



COPPE/UFRJ

ANÁLISE DE VALORES EXTREMOS DE PARÂMETROS DE RESPOSTA
DINÂMICA DE PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS

Leonardo Sant' Anna do Nascimento

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientadores: Luís Volnei Sudati Sagrilo
Gilberto Bruno Ellwanger

Rio de Janeiro
Julho de 2009

ANÁLISE DE VALORES EXTREMOS DE PARÂMETROS DE RESPOSTA
DINÂMICA DE PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS.

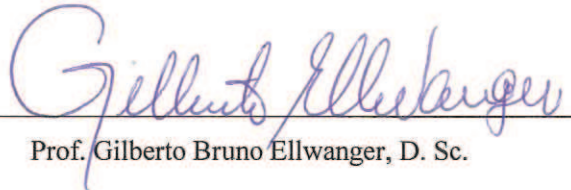
Leonardo Sant' Anna do Nascimento

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:




Prof. Luís Volnei Sudati Sagrilo, D. Sc.



Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D. Sc.



Prof. Breno Pinheiro Jacob, D. Sc.



Dr. Ana Lúcia Fernandes Lima Torres, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2009

Nascimento, Leonardo Sant' Anna do

Análise de Valores Extremos de Parâmetros de Resposta Dinâmica de Plataformas Auto-Elevatórias / Leonardo Sant' Anna do Nascimento. - Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2009.

XXI, 157 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Luís Volnei Sudati Sagrilo

Gilberto Bruno Ellwanger

Dissertação (mestrado) - UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2009.

Referencias Bibliográficas: p. 112-114.

1. Probabilidade e Estatística. 2. Análise Dinâmica. 3. Análise Estrutural. I. Sagrilo, Luís Volnei Sudati, *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

Dedico este trabalho à minha noiva Danielle.

AGRADECIMENTOS

Agradeço principalmente à minha noiva que durante todos os meses de elaboração deste trabalho esteve ao meu lado nas horas alegres e tristes.

Merecem o meu profundo respeito os professores Luís Volnei Sudati Sagrilo, Gilberto Bruno Ellwanger e Nelson Szilard Galgoul que contribuíram enormemente na minha formação durante a elaboração desta dissertação.

Agradeço também a todo o corpo de engenheiros da SUPORTE Consultoria e Projetos Ltda. que participaram direta ou indiretamente na elaboração desta, sendo através de motivação ou de conhecimentos técnicos e teóricos.

Por fim agradeço aos meus pais, familiares e amigos que muito me motivaram durante a elaboração deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DE VALORES EXTREMOS DE PARÂMETROS DE RESPOSTA
DINÂMICA DE PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS.

Leonardo Sant' Anna do Nascimento

Julho/2009

Orientadores: Luís Volnei Sudati Sagrilo
Gilberto Bruno Ellwanger

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho investiga o modelo baseado nos polinômios de Hermite na estimativa de valores extremos de séries temporais de parâmetros de resposta obtidos numa análise dinâmica aleatória de curto prazo de uma plataforma auto-elevatória. Além deste modelo outras variações de ajuste de uma distribuição de Weibull aos picos da série temporal também são investigados.

Antes de analisar um modelo de uma auto-elevatória outros modelos estruturais lineares mais simples submetidos à cargas de Morison foram também analisados. O modelo de plataforma auto-elevatória investigado foi considerado linear e também foi simplificado para diminuir os custos computacionais das simulações dinâmicas.

Ao final destas análises observou-se que:

- O modelo baseado nos polinômios de Hermite tem uma tendência clara de superestimar os valores extremos da resposta de séries não-gaussianas;
- O modelo Weibull-PoT (Peaks over a Threshold) mostrou-se ser o único não tendencioso, ou seja, na média converge para o valor extremo correto, entre os todos os investigados neste trabalho e;
- São necessárias simulações longas para diminuir as incertezas nos estimadores de extremos baseados numa única série temporal.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

EXTREME VALUES ANALYSIS OF DYNAMIC
RESPONSE PARAMETERS FOR JACK-UPS.

Leonardo Sant' Anna do Nascimento

July/2009

Advisors: Luís Volnei Sudati Sagrilo
Gilberto Bruno Ellwanger

Department: Civil Engineering

This work investigates the Hermite polynomial model applied in the estimation of extreme values of response parameters series obtained through short term dynamic analysis of a jack-up. In addition to this model, other variations of Weibull distributions fitted to the time series peaks are also investigated.

Before considering a jack-up model, other simple linear structural models submitted to Morison loads were also analyzed. The jack-up model was considered linear and also in a simplified approach to reduce the computational costs in the dynamic simulations.

At the end of those analyzes it was observed that:

- The Hermite polynomial model has a clear trend in overestimate the extreme values of the non-gaussian response series;
- The Weibull-PoT (Peaks over a Threshold) model has proved to be the only one non-biased, i.e., the average value converges to the actual extreme value, among all the models investigated in this work and;
- Long simulations are necessary to reduce the uncertainties in the extreme estimations based on a single time series.

ÍNDICE

I. Introdução	1
I.1. Motivação	1
I.2. Objetivo	3
II. Análise Estrutural Estática e Dinâmica	5
II.1. Conceitos Iniciais	5
II.2. Análise de Estruturas Marítimas	9
II.2.1. Carregamentos Ambientais Determinísticos	9
II.2.2. Aleatoriedade dos Carregamentos Ambientais	17
II.2.3. Amortecimento	22
II.2.4. Massa Adicional	23
II.2.5. Interação Solo-Estrutura	23
III. Variáveis e Processos Aleatórios	26
III.1. Conceitos Iniciais.....	26
III.2. Variável Aleatória	26
III.3. Distribuições de Probabilidades.....	31
III.3.1. Distribuição de Probabilidades Normal ou Gaussiana.....	31
III.3.2. Distribuição de Probabilidades Baseada em Polinômios de Hermite	33
III.3.3. Distribuição de Probabilidades de Weibull.....	37
III.4. Ajustes de Distribuições de Probabilidades a Dados Observados	39
III.5. Estatística de Extremos.....	41
III.5.1. Distribuições Teóricas de Valores Extremos - Estatística de Ordem	42
III.5.2. Distribuições Assintóticas de Valores Extremos	43
III.6. Processos Aleatórios.....	45

III.6.1. Processos Aleatórios Estacionários.....	47
III.6.2. Processos Aleatórios Ergódigos.....	48
III.7. Função de Auto-Correlação e Densidade Espectral de um Processo	
Aleatório	49
III.7.1. Função de Auto-Correlação de um Processo Aleatório	49
III.7.2. Densidade Espectral de um Processo Aleatório.....	49
III.7.3. Processos de Banda Estreita e Banda Larga	52
III.8. Distribuições de Probabilidades associadas a um Processo Aleatório	54
III.8.1. Distribuição do Processo Aleatório.....	54
III.8.2. Distribuição dos Picos.....	54
III.8.3. Distribuição do Pico Extremo	59
III.9. Comentários Gerais	59
IV. Análises Simplificadas Envolvendo a Equação de Morison	61
IV.1. Estatística da Elevação do Mar Aleatório.....	61
IV.2. Estatística das Forças Hidrodinâmicas	67
IV.3. Estatística da Resposta de um Sistema de 1 Grau de Liberdade.....	79
V. Análise de uma Plataforma Auto-Elevatória.....	87
V.1. Modelo Completo	87
V.2. Modelo Simplificado	93
V.3. Estatística das Respostas do Modelo Simplificado da Plataforma.....	99
VI. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros.....	107
VI.1. Conclusões Finais	107
VI.2. Sugestões para Desenvolvimentos Futuros	110
Bibliografia.....	112
Anexos.....	115

A.1. Soluções Aproximadas do Sistema de Equações Não-Lineares do Método de Hermite	115
A.2. Abordagem Utilizada na Simplificação do Modelo da Plataforma Auto-Elevatória.....	117
A.3. Modos de Vibração	135
A.4. Resultados Adicionais da Análise de Extremos para a Plataforma Auto-Elevatória.....	138
A.4.1. Espectros Típicos	138
A.4.2. Distribuições do Processo	139
A.4.3. Distribuições de Gumbel.....	142
A.4.4. Distribuições de Probabilidades de Máximos em Escala Rayleigh	146
A.4.5. Tabelas Adicionais	150

LISTA DE FIGURAS

Figura I.1-1 – Utilização das plataformas auto-elevatórias na perfuração	1
Figura I.1-2 – Energia de onda vs. período natural	2
Figura II.2.1-1 - Regiões de aplicação das teorias de onda	11
Figura II.2.1-2 - Órbitas das partículas fluidas	11
Figura II.2.1-3 - Direção normal e tangencial ao membro	14
Figura II.2.1-4 - Variação da velocidade média do vento com a altura	17
Figura II.2.2-1 - Espectro e componentes de onda	20
Figura II.2.5-1 - Penetração do spudcan no solo	25
Figura III.1-1 - Representação de um estado de mar aleatório.....	26
Figura III.2-1 - Coeficiente de skewness (coeficiente de assimetria).....	30
Figura III.3.1-1 - Forma da FDP e da FCP de uma variável aleatória normal (LIMA e SAGRILO, 2008)	32
Figura III.4-1 - Histograma de frequências relativas.....	40
Figura III.5.2-1 - Comparações entre as distribuições parente, teórica e assintótica de valores extremos	45
Figura III.6-1 - Realização de um processo aleatório.....	46
Figura III.6.1-1 - Realização de um processo aleatório.....	47
Figura III.7.1-1 - Função de auto-correlação de um processo.....	49
Figura III.7.2-1 - Função densidade espectral de um processo	51
Figura III.7.3-1 - Série aleatória de um processo de banda estreita	52
Figura III.7.3-2 - Densidade espectral de um processo de banda estreita	52
Figura III.7.3-3 - Série aleatória de um processo de banda larga.....	53
Figura III.7.3-4 - Densidade espectral de um processo de banda larga.....	53

Figura III.8.2-1 - Picos do processo aleatório e sua distribuição de probabilidades	55
Figura III.8.2-2 - Regressão linear da reta em base logarítmica.....	57
Figura IV.1-1 - Sinal da elevação do mar.....	62
Figura IV.1-2 - Variação entre os parâmetros estatísticos de onda para diversas realizações ($H_s = 3,5$ m; $T_z = 8,2$ s).....	63
Figura IV.1-3 – Estabilidade da média do sinal ao longo do tempo	65
Figura IV.1-4 - Estabilidade do desvio padrão do sinal ao longo do tempo, limites da norma.....	65
Figura IV.1-5 - Estabilidade do coeficiente de skewness do sinal ao longo do tempo, limites da norma	65
Figura IV.1-6 - Estabilidade do coeficiente de kurtosis do sinal ao longo do tempo, limites da norma	65
Figura IV.2-1 - Funções distribuição de probabilidades para valores máximos da força de onda para diversos valores de K	68
Figura IV.2-2 - Função densidade de probabilidades para $K = 3,0$	71
Figura IV.2-3 - Função densidade de probabilidades para $K = 1,0$	71
Figura IV.2-4 - Função densidade de probabilidades para $K = 0,25$	71
Figura IV.2-5 - Resultado de extremos pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite para $K = 1,0$	72
Figura IV.2-6 - Resultado de extremos pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite para $K = 3,0$	72
Figura IV.2-7 - Resultado de extremos pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite para $K = 0,25$	72
Figura IV.2-8 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-PoT para $K = 1,0$	74
Figura IV.2-9 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-PoT para $K = 3,0$	74

Figura IV.2-10 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-PoT para $K = 0,25$	74
Figura IV.2-11 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Mom para $K = 1,0$	75
Figura IV.2-12 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Mom para $K = 3,0$	75
Figura IV.2-13 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Mom para $K = 0,25$	75
Figura IV.2-14 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Psk para $K = 1,0$	76
Figura IV.2-15 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Psk para $K = 3,0$	76
Figura IV.2-16 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Psk para $K = 0,25$	76
Figura IV.2-17 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Pku para $K = 1,0$	77
Figura IV.2-18 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Pku para $K = 3,0$	77
Figura IV.2-19 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Pku para $K = 0,25$	77
Figura IV.2-20 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Tail para $K = 1,0$	78
Figura IV.2-21 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Tail para $K = 3,0$	78
Figura IV.2-22 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Tail para $K = 0,25$	78
Figura IV.3-1 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método baseado nos polinômios de Hermite para $K = 1,0$	81
Figura IV.3-2 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método baseado nos polinômios de Hermite para $K = 3,0$	81
Figura IV.3-3 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método baseado nos polinômios de Hermite para $K = 0,25$	81
Figura IV.3-4 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-PoT para $K = 1,0$	82
Figura IV.3-5 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-PoT para $K = 3,0$	82
Figura IV.3-6 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-PoT para $K = 0,25$	82

Figura IV.3-7 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Mom para $K = 1,0$	83
Figura IV.3-8 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Mom para $K = 3,0$	83
Figura IV.3-9 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Mom para $K = 0,25$	83
Figura IV.3-10 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Psk para $K = 1,0$	84
Figura IV.3-11 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Psk para $K = 3,0$	84
Figura IV.3-12 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Psk para $K = 0,25$	84
Figura IV.3-13 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Pku para $K = 1,0$	85
Figura IV.3-14 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Pku para $K = 3,0$	85
Figura IV.3-15 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Pku para $K = 0,25$	85
Figura IV.3-16 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Tail para $K = 1,0$	86
Figura IV.3-17 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull- Tail para $K = 3,0$	86
Figura IV.3-18 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull- Tail para $K = 0,25$	86
Figura V.1-1 - Modelo unifilar completo da plataforma auto-elevatória	87

Figura V.1-2 - Modelo sólido da plataforma auto-elevatória.....	88
Figura V.1-3 - Vista superior e dimensões do casco (dimensões em metros).....	89
Figura V.1-4 - Vista superior e outras dimensões do casco (dimensões em metros).....	89
Figura V.1-5 - Dimensões das pernas (dimensões em metros)	90
Figura V.1-6 - Demais dimensões das pernas (dimensões em metros).....	90
Figura V.1-7 - Elevação da plataforma (dimensões em metros).....	91
Figura V.1-8 - Sistema de elevação e freios da plataforma.....	92
Figura V.1-9 - Posicionamento em planta do sistema de elevação da plataforma.....	92
Figura V.2-1 - Modelo simplificado da plataforma auto-elevatória.....	94
Figura V.2-2 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise quasi-estática - cortante na base	96
Figura V.2-3 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise dinâmica - cortante na base	96
Figura V.2-4 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise estática - cortante na base	98
Figura V.2-5 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise dinâmica - cortante na base	98
Figura V.3-1 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés pelo método baseado nos polinômios de Hermite.....	100
Figura V.3-2 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base pelo método baseado nos polinômios de Hermite.....	100
Figura V.3-3 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base pelo método baseado nos polinômios de Hermite.....	100
Figura V.3-4 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-PoT	102

Figura V.3-5 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull-PoT	102
Figura V.3-6 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull-PoT	102
Figura V.3-7 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-Mom	103
Figura V.3-8 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull-Mom	103
Figura V.3-9 - Valor Extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull-Mom	103
Figura V.3-10 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-3Psk	104
Figura V.3-11 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull-3Psk	104
Figura V.3-12 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull-3Psk	104
Figura V.3-13 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-3Pku	105
Figura V.3-14 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull- 3Pku	105
Figura V.3-15 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull- 3Pku	105
Figura V.3-16 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-Tail	106

Figura V.3-17 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull- Tail.....	106
Figura V.3-18 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull- Tail	106
Figura A.2-1 - Propriedades das pernas da estaca (dimensões das seções em cm).....	117
Figura A.2-2 - Dimensões das pernas da estaca (dimensões das seções em cm).....	118
Figura A.2-3 - Direções principais	119
Figura A.2-4 - Carregamento básico de corrente	121
Figura A.2-5 - Reações de apoio do carregamento de corrente, modelo completo.....	122
Figura A.2-6 - Reações de apoio do carregamento de corrente, modelo simplificado.	122
Figura A.2-7 - Modelos de perna isolada completo e simplificado.....	126
Figura A.2-8 - Torção aplicada no modelo de perna isolada completo (vista superior)	127
Figura A.2-9 - Cortante aplicado ao modelo de perna isolada completo	128
Figura A.2-10 - Momento fletor aplicado ao modelo de perna isolada completo.....	129
Figura A.2-11 - Elementos de simulação do sistema cremalheira + freios	131
Figura A.2-12 - Modelo simplificado atual da auto-elevatória	132
Figura A.2-13 - Carregamento a ser convertido em massa	132
Figura A.2-14 - Carregamento representativo do convés a ser convertido em massa..	133
Figura A.3-1 - Primeiro modo de vibração. Modelos (a) simplificado e (b) completo.	135
Figura A.3-2 - Segundo modo de vibração. Modelos (a) simplificado e (b) completo.	136
Figura A.3-3 - Terceiro modo de vibração. Modelos (a) simplificado e (b) completo.	137
Figura A.4.1-1 - Espectro do deslocamento lateral da plataforma	138
Figura A.4.1-2 - Espectro do cortante estático da plataforma.....	139

Figura A.4.1-3 - Espectro do cortante dinâmico da plataforma	139
Figura A.4.2-1 - Histograma de frequência relativa do deslocamento lateral.....	140
Figura A.4.2-2 - Histograma de frequência relativa do cortante estático na base.....	140
Figura A.4.2-3 - Histograma de frequência relativa do cortante estático na base.....	141
Figura A.4.3-1 - Valores extremos do deslocamento lateral em escala Gumbel.....	142
Figura A.4.3-2 - Valores extremos do cortante estático na base em escala Gumbel....	143
Figura A.4.3-3 - Valores extremos do cortante estático na base em escala Gumbel....	143
Figura A.4.3-4 - Distribuição de Gumbel associada aos 18 valores extremos do deslocamento lateral	144
Figura A.4.3-5 - Distribuição de Gumbel associada aos 18 valores extremos do cortante estático na base	144
Figura A.4.3-6 - Distribuição de Gumbel associada aos 18 valores extremos do cortante dinâmico na base	145
Figura A.4.4-1 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Deslocamento do convés da plataforma. Modelo baseado nos polinômios de Hermite.....	146
Figura A.4.4-2 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Deslocamento do convés da plataforma. Modelo Weibull-PoT.....	147
Figura A.4.4-3 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante estático na base. Modelo baseado nos polinômios de Hermite.....	147
Figura A.4.4-4 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante estático na base. Modelo Weibull-PoT.....	148
Figura A.4.4-5 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante dinâmico na base. Modelo baseado nos polinômios de Hermite. .	148

Figura A.4.4-6 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante dinâmico na base. Modelo Weibull-PoT..... 149

LISTA DE TABELAS

Tabela II.2.1-1 - Valores representativos dos coeficientes de arrasto e inércia para membros tubulares com base no diâmetro	15
Tabela I.V.1-1 - Parâmetros estatísticos do processo para 3200 s. de simulação por altura e período de onda.....	66
Tabela V.2-1 - Frequências e períodos naturais para estrutura completa.....	94
Tabela V.2-2 - Frequências e períodos naturais para estrutura simplificada.....	95
Tabela V.2-3 - Diferença (%) entre os períodos naturais dos modelos completo e simplificado	95
Tabela A.2-1 - Verificação dos esforços	123
Tabela A.2-2 - Períodos naturais para estrutura completa.....	124
Tabela A.2-3 - Períodos naturais para estrutura simplificada	124
Tabela A.2-4 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada completa....	129
Tabela A.2-5 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada simplificada	130
Tabela A.2-6 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada completa após modificação	130
Tabela A.2-7 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada simplificada após modificação	130
Tabela A.2-8 - Períodos naturais para estrutura completa.....	133
Tabela A.2-9 - Períodos naturais para estrutura simplificada	134
Tabela A.2-10 - Comparação de resultados entre modos.....	134
Tabela A.4.4-1 - Parâmetros estatísticos das diferentes realizações - deslocamento lateral do convés da plataforma	151
Tabela A.4.4-2 - Parâmetros estatísticos das diferentes realizações - cortante estático na base da plataforma	151

Tabela A.4.4-3 - Parâmetros estatísticos das diferentes realizações - cortante dinâmico na base da plataforma	152
Tabela A.4.4-4 – Valores extremos mais prováveis estimados pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite	152
Tabela A.4.4-5 - Valores extremos mais prováveis estimados pelo modelo Weibull-PoT.	153
Tabela A.4.4-6 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-Mom.....	154
Tabela A.4.4-7 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-3Psk.....	155
Tabela A.4.4-8 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-3Pku	156
Tabela A.4.4-9 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-Tail	157

I. Introdução

I.1. Motivação

Apesar da idéia disseminada de que as plataformas auto-elevatórias convencionais caminham lentamente para o desuso no processo de perfuração de campos de petróleo no Brasil, pode ser visto que estas estruturas continuam sendo economicamente aproveitáveis ao redor do mundo (BECKMAN, 2009). Prova disto é a grande quantidade de estruturas deste tipo que são contratadas por países como a Noruega, os Estados Unidos e países do Golfo Pérsico e construídas anualmente em Singapura. A Figura I.1-1 ilustra a utilização das plataformas auto-elevatórias versus estruturas flutuantes, como navios sonda e plataformas semi-submersíveis (modul - mobile offshore drilling unit), na perfuração de poços ao redor do planeta.

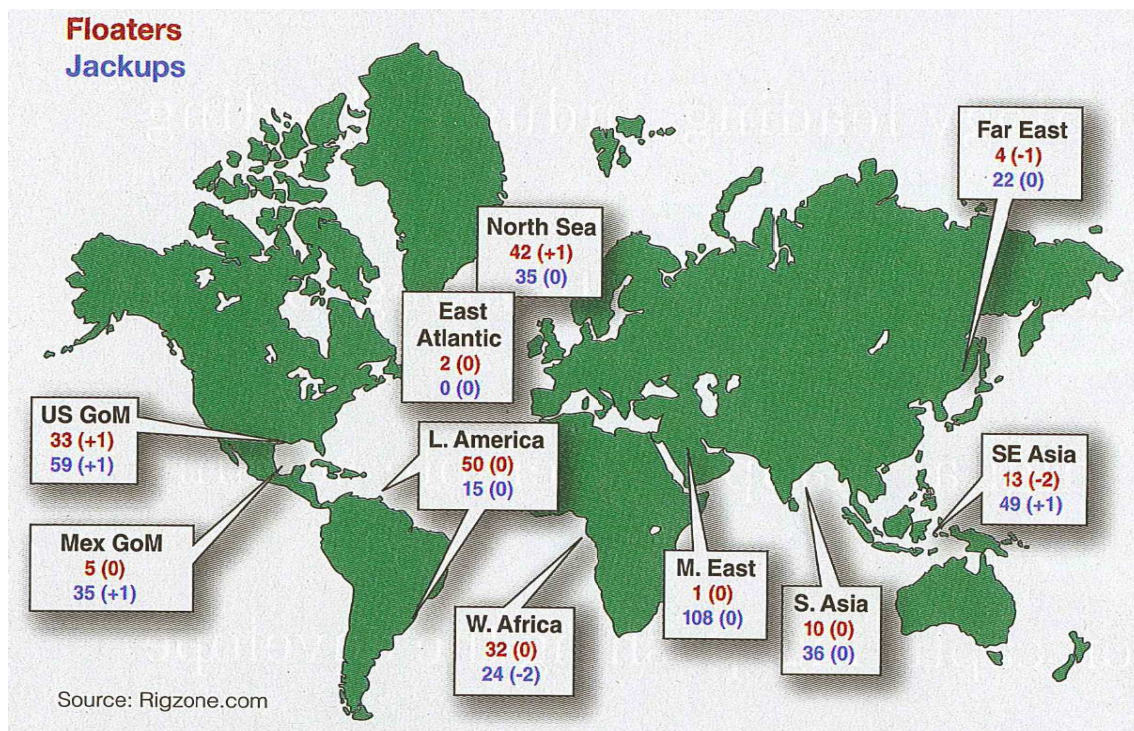


Figura I.1-1 – Utilização das plataformas auto-elevatórias na perfuração (BECKMAN, 2009)

A idéia de plataformas auto-elevatórias sendo utilizadas em campos de perfuração cada vez mais profundos acarretaria em menores custos na fase de exploração dos poços, porém, algumas circunstâncias devem ser levadas em consideração ao lançar mão desta idéia. Uma estrutura deste tipo, operando em lâminas d'água maiores que 120 metros, teria o comportamento dominado pelas excitações

dinâmicas; a flexibilidade evidente da estrutura, assim como a não-linearidade existente entre os carregamentos de onda e a elevação da superfície do mar e, conseqüentemente, entre esta elevação do mar e os deslocamentos da estrutura, acarretaria em respostas extremamente não-lineares, necessitando-se de uma abordagem um pouco diferente da utilizada correntemente nos projetos de estruturas deste tipo.

A Figura I.1-2 ilustra as faixas ressonantes para quatro tipos de estruturas offshore, plataformas fixas de pequena e grande lâmina d'água, plataformas auto-elevatórias e torres complacentes. Observa-se que as plataformas auto-elevatórias encontram-se na faixa susceptível à ressonância nas condições de operação e extremas.

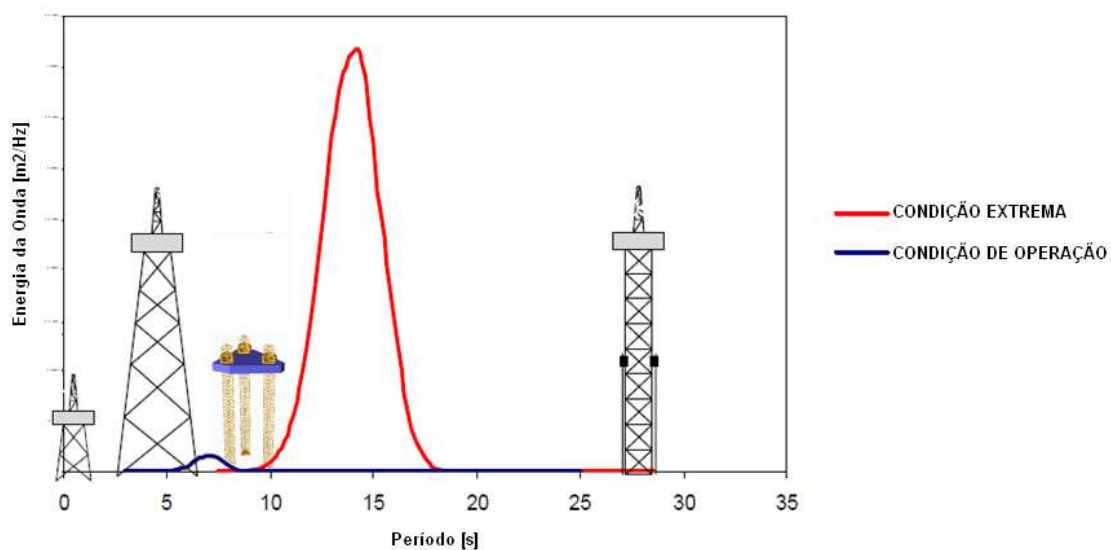


Figura I.1-2 – Energia de onda vs. período natural

No projeto de plataformas auto-elevatórias de elevadas magnitudes, existem várias peculiaridades, tanto do ponto de vista construtivo bem como de modelagem computacional e análise estrutural. Neste trabalho, procura-se de alguma forma contribuir na análise de valores extremos de parâmetros de respostas de uma plataforma auto-elevatória, onde o caráter não-gaussiano dos mesmos envolve o uso de algum procedimento estatístico não-linear.

I.2. Objetivo

Alguns modelos estatísticos não-lineares são apresentados pelas normas técnicas (ABS, 2004; ISO, 2006) no que tange o estudo da predição de respostas extremas de plataformas auto-elevatórias, estes são transcritos a seguir:

1. Método do Parâmetro Arrasto/Inércia;
2. Ajuste de uma distribuição de Weibull aos máximos do processo;
3. Ajuste de uma distribuição de Gumbel aos valores extremos do processo;
4. Método de Winterstein/Jensen (Polinômios de Hermite).

Algumas tentativas de observar o melhor procedimento para estimativa de extremos a ser adotado nas plataformas auto-elevatórias foram publicadas (LU, 2002; SNAME, 2002), porém nenhuma conclusão efetiva foi realmente obtida, sendo o critério do projetista a adoção da melhor metodologia.

O objetivo deste trabalho é o de investigar o modelo baseado nos polinômios de Hermite proposto por (WINTERSTEIN, 1987) na predição de valores extremos de respostas dinâmicas não-gaussianas de plataformas auto-elevatórias. Além deste modelo, vários outros baseados na distribuição de Weibull são também analisados.

Para alcançar o objetivo apresentado acima, algumas simplificações e estudos paralelos foram efetuados e serão apresentados ao longo do trabalho. No Capítulo II, são apresentadas a metodologia e as peculiaridades inerentes a um modelo computacional de uma plataforma auto-elevatória, assim como uma visão geral dos processos de análise utilizados em estruturas deste tipo. A teoria e os modelos estatísticos lineares e não-lineares aplicados aos parâmetros de respostas das estruturas são apresentados no Capítulo III.

Os resultados obtidos para modelos simplificados que envolvem a equação de Morison são apresentados no decorrer do Capítulo IV. No Capítulo V, são apresentados os resultados para o modelo de uma plataforma auto-elevatória. As conclusões finais do trabalho são apresentadas no Capítulo VI.

Neste trabalho serão estudadas as condições de não-linearidade impostas pela parcela de arrasto da equação de Morison e pela interação entre meio fluido e superfície livre na zona de splash. As não-linearidades embutidas tanto na estrutura quanto em sua fundação não serão consideradas ao longo do trabalho.

Salienta-se também que os estados de mar impostos para a realização das análises dinâmicas são baseados em registros de campos offshore onde as alturas significativas das ondas e os períodos associados são intensos (Mar do Norte) para que as não-linearidades mencionadas sejam expressivas.

É importante ressaltar que a abordagem apresentada neste trabalho não se restringe apenas a estruturas auto-elevatórias, podendo ser o seu estudo extrapolado para diversas áreas da engenharia civil, mecânica e naval, onde as séries temporais em estudo (excitações e/ou respostas dinâmicas) sejam de caráter não-linear.

II. Análise Estrutural Estática e Dinâmica

II.1. Conceitos Iniciais

A análise estrutural estática de modelos computacionais se restringe basicamente a solução de um sistema de equações lineares que pode ser representado matricialmente pela formulação:

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{x} \quad (1)$$

onde \mathbf{K} é uma matriz quadrada, simétrica e que apresenta a mesma dimensão do número de graus de liberdade do problema. Essa matriz é formada a partir de montagem utilizando sub-matrizes que são as matrizes de rigidez dos diversos elementos finitos existentes na estrutura, podendo ser estes elementos finitos de barra, placas, sólidos e suas correspondentes simplificações. A essa matriz \mathbf{K} damos o nome de matriz de rigidez global da estrutura. O vetor \mathbf{F} representa as forças nodais estáticas equivalentes, obtidas também através de montagem utilizando-se as diversas cargas estáticas que existem na estrutura em estudo. O vetor \mathbf{x} representa os deslocamentos de todos os graus de liberdade modelados. O vetor \mathbf{x} é a incógnita do problema e diversos algoritmos matemáticos (Gauss, Cholesky, Gradientes Conjugados, etc.) existem para resolver o sistema de equações dado pela Eq. (1).

Com os deslocamentos da estrutura obtidos, todos os outros resultados podem ser calculados diretamente. Incluem-se nestes resultados reações de apoio, esforços nos elementos, tensões nos elementos, energia de deformação e outros.

No caso de estruturas submetidas a excitações dinâmicas, a simplificação da lei de Newton apresentada acima não pode ser mais utilizada e a configuração completa da equação deve ser utilizada. Seguindo a mesma metodologia apresentada acima, isto é, em termos matriciais, tem-se:

$$\mathbf{F}(\mathbf{t}) = \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}'(\mathbf{t}) + \mathbf{M} \cdot \mathbf{x}''(\mathbf{t}) \quad (2)$$

Conforme pode ser observado, trabalhamos agora com um sistema de equações diferenciais lineares acopladas que precisa ser resolvido, com incógnitas nos termos dependentes entre si $\mathbf{x}(\mathbf{t})$, $\mathbf{x}'(\mathbf{t})$ e $\mathbf{x}''(\mathbf{t})$. A matriz de rigidez \mathbf{K} é a mesma apresentada

anteriormente. A matriz \mathbf{C} consiste na matriz de amortecimento global da estrutura. Nesta matriz, são consideradas as parcelas de amortecimento estrutural dos elementos, das ligações da estrutura e do apoio. No caso de uma estrutura imersa na água, por exemplo, a parcela de amortecimento hidrodinâmico é considerada através da velocidade relativa entre a partícula do fluido e da estrutura. Mais detalhes sobre esta parcela são apresentadas no Item II.2. A matriz de massa \mathbf{M} é formada a partir da contribuição das diversas massas dos elementos estruturais. Também no caso de uma estrutura imersa num fluido a parcela de massa adicional é levada em consideração quando consideramos a aceleração relativa entre a partícula de fluido e a aceleração da estrutura numa das parcelas da força de inércia da equação de Morison. O vetor $\mathbf{F}(t)$ representa as forças atuantes na estrutura. Estas excitações podem ser estáticas ou oscilatórias; para ambos os casos, o tempo de permanência da carga na estrutura deve ser levada em consideração. Os vetores $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}'(t)$ e $\mathbf{x}''(t)$ são respectivamente o deslocamento, a velocidade e a aceleração de cada grau de liberdade da estrutura em um determinado instante de tempo t .

Como dito anteriormente, os vetores $\mathbf{x}(t)$, $\mathbf{x}'(t)$ e $\mathbf{x}''(t)$ são as incógnitas do sistema de equações diferenciais e, conseqüentemente, precisam ser obtidos durante todo o tempo de análise. Para a solução deste problema existem vários métodos como pode ser visto em (WIRSCHING, PAEZ and ORTIZ, 1995). Entretanto, uma destas abordagens, que é usada no programa de análise estrutural (SACS, 2005) utilizado nesta dissertação para a análise de uma plataforma auto-elevatória, é o método da superposição modal.

No método da superposição modal, o sistema de equações diferenciais acoplado apresentado na Eq. (2) é transformado em n equações diferenciais desacopladas. Um resumo do método é apresentado a seguir:

Etapa 1 - Obtenção das frequências naturais e modos de vibração da estrutura. Este processo é obtido a partir da solução de um problema de auto-valor e auto-vetor dado pela seguinte equação:

$$(\mathbf{M} - \lambda \cdot \mathbf{K}) \cdot \boldsymbol{\varphi} = \mathbf{0} \quad (3)$$

$\lambda \rightarrow$ Vetor de auto-valores do problema que representam as diversas frequências naturais dadas por $w_i = \sqrt{\lambda_i}$.

$\varphi \rightarrow$ Matriz de auto-vetores do problema que representam os vários modos de vibração da estrutura. A essa matriz também damos o nome de matriz modal.

Etapa 2 - A partir da solução do problema apresentado acima, a matriz que contém os diversos modos de vibração da estrutura é utilizada na criação das matrizes de rigidez $\bar{\mathbf{K}}$, de amortecimento $\bar{\mathbf{C}}$ e de massa modais $\bar{\mathbf{M}}$, que são matrizes com termos não-nulos apenas na diagonal principal, i.e.,

$$\bar{\mathbf{K}} = \varphi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \varphi \quad \bar{\mathbf{C}} = \varphi^T \cdot \mathbf{C} \cdot \varphi \quad \bar{\mathbf{M}} = \varphi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \varphi \quad (4)$$

Com o objetivo de ajustar os valores de φ_{ij} para simplificação dos cálculos, aplica-se o seguinte artifício matemático:

$$\Phi_{ij} = \frac{1}{\sqrt{M_{ii}}} \cdot \varphi_{ij} \quad (5)$$

Daí:

$$\bar{\bar{\mathbf{K}}} = \Phi^T \mathbf{K} \cdot \Phi = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{C}}} = \Phi^T \cdot \mathbf{C} \cdot \Phi \quad (7)$$

$$\bar{\bar{\mathbf{M}}} = \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = \mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

O vetor de forças também deve ser modificado conforme apresentado abaixo:

$$\bar{\bar{\mathbf{F}}}(t) = \Phi^T \cdot \mathbf{F}(t) \quad (9)$$

Ressalta-se que o vetor de forças modais $\overline{\overline{\mathbf{F}}}(t)$ deve ser obtido para todas as etapas de tempo da análise dinâmica.

Etapa 3 - Utilizando o conceito de matrizes modais apresentado acima, podemos utilizar qualquer processo de solução de equações diferenciais numérico para a obtenção dos vetores agora independentes na base modal que denotaremos por \mathbf{y} , \mathbf{y}' e \mathbf{y}'' em cada linha do sistema, onde:

$$\mathbf{x}(t) = \Phi \cdot \mathbf{y}(t) \quad (10)$$

Aplicando a transformação de base apresentada na Eq. (10) na Eq. (2):

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}'(t) + \mathbf{M} \cdot \mathbf{x}''(t)$$

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{K} \cdot \Phi \cdot \mathbf{y}(t) + \mathbf{C} \cdot \Phi \cdot \mathbf{y}'(t) + \mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \mathbf{y}''(t) \quad (11.a)$$

Ao multiplicarmos todas as parcelas por Φ^T , obtemos:

$$\Phi^T \cdot \mathbf{F}(t) = \Phi^T \cdot \mathbf{K} \cdot \Phi \cdot \mathbf{y}(t) + \Phi^T \cdot \mathbf{C} \cdot \Phi \cdot \mathbf{y}'(t) + \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \mathbf{y}''(t) \quad (11.b)$$

Com base nas Eq. (6), Eq. (7), Eq. (8), Eq. (9) e Eq.(11.b), tem-se o seguinte sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_1 \cdot y_1(t) + \overline{\overline{C}}_{11} \cdot y'_1(t) + y''_1(t) = \overline{\overline{F}}_1(t) \\ \lambda_2 \cdot y_2(t) + \overline{\overline{C}}_{22} \cdot y'_2(t) + y''_2(t) = \overline{\overline{F}}_2(t) \\ \dots \\ \lambda_n \cdot y_n(t) + \overline{\overline{C}}_{nn} \cdot y'_n(t) + y''_n(t) = \overline{\overline{F}}_n(t) \end{array} \right.$$

O sistema é resolvido em todas as etapas de tempo t do decorrer da análise, sendo obtidos os diversos valores $y_i(t)$, $y_i'(t)$, $y_i''(t)$.

Etapa 4 - A solução final do problema é dada pela superposição dos modos de vibração multiplicados pelos correspondentes termos obtidos do processo de solução das equações diferenciais desacopladas.

$$x_i(t) = \Phi_{i1} \cdot y_1(t) + \Phi_{i2} \cdot y_2(t) + \dots + \Phi_{in} \cdot y_n(t); \text{ desloc. do } i\text{-ésimo grau de liberdade;}$$

$x'_i(t) = \Phi_{i1} \cdot y'_1(t) + \Phi_{i2} \cdot y'_2(t) + \dots + \Phi_{in} \cdot y'_n(t)$; veloc. do *i-ésimo* grau de liberdade;

$x''_i(t) = \Phi_{i1} \cdot y''_1(t) + \Phi_{i2} \cdot y''_2(t) + \dots + \Phi_{in} \cdot y''_n(t)$; aceler. do *i-ésimo* grau de liberdade.

II.2. Análise de Estruturas Marítimas

Apesar dos conceitos de análise estrutural e análise dinâmica serem apresentados rapidamente no item anterior, a aplicação destes conceitos às estruturas parcialmente submersas como plataformas fixas, plataformas auto-elevatórias ou até mesmo às estruturas navais como plataformas semi-submersíveis e navios plataformas requer conhecimento do comportamento hidrodinâmico dos fluidos, da interação fluido-estrutura, da interação solo-estrutura e até mesmo do comportamento estrutural do modelo.

No caso em estudo, que será minuciosamente detalhado no Capítulo V, e que será apenas comentado aqui neste item, ilustraremos os requisitos necessários e conhecimentos básicos que necessitamos sobre comportamento hidrodinâmico, interação fluido-estrutura e interação solo-estrutura que devemos utilizar para concretizarmos o modelo computacional de uma plataforma auto-elevatória.

II.2.1. Carregamentos Ambientais Determinísticos

Os carregamentos ambientais atuantes em uma plataforma auto-elevatória são onda, corrente e vento. A seguir, estes carregamentos serão comentados apenas na sua forma determinística. As características aleatórias destes carregamentos são apresentadas no item seguinte.

a) Carregamento Ambiental de Onda e Corrente

As características das ondas de um determinado campo podem ser obtidas através de medições realizadas neste. Segundo (SPHAIER, 2004) a definição clássica de onda é:

“A interface entre meios é uma parte do contorno do domínio fluido e está sujeita a um campo de pressão constante dado pela pressão atmosférica; nesta superfície não há restrição geométrica, estando o fluido livre para se movimentar.

Qualquer perturbação que acarrete numa variação de pressão no fluido próximo à superfície livre, acarreta num movimento de massa fluida em busca do equilíbrio com a pressão atmosférica e com isso, mudança de forma desta superfície.

Chamamos de onda de gravidade ao movimento oscilatório de um fluido devido aos efeitos gravitacionais ocasionados pela presença de superfície livre”

Diversos modelos matemáticos utilizados na simulação das ondas são difundidos atualmente nos projetos de engenharia, entre eles podemos citar o modelo linear ou de Airy, de Stokes, Stream Function entre outros. O objetivo de toda teoria de onda é o de determinar a celeridade de onda, subsequentemente seu período e comprimento (se apropriado), visando o movimento de uma partícula através do fluido devido à onda.

As normas vigentes (API-RP-2A, 2000) estipulam regiões, obtidas através da correlação entre profundidade, altura e período, onde cada teoria matemática de onda melhor se aplica. A Figura II.2.1-1 ilustra estas regiões.

Os carregamentos existentes nos diversos elementos submersos da plataforma auto-elevatória são de caráter não-linear com a profundidade, conforme será visto mais a frente. O artifício usado pelos programas computacionais é o da subdivisão dos elementos estruturais para incorporação deste tipo de carregamento. A força resultante distribuída atuando no membro devido ao movimento da partícula fluida é calculada utilizando as velocidades e acelerações da partícula, a partir das teorias de onda adotada.

Em posse das velocidades e acelerações das partículas fluidas ao longo da profundidade, e sendo os membros da plataforma incapazes de provocar os fenômenos refratários (difração e radiação), a equação do Morison pode ser utilizada. Para os membros das pernas das plataformas auto-elevatórias, cujas seções transversais são menores que o comprimento de onda e que a distância entre membros, a teoria de Morison é eficaz. A Figura II.2.1-2 ilustra a órbita das partículas fluidas para diversas profundidades.

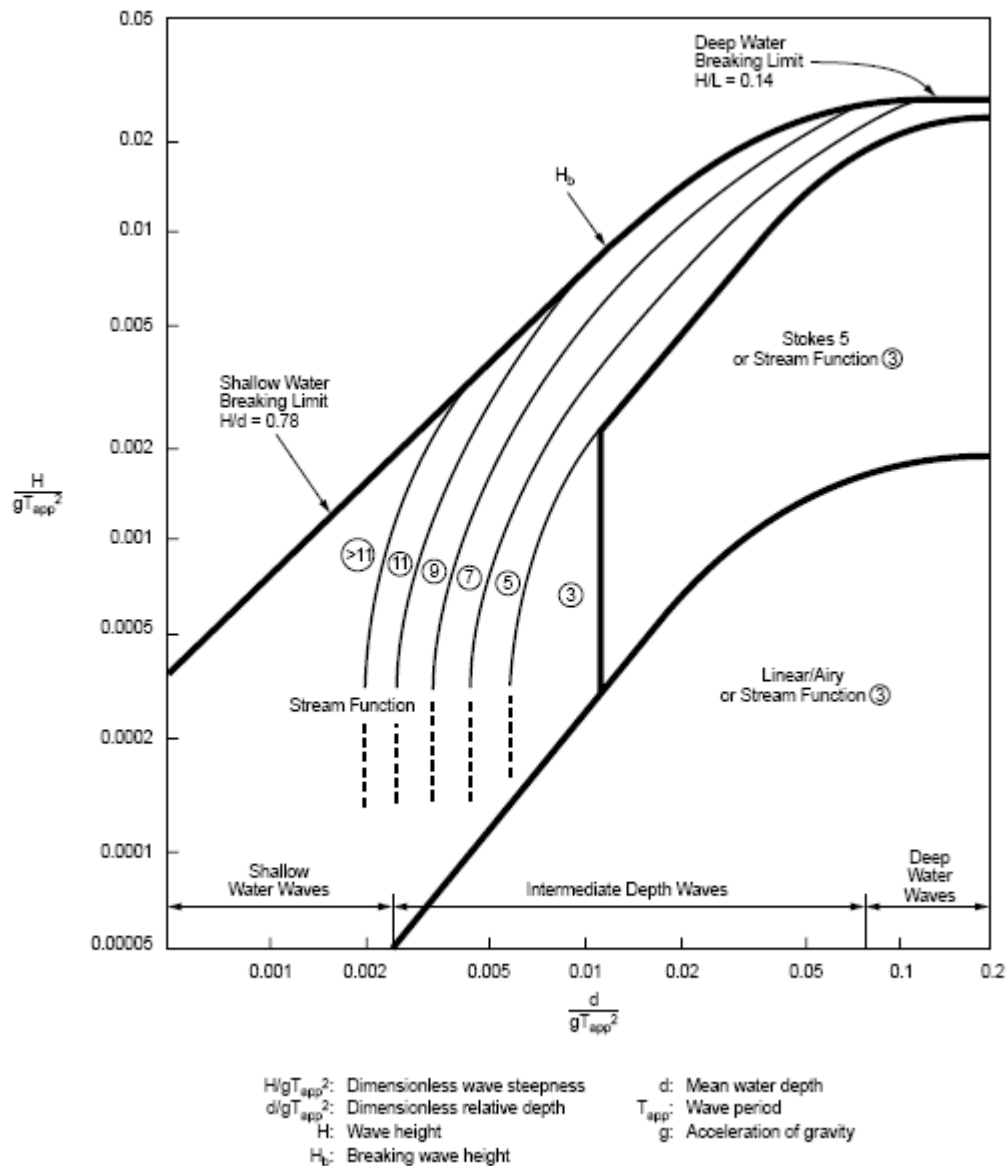


Figura II.2.1-1 - Regiões de aplicação das teorias de onda (API-RP-2A, 2000)

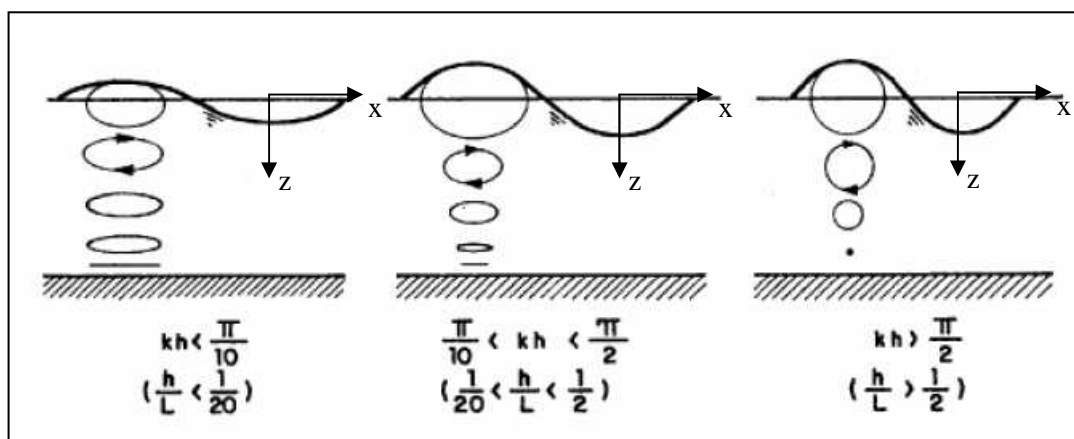


Figura II.2.1-2 - Órbitas das partículas fluidas (SARPKAYA and ISAACSON, 1981)

No caso da órbita da partícula fluida ser calculada através da formulação linear de Airy, temos que a velocidade horizontal e a velocidade vertical da partícula podem ser expressas por (SARPKAYA and ISAACSON, 1981):

$$u(x, z, t) = \frac{H \cdot \pi}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + prof)]}{\sinh(k \cdot prof)} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \quad (12)$$

$$w(x, z, t) = \frac{H \cdot \pi}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + prof)]}{\sinh(k \cdot prof)} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) \quad (13)$$

onde:

u = componente horizontal da velocidade da partícula fluida;

w = componente vertical da velocidade da partícula fluida;

k = número de onda, dado por $\frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$;

w = frequência da onda, dada por $\frac{2 \cdot \pi}{T}$.

H = altura de onda;

T = período da onda;

λ = comprimento da onda;

prof = lâmina d'água;

x = posição partícula (Figura II.2.1-2);

t = tempo;

z = profundidade da partícula em relação à lâmina d'água (Figura II.2.1-2).

Considerando o elemento estrutural de uma auto-elevatória como um cilindro, a resultante de força, por unidade de comprimento, F, apresenta uma componente normal ao mesmo, F_n e uma componente paralela ao seu eixo, F_t , i.e,

$$F = F_n + F_t \quad (14)$$

Cada uma dessas duas componentes pode ser expressa como função do movimento da partícula de fluido utilizando a equação de Morison. Na direção normal, a equação é (SACS, 2005):

$$F_n = F_{Dn} + F_{In} \quad (15)$$

onde:

$$F_{Dn} = \frac{1}{2} \cdot C_{Dn} \cdot D \cdot \rho \cdot V_n \cdot |V_n| \quad (\text{Forças de Arrasto}) \quad (16)$$

$$F_{In} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Mn} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_n}{\partial n} \quad (\text{Forças de Inércia}) \quad (17)$$

sendo:

C_{Dn} = coeficiente de arrasto para escoamento normal ao membro;

C_{Mn} = coeficiente de inércia para escoamento normal ao membro;

D = diâmetro do membro;

ρ = densidade do fluido;

V_n = componente de velocidade normal ao membro relativa da partícula do fluido, baseada na teoria de onda adotada e velocidade de corrente.

Na direção tangente ao membro, onde a componente de inércia é muito menor que a componente de arrasto, tem-se que (SACS, 2005):

$$F_t = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dt} \cdot D \cdot \rho \cdot V_t \cdot |V_t| \quad (18)$$

onde:

C_{Dt} = coeficiente de arrasto para escoamento tangencial ao membro;

D = diâmetro do membro;

ρ = densidade do fluido;

V_t = componente de velocidade relativa à partícula do fluido.

