

UTILIZAÇÃO DE LÓGICA FUZZY NO APOIO À DECISÃO MULTICRITÉRIO

Márcia Pereira de Souza

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Alexandre Gonçalves Evsukoff, Dr.

Profa. Beatriz de Souza Leite Pires de Lima, D. Sc.

Profa. Alessandra Magrini D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 2006

SOUZA, MÁRCIA PEREIRA DE
Utilização de Lógica Fuzzy
no Apoio à Decisão Multicritério [Rio
de Janeiro] 2006
VIII, 65 p. 29,7 cm
(COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia
Civil, 2006)
Dissertação Universidade Federal
do Rio de Janeiro, COPPE
1- Apoio à decisão multicritério
2- Utilização de Lógica Nebulosa
I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

DEDICATÓRIA

`A minha filha,

e ao Thomaz

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Alexandre Evsukoff, por sua paciência e compreensão.

Ao Joelson, assistente e amigo, que com seu talento e profissionalismo me permitiu o tempo livre para esta empreitada,

A Mônica, amiga querida que me apresentou à professora Beatriz Lima

A professora Beatriz Lima por ter me aberto esta porta,

Resumo da dissertação apresentada a COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.).

UTILIZAÇÃO DE LÓGICA FUZZY NO APOIO À DECISÃO MULTICRITÉRIO

Márcia Pereira de Souza

Setembro/2006

Orientador: Alexandre Gonçalves Evsukoff

Programa: Engenharia Civil

O objetivo deste estudo é explorar o campo da Análise Multicritério de Decisão (AMD) através da utilização de Lógica “Fuzzy” com o intuito de agregar valor no que tange às decisões complexas face às dificuldades características do mundo real. Para tal, foi escolhida uma abordagem comparativa, onde os desempenho das metodologias clássicas (Análise Hierárquica de Processos – AHP e Teoria da Utilidade Multiatributo) e do Sistema “Fuzzy” em questão, são observados com relação a um problema simples - a compra de um carro.

Como resultante deste estudo é proposta uma metodologia na qual o Sistema “Fuzzy” de Apoio à Decisão é combinado com um módulo de Cálculo de Prioridades da Análise Hierárquica de Processos e um módulo Cognitivo baseado em utilidade. A avaliação final das alternativas é feita sobre um critério único de síntese, obtido através do operador “Fuzzy” OWA (Ordered Weighted Average).

Por final é apresentado um estudo de caso visando a compra de um imóvel com alternativas avaliadas predominantemente por critérios qualitativos com alto grau de subjetividade. Neste estudo a análise de decisão desenvolvida com a metodologia proposta é comparada com a utilização da AHP (Análise Hierárquica de Processos) para o mesmo caso.

Dissertation's abstract presented to COPPE/UFRJ – as necessary part to attain the Master of Science degree.

MULTICRITERIA DECISION ADED WITH FUZZY LOGIC – A COMPARATIVE VIEW

Márcia Pereira de Souza

Setembro/2006

Advisor: Alexandre Gonçalves Evsukoff

Department: Civil Engineering

The purpose of the present study is to explore the field of Multiple Criteria Decision-Making (MCDM), through the use of Fuzzy Logic aiming to aggregate value regarding complex decisions that are due to difficulties, common to the real world. With that intention, a comparative approach was chosen where the performance of classic methodologies (Analytic Hierarchy Process – AHP and Multiattribute Utility Theory - MAUT) and the Fuzzy System, here presented, are applied in relation to a simple problem, a car purchase.

A methodology is proposed as a result of this study, in which the Fuzzy Decision-Making System is combined with a module of Criteria Weight Determination by the Analytic Hierarchy Process and a Cognitive module based on utility. The final alternatives' evaluation is done through a single criterion of synthesis, obtained through the OWA fuzzy operator, (Ordered Weighted Average).

The dissertation concludes with a case study involving a real estate purchase with the alternatives being evaluated mainly by qualitative criteria with a high degree of subjectivity. The decision's analysis developed in this study through the proposed methodology is compared with the use of AHP (Analytic Hierarchy Process) in the same case.

ÍNDICE

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	1
I.1 – Organização do Estudo	1
I.2 – Considerações iniciais	2
CAPÍTULO II – DECISÃO	5
II.1 – Definição	5
II.2 – Características dos Problemas	5
II.3 – Elementos da Decisão	7
II.3.1 – Decisor e Outros Atores	7
II.3.2 – Critérios	8
II.3.3 – Alternativas	9
II.3.4 – Estados da Natureza	9
II.4 – AMD – Análise Multicritério de Decisão	9
II.4.1 – Características Gerais	9
II.4.2 – Relações de Preferência	10
II.4.3 – Critérios	11
II.4.4 – Matriz de Decisão	14
CAPÍTULO III – AS METODOLOGIAS MAUT & AHP	16
III.1 – Introdução	16
III.2 – Análise Hierárquica de Processos – AHP	16
III.2.1 – Axiomas	18
III.2.2 – Metodologia	18
III.2.3 – Exemplo	21
III.3 – Teoria da Utilidade Multiatributo	23
III.3.1 – Metodologia	24
III.3.2 – Exemplo	26
III.4 – Parâmetros para Avaliação das Metodologias	28
III.4.1 – Critérios	28
III.4.2 – Metacritérios	29
CAPÍTULO IV – LÓGICA “FUZZY” NO APOIO À DECISÃO	31
IV.1 – Introdução	31

IV. 2 – Os Conjuntos “Fuzzy”	32
IV. 2.1 – Teoria Clássica dos Conjuntos	32
IV. 2.2 – Definição dos Conjuntos “Fuzzy “	34
IV. 2.3 – Representação dos Conjuntos “Fuzzy “	34
IV. 2.4 – Funções de Pertinência	35
IV. 2.5 – Características dos Conjuntos “Fuzzy “	37
IV. 2.6 – Operações com Conjuntos “Fuzzy”	38
VI. 3 – Variáveis Linguísticas	41
IV.3.1 – Base de Conhecimento ou Base de Regras	43
CAPÍTULO V – METODOLOGIA PROPOSTA	45
V.1 – Introdução	45
V .2 – Apresentação dos Módulos	46
V. 2.1 – Módulo de Estudo Cognitivo	46
V. 2.2 – Módulo para Cálculo dos Pesos – AHP	47
V. 2.3 – Sistema Fuzzy de Apoio à Decisão	47
CAPÍTULO VI – ESTUDO DE CASO	60
VI .1 – Introdução	60
VI .2 – Conjunto de Alternativas	61
VI .3 – Família de Critérios	61
VI .3.1 – Critérios Quantitativos e Qualitativos	61
VI. 3.2 – Descrição dos Critérios	62
VI .3.3 – Avaliações das Alternativas	63
VI .4 – Análise de Decisão pela Metodologia Proposta	63
VI .4.1 – Módulo 1 - Estudo Cognitivo	63
VI .4.2 – Módulo 2 - Cálculo dos Pesos	56
VI . 4.3 – Módulo 3 – Sistema “Fuzzy” de Apoio à Decisão	56
VI. 5 – Análise de Decisão pela AHP	69
VI. 5.1 – Cálculo das Prioridades – Pesos dos Critérios	69
VI. 5.2 – Cálculo dos Valores para os Critérios Qualitativos	70
VI. 5.3 – Agregação das Avaliações Parciais das Alternativas	74
CAPÍTULO VII – ANÁLISE DE RESULTADOS	75
CAPÍTULO VIII – CONCLUSÕES	77

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **79**

ANEXO I **81**

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO

I. 1 – ORGANIZAÇÃO DO ESTUDO

No **capítulo I**, introduz-se conceitualmente a questão da decisão no contexto da sociedade contemporânea, bem como no contexto neurobiológico humano, considerando os mecanismos acionados face `a um problema.

