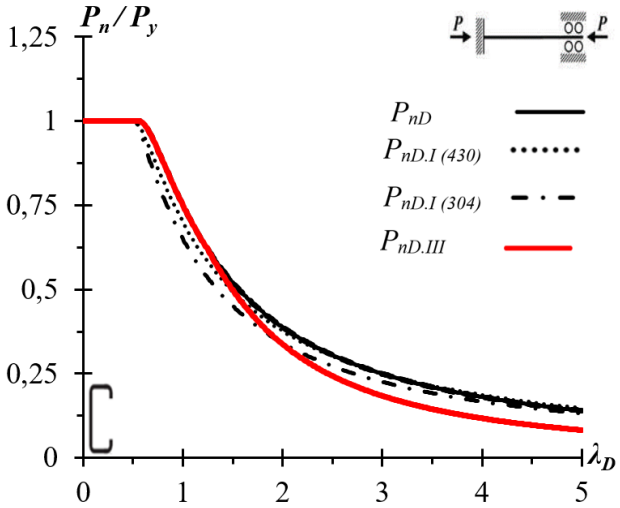


Figura 6.4. Comparação entre as curvas de dimensionamento P_{nD}, $P_{nD.I(430)}$, $P_{nD.I(304)}$ e $P_{nD.III}$ das colunas inoxidáveis engastadas.

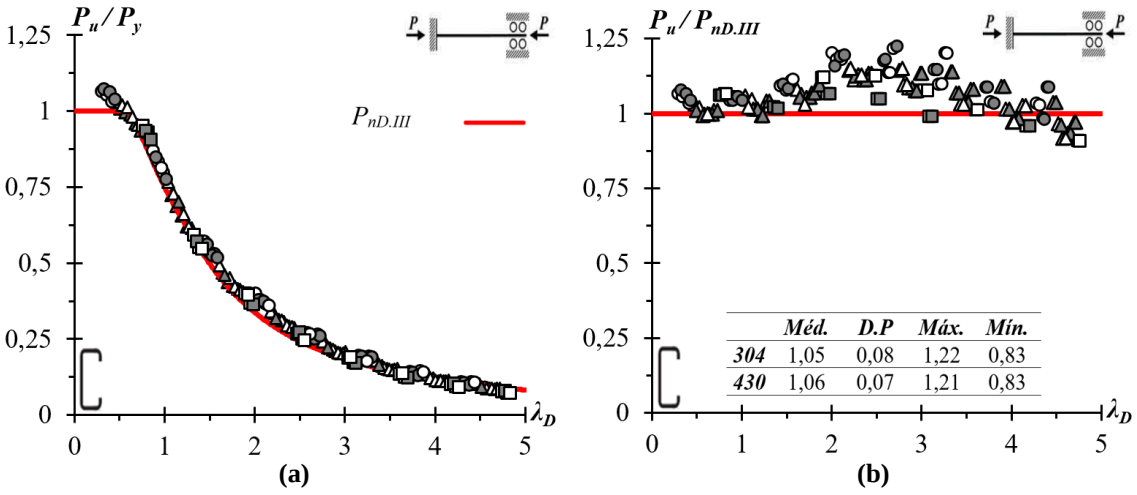


Figura 6.5. (a) Comparação entre $P_{nD.III}$, P_u/P_y e (b) $P_u/P_{nD.III}$ *versus* λ_D das colunas engastadas inoxidáveis avaliadas.

A observação e a análise desses resultados provenientes do dimensionamento conduzem aos seguintes comentários:

(i) Naturalmente, a modificação da previsão de força última ($P_{nD.III}$) torna-se realmente visível para índices de esbeltez distorcional maiores/próximos a *1,25*, uma vez que, para valores inferiores a esse, as equações presentes na ABNT NBR 14762:2010, apresentadas pela Eq. (6.4), foram mantidas e fornecem estimativas seguras para as colunas analisadas neste trabalho conforme anteriormente ilustrado pela Figura 6.2 (b);

(ii) Apesar da simplicidade inerente das modificações, as estimativas de forças últimas obtidas por meio da curva modificada melhoram, não só em relação à P_{nD}, assim como para as demais curvas ilustradas na Figura 6.4;

(iii) Note que os indicadores estatísticos (média, desvio padrão, máximo e mínimo), ilustrados pelas Figuras 6.5(b), são: $P_{nD\,(304)}$*=1,05-0,08-1,22-0,83*, $P_{nD\,(430)}$*=1,06-0,07-1,21-0,83*. Com efeito, apresentam maior segurança e precisão na determinação da força última das colunas avaliadas, uma vez que o número de previsões "inseguras" caiu de 72 (P_{nD}) para 11($P_{nD.III}$), ou seja, uma queda de *85%*.

7 Conclusões

Este trabalho relatou uma investigação numérica a respeito do comportamento estrutural de colunas constituídas por perfis metálicos formados a frio de seções U_e, em aço inoxidável austenítico (*304*) e ferrítico (*430*), submetidas à compressão uniaxial centrada. Buscou-se investigar na mesma linha de pesquisa dos autores: (i) LECCE e RASMUSSEN (2005), (ii) ROSSI *et. al* (2013) e (iii) LANDESMANN e CAMOTIM (2013), a influência das condições de apoio, e também das seção geométricas no dimensionamento destas colunas, utilizando os métodos baseados no Método da Resistência Direta (*MRD*). Para atingir esse objetivo, 320 colunas U_e foram analisadas, correspondendo a uma combinação de (i) 10 geometrias, (ii) 2 diferentes tipos de aço inoxidável (*430* e *304*), (iii) duas diferentes condições de apoio (bi-rotulada e bi-engastada) e (iv) 8 valores de tensões de escoamento para cada coluna, escolhidas aleatoriamente de modo a cobrir uma grande variedade de valores de esbeltez distorcional (λ_D).

O primeiro passo constituiu-se da seleção das geometrias e da análise de flambagem via *GBT* (com utilização do programa *GBTul*), que forneceu as forças e comprimentos críticos, estes deveriam corresponder ao modo "puramente" distorcional, ou seja, os comprimentos deveriam corresponder a formação de uma semi-onda e possuir a respectiva força crítica distorcional o mais abaixo possível da força crítica local. Além disso, tentou-se manter a participação modal distorcional próximo/maior que 90%.

Posteriormente, com o propósito de realizar as análises não-lineares física e geométrica das colunas avaliadas, além de confirmar a existência do modo de flambagem distorcional, foram empregados modelos numéricos via código *ANSYS* (SAS, 2009). Os resultados encontrados (comportamento elástico e elasto-plástico de pós flambagem distorcional, forças última e configuração deformada dos perfis) foram apresentados, discutidos e comparados.

Por fim, as estimativas da resistência axial última via *MRD*, prevista pela ABNT NBR 14762:2010 e as propostas de LECCE e RASMUSSEN (2005) e LANDESMANN e CAMOTIM (2013), foram avaliadas e comparadas com as forças axiais de colapso obtidas numericamente.

Dentre as diversas conclusões obtidas ao longo desta dissertação, os seguintes itens merecem ser mencionados:

(i) Em primeiro lugar, observou-se que a influência das relações geométricas (b_w/b_f) e os 2 tipos de aços inoxidáveis das colunas bi-apoiadas e bi-engastadas investigadas, fornecem curvas P_u/P_y *versus* λ_D com pequenas variedades de comportamento, não havendo dispersão de resultados que leve a consideração de diferentes curvas de dimensionamento. Contudo, verificou-se diferenças no comportamento de pós-flambagem elasto-plástica das colunas avaliadas em função das condições de apoio. Essa reflexão é importante pois direciona a consideração de diferentes curvas de dimensionamento, como proposto por LANDESMANN e CAMOTIM (2013), específicas para cada tipo de apoio.

