



COPPE/UFRJ

ANÁLISE DE EXTREMOS UTILIZANDO A HIPÓTESE DE POISSON

João Marques Paiva Júnior

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Luís Volnei Sudati Sagrilo
Edison Castro Prates de Lima

Rio de Janeiro
Julho de 2010

ANÁLISE DE EXTREMOS UTILIZANDO A HIPÓTESE DE POISSON

João Marques Paiva Júnior

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

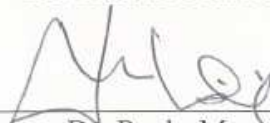
Examinada por:



Prof. Luís Volnei Sudati Sagrilo, D.Sc.



Dr. Cláudio Márcio Silva Dantas, D.Sc.



Dr. Paulo Maurício Videiro, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2010

Júnior, João Marques Paiva

Análise de Extremos Utilizando a Hipótese de Poisson/ João Marques Paiva Júnior. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2010.

XI, 92 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Luís Volnei Sudati Sagrilo

Edison Castro Prates de Lima

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2010.

Referencias Bibliográficas: p. 91-92.

1. Estatística de Extremos. 2. Métodos Numéricos. 3. Risers. I. Sagrilo, Luís Volnei Sudati, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Professor Luis Volnei Sudati Sagrilo e Professor Edison Castro Prates de Lima que estiveram sempre presentes durante o desenvolvimento deste trabalho. Agradeço por toda a atenção, sugestões e por todas as reuniões que foram fundamentais para a realização deste trabalho.

Agradeço ao Professor Luis Volnei Sudati Sagrilo pela imensa paciência nos momentos de dúvida, pela atenção, e por todas as críticas, sempre pertinentes. Agradeço também por ter me dado a oportunidade, juntamente com o Professor Gilberto Bruno Ellwanger, de participar do LACEO, local onde os ensinamentos adquiridos tiveram uma importância imensurável.

Agradeço a Kromav Engenharia Ltda. por toda a confiança que depositaram em mim, sempre acreditando na conclusão deste trabalho. Agradeço também por todo o incentivo e por todas as horas cedidas para que eu pudesse ir às aulas e as reuniões.

A todos do LACEO, em especial ao D.Sc. Cláudio Márcio Silva Dantas e a M.Sc. Aline Nacif Pinho pela ajuda na elaboração das análises de *risers*, muito obrigado pela disponibilidade, paciência e atenção. Agradeço a todos da "Antiga Baía 206", ou seja, Thiago Lacerda, Cristiano Aguiar e Fernando Loureiro além de Wallace Siqueira, muito obrigado pela amizade, e por toda a ajuda e incentivo que vocês me deram.

A minha namorada, Natália, por todo apoio nesses quase dois anos e meio de mestrado, pela compreensão nos momentos que tive que ficar em casa estudando e pelo incentivo de todas as horas.

Aos meus pais João e Márcia pelo total incentivo não apenas na realização deste trabalho, como em toda minha caminhada ao longo de todos esses anos.

Agradeço a ANP pelo apoio financeiro no início desta empreitada.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DE EXTREMOS UTILIZANDO A HIPÓTESE DE POISSON

João Marques Paiva Júnior

Julho/2010

Orientadores: Luís Volnei Sudati Sagrilo

Edison Castro Prates de Lima

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho tem como objetivo o estudo da determinação de valores extremos de processos aleatórios Gaussianos ou não. Emprega-se uma metodologia baseada na hipótese de Poisson cuja formulação geral para a distribuição de probabilidades do valor extremo é dependente essencialmente da expressão da frequência de cruzamentos de um processo aleatório. Utiliza-se uma expressão genérica para a frequência de cruzamentos, dependente de quatro parâmetros, proposta por NAESS *et al.* [3]. A metodologia é aplicada na análise diversos processos aleatórios, indo desde as elevações da superfície do mar, que constitui-se de um processo essencialmente Gaussiano, até processos que representam parâmetros de resposta não-linear de risers rígidos, que possuem características tipicamente não-Gaussianas.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

EXTEME VALUE PREDICTION UNDER THE POISSON ASSUMPTION

João Marques Paiva Júnior

July/2010

Advisors: Luís Volnei Sudati Sagrilo

Edison Castro Prates de Lima

Department: Civil Engineering

This work is concerned with the estimation of extreme values of Gaussian and non-Gaussian random processes. It uses a methodology based on the Poisson's assumption whose general formulation for the probability distribution of extreme value is dependent primarily on the expression of the frequency of crossings of the random process. It is employed a generic expression for the frequency of crossings, dependent on four parameters, proposed by NAESS *et al.* [3]. The methodology is applied to analyze several random processes, ranging from the elevation of the sea surface, which is essentially a Gaussian process, to processes that represent non-linear response parameters of rigid risers, which contain typically non-Gaussian characteristics.

ÍNDICE

1. Introdução	1
2. Fundamentos teóricos	5
2.1. Processos aleatórios	5
2.2. Distribuição de Probabilidades de um Processo Aleatório	9
2.3. Análise Espectral de um Processo Aleatório	12
2.4. Distribuição de Probabilidades dos Máximos de um Processo Aleatório	14
2.5. Distribuição de Probabilidades do Valor Extremo de um Processo Aleatório	17
2.5.1. Amostra de valores extremos de várias realizações	17
2.5.2. Distribuição de Extremos para Processos Aleatórios Ergódigos	18
3. Distribuição de Probabilidades Baseada na Hipótese de Poisson	21
3.1. Frequência de Cruzamentos de um Processo Aleatório	21
3.1.1. Procedimento Numérico para Estimar a Frequência de Cruzamentos de um Processo Aleatório	23
3.2. Distribuição de Extremos Utilizando a Hipótese de Poisson	26
3.3. Procedimento Numérico Implementado	29
4. Aplicações	36
4.1. Exemplo 1 – Série Temporal Gaussiana	37
4.2. Exemplo 2 – Série Temporal Não-Gaussiana	46
4.3. Análise de Caso: Simulação Numérica da Resposta de Risers	53
4.3.1. Análise da Resposta do SCR	56
4.3.2. Análise da Resposta do SLWR	72
5. Considerações Finais e Sugestões para Trabalhos Futuros	87
6. Referencias Bibliográficas	91

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1 – Realizações de um processo aleatório _____	5
Figura 2-2 – Processo aleatório estacionário ergódico _____	7
Figura 2-3 – Faixa de largura infinitesimal cortando o processo aleatório contínuo _____	9
Figura 2-4 – Série temporal representada de forma discreta _____	10
Figura 2-5 – Histograma de pontos que corresponde à densidade de probabilidades do processo aleatório estacionário e ergódico _____	11
Figura 2-6 – Representação do processo aleatório e seus picos _____	14
Figura 2-7 – Distribuições de probabilidades do processo aleatório, dos seus picos e do pico extremo _____	15
Figura 2-8 – Distribuição de probabilidades dos máximos de um processo Gaussiano: Distribuição de Rice _____	16
Figura – 3-1 - Processo aleatório $y(t)$ e a reta $y(t) = a$ _____	22
Figura – 3-2 - Definição da faixa para a contagem de cruzamentos dos níveis que serão obtidos a partir da mesma com a série temporal em questão _____	30
Figura 3-3 – Níveis obtidos dentro de uma faixa definida onde serão tomadas retas para a contagem dos cruzamentos com a série temporal _____	33
Figura 3-4 – Seqüência de etapas utilizadas nesta dissertação para estimar a distribuição de valor extremo por Poisson utilizando o procedimento numérico de estimativa da freqüência de cruzamentos do processo aleatório _____	35
Figura – 4-1 – Decomposição espectral _____	38
Figura 4-2 – Valor mais provável para cada um dos 4 casos (vários tamanhos de simulação) _____	41
Figura 4-3 – Erro percentual entre o valor teórico e o valor mais provável obtido pela metodologia baseada na freqüência de cruzamentos _____	42
Figura 4-4 – Desvio padrão dos valores estimados com a metodologia baseada na freqüência de cruzamentos _____	43
Figura 4-5 – Valor Mais Provável para cada um dos 4 casos, para cada tamanho da série temporal _____	44
Figura 4-6 – Erro percentual entre o valor teórico e o Valor Mais Provável obtido por Poisson para cada um dos 4 casos, para cada tamanho da série temporal _____	45
Figura 4-7 – Desvio Padrão obtido por Poisson para cada um dos 4 casos, para cada tamanho da série temporal _____	45
Figura 4-8 – Valor mais provável estimados para série temporal não-Gaussiana _____	48
Figura 4-9 – Erro percentual entre o valor teórico e o valor extremo (3-h) mais provável estimado _____	49

Figura 4-10 – Desvio padrão das estimativas do valor extremo (3-h) mais provável	49
Figura 4-11 – Valor mais provável estimados para série temporal não-Gaussiana (novo conjunto de faixas)	50
Figura 4-12 – Erro percentual entre o valor teórico e o valor extremo (3-h) mais provável estimado (segundo conjunto de faixas)	51
Figura 4-13 – Desvio padrão das estimativas do valor extremo (3-h) mais provável (segundo conjunto de faixas)	51
Figura 4-14 – Riser em configuração “Lazy Wave” com as regiões de interesse que foram utilizadas nesta dissertação	55
Figura 4-15 – Riser em catenária livre com as regiões de interesse que foram utilizadas nesta dissertação	55
Figura 4-16 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s do região do Topo do SCR	58
Figura 4-17 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região da parte suspensa do SCR	58
Figura 4-18 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região do TDP do SCR	59
Figura 4-19 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do topo do SCR (o valor mais provável é indicado na figura)	60
Figura 4-20 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região da parte suspensa do SCR (o valor mais provável é indicado na figura)	60
Figura 4-21 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do TDP do SCR (o valor mais provável é indicado na figura)	61
Figura 4-22 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	62
Figura 4-23 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2	62
Figura 4-24 – SCR: Coeficiente de variação. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	63
Figura 4-25 – SCR: Coeficiente de variação. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	64
Figura 4-26 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	65
Figura 4-27 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2	65

Figura 4-28 – SCR: Coeficiente de variação. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1 _____	66
Figura 4-29 – SCR: Coeficiente de variação. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2 _____	66
Figura 4-30 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1 _____	68
Figura 4-31 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2 _____	68
Figura 4-32 – SCR: Coeficiente de variação. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1 _____	69
Figura 4-33 – SCR: Coeficiente de variação. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2 _____	69
Figura 4-34 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região do Topo do SLWR _____	73
Figura 4-35 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região do cavado do SLWR _____	73
Figura 4-36 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região da corcova do SLWR _____	74
Figura 4-37 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do topo do SLWR (o valor mais provável é indicado na figura) _____	75
Figura 4-38 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do cavado do SLWR (o valor mais provável é indicado na figura) _____	75
Figura 4-39 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região da corcova do SLWR (o valor mais provável é indicado na figura) _____	76
Figura 4-40 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1 _____	77
Figura 4-41 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2 _____	77
Figura 4-42 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1 _____	78
Figura 4-43 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2 _____	78

Figura 4-44 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	80
Figura 4-45 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2	80
Figura 4-46 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	81
Figura 4-47 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2	81
Figura 4-48 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	82
Figura 4-49 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2	83
Figura 4-50 – SLWR: Coeficiente de variação. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1	83
Figura 4-51 – SLWR: Coeficiente de variação. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2	84

1. Introdução

1.1 Motivação do trabalho

Quando uma estrutura é submetida a ações ambientais, tais como as estruturas marítimas, é necessário o desenvolvimento de metodologias para tratar de forma adequada a resposta estrutural da mesma. Devido à natureza aleatória dos eventos ambientais, a caracterização destes eventos através de carregamentos aplicados na estrutura requer um tratamento diferenciado em relação aos outros carregamentos de ordem determinística. A avaliação de estruturas submetidas a ações aleatórias necessita de conceitos que vão além da mecânica estrutural clássica. Neste caso os conceitos de probabilidade e estatística assumem um papel de grande importância, sendo fundamentais os conceitos de processos aleatórios.

Em geral, numa análise estrutural são calculados os valores extremos dos diversos parâmetros de resposta, tais como: deslocamentos máximos, tensões máximas, esforços máximos, etc. Como condição básica de projeto, as estruturas devem resistir com segurança aos níveis extremos de resposta das ações a que estão submetidas de acordo com as premissas adotadas. O cálculo dos valores extremos dos parâmetros de resposta de estruturas submetidas a ações aleatórias envolve a determinação da distribuição de probabilidades de valor extremo, o que não é uma tarefa simples.

Quando um processo aleatório possui características gaussianas, a determinação de suas distribuições de probabilidades, de seus valores máximos e de seus valores extremos pode ser obtida através de formulações analíticas encontradas na literatura [1]. Em contrapartida quando um processo aleatório possui características não-gaussianas não existem formulações analíticas para a determinação de suas distribuições de probabilidades, de seus valores máximos e de seus valores extremos.

Infelizmente, na prática de estruturas offshore a maior parte dos processos aleatórios são de natureza não-gaussiana e a determinação da distribuição de probabilidades do valor extremo destes casos baseia-se em aproximações ou procedimentos numéricos.

Uma das metodologias para a obtenção da distribuição de probabilidades do valor extremo de um processo aleatório baseia-se na distribuição de Poisson [2]. Uma das etapas desta metodologia envolve a caracterização, através de uma expressão analítica, da frequência de cruzamentos do processo aleatório para qualquer nível de interesse. Para casos gaussianos, a frequência de cruzamentos do processo aleatório é facilmente obtida através de formulações analíticas. Entretanto, não existe nenhuma expressão analítica genérica que determine a frequência de cruzamentos de um processo aleatório não-gaussiano qualquer. Geralmente nestes casos a alternativa disponível é recorrer ao uso de procedimentos numéricos.

1.2 Objetivos

A motivação deste trabalho está na importância do desenvolvimento de uma metodologia que permita avaliar os valores extremos de processos aleatórios não-gaussianos, já que diversos carregamentos atuantes em estruturas offshore possuem características não-gaussianas (exemplo: força de arrasto), e também devido ao comportamento não-linear intrínseco da estrutura.

O objetivo é obter distribuições de probabilidades do valor extremo para processos aleatórios gaussianos ou não-gaussianos, e para tanto será utilizada um procedimento baseado na distribuição de Poisson. A distribuição de Poisson depende essencialmente da frequência de cruzamentos do processo aleatório em questão, e nos casos em que o processo aleatório é não-gaussiano são necessários procedimentos numéricos para

fazer esta avaliação. Nesta dissertação será utilizada uma metodologia proposta recentemente por NAESS *et al.* [3] para a determinação numérica da frequência de cruzamentos de um processo aleatório. Serão estudados e investigados detalhes e procedimentos de implementação desta metodologia de forma a melhorar sua eficácia e precisão.

1.3 Descrição dos capítulos

No Capítulo 2 serão apresentados os conceitos matemáticos e probabilísticos de processos aleatórios necessários para o entendimento deste trabalho.

O Capítulo 3 traz a metodologia de determinação da distribuição de extremos através da metodologia de Poisson. Primeiramente neste capítulo será apresentado o conceito de frequência de cruzamentos de um processo aleatório, apresentando a metodologia numérica estudada e que servirá de base para a determinação da distribuição do valor extremo de processos aleatórios Gaussianos ou não. Neste capítulo serão discutidos todos os detalhes da metodologia e da implementação [3] utilizada nesta dissertação.

O Capítulo 4 trata da aplicação da metodologia proposta aos parâmetros de resposta de interesse. Primeiramente são estudados processos aleatórios Gaussianos, que possuem solução analítica, posteriormente serão estudados processos aleatórios com características essencialmente não-Gaussianas, iniciando com o estudo de um sinal “quadrático”, que terá sua natureza apresentada posteriormente. Na sequência será feito um estudo de caso: A metodologia proposta será utilizada para determinar a resposta extrema de dois risers de aço: um riser rígido em catenária livre e outro na configuração “Lazy Wave”. São feitas análises comparativas de valores extremos da

tensão de Von Mises na parede externa da seção mais crítica de cada riser, considerando séries temporais com diversos tempos de simulação.

Finalmente, no Capítulo 5 serão apresentadas as considerações finais deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2. Fundamentos teóricos

2.1. Processos aleatórios

Quando os valores de um fenômeno dependente do tempo podem ser previstos para tempos futuros, este fenômeno é chamado de processo determinístico. Caso contrário, se os valores de um fenômeno dependente do tempo não possam ser previstos para tempos futuros, este fenômeno é chamado de processo aleatório. Neste caso o melhor que se pode fazer é calcular a probabilidade dos valores deste fenômeno estarem situados dentro de certos limites.

As séries temporais dos valores registrados de um processo aleatório, denominadas de realizações, serão diferentes para cada um dos intervalos de tempo considerados no passado.

Um processo aleatório pode ser, portanto, entendido como uma coleção de séries temporais, onde cada série é uma realização individual do processo aleatório dentro de um intervalo de tempo considerado, como ilustra a Figura 2-1.

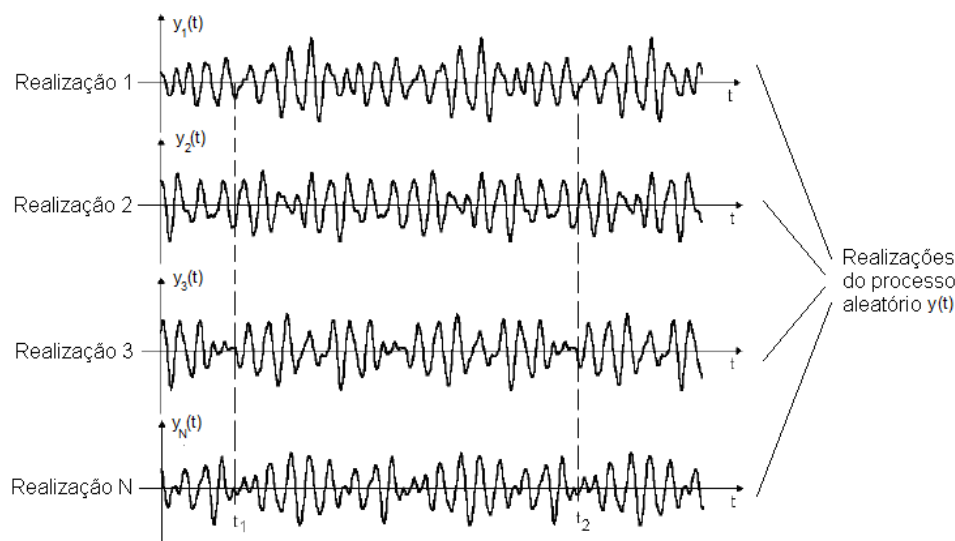


Figura 2-1 – Realizações de um processo aleatório.

Em geral as estruturas offshore são solicitadas por ações que são definidas por processos aleatórios, como as ondas e o vento, e conseqüentemente a resposta obtida de uma análise estrutural também será um processo aleatório.

Um processo aleatório é dito *estacionário* quando suas propriedades estatísticas não dependem do instante de tempo que sejam calculadas. Para exemplificar esta situação serão usadas as realizações e os instantes de tempo t_1 e t_2 mostrados na Figura 2-1. As propriedades estatísticas como a média, a variância e a covariância do processo aleatório nos dois instantes de tempo são definidas por:

$$E[y(t_1)] = \mu_1 = \sum_{i=1}^N \frac{y_i(t_1)}{N} \quad (2-1)$$

$$E[y(t_2)] = \mu_2 = \sum_{i=1}^N \frac{y_i(t_2)}{N} \quad (2-2)$$

$$Var[y(t_1)] = E[y(t_1)^2] - \mu_1^2 = \sigma_1^2 \quad (2-3)$$

$$Var[y(t_2)] = E[y(t_2)^2] - \mu_2^2 = \sigma_2^2 \quad (2-4)$$

$$Cov[y(t_1), y(t_2)] = E[(y(t_1) - \mu_1)(y(t_2) - \mu_2)] \quad (2-5)$$

Se o processo aleatório é estacionário, esta condição implica nas seguintes relações:

$$E[y(t_1)] = E[y(t_2)] = \mu_y \quad \forall t \quad (2-6)$$

$$Var[y(t_1)] = Var[y(t_2)] = \sigma_y^2 \quad \forall t \quad (2-7)$$

$$Cov[y(t_1), y(t_2)] = Cov[y(t), y(t + \tau)], \text{ onde } \tau = t_2 - t_1 \quad (2-8)$$

Observa-se que na condição em que o processo aleatório é estacionário, os parâmetros estatísticos independem do tempo e a covariância do mesmo depende apenas do valor do intervalo de tempo considerado.

Um processo aleatório estacionário é dito ergódico quando os parâmetros estatísticos calculados ao longo do tempo, a partir de uma única realização, são iguais aos parâmetros estatísticos do processo calculados a partir de N realizações, conforme ilustrado anteriormente. Neste caso, o processo aleatório como um todo pode ser representado por apenas uma única realização.

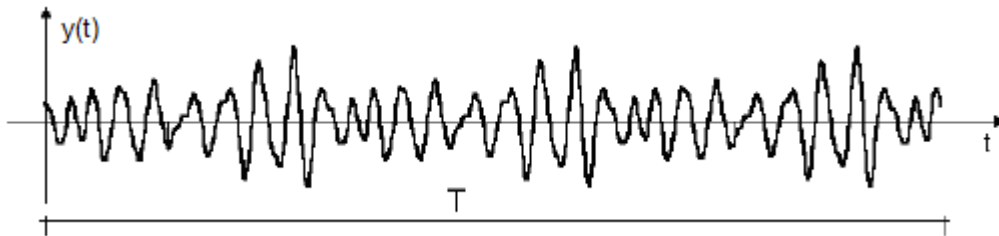


Figura 2-2 – Processo aleatório estacionário ergódico.

Supondo que o processo apresentado na Figura 2-2 seja aleatório, estacionário e ergódico, tem-se que:

$$E[y(t)] = \mu_y = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T y(t) dt}{T} \quad (2-9)$$

$$Var[y(t)] = \sigma_y^2 = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [y(t) - \mu_y]^2 dt}{T} \quad (2-10)$$

$$Cov[y(t), y(t + \tau)] = \frac{\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T [y(t) - \mu_y][y(t + \tau) - \mu_y] dt}{T} = R(\tau) \quad (2-11)$$

$$R(\tau) = E[(y(t) - \mu_y)(y(t + \tau) - \mu_y)] \quad (2-12)$$

onde $R(\tau)$ é chamada de função de autocorrelação do processo. Deve ser observado que para $\tau = 0$, $R(\tau) = \sigma_y^2$.

As ações ambientais e a correspondente resposta das estruturas marítimas ao longo do tempo, não podem ser consideradas como processos aleatórios estacionários. Portanto, no caso específico da análise de estruturas offshore, são usualmente consideradas 2 escalas de tempo distintas: uma escala de curto prazo, onde o período de tempo considerado é de poucas horas, e uma escala de longo prazo, que usualmente possui duração de 1 ano ou mais. Na escala de curto prazo, que é caracterizada usualmente por um período de cerca de 3 horas de duração, considera-se que, por exemplo, os processos aleatórios das elevações das ondas e da velocidade do vento, podem ser considerados como processos aleatórios aproximadamente estacionários. Na escala de longo prazo são modeladas estatisticamente todas as variações aleatórias das principais variáveis que definem os parâmetros de curto prazo.

A escala de tempo, considerada neste trabalho, será a escala de curto prazo. No curto prazo, ao ser realizada uma análise dinâmica aleatória de uma estrutura, os parâmetros de resposta provenientes desta análise serão séries temporais aleatórias. A caracterização do longo prazo, que seria a resposta “completa”, é dada através da convolução de todas as respostas obtidas no curto prazo.

Uma resposta estrutural caracterizada por uma série temporal aleatória, no curto prazo, possui seu tratamento estatístico bem definido apenas nos casos em que o processo aleatório possa ser considerado Gaussiano. Em geral as respostas de estruturas offshore não podem ser consideradas como Gaussianas, devido a fatores como: não-linearidade do carregamento considerado, transformações destas ações em

carregamento aplicado e também devido a não-linearidades físicas e geométricas da estrutura em si.

2.2. Distribuição de Probabilidades de um Processo Aleatório

Uma etapa importante na análise de um processo aleatório é a caracterização da sua distribuição de probabilidades. Seja um processo aleatório estacionário e ergódico, representado por uma única série temporal, conforme mostra a Figura 2-3. Como foi assumido que o processo aleatório é estacionário e ergódico, a função densidade de probabilidades definida através de uma única realização será válida para o processo aleatório como um todo. A definição matemática da função densidade de probabilidades do processo $f_y(y)$, chamada usualmente na literatura por *PDF* (*Probability Density Function*) é definida através de:

$$P(y \leq y(t) \leq y + dy) = f_y(y)dy \quad (2-13)$$

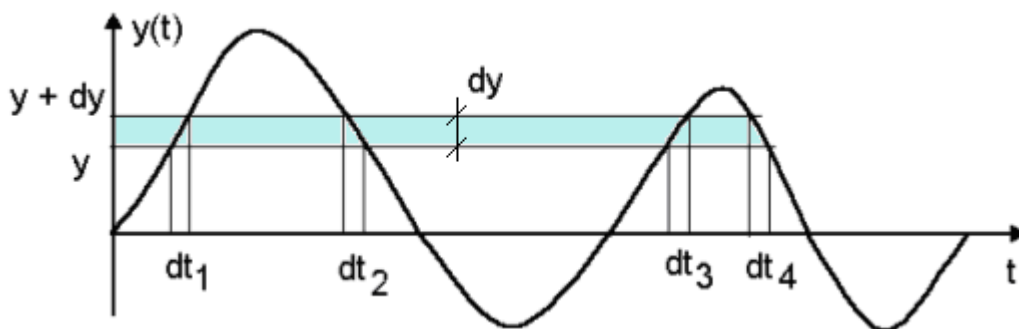


Figura 2-3 – Faixa de largura infinitesimal cortando o processo aleatório contínuo.

Na prática da análise estrutural as séries temporais que caracterizam as ações ou parâmetros de resposta são discretas no tempo e com uma duração finita, obtidas geralmente através de programas que utilizam o método dos elementos finitos. A Figura 2-4 representa a forma discreta do processo aleatório contínuo apresentado na Figura 2-3. Reescrevendo a Eq.(2-13) utilizando formulação discreta, e tomando um intervalo finito Δy de variação para y , tem-se:

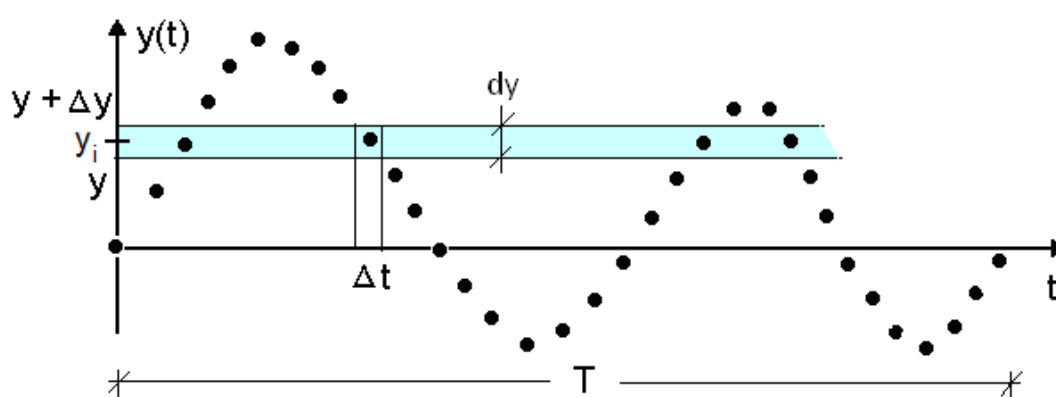


Figura 2-4 – Série temporal representada de forma discreta.

$$P(y \leq y(t) \leq y + \Delta y) = f_y(y) \Delta y = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{\Delta t}{\Delta t N} = \sum_{i=1}^{n_i} \frac{1}{N} \quad (2-14)$$

onde N corresponde ao número de intervalos de tempo contidos na série temporal e n_i é o número de ocorrências em que $y \leq y_i \leq y + \Delta y$. Assim, tomando-se faixas de largura finita Δy cortando paralelas ao eixo das abscissas, e contando o número de pontos discretos contidos em cada uma destas faixas pode-se determinar o histograma de ocorrências, que, quando dividido pela largura de faixas Δy , corresponde aproximadamente à densidade de probabilidades do processo, como apresentado na Figura 2-5. Em outras palavras, tem-se:

$$f_y(y) = \frac{n_i}{\Delta y N} \quad (2-15)$$

onde y_i - valor central da i-ésima faixa.

n_i - número de pontos discretos contidos dentro da i-ésima faixa.

N - número total de pontos discretos da série temporal.

A distribuição de probabilidades que representa o processo aleatório é aquela que melhor se ajusta a distribuição empírica calculada pela Eq.(2-15).

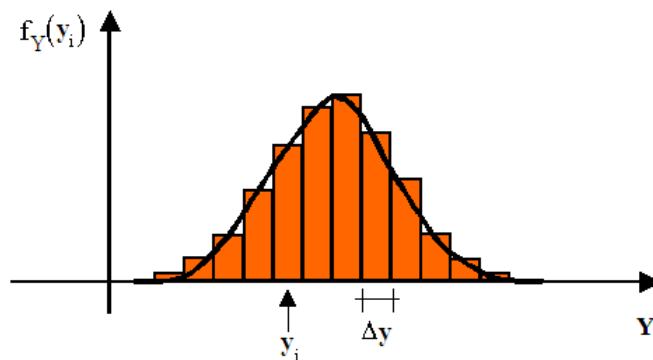


Figura 2-5 – Histograma de pontos que corresponde à densidade de probabilidades do processo aleatório estacionário e ergódico.

Se o processo aleatório for gaussiano e de média zero ($\mu_y = 0$), i.e., a distribuição de probabilidades do mesmo se ajusta a uma distribuição de Gauss, tem-se:

$$f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\sigma_y^2}} e^{\left(-\frac{1}{2\sigma_y^2} y^2\right)} \quad (2-16)$$

onde o parâmetro σ_y^2 corresponde à variância do processo aleatório. A variância do processo aleatório está diretamente ligada a sua análise espectral, como será comentado nos próximos itens.