Uma breve conceituação teórica sobre a Problemática da Decisão, e das características da **Análise Multicritério de Decisão - AMD** é apresentada no **capítulo II**.

A seguir, no **capítulo III**, após uma pequena apresentação metodológica, verifica-se a aplicação prática de duas metodologias consagradas - **AHP e MAUT**, para a escolha de um carro.

No **capítulo IV** são apresentados os fundamentos da **Lógica “Fuzzy”** e dos **Conjuntos “Fuzzy”**.

No **capítulo V**, a Metodologia Proposta de apoio `a decisão com **Lógica “Fuzzy”** é apresentada, e a seguir, aplicada ao mesmo exemplo do carro.

O **capítulo VI**, traz um estudo de caso sobre a compra de um imóvel residencial, a partir de uma pesquisa realizada na qual são selecionadas dez alternativas. A área pesquisada restringe-se aos bairros de Laranjeiras, Cosme velho e Botafogo, situados na zona sul do Rio de Janeiro. Este estudo de caso, avaliado majoritariamente por conceitos qualitativos é abordado através da Metodologia Proposta e da Análise Hierárquica de processos.

No **capítulo VII** é feita uma análise dos resultados do estudo de caso, e por fim no **capítulo VIII** são apresentadas as conclusões.

I. 2 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A evolução da sociedade contemporânea baseada em uma economia com mercados globalizados, e propiciada pelo desenvolvimento tecnológico, demanda decisões rápidas e eficientes sobre problemas complexos. A sociedade [1] se transforma, tendo o conhecimento como a principal fonte de impulso para o desenvolvimento.

Analisando a dimensão das metas a serem alcançadas neste cenário globalizado, percebe-se a relevância dos processos de planejamento, que têm-se tornado mais elaborados nas suas vertentes técnicas, sociais, físicas e econômicas..

No contexto acima descrito as decisões sobre as diretrizes e ações à serem abraçadas, em um determinado momento, devem ser fortemente amparadas por um conjunto de regras que guiem o planejamento rumo a meta almejada. Em [2] G. Munda nomeia este conjunto de regras de método de avaliação e o caracteriza pela constante estruturação dos principais aspectos das políticas definidas nos processos decisórios. Esta dinâmica de avaliação se faz necessária durante todo o processo de decisão e deve ser amparada por uma metodologia consistente que permita o entendimento correto das tensões existentes.

O planejamento e as ações decorrentes, situam-se em uma zona de conflito entre os interesses de diferentes atores que avaliam as questões sob aspectos múltiplos. A diversidade dos atributos, tangíveis e intangíveis, requer, para o processo de avaliação, uma metodologia que permita mensurar e agregar conceitos qualitativos e quantitativos expressos de forma diversa.

A abordagem da Análise Multicritério de Decisão (AMD), através da utilização de um conjunto de técnicas visando investigar diferentes alternativas a luz de critérios e objetivos muitas vezes em conflito [3], vêm de encontro as necessidades acima expostas.

Na Análise Multicritério, a subjetividade envolvida no processo de decisão é relevante. Esta relevância se faz presente pela incorporação dos valores pessoais dos decisores e pela utilização do conhecimento intuitivo dos especialistas. Considerando a questão da subjetividade envolvida na tomada de decisão, torna-se interessante conferir o trabalho do neurobiologista Antônio Damásio, que é apresentado a seguir.

[4] A partir do acompanhamento de indivíduos que sofreram lesões em regiões

cerebrais, regiões necessárias à ocorrência de certas emoções e sentimentos, percebe-se que tais indivíduos apresentam capacidade de decidir altamente comprometida, principalmente no tocante a decisões em clima de incerteza.

Estas pessoas quando submetidas a uma análise neuropsicológica se mostram intelectualmente intactas e mantêm a capacidade de aprender e recordar as experiências vividas. São tecnicamente inteligentes, podendo alcançar grandes pontuações em testes de QI. Não apresentam dificuldades na solução de problemas lógicos, e a maioria é capaz de raciocinar de forma inteligente. Solucionam problemas sociais em laboratório, e mostram grande sabedoria sobre assuntos que não conseguem gerir no mundo real. O problema dessas pessoas não é de natureza cognitiva, mas está relacionado a um defeito de emoção. Ao lidarem com as situações no mundo real, embora possam saber as opções e as conseqüências nas diferentes dimensões temporais, bem como a lógica a ser empregada, não conseguem ativar memórias emocionais que as ajudariam a escolher de forma eficiente. O resultado de suas decisões é dramático. Estes indivíduos não utilizam a experiência emocional acumulada ao longo de suas vidas. Fazem decisões equivocadas em função de sua condição de emoção empobrecida, quadro se agrava, caso a decisão envolve a avaliação de conseqüências futuras. Embora possa *pensar* sobre estas conseqüências o indivíduo não consegue *avaliá-las*.

Damáσιο defende que “*a emoção e o sentimento desempenham um papel no raciocínio, e este papel é geralmente benéfico*” [4]. Considerando que o sinal emocional aumenta a eficiência do raciocínio, o benefício do sentimento e da emoção é inquestionável. O autor enfatiza o valor dos sentimentos e emoções no que tange às conseqüências futuras das decisões, que consistem em uma espécie de previsão do futuro.

Esta capacidade de previsão está relacionada à construção de um mapa emocional, com diferentes matizes, sobre as experiências vividas. As emoções guiam, de forma consciente ou não, a atenção para certos aspectos de um determinado problema, obtendo-se um melhor desempenho ao analisá-lo. O sinal emocional ocorre antes do próprio raciocínio marcando opções e conseqüências com uma carga positiva ou negativa.

“Quando confrontados com uma situação problema, que requer uma decisão temos a nossa disposição duas vias complementares para realizar este processo.

A Via A provoca o aparecimento de imagens relacionadas com a situação tais

como; opções de ações e antevisões de conseqüências futuras. Diversas estratégias de raciocínio atuam sobre este conhecimento e produzem uma decisão.

A via B funciona em paralelo e leva a ativação de experiências emocionais que tenham ocorrido em situações comparáveis.

A reativação dessas experiências emocionais, consciente ou inconsciente, influencia o processo de decisão, quer interferindo com as estratégias de raciocínio, quer forçando a atenção sobre a representação de conseqüências futuras. Por vezes a via B pode levar diretamente a uma decisão. Por exemplo no caso de um palpite. A proporção de utilização da Via A e da Via B depende da pessoa que decide, de sua experiência anterior e das circunstâncias da situação” [4]. A figura 1 abaixo representa graficamente este funcionamento do sistema de decisão [4].