Quando trabalhamos em termos de eixo local (x, y, z) do elemento, que é ilustrado na Figura II.2.1-3, e fazendo a composição das Eq. (14) a Eq. (18), as várias forças podem ser unidas e aplicadas à estas coordenadas através de:

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dt} \cdot D \cdot \rho \cdot |V_t| \cdot V_t \quad (19)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dn} \cdot D \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_y + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Mn} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y} \quad (20)$$

$$F_z = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dn} \cdot D \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_z + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Mn} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (21)$$

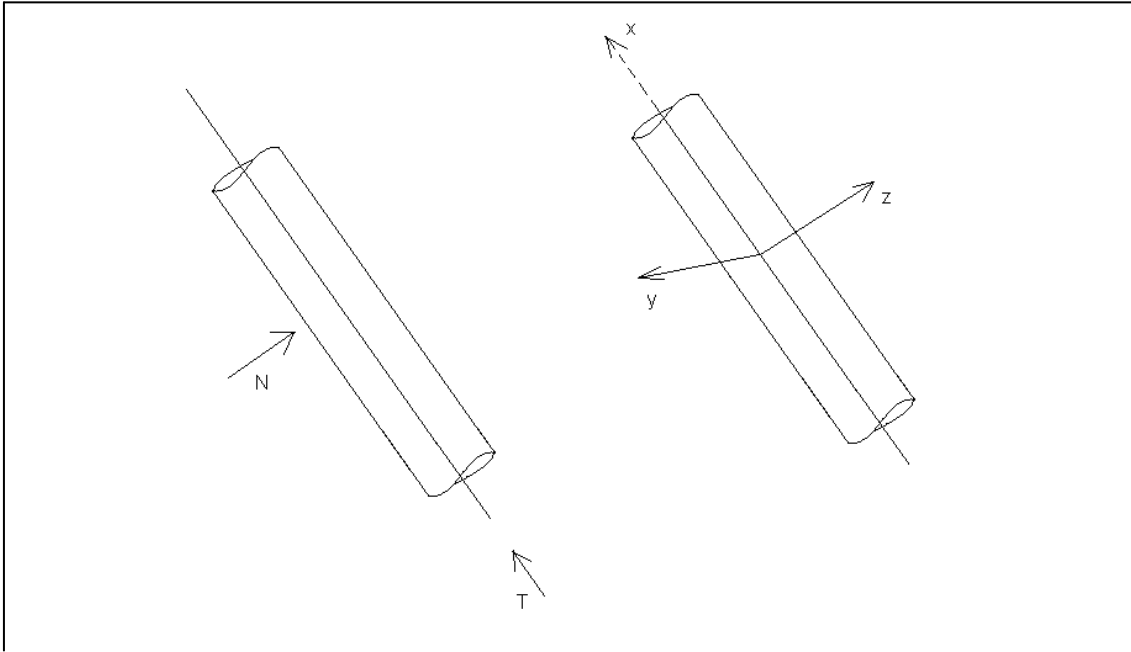


Figura II.2.1-3 - Direção normal e tangencial ao membro

Para membros não cilíndricos, as Eq. (19), Eq.(20) e Eq.(21) são modificadas para se levar em consideração o comportamento hidrodinâmico diferente em y e z. As equações para membros não cilíndricos são:

$$F_x = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Dt} \cdot (D_y + D_z) \cdot \rho \cdot |V_t| \cdot V_t \quad (22)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dy} \cdot D_y \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_y + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{My} \cdot D_y^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y} \quad (23)$$

$$F_z = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dz} \cdot D_z \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_z + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Mz} \cdot D_z^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} \quad (24)$$

onde:

C_{Dy} , C_{Dz} = coeficientes de arrasto para escoamento nas direções locais y e z, respectivamente;

D_y , D_z = alturas efetivas do membro para escoamento nas direções locais y e z;

Os coeficientes de Inércia e de Arrasto dos elementos podem ser obtidos através de bibliografia especializada, atentando para o fato de que estes são dependentes do diâmetro do membro, número de Reynolds e rugosidade. Um exemplo de coeficientes de inércia e de arrasto (SACS, 2005) pode ser observado na Tabela II.2.1-1. O aumento da seção transversal de um elemento devido à incrustação marinha deve ser considerado no diâmetro equivalente do membro. A rugosidade das incrustações marinhas deve ser convenientemente considerada nos coeficientes de arrasto e inércia do elemento (SARPKAYA and ISAACSON, 1981).

Tabela II.2.1-1 - Valores representativos dos coeficientes de arrasto e inércia para membros tubulares com base no diâmetro

Diâmetro (pol.)	Coeficiente de Arrasto		Coeficiente de Inércia	
	Normal	Tangencial	Normal	Tangencial
12,0	0,610	0,000	1,390	0,000
24,0	0,665	0,000	1,400	0,000
48,0	0,720	0,000	1,450	0,000
72,0	0,756	0,000	1,670	0,000
120,0	0,799	0,000	1,710	0,000

Nas análises realizadas no Capítulo V deste trabalho, todos os elementos submersos ou localizados em zona de transição são subdivididos em 10 partes iguais visando a uma melhor representação do carregamento ambiental, tanto em termos de não-linearidade bem como em termos de tamanho molhado.

Com relação à corrente, deve-se observar alguns aspectos:

- A velocidade e a direção da corrente variam com a profundidade;
- A alteração da velocidade da corrente no tempo é um processo lento, que não requer um estudo dinâmico deste comportamento.

No cálculo da força hidrodinâmica sobre um elemento estrutural a velocidade da corrente é adicionada vetorialmente à velocidade da onda para obter a velocidade do fluido usada na Equação de Morison.

b) Carregamento Ambiental de Vento

O carregamento distribuído de vento atuando nos membros de estruturas, assim como em áreas de obstrução da plataforma é definido a partir da pressão p dada por:

$$p = 0,634.(V_z)^2.C_s \quad (25)$$

onde:

v = velocidade do vento (m/s) [função da altura e da localização, como veremos mais adiante];

C_s = coeficiente de forma.

As normas de referência (ABS, 2004; API-RP-2A, 2000) recomendam $C_s = 0,5$ para membros tubulares e 1,5 para outros membros e superfícies planas. A força distribuída no membro ou área de obstrução é dada por:

$$F = p.A.\text{sen}(\alpha) \quad (26)$$

onde:

F = força devido ao vento;

p = pressão;

A = área projetada do membro ou superfície normal à força;

α = ângulo entre a direção do vento e a normal à área projetada do membro ou superfície.

Segundo as recomendações das normas (ABS, 2004; API-RP-2A, 2000) a variação da velocidade média do vento com a altura segue a seguinte fórmula:

$$V_z = V_r \cdot \left(\frac{z}{z_r} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (27)$$

sendo:

n um valor de 7 à 13, onde normalmente é adotado 8;

V_r = velocidade de referência;

z = altura do ponto do elemento considerado;

z_r = altura de referência (usualmente 10 metros acima do nível do mar);

V_z = velocidade média do vento no ponto considerado.

Uma ilustração da variação do vento com relação a altura pode ser observada na Figura II.2.1-4.

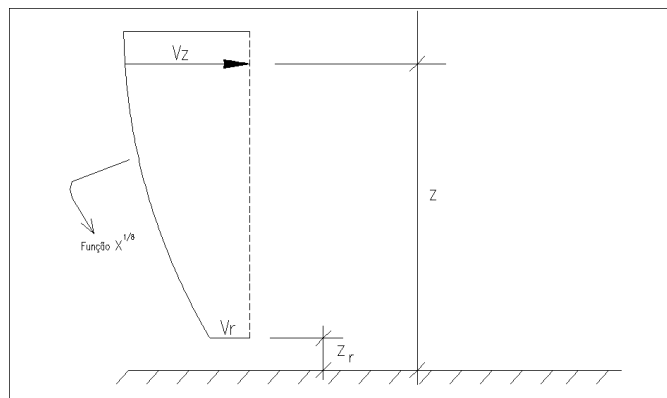


Figura II.2.1-4 - Variação da velocidade média do vento com a altura

II.2.2. Aleatoriedade dos Carregamentos Ambientais

Os carregamentos ambientais foram apresentados anteriormente na forma determinística, isto significa que o caráter aleatório e probabilístico dos mesmos ainda não foram considerados. A seguir, apresentam-se simultaneamente os artifícios matemáticos utilizados na modelagem do caráter aleatório dos carregamentos ambientais de onda e vento.

a) Carregamento Ambiental de Onda

A elevação da superfície do mar é modelada probabilisticamente por um processo estocástico (SPHAIER, 2004); matematicamente este processo pode ser representado por:

$$z(t) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} z_n(t) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} z_{0n} \cos(\omega_n t - \psi_n) \quad (28)$$

onde:

$z(t)$ = elevação da superfície do mar, em função do tempo t ;

$z_n(t)$ = elevação do n -ésimo harmônico que constitui o sinal, em função do tempo t ;

z_{0n} = amplitude do n -ésimo harmônico que constitui o sinal;

ω_n = frequências do n -ésimo harmônico que constitui o sinal;

ψ_n = fase aleatória do n -ésimo harmônico [uniformemente distribuída entre 0 e 2π].

Pelo teorema do limite central (SPHAIER, 2004), pode-se concluir que se n tende para o infinito, $z(t)$ é uma variável aleatória com distribuição normal, com valor esperado μ_z e variância σ_z^2 dadas por:

$$\mu_z = E[z(t)] = 0.0 \quad \sigma_z^2 = E[z^2(t)] \quad (29)$$

Para fins de simulação da elevação do mar por um número discreto de componentes de onda, temos que determinar as amplitudes das componentes z_{0n} do sinal. O espectro se encaixa partindo da premissa que

$$\sum_{i=1}^{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2} z_{0i}^2(\omega_i) = \int_0^{\infty} S_{zz}(\omega_k) d\omega \quad (30)$$

e considerando-se uma única frequência $\omega = \omega_k$ que representa um intervalo de dimensões $\left[\omega_k - \frac{\delta\omega}{2}; \omega_k + \frac{\delta\omega}{2} \right]$, chega-se à expressão que fornece as amplitudes de cada componente de onda por frequência:

$$\frac{1}{2} z_{0i}^2(\omega_k, t) = S_{zz}(\omega_k) \delta\omega \quad (31)$$

Assim, utilizando as Eq. (28) e Eq. (31), podemos dizer que $z(t)$ é a soma de diversas variáveis aleatórias independentes, i.e.,

$$z(t) = \sum_{i=1}^N z_{0i} \cos(\omega_i t - \psi_i) \quad \text{com} \quad z_{0i} = \sqrt{2 \cdot S_{zz}(\omega_i) \delta\omega} \quad (32)$$

Ilustra-se na Figura II.2.2-1 a decomposição de um espectro para a formação de uma série irregular. É importante salientar que diferentes realizações da elevação do mar são obtidas com diferentes conjuntos de fases aleatórias que são geradas artificialmente através de números randômicos gerados no computador por diferentes sementes (seeds).

Uma questão fundamental para se aplicar e se acumular as informações de mar é tentarmos ter uma formulação para a função densidade espectral. Tenta-se gerar uma expressão analítica a partir de sinais medidos de elevação do mar.

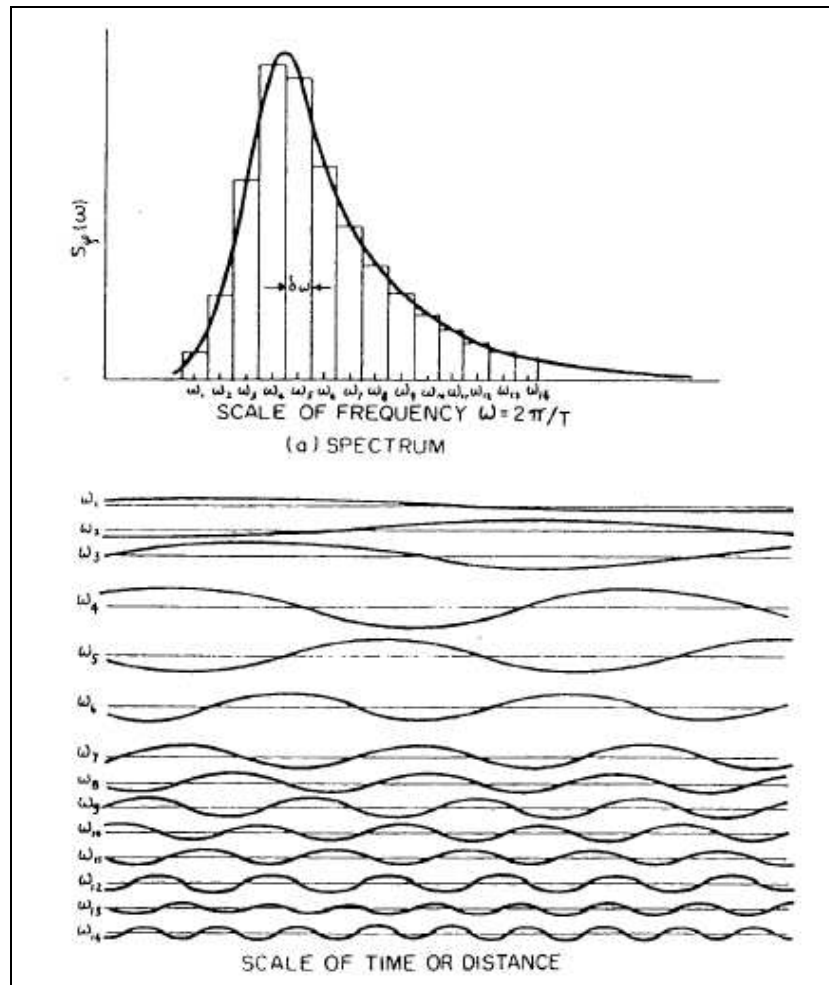


Figura II.2.2-1 - Espectro e componentes de onda (SPHAIER, 2004)

Com a finalidade de diminuir a dificuldade da abordagem, tenta-se trabalhar com um número pequeno de parâmetros que caracterizem bem a física do problema. Na literatura, encontram-se várias formulações que partem da altura significativa ou do par altura significativa e período médio das ondas. São apresentados a seguir os principais espectros empíricos encontrados na literatura:

a.1) International Towing Tank Conference (ITTC)

$$S(\omega, A, B) = S(\omega, H_s) = \frac{A}{\omega^5} e^{-B/\omega^4} \quad (33)$$

onde:

$$A = 8,1 \times 10^{-3} \cdot g^2;$$

$$B = 3,11 / H_s^2;$$

H_s = média de 1/3 das maiores ondas.

a.2) Pierson-Moskowitz modificado ou do International Ship Structures Comitee (ISSC)

$$S_{PM}(\omega_n) = \frac{5H_s^2 T_0}{16} \cdot \frac{1}{\omega_n^5} \cdot \exp\left[\frac{-5}{4\omega_n^4}\right] \quad (34)$$

onde:

H_s = altura significativa de onda (média de 1/3 das maiores ondas do estado de mar);

T_0 = período dominante da onda, para o qual $S(\omega)$ será máximo;

$\omega_n = \omega / \omega_0$; frequência adimensional;

$\omega_0 = 1 / T_0$; frequência correspondente ao período dominante de onda.

a.3) JONSWAP (Joint North Sea Wave Project)

$$S_j(\omega_n) = \frac{S_{PM}(\omega_n)}{C} \cdot \exp\left[\ln \gamma \exp\frac{(\omega_n - 1)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (35)$$

onde:

H_s = média de 1/3 das maiores ondas.

T_0 = período dominante da onda, para o qual $S(\omega)$ será máximo;

$\omega_n = \omega / \omega_0$; frequência adimensional;

$\omega_0 = 1 / T_0$; frequência correspondente ao período dominante de onda;

σ , γ e C = parâmetros do espectro.

b) Carregamento Ambiental de Vento

Utiliza-se a mesma abordagem apresentada para representar o caráter aleatório da elevação do mar, porém, considerando um espectro apropriado para a representação da variação da velocidade do vento. O espectro mais utilizado na caracterização do vento é o espectro de Harris (SPHAIER, 2004), representado pela seguinte equação:

$$S_H(\omega_n) = \frac{4.k.[\eta_1(\omega_n)]}{[2 + (\eta_1(\omega_n))^2]^{5/6}} \quad (36)$$

onde:

$$\eta_1(\omega_n) = \omega \left(\frac{L_H}{v_{10}} \right) \quad (37)$$

L_H = comprimento de referência do espectro de Harris;

v_{10} = velocidade média do vento na altura de referência (10m acima do nível do mar);

k = parâmetro do espectro.

II.2.3. Amortecimento

Entende-se por amortecimento a dissipação de energia ocorrida durante o movimento da estrutura. Os quatro tipos de amortecimento que podem ocorrer em uma estrutura auto-elevatória são o estrutural, o da fundação, o da ligação casco-cremalheira e o hidrodinâmico.

O amortecimento em uma estrutura auto-elevatória pode ter um impacto bastante significativo na sua resposta. O amortecimento utilizado em nossas análises segue a prescrição da Norma (ABS, 2004) que especifica o fator de amortecimento total ξ a ser usado como:

$$\xi = \frac{c}{c_{cr}} \cdot 100\% \quad (38)$$

onde:

c = amortecimento do sistema;

c_{cr} = amortecimento crítico = $2 \cdot \sqrt{m \cdot k}$;

m = massa efetiva do sistema;

k = rigidez efetiva do sistema.

Segundo a Norma (ABS, 2004), o fator de amortecimento não pode ser tomado maior que 4%. Neste trabalho, no fator de amortecimento será utilizado o valor de 2%, conforme práticas de projeto compreendendo amortecimento estrutural, o amortecimento da fundação e o amortecimento da ligação casco-cremalheira.

O amortecimento hidrodinâmico é considerado na análise a partir do momento em que utilizamos a velocidade relativa entre partícula fluida e a velocidade da estrutura na equação de Morison conforme item II.2.1, onde a parcela da velocidade da partícula fluida é substituída pelo termo $(v_p(t) - x'(t))$.

II.2.4. Massa Adicional

A análise dinâmica de uma estrutura pode ser descrita pela Eq. (2). Sabendo-se que o carregamento ambiental de onda é considerado utilizando-se a equação de Morison, na qual uma das parcelas de inércia é proporcional à aceleração relativa, teríamos (BREBBIA and WALKER, 1979):

$$F_i(t) = (C_m - 1) \cdot \rho_a \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot (a_p(t) - x''(t)) + \rho_a \cdot \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot a_p(t) \quad (39)$$

É possível simplificar o sistema de equações diferenciais dado pela Eq. (2) pela seguinte forma:

$$\mathbf{F}(t) = \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(t) + \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}'(t) + (\mathbf{M} + \mathbf{M}_{ad}) \cdot \mathbf{x}''(t) \quad (40)$$

Denominamos \mathbf{M}_{ad} de matriz de massa adicional que é a matriz formada pela decomposição da expressão $(C_m - 1) \cdot \rho_a \cdot \frac{\pi \cdot D_i^2}{4}$ nos diversos graus de liberdade da estrutura.

II.2.5. Interação Solo-Estrutura

A rotação que pode existir devido à forma dos spudcans (ou sapatas), vide Figura II.2.5-1, da plataforma, pode ser considerada através de molas localizadas na

posição destas estruturas. A Norma (ABS, 2004) define a rigidez flexional destas molas como:

$$K_{rs.fixed} = \frac{E.I}{L.C_{min}} \quad (41)$$

onde:

E = módulo de Young, 210 GPa para o Aço;

I = momento de inércia em m⁴;

L = somatório das distâncias, em metros, da parte mais inferior do casco até o leito marinho e da penetração do leito marinho (mínimo de 3,0 metros) $\geq 4,35 \cdot \left(\frac{I}{A_s}\right)^{0,5}$;

$$C_{min} = (1,5 - J) \cdot (J + F);$$

$$J = 1 + \left[\frac{7,8.I}{A_s \cdot L^2} \right];$$

$$F = 1 + \left[\frac{12.I.F_g}{A.Y^2} \right]$$

A = área axial equivalente da perna, em m²;

A_s = área de cortante da perna, em m²;

Y = distância, em metros, entre a linha de centro de uma perna e a linha de união entre centros das outras duas pernas, no caso de auto-elevatórias de 3 pernas;

F_g = 1,125 para unidades de 3 pernas.

Neste trabalho, optou-se por considerar a ligação entre *spudcan* e solo como perfeitamente rígida, restringindo as rotações deste. Este tipo de ligação é utilizado em áreas onde a penetração dos *spudcans* no solo não é superficial.

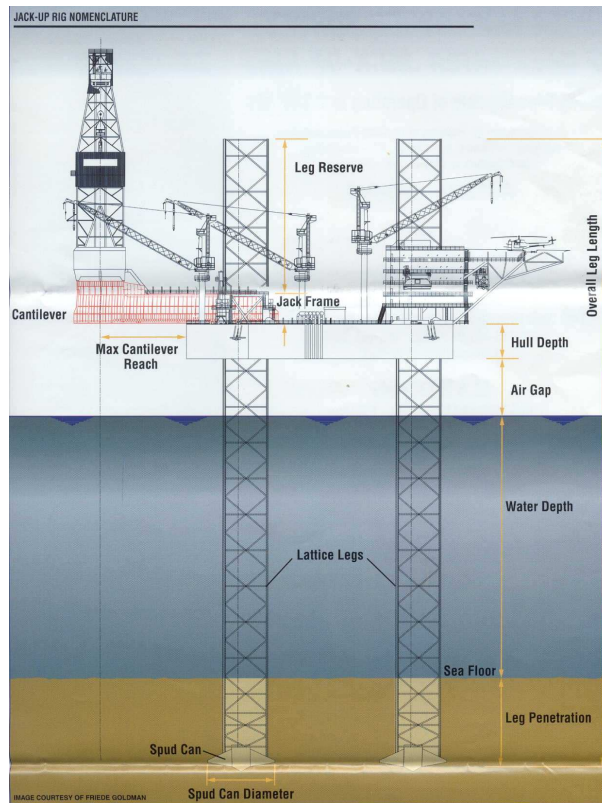


Figura II.2.5-1 - Penetração do spudcan no solo (BECKMAN, 2009)

III. Variáveis e Processos Aleatórios

III.1. Conceitos Iniciais

Dado um fenômeno experimental qualquer, se seus resultados são previsíveis, damos a ele o nome de determinístico. Por outro lado, se os resultados deste experimento não são previsíveis, o fenômeno é chamado aleatório ou randômico. Fenômenos aleatórios que independem do tempo são caracterizados através de variáveis aleatórias, e.g, tensão de escoamento de um dado aço estrutural. Fenômenos aleatórios que variam no tempo são caracterizados por processos aleatórios. Os carregamentos ambientais atuantes em uma plataforma offshore são na sua grande maioria de caráter aleatório e variáveis no tempo, como por exemplo, aqueles oriundos da ação das ondas, sendo portanto tratados como processos aleatórios. Desta forma é de intensa importância o conhecimento de conceitos estatísticos e probabilísticos para a análise e o projeto de estruturas deste tipo. A Figura III.1-1 ilustra a variação temporal da elevação do mar num dado ponto, caracterizando o comportamento irregular da mesma.

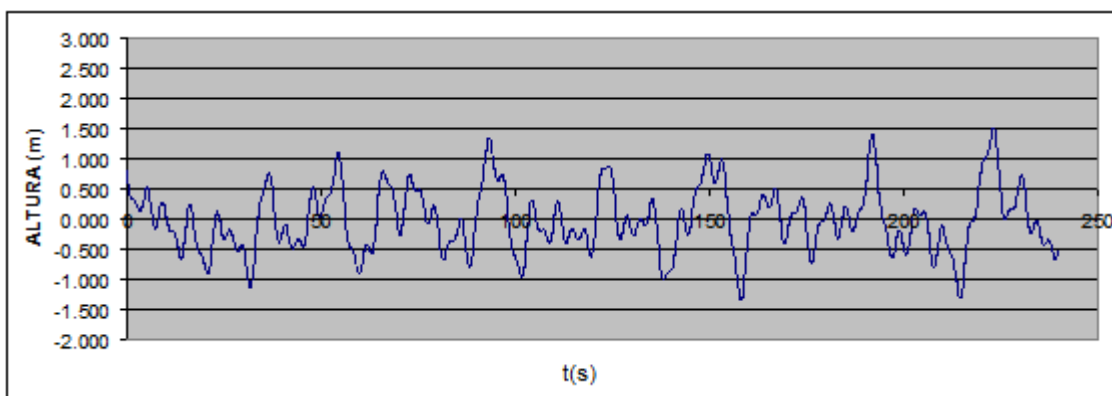


Figura III.1-1 - Representação de um estado de mar aleatório

III.2. Variável Aleatória

Os vários resultados de um fenômeno aleatório que independe do tempo podem ser vistos como os resultados de uma função e caracterizados através de uma variável aleatória X . Sendo X uma variável aleatória, a sua função densidade de probabilidades $f_x(x)$ é definida de tal forma que a probabilidade da mesma assumir valores num intervalo infinitesimal dx no entorno de $X = x$ é dada por:

$$P\left(x - \frac{dx}{2} \leq X \leq x + \frac{dx}{2}\right) = f_x(x)dx \quad (42)$$

Desta forma a probabilidade de X assumir valores entre a e b, i.e. $P(a \leq X \leq b)$, é dada por:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(x)dx \quad (43)$$

Qualquer função $f_x(x)$ que satisfaça as seguintes propriedades matemáticas pode ser considerada uma função densidade de probabilidade ou *PDF (Probability Density Function)*:

a) $f_x(x) \geq 0.0$ para qualquer x;

b) $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x)dx = 1.0$ área unitária;

c) $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(x)dx$

Associada à função densidade de probabilidades existe a função cumulativa de probabilidades $F_x(x)$, que é definida por:

$$F_x(a) = \int_{-\infty}^a f_x(x)dx \quad (44)$$

que avalia a probabilidade da variável aleatória X assumir valores menores ou iguais a a, i.e. $P(X \leq a)$. A seguinte relação pode ser observada:

$$f_x(x) = \frac{dF_x(x)}{dx} \quad (45)$$

Uma função cumulativa de probabilidades deve satisfazer as seguintes propriedades:

a) $F_x(-\infty) = 0.0$;

b) $0.0 \leq F_x(x) \leq 1.0$;

c) $F_x(\infty) = 1.0$.

Existem inúmeras funções matemáticas que satisfazem os axiomas apresentados anteriormente. Entretanto, o uso prático de cada uma delas depende se elas se ajustam ou não aos dados que estão sendo tratados. Serão apresentadas ao longo deste trabalho algumas funções densidade de probabilidades, exemplos são a função Normal (também denominada função de Gauss ou Gaussiana), a função baseada nos polinômios de Hermite e a função de Weibull. Associados a cada variável aleatória X existem alguns valores característicos que serão comentados a seguir (ANG and TANG, 1975).

A Média ou Valor Esperado de uma variável aleatória X, consiste do ponto x do centro de gravidade da função $f_x(x)$. Este parâmetro é definido por:

$$\text{Analiticamente: } E(X) = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x \cdot f_x(x) dx \quad (46)$$

$$\text{Estimador amostral: } E(X) = \mu_x = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \quad (47)$$

O Valor Médio Quadrático que mede em parte a dispersão em torno do eixo $x = 0$ de uma variável aleatória X é dado por:

$$\text{Analiticamente: } E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot f_x(x) dx \quad (48)$$

$$\text{Estimador amostral: } E(X^2) = \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} \quad (49)$$

A Variância, que mede a dispersão dos valores da variável em torno da média é dada por:

$$\text{Analiticamente: } \text{Var}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^2 \cdot f_x(x) dx \quad (50)$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - \mu_x^2$$

$$\text{Estimador amostral: } \text{Var}(X) = \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n} \right) - \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} \right)^2 \quad (51)$$

O Desvio Padrão, que é definido como a raiz quadrada da variância:

$$\text{Analiticamente: } \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (52)$$

$$\sigma_x = \sqrt{E(X^2) - \mu_x^2}$$

$$\text{Estimador amostral: } \sigma_x = \sqrt{\text{Var}(X)} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{n}\right) - \left(\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n}\right)^2} \quad (53)$$

O Coefficiente de Variação, que mede de forma adimensional (ao contrário da variância) a dispersão dos dados da variável aleatória em torno da média é definido por:

$$\text{COV} = \delta_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (54)$$

O Coefficiente de Skewness ou Coefficiente de Assimetria, que indica a simetria ou a assimetria da função densidade de probabilidades é calculado por:

$$\text{Analiticamente: } \theta_1 = \frac{E(X - \mu_x)^3}{\sigma_x^3} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^3 \cdot f_x(x) dx}{\sigma_x^3} \quad (55)$$

$$\text{Estimador amostral: } \theta_1 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu_x)^3}{n}}{\sigma_x^3} \quad (56)$$

Os valores de θ_1 apresentam correlação com o gráfico da distribuição de probabilidades conforme a Figura III.2-1. Valores positivos de θ_1 indicam que os valores de X maiores que a média são mais dispersos que os menores, valores negativos indicam o contrário e um valor nulo indica que a função é simétrica com relação à média.

O Coefficiente de Kurtosis ou Coefficiente de Curtose, que indica se uma função densidade é mais esbelta ou não em relação a uma distribuição normal e é definido por:

$$\text{Analiticamente: } \theta_2 = \frac{E(X - \mu_x)^4}{\sigma_x^4} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_x)^4 \cdot f_x(x) dx}{\sigma_x^4} \quad (57)$$

$$\text{Estimador amostral: } \theta_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \mu_x)^4}{n}}{\sigma_x^4} \quad (58)$$

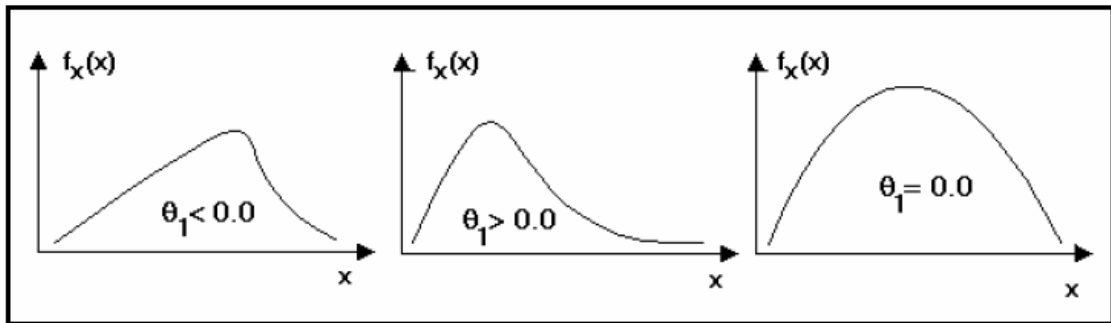


Figura III.2-1 - Coeficiente de skewness (coeficiente de assimetria)

No caso de uma distribuição normal este valor é igual a 3. Se θ_2 for maior que 3 para uma dada função densidade de probabilidades, isto significa que relativamente (em termos de desvios-padrão) ocorrem valores extremos para esta variável que são maiores que os valores de uma distribuição normal. Se θ_2 for menor que 3, significa exatamente o contrário

Os coeficientes de Skewness θ_1 e Kurtosis θ_2 serão úteis nos ajustes das distribuições teóricas baseadas no polinômios de Hermite utilizadas neste trabalho, conforme pode ser observado no Item III.3.2.

No caso de duas variáveis aleatórias X e Y uma medida de dependência estatística entre elas pode ser obtida a partir da Covariância, que é definida por:

$$COV(X, Y) = E((X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y)) \quad (59)$$

Se X e Y são independentes, então sua covariância é zero.

Associado a Covariância existe o Coeficiente de Correlação que é dado por:

$$\rho = \frac{COV(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E((X - \mu_x) \cdot (Y - \mu_y))}{\sigma_x \sigma_y} \quad (60)$$

que varia de -1 a 1. Demonstra-se que para valores $|\rho| \approx 1$ existe uma forte dependência linear entre as variáveis, ou seja, conhecendo-se o valor de uma pode-se inferir o valor da outra e vice-versa (ANG and TANG, 1984).

III.3. Distribuições de Probabilidades

Dada uma função que satisfaça todas as condições citadas previamente no Item III.2 e que represente estatisticamente um fenômeno que está sendo investigado, essa função pode ser descrita como a função densidade de probabilidades associada ou representativa da mesma.

As funções densidade de probabilidades mais utilizadas são apresentadas nos próximos itens.

III.3.1. Distribuição de Probabilidades Normal ou Gaussiana

Uma variável X é dita normalmente distribuída ou simplesmente uma variável Gaussiana se a sua função densidade de probabilidades for da seguinte forma:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_x}{\sigma_x}\right)^2\right] \quad (61)$$

Esta distribuição apresenta apenas μ_x e σ_x como parâmetros. A sua função cumulativa só pode ser avaliada por integração numérica (não apresenta função analítica explícita), ou usando o artifício de tabelas.

A Figura III.3.1-1 tem o intuito apenas de apresentar a forma da função densidade de probabilidades e da função cumulativa de probabilidades de uma variável aleatória X com distribuição normal.

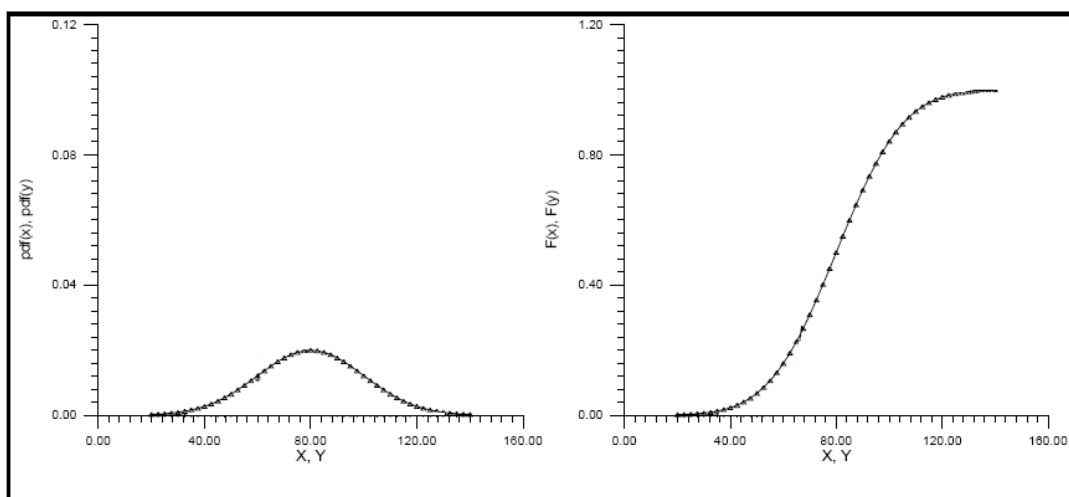


Figura III.3.1-1 - Forma da FDP e da FCP de uma variável aleatória normal (LIMA e SAGRILO, 2008)

Uma alternativa equivalente para a distribuição Normal e que será utilizada no próximo item deste trabalho é a de utilizar a variável aleatória reduzida Y representada por:

$$Y = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} \quad (62)$$

A média e o desvio padrão desta variável aleatória reduzida Y são, respectivamente, 0,0 e 1,0 e a sua distribuição também é Gaussiana. Assim sendo a distribuição de Y é conhecida como distribuição normal padrão de probabilidades e é dada por:

$$f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}y^2\right] \quad (63)$$

A sua função cumulativa é dada por:

$$\Phi(y) = F_y(y) = \int_{-\infty}^y f_y(y)dy \quad (64)$$

Uma característica desta distribuição de probabilidades é a de que a probabilidade de uma variável aleatória normal com média e desvio padrão quaisquer assumir valores entre a e b poder ser escrita como:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(x) dx = \Phi\left(\frac{b - \mu_x}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{a - \mu_x}{\sigma_x}\right) \quad (65)$$

onde Φ é a função cumulativa normal padrão.

III.3.2. Distribuição de Probabilidades Baseada em Polinômios de Hermite

Um conceito comumente utilizado em estatística, principalmente na simulação artificial de variáveis randômicas é o de equivalência estatística. Neste sentido diz-se que duas variáveis aleatórias X e Y são equivalentes num ponto $X = x$ e $Y = y$ se for satisfeita a seguinte condição:

$$\begin{aligned} F_X(x) &= F_Y(y) \\ x &= F_X^{-1}(F_Y(y)) \\ y &= F_Y^{-1}(F_X(x)) \end{aligned} \quad (66)$$

Com base no conceito de equivalência estatística, (WINTERSTEIN, 1987) propôs uma distribuição de probabilidades genérica baseada na distribuição normal padrão, como será descrito a seguir.

Uma variável aleatória X cujos parâmetros μ_X , σ_X , θ_{1X} , θ_{2X} são conhecidos (através de uma amostra ou por outro mecanismo teórico), pode ser representada por uma variável auxiliar reduzida Y dada pela Eq. (62).

A variável Y tem os seguintes parâmetros estatísticos $\mu_Y = 0.0$, $\sigma_Y = 1.0$, $\theta_{1Y} = \theta_{1X}$ e $\theta_{2Y} = \theta_{2X}$. Com o auxílio de uma variável aleatória U normal padrão ($\mu_U = 0.0$, $\sigma_U = 1.0$), pode-se estabelecer a seguinte equivalência estatística entre U e Y :

$$\begin{aligned} F_Y(y) &= F_U(u) = \Phi(u) \\ y &= F_Y^{-1}(\Phi(u)) \end{aligned} \quad (67)$$

Como $F_Y(y)$ é a princípio desconhecida, a última equação apresentada acima pode ser genericamente representada por

$$y = g(u) \quad (68)$$

onde $g(\cdot)$ é uma função matemática não-linear desconhecida. É importante observar que esta equação permite transformar variáveis normais padrão U em variáveis Y equivalentes.

Na transformação proposta por (WINTERSTEIN, 1987) a função $g(u)$ é aproximada por polinômios de Hermite através da seguinte expressão:

$$y = \sum_{n=1}^N c_n \cdot He_{n-1}(u) \quad (69)$$

onde N é o número polinômios de Hermite utilizados e c_n são os coeficientes do polinômio. $He_n(U)$ é conhecido como polinômio de Hermite de ordem n e é dado por:

$$He_n(U) = \exp\left(\frac{1}{2} \cdot U^2\right) \cdot (-1)^n \cdot \frac{d^n}{dU^n} \left[\exp\left(-\frac{1}{2} \cdot U^2\right) \right] \quad (70)$$

Adotando-se $N = 4$ ($n = 1, 2, 3$ e 4) e substituindo os termos do polinômio de Hermite temos:

$$\begin{aligned} He_0(U) &= 1 \\ He_1(U) &= U \\ He_2(U) &= U^2 - 1 \\ He_3(U) &= U^3 - 3 \cdot U \end{aligned} \quad (71)$$

A aproximação proposta por (WINTERSTEIN, 1987), com base nas Eq. (69), Eq. (70) e Eq. (71), pode ser escrita como:

$$y = c_1 + c_2 \cdot u + c_3 (u^2 - 1) + c_4 (u^3 - 3 \cdot u) \quad (72)$$

Sabendo-se que U corresponde a uma variável normal reduzida e aplicando os conceitos analíticos de momentos estatísticos temos que:

Média = 0.0

$$\mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}} . \exp\left(-\frac{1}{2}.x^2\right) . [c_1 + c_2.U + c_3(U^2 - 1) + c_4(U^3 - 3.U)] dU = c_1$$

$$c_1 = 0.0 \tag{73}$$

Desvio Padrão = 1.0

$$\sigma_Y = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}} . \exp\left(-\frac{1}{2}.x^2\right) . [c_1 + c_2.U + c_3(U^2 - 1) + c_4(U^3 - 3.U)]^2 dU$$

$$\sigma_Y = 2.c_3^2 + c_2^2 + 6.c_4^2$$

$$2.c_3^2 + c_2^2 + 6.c_4^2 = 1.0 \tag{74}$$

Coefficiente de Skewness = θ_{1X}

$$\theta_{1Y} = \theta_{1X} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}} . \exp\left(-\frac{1}{2}.x^2\right) . [c_1 + c_2.U + c_3(U^2 - 1) + c_4(U^3 - 3.U)]^3 dU$$

$$8.c_3^3 + 6.c_3.c_2^2 + 36.c_3.c_2.c_4 + 108.c_3.c_4^2 = \theta_{1X} \tag{75}$$

Coefficiente de Kurtosis = θ_{2X}

$$\theta_{2Y} = \theta_{2X} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2.\pi}} . \exp\left(-\frac{1}{2}.x^2\right) . [c_1 + c_2.U + c_3(U^2 - 1) + c_4(U^3 - 3.U)]^4 dU$$

$$60.c_3^4 + 60.c_3^2.c_2^2 + 576.c_3^2.c_2.c_4 + 2232.c_3^2.c_4^2 + 252.c_4^2.c_2^2 + 1296.c_4^3.c_2 + 3348.c_4^4 + 24.c_2^3.c_4 + 3.c_2 = \theta_{2X} \tag{76}$$

O sistema de três equações não-lineares, formado pelas Eq. (74), Eq. (75) e Eq. (76), utilizado para obter os valores das incógnitas c_2 , c_3 e c_4 é apresentado abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2.c_3^2 + c_2^2 + 6.c_4^2 = 1.0 \\ 8.c_3^3 + 6.c_3.c_2^2 + 36.c_3.c_2.c_4 + 108.c_3.c_4^2 = \theta_{1X} \\ 60.c_3^4 + 60.c_3^2.c_2^2 + 576.c_3^2.c_2.c_4 + 2232.c_3^2.c_4^2 + 252.c_4^2.c_2^2 + 1296.c_4^3.c_2 + \\ + 3348.c_4^4 + 24.c_2^3.c_4 + 3.c_2 = \theta_{2X} \end{array} \right.$$

Embora existam várias soluções aproximadas (ver Anexo I) para resolver este problema, o procedimento numérico adotado neste trabalho foi o método de Newton-Raphson. Observa-se que os coeficientes acima estabelecem uma transformação de variáveis que garante os primeiros quatro momentos de Y. Diminuindo-se ou aumentando o número de momentos diminui-se ou aumenta-se o número de coeficientes (termos) da aproximação.

Uma vez resolvido o sistema de equações tem-se então que a variável Y pode ser escrita em função de U por

$$Y(U) = c_2.U + c_3.(U^2 - 1) + c_4.(U^3 - 3.U) \quad (77)$$

e U pode ser obtido (CICILIA, 2004) em função de Y por (relação inversa):

Para $\theta_{2X} < 3,0$

$$U(Y) = Y_0 - c_3.(Y_0^2 - 1) - c_4.(Y_0^3 - 3.Y) \quad (78)$$

Para $\theta_{2X} > 3,0$

$$U(Y) = \left[\sqrt{\xi^2(Y_0) + q} + \xi(Y_0) \right]^{\frac{1}{3}} - \left[\sqrt{\xi^2(Y_0) + q} - \xi(Y_0) \right]^{\frac{1}{3}} - a \quad (79)$$

onde:

$$k = c_2, \quad h_3 = \frac{c_3}{c_2}, \quad h_4 = \frac{c_4}{c_2}, \quad a = \frac{h_3}{3.h_4}, \quad b = \frac{1}{3.h_4}, \quad Y_0 = \frac{Y - \mu_Y}{\sigma_Y.k}$$

$$\xi(Y_0) = 1,5.b.(a + Y_0) - a^3$$

$$q = (b - 1 - a^2)^3$$

A função densidade de probabilidades da variável Y pode ser então escrita como (ANG and TANG, 1975):

$$f_Y(y) = f_U(u) \left| \frac{d}{dy} u(y) \right| = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot u^2\right) \cdot \left| \frac{d}{dy} u(y) \right| \quad (80)$$

Uma vez que $He_n'(u) = n \cdot He_{n-1}(u)$ e $\frac{d}{dy} u(y) = \frac{1}{\frac{d}{du} y(u)}$, temos que:

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot u^2\right) \cdot [c_2 + c_3 \cdot (2 \cdot U) + c_4 \cdot (3 \cdot U^2 - 3)] \quad (81)$$

Por sua vez a função cumulativa de probabilidades é então dada pela Eq. (44). Sempre lembrando que com base na Eq. (62), a X a variável original é dada por:

$$X = Y\sigma_x + \mu_x \quad (82)$$

Esta abordagem apresentada acima é utilizada na obtenção das distribuições de probabilidades das séries de respostas dinâmicas da plataforma auto-elevatória apresentadas nesta dissertação.

III.3.3. Distribuição de Probabilidades de Weibull

Uma variável aleatória X segue a distribuição de Weibull quando a sua distribuição de probabilidades é representada pela seguinte função:

$$f_x(x) = \frac{(x - u_w)^{\lambda-1}}{\alpha^\lambda} \lambda \exp\left(-\left(\frac{x - u_w}{\alpha}\right)^\lambda\right) \quad (83)$$

e sua função cumulativa de probabilidades é dada analiticamente por:

$$F_x(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x - u_w}{\alpha}\right)^\lambda\right) \quad (84)$$

Esta distribuição apresenta três parâmetros:

- Parâmetro de locação: u_w
- Parâmetro de escala: α
- Parâmetro de forma: λ

Estes parâmetros apresentam as seguintes relações com a média μ_x , desvio padrão σ_x , coeficiente de assimetria θ_1 e coeficiente de curtose da variável aleatória X:

$$\text{Média: } \mu_x = u_w + \alpha \Gamma\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right) \quad (85)$$

$$\text{Desvio Padrão: } \sigma_x = \alpha \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)} \quad (86)$$

$$\text{Skewness: } \theta_1 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{3}{\lambda}\right) - 3\Gamma\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) + 2\Gamma^3\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)}{\left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (87)$$

Kurtosis:

$$\theta_2 = \frac{\Gamma\left(1 + \frac{4}{\lambda}\right) - 4\Gamma\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\Gamma\left(1 + \frac{3}{\lambda}\right) + 6\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\Gamma\left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) - 3\Gamma^4\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)}{\left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{\lambda}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\lambda}\right)\right]^2} \quad (88)$$

sendo $\Gamma(\cdot)$ a função Gamma dada por $\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} \cdot e^{-t} \cdot dt$

Na literatura também pode ser encontrada a distribuição de Weibull de dois parâmetros ou Weibull-2P. Trata-se do modelo em que o coeficiente de locação u_w é nulo. A função cumulativa de probabilidades da Weibull-2P é dada por:

$$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\lambda\right] \quad (89)$$

e a função densidade de probabilidades é definida por:

$$f(x) = \frac{x^{\lambda-1}}{\alpha^\lambda} \cdot \lambda \cdot \exp\left[-\left(\frac{x}{\alpha}\right)^\lambda\right] \quad (90)$$

A média e o desvio padrão desta distribuição podem ser calculados através das Eq. (85) e Eq. (86), com $u_w = 0$.

III.4. Ajustes de Distribuições de Probabilidades a Dados Observados

A representação de fenômenos aleatórios por distribuições de probabilidades é essencial em nossos estudos. Uma vez definida a distribuição de probabilidades de um determinado fenômeno, diversos níveis de probabilidades e previsões estatísticas podem ser efetuadas com base nas teorias probabilísticas.

A partir da existência de uma amostra coletada da variável aleatória X , uma representação gráfica bastante utilizada é o histograma de frequência relativa, que ao longo deste trabalho é chamado apenas de histograma. Neste diagrama a abscissa contém a variável aleatória dividida em pequenos intervalos e a ordenada representa o número de ocorrências de valores de amostra dentro do intervalo dividido pelo número total de amostras. A Figura III.4-1 ilustra a composição de um histograma de frequência relativa.

Na prática, utilizamos alguns passos na tentativa de ajustar uma distribuição teórica as amostras do fenômeno em estudo. As abordagens utilizadas no decorrer do trabalho são apresentadas a seguir.

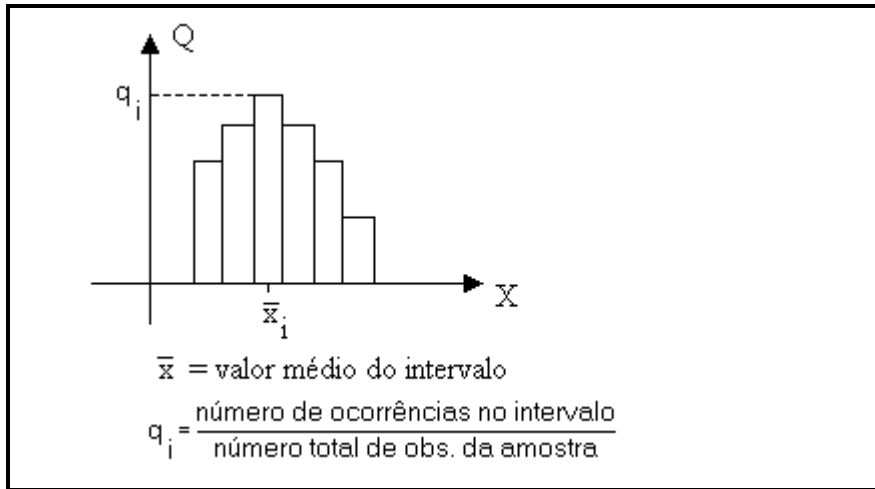


Figura III.4-1 - Histograma de freqüências relativas

a) Definição dos parâmetros da distribuição teórica pelo método dos Momentos

Na tentativa de estimar os parâmetros estatísticos da distribuição teórica podemos utilizar o método dos momentos que assume que os valores característicos da amostra da variável aleatória são iguais ao da população, i.e.,

$$E(X) = \mu_x = \bar{X}$$

$$Var(X) = \sigma^2_x = s^2$$

Como estas grandezas estão diretamente relacionadas aos parâmetros das distribuições de probabilidades, estes últimos podem ser facilmente obtidos.

b) Verificação da aderência da curva teórica aos dados

b.1) Comparação Visual

A metodologia consiste na plotagem das distribuições teóricas junto com o histograma da realização; ao engenheiro cabe a avaliação de qual melhor se ajusta à distribuição aproximada do histograma.

b.2) Testes de Aderência

Realizado através de funções cumulativas de erro (em módulo) entre a distribuição teórica e a distribuição aproximada do histograma. O valor do erro total obtido pode ser comparado com limites impostos pelo engenheiro (com base nos testes Chi-quadrado ou Kolmogorov-Smirnoff (ANG and TANG, 1975)) e no final indicam, de acordo com o nível de confiança pré-estabelecido, se a distribuição teórica pode ou não representar o fenômeno observado.

b.3) Métodos de Ajuste por Regressão

Esta metodologia será abordada no Item III.8.2 desta dissertação.

III.5. Estatística de Extremos

A Estatística de Extremos está relacionada à análise de valores extremos máximos ou mínimos de uma variável aleatória, ou seja, valores com uma frequência de ocorrência muito baixa. Um valor extremo está sempre relacionado a um dado número N de ocorrências da variável que por sua vez pode estar relacionado a um determinado período de tempo (LIMA e SAGRILO, 2008).

O tratamento ideal na análise de extremos é o de ajustar uma distribuição de probabilidades a uma amostra de valores extremos observados, cada um deles sendo um valor extremo (máximo ou mínimo) encontrado num período de N ocorrências da variável observada. Por exemplo, a determinação da distribuição de valores extremos anuais de uma variável aleatória seria baseada em um banco de dados com valores máximos observados em cada ano durante muitos anos, sendo uma função de probabilidades posteriormente ajustada a estes valores. Este procedimento nem sempre é possível e uma maneira alternativa de se obter a distribuição de extremos é obtida através da Estatística de Ordem (ANG and TANG, 1984).