2.3. Análise Espectral de um Processo Aleatório

A densidade espectral, ou espectro, de um processo aleatório corresponde à transformada de Fourier da função de autocorrelação do mesmo. Embora o processo aleatório em si não atenda os requisitos para que seja possível obter diretamente a sua transformada de Fourier, a função de autocorrelação atende tais requisitos [1]. A função de autocorrelação $R(\tau)$ é definida de acordo com a Eq.(2-12).

A expressão matemática da função densidade espectral de um processo aleatório estacionário é dada por [1]:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-i\omega_n \tau} d\tau \quad (2-17)$$

Uma vez definida a função densidade espectral do processo aleatório, os correspondentes momentos espectrais são definidos como:

$$m_n = \int_0^{\infty} S(\omega) \omega^n d\omega \quad (2-18)$$

onde n é a ordem.

Especificamente o momento espectral de ordem zero corresponde à variância do processo aleatório é dado por

$$m_0 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = \sigma_y^2 \quad (2-19)$$

No caso de um processo aleatório ser Gaussiano, também pode ser demonstrado [4] que a distribuição de probabilidades conjunta de processo aleatório $y(t)$, da sua velocidade $\dot{y}(t)$ e da sua aceleração $\ddot{y}(t)$ é dada pela seguinte relação:

$$f_{y,\dot{y},\ddot{y}}(y, \dot{y}, \ddot{y}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} |\mathbf{C}|^{1/2}} e^{\left(-\frac{1}{2} \mathbf{z} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{z}^T\right)} \quad (2-20)$$

onde \mathbf{C} é a matriz de covariância, que é dada por:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} m_0 & 0 & -m_2 \\ 0 & m_2 & 0 \\ -m_2 & 0 & m_4 \end{bmatrix} \quad (2-21)$$

e m_n corresponde ao momento espectral de ordem n , dado pela Eq.(2-18) e

$\mathbf{Z} = (y \quad \dot{y} \quad \ddot{y})$. O produto $\mathbf{Z} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}^T$ resulta na seguinte equação:

$$\mathbf{Z} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{Z}^T = \frac{m_4 y^2 + 2m_2 y \cdot \ddot{y} + m_0 \cdot \ddot{y}^2}{m_0 m_4 - m_2^2} \quad (2-22)$$

Considerando a definição dada acima, a distribuição de máximos de um processo aleatório qualquer é dada, de forma geral, pela seguinte expressão:

$$f_m(y) = \frac{\int_{-\infty}^0 |\ddot{y}| f_{y, \dot{y}, \ddot{y}}(y, 0, \ddot{y}) d\ddot{y}}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^0 |\ddot{y}| f_{y, \dot{y}, \ddot{y}}(x, 0, \ddot{y}) d\ddot{y} dx} \quad (2-25)$$

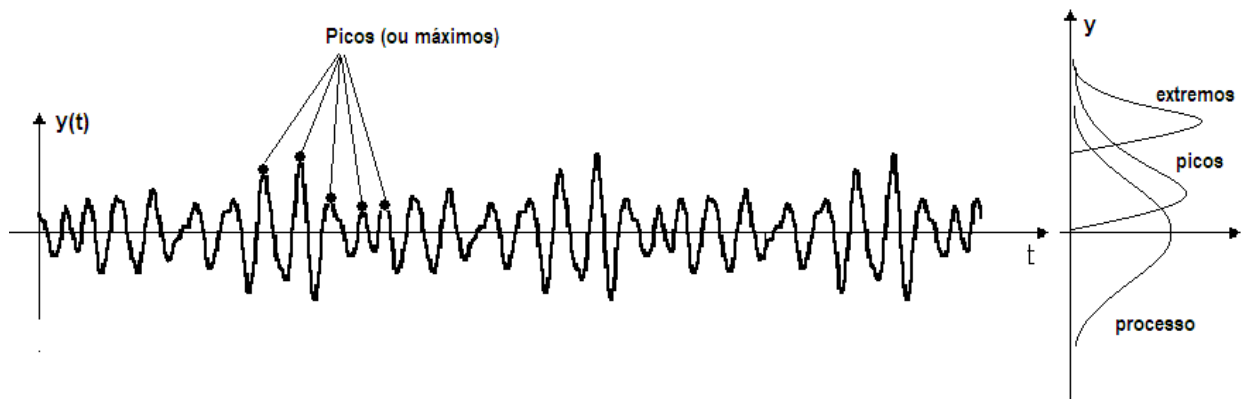


Figura 2-7 – Distribuições de probabilidades do processo aleatório, dos seus picos e do pico extremo.

Esta distribuição é ilustrada de forma genérica na Figura 2-7. Supondo o processo aleatório gaussiano e introduzindo a expressão (2-20) na expressão (2-25), obtêm-se a distribuição de máximos de um processo aleatório Gaussiano, que é conhecida como distribuição de Rice, e é dada por:

$$f_{Y_m}(y_m) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{m_0} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y_m^2}{m_0 \varepsilon^2}\right) + \frac{y_m}{m_0} \sqrt{1-\varepsilon^2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y_m^2}{m_0}\right) \Phi\left(\frac{y_m}{\sqrt{m_0} \varepsilon} \sqrt{1-\varepsilon^2}\right) \quad (2-26)$$

onde $\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}}$ é o fator de largura de banda do processo, m_i é o momento espectral de ordem i e $\Phi(\cdot)$ é a função cumulativa da distribuição normal padrão de probabilidades.

Se um processo aleatório gaussiano for de banda estreita, ou seja, $\varepsilon \rightarrow 0$, a equação (2-26) se reduz à distribuição de Rayleigh, dada por:

$$f_{y_m}(y_m) = \frac{y_m}{2\pi\sqrt{m_0}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y_m^2}{m_0}\right) \quad y_m \geq 0.0 \quad (2-27)$$

No caso de $\varepsilon \rightarrow 1$, i.e., um processo Gaussiano de banda larga, a distribuição dos picos se aproxima também de uma distribuição Gaussiana. A Figura 2-8 exemplifica o comportamento da distribuição de máximos (picos) de um processo aleatório gaussiano em função da sua largura de banda.

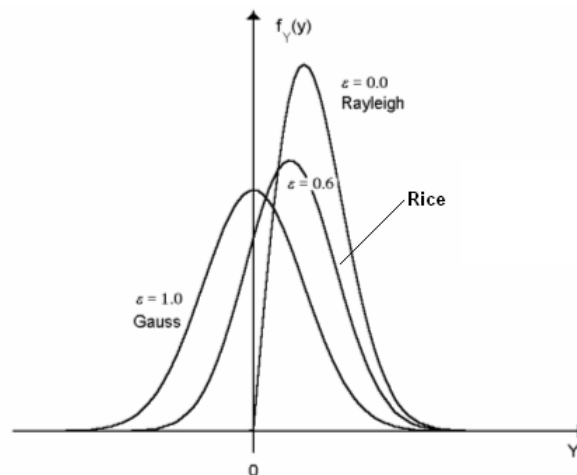


Figura 2-8 – Distribuição de probabilidades dos máximos de um processo Gaussiano: Distribuição de Rice.

2.5. Distribuição de Probabilidades do Valor Extremo de um Processo Aleatório

Seja um processo aleatório qualquer formado por N realizações temporais. Observando para cada realização o ponto máximo ou maior valor alcançado em um intervalo de tempo T de interesse (e.g. 3-h), nota-se que em cada realização será observado um valor máximo diferente. Então, o valor máximo de um processo aleatório é também uma variável aleatória. A distribuição deste valor máximo é ilustrada de forma genérica na Figura 2-7. Desta forma é fundamental que se obtenha a distribuição de probabilidades destes valores máximos para que, por exemplo, numa análise estrutural sejam verificadas as solicitações extremas numa dada estrutura. As diversas maneiras de obter a distribuição de probabilidades do valor extremo para processos aleatórios são descritas nos itens seguintes.

2.5.1. Amostra de valores extremos de várias realizações

Quando é possível obter diversas realizações distintas de um mesmo processo aleatório, a determinação da distribuição de probabilidades do seu valor extremo pode ser feita simplesmente através do ajuste de uma distribuição de probabilidades conhecida a uma amostra de dados. A amostra de dados $y^{extremo} = \{y_1^{extremo}, y_2^{extremo}, \dots, y_N^{extremo}\}$ é um conjunto com os valores máximos extremos observados em cada uma das N realizações do processo aleatório. A escolha da distribuição de probabilidades pode ser resumida por [2]:

- I – definição das distribuições de probabilidades candidatas;
- II – avaliação dos parâmetros destas distribuições através de mínimos-quadrados, método dos momentos, etc;
- III – escolha da distribuição que melhor se ajusta aos dados da amostra através de inspeção visual ou testes de aderência.

A determinação da distribuição do valor extremo através do ajuste de uma distribuição de probabilidades conhecida é simples e precisa, porém, deve-se notar que muitas vezes torna-se inviável a obtenção de várias realizações de um processo aleatório. No caso das estruturas offshore a obtenção de um conjunto de realizações do processo aleatório, que permita obter uma amostra de tamanho significativo, pode ter um custo computacional elevadíssimo.

2.5.2. Distribuição de Extremos para Processos Aleatórios Ergódigos

A obtenção de várias realizações de um processo aleatório para a definição da distribuição de probabilidades do valor extremo é, em muitos casos, inviável devido aos custos computacionais envolvidos. Se o processo aleatório analisado for considerado estacionário e ergódico, ou seja, se puder ser representado por apenas uma série temporal, a determinação da distribuição de probabilidades do valor extremo poderá ser feita utilizando metodologias que dependem de apenas uma realização deste processo aleatório. A utilização destas metodologias é usualmente uma solução viável do ponto de vista computacional, entretanto inevitavelmente tem-se que admitir que o processo aleatório seja estacionário e ergódico. Estas metodologias são baseadas na

distribuição dos picos do processo aleatório ou na frequência de cruzamentos do processo aleatório, como será comentado a seguir.

Supondo que os picos do processo aleatório sejam estatisticamente independentes a distribuição do pico extremo pode ser obtida pela estatística de ordem [2]:

$$F_{Y_E}(y) = [F_{Y_m}(y)]^N \quad (2-28)$$

$$f_{Y_E}(y) = N[F_{Y_m}(y)]^{N-1} f_{Y_m}(y) \quad (2-29)$$

onde $f_{Y_m}(y)$ e $F_{Y_m}(y)$ são as correspondentes funções densidade e cumulativa de probabilidades dos picos do processo aleatório e N é o número esperado de picos do processo aleatório no período T dado por:

$$N = v_m T \quad (2-30)$$

sendo v_m a frequência de máximos (ou de picos) que no caso de um processo gaussiano é dada por:

$$v_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}} \quad (2-31)$$

Especificamente no caso de um processo aleatório Gaussiano, ainda pode ser demonstrado [2] que a distribuição de extremos dada pela Eq.(2-32) pode ser representada por uma distribuição do Tipo I (Gumbel), dada por:

$$f_{Y_E}(y) = \alpha \exp(-\alpha(y-u)) - \exp(-\alpha(y-u)) \quad (2-32)$$

sendo neste caso, os parâmetros α e u definidos pelas seguintes equações:

$$u = \sqrt{m_0} \sqrt{2 \ln(v_0 T)} \quad (2-33)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2 \ln(v_0 T)}}{\sqrt{m_0}} \quad (2-34)$$

onde

$$v_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (2-35)$$

Embora a Eq.(2-28) seja válida para qualquer processo aleatório estacionário e ergódico, a solução analítica para a distribuição dos máximos ou dos picos do processo só é conhecida apenas para o caso Gaussiano (linear). No caso de processos não-gaussianos uma variedade de métodos analíticos aproximados e semi-empíricos tem sido proposta. Uma destas possibilidades é baseada na hipótese de que os picos seguem uma distribuição de Poisson, que serve tanto para processos Gaussianos como para não-Gaussianos. Entretanto, como esta metodologia é o foco deste trabalho ela será apresentada detalhadamente no próximo capítulo.

3. Distribuição de Probabilidades Baseada na Hipótese de Poisson

Neste capítulo discute-se o método para obter a distribuição de extremos de um processo aleatório baseado na hipótese de Poisson. Como a base desse procedimento reside na frequência de cruzamentos do processo aleatório, este tópico será abordado inicialmente neste capítulo antes da descrição do método propriamente dito.

3.1. Frequência de Cruzamentos de um Processo Aleatório

Seja um processo aleatório $y(t)$ e uma reta $y(t)=a$, conforme apresentado na Figura 3-1. O número de cruzamentos ascendentes do processo aleatório $y(t)$ no nível $y(t)=a$ no intervalo $0 \leq t \leq T$ é definido por $N^+(a;T)$. Sendo o processo aleatório estacionário a frequência de cruzamentos do processo $y(t)$ com $y(t)=a$ no intervalo $0 \leq t \leq T$ é definida como sendo o número identificado de cruzamentos ascendentes $N^+(a;T)$ divididos pelo tempo total considerado T e é representada por:

$$v_a^+ = \frac{N^+(a;T)}{T} \quad (3-1)$$

Pode ser demonstrado matematicamente [1] que a frequência de cruzamentos de um processo aleatório e estacionário é calculada a partir da velocidade do processo aleatório $y(t)$, dada por $\dot{y}(t)$, e pela distribuição conjunta de probabilidades $f_{y,\dot{y}}(y, \dot{y})$ de $y(t)$ e $\dot{y}(t)$ segundo a seguinte equação:

$$v_a^+ = \int \dot{y} f_{y,\dot{y}}(x=a, \dot{y}) d\dot{y} \quad (3-2)$$

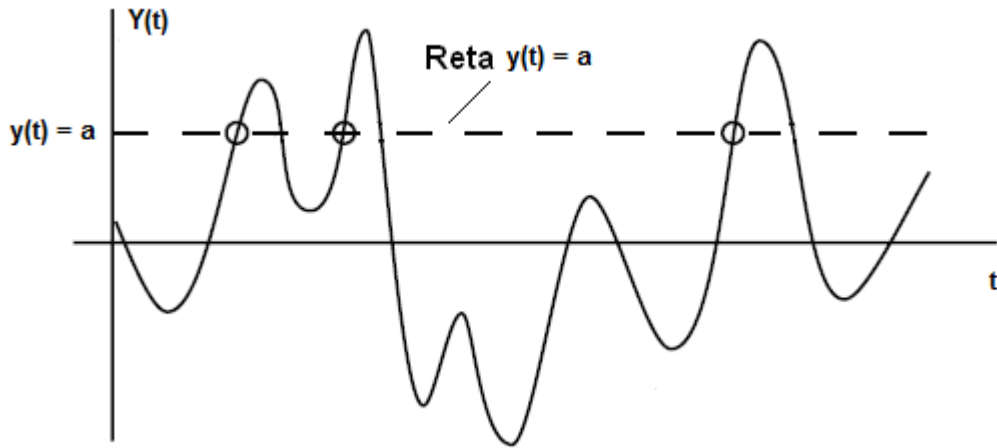


Figura – 3-1 - Processo aleatório $y(t)$ e a reta $y(t) = a$.

Se o processo aleatório for estacionário, ergódico e Gaussiano de média zero, demonstra-se que a frequência de cruzamentos é dada por [2]:

$$v_a^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{a}{m_0}\right)^2\right) \quad (3-3)$$

onde os parâmetros m_0 e m_2 são os momentos de ordem zero e dois da função de densidade espectral do processo aleatório. E no caso em que a reta $y(t) = a$ é própria abscissa, ou seja, se $y(t) = 0$, a Eq.(3-4) reduz-se na a chamada frequência de cruzamentos zero, dada por:

$$v_0^+ = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_2}{m_0}} \quad (3-4)$$

3.1.1. Procedimento Numérico para Estimar a Freqüência de Cruzamentos de um Processo Aleatório

Como será visto no item 3.2, a freqüência de cruzamentos de um processo aleatório é a base fundamental para o método de estimativa do valor extremo baseado na hipótese de Poisson.

A freqüência de cruzamentos de um processo aleatório Gaussiano pode ser facilmente obtida de acordo com a Eq.(3-2) descrita no item anterior. Entretanto, para diversas aplicações, os processos aleatórios encontrados na prática não atendem a hipótese de processo de Gaussiano. Entretanto, para o caso de processos aleatórios quaisquer, vários pesquisadores vêm estudando estratégias numéricas que permitam, dentro de um grau aceitável de aproximação, a modelagem da freqüência de cruzamentos. Dentro deste contexto uma metodologia proposta por NAESS *et al.* [3], desenvolvida a partir da observação de algumas soluções teóricas, permite o cálculo da freqüência de cruzamentos de um processo aleatório qualquer. NAESS *et al.* [3] identificaram que, para diversos processos aleatórios, a freqüência de cruzamentos poderia ser calculada de forma aproximada através da expressão:

$$\nu(\xi) \approx q(\xi) \exp(-\alpha(\xi - \beta)^\gamma) \quad (3-5)$$

A Eq. (3-5) representa a freqüência de cruzamentos de um processo aleatório num dado nível $y(t) = \xi$. Os termos α , β e γ são constantes, e embora $q(\xi)$ a rigor não seja um termo constante, NAESS *et al.* [3] constataram que $q(\xi)$ pode ser considerado de forma aproximada por uma constante, q , o que permite que a Eq.(3-5) seja reescrita da seguinte maneira:

$$\nu(\xi) \approx q \exp(-\alpha(\xi - \beta)^\gamma) \quad (3-6)$$

A obtenção dos parâmetros q , α , β e γ da Eq.(3-6) pode ser feita através de técnicas de ajuste de curva a valores de frequências de cruzamento estimadas para uma dada realização de um processo aleatório. O procedimento de ajuste mais simples é obtido assumindo β igual a zero. Neste caso, necessariamente q deverá ser igual à frequência de cruzamentos estimada para a série temporal, i.e.,

$$\nu(0) \approx q \exp(0) = \frac{N_0^+}{T_s} \quad (3-7)$$

onde N_0^+ é o número de cruzamentos ascendentes no nível zero e T_s é o tempo total de duração da série.

Uma vez estimado q a Eq.(3-6) pode ser manipulada, aplicando o logaritmo natural em ambos os lados, de forma a obter:

$$\ln\left(-\ln\left(\frac{\nu(\xi)}{q}\right)\right) = \gamma \ln(\xi) + \ln(\alpha) \quad (3-8)$$

ou

$$y = az + b \quad (3-9)$$

onde

$$y = \ln\left(-\ln\left(\frac{\nu(\xi)}{q}\right)\right) \quad (3-10)$$

$$a = \gamma \quad (3-11)$$

$$z = \ln(\xi) \quad (3-12)$$

$$b = \ln(\alpha) \quad (3-13)$$

Em resumo para um conjunto de pares de pontos (ξ_i, v_i) onde

$$v_i = \frac{N_{\xi_i}^+}{T_s} \quad (3-14)$$

sendo $N_{\xi_i}^+$ o número de cruzamentos ascendentes no nível $y(t) = \xi_i$, ajusta-se através

de técnicas de regressão linear, uma reta aos pares de pontos $\left(\ln\left(-\ln\left(\frac{v_i}{q}\right)\right), \ln(\xi_i) \right)$

obtendo-se o coeficiente angular a e o coeficiente linear b . Os valores de γ e α serão, então, finalmente calculados por:

$$\gamma = a \quad (3-15)$$

$$\alpha = \exp(b) \quad (3-16)$$

Teoricamente, os parâmetros obtidos conforme mostrados acima, a rigor, somente fornecerão valores exatos para a frequência de cruzamentos quando o $T_s \rightarrow \infty$. Como as realizações na prática são de duração finita, existem incertezas nos valores

estimados. Por outro lado, observa-se também que nesta metodologia os valores mais importantes para definição dos parâmetros da Eq.(3-6) não estão associados aos valores mais elevados do processo aleatório, o que pode melhorar a robustez do método. A expressão (3-6) permite que seja calculada a frequência de cruzamentos de processos aleatórios gerais, sejam eles Gaussianos ou não.

3.2. Distribuição de Extremos Utilizando a Hipótese de Poisson

A resposta extrema é, em geral, um dos parâmetros de maior interesse quando é realizada uma análise estrutural. As estruturas offshore, como mencionado anteriormente, estão sujeitas predominantemente a carregamentos ambientais, e como estes carregamentos são, por definição, processos aleatórios, a resposta estrutural que será obtida também será um processo aleatório.

A determinação do valor extremo característico de processo aleatório é geralmente complexa, pois envolve a determinação da distribuição de probabilidades do valor extremo do mesmo. O caso mais simples de determinação da distribuição de probabilidades do valor extremo é quando o processo aleatório em questão for considerado estacionário, ergódico e Gaussiano, neste caso a distribuição do valor extremo pode ser determinada facilmente através da Eq.(2-32), que corresponde à distribuição de extremos do Tipo I (Gumbel). Embora, em muitos casos, a resposta de uma estrutura offshore possa ser considerada um processo aleatório estacionário e ergódico, geralmente este não pode ser considerado Gaussiano. Isto se deve a diversos tipos de não linearidade existentes, como não linearidades do carregamento, das transformações das ações e como também da própria estrutura. Como soluções para

este problema existem algumas maneiras de obter a distribuição de probabilidades do valor extremo de processos aleatórios estacionários e ergódigos gerais, e dentre elas está a que é baseada na distribuição de Poisson [2].

Se um evento possuir frequência média de ocorrência ν_a , e supondo que o mesmo atenda as hipóteses de Poisson [2], a determinação da probabilidade do número de ocorrências deste evento em um intervalo de tempo ($0 \leq t \leq T$) ser igual a n , é fornecida pela seguinte relação:

$$P(n) = \frac{(\nu_a T)^n}{n!} e^{-(\nu_a T)} \quad (3-17)$$

Supondo um processo aleatório $Y(t)$ qualquer e um dado nível $Y(t) = y$, cuja frequência de cruzamentos do processo é igual a ν_y , pode-se dizer que a probabilidade do valor extremo do processo aleatório ser menor ou igual ao valor do nível y é igual à probabilidade do número de cruzamentos do processo com a reta $y(t) = y$ ser igual a zero, i.e., se y é um valor extremo de $Y(t)$ não pode haver cruzamentos acima deste nível. Matematicamente tem-se:

$$P(Y_m \leq (Y(t) = y)) = e^{(-\nu_y T)} = F_{Y_m}(y) \quad (3-18)$$

ou seja:

$$F_{Y_m}(y) = e^{(-\nu_y T)} \quad (3-19)$$

Substituindo a Eq.(3-2) na Eq.(3-19), obtém-se um método geral para a determinação do valor extremo de um processo aleatório qualquer a partir da frequência de cruzamentos do processo, ou seja:

$$F_{Y_m}(y) = \exp\left(-\left(\int_0^\infty \dot{y} f_{y,\dot{y}}(y, \dot{y}) d\dot{y}\right) T\right) \quad (3-20)$$

Observa-se que o problema fundamental desta metodologia encontra-se na determinação da frequência de cruzamentos do processo aleatório, porém, a metodologia é válida para processos Gaussianos e não-Gaussianos. No caso específico de processos aleatórios estacionários gaussianos a determinação da frequência de cruzamentos é feita de forma analítica, utilizando a Eq.(3-4). Substituindo a Eq.(3-4) na Eq.(3-19), tem-se a expressão analítica para a determinação dos valores extremos a partir da frequência de cruzamentos para o caso Gaussiano, como apresentado abaixo:

$$F_{Y_m}(y) = \exp\left(-\nu_0 T \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{y}{\sqrt{m_0}}\right)^2\right)\right) \quad (3-21)$$

onde ν_0 e m_0 são obtidos a partir da densidade espectral do processo como mostrado anteriormente nos itens 2.4.2 e 2.2, respectivamente.

Embora a Eq.(3-20) seja válida para qualquer processo aleatório, no caso de processos aleatórios não-Gaussianos não é muito simples de se obter uma solução analítica para a frequência de cruzamentos num determinado nível $Y(t) = y$. Porém, a metodologia [3] proposta por NAESS *et al* para a obtenção da frequência de cruzamentos de um processo aleatório qualquer, descrita no item 3.3 deste trabalho,

pode ser utilizada para obter a distribuição de probabilidades do valor extremo de processos aleatórios estacionários e ergódicos, sejam eles Gaussianos ou não. Desta forma, a distribuição de extremos pode ser representada então por:

$$F_{ve}(y) = \exp(-q \exp(y - \beta)^r T) \quad (3-22)$$

O principal objetivo deste trabalho é a investigação deste procedimento.

3.3. Procedimento Numérico Implementado

Devido à dificuldade para determinar a distribuição de probabilidades do valor extremo no caso de processos aleatórios estacionários ergódicos não-Gaussianos, a Eq.(3-6), que fornece uma estimativa para a frequência de cruzamentos do processo aleatório, associada com a distribuição de extremos de Poisson, pode ser uma ferramenta útil na análise de extremos. Considerando-se uma série temporal discreta que seja uma realização de um processo aleatório, será apresentado a seguir um procedimento numérico para determinação dos coeficientes da Eq.(3-6) e posteriormente aplicá-los em estimativas de valores extremos.

O passo inicial para a determinação destes coeficientes na implementação desenvolvida neste trabalho está na escolha de uma *faixa* paralela ao eixo das abscissas para a contagem dos cruzamentos em diversos níveis associados à série temporal em questão. Esta *faixa* é então subdividida em um número finito de níveis, sendo feita a contagem dos cruzamentos ascendentes da série temporal com cada nível. Posteriormente, o número de cruzamentos ascendentes obtido será dividido pelo tempo total da série temporal, obtendo assim a frequência de cruzamentos do processo

em cada nível. A determinação da largura da faixa é feita simplesmente adotando-se um nível máximo e um nível mínimo para a mesma, como apresentado na Figura 3-2.

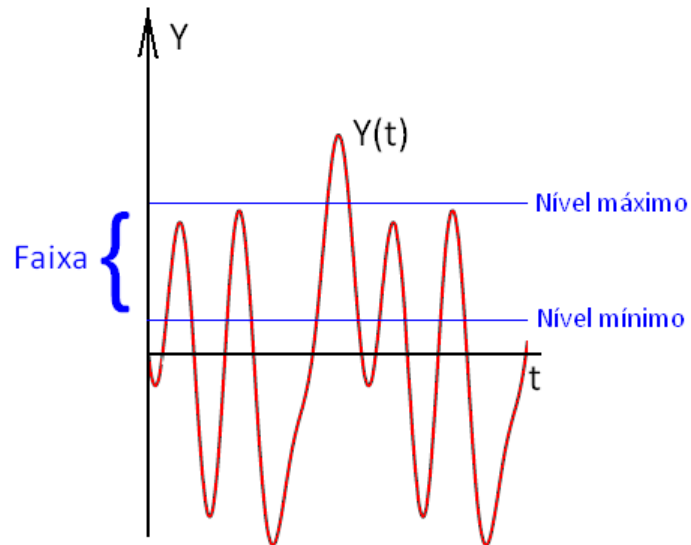


Figura – 3-2 - Definição da faixa para a contagem de cruzamentos dos níveis que serão obtidos a partir da mesma com a série temporal em questão.

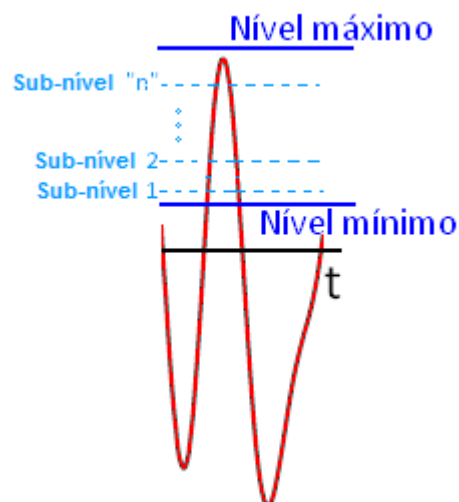


Figura 3-3 – Níveis obtidos dentro de uma faixa definida onde serão tomadas retas para a contagem dos cruzamentos com a série temporal.

Os níveis máximos e mínimos que irão definir a largura e posição das faixas serão calculados proporcionalmente ao desvio padrão da série temporal, sendo a faixa dividida em sub-níveis igualmente espaçados para a contagem de cruzamentos. Nesta dissertação serão investigadas a melhor posição e a largura da faixa, e calculadas as respectivas respostas de valores extremos. Será estudada também neste trabalho a influência do número de subdivisões da faixa na resposta final obtida.

Após terem sido determinados os níveis e as frequências de cruzamento com a série temporal, a próxima etapa será a determinação dos parâmetros que definem a Eq.(3-6), através de um procedimento iterativo. Inicialmente, neste procedimento, são adotados valores para os coeficientes q e β , e, tendo em mãos os níveis de cruzamento ξ e as frequências de cruzamentos para estes níveis medidas diretamente da série temporal, serão utilizadas as Eq.(3-11) e (3-13) para obter um conjunto de pontos Y e Z . Observando a Eq.(3-6) é possível notar que, se o valor do nível inicial correspondesse ao próprio eixo das abscissas, ou seja, $\xi = 0$, o valor obtido para a frequência de cruzamentos estimada deverá ser a própria frequência de cruzamentos zero. O menor valor de ξ deverá, obrigatoriamente, ser maior ou igual a constante β . Então se o nível inicial de ξ for escolhido como zero, o valor de β deverá ser tomado como zero, e isso levaria, para um nível $\xi = 0$, que a constante q seria igual à frequência de cruzamentos zero do processo aleatório. Extrapolando esta idéia, pode-se chegar à conclusão que se β for tomado como igual a um valor superior a zero, o mínimo valor de ξ fisicamente consistente teria que ser o mesmo valor adotado para β , o que levaria, para este nível inicial, o valor da constante q como igual à frequência de cruzamentos deste mesmo nível mínimo. Se β for tomado sempre como igual a zero, o menor nível adotado para a Eq.(3-6) será $\xi = 0$, e o valor de q seria

igual à frequência de cruzamentos zero deste processo aleatório. Para processos aleatórios não-Gaussianos os valores da frequência de cruzamentos zero deverão ser medidos diretamente da série temporal, e estes seriam exatos apenas se o tamanho da série temporal considerada fosse infinito, entretanto como é impossível obter uma série temporal de tamanho infinito, existe uma incerteza nesta estimativa. Em consequência disto, os valores de q , no caso de $\beta = 0$, que deveriam ser exatamente iguais a frequência de cruzamentos zero, deverão apenas ser valores próximos à mesma.