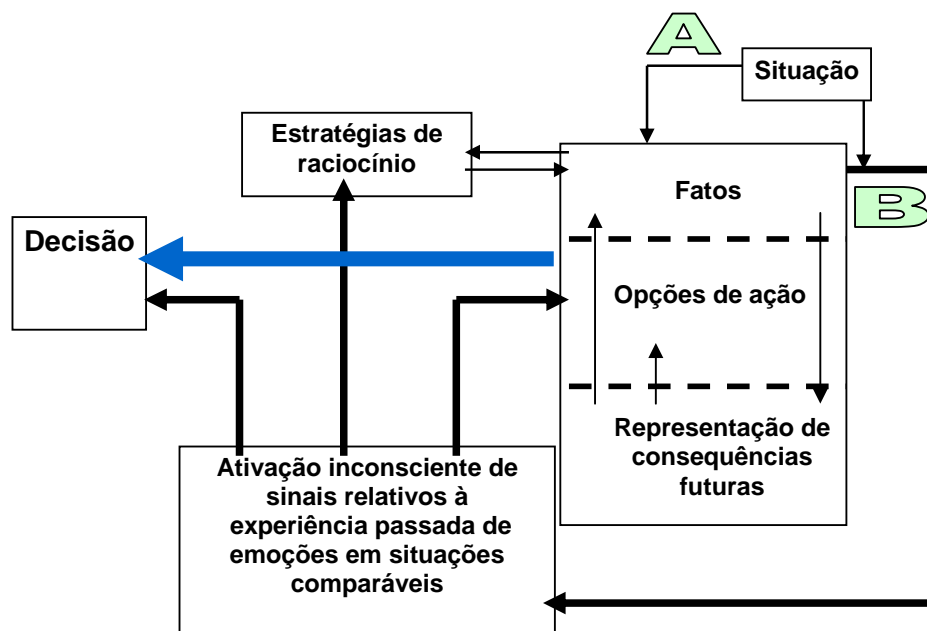


Figura 1 – Sistema de decisão humano

II. 1 – DEFINIÇÃO

“Quando confrontados com uma situação problema, que requer uma decisão, temos a nossa disposição 2 vias...” [4]

No texto acima apresentado no capítulo I, percebe-se a relação intrínseca entre problema e decisão. Por problema entende-se o conjunto de situações que disparam, no indivíduo, determinados processos neurológicos que precedem a ação. A palavra decidir [3], em função de sua origem etmológica, está associada as palavras latinas **de** (significando parar, extrair, interromper) e **caedere** (com significado de cindir, cortar). Decidir assume portanto o sentido de parar de interromper, ou seja, através da decisão, permite-se fluência a uma ação ou processo que se encontrava “cingido” por um problema.

II. 2 – CARACTERÍSTICAS DOS PROBLEMAS E DAS DECISÕES

A complexidade de uma decisão está diretamente associada ao nível de estruturação do problema a ser solucionado. Em função das características e do nível de estruturação apresentado nos sistemas de: informação, previsão, valorização e preferências – a serem definidos nas dinâmicas de avaliação – os problemas são classificados em: estruturados, semi-estruturados e não estruturados. Também em função destes sistemas se caracteriza a condição sobre a qual é tomada a decisão.

Os problemas estruturados estão associados a **decisão em condição de certeza**, aonde a ação a ser empreendida é conhecida e a solução está relacionada a um processo lógico. Assim, nas decisões em condição de certeza, o sistema de informações nos garante o conhecimento completo da situação. A previsão sobre os estados da natureza é da ordem de 100% de probabilidade – condição ideal, porém muito rara no mundo real.

Nos problemas semi-estruturados são feitas as **decisões em condição de risco**. Estas são feitas sobre estados da natureza conhecidos, porém com probabilidades que

variam de 0 a 100%. As probabilidades assumidas para os estados da natureza são absorvidas como informação inicial. O conjunto de consequências possíveis é conhecido e a ele são atribuídas diferentes probabilidades. Neste caso, mesmo decidindo com 90% de segurança, é possível que o resultado fique nos 10% restante.

Os problemas não estruturados requerem **decisões complexas**, que são feitas sob **condições de ignorância ou condições de incerteza**. Estas decisões, segundo [3], se caracterizam pela necessidade do decisor em escolher uma opção que atenda, da forma mais apropriada, à objetivos múltiplos e conflitantes. Com respaldo em um conjunto de critérios, quantitativos e qualitativos, definidos para avaliar informações em muitos casos imprecisas, incompletas e ambíguas, que gerando conseqüências, às vezes, apenas vislumbradas.

Na decisão em condição de incerteza, os conjuntos de estados da natureza associados a cada alternativa é apenas parcialmente conhecido e / ou as probabilidades associadas aos estados conhecidos são incertas, ou até mesmo desconhecidas. Alguns decisores se posicionam de forma mais ousada do que outros, de acordo com seu perfil pessoal.

As decisões feitas no mundo real são carregadas de eventos não determinísticos, que podem ser traduzidos pela junção dos termos impreciso (vago, inexato), ambíguo e incerto (probabilístico) [3]. A imprecisão está associada à dificuldade em se obter uma avaliação quantificada ou realizar uma medição confiável de determinado evento. Na ambiguidade, o objeto a ser avaliado recebe graus distintos na visão de diferentes especialistas, ou a objetos distintos são atribuídas classificações iguais. E a incerteza se traduz por probabilidades desconhecidas para ocorrência de um determinado evento.

Este tipo de problema, não estruturado, é também encontrado na literatura relacionado ao conceito de “universo indeterminado”, apresentando as seguintes características:

O problema não se encaixa em um desenho lógico de processos;

Exige grande conhecimento intuitivo acumulado a partir da experiência (conhecimento de um especialitas);

As consequências e os critérios de avaliação das mesmas não são facilmente quantificáveis;

“Estão sujeitos a possibilidades subjetivas e probabilidades desconhecidas” [3]

A utilização de lógica Nebulosa para este tipo de problemas, vem sendo um forte objeto de estudo de pesquisadores na área de DSS (Decision Support Systems). Este paradigma permite a representação do conhecimento vago, incerto ou impreciso [1]

E por fim temos a **decisão em condição de conflito ou competição**, que envolve dois ou mais decisores, e o resultado depende da escolha de cada um dos decisores.

II. 3 – ELEMENTOS DA DECISÃO

Gomes et al [3] identifica seis elementos comuns a todos os processos de decisão, que são apresentados abaixo.

- objetivo;
- decisor(es);
- conjunto de critérios de decisão;
- conjunto de alternativas;
- conjunto de estados da natureza;
- consequência das decisões.

Além da figura do decisor, certos processos decisórios são conduzidos com a participação de representantes de interesses diversos, e/ou especialistas de decisão que juntamente com o decisor ou decisores são nomeados pelo termo **ator**.

II. 3.1 – Decisor e Outros Atores

Para Magrini [5] o termo **ator** caracteriza indivíduos ou grupos que atuam no processo decisório de forma coerente. Os atores influenciam de forma direta ou indireta a decisão. Sob o termo ator, que é empregado para diferentes funções no processo, de acordo com o grau de intervenção, encontramos as figuras do(s) decisor(es), facilitador(es) e analista(s).

A figura do **decisor** é definida em [3] como o representante de um conjunto de preferências. Estas preferências podem ser alteradas no desenvolvimento da decisão. O termo decisor engloba diferentes graus de influência no processo, e segundo o grau de influência encontra-se – [5] de acordo com a literatura – uma subdivisão dos decisores

em “agidos” (do francês agis) e intervenientes. Conforme sugere a nomenclatura, “agidos” são aqueles que embora afetados direta ou indiretamente pelas consequências, não têm o “poder” de decisão, e defendem suas preferências de forma indireta, através de pressões. Intervenientes participam da decisão de forma direta. São aqueles que efetivamente decidem. O processo de decisão deve proporcionar aos “agidos” e intervenientes a visão multidimensional necessária à evolução de suas preferências na dinâmica negocial.

O facilitador deve participar do processo de decisão auxiliando os decisores de forma metodológica em relação às avaliações, guiando-os rumo à alternativa que melhor represente seu conjunto de valores. Cabe também ao facilitador apoiar a dinâmica do processo a fim destacar o aprendizado necessário para a tomada de decisão.

A função do **analista** é tornar claro aos decisores e facilitadores o universo no qual a decisão se insere – considerando os riscos, restrições e qualidade das informações existentes. Cabe ao analista a modelagem do problema, para que este possa ser manipulado com sucesso pelos demais atores.

