



MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO COM AMPLITUDE PONDERADA PELA ILUMINAÇÃO

Fernanda Figueiredo Farias

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Webe João Mansur
Djalma Manoel Soares Filho

Rio de Janeiro
Março de 2015

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO COM AMPLITUDE PONDERADA PELA
ILUMINAÇÃO

Fernanda Figueiredo Farias

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO
ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE
ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA
CIVIL.

Examinada por:

Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

Dr. Djalma Manoel Soares Filho, D.Sc.

Dr. Cláudio Guerra Cardoso, Ph.D

Prof. Franciane Conceição Peters, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO DE 2015

Farias, Fernanda Figueiredo

Migração reversa no tempo com amplitude ponderada pela iluminação/Fernanda Figueiredo Farias. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XII, 56 p.: il.; 29,7cm.

Orientadores: Webe João Mansur

Djalma Manoel Soares Filho

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 51 – 54.

1. Migração. 2. Iluminação. 3. Correção de amplitude. 4. Hessiana. I. Mansur, Webe João *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

Agradecimentos

Ao professor e orientador Webe João Mansur, pela orientação, sugestões e apoio durante todo o curso.

Ao orientador e colega no Centro de Pesquisa da Petrobras (CENPES) Djalma Manoel Soares Filho, pela orientação, disponibilidade, paciência infinita nas discussões vividas e constante estímulo ao ingresso no mestrado.

Aos colegas do CENPES, Bruno Pereira Dias e Alan Souza, pelas sugestões, discussões e contribuições absolutamente indispensáveis não apenas nesses últimos dois anos, mas desde 2010 quando nos tornamos colegas e seguimos juntos.

Ao atual gerente da geofísica do CENPES, Rui Pinheiro Silva pelas condições proporcionadas para conclusão deste trabalho.

Aos examinadores da banca pelo tempo dispendido em fornecer correções, revisões e contribuições para a elaboração desta dissertação.

A Ivone por todo auxílio com os procedimentos administrativos exigidos pela Universidade.

Aos demais colegas da Petrobras por suas contribuições relevantes, Analena Mileo, André Bulcão, Carlos Eduardo Theodoro, Cláudio Guerra, Daniel Miranda, Deivid Nascimento, Eldues Martins, Gilson Leal, Leandro Sadala, Luiz Alberto dos Santos, Luiz Palermo, Marcelo Durval, Marilene Leão, Ricardo Bragança, Ricardo Chartuni e Victor Fiaux muito obrigada!

A Natália Medeiros Cardozo com todo meu amor.

A Petrobras por proporcionar o tempo necessário para a realização desta dissertação.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

MIGRAÇÃO REVERSA NO TEMPO COM AMPLITUDE PONDERADA PELA ILUMINAÇÃO

Fernanda Figueiredo Farias

Março/2015

Orientadores: Webe João Mansur

Djalma Manoel Soares Filho

Programa: Engenharia Civil

Esta dissertação apresenta um algoritmo de migração reversa no tempo implementado no domínio da frequência em 2D. Baseado na formulação de quadrados mínimos para a migração, propostas para correção das amplitudes sísmicas são apresentadas através da aplicação de pesos de migração apropriados. Os pesos de migração são encontrados a partir de diferentes aproximações para a derivada segunda do funcional de quadrados mínimos (hessiana). Considerações como cobertura infinita de receptores, modelos geológicos simplificados, codificação aleatória de receptores e a própria redundância da aquisição dos dados sísmicos são impostas e seus resultados comparados para regiões simplificadas e geologicamente mais complexas. A análise realizada permite observar que aproximações mais simples e pouco custosas da hessiana podem levar a resultados mais próximos da refletividade verdadeira em modelos menos complexos. Por outro lado, para as regiões com grandes contrastes de velocidade ou com iluminação limitada, os resultados reforçam a importância do tratamento da amplitude de migração com a maior quantidade de informação possível sobre a hessiana, especialmente para que as amplitudes de refletores mais profundos estejam mais próximas da refletividade real.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

REVERSE TIME MIGRATION WITH AMPLITUDE WEIGHTED BY SEISMIC ILLUMINATION

Fernanda Figueiredo Farias

March/2015

Advisors: Webe João Mansur

Djalma Manoel Soares Filho

Department: Civil Engineering

This dissertation presents a 2D reverse time migration algorithm implemented in the frequency domain. Based on the least squares formulation for migration, proposals for correcting seismic amplitudes are set by applying appropriate migration weights. The migration weights are found from different approximations for the second derivative of the least squares functional (hessian). Considerations such as infinite coverage of receivers, simplified geological models, random encoding of the receiver side Green's function and the redundancy present in the seismic data acquisition are imposed and their results compared to simplified and geological complex regions. By the analysis implemented it is possible to observe that simpler and less costly approaches to the Hessian can lead to results closer to the true reflectivity in less complex models. On the other hand, for regions with strong velocity contrasts or with limited illumination, the results reinforce the importance of treating migration amplitude with as much as possible information about the hessian, especially to the deeper reflectors, so their amplitudes are closer to the true reflectivity.

Sumário

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xii
1 Introdução	1
2 Migração como um problema inverso	4
2.1 Migração: Linearização da inversão	4
2.2 Aproximação de Born	5
2.3 Migração como problema inverso	9
2.3.1 Método de Newton	9
2.4 Cálculo do gradiente	10
2.5 Cálculo da matriz hessiana	14
3 Pesos de Migração Para Preservação de Amplitude	21
3.1 Introdução	21
3.2 Tipo 1: Constante	22
3.3 Tipo 2: Analítico	23
3.4 Tipo 3: Codificação aleatória de receptores	24
3.5 Tipo 4: Redundância na aquisição	28
3.6 Outras propostas de pesos de migração	30
4 Resultados e Discussões	31
4.1 Modelo de camadas plano paralelas	31
4.2 Modelo do domo de sal SEG/EAGE	37
5 Conclusões	48
5.1 Resultados	48
5.2 Trabalhos Futuros	49
Referências Bibliográficas	51
A Detalhes computacionais	55

Lista de Figuras

1.1	Modelo de velocidade com interface a um ângulo de mergulho igual a 60° (MULDER e PLESSIX (2004)).	2
1.2	À esquerda, imagem migrada quando o ângulo de mergulho do refletor foi igual a 40° . À direita, imagem migrada quando o ângulo de mergulho do refletor foi igual a 80° (MULDER e PLESSIX (2004)).	2
2.1	(a) Trajetória ilustrativa de dois possíveis espalhamentos contemplados na refletividade r pela aproximação de Born. (b) Exemplo de trajetória de espalhamento múltiplo que não é levada em conta no modelo de refletividade r no contexto da aproximação de Born descrita aqui.	5
2.2	À esquerda, modelo de velocidade original marmousi 2. À direita, modelo de fundo considerado, correspondente a uma versão suavizada do modelo original	6
2.3	(a) sismograma gerado empregando-se a eq 2.1 no modelo de velocidade exposto na figura 2.2 para obter o campo de onda completo u . (b) campo de onda u_0 , gerado no modelo suavizado da figura 2.2.	7
2.4	(a) Sismograma obtido com o uso da equação 2.5. (a) sismograma obtido com a aproximação de Born (equação 2.7).	8
2.5	Interpretação física da equação 2.12, as componentes da matriz Jacobiana atuam como propagador da energia no meio.	9
2.6	A esquerda, curva gerada pictoricamente (porção superior do eixo horizontal) para o modelo com duas camadas na parte inferior ao eixo horizontal. A direita, curva gerada pela derivada do campo espalhado no ponto i	12
2.7	Superposição das curvas da figura 2.6 mostrando que não há contribuição significativa para a componente do gradiente dada pela equação 2.23.	12

2.8	À esquerda, curva gerada pictoricamente (porção superior do eixo horizontal) para o modelo com duas camadas na parte inferior ao eixo horizontal. À direita, curva causada pela derivada do campo espalhado no ponto i agora posicionado exatamente no contraste de velocidade.	13
2.9	Superposição das curvas da figura 2.6 mostrando que existe uma contribuição significativa para a componente do gradiente dada pela equação 2.23.	13
2.10	Hessiana completa para um modelo de velocidade constante igual a 1,5km/s.	16
2.11	Hessiana completa para um modelo de velocidade constante igual a 3,0km/s e geometria de aquisição igual a utilizada para gerar a matriz na figura 2.10.	17
2.12	Linha da hessiana para o ponto localizado no centro do modelo de velocidade para o modelo de $v = 1,5\text{km/s}$	17
2.13	Linha da hessiana para o ponto localizado no centro do modelo de velocidade para o modelo de $v = 3,0\text{km/s}$	18
2.14	À esquerda, modelo de marmousi com a região utilizada para o cálculo da hessiana exata demarcado entre as retas. À direita versão suavizada do modelo à esquerda utilizado no cálculo da hessiana. . . .	18
2.15	Hessiana completa para a porção destacada na figura 2.14 para o modelo de marmousi.	19
2.16	Linhas da hessiana exposta na figura 2.15 para duas posições distintas sobrepostas ao modelo de refletividade.	19
2.17	(a) Visualização em detalhes da linha da hessiana exposta na parte superior ao modelo de refletividade da figura 2.16. (b) Visualização em detalhes da linha da hessiana exposta na parte inferior ao modelo de refletividade da figura 2.16.	20
3.1	Exemplo de uma aproximação do tipo 1 para a hessiana com uma fonte localizada em $x = 1,0\text{km}$ e $z = 0,02\text{km}$ com um modelo de velocidade constante igual a $v = 2,0\text{km/s}$	23
3.2	Contribuição dos receptores para $H^{(2)}$ considerando uma geometria de aquisição com $x_g^{min} = 1,0\text{km}$ e $x_g^{max} = 7,0\text{km}$	25
3.3	Exemplos da aproximação do tipo 3 para a diagonal principal da hessiana considerando um modelo de velocidade constante para diferentes números de realizações. A redução do ruído de <i>crosstalk</i> fica clara a medida que o número de realizações aumenta.	27

3.4	Diagonal exata da hessiana para os parâmetros descritos nos cálculos das aproximações presentes na figura 3.3.	28
3.5	Aquisição OBS (Ocean Bottom System). Todos os tiros compartilham das mesmas posições de receptores, reduzindo o custo do cálculo da hessiana.	29
3.6	Aquisição convencional onde estão destacados as posições coincidentes de receptores para dois tiros, a contribuição dos receptores da hessiana pode tirar proveito desta repetição espacial.	29
4.1	Modelo de velocidade verdadeiro e suavizado utilizados.	32
4.2	Espectro de amplitude da fonte utilizada na modelagem e migração do modelo de camadas plano paralelas.	33
4.3	Perfis verticais dos pesos de migração de tipos 1 e 2.	34
4.4	Perfis das amplitudes obtidas com a migração e após a aplicação dos pesos de migração dos tipos 1 e 2. Todas as curvas estão dispostas junto com a refletividade real.	35
4.5	Perfis de amplitude calibradas com o mínimo de refletividade localizado em aproximadamente 0,7km. As amplitudes obtidas são melhor recuperadas após a aplicação do peso de migração do tipo 2.	36
4.6	Modelo de velocidade do domo de sal SEG/EAGE utilizado na modelagem do dado de entrada da migração.	37
4.7	Modelo de velocidade utilizado na migração.	38
4.8	Espectro de amplitude da fonte utilizada na modelagem e migração do modelo do domo de sal da SEG/EAGE.	39
4.9	Resultado da migração reversa no tempo convencional do modelo do domo de sal da SEG/EAGE.	40
4.10	Seções resultantes da aplicação dos pesos de migração colocadas ao lado do resultado do seu respectivo peso de migração.	42
4.11	Refletividade real calculada através da equação 2.3 para o modelo do domo de sal SEG/EAGE.	43
4.12	Posições dos perfis verticais de amplitude sobrepostas ao modelo do domo de sal SEG/EAGE.	43
4.13	Perfis das amplitudes extraído em $x = 4,0\text{km}$ obtidas com a migração e após a aplicação dos pesos de migração $\mathbf{H}^{(1)}$, $\mathbf{H}^{(2)}$, $\mathbf{H}^{(3)}$ e $\mathbf{H}^{(4)}$. Todas as curvas estão dispostas junto com a refletividade real.	44
4.14	Perfis das amplitudes extraído em $x = 11,0\text{km}$ obtidas com a migração e após a aplicação dos pesos de migração $\mathbf{H}^{(1)}$, $\mathbf{H}^{(2)}$, $\mathbf{H}^{(3)}$ e $\mathbf{H}^{(4)}$. Todas as curvas estão dispostas junto com a refletividade real.	45

4.15	Modelo de refletividade do domo de sal da SEG/EAGE sobreposto a linhas das hessianas completas calculadas em dez pontos diferentes do modelo.	46
4.16	Viasualização em detalhe do modelo de refletividade do domo de sal da SEG/EAGE sobreposto a linhas das hessianas completas calculadas em dez pontos diferentes do modelo.	46
4.17	Imagem migrada após a aplicação do peso $\mathbf{H}^{(4)}$ onde o dado gerado para a migração não conteve reflexões múltiplas.	47
A.1	(a)Pontos presentes no esquema tradicional de discretização de segunda ordem. (b) Pontos gerados por uma rotação de 45^0 na figura (a). O esquema de nove pontos otimizado utiliza os pontos gerados pela sobreposição das figuras (a) e (b) CHEN <i>et al.</i> (2013).	56
A.2	À esquerda campo de onda gerado num modelo homogêneo com frequência igual a 2Hz. À direita campo de onda gerado num modelo homogêneo com frequência igual a 20Hz	56

Lista de Tabelas

- 4.1 Parâmetros da migração para o modelo de camadas plano paralelas. . 32
- 4.2 Parâmetros da migração para o modelo do domo de sal SEG/EAGE. 38

Capítulo 1

Introdução

A migração reversa no tempo (BAYSAL *et al.* (1983); LOEWENTHAL e MUFTI (1983)) já está bem estabelecida como técnica apropriada para imagear e construir modelos de velocidade para regiões que exibem contrastes de velocidade significativos e mergulhos abruptos. Realizar a extrapolação de ondas no tempo, sem limitações com relação a direção de propagação, permite que as ondas alcancem qualquer direção e não apenas fiquem limitadas a um determinado ângulo da direção vertical. O fato da propagação de ondas na migração reversa no tempo considerar todos os efeitos previstos na equação da onda utilizada, eliminou também a imposição de que o modelo de velocidade precisa ser suave, como nos métodos baseados em soluções assintóticas.

Em termos práticos, no entanto, flancos íngremes são frequentemente mal imageados devido à baixa iluminação causada pela limitação da geometria de aquisição, complexidade geológica da região e da falta de conhecimento preciso sobre possíveis variações laterais de velocidade no modelo. Com isso, os benefícios da migração reversa no tempo nem sempre aparecem nitidamente.

Um exemplo retirado do trabalho de MULDER e PLESSIX (2004) exhibe a deficiência da migração reversa no tempo em produzir uma imagem apropriada para um modelo que contém um refletor com mergulho íngreme (figura 1.1). Os autores argumentam que simulando uma aquisição marítima no modelo de velocidade proposto, a migração reversa no tempo consegue recuperar o refletor com mergulho de maneira aceitável quando o ângulo do mergulho é igual a 40° e até mesmo 80° (figura 1.2), mas ainda falha em fornecer uma imagem com amplitudes adequadas devido a problemas de iluminação, que também são consequência da ausência de afastamentos longos. Mesmo com todo o esforço da indústria para realizar levantamentos sísmicos com diferentes configurações de tiros e receptores, precisamente para melhorar a iluminação e a razão sinal ruído, o comprimento limitado dos cabos usados e a pior amostragem na direção *cross-line*, são ainda razões para a existência

de regiões mal iluminadas em regiões de geologia complexa.

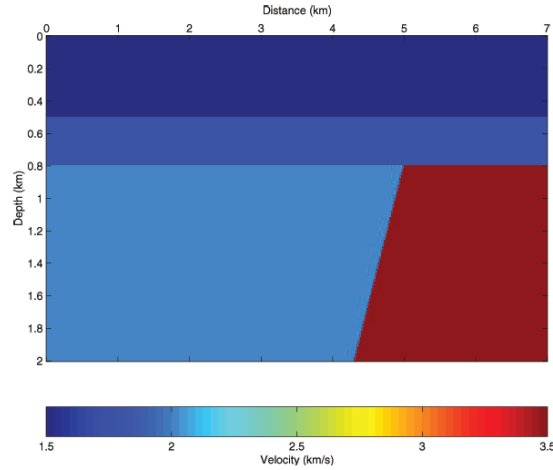


Figura 1.1: Modelo de velocidade com interface a um ângulo de mergulho igual a 60° (MULDER e PLESSIX (2004)).

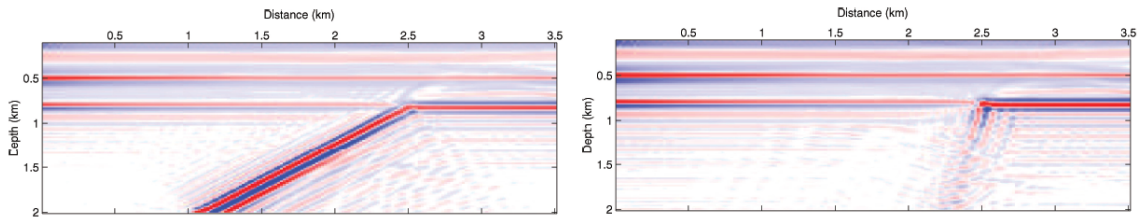


Figura 1.2: À esquerda, imagem migrada quando o ângulo de mergulho do refletor foi igual a 40° . À direita, imagem migrada quando o ângulo de mergulho do refletor foi igual a 80° (MULDER e PLESSIX (2004)).

Um modelo de refletividade capaz de retratar acuradamente estruturas em sub-superfície com atributos físicos confiáveis é altamente desejável para interpretação geológica. Além dos problemas mencionados anteriormente que degradam a amplitude de uma imagem migrada (iluminação e geometria de aquisição), outros fatores a influenciam, abrindo caminho para diferentes possibilidades de usar a expressão *amplitude verdadeira* e estudar maneiras de solucioná-los. A divergência esférica, transmissão e a absorção do meio são alguns exemplos de efeitos que comprometem a amplitude e ainda tem sido alvo de investigação como em SAVA e ALKHALIFAH (2014) e ZHU *et al.* (2014), respectivamente.

Em um trabalho mais antigo (GRAY (1997)), já existe uma comparação de três diferentes abordagens para obter a desejada amplitude verdadeira de migração, uma das quais formula o problema de migração sísmica como um problema de inversão. O problema inverso para a migração pode ser linearizado através da aproximação de Born e a refletividade pode ser invertida do dado sísmico resultando em imagens que representam melhor as propriedades da subsuperfície. A maior dificuldade dessa

metodologia está no custo do cálculo da matriz hessiana, que contém as informações de iluminação para todos os pontos do modelo CLAERBOUT e BLACK (2001); CLAERBOUT (1982) e é a responsável pela recuperação das amplitudes apropriadas. Para contornar o problema do cálculo da hessiana, essa dissertação adota a abordagem proposta por PLESSIX e MULDER (2004), onde a hessiana é aproximada por sua diagonal principal e sua pseudoinversa é usada para obter os chamados pesos de migração. O que é válido no limite de altas frequências e cobertura infinita BEYLKIN (1985).

Nos casos em que a hessiana não for diagonal dominante, os pesos de migração não poderão ser utilizados para recuperar perfeitamente as amplitudes de migração. Neste caso, os métodos iterativos (NEMETH *et al.* (1999); ØSTMO *et al.* (2002)) ou outros que utilizam contribuições fora da diagonal da hessiana de maneira orientada ao alvo (TANG (2011); VALENCIANO (2008)) mais indicados.

Esta dissertação é composta por cinco capítulos. O presente traz uma introdução ao problema de migração com amplitude verdadeira e como a iluminação sísmica influencia a tarefa de recuperar amplitudes coerentes, além de citar a abordagem de migração como um problema inverso e a importância da matriz hessiana.

O segundo capítulo apresenta a formulação matemática do problema inverso para a migração. Detalhando a aproximação de Born, que é utilizada na linearização do problema, e os cálculos do gradiente e hessiana com exemplos e interpretações físicas.

O terceiro capítulo expõe as considerações utilizadas para calcular as aproximações da matriz hessiana para gerar os pesos de migração que foram utilizados para obter imagens migradas com amplitudes corrigidas.

O quarto capítulo finalmente exhibe os resultados alcançados para os modelos sintéticos com a aplicação de todos os pesos de migração descritos no capítulo três.

O quinto capítulo descreve as conclusões e discussões sobre os resultados além de propostas para trabalhos futuros sobre o tema abordado nesta dissertação.

Capítulo 2

Migração como um problema inverso

Este capítulo traz os detalhes da teoria introduzida na década de 1980, onde foi observado que o princípio clássico do imageamento introduzido por CLAERBOUT (1971) pode ser obtido através de uma formulação matemática do problema de migração como um problema inverso (LAILLY (1983); TARANTOLA (1984b)).

2.1 Migração: Linearização da inversão

Como metodologia de imageamento alternativa para determinar parâmetros de um modelo geológico a partir de um dado sísmico, a técnica não linear de inversão da forma de onda (*FWI - full waveform inversion* - TARANTOLA (1984b)) foi introduzida baseada na minimização de uma função objetivo composta pela diferença entre dados observados e calculados. Este último, deve ser obtido idealmente através de um operador de modelagem que incorpore todos os efeitos não lineares da propagação de ondas em subsuperfície.

No caso simplificado em que efeitos não lineares estão ausentes dos dados calculados, a função objetivo a ser minimizada torna-se uma função quadrática em relação aos parâmetros do modelo e seu gradiente é identificado como o algoritmo de migração pré-empilhamento, como está discutido em mais detalhes no restante deste capítulo. Tal equivalência gerou a afirmação de que a migração é o primeiro passo da inversão TARANTOLA (1984a).

Evidentemente a acurácia na determinação de parâmetros do modelo através da migração depende da validade da ausência destes efeitos não lineares no dado, como espalhamentos múltiplos. Nesse sentido, a aproximação de Born que leva em consideração apenas espalhamentos únicos e é válida somente na presença de pequenos contrastes de velocidade BEYDOUN e TARANTOLA (1988); BEYLKIN

e ORISTAGLIO (1985); KELLER (1969), aparece como ponto de partida para a compreensão da migração.

2.2 Aproximação de Born

Para mais detalhes sobre a aproximação de Born, parte-se da equação de propagação da onda acústica no domínio da frequência

$$(-\omega^2\sigma - \nabla^2)u(\mathbf{x}, \omega; \sigma) = F(\omega)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f), \quad (2.1)$$

onde ∇^2 representa o operador laplaciano, σ a vagarosidade ao quadrado, $\mathbf{x}$ o vetor posição ($\mathbf{x} = (x, y, z)$), $u(\mathbf{x}, \omega; \sigma)$ o campo de pressão criado por uma fonte pontual posicionada em $\mathbf{x}_f$, $F(\omega)$ a assinatura da fonte e ω a frequência angular.