(ii) As curvas P_{nD} e $P_{nD.I}$, para a condição de apoio bi-rotulada, adequam-se de maneira segura e precisa apenas para baixos valores de índices de esbeltez ($\lambda_D \leq \sim 1,3$), superestimando o valor de resistência última conforme o aumento de λ_D, tornando-se ainda mais severas para colunas com esbeltez moderada a alta ($\lambda_D > 1,5$). Sendo assim, a curva $P_{nD.II}$ — proposta por LANDESMANN e CAMOTIM (2013) — fornece estimativas acuradas e seguras das colunas analisadas numericamente. De fato, o número de previsões "inseguras" caiu de 134 (P_{nD}) para 26 ($P_{nD.II}$), ou seja, uma queda de 81%.

(iii) Para a condição de apoio bi-engastada, as curvas de resistência P_{nD} e $P_{nD.I}$ (*304* e *430*) mostram-se a favor da segurança para colunas com $\lambda_D \leq \sim 1,25$ e 2, respectivamente, sendo incapazes de prever adequadamente as forças últimas de colunas em aços inoxidáveis para índices de esbeltez distorcional maiores/próximos a *1,25* e *2*. Por isso, a curva do *MRD* ajustada neste trabalho, apesar da simplicidade inerente das modificações, melhora as estimativas de forças últimas (P_u) obtidas, tornando-se uma opção mais adequada de dimensionamento.

(iv) Por fim, é importante destacar que as curvas propostas para estimativa da resistência última distorcional, de colunas bi-apoiadas e bi-engastadas em aços inoxidáveis austeníticos (*304*) e ferríticos (*430*), demandam maiores validações com o propósito de conhecer até que ponto as mesmas se mantém válidas. Dessa forma, é indispensável a consideração de seções transversais com formas mais complexas, como por exemplo perfis *rack*, *hat*, perfil *Z* e seções *U* com enrijecedor intermediário de alma e/ou enrijecedor de mesa com diferentes configurações.

7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Os assuntos abordados neste trabalho são relevantes no contexto do comportamento estrutural de colunas em aço inoxidável austenítico (*304*) e ferrítico (*430*) de parede fina sujeitas a flambagem distorcional. Verificou-se a partir dos resultados alcançados que, embora a adoção das curvas de LANDESMANN e CAMOTIM (2013) ($P_{nD.II}$) e a formulação ajustada nesta dissertação ($P_{nD.III}$) possuírem um dimensionamento satisfatório para a previsão de resistência das colunas bi-apoiadas e bi-engastadas, respectivamente, ainda há a necessidade de mais investigações numéricas e experimentais, para que os métodos possam ser usados universalmente. Dessa forma, sugere-se os seguintes temas como propostas para trabalhos futuros:

(i) Validação dos modelos numéricos por meio de ensaios experimentais;

(ii) Novos estudos ampliando o número de modelos numéricos, como forma de reunir mais dados e proposições de curvas mais ajustadas;

(iii) Análises das seções estudadas para outras condições de apoio, tais como engastado-livre e engastado-apoiado, objetivando comparar e identificar a influência do apoio no dimensionamento para esta hipótese de carregamento;

(iv) Análises envolvendo maior número de geometrias, considerando diferentes relações geométricas, principalmente à influência da relação *h/d*, que define o aparecimento da flambagem com participação do modo local;

(v) Análises com distribuição não-uniforme de temperatura e situações de incêndio.

8 Referências Bibliográficas

ABNT, 2010. *Norma Brasileira para Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio* (NBR 14762:2010), Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, RJ.

ABNT, 2011. *Norma Brasileira para Aços inoxidáveis - Classificação por composição química* (NBR 5601:2011), Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, RJ.

AISI, 2016. *North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members* (*AISI-S100-16*), American Iron and Steel Institute, Washington DC.

ANSYS, 2009. *Reference Manual, Swanson Analysis Systems (SAS), version 12.0.1*

AS/NZS, 2005. *Cold-Formed Steel Structures*, Standards of Australia (SA) and Standards of New Zealand (SNZ), Sydney-Wellington.

AS/NZS, 1996. *Cold-Formed Steel Structures*. Australian Standard/New Zealand Standards 4600:1996, Standards Australia, Sydney, Australia.

BATISTA E.M., 2010. "Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction", *Thin-Walled Structures*, v.48, pp. 345-356.

BEBIANO, R., CAMOTIM, D., GONÇALVES, R., 2018 – "*GBTUL 2.0* – a second-generation code for the GBT-based buckling and vibration analysis of thin-walled members", *Thin-Walled Structures*, vol. 124, pp. 235-253. DECivil/IST, Technical University of Lisbon. (http://www.civil.ist.utl.pt/gbt).

COBB H. M., 2010. *The history of stainless steel*. 1ª ed. USA, ASM International.

EN 10088-1., 2005. *Stainless steels - Part 1: List of stainless steels*, Brussels: CEN-European Committee for Standardization.

EN 1993-1-4., 2006. Eurocode 3 - *Design of steel structures - Part 1-4: General rules - Supplementary rules for stainless steels. Brussels*. CEN-European Committee for Standardization.

EN 10088-4., 2009. *Stainless Steels - Part 4: Technical delivery conditions for sheet/plate and strip of corrosion resisting steels for construction purposes*. Brussels: CEN-European Committee for Standardization.

FEREGUETTI, P., 2016. "Dimensionamento via mrd de colunas de aço em pff com enrijecedores intermediários sob falha distorcional", Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro,RJ.

GAMELAS, P., 2014. “Vigas em aço inoxidável com secções em I de classe 4 ao fogo”, Tese de Mestrado, Universidade de Aveiro.

GARCIA R.A.S., LANDESMANN A., CAMOTIM D., 2014. “Distortional buckling, post-buckling and failure of cold-formed steel stiffened lipped channel columns”, *Proceedings of the XXXVI South-American Structural Engineering Congress* (Montevideo, 19-21 /11).

GARCIA R.A.S., 2015. “Behaviour and design of cold-formed steel web/flange stiffened lipped channel columns experiencing distortional failure”. 2015. 73. Theses – Federal University of Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ, March/2015.

GARDNER L., (2002). “A new approach to stainless steel structural design.” Ph.D. thesis, Imperial College of London, London.

GOMES, TIAGO., 2015. “Análise e Dimensionamento de Elementos Estruturais de Aço Inoxidável.” Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, FCT-UNL.

HANCOCK G.J., KWON Y.B., BERNARD E.S., 1994. “Strength design curves for thin-walled sections undergoing distortional buckling”, *Journal Construction,* v.31, pp. 169-186.

HANCOCK G.J., 2003. “Cold-formed steel structures”, *Journal of Constructional Steel Research,* v.59, pp.473-487.

KUBIAK T., 2013. “Static and Dynamic buckling of thin-walled plate structures”, Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London.

KUWAMURA H., 2003. “Local buckling of thin-walled stainless steel members.” Steel Structures, 3, 191–201.

KWON Y.B., HANCOCK, G.J., 1992. “Tests of cold-formed channels with local and distortional buckling”, *Journal of Structural Engineering.* v.117(7), pp. 1786-1803.