Nesta dissertação o valor de β foi considerado em todos os casos como igual a zero, e a implementação computacional foi feita com a frequência de cruzamentos zero sempre sendo medida diretamente da série temporal, mesmo quando o processo aleatório foi Gaussiano e a mesma pudesse ter sido determinada através da Eq.(3-4). Em virtude desta metodologia de implementação computacional, inicialmente serão adotados diversos valores de q , sempre próximos à frequência de cruzamentos zero e, para cada q inicialmente adotado, serão obtidos os demais coeficientes, determinando assim todos os parâmetros pertinentes da Eq.(3-6). O valor final de q a ser escolhido será aquele em que os valores produzidos pela Eq.(3-6) apresentem o menor erro em relação aos valores medidos diretamente da série.

A determinação dos demais coeficientes que definem a Eq.(3-6) será feita através do cálculo de uma reta ajustada para o conjunto de pontos que foi obtido através das Eq.(3-11) e (3-13). Os parâmetros que definem a reta irão determinar os coeficientes restantes da Eq.(3-6), já que o coeficiente angular da reta ajustada irá definir o parâmetro γ , e o coeficiente linear permite que seja calculado o parâmetro α , como definido anteriormente na Eq.(3-17). Os coeficientes lineares e angulares podem ser obtidos através de técnicas de regressão linear.

Com todos os parâmetros da Eq.(3-6) definidos, finalmente restará à verificação do ajuste realizado, ou seja, se o mesmo está adequado ou não. Para isto deverá ser avaliado o erro que os resultados produzidos pela Eq.(3-6) possuem em relação aos valores de frequência de cruzamentos para diversos níveis obtidos diretamente da série. É sempre conveniente que seja traçado o gráfico da Eq.(3-6) para avaliar visualmente o quão distante o ajuste está da frequência de cruzamentos obtida diretamente da série temporal.

Como pode ser observado na descrição da metodologia numérica para a determinação da frequência de cruzamentos, para cada faixa estabelecida, serão obtidos conjuntos de coeficientes que definem a Eq.(3-6), e através desta expressão determina-se a expressão para a frequência de cruzamentos do processo aleatório. Neste trabalho, para cada série temporal, serão adotadas não apenas uma, mas sim diversas faixas para contagem de cruzamentos. Para cada uma das faixas adotadas serão obtidos todos os coeficientes que definem a Eq.(3-6). Posteriormente, para cada coeficiente, será calculada a média de todos os valores obtidos para as diversas faixas adotadas. Estes coeficientes médios serão finalmente utilizados na Eq.(3-6) para determinar a expressão da frequência de cruzamentos do processo aleatório, e posteriormente esta expressão será utilizada para determinar a distribuição de probabilidades do valor extremo através de Poisson, como apresentado na Eq.(3-22). A Figura 3-4 apresentada adiante de forma lógica a seqüência de etapas para a determinação da expressão da distribuição do valor extremo por Poisson utilizando o procedimento numérico [3] para estimar a frequência de cruzamentos do processo aleatório.

A comparação dos resultados obtidos será feita sempre utilizando o Valor Mais Provável da distribuição de extremos obtida. A escolha por este parâmetro se deve ao

fato de que, usualmente na prática de engenharia, quando se tem a um processo aleatório qualquer e deseja-se determinar o valor extremo deste processo, toma-se como valor característico o Valor Mais Provável do mesmo. Quando o processo aleatório em questão for Gaussiano, o Valor Mais Provável de referencia, ou teórico, será aquele obtido através da distribuição Tipo I (Gumbel) para um período de 3 horas, utilizando os parâmetros do espectro. Quando a serie temporal não for Gaussiana, será gerada a partir de um conjunto de realizações do processo, uma amostragem de máximos. Para esta amostragem então será ajustada uma distribuição de extremos para que posteriormente seja determinado o Valor Mais Provável para um período de 3 horas, que será tomado como valor teórico para as comparações.

A distribuição de Poisson fornece uma estimativa para a distribuição de extremos para processos aleatórios estacionários e ergódigos. Vale observar que o Valor Mais provável calculado somente tenderá para o valor exato se o tamanho da série temporal utilizada for infinito. Porém, se a metodologia de Poisson for aplicada em um conjunto de amostras do processo aleatório, a média dos Valores Mais Prováveis das amostras tenderá para o valor exato à medida que aumentar o número de amostras consideradas.

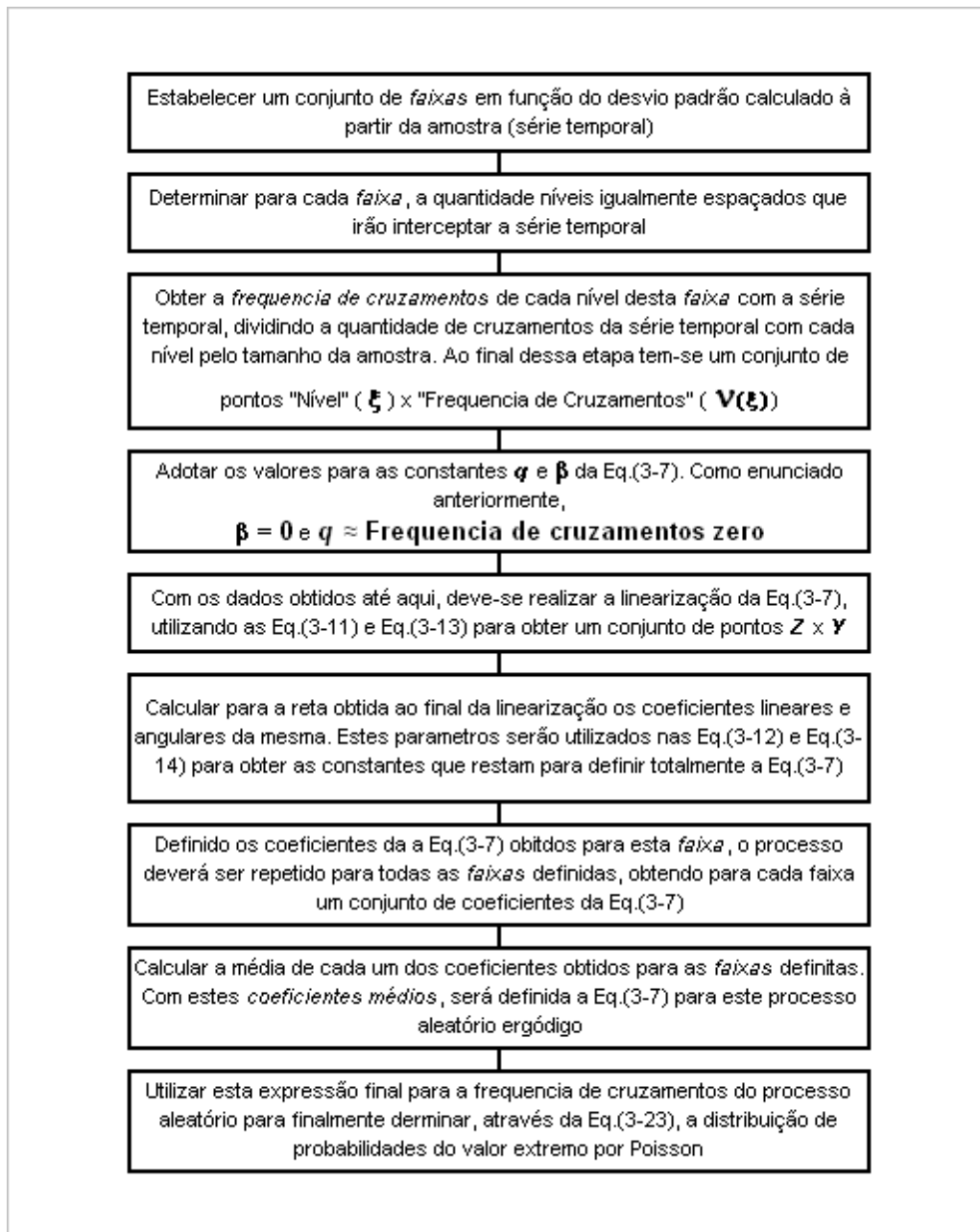


Figura 3-4 – Seqüência de etapas utilizadas nesta dissertação para estimar a distribuição de valor extremo por Poisson utilizando o procedimento numérico de estimativa da freqüência de cruzamentos do processo aleatório.

4. Aplicações

A formulação baseada na hipótese de Poisson descrita no Capítulo 3 representa uma alternativa para a obtenção da distribuição do valor extremo de processos aleatórios. Como foi demonstrada, esta formulação depende somente da expressão que define a frequência de cruzamentos do processo aleatório, considerado estacionário e ergódico. Como nem sempre é possível obter uma expressão analítica para a frequência de cruzamentos, o ajuste de uma expressão genérica [3], através de uma metodologia numérica descrita no capítulo anterior, é uma alternativa viável para o uso desta formulação em processos aleatórios estacionários e ergódicos representados através de séries temporais de durações finitas.

Neste capítulo serão investigados detalhes de implementação numérica para obter um melhor ajuste dos parâmetros da Eq.(3-6) que é utilizada para representar a frequência de cruzamentos do processo investigado. Para esta finalidade será inicialmente considerado um exemplo de um processo aleatório gaussiano simples. Posteriormente, será investigado um processo não-gaussiano, gerado a partir de uma transformação não-linear de um processo gaussiano simples. Finalmente, focando em aplicações práticas na área de estruturas marítimas, serão analisadas várias séries de tensões de Von Mises associadas a diferentes pontos de um riser rígido de aço na configuração catenária livre (SCR- *Steel Catenary Riser*) e de outro riser rígido de aço com flutuadores num segmento intermediário (SLWR – *Steel Lazy Wave Riser*).

4.1. Exemplo 1 – Série Temporal Gaussiana

Neste exemplo a formulação, baseada na hipótese de Poisson (frequência de cruzamentos), é aplicada num processo aleatório Gaussiano que representa as elevações das ondas do mar numa dada localização. Considera-se que a duração do estado de mar é de 3-h e que a função densidade espectral das elevações é representada pelo espectro de Pierson-Moskovitz [1], dada por:

$$S_{\eta}(\omega) = \frac{4\pi^3 Hs}{\omega^5 Tz^4} \exp\left(\frac{-16\pi^3}{\omega^4 Tz^4}\right) \quad (4-1)$$

onde o parâmetro Hs corresponde à altura significativa de onda e Tz ao período de cruzamento zero. Especificamente no exemplo analisado nesta dissertação estes parâmetros correspondem a $7.8m$ e $11.8s$, respectivamente.

As Realizações (séries temporais) gaussianas deste processo aleatório são geradas através da técnica de decomposição espectral [5], i.e.,

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N A_i \cos(\omega_i t + \phi_i) \quad (4-2)$$

onde N é o número de harmônicos da representação, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_N]$ são as frequências dos harmônicos, $\boldsymbol{\phi} = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N]$ é um conjunto de fases aleatórias, cada uma delas uniformemente distribuída entre $[0, 2\pi]$ e $\mathbf{A} = [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_N]$ são

as amplitudes harmônicas que se relacionam com a função densidade espectral através da expressão (vide Figura 4.1)

$$A_i = \sqrt{2S_\eta(\omega_i)\Delta\omega} \quad (4-3)$$

Neste trabalho, para evitar a periodicidade das séries temporais geradas, o espectro foi dividido em N faixas de mesma largura e o valor da frequência representativa de cada faixa foi gerada aleatoriamente dentro da mesma. Observa-se também que as realizações são obtidas com diferentes conjuntos de fases aleatórias $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N]$. No presente trabalho foram utilizados 2000, i.e. $N = 2000$, harmônicos na geração das séries para garantir um comportamento Gaussiano das mesmas.

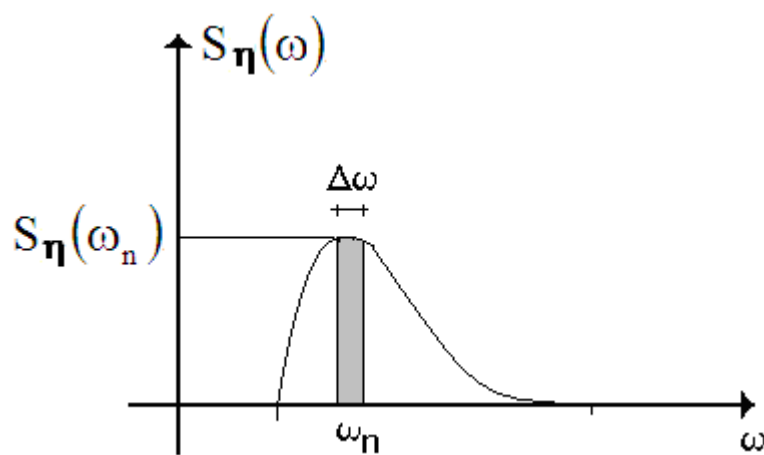


Figura – 4-1 – Decomposição espectral.

Existem vários aspectos que influenciam na determinação numérica dos coeficientes da Eq.(3-6) que representa a frequência de cruzamentos, tais como a duração da simulação numérica e também o conjunto amostral (faixa) de valores que

são utilizados para fazer o ajuste da curva. Neste trabalho, adotou-se o seguinte procedimento semi-empírico para efetuar o ajuste:

- 1) Arbitra-se um conjunto de M faixas (vide Fig. 3-3), cada uma delas com limites máximos e mínimos definidos empiricamente em função do desvio padrão da série;
- 2) Divide-se cada uma das M faixas em 50 sub-intervalos; para cada um deles calcula-se, com base na série temporal, a respectiva frequência de cruzamento;
- 3) Para cada uma das faixas calcula-se o conjunto de parâmetros $\mathbf{P}_j = [q_j \quad \alpha_j \quad \xi_j \quad \beta_j]$ da Eq. (3-7), utilizando a técnica de ajuste descrita no Capítulo 3;
- 4) Toma-se como parâmetro final a ser utilizado para representar a frequência de cruzamentos o valor médio do parâmetro considerando as M faixas, por exemplo,

$$q = \sum_{j=1}^M \frac{q_j}{M} \text{ e assim por diante.}$$

Nos exemplos analisados neste trabalho foram investigadas quatro situações ou “casos” com diferentes números M de faixas para obter os coeficientes da Eq. (3-6). No primeiro caso são utilizadas 24 faixas, no segundo são empregadas 15 faixas, no caso 3 serão utilizadas 6 faixas e finalmente no caso quatro apenas 4 faixas. Os quatro casos e as suas respectivas faixas estão apresentados na Tabela 4.1. Uma vez determinada a expressão que representa a frequência de cruzamentos do processo, pode-se calcular, por exemplo, o valor extremo mais provável do processo.

Neste exemplo foram geradas 100 realizações distintas do processo aleatório com diversos tamanhos de simulação, sendo para cada realização aplicada a metodologia descrita acima para obter o valor mais provável do valor extremo para um período de 3-h, considerando os 4 casos de número de faixas descritos na Tabela 4.1. Em resumo para cada realização tem-se 4 estimativas de valor extremo, um para cada caso de número de faixas.

Os valores médios destas estimativas considerando as 100 realizações são comparados com os valores teóricos do valor mais provável, uma vez que é possível obtê-lo dado que o processo é Gaussiano (vide Capítulo 2). A Figura 4-2 apresenta os resultados obtidos para o extremo mais provável de 3-h considerando diferentes comprimentos (tamanhos) de simulação. O valor teórico de referência neste caso é igual a 7.07m.

Tabela 4-1 – Faixas para a contagem de cruzamentos de cada um dos quatro casos.

Caso 1			Caso 2			Caso 3			Caso 4		
Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV	Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV	Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV	Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV
Faixa 1	0,75	2,60	Faixa 1	0,75	2,60	Faixa 1	0,75	2,60	Faixa 1	0,75	2,60
Faixa 2	0,75	2,80	Faixa 2	0,75	2,85	Faixa 2	0,75	3,10	Faixa 2	0,75	3,60
Faixa 3	0,75	3,00	Faixa 3	0,75	3,10	Faixa 3	0,75	3,60	Faixa 3	1,50	2,60
Faixa 4	0,75	3,20	Faixa 4	0,75	3,35	Faixa 4	1,50	2,60	Faixa 4	1,50	3,60
Faixa 5	0,75	3,40	Faixa 5	0,75	3,60	Faixa 5	1,50	3,10			
Faixa 6	0,75	3,60	Faixa 6	1,13	2,60	Faixa 6	1,50	3,60			
Faixa 7	1,00	2,60	Faixa 7	1,13	2,85						
Faixa 8	1,00	2,80	Faixa 8	1,13	3,10						
Faixa 9	1,00	3,00	Faixa 9	1,13	3,35						
Faixa 10	1,00	3,20	Faixa 10	1,13	3,60						
Faixa 11	1,00	3,40	Faixa 11	1,50	2,60						
Faixa 12	1,00	3,60	Faixa 12	1,50	2,85						
Faixa 13	1,25	2,60	Faixa 13	1,50	3,10						
Faixa 14	1,25	2,80	Faixa 14	1,50	3,35						
Faixa 15	1,25	3,00	Faixa 15	1,50	3,60						
Faixa 16	1,25	3,20									
Faixa 17	1,25	3,40									
Faixa 18	1,25	3,60									
Faixa 19	1,50	2,60									
Faixa 20	1,50	2,80									
Faixa 21	1,50	3,00									
Faixa 22	1,50	3,20									
Faixa 23	1,50	3,40									
Faixa 24	1,50	3,60									

A Figura 4-3 mostra o erro percentual dos valores estimados pela metodologia baseada na frequência de cruzamentos do processo aleatório (hipótese de Poisson). Observa-se nestas figuras que o resultado praticamente independe do número M de faixas consideradas. Além disto, os erros nos valores estimados médios são relativamente pequenos para qualquer tamanho de simulação. Isto indica que a metodologia não apresenta desvios significativos em relação ao valor teórico, ou seja, ela é uma metodologia praticamente não tendenciosa.

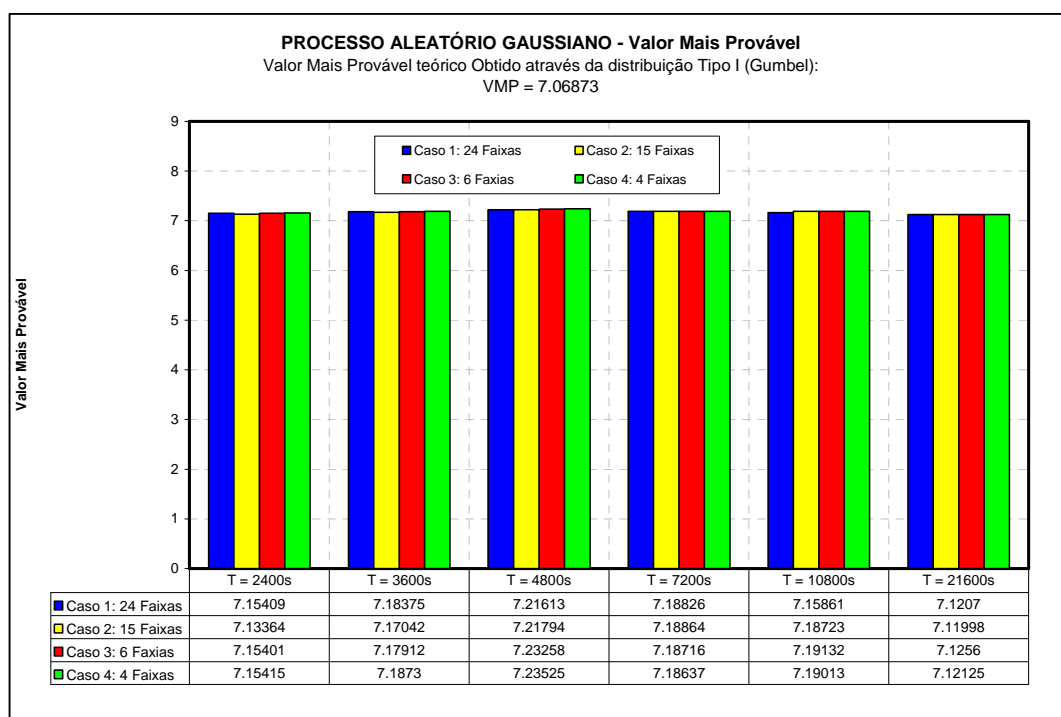


Figura 4-2 – Valor mais provável para cada um dos 4 casos (vários tamanhos de simulação).

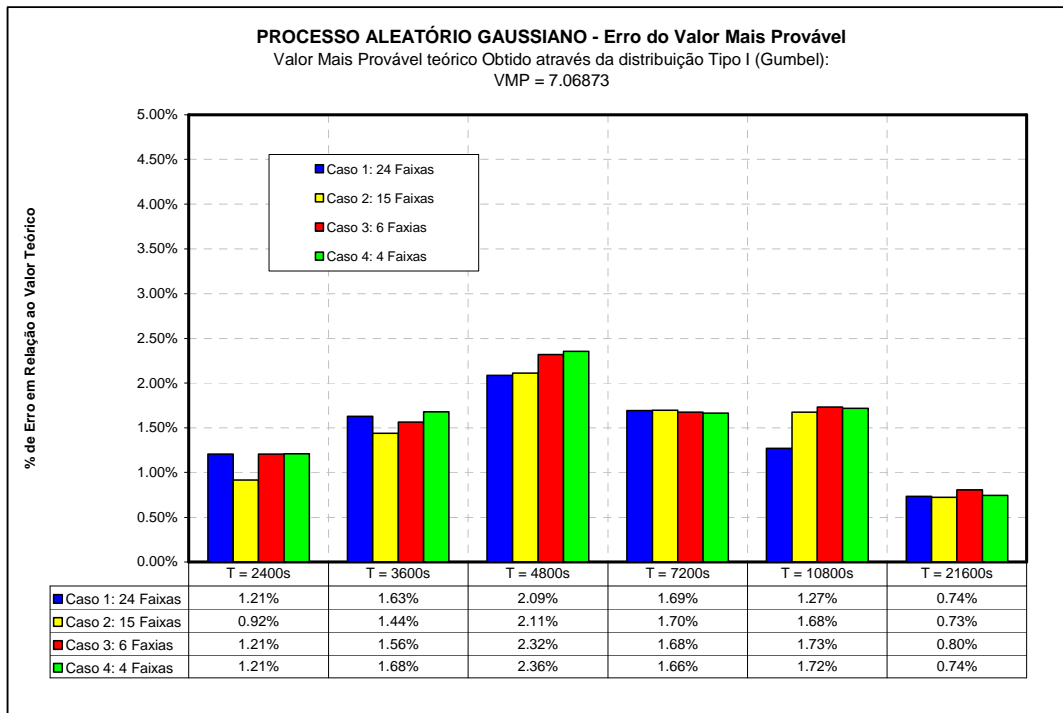


Figura 4-3 – Erro percentual entre o valor teórico e o valor mais provável obtido pela metodologia baseada na frequência de cruzamentos.

A Figura 4-4 apresenta os desvios padrões dos valores estimados com base nas 100 simulações. Claramente observa-se que este valor decresce em função do tamanho da simulação, ou seja, quanto maior o comprimento da simulação menor a incerteza no valor estimado. Por outro lado, observa-se que os casos que usam 24 e 15 faixas no processo de ajuste dos parâmetros da Eq. (3-6) apresentam desvios padrões levemente menores que os outros dois. Isto é uma indicação que os dois primeiros parecem ser mais precisos que os demais.

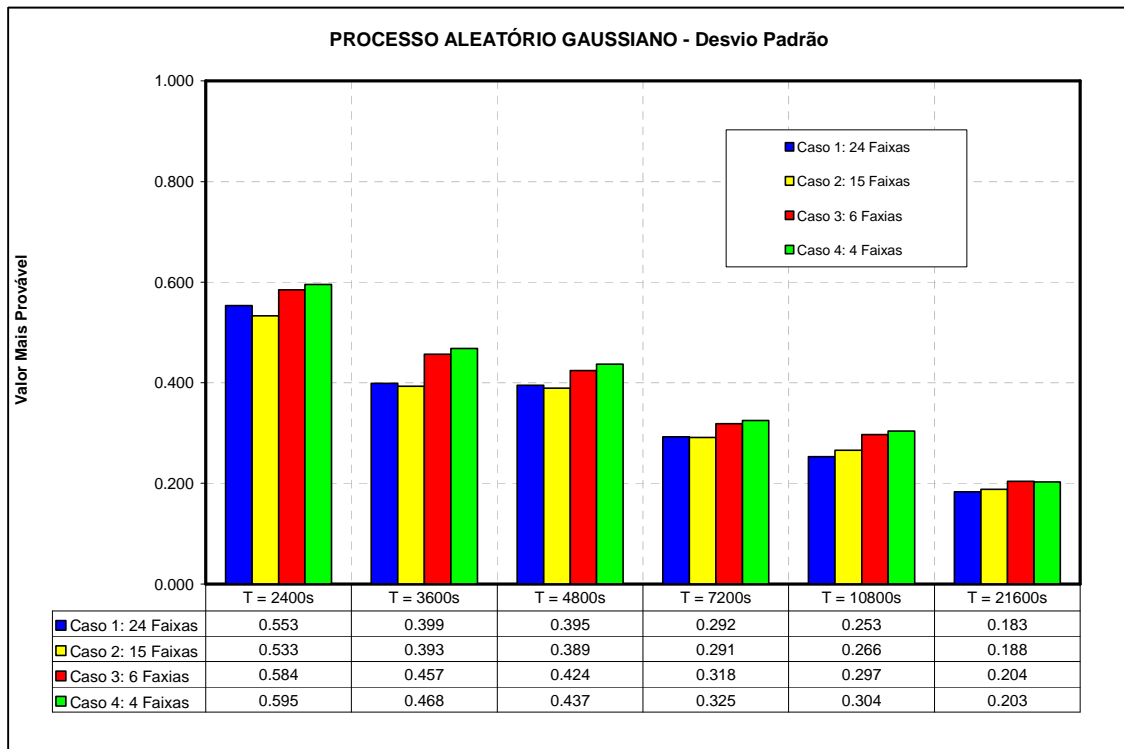


Figura 4-4 – Desvio padrão dos valores estimados com a metodologia baseada na frequência de cruzamentos.

As análises anteriores foram repetidas para outro conjunto de faixas apresentadas na Tabela 4-2. Neste novo conjunto de faixas procurou-se elevar tanto os valores no nível inferior quanto o do nível superior de cada faixa. A Figura 4-5, de forma similar a Figura 4-2, mostra o valor extremo mais provável médio das 100 simulações. A Figura 4-6 mostra o erro percentual em relação ao valor teórico e a Figura 4-7 mostra os desvio padrões dos 100 valores estimados em cada condição. Todos estes resultados são muito similares aos resultados obtidos com conjunto inicial de faixas o que indica que as alterações impostas nas faixas não alteraram os resultados numéricos.

Tabela 4-2 – Novas faixas para a contagem de cruzamentos de cada um dos quatro casos.

Caso 1			Caso 2			Caso 3			Caso 4		
Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV	Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV	Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV	Faixa	Nível Mínimo x STDV	Nível Máximo x STDV
Faixa 1	0,90	2,45	Faixa 1	0,90	2,45	Faixa 1	0,90	2,45	Faixa 1	0,90	2,45
Faixa 2	0,90	2,65	Faixa 2	0,90	2,70	Faixa 2	0,90	2,95	Faixa 2	0,90	3,45
Faixa 3	0,90	2,85	Faixa 3	0,90	2,95	Faixa 3	0,90	3,45	Faixa 3	1,65	2,45
Faixa 4	0,90	3,05	Faixa 4	0,90	3,20	Faixa 4	1,65	2,45	Faixa 4	1,65	3,45
Faixa 5	0,90	3,25	Faixa 5	0,90	3,45	Faixa 5	1,65	2,95			
Faixa 6	0,90	3,45	Faixa 6	1,28	2,45	Faixa 6	1,65	3,45			
Faixa 7	1,15	2,45	Faixa 7	1,28	2,70						
Faixa 8	1,15	2,65	Faixa 8	1,28	2,95						
Faixa 9	1,15	2,85	Faixa 9	1,28	3,20						
Faixa 10	1,15	3,05	Faixa 10	1,28	3,45						
Faixa 11	1,15	3,25	Faixa 11	1,65	2,45						
Faixa 12	1,15	3,45	Faixa 12	1,65	2,70						
Faixa 13	1,40	2,45	Faixa 13	1,65	2,95						
Faixa 14	1,40	2,65	Faixa 14	1,65	3,20						
Faixa 15	1,40	2,85	Faixa 15	1,65	3,45						
Faixa 16	1,40	3,05									
Faixa 17	1,40	3,25									
Faixa 18	1,40	3,45									
Faixa 19	1,65	2,45									
Faixa 20	1,65	2,65									
Faixa 21	1,65	2,85									
Faixa 22	1,65	3,05									
Faixa 23	1,65	3,25									
Faixa 24	1,65	3,45									

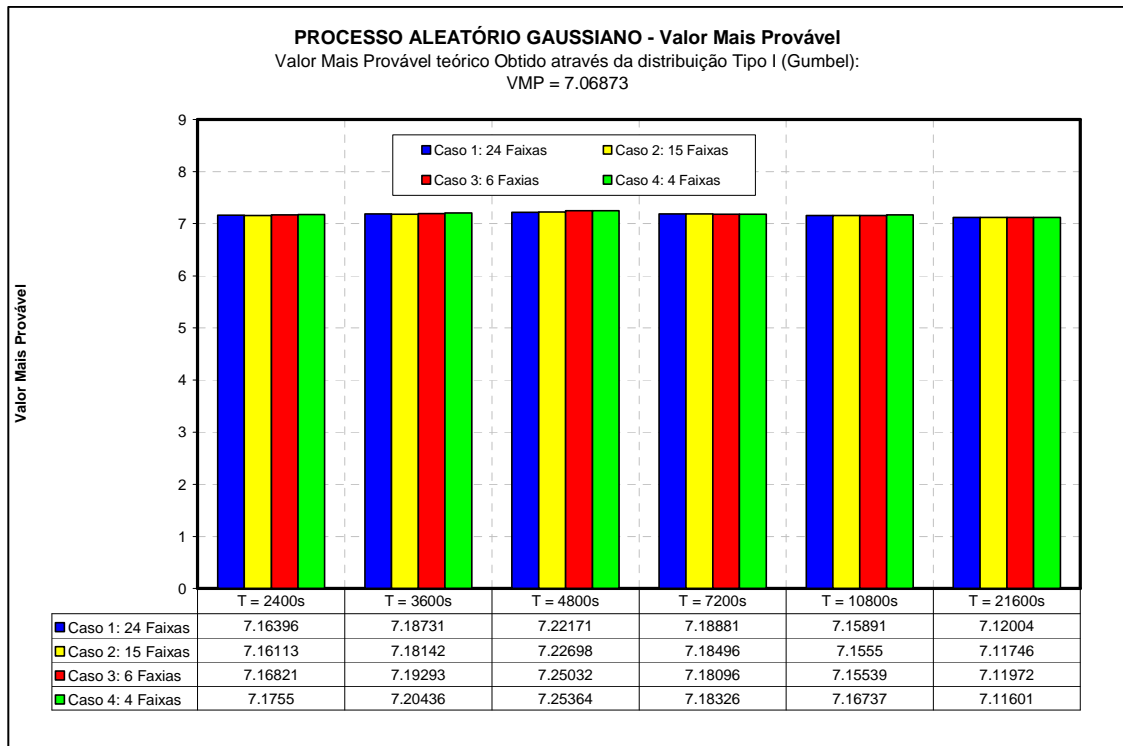


Figura 4-5 – Valor Mais Provável para cada um dos 4 casos, para cada tamanho da série temporal.