A aproximação de Born considerada essencialmente assume que o modelo de velocidade (aqui representado pela vagarosidade σ) não é muito diferente de um modelo de velocidade de fundo (representado pela vagarosidade como σ_0), a menos de um modelo de refletividade r (equação 2.3). Este modelo de refletividade é composto apenas por efeitos lineares. A figura 2.1 ilustra eventos presentes no modelo de refletividade r , neste caso particular dado por

$$r(\mathbf{x}) = r[\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_1) + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_2)], \quad (2.2)$$

onde $\mathbf{x}_1$ e $\mathbf{x}_2$ são as coordenadas de espalhadores. Vale ressaltar que nenhuma imposição é feita a respeito do modelo de fundo (σ_0), apenas que ele não seja muito diferente do modelo real σ , ou seja, que a refletividade seja pequena.

$$\sigma = \sigma_0 + r. \quad (2.3)$$

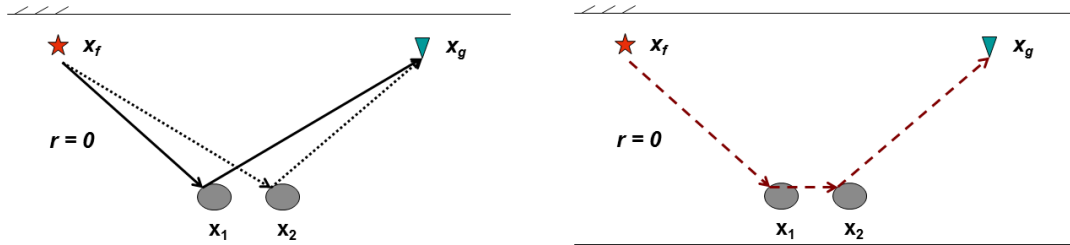


Figura 2.1: (a) Trajetória ilustrativa de dois possíveis espalhamentos contemplados na refletividade r pela aproximação de Born. (b) Exemplo de trajetória de espalhamento múltiplo que não é levada em conta no modelo de refletividade r no contexto da aproximação de Born descrita aqui.

O campo de onda gerado para um modelo com vagarosidade de fundo σ_0 pode

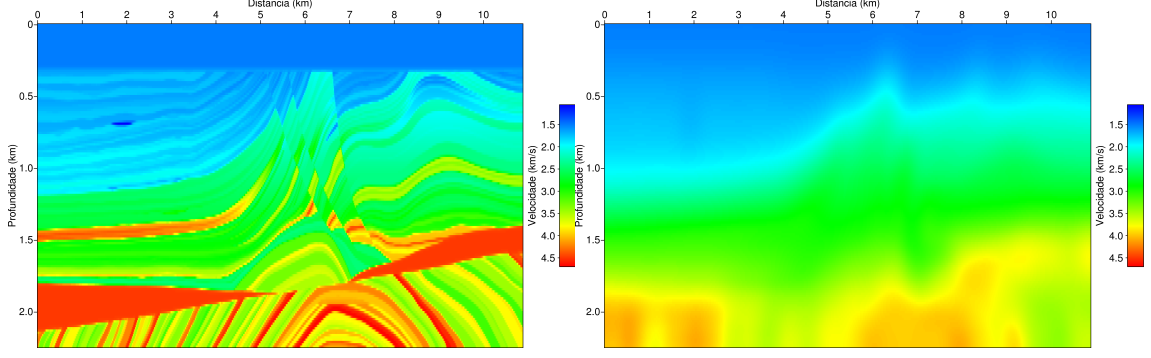


Figura 2.2: À esquerda, modelo de velocidade original marmousi 2. À direita, modelo de fundo considerado, correspondente a uma versão suavizada do modelo original

ser obtido por analogia à equação 2.1

$$(-\omega^2\sigma_0 - \nabla^2)u_0(\mathbf{x}, \omega; \sigma) = F(\omega)\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_f), \quad (2.4)$$

que seria equivalente a equação 2.1 no caso em que não haja um contraste de velocidade, ou seja, $r = 0$.

Neste momento, é conveniente definir o campo espalhado como sendo dado por

$$u_{esp}(\mathbf{x}, \omega, r; \sigma_0) \equiv u(\mathbf{x}, \omega, r; \sigma) - u_0(\mathbf{x}, \omega, r = 0; \sigma_0), \quad (2.5)$$

cujas expressão para sua propagação pode ser obtida utilizando as equações 2.1 e 2.4,

$$(-\omega^2\sigma_0 - \nabla^2)u_{esp}(\mathbf{x}, \omega, r; \sigma_0) = \omega^2 ru. \quad (2.6)$$

Como o termo fonte da equação 2.6 depende do campo de onda completo, o cálculo do campo espalhado se apresenta como um processo não linear em r . Realizar a aproximação ilustrada na figura 2.1 (a), significa considerar refletividades pequenas, de modo que a equação 2.6 seja linear em r

$$(-\omega^2\sigma_0 - \nabla^2)u_{esp}(\mathbf{x}, \omega, r; \sigma_0) \approx \omega^2 ru_0. \quad (2.7)$$

Com o objetivo de ilustrar quais eventos compõem o campo espalhado, considerou-se um exemplo sintético onde o campo de vagarosidade total (σ) é dado pelo modelo de marmousi 2 (MARTIN *et al.* (2006)). O modelo de vagarosidade de fundo considerado é uma versão suavizada do original, a exemplo da velocidade correspondente mostrada na figura 2.2.

O campo total u pode ser visto na figura 2.3 ao lado do campo gerado no modelo suavizado u_0 . O campo espalhado, por outro lado, foi calculado através da equação 2.7 e está exposto na figura 2.4 (a). O resultado obtido para o campo espalhado,

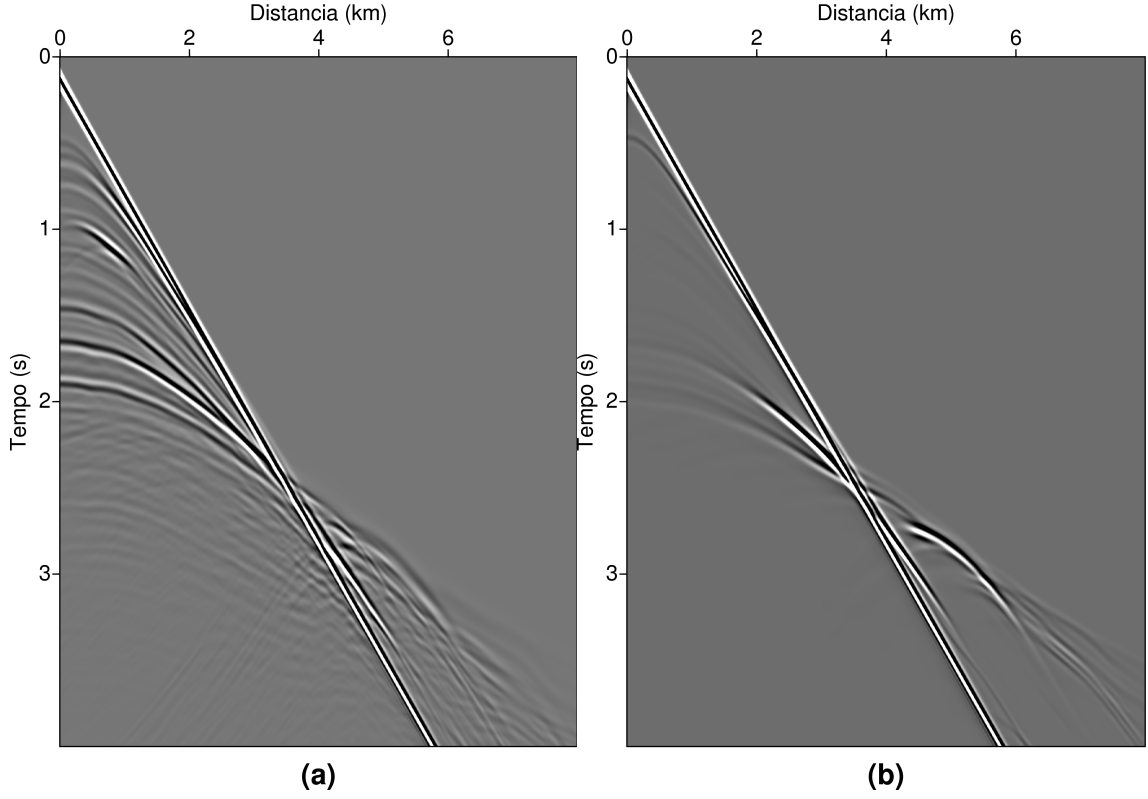


Figura 2.3: (a) sismograma gerado empregando-se a eq 2.1 no modelo de velocidade exposto na figura 2.2 para obter o campo de onda completo u . (b) campo de onda u_0 , gerado no modelo suavizado da figura 2.2.

permite observar que eventos como a onda direta e reflexões múltiplas não são contemplados pela equação 2.7. A figura 2.4 (b), por outro lado, representa o campo espalhado calculado através da equação 2.5. Neste registro a aproximação de Born não foi imposta e as reflexões múltiplas estão presentes.

Usando a definição da função Green para a equação da onda no modelo de fundo (σ_0)

$$(-\omega^2\sigma_0 - \nabla^2)G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (2.8)$$

pode-se multiplicar a equação acima pelo termo $\omega^2 r(\mathbf{y})u_0(\mathbf{y})$, aplicando-se a propriedade de filtragem da função delta, após comparação com a equação 2.7, tem-se que:

$$u_{esp}(\mathbf{x}, \omega) = \omega^2 \int_V u_0(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) r(\mathbf{y}) G(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \omega) d\mathbf{y}, \quad (2.9)$$

onde V representa a região onde a refletividade r é definida. Considerando que o campo u_0 foi originado por uma fonte em $\mathbf{x}_f$ e o campo espalhado u_{esp} foi coletado

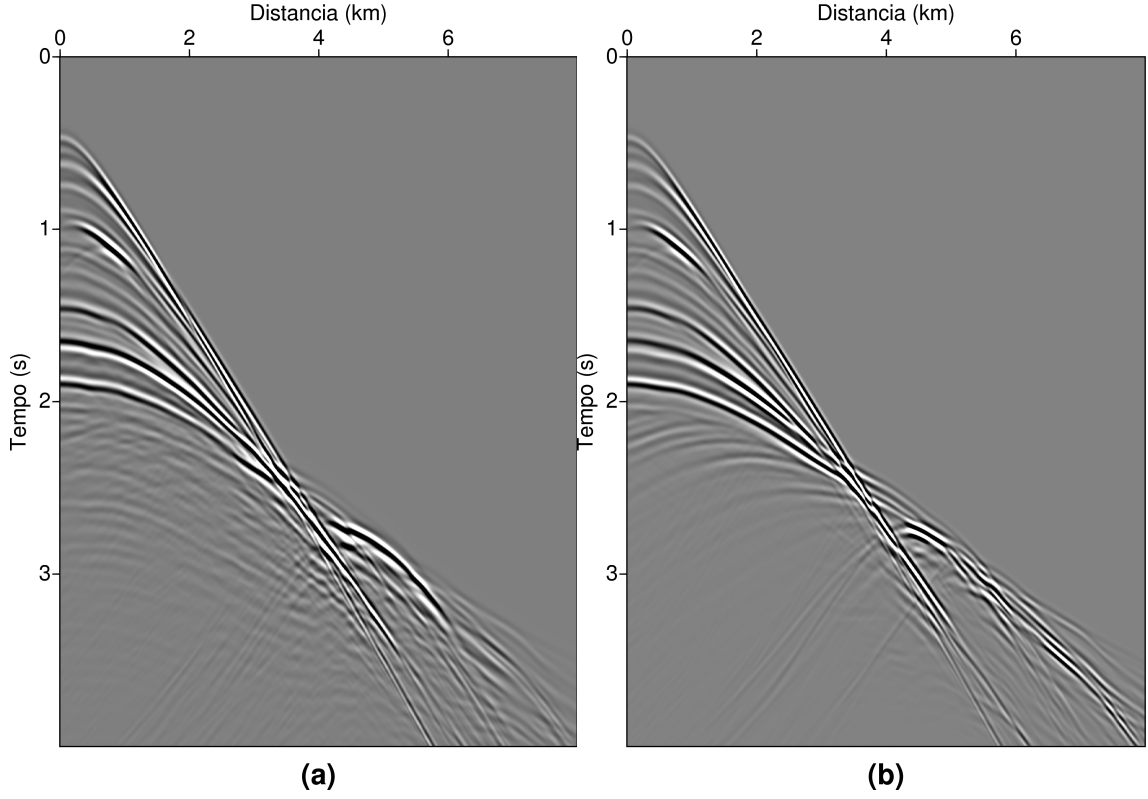


Figura 2.4: (a) Sismograma obtido com o uso da equação 2.5. (a) sismograma obtido com a aproximação de Born (equação 2.7).

por receptores em $\mathbf{x}_g$ pode-se reescrever a equação 2.10 como

$$u_{esp}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_g, \omega) = \omega^2 \int_V u_0(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}, \omega) r(\mathbf{y}) G(\mathbf{x}_g, \mathbf{y}, \omega) d\mathbf{y}, \quad (2.10)$$

Comparando as equações 2.8 e 2.9, tem-se para o campo espalhado na posição dos receptores $\mathbf{x}_g$

$$u_{esp}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_g, \omega) = \omega^2 \int_V u_0(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}, \omega) r(\mathbf{y}) G(\mathbf{y}, \mathbf{x}_g, \omega) d\mathbf{y}. \quad (2.11)$$

Considerando ainda que $u_0(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}, \omega) = F(\omega)G(\mathbf{x}_f, \mathbf{y}, \omega)$, a derivada do campo espalhado em relação à refletividade é dada por

$$\frac{\partial u_{esp}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_g, \omega) = \omega^2 F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega). \quad (2.12)$$

Esta fórmula pode ser interpretada fisicamente como ilustrado na figura 2.5, a função de Green atuando como um propagador, primeiro levando o termo $\omega^2 F(\omega)$ do ponto $\mathbf{x}_f$ ao ponto $\mathbf{x}_i$ e, em seguida, do ponto $\mathbf{x}_i$ ao ponto $\mathbf{x}_g$. Este resultado será útil nas próximas seções, assim como a definição da matriz jacobiana $\mathbf{J}$. Matriz que contém as derivadas do campo espalhado em relação à refletividade, de acordo com

a equação abaixo

$$J(\omega, \sigma_0)_{ij} = \frac{\partial u_{esp}^{(i)}}{\partial r_j}, \quad i = 1, \dots, N_f, \quad j = 1, \dots, m, \quad (2.13)$$

onde N_f corresponde ao número de fontes e m ao número de parâmetros do modelo.



Figura 2.5: Interpretação física da equação 2.12, as componentes da matriz Jacobiana atuam como propagador da energia no meio.

2.3 Migração como problema inverso

Sendo possível calcular o campo espalhado u_{esp} com um modelo de velocidade representado em termos de vagarosidade por σ_0 , e tendo também um dado registrado espalhado d_{esp} , a definição do problema de migração como um problema inverso pode ser colocada como o problema de encontrar o modelo de refletividade $r = \sigma - \sigma_0$, que minimiza as diferenças entre o dado registrado espalhado d_{esp} e o campo espalhado calculado u_{esp} , como mostra a equação 2.14

$$E(r) = \frac{1}{2} \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \|u_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega, r; \sigma_0) - d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega)\|^2, \quad (2.14)$$

onde $N_g(f)$ representa o número total de receptores para um dado tiro f . A seguir, encontram-se mais detalhes sobre como resolver o problema de migração assim proposto através do método de Newton.

2.3.1 Método de Newton

Derivar o método de Newton para a inversão pode ser feito considerando-se a expansão em série de Taylor da função objetivo dada pela equação 2.14 em torno da refletividade igual a zero até os termos de ordem quadrática BERTSEKAS (1982); TARANTOLA (1987)

$$E'(r) = E(0) + \sum_{i=1}^m \frac{\partial E}{\partial r_i}(0) r_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 E}{\partial r_i \partial r_j}(0) r_i r_j, \quad (2.15)$$

onde m representa o número de parâmetros do modelo.

O problema de migração como colocado pretende encontrar uma solução para refletividade (r), que minimize a função objetivo dentro da aproximação quadrática (equação 2.15). Para problemas lineares, como este que envolve a aproximação de Born, essa minimização converge em apenas uma iteração do método de Gauss Newton DENNIS JR e SCHNABEL (1996). Logo, para encontrar o mínimo de E , faz-se $\partial E / \partial r_i = 0$. Usando esse resultado na equação 2.15 tem-se

$$\frac{\partial E(r)}{\partial r_i} = \frac{\partial E}{\partial r_i}(0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial^2 E}{\partial r_i \partial r_j}(0) r_j = 0. \quad (2.16)$$

Definindo o vetor gradiente ∇E como o vetor que contém as componentes da derivada primeira de E

$$(\nabla E)_i = \frac{\partial E}{\partial r_i}(0), \quad i = 1, \dots, m. \quad (2.17)$$

E a matriz hessiana como a matriz $m \times m$ que contém as derivadas segundas

$$H_{ij} = \frac{\partial^2 E}{\partial r_i \partial r_j}(0), \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, m. \quad (2.18)$$

A equação 2.16 pode ser reescrita em termo dessas definições como

$$\mathbf{H}r = -\nabla E, \quad (2.19)$$

de maneira que, segundo o método de Newton, supondo que a matriz $\mathbf{H}$ é positiva definida e possui uma inversa, a solução para o problema de migração é dada por

$$r = -\mathbf{H}^{-1}\nabla E, \quad (2.20)$$

o que dá indícios da dificuldade de resolver a equação acima, visto as dimensões expressivas da matriz hessiana. Para um levantamento 3D típico, é razoável considerar 1000 *inlines*, 600 *cross lines* e 2000 amostras no tempo, o que demandaria um espaço em memória para armazenamento igual a 5,76 milhões de terabytes. Além disso, a hessiana é frequentemente mal condicionada ou mesmo singular (PRATT *et al.* (1998)), o que exige algum tipo de regularização.

2.4 Cálculo do gradiente

Para chegar a uma expressão para o gradiente ∇E , e em seguida realizar um análise qualitativa do que esta grandeza representa fisicamente, calcula-se a derivada

da função objetivo (equação 2.14) em relação ao parâmetro r_i em $r = 0$, ou seja,

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial r_i}(0) &= \Re e \left\{ \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_g, \omega, r = 0; \sigma^{(0)}) \left(u_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega; r = 0; \sigma^{(0)}) - d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega) \right)^* \right\} \\ &= -\Re e \left\{ \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_g, \omega, r = 0; \sigma^{(0)}) d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega)^* \right\},\end{aligned}\tag{2.21}$$

levando em conta que não existe campo espalhado na ausência de refletividade. Ou ainda, em termos da função de Green (equação 2.12), o gradiente pode ser escrito como

$$\begin{aligned}\frac{\partial E}{\partial r_i}(0) &= -\Re e \left\{ \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \omega^2 F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega) d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega)^* \right\} \\ &= -\Re e \left\{ \sum_{\omega} \omega^2 \sum_{f=1}^{N_f} F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) \sum_{g=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega) d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega)^* \right\}.\end{aligned}\tag{2.22}$$

De acordo com a teoria da migração como um problema inverso, a expressão 2.22 é interpretada como a definição do algoritmo de migração convencional. Em trabalhos como PLESSIX e MULDER (2004), o gradiente é calculado como uma migração RTM tradicional, enquanto em TANG (2011), a equação da onda unidirecional é utilizada para calcular o gradiente. Em um trabalho mais teórico, CHAVENT e PLESSIX (1999) mostram que a expressão 2.20 corresponde a um caso particular da integral clássica da migração Kirchhoff realizada na prática, fazendo uso da aproximação assintótica. Esta interpretação do gradiente, pode ser mais facilmente vista no domínio do tempo do que na frequência como aparece na equação 2.21. Para isso, através das propriedades da transformada de Fourier e da definição de correlação, é fácil chegar a expressão para uma componente do vetor gradiente no domínio do tempo como sendo dada por

$$\frac{\partial E}{\partial r_i}(0) = \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_g, t, r = 0; \sigma^{(0)}) \otimes d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, t)|_{lag0}.\tag{2.23}$$

O que significa que para cada ponto do modelo, calcular o gradiente para cada tiro, corresponde a calcular o somatório da correlação traço a traço no *lag* zero da derivada do campo espalhado com dado observado na superfície onde estão localizados os receptores.

A figura 2.6 (esquerda) ilustra pictoricamente o resultado desse processo para um dado adquirido em um modelo sintético de duas camadas. A porção abaixo do

eixo horizontal representa o espaço enquanto a porção acima, o dado adquirido no tempo. À direita da figura 2.6, vê-se o resultado da curva gerada pela derivada do campo espalhado para um ponto i que não coincide com o contraste de velocidade.

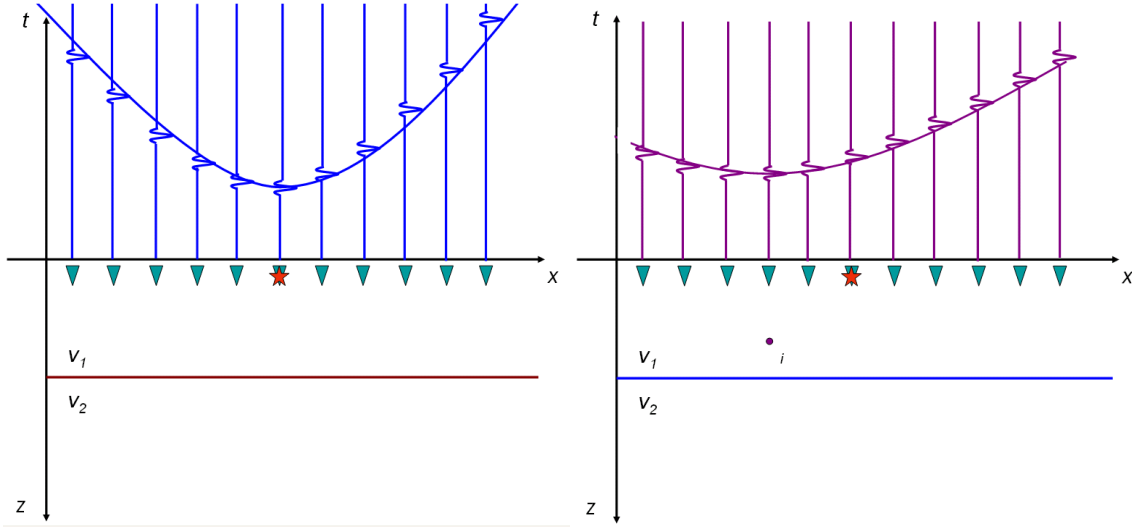


Figura 2.6: A esquerda, curva gerada pictoricamente (porção superior do eixo horizontal) para o modelo com duas camadas na parte inferior ao eixo horizontal. A direita, curva gerada pela derivada do campo espalhado no ponto i .