II. 3.2 – Critérios

No processo de escolha, as opções são avaliadas com base no sistema de valores (dos decisores) representado por um conjunto de atributos que influenciam na decisão com diferentes pesos. Designamos o termo **critério** à informação obtida com relação a um determinado atributo. Assim, correspondendo ao atributo preço, por exemplo, teremos um critério com seu valor expresso em alguma moeda.

A pluralidade dos critérios utilizados, que podem ser expressos em valores semânticos, valores numéricos com diferentes escalas, ou funções matemáticas, é característica da classe de problemas analisada pelo chamado enfoque multicritério, que será vista a seguir. A abordagem multicritério possui metodologias próprias, com grande desenvolvimento teórico no que tange a definição dos critérios

II. 3.3 – Alternativas

“Uma **ação**, é a representação que um ator constrói para si da solução de um problema ou de um elemento que permite avançar no sentido da solução” [5]. Enquanto em alguns casos, o conjunto das alternativas é construído dinamicamente no processo de decisão com a análise e consolidação das ações propostas, em outros, a decisão ocorre sobre um conjunto finito de alternativas previamente definidas.

II. 3.4 – Estados da Natureza

A denominação **estados da natureza** está relacionada ao meio ambiente no qual o sistema se insere, possui variáveis independentes, que devem ser analisadas quanto aos riscos, restrições, probabilidades e incertezas implicadas na avaliação das consequências.

II. 4 – AMD – ANÁLISE MULTICRITÉRIO DE DECISÃO

A AMD constitui uma área de conhecimento específica dentro do universo teórico das decisões, e é utilizada para a classe de problemas não estruturados, estando portanto associada ao conceito de decisão complexa.

II. 4.1 – Características Gerais

Nos problemas multicritério encontramos alguma(s) das dificuldades abaixo relacionadas [3];

Critérios diversos e conflitantes;

Escalas diferentes para avaliação dos critérios- cardinal,/ ordinal /verbal;

Critérios e/ou alternativas que não estão claramente definidas;

Decisões realizadas por grupos com interesses conflitantes;

Decisão em condição de incerteza.

Na AMD, a incorporação em maior grau dos valores pessoais dos decisores define sua distinção em relação as metodologias tradicionais [6]. A AMD aceita que o

processo de decisão humano é feito tanto sobre avaliações racionais, quanto valores subjetivos que não se traduzem no plano lógico, e visa propiciar em suas metodologias a apreensão deste tipo de conhecimento.

Na abordagem multicritério, considerando o universo de definição do conjunto de soluções possíveis, quando o conjunto de alternativas é finito, com opções claras e conhecidas, dá-se o nome de Problemas de Avaliação Multicritério (multicriteria evaluation problems). Também são encontrados na literatura as terminologias Problemas Multicritério Discretos e Problemas de Seleção. Esta é a classe de problemas abordada neste trabalho.

Os componentes de um problema Multicritério Discreto são similares aos elementos da decisão acima descritos, e, de forma geral, o processo de decisão se desenvolve a partir da avaliação pelos decisores do conjunto de alternativas elencadas uma a uma, ao seu conjunto de consequências. As alternativas são examinadas na medida em que atendem aos critérios definidos, no cumprimento do(s) objetivo(s), considerando-se as restrições e/ou relaxamentos dos estados da natureza. A decomposição das consequências [5] em consequências elementares é seguida pela correspondência entre cada consequência elementar e um único determinado critério a ela associado.

II. 4.2 – Relações de Preferência

A avaliação comparativa entre duas alternativas em função de um determinado critério, estabelece uma relação de preferência. Entre elas as mais usuais são: dominância (**S**) que pode ser caracterizada por uma preferência estrita (**P**), ou uma preferência fraca (**Q**) e Indiferença (**I**) [5].

Para efeito de nomenclatura, neste trabalho serão assumidos os termos abaixo elencados para nomeação de alternativas, critérios e demais elementos do processo decisório:

$A = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$ – conjunto de alternativas ou ações potenciais;

$C = \{ c_1, c_2, \dots, c_n \}$ conjunto de critérios ou família de critérios;

$c_1(a_1)$ – Função que retorna o valor da avaliação da alternativa a_1 , pelo critério c_1 .

a_1c_1 – avaliação (valor numérico ou semântico) da alternativa a_1 com

relação ao critério c_1 ;

$a_1 P_{c_1} a_2$ – a alternativa a_1 é preferida à alternativa a_2 com relação ao critério c_1 ;

$a_1 Q_{c_1} a_2$ – a alternativa a_1 é fracamente preferida à alternativa a_2 com relação ao critério c_1 ;

$a_1 I_{c_1} a_2$ – a alternativa a_1 é indiferente à alternativa a_2 com relação ao critério c_1 ;

w_1 – peso (valor relativo) do critério c_1 ;

$u_1 c_1$ – utilidade do critério c_1

k_1 – constante de escala do critério c_1

VAL – avaliação global de uma alternativa em função de todos os elementos de C.

II. 4.3 – Critérios

Um critério [3] é uma função que assume valores reais sobre um conjunto de ações potenciais A (Alternativas), de forma que é possível pensar ou descrever o resultado da comparação entre 2 ações a_1 e $a_2 \in A$ por este critério. Ou seja existe uma função c que mapeia as alternativas (ações) de A , em um conjunto de consequências (imagem) de A segundo um critério c_1 de forma que se possa comparar $c_1(a_1) > c_1(a_2)$. Para que esta comparação possa ser feita, o critério c_1 deve estar associado a uma escala E_{c_1} . E_{c_1} é formada por um conjunto de valores reais que possam ser assumidos pela função c_1 .

A comparação de duas alternativas, feita a partir do resultado numérico de uma função associada a um dado critério, pode criar ruídos devido a variações numéricas desprezíveis.

Ex:

Preço do carro a_1 = R\$ 19.000,00

Preço do carro a_2 = R\$ 19.100,00

então $c_1(a_2) > c_1(a_1)$

No caso de alguns critérios que assumem valores numéricos, é necessário que sejam estabelecidos limites de tolerância para que uma alternativa possa ser considerada

dominada (inferior) em relação a outra. A esta flexibilização nos patamares numéricos estão associadas as classificações abaixo [3].

Verdadeiro critério = $a_1 P c_1 a_2 \Leftrightarrow c_1(a_1) > c_1(a_2)$

e $a_1 I c_1 a_2 \Leftrightarrow c_1(a_1) = c_1(a_2)$

Não há limites de tolerância;

Quase critério = $a_1 P c_1 a_2 \Leftrightarrow c_1(a_1) - c_1(a_2) > q(c_1(a_2))$

e $a_1 I c_1 a_2 \Leftrightarrow c_1(a_1) - c_1(a_2) \leq q(c_1(a_2))$

Aceita um limite de tolerância (**q**), a partir do qual a preferência é estrita

Pseudo critério = $a_1 P c_1 a_2 \Leftrightarrow c_1(a_1) - c_1(a_2) > p(c_1(a_2))$

$a_1 Q c_1 a_2 \Leftrightarrow q(c_1(a_2)) < c_1(a_1) - c_1(a_2) \leq p(c_1(a_2))$

$a_1 I c_1 a_2 \Leftrightarrow c_1(a_1) - c_1(a_2) \leq q(c_1(a_2))$

A intenção neste caso é suavizar a passagem entre preferência estrita e indiferença, com a utilização de um limite para preferência estrita (**p**) e outro para indiferença (**q**), a partir da criação de uma região de preferência fraca.