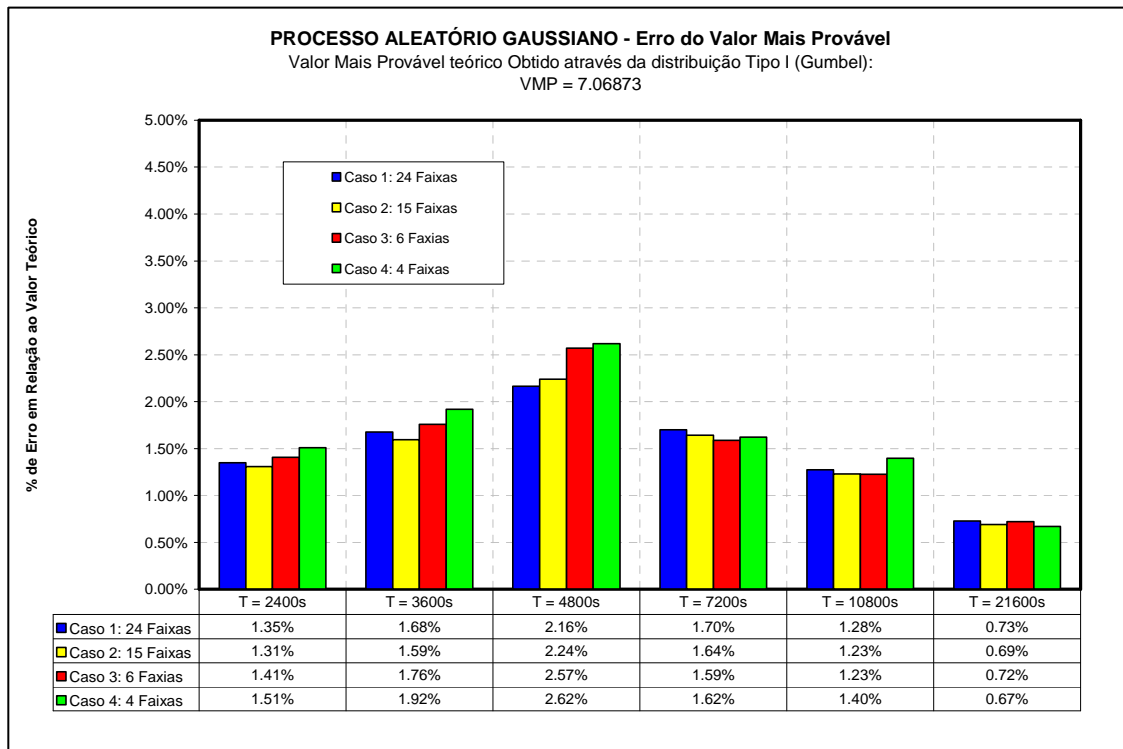


Figura 4-6 – Erro percentual entre o valor teórico e o Valor Mais Provável obtido por Poisson para cada um dos 4 casos, para cada tamanho da série temporal.

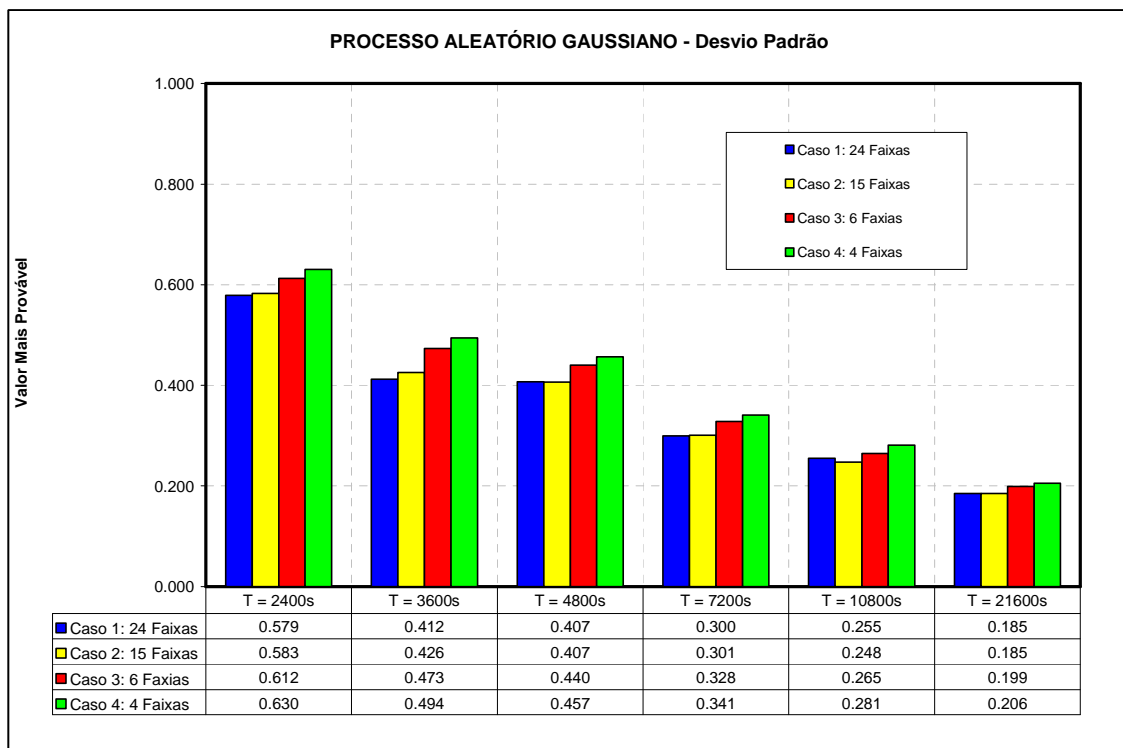


Figura 4-7 – Desvio Padrão obtido por Poisson para cada um dos 4 casos, para cada tamanho da série temporal.

Os resultados obtidos para o processo aleatório gaussiano investigado que representa a elevação da superfície do mar, definida através do espectro de Pierson-Moskovitz, utilizando o método numérico de estimativa de extremos baseado na frequência de cruzamentos, mostram que é possível obter estimativas razoáveis para a distribuição dos valores extremos e do valor extremo mais provável. Pode ser observado também que, de acordo com o esperado, o desvio padrão obtido para o valor mais provável de todas as amostras decresce à medida que o tamanho da série temporal utilizada aumenta e que a média do valor mais provável das amostras se aproxima do valor de referência.

Observa-se que o cálculo da frequência de cruzamentos do processo aleatório utilizando a metodologia numérica, mostra-se significativamente sensível a escolha das faixas que serão utilizadas no processo de ajuste dos parâmetros da equação paramétrica.

4.2. Exemplo 2 – Série Temporal Não-Gaussiana

Neste item será avaliado o desempenho da metodologia proposta no caso de um processo aleatório não-Gaussiano, de maneira análoga ao exemplo anterior. O processo aleatório investigado representa uma transformação não-linear da velocidade do processo das elevações do mar do exemplo anterior, i.e., o processo investigado constitui-se desta velocidade multiplicado pelo seu módulo:

$$y(t) = \dot{\eta}(t)|\dot{\eta}(t)| \quad (4-4)$$

onde

$$\dot{\eta}(t) = \frac{d\eta(t)}{dt} = \sum_{i=1}^N A_i \omega_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \quad (4-5)$$

Devido ao caráter quadrático da Eq.(4-4), estas séries temporais não possuem características estatísticas Gaussianas, e serve de teste para o uso da metodologia baseada na frequência de cruzamentos. A Eq.(4-4) representa uma analogia à formulação de Morison [6], cuja expressão para a força de arrasto de corpos cilindros é fundamentalmente baseada na velocidade da partícula fluida vezes o módulo da mesma.

Como não existe uma solução analítica para a distribuição de extremos neste caso, o valor extremo mais provável foi definido a partir dos valores máximos de 100 diferentes realizações de 3-h de duração. Para esta amostra de valores extremos foi ajustada uma distribuição de Gumbel e determinado o valor extremo mais provável para 3-h que foi usado como valor de referência na comparação de resultados. Este valor resultou em $14.62 m^2 / s^4$. Neste exemplo, o método de extremos baseado na frequência de cruzamentos foi utilizado considerando amostras com tamanhos de 3600 segundos, 4800 segundos, 7200 segundos e 10800 segundos. Inicialmente, as mesmas quatro situações de tamanho e número de faixas apresentado na Tabela 4-1 e foram consideradas.

A Figura 4-8 apresenta a média das estimativas do valor extremo mais provável obtido a partir de 100 realizações distintas do processo aleatório definido na Eq.(4-4). Na Figura 4-9 são apresentados os erros percentuais dos valores médios com relação ao valor de referência. A Figura 4-10 apresenta o desvio padrão dos 100 valores extremos mais prováveis estimados.

Pode-se observar que na média os valores estimados são muito próximos do valor de referência, independente do tamanho da simulação, o que indica mais uma vez que a metodologia proposta é um estimador não tendencioso do valor extremo mais provável. O desvio padrão das estimativas decresce com o tamanho da simulação e mais uma vez os casos com 24 e 15 faixas são aqueles que apresentam menor incerteza que os demais.

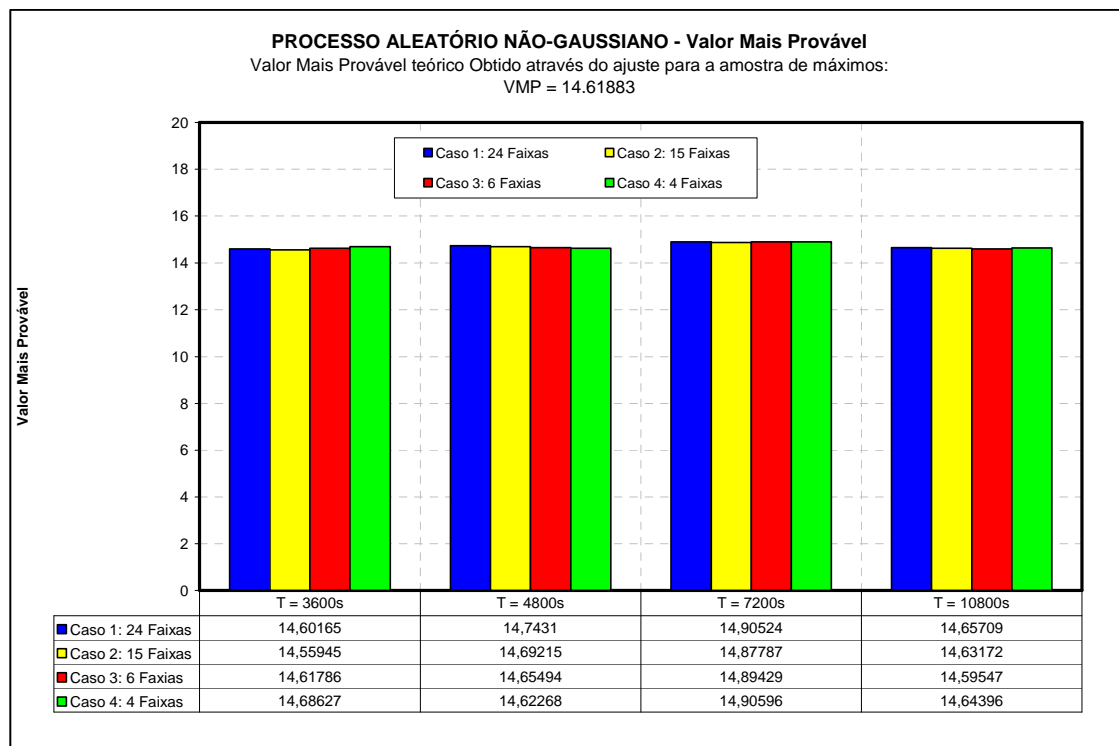


Figura 4-8 – Valor mais provável estimados para série temporal não-Gaussiana.

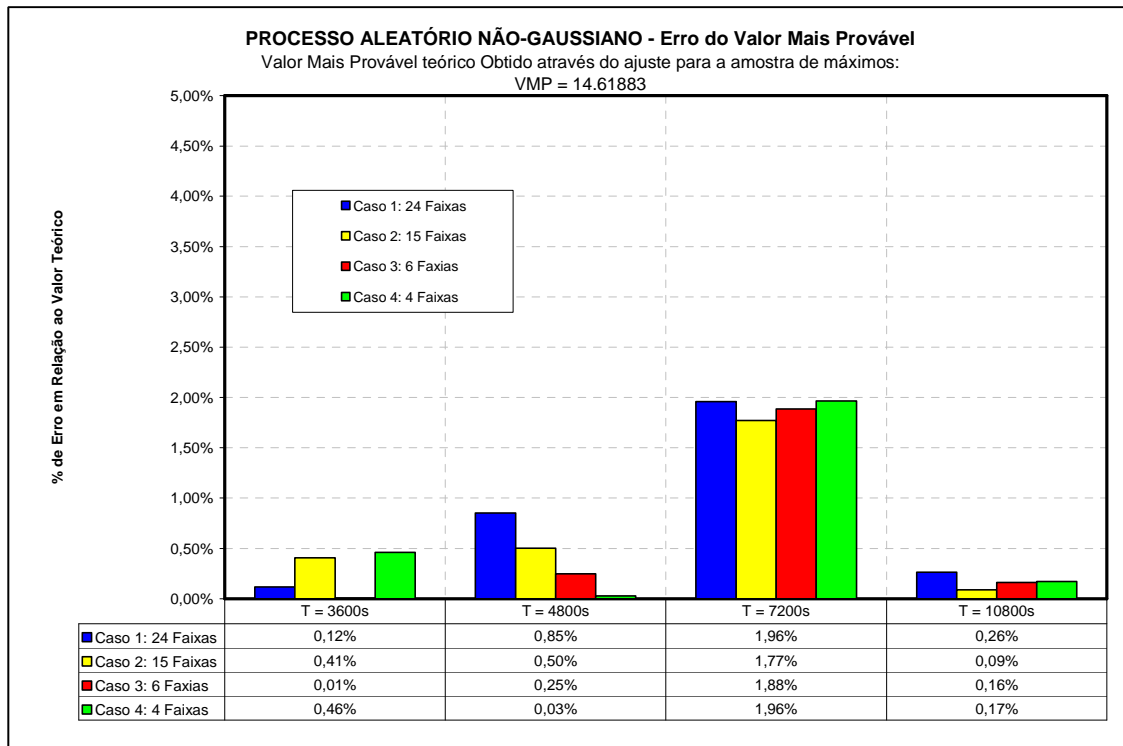


Figura 4-9 – Erro percentual entre o valor teórico e o valor extremo (3-h) mais provável estimado.

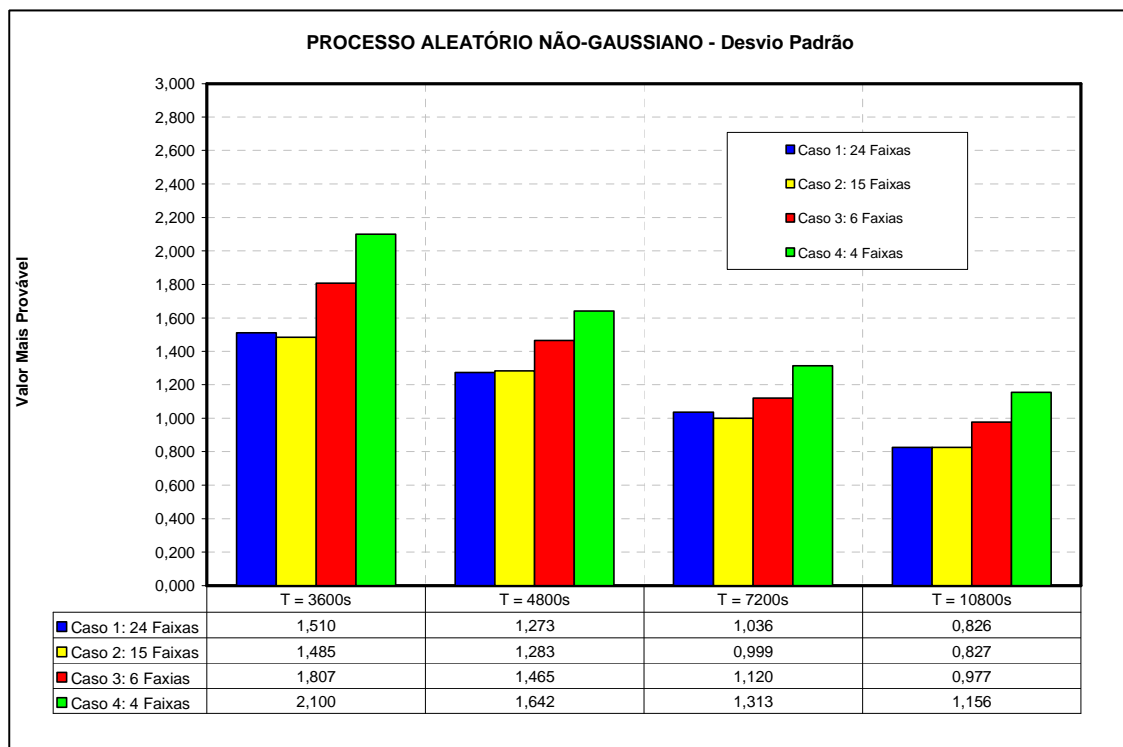


Figura 4-10 – Desvio padrão das estimativas do valor extremo (3-h) mais provável.

Assim como no exemplo apresentado no item anterior, todo o cálculo foi repetido para o conjunto de faixas apresentado na Tabela 4-2 para determinação dos parâmetros de ajuste da Eq. (3-6). A Figura 4-11 mostra os resultados obtidos com estas novas faixas para o valor extremo mais provável médio das 100 simulações. A Figura 4-12 mostra o erro percentual em relação ao valor teórico e a Figura 4-13 mostra os desvios padrões dos 100 valores estimados em cada condição. Mais uma vez os resultados são bastante similares ilustrando a pouca sensibilidade dos mesmos com relação às faixas investigadas.

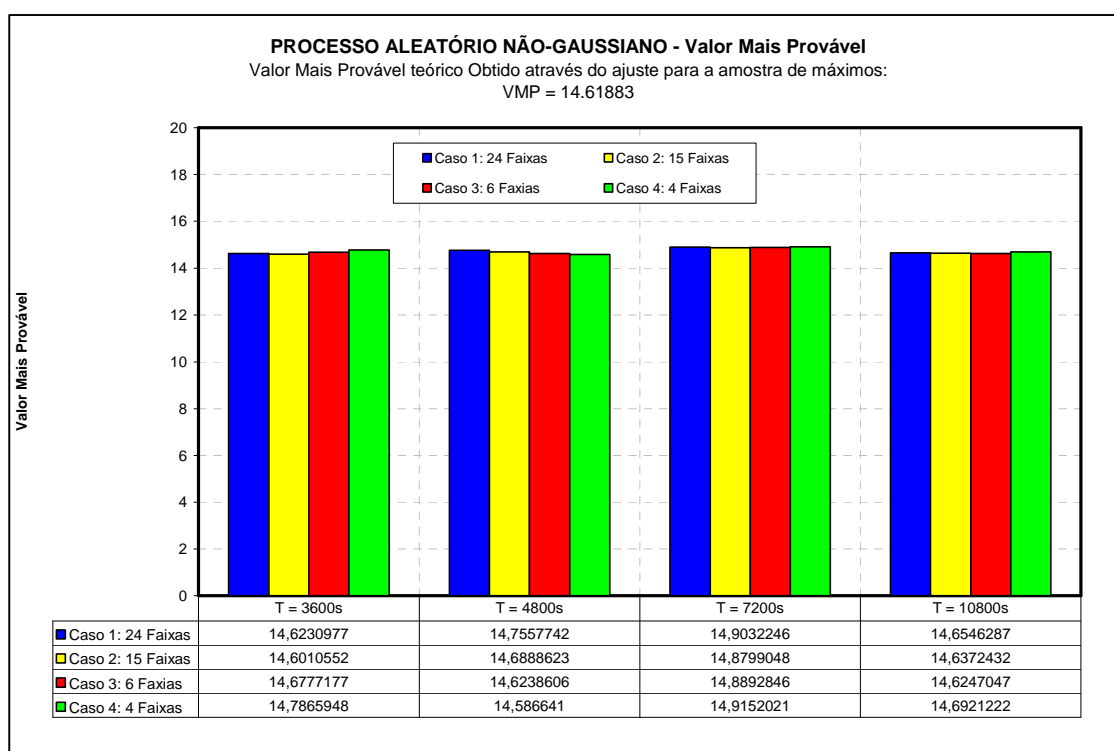


Figura 4-11 – Valor mais provável estimados para série temporal não-Gaussiana (novo conjunto de faixas).

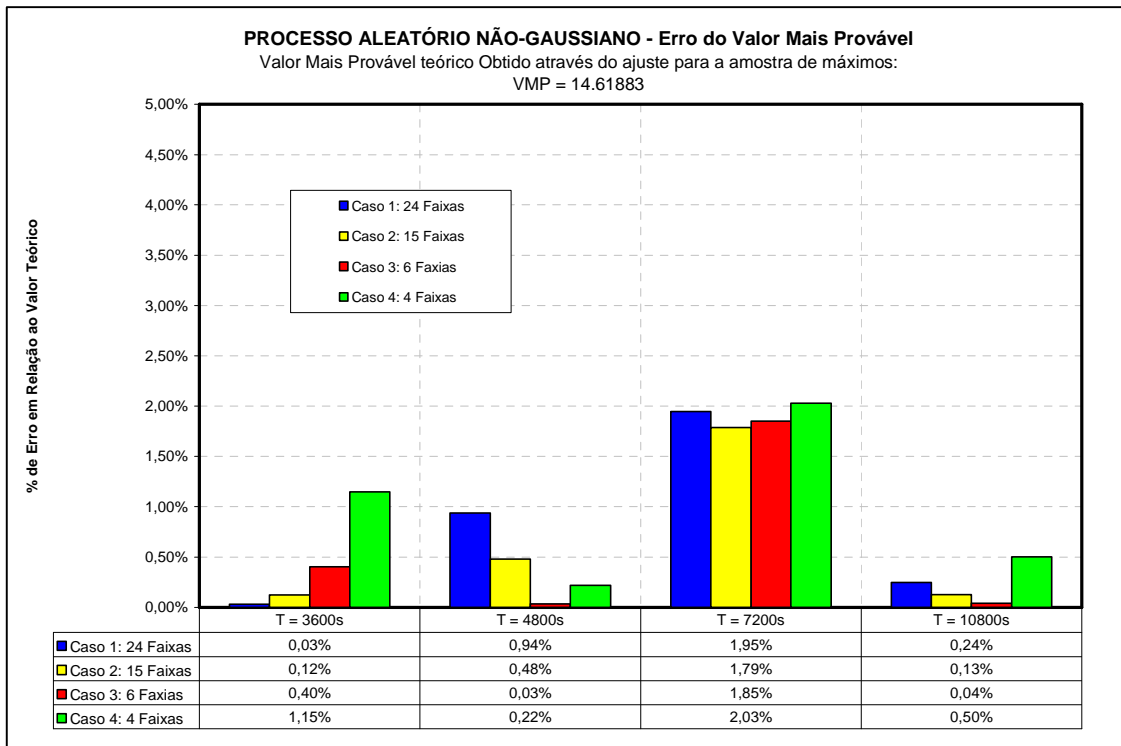


Figura 4-12 – Erro percentual entre o valor teórico e o valor extremo (3-h) mais provável estimado (segundo conjunto de faixas).

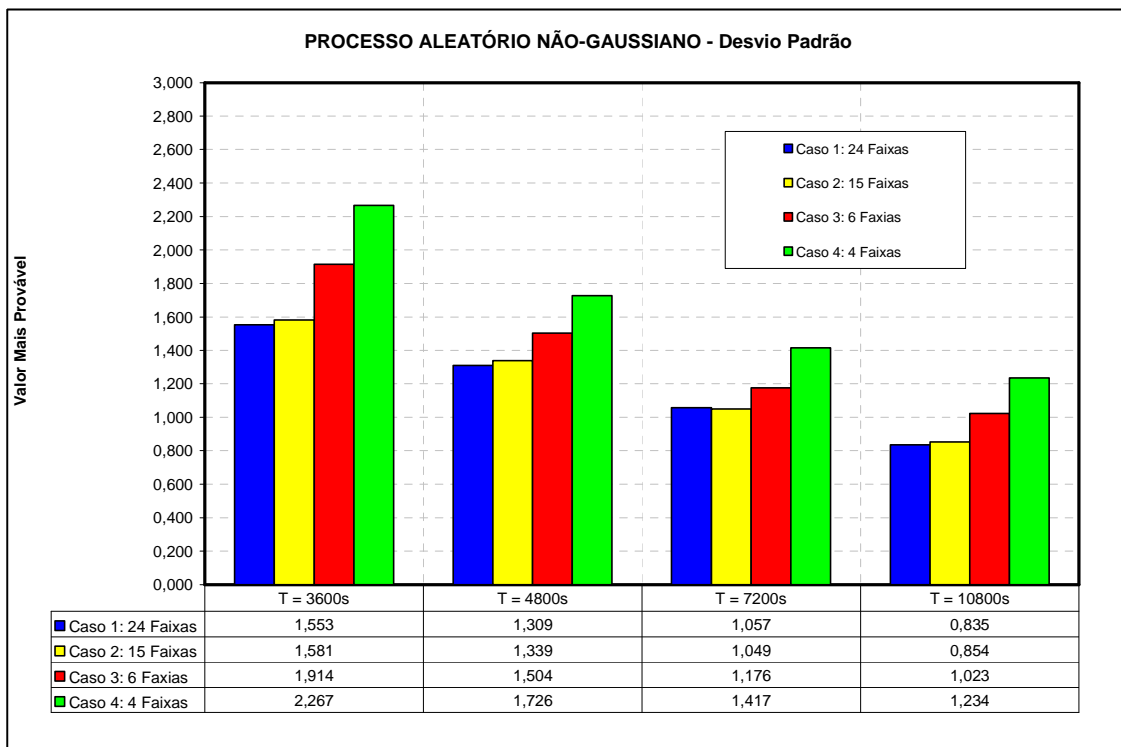


Figura 4-13 – Desvio padrão das estimativas do valor extremo (3-h) mais provável (segundo conjunto de faixas).

Uma observação importante é que o procedimento baseado na frequência de cruzamentos também consegue estimar valores extremos de uma forma não tendenciosa para processos não-Gaussianos. Além disto, estimativas utilizando 15 ou 24 faixas de valores para ajuste de parâmetros com o procedimento numérico descrito no início deste capítulo são precisas (apresentam menores desvios padrões nos estimadores, independentemente do tamanho da simulação) que aquelas que utilizam menos faixas. Adicionalmente, simulações mais longas apresentam estimadores com menores incertezas.

4.3. Análise de Caso: Simulação Numérica da Resposta de Risers

No projeto de uma plataforma de petróleo flutuante, um dos problemas a serem resolvidos é a análise estrutural dos *risers*. Os *risers* são estruturas intrinsecamente esbeltas, com comportamento não-linear e sujeitas a carregamentos aleatórios, tais como ondas e movimentos do corpo flutuante no ponto de conexão com o mesmo. A determinação dos esforços, tensões e deslocamentos dos *risers* para uma dada combinação destes carregamentos aleatórios é feita usualmente através de uma análise estrutural aleatória dinâmica no domínio do tempo utilizando, por exemplo, o método dos elementos finitos. Quando o riser for do tipo rígido, composto essencialmente por um tubo de aço, as tensões na estrutura são obtidas diretamente da análise global, e são representadas através de séries temporais de resposta. Como os carregamentos atuantes nos risers são processos aleatórios, as respostas obtidas também serão processos aleatórios, e a determinação das respostas extremas deve ser feita através de um tratamento estatístico das mesmas. Ao ser feito o tratamento estatístico da resposta estrutural de um riser, em geral, é observado que esta não segue um comportamento Gaussiano, devendo então o cálculo do valor extremo desta resposta ser feito utilizando uma metodologia que permita o tratamento estatístico de processos aleatórios não-Gaussianos como a metodologia estudada nesta dissertação.

No presente trabalho foram consideradas duas configurações distintas de risers rígidos: um riser em catenária livre (*Steel Catenary Riser, SCR*) e um *Lazy Wave* (*Steel Lazy Wave Riser, SLWR*). O SCR (diâmetro externo de 12.75in) foi considerado conectado a uma plataforma semi-submersível, instalada em uma lâmina d'água de 1795m, e o riser SLWR (diâmetro externo de 18in) foi considerado

conectado a um FPSO (*Floating Production Storage and Offloading*) com ancoragem do tipo *spreading-mooring*, numa lâmina d'água de 1800m. Em ambos os casos a resposta aleatória foi obtida através de uma análise dinâmica aleatória no domínio do tempo utilizando o método dos elementos finitos. Para cada configuração foi considerado apenas um caso de carregamento atuante representativo de uma condição ambiental extrema de curto-prazo (3-h). A caracterização do estado de mar para a realização das análises estruturais das duas configurações de riser foi feita através do espectro de JONSWAP, utilizando uma divisão de 1000 harmônicos (Para o SCR, os dados da onda considerados foram $H_s = 7.838m$ e $T_p = 15.5s$, e para o riser SLWR estes dados foram $H_s = 5.26m$ e $T_p = 15.5s$). A resposta considerada neste trabalho foi à tensão de Von Mises na parede externa em vários pontos críticos dos risers. Foram realizadas quarenta simulações distintas para a obtenção das amostras de valores extremos que serviram de base de comparação dos resultados obtidos com a metodologia investigada, que é baseada na frequência de cruzamentos. Para cada uma dos dois risers foram considerados três pontos críticos para análise da tensão de Von Mises, conforme descritos abaixo.

a) Steel Catenary Riser (SCR):

- Topo do Riser.
- Elemento localizado no TDP.
- Elemento localizado na parte suspensa do Riser.

b) Riser “Lazy Wave” (SLWR):

- Topo do Riser.
- Elemento localizado na corcova.
- Elemento localizado no cavado.