Nesta situação, fica claro que não há contribuição significativa para correlação das curvas da figura 2.6 e a componente do gradiente não terá um valor expressivo, devido à falta de similaridade dos traços como pode ser visto na superposição das curvas na figura 2.7. No limite de altas frequências, o gradiente para o ponto destacado na figura 2.6 teria valor bastante próximo a zero devido ao estreitamento do pulso da fonte (PRATT *et al.* (1998)).

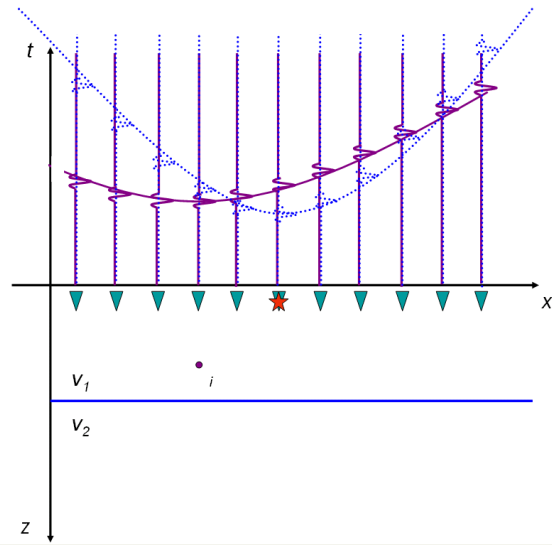


Figura 2.7: Superposição das curvas da figura 2.6 mostrando que não há contribuição significativa para a componente do gradiente dada pela equação 2.23.

Por outro lado, para um ponto i localizado exatamente no contraste de velocidade do modelo, vê-se que a correlação entre as curvas do dado observado e da derivada do campo espalhado produzem uma contribuição significativa para a componente do gradiente, como mostram as figuras 2.8 e 2.9.

O procedimento descrito é a própria interpretação geométrica da migração.

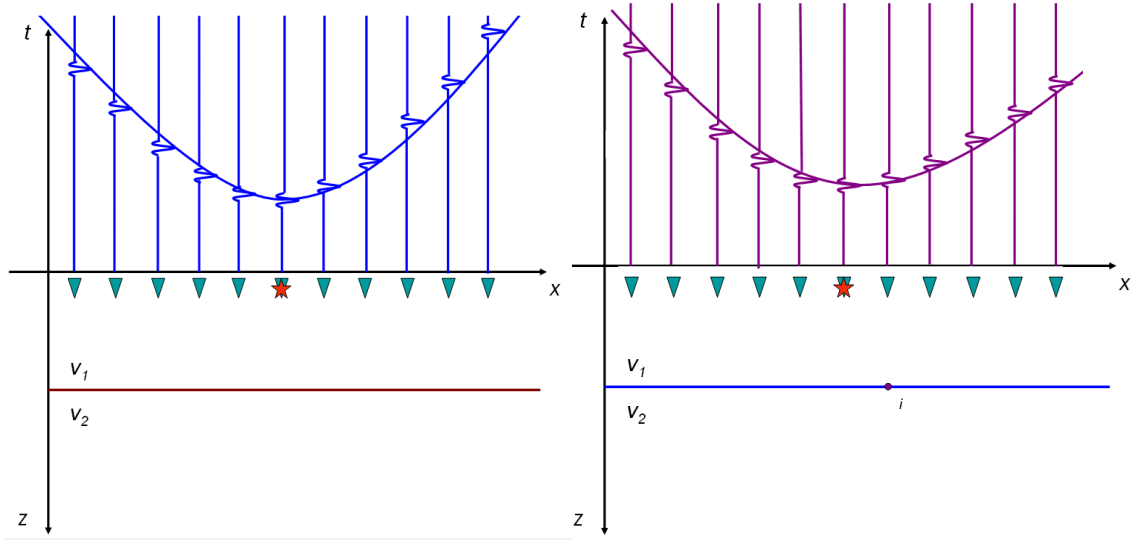


Figura 2.8: À esquerda, curva gerada pictoricamente (porção superior do eixo horizontal) para o modelo com duas camadas na parte inferior ao eixo horizontal. À direita, curva causada pela derivada do campo espalhado no ponto i agora posicionado exatamente no contraste de velocidade.

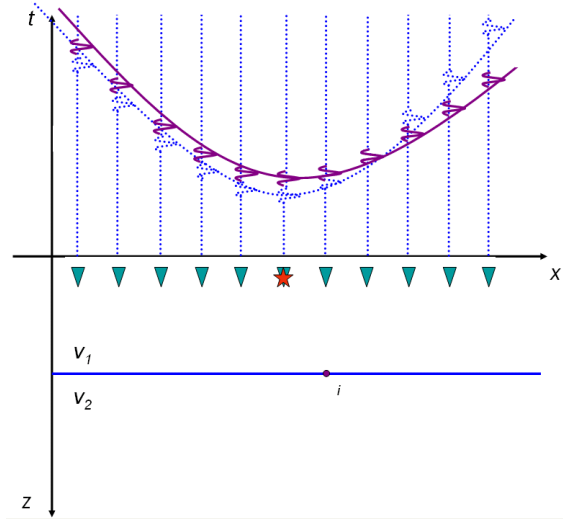


Figura 2.9: Superposição das curvas da figura 2.6 mostrando que existe uma contribuição significativa para a componente do gradiente dada pela equação 2.23.

Uma outra abordagem bastante explorada em diferentes trabalhos como em DUQUET *et al.* (2000); NEMETH (1996); TANG (2011), analisa a expressão do gra-

diente através da definição da matriz jacobiana 2.13

$$\nabla E = -\Re e \left\{ \sum_{\omega} \mathbf{J}^T(\omega; \sigma^{(0)}) \mathbf{d}_{esp}^*(\omega) \right\}. \quad (2.24)$$

O que permite interpretar a matriz $\mathbf{J}^T$ como sendo o operador de migração. Capaz de mapear o dado espalhado d_{esp} em uma imagem migrada (∇E).

2.5 Cálculo da matriz hessiana

Para o cálculo da matriz hessiana, pode-se partir da expressão para o gradiente 2.21 e tomar a derivada segunda da função objetivo

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 E}{\partial r_i \partial r_l}(0) = & \Re e \left\{ \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_g, \omega, r=0; \sigma^{(0)}) \left(\frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_l}(\mathbf{x}_g, \omega, r=0; \sigma^{(0)}) \right)^* \right\} \\ & + \Re e \left\{ \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \frac{\partial^2 u_{esp}^{(f)}}{\partial r_i \partial r_l}(\mathbf{x}_g, \omega, r=0; \sigma^{(0)}) \left(u_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega, r=0; \sigma^{(0)}) - d_{esp}^{(f)}(\mathbf{x}_g, \omega) \right)^* \right\}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

O segundo termo da equação 2.27 é nulo dado que a derivada do campo espalhado é constante de acordo com a aproximação de Born, de modo que a hessiana é calculada como

$$\frac{\partial^2 E}{\partial r_i \partial r_l}(0) = \Re e \left\{ \sum_{\omega} \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} \frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_g, \omega, r=0; \sigma^{(0)}) \left(\frac{\partial u_{esp}^{(f)}}{\partial r_l}(\mathbf{x}_g, \omega, r=0; \sigma^{(0)}) \right)^* \right\}. \quad (2.26)$$

Com o auxílio da matriz Jacobiana, pode-se escrever

$$\mathbf{H} = \Re e \left\{ \sum_{\omega} \mathbf{J}^T(\omega; \sigma^{(0)}) \mathbf{J}^*(\omega; \sigma^{(0)}) \right\}. \quad (2.27)$$

Essa equação é bastante útil no contexto de migração por mínimos quadrados NEMETH (1996). No entanto, para fins de facilidade de entendimento, coloca-se também a hessiana em termos das funções de Green. Lembrando que

$$J(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_f, \mathbf{x}_g, \omega) = \frac{\partial u_{esp}}{\partial r_i}(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_g, \omega) = \omega^2 F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega), \quad (2.28)$$

tem-se

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) &= \Re e \left\{ \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega) [F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_j, \omega) G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_j, \omega)]^* \right\} \\
&= \Re e \left\{ \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G^*(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_j, \omega) \sum_{g=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_i, \omega) G^*(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_j, \omega) \right\}
\end{aligned} \tag{2.29}$$

A equação 2.29 permite calcular todos os termos presentes na matriz $\mathbf{H}$. Sua utilização viabiliza a obtenção de uma imagem migrada com preservação de amplitude de acordo com a teoria da migração como um problema inverso (equação 2.20).

Para problemas de grande porte, o cálculo da matriz hessiana torna-se impraticável, por normalmente demandar um armazenamento muito grande de dados, além da própria computação de seus termos. Essa dificuldade leva a aproximações para $\mathbf{H}$, tal como a que foi adotada nessa dissertação e em PLESSIX e MULDER (2004), onde a matriz hessiana é aproximada por sua diagonal principal. Esta aproximação seria perfeitamente válida no limite de altas frequências BEYLIKIN (1985), e embora possa parecer ingênua para um conjunto finito de frequências, ela pode ser bastante útil, em particular para o esquema de diferenças finitas abordados aqui. Além disso, considerar $\mathbf{H}$ uma matriz diagonal, torna a tarefa de computar sua inversa a uma operação bastante simples. Isso levou aos autores PLESSIX e MULDER (2004) a denominarem os valores da inversa de $\mathbf{H}$ de pesos de migração. Os inversos desses valores que quando multiplicados pelo gradiente (∇E) fornecerão a imagem migrada com amplitude mais próxima da refletividade verdadeira.

Levando em conta apenas os termos da diagonal principal na equação 2.29, a expressão para os pesos de migração toma a forma

$$\begin{aligned}
\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) &= \Re e \left\{ \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} \sum_{g=1}^{N_g(f)} F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega) G(\mathbf{x}, \mathbf{x}_g, \omega) [F(\omega) G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega) G^*(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)] \right\} \\
&= \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2 \sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2,
\end{aligned} \tag{2.30}$$

que será explorada no próximo capítulo.

Com o intuito de ilustrar a validade da aproximação proposta para hessiana, as figuras 2.10 e 2.11 apresentam a hessiana completa (equação 2.29) calculada para modelos de velocidade homogêneos de 1,5km/s e 3,0km/s, respectivamente,

considerando apenas um tiro no meio de 81 receptores em um modelo de 100x100 pontos. A frequência máxima da fonte usada no cálculo de ambas as hessianas foi de 10Hz e a frequência de pico igual a 5Hz. A partir destas matrizes, é possível verificar sua estrutura bandada e a presença dos termos mais energéticos localizados próximos a sua diagonal principal. Além disso, o número de elementos relevantes distantes da diagonal principal está relacionado a complexidade geológica e a geometria de aquisição CHAVENT e PLESSIX (1999); VALENCIANO (2008).

A equação 2.29 mostra explicitamente a dependência da hessiana com a geometria de aquisição, assinatura da fonte, conteúdo de frequência e modelo de velocidade. Todos estes fatores devem influenciar na aparência da matriz hessiana. As figuras 2.10 e 2.11 ressaltam apenas a influência causada pelo aumento da velocidade do modelo. Velocidades maiores fazem com que a banda da hessiana fique mais larga, fazendo com que a aproximação por sua diagonal principal se torne menos efetiva.

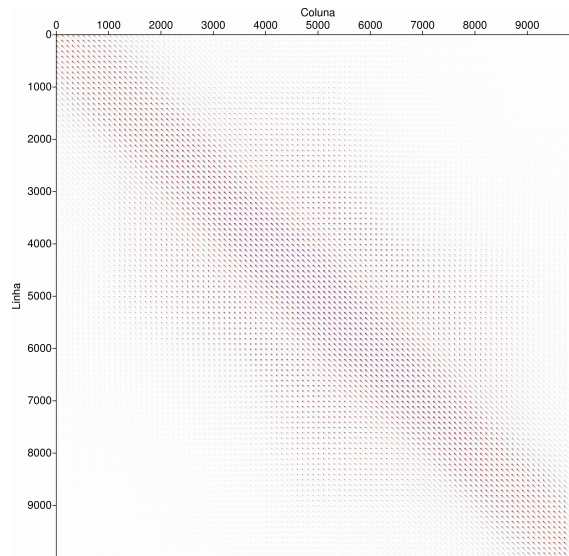


Figura 2.10: Hessiana completa para um modelo de velocidade constante igual a 1,5km/s.

As figuras 2.12 e 2.13 representam uma linha organizada conforme as coordenadas espaciais para o ponto localizado no centro do modelo para as hessianas presentes nas figuras 2.10 e 2.11. Esta forma resalta o espalhamento em torno da diagonal principal para velocidades maiores. Caso mais tiros fossem utilizados no cálculo dessas hessianas, as formas presentes nas figuras das linhas das hessianas estariam mais concentradas CHAVENT e PLESSIX (1999), mostrando a influência da geometria de aquisição. A partir dessas figuras é possível realizar uma análise da resolução do sistema em questão. Para um dado ponto do modelo de velocidades, uma forma mais concentrada da energia como a da figura 2.12 pode ser associada a uma medida de resolução sísmica GELIUS *et al.* (2002).

A influência da complexidade geológica na hessiana fica clara no seguinte exem-

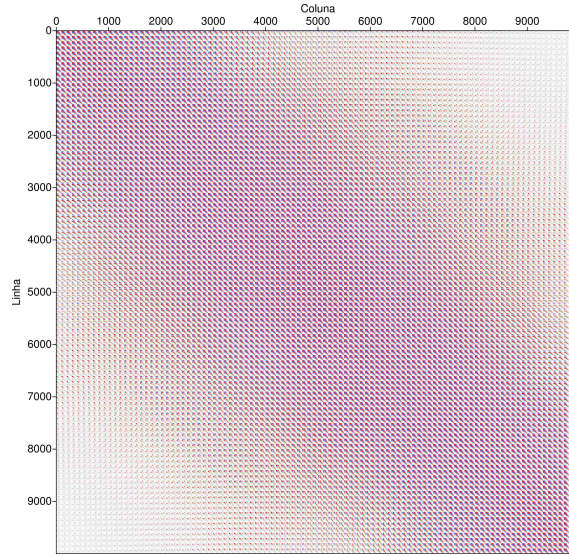


Figura 2.11: Hessiana completa para um modelo de velocidade constante igual a 3,0km/s e geometria de aquisição igual a utilizada para gerar a matriz na figura 2.10.

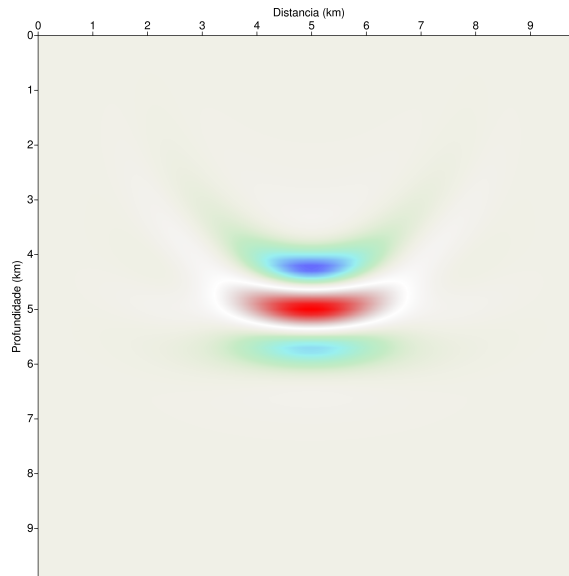


Figura 2.12: Linha da hessiana para o ponto localizado no centro do modelo de velocidade para o modelo de $v = 1,5\text{km/s}$.

plo, onde a hessiana exata foi calculada usando a mesma geometria de aquisição de apenas um tiro localizado na posição horizontal 2km e 81 receptores na região delimitada na figura 2.14 para o modelo de marmousi. A versão suavizada do modelo presente na mesma figura foi a utilizada na computação da hessiana. A frequência máxima da fonte usada no cálculo da hessiana também foi de 10Hz e a frequência de pico igual a 5Hz.

A hessiana da porção destacada no modelo pode ser observada na figura 2.15 e duas linhas desta matriz foram extraídas para pontos localizados em posições

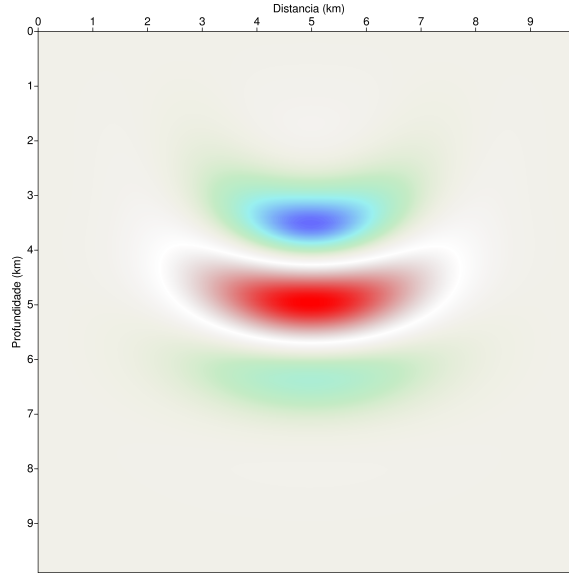


Figura 2.13: Linha da hessiana para o ponto localizado no centro do modelo de velocidade para o modelo de $v = 3,0\text{km/s}$.

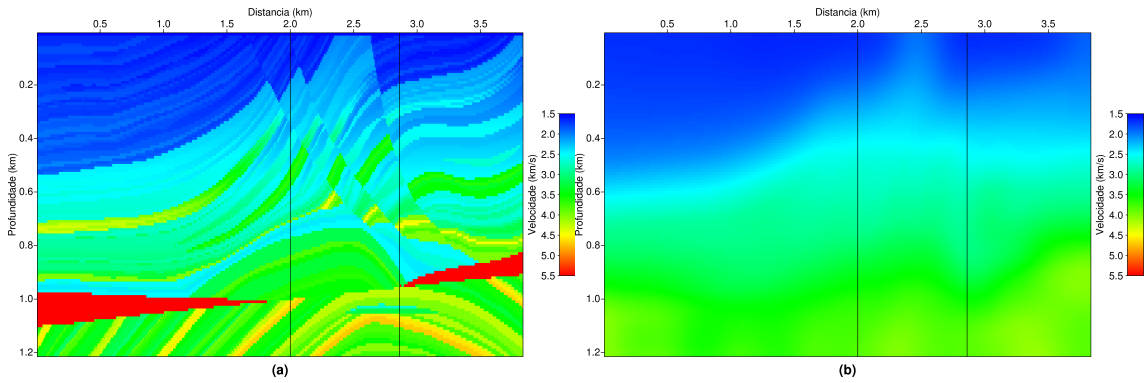


Figura 2.14: À esquerda, modelo de marmousi com a região utilizada para o cálculo da hessiana exata demarcado entre as retas. À direita versão suavizada do modelo à esquerda utilizado no cálculo da hessiana.

diferentes, um em $x = 2,860\text{km}$ e $z = 0,01\text{km}$, enquanto o segundo em $x = 2,860\text{km}$ e $z = 1,12\text{km}$. Ambas as linhas foram sobrepostas ao modelo de refletividade e podem ser vistas na figura 2.16, que mostra a variação da hessiana para o modelo usado, considerando a geometria de aquisição descrita. Para uma visualização em mais detalhes, a figura 2.17 (a) mostra a linha da hessiana para a parte mais rasa do modelo e a 2.17 (b) a linha correspondente a porção mais profunda.

Apesar das dificuldades descritas para cálculo e armazenamento da hessiana o seu conhecimento traz informações importantes sobre a resolução do sistema, como exemplificado na figura 2.16. Assim, o próximo capítulo discute exatamente as maneiras adotadas nesta dissertação para conseguir obter e aplicar informações da hessiana no processo de encontrar a refletividade.

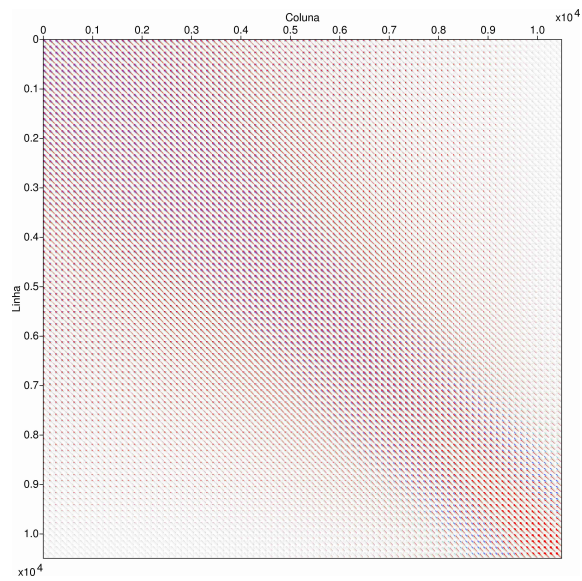


Figura 2.15: Hessiana completa para a porção destacada na figura 2.14 para o modelo de marmousi.

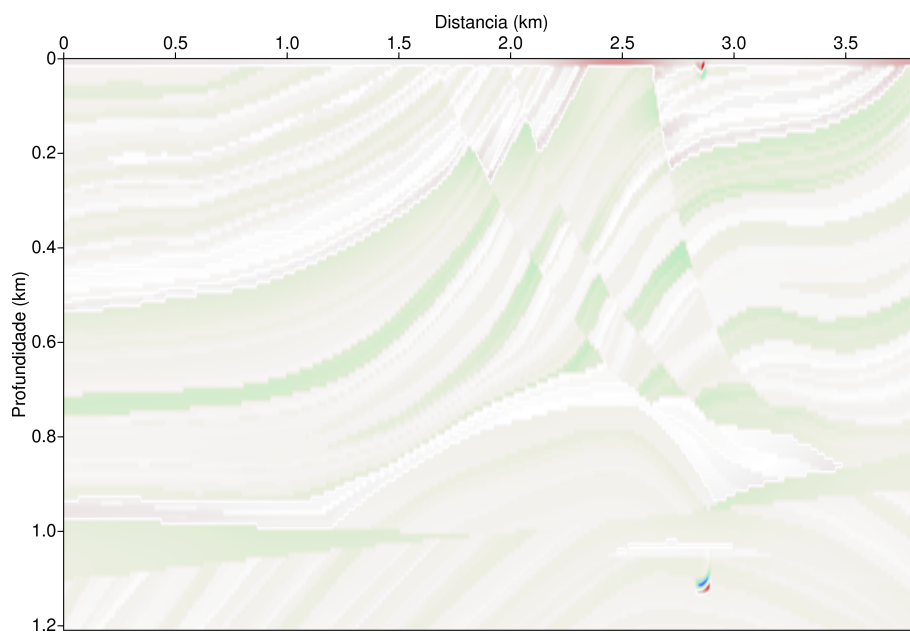


Figura 2.16: Linhas da hessiana exposta na figura 2.15 para duas posições distintas sobrepostas ao modelo de refletividade.