II.4.3.1 – Família de Critérios

Ao conjunto de critérios, dá-se o nome de família de critérios, cuja escolha deve ser feita com o intuito de facilitar a identificação da situação problema em todas as suas nuances. A eleição dos critérios e a importância relativa de cada um deles, traduz o sistema de valores dos decisores. Para que a decisão ocorra com sucesso, alguns axiomas devem ser observados na definição da família de critérios. [3]

II.4.3.1.1 – Axioma da Exaustividade

Sendo **C** o conjunto dos critérios de um dado problema, todos os atributos que são relevantes ao processo de decisão estão representados em **C**.

II.4.3.1.2 – Axioma da Coesão

Se uma ação **a₁** é pelo menos tão boa quanto outra **a₂** em todos seus critérios, e

c_j é uma função monotonicamente crescente, se ocorrer um aumento no desempenho de a_1 com relação a função c_j , permanecendo todas as outras funções inalteradas, e permanecendo também $c_j(a_2)$ inalterada, então a relação entre a_1 e a_2 é no mínimo igual a anterior.

II.4.3.1.3 – Axioma da não Redundância.

Seja C a família de critérios;

Seja n o número de elementos de C ;

Seja c_j um dos critérios;

Se c_j for retirado de C , tornando o número de elementos em $n-1$ e ainda assim C permanecer suficiente para estabelecer a avaliação das alternativas, respeitando o axioma da exaustividade, então c_j era um critério redundante.

II.4.3.1.4 – Independência entre Critérios.

A independência entre critérios é requisitada por diferentes metodologias de AMD, e é fundamentalmente definida por:

Sejam a_1 e $a_2 \in A$

Sejam $c_i^{(i=1...n)} \in C$

Se $c_i(a_1) = c_i(a_2)$ para $c_i^{(i=1... n-1)}$

e $c_i(a_1) > c_i(a_2)$ para $i = n$

então $a_1 > a_2$

Ou seja, a relação entre duas alternativas é feita com base em cada elemento da família de critérios independentemente.

II.4.3.2 – Peso dos Critérios

Uma das características da AMD é que ela permite a manipulação de critérios com valores relativos diferentes – nomeados de pesos. Esta atribuição de pesos (w), associada a definição dos critérios, é mais um instrumental que possibilita ao decisor

colorir o processo de decisão com seu sistema de preferências. A expressão destas preferências deve estar respaldada matematicamente em algum tipo de escala, que represente de forma coerente, o conjunto de valores do decisor através dos pesos utilizados. Encontram-se na literatura diversas metodologias com este objetivo.

II.4.4 – Matriz de Decisão

À organização das avaliações feitas em forma de matriz, com as alternativas relacionadas uma à uma, a cada elemento da família de critérios, dá-se o nome matriz de decisão ou matriz de consequências [3]. Cada linha da matriz de decisão apresenta as avaliações da alternativa i com relação aos n critérios de C . A partir da matriz de consequências normalizada (devido as diferentes escalas presentes nos critérios), e dos pesos dos critérios, são utilizados procedimentos de agregação visando o estabelecimento de um sistema relacional de preferências.

O sistema relacional de preferências construído, caracteriza as escolas Americana e Francesa – esta última não será abordada neste estudo. [3] A escola Americana em suas abordagens de critério único de síntese, assume que: “todos os estados são comparáveis;” e aceita a transitividade nas relações de preferência e de indiferença.

A Teoria da Utilidade Multiatributo, por exemplo, admite as relações de preferência e indiferença, pressupõe transitividade, e não pressupõe a hesitação.

Tabela 1 – Matriz de Decisão

	c_1	c_2	c_3	V
a_1	a_1c_1	a_1c_2	a_1c_3	Va_1
a_2	a_2c_1	a_2c_2	a_2c_3	Va_2

A matriz acima, na tabela 1, apresenta todas as alternativas de um determinado problema (col. 1) relacionadas aos critérios definidos para avaliação das mesmas (lin.1). A coluna 5 apresenta o valor final calculado para cada alternativa em função de suas avaliações parciais em cada critério, assim $VALa_1 = F(a_1c_1, a_1c_2, a_1c_3)$, aonde F é uma função de agregação.

II.4.5 – Procedimentos de Agregação Multicritério (PAMC)

Para efeito deste estudo será considerado apenas o procedimento de agregação multicritério com critério único de síntese. Este procedimento se baseia em uma regra que estabelece um valor global para cada alternativa [3] (ver tabela 1). Para tal, utiliza uma função que agrega todas as avaliações de cada alternativa em relação a família de critérios. As informações intracritérios são consideradas na escolha da função. Este tipo de agregação funciona de forma compensatória (tradeoff).

$$VALa_j = F(a_jc_1, a_jc_2, \dots, a_jc_n)$$

A comparação entre as alternativas será feita através do valor do critério único de síntese $VALa_j$.

Neste modelo de agregação, o uso de uma função aditiva (inclusive a soma ponderada) para a função F é o mais encontrado.

Conforme visto anteriormente, este modelo de agregação exclui a incomparabilidade, e satisfaz a propriedade transitiva. Os métodos AHP e MAUT, que serão estudados a seguir, utilizam PAMC com critério único de síntese.

CAPÍTULO III – AS METODOLOGIAS MAUT & AHP

III.1 – INTRODUÇÃO

Estas duas metodologias, foram escolhidas para um estudo comparativo por sua ampla utilização, e por calcularem os valores finais das alternativas através de um procedimento de agregação com critério único de síntese. A metodologia de lógica fuzzy apresentada para o suporte à decisão, também utiliza um procedimento de agregação que compara as alternativas por um critério único, sintetizando as avaliações parciais.

Das metodologias da escola americana de apoio à decisão, AHP e MAUT encontram-se entre mais conhecidas e utilizadas, atendendo aos tipos de problemática de decisão elencados abaixo [5][3].

Problemática da Escolha $P\alpha$ — É feita a partir da seleção de um sub-conjunto com as “melhores” opções – também chamada de **seleção**;

Problemática da Triagem $P\beta$ — Atribui a cada ação uma categoria, previamente conhecida – mais conhecida como **classificação**.

Problemática da Classificação $P\gamma$ — Agrupa as ações (todas ou parte) em classes de equivalência ordenadas por preferência – também conhecidas por **ordenação**;

III.2 – ANÁLISE HIERÁRQUICA DE PROCESSOS – AHP

Em [7] Vargas, Luis G apresenta a AHP desenvolvida por Thomas L. Saaty em 1991 como uma teoria para medições, que possibilita a avaliação de atributos tangíveis e/ou intangíveis.

A assunção na AHP, é de que: no processo de decisão o conhecimento acumulado e intuitivo de um especialista é no mínimo tão valioso quanto o conjunto de

dados disponíveis. Devido a esta assunção, é previsível que diferentes decisores desenvolverão estruturas diversas no decorrer da dinâmica decisória .

A Análise Hierárquica de Processos se desenvolve em duas etapas principais: desenho das hierarquias e avaliação. A fase de avaliação acontece a partir da comparação paritária de um elemento em relação a outro, situado no nível imediatamente acima daquele que está sendo comparado. Prossegue-se a comparação para todos os elementos nos níveis abaixo. Utilizando-se o procedimento de comparação entre os critérios para estabelecimento dos pesos dos critérios. Este processo de avaliação gera uma escala relativa para medição dos pesos dos critérios que totalizam a unidade 1 (um).

No caso de critérios expressos por valores semânticos ou numéricos em escala ordinal, faz-se a comparação paritária dos valores das alternativas com relação a aquele critério ($a_i c_j$), com o objetivo de se obter um novo valor, em substituição ao anterior, que possa ser computado no procedimento de agregação (PAMC).