A Figura 4-14 e Figura 4-15 apresentam, respectivamente, as configurações do SLWR e do SCR. Nestas figuras podem ser observadas as regiões de interesse onde foram coletadas as séries temporais das respostas de tensão de Von Mises na parede externa do riser.

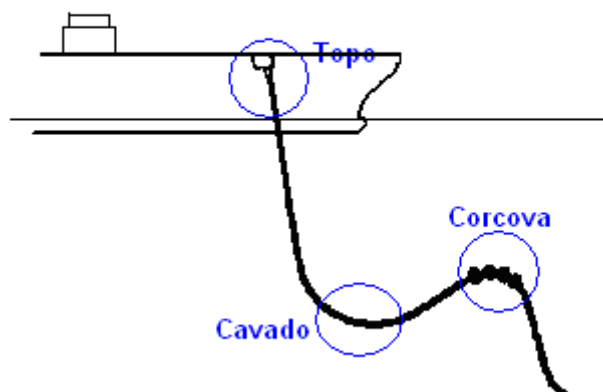


Figura 4-14 – Riser em configuração “Lazy Wave” com as regiões de interesse que foram utilizadas nesta dissertação.

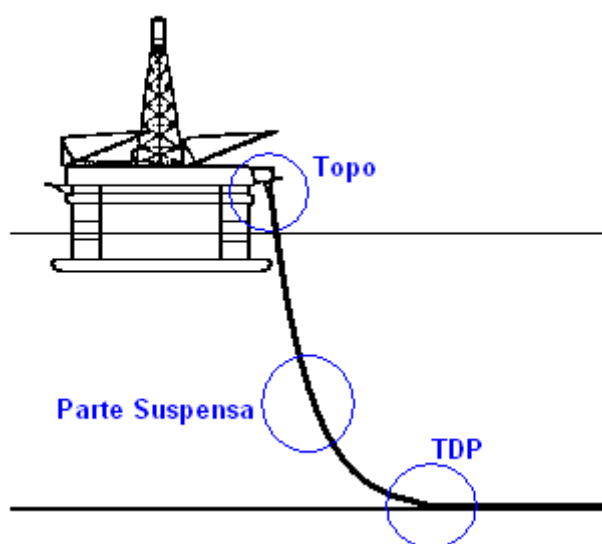


Figura 4-15 – Riser em catenária livre com as regiões de interesse que foram utilizadas nesta dissertação.

As 40 amostras independentes de resposta para cada riser na condição de carregamento considerada foram obtidas considerando um tempo total da análise dinâmica de 21600 segundos com intervalo de tempo de 0.5 segundos. Para fazer um

estudo mais detalhado dos exemplos foram consideradas “sub-séries” de 2400s, 3600s, 4800s, 7200s, 10800s, obtidas por truncamento das séries originais de 21600s. A determinação dos valores extremos de referência para as comparações com os obtidos numericamente foi feita através das séries com tempo total de 10800s. Para cada caso foram coletados os valores máximos das 40 simulações e ajustada uma distribuição de probabilidades de extremos do Tipo I (Gumbel). No cálculo dos valores extremos das respostas dos risers utilizando a metodologia descrita no Capítulo 3, a determinação das faixas e detalhes do método foram os mesmos utilizados nos itens 4.1 e 4.2, ou seja, foram obtidas estimativas de valores extremos para cada uma das quarenta realizações e foi determinado o Valor Mais Provável médio destas realizações como valor de referência fornecida pelo método baseado na frequência de cruzamentos. O objetivo é verificar a adequação da metodologia para estes tipos de processos aleatórios.

Primeiramente serão estudadas as respostas obtidas para o SCR e posteriormente serão estudadas as respostas do SLWR.

4.3.1. Análise da Resposta do SCR

Neste item serão estudadas as respostas extremas para a tensão de Von Mises na parede externa do riser em catenária livre, calculadas em três regiões de interesse do mesmo. Embora, a rigor, a resposta estrutural de um SCR não seja Gaussiana, em algumas regiões é próxima do caso Gaussiano e isto será confirmado com os coeficientes de Kurtosis e assimetria calculados para as três regiões do SCR. O coeficiente de Kurtosis, que é uma medida de suavidade de uma distribuição de probabilidades, é uma ferramenta muito útil na análise de processos aleatórios não-

lineares. Quando este coeficiente for igual a três indica que o processo aleatório em questão é Gaussiano, de forma similar, um processo Gaussiano também apresenta um coeficiente de assimetria próximo à zero. O coeficiente de assimetria indica a assimetria da distribuição de probabilidades em relação à média. Na Tabela 4-3 são apresentados os coeficientes de Kurtosis e assimetria (Skewness) calculados para as três regiões de interesse do SCR.

Tabela 4-3 – Coeficientes de Kurtosis e Skewness calculados para o SCR em três regiões.

Tempo de Simulação	SCR					
	Topo		TDP		Parte Suspensa	
	Kurtosis	Skewness	Kurtosis	Skewness	Kurtosis	Skewness
2400.00	5.75400	1.15314	27.12900	-3.15700	4.80700	0.06500
3600.00	4.89100	1.01175	23.64900	-3.08600	4.12800	0.06300
4800.00	4.45800	0.92406	21.65100	-2.97700	3.82400	0.06000
7200.00	4.17700	0.85343	20.63500	-2.93300	3.60100	0.06300
10800.00	3.97700	0.80140	19.43000	-2.85700	3.45800	0.06600
21600.00	3.81200	0.75279	18.94300	-2.85000	3.32700	0.07000

Observando os resultados apresentados na Tabela 4-3 conclui-se que as regiões do topo e da parte suspensa do SCR são as que mais se aproximam do caso Gaussiano. Observa-se que os coeficientes de Kurtosis e Skewness somente convergiram se a amostra fosse infinitamente grande. Foram calculadas, a partir de uma amostra com o maior tamanho (21600s) para cada região do SCR, as distribuições cumulativas de probabilidades da amostra. Estas distribuições foram comparadas com as distribuições cumulativas Gaussianas para enfatizar que as respostas do SCR não são Gaussianas. Na Figura 4-16 esta comparação é feita para a região do topo do SCR. Nas Figuras 4-17 e 4-18 para as regiões da parte suspensa do riser e do TDP, respectivamente.

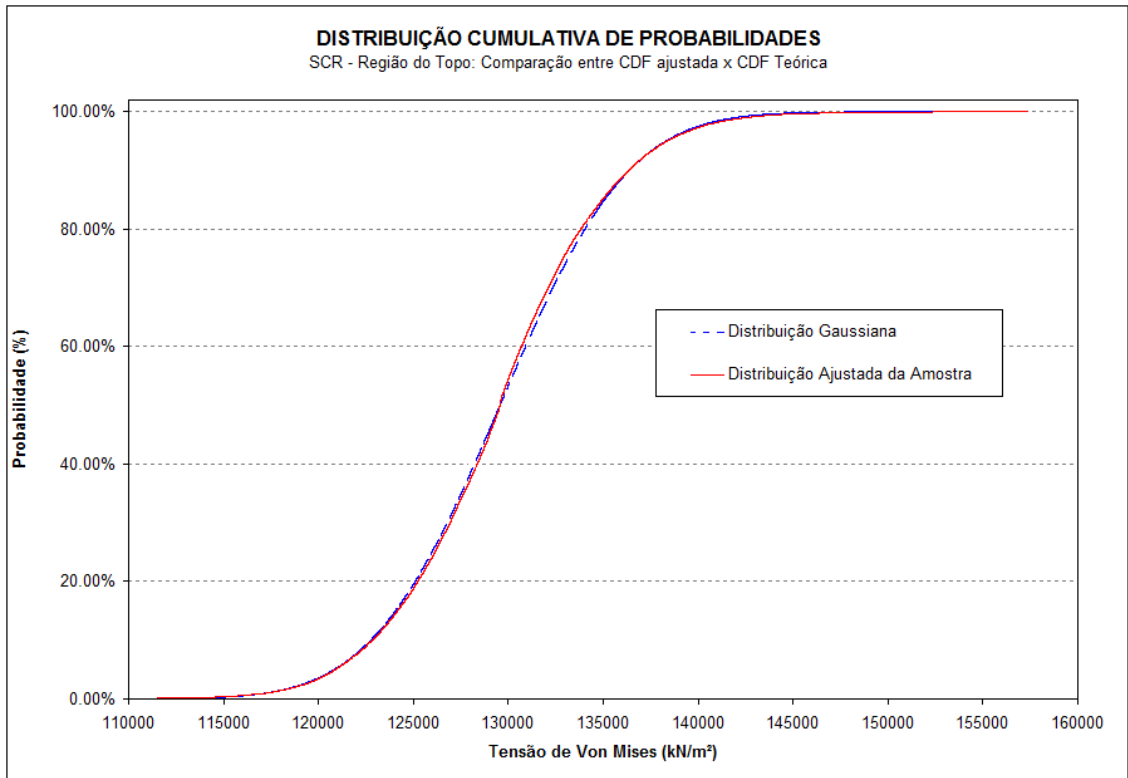


Figura 4-16 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s do região do Topo do SCR.

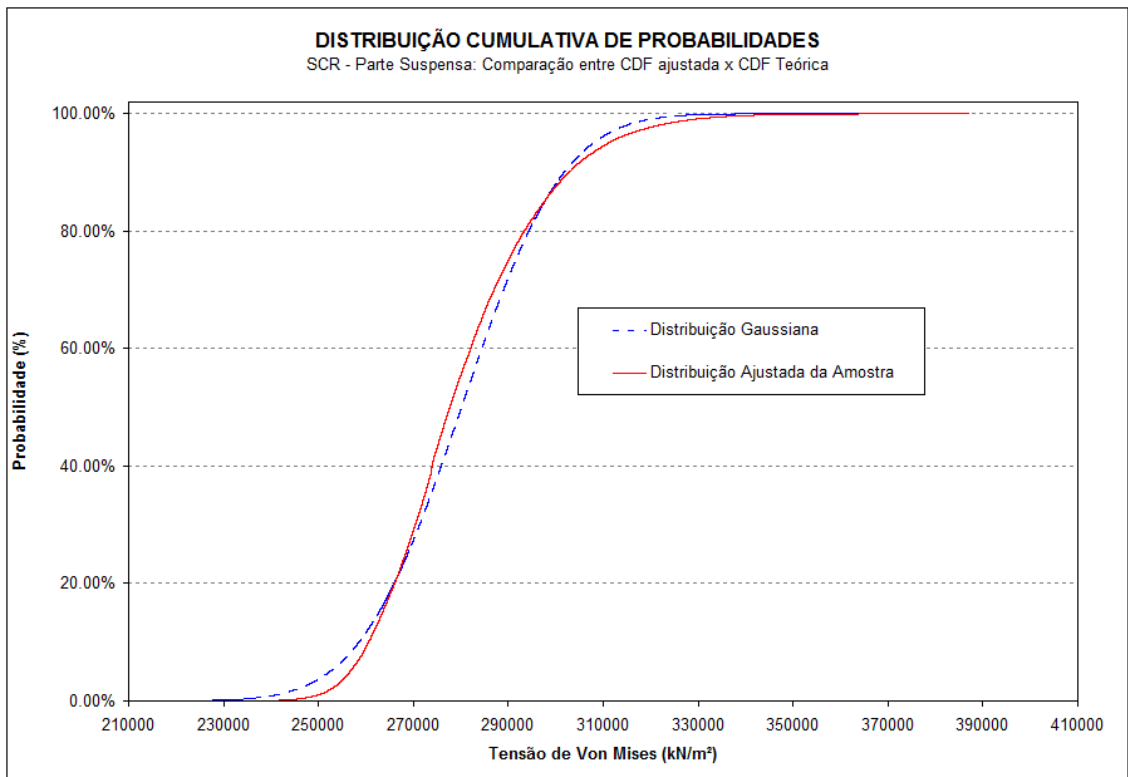


Figura 4-17 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região da parte suspensa do SCR.

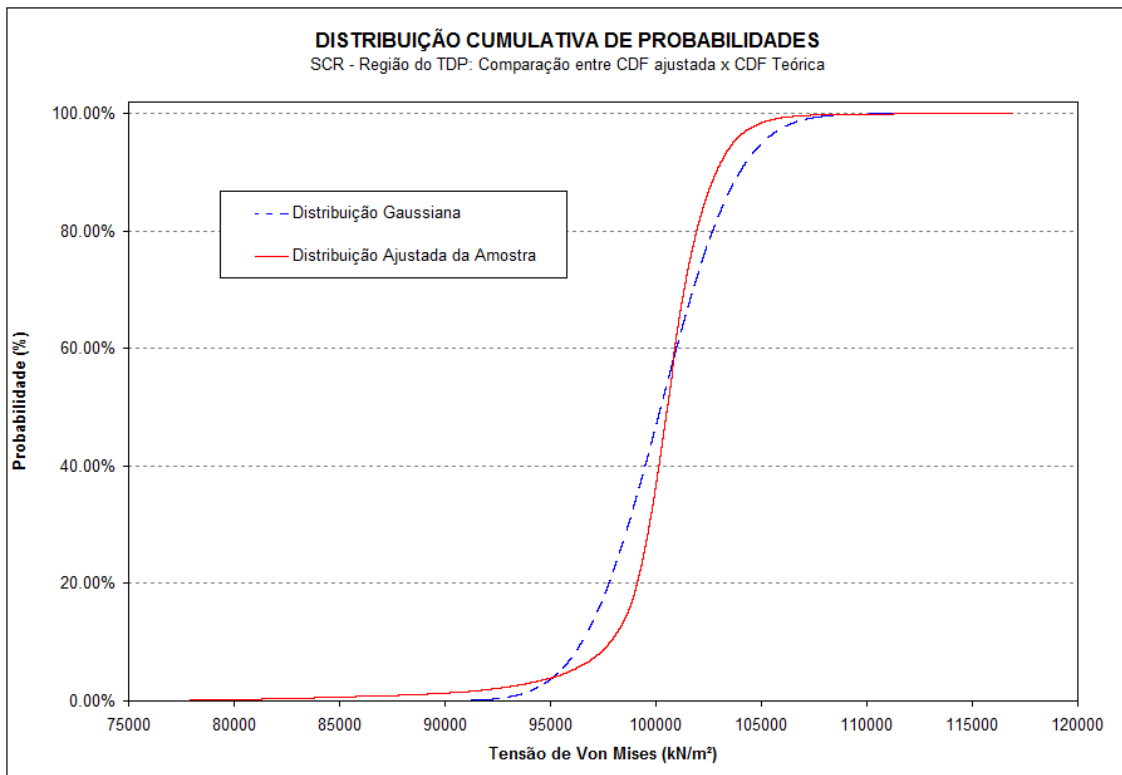


Figura 4-18 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região do TDP do SCR.

As Figuras 4-16, 4-17 e 4-18 assim como a Tabela 4-3 confirmam que as regiões do SCR mais próximas ao caso Gaussiano são as regiões da parte suspensa e do topo.

As distribuições de probabilidades do valor extremo obtidas numericamente por Poisson, para as três regiões do SCR, foram comparadas com distribuições do Tipo I (Gumbel) ajustadas a partir das amostras dos valores extremos das 40 realizações de 10800s do processo (curto-prazo). Na Figura 4-19 é apresentada a distribuição Tipo I (Gumbel) ajustada para a amostra de máximos da região do topo do SCR, na Figura 4-20 esta distribuição é apresenta para a parte suspensa do riser, e na Figura 4-21 para a região do TDP.

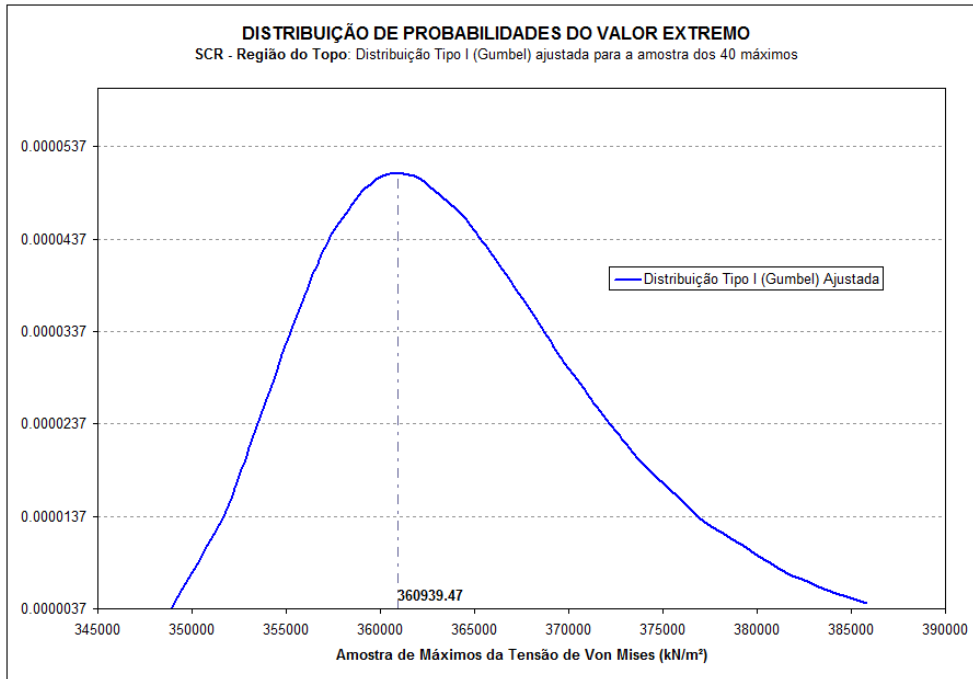


Figura 4-19 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do topo do SCR (o valor mais provável é indicado na figura).

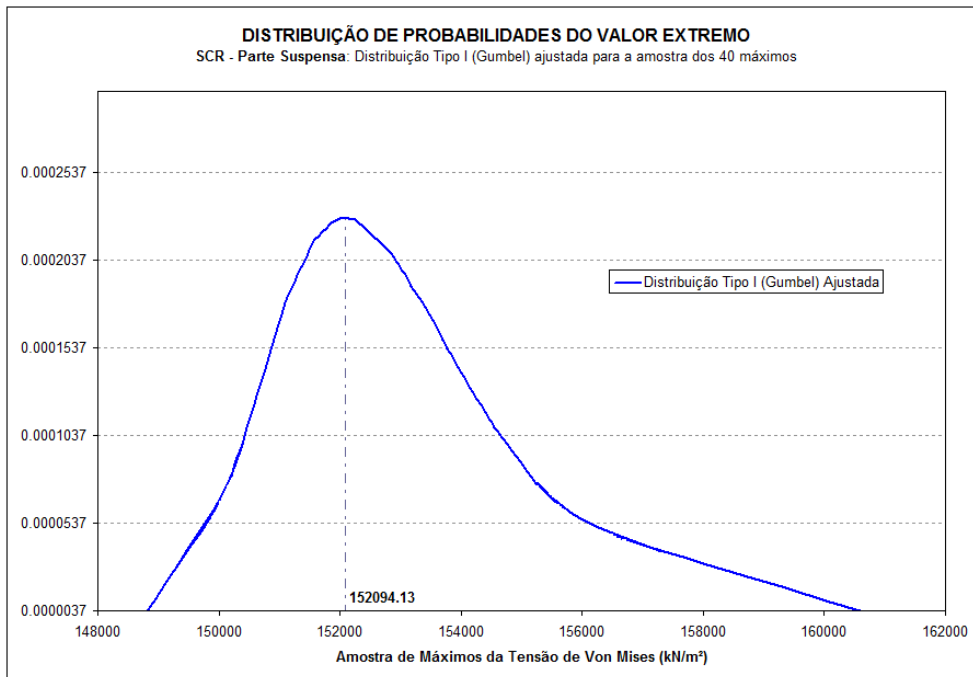


Figura 4-20 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região da parte suspensa do SCR (o valor mais provável é indicado na figura).

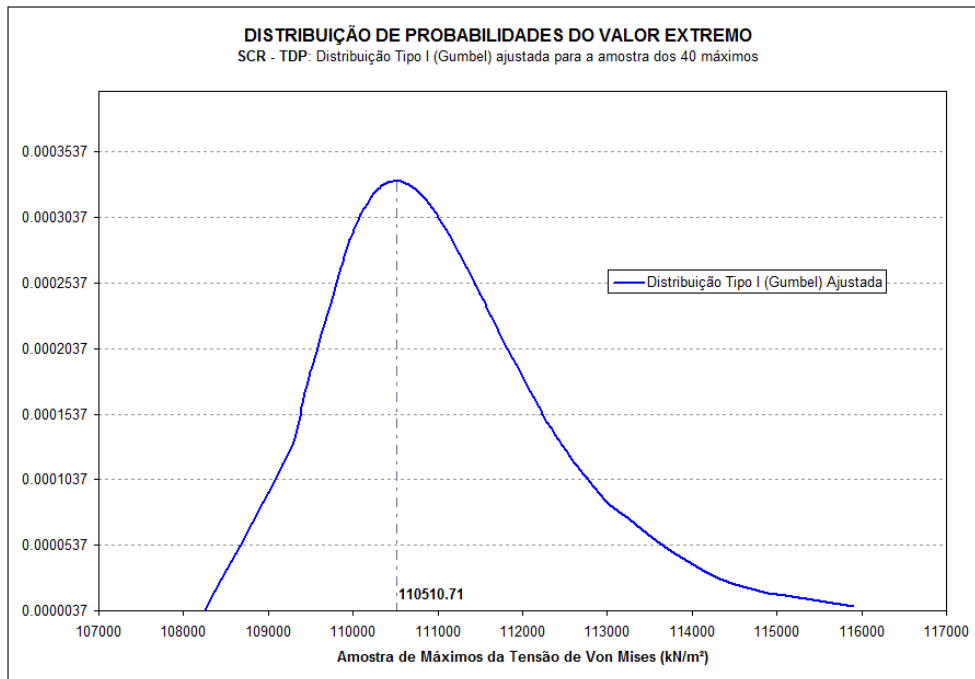


Figura 4-21 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do TDP do SCR (o valor mais provável é indicado na figura).

A Figura 4-22 apresenta, para a região do topo do SCR, o erro do valor mais provável da tensão de Von Mises na parede externa do riser, estimado através da metodologia de Poisson, em relação à resposta teórica (amostra dos extremos).

Nesta figura foi considerado o conjunto de faixas descrito na Tabela 4-1 para o cálculo dos cruzamentos. A Figura 4-23 apresenta os respectivos resultados considerando o conjunto de faixas descrito na Tabela 4-2. Assim como nos exemplos anteriores a comparação com o valor teórico foi feita através do módulo da diferença entre o valor numérico e o valor teórico dividido pelo valor teórico.

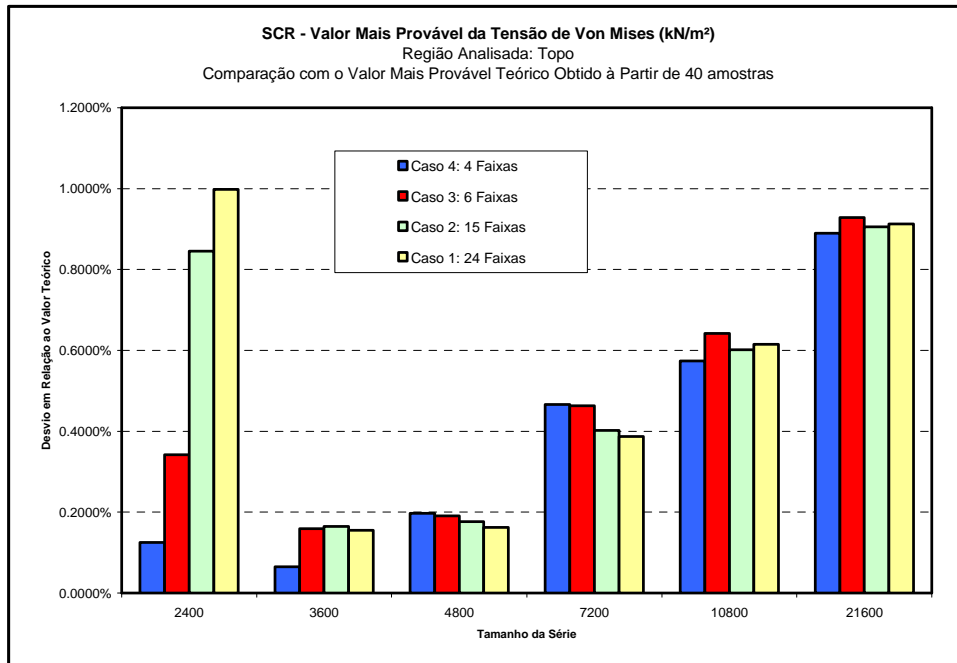


Figura 4-22 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

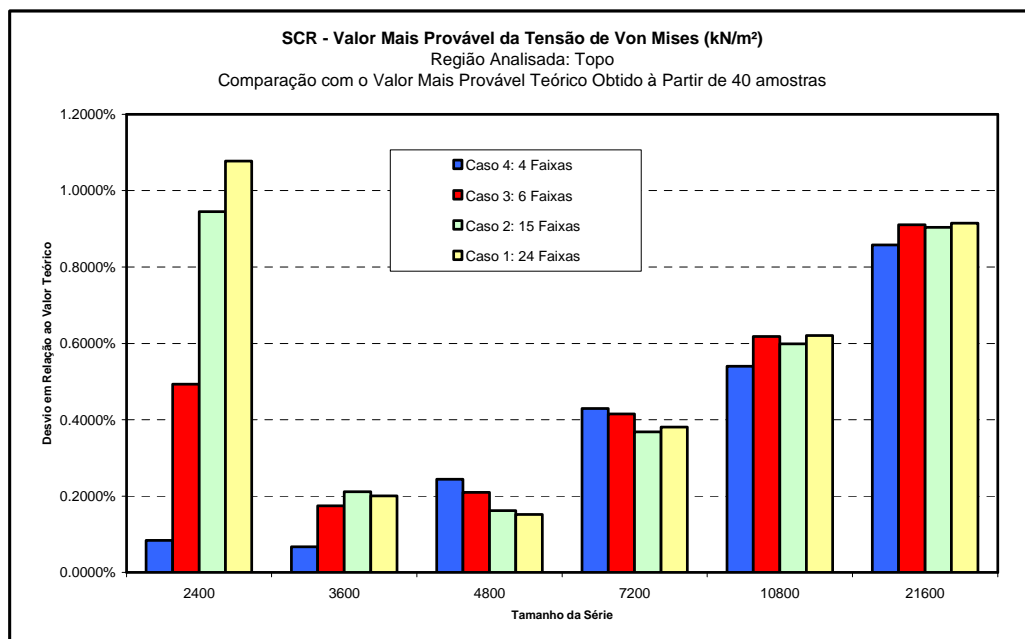


Figura 4-23 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

A escala do eixo das ordenadas indica a pouca diferença entre os resultados obtidos para os dois conjuntos de faixas considerados. Quando a série é curta (2400 segundos) os resultados para diferentes números de faixas apresentaram maior diferença do que

para outros tamanhos de série. À medida que o tamanho da série aumenta, os resultados ficam menos dependentes do número de faixas. Os resultados indicam que quanto menor for a quantidade de dados, maior será a variação da resposta obtida para os quatro casos considerados, mas à medida que a quantidade de dados aumenta, os valores obtidos para os quatro casos tendem a ficar estabilizados, tornando a resposta independente da quantidade de faixas consideradas. Neste caso também é observado que a resposta obtida utilizando o conjunto de faixas com limites maiores ou limites menores praticamente não apresentou mudanças. O erro máximo chegou a pouco mais de 1% do valor teórico, o que indica que a estimativa na média forneceu resultados próximos aos de referencia, o que é uma indicação que o método também forneceu estimativas não-tendenciosas para estes processos aleatórios não-Gaussianos.