III.5.1. Distribuições Teóricas de Valores Extremos - Estatística de Ordem

Para obtenção da distribuição de probabilidades dos valores extremos de uma variável aleatória X , com funções densidade $f_X(x)$ e cumulativa $F_X(x)$ de probabilidades conhecidas, considera-se inicialmente a existência de várias amostras de tamanho n de X , i.e., $\mathbf{X}^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_N^i)$, onde os índices 1, 2, ..., N representam os N valores observados na i -ésima amostra. Observa-se, desta forma, que uma amostra qualquer de X , i.e., $\mathbf{X}^i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_N^i)$, constitui-se na realidade numa realização de variáveis aleatórias ($X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$). Deve-se observar que X_1, X_2, \dots, X_N são amostras originárias da mesma variável aleatória X e, portanto:

$$F_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = F_{X_3}(x) = \dots = F_{X_N}(x) = F_X(x) \quad (91)$$

O valor máximo extremo de uma realização de tamanho n de X é uma variável aleatória definida como:

$$Y_N = \max(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N) \quad (92)$$

Supondo que o valor $X = y$ pertença à população de extremos de X , então a seguinte relação deve ser satisfeita:

$$P(Y_N \leq y) = P(X_1 \leq y; X_2 \leq y; X_3 \leq y; \dots; X_N \leq y) \quad (93)$$

Sabendo-se que função cumulativa do valor máximo extremo é definida como

$$F_{Y_N}(y) = P(Y_N \leq y) \quad (94)$$

e assumindo-se que as variáveis X_1, X_2, \dots, X_N são estatisticamente independentes tem-se que:

$$F_{Y_N}(y) = F_{X_1}(y)F_{X_2}(y) \cdots F_{X_N}(y) = [F_X(y)]^N \quad (95)$$

A correspondente função densidade de probabilidades do valor extremo para n ocorrência de X é então dada por:

$$f_{Y_N}(y) = \frac{dF_{Y_N}(y)}{dy} = N.[F_X(y)]^{N-1} \cdot f_X(y) \quad (96)$$

Por analogia, pode ser obtida a função cumulativa do valor mínimo extremo que é dada por:

$$F_{Y_1}(y) = 1 - [1 - F_X(y)]^N \quad (97)$$

e a função densidade de probabilidades por:

$$f_{Y_1}(y) = \frac{dF_{Y_1}(y)}{dy} = N.[1 - F_X(y)]^{N-1} \cdot f_X(y) \quad (98)$$

A distribuição de probabilidades de X, i.e., $F_X(x)$ ou $f_X(x)$, é chamada de distribuição *parente*. A variável N se refere ao número de ocorrências da variável X que são observadas durante um determinado período de tempo de interesse (ANG and TANG, 1984).

III.5.2. Distribuições Assintóticas de Valores Extremos

A partir de vários estudos, os estatísticos descobriram que as distribuições de extremos tendem a distribuições assintóticas quando N tende a infinito. Observou-se também que a forma da distribuição de extremos depende basicamente do comportamento da extremidade (cauda) de interesse - a de máximo ou a de mínimo - da distribuição original (ou parente) da variável X investigada.

Na literatura, são encontrados basicamente três tipos de distribuições assintóticas para valores extremos máximos e mínimos (ANG and TANG, 1984): Tipo I, Tipo II ou Tipo III. O valor prático destas distribuições é a de que para alguns tipos de distribuições parentes, já se sabe a priori que suas distribuições de valores extremos tendem para distribuições assintóticas cujos parâmetros estatísticos são facilmente calculados em função dos parâmetros das primeiras, ou seja:

- a. Se X for uma variável aleatória Normal, a distribuição dos valores máximos extremos se aproxima assintoticamente de uma Tipo I;
- b. Se uma variável Y tem uma distribuição de Weibull, pode se demonstrar que a distribuição dos seus valores máximos extremos é do Tipo I;
- c. Se Z for uma variável lognormal, a distribuição dos seus valores extremos máximos aproxima-se assintoticamente de uma do Tipo II.

No caso específico de uma distribuição de Weibull de 3-P é possível observar que os parâmetros da distribuição de extremos do Tipo I (ou Gumbel) u e α são obtidos por (ANG and TANG, 1984):

$$u = u_w + \alpha(\ln(n))^\lambda \quad (99)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\alpha} (\ln(n))^{\frac{\lambda-1}{\lambda}} \quad (100)$$

Com base nos parâmetros estatísticos, a função distribuição de probabilidades dos valores extremos é dada por:

$$f_{X_N}(x) = \alpha \cdot \exp(-\alpha(x-u) - \exp(-\alpha(x-u))) \quad (101)$$

A função cumulativa de probabilidade é dada analiticamente por:

$$F_{X_N}(y) = \exp(-\exp(-\alpha(x-u))) \quad (102)$$

Em resumo, os parâmetros da distribuição de extremos são obtidos a partir dos parâmetros da distribuição de Weibull (u_w , α , λ) e do número de ocorrências de interesse N . No caso de uma Weibull-2P, o mesmo procedimento é válido, porém, com $u_w = 0$.

A Figura III.5.2-1 ilustra a forma da distribuição parente de uma variável aleatória X e as distribuições teóricas e assintóticas dos seus valores extremos máximos.

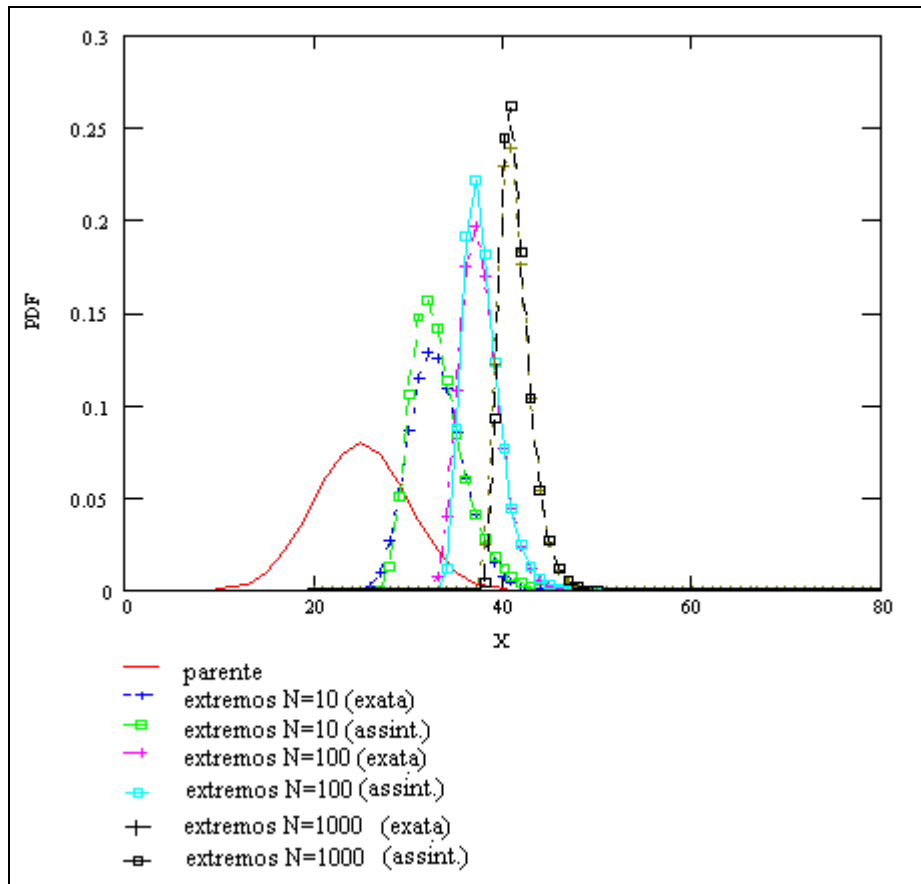


Figura III.5.2-1 - Comparações entre as distribuições parente, teórica e assintótica de valores extremos (LIMA e SAGRILO, 2008)

III.6. Processos Aleatórios

Um processo aleatório é definido como sendo uma coleção de séries temporais que caracterizam ao longo do tempo um mesmo fenômeno com características randômicas. Um processo aleatório é ilustrado na Figura III.6-1. No estudo de processos aleatórios cada uma das séries temporais da coleção é chamada de realização do processo aleatório (LIMA e SAGRILO, 2008). Supondo N realizações de um processo aleatório $X(t)$ e tomando-se um tempo definido qualquer, por exemplo, $t = t_1$, obtem-se N valores distintos do processo, cada um deles associado a cada uma das realizações. Estes valores podem ser tratados estatisticamente como uma simples amostra de uma variável aleatória $X = X(t_1)$ usando a teoria que foi apresentada no item III.2. Por exemplo, a média de X seria dada por

$$E[X] = E[X(t_1)] = \sum_{i=1}^N \frac{x^i(t_1)}{N} \quad (103)$$

onde $x^i(t_1)$ é o valor do processo aleatório observado no tempo t_1 na i -ésima realização.

Da mesma maneira podem ser estimados os demais parâmetros estatísticos definidos anteriormente assim como pode ser feito um ajuste de uma distribuição de probabilidades para a amostra $\mathbf{X} = (x^1(t_1) \ x^2(t_1) \ \dots \ x^N(t_1))$.

Tomando-se como referência outro valor de tempo, $t = t_2$, além dos parâmetros estatísticos do processo aleatório associados a este instante de tempo também é possível calcular a correlação entre os valores do processo $X(t)$ nos instantes de tempo t_1 e t_2 , i.e., $COV[X(t_1), X(t_2)]$ e assim por diante.

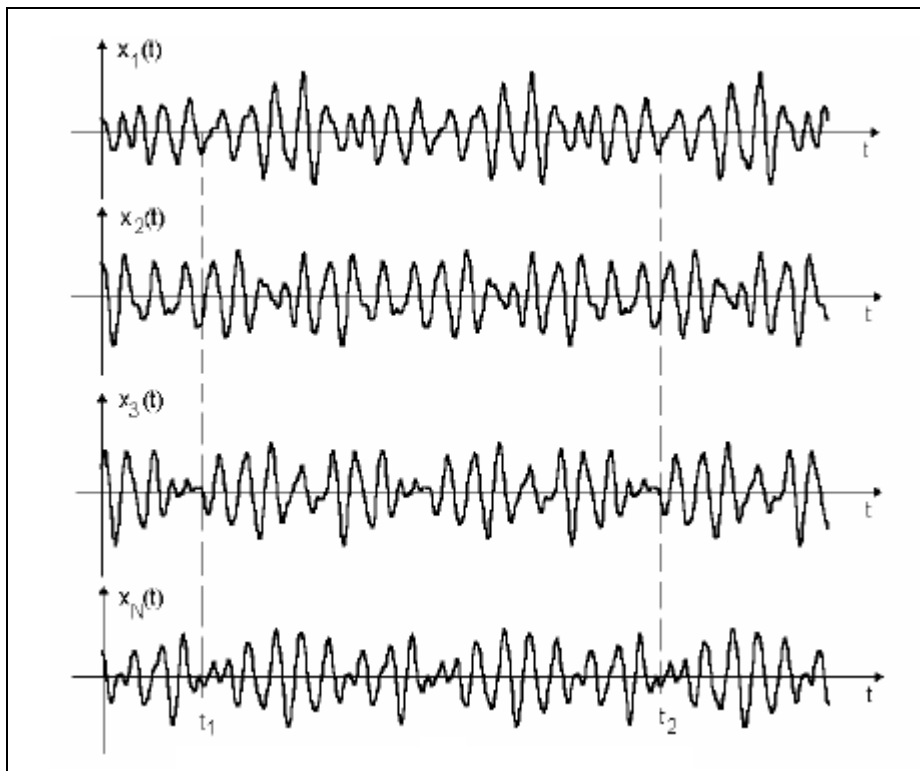


Figura III.6-1 - Realização de um processo aleatório

III.6.1. Processos Aleatórios Estacionários

Um processo aleatório se diz estacionário se suas propriedades estatísticas (média, variância, desvio padrão, coeficiente de skewness, coeficiente de kurtosis distribuição de probabilidades, etc.) são independentes do tempo que são avaliadas e se a covariância do processo depender apenas do valor de separação $\tau = t_2 - t_1$. A Figura III.6.1-1 ilustra a realização de um processo aleatório e a separação temporal τ .

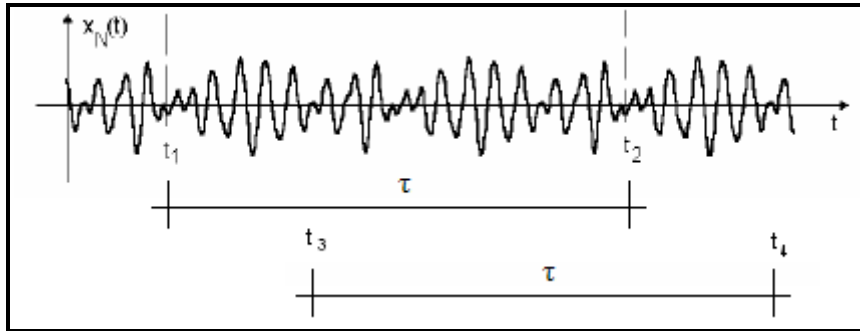


Figura III.6.1-1 - Realização de um processo aleatório

Isto quer dizer que o processo estacionário apresenta as seguintes propriedades:

$$E[x(t_1)] = E[x(t_2)] = \dots = E(x)$$

$$Var[x(t_1)] = Var[x(t_2)] = \dots = Var(x)$$

$$\theta_1[x(t_1)] = \theta_1[x(t_2)] = \dots = \theta_1(x)$$

$$\theta_2[x(t_1)] = \theta_2[x(t_2)] = \dots = \theta_2(x)$$

$$COV[x(t_1), x(t_2)] = COV[x(t_3), x(t_4)] = \dots = COV[x(t), x(t + \tau)]$$

sendo $\tau = t_2 - t_1 = t_4 - t_3$.

Os processos aleatórios de interesse para o projeto de estruturas marinhas (alturas de onda, velocidades do vento e velocidades de corrente) são normalmente considerados como aproximadamente estacionários para determinados intervalos curtos de tempo também chamados períodos de curto-prazo. Num período de longo-prazo estas ações ambientais apresentam variações nos seus parâmetros estatísticos. Então, na prática de projetos de estruturas marítimas dividem-se as séries temporais dos parâmetros ambientais em períodos de poucas horas (usualmente 3-h) e considera-se

que em cada um deles os processos são estacionários. A estes eventos ambientais de curto prazo atribui-se o nome de estado de mar.

III.6.2. Processos Aleatórios Ergódigos

Se os parâmetros estatísticos de um processo aleatório estacionário, obtidos ao longo de uma única realização qualquer do mesmo, são iguais aos valores calculados ao longo de várias realizações, estes processos são ditos ergódigos.

Isto quer dizer que os processos ergódigos apresentam as seguintes propriedades (BREBBIA and WALKER, 1979):

$$\mu = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t).dt \quad (104)$$

$$\text{Var}(x) = \sigma_x^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t))^2 .dt - \mu^2 \quad (105)$$

$$\sigma_x = \sqrt{\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T (x(t))^2 .dt - \mu^2} \quad (106)$$

$$R(\tau) = E[x(t).x(t + \tau)] \quad (107)$$

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t).x(t + \tau)dt \quad (108)$$

Na prática, é quase que impossível obter várias realizações de um fenômeno randômico natural, por exemplo, as elevações do mar. Normalmente, são obtidas realizações únicas a cada intervalo de tempo pré-definido e desta forma é comum na prática assumir que os processos aleatórios de interesse para o projeto das estruturas marinhas são estacionários e ergódigos.

III.7. Função de Auto-Correlação e Densidade Espectral de um Processo Aleatório

III.7.1. Função de Auto-Correlação de um Processo Aleatório

A função de auto-correlação para um processo $u(t)$ é dada pelo valor esperado média do produto $x(t).x(t + \tau)$ e é definida pela Eq. (108). Esta função nos dá algumas informações sobre o valor do sinal no instante $t + \tau$, quando conhecemos o valor o seu valor em t . Pode ser observado que para $\tau = 0$, a função de auto-correlação representa o valor da variância do processo (ergódico), i.e.,

$$R(0) = \sigma_x^2 \quad (109)$$

Num processo verdadeiramente aleatório, à medida que τ aumenta, a auto-correlação decai. A Figura III.7.1-1 ilustra um gráfico típico da função de auto-correlação.

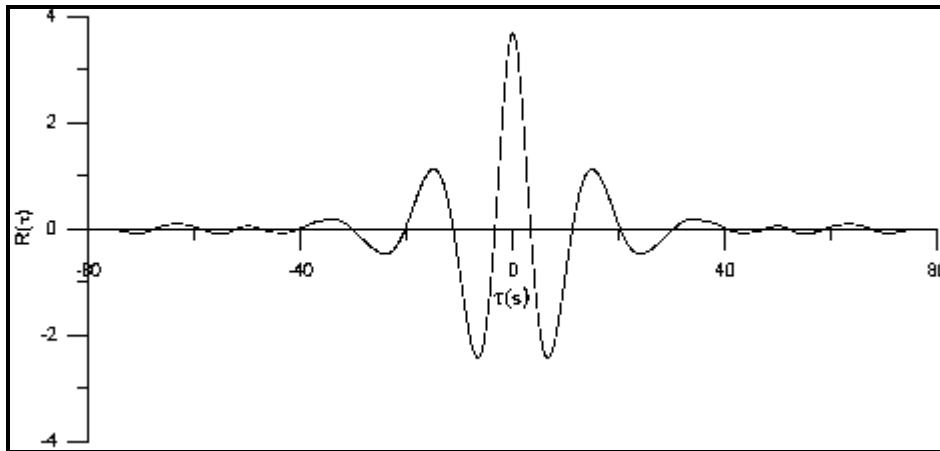


Figura III.7.1-1 - Função de auto-correlação de um processo

III.7.2. Densidade Espectral de um Processo Aleatório

Antes de definir a densidade espectral de um processo, consideraremos um processo $x(t)$ ao qual vamos aplicar a transformada de Fourier:

$$F\{x(t)\} = \frac{1}{2.\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-i.w.t).x(t).dt = \bar{X}(w) \quad (110)$$

Deve ser observado que a função $\bar{X}(w) = F\{g(t)\}$ é obtida mediante integração do produto $\exp(-i.w.t)x(t)$. Este artifício matemático funciona como um filtro que extrai de $x(t)$ a contribuição de w . Podemos também escrever:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{X}(w) \cdot \exp(i.w.t) dw \quad (111)$$

Considerando agora a notação de variância do processo $x(t)$, i.e.

$$\text{Var}(x) = \sigma^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot x(t) dt \quad (112)$$

e pelas definições anteriores, baseadas nas Eq. (111) e Eq. (112), tem-se:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot \left[\int_{-\infty}^{\infty} \bar{X}(w) \cdot \exp(i.w.t) dw \right] dt \\ \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \bar{X}(w) \left[\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \cdot \exp(i.w.t) dt \right] dw \end{aligned} \quad (113)$$

A integral entre colchetes é a transformada de Fourier de $x(t)$ com $+i$ ao invés de $-i$; i.e. o conjugado complexo de \bar{X} , que chamaremos \hat{X} . Quando $T \rightarrow \infty$, \hat{X} também tenderá para infinito. Podemos agora escrever:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{X} \cdot \hat{X} dw \\ \sigma^2 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \bar{X} \right|^2 dw \\ \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left(\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \bar{X} \right|^2 \right) dw \end{aligned} \quad (114)$$

O termo entre parênteses é chamado função de densidade espectral para o processo u , i.e.,

$$S(w) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \bar{X} \right|^2 \quad (115)$$

Com base nas Eq. (109) e Eq. (115), obtemos a seguinte relação entre $S(w)$ e $R(\tau)$:

$$R(\tau) = 2 \cdot \int_0^{\infty} S(w) \cdot \exp(i \cdot w \cdot \tau) dw$$

$$S(w) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} R(\tau) \cdot \exp(-i \cdot w \cdot \tau) d\tau \quad (116)$$

É importante notar que para $\tau = 0$ temos o seguinte resultado:

$$R(0) = 2 \cdot \int_0^{\infty} S(w) \cdot dw = \sigma^2 \quad (117)$$

A Eq. (117) demonstra que a variância de um processo estacionário é igual a duas vezes a área sob a curva $S(w)$, com esta variando de 0 a ∞ quando existem frequências positivas e negativas na representação (espectro nos dois lados). No caso de frequências somente positivas (espectro de um só lado), a variância é igual a uma vez a área sob a curva $S(w)$. A Figura III.7.2-1 ilustra a função densidade espectral (com lado só) de um processo aleatório.

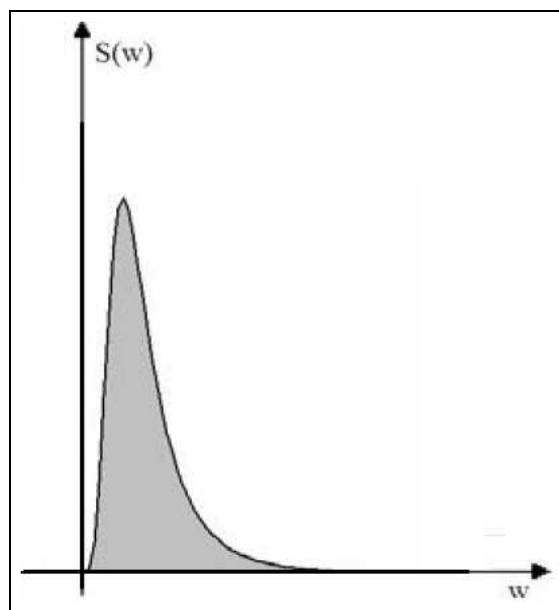


Figura III.7.2-1 - Função densidade espectral de um processo

III.7.3. Processos de Banda Estreita e Banda Larga

Um processo para o qual a função densidade espectral se encontra basicamente dentro de uma banda estreita de freqüências este processo é denominado processo de banda estreita. Se o contrário ocorre, i.e. a densidade espectral é distribuída em uma banda larga de freqüências, o processo é chamado de banda larga.

a) Processo de Banda Estreita:

Este processo caracteriza-se por apresentar um único máximo para cada cruzamento ascendente do seu nível médio (vide Figura III.7.3-1). Sua densidade espectral se situa concentrada numa pequena faixa de freqüências (vide Figura III.7.3-2).

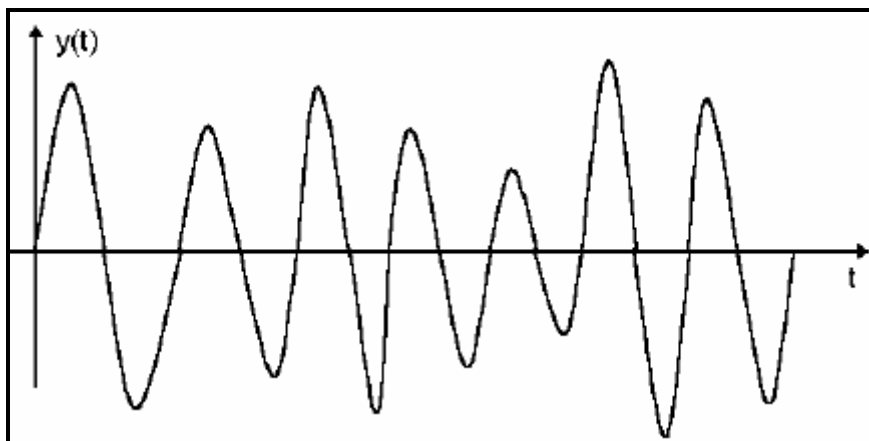


Figura III.7.3-1 - Série aleatória de um processo de banda estreita

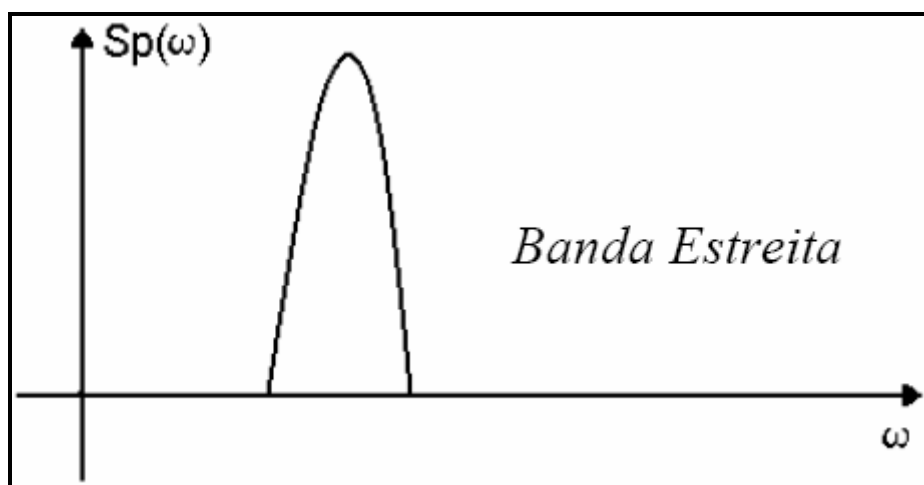


Figura III.7.3-2 - Densidade espectral de um processo de banda estreita

b) Processo de Banda Larga:

Este processo pode ter vários máximos entre dois cruzamentos ascendentes consecutivos, o maior destes valores é denominado como máximo global e os demais como máximos locais (vide Figura III.7.3-3). Apresenta densidade espectral espalhada sobre uma ampla faixa de frequências (vide Figura III.7.3-4).

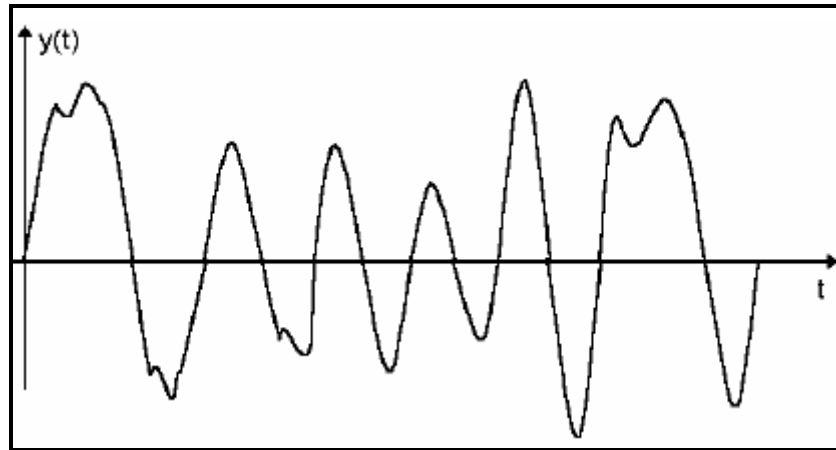


Figura III.7.3-3 - Série aleatória de um processo de banda larga

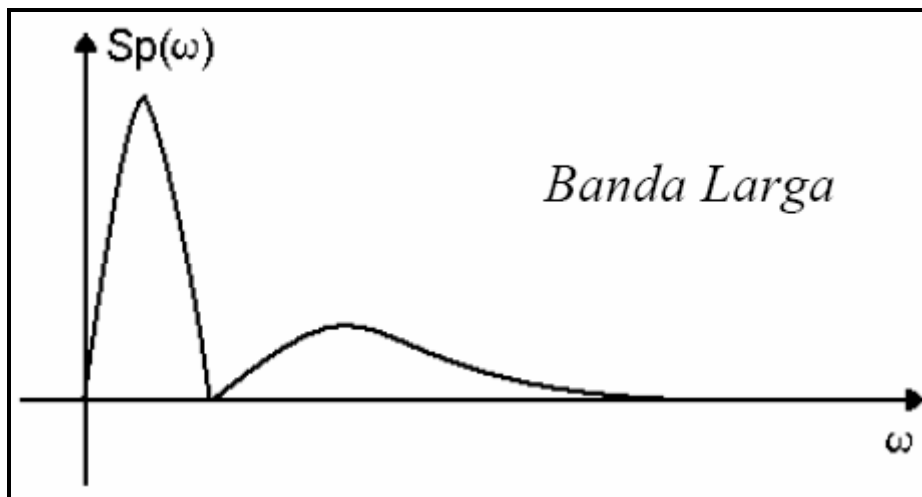


Figura III.7.3-4 - Densidade espectral de um processo de banda larga

Uma medida matemática para identificar a largura de banda de um espectro é através do parâmetro ε é uma medida da largura de banda de um processo aleatório:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 \cdot m_4}}; \quad 0 \leq \varepsilon \leq 1 \quad (118)$$

onde:

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} S(w).w^n .dw \quad (119)$$

é definido como momento de ordem n do espectro.

III.8. Distribuições de Probabilidades associadas a um Processo

Aleatório

III.8.1. Distribuição do Processo Aleatório

Análogo ao item de variáveis aleatórias, podemos calcular a probabilidade de uma função x encontrar-se em um certo intervalo, e.g. x entre x_a e x_b por:

$$P(x_a < x(t) < x_b) = \int_{x_a}^{x_b} f_x(x).dx \quad (120)$$

onde $f_x(x)$ é a função densidade de probabilidades do processo.

Em nossas análises, procuramos inicialmente ajustar ao processo aleatório as distribuições de Gauss e a distribuição baseada nos polinômios de Hermite. Estes ajustes são apresentados no Capítulo V desta dissertação.

III.8.2. Distribuição dos Picos

Um parâmetro de interesse prático na análise de processos aleatórios relacionados à análise de estruturas marítimas é a distribuição dos seus máximos (ou picos), conforme ilustra a Figura III.8.2-1.

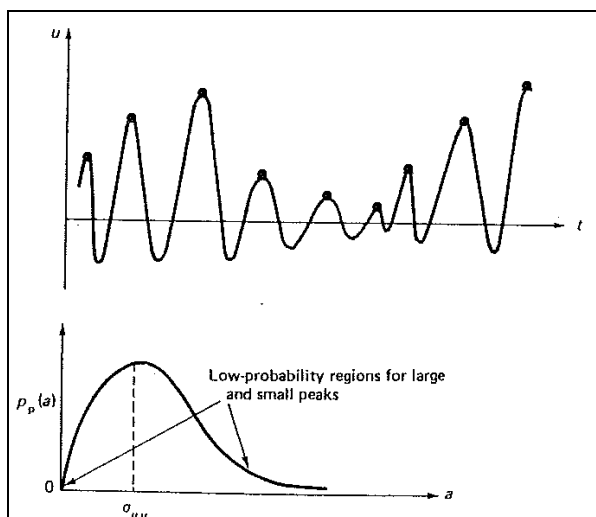


Figura III.8.2-1 - Picos do processo aleatório e sua distribuição de probabilidades
(BREBBIA and WALKER, 1979)

No caso de um processo aleatório gaussiano, foi demonstrado por Rice (BREBBIA and WALKER, 1979) que a distribuição dos picos segue uma distribuição de probabilidades cuja função densidade é dada por:

$$f_p(p) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{m_0} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{p^2}{m_0 \cdot \varepsilon^2}\right) + \frac{p}{m_0} \cdot \sqrt{1-\varepsilon^2} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{p^2}{m_0 \cdot \varepsilon^2}\right) \cdot \Phi\left(\frac{p}{\sqrt{m_0} \cdot \varepsilon} \cdot \sqrt{1-\varepsilon^2}\right) \quad (121)$$

sendo ε e m_0 definidos nas Eq. (118) e Eq. (119) e $\Phi(\cdot)$ é a função cumulativa da distribuição normal padrão, definida na Eq. (64).

Esta distribuição é conhecida na literatura como distribuição de Rice e no caso do processo gaussiano ser também de banda estreita, $\varepsilon = 0$, ela se reduz no modelo de Rayleigh, dado por:

$$f_p(p) = \frac{p}{m_0} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{p^2}{m_0}\right) \quad x \geq 0.0 \quad (122)$$

Quando o processo aleatório é de banda larga, i.e., $\varepsilon = 1$, a distribuição dos picos de um processo Gaussiano também segue a distribuição de Gauss:

$$f_p(p) = \frac{1}{\sqrt{m_0} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{p^2}{m_0}\right) \quad (123)$$

No caso do processo não ser gaussiano, não existe uma solução analítica aplicável a qualquer caso. Normalmente, em tal situação, recorre-se ao ajuste de uma distribuição conhecida aos picos observados numa realização do processo aleatório ou transforma-se a série original, através do modelo baseado nos polinômios de Hermite, (apresentado no item III.3.2) numa série gaussiana. Utilizamos as duas estratégias mencionadas que serão apresentadas a seguir.

a) Ajuste de uma Distribuição Teórica aos Picos Observados.

Neste trabalho, são ajustadas distribuições de Weibull aos picos (globais) observados nas séries temporais. São investigados 5 modelos de distribuição de Weibull:

- a.1) Weibull-2P
- a.2) Weibull-3P Skewness
- a.3) Weibull-3P Kurtosis
- a.4) Weibull-Tail
- a.5) Weibull-PoT (Peaks over a Threshold)

No modelo (a.1), os dois parâmetros da distribuição de Weibull de dois parâmetros (vide Item III.3.3) são calculados usando o método dos momentos com base na média e desvio padrão dos picos observados na série temporal. No modelo (a.2) os três parâmetros são ajustados com o método dos momentos utilizando a média, desvio padrão e coeficiente de assimetria dos picos observados na série temporal. No modelo (a.3) os três parâmetros são ajustados com o método dos momentos utilizando a média, desvio padrão e coeficiente de curtose dos picos observados na série temporal. O modelo Weibull Tail procura uma distribuição de Weibull de dois parâmetros, através de um método de regressão, que melhor se ajusta aos valores mais elevados da amostra de picos da série temporal (SAGRILO et al., 2000) conforme descrito a seguir.

A distribuição de Weibull de dois parâmetros pode ser parametrizada por uma reta a partir de duas transformações logarítmicas apresentadas a seguir:

$$F_p(p) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{p}{\alpha}\right)^\lambda\right] \rightarrow \ln[-\ln[1 - F_p(p)]] = \lambda \cdot \ln(p) + [-\lambda \cdot \ln(\alpha)] \quad (124)$$

ou seja

$$\underbrace{\ln[-\ln[1 - F_p(p)]]}_{y(p)} = \underbrace{\lambda \cdot \ln(p)}_{a \cdot p'} + \underbrace{[-\lambda \cdot \ln(\alpha)]}_b \quad (125)$$

Colocando-se os valores dos picos em ordem crescente e atribuindo um valor de função cumulativa associado a cada um deles como sendo igual a $(i/(N+1))$, onde i é a ordem i -ésimo pico em ordem crescente e N é o número total de picos observados, pode ser ajustada por regressão a reta dada pela Eq. (125). Ilustramos este procedimento na Figura III.8.2-2.

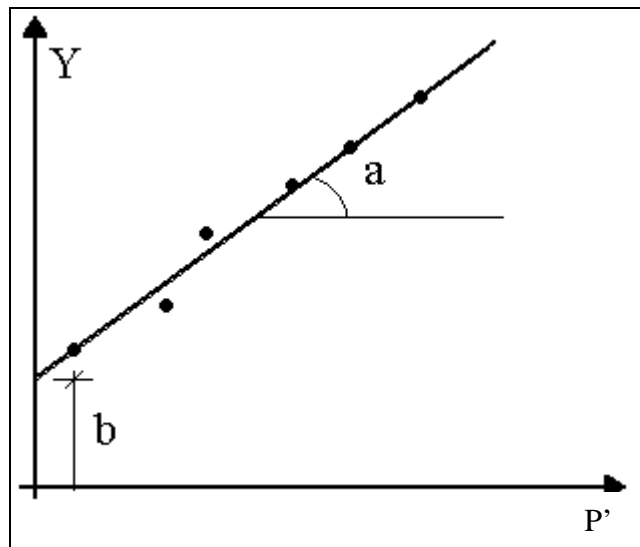


Figura III.8.2-2 - Regressão linear da reta em base logarítmica

Uma vez ajustada a reta, os parâmetros λ e α são dados por:

$$\lambda = a$$

$$\alpha = \exp\left(-\frac{b}{a}\right)$$

Observa-se que se todos os pontos seguissem realmente uma distribuição de Weibull, o ajuste da reta aos pontos observados na amostra seria perfeito. Entretanto, como na análise de extremos o interesse normalmente recai nos valores extremos é importante garantir um ajuste bom nesta região. Neste trabalho, para este método, foram ajustadas inicialmente sete distribuições de Weibull tomando-se para a regressão linear as amostras com os valores dos picos cujos valores da função cumulativa empírica de probabilidade são respectivamente maiores que 65%, 70%, 75%, 80%, 85%, 90% e 95%. Para cada uma destas amostras obtém-se um par de valores λ e α e toma-se como os valores representativos para a distribuição de Weibull a média destes sete valores.

No método Weibull-PoT, toma-se uma sub-amostra dos picos observados na série temporal que seja constituída por valores cuja função cumulativa empírica seja maior que um dado valor (70% especificamente neste trabalho). Para esta amostra reduzida, são calculados a média, desvio padrão e coeficiente de skewness e ajusta-se pelo método dos momentos uma distribuição de Weibull de três parâmetros. Esta é uma outra forma de melhorar a representação na região superior dos valores dos picos.

b) Parametrização do Modelo Baseado nos Polinômios de Hermite no Modelo de Gauss.

No modelo de transformação de Hermite, utiliza-se a mesma formulação apresentada no item III.3.2, utilizando a média, desvio padrão, coeficiente de assimetria e coeficiente de curtose da série temporal, para obter os coeficientes que transformam uma série original $X(t)$ numa série Gaussiana $U(t)$. Para $U(t)$ sabe-se que a distribuição dos picos segue a distribuição de Rice, conforme Eq. (121) e, portanto, usando o conceito de transformações de variáveis pode ser obtida a distribuição dos picos de $X(t)$ com base na transformação apresentada no item II.3.2.

Do ponto de vista prático é interessante observar que este modelo é indicado pelas normas de projeto de estruturas auto-elevatórias (ABS, 2004; ISO, 2006) para análise de extremos de parâmetros de resposta dinâmica aleatória de plataformas auto-elevatórias.

III.8.3. Distribuição do Pico Extremo

Para um processo gaussiano, independentemente do fator de largura de banda, demonstra-se (BREBBIA and WALKER, 1979) que a distribuição do valor do pico extremo converge para uma distribuição Tipo I com parâmetros u e α dados por:

$$u = \sqrt{m_0} \sqrt{2 \ln(v_0 T)} \quad (126)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2 \ln(v_0 T)}}{\sqrt{m_0}} \quad (127)$$

onde T é o período de tempo de referência considerado na análise de extremos (1-h, 2-h, 3-h, etc.) e os demais parâmetros já foram definidos anteriormente.

No caso dos processos não serem gaussianos, utiliza-se a estatística de ordem para os modelos de Weibull, conforme item III.5.1, sendo neste caso $n = N_p$ onde N_p é o número de picos globais esperados no tempo T de referência, exceto no modelo Weibull-PoT que $n = N_T$ onde N_T é o número de picos que excedem o *threshold* adotado (no presente trabalho $N_T \approx 0.3N_p$).

No caso do modelo baseado na transformação de Hermite, sabe-se que a distribuição do valor extremo de $U(t)$ é do Tipo I e por transformação de variáveis obtém-se a distribuição de extremos de $X(t)$.

III.9. Comentários Gerais

Deve ser observado que todos os modelos para tratamento estatístico de processos não-gaussianos são baseados em estimadores calculados com base numa série temporal. Como estas séries são de tamanho finito, estes estimadores podem apresentar uma variabilidade estatística intrínseca devido ao tamanho limitado da amostra. Assim sendo, neste trabalho os vários métodos apresentados serão investigados considerando diversas realizações de um mesmo processo (com diferentes comprimentos de duração) e calculando a média dos valores extremos estimados e um intervalo de confiança para o mesmo. Um método é considerado como não-tendencioso quando na média ele estima o

valor correto de um dado parâmetro estatístico. Por outro lado, se isto não acontecer, o método pode ser considerado tendencioso ou impróprio.

Esta investigação permite também avaliar qual o tamanho mínimo de simulação necessário para que o valor estimado de um parâmetro estatístico extremo seja estimado com uma determinada precisão ou uma incerteza pré-definida.

Como o foco central deste trabalho está centrado em séries não-lineares oriundas da equação de Morison, as conclusões e observações devem ser limitadas somente a estes casos.

IV. Análises Simplificadas Envolvendo a Equação de Morison

Como na análise aleatória das plataformas do tipo auto-elevatória a principal fonte de não-linearidade da resposta vem do carregamento (devido à parcela de arrasto na equação de Morison), neste capítulo são feitas análises de valores extremos para duas situações mais simples de serem simuladas, com o intuito de entender melhor o comportamento dos determinados métodos de estimativa de extremos utilizados neste trabalho. Os casos analisados neste capítulo incluem:

- Análise estatística da elevação do mar simulado artificialmente;
- Análise estatística da força de Morison (análise da força simplesmente);
- Análise da resposta dinâmica de modelo de 1 grau de liberdade (1 G.L.) submetido a uma força calculada pela equação de Morison.

IV.1. Estatística da Elevação do Mar Aleatório

Segundo a Norma de referência (ABS, 2004), a elevação de onda pode ser modelada como uma superposição linear de componentes de ondas regulares, utilizando informações do espectro, conforme apresentado no Item II.2.2. A estatística da série aleatória resultante é Gaussiana desde que o número de harmônicos utilizados na modelagem e o tempo de simulação do processo sejam suficientes. Tal norma estipula que sejam utilizados no mínimo 200 componentes de onda na geração do mar irregular.

O período de tempo mínimo para a simulação, segundo a Norma (ABS, 2004), deve ser tal que os parâmetros estatísticos da onda estejam dentro dos limites abaixo:

- Distribuição Gaussiana ou Normal de probabilidades;
- Desvio Padrão = $\left(\frac{H_s}{4}\right) \pm 1\%$
- $-0,03 < \text{Skewness} < 0,03$
- $2,9 < \text{Kurtosis} < 3,1$

Neste estudo foram utilizados três espectros distintos para a geração artificial das elevações da superfície do mar. Para cada um deles, foram geradas 20 realizações distintas (trocando-se a semente no processo de geração) para as investigações que foram conduzidas. Os espectros estudados, mencionados no Item II.2.2, são Pierson-Moskowitz e JONSWAP.

Foram observados os parâmetros estatísticos para diferentes comprimentos (tempos) de simulação. Para cada tamanho de simulação (50, 100, 200, 400, 800 1600 e 3200 segundos) tomam-se os parâmetros estatísticos de cada uma das 20 realizações, calcula-se a média e o desvio padrão destes parâmetros, plotando-se em seguida no eixo das ordenadas o intervalo de 95% de confiança aproximadamente ($\mu \pm 2.\sigma$). Utilizou-se uma onda de 3,5 metros de altura significativa (H_s), com período de cruzamento zero da onda (T_z) de 8,2 segundos. O espectro do mar foi discretizado em 400 harmônicos limitados dentro de uma faixa que corresponde a 98% da energia total do espectro.

O sinal que representa a elevação do mar aleatório gerado por uma semente em particular, para o espectro de JONSWAP, em 3200 segundos de simulação é apresentado na Figura IV.1-1.

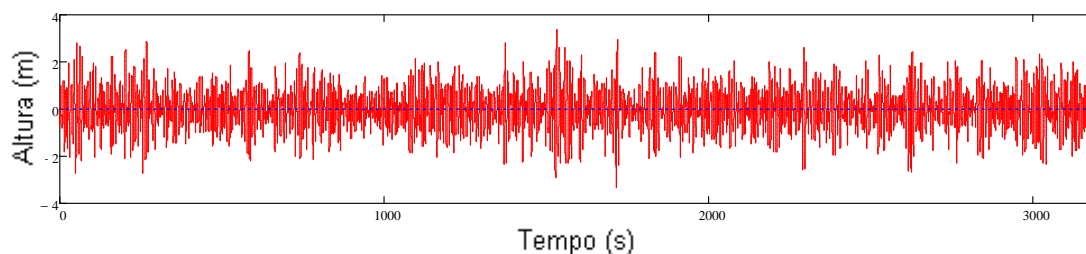


Figura IV.1-1 - Sinal da elevação do mar

A Figura IV.1-2 apresenta os intervalos de confiança da média, do desvio padrão, do coeficiente de skewness e do coeficiente de kurtosis para diversos tempos de duração do processo aleatório. Nestes gráficos a linha horizontal cheia é o valor teórico do parâmetro ou valor de referência.

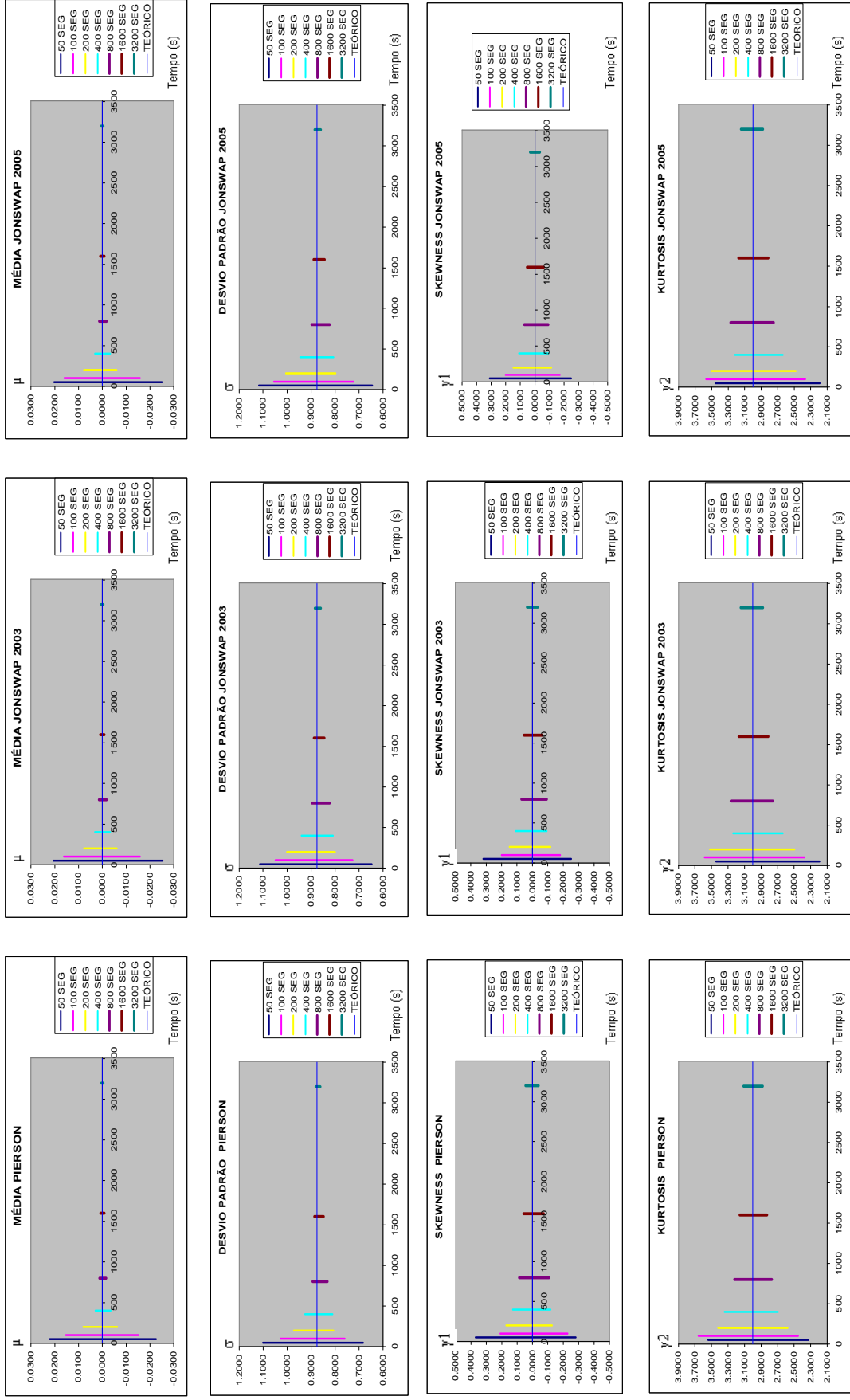


Figura IV.1-2 - Variação entre os parâmetros estatísticos de onda para diversas realizações ($H_s = 3,5$ m; $T_z = 8,2$ s)

As Figuras IV.1-3 a IV.1-6 apresentam a estabilidade da média, do desvio padrão, do coeficiente de skewness e do coeficiente de kurtosis, em função do tempo, para uma realização típica do processo aleatório de 3,5 metros de altura significativa (H_s), com período de cruzamento zero da onda (T_z) de 8,2 segundos, limitadas pelas prescrições da norma (ABS, 2004).

A título ilustrativo, os parâmetros estatísticos do processo aleatório, para diversos períodos e alturas de onda associadas e, espectro de JONSWAP, são apresentados na Tabela IV.1-1.

Através da estabilidade dos parâmetros ao longo do tempo observa-se que 3200s aparentemente é um tempo suficiente para que todos os parâmetros estejam razoavelmente estabilizados. Pelos intervalos de confiança obtidos, observa-se que um tempo de análise de 3200 segundos proporcionaria uma estimativa dos parâmetros estatísticos da média, desvio padrão e coeficientes de assimetria e de kurtosis para diferentes sementes, dentro dos limites recomendados pela (ABS, 2004). Entretanto, o coeficiente de kurtosis ainda não está bem estabilizado, o que indica que a simulação deve ser um pouco maior que os 3200s considerados.