A comparação paritária é feita com o auxílio da escala fundamental definida por Saaty [8] com valores de 1-9, ver tabela 2. Através desta escala o decisor expressa as suas preferências quanto a importância dos elemento que estão sendo comparados.

Tabela 2 – Escala Fundamental de Saaty

Importância	Definição
1	Mesma importância
3	Importância pequena de uma sobre a outra
5	Importância relativa de uma sobre a outra
7	Importância muito forte de uma sobre a outra
9	Importância absoluta de uma sobre a outra
2,4,6,8	Valores intermediários que caracterizam a exitação do decisor entre 2 patamares

A integração dos valores das alternativas em função de suas avaliações nos diferentes critérios, ponderados por seus pesos, se faz por agregação aditiva, que simplifica entendimento intuitivo da decomposição do todo em partes [7].

III.2.1 – AXIOMAS :

– Reciprocidade na Comparação:

Se c_j é x vezes mais preferido do que c_n , então c_n é $1/x$ vezes mais preferido do que c_j ;

– Homogeneidade:

As preferências são representadas por uma escala limitada (a escala fundamental);

– Independência:

Na expressão das preferências, assume-se a independência entre os critérios;

– Expectativas

Para o objetivo de decisão proposto, assume-se que a estrutura hierárquica está completa.

III.2.2 – Metodologia

A metodologia aqui apresentada, descrita conforme [8] e [9], se desenvolve sobre um conjunto de alternativas previamente conhecidas, bem como uma estrutura de um nível hierárquico. No desenvolvimento metodológico a seguir não será considerada a definição das estruturas hierárquicas.

III.2.2.1 – Definição das Prioridades - Pesos dos Critérios (w) :

Seja A o conjunto de alternativas, $A = \{ a_1, a_2, a_3 \}$

Seja C o conjunto de critérios, $C = \{ c_1, c_2, c_3 \}$

O peso de cada critério será estabelecido por comparações paritárias, feitas após a montagem da matriz de comparações. Os critérios são dispostos em linhas e colunas de acordo com a ordem de importância definida pelo decisor. Na Tabela 3, considera-se que a relação de importância estabelecida pelo decisor é $c_3 > c_1 > c_2$.

Tabela 3 – Matriz de Comparações Paritárias – Peso dos critérios

	c_3	c_1	c_2	W
c_3	1	2	3	wc_3
c_1	1/2	1	2	wc_1
c_2	1/3	1/2	1	wc_2

O decisor procede a comparação paritária por linha, aonde, o primeiro elemento da linha 1 é comparado aos demais na mesma linha, Esta dinâmica de avaliação se repete para todas as linhas e é feita com base na escala fundamental de Saaty – tabela 1 respeitando os axiomas acima descritos .

Assumindo que a matriz da tabela 3 corresponde a avaliação do decisor, temos:

c_3 comparado a $c_3 = 1$ (mesma importância);

c_3 comparado a $c_1 = 2$ (exitação entre mesma importância e pequena importância sobre c_1);

c_3 comparado a $c_2 = 3$ (pequena importância sobre c_2);

Pelo axioma da reciprocidade na comparação temos que se c_3 comparado a $c_1 = 2$ então, c_1 comparado a $c_3 = 1/2$ e assim por diante....

Na 5ª coluna, **W**, o vetor de prioridades, têm seus valores calculados pela normalização dos valores do autovetor principal da matriz definida após as comparações paritárias (Tabela 3) [8] [9].

$$wc_j = wc_j / \sum_{i=1}^n wc_i$$

III.2.2.2 – Cálculo de Novos Valores Para as Avaliações Sob Critérios Intangíveis

No caso dos critérios intangíveis, com valores semânticos, ou numéricos

expressos em escala ordinal, monta-se a matriz de comparações representada na Tabela 4, abaixo, relacionando o desempenho de todas as alternativas em função do critério em questão. Prossegue-se com a comparação paritária conforme explicado no ítem anterior. A intenção deste procedimento é calcular um novo valor para as avaliações das alternativas com relação àquele critério, a fim de homogenizar os valores oriundos de escalas de natureza distinta, para que possam ser agregados de forma aditiva [9].

Assim, Seja c_2 um critério com valor semântico, e, considerando que com relação a c_2 o desempenho das alternativas pode ser expresso por: $a_2 > a_3 > a_1$ temos a matriz de comparações abaixo.

Tabela 4 – Matriz de Comparações Paritárias – Valor dos critérios intangíveis

C_2	a_2	a_3	a_1	V
a_2	1	3	4	va_2
a_3	1/3	1	3	va_3
a_1	1/4	1/3	1	va_1

Na 5ª coluna, V , o vetor de prioridades tem seus valores calculados pela normalização dos valores do autovetor principal da matriz da tabela 4.

$$va_j = va_j / \sum_{i=1}^n va_i$$

Os valores va_2 , va_3 e va_1 , serão utilizados no procedimento de agregação, em substituição a avaliação original das alternativas com relação ao critério c_2 .

III.2.2.3 – Calculo dos valores finais das alternativas (VALa) - Agregação:

Para se obter os valores de cada alternativa utiliza-se o princípio da composição de prioridades, com um procedimento de agregação aditiva.

$VALa_1 = \sum wc_1(a_1c_1n), wc_2(va_1), wc_3(a_1c_3n)$, aonde os valores numéricos a_1c_1n e a_1c_3n são obtidos a partir da normalização de a_1c_1 e a_1c_3 da seguinte forma :

$$a_1c_1n = a_1c_1 / \sum a_1c_1, a_2c_1, a_3c_1$$

$$a_1c_3n = a_1c_3 / \sum a_1c_3, a_2c_3, a_3c_3$$

III.2.3 – Exemplo:

O exemplo de utilização da AHP abaixo [9], avalia a compra de um carro.

Objetivo: Compra de um carro

Alternativas : a_1, a_2, a_3

Critérios: c_1, c_2, c_3, c_4, c_5 e c_6 que são respectivamente: Preço, Potência, Consumo, Depreciação, Custo de Manutenção e Design.

Tabela 5 - Faixas de valores dos critérios

CRITÉRIO		FAIXAS DE VALORES
c_1	Prêço	US\$ 2000 a US\$ 5000
c_2	Potência	100 a 150 HP
c_3	Consumo	20 a 30 milhas p/galão
c_4	Depreciação	20 a 60% ao do preço de compra em 5 anos
c_5	Custo de Manutenção	1500 a 2200 (dólares p/ ano)
c_6	Design	1 a 5 (1 feio – 5 belo)

Tabela 6 – Avaliações das alternativas com relação aos critérios

Alternativas	c_1	c_5	c_2	c_3	c_4	c_6
a_1	3000	1600	120	30	40	3
a_2	3500	2000	140	21	30	4
a_3	3600	1800	130	25	50	5

Observação: A AHP requer que, no caso da existência de mais de um critério, expresso por uma mesma escala conhecida (não ordinal), ex. Real \$, Kg e etc., os valores

destes critérios sejam agrupados. Neste exemplo, os critérios preço e custo de manutenção foram reunidos de forma aditiva no “cluster” c_1 e c_5 que para efeito desta metodologia é tratado como um único critério.

Tabela 7 - Combinação dos critérios expressos na mesma escala, e normalização

Alternativas	c_1 e c_5	c_2	c_3	c_4	c_6
a_1	4600/15500	120/390	30/76	40/120	3
a_2	5500/15500	140/390	21/76	30/120	4
a_3	5400/15500	130/390	25/76	50/120	5

Tabela 8 - Valores decimais normalizados

Alternativas	c_1 e c_5	c_2	c_3	c_4	c_6
a_1	0.352	0.308	0.395	0.333	3
a_2	0.322	0.359	0.276	0.250	4
a_3	0.326	0.333	0.329	0.417	5

Tabela 9 - Comparação paritária das alternativas em função do critério c_6 .

c_6	a_1	a_2	a_3	V
a_1	1	1/2	1/3	0.163
a_2	2	1	1/2	0.297
a_3	3	2	1	0.540

Tabela 10- Comparação paritária dos critérios – peso.