LANDESMANN A., CAMOTIM D., 2011. “DSM design of cold-formed steel columns against distortional failure: numerical investigation on the influence of the cross-section geometry and support conditions”, *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council Pittsburgh, Pennsylvania, May 10-14, 2011.*

LANDESMANN A., CAMOTIM D., 2013. “On the Direct Strength Method (DSM) design of cold-formed steel columns against distortional failure”, *Thin-walled Structures,* v.67, pp. 168-187.

LANDESMANN A., CAMOTIM D., BASAGLIA C., 2013. “Distortional Post-Buckling Behavior and Strength of Cold-Formed Steel Columns: How does the Cross-Section Geometry Affect it?”, *Proceedings of the Annual Stability Conference Structural Stability Research Council St. Louis, Missouri, April 16-20, 2013.*

LAU S.C.W., HANCOCK G.J., 1987. “Distortional buckling formulas for channel columns”, *Journal of Structural Engineering*, v.113(5), pp. 1063-1078.

LECCE, M., AND RASMUSSEN, K.J.R., 2005. “Experimental Investigation of the Distortional Buckling of Cold-Formed Stainless Steel Section.” Research Report , Volume 844, Department of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney.

LECCE, M., AND RASMUSSEN, K. J., 2005. “Finite Element Modelling and Design of Cold-Formed Stainless Steel Sections.” Research Report , v.845, Department of Civil Engineering, University of Sydney, Sydney.

MARTINS A. D., CAMOTIM D., DINIS P. B., YOUNG B., 2015. “Local–Distortional Interaction in Cold-formed Steel Columns:Mechanics, Testing, Numerical Simulation and Design”, *Journal of Structural Engineering*, v.4, pp. 38–57.

MOEN C.D., SCHAFER B.W., 2011. “Direct Strength Method for Design of Cold-Formed Steel Columns with Holes”, J*ournal of Structural Engineering*, v.137, n°5, p. 559-570.

NAS, 2004. - *Appendix 1 Design of Cold-Formed Steel Structural Members with the Direct Strength Method*. American Iron and Steel Institute, Washington, D.C.

RANAWAKA, T., MAHENDRAN, M., 2010. “Numerical modelling of light gauge coldformed steel compression members subjected to distortional buckling at elevated temperatures”, *Thin-Walled Structures*, v. 48, pp. 334-344.

RASMUSSEN, K. J. R., 2003. Full-range stress–strain curves for stainless steel alloys. *Journal of Constructional Steel Research*, v.59, pp. 47-61.

REIS A., CAMOTIM, D., 2001. *Strucutral Stability*. McGraw-Hill. (Portuguese).

ROSSI B., RASMUSSEN K. J., 2013. “Carrying capacity of stainless steel columns in the low slenderness range”. *Journal of Structural Engineering*, ASCE 2013, 139(6): 1088-1092.

SCHAFER B.W., PEKÖZ T., 1998. “Direct strength prediction of cold-formed steel members using numerical elastic buckling solutions”. In: LaBoube R, Yu W-W, (Eds.). *Proceedings of 14th international specialty conference on cold-formed steel structures* (St. Louis, 15-16-10); 1998, p. 69-76.

SCHAFER B.W., 2000. “*Distortional Buckling of Cold-formed Steel Columns*”. *The American Iron and Steel Institute (AISI) Final report*. http://www.ce.jhu.edu/bschafer/dist_columns/col-dist-rpt.pdf. Acessado em 30 de março de 2017.

SCHAFER B.W., 2002. “Local, Distortional, and Euler buckling of thin-walled columns”, *Journal of Structural Engineering*, v.128(3), pp. 289-299.

SCHAFER B.W., 2002. "Progress on the direct strength method", *16th International Specialty Conference on Cold–Formed Steel Structures* (Orlando, 17–18/10), 647–662.

SCHAFER B.W., ÁDÁNY S. 2006. "Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods", *18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*. Orlando, Florida.

SCHAFER B.W., 2006. "Designing cold–formed steel using the direct strength method", *18th International Specialty Conference on Cold–Formed Steel Structures* (Orlando, 26–27/10), p. 475–489.

SCHAFER B.W., 2006. "Developments and Progress in the Direct Strength Method of Cold–Formed Steel Member Design", *International Symposium on Innovative Design of Steel Structures* (Hong Kong, 10/11), B. Young (ed.), p. 43–62.

SCHAFER B.W., 2006. "Review: the direct strength method of cold–formed steel member design", *International Colloquium on Stability and Ductility of Steel Structures* (SDSS 2006 – Lisboa, 6–8/9), p. 49–65.

SCHAFER B.W., 2008. "Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design", *Journal of Constructional Steel Research*, v.64, pp.766-778.

SCHAFER, B.W., 2010, CUFSM 4.05 Elastic Buckling Analysis of Thin-Walled Members with general end boundary conditions software. Users Manual and Tutorials. Disponível em: http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/.

SCHARDT R., 1989. Verallgemeinerte Technische Biegetheorie, Springer Verlag, Berlin.

SILVESTRE N., CAMOTIM D., 2006. "Local-plate and distortional post-buckling behavior of cold-formed steel lipped channel columns with intermediate stiffeners". *Journal of Structural Engineering*, v.132(4), pp. 529-540.

TIMOSHENKO, S.P., GERE, J.M., 1963, Theory of Elastic Stability, 2 ed. New York, McGraw-Hill.

SCHEPENS M., 2008. "Etude de profilés à parois minces en acier inoxydable." Graduation thesis, Univ. of Liège, Liège, Belgium.

WALKER A.C., 1975. *Design and Analysis of Cold-Formed Sections*, International Textbook Company Ltd., London.

ZIEMIAN R.D., 2010. *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 6ª ed. New York, John Wiley & Sons.

ANEXO A
Dados referentes às colunas selecionadas

As Tabelas A1 até A4 fornecem para cada coluna com diferentes condições de apoio e tipos de aço inoxidável analisada neste trabalho: (i) tensão de escoamento (f_y), (ii) força de plastificação (P_y), (iii) índice de esbeltez distorcional (λ_D), (iv) força última distorcional (P_u) com o respectivo valor associado $(|\delta|/t)_{\text{lim}}$, (v) as relações: ($P_u/P_{cr.L}$), ($P_u/P_{cr.D}$), e ($P_u/P_y$) e (vi) as relações entre força última e força resistente das colunas investigadas segundo: LECCE e RASMUSSEN (2005) ($P_u/P_{nD.I}$), LANDESMANN e CAMOTIM (2013) ($P_u/P_{nD.II}$), a formulação proposta nesta dissertação ($P_u/P_{nD.III}$) e a atualmente codificada pela ABNT NBR 14762:2010 ($P_u/P_{n.D}$).