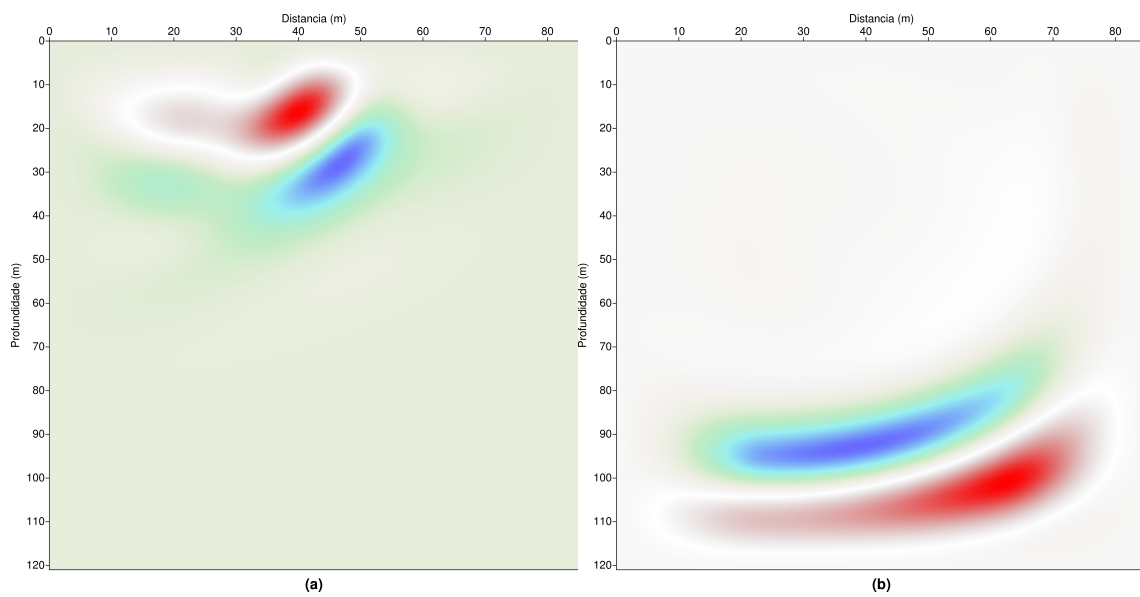


Figura 2.17: (a) Visualização em detalhes da linha da hessiana exposta na parte superior ao modelo de refletividade da figura 2.16. (b) Visualização em detalhes da linha da hessiana exposta na parte inferior ao modelo de refletividade da figura 2.16.

Capítulo 3

Pesos de Migração Para Preservação de Amplitude

Este capítulo descreve as propostas implementadas para o cálculo da diagonal principal da matriz hessiana (pesos de migração). Ao todo são apresentadas quatro estratégias para esse cálculo baseadas em diferentes simplificações para as funções de Green partindo da posição dos receptores, presentes na equação da diagonal principal da matriz hessiana 2.30.

3.1 Introdução

Como a proposta dessa dissertação consiste em aproximar a matriz hessiana por sua diagonal principal para gerar imagens migradas com amplitudes preservadas, é preciso analisar os termos presentes em sua expressão 2.30 reproduzida a seguir

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2 \sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2. \quad (3.1)$$

Através da análise da expressão 3.1, é possível verificar que o termo $F(\omega)G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)$, está presente no cálculo do gradiente (equação 2.22). Ou seja, calcular as funções de Green em todas as posições das fontes sísmicas, não gera nenhum custo adicional ao próprio algoritmo de migração convencional identificado como o gradiente. A grande despesa para calcular a diagonal principal da hessiana, permanece em calcular separadamente as funções de Green para todas as posições de receptores. Além de ser computacionalmente intenso, possui a desvantagem da necessidade de armazenamento de todas essas funções de Green (VALENCIANO (2008)). Assim, algumas considerações para aproximar o termo $G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)$ são expostas a seguir.

3.2 Tipo 1: Constante

A primeira consideração está baseada em assumir uma cobertura contínua e infinita de receptores por tiro, fazendo com que o termo $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ seja praticamente constante lateralmente pelo menos para meios homogêneos. Logo, assumindo

$$\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2 = \text{constante}, \quad (3.2)$$

este termo pode ser dispensado do cálculo da diagonal principal da hessiana (equação 3.1) sendo igual a apenas um fator de escala. Assim, a aproximação toma a forma

$$\mathbf{H}^{(1)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2. \quad (3.3)$$

O que leva a seguinte forma para a imagem migrada com a aplicação do peso de migração tipo 1 (ver equação 2.20)

$$r(\mathbf{x}) = -\frac{\nabla E}{\sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2}. \quad (3.4)$$

Essa expressão pode ser particularizada considerando-se um problema de apenas uma fonte. O gradiente pode ser dividido como a soma dos gradientes por fontes ($\nabla E = \sum_{f=1}^{N_f} \nabla E_f$), e para apenas uma fonte, a imagem passa a ser dada por

$$r_f(\mathbf{x}) = -\frac{\nabla E_f}{\sum_{\omega} \omega^4 |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2}, \quad (3.5)$$

a qual quando empilhada sobre todos os tiros produz a imagem

$$r(\mathbf{x}) = \sum_{f=1}^{N_f} r_f(\mathbf{x}) = -\sum_{f=1}^{N_f} \frac{\nabla E_f}{\sum_{\omega} \omega^4 |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2}. \quad (3.6)$$

A equação 3.6 é a mesma que seria obtida com a condição de imagem clássica da migração. Aqui conclui-se que a abordagem da migração como um problema inverso de fato leva a uma expressão diferente para calcular os pesos de migração:

$$r(\mathbf{x}) = -\frac{\sum_{f=1}^{N_f} \nabla E_f}{\sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2}. \quad (3.7)$$

Nesta última, a divisão do gradiente pelo campo da fonte ao quadrado não acontece tiro a tiro. Fazendo com que seja mais estável numericamente.

A figura 3.1 mostra um exemplo da aproximação para a diagonal principal da Hessiana descrita nesta seção para um modelo de velocidade constante igual a $v =$

2,0km/s e com uma fonte localizada em $x = 1,0\text{km}$ e $z = 0,02\text{km}$. Nesta figura percebe-se que valores maiores da hessiana estão localizados mais próximos da fonte enquanto sua amplitude vai decaindo a medida que a distância da fonte aumenta.

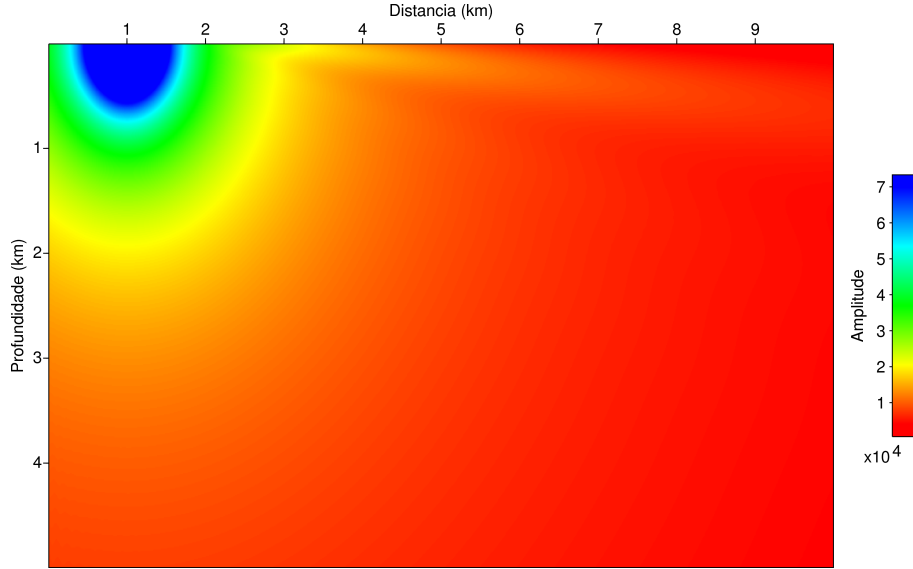


Figura 3.1: Exemplo de uma aproximação do tipo 1 para a hessiana com uma fonte localizada em $x = 1,0\text{km}$ e $z = 0,02\text{km}$ com um modelo de velocidade constante igual a $v = 2,0\text{km/s}$.

Na prática, uma cobertura contínua e infinita de receptores não existe e a geometria de aquisição precisa ser levada em conta, sobretudo em casos ainda mais realistas em que o meio de propagação não é homogêneo, e a complexidade geológica afeta a propagação das ondas. Todas as considerações seguintes consideram de alguma maneira cobertura finita de receptores.

3.3 Tipo 2: Analítico

A aproximação do tipo 2, introduzida por PLESSIX e MULDER (2004), assume ainda um modelo homogêneo e cobertura contínua de receptores, no entanto, o número de receptores nesse caso será finito.

Os autores consideram a função de Green em duas dimensões para um modelo homogêneo a grandes distâncias da fonte como sendo

$$G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega) \propto \frac{1}{\sqrt{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_g\|}}. \quad (3.8)$$

Assim, para cobertura contínua de receptores, sendo $x_g^{\min}(\mathbf{x}_f)$ e $x_g^{\max}(\mathbf{x}_f)$ as posições mínima e máxima dos receptores para o tiro $\mathbf{x}_f$, respectivamente, a soma do quadrado do módulo das funções de Green nas posições dos receptores na superfície ($z_g = 0$)

toma a forma

$$\begin{aligned} \sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2 &\propto \int_{x_g^{\min}(x_f)}^{x_g^{\max}(x_f)} \frac{1}{\sqrt{(x - x_g)^2 + z^2}} dx \\ &\propto \sinh^{-1} \frac{x_g^{\max}(x_f) - x}{z} - \sinh^{-1} \frac{x_g^{\min}(x_f) - x}{z}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Para o caso em que $x_g^{\max} = h_g$, $x_g^{\min} = -h_g$ e h_g está próximo de infinito, a equação 3.9 se resume a

$$\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2 \propto 2 \sinh^{-1}(h_g/z). \quad (3.10)$$

Ou seja, para cobertura infinita $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ não varia lateralmente, apenas com a coordenada vertical. Para os casos em que h_g for de fato bastante grande, essa dependência pode ser desprezada. Considere o caso em que $h_g = 10^{20}\text{m}$ e z variar de 1km a 10km, o termo $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ varia de 88,9 até 93,5. Ou seja, dentro do domínio de migração e longe da fonte, o termo $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ pode ser considerado constante para cobertura infinita, retornando a aproximação do tipo 1.

Usando a equação 3.9, o peso de migração do tipo 2 pode ser calculado como

$$\mathbf{H}^{(2)}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2 \left[\sinh^{-1} \left(\frac{x_g^{\max}(\mathbf{x}_f) - x}{z} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{x_g^{\min}(\mathbf{x}_f) - x}{z} \right) \right]. \quad (3.11)$$

Essa aproximação, que fornece uma expressão analítica para a contribuição da soma das funções de Green dos receptores, facilita significativamente o custo do cálculo da diagonal da matriz hessiana.

A figura 3.2 traz o resultado da equação 3.9 onde foi considerado para as posições dos receptores $x_g^{\min} = 1,0\text{km}$ e $x_g^{\max} = 7,0\text{km}$. A partir desta figura, é possível verificar como a influência da geometria de aquisição vai atuar na tentativa de recuperar as amplitudes em regiões mal iluminadas. Regiões com valores pequenos terão uma maior influência no cálculo da refletividade ao contrário de valores maiores de acordo com a equação 2.20.

3.4 Tipo 3: Codificação aleatória de receptores

A terceira proposta é atribuída à TANG (2011) e sua ideia geral consiste em introduzir uma codificação a fase das funções de Green dos receptores, substituindo

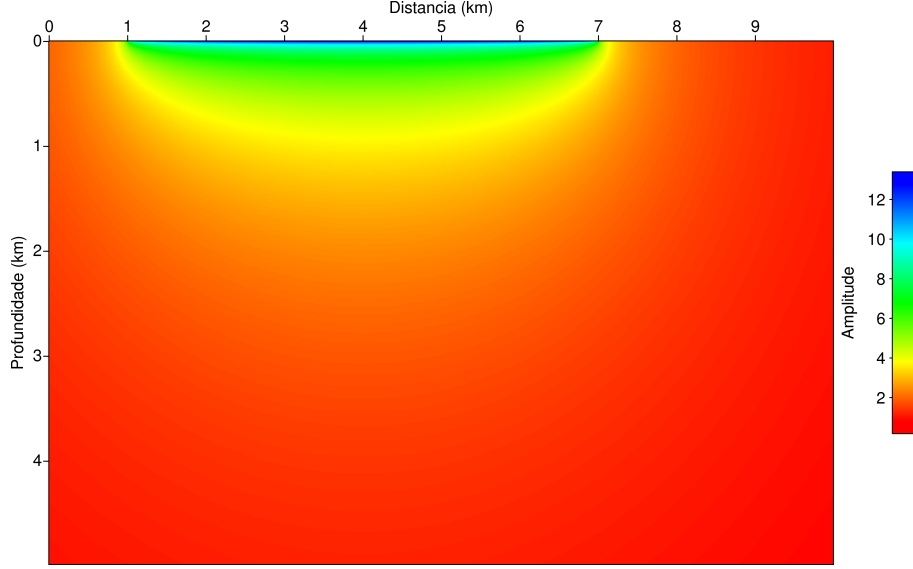


Figura 3.2: Contribuição dos receptores para $H^{(2)}$ considerando uma geometria de aquisição com $x_g^{min} = 1,0\text{km}$ e $x_g^{max} = 7,0\text{km}$.

as fontes pontuais associadas a cada posição de receptor por uma média de algumas fontes areais. Tang argumenta que esta substituição será igual ao termo $\sum_{g=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega) G^*(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)$ com a adição de um ruído associado aos termos cruzados. A seguir constam os detalhes práticos desta aproximação.

Partindo da equação para a hessiana completa 2.29

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) = \Re e \left\{ \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G^*(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_j, \omega) \sum_{g=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_i, \omega) G^*(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_j, \omega) \right\}, \quad (3.12)$$

é conveniente definir a hessiana com codificação de receptores

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{p}_k) = \Re e \{ & \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G^*(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_j, \omega) \\ & \times \sum_{g=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_i, \omega) \alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega) \\ & \times \sum_{g'=1}^{N_g(f)} G^*(\mathbf{x}_{g'}, \mathbf{x}_j, \omega) \alpha^*(\mathbf{x}_{g'}, \mathbf{p}_k, \omega) \}, \end{aligned} \quad (3.13)$$

contando com um somatório a mais para os receptores que a expressão original da hessiana e com o termo $\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)$ que representa uma função de codificação especificada mais adiante nesta seção. A função de codificação varia a cada realização dada pelo valor de $\mathbf{p}_k$ que possui dimensão igual a $N_g(f)$

A equação 3.13, pode ainda ser reescrita como

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{p}_k) = \Re e \{ & \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_i, \omega) G^*(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}_j, \omega) \\ & R_f(\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_k, \omega) R_f^*(\mathbf{x}_j, \mathbf{p}_k, \omega) \}, \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde,

$$R_f(\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_k, \omega) = \sum_{g=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}_i, \omega) \alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega). \quad (3.15)$$

A equação 3.14 permite verificar a praticidade envolvida em calcular a hessiana com codificação de receptores, já que todas as funções de Green dos receptores são calculadas ao mesmo tempo em uma única modelagem.

Somando N realizações $\mathbf{p}_k$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j) &= \sum_{k=1}^N \widetilde{\mathbf{H}}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j, \mathbf{p}_k) \\ &= \Re e \{ \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_f, \omega) G^*(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_f, \omega) \\ &\quad \times \sum_{g'=1}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega) G^*(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_g, \omega) \sum_{k=1}^N |\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)|^2 \\ &\quad + \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_f, \omega) G^*(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_f, \omega) \\ &\quad \times \sum_{g=1}^{N_g(f)} \sum_{g \neq g'}^{N_g(f)} G(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_g, \omega) G^*(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_g, \omega) \\ &\quad \times \sum_{k=1}^N \alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega) \alpha^*(\mathbf{x}_{g'}, \mathbf{p}_k, \omega) \}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Caso seja possível impor à soma das funções de codificação a condição $\sum_{k=1}^N |\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)|^2 = 1$, o primeiro termo da equação 3.16 é identificado como a exata hessiana (equação 3.12). No entanto, caso o segundo termo da equação 3.16 não possa ser removido, $\mathbf{H}(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$ carregará além da exata hessiana, um ruído indesejado (*crosstalk*).

Para minimizar o ruído dos termos cruzados, foi utilizada uma codificação para provocar atrasos aleatórios nas fases das funções de Green dos receptores ROMERO

et al. (1999), e a função $\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)$ nesta dissertação foi sempre igual a

$$\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} e^{i\gamma(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)}. \quad (3.17)$$

Onde a função $\gamma(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)$ fornece números aleatórios entre 0 e 2π diferentes para cada posição no espaço e para cada valor de frequência. O total de realizações é dado por N e cada realização é identificada pelo parâmetro $\mathbf{p}_k$. Neste caso, fica evidente que a função $\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)$ satisfaz a condição $\sum_{k=1}^N |\alpha(\mathbf{x}_g, \mathbf{p}_k, \omega)|^2 = 1$.

O custo e a acurácia desta abordagem estão ligados ao número de realizações, já que cada realização resulta em uma modelagem extra o que eleva o custo do cálculo. Para exemplificar este aspecto, assim como a presença do *crosstalk*, a figura 3.3 mostra exemplos da aproximação do tipo 3 para a diagonal principal da hessiana considerando um modelo de velocidade constante com $v = 2,0\text{km/s}$ e fonte localizada em $x = 1,0\text{km}$ e $z = 0,02\text{km}$ e receptores regularmente espaçados a cada $0,01\text{km}$ localizados de $x = 1,0\text{km}$ a $x = 7,0\text{km}$ com $z = 0,02\text{km}$. Onde o número de realizações empregado foi variando entre 1, 5, 20 e 100 realizações.

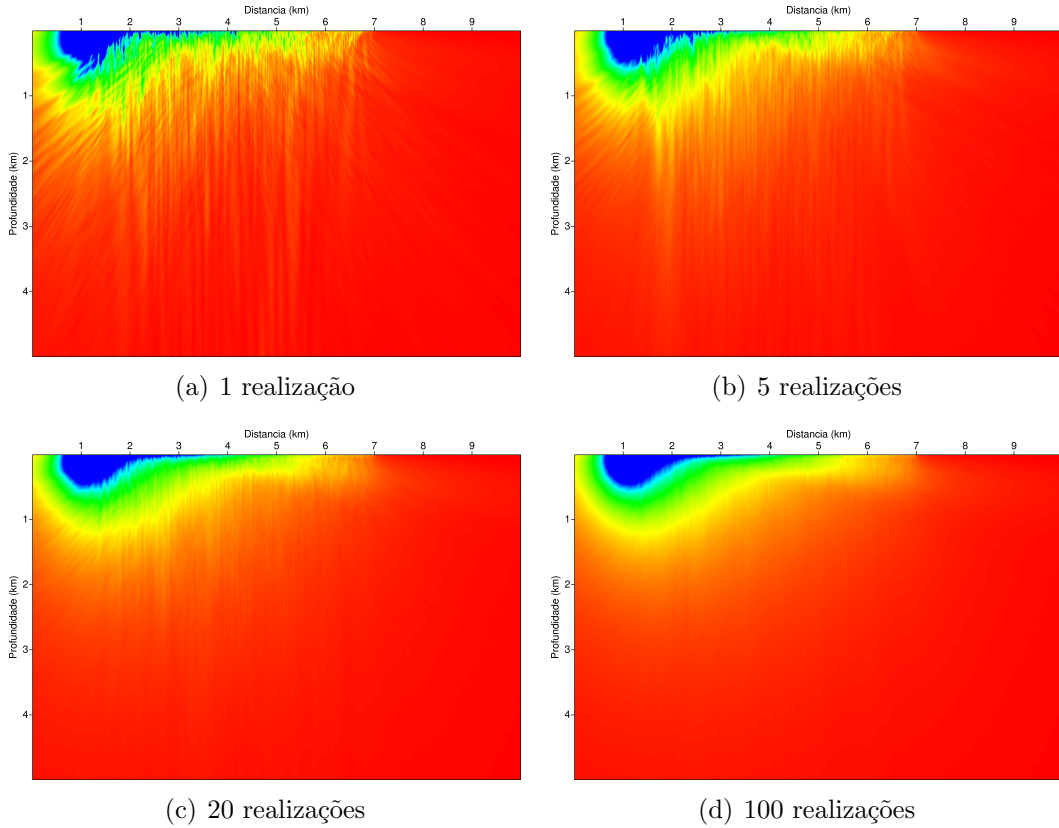


Figura 3.3: Exemplos da aproximação do tipo 3 para a diagonal principal da hessiana considerando um modelo de velocidade constante para diferentes números de realizações. A redução do ruído de *crosstalk* fica clara a medida que o número de realizações aumenta.

As aproximações para a diagonal da hessina presentes na figura 3.3 podem ser

comparadas ao cálculo exato exposto na figura 3.4. Esta comparação deixa claro a melhora da aproximação do tipo 3 com o aumento do número de realizações.

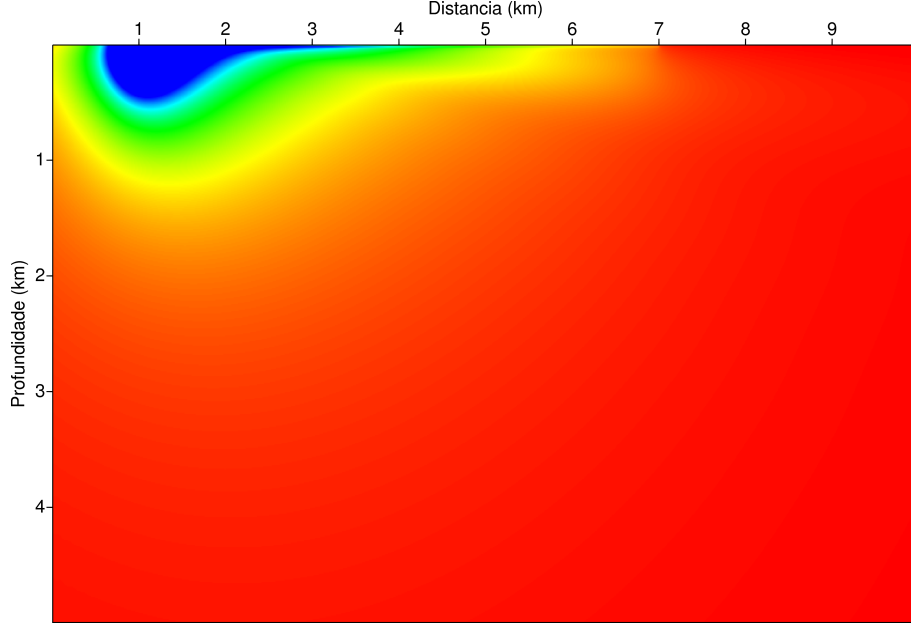


Figura 3.4: Diagonal exata da hessiana para os parâmetros descritos nos cálculos das aproximações presentes na figura 3.3.