	$C1$ e $C5$	$C2$	$C3$	$C4$	c_6	W
$C1$ e $C5$	1	2	2	3	4	0.378
$C2$	1/2	1	1	2	3	0.217
$C3$	1/2	1	1	2	2	0.201
$C4$	1/3	1/2	1/2	1	2	0.123
$C6$	1/4	1/3	1/2	1/2	1	0.081

Tabela 11 - Resultados da Agregação

Alternativa	Valor Global - V
VALa₁	0,435 = [(0.378 x 0.352) + (0.217 x 0.308) + (0.201 x 0.395) + (0.123 x 0.333) + (0.081 x 0.163)];
VALa₂	0.271
VALa₃	0.293

III.3 – TEORIA DA UTILIDADE MULTIATRIBUTO – MAUT

(Multi-Attribute Utility Theory)

A teoria da Utilidade Multiatributo, derivada da Teoria da Utilidade, foi desenvolvida por Keeney e Raiffa, e tem como objetivo maximizar a utilidade da decisão. MAUT [5] incorpora os axiomas da Teoria da Utilidade e assume que: – Ao fazer uma escolha envolvendo mais de uma alternativa, o decisor geralmente busca maximizar um objetivo.

Entre os métodos multicritério é a única que recebe a nomenclatura de teoria, por estar ancorada à um conjunto de axiomas com os quais é confirmada a estrutura de preferências do decisor, no processo de estabelecimento da função de utilidade [3].

O fato [9] da independência de utilidade ser um ponto central da teoria, implica que, para determinação desta, diferentes condições de independência (em utilidade entre as alternativas) acarretam formas específicas de função.

As preferências do decisor [9], são representadas por uma função que mapeia o objeto medido em uma escala absoluta, chamada escala de utilidade, que estabelece para cada consequência (representada por um critério) um valor de utilidade. Este valor é obtido da função de utilidade e da distribuição de probabilidades da consequência considerada. Na escala absoluta são incorporados os valores e o comportamento do decisor com relação ao risco. Raiffa ilustra este conceito na seguinte pesquisa [10];

Em uma loteria apresentada à um interlocutor, com **50%** de chance de ganhar **US 1000,00** e **50%** de ganhar **US 0,00**, qual o valor de assegurado de ganho faria com que este desistisse do jogo, optando pelo garantido? Através das respostas, que

variaram no intervalo de US\$ 50,00 a US\$ 450,00, percebe-se que o comportamento perante o risco é subjetivo, indo de conservador a ousado conforme o perfil do decisor.

No desenvolvimento do processo de decisão [9], tenta-se estimar a função de utilidade através de “certas” perguntas, que são feitas ao decisor. Assume-se que a função de utilidade é monotonicamente crescente ou decrescente. Nesta teoria os valores relativos entre os critérios são definidos por constantes de escala ao invés de pesos.

O objetivo deste trabalho é o estudo do desenvolvimento metodológico que ocorre após a etapa de estruturação do problema no tocante à definição e consolidação das alternativas e critérios. Assume-se para tal que no início do processo, tanto o conjunto de alternativas, quanto a família de critérios – e os valores por eles assumidos – encontram-se plenamente definidos.

III.3.1 – Metodologia

A metodologia a seguir é descrita conforme[9]

III.3.1.1 – Estimar a Função de Utilidade

A função de utilidade é estimada com base no conjunto de pontos, definido pelas respostas do decisor a certas perguntas, esboçando o desenho da função.

Considerando a componente $u_i c_i$ da função de utilidade (para um determinado critério (c_i)), escolhemos 2 valores c_i^L e c_i^H , e atribuímos a eles o pior e o melhor valor na faixa correspondente àquele critério.

Atribuímos valores entre 0 e 1 para a utilidade de c_i^L e utilidade de c_i^H , então:

$$u_i c_i^L = 0 \quad \text{e} \quad u_i c_i^H = 1$$

Apresenta-se ao decisor então, as probabilidades p de obter c_i^H e $(1-p)$ de obter c_i^L . A seguir o decisor deve responder a pergunta:

– Qual o mínimo (ou máximo, no caso de critérios tais como preço, que se deseja minimizar) valor garantido de c_i , faria com que desistisse da tentativa.

Uma vez que este valor equivalente para c_i seja definido pelo decisor, a utilidade de c_i é igualada a p , então $u_i(c_i) = p$. A partir de um processo de tentativa e erro o decisor irá escolher a probabilidade.

A equação que deve ser considerada é: $(1-p) u_i(c_i^L) + p u_i(c_i^H) = (1) u_i(c_i)$ como $u_i(c_i^L) = 0$ e $u_i(c_i^H) = 1$ a equação se reduz a $p = u_i(c_i)$, com duas incógnitas. O decisor deverá experimentar valores de c_i cuja utilidade atenda a equação.

Este processo funciona bem com critérios que possam ser expressos monetariamente, e torna difícil a avaliação pelo decisor dos atributos intangíveis, como beleza por exemplo.

Maut como teoria utiliza vários conceitos de independência, entre os quais independência de utilidade e preferências, como pontos centrais que influenciam no estabelecimento da função de utilidade. Na prática a teoria da utilidade é mais empregada como um método, utilizando as seguintes funções:

$u_i(c_i) = a + \mathbf{b} \log(c_i + c)$ ou $u_i(c_i) = a + \mathbf{b} \log(c_i - c)$ para funções de utilidade monotonicamente crescentes e monotonicamente decrescentes, assumindo uma decisão conservadora. Os termos a, b e c devem ser substituídos pelos pontos definidos pelo decisor. A utilidade de cada critério deve ser calculada com relação a todos elementos do conjunto de alternativas, de forma que $u_i(c_i) a_j$ represente a utilidade do critério i com relação a alternativa j .

III.3.2 – Agregação das Utilidades

A agregação das utilidades visa sintetizar as funções de utilidade individuais em uma função que agregue as utilidades verificadas. Para a função de agregação das utilidades são encontradas apenas as formas aditiva e multiplicativa – esta última não será considerada neste trabalho.

$$U_{a_1}(a_1 c_1, \dots, a_n c_n) = k_1 u_1(a_1 c_1) + \dots + k_n u_n(a_n c_n)$$

Aonde $U_{a_1}(a_1 c_1, \dots, a_n c_n)$ varia de 0 a 1 e as componentes da função utilidade também, as constantes escalares k_i são positivas e somam 1.

III.3.1.3 – Definição da Constante k_i

Para gerar a constante, o decisor procede da seguinte forma;

- Escolhe um critério c_i ;
 - Escolhe um segundo critério c_j , com o qual c_i será comparado;
- a seguir são apresentadas duas alternativas (a_1 e a_2), na 1ª (a_1) o critério i ($a_1 c_i$), possui o seu melhor valor, e os demais critérios são apresentados com seus “piores” valores;
- Na 2ª alternativa todos critérios estão com seus valores na pior situação.

O valor do critério j será majorado (ou minorizado no caso de funções monotonicamente decrescentes) até que o decisor seja indiferente entre as duas alternativas.

III.3.1.4 – Exemplo

Com base nas etapas acima, o problema de escolha do carro se apresenta da seguinte forma[9].