Tabela A1: Resultados numéricos via *MRD* das colunas bi-rotuladas em aço inoxidável (*430*)

Colunas	$f_y(MPa)$	$P_y(kN)$	λ_D	$P_u(kN)$	$(\lvert\delta\rvert/t)lim$	$\frac{P_u}{P_{cr.L}}$	$\frac{P_u}{P_{cr.D}}$	$\frac{P_u}{P_y}$	$\frac{P_u}{P_{nD.I}}$	$\frac{P_u}{P_{n.D.II}}$	$\frac{P_u}{P_{n.D}}$
C01	141	117,38	0.30	130.78	0.36	0.03	0.10	1.11	1.11	1.11	1.11
	1183	984,85	0.87	877.14	0.99	0.22	0.67	0.89	1.15	1.07	1.07
	3242	2698,97	1.44	1229.20	3.04	0.31	0.94	0.46	0.89	1.06	0.84
	6316	5258,07	2.01	1303.61	4.29	0.33	1.00	0.25	0.66	1.11	0.64
	10406	8663,00	2.58	1261.72	4.48	0.32	1.01	0.15	0.50	1.04	0.49
	15511	12912,91	3.15	1311.81	4.48	0.33	1.01	0.10	0.43	1.04	0.43
	21633	18009,47	3.72	1311.94	4.48	0.33	1.01	0.07	0.36	1.00	0.37
	28770	23951,03	4.29	1311.94	4.48	0.33	1.01	0.05	0.32	0.96	0.33
C02	206	253.79	0.36	281.16	0.41	0.05	0.14	1.11	1.11	1.11	1.11
	1390	1712.48	0.93	1440.89	1.28	0.25	0.72	0.84	1.13	1.06	1.06
	3625	4466.00	1.50	1908.77	3.18	0.33	0.96	0.43	0.86	1.07	0.82
	6911	8514.35	2.07	2004.30	4.14	0.34	1.01	0.24	0.65	1.11	0.63
	11248	13857.54	2.64	1932.02	4.66	0.33	1.01	0.14	0.49	1.04	0.48
	16636	20495.55	3.21	2013.67	4.66	0.35	1.01	0.10	0.42	1.04	0.42
	23075	28428.40	3.78	2013.87	4.66	0.35	1.01	0.07	0.36	0.99	0.37
	30565	37656.08	4.35	2013.87	4.66	0.35	1.01	0.05	0.31	0.95	0.33
C03	242	363.00	0.41	393.01	0.46	0.06	0.19	1.08	1.08	1.08	1.08
	1367	2050.50	0.98	1572.41	1.34	0.24	0.74	0.77	1.08	1.01	1.01
	3409	5113.50	1.55	2015.33	3.20	0.30	0.95	0.39	0.82	1.07	0.78
	6368	9552.00	2.12	2160.82	4.64	0.32	1.02	0.23	0.64	1.13	0.62
	10245	15367.50	2.69	2095.89	4.97	0.32	1.03	0.14	0.49	1.05	0.48
	15039	22558.50	3.26	2194.06	4.97	0.33	1.04	0.10	0.42	1.06	0.43
	20750	31125.00	3.83	2194.27	4.97	0.33	1.04	0.07	0.36	1.01	0.37
	27378	41067.00	4.40	2194.27	4.97	0.33	1.04	0.05	0.32	0.98	0.33
C04	177	113.28	0.47	116.15	0.70	0.08	0.23	1.03	1.03	1.03	1.03
	865	553.60	1.04	378.22	1.45	0.25	0.74	0.68	1.01	0.94	0.94
	2070	1324.80	1.61	471.88	3.40	0.31	0.92	0.36	0.77	1.04	0.73
	3795	2428.80	2.18	515.89	6.90	0.34	1.01	0.21	0.61	1.11	0.60
	6038	3864.32	2.75	539.73	8.45	0.36	1.06	0.14	0.51	1.12	0.51
	8799	5631.36	3.32	546.93	9.02	0.36	1.07	0.10	0.43	1.09	0.44
	12078	7729.92	3.89	548.16	9.02	0.36	1.07	0.07	0.37	1.05	0.38
	15876	10160.64	4.46	548.41	9.20	0.36	1.07	0.05	0.32	1.01	0.34
C05	253	331.68	0.53	337.57	0.37	0.11	0.28	1.02	1.02	1.02	1.02
	1093	1432.92	1.10	962.12	2.08	0.30	0.81	0.67	1.03	0.97	0.97
	2521	3305.03	1.67	1140.91	4.56	0.36	0.96	0.35	0.77	1.08	0.74
	4539	5950.63	2.24	1191.28	7.15	0.37	1.00	0.20	0.59	1.10	0.58
	7146	9368.41	2.81	1200.20	7.14	0.38	1.01	0.13	0.48	1.07	0.48
	10341	13557.05	3.38	1201.50	7.88	0.38	1.01	0.09	0.40	1.02	0.41
	14125	18517.88	3.95	1201.62	7.85	0.38	1.01	0.06	0.34	0.98	0.35
	18498	24250.88	4.52	1201.62	7.85	0.38	1.01	0.05	0.30	0.94	0.32
C06	353	575.67	0.59	583.02	0.50	0.12	0.35	1.01	1.04	1.02	1.02
	1375	2242.35	1.16	1407.45	2.09	0.29	0.84	0.63	1.01	0.94	0.94
	3067	5001.66	1.73	1617.92	4.83	0.33	0.96	0.32	0.75	1.08	0.72
	5429	8853.61	2.30	1676.95	6.28	0.34	1.00	0.19	0.58	1.09	0.57
	8460	13796.57	2.87	1686.51	6.90	0.34	1.00	0.12	0.46	1.06	0.47
	12161	19832.16	3.44	1684.33	6.21	0.34	1.00	0.08	0.39	1.01	0.40
	16532	26960.39	4.01	1687.02	6.93	0.34	1.00	0.06	0.34	0.97	0.35
	21572	35179.62	4.57	1687.36	7.10	0.34	1.00	0.05	0.30	0.93	0.31
C07	377	625.37	0.64	606.98	0.56	0.15	0.40	0.97	1.04	0.99	0.99
	1344	2229.43	1.21	1302.72	2.14	0.31	0.86	0.58	0.98	0.94	0.92
	2905	4818.81	1.78	1470.62	5.47	0.36	0.97	0.31	0.73	1.09	0.70
	5060	8393.53	2.35	1524.09	6.96	0.37	1.00	0.18	0.57	1.09	0.56
	7810	12955.23	2.92	1533.80	7.69	0.37	1.01	0.12	0.46	1.06	0.46
	11154	18502.26	3.49	1535.01	7.69	0.37	1.01	0.08	0.39	1.02	0.39
	15092	25034.61	4.06	1535.17	7.69	0.37	1.01	0.06	0.33	0.97	0.35
	19625	32553.95	4.63	1535.32	7.69	0.37	1.01	0.05	0.30	0.94	0.31
C08	411	755.01	0.70	704.34	1.08	0.15	0.46	0.93	1.04	0.99	0.99
	1354	2487.30	1.27	1307.64	1.75	0.28	0.85	0.53	0.92	0.93	0.86
	2845	5226.27	1.84	1476.34	4.92	0.32	0.96	0.28	0.69	1.07	0.67
	4881	8966.40	2.41	1573.08	7.44	0.34	1.02	0.18	0.56	1.11	0.55
	7464	13711.37	2.98	1520.43	4.74	0.33	0.98	0.11	0.44	1.03	0.44
	10594	19461.18	3.55	1624.84	8.67	0.35	1.05	0.08	0.40	1.05	0.40
	14270	26213.99	4.12	1626.69	8.89	0.35	1.05	0.06	0.34	1.01	0.36
	18493	33971.64	4.69	1627.00	8.89	0.35	1.05	0.05	0.30	0.97	0.32
C09	635	793.75	0.76	701.73	0.93	0.15	0.51	0.88	1.04	0.97	0.97
	1952	2440.00	1.33	1172.27	1.44	0.26	0.84	0.48	0.87	0.94	0.82
	3991	4988.75	1.90	1296.20	4.40	0.28	0.93	0.26	0.66	1.04	0.63
	6751	8438.75	2.47	1375.92	6.48	0.30	0.99	0.16	0.53	1.07	0.53
	10233	12791.25	3.04	1411.32	7.43	0.31	1.02	0.11	0.45	1.06	0.45
	14436	18045.00	3.61	1419.65	7.74	0.31	1.02	0.08	0.38	1.02	0.39
	19360	24200.00	4.18	1420.76	7.74	0.31	1.02	0.06	0.33	0.98	0.34
	25006	31257.50	4.75	1421.04	7.74	0.31	1.02	0.05	0.29	0.94	0.31
C10	783	1298.84	0.81	1092.52	1.15	0.17	0.56	0.84	1.03	0.97	0.97
	2267	3760.50	1.38	1690.62	1.66	0.26	0.86	0.45	0.85	0.96	0.80
	4520	7497.78	1.95	1847.67	4.64	0.29	0.94	0.25	0.64	1.05	0.62
	7544	12513.99	2.52	1946.61	6.43	0.30	0.99	0.16	0.52	1.07	0.51
	11338	18807.47	3.09	1986.01	7.25	0.31	1.01	0.11	0.43	1.04	0.44
	15902	26378.24	3.66	1993.87	7.39	0.31	1.01	0.08	0.37	1.01	0.38
	21236	35226.28	4.23	1994.86	7.76	0.31	1.01	0.06	0.32	0.97	0.33
	27340	45351.59	4.80	1995.05	7.76	0.31	1.01	0.04	0.29	0.93	0.30