Estudo similar focado para as estimativas de valores extremos será feito para os demais casos analisados neste capítulo, assim como, para a plataforma auto-elevatória examinada no Capítulo V. Cabe-se ressaltar, entretanto, que numa análise aleatória de qualquer estrutura oceânica é importante certificar-se de que realmente as elevações do mar que está sendo simulado, reproduzem os parâmetros estatísticos teóricos das mesmas. Se isto não for satisfeito, os erros e incertezas serão inevitavelmente propagados para a resposta da estrutura que está sendo analisada

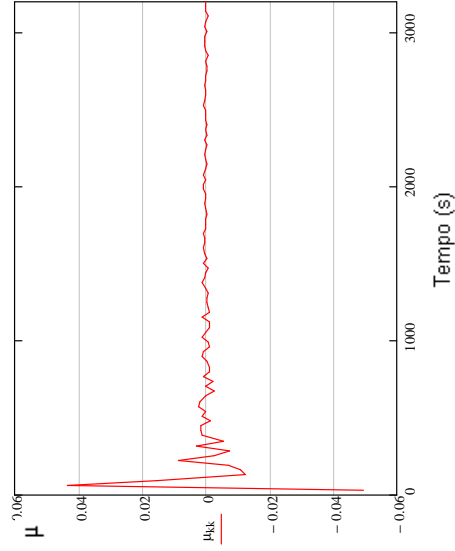


Figura IV.1-3 – Estabilidade da média do sinal ao longo do tempo

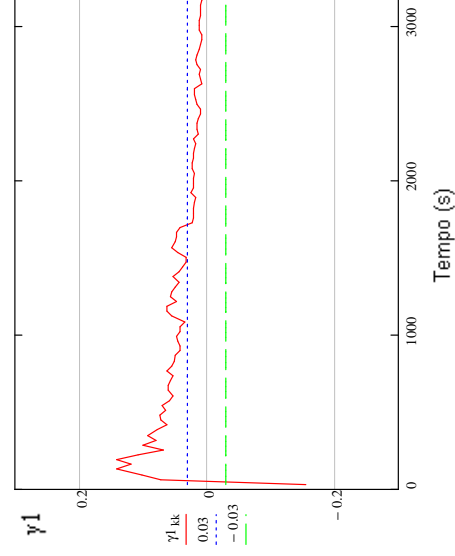


Figura IV.1-5 - Estabilidade do coeficiente de skewness do sinal ao longo do tempo, limites da norma (ABS, 2004)

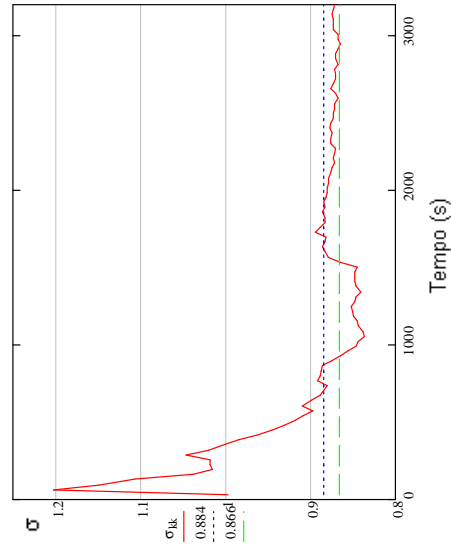


Figura IV.1-4 - Estabilidade do desvio padrão do sinal ao longo do tempo, limites da norma (ABS, 2004)

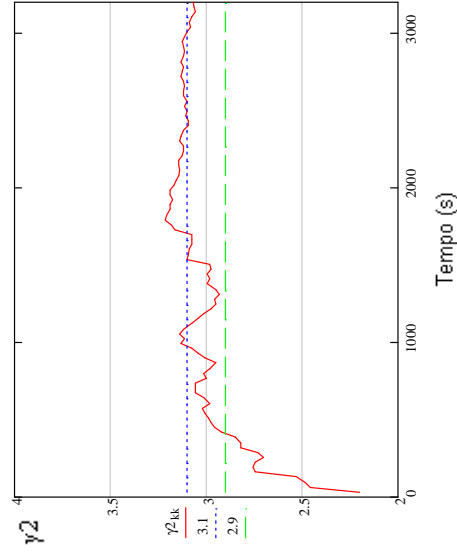


Figura IV.1-6 - Estabilidade do coeficiente de kurtosis do sinal ao longo do tempo, limites da norma (ABS, 2004)

Tabela I.V.1-1 - Parâmetros estatísticos do processo para 3200 s. de simulação por altura e período de onda

Altura (m)	Período (s)	3200 seg.						
		μ	σ	σ (ABS)	γ_1	γ_1 (ABS)	γ_2	γ_2 (ABS)
0.47	3.00	0.000	0.117	0.118	-0.003	0.030	2.987	3.100
				0.116		-0.030		2.900
0.83	4.00	0.000	0.207	0.210	-0.013	0.030	2.871	3.100
				0.206		-0.030		2.900
1.30	5.00	0.000	0.323	0.329	0.001	0.030	2.996	3.100
				0.322		-0.030		2.900
1.87	6.00	0.000	0.465	0.473	-0.029	0.030	2.932	3.100
				0.464		-0.030		2.900
2.55	7.00	0.001	0.634	0.644	-0.008	0.030	2.945	3.100
				0.631		-0.030		2.900
3.33	8.00	0.000	0.823	0.841	-0.021	0.030	2.782	3.100
				0.824		-0.030		2.900
4.22	9.00	0.000	1.042	1.064	-0.001	0.030	2.846	3.100
				1.043		-0.030		2.900
5.20	10.00	0.002	1.292	1.314	-0.022	0.030	2.914	3.100
				1.288		-0.030		2.900
6.30	11.00	0.001	1.582	1.590	-0.080	0.030	2.765	3.100
				1.559		-0.030		2.900
7.49	12.00	0.001	1.852	1.892	0.015	0.030	3.061	3.100
				1.855		-0.030		2.900
8.80	13.00	0.003	2.209	2.221	-0.039	0.030	2.947	3.100
				2.177		-0.030		2.900
10.20	14.00	0.002	2.557	2.576	-0.055	0.030	2.712	3.100
				2.525		-0.030		2.900
11.71	15.00	0.000	2.957	2.957	0.009	0.030	3.036	3.100
				2.898		-0.030		2.900
13.32	16.00	0.009	3.326	3.364	-0.001	0.030	2.746	3.100
				3.297		-0.030		2.900
15.04	17.00	0.004	3.737	3.798	-0.076	0.030	2.860	3.100
				3.723		-0.030		2.900

IV.2. Estatística das Forças Hidrodinâmicas

Em (MADSEN, KRENK and LIND, 1986), é possível encontrar a distribuição de probabilidades teórica (processo e picos) para um processo aleatório que representa a força de Morison por unidade de comprimento num cilindro de diâmetro D submetido a um estado de mar Gaussiano. Esta formulação usa o índice K (número de Keulegan-Carpenter) que pode ser vista como uma medida relativa das intensidades das forças de inércia e de arrasto. Este índice é dado por:

$$K = \frac{k_d}{k_m} \cdot \frac{\sigma_u^2}{\sigma_{u'}^2} \quad (128)$$

onde:

$$k_d = \frac{C_d \cdot \rho \cdot D}{2} \quad (129)$$

$$k_m = \frac{C_m \cdot \rho \cdot \pi \cdot D^2}{4} \quad (130)$$

C_d = coeficiente de arrasto;

C_m = coeficiente de inércia;

σ_u^2 = variância da velocidade do fluido no ponto considerado;

$\sigma_{u'}^2$ = variância da aceleração do fluido no ponto considerado;

Observa-se que $K \rightarrow 0$ no caso da parcela de inércia ser dominante e $K \rightarrow \infty$ quando a parcela de arrasto é significativamente maior. $K = 1$ quando as duas parcelas têm praticamente a mesma magnitude.

Sendo $p(t)$ o processo aleatório representativo das forças de onda por unidade de comprimento em um elemento submerso, define-se uma variável reduzida $q(t)$ dada por:

$$q(t) = \frac{p(t)}{k_m \cdot \sigma_{u'}^2} \quad (131)$$

Demonstra-se (MADSEN, KRENK and LIND, 1986) que a função densidade de probabilidades da força normalizada $q(t)$ é dada por:

$$f_q(q) = \frac{1}{4.\pi.\sqrt{K}} \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \left| I\left(\frac{1}{2.K} + q\right) + I\left(\frac{1}{2.K} - q\right) \right| \quad (132)$$

onde:

$$I(z) = \int_0^\infty s^{-1/2} \cdot \exp\left(-\frac{s^2}{2} - z.s\right) ds \quad (133)$$

Adicionalmente, demonstra-se também que a distribuição dos máximos (picos) do processo é dada por (MADSEN, KRENK and LIND, 1986):

$$f_m(q) \approx \begin{cases} q \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}q^2\right) & \text{para } 0 < q < \frac{1}{2.K} \\ \frac{1}{2.K} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2.K}\left(q - \frac{1}{4.K}\right)\right] & \text{para } \frac{1}{2.K} < q \end{cases} \quad (134)$$

A Figura IV.2-1 ilustra a distribuição de probabilidades de valores máximos da força de onda (Morison) por unidade de comprimento em um elemento submerso para diversos valores do coeficiente K.

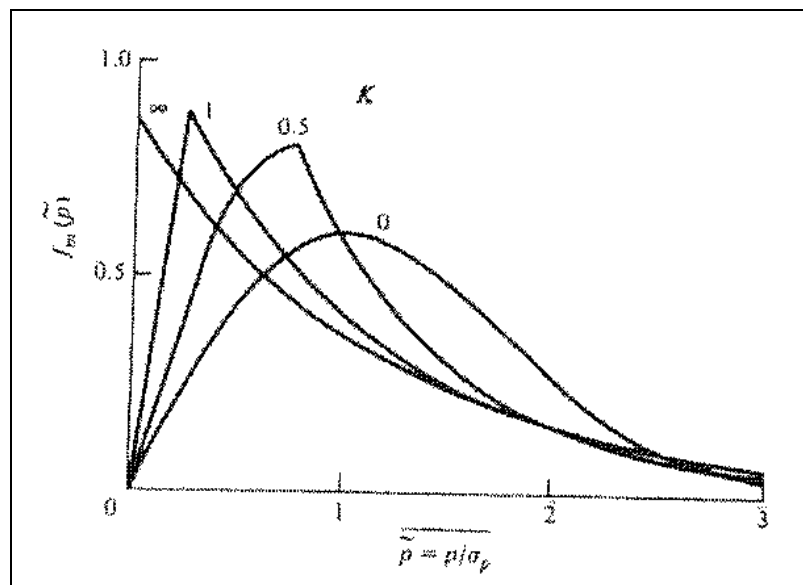


Figura IV.2-1 - Funções distribuição de probabilidades para valores máximos da força de onda para diversos valores de K (MADSEN, KRENK and LIND, 1986)

A distribuição do valor extremo da força de Morison pode ser obtida utilizando-se a estatística de ordem considerando o número de picos N_p para o período de duração considerado para o processo T, i.e.,

$$N_p = \nu_0 \cdot T \quad (135)$$

onde ν_0 é dada por (MADSEN, KRENK and LIND, 1986):

$$\nu_0 = \frac{\sigma_u'}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_u} \quad (136)$$

Neste trabalho, foram feitas 100 simulações distintas da força de Morison com períodos de duração iguais a 1200, 2400, 4800, 7200, 10800 (3h), 21600 (6h), 43200 segundos (12h). Nestas simulações, considerou-se que o espectro das elevações é do tipo Pierson-Moskovitz com H_s igual a 6,3 m e T_z igual a 8,4 seg.

Os resultados dos métodos de estimativa de extremos apresentados no Capítulo III foram comparados com o valor teórico (MADSEN, KRENK and LIND, 1986). A comparação se resume principalmente no valor mais provável (MPV) da força de Morrison para um período de tempo (estado de mar) de 3-h. Para cada método foram feitas estimativas considerando as 100 realizações distintas e também os diferentes tamanhos de simulação. Para um dado tempo de simulação foram avaliados o valor médio e o desvio padrão dos valores extremos mais prováveis estimados pelas 100 simulações independentes e foi estimado um intervalo de confiança como sendo igual a mais ou menos dois desvios padrões (grosseiramente este intervalo corresponde a 95% de ocorrências dos resultados).

Os limites do intervalo de confiança e a média dos resultados foram normalizados com relação ao valor teórico. Também variou-se nestas simulações o fator K, procurando representar um caso dominado pelo arrasto ($K = 3,0$), outro pela inércia ($K = 0,25$) e um outro onde estas parcelas são aproximadamente iguais ($K = 1,0$).

As Figuras IV.2-2, IV.2-3 e IV.2-4 ilustram as distribuições de probabilidades (realização típica de 10800 seg.) da força de Morison para $K = 3,0$, $K = 1,0$ e $K = 0,25$, respectivamente. Nestas figuras, também estão inseridas as distribuições normais com a mesma média e desvio padrão dos respectivos processos aleatórios das forças

hidrodinâmicas. Nestas figuras claramente observa-se que o comportamento é não-gaussiano para os dois primeiros casos, sendo mais acentuado no primeiro ($K = 3,0$). Quanto mais dependente do arrasto é a força, mais não-gaussiano é o processo.

As Figuras IV.2-5 a IV.2-7 apresentam os resultados obtidos para o valor extremo mais provável em 3-h considerando o método baseado nos polinômios de Hermite. Pelos resultados obtidos, podemos observar que:

- A incerteza estatística nos resultados é relativamente grande para séries temporais menores ou iguais a 10800 segundos. Tomando-se especificamente, por exemplo, uma única realização de 1200 seg., o valor extremo mais provável estimado pode variar entre 0,7 e 1,4 do valor teórico. Simulações longas são necessárias para diminuir a incerteza.
- O modelo baseado nos polinômios de Hermite apresenta uma tendência clara de superestimar o valor extremo para os casos não-gaussianos (a média dos resultados converge para um valor acima do teórico). No caso específico, a tendência é de uma estimativa 10% maior que o valor correto.
- No caso Gaussiano ($K = 0,25$) o modelo de Hermite converge para o resultado correto.

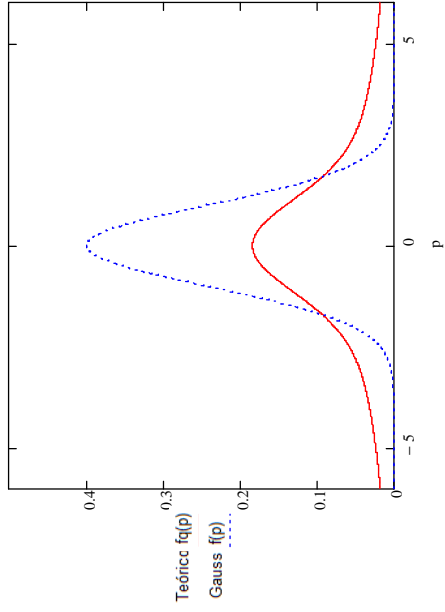


Figura IV .2-2 - Função densidade de probabilidades para $K = 3,0$

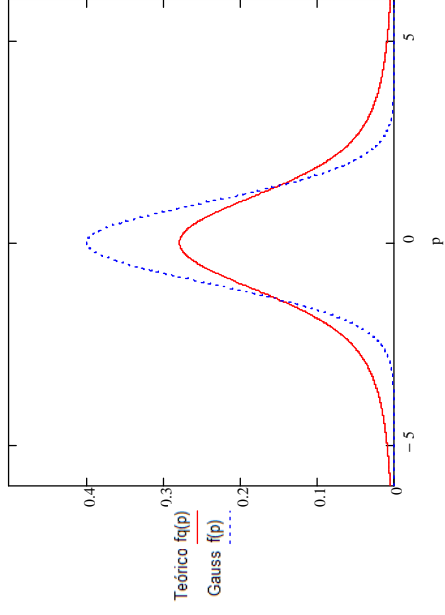


Figura IV .2-3 - Função densidade de probabilidades para $K = 1,0$

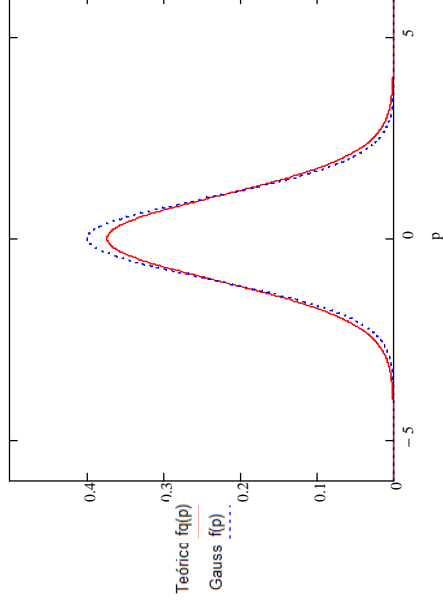


Figura IV .2-4 - Função densidade de probabilidades para $K = 0,25$

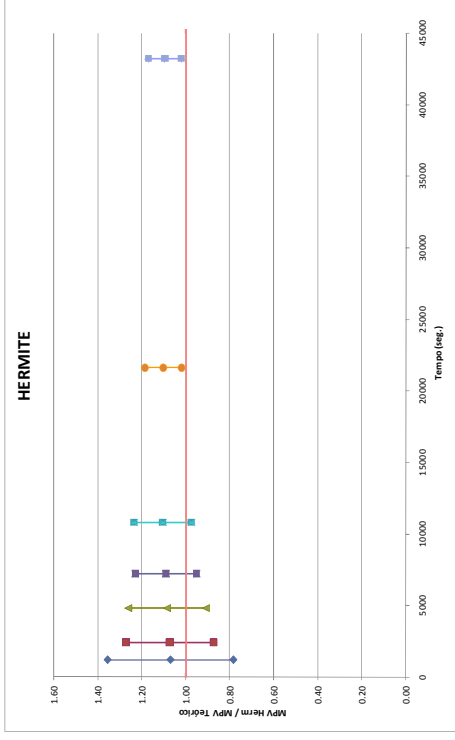


Figura IV.2-5 - Resultado de extremos pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite para $K = 1,0$

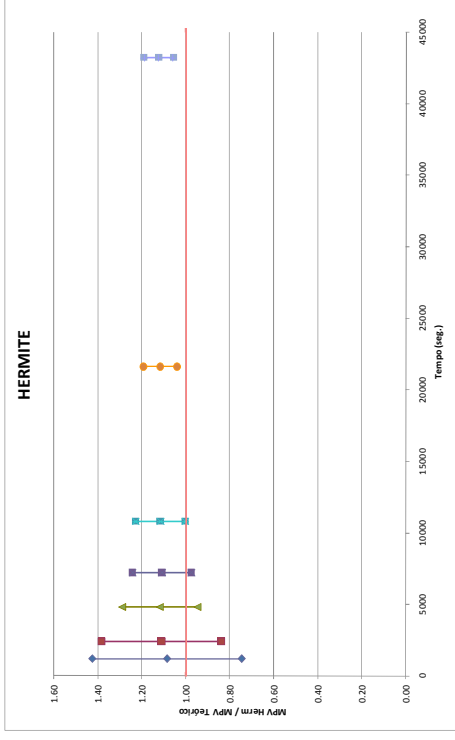


Figura IV.2-6 - Resultado de extremos pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite para $K = 3,0$

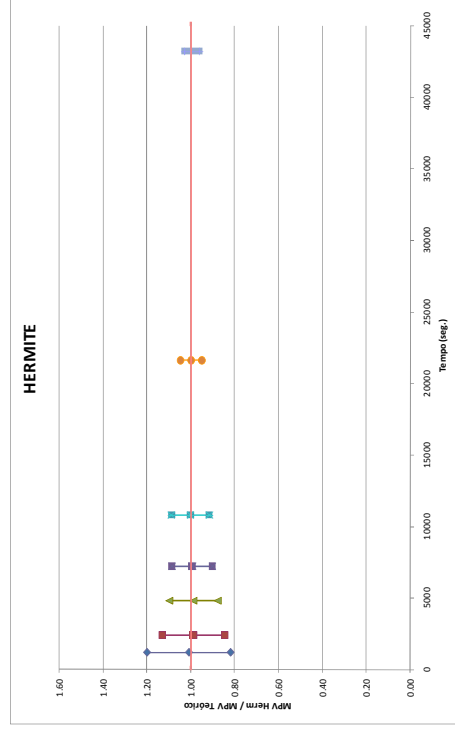


Figura IV.2-7 - Resultado de extremos pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite para $K = 0,25$

A seguir, são apresentados os resultados de valores extremos mais prováveis obtidos para as diversas variações de modelos de Weibull utilizados neste trabalho. As Figuras IV.2-8 a IV.2-10 apresentam os resultados para o método Weibull-PoT. Os resultados para o modelo Weibull-Mom encontram-se nas Figuras IV.2-11 a IV.2-13. Os resultados para os métodos Weibull-3Psk, Weibull-3Pku e Weibull-Tail encontram-se, respectivamente, nas Figuras IV.2-14 a IV.2-16, Figuras IV.2-17 a IV.2-19 e Figuras IV.2-20 a IV.2-22.

A variabilidade nos estimadores, em todos os métodos, é também grande para séries temporais curtas. Mais uma vez identifica-se que séries curtas podem levar a grandes incertezas nos valores estimados devido ao tamanho limitado da amostra de picos observados.

Dentre as várias variações de modelos baseados na distribuição de Weibull, o método que não foi tendencioso em nenhum dos casos realizados ($K = 1,0$, $K = 3,0$ e $K = 0,25$), i.e., a média dos resultados das 100 simulações independentes converge para o valor teórico, foi o método Weibull-PoT.

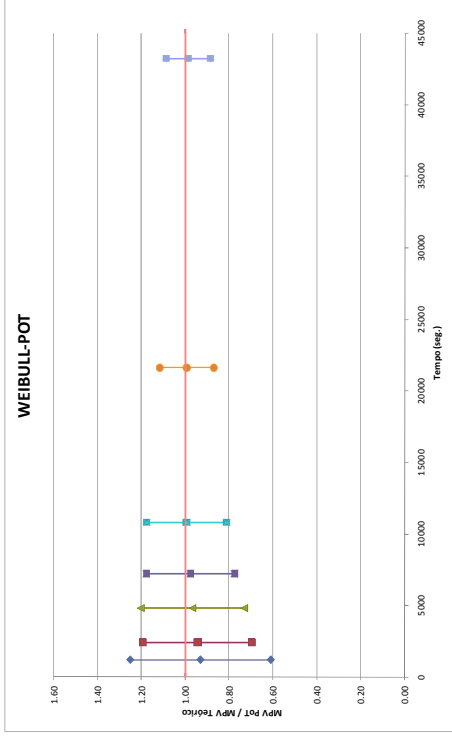


Figura IV.2-8 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-PoT para $K = 1,0$

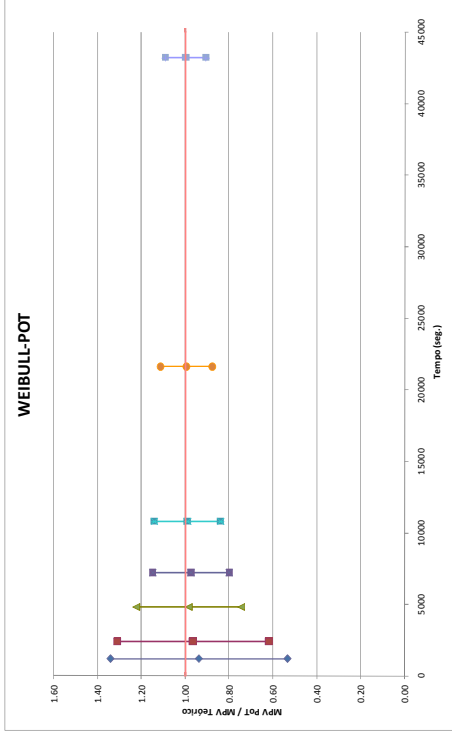


Figura IV.2-9 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-PoT para $K = 3,0$

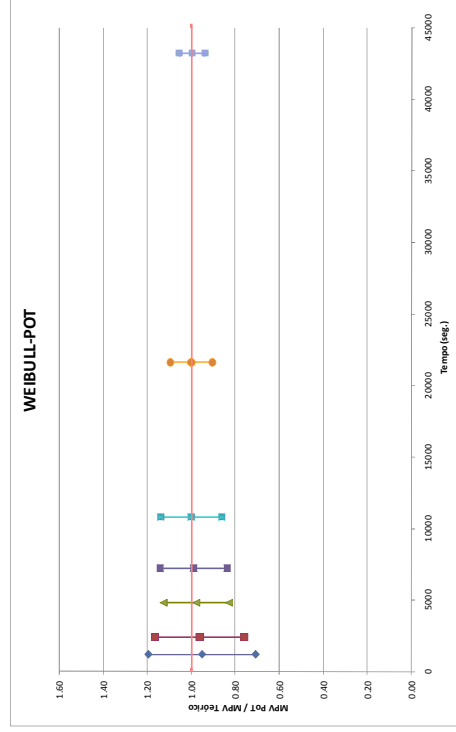


Figura IV.2-10 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-PoT para $K = 0,25$

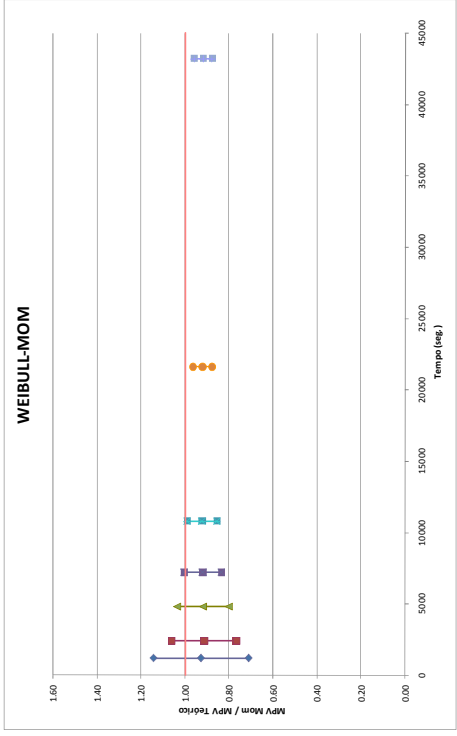


Figura IV.2-11 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Mom para $K = 1,0$

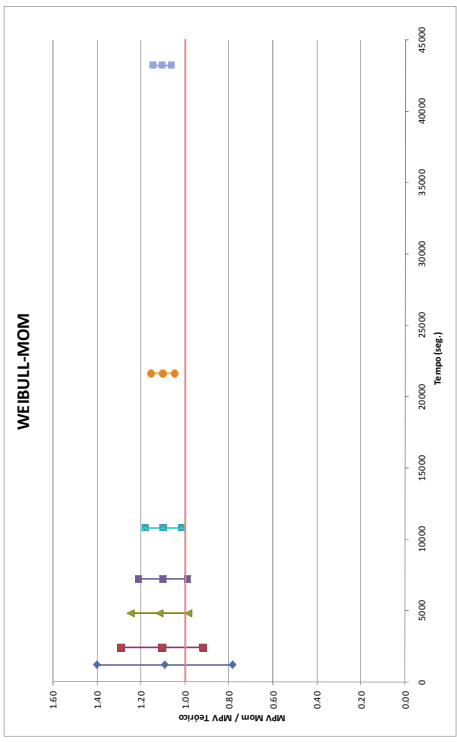


Figura IV.2-12 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Mom para $K = 3,0$

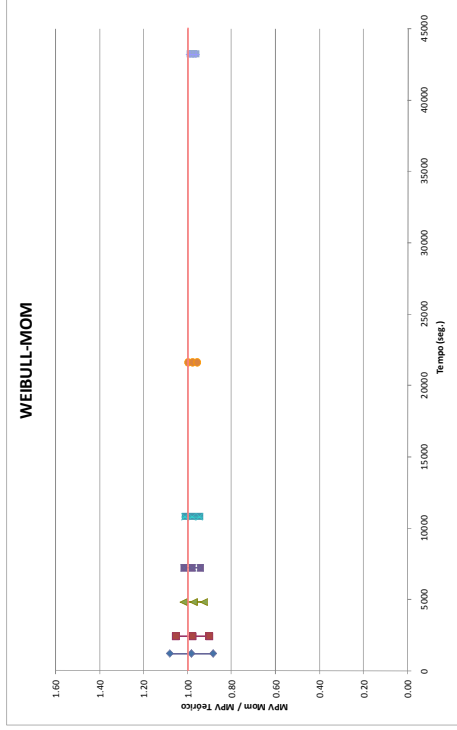


Figura IV.2-13 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Mom para $K = 0,25$

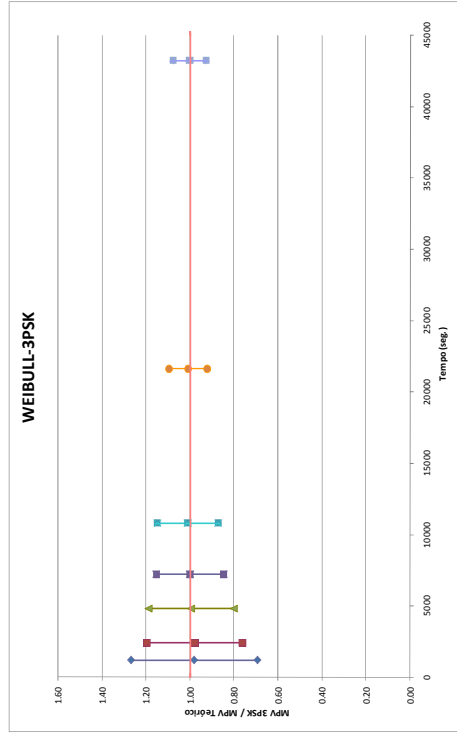


Figura IV.2-14 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Psk para K = 1,0

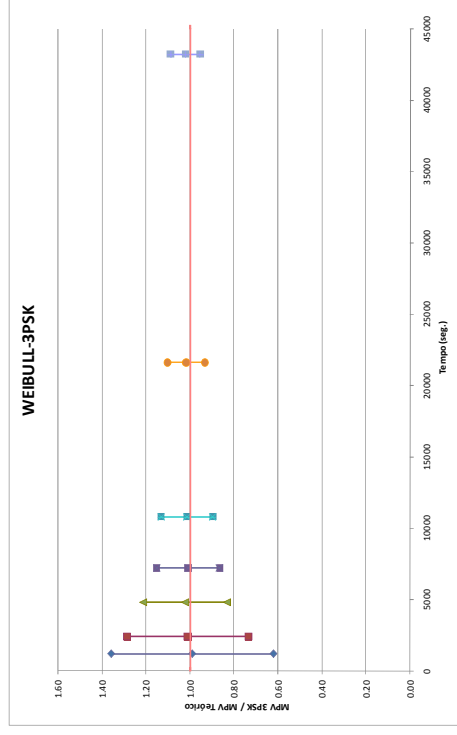


Figura IV.2-15 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Psk para K = 3,0

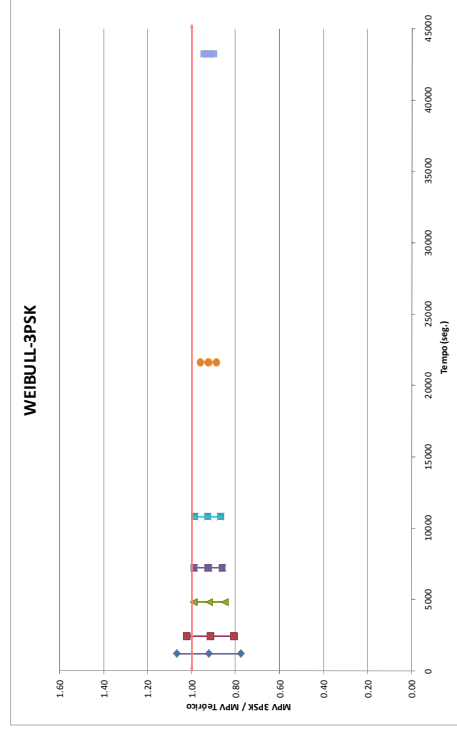


Figura IV.2-16 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Psk para K = 0,25

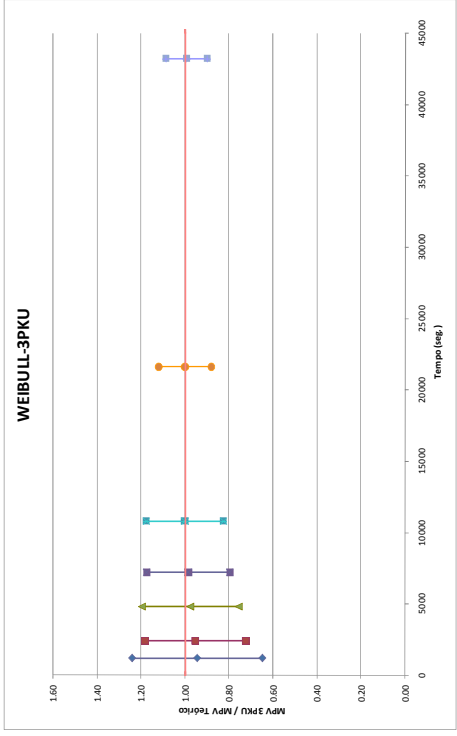


Figura IV.2-17 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Pku para $K = 1,0$

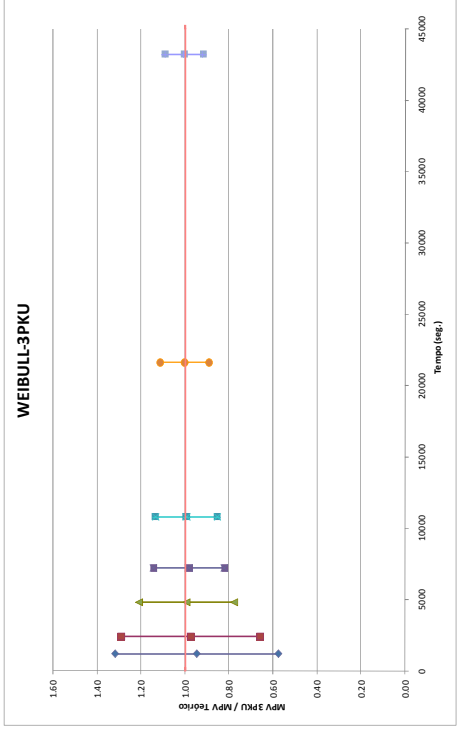


Figura IV.2-18 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Pku para $K = 3,0$

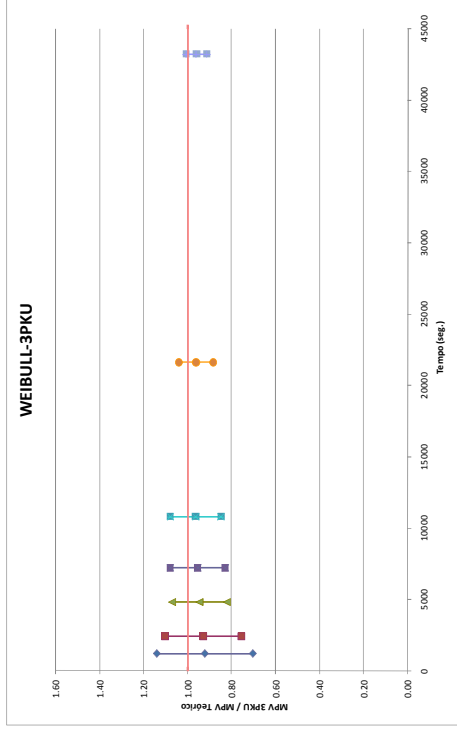


Figura IV.2-19 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-3Pku para $K = 0,25$

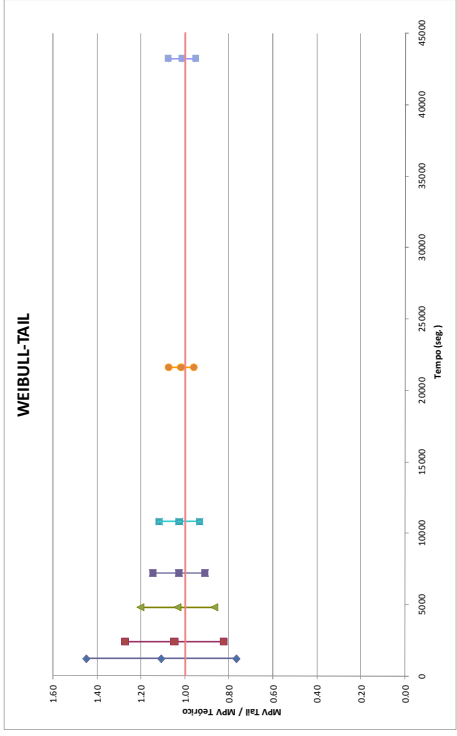


Figura IV.2-20 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Tail para $K = 1,0$

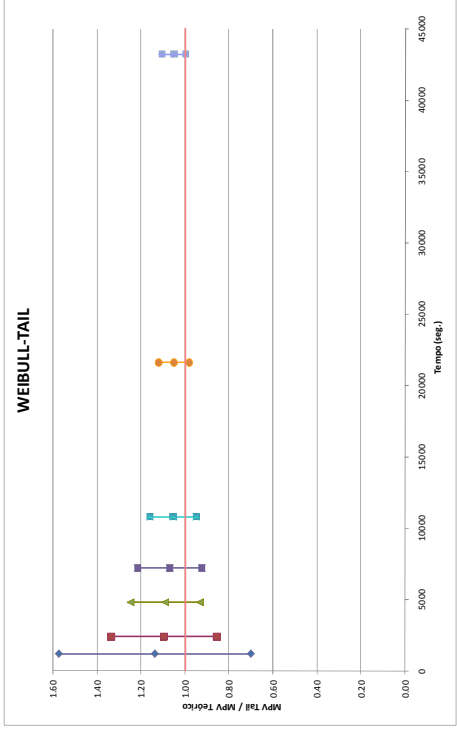


Figura IV.2-21 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Tail para $K = 3,0$

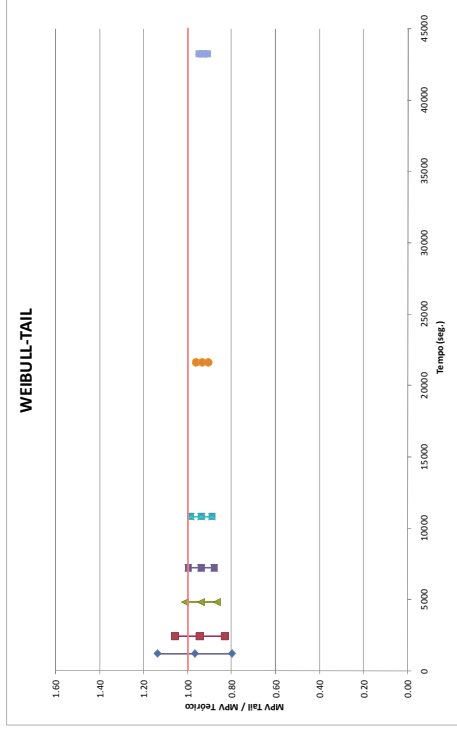


Figura IV.2-22 - Resultado de extremos pelo modelo Weibull-Tail para $K = 0,25$

IV.3. Estatística da Resposta de um Sistema de 1 Grau de Liberdade

O mesmo estudo apresentado anteriormente para a força de Morison é agora repetido neste item na tentativa de simular de forma bem simplificada o comportamento de uma plataforma auto-elevatória. Este modelo simplificado é adotado para viabilizar a geração de 100 realizações independentes da resposta do sistema em diferentes tempos de simulação.

Emprega-se um de modelo de 1 grau de liberdade apresentado por (JENSEN and CAPUL, 2006), que tenta representar o comportamento lateral de uma plataforma auto-elevatória com três pernas e 120 metros de altura numa lâmina d'água de 92,0 metros. O modelo procura reproduzir o primeiro modo de vibração, a massa, o amortecimento e a rigidez do modelo real. A equação de equilíbrio dinâmico do modelo é definida por (JENSEN and CAPUL, 2006):

$$\mathbf{M} \cdot \mathbf{x}''(\mathbf{t}) + \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}'(\mathbf{t}) + \mathbf{K} \cdot \mathbf{x}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}(\mathbf{t}) = \mathbf{F}_d(\mathbf{t}) + \mathbf{F}_i(\mathbf{t}) \quad (137)$$

onde:

$M_{\text{hull}} = 16100 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$	(massa do casco)
$M_{\text{leg}} = 1930 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$	(massa das pernas)
$M = M_{\text{hull}} + 1,5 \times M_{\text{leg}}$	
$M = 18995 \text{ kN} \cdot \text{s}^2/\text{m}$	(massa total do sistema)
$C = 1,193 \times 10^3 \text{ kN} \cdot \text{s}/\text{m}$	(amortecimento do sistema)
$K = 4,682 \times 10^4 \text{ kN}/\text{m}$	(rigidez do sistema)
$D = 0,762 \text{ m}$	(diâmetro médio da perna para cálculo das forças no tempo)
$C_d = 0,7$	(coeficiente de arrasto)
$C_m = 2,0$	(coeficiente de inércia)

A partir dos dados acima chega-se aos seguintes parâmetros estruturais:

$w = 1,57 \text{ rad/s}$	(frequência natural do sistema)
$T = 4,002 \text{ seg.}$	(período natural do sistema)
$ccr = 5,964 \times 10^4 \text{ kN} \cdot \text{s}/\text{m}$	(taxa de amortecimento crítico)
$\xi = 0,02$	(percentagem de amortecimento crítico)

Inicialmente, foram obtidas 100 realizações distintas de 10800 segundos do movimento lateral $x(t)$ da plataforma através de integração da Eq. (137) pelo método de Euler (PAZ, 1997). As séries temporais das forças hidrodinâmicas foram geradas usando o mesmo espectro de onda do exemplo anterior e os coeficientes foram majorados de forma a representarem os valores de K iguais a 1,0; 3,0 e 0,25; respectivamente. Os maiores valores encontrados nas realizações de 10800s foram identificados para formar uma amostra de 100 valores extremos para período de referência (3-h) para estimativa de extremos. Para esta amostra ajustou-se, através de método dos momentos, uma distribuição Tipo I (Gumbel) onde se obteve o valor mais provável tomado como referência para comparação com os resultados dos métodos investigados neste trabalho. Este procedimento foi adotado devido ao fato de não haver uma distribuição teórica de probabilidades para os picos deste problema. Nas Figuras IV.3-1 a IV.3-3, são apresentados valores normalizados (estimado pelo método dividido pelo valor de referência) para a média de 100 realizações e para o intervalo de confiança de 95% (usando procedimento similar ao empregado no exemplo anterior) considerando o método baseado no polinômio de Hermite. Nas Figuras IV.3-4 a IV.3-18, são apresentados os resultados para as várias variações de modelos baseados nas distribuições de Weibull.

Estes resultados apresentam características muito similares às observadas no caso anterior (somente a força de Morison), ou seja:

- simulações curtas apresentam grande variabilidade estatística;
- o modelo baseado nos polinômios de Hermite superestima os valores extremos nos casos não-gaussianos;
- o método Weibull-PoT é o único método que não é tendencioso em nenhuma das situações investigadas.

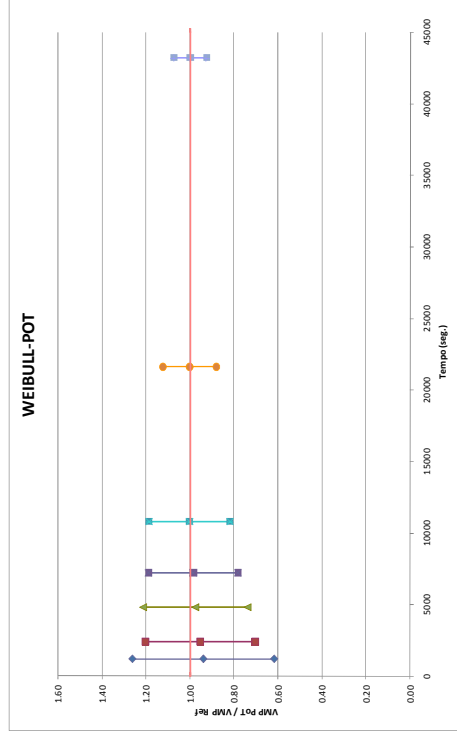


Figura IV.3.4 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-PoT para $K = 1,0$

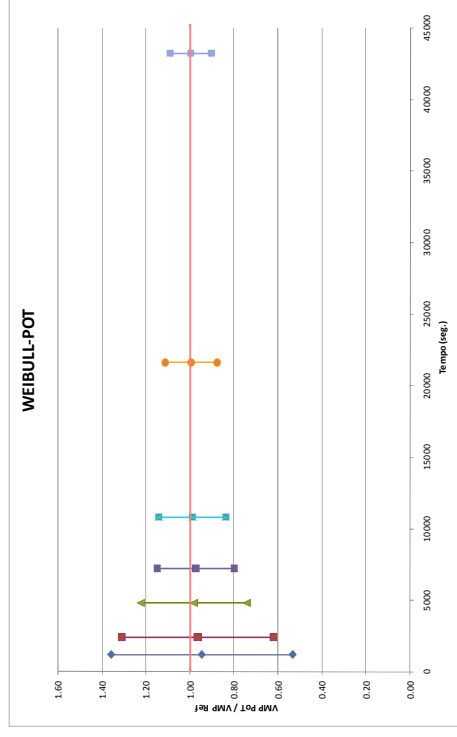


Figura IV.3.5 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-PoT para $K = 3,0$

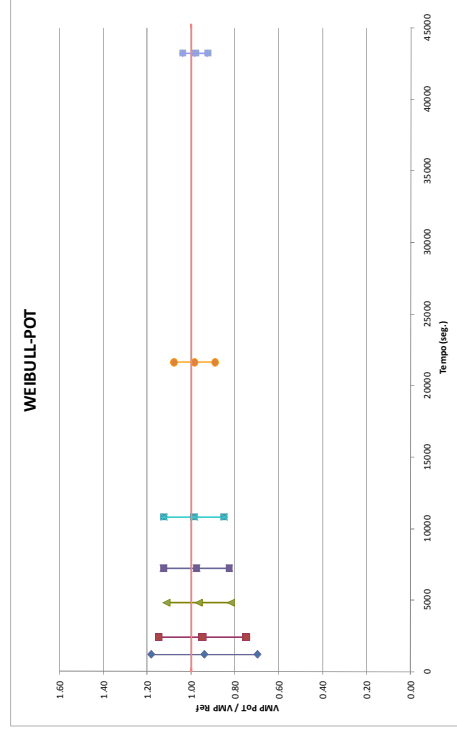


Figura IV.3.6 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-PoT para $K = 0,25$

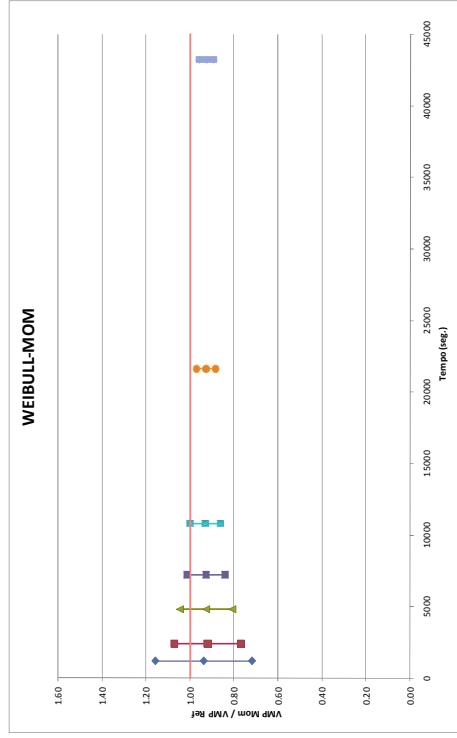


Figura IV.3-7 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Mom para $K = 1,0$

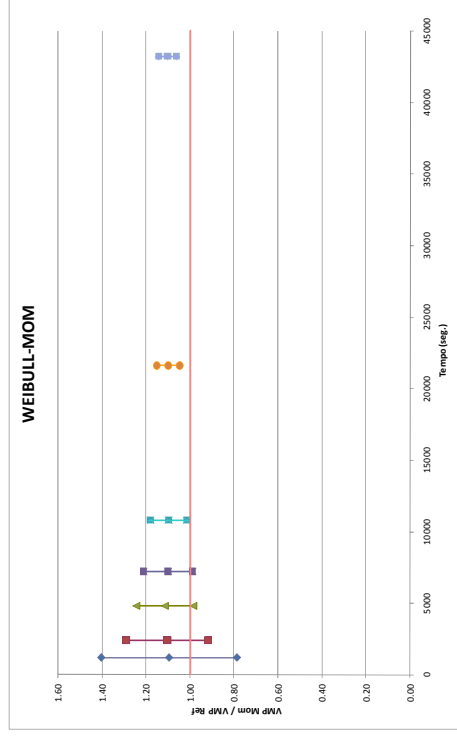


Figura IV.3-8 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Mom para $K = 3,0$

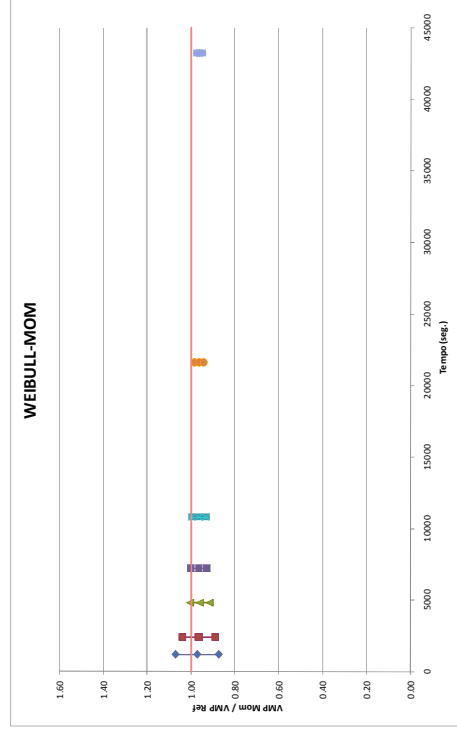


Figura IV.3-9 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Mom para $K = 0,25$

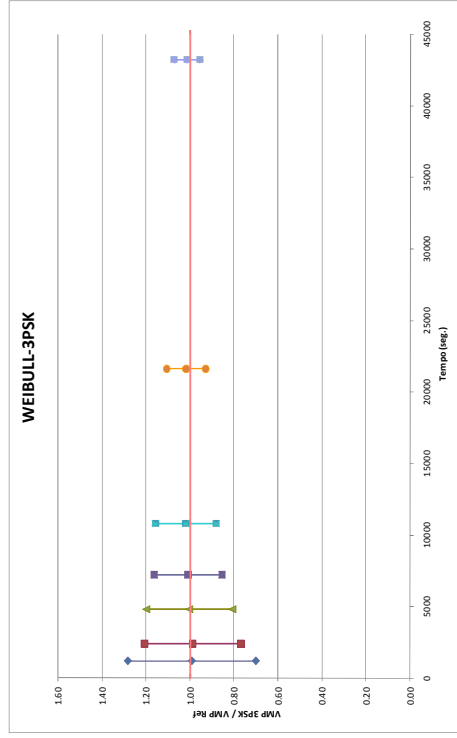


Figura IV.3-10 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Psk para $K = 1,0$

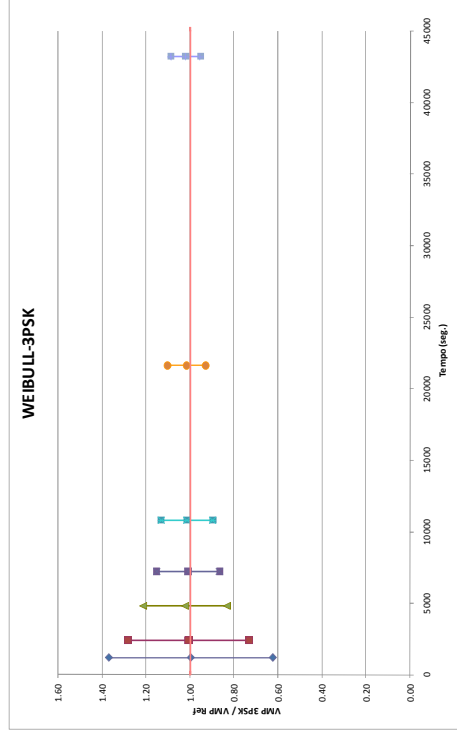


Figura IV.3-11 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Psk para $K = 3,0$