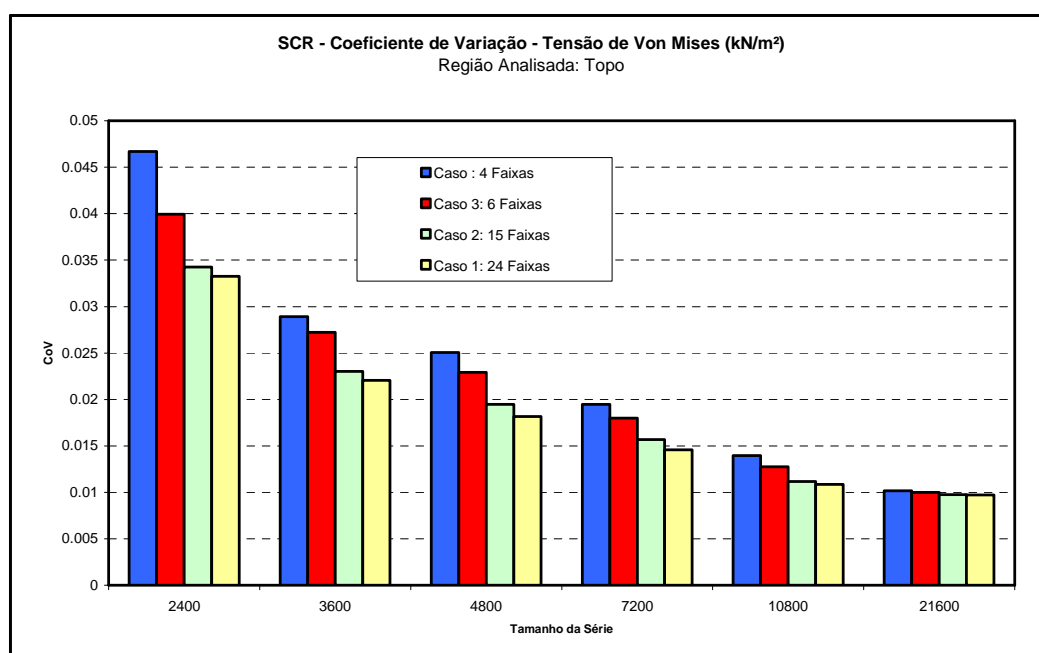


Figura 4-24 – SCR: Coeficiente de variação. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

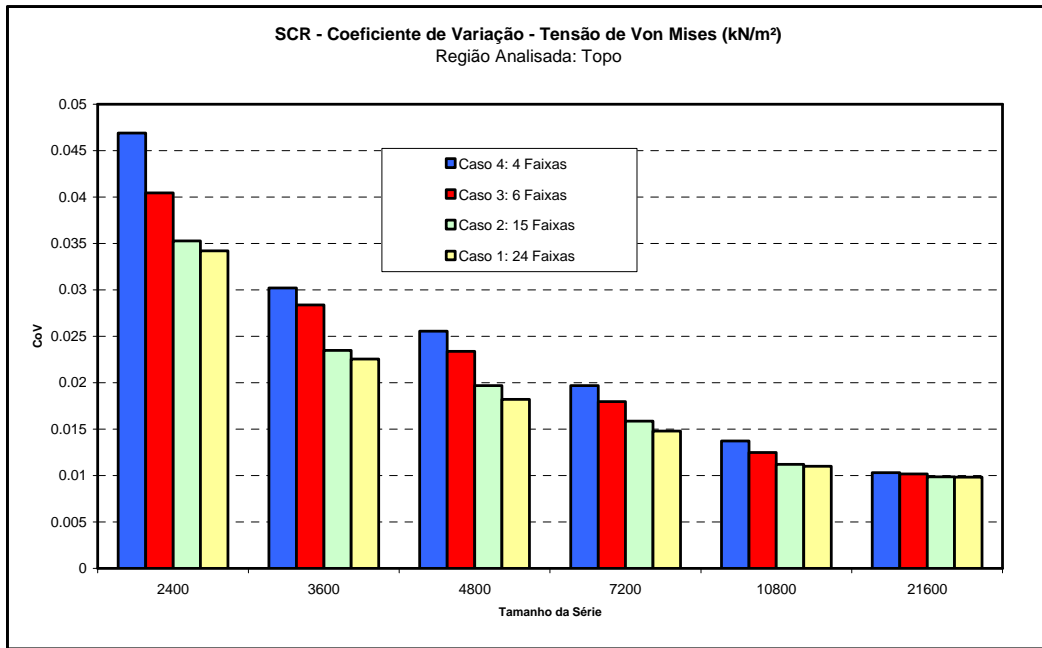


Figura 4-25 – SCR: Coeficiente de variação. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

A Figura 4-24 apresenta os coeficientes de variação dos valores estimados pela metodologia descrita no Capítulo 3 em função do tamanho da simulação utilizando as faixas de cruzamento segundo a Tabela 4-1. A Figura 4-24 apresenta os resultados correspondentes quando se consideram as faixas de cruzamentos apresentadas na Tabela 4-2.

A próxima região do SCR a ser estudada é a região do TDP. Os resultados obtidos do erro entre o valor mais provável calculado através da metodologia investigada nesta dissertação, utilizando o conjunto de faixas descrito na Tabela 4-1 são apresentados na Figura 4-26, e na Figura 4-27 são apresentados os resultados obtidos utilizando o conjunto de faixas da Tabela 4-2. Os coeficientes de variação obtidos para o conjunto de faixas da Tabela 4-1 são apresentados na Figura 2-28, e na Figura 4-29 são apresentados os coeficientes de variação calculados a partir dos resultados obtidos utilizando o conjunto de faixas da Tabela 4-2.

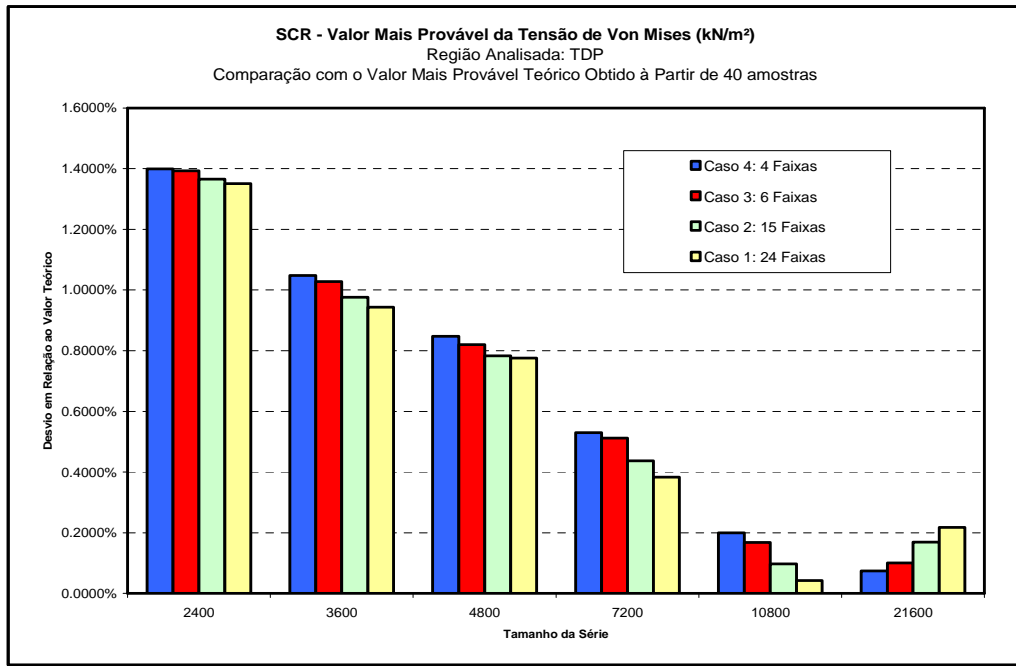


Figura 4-26 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

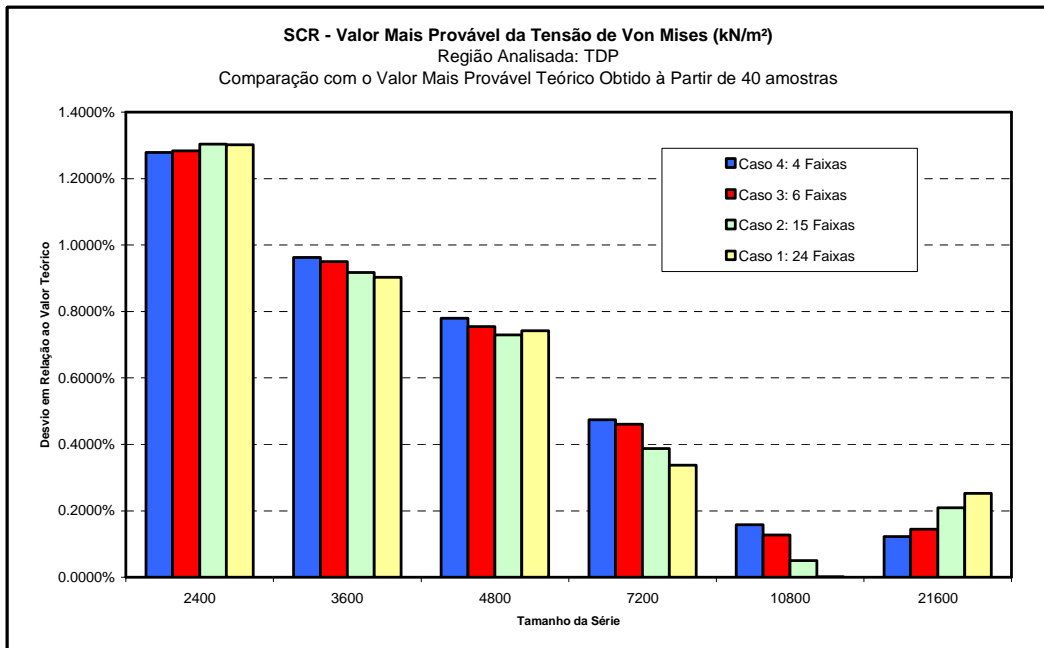


Figura 4-27 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

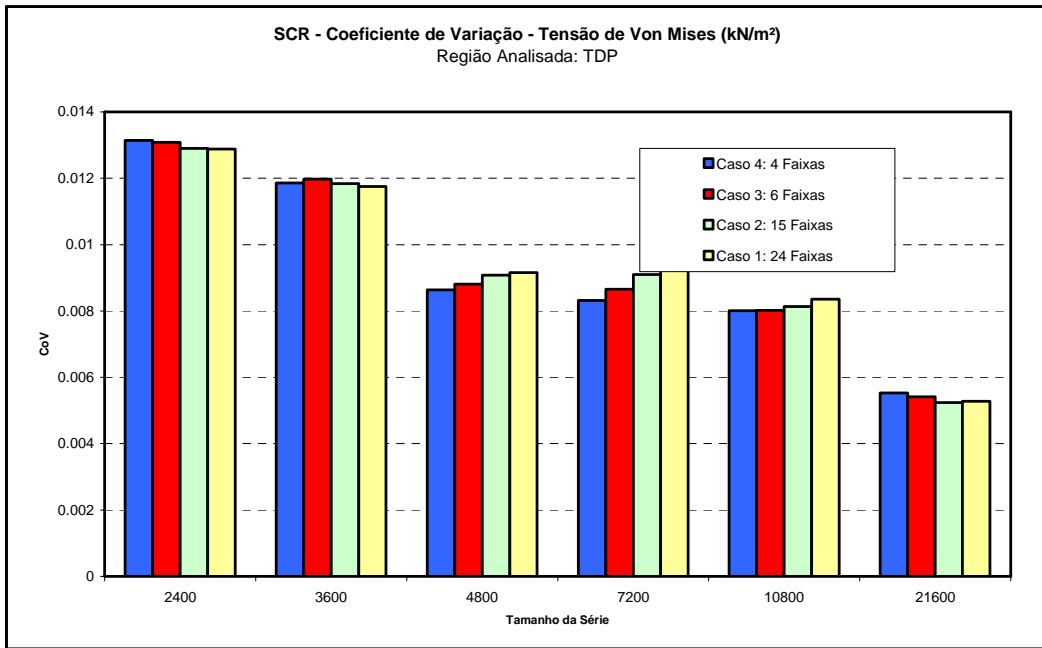


Figura 4-28 – SCR: Coeficiente de variação. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

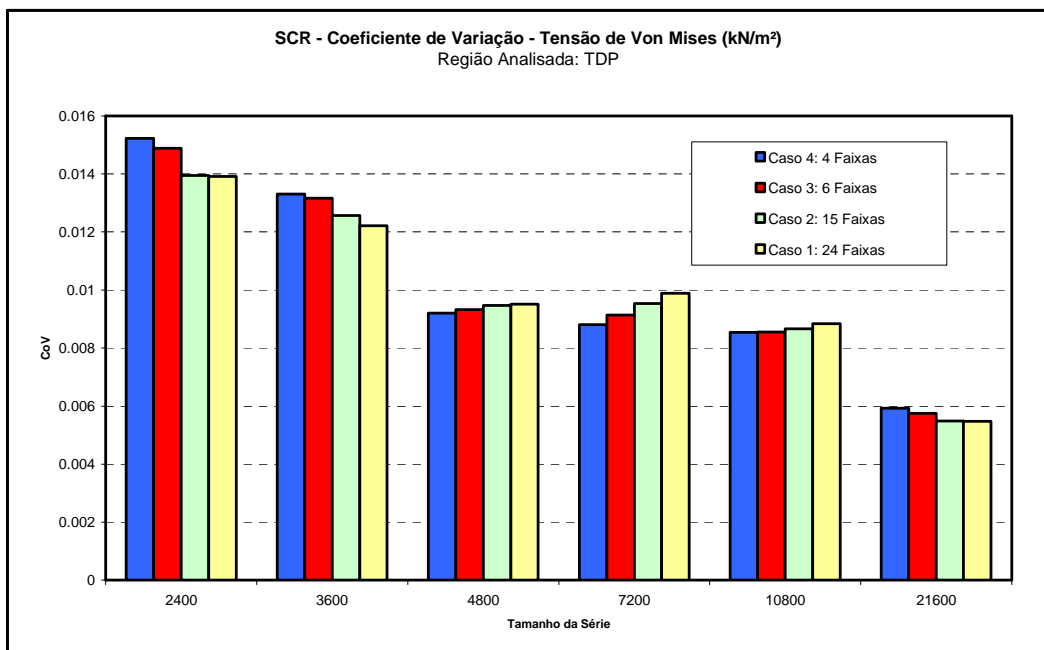


Figura 4-29 – SCR: Coeficiente de variação. Região do TDP. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

Comparando os resultados obtidos utilizando os dois conjuntos de faixas para determinar o Valor Mais Provável pela metodologia investigada, pode ser observado através das Figuras 4-27 e 4-28 que os resultados obtidos para essas duas abordagens

foram similares, mas indicando que, para uma menor quantidade de dados, existe uma pequena diferença nas respostas obtidas utilizando os dois conjuntos de faixas, entretanto, à medida que a quantidade de dados aumenta, essa diferença passa a ser cada vez menor. Observando os resultados para tamanhos de séries pequenos é possível verificar que utilizando faixas com limites maiores o erro percentual obtido foi ligeiramente maior do que os obtidos considerando o conjunto de faixas com limites menores, mas ao serem observados os resultados para as séries de tamanho maior, esta diferença passa a ser inexistente. Para uma maior quantidade de dados também é observado que os erros percentuais são menores, entretanto todos os resultados obtidos, utilizando os dois conjuntos de faixas, indicam erros em relação ao valor teórico pequenos, abaixo de 2%.

Para a região da parte suspensa do SCR, as estimativas de erro no Valor Mais Provável do valor extremo de (3-4), considerando o conjunto de Faixas da Tabela 4-1, e o valor teórico, são apresentados na Figura 4-30. Na Figura 4-31 são apresentados os resultados que foram obtidos utilizando o conjunto de faixas da Tabela 4-2.

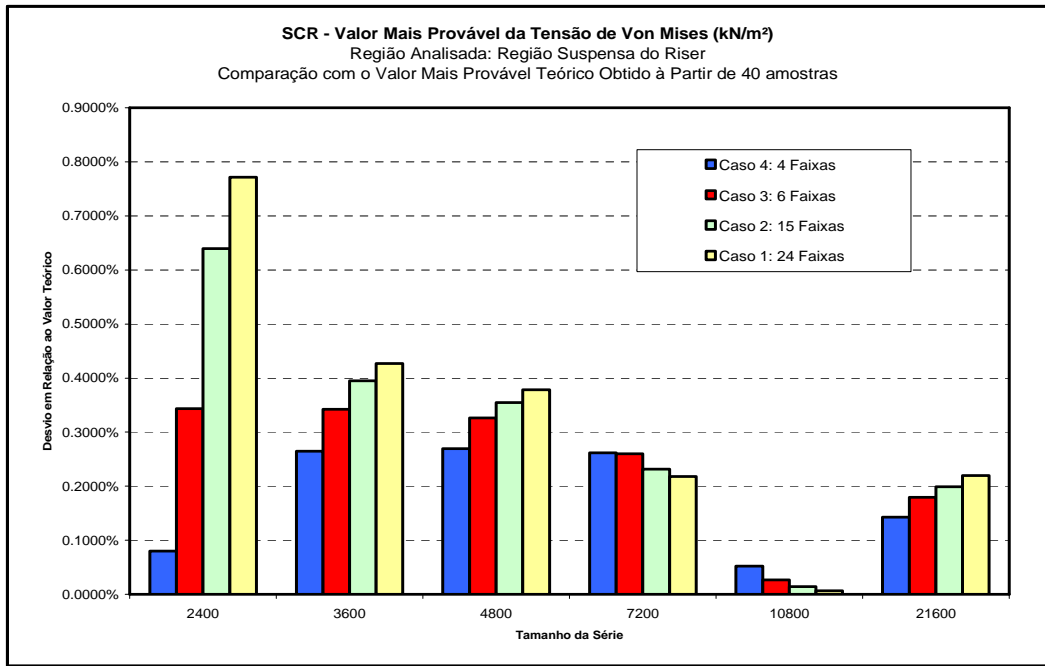


Figura 4-30 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

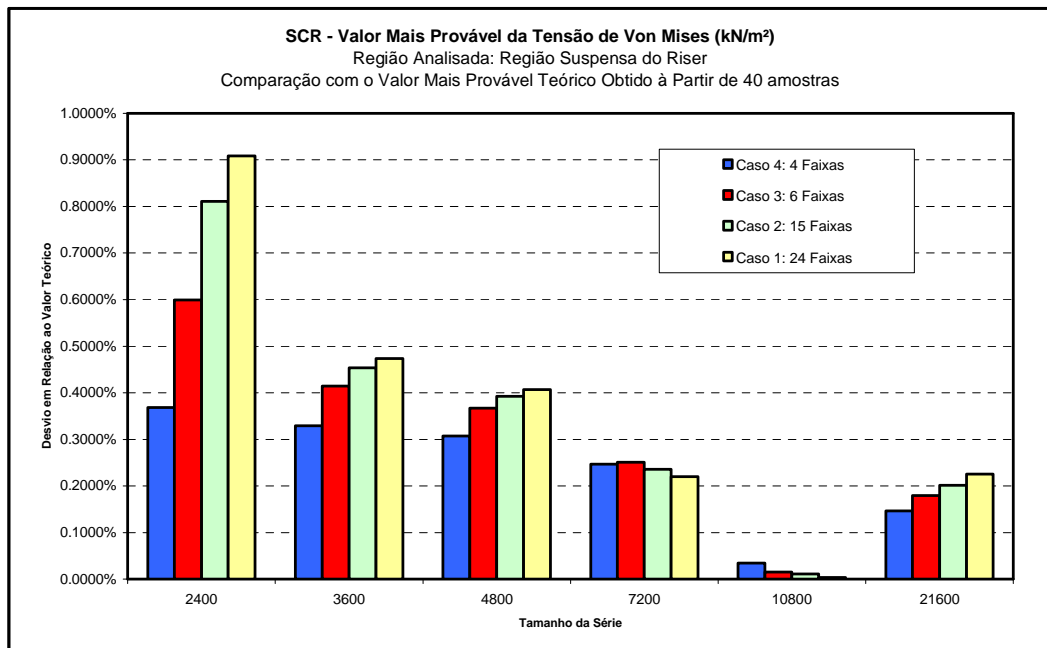


Figura 4-31 – SCR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

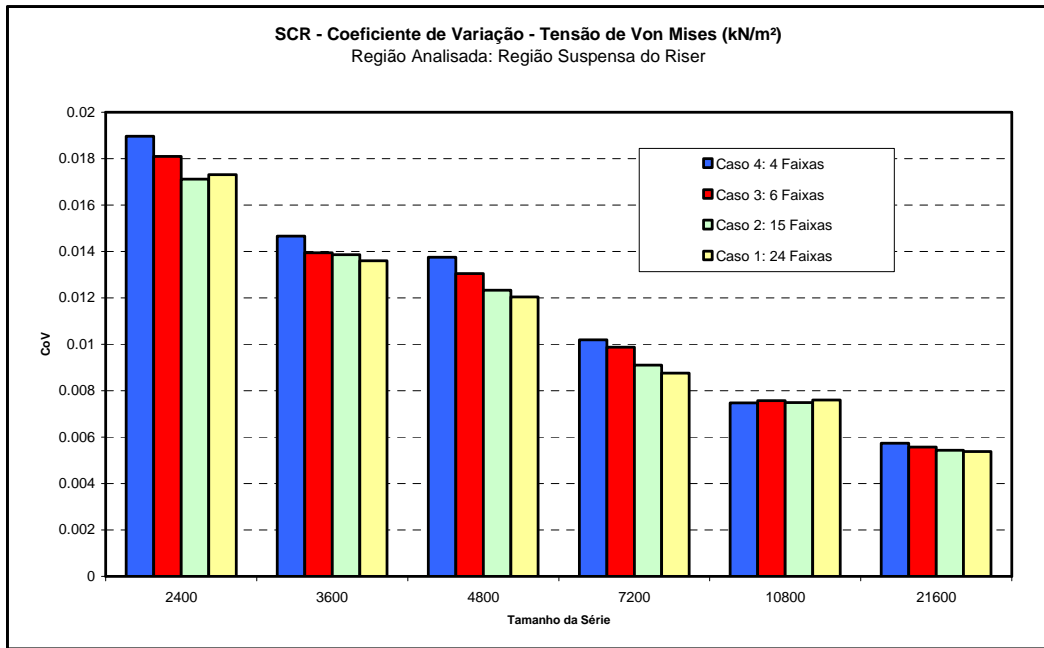


Figura 4-32 – SCR: Coeficiente de variação. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

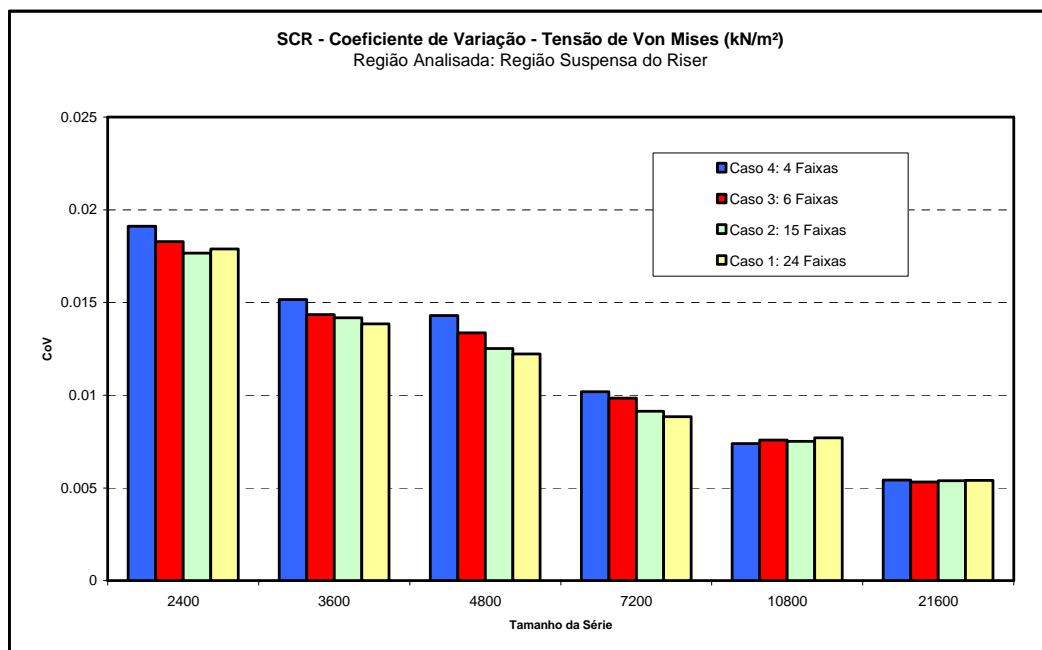


Figura 4-33 – SCR: Coeficiente de variação. Parte suspensa. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

A Figura 4-32 apresenta os coeficientes de variação dos valores estimados pela metodologia proposta em função do tamanho da simulação utilizando as faixas de cruzamento segundo a Tabela 4-1. A Figura 4-33 apresenta os resultados

correspondentes quando se consideram as faixas de cruzamentos apresentadas na Tabela 4-2.

As Figuras 4-30 e 4-31 confirmam que o que já fora mencionado para as outras duas regiões do riser em catenária livre: as estimativas, na média, estão muito próximas aos valores teóricos de referência, o que confirma que nestes casos a estimativa na média é não-tendenciosa. No caso específico desta região da parte suspensa do riser novamente é observado que os erros obtidos para amostras menores apresentam uma maior diferença utilizando os dois conjuntos de faixas distintos (com erros maiores utilizando o conjunto de faixas com limites maiores), mas à medida que o tamanho da amostra aumenta, esta diferença passa a ser praticamente nula.

Os resultados de coeficiente de variação observados para as diversas regiões do SCR indicam que estes valores decaem à medida que o tamanho da série, e também a quantidade de dados, aumenta. É importante notar que, quanto maior a quantidade de dados (tamanho da amostra), menor será a diferença de resultados produzida nos quatro casos de quantidade de faixas considerados.

Os resultados de erro do Valor Mais Provável da tensão de Von Mises apresentados nas figuras anteriores, para as três regiões, se referiam ao módulo do mesmo em relação ao valor de referência. Na Tabela 4-4 serão apresentados os erros calculados para as três regiões do SCR, para os dois conjuntos de faixas considerados, mas indicando o sinal do erro. Erros positivos indicam que o valor calculado com a metodologia investigada são superiores ao valor de referência, e erros negativos indicam que os valores calculados através da metodologia investigada são inferiores ao valor de referência.

Tabela 4-4 – Valores dos erros calculados para o SCR em relação ao valor de referência indicando o sinal.

Número de faixas	Região	Tamanho da série (s)	Erro do VMP com faixas da Tabela 4-1	Erro do VMP com faixas da Tabela 4-2
4	TOPO	2400	-0.13%	0.08%
	TOPO	3600	0.06%	0.07%
	TOPO	4800	-0.20%	-0.24%
	TOPO	7200	-0.47%	-0.43%
	TOPO	10800	-0.57%	-0.54%
	TOPO	21600	-0.89%	-0.86%
	TDP	2400	1.40%	1.28%
	TDP	3600	1.05%	0.96%
	TDP	4800	0.85%	0.78%
	TDP	7200	0.53%	0.47%
	TDP	10800	0.20%	0.16%
	TDP	21600	-0.07%	-0.12%
	PARTE SUSPENSA	2400	0.08%	0.37%
	PARTE SUSPENSA	3600	0.26%	0.33%
	PARTE SUSPENSA	4800	0.27%	0.31%
PARTE SUSPENSA	7200	0.26%	0.25%	
PARTE SUSPENSA	10800	0.05%	0.03%	
PARTE SUSPENSA	21600	-0.14%	-0.15%	
6	TOPO	2400	0.34%	0.49%
	TOPO	3600	0.16%	0.17%
	TOPO	4800	-0.19%	-0.21%
	TOPO	7200	-0.46%	-0.42%
	TOPO	10800	-0.64%	-0.62%
	TOPO	21600	-0.93%	-0.91%
	TDP	2400	1.39%	1.28%
	TDP	3600	1.03%	0.95%
	TDP	4800	0.82%	0.75%
	TDP	7200	0.51%	0.46%
	TDP	10800	0.17%	0.13%
	TDP	21600	-0.10%	-0.14%
	PARTE SUSPENSA	2400	0.34%	0.60%
	PARTE SUSPENSA	3600	0.34%	0.41%
	PARTE SUSPENSA	4800	0.33%	0.37%
PARTE SUSPENSA	7200	0.26%	0.25%	
PARTE SUSPENSA	10800	0.03%	0.02%	
PARTE SUSPENSA	21600	-0.18%	-0.18%	
15	TOPO	2400	0.85%	0.95%
	TOPO	3600	0.16%	0.21%
	TOPO	4800	-0.18%	-0.16%
	TOPO	7200	-0.40%	-0.37%
	TOPO	10800	-0.60%	-0.60%
	TOPO	21600	-0.91%	-0.90%
	TDP	2400	1.37%	1.30%
	TDP	3600	0.98%	0.92%
	TDP	4800	0.78%	0.73%
	TDP	7200	0.44%	0.39%
	TDP	10800	0.10%	0.05%
	TDP	21600	-0.17%	-0.21%
	PARTE SUSPENSA	2400	0.64%	0.81%
	PARTE SUSPENSA	3600	0.39%	0.45%
	PARTE SUSPENSA	4800	0.35%	0.39%
PARTE SUSPENSA	7200	0.23%	0.24%	
PARTE SUSPENSA	10800	0.01%	0.01%	
PARTE SUSPENSA	21600	-0.20%	-0.20%	
24	TOPO	2400	1.00%	1.08%
	TOPO	3600	0.16%	0.20%
	TOPO	4800	-0.16%	-0.15%
	TOPO	7200	-0.39%	-0.38%
	TOPO	10800	-0.62%	-0.62%
	TOPO	21600	-0.91%	-0.91%
	TDP	2400	1.35%	1.30%
	TDP	3600	0.94%	0.90%
	TDP	4800	0.78%	0.74%
	TDP	7200	0.38%	0.34%
	TDP	10800	0.04%	0.00%
	TDP	21600	-0.22%	-0.25%
	PARTE SUSPENSA	2400	0.77%	0.91%
	PARTE SUSPENSA	3600	0.43%	0.47%
	PARTE SUSPENSA	4800	0.38%	0.41%
PARTE SUSPENSA	7200	0.22%	0.22%	
PARTE SUSPENSA	10800	0.01%	0.00%	
PARTE SUSPENSA	21600	-0.22%	-0.23%	

4.3.2. Análise da Resposta do SLWR

Assim como no caso do SCR, são estudados os valores extremos característicos (Valor Mais Provável) da tensão de Von Mises na parede externa do SLWR em três regiões distintas do mesmo. Primeiramente são apresentados os coeficientes de Kurtosis e Skewness na Tabela 4-5 nas três regiões consideradas. Observa-se que a resposta do SLWR nas três regiões consideradas não possui características Gaussianas.

Tabela 4-5 – Coeficientes de Kurtosis e Skewness calculados para o SLWR em três regiões.

Tempo de Simulação	SLWR					
	Cavado		Corcova		Topo	
	Kurtosis	Skewness	Kurtosis	Skewness	Kurtosis	Skewness
2400.00	5.03700	0.36500	6.64000	0.11300	4.11800	0.18770
3600.00	4.47700	0.41600	6.19800	0.19800	3.63400	0.18038
4800.00	4.16200	0.42800	5.65600	0.21300	3.37300	0.16806
7200.00	3.89900	0.43600	5.35300	0.23900	3.15600	0.15772
10800.00	3.75800	0.44500	5.09900	0.24700	3.02700	0.14942
21600.00	3.59000	0.45100	4.84200	0.25200	2.89600	0.14018

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4-5 é possível concluir que as regiões do cavado e do topo do SLWR são as que mais se aproximam do caso Gaussiano. Assim como no caso do SCR, as distribuições cumulativas de probabilidades da amostra foram comparadas com as distribuições cumulativas Gaussianas para enfatizar que as respostas do SLWR nas três regiões não são Gaussianas. Na Figura 4-34 esta comparação será feita para a região do topo do SLWR, e nas Figuras 4-35 e 4-36 será feita para as regiões do cavado e da corcova, respectivamente.