Tabela A2: Resultados numéricos via MRD das colunas bi-engastadas em aço inoxidável (*430*)

Colunas	$f_y(MPa)$	$P_y(kN)$	λ_D	$P_u(kN)$	$(\lvert\delta\rvert/t)lim$	$\frac{P_u}{P_{cr.L}}$	$\frac{P_u}{P_{cr.D}}$	$\frac{P_u}{P_y}$	$\frac{P_u}{P_{nD.I}}$	$\frac{P_u}{P_{nD.III}}$	$\frac{P_u}{P_{nD}}$
C01	178	148.19	0.30	157.72	0.56	0.04	0.10	1.06	1.06	1.06	1.06
	1496	1245.42	0.87	1082.75	1.74	0.26	0.69	0.87	1.12	1.04	1.04
	4099	3412.42	1.44	1949.57	4.30	0.47	1.24	0.57	1.11	1.09	1.06
	7987	6649.18	2.01	2670.07	5.99	0.65	1.62	0.40	1.07	1.20	1.04
	13159	10954.87	2.58	2970.81	7.75	0.72	1.89	0.27	0.93	1.17	0.92
	19616	16330.32	3.15	3188.85	8.79	0.77	2.03	0.20	0.82	1.14	0.83
	27357	22774.70	3.72	3258.23	9.39	0.79	2.08	0.14	0.71	1.09	0.73
	36383	30288.85	4.29	3271.25	9.39	0.79	2.08	0.11	0.62	1.03	0.65
C02	265	326.48	0.36	344.32	0.79	0.06	0.14	1.05	1.05	1.05	1.05
	1789	2204.05	0.93	1840.60	1.79	0.30	0.75	0.84	1.13	1.05	1.05
	4666	5748.51	1.50	3082.66	4.42	0.50	1.26	0.54	1.09	1.08	1.03
	8896	10959.87	2.07	4139.69	6.65	0.68	1.61	0.38	1.04	1.18	1.01
	14480	17839.36	2.64	4523.25	7.87	0.74	1.85	0.25	0.89	1.13	0.88
	21416	26384.51	3.21	4792.78	8.89	0.78	1.96	0.18	0.78	1.10	0.78
	29705	36596.56	3.78	4866.69	9.18	0.80	2.00	0.13	0.67	1.04	0.69
	39347	48475.50	4.35	4878.16	9.18	0.80	2.00	0.10	0.59	0.98	0.61
C03	332	498.00	0.41	514.04	0.70	0.07	0.19	1.03	1.03	1.03	1.03
	1873	2809.50	0.98	2239.60	2.43	0.32	0.81	0.80	1.12	1.05	1.05
	4671	7006.50	1.55	3712.79	3.99	0.52	1.35	0.53	1.11	1.11	1.05
	8727	13090.50	2.12	4788.15	6.10	0.67	1.74	0.37	1.03	1.18	1.00
	14039	21058.50	2.69	5564.92	7.31	0.78	2.02	0.26	0.94	1.21	0.94
	20609	30913.50	3.26	5989.11	8.32	0.84	2.17	0.19	0.84	1.20	0.85
	28435	42652.50	3.83	6139.51	8.92	0.86	2.23	0.14	0.74	1.15	0.76
	37519	56278.50	4.40	6169.53	8.92	0.87	2.24	0.11	0.65	1.09	0.68
C04	261	167.04	0.47	172.08	0.92	0.11	0.23	1.03	1.03	1.03	1.03
	1277	817.28	1.04	627.15	2.85	0.40	0.83	0.77	1.13	1.06	1.06
	3058	1957.12	1.61	961.23	6.84	0.62	1.27	0.49	1.06	1.08	1.01
	5606	3587.84	2.18	1222.04	9.49	0.78	1.62	0.34	0.98	1.14	0.96
	8918	5707.52	2.75	1377.69	12.11	0.88	1.88	0.24	0.88	1.15	0.88
	12997	8318.08	3.32	1488.97	13.49	0.95	2.04	0.18	0.79	1.14	0.80
	17841	11418.24	3.89	1528.24	14.45	0.98	2.09	0.13	0.70	1.09	0.72
	23452	15009.28	4.46	1536.65	14.44	0.98	2.10	0.10	0.62	1.04	0.64
C05	352	461.47	0.53	470.40	1.38	0.14	0.28	1.02	1.02	1.02	1.02
	1521	1994.03	1.10	1450.61	3.96	0.44	0.88	0.73	1.12	1.05	1.05
	3510	4601.61	1.67	2116.16	7.37	0.64	1.28	0.46	1.03	1.06	0.98
	6318	8282.90	2.24	2637.92	9.79	0.79	1.60	0.32	0.95	1.11	0.93
	9946	13039.21	2.81	2908.07	12.20	0.87	1.82	0.22	0.83	1.10	0.83
	14394	18870.53	3.38	3083.23	13.49	0.93	1.93	0.16	0.74	1.07	0.75
	19662	25776.88	3.95	3132.89	14.12	0.94	1.96	0.12	0.64	1.02	0.66
	25749	33756.94	4.52	3141.67	14.42	0.95	1.97	0.09	0.57	0.96	0.59
C06	497	810.51	0.59	819.79	1.07	0.16	0.35	1.01	1.04	1.00	1.01
	1938	3160.49	1.16	2217.47	3.19	0.44	0.94	0.70	1.12	1.01	1.05
	4323	7049.95	1.73	3177.26	6.83	0.63	1.34	0.45	1.04	1.05	1.00
	7652	12478.88	2.30	3878.76	9.36	0.77	1.64	0.31	0.95	1.13	0.93
	11924	19445.66	2.87	4163.99	11.31	0.83	1.83	0.21	0.81	1.09	0.81
	17141	27953.54	3.44	4347.20	12.10	0.86	1.91	0.16	0.71	1.03	0.72
	23302	38000.90	4.01	4331.04	11.61	0.86	1.90	0.11	0.61	0.97	0.63
	30407	49587.74	4.57	4321.48	11.41	0.86	1.90	0.09	0.54	0.92	0.56
C07	538	892.43	0.64	875.89	1.63	0.20	0.40	0.98	1.05	1.00	1.00
	1917	3179.92	1.21	2100.16	4.39	0.49	0.97	0.66	1.10	0.99	1.04
	4144	6874.07	1.78	2896.70	7.94	0.67	1.34	0.42	1.00	1.07	0.96
	7219	11974.88	2.35	3536.13	10.25	0.82	1.63	0.30	0.92	1.11	0.90
	11142	18482.35	2.92	3810.78	12.52	0.88	1.83	0.21	0.80	1.08	0.80
	15912	26394.83	3.49	3983.20	13.52	0.92	1.91	0.15	0.70	1.04	0.72
	21531	35715.62	4.06	4022.40	13.83	0.93	1.93	0.11	0.61	0.98	0.63
	27998	46443.08	4.63	4028.65	13.83	0.93	1.93	0.09	0.54	0.93	0.57
C08	581	1067.30	0.70	1019.38	1.74	0.22	0.47	0.96	1.07	1.01	1.01
	1914	3516.02	1.27	2182.78	3.70	0.46	1.00	0.62	1.08	1.04	1.02
	4020	7384.74	1.84	3043.71	8.79	0.64	1.39	0.41	1.01	1.09	0.97
	6898	12671.63	2.41	3675.60	11.39	0.78	1.68	0.29	0.93	1.13	0.91
	10548	19376.68	2.98	3950.53	13.75	0.83	1.87	0.20	0.81	1.13	0.81
	14971	27501.73	3.55	4093.95	14.64	0.86	1.94	0.15	0.71	1.08	0.72
	20166	37044.94	4.12	4124.84	15.11	0.87	1.95	0.11	0.62	1.02	0.64
	26133	48006.32	4.69	4130.76	15.10	0.87	1.95	0.09	0.55	0.97	0.57
C09	935	1168.75	0.76	1113.31	1.35	0.24	0.54	0.95	1.12	1.06	1.05
	2875	3593.75	1.33	2129.02	3.72	0.45	1.04	0.59	1.08	1.02	1.01
	5879	7348.75	1.90	2939.75	8.58	0.63	1.44	0.40	1.01	1.12	0.98
	9945	12431.25	2.47	3332.96	10.20	0.71	1.69	0.27	0.88	1.12	0.87
	15074	18842.50	3.04	3533.23	11.49	0.75	1.79	0.19	0.76	1.07	0.76
	21265	26581.25	3.61	3589.07	12.17	0.77	1.82	0.14	0.65	1.01	0.67
	28519	35648.75	4.18	3598.74	12.16	0.77	1.82	0.10	0.57	0.95	0.59
	36835	46043.75	4.75	3600.32	12.15	0.77	1.82	0.08	0.50	0.91	0.53
C10	1154	1914.26	0.81	1781.10	1.76	0.27	0.62	0.93	1.14	1.06	1.07
	3339	5538.73	1.38	3058.47	4.01	0.47	1.06	0.55	1.04	1.02	0.98
	6658	11044.29	1.95	4082.69	9.03	0.62	1.41	0.37	0.96	1.07	0.93
	11112	18432.59	2.52	4632.58	10.58	0.71	1.60	0.25	0.84	1.05	0.83
	16700	27701.96	3.09	4820.52	11.84	0.74	1.66	0.17	0.71	0.99	0.72
	23423	38854.07	3.66	4860.77	11.81	0.74	1.68	0.13	0.61	0.92	0.63
	31280	51887.26	4.23	4866.56	12.19	0.74	1.68	0.09	0.53	0.87	0.55
	40271	66801.53	4.80	4867.43	12.19	0.74	1.68	0.07	0.47	0.83	0.50