3.5 Tipo 4: Redundância na aquisição

A quarta estratégia descrita aqui para calcular a diagonal da hessiana foi proposta por VALENCIANO (2008), e não envolve nenhuma aproximação para calcular a contribuição dos receptores. Essencialmente sugere que seja levado em conta no cálculo da equação 3.1, a redundância presente na aquisição de dados sísmicos, fazendo com que não seja necessário calcular mais de uma vez a função de Green de receptores cujas posições espaciais são revisitadas durante o processo de aquisição. VALENCIANO (2008) argumenta que a depender da geometria de aquisição, essa metodologia pode reduzir o custo computacional do cálculo da matriz hessiana em pelo menos uma ordem de grandeza.

Um caso particularmente favorável é de uma aquisição do tipo OBS (*Ocean Bottom System*), onde os receptores são os mesmos para todos os tiros, fazendo com que seja necessário calcular $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ apenas para o primeiro tiro. Para os demais basta reaproveitar a quantidade já calculada anteriormente. A figura 3.5 esclarece o procedimento deste tipo de aquisição.

Para uma aquisição convencional utilizando cabos deslocados por um navio, diversas posições de receptores são utilizadas mais de uma vez desconsiderando problemas operacionais. A figura 3.6, mostra um caso particular em que uma vez calculada

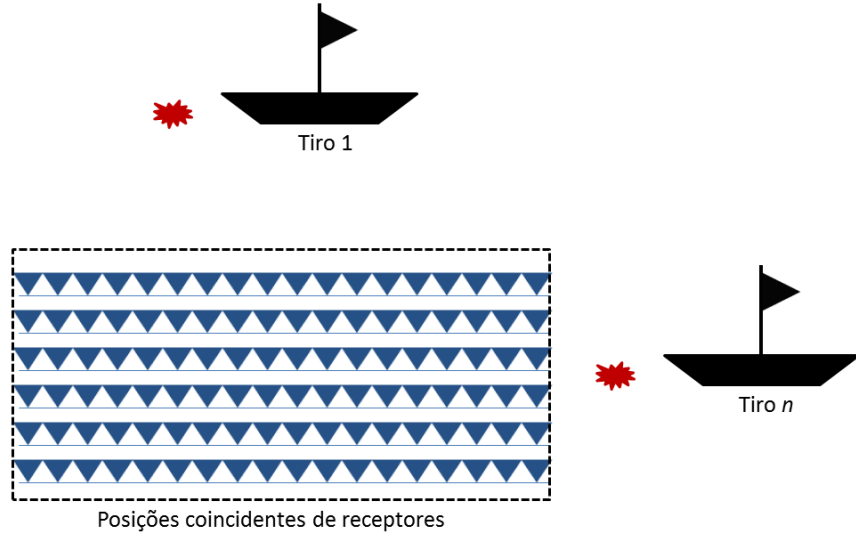


Figura 3.5: Aquisição OBS (Ocean Bottom System). Todos os tiros compartilham das mesmas posições de receptores, reduzindo o custo do cálculo da hessiana.

a contribuição da hessiana para o tiro 1, para o tiro seguinte basta remover a contribuição dos dois últimos receptores de cada cabo e adicionar a contribuição dos dois primeiros. Seguindo essa metodologia para todos os tiros, o custo de calcular a hessiana fica drasticamente reduzido.

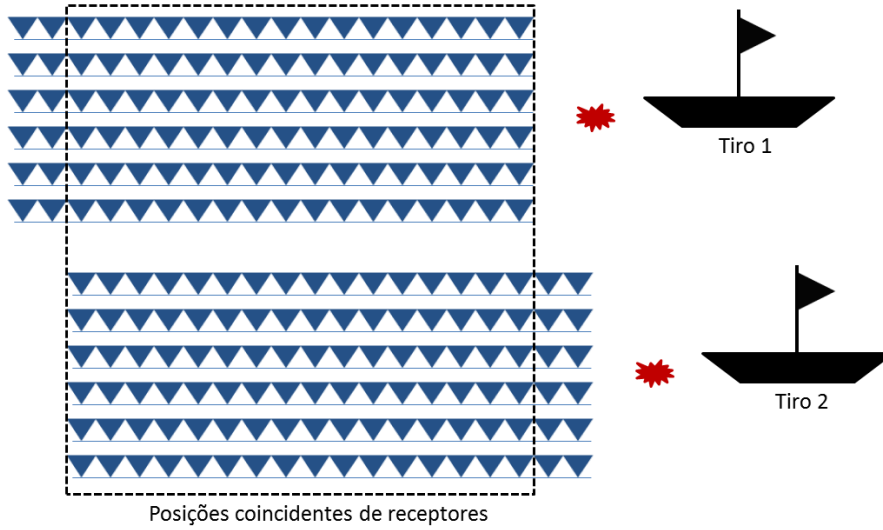


Figura 3.6: Aquisição convencional onde estão destacados as posições coincidentes de receptores para dois tiros, a contribuição dos receptores da hessiana pode tirar proveito desta repetição espacial.

3.6 Outras propostas de pesos de migração

Existem ainda outras abordagens não detalhadas aqui para calcular a diagonal da matriz hessiana, no próprio trabalho de PLESSIX e MULDER (2004) é sugerido que o termo $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ seja tomado como independente da frequência. Com isso em mente o termo relativo aos receptores precisariam ser calculados apenas uma vez para uma única frequência ω_0 e o peso de migração dado por

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2 \sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega_0)|^2. \quad (3.18)$$

Ainda no mesmo trabalho citado no parágrafo anterior, outra aproximação a considerar seria substituir $\sum_{g=1}^{N_g(f)} |G(\mathbf{x}_g, \mathbf{x}, \omega)|^2$ por $\sum_{f=1}^{N_f} |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2$, que seria perfeitamente válido no caso em que as posições dos receptores coincidissem com as posições das fontes. Neste caso, a expressão para o peso de migração seria igual a

$$\mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{x}) = \left(\sum_{\omega} \omega^4 \sum_{f=1}^{N_f} |F(\omega)|^2 |G(\mathbf{x}_f, \mathbf{x}, \omega)|^2 \right)^2. \quad (3.19)$$

Aproximações que propõem agregar a informação de termos fora da diagonal principal na própria diagonal, estão detalhadas, por exemplo, no trabalho de CHAVENT e PLESSIX (1999), onde parte dos termos localizados fora da diagonal principal da hessiana são somados e então considerados como sendo a nova contribuição da diagonal, ainda deixando o cálculo da sua inversa como uma operação prática. Um segundo exemplo pode ser encontrado no trabalho de REN *et al.* (2011), onde a hessiana exata é decomposta no domínio do número de onda, permitindo que compensação de amplitude incorpore o caráter direcional do padrão de iluminação.

Para os resultados apresentados no próximo capítulo, apenas os pesos de migração de tipo 1, 2, 3 e 4 foram considerados.

Capítulo 4

Resultados e Discussões

Este capítulo apresenta os resultados atingidos empregando-se a teoria de migração sísmica descrita nos capítulos 2 e 3 em dois campos de velocidades sintéticos diferentes. Um geologicamente mais simplificado é composto de camadas homogêneas e plano paralelas. O segundo é o modelo do domo de sal da SEG/EAGE AMINZADEH *et al.* (1997). Os detalhes práticos sobre a implementação do programa de migração desenvolvido durante este trabalho, estão descritos no apêndice A.

4.1 Modelo de camadas plano paralelas

O modelo de camadas plano paralelas utilizado para gerar o dado de entrada da migração (modelo verdadeiro) está apresentado na figura 4.1 junto com a curva que representa o modelo suavizado, utilizado como campo de velocidade para o cálculo da migração e seus pesos. A suavização foi realizada na vagarosidade com a aplicação de um filtro triangular com 25 amostras implementado no Madagascar (*software* de código aberto - FOMEL *et al.* (2013)). O dado de entrada para migração foi calculado usando um código de diferenças finitas de segunda ordem no tempo e oitava ordem no espaço implementado também no Madagascar . O dado obtido foi então filtrado na faixa de frequência desejada para ser utilizado no código de migração gerado neste trabalho.

Foi simulada uma aquisição marítima com os mesmo parâmetros encontrados em PLESSIX e MULDER (2004) e reproduzidos na tabela 4.1. A fonte empregada possuiu frequência de pico de 20Hz e seu espectro de amplitude pode ser visto na figura 4.2

Os resultados para os pesos de migração dos tipos 1 e 2 foram normalizados e um perfil vertical de suas amplitudes estão presentes na figura 4.3. Ambos os perfis apresentam comportamentos similares, em particular, na região mais profunda que 0,5km.

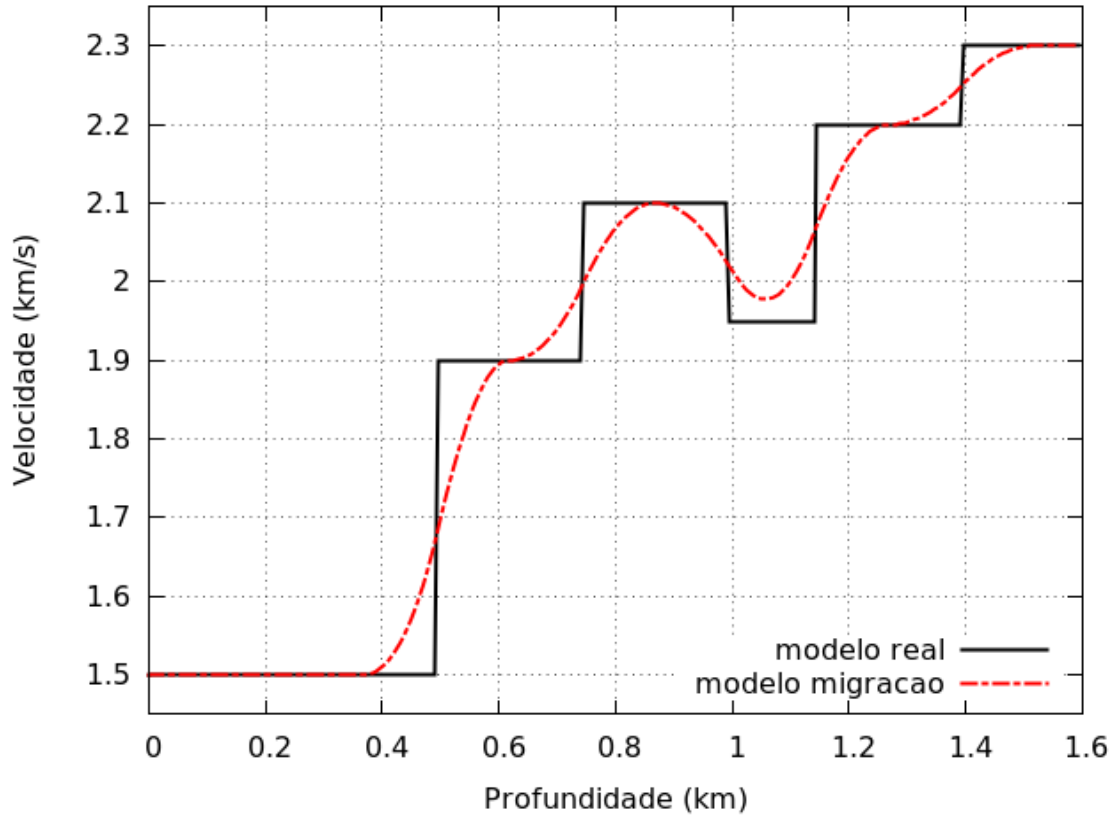


Figura 4.1: Modelo de velocidade verdadeiro e suavizado utilizados.

Número de tiros	61
Número de receptores/tiro	62
Afastamento mínimo	75 m
Afastamento máximo	1575 m
Intervalo de frequência	0,5 Hz
Frequência mínima	15 Hz
Frequência máxima	30 Hz

Tabela 4.1: Parâmetros da migração para o modelo de camadas plano paralelas.

Os autores PLESSIX e MULDER (2004), propõem uma comparação das amplitudes calculadas pela migração com a amplitude da refletividade dada por $r = \sigma - \sigma_0$, para verificar se as amplitudes das imagens migradas realmente são apropriadamente recuperadas com a aplicação dos pesos de migração. Nessa comparação foi feita uma calibração das menores amplitudes de todas as imagens obtidas no refletor localizado a aproximadamente 0,7km de profundidade. A razão pela qual a reflexão no fundo do mar é excluído desse processo é atribuída ao fato deste primeiro contraste ser muito forte para ser levado em conta pela aproximação de Born.

Os resultados desta comparação podem ser visualizados na figura 4.4, que traz separadamente os perfis verticais de amplitudes primeiro apenas para a refletividade real (figura 4.4(a)) que se deseja recuperar, seguida dos perfis para a imagem migrada

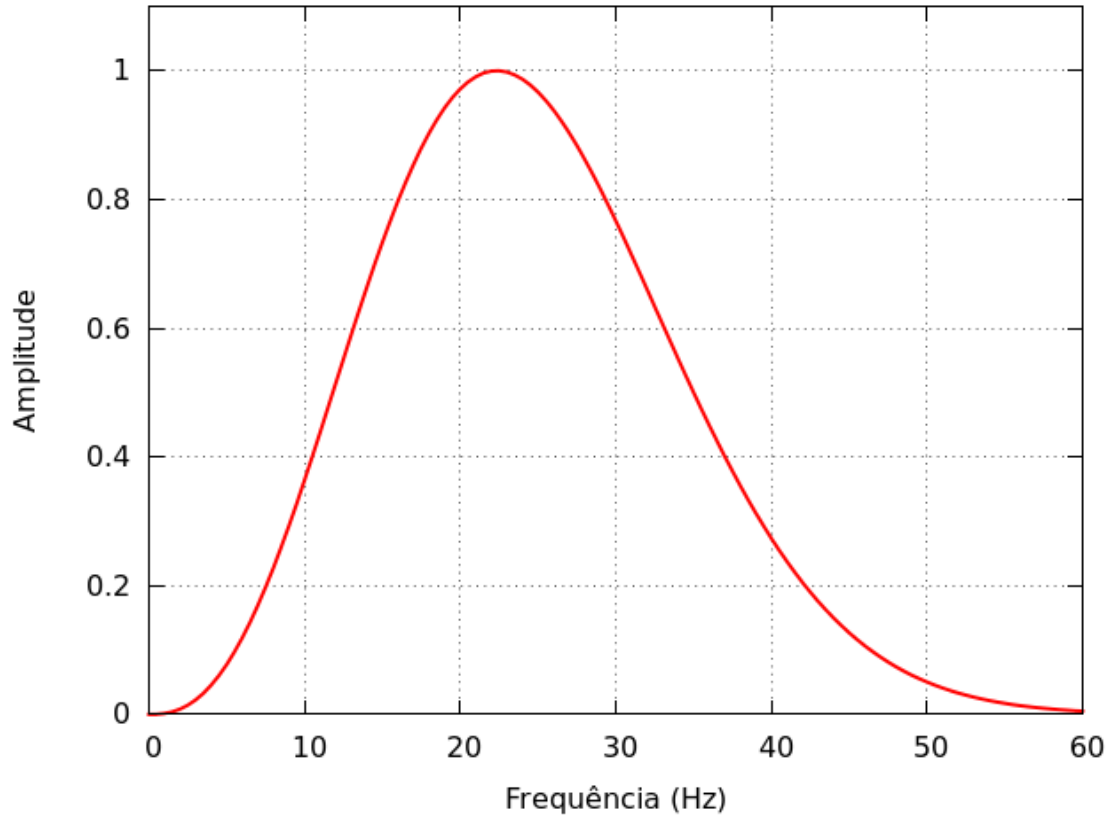


Figura 4.2: Espectro de amplitude da fonte utilizada na modelagem e migração do modelo de camadas plano paralelas.

(gradiente) (figura 4.4(b)), imagem migrada com a aplicação dos pesos de migração do tipo 1 (figura 4.4(c)) e tipo 2 (figura 4.4(d)), todas colocadas junto com a curva de refletividade real para facilitar a análise.

Antes de considerar a comparação das amplitudes dispostas na figura 4.4, é interessante ressaltar a presença da assinatura da fonte em todas as imagens migradas. Este fato não chega a comprometer a análise das amplitudes nos picos de refletividade (próximos das profundidades 1km; 1,2km e 1,4km), pois as assinaturas da fonte em profundidades próximas onde existe refletividade não chegam se interferir.

Em todos os gráficos da figura 4.4 é possível constatar que as amplitudes registradas em todos os perfis concordam com as profundidades dos contrastes de refletividade real da figura 4.4(a), indicando o bom funcionamento do algoritmo de migração. Além disso, estando todos os gráficos com a mesma escala vertical, vê-se que as amplitudes nos contrastes 1km; 1,2km e 1,4km, são mal recuperadas pela migração convencional, enquanto a aplicação do peso de migração do tipo 1 já é capaz de causar uma melhora significativa, mas ainda deixa espaço para a melhor recuperação de amplitudes obtida com a aplicação do peso de migração do tipo 2. Isso mostra a importância de levar em conta alguma influência dos receptores no cálculo da diagonal principal da hessiana. A figura 4.5 coloca todas as curvas presentes

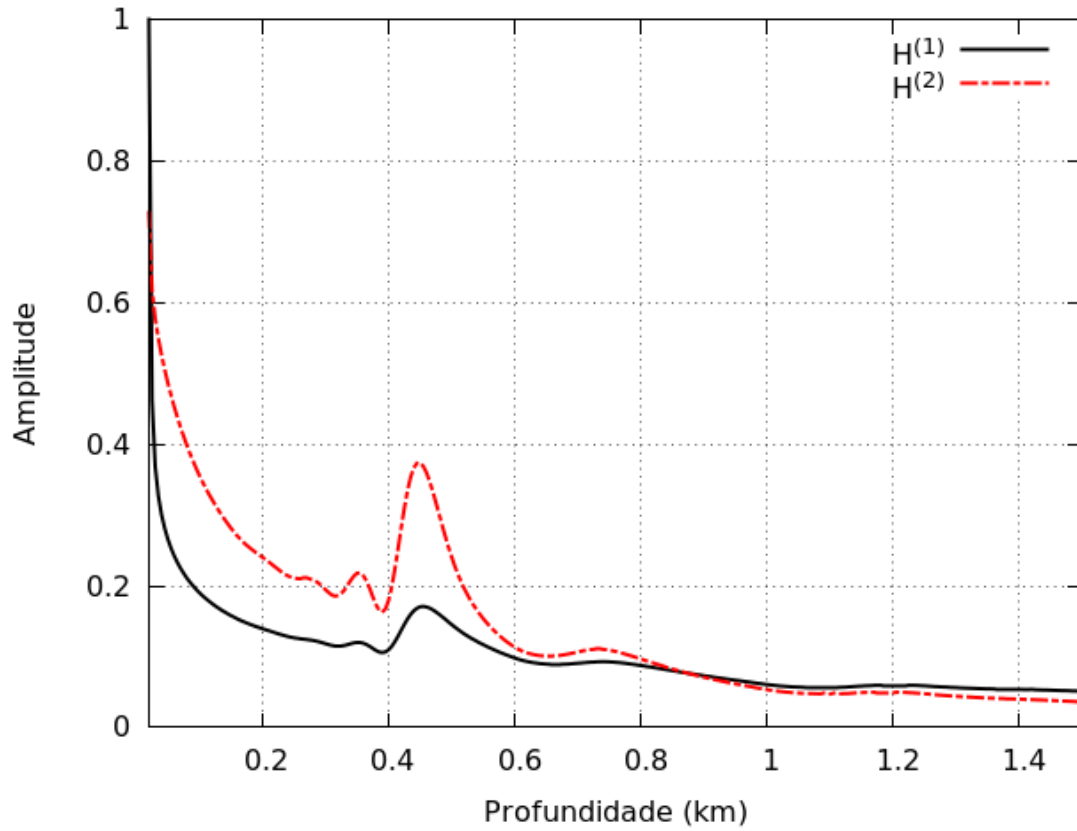
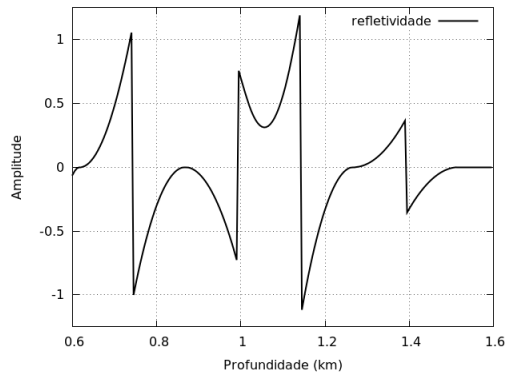


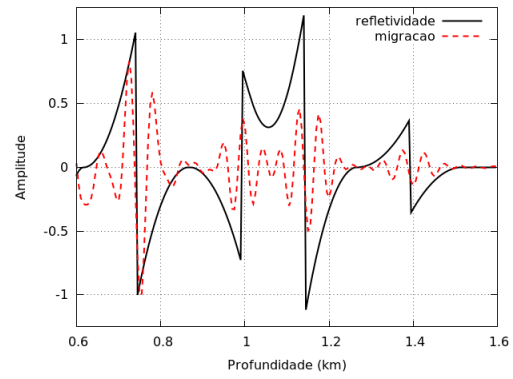
Figura 4.3: Perfis verticais dos pesos de migração de tipos 1 e 2.

na figura 4.4 em um mesmo gráfico para facilitar a comparação geral.

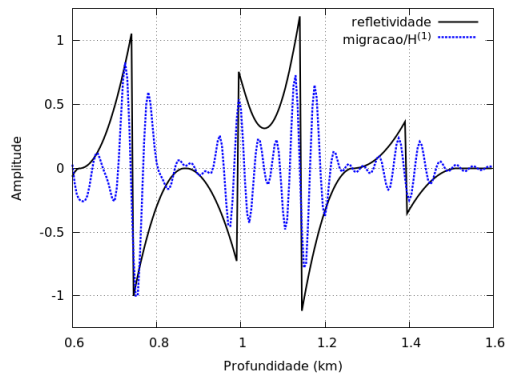
Para este modelo simplificado, as demais correções de amplitudes associadas aos pesos de migração dos tipos 3 e 4 não geram um efeito mais expressivo que a correção do tipo 2, por esse motivo não estão dispostas aqui e sim serão exploradas na próxima seção.