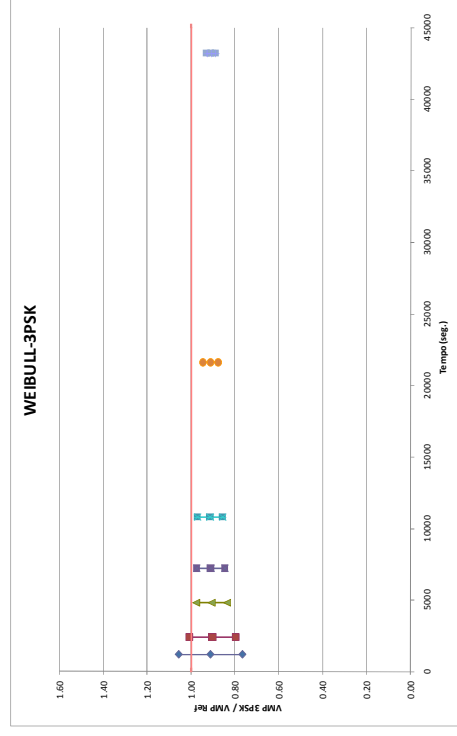


Figura IV.3-12 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Psk para $K = 0,25$

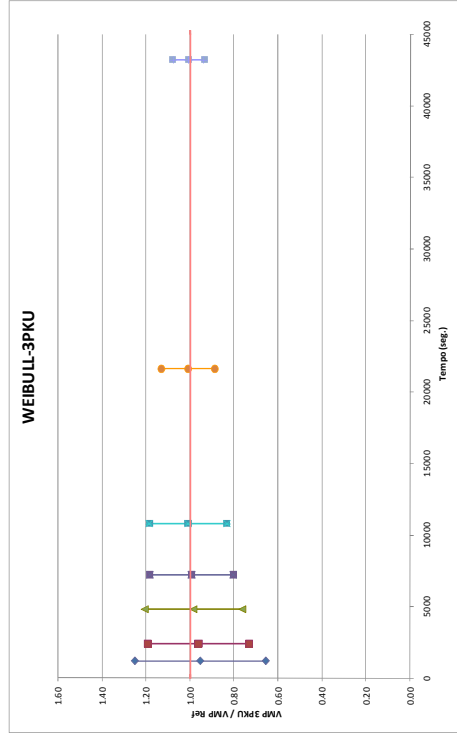


Figura IV.3-13 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Pku para $K = 1,0$

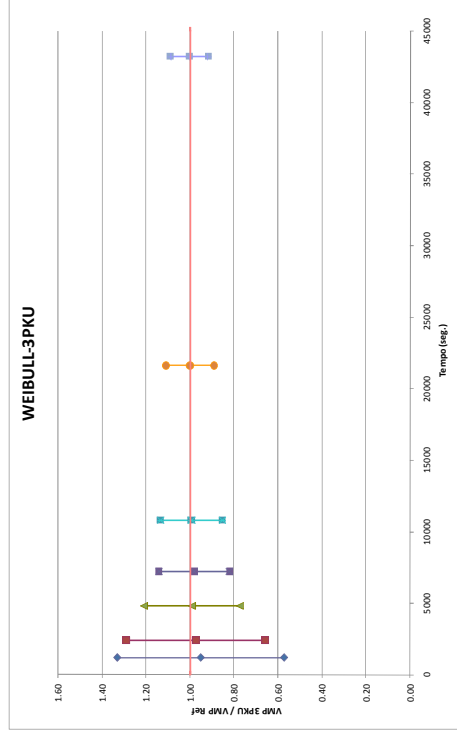


Figura IV.3-14 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Pku para $K = 3,0$

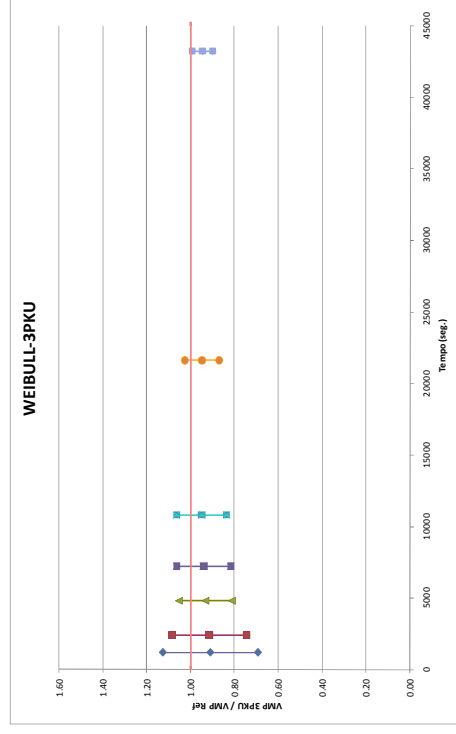


Figura IV.3-15 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-3Pku para $K = 0,25$

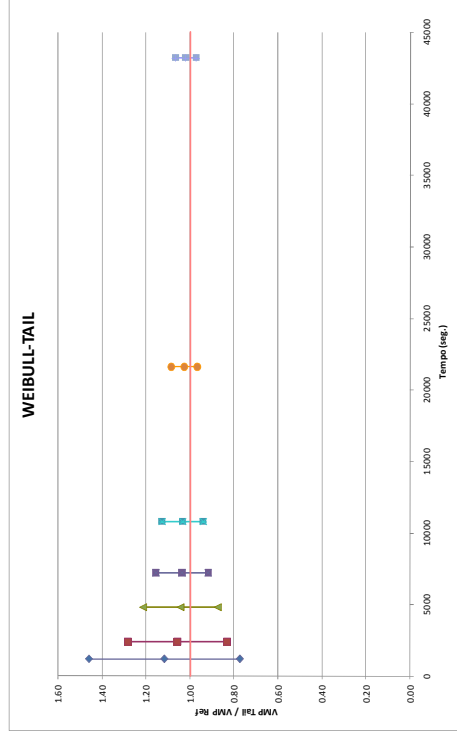


Figura IV.3-16 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Tail para $K = 1,0$

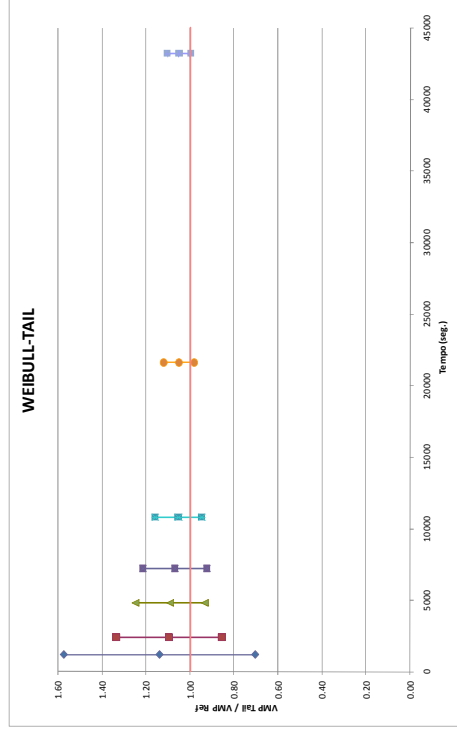


Figura IV.3-17 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Tail para $K = 3,0$

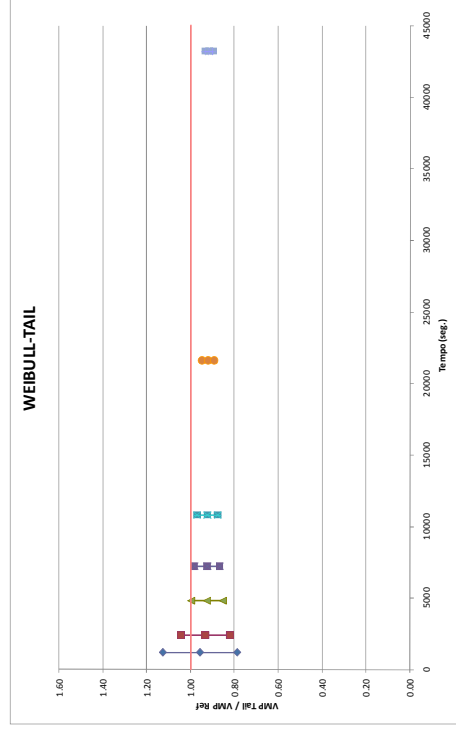


Figura IV.3-18 - Resultado de extremos para sistema 1 GL pelo método Weibull-Tail para $K = 0,25$

V. Análise de uma Plataforma Auto-Elevatória

Neste capítulo, faz-se a análise aleatória e o tratamento estatístico de alguns dos parâmetros de resposta de uma plataforma auto-elevatória de 120 metros de altura instalada numa lâmina d'água de 91.44 metros.

Inicialmente, é montado um modelo estrutural completo, incluindo todos os elementos representativos das pernas e do casco no programa SACS (SACS, 2005). A partir deste modelo, é construído um modelo simplificado, tentando manter as principais características dinâmicas e de rigidez do modelo completo, com finalidade de viabilizar as simulações dinâmicas no domínio do tempo.

V.1. Modelo Completo

O modelo da plataforma auto-elevatória em sua concepção original consiste em uma estrutura com 1012 elementos finitos de placa com 6 graus de liberdade por nó, 3007 elementos finitos de barra e 1933 nós.

A Figura V.1-1 ilustra o modelo unifilar da plataforma auto-elevatória em sua concepção original. A Figura V.1-2 ilustra o modelo sólido da plataforma. Nas Figuras V.1-3 a V.1-7, são apresentadas as principais dimensões da plataforma.

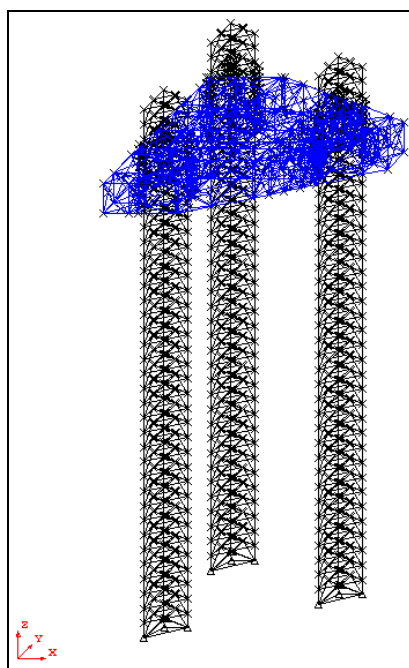


Figura V.1-1 - Modelo unifilar completo da plataforma auto-elevatória



Figura V.1-2 - Modelo sólido da plataforma auto-elevatória

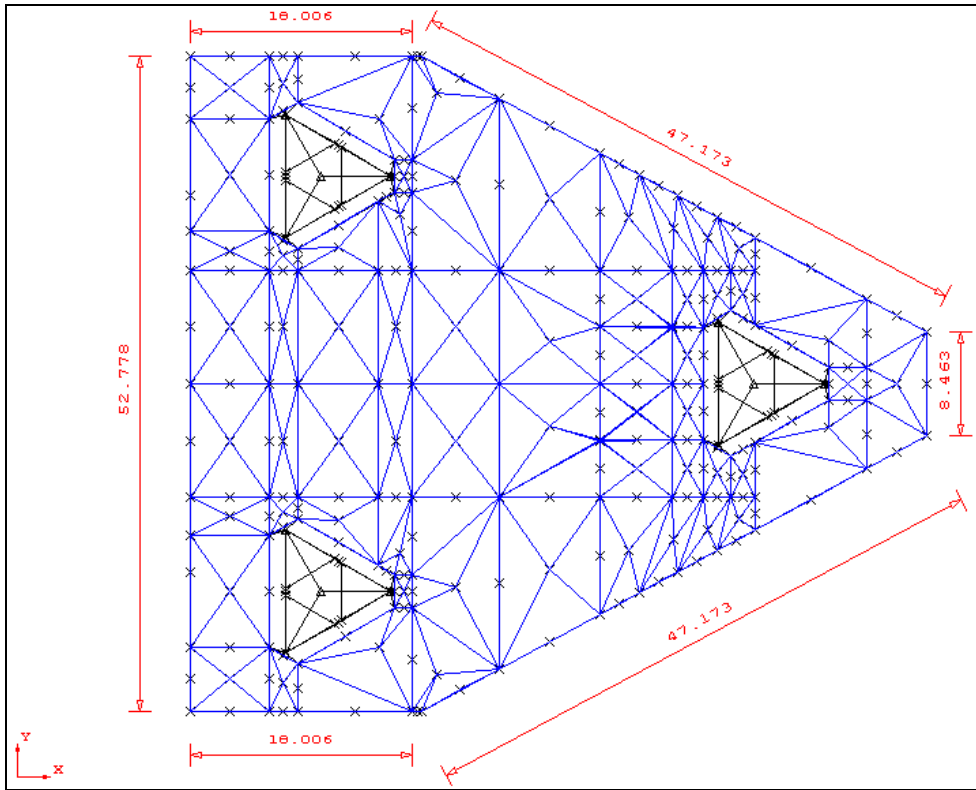


Figura V.1-3 - Vista superior e dimensões do casco (dimensões em metros)

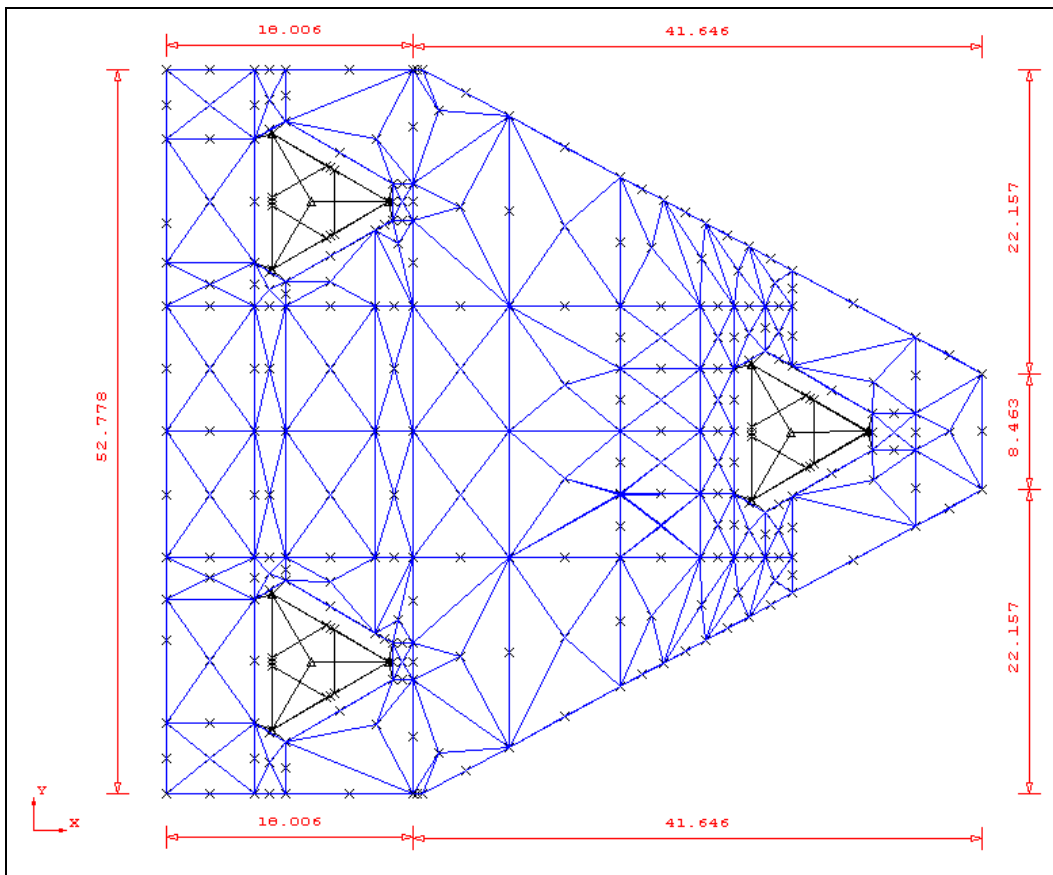


Figura V.1-4 - Vista superior e outras dimensões do casco (dimensões em metros)

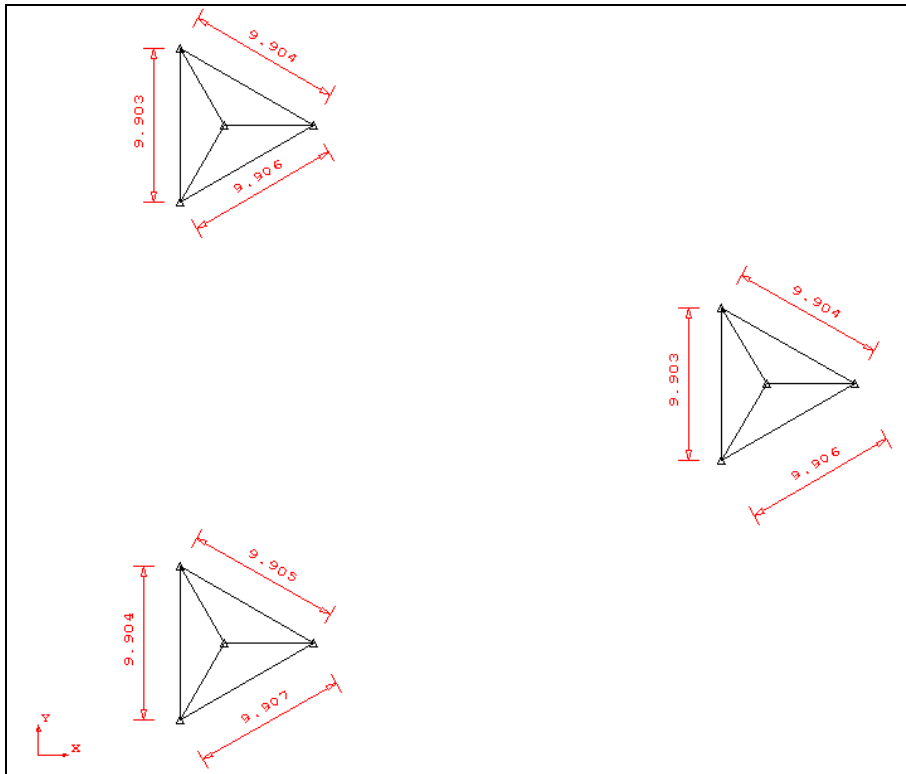


Figura V.1-5 - Dimensões das pernas (dimensões em metros)

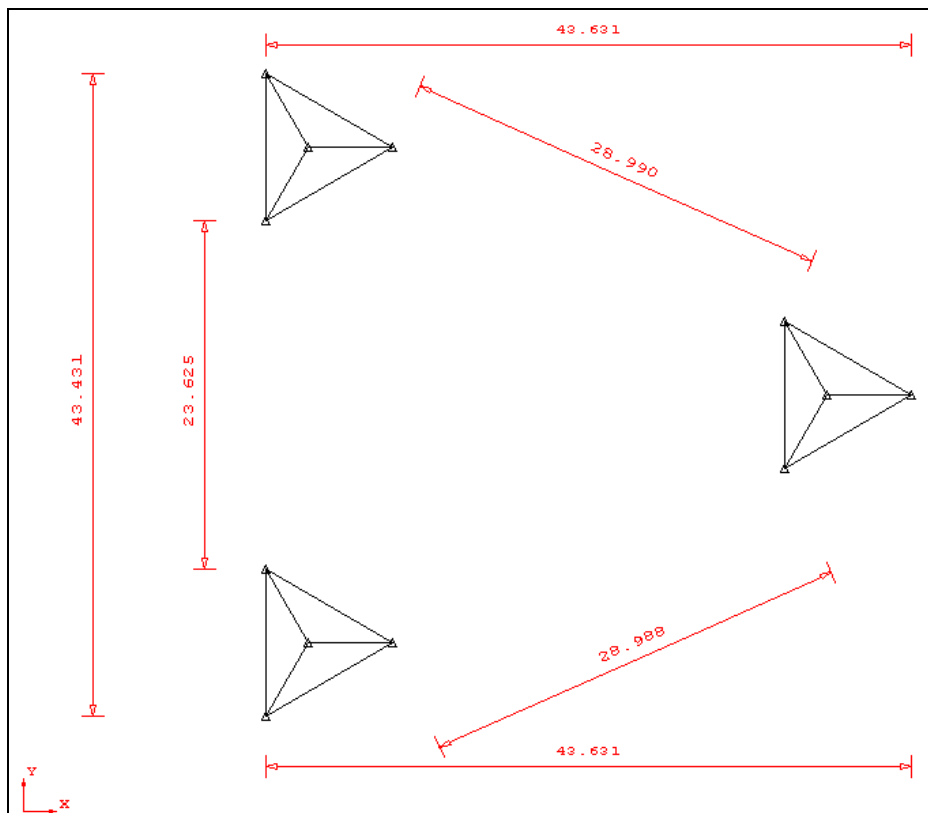


Figura V.1-6 - Demais dimensões das pernas (dimensões em metros)

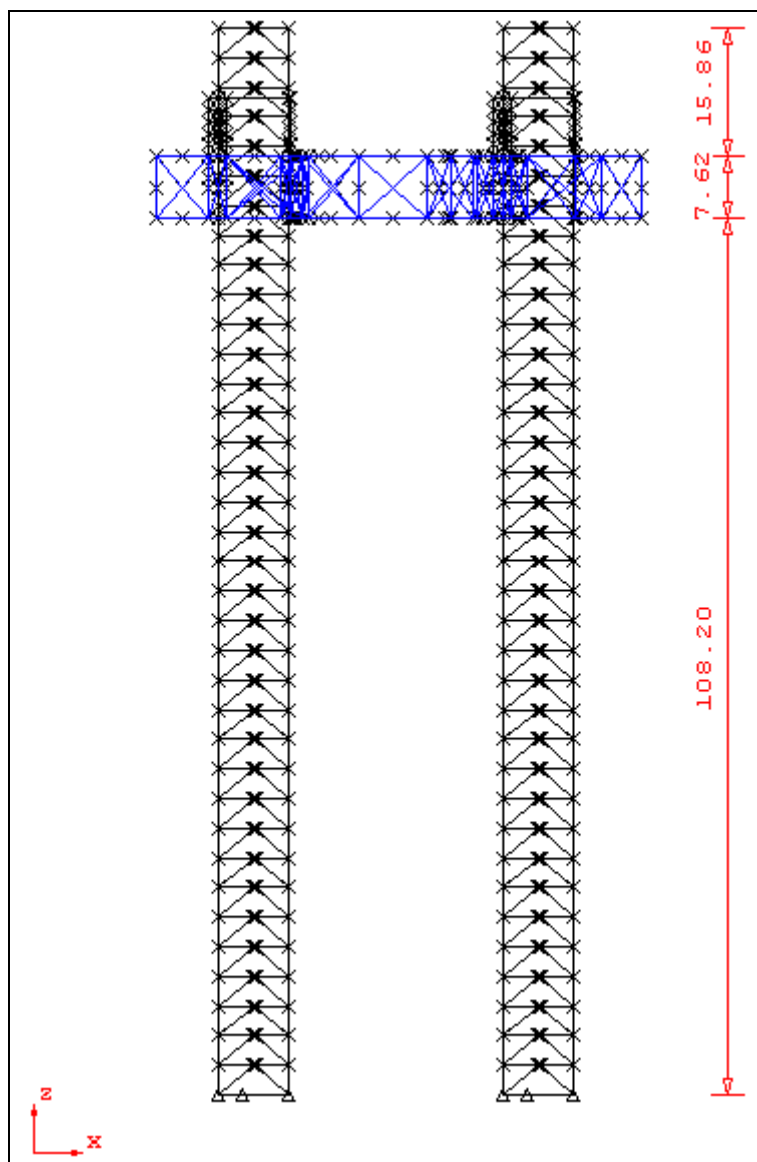


Figura V.1-7 - Elevação da plataforma (dimensões em metros)

A Figura V.1-8 ilustra o sistema cremalheira e freios convencional para estruturas deste tipo. A Figura V.1-9 apresenta o posicionamento do sistema em planta.

No modelo da plataforma, a conexão entre cremalheira e casco é simulada em sua posição travada, onde os freios estão atuando. Também é considerado que a conexão pinhão-cremalheira apresenta uma angulação de 75° . Tanto os freios superiores e inferiores quanto às conexões pinhão-cremalheira são consideradas no modelo.

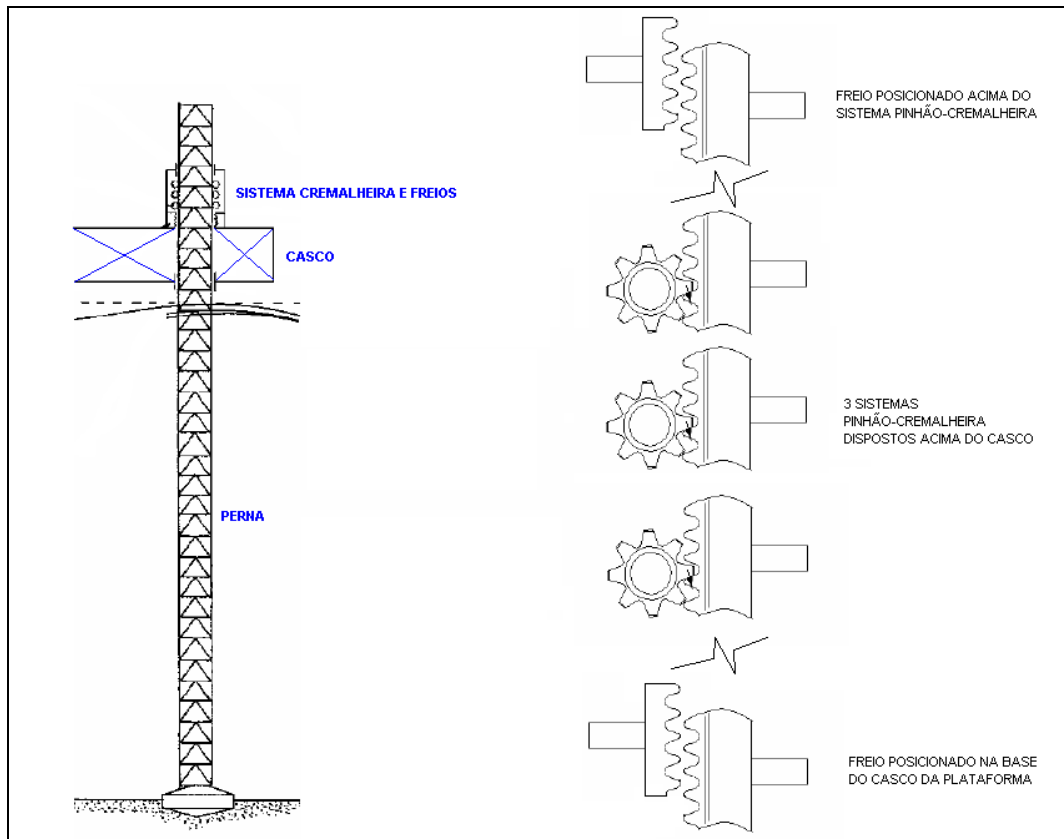


Figura V.1-8 - Sistema de elevação e freios da plataforma

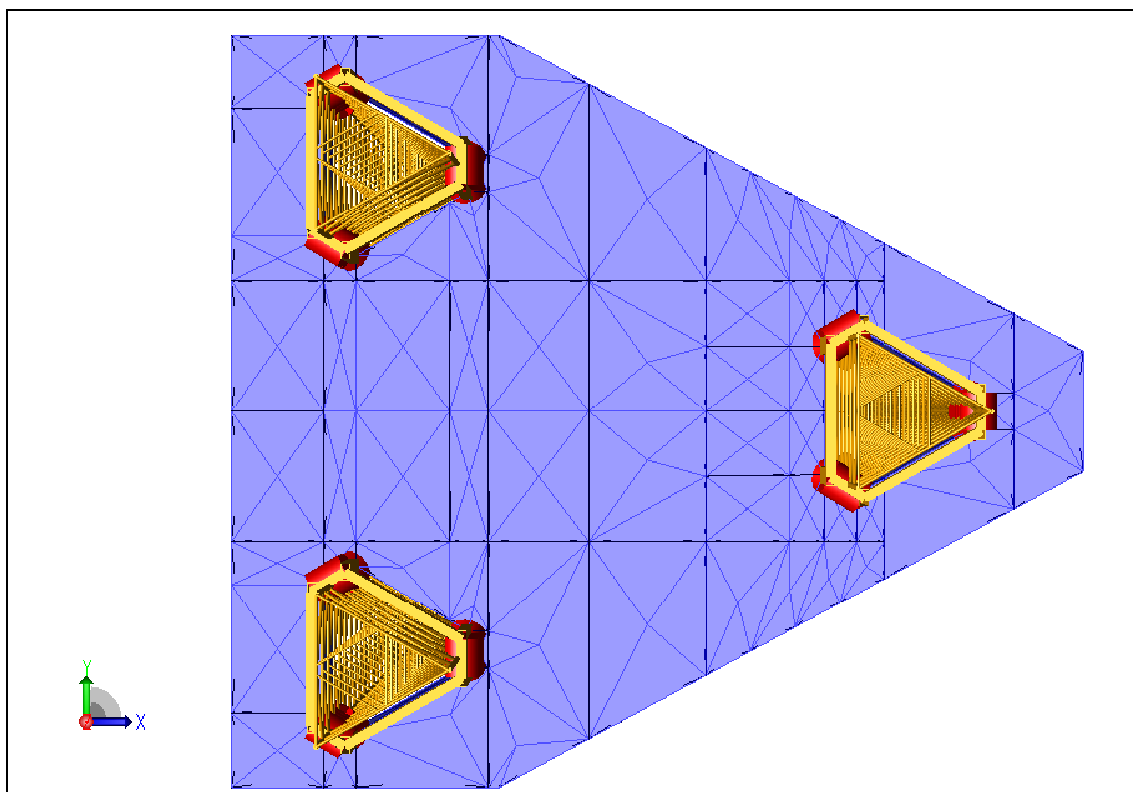


Figura V.1-9 - Posicionamento em planta do sistema de elevação da plataforma

As demais características da plataforma em sua forma completa são apresentadas no resumo abaixo:

Peso das Pernas	=	15074 kN
Peso do Casco + Equipamentos + Sobrecarga	=	30000 kN
<hr/>		
Peso Total	=	45074 kN

Casco Extremamente Rígido;

Lâmina d'água	=	91,44 m
Airgap	=	16,76 m
<hr/>		
Altura da Base do Casco ao Leito Marinho	=	108,20 m

V.2. Modelo Simplificado

Para que fossem viabilizadas as análises dinâmicas aleatórias da estrutura, em termos de gastos computacionais, quantidade de dados gerados e tempo viável para execução das análises, optou-se pela elaboração do modelo simplificado da plataforma, seguindo orientações da Norma (ABS, 2004).

É considerado que o peso do casco da plataforma auto-elevatória é igual a 30000kN, conforme comentado anteriormente. Este valor é referente ao peso próprio do casco e peso dos equipamentos em operação sobre o convés da auto-elevatória.

No Anexo A.2, é apresentada toda a metodologia utilizada na elaboração e cálculo das propriedades do modelo simplificado da plataforma auto-elevatória. A Figura V.2-1 ilustra o modelo final simplificado utilizado nas análises. Este modelo possui 109 nós estruturais e 130 elementos de barra e a ligação das pernas com o solo foi considerada como sendo engastada.

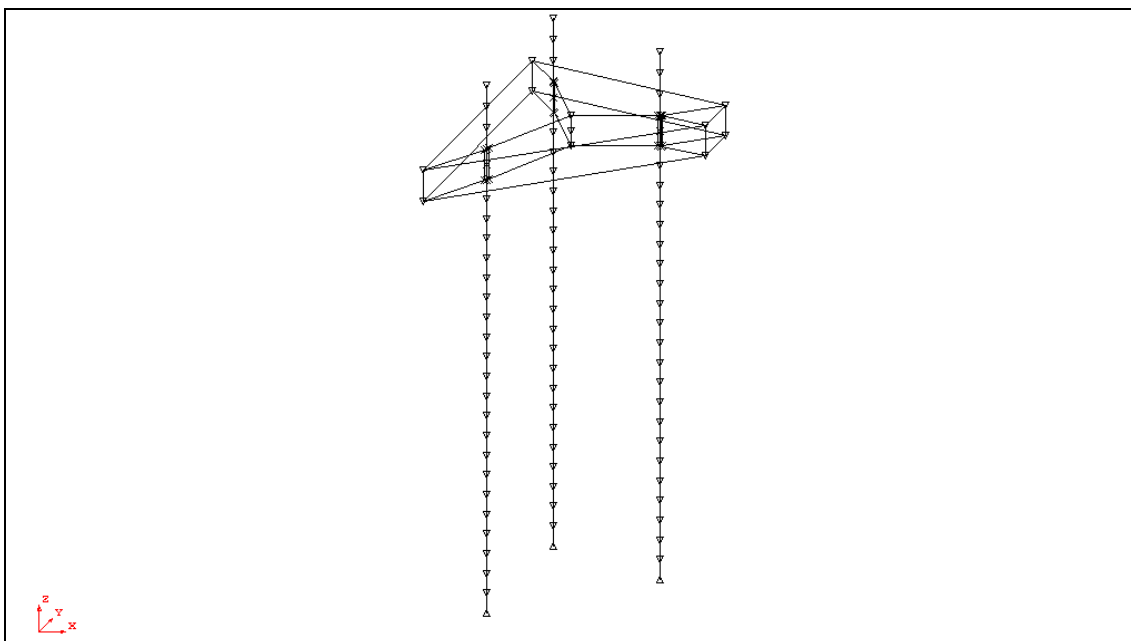


Figura V.2-1 - Modelo simplificado da plataforma auto-elevatória

Os resultados em termos de frequências e períodos naturais dos 10 primeiros modos de vibração da plataforma, modelada em sua forma completa e, em sua forma simplificada, são apresentados nas Tabelas V.2-1 e V.2-2. A Tabela V.2-3 apresenta a diferença percentual dos 10 primeiros períodos naturais entre os dois modelos. A forma dos três primeiros modos de vibração do modelo simplificado e do modelo completo são apresentados no Anexo A.3.

Tabela V.2-1 - Frequências e períodos naturais para estrutura completa

MODO	FREQ.(Hz)	PERIODO (s)
1	0.286542	3.4898844
2	0.294704	3.3932335
3	0.355277	2.8147053
4	2.299219	0.4349303
5	2.374484	0.4211442
6	2.561769	0.3903553
7	2.581717	0.3873391
8	2.593681	0.3855524
9	2.672540	0.3741758
10	2.853710	0.3504211

Tabela V.2-2 - Frequências e períodos naturais para estrutura simplificada

MODO	FREQ.(Hz)	PERIODO (s)
1	0.291393	3.4317859
2	0.298589	3.3490801
3	0.324155	3.0849461
4	2.652521	0.3769998
5	2.708745	0.3691747
6	2.918302	0.3426650
7	3.214751	0.3110660
8	3.214917	0.3110501
9	3.215907	0.3109543
10	3.304298	0.3026362

Tabela V.2-3 - Diferença (%) entre os períodos naturais dos modelos completo e simplificado

modelo completo			modelo simplificado			DIF (%)
MODE	FREQ. (Hz)	PERIOD (SECS)	MODE	FREQ. (Hz)	PERIOD (SECS)	
1	0.2865	3.4899	1	0.2914	3.4318	-2%
2	0.2947	3.3932	2	0.2986	3.3491	-1%
3	0.3553	2.8147	3	0.3242	3.0849	9%
4	2.2992	0.4349	4	2.6525	0.3770	-15%
5	2.3745	0.4211	5	2.7087	0.3692	-14%
6	2.5618	0.3904	6	2.9183	0.3427	-14%
7	2.5817	0.3873	7	3.2148	0.3111	-25%
8	2.5937	0.3856	8	3.2149	0.3111	-24%
9	2.6725	0.3742	9	3.2159	0.3110	-20%
10	2.8537	0.3504	10	3.3043	0.3026	-16%
11	2.8539	0.3504	11	3.7983	0.2633	-33%
12	2.8623	0.3494	12	4.1369	0.2417	-45%
13	2.9017	0.3446	13	8.1053	0.1234	-179%
14	3.7096	0.2696	14	8.1060	0.1234	-119%
15	3.7754	0.2649	15	8.1086	0.1233	-115%

Uma análise quasi-estática e outra dinâmica para os modelos simplificado e completo foram executadas considerando um estado de mar modelado com os seguintes parâmetros:

$H_s = 15,5$ m.

$T_z = 16,5$ seg.

Espectro = JONSWAP

Este valor elevado de altura significativa de onda foi utilizado para aumentar o grau de não-linearidade dos parâmetros de resposta, ou seja, trabalhar com séries bem não-gaussianas.

As Figuras V.2-2 e V.2-3 ilustram o comportamento do esforço cortante resultante na base da plataforma.

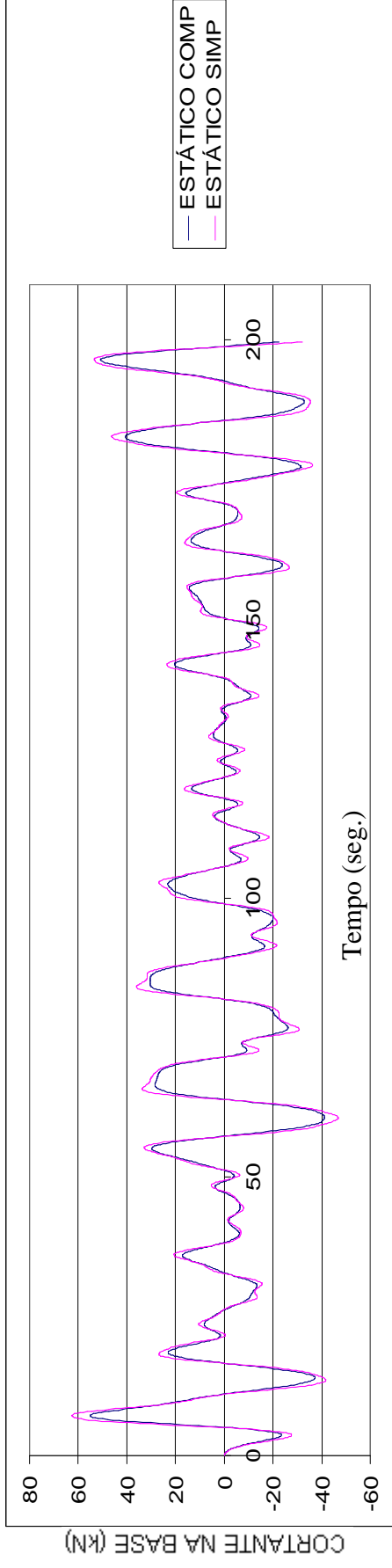


Figura V.2-2 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise quasi-estática - cortante na base

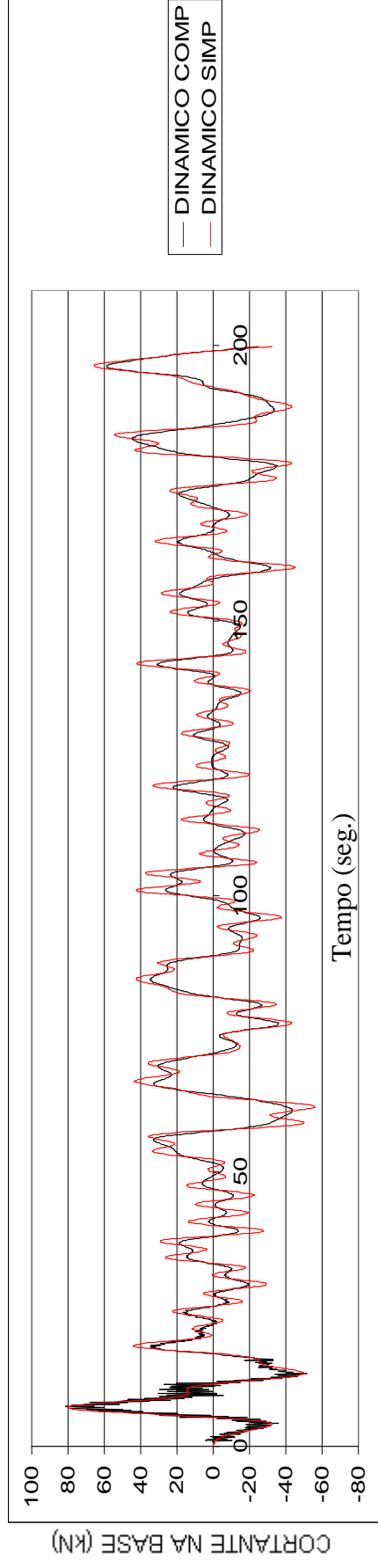


Figura V.2-3 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise dinâmica - cortante na base

Com base nos resultados obtidos, pode-se observar que o comportamento estático de ambos os modelos é muito similar. O comportamento dinâmico também é similar, porém, a série temporal do modelo simplificado apresenta picos um pouco maiores e harmônicos de frequência mais alta que não são observados no modelo completo.

Este fenômeno decorre do fato do modelo simplificado apresentar apenas um elemento para simular a perna da estrutura e assim, o impacto da onda na zona de *splash* sobre a estrutura proporciona esta amplificação dos picos. No modelo completo, o impacto devido às ondas na zona de *splash* é suavizado devido à existência da defasagem da posição dos elementos na direção de incidência da onda.

Para ilustrar este efeito, os valores de C_d e C_m dos elementos da zona de *splash* foram zerados e as análises foram repetidas. Os resultados obtidos para o esforço cortante resultante na base da plataforma encontram-se nas Figuras V.2-4 e V.2-5, onde observa-se uma concordância bem mais próxima nos resultados.

Observa-se também que para o estado de mar analisado, os efeitos dinâmicos não são significativos, pois o comportamento quasi-estático apresenta amplitudes não muito menores que as amplitudes observadas na análise dinâmica.

Apesar do modelo ajustado sem os coeficientes na zona de transição apresentar melhores resultados, nas análises efetuadas neste trabalho, este modelo não será utilizado, pois a influência da zona superior da lâmina d'água é determinante na característica não-linear da resposta da estrutura.

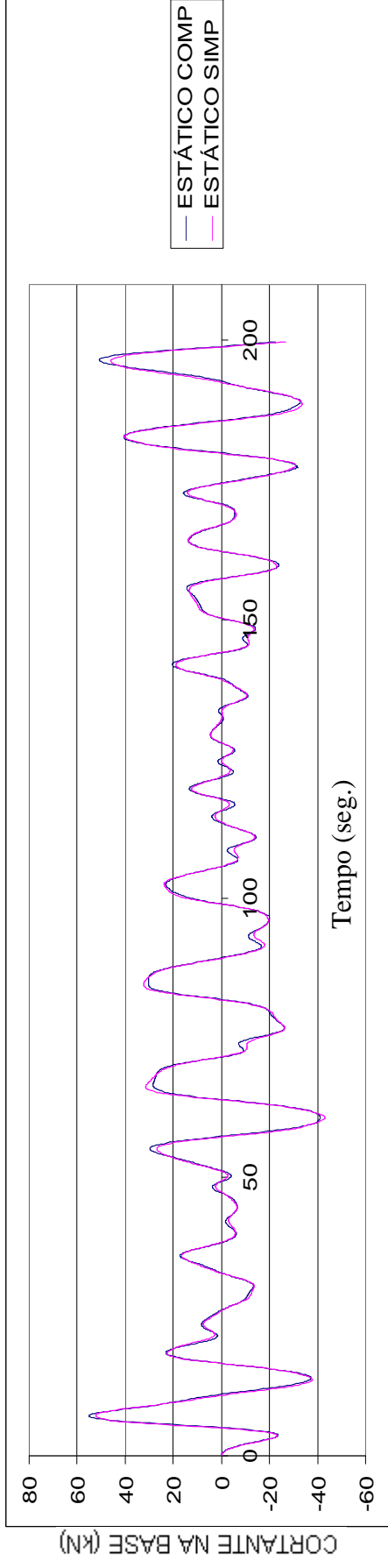


Figura V.2-4 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise estática - cortante na base

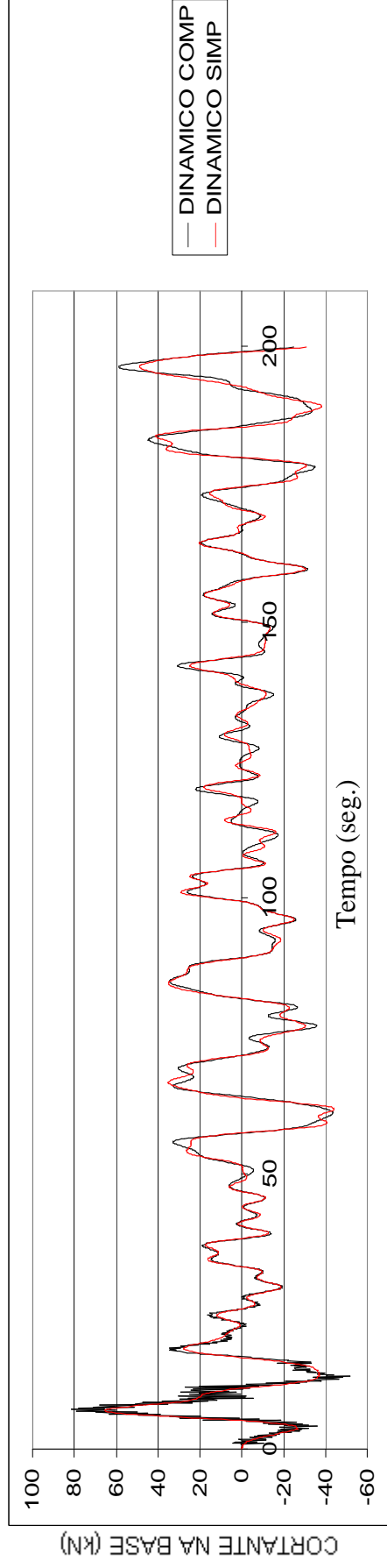


Figura V.2-5 - Comparação entre modelo simplificado e completo na análise dinâmica - cortante na base

V.3. Estatística das Respostas do Modelo Simplificado da Plataforma

Neste item, adotou-se o modelo simplificado da plataforma, elaborado através das prescrições do item V.2. Devido ao esforço computacional, tempo de análise, quantidade exagerada de dados gerados e por restrições do programa de análise (SACS, 2005), o estudo tem por base:

- a. Simulações dinâmicas aleatórias no domínio do tempo com 6000 segundos de duração;
- b. Intervalo de tempo na integração e atualização das forças igual a 0,1 segundo;
- c. Investigações de valores extremos considerando tamanhos de simulação iguais a 2400, 4800 e 6000 segundos;
- d. 18 realizações independentes (seeds diferentes) para cada período de tempo;
- e. Mar aleatório com $H_s = 15,5$ metros, $T_z = 16,5$ segundos e espectro JONSWAP;
- f. Estimativa de extremos para deslocamento lateral do convés (modelo dinâmico), esforço cortante estático e dinâmico na base da plataforma.

Em função da restrição do tamanho máximo das séries simuladas, toda a estimativa de extremos foi direcionada para um intervalo de tempo de 6000 segundos, ao invés do intervalo tradicional de 3-h (10800 segundos). Como valor de referência para comparação das diversas metodologias toma-se o valor mais provável da resposta considerada obtida a partir do ajuste de uma distribuição de Gumbel aos 18 valores extremos observados nas 18 realizações (simulações) distintas realizadas com o modelo.

As Figuras V.3-1, V.3-2 e V.3-3 apresentam, respectivamente, os valores normalizados (e intervalo de confiança de 95%) do valor extremo mais provável (VMP) para o deslocamento lateral, cortante estático e cortante dinâmico considerando os resultados obtidos com o método baseado nos polinômios de Hermite. A título de ilustração, alguns resultados intermediários da análise de extremos são apresentados no Anexo A.4 desta dissertação.

Deve-se observar que resultado ideal seria obter nestas figuras um resultado médio em torno de 1.0 e um intervalo de confiança bem pequeno.

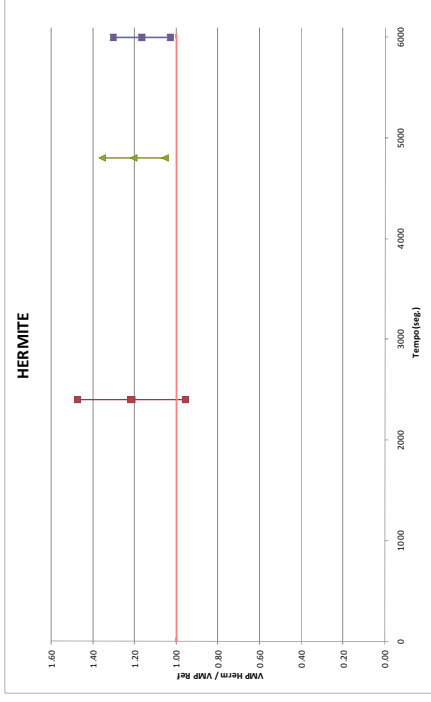


Figura V.3-1 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés pelo método baseado nos polinômios de Hermite

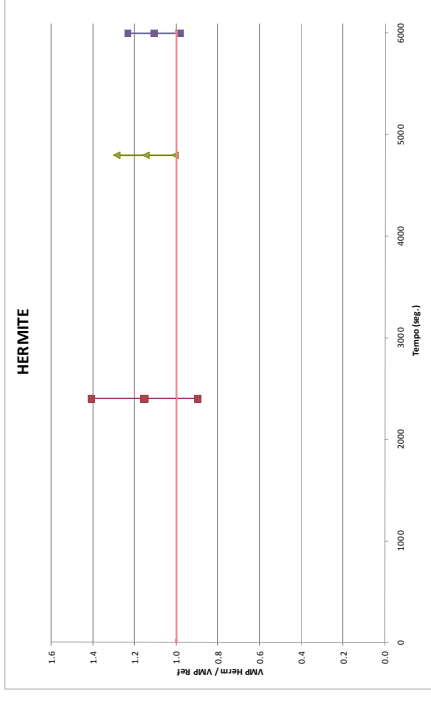


Figura V.3-2 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base pelo método baseado nos polinômios de Hermite



Figura V.3-3 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base pelo método baseado nos polinômios de Hermite

Embora a dispersão nos resultados não seja pequena, os resultados mostram que o modelo de estimativa de extremos baseado nos polinômios de Hermite apresenta uma tendência clara de superestimar todos os parâmetros investigados. Considerando as séries com 6000 segundos de duração, observou-se que o resultado do deslocamento do convés é superestimado em 17% com uma variação de $\pm 13\%$ (intervalo de confiança de 95%). No cortante estático, observa-se a tendência em superestimar o resultado em 11% com uma variação de $\pm 13\%$ e o cortante dinâmico é superestimado em 15% com uma variação de $\pm 14\%$.

Nas Figuras V.3-4 a V.3-6, são apresentados os resultados da estimativa de extremos para o método Weibull-PoT. Nas Figuras V.3-7 a V.3-9 são apresentados os resultados para o método Weibull-Mom, nas Figuras V.3-10 a V.3-12 para o método Weibull-3Psk, nas Figuras V.3-13 a V.3-15 para o método Weibull-3Pku e nas Figuras V.3-16 a V.3-18 para o método Weibull-Tail.

Pelos resultados apresentados, observa-se que o método Weibull-PoT é o procedimento que não é tendencioso na avaliação dos valores extremos, ou seja, na média, os resultados estimados por este procedimento (independentemente do tamanho da simulação e do parâmetro de resposta analisado) tendem ao valor de referência. Para as séries de 6000 segundos de duração, a variação dos resultados foi de $\pm 18\%$ para deslocamento lateral, $\pm 18\%$ para cortante estático e $\pm 18\%$ cortante dinâmico. Estes valores de dispersão são um pouco maiores que aqueles obtidos pelo método baseado nos polinômios de Hermite, porém, a grande vantagem do Weibull-PoT é a de que ele não é tendencioso.