Tabela A3: Resultados numéricos via *MRD* das colunas bi-rotuladas em aço inoxidável (*304*)

Colunas	$f_y(MPa)$	$P_y(kN)$	λ_D	$P_u(kN)$	$(\lvert\delta\rvert/t)lim$	$\frac{P_u}{P_{cr.L}}$	$\frac{P_u}{P_{cr.D}}$	$\frac{P_u}{P_y}$	$\frac{P_u}{P_{nD.I}}$	$\frac{P_u}{P_{n.D.II}}$	$\frac{P_u}{P_{n.D}}$
C01	155	129.04	0.33	145.45	0.49	0.04	0.12	1.13	1.13	1.13	1.13
	1151	958.21	0.90	822.98	0.93	0.23	0.70	0.86	1.21	1.06	1.06
	3071	2556.61	1.47	1124.23	3.08	0.31	0.95	0.44	0.96	1.06	0.83
	5914	4923.41	2.04	1184.75	4.02	0.33	1.00	0.24	0.72	1.11	0.63
	9681	8059.43	2.61	1146.61	4.47	0.32	1.01	0.14	0.55	1.04	0.49
	14371	11963.86	3.18	1192.20	4.47	0.33	1.01	0.10	0.47	1.04	0.43
	19985	16637.51	3.75	1192.20	4.47	0.33	1.01	0.07	0.40	0.99	0.37
	26522	22079.57	4.32	1192.20	4.47	0.33	1.01	0.05	0.35	0.95	0.33
C02	220	271.04	0.39	302.79	0.43	0.06	0.17	1.12	1.12	1.12	1.12
	1347	1659.50	0.96	1345.09	1.11	0.25	0.74	0.81	1.20	1.04	1.04
	3429	4224.53	1.53	1741.54	3.54	0.33	0.96	0.41	0.93	1.08	0.81
	6466	7966.11	2.10	1821.73	4.06	0.34	1.01	0.23	0.70	1.11	0.62
	10459	12885.49	2.67	1755.84	4.70	0.33	1.01	0.14	0.54	1.03	0.48
	15408	18982.66	3.24	1830.07	4.70	0.35	1.01	0.10	0.46	1.03	0.42
	21312	26256.38	3.81	1830.25	4.70	0.35	1.01	0.07	0.40	0.99	0.37
	28171	34706.67	4.38	1830.25	4.70	0.35	1.01	0.05	0.35	0.95	0.32
C03	253	379.50	0.44	410.59	0.51	0.07	0.21	1.08	1.08	1.08	1.08
	1319	1978.50	1.01	1464.69	1.31	0.24	0.76	0.74	1.15	1.00	1.00
	3220	4830.00	1.58	1842.82	3.61	0.30	0.96	0.38	0.89	1.07	0.77
	5954	8931.00	2.15	1966.31	4.80	0.33	1.02	0.22	0.70	1.13	0.61
	9522	14283.00	2.72	1904.66	4.80	0.32	1.03	0.13	0.54	1.05	0.48
	13924	20886.00	3.29	1993.26	5.17	0.33	1.04	0.10	0.47	1.05	0.42
	19160	28740.00	3.86	1993.45	5.17	0.33	1.04	0.07	0.40	1.01	0.37
	25230	37845.00	4.43	1993.64	5.17	0.33	1.04	0.05	0.35	0.97	0.33
C04	182	116.48	0.50	116.37	0.59	0.08	0.25	1.00	1.00	1.00	1.00
	832	532.48	1.07	351.92	1.35	0.26	0.76	0.66	1.08	0.93	0.93
	1953	1249.92	1.64	431.26	3.52	0.31	0.93	0.35	0.83	1.04	0.73
	3545	2268.80	2.21	470.34	7.35	0.34	1.01	0.21	0.67	1.11	0.59
	5609	3589.76	2.78	484.02	8.39	0.35	1.06	0.13	0.55	1.10	0.50
	8144	5212.16	3.35	497.21	9.21	0.36	1.07	0.10	0.47	1.09	0.43
	11150	7136.00	3.92	493.96	8.05	0.36	1.06	0.07	0.41	1.04	0.37
	14628	9361.92	4.49	498.56	9.25	0.36	1.07	0.05	0.36	1.00	0.34
C05	257	336.93	0.56	335.96	0.36	0.12	0.31	1.00	1.02	1.00	1.00
	1048	1373.93	1.13	892.54	2.01	0.31	0.83	0.65	1.11	0.96	0.96
	2375	3113.63	1.70	1040.72	4.46	0.36	0.96	0.33	0.84	1.08	0.73
	4238	5556.02	2.27	1083.53	6.78	0.37	1.00	0.20	0.65	1.10	0.57
	6636	8699.80	2.84	1075.37	7.33	0.37	1.01	0.12	0.52	1.05	0.47
	9569	12544.96	3.41	1092.06	7.33	0.38	1.01	0.09	0.44	1.02	0.40
	13037	17091.51	3.98	1092.17	7.33	0.38	1.01	0.06	0.38	0.98	0.35