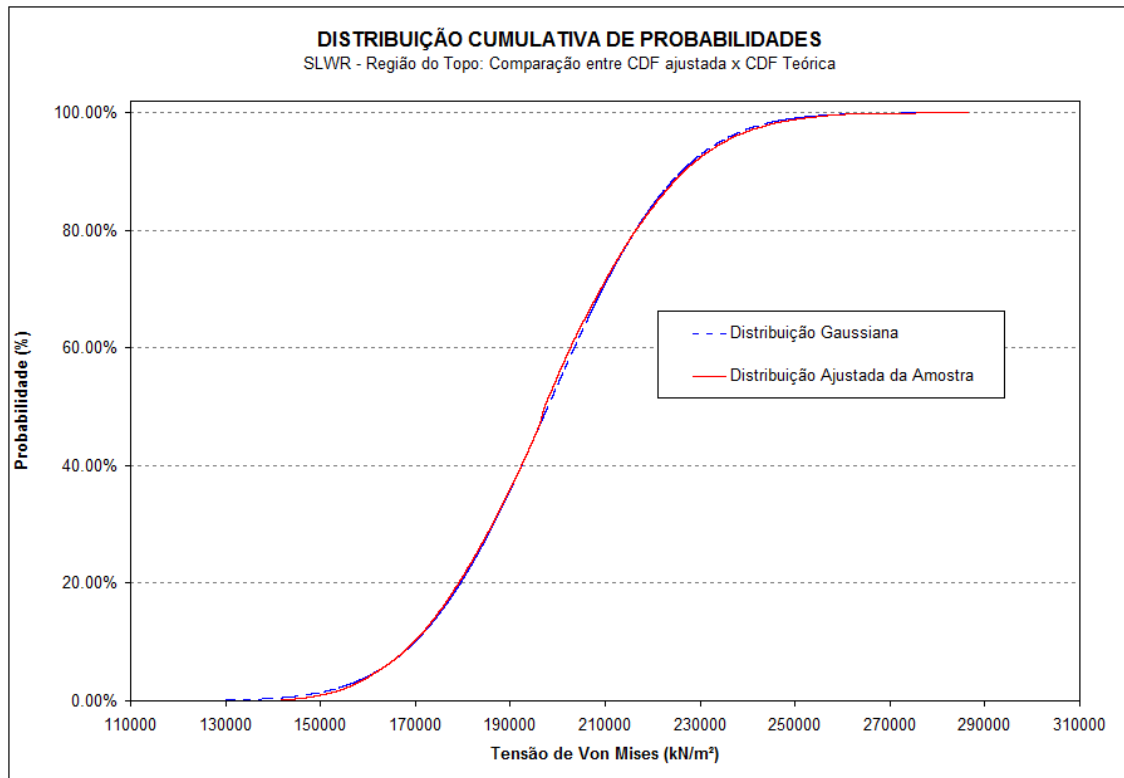


Figura 4-34 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região do Topo do SLWR.

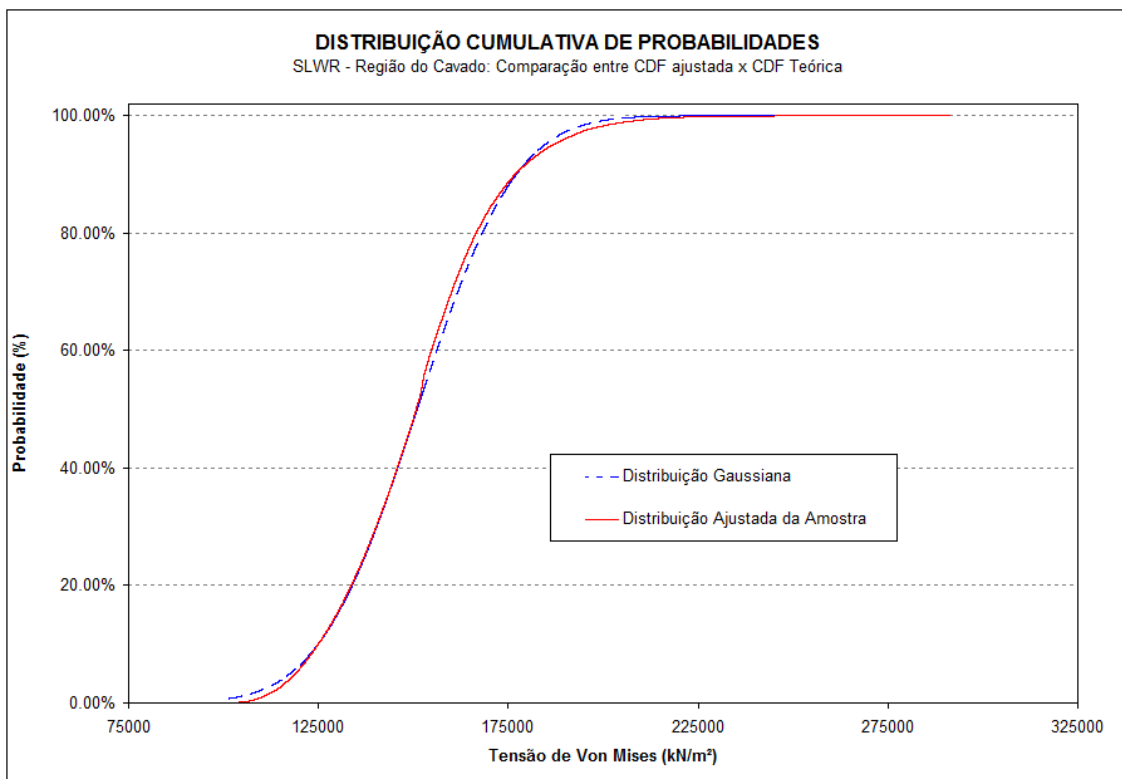


Figura 4-35 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região do cavado do SLWR.

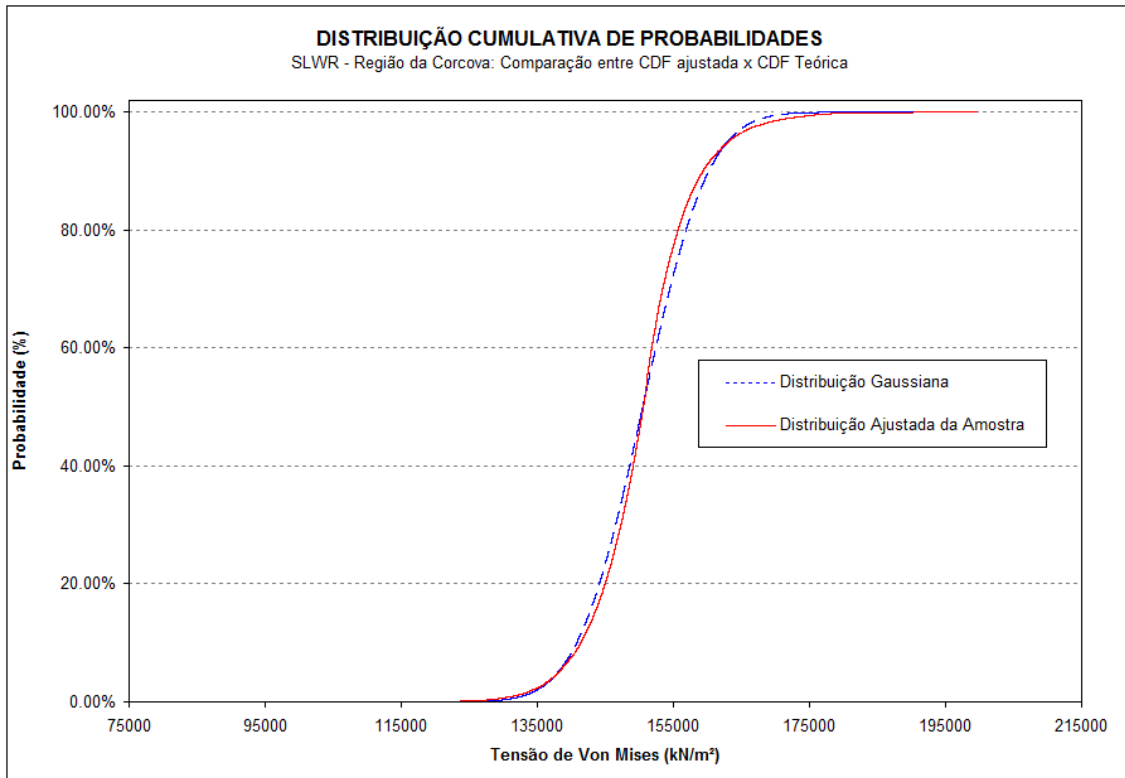


Figura 4-36 – Distribuição de probabilidades da tensão de Von Mises obtida para uma amostra de 21600s na região da corcova do SLWR.

Na Figura 4-37 é apresentada esta distribuição Tipo I (Gumbel) ajustada para a amostra de máximos da região do topo do SLWR considerando os valores das 40 séries independentes de 10800s cada uma. Na Figura 4-38 esta distribuição é apresentada para a região do cavado, e na Figura 4-39 para a região da corcova.

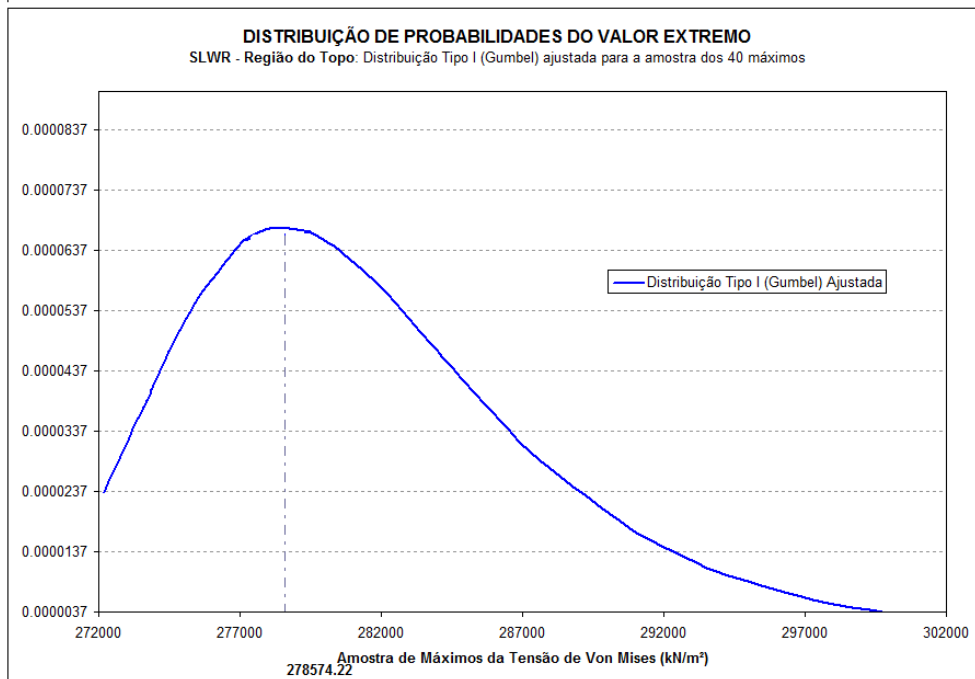


Figura 4-37 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do topo do SLWR (o valor mais provável é indicado na figura).

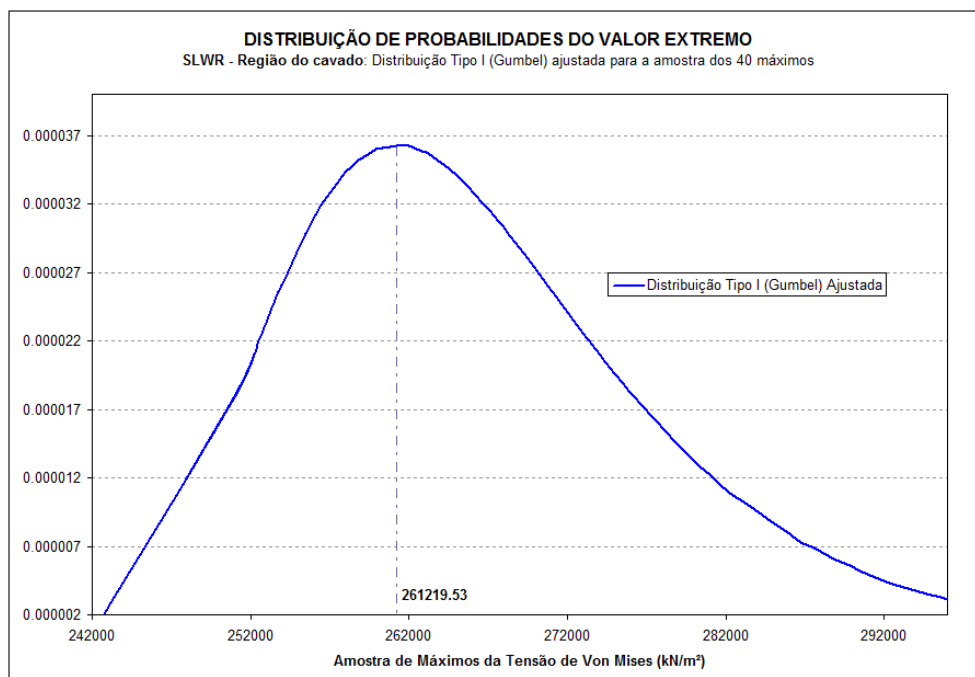


Figura 4-38 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região do cavado do SLWR (o valor mais provável é indicado na figura).

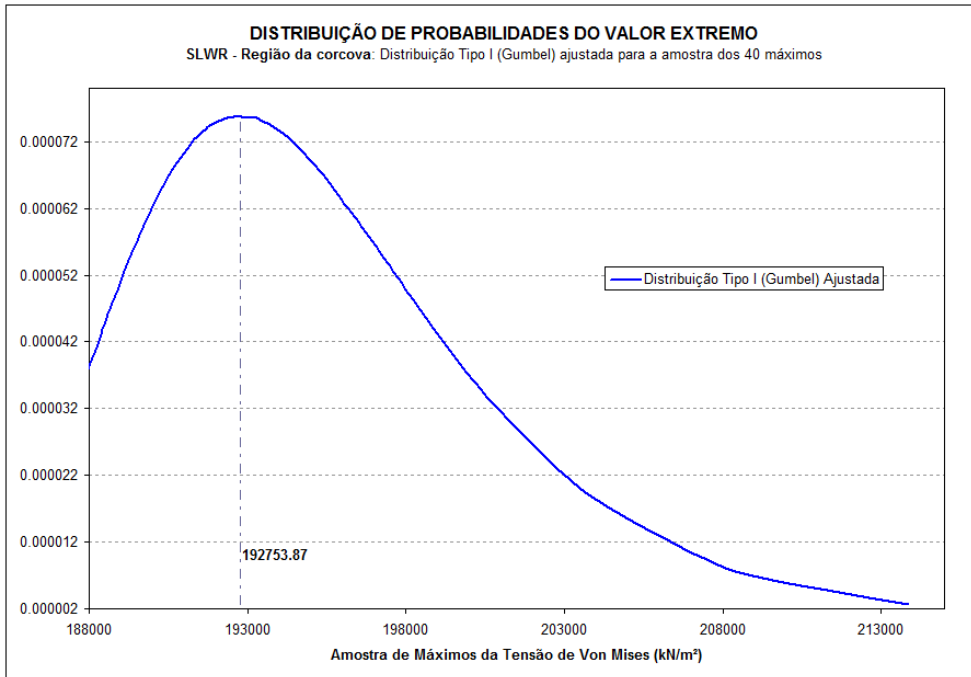


Figura 4-39 – Distribuição de probabilidades de extremos (3-4) Tipo I ajustada para a amostra de extremos de tensão de Von Mises na região da corcova do SLWR (o valor mais provável é indicado na figura).

Na Figura 4-40 é apresentada a comparação entre os resultados obtidos através da metodologia baseada na frequência de cruzamentos, utilizando o conjunto de faixas da Tabela 4-1, com os valores teóricos, na região do topo do SLWR. Na Figura 4-41 são apresentados os resultados correspondentes para o caso em que são utilizadas as faixas da Tabela 4-2.

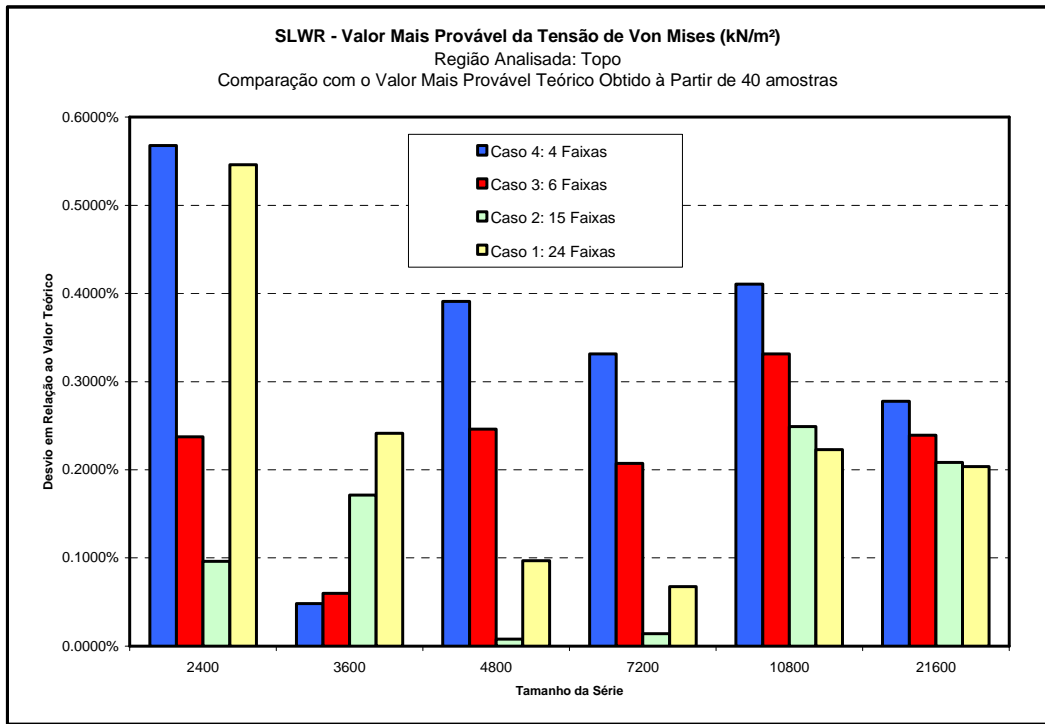


Figura 4-40 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

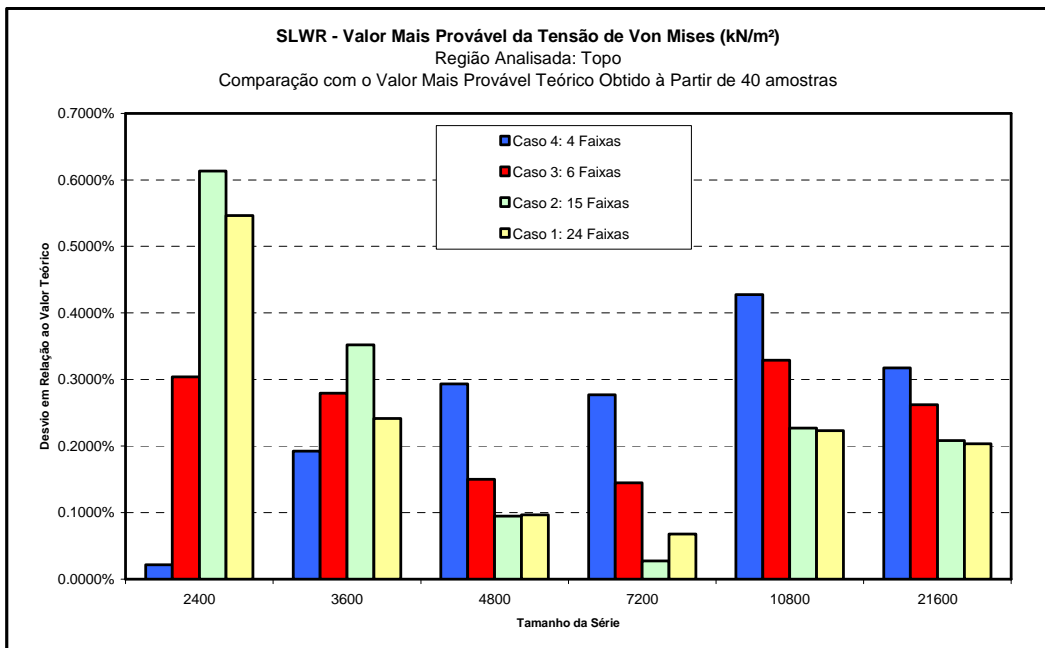


Figura 4-41 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do Topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

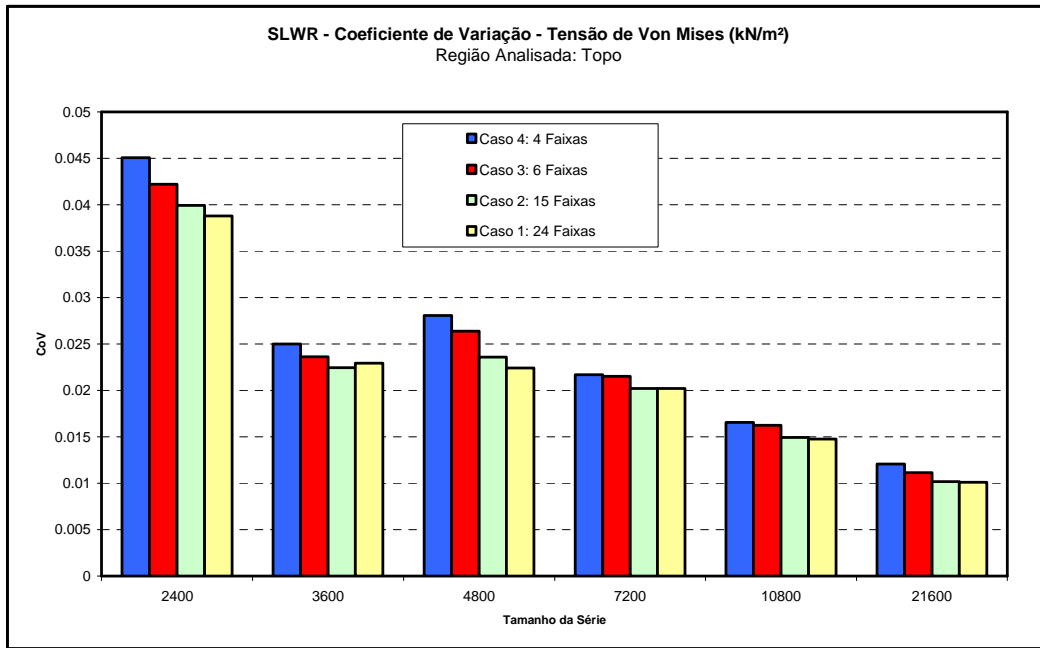


Figura 4-42 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

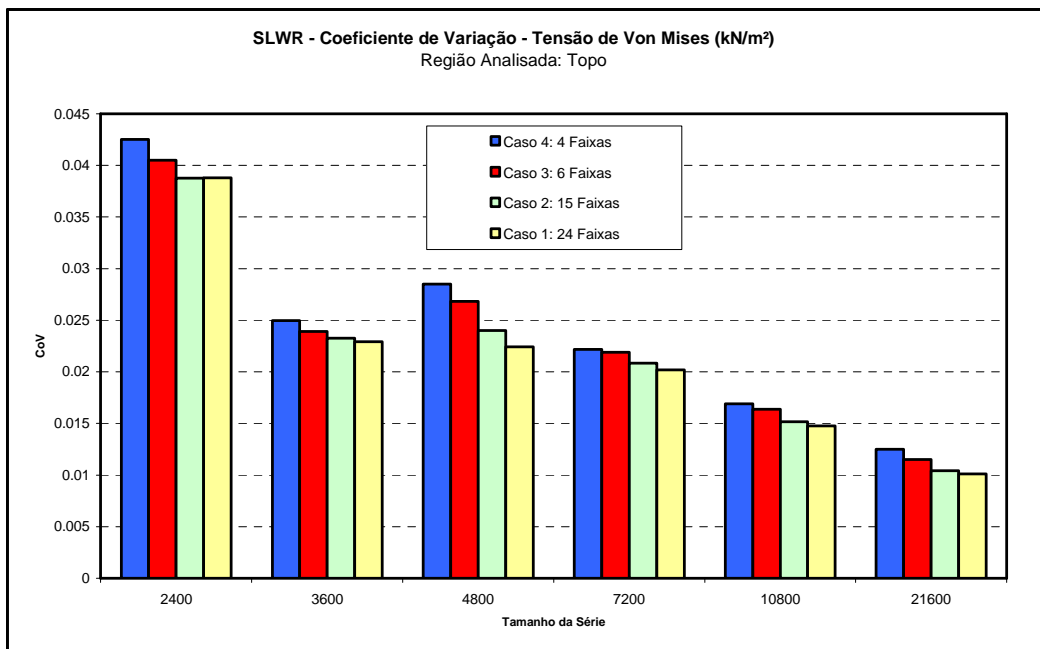


Figura 4-43 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do topo. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

A Figura 4-42 apresenta os coeficientes de variação dos valores estimados pela metodologia investigada em função do tamanho da simulação, utilizando as faixas de

cruzamento segundo a Tabela 4-1. Na Figura 4-42 são mostrados os resultados para as faixas de cruzamentos indicadas na Tabela 4-2.

Observa-se nas Figuras 4-40 e 4-41 que os valores do erro nesta região do SLWR foram muito baixos (o máximo chegou a 0.6%) e que, com o aumento do tamanho da amostra, a diferença entre os valores dos quatro casos de faixa analisados se reduz significativamente, independentemente do número de faixas consideradas. Este fato indica que, para um tamanho suficientemente grande da amostra, não é necessária a utilização de um número grande de faixas no procedimento numérico. Para amostras menores, utilizando as faixas com limites maiores, foram obtidos erros maiores em relação a faixas com limites menores, mas esta diferença novamente passou a decrescer com o aumento do tamanho da amostra. Os resultados estão muito próximos do valor de referência, indicando que novamente, na média, a estimativa é não-tendenciosa.

Os erros percentuais do valor característico da tensão de Von Mises na parede externa do SLWR na região do cavado, calculado através da metodologia investigada em relação ao valor de referência, são apresentados na Figura 4-44 considerando o conjunto de faixas descrito na Tabela 4-1 e na Figura 4-45 considerando o conjunto de faixas descrito na Tabela 4-2. Os coeficientes de variação obtidos com resultados para as faixas da Tabela 4-1 e da Tabela 4-2 são apresentados nas Figuras 4-46 e 4-47, respectivamente.