Em todos os métodos de estimativa de extremos, observa-se uma diminuição na dispersão dos resultados de extremos (considerando todas as realizações) que diminui à medida que aumenta-se o tempo de simulação. Nota-se também que mesmo com 6000 segundos de simulação, de uma forma geral, existe no intervalo de confiança de 95% uma dispersão acima de 15%. Esta dispersão não é desprezível e, portanto, simulações bem maiores teriam que ser efetuadas para diminuí-la.

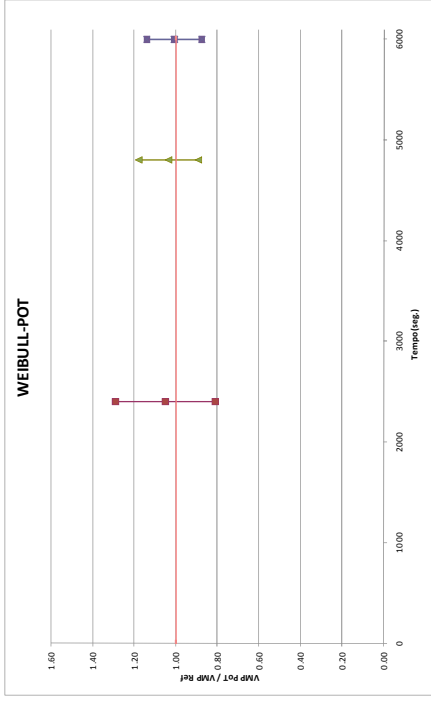


Figura V.3-4 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-PoT

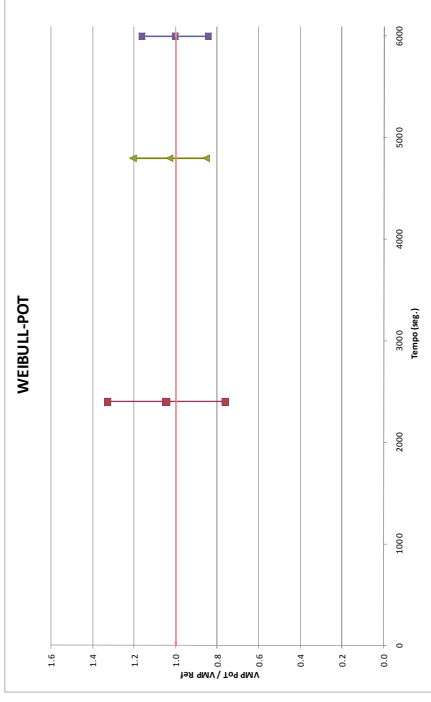


Figura V.3-5 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull-PoT



Figura V.3-6 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull-PoT



Figura V.3-7 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-Mom



Figura V.3-8 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull-Mom

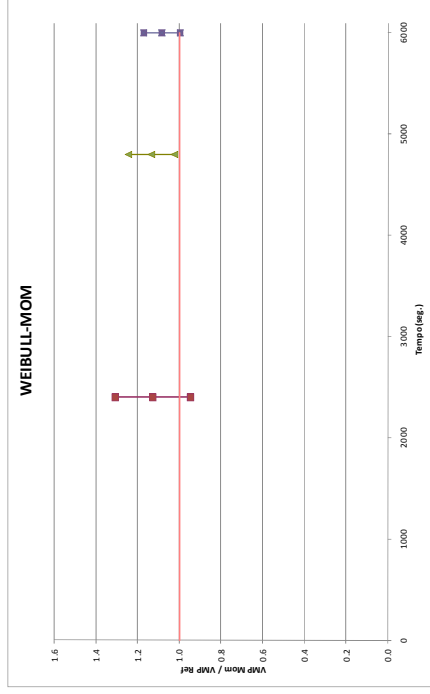


Figura V.3-9 - Valor Extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull-Mom

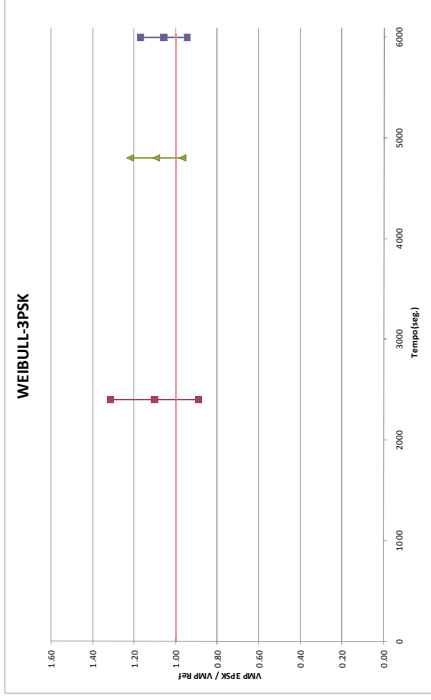


Figura V.3-10 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-3Psk



Figura V.3-11 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull-3Psk

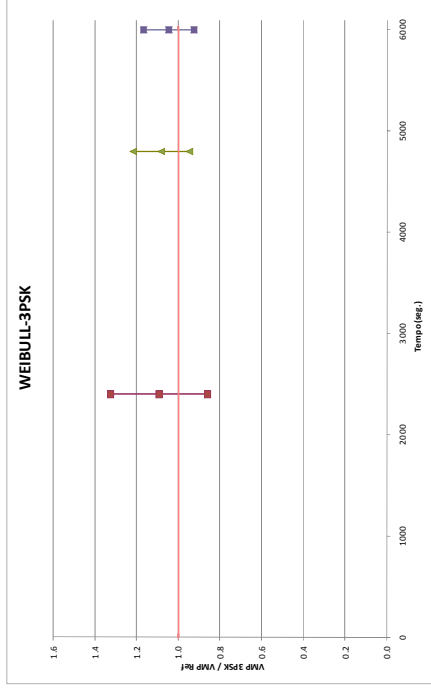


Figura V.3-12 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull-3Psk

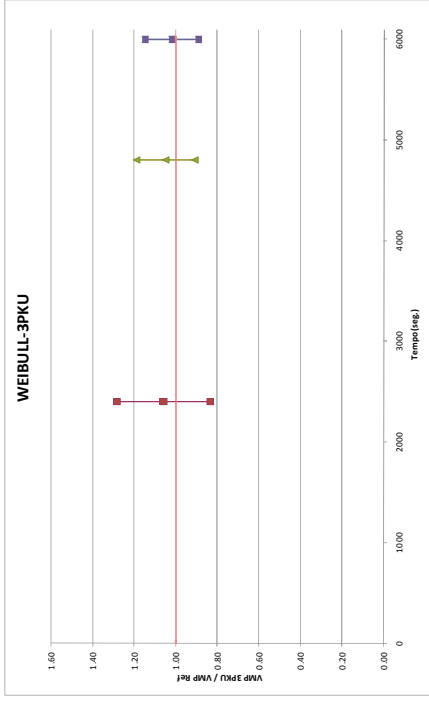


Figura V.3-13 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-3Pku

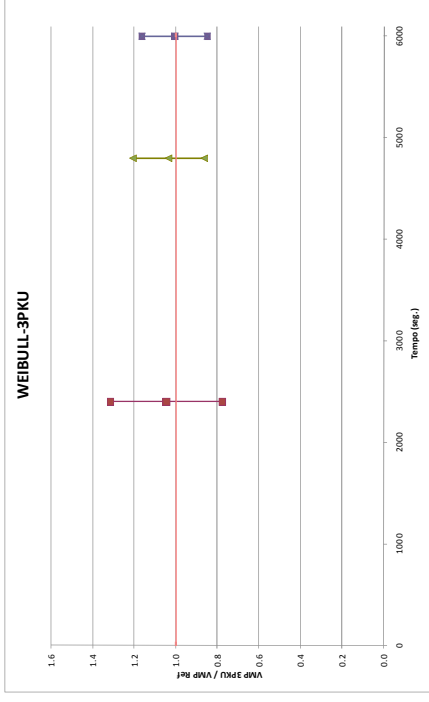


Figura V.3-14 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull- 3Pku



Figura V.3-15 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull- 3Pku



Figura V.3-16 - Valor extremo mais provável do deslocamento do convés da plataforma pelo método Weibull-Tail



Figura V.3-17 - Valor extremo mais provável do cortante estático na base da plataforma pelo método Weibull- Tail



Figura V.3-18 - Valor extremo mais provável do cortante dinâmico na base da plataforma pelo método Weibull- Tail

VI. Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

VI.1. Conclusões Finais

Neste trabalho, procurou-se investigar o modelo baseado nos polinômios de Hermite (WINTERSTEIN, 1987) na predição de valores extremos de respostas dinâmicas não-gaussianas de plataformas auto-elevatórias. Adicionalmente, além do modelo baseado nos polinômios de Hermite, vários outros modelos estatísticos baseados na distribuição de Weibull foram também analisados. Os modelos analisados diferenciam-se entre si basicamente na forma de obtenção dos parâmetros da distribuição de Weibull. Os modelos investigados foram: Weibull-2P, Weibull-3P Skewness, Weibull-3P Kurtosis, Weibull-Tail e Weibull-PoT (Peaks over a Threshold). A descrição de cada um desses modelos encontra-se no Capítulo III desta dissertação.

Alguns estudos foram efetuados ao longo do trabalho para que se tivesse total certeza das características estatísticas dos parâmetros de entrada inerentes as análises da plataforma. Com base nos resultados obtidos, podemos intuir que seria necessário um tempo de simulação maior que 3000 segundos para reproduzir os parâmetros estatísticos da elevação do mar (para os espectros e estados de mar estudados) e, conseqüentemente, seria um valor mínimo de partida para elaboração de análises confiáveis.

Com o intuito de obter conhecimento sobre o comportamento do sistema estrutural abordado, primeiramente, elaborou-se inicialmente um estudo no qual um elemento cilíndrico submerso era exposto aos carregamentos oriundos das forças de Morison para um mar aleatório. O principal objetivo foi comparar os resultados das metodologias utilizadas nesta dissertação com a solução teórica apresentado em (MADSEN, KRENK, and LIND, 1986). Quando confrontamos os valores mais prováveis (VMP) teóricos com os obtidos através do modelo baseado nos polinômios de Hermite, a incerteza estatística nos resultados se mostra relativamente grande para séries temporais menores ou iguais a 10800 segundos (3-h) e este procedimento apresenta uma tendência clara de superestimar o valor extremo para os casos não-gaussianos (força dominada pela parcela de arrasto). Neste primeiro estudo, dentre as várias variações do modelo baseado na distribuição de Weibull investigados, o que se mostrou não tendencioso foi o modelo Weibull-PoT, dado que na média, os resultados das 100

simulações independentes convergem para o valor teórico, independente do comportamento da resposta ser gaussiano ou não.

Com o objetivo de observar, de forma bem simplificada, o comportamento de uma plataforma auto-elevatória, um modelo linear de 1 grau de liberdade (1GL) apresentado por (JENSEN, 2006), foi também estudado. Inicialmente, foram obtidas 100 realizações distintas de 10800 segundos do movimento lateral deste sistema pelo método de Euler para integração da resposta dinâmica (PAZ, 1997). Os maiores valores destas realizações foram identificados para formar uma amostra de 100 valores extremos para período de 3-h de duração. Para esta amostra, ajustou-se, através do método dos momentos, uma distribuição Tipo I (Gumbel) onde se obteve o valor mais provável tomado como referência para comparação com os resultados dos métodos investigados neste trabalho. Observou-se que o modelo de Hermite superestima os valores extremos nos casos não-gaussianos e que ainda o método Weibull-PoT é o método que não é tendencioso em nenhuma das situações investigadas.

Ao final, é montado um modelo estrutural completo da plataforma, incluindo todos os elementos representativos das pernas e do casco, com 1012 elementos finitos de placa com 6 graus de liberdade por nó, 3007 elementos finitos de barra e 1933 nós, e um modelo simplificado, representativo desta plataforma, que possui 109 nós estruturais e 130 elementos de barra, no programa SACS (SACS, 2005).

Em função da restrição do tamanho máximo das séries simuladas, toda a estimativa de extremos foi direcionada para um intervalo de tempo de 6000 segundos ao invés do intervalo tradicional de 3-h (10800 segundos). Como valor de referência para comparação das diversas metodologias, tomou-se o valor mais provável da resposta considerada obtida a partir do ajuste de uma distribuição de Gumbel aos 18 valores extremos observados nas 18 realizações (simulações) distintas realizadas com o modelo simplificado.

Embora a dispersão nos resultados não seja pequena, pelo fato do tempo de simulação de 6000s ser curto, os resultados mostram que o modelo baseado nos polinômios de Hermite apresenta uma tendência em superestimar todos os parâmetros investigados. Considerando as séries com 6000 segundos de duração, observou-se que o resultado do deslocamento do convés é superestimado em 17% com uma variação de $\pm 13\%$ (intervalo de confiança de 95%). No cortante estático, observa-se a tendência em superestimar o resultado em 11% com uma variação de $\pm 13\%$ e o cortante dinâmico é superestimado em 15% com uma variação de $\pm 14\%$. Para esta plataforma também

observou-se que o método Weibull-PoT é o único procedimento que não é tendencioso na avaliação dos valores extremos, ou seja, na média, os resultados estimados por este procedimento (independentemente do tamanho da simulação e do parâmetro de resposta analisado) tendem ao valor de referência. Para as séries de 6000 segundos de duração, a dispersão dos resultados foi de $\pm 18\%$ para deslocamento lateral, $\pm 18\%$ para cortante estático e $\pm 18\%$ cortante dinâmico. Estes valores de dispersão são um pouco maiores que aqueles obtidos pelo método baseado nos polinômios de Hermite, porém, a grande vantagem do Weibull-PoT é a de que ele não é tendencioso. Em todos os métodos de estimativa de extremos observa-se uma diminuição na dispersão dos resultados de extremos (considerando todas as realizações) que diminui à medida que aumenta-se o tempo de simulação. Isto deve-se ao fato de que as incertezas dos estimadores estatísticos sempre diminuem com o aumento do tamanho da amostra (ANG and TANG, 1975). Nota-se também que mesmo com 6000 segundos de simulação, de uma forma geral, existe no intervalo de confiança de 95% uma dispersão acima de 15%. Esta dispersão não é desprezível e, portanto, simulações bem maiores teriam que ser efetuadas para diminuí-la.

Através de todas as análises investigadas a principal conclusão observada neste trabalho é que o método baseado nos polinômios de Hermite constitui-se de um procedimento que superestima os valores extremos de respostas estáticas e dinâmicas de estruturas lineares submetidas a cargas hidrodinâmicas calculadas pela fórmula de Morison.

VI.2. Sugestões para Desenvolvimentos Futuros

Levando em conta as conclusões apresentadas no Item VI.1, é possível sugerir alguns tópicos trabalhos futuros que podem ampliar e enriquecer a investigação do comportamento não-gaussiano das respostas dinâmicas aleatórias de plataformas auto-elevatórias. A seguir são apresentados e comentados algumas sugestões:

1. Consideração da flexibilidade das fundações.

Neste trabalho, procurou-se estudar um modelo que apresentasse penetração dos *spudcans* no solo suficientes para proporcionar grau de engastamento perfeito entre a estrutura e o solo.

As características não-lineares da interação solo-estrutura, conforme descrito por (KARUNAKARAN, 1993), que representem um comportamento mais realista podem ser consideradas na condução de trabalhos futuros.

2. Caráter ressonante da plataforma.

Com o objetivo de observar o comportamento não-gaussiano na ressonância da plataforma, características dinâmicas desta podem ser mais exploradas; entre estas, a flexibilidade das fundações e a adoção de estados de mar de períodos próximos ao primeiro período natural da plataforma e quantidade de energia suficiente para que proporcionem a ressonância da plataforma podem ser abordadas.

3. Não-linearidade geométrica.

Sabendo-se que estruturas esbeltas apresentam comportamento não-linear geométrico, este tipo de não-linearidade estrutural poderia ser levado em consideração na avaliação dos parâmetros de resposta da estrutura.

4. Sistema completo perna, cremalheira, freios e casco.

O sistema estrutural complexo que envolve a ligação entre a perna da plataforma e o seu casco poderá ser mais bem explorado na elaboração de modelos futuros; atenção especial aos elementos existentes na zona de superfície livre (zona de *splash*) e alternativas para a simulação destes de maneira menos simplificada representaria um avanço na busca de simular o comportamento real deste sistema.

5. Simulações longas

À medida que os mecanismos computacionais de processamento e armazenamento de dados sejam aprimorados, poderão ser elaboradas realizadas simulações mais longas para diminuir as incertezas nos estimadores e com isto utilizar uma única série temporal para estimativa de extremos em projetos deste tipo de plataforma.

6. Estatística de Longo-Prazo da Resposta

Os resultados até então obtidos poderão ser utilizados para obter estimativas de valores extremos de projeto segundo a metodologia baseada na estatística de longo-prazo da resposta e até mesmo em situações mais modernas de projeto baseadas em confiabilidade estrutural.

Bibliografia

ABS 124. (2004). Dynamics Analysis Procedure for Self-Elevating Drilling Units. Houston, U.S.A.: ABS Guidance Notes.

ANG, A.-S., and TANG, W. (1975). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume I, Basic Principles*. New York: John Wiley.

ANG, A.-S., and TANG, W. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, Volume II - Decision, Risk and Reliability*. New York: John Wiley & Sons.

API-RP-2A. (2000). Recommended Practice for Planning Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms. *21 Edition*. Washington, U.S.A.: API Publishing Services.

BECKMAN, J. (2009, May). Worldwide Rig Utilization. *Offshore* , 8.

BREBBIA, C. A., and WALKER, S. (1979). *Dynamic Analysis of Offshore Structures* (1 ed.). London, British: Butterworth & Co. (Publishers) Ltd.

CICILIA, F. B. (2004). Critério de Projeto Baseado em Confiabilidade para o Sistema de Tendões de uma TLP. Rio de Janeiro, Brasil: COPPE/UFRJ.

HUIJSMANS, R. H., and ADEGEEEST, L. J. (1998). Fatigue Assessment in FPSO Mooring Design Using Moment Based Hermite Approximation. OMAE.

ISO. (2006). Site-specific Assessment of Mobile Offshore Units - Part 1. *Jack-ups* . Geneva, Switzerland: ISO Petroleum and Natural Gas Industries.

JENSEN, J. J., and CAPUL, J. (2006, January). Extreme Response Predictions for Jack-ups Units in Second Order Stochastic Waves by Form. *Probabilistic Engineering Mechanics 21* , pp. 330-337.

KARUNAKARAN, D. N. (1993). Nonlinear Dynamic Response and Reability Analysis of Drag-Dominated Offshore Platforms. Trondheim, Norway: University of Trondheim.

LIMA, E. C., e SAGRILO, L. V. (2008). Notas de Aula: Variáveis Aleatórias; Distribuições de Probabilidades; Estatística de Extremos; Inferência Estatística. Rio de Janeiro, Brasil: COPPE/UFRJ.

- LU, Y. J. (2002). Prediction of Most Probable Extreme Values for Jackup Dynamic Analysis. *Marine Structures 15* , pp. 15-34.
- MADSEN, H., KRENK, S., and LIND, N. (1986). *Methods of Structural Safety*. New Jersey, U.S.A.: Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs.
- MANSOUR, A. E., and JENSEN, J. J. (1995). Slightly Non-Linear Extreme Loads and Load Combinations. *J. Ship Research Vol 39 n0. 2* , pp. 139-149.
- PAZ, M. (1997). *Structural Dynamic Theory and Computation* (4 ed.). University of Louisville, U.S.A.: International Thomson Publishing.
- SACS. (2005). User's Manual, Release 6. Louisiana, U.S.A.: Engineering Dynamics, Inc.
- SAGRILO, L.V. , SIQUEIRA, M.Q., ELLWANGER, G.B., LIMA, E.C.P., RIBEIRO, E.J.B. and LEMOS, C.A.O. (2000). On the Extreme Response of Heave-Excited Flexible Risers. *Applied Ocean Research, Volume 22, Issue 4* , pp. 225-239.
- SARPKAYA, T., and ISAACSON, M. (1981). *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures* (Vol. 1). Van Nostrand Reinhold Company.
- SNAME. (2002). Guidelines for Site Specific Assessment of Mobile Jack-up Units. *Technical & Research Bulletin 5-5A, Rev. 2*.
- SPHAIER, S. H. (2004). Espectro de um Sinal Irregular. Rio de Janeiro, Brasil: COPPE/UFRJ.
- SPHAIER, S. H. (2004). Ondas de Gravidade. Rio de Janeiro, Brasil: COPPE/UFRJ.
- TORHAUG, R. (1996). Extreme Response of Nonlinear Ocean Structures: Identification of Minimal Stochastic Wave Input for Time-Domain Simulation. DSc Thesis, Stanford University, U.S.A..
- WINTERSTEIN, S. R. (1987). Moment-based Hermite Models of Random Vibration. *Technical Report R-219* . Lyngby, Denmark: Technical University of Denmark.
- WINTERSTEIN, S. R. (1988). Non-Linear Vibration Models for Extreme and Fatigue. *Journal of Eng. Mech., ASCE 114 (10)* , 1772-1790.

WINTERSTEIN, S. R., UDE, T. C., and KLEIVEN, G. (n.d.). Spring and Slow-Drift Response: Predicted Extremes and Fatigue vs. Simulation. Stanford, U.S.A.: Stanford University.

WIRSCHING, P. H., PAEZ, T. L., and ORTIZ, K. (1995). *Random Vibrations Theory and Practice* (1 ed.). New York, U.S.A.: Dover Publications, Inc.

Anexos

A.1. Soluções Aproximadas do Sistema de Equações Não-Lineares do

Método de Hermite

A variável aleatória Normal padronizada Y é escrita por:

$$y = k \cdot \left[u + \sum_{n=3}^N c_n \cdot He_{n-1}(u) \right]$$

Os valores procurados são c_3 , c_4 e k . Aplicando-se os conceitos de média, desvio padrão, skewness e kurtosis, conforme item III.3.2, chegamos em:

$$\frac{\theta_{1Xp}}{6} - c_3 = 6 \cdot c_3 \cdot c_4; \quad \frac{\theta_{2Xp} - 3}{24} - c_4 = 2 \cdot c_3^2 + 9 \cdot c_4^2; \quad k = \frac{1}{\sqrt{1 + 2 \cdot c_3^2 + 6 \cdot c_4^2}}$$

Algumas soluções foram propostas no decorrer dos anos:

a) First Order Fitting (Ajuste de Primeira Ordem) (HUIJSMANS and ADEGEEST, 1998)

É obtido quando os termos de segunda ordem são negligenciados:

$$c_3 = \frac{\theta_{1Xp}}{6} \quad c_4 = \frac{\theta_{2Xp} - 3}{24}$$

b) Modelo de Winterstein (WINTERSTEIN, 1987)

Após ignorar o termo $2 \cdot c_3^2$ uma solução aproximada é obtida:

$$c_3 = \frac{\theta_{1Xp}}{4 + 2 \cdot \sqrt{1 + 1.5 \cdot (\theta_{2Xp} - 3)}} \quad c_4 = \frac{\sqrt{1 + 1.5 \cdot (\theta_{2Xp} - 3)} - 1}{18}$$

c) Modelo de Mansour e Jensen (MANSOUR and JENSEN, 1995)

Adequando as series de Hermite a modelos numéricos, foram obtidos os seguintes coeficientes:

$$c_3 = \frac{\theta_{1Xp}}{5,8 + 2 \cdot \sqrt{1 + 1,5 \cdot (\theta_{2Xp} - 3)}} \quad c_4 = \frac{\sqrt{1 + 1,5 \cdot (\theta_{2Xp} - 3)} - 1}{30}$$

d) Modelo de Torhaug (TORHAUG, 1996)

Baseado em Winterstein e em estudos comparativos entre série e modelos numéricos foram obtidos os seguintes coeficientes:

$$c_3 = \frac{\theta_{1Xp}}{6} \cdot \left[\frac{1 - 0,15 \cdot |\theta_{1Xp}| + 0,3 \cdot (\theta_{1Xp})^2}{1 + 0,2 \cdot (\theta_{2Xp} - 3)} \right]$$

$$c_4 = \frac{[1 + 1,25 \cdot (\theta_{2Xp} - 3)]^{\frac{1}{3}} - 1}{10} \cdot \left[1 - \frac{1,43 \cdot (\theta_{1Xp})^2}{\theta_{2Xp} - 3} \right]^{1 - 0,1 \cdot \theta_{2Xp}^{0,8}}$$

A.2. Abordagem Utilizada na Simplificação do Modelo da Plataforma

Auto-Elevatória

O peso das pernas da plataforma auto-elevatória foi calculado com o auxílio do Programa SACS (SACS, 2005) de análise estrutural e dinâmica. Neste cálculo, os elementos tubulares de seções apresentadas abaixo foram considerados:

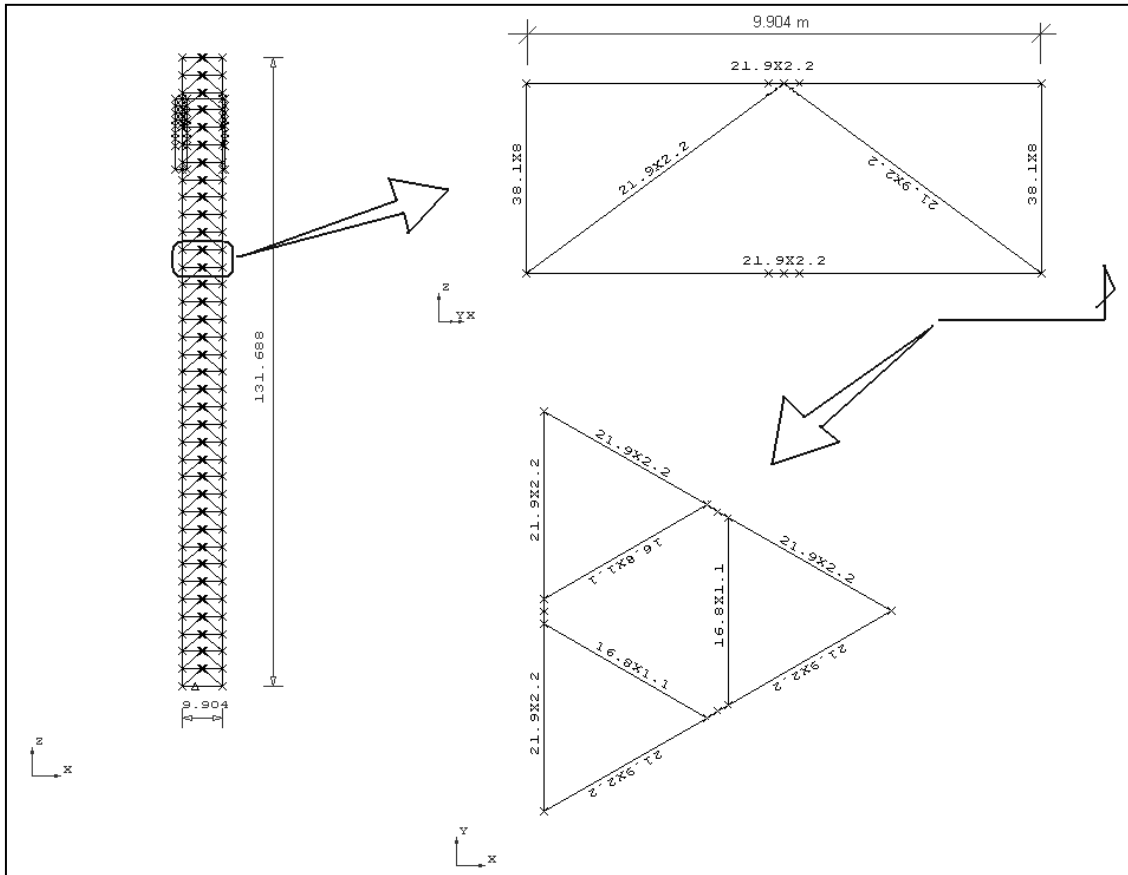


Figura A.2-1 - Propriedades das pernas da estaca (dimensões das seções em cm)

O peso calculado da perna foi de: 5024,8 kN por perna

Peso Total =	30000 kN	(Convés + Eq. Operação)
	3 x 5024,8 kN	(Pernas da Plataforma)
	<hr/>	
	45074,4 kN	

Cálculo das propriedades equivalentes para modelo simplificado, baseado nas Prescrições da Norma (ABS, 2004).

1 - Área de Cortante Equivalente (A_Q)

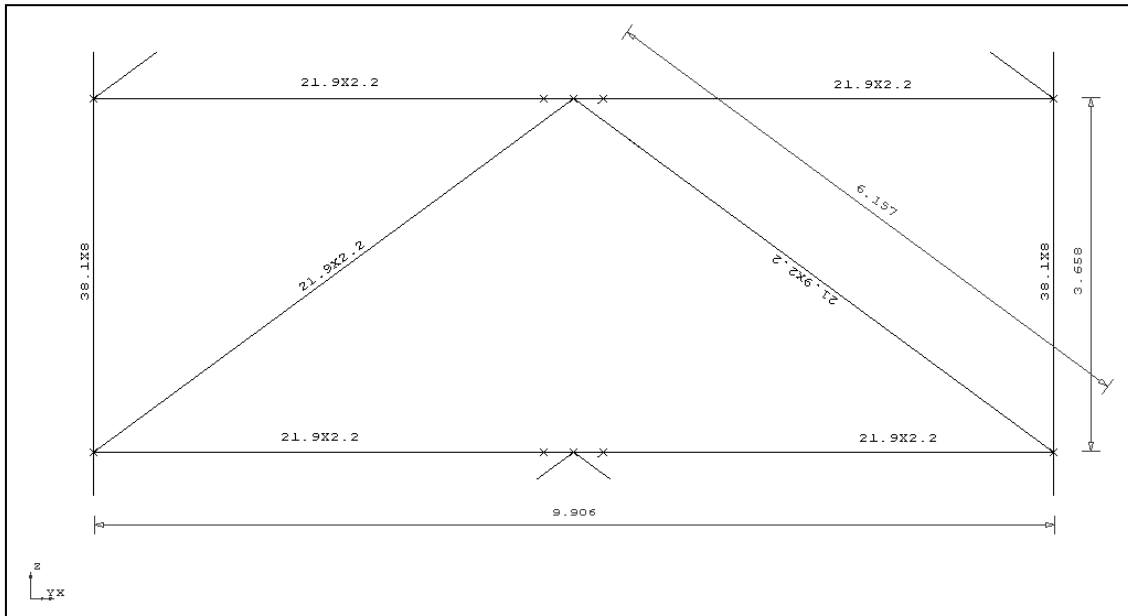


Figura A.2-2 - Dimensões das pernas da estaca (dimensões das seções em cm)

$h \rightarrow$ Distância entre Banzos = 9,906 m;

$s \rightarrow$ Distância entre Montantes = 3,658 m;

$d \rightarrow$ Comprimento da Diagonal = 6,156 m.

$$A_Q = \frac{(1 + \nu) \cdot h^2 \cdot s}{\frac{d^3}{A_D} + \frac{h^3}{8 \cdot A_V} + \frac{s^3}{4 \cdot A_C}} \quad \text{Área de Cortante Equivalente;}$$

$A_C =$ Área dos Banzos;

$A_D =$ Área das Diagonais;

$A_V =$ Área dos Montantes;

$$A_C = \frac{\pi}{4} (0,381^2 - 0,221^2) = 75,65 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_D = A_V = \frac{\pi}{4} (0,219^2 - 0,175^2) = 13,62 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$A_Q = \frac{(1 + 0,3) \times 9,903^2 \times 3,658}{\frac{6,156^3}{13,62 \times 10^{-3}} + \frac{9,903^3}{8 \times (13,62 \times 10^{-3})} + \frac{3,658^3}{4 \times (75,65 \times 10^{-3})}}$$

$$A_Q = \frac{3659,16}{17128,48 + 8913,20 + 161,76}$$

$$A_Q = 139,64 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

2 - Propriedades Geométricas Equivalentes

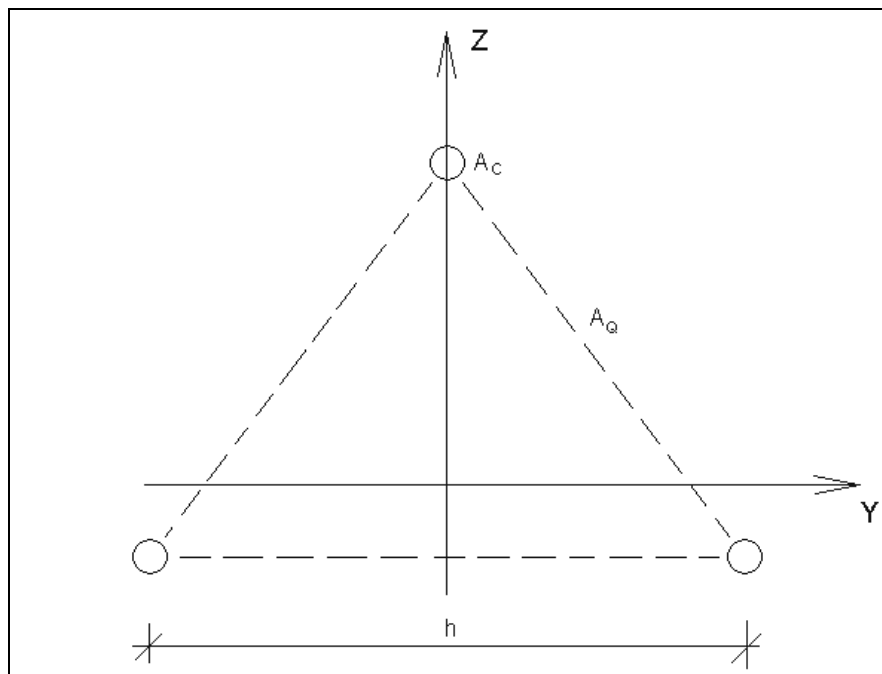


Figura A.2-3 - Direções principais

$$\begin{aligned} \text{Área} &= 3 \times A_C \\ &= 3 \times (75,65 \times 10^{-3}) \\ &= 226,95 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Área de Cortante em Y e Z:

$$\begin{aligned} A_{QY} = A_{QZ} &= 1,5 \times A_Q \\ &= 1,5 \times 139,64 \times 10^{-3} \\ &= 209,46 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Momentos de Inércia em Relação à Y e Z:

$$I_Y = I_Z = \frac{A_c \cdot h^2}{2}$$

$$I_Y = I_Z = \frac{(75,65 \times 10^{-3}) \times 9,903^2}{2}$$

$$I_Y = I_Z = 3,7095 \text{ m}^4$$

Momento de Inércia à Torção:

$$I_T = \frac{A_c \cdot h^2}{4}$$

$$I_T = \frac{(139,64 \times 10^{-3}) \times 9,903^2}{2}$$

$$I_T = 3,4236 \text{ m}^4$$

3 - Massa por Unidade de Comprimento das Pernas da Auto-Elevatória

Comprimento modelado da Perna = 112,012 metros

$$q = \frac{5024,8}{112,012} = 44,86 \text{ kN/m} = 4,57 \text{ tf/m}$$

4 - Empuxo e Diâmetro Equivalente

Optou-se por incluir o empuxo através da mudança do diâmetro da perna, assegurando-se assim que a elevação do mar seja considerada nesta etapa do cálculo automático do programa.

Para Linha d'água = 91,44 metros, temos:

Empuxo = 1061,2 kN por perna (Auxílio do SACS)

Volume Líquido = Empuxo

$$\frac{\pi \cdot D^2}{4} \times 91,44 \times 10,3 = 1061,2 \rightarrow D^2 = 1,43461$$

$$D = 1,19775 \text{ metros}$$

5 - Coeficiente de Arrasto

Aplicou-se uma corrente unitária no modelo completo da auto-elevatória, os coeficientes hidrodinâmicos aplicados no modelo completo, para a obtenção do coeficiente hidrodinâmico equivalente foram os seguintes:

$$C_D = 0,7;$$

$$C_M = 0,0;$$

A reações por apoio para o carregamento mencionado são de:

$$R_{\text{apoio}} = 122,0 \text{ kN}$$

Com este valor, chegou-se a um coeficiente de arrasto equivalente de 2,175.

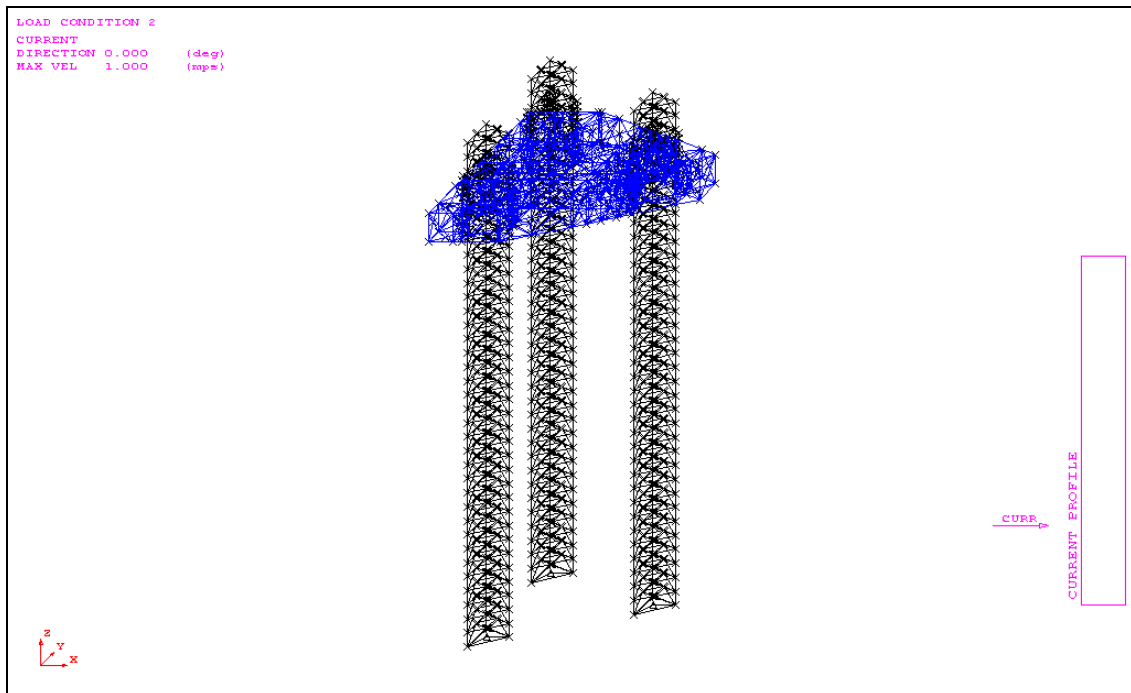


Figura A.2-4 - Carregamento básico de corrente

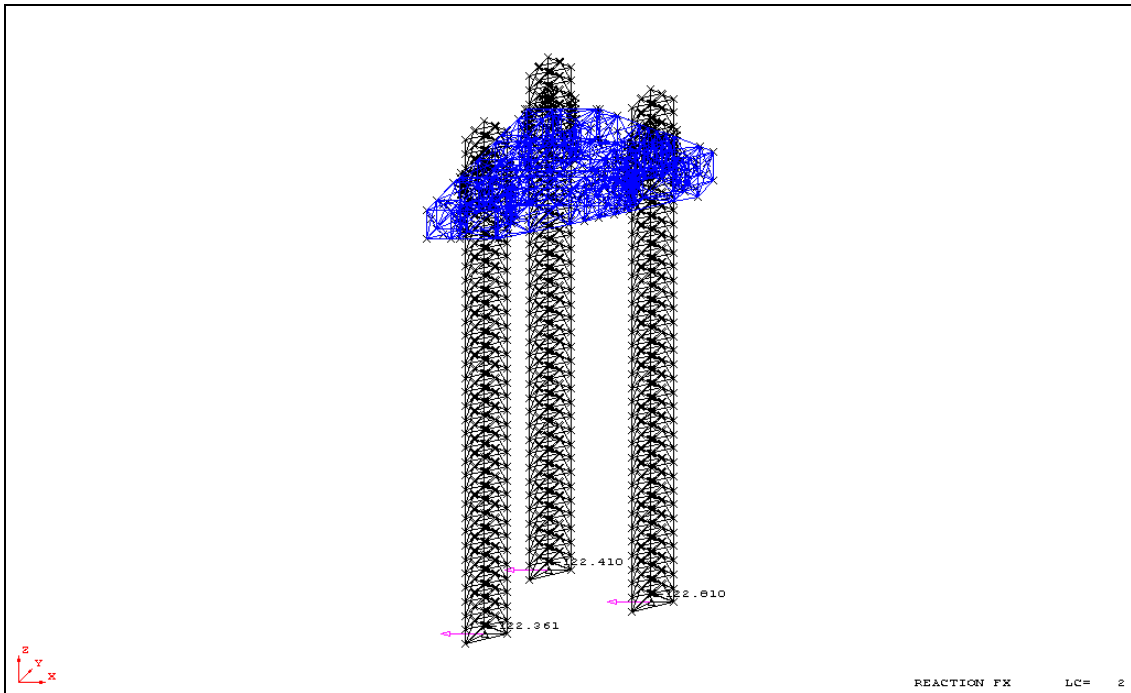


Figura A.2-5 - Reações de apoio do carregamento de corrente, modelo completo

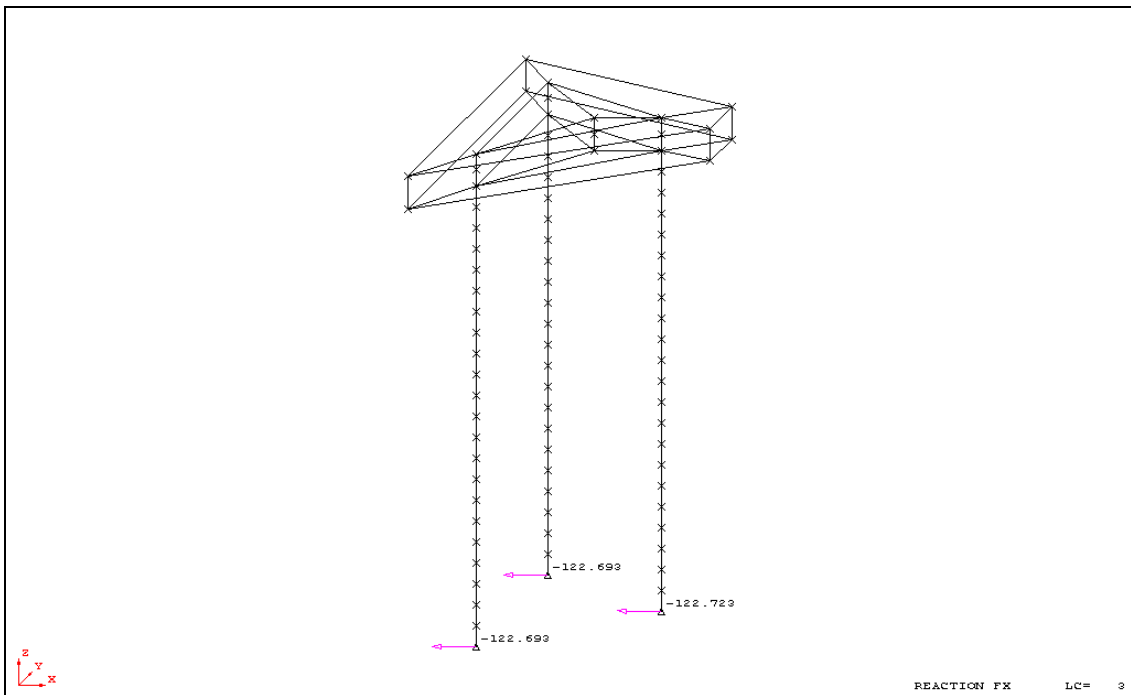


Figura A.2-6 - Reações de apoio do carregamento de corrente, modelo simplificado

6 - Verificação em Relação aos Carregamentos de Peso + Corrente:

Tabela A.2-1 - Verificação dos esforços

MODELO COMPLETO							
LOAD	*****	**** kN ****	*****	*****	*** kN-m *	*****	*****
JOINT	COND	FORCE(X)	FORCE(Y)	FORCE(Z)	MOMENT(X)	MOMENT(Y)	MOMENT(Z)
OUX2	100	-114.2	-6.3	13385.0	35.5	-2701.3	-0.6
OUX4	100	-114.4	6.2	13380.8	-109.5	-2708.3	-0.6
OUX6	100	-139.0	0.1	15153.6	-33.7	-2987.6	-0.2
TOTAL		-367.6	0.0	41919.4			

MODELO SIMPLIFICADO							
JOINT	COND	FORCE(X)	FORCE(Y)	FORCE(Z)	MOMENT(X)	MOMENT(Y)	MOMENT(Z)
5	100	-122.0	1.2	13456.3	-41.3	-4747.2	0.0
6	100	-122.0	-1.2	13456.3	41.3	-4747.2	0.0
7	100	-124.2	0.0	15040.2	0.0	-4823.1	0.0
TOTAL		-368.1	0.0	41952.9			

FX	FZ
1.07	1.01
1.07	1.01
0.89	0.99
1.00	1.00

7 - Coeficiente de Inércia

Será aplicada uma onda estática de Parâmetros:

Altura da Onda = 1,25 metros

Período de Onda = 11,0 segundos

Formulação de Airy;

$C_M = 2,0$;

$C_D = 0,0$;

Comparou-se o máximo cortante na base.

Com isso, chegou-se à um Coeficiente de Arrasto equivalente de 1,65.

Adotou-se a utilização de elementos rígidos para a simulação do casco da plataforma.

Através dos 7 itens apresentados acima, chegou-se a um modelo simplificado que atendia bem aos requisitos estáticos da plataforma, porém não apresentava coerência quando tratávamos de frequências naturais de vibração.

Tabela A.2-2 - Períodos naturais para estrutura completa

*** EFFECTIVE WEIGHT				
	X	44871.776 KN		
	Y	44869.219 KN		
	Z	44781.955 KN		
MODE	FREQ. (CPS)	GEN. MASS	EIGENVALUE	PERIOD(SECS)
1	0.286542	2.5955493E+03	3.0850507E-01	3.4898844
2	0.294704	3.4131382E+03	2.9165386E-01	3.3932335
3	0.355277	2.3149891E+03	2.0068093E-01	2.8147053
4	2.299219	6.0969998E+02	4.7915885E-03	0.4349303
5	2.374484	7.0947948E+02	4.4926427E-03	0.4211442
6	2.561769	6.7846734E+02	3.8597605E-03	0.3903553
7	2.581717	2.7897618E+02	3.8003449E-03	0.3873391
8	2.593681	3.8317638E+02	3.7653647E-03	0.3855524
9	2.672540	5.1142939E+02	3.5464326E-03	0.3741758
10	2.853710	2.2546910E+02	3.1104316E-03	0.3504211
11	2.853913	2.7180991E+02	3.1099893E-03	0.3503962
12	2.862324	3.6429762E+02	3.0917373E-03	0.3493664
13	2.901658	3.3055675E+03	3.0084853E-03	0.3446306
14	3.709609	1.7622625E+03	1.8407039E-03	0.2695702
15	3.775371	1.4891457E+03	1.7771372E-03	0.2648746

Tabela A.2-3 - Períodos naturais para estrutura simplificada

*** EFFECTIVE WEIGHT				
	X	44753.066 KN		
	Y	44756.139 KN		
	Z	44761.736 KN		
MODE	FREQ. (CPS)	GEN. MASS	EIGENVALUE	PERIOD(SECS)
1	0.341110	3.2550048E+03	2.1769616E-01	2.9316037
2	0.351878	3.5369311E+03	2.0457721E-01	2.8418981
3	1.223588	2.3303245E+02	1.6918802E-02	0.8172684
4	2.954090	2.6074029E+03	2.9026370E-03	0.3385137
5	3.366382	6.4477794E+02	2.2351849E-03	0.2970548
6	3.496343	6.9866462E+02	2.0721069E-03	0.2860131
7	3.869864	5.8439057E+02	1.6914099E-03	0.2584070
8	3.870841	6.6136888E+02	1.6905561E-03	0.2583418
9	3.871548	4.3830864E+02	1.6899388E-03	0.2582946
10	5.110075	3.0938735E+02	9.7003116E-04	0.1956918
11	7.537488	2.8828765E+02	4.4584820E-04	0.1326702
12	7.649227	4.1548861E+02	4.3291754E-04	0.1307322
13	10.666993	6.6242766E+02	2.2261593E-04	0.0937471
14	10.669594	7.4455908E+02	2.2250739E-04	0.0937243
15	10.671803	4.9736011E+02	2.2241528E-04	0.0937049

Algumas modificações foram realizadas no modelo estrutural simplificado da auto-elevatória e os resultados obtidos serão apresentados abaixo. É importante ressaltar

que essas modificações foram elaboradas pelo autor do trabalho, seguindo orientações de seus orientadores, a Norma utilizada não menciona as modificações seguintes.

As modificações incorporadas levaram a resultados melhores, principalmente para modos de vibração e períodos naturais.

Procedimento 1:

Foi realizada uma comparação entre perna simplificada e completa para cargas atuando em suas extremidades. Os resultados mostraram que a utilização da Norma ABS para cálculo das propriedades equivalentes é bem eficaz no sentido axial e, inercial dentro e fora do plano (y e z locais da seção transversal).

Foi observado, porém, que a inércia torcional não se fazia satisfatória. Adotou-se a alteração desta propriedade conforme será apresentado no ITEM 1.

Procedimento 2:

A consideração do sistema cremalheira + freios da plataforma auto-elevatória deve ser levada em consideração no modelo simplificado. A abordagem adotada no modelo estrutural, para a consideração destes é apresentada no ITEM 2.

Procedimento 3:

Alterou-se o posicionamento da massa acima do convés da auto-elevatória, no modelo simplificado, com base em áreas de influência, apresentado no ITEM 3.

ITEM 1) Análise e comparação dos resultados das pernas isoladas dos modelos completo e simplificado.