	17041	22340.75	4.55	1092.17	7.33	0.38	1.01	0.05	0.34	0.94	0.31
C06	354	577.30	0.61	573.78	0.62	0.13	0.38	0.99	1.07	1.00	1.00
	1316	2146.13	1.19	1299.52	1.74	0.29	0.85	0.61	1.08	0.93	0.93
	2886	4706.49	1.76	1475.82	4.79	0.33	0.97	0.31	0.81	1.08	0.71
	5065	8260.00	2.33	1525.39	6.66	0.34	1.00	0.18	0.63	1.09	0.56
	7853	12806.67	2.90	1503.39	7.03	0.34	1.00	0.12	0.50	1.03	0.45
	11249	18344.87	3.46	1533.66	6.90	0.34	1.00	0.08	0.43	1.01	0.39
	15255	24877.85	4.04	1533.81	6.90	0.34	1.00	0.06	0.37	0.97	0.35
	19869	32402.37	4.60	1533.81	6.90	0.34	1.00	0.05	0.33	0.93	0.31
C07	376	623.71	0.67	601.90	0.56	0.16	0.44	0.97	1.10	1.00	1.00
	1283	2128.24	1.24	1198.97	2.24	0.32	0.87	0.56	1.05	0.96	0.91
	2730	4528.52	1.81	1341.34	5.47	0.36	0.97	0.30	0.79	1.09	0.69
	4718	7826.22	2.38	1385.95	6.93	0.37	1.00	0.18	0.62	1.09	0.55
	7246	12019.66	2.95	1371.90	7.64	0.36	1.01	0.11	0.50	1.04	0.45
	10315	17110.52	3.52	1395.47	7.87	0.37	1.01	0.08	0.43	1.01	0.39
	13923	23095.47	4.09	1395.61	7.87	0.37	1.01	0.06	0.37	0.97	0.34
	18073	29979.49	4.66	1395.61	7.87	0.37	1.01	0.05	0.33	0.94	0.31
C08	406	745.82	0.73	677.57	1.11	0.16	0.48	0.91	1.09	0.98	0.98
	1290	2369.73	1.30	1201.70	1.91	0.29	0.86	0.51	0.98	0.95	0.85
	2671	4906.63	1.87	1347.01	5.41	0.32	0.96	0.27	0.75	1.07	0.66
	4549	8356.51	2.44	1432.88	7.86	0.34	1.02	0.17	0.61	1.11	0.55
	6923	12717.55	3.01	1439.45	8.62	0.34	1.05	0.11	0.50	1.07	0.45
	9794	17991.58	3.58	1477.13	8.62	0.35	1.05	0.08	0.44	1.05	0.40
	13163	24180.43	4.15	1478.67	8.92	0.35	1.05	0.06	0.38	1.01	0.35
	17028	31280.44	4.72	1479.09	8.92	0.35	1.05	0.05	0.34	0.97	0.32
C09	624	780.00	0.79	670.53	1.05	0.16	0.53	0.86	1.09	0.97	0.97
	1856	2320.00	1.36	1075.95	1.61	0.26	0.85	0.46	0.94	0.95	0.81
	3744	4680.00	1.93	1182.40	4.74	0.28	0.94	0.25	0.71	1.04	0.63
	6288	7860.00	2.50	1253.11	6.83	0.30	0.99	0.16	0.59	1.07	0.52
	9487	11858.75	3.07	1254.13	7.63	0.30	1.02	0.11	0.48	1.03	0.43
	13343	16678.75	3.64	1233.34	4.94	0.30	0.98	0.07	0.40	0.97	0.37
	17854	22317.50	4.21	1233.39	4.94	0.30	0.98	0.06	0.35	0.93	0.32
	23021	28776.25	4.78	1233.40	4.94	0.30	0.98	0.04	0.31	0.90	0.29
C10	766	1270.64	0.84	1038.69	1.10	0.18	0.58	0.82	1.09	0.96	0.96
	2151	3568.08	1.41	1545.69	1.94	0.27	0.86	0.43	0.91	0.97	0.79
	4237	7028.34	1.98	1685.02	4.61	0.29	0.94	0.24	0.70	1.05	0.61
	7022	11648.09	2.55	1773.10	6.61	0.30	0.99	0.15	0.57	1.07	0.51
	10508	17430.67	3.12	1760.71	7.44	0.30	1.01	0.10	0.47	1.02	0.42
	14694	24374.41	3.69	1812.44	7.56	0.31	1.01	0.07	0.41	1.00	0.38
	19580	32479.30	4.26	1813.69	7.58	0.31	1.01	0.06	0.36	0.96	0.33
	25166	41745.36	4.83	1814.04	7.58	0.31	1.02	0.04	0.32	0.93	0.30

Tabela A4: Resultados numéricos via MRD das colunas bi-engastadas em aço inoxidável (*304*)