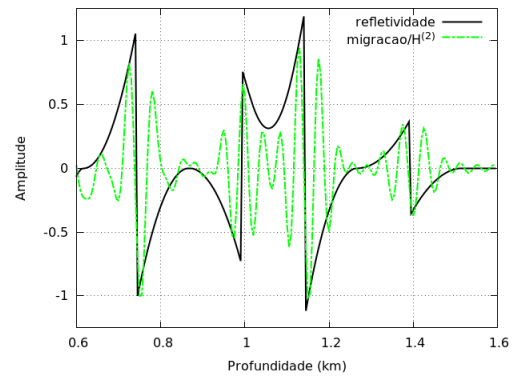
(a) refletividade



(b) refletividade e migração



(c) refletividade e migração/ $H^{(1)}$



(d) refletividade e migração/ $H^{(2)}$

Figura 4.4: Perfis das amplitudes obtidas com a migração e após a aplicação dos pesos de migração dos tipos 1 e 2. Todas as curvas estão dispostas junto com a refletividade real.

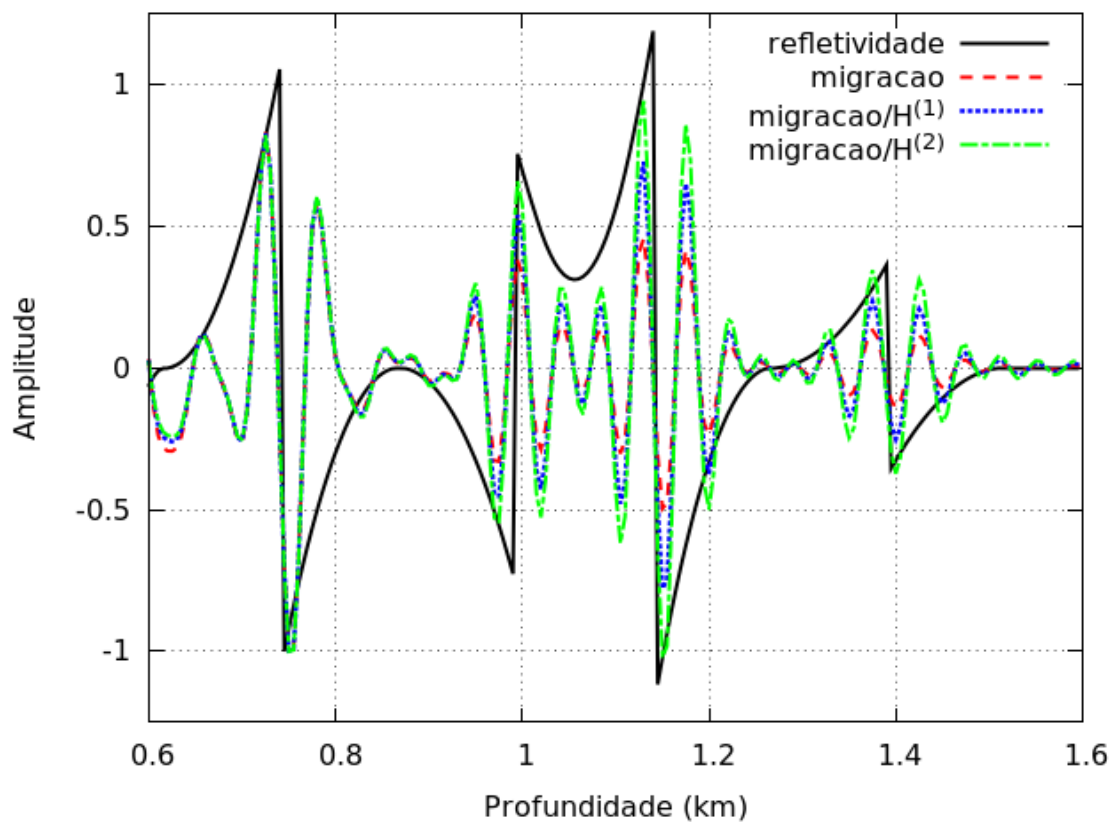


Figura 4.5: Perfis de amplitude calibradas com o mínimo de refletividade localizado em aproximadamente 0,7km. As amplitudes obtidas são melhor recuperadas após a aplicação do peso de migração do tipo 2.

4.2 Modelo do domo de sal SEG/EAGE

O modelo de velocidades usado para gerar os resultados apresentados nesta seção é parte do produto de um esforço conjunto entre as associações SEG (*Society of Exploration Geophysicists*) e EAGE (*European Association of Geoscientists & Engineers*), para gerar dois modelos geológicos 3D que fossem representativos de modelos reais e com estruturas geológicas factíveis. Assim, este modelo do domo de sal contém diferentes propriedades para testar a habilidade de imagear através do método sísmico as regiões próximas e abaixo do sal.

Nesta dissertação, foi feito uso de uma seção 2D do modelo original ao qual foi adicionada uma camada de 1km de água (figura 4.6) para facilitar a remoção da onda direta do dado gerado para migração. O dado utilizado na migração foi obtido através da mesma modelagem da equação acústica da onda no domínio do tempo descrita na seção anterior. Este dado também foi filtrado na faixa de frequência desejada para realizar a migração.

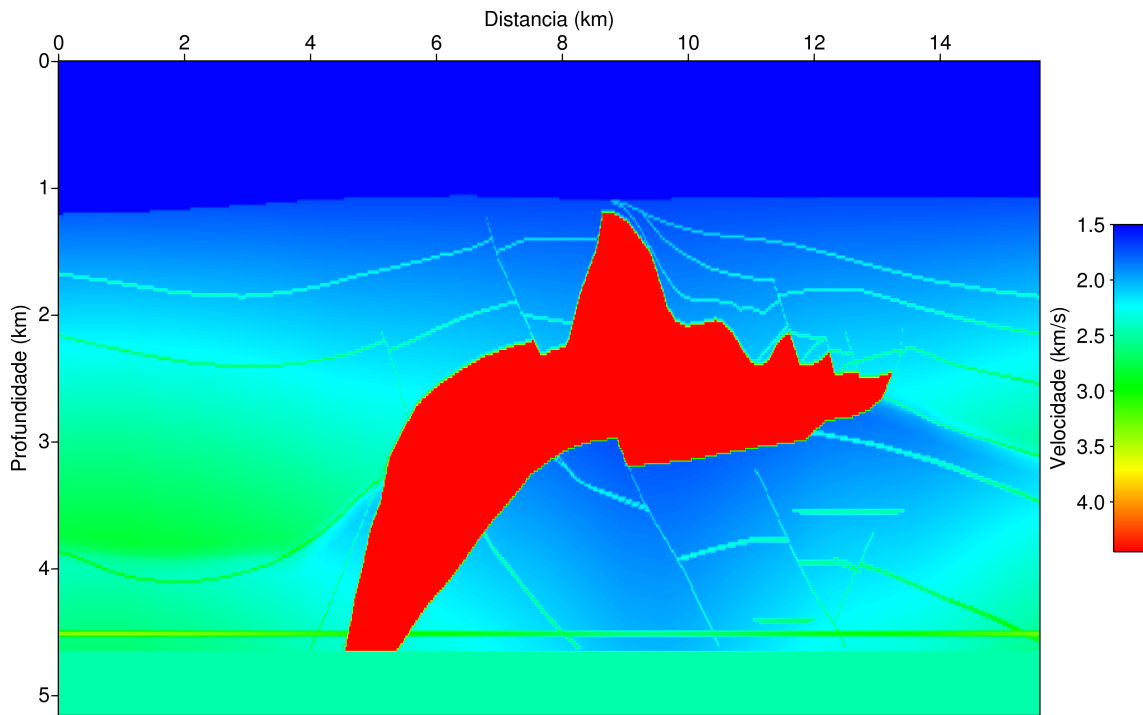


Figura 4.6: Modelo de velocidade do domo de sal SEG/EAGE utilizado na modelagem do dado de entrada da migração.

O modelo de velocidade usado na migração corresponde a um versão suavizada do modelo original e pode ser visto na figura 4.7. A suavização empregada correspondeu a aplicação de um filtro triangular com 25 amostras implementado no Madagascar (FOMEL *et al.* (2013)).

Para este caso também foi simulado um levantamento marítimo que utilizou o mesmo esquema de diferenças finitas no domínio do tempo que gerou o dado para

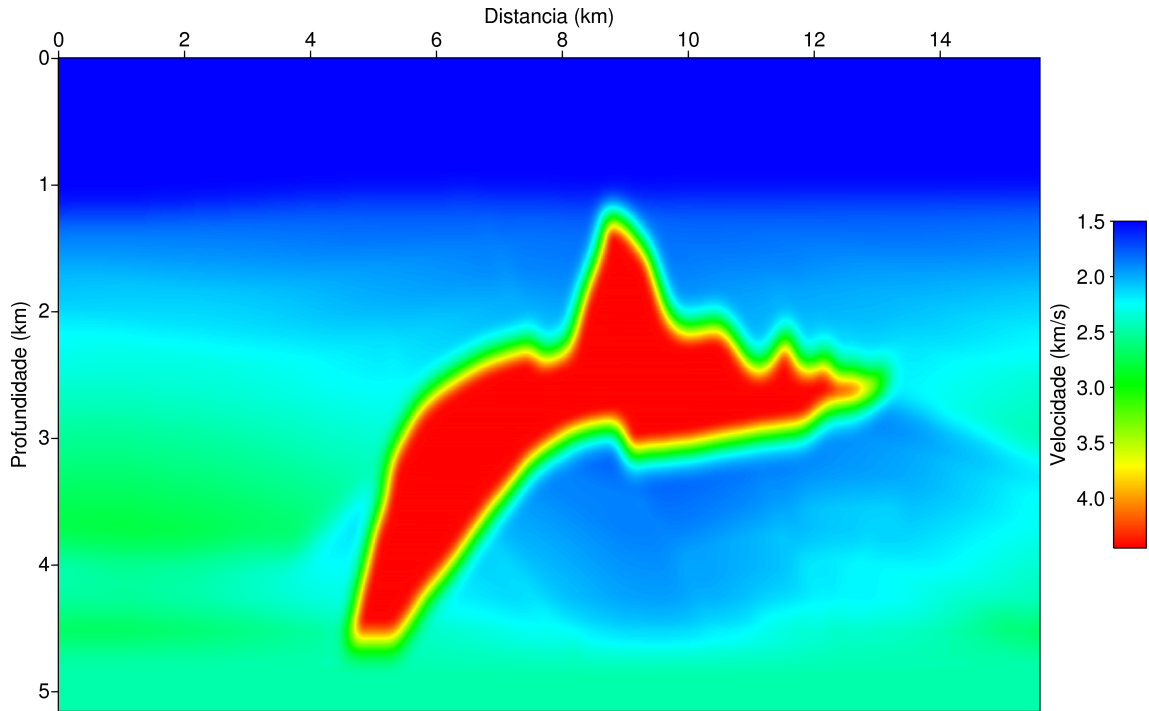


Figura 4.7: Modelo de velocidade utilizado na migração.

a migração da seção anterior. Para este caso, no entanto, a frequência de pico da fonte sísmica empregada na migração foi de aproximadamente 10Hz e seu espectro pode ser visto na figura 4.8. Nos resultados apresentados a seguir, o cálculo do peso de migração $\mathbf{H}^{(3)}$ foi realizado levando-se em conta 5 realizações para a codificação aleatória dos receptores (seção 3.4). A tabela 4.2 contém os demais detalhes dos parâmetros de aquisição.

Número de tiros	237
Número de receptores/tiro	65
Afastamento mínimo	80 m
Afastamento máximo	2,7 Km
Intervalo de frequência	0,125 Hz
Frequência mínima	5 Hz
Frequência máxima	30 Hz

Tabela 4.2: Parâmetros da migração para o modelo do domo de sal SEG/EAGE.

O resultado da migração reversa no tempo convencional está exposto na figura 4.9. Para uma análise qualitativa, esta migração pode ser comparada aos resultados mostrados na figura 4.10, aos quais foram aplicados todos os pesos de migração descritos no capítulo 3. Os pesos de migração também estão presentes na figura 4.10.

A comparação dos resultados da aplicação de pesos de migração com o da migração convencional mostra a importância da sua utilização, uma vez que na figura

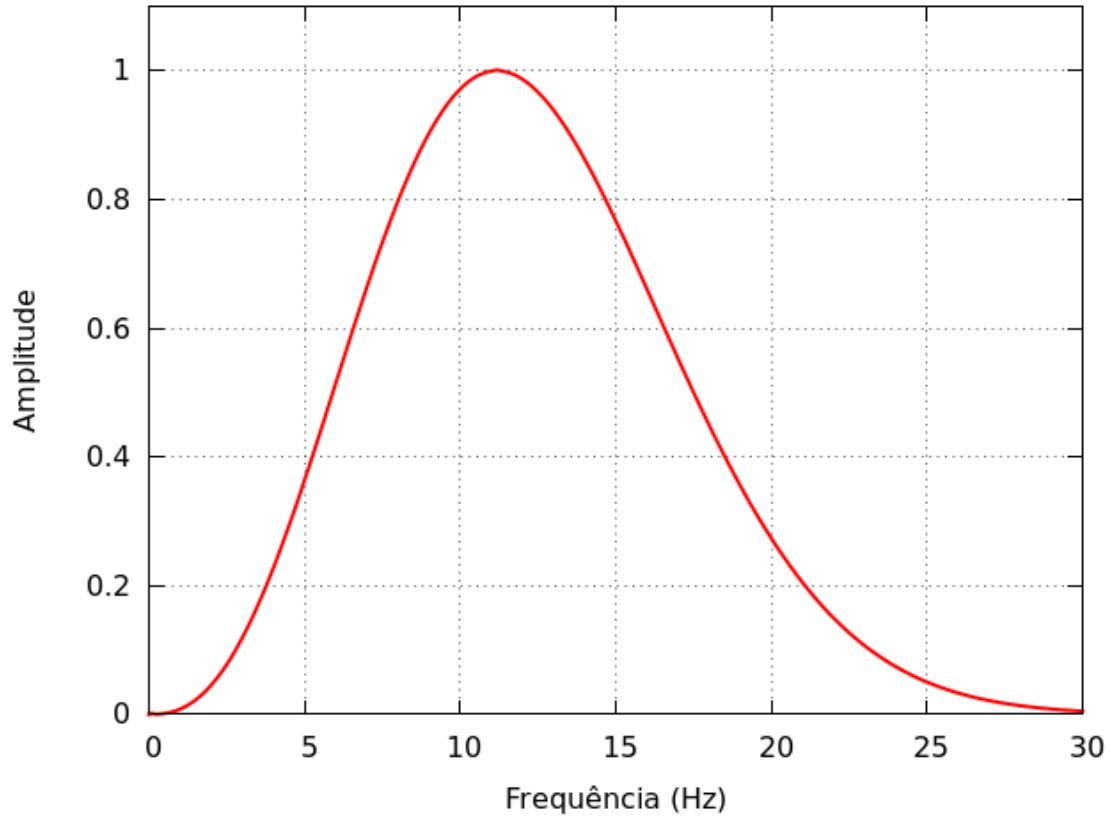


Figura 4.8: Espectro de amplitude da fonte utilizada na modelagem e migração do modelo do domo de sal da SEG/EAGE.

4.10 as amplitudes dos refletores abaixo do sal estão mais fortes que na figura 4.9.

Já a comparação entre os métodos revela a importância do uso de aproximações mais completas da diagonal da Hessiana, uma vez que a recuperação das amplitudes melhora com a aproximação.

Para uma análise mais quantitativa, perfis verticais de amplitude também foram extraídos para o modelo de velocidades desta seção em duas posições distintas, que podem ser verificadas sobre o modelo real na figura 4.12. A comparação dos perfis foi realizada com a refletividade real ($r = \sigma - \sigma_0$), usada para avaliar se as amplitudes da migração foram propriamente recuperadas. O modelo de refletividade real está presente na figura 4.11.

A primeira comparação dos perfis de amplitudes foi realizada na posição horizontal $x = 4,0\text{km}$. A figura 4.13 traz os resultados dos perfis de amplitude junto com a refletividade real (figura 4.13(a)) para a migração convencional (figura 4.13(b)) seguida das seções resultantes da aplicação do peso de migração $\mathbf{H}^{(1)}$ (figura 4.13(c)), $\mathbf{H}^{(2)}$ (figura 4.13(d)), $\mathbf{H}^{(3)}$ (figura 4.13(e)) e $\mathbf{H}^{(4)}$ (figura 4.13(f)). Para todos os perfis, foi feita uma calibração com primeiro refletor, localizado entre $x = 1,5\text{km}$ e $x = 2,0\text{km}$. Assim como no modelo de camadas, a assinatura da fonte está presente nos perfis de amplitude de todas as migrações. No entanto, ainda é possível verificar

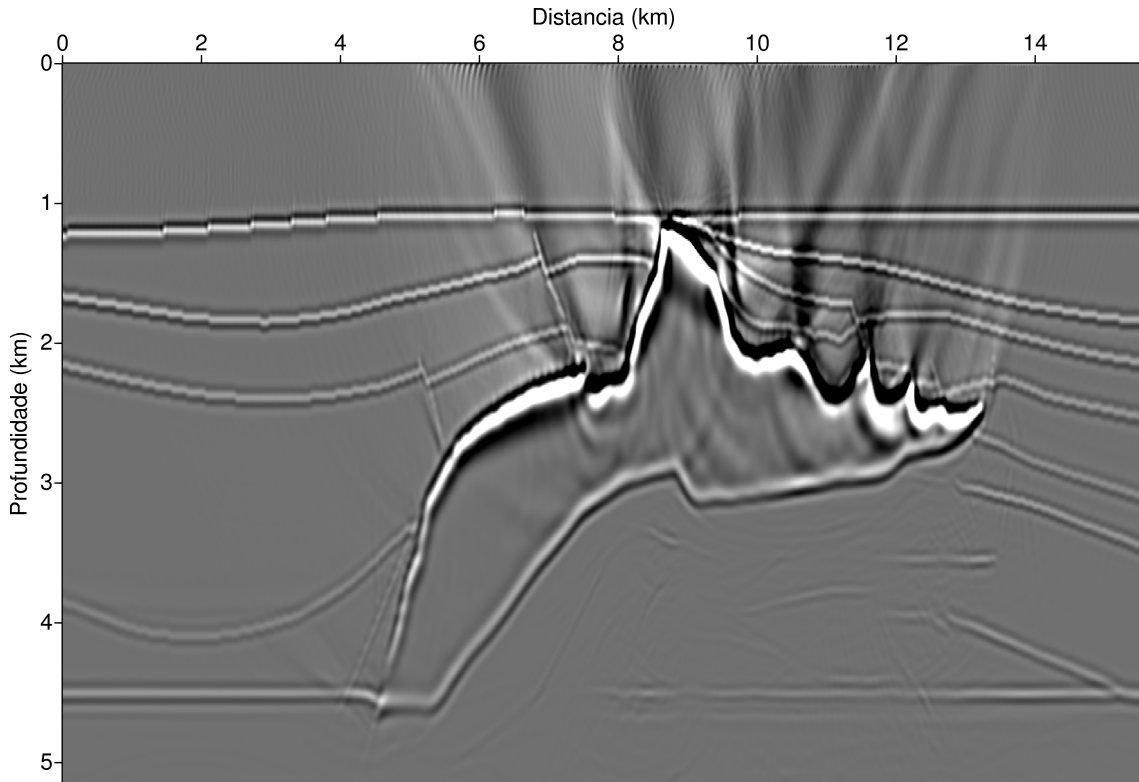


Figura 4.9: Resultado da migração reversa no tempo convencional do modelo do domo de sal da SEG/EAGE.

como a migração convencional não é capaz de recuperar corretamente as amplitudes de todos os refletores abaixo do utilizado para a calibração. A aplicação do peso de migração $\mathbf{H}^{(1)}$ provoca uma melhora significativa, mas as amplitudes ainda aparecem subestimadas. Apenas para os pesos de migração que levam em conta a contribuição dos receptores para a diagonal principal da hessiana as amplitudes são corretamente recuperadas, embora o peso de migração $\mathbf{H}^{(2)}$ ainda não seja suficiente para prever a amplitude do refletor localizado entre $x = 3,5\text{km}$ e $x = 4,0\text{km}$. Neste caso, apenas a diagonal exata da hessiana ($\mathbf{H}^{(4)}$) e a aproximação $\mathbf{H}^{(3)}$, são capazes de chegar às amplitudes previstas no modelo de refletividade real.

A segunda análise de perfis de amplitude para o modelo do domo de sal SEG/EAGE, foi feita para a posição horizontal $x = 11,0\text{km}$ (figura 4.14), com o objetivo de verificar a eficácia do método para a região abaixo do sal. Assim como no caso anterior, todas as curvas estão dispostas com a curva de refletividade real. A calibração foi realizada através do topo do sal, localizada entre $x = 2,0\text{km}$ e $x = 2,5\text{km}$. Neste caso mais complicado, é possível verificar que tanto o perfil da imagem migrada quanto os associados a aplicação dos pesos de migração $\mathbf{H}^{(1)}$ e $\mathbf{H}^{(2)}$, não são adequados para obter amplitudes de nenhum dos contrastes presentes no modelo de refletividade real. Por outro lado, os pesos de migração $\mathbf{H}^{(3)}$ e $\mathbf{H}^{(4)}$, embora não sejam adequados para recuperar a amplitude da base do sal, pois esta aparece

superestimada, oferecem uma aproximação aceitável para os refletores abaixo do sal (figuras 4.14(e) e 4.14(f), respectivamente).

A limitação encontrada na região de alta complexidade geológica do perfil localizado em $x = 11,0\text{km}$, pode ser associada à influência dos efeitos fora da diagonal principal não contemplados em nenhuma das aproximações anteriores. Para ilustrar como a hessiana é afetada pela variação de velocidade na região, a figura 4.15, traz o modelo de refletividade (figura 4.11) sobreposto à linha da hessiana completa calculada em dez pontos diferentes do modelo para a mesma profundidade $z = 3,75\text{km}$. A figura 4.16, mostra em detalhes a região em que as linhas da hessiana foram calculadas, deixando clara a variação da forma da hessiana na região abaixo do domo de sal.