Carregamento 1 - Carga Axial de 10000 kN

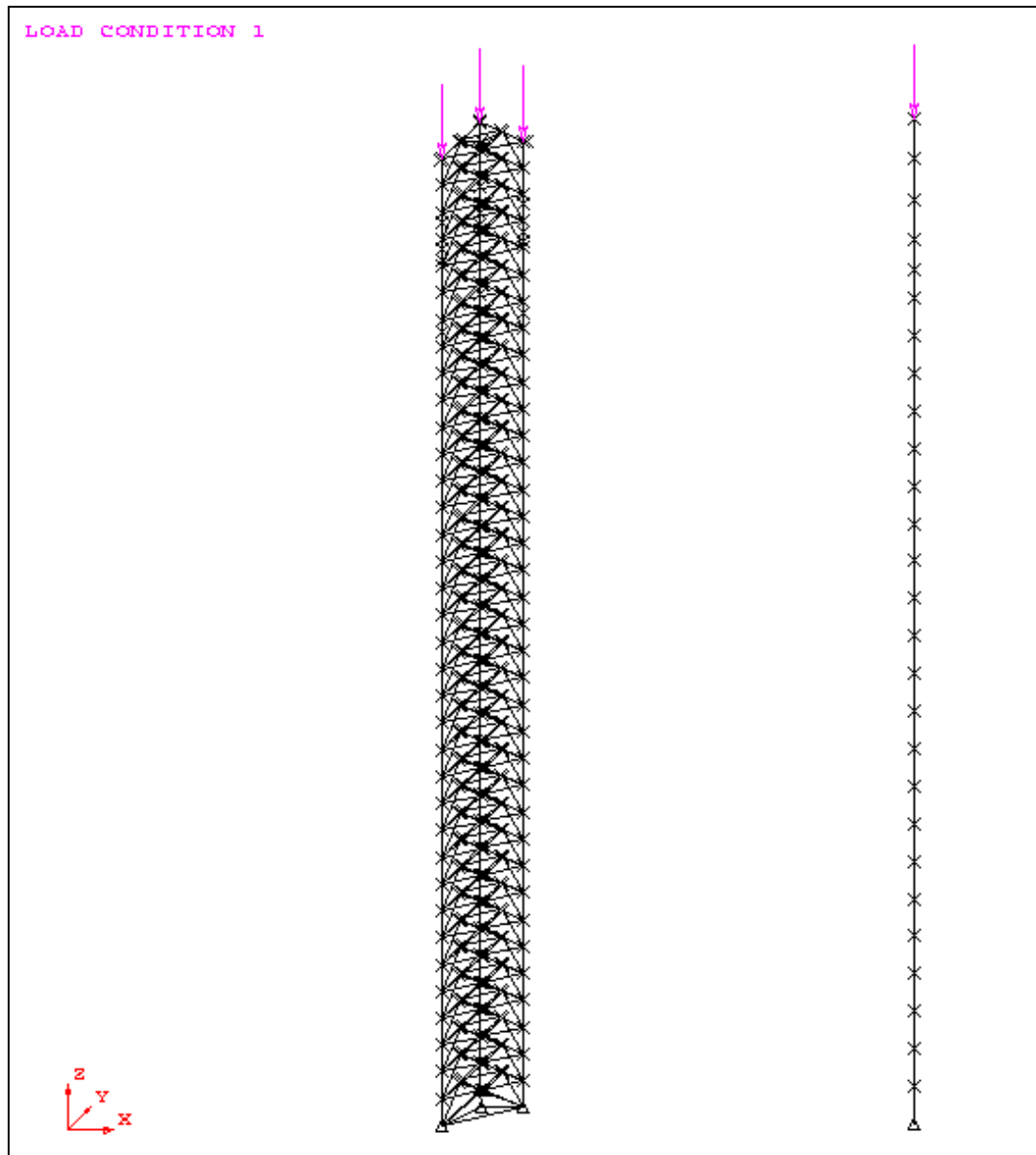


Figura A.2-7 - Modelos de perna isolada completo e simplificado

Carregamento 2 - Torção de 10000 kN.m

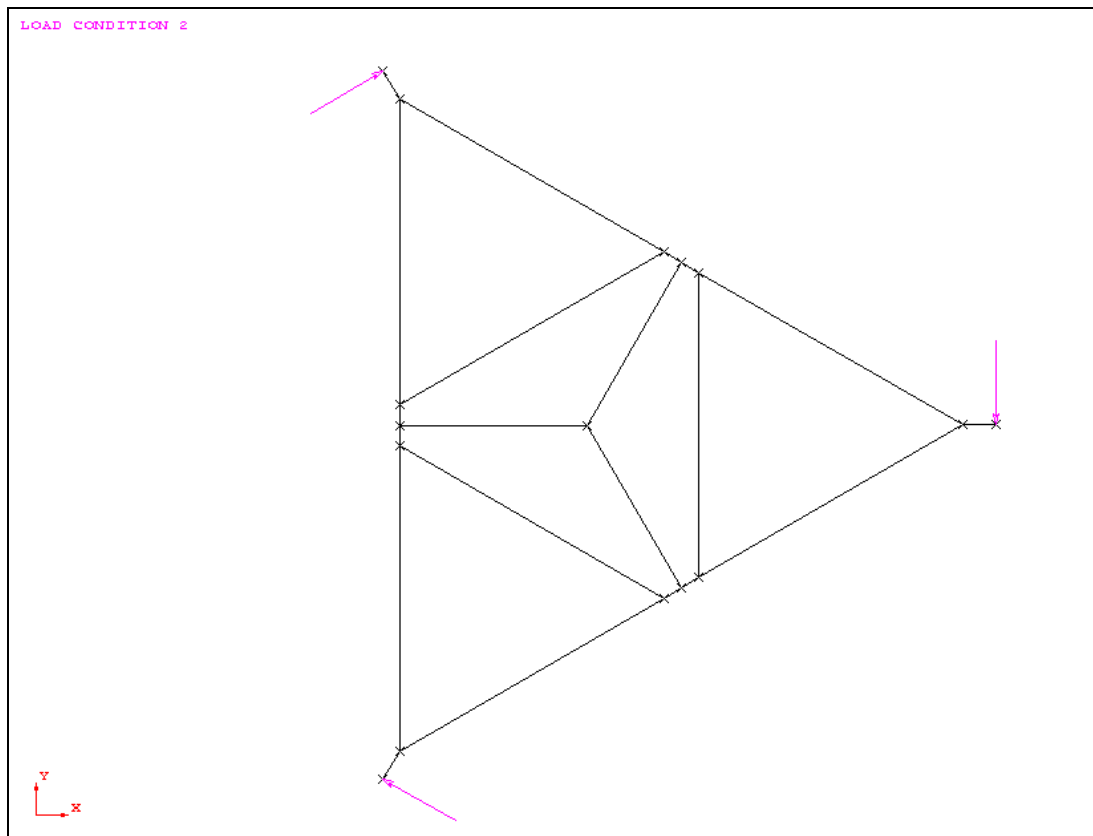


Figura A.2-8 - Torção aplicada no modelo de perna isolada completo (vista superior)

Carregamento 3 - Cortante de 10000 kN

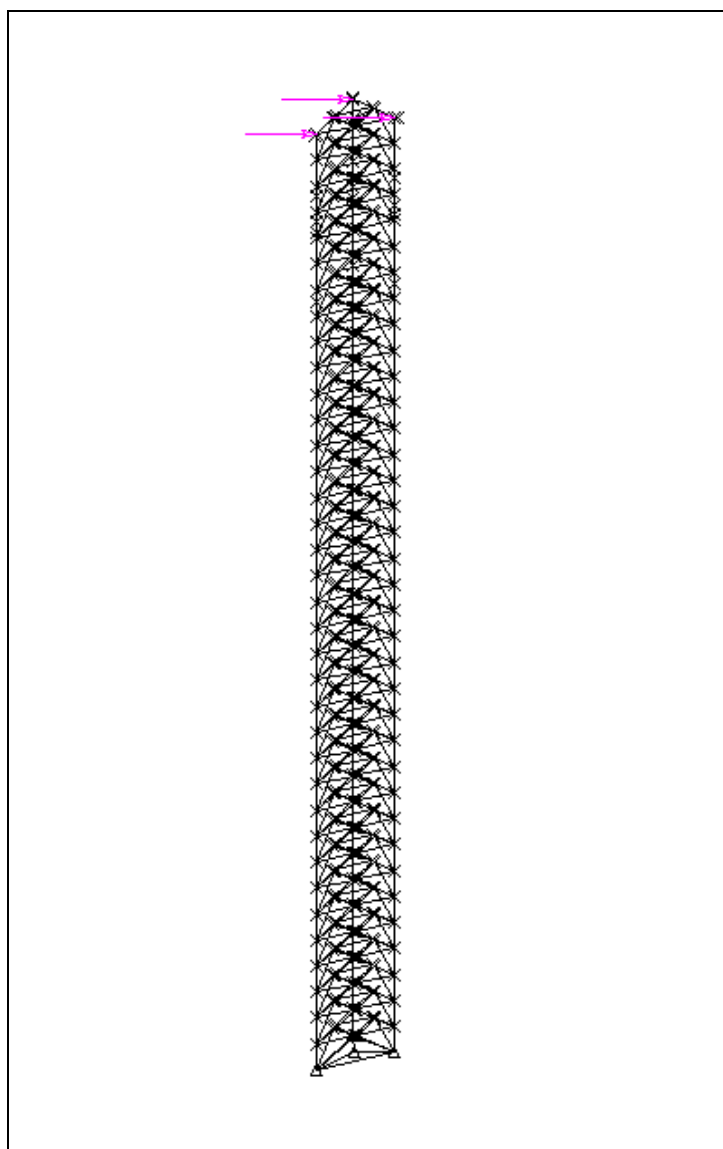


Figura A.2-9 - Cortante aplicado ao modelo de perna isolada completo

Carregamento 4 - Momento Fletor de 10000 kN.m

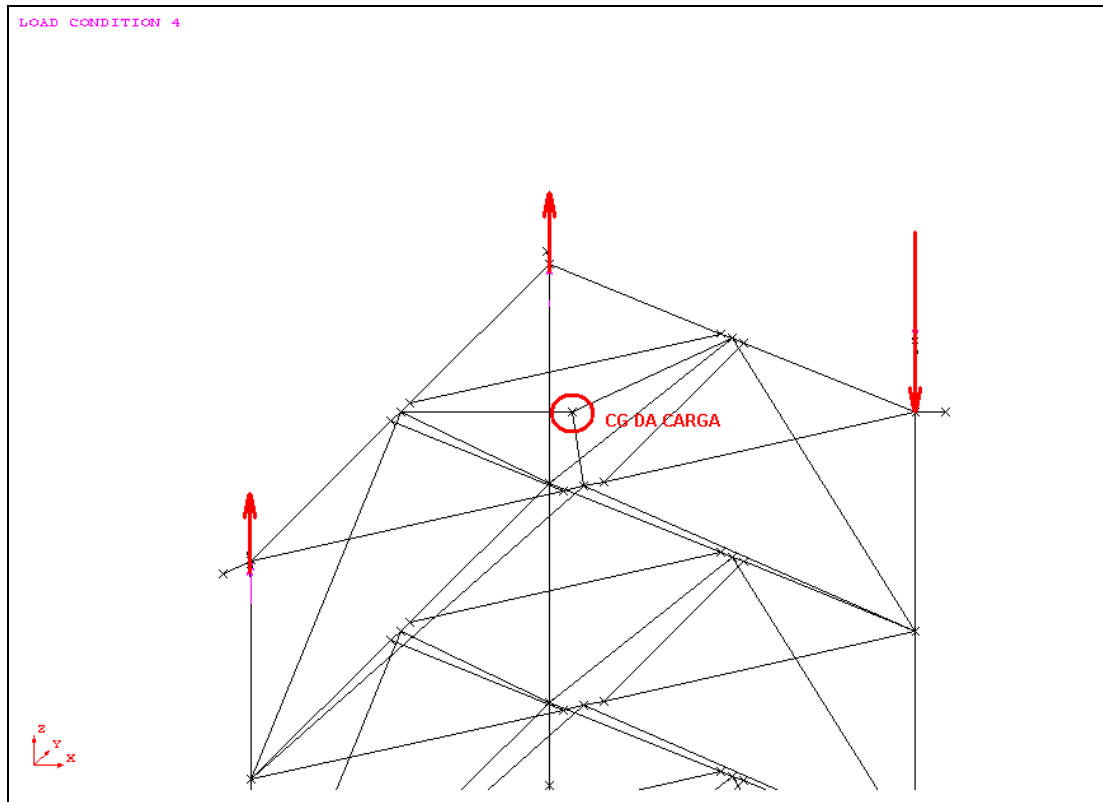


Figura A.2-10 - Momento fletor aplicado ao modelo de perna isolada completo

Os resultados mostram que os valores para os carregamentos 1, 3 e 4 são semelhantes em ambos os modelos de pernas isoladas simplificado e completo, levando assim à conclusão que tanto a área quanto os momentos de inércia transversais foram bem modelados.

Tabela A.2-4 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada completa

JOINT DISPLACEMENTS AND ROTATIONS - <u>MODELO COMPLETO</u>							
LOAD	*****	cm			***** radians *****		
JOINT COND	DEFL(X)	DEFL(Y)	DEFL(Z)	ROT(X)	ROT(Y)	ROT(Z)	
AQUI 1	0.0000	0.0000	-2.8197	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
2	-0.0014	0.0061	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0376	
3	1045.0122	-0.1775	0.0026	0.0000	0.1134	0.0000	
4	11.2320	0.0000	0.0003	0.0000	0.0017	0.0000	

Tabela A.2-5 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada simplificada

JOINT DISPLACEMENTS AND ROTATIONS - MODELO SIMPLIFICADO							
LOAD	*****	cm	*****	*****	radians	*****	*****
JOINT COND	DEFL(X)	DEFL(Y)	DEFL(Z)	ROT(X)	ROT(Y)	ROT(Z)	
AQUI	1	0.0000	0.0000	-2.9012	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0048
	3	1040.6940	0.0000	0.0000	0.0000	0.1169	0.0000
	4	11.6889	0.0000	0.0000	0.0000	0.0018	0.0000

Com intenção de ajustar melhor os resultados do modelo simplificado, a inércia torcional deste foi calculada baseada nos resultados do modelo completo:

$$k_{TORS} = \frac{M}{\theta} = \frac{10000}{0,0376} = 265957,4 \text{ kN.m/rad}$$

$$\frac{G.J}{L} = k_{TORS} \rightarrow \frac{80 \times 10^6 \times J}{131,688} = 265957,4$$

$$J = 0,437793m^4$$

Essa inércia torcional foi incorporada ao modelo os novos resultados são apresentados:

Tabela A.2-6 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada completa após modificação

JOINT DISPLACEMENTS AND ROTATIONS - MODELO COMPLETO							
LOAD	*****	cm	*****	*****	radians	*****	*****
JOINT COND	DEFL(X)	DEFL(Y)	DEFL(Z)	ROT(X)	ROT(Y)	ROT(Z)	
AQUI	1	0.0000	0.0000	-2.8197	0.0000	0.0000	0.0000
	2	-0.0014	0.0061	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0376
	3	1045.0122	-0.1775	0.0026	0.0000	0.1134	0.0000
	4	11.2320	0.0000	0.0003	0.0000	0.0017	0.0000

Tabela A.2-7 - Respostas em termos de deslocamentos da perna isolada simplificada após modificação

JOINT DISPLACEMENTS AND ROTATIONS - MODELO SIMPLIFICADO							
LOAD	*****	cm	*****	*****	radians	*****	*****
JOINT COND	DEFL(X)	DEFL(Y)	DEFL(Z)	ROT(X)	ROT(Y)	ROT(Z)	
AQUI	1	0.0000	0.0000	-2.9012	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	-0.0376
	3	1040.6940	0.0000	0.0000	0.0000	0.1169	0.0000
	4	11.6889	0.0000	0.0000	0.0000	0.0018	0.0000

ITEM 2) Modelagem do Sistema Cremalheira + Freios.

Devido à característica geométrica do sistema de transmitir o momento proveniente das pernas da plataforma por formação de binário na posição dos freios, elementos com rótulas à flexão ligando o casco à perna foram simulados.

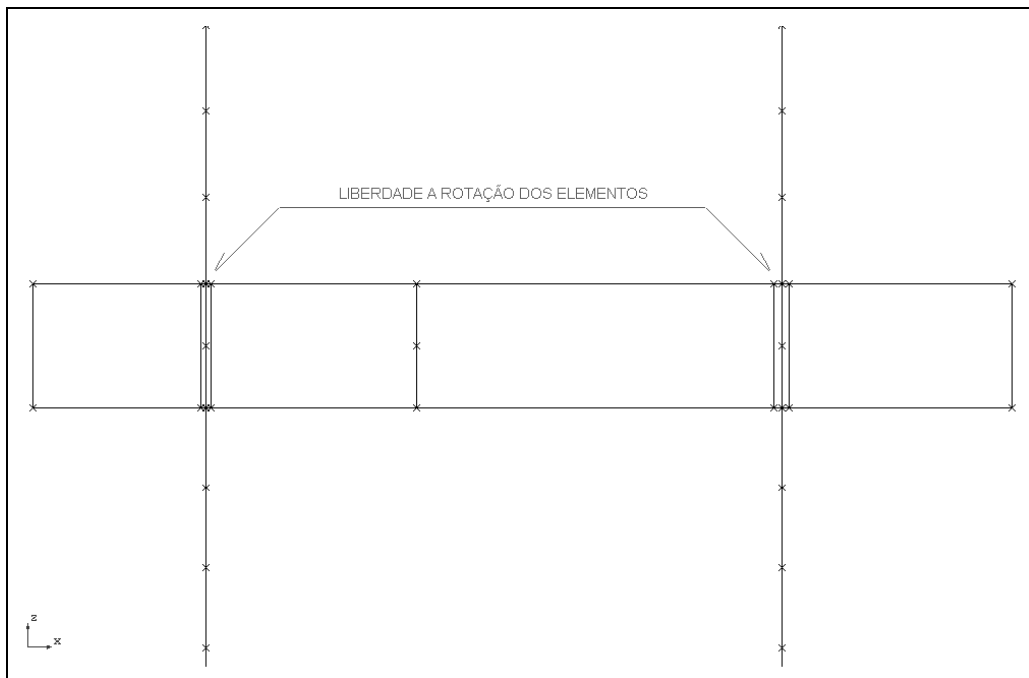


Figura A.2-11 - Elementos de simulação do sistema cremalheira + freios

ITEM 3) Alteração da Massa e extração modal do modelo atualizado

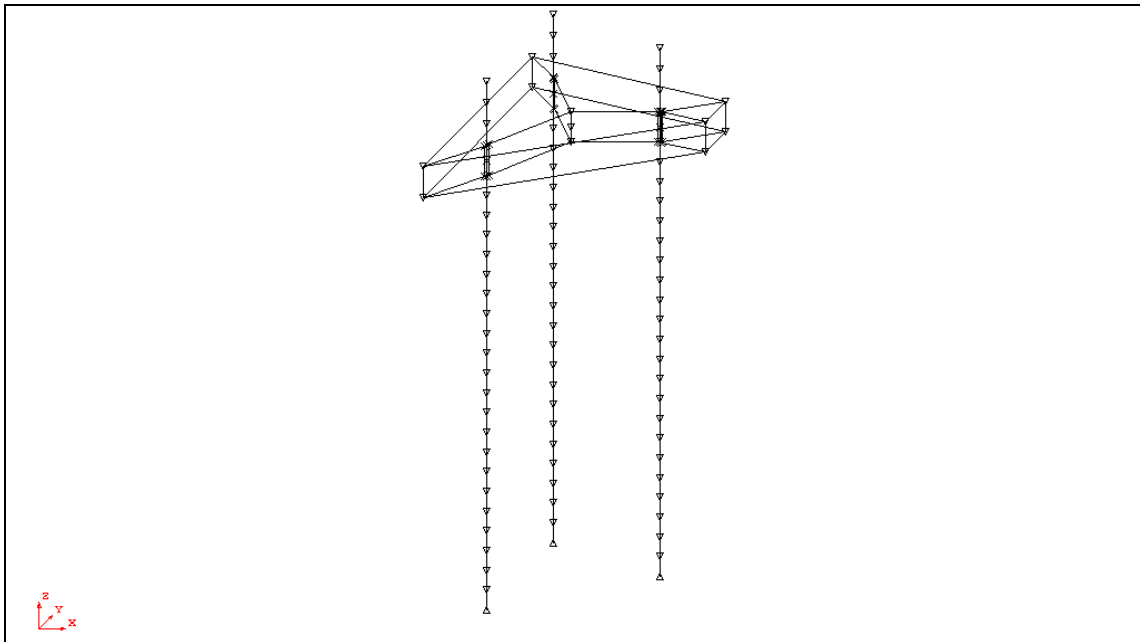


Figura A.2-12 - Modelo simplificado atual da auto-elevatória

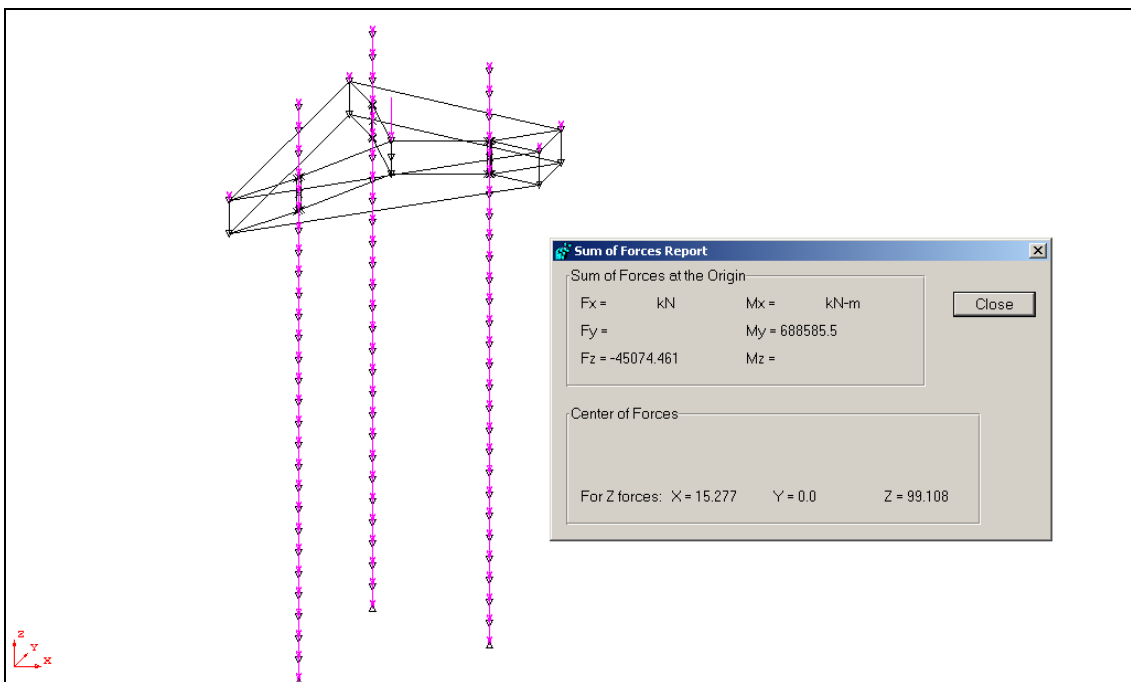


Figura A.2-13 - Carregamento a ser convertido em massa

A massa no convés foi redistribuída segunda áreas de influência dos nós:

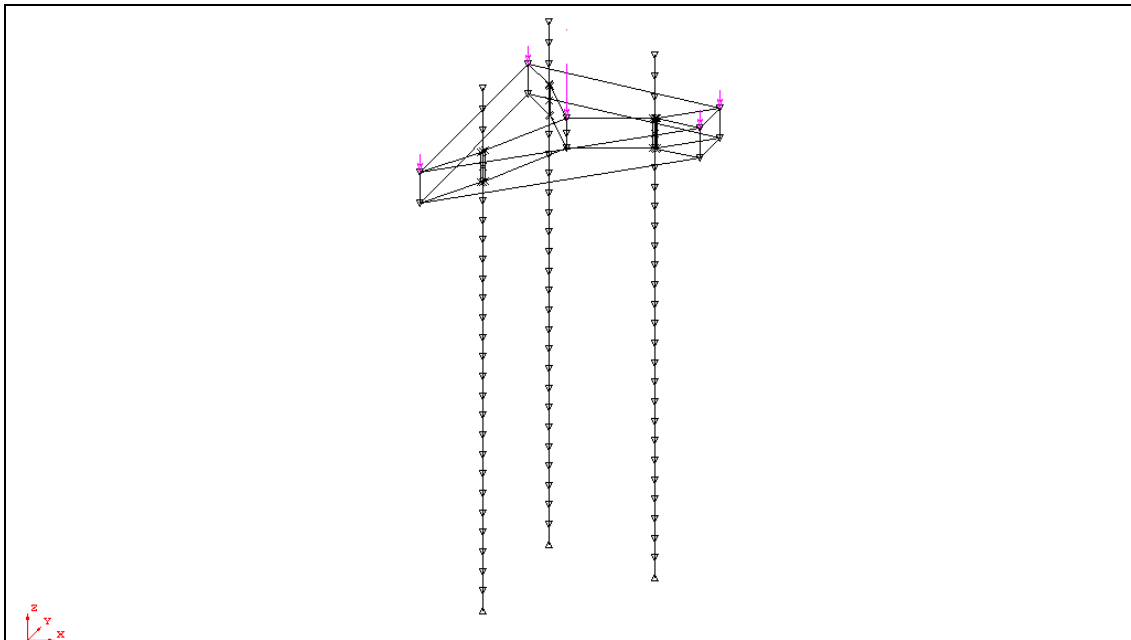


Figura A.2-14 - Carregamento representativo do convés a ser convertido em massa

Os resultados novos em termos de frequências e períodos naturais são abaixo apresentados:

Tabela A.2-8 - Períodos naturais para estrutura completa

MODE	FREQ. (CPS)	GEN. MASS	EIGENVALUE	PERIOD (SECS)
1	0.286542	2.5955493E+03	3.0850507E-01	3.4898844
2	0.294704	3.4131382E+03	2.9165386E-01	3.3932335
3	0.355277	2.3149891E+03	2.0068093E-01	2.8147053
4	2.299219	6.0969998E+02	4.7915885E-03	0.4349303
5	2.374484	7.0947948E+02	4.4926427E-03	0.4211442
6	2.561769	6.7846734E+02	3.8597605E-03	0.3903553
7	2.581717	2.7897618E+02	3.8003449E-03	0.3873391
8	2.593681	3.8317638E+02	3.7653647E-03	0.3855524
9	2.672540	5.1142939E+02	3.5464326E-03	0.3741758
10	2.853710	2.2546910E+02	3.1104316E-03	0.3504211
11	2.853913	2.7180991E+02	3.1099893E-03	0.3503962
12	2.862324	3.6429762E+02	3.0917373E-03	0.3493664
13	2.901658	3.3055675E+03	3.0084853E-03	0.3446306
14	3.709609	1.7622625E+03	1.8407039E-03	0.2695702
15	3.775371	1.4891457E+03	1.7771372E-03	0.2648746

Tabela A.2-9 - Períodos naturais para estrutura simplificada

MODE	FREQ. (CPS)	GEN. MASS	EIGENVALUE	PERIOD (SECS)
1	0.291393	2.1866044E+03	2.9831879E-01	3.4317859
2	0.298589	3.2392904E+03	2.8411314E-01	3.3490801
3	0.324155	1.6188692E+03	2.4106569E-01	3.0849461
4	2.652521	1.2537860E+03	3.6001665E-03	0.3769998
5	2.708745	9.2514722E+02	3.4522644E-03	0.3691747
6	2.918302	2.8987969E+03	2.9742652E-03	0.3426650
7	3.214751	5.7189687E+02	2.4510120E-03	0.3110660
8	3.214917	5.2893342E+02	2.4507603E-03	0.3110501
9	3.215907	4.6107396E+02	2.4492512E-03	0.3109543
10	3.304298	4.8343088E+02	2.3199673E-03	0.3026362
11	3.798328	9.7717330E+02	1.7557201E-03	0.2632737
12	4.136864	1.2104193E+03	1.4801230E-03	0.2417290
13	8.105310	6.7775651E+02	3.8556802E-04	0.1233759
14	8.106030	6.4372717E+02	3.8549951E-04	0.1233650
15	8.108648	4.8189907E+02	3.8525059E-04	0.1233251

A variação percentual entre modos é apresentada abaixo:

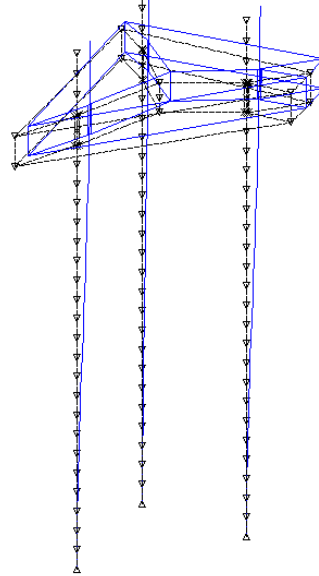
Tabela A.2-10 - Comparação de resultados entre modos

modelo completo					modelo simplificado					DIF (%)
MODE	FREQ. (CPS)	GEN. MASS	EIGENVALUE	PERIOD (SECS)	MODE	FREQ. (CPS)	GEN. MASS	EIGENVALUE	PERIOD (SECS)	
1	0.2865	2.60E+03	3.09E-01	3.4899	1	0.2914	2.19E+03	2.98E-01	3.4318	-2%
2	0.2947	3.41E+03	2.92E-01	3.3932	2	0.2986	3.24E+03	2.84E-01	3.3491	-1%
3	0.3553	2.31E+03	2.01E-01	2.8147	3	0.3242	1.62E+03	2.41E-01	3.0849	9%
4	2.2992	6.10E+02	4.79E-03	0.4349	4	2.6525	1.25E+03	3.60E-03	0.3770	-15%
5	2.3745	7.09E+02	4.49E-03	0.4211	5	2.7087	9.25E+02	3.45E-03	0.3692	-14%
6	2.5618	6.78E+02	3.86E-03	0.3904	6	2.9183	2.90E+03	2.97E-03	0.3427	-14%
7	2.5817	2.79E+02	3.80E-03	0.3873	7	3.2148	5.72E+02	2.45E-03	0.3111	-25%
8	2.5937	3.83E+02	3.77E-03	0.3856	8	3.2149	5.29E+02	2.45E-03	0.3111	-24%
9	2.6725	5.11E+02	3.55E-03	0.3742	9	3.2159	4.61E+02	2.45E-03	0.3110	-20%
10	2.8537	2.25E+02	3.11E-03	0.3504	10	3.3043	4.83E+02	2.32E-03	0.3026	-16%
11	2.8539	2.72E+02	3.11E-03	0.3504	11	3.7983	9.77E+02	1.76E-03	0.2633	-33%
12	2.8623	3.64E+02	3.09E-03	0.3494	12	4.1369	1.21E+03	1.48E-03	0.2417	-45%
13	2.9017	3.31E+03	3.01E-03	0.3446	13	8.1053	6.78E+02	3.86E-04	0.1234	-179%
14	3.7096	1.76E+03	1.84E-03	0.2696	14	8.1060	6.44E+02	3.85E-04	0.1234	-119%
15	3.7754	1.49E+03	1.78E-03	0.2649	15	8.1086	4.82E+02	3.85E-04	0.1233	-115%

A.3. Modos de Vibração

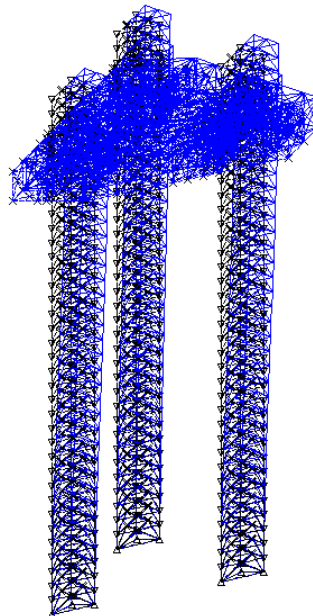
As Figuras A.3-1 a A.3-3 ilustram os três primeiros modos de vibração do modelo simplificado e completo da plataforma auto-elevatória.

MODE 1 FREQ. 0.291 HZ PERIOD 3.432 SECS
MAX. GLOBAL DEFL. AT C WITH DX,DY,DZ= -0.137 2.540 -0.022



(a)

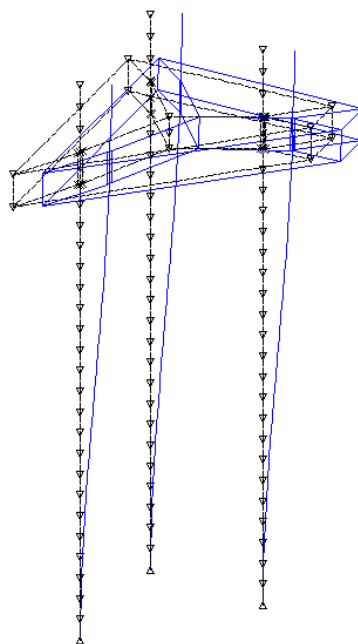
MODE 1 FREQ. 0.207 HZ PERIOD 2.490 SECS



(b)

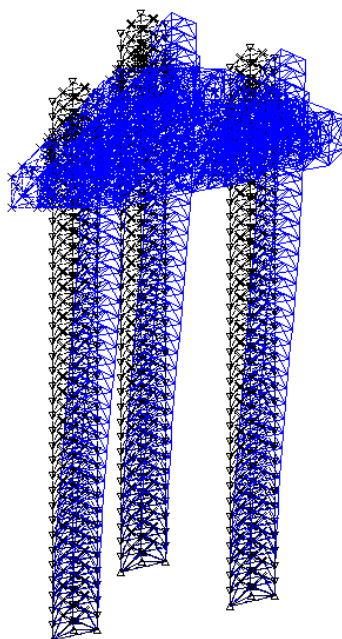
Figura A.3-1 - Primeiro modo de vibração. Modelos (a) simplificado e (b) completo.

MODE 2 FREQ. 0.299 HZ PERIOD 3.349 SECS
MAX. GLOBAL DEFL. AT 22 WITH DX,DY,DZ= 2.599 0.003 -0.111



(a)

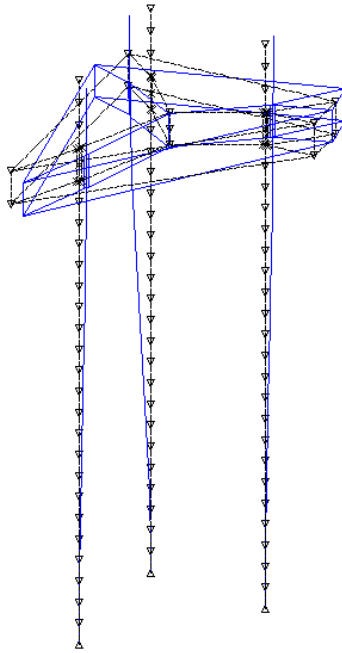
MODE 2 FREQ. 0.295 HZ PERIOD 3.393 SECS



(b)

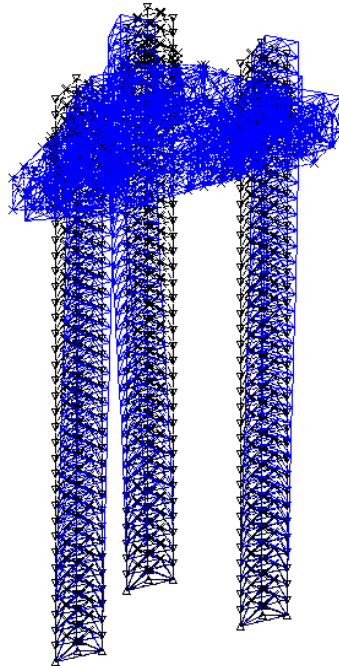
Figura A.3-2 - Segundo modo de vibração. Modelos (a) simplificado e (b) completo.

MODE 3 FREQ. 0.324 HZ PERIOD 3.085 SECS
MAX. GLOBAL DEFL. AT E WITH DX,DY,DZ= 2.142 -2.114 -0.026



(a)

MODE 3 FREQ. 0.355 HZ PERIOD 2.815 SECS



(b)

Figura A.3-3 - Terceiro modo de vibração. Modelos (a) simplificado e (b) completo.

A.4. Resultados Adicionais da Análise de Extremos para a Plataforma

Auto-Elevatória

Os resultados apresentados nos Itens A.4.1, A.4.2 e A.4.4 foram obtidos a partir de uma realização típica das elevações do mar que atua sobre a plataforma auto-elevatória. Estes resultados ilustram os espectros dos parâmetros de resposta investigados bem como o comportamento não- gaussiano dos mesmos. Os resultados apresentados nos Itens A.4.3 e A.4.5 sintetizam os resultados obtidos (parâmetros estatísticos e valores extremos mais prováveis estimados) para as 18 realizações distintas utilizadas no trabalho.

A.4.1. Espectros Típicos

Na Figuras A.4.1-1, A.4.1-2 e A.4.1-3 são apresentados, respectivamente, o espectros deslocamento lateral da plataforma, do cortante estático na base da plataforma e do cortante dinâmico na base da plataforma. Observa-se que estes espectros são de banda larga com dois picos de energia em duas frequências distantes uma da outra, devido ao caráter não linear na parcela de arrasto da força de Morison.

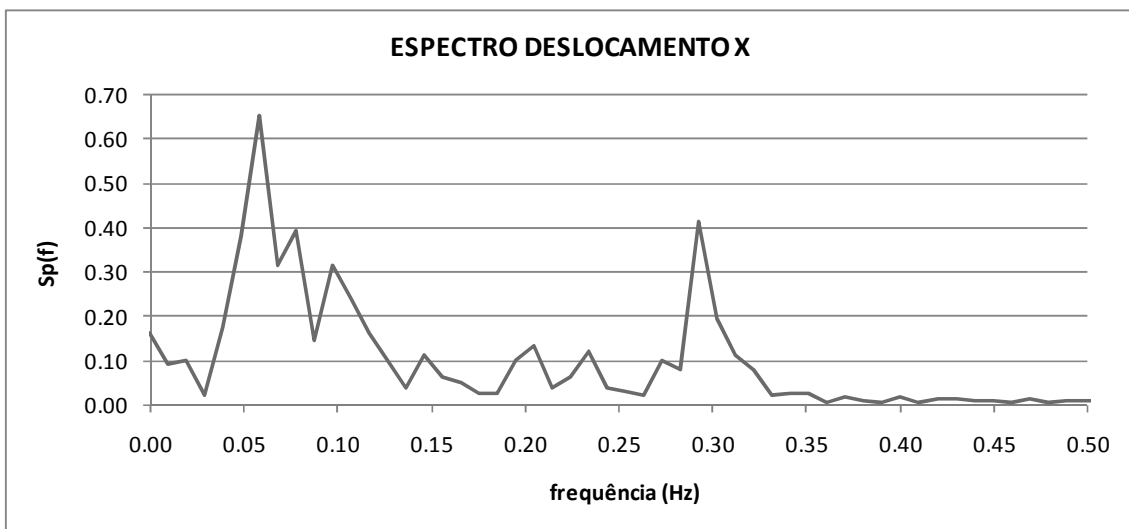


Figura A.4.1-1 - Espectro do deslocamento lateral da plataforma

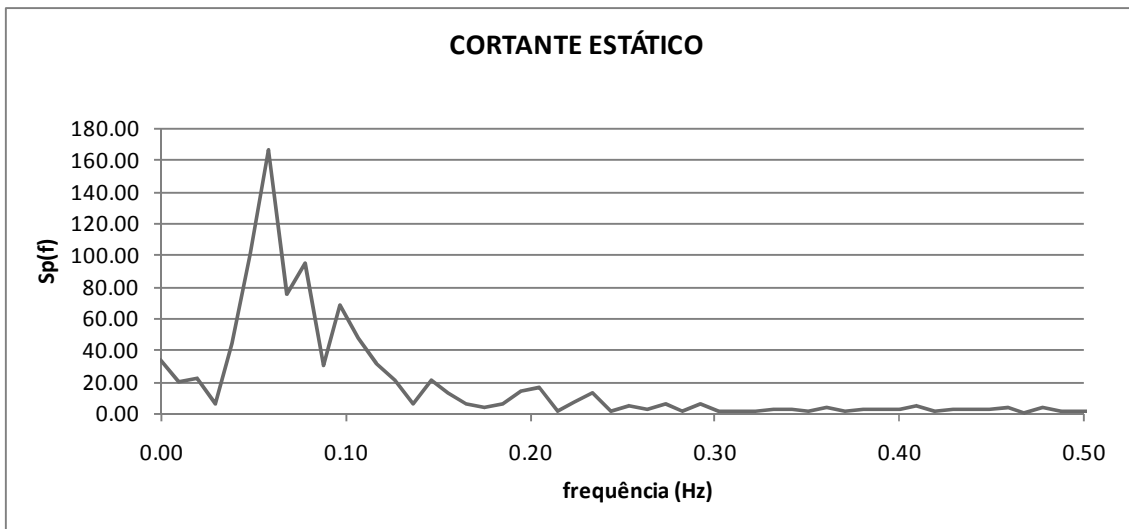


Figura A.4.1-2 - Espectro do cortante estático da plataforma

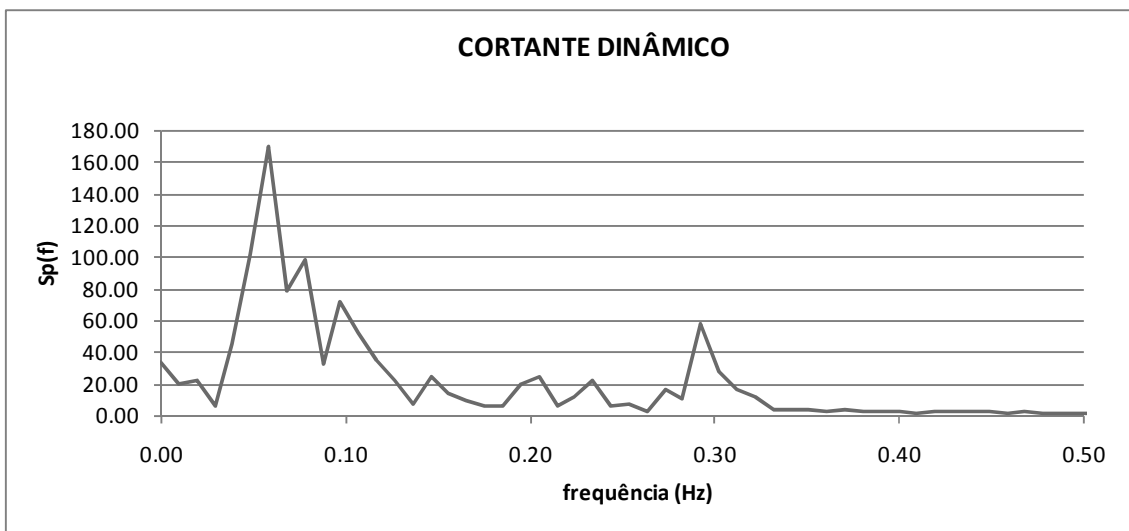


Figura A.4.1-3 - Espectro do cortante dinâmico da plataforma

A.4.2. Distribuições do Processo

Na Figura A.4.2-1, é apresentado o histograma de frequência relativa do deslocamento lateral da plataforma e uma distribuição normal com a mesma média e desvio padrão do processo aleatório. Nas Figuras A.4.2-2 e A.4.2-3, são apresentados os histogramas e a comparação com a distribuição normal para o cortante estático e dinâmico da plataforma, respectivamente. Nestas figuras observa-se claramente o comportamento não-gaussiano destes três parâmetros de resposta. Esta mesma

constatação pode ser feita através dos valores dos coeficientes de kurtosis apresentados no item A.4.5 que estão distantes do valor de referência 3.0 para uma distribuição gaussiana.

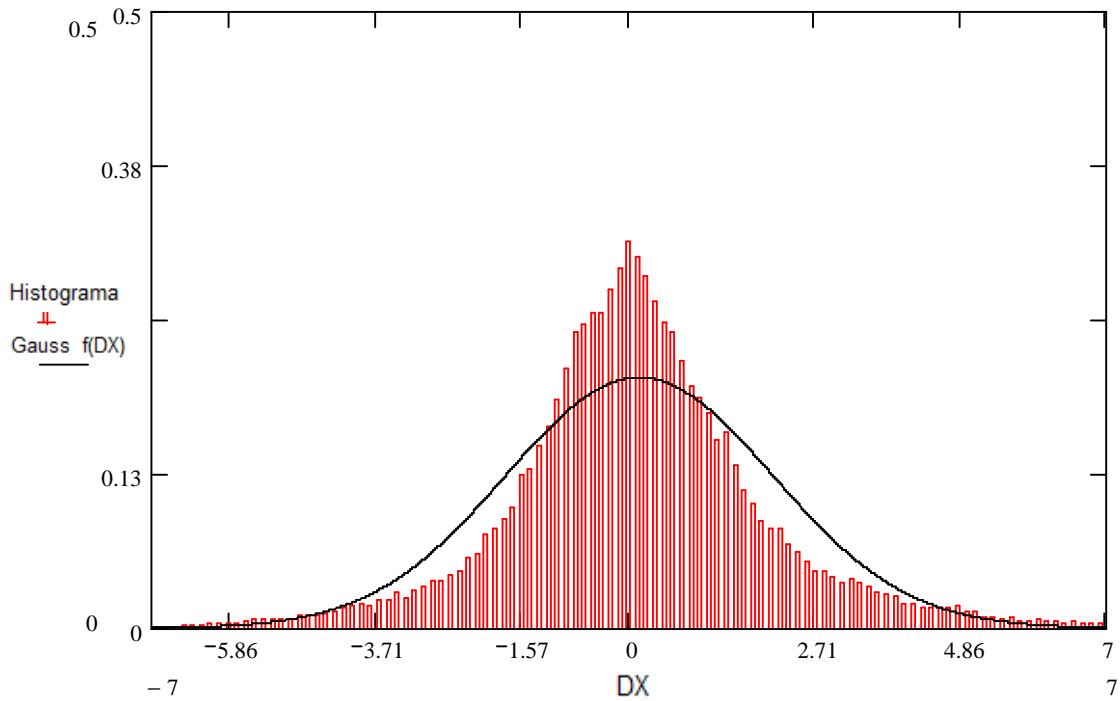


Figura A.4.2-1 - Histograma de frequência relativa do deslocamento lateral.