Colunas	$f_y(MPa)$	$P_y(kN)$	λ_D	$P_u(kN)$	$(\lvert\delta\rvert/t)lim$	$\frac{P_u}{P_{cr.L}}$	$\frac{P_u}{P_{cr.D}}$	$\frac{P_u}{P_y}$	$\frac{P_u}{P_{nD.I}}$	$\frac{P_u}{P_{nD.III}}$	$\frac{P_u}{P_{nD}}$
C01	196	163.17	0.33	175.01	0.86	0.05	0.12	1.07	1.07	1.07	1.07
	1456	1212.12	0.90	1029.14	1.72	0.27	0.72	0.85	1.20	1.04	1.04
	3883	3232.60	1.47	1813.72	4.28	0.48	1.27	0.56	1.22	1.10	1.06
	7479	6226.27	2.04	2356.98	6.49	0.63	1.65	0.38	1.13	1.15	1.00
	12242	10191.47	2.61	2726.71	8.13	0.73	1.91	0.27	1.03	1.17	0.92
	18174	15129.86	3.18	2907.51	8.79	0.77	2.04	0.19	0.91	1.14	0.82
	25273	21039.77	3.75	2963.59	9.39	0.79	2.08	0.14	0.79	1.08	0.73
	33539	27921.22	4.32	2974.15	9.39	0.79	2.08	0.11	0.69	1.03	0.64
C02	284	349.89	0.39	371.79	0.89	0.07	0.17	1.06	1.06	1.06	1.06
	1734	2136.29	0.96	1742.46	1.76	0.31	0.79	0.82	1.21	1.05	1.05
	4414	5438.05	1.53	2859.12	4.40	0.52	1.29	0.53	1.19	1.08	1.03
	8324	10255.17	2.10	3830.52	6.63	0.69	1.64	0.37	1.15	1.19	1.01
	13464	16587.65	2.67	4147.65	8.08	0.75	1.87	0.25	0.98	1.14	0.88
	19835	24436.72	3.24	4366.73	8.97	0.79	1.97	0.18	0.86	1.09	0.78
	27435	33799.92	3.81	4424.82	9.23	0.80	2.00	0.13	0.74	1.03	0.69
	36266	44679.71	4.38	4434.80	9.23	0.80	2.00	0.10	0.65	0.98	0.61
C03	347	520.50	0.44	541.39	0.79	0.08	0.22	1.04	1.04	1.04	1.04
	1808	2712.00	1.01	2105.72	2.65	0.33	0.84	0.78	1.20	1.04	1.04
	4412	6618.00	1.58	3428.61	4.60	0.53	1.37	0.52	1.21	1.11	1.05
	8159	12238.50	2.15	4429.75	6.54	0.69	1.77	0.36	1.14	1.19	1.01
	13049	19573.50	2.72	5121.13	7.67	0.79	2.05	0.26	1.05	1.22	0.94
	19081	28621.50	3.29	5464.20	8.32	0.85	2.18	0.19	0.93	1.20	0.85
	26256	39384.00	3.86	5585.14	8.92	0.86	2.23	0.14	0.82	1.14	0.75
	34574	51861.00	4.43	5609.18	8.92	0.87	2.24	0.11	0.72	1.09	0.67
C04	269	172.16	0.50	173.65	1.66	0.12	0.25	1.01	1.01	1.01	1.01
	1229	786.56	1.07	568.89	2.82	0.40	0.86	0.72	1.18	1.02	1.02
	2885	1846.40	1.64	862.86	6.80	0.61	1.30	0.47	1.13	1.05	0.98
	5237	3351.68	2.21	1127.12	10.10	0.79	1.64	0.34	1.09	1.15	0.96
	8285	5302.40	2.78	1264.68	12.09	0.89	1.90	0.24	0.98	1.15	0.88
	12030	7699.20	3.35	1358.00	13.50	0.96	2.04	0.18	0.88	1.14	0.80
	16471	10541.44	3.92	1390.44	14.28	0.98	2.09	0.13	0.77	1.09	0.71
	21607	13828.48	4.49	1397.29	14.52	0.98	2.10	0.10	0.68	1.04	0.64
C05	357	468.03	0.56	466.03	1.72	0.15	0.31	1.00	1.02	1.00	1.00
	1459	1912.75	1.13	1314.31	3.31	0.43	0.91	0.69	1.18	1.01	1.01
	3306	4334.17	1.70	1893.90	7.18	0.63	1.30	0.44	1.09	1.03	0.95
	5899	7733.59	2.27	2432.39	10.56	0.80	1.62	0.31	1.05	1.12	0.93
	9236	12108.40	2.84	2663.11	12.54	0.88	1.83	0.22	0.92	1.10	0.83
	13319	17461.21	3.41	2809.28	13.78	0.93	1.94	0.16	0.81	1.07	0.74
	18147	23790.72	3.98	2848.91	14.15	0.94	1.96	0.12	0.71	1.01	0.66
	23720	31096.92	4.55	2855.88	14.15	0.95	1.97	0.09	0.63	0.96	0.59
C06	500	815.40	0.61	805.36	1.20	0.18	0.37	0.99	1.07	1.00	1.00
	1855	3025.13	1.19	1984.85	4.26	0.43	0.96	0.66	1.18	1.01	1.01
	4068	6634.09	1.76	2815.91	6.79	0.61	1.36	0.42	1.10	1.05	0.96
	7139	11642.28	2.33	3569.87	9.72	0.78	1.66	0.31	1.04	1.13	0.93
	11069	18051.33	2.90	3806.34	11.42	0.83	1.84	0.21	0.90	1.09	0.81
	15856	25857.96	3.46	3919.93	11.51	0.85	1.89	0.15	0.78	1.03	0.71
	21502	35065.46	4.04	3936.48	11.69	0.86	1.90	0.11	0.68	0.97	0.63
	28006	45672.18	4.60	3937.10	11.68	0.86	1.90	0.09	0.60	0.92	0.56
C07	536	889.12	0.67	853.37	1.19	0.22	0.43	0.96	1.09	1.00	1.00
	1830	3035.60	1.24	1882.49	4.37	0.48	0.99	0.62	1.15	0.99	0.99
	3895	6461.03	1.81	2679.41	7.89	0.68	1.36	0.41	1.10	1.07	0.96
	6731	11165.38	2.38	3254.41	11.03	0.83	1.65	0.29	1.02	1.11	0.90
	10338	17148.67	2.95	3482.42	12.43	0.88	1.84	0.20	0.88	1.08	0.80
	14715	24409.24	3.52	3624.95	13.68	0.92	1.91	0.15	0.78	1.04	0.71
	19864	32950.40	4.09	3656.98	13.97	0.93	1.93	0.11	0.68	0.98	0.63
	25783	42768.84	4.66	3662.48	13.96	0.93	1.93	0.09	0.60	0.93	0.57
C08	574	1054.44	0.73	986.34	1.86	0.23	0.50	0.94	1.13	1.01	1.01
	1823	3348.85	1.30	2062.36	4.92	0.48	1.04	0.62	1.20	1.04	1.03
	3774	6932.84	1.87	2815.65	8.73	0.65	1.42	0.41	1.12	1.09	0.98
	6428	11808.24	2.44	3376.39	12.17	0.78	1.70	0.29	1.03	1.13	0.91
	9783	17971.37	3.01	3723.56	13.73	0.86	1.88	0.21	0.92	1.13	0.83
	13841	25425.92	3.58	3843.85	14.88	0.89	1.94	0.15	0.81	1.08	0.74
	18601	34170.04	4.15	3870.64	14.86	0.90	1.95	0.11	0.71	1.02	0.65
	24062	44201.89	4.72	3875.41	15.22	0.90	1.95	0.09	0.63	0.97	0.59
C09	918	1147.50	0.79	1074.72	1.62	0.25	0.58	0.94	1.19	1.06	1.06
	2734	3417.50	1.36	1955.73	3.75	0.46	1.05	0.57	1.16	1.02	1.00
	5515	6893.75	1.93	2727.69	8.53	0.64	1.47	0.40	1.12	1.12	0.98
	9262	11577.50	2.50	3163.10	10.31	0.74	1.70	0.27	1.00	1.12	0.89
	13975	17468.75	3.07	3334.26	11.73	0.78	1.79	0.19	0.87	1.07	0.78
	19655	24568.75	3.64	3381.46	12.12	0.79	1.82	0.14	0.75	1.01	0.69
	26300	32875.00	4.21	3389.45	12.11	0.80	1.82	0.10	0.65	0.95	0.61
	33911	42388.75	4.78	3390.75	12.11	0.80	1.82	0.08	0.58	0.91	0.54
C10	1128	1871.13	0.84	1695.34	2.22	0.28	0.64	0.91	1.21	1.06	1.06
	3169	5256.74	1.41	2874.41	4.73	0.48	1.09	0.55	1.14	1.02	0.99
	6240	10350.91	1.98	3773.66	8.85	0.63	1.43	0.36	1.06	1.07	0.93
	10344	17158.63	2.55	4235.40	10.75	0.71	1.61	0.25	0.93	1.05	0.83
	15478	25674.91	3.12	4388.08	11.86	0.74	1.67	0.17	0.79	0.99	0.72
	21644	35903.07	3.69	4419.41	11.81	0.74	1.68	0.12	0.68	0.92	0.62
	28840	47839.79	4.26	4424.15	12.19	0.74	1.68	0.09	0.59	0.87	0.55
	37068	61488.40	4.83	4425.20	12.19	0.74	1.68	0.07	0.53	0.83	0.49