Ainda sobre o perfil de amplitudes retirado da posição $x = 11,0\text{km}$, vale ressaltar que os perfis com os melhores resultados para os refletores mais profundos acabam ressaltando também contrastes que não estão presentes no modelo verdadeiro mas podem ser atribuídos a reflexões múltiplas, já que o dado gerado para o cálculo do gradiente (equação 2.24) foi produzido através da equação completa da onda. Quando o dado usado para obter o gradiente contempla apenas as reflexões primárias, esses contrastes não são observados. A figura 4.17 traz o resultado da imagem migrada após ter sido aplicado o peso de migração $\mathbf{H}^{(4)}$, no caso em que o dado gerado para calcular o gradiente foi obtido usando a aproximação de Born (equação 2.7). Em comparação com a figura 4.10(g), na região abaixo do sal, fica clara a ausência dos ruídos das múltiplas.

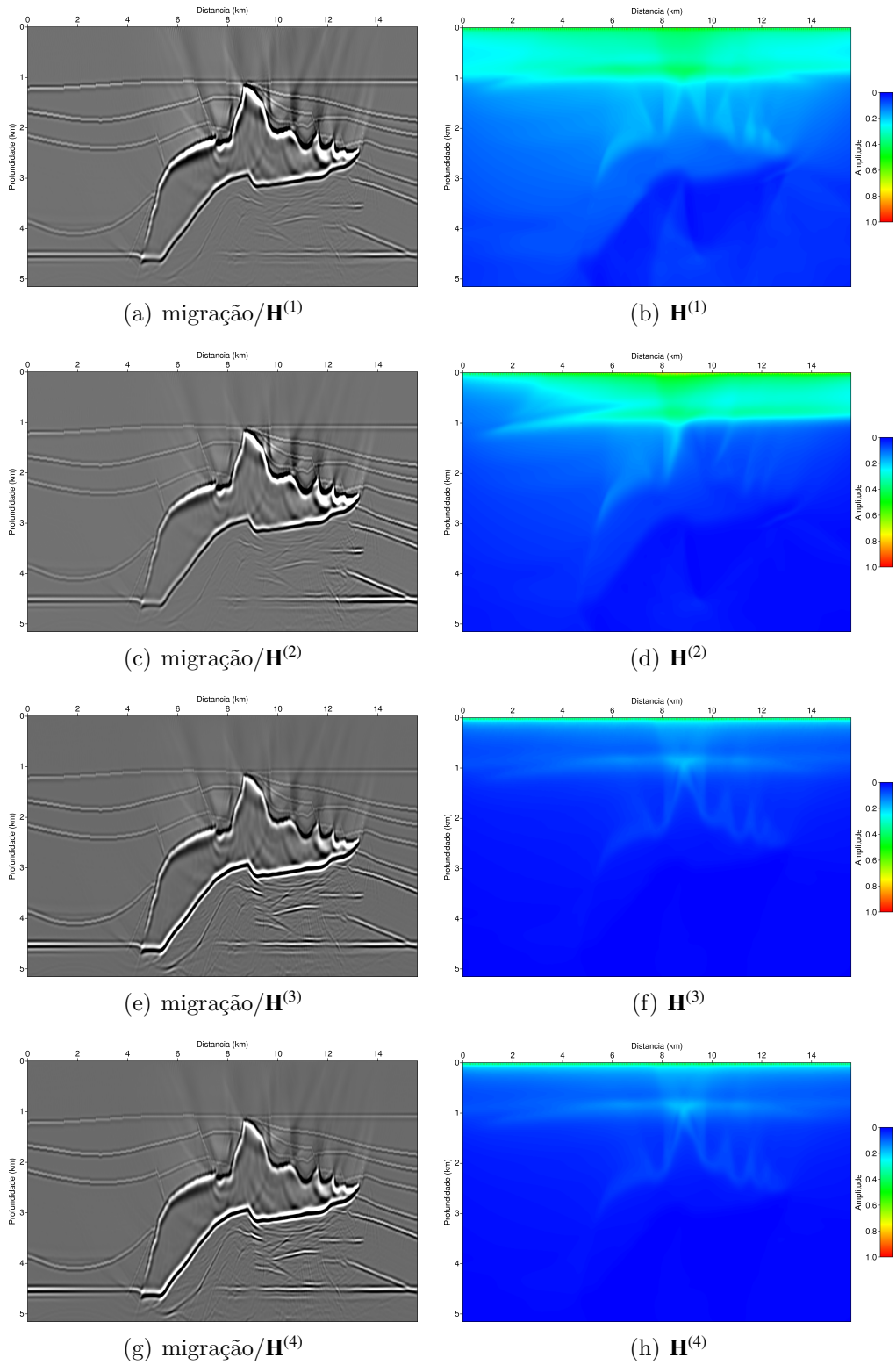


Figura 4.10: Seções resultantes da aplicação dos pesos de migração colocadas ao lado do resultado do seu respectivo peso de migração.

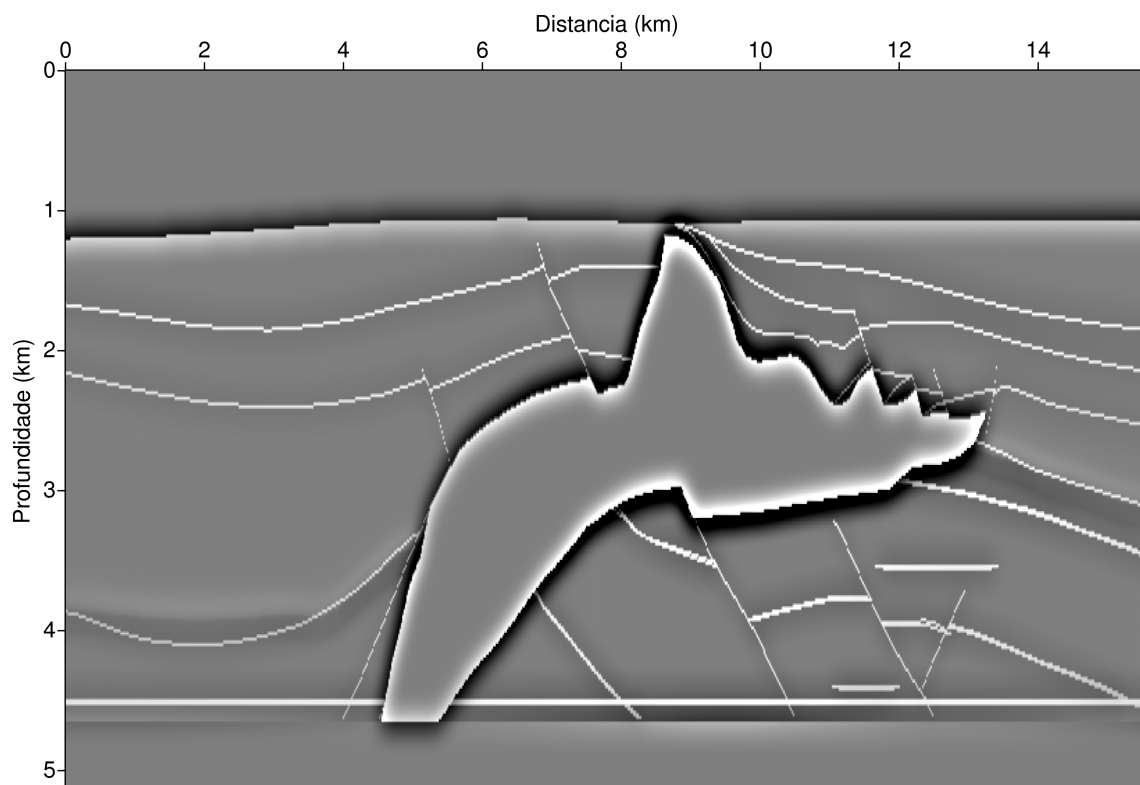


Figura 4.11: Refletividade real calculada através da equação 2.3 para o modelo do domo de sal SEG/EAGE.

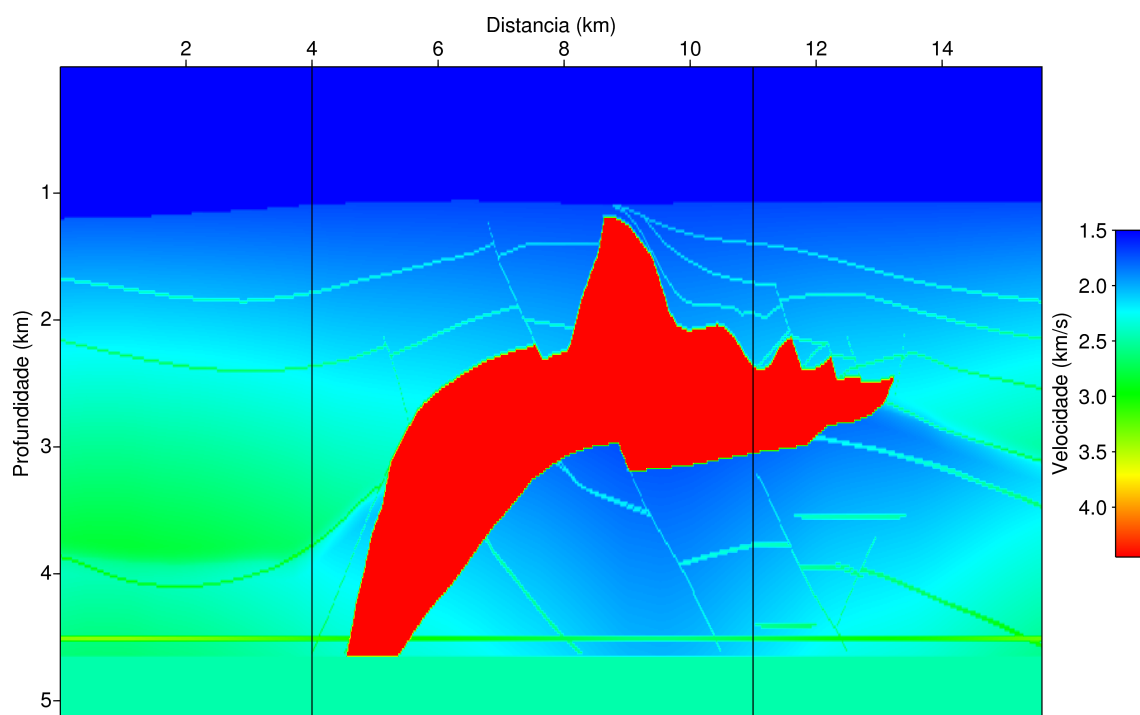
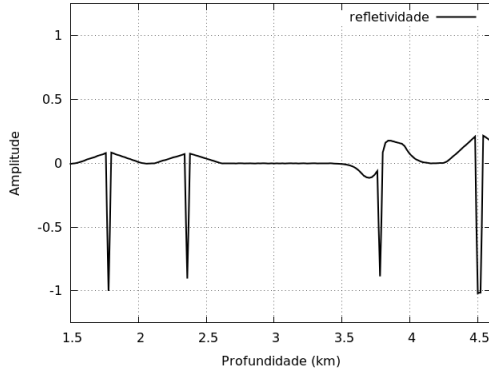
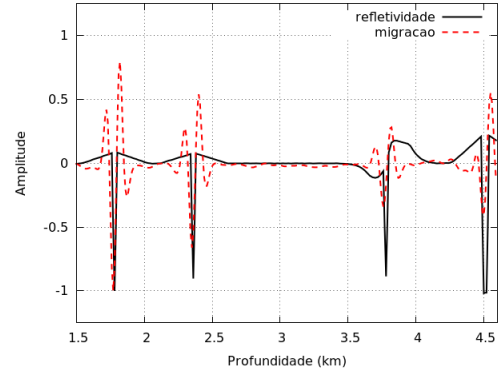


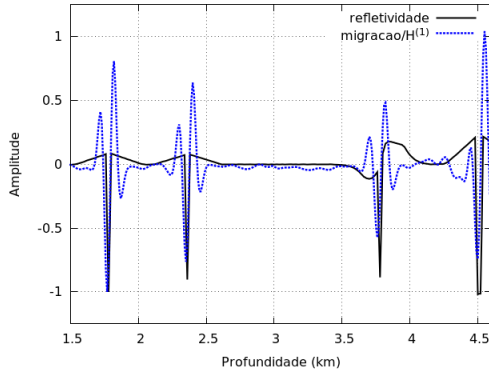
Figura 4.12: Posições dos perfis verticais de amplitude sobrepostas ao modelo do domo de sal SEG/EAGE.



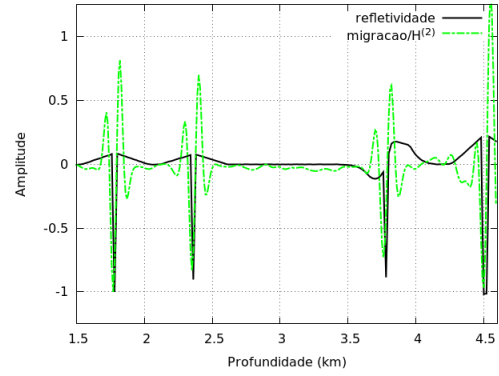
(a) refletividade



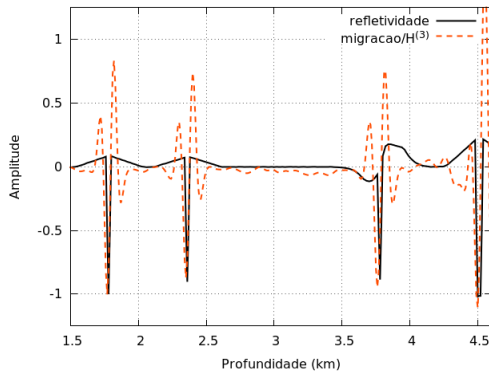
(b) refletividade e migração



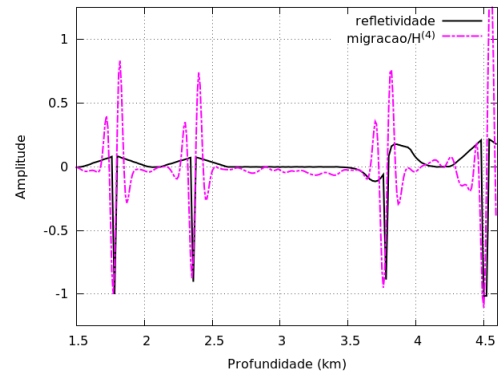
(c) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(1)}$



(d) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(2)}$

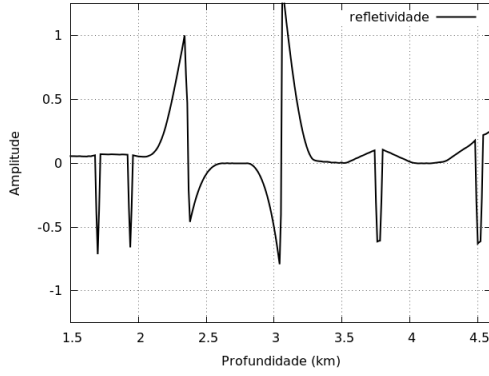


(e) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(3)}$

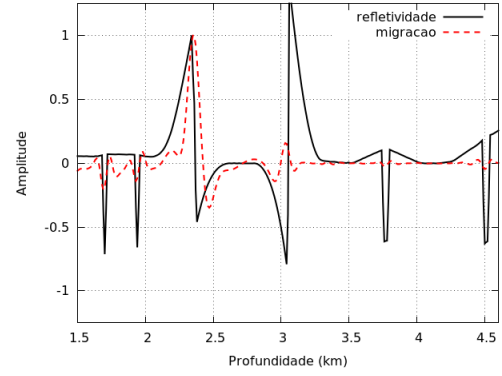


(f) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(4)}$

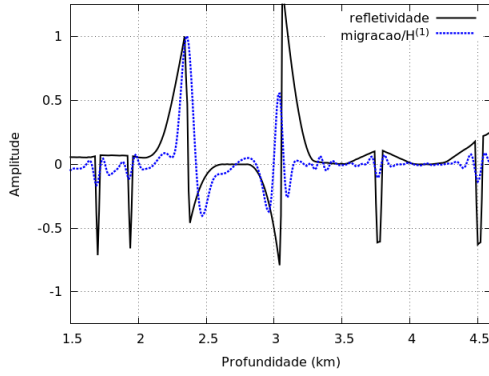
Figura 4.13: Perfis das amplitudes extraído em $x = 4,0\text{km}$ obtidas com a migração e após a aplicação dos pesos de migração $\mathbf{H}^{(1)}$, $\mathbf{H}^{(2)}$, $\mathbf{H}^{(3)}$ e $\mathbf{H}^{(4)}$. Todas as curvas estão dispostas junto com a refletividade real.



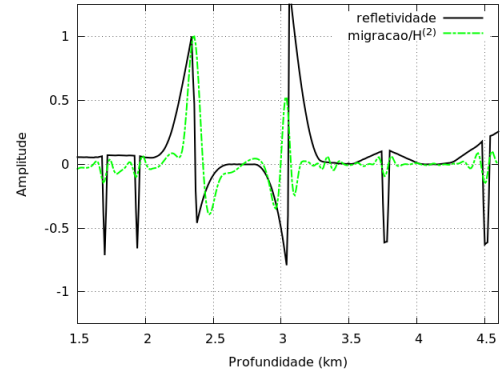
(a) refletividade



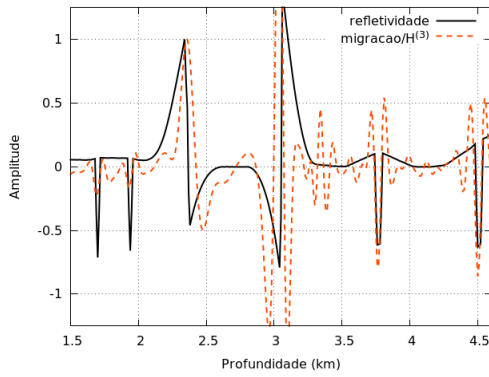
(b) refletividade e migração



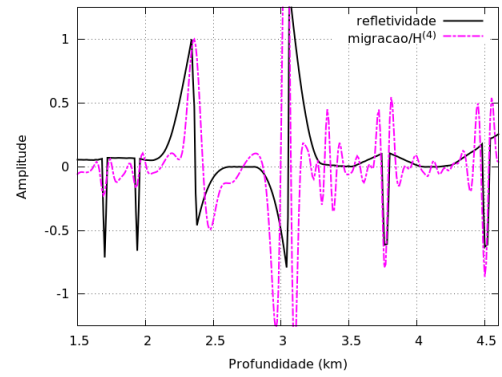
(c) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(1)}$



(d) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(2)}$



(e) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(3)}$



(f) refletividade e migração/ $\mathbf{H}^{(4)}$

Figura 4.14: Perfis das amplitudes extraído em $x = 11,0\text{km}$ obtidas com a migração e após a aplicação dos pesos de migração $\mathbf{H}^{(1)}$, $\mathbf{H}^{(2)}$, $\mathbf{H}^{(3)}$ e $\mathbf{H}^{(4)}$. Todas as curvas estão dispostas junto com a refletividade real.

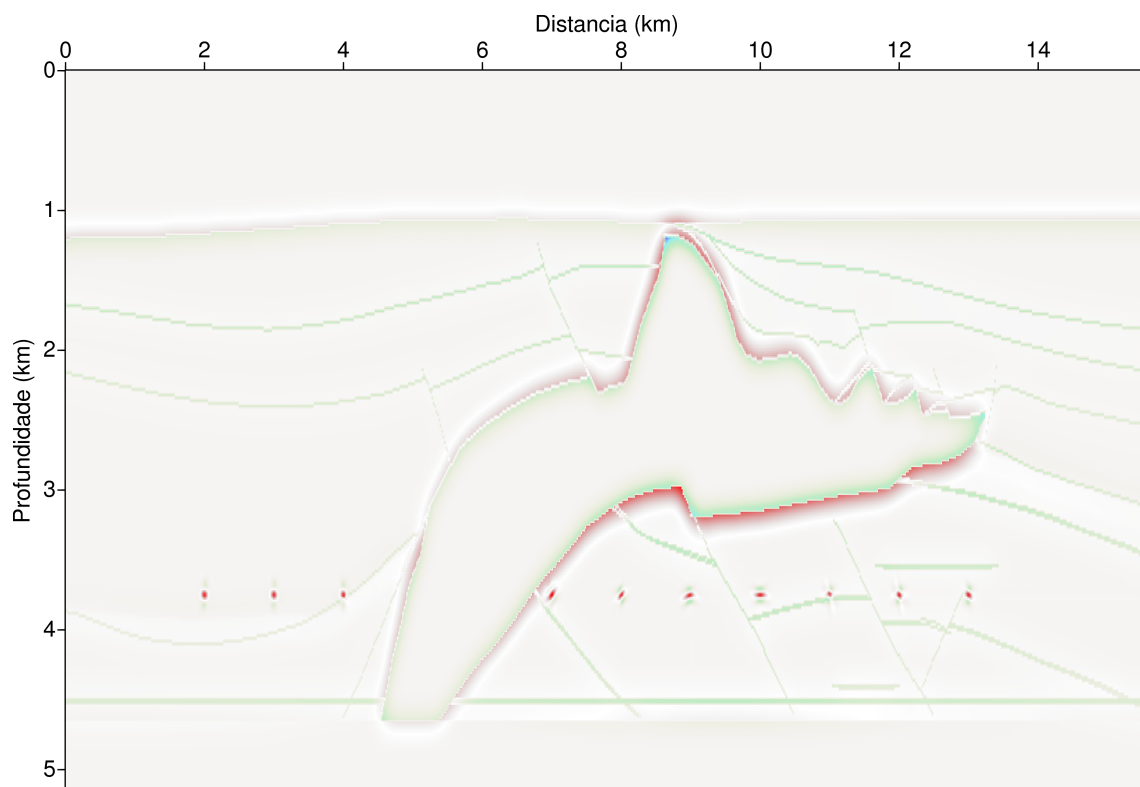


Figura 4.15: Modelo de refletividade do domo de sal da SEG/EAGE sobreposto a linhas das hessianas completas calculadas em dez pontos diferentes do modelo.