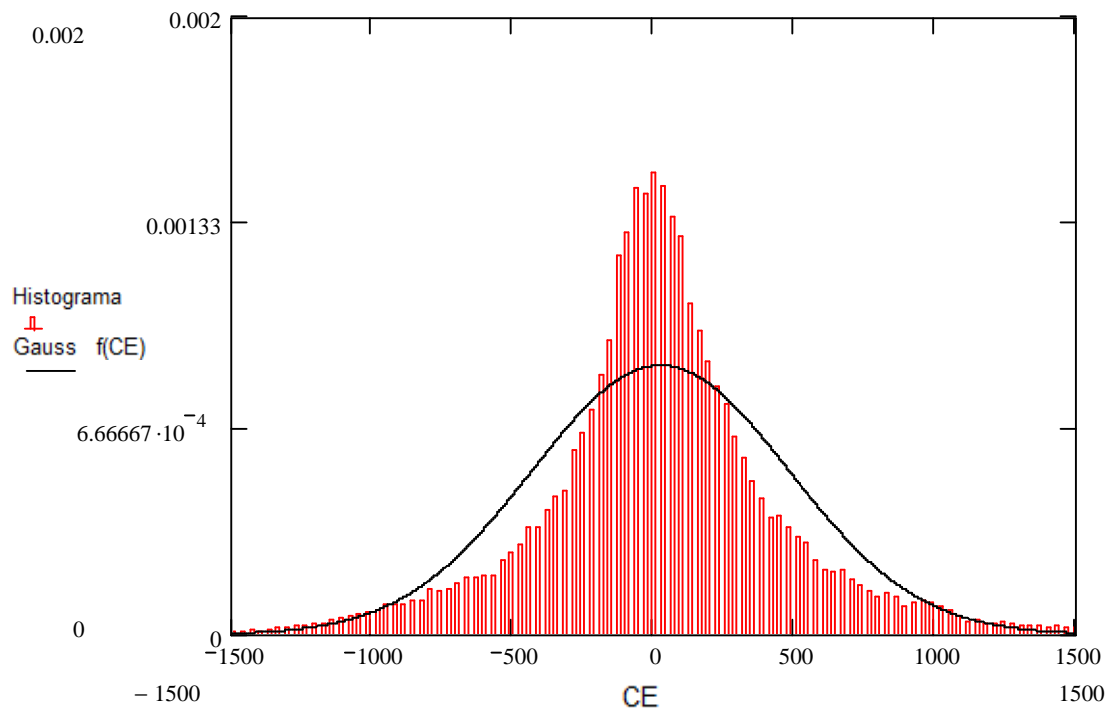


Figura A.4.2-2 - Histograma de frequência relativa do cortante estático na base

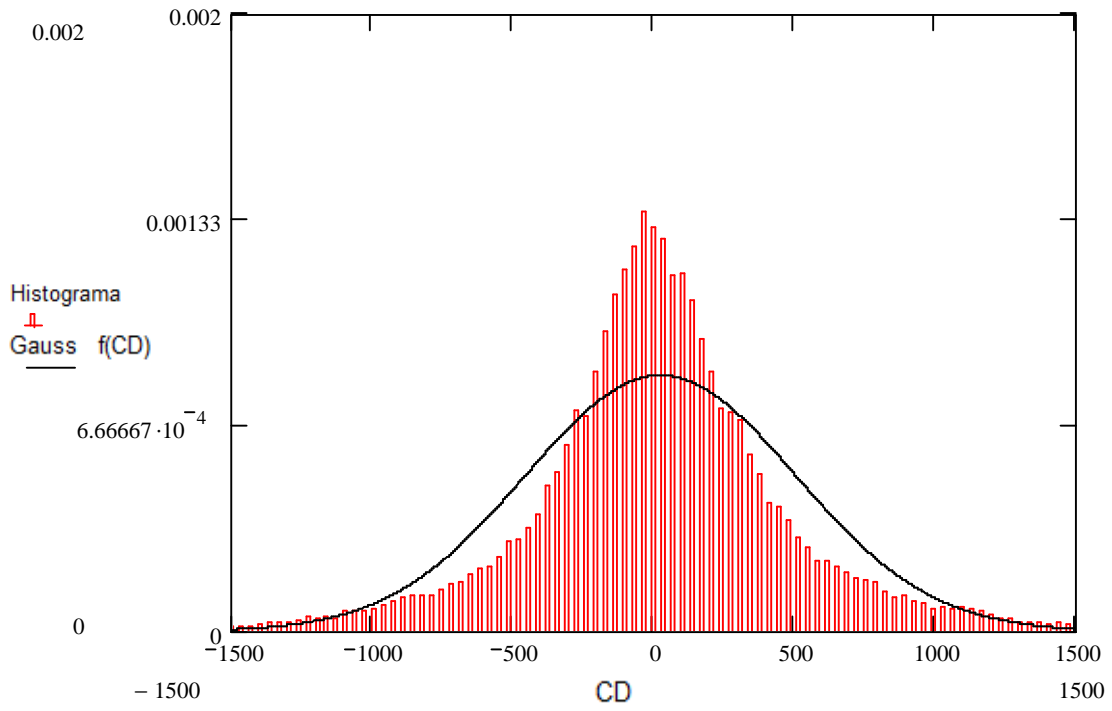


Figura A.4.2-3 - Histograma de frequência relativa do cortante estático na base

A.4.3. Distribuições de Gumbel

Nas Figuras A.4.3-1 a A.4.3-3 são apresentados, respectivamente, na escala de Gumbel os valores extremos das 18 realizações independentes e a distribuição de Gumbel (Tipo I) ajustada do deslocamento lateral da plataforma, cortante estático da plataforma e o cortante dinâmico na plataforma. Nas Figuras A.4.3-4 a A.4.3-6 apresentam-se as respectivas funções densidade de probabilidades das distribuições de Gumbel ajustadas a estes três parâmetros de resposta. Através destas figuras observa-se que os valores extremos mais prováveis destes três parâmetros são:

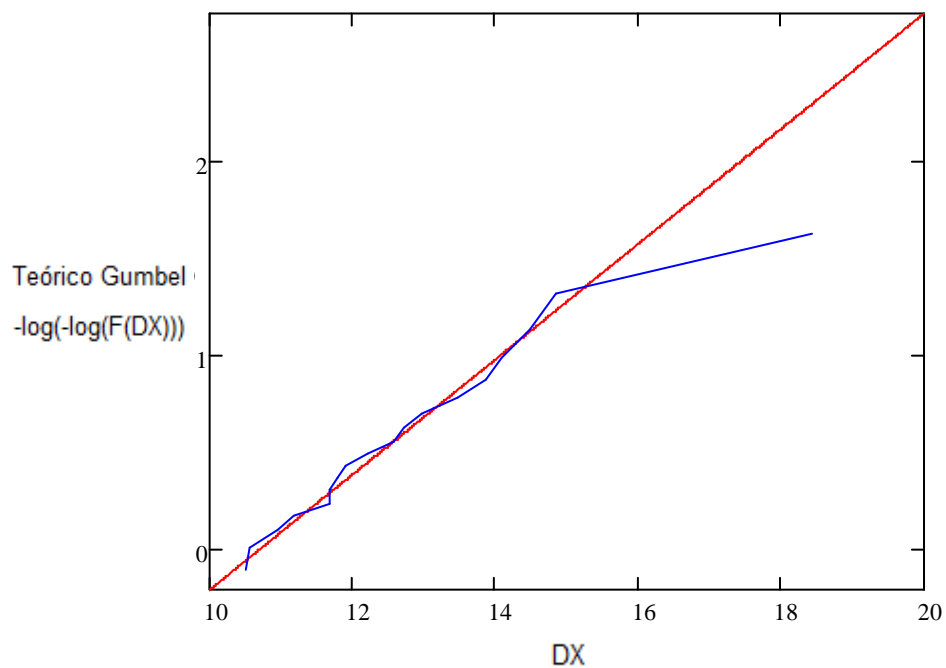


Figura A.4.3-1 - Valores extremos do deslocamento lateral em escala Gumbel

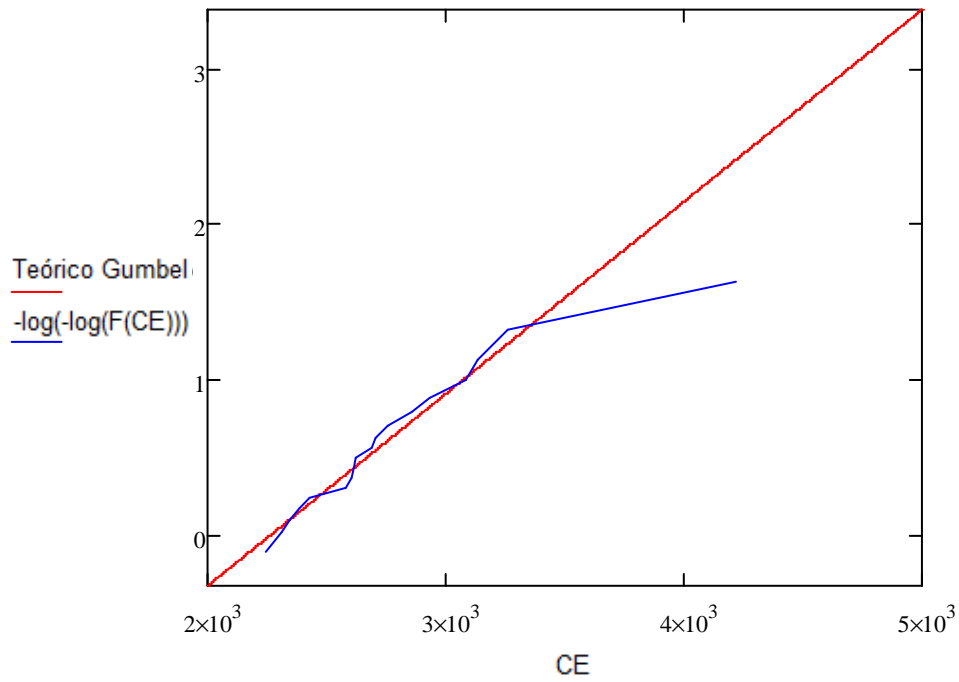


Figura A.4.3-2 - Valores extremos do cortante estático na base em escala Gumbel

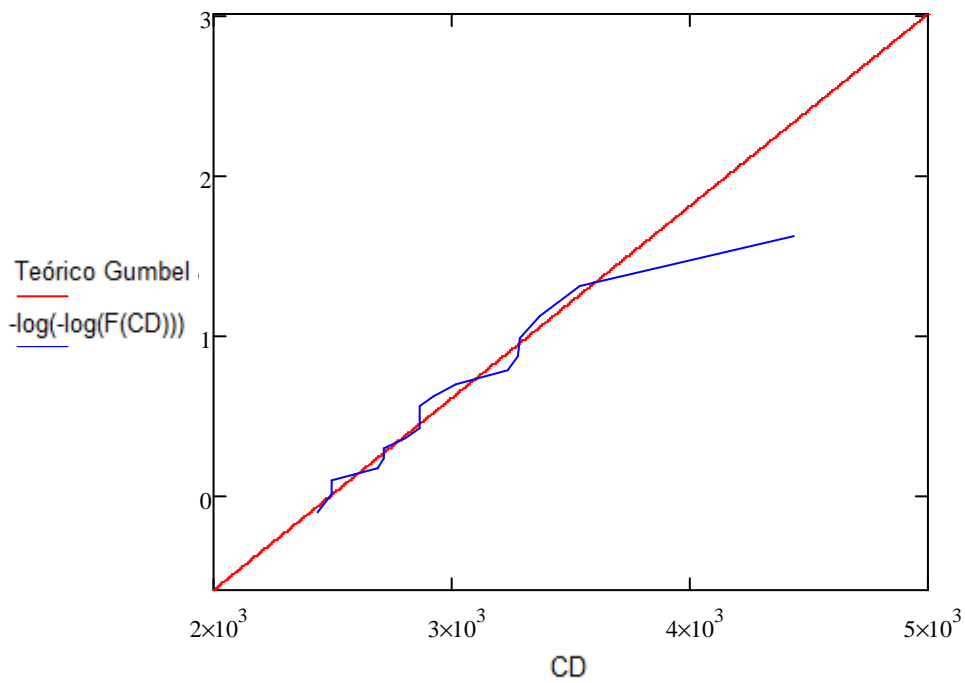


Figura A.4.3-3 - Valores extremos do cortante estático na base em escala Gumbel

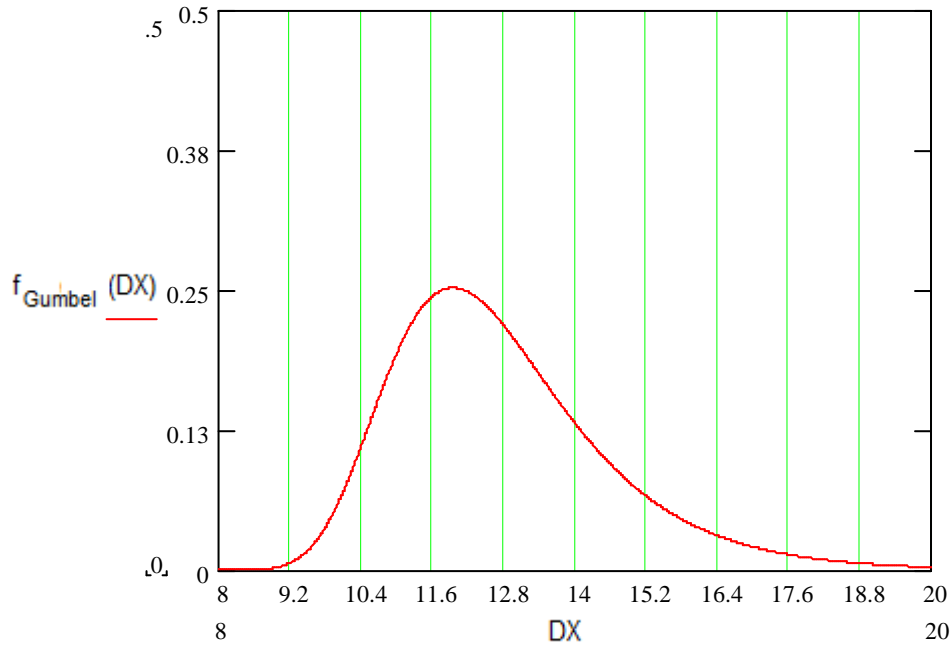


Figura A.4.3-4 - Distribuição de Gumbel associada aos 18 valores extremos do deslocamento lateral

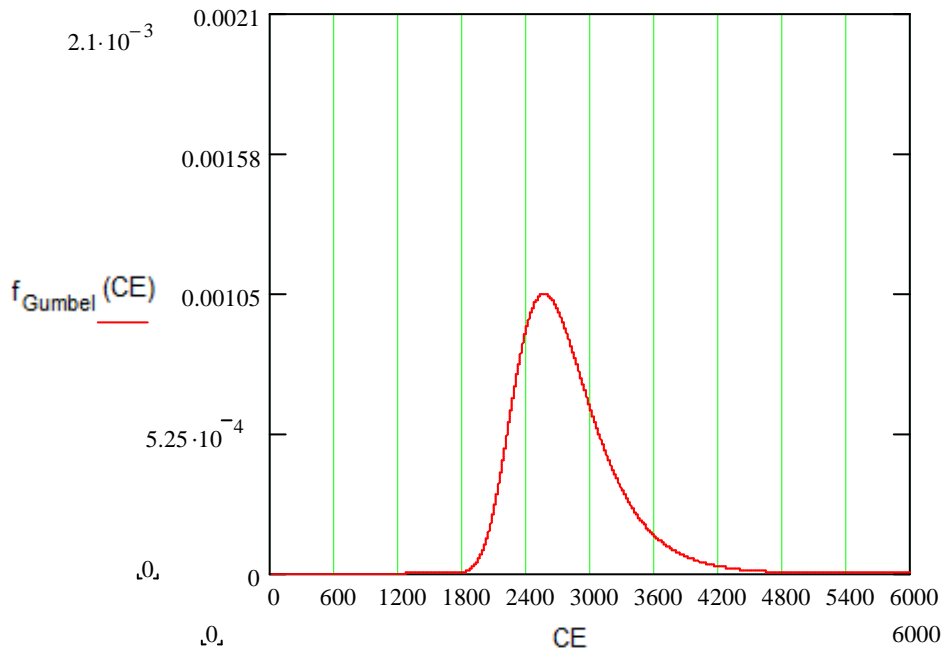


Figura A.4.3-5 - Distribuição de Gumbel associada aos 18 valores extremos do cortante estático na base

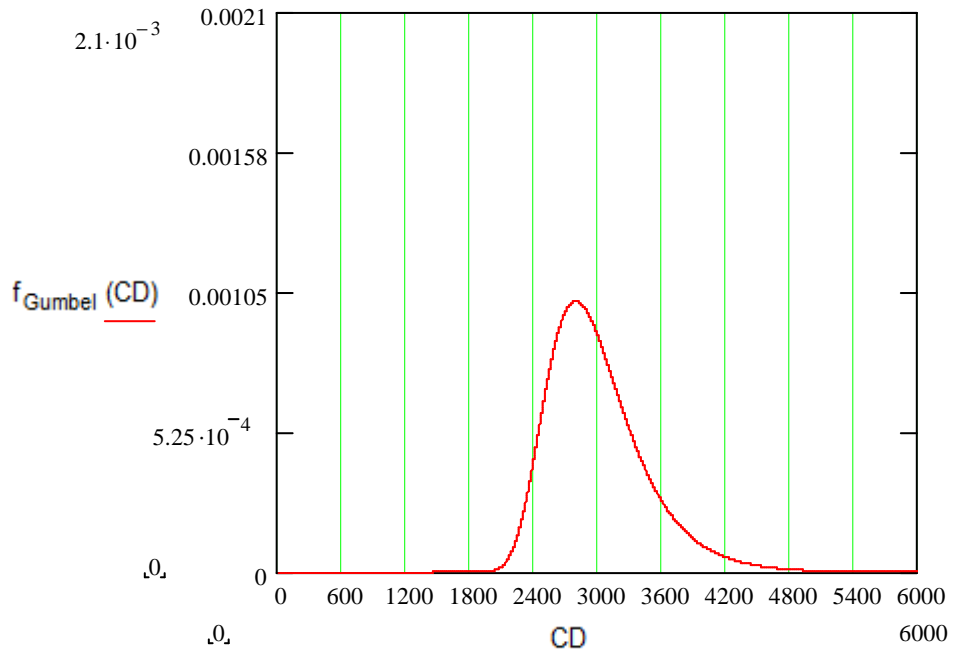


Figura A.4.3-6 - Distribuição de Gumbel associada aos 18 valores extremos do cortante dinâmico na base

A.4.4. Distribuições de Probabilidades de Máximos em Escala Rayleigh

Neste item, são apresentados na escala da distribuição Rayleigh, os picos de uma realização dos processos analisados e as distribuições de máximos ajustadas pelo método baseado nos polinômios de Hermite (Figuras A.4.4-1, A.4.4-3 e A.4.4-5) e pelo método Weibull-PoT (Figuras A.4.4-2, A.4.4-4 e A.4.4-5). Observa-se que no modelo baseado nos polinômios de Hermite, são utilizados todos os picos do processo, enquanto que no modelo de Weibull-PoT, são utilizados os picos apenas positivos, conforme apresentado no Item III.8.2.

Na escala da distribuição de Rayleigh, se o processo fosse gaussiano os picos tenderiam a estar mais próximos da reta. Como pode ser visto, eles encontram-se bem distantes desta reta e, portanto, caracterizando uma vez mais o caráter não-gaussiano destes parâmetros de reposta.

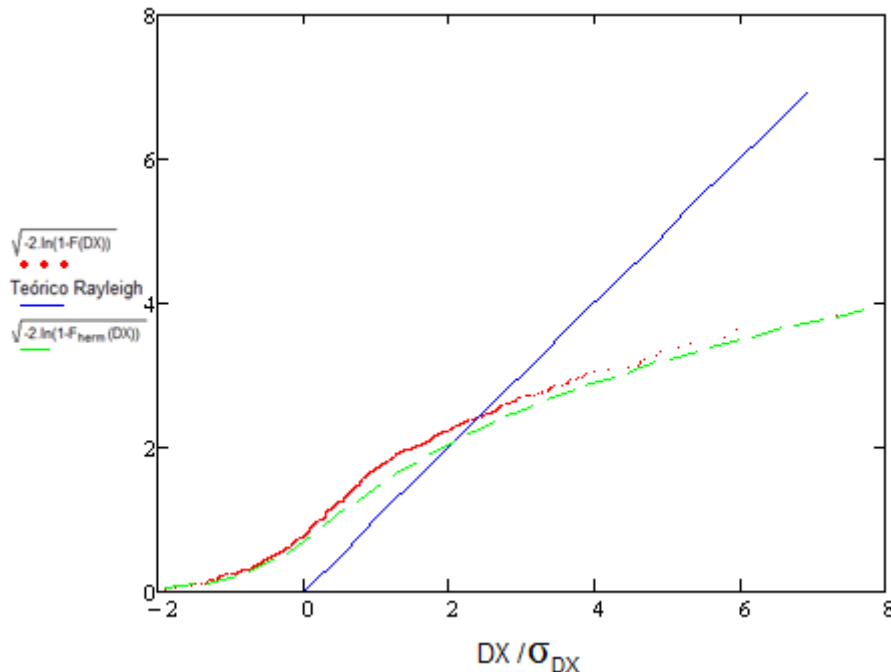


Figura A.4.4-1 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Deslocamento do convés da plataforma. Modelo baseado nos polinômios de Hermite.

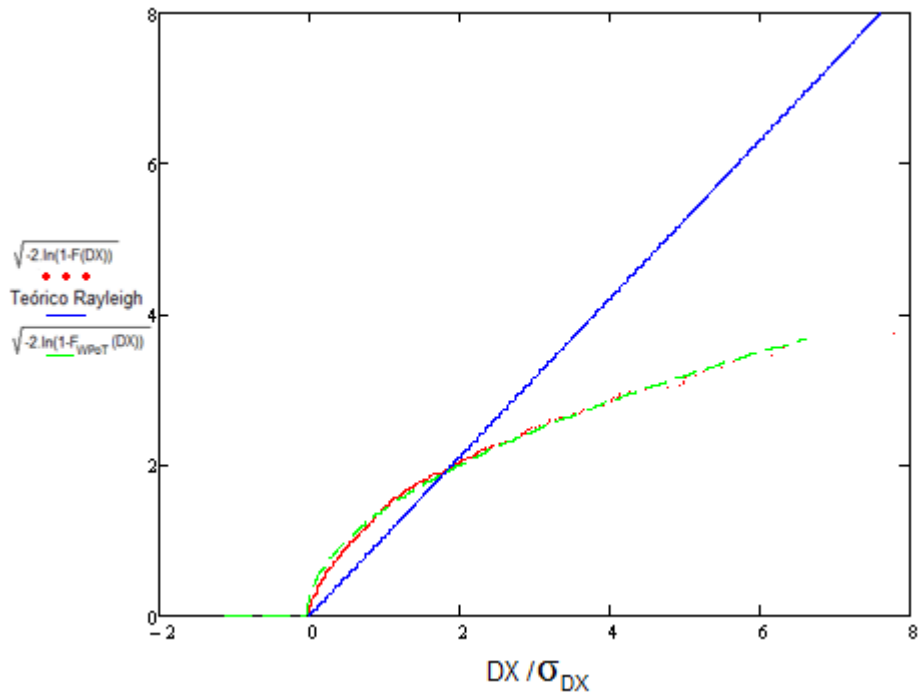


Figura A.4.4-2 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Deslocamento do convés da plataforma. Modelo Weibull-PoT.

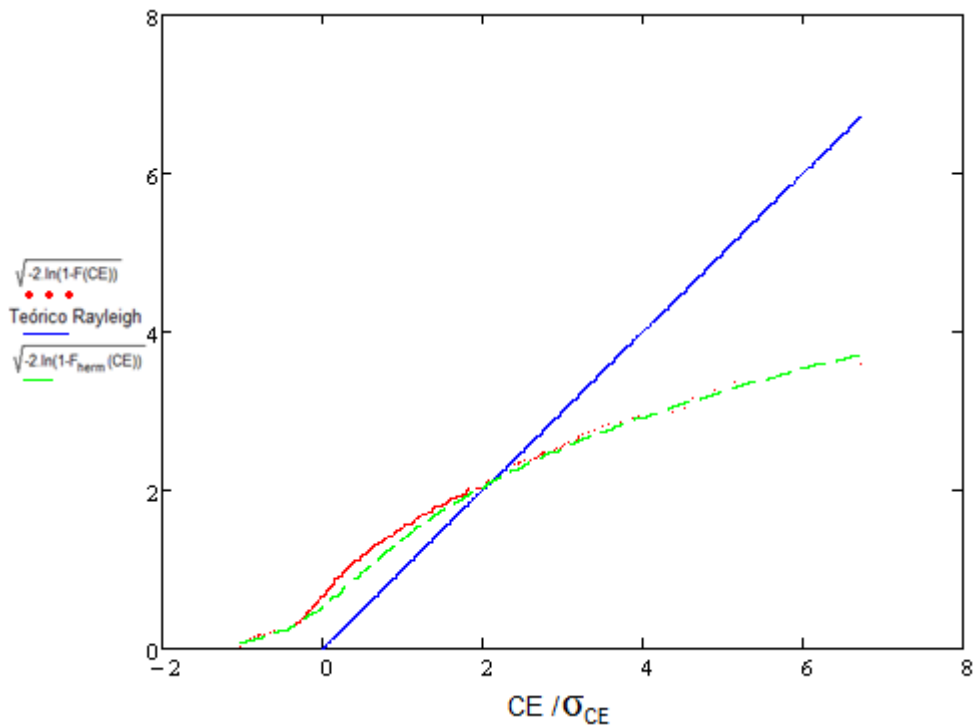


Figura A.4.4-3 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante estático na base. Modelo baseado nos polinômios de Hermite.

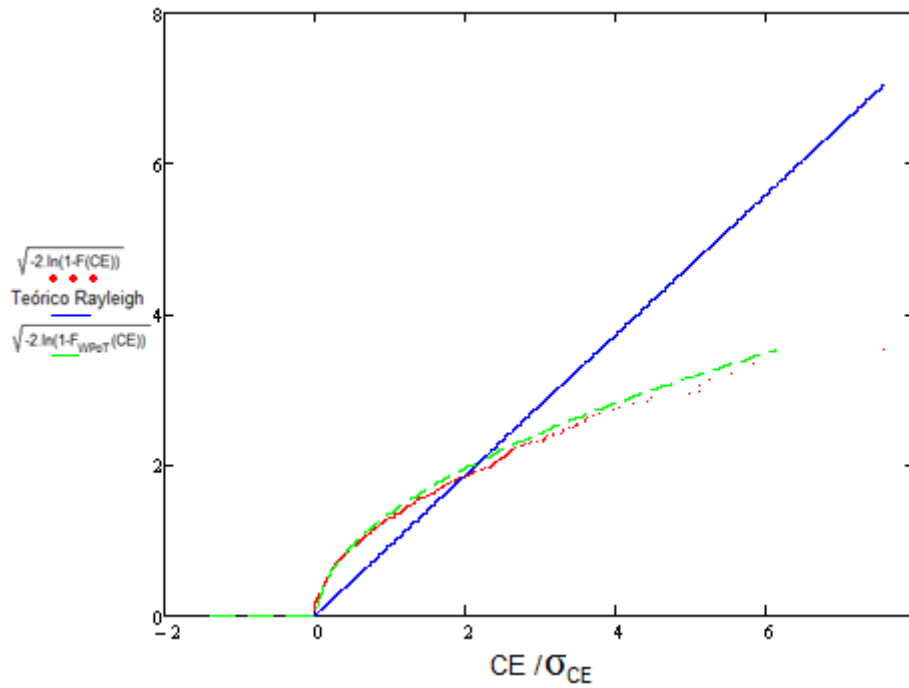


Figura A.4.4-4 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante estático na base. Modelo Weibull-PoT.

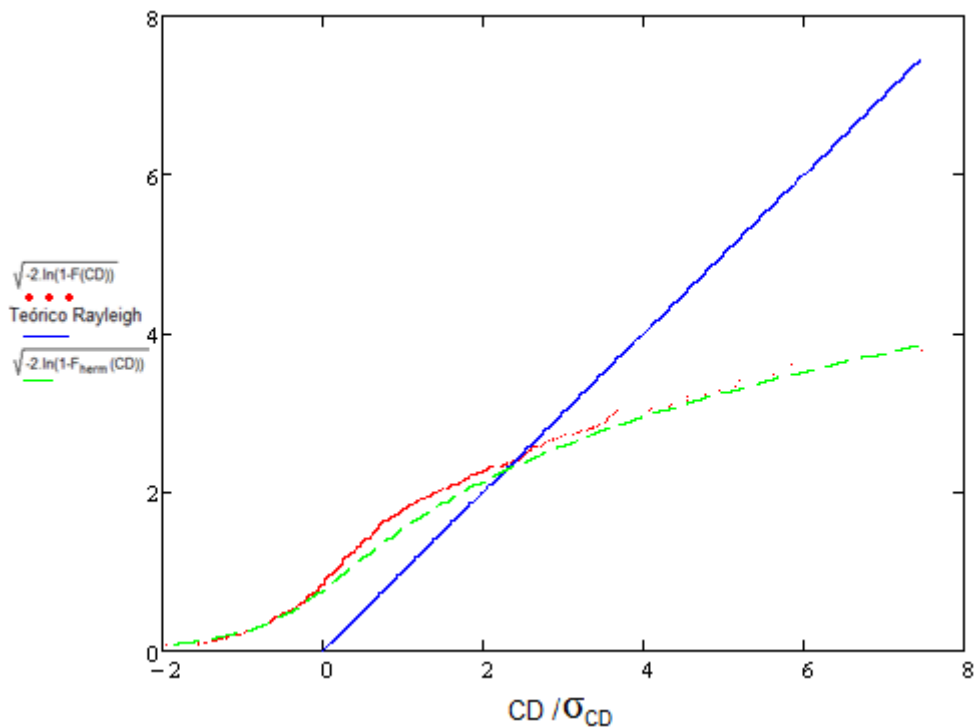


Figura A.4.4-5 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante dinâmico na base. Modelo baseado nos polinômios de Hermite.

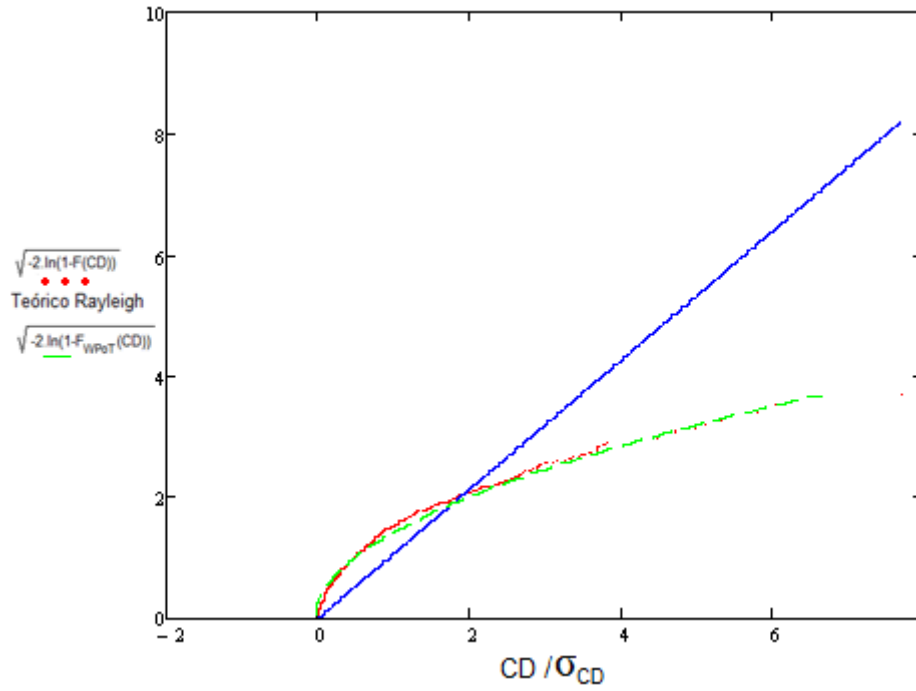


Figura A.4.4-6 - Distribuição de probabilidades de máximos na escala da distribuição de Rayleigh. Cortante dinâmico na base. Modelo Weibull-PoT.

A.4.5. Tabelas Adicionais

As Tabelas A.4.4-1 a A.4.4-3 apresentam os parâmetros estatísticos (média, desvio padrão, coeficiente de assimetria e coeficiente de kurtosis) do deslocamento lateral, do cortante estático na base e cortante dinâmico na base, em função do tamanho da simulação, obtidos para todas as 18 realizações independentes utilizadas na elaboração desta dissertação. As Tabelas A.4.4-4 a A.4.4-5 apresentam os valores mais prováveis (VMP) obtidos através do método baseado nos polinômios de Hermite e das diferentes variações do modelo de Weibull. Nestas duas últimas tabelas utiliza-se a seguinte nomenclatura:

μ é a média dos 18 valores mais prováveis estimados em cada uma das realizações;

σ é o desvio padrão dos 18 valores mais prováveis estimados em cada uma das realizações;

VMP é o valor mais provável de referência obtido a partir do ajuste de uma distribuição de Gumbel aos 18 valores extremos observados nas 18 realizações;

DX é o deslocamento lateral do convés;

CORTEST é o cortante estático na base e;

CORTDIN é o cortante dinâmico na base.

Tabela A.4.4-1 - Parâmetros estatísticos das diferentes realizações - deslocamento lateral do convés da plataforma

DESLOCAMENTO LATERAL												
SÉRIE	2400 seg.				4800 seg.				6000 seg.			
	μ	σ	γ_1	γ_2	μ	σ	γ_1	γ_2	μ	σ	γ_1	γ_2
1	0.147	2.034	0.578	7.722	0.144	2.016	0.484	6.633	0.139	1.966	0.446	6.446
2	0.120	2.063	0.388	7.782	0.130	2.036	0.362	6.791	0.130	1.986	0.344	6.656
3	0.151	1.979	0.409	5.784	0.141	1.998	0.279	5.868	0.139	1.948	0.283	5.702
4	0.135	1.997	0.286	6.467	0.139	2.042	0.316	6.928	0.133	1.991	0.314	6.809
5	0.131	2.016	0.419	6.492	0.144	2.055	0.540	6.461	0.137	1.987	0.513	6.558
6	0.131	1.955	0.284	6.019	0.134	2.015	0.278	5.708	0.129	1.954	0.269	5.769
7	0.135	1.990	0.468	6.629	0.137	2.016	0.364	6.210	0.132	1.970	0.370	6.185
8	0.130	1.946	0.504	5.616	0.135	2.007	0.393	5.909	0.128	1.961	0.358	5.991
9	0.132	1.999	0.308	7.310	0.133	2.061	0.279	6.601	0.129	1.995	0.282	6.584
10	0.142	1.968	0.698	7.076	0.147	2.037	0.491	6.987	0.142	1.985	0.485	6.832
11	0.135	2.001	0.319	5.785	0.142	2.039	0.380	6.029	0.139	1.987	0.351	5.931
12	0.149	2.033	0.648	7.952	0.144	2.068	0.468	7.240	0.135	2.004	0.450	7.261
13	0.135	1.965	0.442	6.013	0.140	2.060	0.394	6.370	0.130	1.983	0.373	6.352
14	0.132	1.986	0.241	7.149	0.140	2.061	0.341	6.889	0.131	1.991	0.320	6.895
15	0.139	2.183	0.662	11.430	0.141	2.120	0.473	8.971	0.134	2.038	0.435	8.863
16	0.133	2.026	0.472	6.469	0.139	2.068	0.509	6.711	0.136	1.994	0.470	6.683
17	0.121	2.025	0.203	6.778	0.131	2.044	0.287	6.945	0.134	1.986	0.299	6.792
18	0.150	2.058	0.560	6.624	0.141	2.027	0.371	6.166	0.136	1.970	0.384	6.116

Tabela A.4.4-2 - Parâmetros estatísticos das diferentes realizações - cortante estático na base da plataforma

CORTANTE ESTÁTICO NA BASE												
SÉRIE	2400 seg.				4800 seg.				6000 seg.			
	μ	σ	γ_1	γ_2	μ	σ	γ_1	γ_2	μ	σ	γ_1	γ_2
1	23.498	475.504	0.270	8.883	22.693	470.596	0.222	7.179	21.613	457.918	0.193	6.935
2	16.130	484.171	0.116	8.115	18.967	475.677	0.113	7.085	19.319	461.698	0.105	7.009
3	24.416	458.641	0.171	5.858	21.939	465.712	0.024	6.100	21.853	452.550	0.045	5.955
4	17.148	475.365	-0.027	7.067	18.936	478.690	0.039	7.130	20.248	462.802	0.059	7.018
5	23.167	481.793	0.250	6.785	21.556	473.707	0.097	6.514	21.000	458.571	0.117	6.489
6	20.671	462.821	0.209	7.023	20.744	469.686	0.102	6.399	20.035	457.528	0.107	6.379
7	19.772	453.780	0.254	5.581	20.302	469.814	0.126	5.966	19.049	458.185	0.105	6.070
8	20.464	466.733	0.008	6.696	21.044	482.103	0.010	7.085	20.005	467.292	0.024	7.063
9	19.948	467.026	0.045	7.926	19.488	483.225	0.012	6.840	19.028	465.056	0.029	6.893
10	22.947	457.595	0.447	6.666	23.398	476.016	0.187	7.174	22.568	461.282	0.199	7.102
11	20.535	463.903	0.057	6.043	21.925	476.379	0.107	6.331	21.751	461.492	0.083	6.295
12	23.985	477.382	0.313	8.373	22.354	486.402	0.168	7.548	20.710	469.229	0.168	7.582
13	19.274	469.749	0.188	6.307	22.211	480.842	0.298	6.240	21.345	463.006	0.282	6.357
14	20.984	457.147	0.253	5.951	21.149	482.790	0.148	6.411	19.610	462.369	0.142	6.454
15	19.873	465.436	-0.069	7.585	21.251	485.978	0.032	7.275	19.713	466.806	0.026	7.330
16	20.239	515.211	0.311	11.896	21.184	497.689	0.192	9.343	20.042	476.123	0.160	9.320
17	19.856	469.820	0.208	6.097	20.816	484.107	0.226	6.560	20.788	463.916	0.200	6.650
18	19.899	455.448	0.059	6.591	19.858	468.993	0.072	6.210	19.273	453.940	0.053	6.237

Tabela A.4.4-3 - Parâmetros estatísticos das diferentes realizações - cortante dinâmico na base da plataforma

CORTANTE DINÂMICO NA BASE												
SÉRIE	2400 seg.				4800 seg.				6000 seg.			
	μ	σ	γ_1	γ_2	μ	σ	γ_1	γ_2	μ	σ	γ_1	γ_2
1	23.504	499.938	0.292	8.812	22.705	494.778	0.240	7.220	21.631	481.687	0.211	6.982
2	16.158	508.877	0.110	8.335	18.938	500.370	0.113	7.254	19.309	486.287	0.106	7.141
3	24.407	483.349	0.186	6.006	21.893	490.234	0.034	6.245	21.834	476.642	0.054	6.080
4	17.174	500.014	-0.037	7.272	18.927	503.487	0.036	7.326	20.243	487.271	0.059	7.194
5	23.209	506.064	0.283	6.878	21.594	498.050	0.115	6.600	21.018	482.523	0.136	6.559
6	20.687	487.169	0.221	7.100	20.725	494.144	0.114	6.531	20.025	481.793	0.123	6.499
7	19.733	477.318	0.287	5.693	20.280	493.708	0.149	6.141	19.032	481.712	0.121	6.242
8	20.425	490.836	0.017	6.905	21.003	505.761	0.020	7.336	19.975	490.862	0.033	7.272
9	19.966	491.547	0.039	8.114	19.498	508.056	0.016	7.045	19.021	489.650	0.031	7.080
10	22.867	481.372	0.479	6.929	23.344	500.531	0.213	7.386	22.520	485.746	0.223	7.271
11	20.534	488.979	0.076	6.142	21.913	501.094	0.125	6.432	21.737	486.150	0.103	6.374
12	24.001	501.119	0.344	8.510	22.338	510.751	0.186	7.711	20.696	493.227	0.181	7.734
13	19.326	494.144	0.190	6.528	22.199	505.107	0.310	6.443	21.337	486.923	0.290	6.562
14	21.041	481.147	0.251	6.128	21.208	507.311	0.155	6.604	19.635	486.483	0.146	6.626
15	19.888	489.357	-0.065	7.876	21.261	509.968	0.044	7.487	19.712	490.564	0.035	7.517
16	20.275	540.979	0.296	12.071	21.218	523.207	0.179	9.513	20.053	501.108	0.149	9.466
17	19.919	495.053	0.228	6.389	20.844	508.731	0.246	6.767	20.796	488.291	0.217	6.822
18	19.904	479.592	0.063	6.597	19.849	493.968	0.074	6.241	19.266	478.280	0.059	6.279

Tabela A.4.4-4 – Valores extremos mais prováveis estimados pelo modelo baseado nos polinômios de Hermite

MODELO DE HERMITE									
SÉRIE	2400 seg.			4800 seg.			6000 seg.		
	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN
1	15.641	3304.75	3706.91	14.411	2996.68	3357.55	13.806	2867.42	3202.54
2	15.480	3170.55	3585.14	14.465	2955.35	3336.50	13.982	2856.02	3218.23
3	13.181	2669.25	2999.49	13.134	2683.83	3004.08	12.635	2591.48	2894.05
4	13.650	2890.03	3244.41	14.431	2950.53	3325.06	14.014	2844.62	3213.35
5	14.076	3022.19	3372.64	14.491	2838.74	3195.80	14.106	2756.73	3101.33
6	12.991	2913.18	3277.75	13.019	2792.91	3134.54	12.691	2722.38	3067.12
7	14.291	2618.40	2943.00	13.791	2718.71	3077.75	13.476	2666.60	3011.76
8	12.868	2774.42	3139.55	13.379	2929.92	3316.84	13.126	2847.57	3224.87
9	14.594	3020.54	3429.74	14.334	2912.08	3300.89	13.945	2819.82	3206.89
10	14.722	2925.85	3301.19	14.859	3012.45	3409.09	14.405	2914.55	3309.55
11	13.184	2656.35	3004.60	13.853	2824.73	3189.87	13.396	2715.45	3075.86
12	15.788	3227.43	3711.40	15.183	3121.44	3540.62	14.726	3020.38	3424.21
13	13.364	2816.78	3188.00	14.291	2928.44	3289.58	13.704	2830.85	3188.44
14	14.087	2712.82	3052.02	14.599	2898.21	3287.67	14.107	2782.62	3152.34
15	19.534	2867.20	3236.12	17.055	3007.33	3382.09	16.259	2891.42	3264.09
16	14.371	3982.85	4499.26	14.889	3478.01	3944.94	14.282	3310.69	3758.11
17	14.007	2798.62	3185.78	14.506	2980.56	3358.85	13.990	2855.45	3228.10
18	14.845	2719.50	3033.86	13.832	2727.96	3040.78	13.421	2633.92	2953.33
μ	14.482	2949.48	3328.38	14.362	2930.99	3305.14	13.893	2829.33	3194.12
σ	1.544	325.10	372.46	0.898	178.78	210.85	0.809	160.13	190.09
$\mu-2.\sigma$	11.395	2299.29	2583.47	12.566	2573.42	2883.43	12.274	2509.06	2813.93
$\mu+2.\sigma$	17.569	3599.68	4073.30	16.159	3288.56	3726.85	15.511	3149.60	3574.31
VMP	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70

Tabela A.4.4-5 - Valores extremos mais prováveis estimados pelo modelo Weibull-PoT.

MODELO DE WEIBULL-PoT									
SÉRIE	2400 seg.			4800 seg.			6000 seg.		
	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN
1	13.735	2997.48	3270.34	12.651	2755.52	3003.31	12.188	2655.89	2891.04
2	13.284	2944.08	3139.17	12.483	2742.86	2939.48	12.139	2664.46	2859.43
3	11.420	2423.21	2639.21	11.024	2359.48	2544.54	10.743	2289.68	2478.81
4	11.508	2679.25	2884.03	12.070	2776.13	3002.44	11.899	2672.80	2891.97
5	12.142	2702.08	2925.79	12.525	2538.04	2754.75	12.297	2468.36	2689.08
6	11.395	2717.57	2946.50	11.426	2530.26	2775.91	11.070	2472.98	2714.00
7	12.500	2334.73	2601.85	12.022	2365.22	2621.41	11.775	2327.45	2573.98
8	11.312	2396.23	2634.91	11.413	2494.78	2753.24	11.183	2467.46	2728.23
9	12.280	2702.62	2898.29	11.974	2597.13	2799.10	11.723	2530.80	2738.12
10	14.257	2805.81	3235.39	13.350	2736.57	3080.93	12.960	2662.03	2989.93
11	11.079	2311.64	2533.02	11.538	2380.33	2643.49	11.250	2332.90	2583.20
12	13.858	2990.55	3270.30	13.300	2864.02	3130.25	12.984	2786.40	3047.29
13	11.122	2569.31	2800.48	12.037	2662.03	2899.31	11.700	2604.47	2840.38
14	11.408	2423.17	2591.80	12.074	2594.97	2810.40	11.845	2524.19	2730.62
15	16.639	2347.54	2594.36	14.600	2495.46	2770.67	14.040	2456.24	2719.55
16	12.408	3807.60	3997.26	12.749	3317.51	3489.78	12.419	3173.92	3350.17
17	12.093	2411.88	2759.09	12.746	2693.42	2930.09	12.307	2624.12	2855.47
18	12.589	2554.98	2731.36	11.784	2551.34	2737.74	11.527	2461.53	2639.31
μ	12.502	2673.32	2914.06	12.320	2636.39	2871.49	12.003	2565.32	2795.59
σ	1.424	362.47	364.28	0.853	225.16	221.18	0.790	203.33	201.70
$\mu-2.\sigma$	9.655	1948.38	2185.50	10.614	2186.07	2429.13	10.422	2158.66	2392.19
$\mu+2.\sigma$	15.349	3398.25	3642.63	14.027	3086.72	3313.85	13.583	2971.98	3198.98
VMP	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70

Tabela A.4.4-6 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-Mom

MODELO DE WEIBULL-Mom									
SÉRIE	2400 seg.			4800 seg.			6000 seg.		
	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN
1	12.836	2893.68	3246.34	12.747	2716.40	3144.96	12.287	2592.66	2995.80
2	13.242	2943.41	3306.57	12.612	2733.62	3097.25	12.217	2626.40	2977.11
3	12.352	2551.94	2944.55	12.318	2562.00	2953.17	11.766	2435.90	2803.00
4	12.105	2724.85	3089.70	12.894	2757.05	3159.09	12.348	2609.37	3010.76
5	12.629	2933.36	3354.18	13.337	2663.77	3096.47	12.847	2551.23	2961.10
6	11.282	2688.21	3008.14	11.517	2604.82	2997.42	11.248	2547.94	2955.46
7	12.362	2572.15	2985.29	12.457	2584.30	3030.48	12.174	2543.00	2957.57
8	12.349	2645.78	3015.41	12.530	2779.54	3207.62	12.194	2667.36	3060.82
9	12.093	2742.55	3078.23	12.651	2754.14	3167.24	12.128	2636.07	3040.36
10	12.815	2691.25	3103.91	13.073	2754.41	3189.18	12.479	2659.90	3063.55
11	12.492	2542.10	3006.05	12.942	2757.04	3178.08	12.367	2605.85	3027.82
12	14.030	2928.32	3502.50	13.525	2887.44	3373.63	12.878	2777.24	3214.41
13	12.186	2798.30	3140.89	13.042	2898.78	3269.27	12.253	2754.89	3132.98
14	12.138	2667.66	2974.92	13.110	2824.80	3220.71	12.488	2670.44	3029.27
15	14.939	2646.90	2986.24	13.590	2842.06	3215.76	12.850	2694.90	3078.03
16	13.436	3569.32	3862.17	13.686	3092.56	3459.16	12.760	2887.81	3247.57
17	12.460	2842.80	3249.67	12.819	2933.60	3322.50	12.185	2733.75	3109.86
18	13.838	2452.38	2768.49	12.578	2456.44	2814.27	12.058	2379.70	2751.79
μ	12.755	2768.61	3145.74	12.857	2755.71	3160.90	12.307	2631.91	3023.18
σ	0.863	247.14	249.57	0.520	150.58	152.91	0.402	120.26	121.46
$\mu-2.\sigma$	11.028	2274.32	2646.60	11.816	2454.55	2855.09	11.503	2391.39	2780.26
$\mu+2.\sigma$	14.481	3262.89	3644.88	13.898	3056.87	3466.72	13.111	2872.43	3266.11
VMP	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70

Tabela A.4.4-7 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-3Psk

MODELO DE WEIBULL-3Psk									
SÉRIE	2400 seg.			4800 seg.			6000 seg.		
	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN
1	14.027	3042.24	3334.43	13.116	2763.52	3067.62	12.573	2638.04	2927.10
2	13.919	2985.45	3255.70	13.012	2756.07	3028.24	12.571	2654.86	2917.61
3	12.057	2447.74	2743.22	11.898	2422.56	2707.27	11.474	2339.15	2610.43
4	12.279	2674.23	2931.08	13.019	2757.31	3042.38	12.599	2646.42	2925.92
5	12.892	2825.58	3138.27	13.398	2613.78	2903.78	13.073	2545.95	2827.78
6	11.681	2733.90	3014.04	11.724	2587.54	2878.54	11.425	2532.03	2823.38
7	12.909	2482.08	2802.04	12.583	2522.19	2830.29	12.343	2481.14	2774.60
8	12.198	2518.03	2808.11	12.322	2685.63	2992.04	12.061	2617.52	2908.95
9	12.793	2742.87	3004.32	12.836	2679.62	2975.97	12.428	2589.63	2883.96
10	14.212	2827.42	3238.71	13.775	2778.47	3159.86	13.292	2688.50	3055.90
11	12.077	2451.45	2748.43	12.615	2591.26	2906.41	12.180	2487.88	2800.21
12	14.541	3046.61	3397.10	13.978	2918.38	3253.16	13.541	2839.13	3152.48
13	12.075	2696.30	2983.06	12.979	2806.46	3097.13	12.477	2721.32	3011.02
14	12.253	2541.99	2804.10	13.138	2716.79	3019.81	12.701	2617.88	2903.63
15	16.817	2539.99	2815.46	14.807	2716.70	3035.07	14.103	2631.91	2933.64
16	13.424	3780.91	4022.71	13.736	3275.56	3509.31	13.134	3109.40	3332.63
17	12.526	2670.14	3030.51	13.106	2851.96	3153.75	12.614	2729.19	3019.03
18	13.694	2513.45	2753.02	12.555	2521.15	2759.99	12.218	2435.16	2676.80
μ	13.132	2751.13	3045.80	13.033	2720.28	3017.81	12.600	2628.06	2915.84
σ	1.260	322.49	322.13	0.743	187.28	186.40	0.665	167.95	166.42
$\mu-2.\sigma$	10.611	2106.15	2401.54	11.546	2345.71	2645.00	11.271	2292.15	2582.99
$\mu+2.\sigma$	15.652	3396.11	3690.05	14.520	3094.84	3390.62	13.930	2963.97	3248.68
VMP	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70

Tabela A.4.4-8 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-3Pku

MODELO DE WEIBULL-3Pku									
SÉRIE	2400 seg.			4800 seg.			6000 seg.		
	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN
1	13.645	2982.18	3249.11	12.724	2743.60	3000.11	12.260	2641.47	2884.49
2	13.373	2928.62	3147.72	12.589	2725.70	2946.61	12.209	2644.11	2855.55
3	11.490	2395.55	2628.39	11.226	2348.92	2565.08	10.898	2281.14	2492.77
4	11.768	2657.14	2872.75	12.302	2752.01	2995.69	12.019	2654.18	2891.03
5	12.369	2706.36	2969.94	12.764	2537.33	2780.86	12.490	2475.38	2715.23
6	11.502	2696.22	2934.66	11.505	2534.94	2785.17	11.184	2479.64	2728.05
7	12.546	2370.27	2639.42	12.145	2408.23	2667.32	11.899	2367.85	2617.84
8	11.489	2410.19	2679.92	11.618	2538.25	2817.50	11.387	2497.10	2763.46
9	12.287	2675.78	2890.20	12.192	2594.20	2833.55	11.876	2521.40	2760.94
10	14.084	2788.14	3198.88	13.421	2725.30	3075.53	13.009	2647.79	2984.82
11	11.373	2337.21	2586.29	11.844	2431.22	2712.08	11.507	2363.03	2633.81
12	14.010	3001.34	3294.90	13.443	2863.18	3148.43	13.071	2787.51	3059.90
13	11.489	2585.75	2851.15	12.344	2684.14	2946.75	11.951	2619.37	2878.49
14	11.610	2463.32	2670.95	12.354	2619.87	2875.79	12.028	2542.60	2784.01
15	16.544	2393.17	2648.88	14.748	2553.71	2841.17	14.153	2497.44	2769.66
16	12.723	3764.25	3968.51	12.986	3334.62	3519.71	12.549	3193.28	3371.74
17	12.174	2507.52	2853.20	12.810	2725.42	2981.57	12.380	2636.88	2883.47
18	12.886	2527.10	2726.32	11.975	2523.86	2726.40	11.698	2441.55	2641.27
μ	12.631	2677.23	2933.96	12.500	2646.92	2901.07	12.143	2571.76	2817.58
σ	1.327	343.29	342.58	0.828	219.09	214.36	0.761	200.12	195.76
$\mu-2.\sigma$	9.977	1990.65	2248.79	10.843	2208.74	2472.35	10.620	2171.52	2426.07
$\mu+2.\sigma$	15.285	3363.81	3619.13	14.156	3085.10	3329.79	13.665	2972.01	3209.10
VMP	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70

Tabela A.4.4-9 - Parâmetros de resposta do processo - modelo de Weibull-Tail

MODELO DE WEIBULL-Tail									
SÉRIE	2400 seg.			4800 seg.			6000 seg.		
	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN	DX	CORT EST	CORT DIN
1	15.297	3430.46	3699.29	14.070	2895.00	3247.23	13.256	2703.78	3029.14
2	15.777	3322.05	3684.75	13.974	2893.14	3230.37	13.275	2747.28	3051.35
3	13.393	2722.34	3029.58	13.051	2573.17	2898.13	12.349	2450.90	2766.11
4	13.735	2902.51	3155.22	14.690	2869.65	3167.49	13.799	2717.06	3018.19
5	14.604	3164.42	3576.16	14.964	2748.51	3112.93	14.458	2680.78	3027.22
6	12.500	2974.34	3317.88	12.198	2738.83	3066.07	11.889	2675.45	3015.53
7	14.230	2794.23	3253.91	13.591	2740.93	3154.63	13.282	2711.16	3095.88
8	14.137	2718.12	3133.11	13.798	2928.80	3362.94	13.453	2853.60	3220.09
9	14.213	3044.44	3364.43	14.313	2852.64	3260.24	13.605	2721.25	3121.89
10	14.758	3100.47	3478.57	14.721	2929.06	3371.70	13.962	2797.28	3211.16
11	13.868	2713.52	3084.08	14.235	2801.29	3244.74	13.488	2660.77	3071.96
12	16.636	3410.19	3894.78	15.264	3125.86	3543.19	14.654	3031.96	3410.10
13	13.664	2986.69	3408.98	14.435	3035.49	3424.00	13.719	2920.41	3300.45
14	14.026	2751.67	3104.53	15.077	2893.88	3296.32	14.248	2760.58	3147.73
15	18.255	2837.44	3217.03	15.665	2948.61	3420.10	14.518	2864.43	3273.98
16	15.701	4092.56	4474.77	15.563	3326.95	3719.28	14.463	3080.47	3425.48
17	13.576	3013.53	3506.53	13.769	3129.26	3536.87	13.123	2938.71	3318.81
18	16.042	2613.22	2912.17	13.614	2578.05	2842.66	13.157	2467.84	2744.82
μ	14.690	3032.90	3405.32	14.277	2889.40	3272.16	13.594	2765.76	3124.99
σ	1.382	359.72	373.77	0.888	188.48	220.61	0.740	165.92	188.44
$\mu-2.\sigma$	11.926	2313.47	2657.77	12.500	2512.43	2830.95	12.114	2433.92	2748.11
$\mu+2.\sigma$	17.453	3752.34	4152.87	16.054	3266.36	3713.37	15.075	3097.61	3501.88
VMP	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70	11.90	2555.37	2786.70