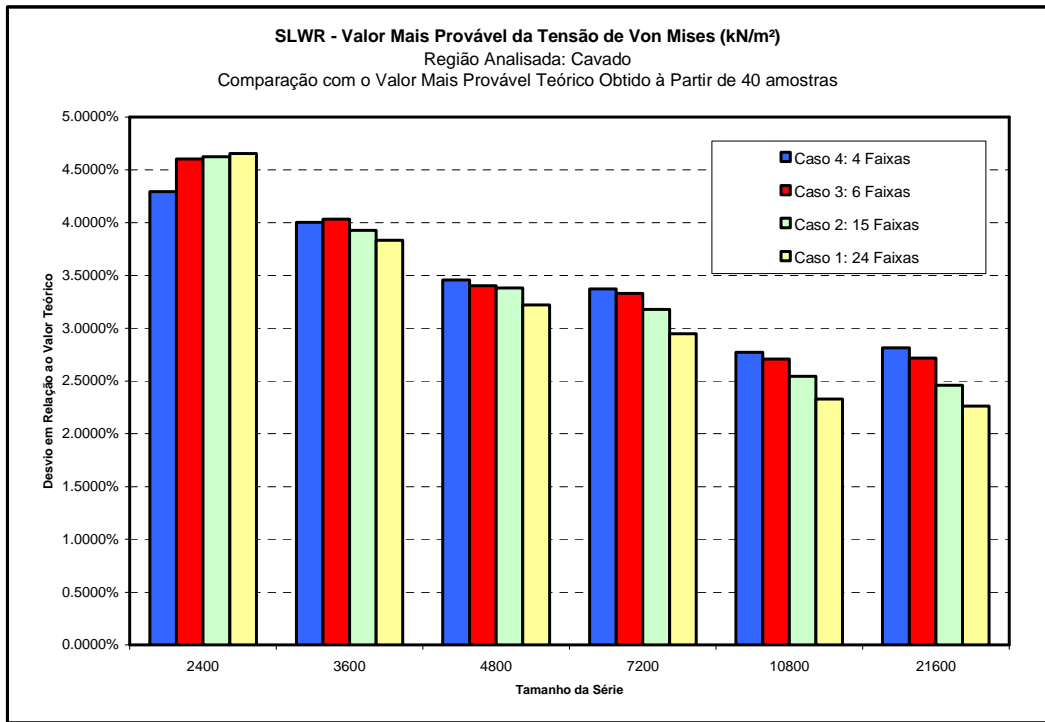


Figura 4-44 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

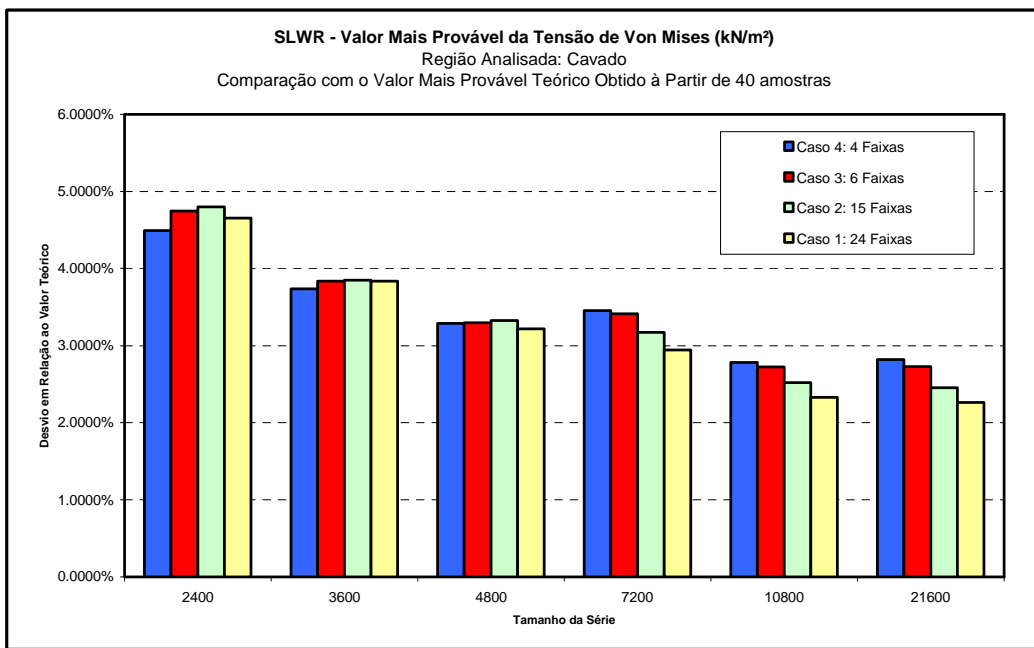


Figura 4-45 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

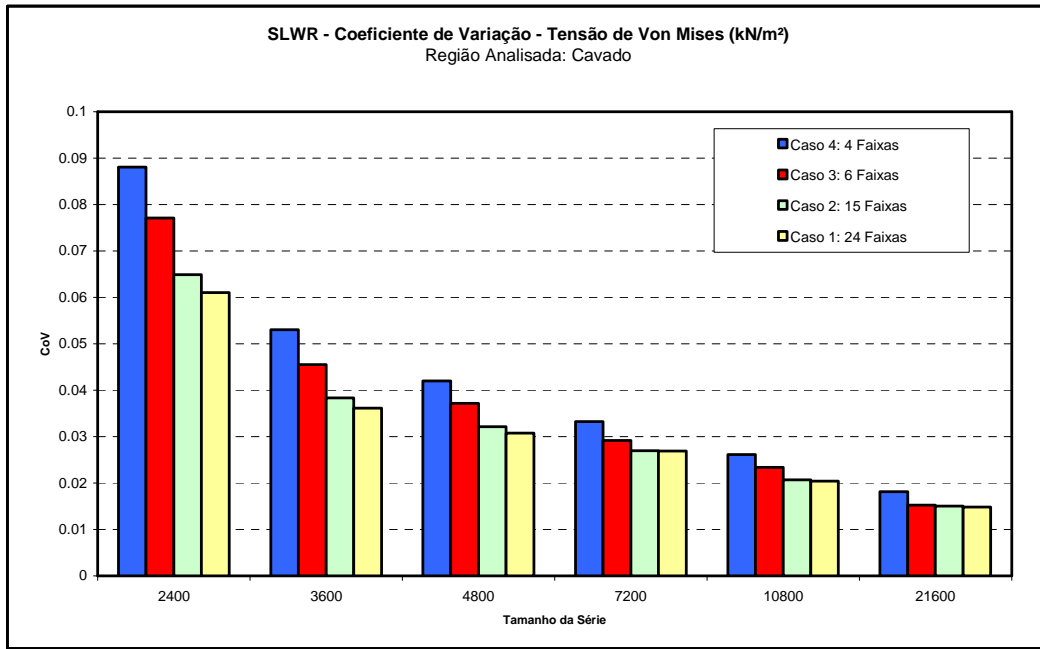


Figura 4-46 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

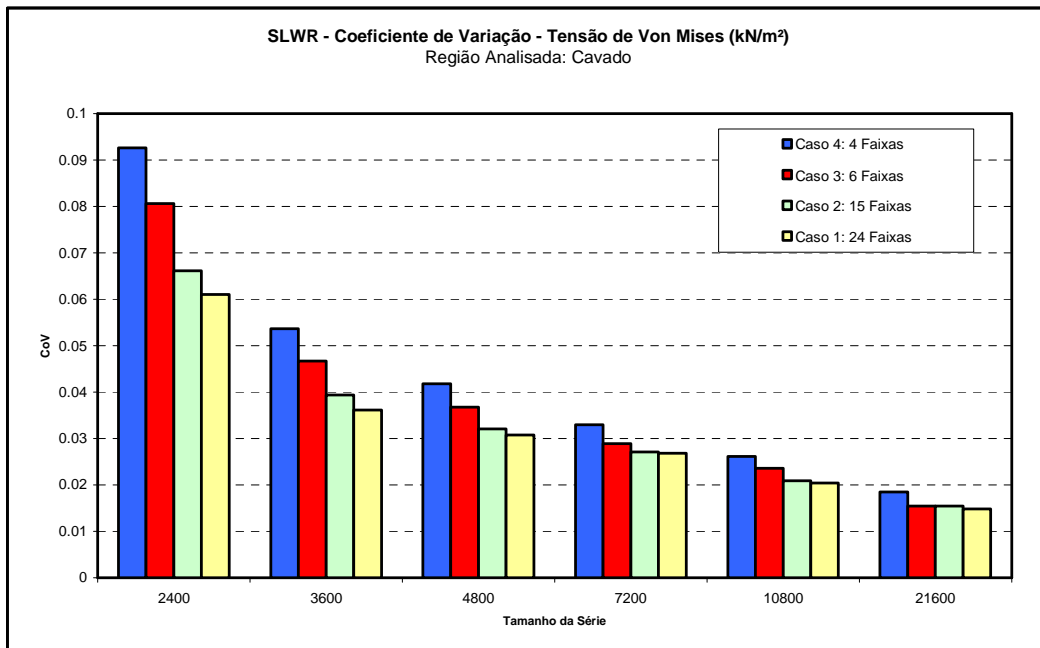


Figura 4-47 – SLWR: Coeficiente de variação. Região do cavado. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

Embora os erros observados nas Figuras 4-46 e 4-46 sejam próximos a 5% para amostras pequenas, pode-se dizer que as estimativas estão próximas aos valores de

referência, devido ao grau de incertezas que são envolvidos na determinação das amostras. Os erros obtidos foram reduzindo à medida que o tamanho da amostra aumentou para os conjuntos de faixas da Tabela 4-1 ou da Tabela 4-2.

A última região do SLWR em que foram calculadas as tensões de Von Mises é a região da Corcova. Na Figura 4-48 são apresentados os resultados obtidos para o erro entre o Valor Mais Provável calculado pela metodologia descrita no capítulo 3, considerando as faixas da Tabela 4-1, e o valor de referência. Na Figura 4-49 são apresentados os erros obtidos utilizando as faixas da Tabela 4-2.

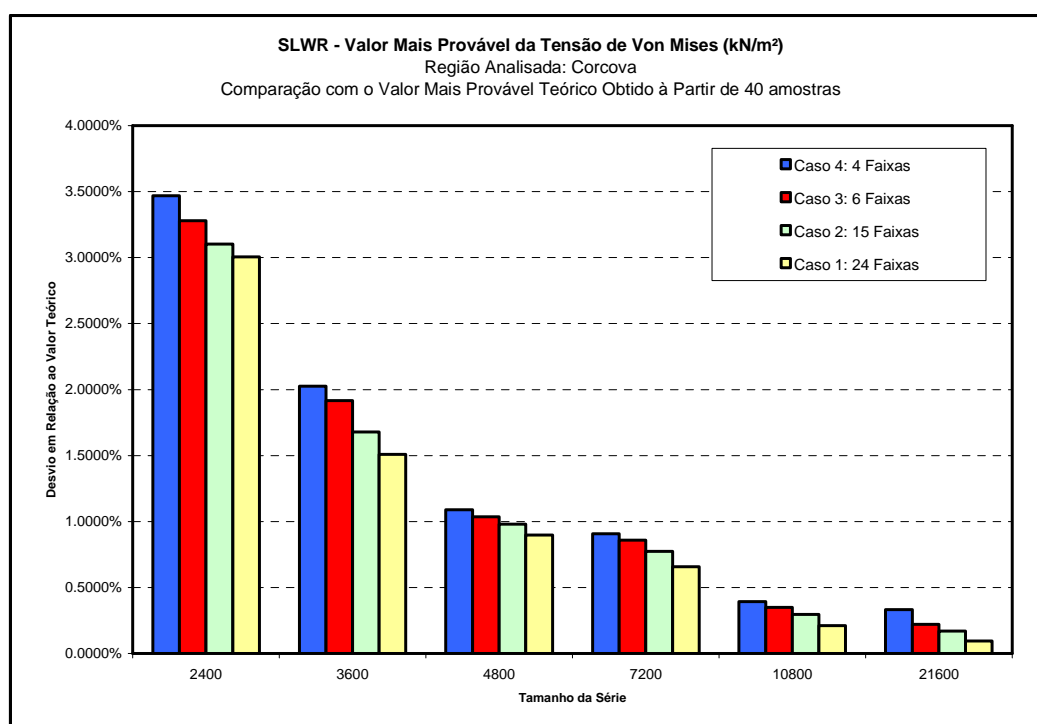


Figura 4-48 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

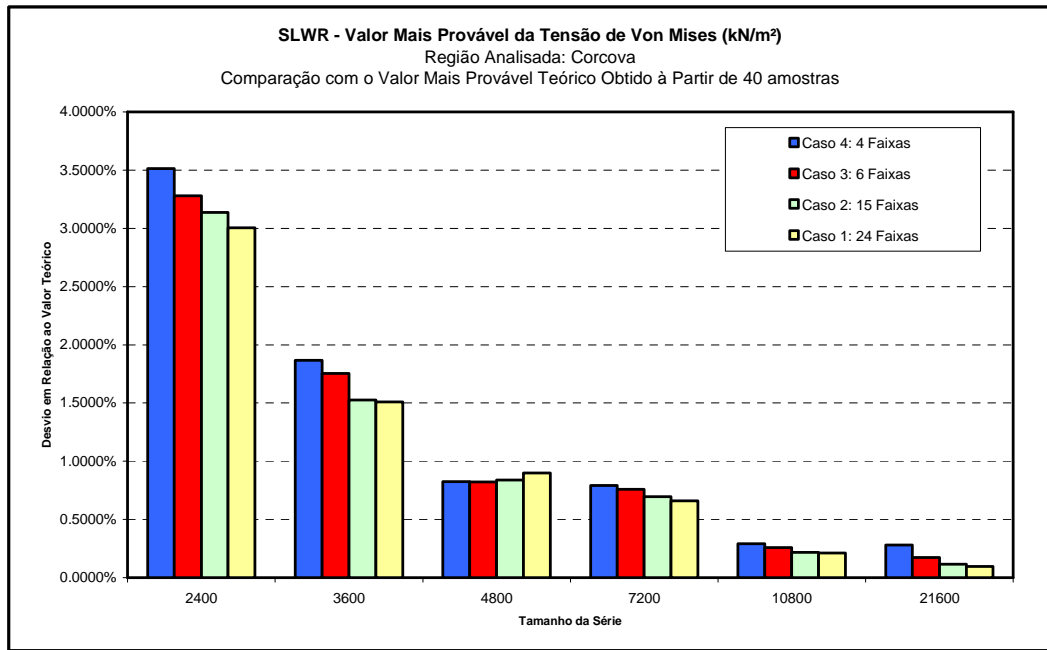


Figura 4-49 – SLWR: Erro relativo na estimativa dos valores mais prováveis. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

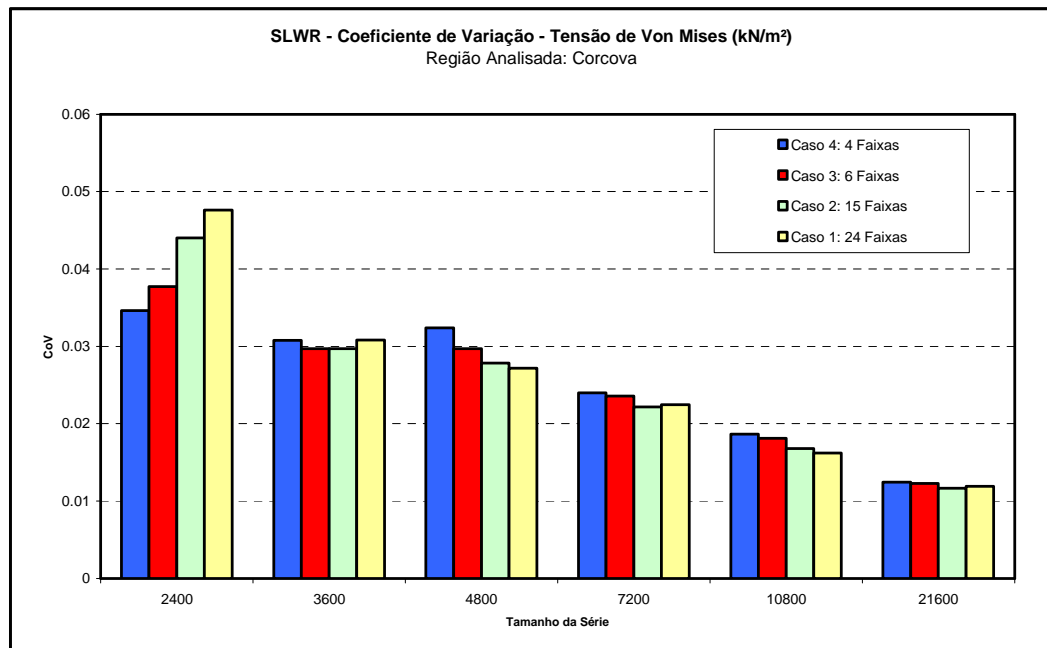


Figura 4-50 – SLWR: Coeficiente de variação. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-1.

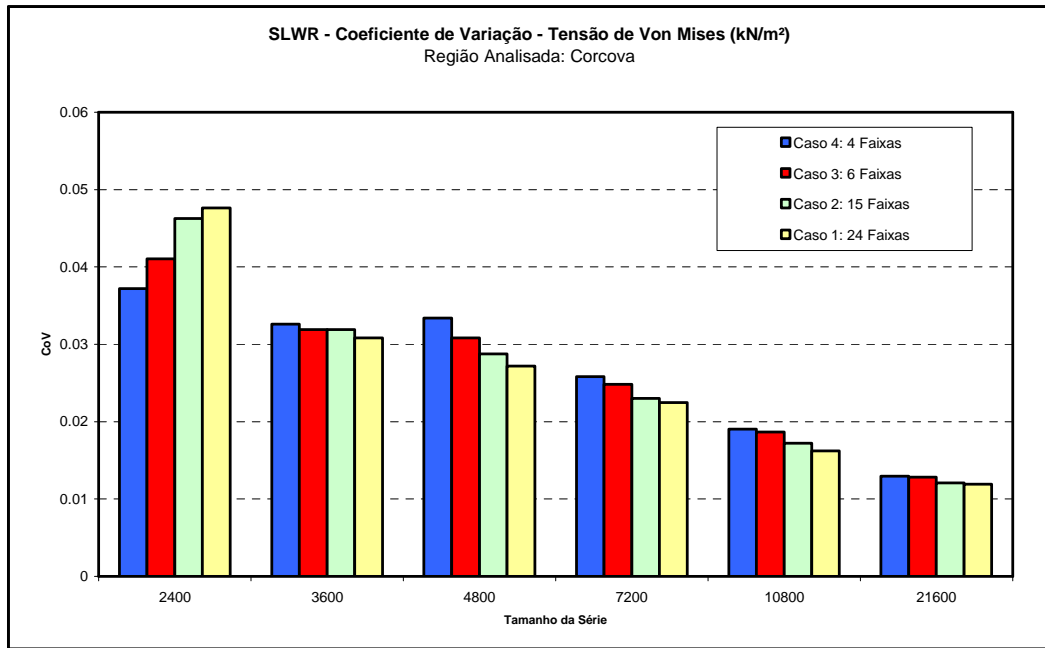


Figura 4-51 – SLWR: Coeficiente de variação. Região da corcova. Faixas de cruzamentos segundo a Tabela 4-2.

As Figuras 4-50 e 4-51 apresentam os coeficientes de variação obtidos para as faixas descritas nas Tabelas 4-1 e 4-2, respectivamente.

Analogamente ao observado na região do cavado do SLWR, a região da corcova do Riser SLWR apresentou novamente valores de erro mais elevados. Mesmo assim o erro máximo não chegou a 4% do valor teórico para as amostras pequenas. Para tamanhos maiores de amostras, os erros percentuais, utilizando conjuntos de faixas maiores (Tabela 4-1) e menores (Tabela 4-2), foram muito próximos, e para estas amostras grandes também foi observado que a quantidade de faixas não é um parâmetro significativo pois, como está indicado nas Figuras 4-49 e 4-50, os erros obtidos para séries com tamanho de 21600 segundos foram praticamente os mesmos nos quatro casos (quantidades de faixas) considerados.

Os resultados apresentados acima indicam que a utilização da formulação de Poisson associada com a determinação numérica da frequência de cruzamentos do

processo aleatório fornece uma estimativa não tendenciosa para a distribuição de probabilidades do valor extremo de processos aleatórios Gaussianos ou não.

Os resultados de coeficiente de variação observados para as diversas regiões do SLWR, assim como no SCR, indicam que os valores de coeficientes de variação decaem à medida que o tamanho da série, e que quanto maior a quantidade de dados (tamanho da amostra), menor será a diferença de resultados produzida nos quatro casos de quantidade de faixas considerados.

Na Tabela 4-6 serão apresentados os erros calculados para as três regiões do SLWR, para os dois conjuntos de faixas considerados, mas indicando o sinal do erro. Erros positivos indicam que o valor calculado com a metodologia investigada são superiores ao valor de referencia, e erros negativos indicam que os valores calculados através da metodologia investigada são inferiores ao valor de referencia.

Tabela 4-4 – Valores dos erros calculados para o SLWR em relação ao valor de referencia indicando o sinal.

Número de faixas	Região	Tamanho da série (s)	Erro do VMP com faixas da Tabela 4-1	Erro do VMP com faixas da Tabela 4-2
4	TOPO	2400	-0.57%	0.02%
	TOPO	3600	-0.05%	0.19%
	TOPO	4800	-0.39%	-0.29%
	TOPO	7200	-0.33%	-0.28%
	TOPO	10800	-0.41%	-0.43%
	TOPO	21600	-0.28%	-0.32%
	CORCOVA	2400	3.47%	3.51%
	CORCOVA	3600	2.03%	1.87%
	CORCOVA	4800	1.09%	0.82%
	CORCOVA	7200	0.91%	0.79%
	CORCOVA	10800	0.39%	0.29%
	CORCOVA	21600	0.33%	0.28%
	CAVADO	2400	4.29%	4.49%
	CAVADO	3600	4.00%	3.73%
	CAVADO	4800	3.46%	3.29%
CAVADO	7200	3.37%	3.45%	
CAVADO	10800	2.77%	2.78%	
CAVADO	21600	2.81%	2.82%	
6	TOPO	2400	-0.24%	0.30%
	TOPO	3600	0.06%	0.28%
	TOPO	4800	-0.25%	-0.15%
	TOPO	7200	-0.21%	-0.14%
	TOPO	10800	-0.33%	-0.33%
	TOPO	21600	-0.24%	-0.26%
	CORCOVA	2400	3.28%	3.28%
	CORCOVA	3600	1.92%	1.75%
	CORCOVA	4800	1.04%	0.82%
	CORCOVA	7200	0.86%	0.76%
	CORCOVA	10800	0.35%	0.26%
	CORCOVA	21600	0.22%	0.17%
	CAVADO	2400	4.60%	4.74%
	CAVADO	3600	4.03%	3.83%
	CAVADO	4800	3.40%	3.30%
CAVADO	7200	3.33%	3.41%	
CAVADO	10800	2.71%	2.73%	
CAVADO	21600	2.72%	2.73%	
15	TOPO	2400	0.10%	0.61%
	TOPO	3600	0.17%	0.35%
	TOPO	4800	0.01%	0.09%
	TOPO	7200	-0.01%	0.03%
	TOPO	10800	-0.25%	-0.23%
	TOPO	21600	-0.21%	-0.21%
	CORCOVA	2400	3.10%	3.14%
	CORCOVA	3600	1.68%	1.52%
	CORCOVA	4800	0.98%	0.84%
	CORCOVA	7200	0.77%	0.70%
	CORCOVA	10800	0.30%	0.22%
	CORCOVA	21600	0.17%	0.11%
	CAVADO	2400	4.62%	4.80%
	CAVADO	3600	3.93%	3.85%
	CAVADO	4800	3.38%	3.33%
CAVADO	7200	3.18%	3.17%	
CAVADO	10800	2.54%	2.52%	
CAVADO	21600	2.46%	2.45%	
24	TOPO	2400	0.55%	0.55%
	TOPO	3600	0.24%	0.24%
	TOPO	4800	0.10%	0.10%
	TOPO	7200	0.07%	0.07%
	TOPO	10800	-0.22%	-0.22%
	TOPO	21600	-0.20%	-0.20%
	CORCOVA	2400	3.00%	3.00%
	CORCOVA	3600	1.51%	1.51%
	CORCOVA	4800	0.90%	0.90%
	CORCOVA	7200	0.66%	0.66%
	CORCOVA	10800	0.21%	0.21%
	CORCOVA	21600	0.10%	0.10%
	CAVADO	2400	4.65%	4.65%
	CAVADO	3600	3.83%	3.83%
	CAVADO	4800	3.22%	3.22%
CAVADO	7200	2.95%	2.95%	
CAVADO	10800	2.33%	2.33%	
CAVADO	21600	2.26%	2.26%	

5. Considerações Finais e Sugestões para Trabalhos Futuros

O presente trabalho teve como objetivo investigar uma metodologia, baseada na distribuição de Poisson e proposta por NAESS *et al.* [3], para determinação de valores extremos em processos aleatórios usando um procedimento numérico para a definição da expressão da frequência de cruzamentos do processo.

Uma das primeiras etapas do procedimento numérico de determinação da frequência de cruzamentos é a determinação da faixa que será dividida em vários níveis. Para cada nível será calculada numericamente a frequência de cruzamentos do processo. A partir dos valores dos níveis e das frequências de cruzamentos associadas, utiliza-se a formulação descrita no item 3.1.1 para calcular a expressão para a frequência de cruzamentos. Cada faixa permite que seja calculado um conjunto de coeficientes para a expressão da frequência de cruzamentos. Nesta dissertação foram utilizadas, para uma mesma amostra, conjuntos de faixas para então utilizar os coeficientes médios obtidos no cálculo da expressão da frequência de cruzamentos. Foram utilizados na investigação da metodologia dois conjuntos de faixas de larguras diferentes. Através dos exemplos analisados pode-se concluir que as duas larguras de faixas consideradas estimam resultados relativamente próximos.

A metodologia foi primeiramente aplicada num caso mais simples, representando as elevações da superfície do mar, que é essencialmente Gaussiano. Foram geradas 100 realizações distintas do processo aleatório, com vários tempos de simulação (2400s, 3600s, 4800s, 7200s, 10800s e 21600s), utilizando duas larguras de faixas para determinação numérica da frequência de cruzamentos. Observou-se que na média o valor extremo mais provável de curto-prazo (3-h) foi muito próximo do valor

teórico. Os resultados obtidos também indicaram que o desvio padrão do conjunto de 100 valores extremos mais prováveis estimados decresce à medida que o tamanho da amostra aumenta. Estes resultados independem da largura das faixas utilizados no procedimento numérico. Neste exemplo, a metodologia investigada foi um estimador não tendencioso na determinação do valor extremo mais provável de curto-prazo. Deve-se observar que, como a metodologia trata-se de uma estimativa baseada numa série temporal, os resultados obtidos somente convergirão para o valor exato quando o tamanho da simulação tender para o infinito. Neste caso o desvio padrão dos valores extremos mais prováveis estimados para cada uma das realizações tenderia para zero.

O segundo caso investigado constituiu-se de um processo aleatório não-Gaussiano análogo a formula de Morrison utilizada no cálculo de forças hidrodinâmicas atuantes sobre estruturas esbeltas. Neste caso, o valor extremo de curto-prazo mais provável de referência para comparação dos resultados foi estimado a partir do ajuste de uma distribuição Tipo I (Gumbel) para uma amostra de valores obtida, tomando-se os maiores valores observados em cada uma das 100 realizações geradas de 3-h de duração do processo. Para este processo não-Gaussiano foram também observadas às mesmas conclusões do exemplo anterior, i.e., que a metodologia investigada constitui-se de um estimador não tendencioso para o valor extremo mais provável de curto-prazo.

Na etapa seguinte foi utilizada a metodologia de estimativa de extremos na análise da resposta de dois de risers: um SCR e um SLWR. Para cada riser foram obtidas, através de análises dinâmicas no domínio do tempo, séries temporais da tensão de Von Mises na parede externa do tubo em três regiões distintas. Para análise e comparação de resultados foram geradas 40 realizações deste parâmetro de resposta para cada uma das três regiões nos dois risers. No riser em catenária livre as três regiões consideradas

foram às regiões do topo, do TDP e um elemento da parte suspensa da linha. As séries de tensões de Von Mises na parede externa do tubo nas regiões do topo da parte suspensa tendem para um comportamento Gaussiano, enquanto a região do TDP possui características mais não-Gaussianas. Isto foi concluído observando os coeficientes de kurtosis e de assimetria das respectivas séries temporais. Os valores de referência para as comparações foram obtidos através do ajuste de uma distribuição de Gumbel (Tipo I) para uma amostra de contendo os 40 valores máximos observados nas 40 realizações distintas com 3-h de duração. Para as três regiões consideradas no SCR observou-se também que a metodologia investigada constitui-se de um estimador não tendencioso para o valor extremo mais provável de curto-prazo. No caso do SLWR as regiões investigadas foram o topo, a corcova e o cavado na região dos flutuadores. Na região do topo a tensão de Von Mises tende a um processo Gaussiano enquanto que nas outras duas este parâmetro de resposta é claramente não-Gaussiano. Especificamente na corcova e no cavado da região dos flutuadores foram observados erros da ordem de 5% ou inferiores nos valores extremos mais prováveis estimados pela metodologia investigada. A partir da ordem de grandeza dos erros observados, pode-se afirmar que a metodologia investigada é um estimador não-tendencioso também para este caso.

Baseado nos exemplos investigados neste trabalho pode-se sugerir, para o procedimento numérico de determinação da frequência de cruzamentos do processo aleatório, um valor mínimo entre 0.75 e 0.9 vezes o desvio padrão da amostra e um nível máximo entre 3.45 a 3.6 vezes o desvio padrão da resposta para definir a faixa de dados utilizado no ajuste da equação paramétrica (vide Eq.(3-6)) que define a frequência de cruzamentos. O número de divisões desta faixa pode ser da ordem de 50 níveis. De forma geral, estas indicações se baseiam nos resultados obtidos para

realizações de curta duração uma vez que para realizações mais longas estes parâmetros não têm influencia significativa.

Finalmente, pode-se concluir, para os processos investigados neste trabalho, que a metodologia proposta por NAESS *et al.* [3] mostrou-se ser um estimador não tendencioso para análise de valores extremos mais prováveis.

Como sugestões para trabalhos futuros, dentro desta linha de pesquisa, têm-se os seguintes temas:

- Comparação da metodologia investigada com outros procedimentos práticos de estimativa de extremos tais como Weibull-Tail e POT (Peaks Over a Threshold) para investigar o nível de incerteza (coeficiente de variação) das estimativas;
- Investigação da metodologia utilizada neste trabalho no estudo de respostas com componentes de alta e de baixa-frequência nas séries temporais (ex. linhas de ancoragem, etc.).
- Investigar sobre o cálculo da incerteza dos valores extremos estimados a partir de uma única realização do processo aleatório.

6. Referencias Bibliográficas

- [1] NEWLAND DE, Random Vibrations, Spectral and Wavelets Analysis, 3 ed., Singapore, Longman, 1993.
- [2] ANG, A.H-S AND TANG, W.H, Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Vol. II, New York, John Willey and Sons, 1984.
- [3] NAESS A., GAIDAI O., HAVER S., "Efficient estimation of extreme response of drag-dominated offshore structures by monte carlo simulation", Ocean Engineering, Vol. 34, nº16 pp. 2188-2197, 2007.
- [4] OCHI MB., "Prediction of Extreme Values", Journal of Ship Research, March 1973.
- [5] SHINOZUKA, M., DEODATIDS, G., "Simulation of Stochastic Processes by Spectral Representation", App. Mech. Rev., Vol. 44. , No. 4,1991.
- [6] MORISON, J.R.; O'BRIEN, M. P. JOHNSON J. W.; SCHAAF, S. A., "The force exerted by surface waves on piles", Petroleum Transactions, Vol.189 pp. 149–154, 1950.
- [7] ANG, A.H-S, TANG, W.H., Probability Concepts in Engineering, v.1, 2 ed, John Wiley and Sons, 2007.
- [8] SAGRILO, L.V.S., "Notas de aula da disciplina de Confiabilidade estrutural", PEC, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.
- [9] MOURELLE, M.M., Análise Dinâmica de Sistemas Estruturais constituídos por Linhas marítimas, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1993.
- [10] BATHE, K. J., Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs – New Jersey, 1982.
- [11] ANFLEX, Manual de Utilização, Petrobras, Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo A. Miguez de Mello, SUPEN, Rio de Janeiro, Brasil, 1996.
- [12] FORTRAN 90 – Compaq Visual Fortran, Compaq Computer Corporation, 2000.
- [13] CHAKRABARTI, S. K., Hydrodynamics of Offshore Structures, Ed. WIT press, Southhampton, 2001.
- [14] WAMIT - Wave Analysis MIT, "WAMIT Theory Manual", Massachusetts, 1995.

[15] FALTINSEN, O.M., Sea Loads on Ships and Offshore Structures, Cambridge University, 1999.

[16] GAIDAI, O., NAESS, A., "Extreme response statistics for drag dominated offshore structures" , Proceedings 5th International Conference on Computational Stochastic Mechanics. Rhodos, Greece, 2006.

[17] Floating Structures: a guide for design and analysis, volume 1, OPL, 1998.

[18] MOURELLE, M.M., Análise Dinâmica de Sistemas Estruturais Constituídos por Linhas marítimas, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1993.