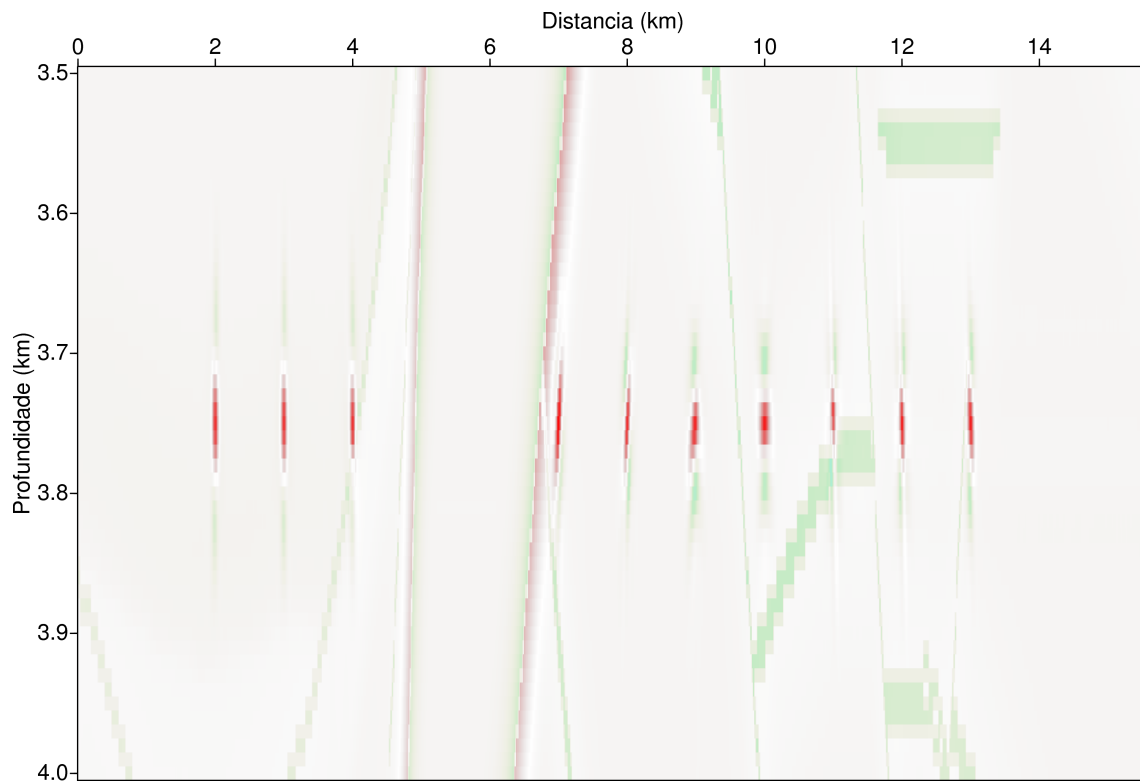


Figura 4.16: Viasualização em detalhe do modelo de refletividade do domo de sal da SEG/EAGE sobreposto a linhas das hessianas completas calculadas em dez pontos diferentes do modelo.

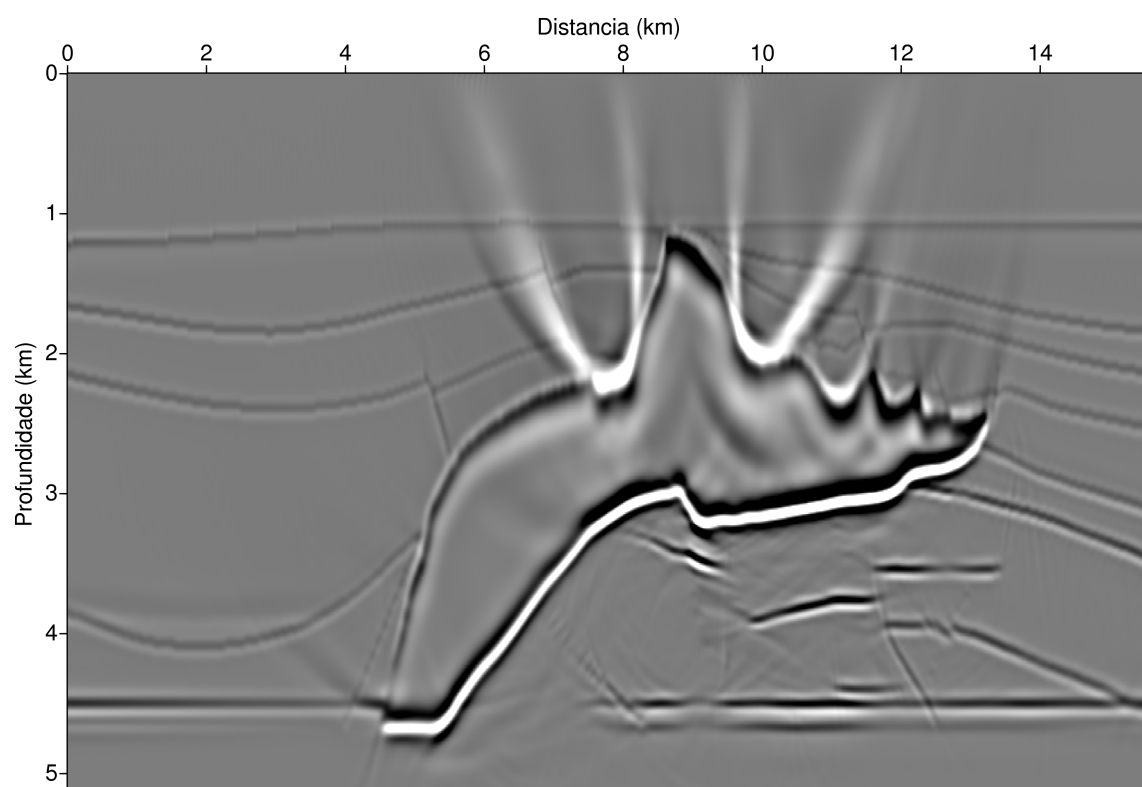


Figura 4.17: Imagem migrada após a aplicação do peso $\mathbf{H}^{(4)}$ onde o dado gerado para a migração não conteve reflexões múltiplas.

Capítulo 5

Conclusões

Neste capítulo são apresentadas as conclusões dos resultados apresentados assim como sugestões de possíveis alternativas para trabalhos futuros.

5.1 Resultados

Neste trabalho foi apresentado o desenvolvimento matemático do problema de migração sísmica formulado como um problema inverso para determinação da refletividade. Para garantir que a migração seja capaz de gerar amplitudes com significado físico, esta abordagem sustenta a necessidade de se levar em conta as informações presentes na matriz hessiana. Porém seu cálculo explícito não é ainda uma tarefa viável para problemas de grande porte. Deste modo, levando-se em conta características associadas à hessiana, assim como algumas estratégias para reduzir o tempo demandado em sua computação, foram avaliadas aproximações pela diagonal principal desta matriz, para lidar com as correções de amplitude causadas por problemas de iluminação irregular.

Mesmo para um modelo simplificado como o de camadas plano paralelas, já foi possível perceber o efeito positivo da aplicação de duas hessianas aproximadas ao gradiente na obtenção da amplitude esperada. A primeira aproximação considerou apenas a presença do campo da fonte na diagonal principal da hessiana, desconsiderando a porção associada aos receptores por supor a existência de uma cobertura contínua e infinita, além de um modelo homogêneo. A segunda aproximação, ao contrário do princípio clássico de imageamento, impôs cobertura de receptores limitada, mas ainda preservou a consideração de um modelo homogêneo, o que foi suficiente para ocasionar ainda uma melhora nas amplitudes de migração. A análise do modelo de camadas plano paralelas, procurou reproduzir o resultado exposto em PLESSIX e MULDER (2004) e através dela foi possível verificar o funcionamento ideal do algoritmo, uma vez que o resultado obtido concorda significativamente com o análogo do trabalho citado.

O segundo modelo estudado, por outro lado, trata de uma situação geológica consideravelmente mais complexa. Onde um grande contraste de velocidade gerado pela presença de um corpo de sal está presente. Neste caso, a análise visual das seções produzidas com a migração convencional e após a aplicação de todas as aproximações para a hessiana, mostra sinais de ganho de amplitude na região mais profunda da seção.

Os perfis de amplitude, já na porção menos complexa do modelo, permitem concluir que a diagonal principal exata da hessiana, ou apenas a aproximação que usa codificação aleatória dos receptores são suficientes para o melhor resultado da comparação. Essa constatação é mais crítica na região que atravessa o corpo de sal, onde estas duas aproximações são as únicas capazes de recuperar amplitudes aceitáveis para os refletores abaixo do sal, apesar de produzirem amplitudes exageradamente grandes para a base do sal, devido ao fato da aproximação de Born não ser capaz de contemplar grandes contrastes de velocidade quando o modelo de fundo é suave. Para esta situação, pode-se concluir que a aproximação para a diagonal da matriz hessiana não é suficiente para gerar um resultado perfeitamente concordante com a refletividade real, e uma técnica mais robusta como a LSM (*Least-Square Migration*) que leva em conta termos fora da diagonal principal da hessiana seria mais apropriada. A figura 4.15, mostra a influência da hessiana em diferentes posições do modelo de velocidade, permitindo visualizar suas variações de forma. Ainda assim, técnicas mais recentes mostram mais cuidados a serem levados em conta quando deseja-se obter amplitudes confiáveis para regiões abaixo do sal, como em WONG (2013), que propõe remover o efeito causado pela presença do corpo de sal no dado observado antes de efetuar a migração.

5.2 Trabalhos Futuros

O próximo passo natural para este trabalho certamente envolveria alguma estratégia para levar em conta termos fora da diagonal principal. Um exemplo seria o trabalho de VALENCIANO (2008), onde é revelado que embora a hessiana se alargue com a uma geometria de aquisição limitada, ela pode ser bem representada por um número reduzido de elementos fora da diagonal. Ele sugere então que a hessiana exata seja aproximada por uma versão truncada da original, o que reduziria consideravelmente o custo de seu cálculo. Além disso, calcular a hessiana explicitamente conta ainda com a flexibilidade de limitar sua aplicação à região de interesse, contrariamente à situação em que a hessiana não é explicitamente construída mas sua ação é calculada através da aplicação de operadores de migração e demigração DAI *et al.* (2012).

Modificar toda a implementação realizada até a conclusão desta dissertação para

lidar com modelos 3D também seria uma possibilidade futura.

Referências Bibliográficas

- AJO-FRANKLIN, J. B., 2005, “Frequency-domain modeling techniques for the scalar wave equation: an introduction”, .
- AMINZADEH, F., JEAN, B., KUNZ, T., 1997, *3-D salt and overthrust models*. Society of Exploration Geophysicists.
- BAYSAL, E., KOSLOFF, D. D., SHERWOOD, J. W., 1983, “Reverse time migration”, *Geophysics*, v. 48, n. 11, pp. 1514–1524.
- BERENGER, J.-P., 1994, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves”, *Journal of computational physics*, v. 114, n. 2, pp. 185–200.
- BERTSEKAS, D., 1982, “Enlarging the region of convergence of Newton’s method for constrained optimization”, *Journal of optimization theory and applications*, v. 36, n. 2, pp. 221–252.
- BEYDOUN, W. B., TARANTOLA, A., 1988, “First Born and Rytov approximations: Modeling and inversion conditions in a canonical example”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 83, n. 3, pp. 1045–1055.
- BEYLKIN, G., 1985, “Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized Radon transform”, *Journal of Mathematical Physics*, v. 26, n. 1, pp. 99–108.
- BEYLKIN, G., ORISTAGLIO, M., 1985, “Distorted-wave Born and distorted-wave Rytov approximations”, *Optics communications*, v. 53, n. 4, pp. 213–216.
- BROSSIER, R., ETIENNE, V., OPERTO, S., et al., 2010, “Frequency-domain numerical modelling of visco-acoustic waves with finite-difference and finite-element discontinuous Galerkin methods”, *Acoustic waves*, pp. 125–158.
- CHAVENT, G., PLESSIX, R.-E., 1999, “An optimal true-amplitude least-squares prestack depth-migration operator”, *Geophysics*, v. 64, n. 2, pp. 508–515.

- CHEN, Z., CHENG, D., FENG, W., et al., 2013, “An optimal 9-point finite difference scheme for the Helmholtz equation with PML”, *International journal of numerical analysis and modeling*.
- CLAERBOUT, J., BLACK, J., 2001, “Basic earth imaging: Stanford University”, .
- CLAERBOUT, J. F., 1971, “Toward a unified theory of reflector mapping”, *Geophysics*, v. 36, n. 3, pp. 467–481.
- CLAERBOUT, J. F., 1982, “Imaging the earth’s interior”, .
- DAI, W., FOWLER, P., SCHUSTER, G. T., 2012, “Multi-source least-squares reverse time migration”, *Geophysical Prospecting*, v. 60, n. 4, pp. 681–695.
- DEMME, J. W., EISENSTAT, S. C., GILBERT, J. R., et al., 1999, “A supernodal approach to sparse partial pivoting”, *SIAM Journal on Matrix Analysis and Applications*, v. 20, n. 3, pp. 720–755.
- DENNIS JR, J. E., SCHNABEL, R. B., 1996, *Numerical methods for unconstrained optimization and nonlinear equations*, v. 16. Siam.
- DUQUET, B., MARFURT, K. J., DELLINGER, J. A., 2000, “Kirchhoff modeling, inversion for reflectivity, and subsurface illumination”, *Geophysics*, v. 65, n. 4, pp. 1195–1209.
- FOMEL, S., SAVA, P., VLAD, I., et al., 2013, “Madagascar: open-source software project for multidimensional data analysis and reproducible computational experiments”, *Journal of Open Research Software*, v. 1, n. 1, pp. e8.
- GELIUS, L.-J., LECOMTE, I., TABTI, H., 2002, “Analysis of the resolution function in seismic prestack depth imaging”, *Geophysical Prospecting*, v. 50, n. 5, pp. 505–515.
- GRAY, S. H., 1997, “True-amplitude seismic migration: A comparison of three approaches”, *Geophysics*, v. 62, n. 3, pp. 929–936.
- HUSTEDT, B., OPERTO, S., VIRIEUX, J., 2004, “Mixed-grid and staggered-grid finite-difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling”, *Geophysical Journal International*, v. 157, n. 3, pp. 1269–1296.
- KELLER, J. B., 1969, “Accuracy and Validity of the Born and Rytov Approximations*”, *Journal of the Optical Society of America*, v. 59, n. 8, pp. 1003.

- LAILLY, P., 1983, “The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations”. In: *Conference on inverse scattering: theory and application*, pp. 206–220. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, PA.
- LI, X. S., 2005, “An Overview of SuperLU: Algorithms, Implementation, and User Interface”, *Transactions on Mathematical Software*, v. 31, n. 3 (September), pp. 302–325.
- LOEWENTHAL, D., MUFTI, I. R., 1983, “Reversed time migration in spatial frequency domain”, *Geophysics*, v. 48, n. 5, pp. 627–635.
- MARTIN, G. S., WILEY, R., MARFURT, K. J., 2006, “Marmousi2: An elastic upgrade for Marmousi”, *The Leading Edge*, v. 25, n. 2, pp. 156–166.
- MULDER, W. A., PLESSIX, R.-E., 2004, “A comparison between one-way and two-way wave-equation migration”, *Geophysics*, v. 69, n. 6, pp. 1491–1504.
- NEMETH, T., 1996, *Imaging and filtering by least-squares migration*. Tese de Doutorado, The University of Utah.
- NEMETH, T., WU, C., SCHUSTER, G. T., 1999, “Least-squares migration of incomplete reflection data”, *Geophysics*, v. 64, n. 1, pp. 208–221.
- ØSTMO, S., MULDER, W., PLESSIX, R.-E., 2002, “Finite-difference iterative migration by linearized waveform inversion in the frequency domain”. In: *2002 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists.
- PLESSIX, R.-E., MULDER, W., 2004, “Frequency-domain finite-difference amplitude-preserving migration”, *Geophysical Journal International*, v. 157, n. 3, pp. 975–987.
- PRATT, R. G., WORTHINGTON, M., 1990, “Inverse theory applied to multi-source cross-hole tomography. Part 1: acoustic wave-equation method”, *Geophysical Prospecting*, v. 38, n. 3, pp. 287–310.
- PRATT, R. G., SHIN, C., HICK, G., 1998, “Gauss–Newton and full Newton methods in frequency–space seismic waveform inversion”, *Geophysical Journal International*, v. 133, n. 2, pp. 341–362.
- REN, H., WU, R.-S., WANG, H., 2011, “Wave equation least square imaging using the local angular Hessian for amplitude correction”, *Geophysical Prospecting*, v. 59, n. 4, pp. 651–661.

- ROMERO, L. A., GHIGLIA, D. C., OBER, C. C., et al., 1999, “Phase encoding of shot records in prestack migration”, *Geophysics*, v. 65, n. 2, pp. 426–436.
- SAVA, P., ALKHALIFAH, T., 2014, “Anisotropy signature in reverse-time migration extended images”, *Geophysical Prospecting*.
- TANG, Y., 2011, *Imaging and Velocity Analysis by Target-Oriented Wavefield Inversion*. Tese de Doutorado, Stanford University.
- TARANTOLA, A., 1984a, “Linearized inversion of seismic reflection data”, *Geophysical prospecting*, v. 32, n. 6, pp. 998–1015.
- TARANTOLA, A., 1984b, “Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation”, *Geophysics*, v. 49, n. 8, pp. 1259–1266.
- TARANTOLA, A., 1987, “Inverse problems theory”, *Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. Elsevier, Southampton.
- VALENCIANO, A. A., 2008, *Imaging by Wave-Equation Inversion*. Tese de Doutorado, Stanford University.
- WONG, M., 2013, “Handling Salt Reflection in Least-Squares RTM”. In: *2013 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists.
- ZHU, T., HARRIS, J. M., BIONDI, B., 2014, “Q-compensated reverse-time migration”, *Geophysics*, v. 79, n. 3, pp. S77–S87.

Apêndice A

Detalhes computacionais

A resolução do sistema linear proveniente da discretização por diferenças finitas da equação 2.1, foi realizada utilizando-se o método direto de fatoração LU (DEM-MEL *et al.* (1999)). Para uma descrição e comparação de outros métodos (diretos e iterativos), sugere-se a leitura de AJO-FRANKLIN (2005). Para problemas 2D, o método de fatoração LU pode ser bastante vantajoso, em particular quando múltiplas fontes sísmicas precisam ser aplicadas de maneira independente. Por essa razão, o uso da fatoração LU pode tornar a solução da equação da onda no domínio da frequência mais atraente que a popular saída de resolvê-la no domínio do tempo, especialmente para pesquisadores interessados em temas como modelagem da atenuação sísmica e inversão do campo de onda completo. Exemplos de aplicações na sísmica do método direto de fatoração LU podem ser encontrados em BROSSIER *et al.* (2010); HUSTEDT *et al.* (2004); PRATT e WORTHINGTON (1990). Nesta dissertação, a fatoração LU propriamente dita, foi efetuada através da biblioteca SuperLUMT (versão 2.2) (LI (2005)) desenvolvida para resolução de sistemas lineares esparsos e assimétricos.

O esquema de discretização empregado para calcular as derivadas espaciais presentes na equação da onda, foi um sistema de 9 pontos otimizado (CHEN *et al.* (2013)), contando com o uso de camadas PML para absorver as reflexões indesejadas das bordas dos campos de velocidades (BERENGER (1994)). A ideia básica do esquema de 9 pontos otimizado consiste em partindo do esquema de segunda ordem de 5 pontos, ilustrado na figura A.1 (a), aplicar uma rotação de 45° figura A.1 (b) para em seguida sobrepor-lo ao original.

Como ilustração do resultado da modelagem obtida, a figura A.2 traz dois resultados para o campo de onda resultante da aplicação de uma fonte no centro do modelo para duas frequências distintas, 2Hz e 20Hz. Esta modelagem foi realizada num modelo homogêneo com velocidade igual a 2,0km/s e com camadas de PML de 10 pontos. A partir da coerência desses resultados, o código de migração foi implementado.

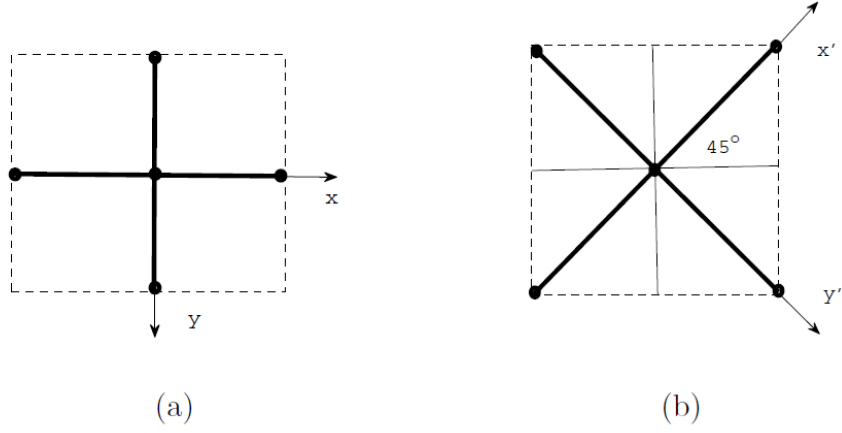


Figura A.1: (a) Pontos presentes no esquema tradicional de discretização de segunda ordem. (b) Pontos gerados por uma rotação de 45° na figura (a). O esquema de nove pontos otimizado utiliza os pontos gerados pela sobreposição das figuras (a) e (b) CHEN *et al.* (2013).

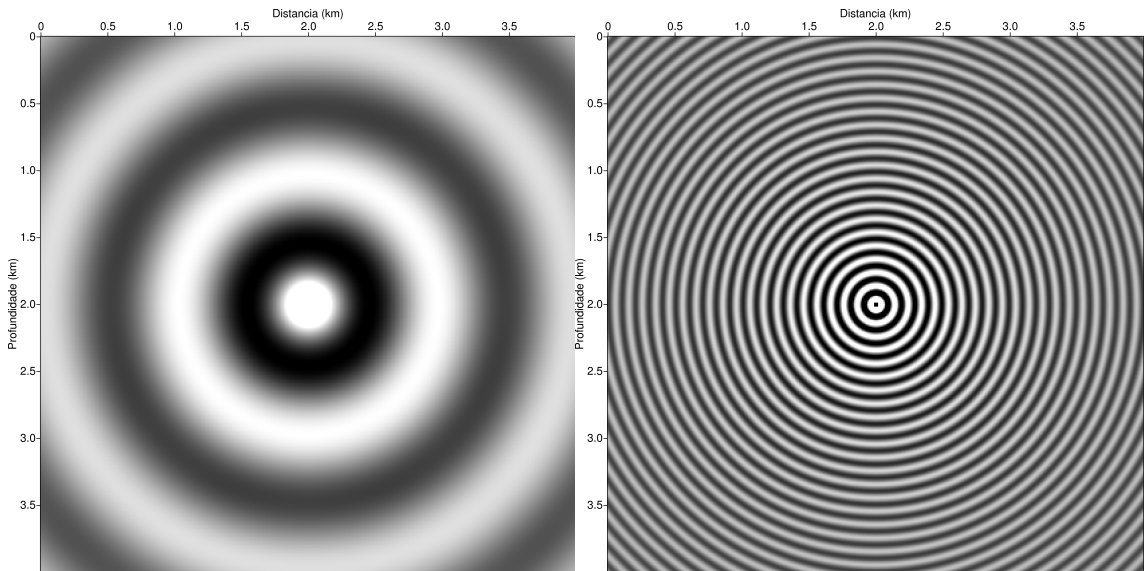


Figura A.2: À esquerda campo de onda gerado num modelo homogêneo com frequência igual a 2Hz. À direita campo de onda gerado num modelo homogêneo com frequência igual a 20Hz