Para determinar o parâmetro para c_1 , (com função de utilidade monotonicamente decrescente), usando a tabela 5 para construir a loteria (1/2, 2000; 1/2, 5000) com a seguinte pergunta:

- Que valor de c_1 tornaria esta loteria indiferente ao valor certo c_1 ?
- Assumindo que a resposta é 3.500...

– Ao término deste processo é construída a função $u_1(c_1) = a + b \log(c - c_1)$ passando pelos 3 pontos $(u_1(2000), 2000)$, $(u_1(5000), 5000)$ e $(u_1(3500), 3500)$, e aplicando-se o mesmo procedimento para os demais critérios, obtêm-se as equações abaixo:

$$c_1: u_1(c_1) = -1,878 + 0.442 \ln(3670 - c_1),$$

$$c_2: u_2(c_2) = -34.79 + 7.143 \ln(c_2 + 20),$$

$$c_3: u_3(c_3) = -35.81 + 8.4 \ln(c_3 + 50),$$

$$c_4: u_4(c_4) = -81.9 + 10 \ln(c_4 + 100),$$

$$c_5: u_5(c_5) = -81.9 + 10\ln(6000 - c_5),$$

$$c_6: u_6(5) = 1 \quad u_6(3) = 0.5 \quad u_6(4) = 0.7$$

Em seguida, os provenientes da tabela 6 foram substituídos nas equações acima, gerando a tabela abaixo.

Tabela 12 – Utilidades das Alternativas por Critério

	A1	A2	A3
C1	0.72	0.54	0.52
C2	0.4	0.8	0.6
C3	1	0.02	0.4
C4	0.4	0.2	0.7
C5	0.91	0.4	0.68
C6	0.5	0.7	1

Para atribuição dos valores da constante de escala k_i ($i=1,2,3,\dots,6$), considera-se a ordem de preferência dos critérios, então: preço (k_1) > desempenho (k_2) > ... > design (k_6).

De forma análoga ao que foi explicado acima, procede-se com a loteria para o conjunto de variáveis, ao invés de uma variável.

- Fazemos $p = k_1$;
 - Supondo que $p = 0,25$...;
 - Que loteria faz com que o decisor seja indiferente entre a opção com o melhor valor a **25% de probabilidade, o pior a 75% e o valor certo?**
 - Estimando a pior consequência a todos os atributos, exceto c_1 ;
 - k_1 é então estabelecido pela loteria;
 - (3000, 140, 30, 50, 1600, 5) – Melhor opção à 25%
 - (3600, 120, 21, 30, 2000, 3) – Pior opção à 75%
 - (3600, 120, 21, 30, 2000, 3) – Loteria encontrada com
- $k_1 = 0,25$**

Conhecendo o valor de k_1 , as outras constantes são calculadas pelas fórmulas:

$$k_1 u_1(3300) = k_2 u_2(140)$$

$$k_2 u_2(140) = k_3 u_3(30)$$

$$k_3 u_3(30) = k_4 u_4(50)$$

$$k_4 u_4(50) = k_5 u_5(1600)$$

$$k_5 u_5(1600) = k_6 u_6(5)$$

E, pela fórmula de agregação aditiva, encontra-se os valores de utilidade de das alternativas Tabela 13.

Tabela 13 – Resultados Agregação das utilidades

Alternativa	Valor Encontrado
$U(a_1)$	0.686
$u(a_2)$	0.466
$u(a_3)$	0.655

III.4 – PARÂMETROS PARA AVALIAÇÃO DAS METODOLOGIAS

Em sua análise sobre quatro dos principais métodos clássicos de apoio à decisão multicritério [9], Análise Hierárquica de Processo, Análise Bayesiana, Teoria da Utilidade Multiatributo e Electre, o autor elenca o conjunto de critérios abaixo, do trabalho de Peniwati [11], e estabelece alguns parâmetros, por ele chamados de metacritérios. Estes parâmetros devem ser observados com relação ao desempenho de um método aplicado aos problemas de AMD.

III.4.1 – Critérios

- Realçar a eficácia da liderança;
- Realçar o aprendizado em grupo;
- Realçar o espaço de abstração da decisão através da discussão;
- Realçar a abstração do problema, de forma que facilite o desenvolvimento das alternativas;
- A dimensão da estrutura (de critérios) utilizada, para representar a decisão;

- A dimensão da estrutura (decomposição em partes) utilizada, para representar a decisão;
- O tipo de escala utilizada para representar os julgamentos, o método e a precisão com que os julgamentos são gravados;
- Prover os meios para análise e revisão, com um pensamento cuidadoso sobre a decisão;
- Equanimidade na consideração de outros atores e partes interessadas;
- Equanimidade na agregação dos julgamentos individuais em um julgamento de grupo;
- Equanimidade na atribuição de peso aos membros do grupo;
- Cientificidade e generalização matemática do método;
- Aplicabilidade para lidar com tangíveis e intangíveis;
- Aplicabilidade psicofísica (cognitivo e física);
- Aplicabilidade para a resolução de conflito;
- Validade das previsões.

III.4.2 – Metacritérios

Os metacritérios abaixo foram elaborados por Cho, Keun Tae [9]

- Possibilidade de lidar com os problemas apresentados, nos níveis de complexidade e dificuldade, característicos da vida real.
 - Capacidade de avaliar critérios intangíveis, tais como, mérito político e habilidade artística de forma a agregar valor a AMD . As escalas derivadas para medição dos critérios intangíveis devem ter uma correspondência com a medição dos critérios tangíveis, possibilitando a manipulação de ambos, com respaldo científico.
- O método deve ser capaz de fazer previsões corretas, pois as decisões por ele escolhidas devem sobreviver às agruras e riscos da incerteza na previsão do futuro.
- Os problemas da vida real envolvem diferentes tipos de dependência, que não podem ser sempre simplificados pela habitual assunção de independência dos critérios e alternativas. A questão é: Quais métodos podem, com adaptações, lidar com relações de dependência estabelecidas, sem o comprometimento da teoria existente.

– Possibilitar a decisão em grupo, sem a assunção de consenso. O método deve ser capaz de captar o poder e o conhecimento dos diversos indivíduos envolvidos, e agregá-los de forma matemática e precisa em sua metodologia.

CAPÍTULO IV – LÓGICA FUZZY NO APOIO À DECISÃO

IV .1 – INTRODUÇÃO

“Uma decisão é o uso explícito de um conhecimento”

(Solange Oliveira [1])

As diretrizes propostas [9], para otimizar métodos de AMD, apontam em direção à metodologias suportadas por um paradigma que se destaque pela interação com os processos humanos de formulação do conhecimento sobre o mundo real.

O desenvolvimento de um processo decisório é feito sobre dados, informações e conhecimento. A diferença entre estes conceitos é apresentada de forma sucinta em [1]:

Dado – “é o elemento puro, quantificável sobre um determinado evento”;

Informação – surge com a análise e contextualização do dado;

Conhecimento – No conhecimento existe a criação de um modelo mental que representa o objeto. O conhecimento é produzido em um processo que envolve a comparação e combinação de informações com atribuição de significado.

Assim a leitura do dado 26° celcius, referente à temperatura, precisa ser contextualizado para possuir valor de informação, pois 26° em janeiro no verão carioca é uma temperatura amena, porém no outono sueco ganha outra dimensão. Esta mesma informação, se recebida por um especialista, será combinada intuitivamente a outras, agregando mais significados, respaldados pelo sua vivência sobre o assunto.

O processo de decisão, acontece no nível do conhecimento, pois envolve a formulação de um modelo abstrato que sintetize a situação analisada. Quanto mais próximo da realidade concreta do mundo exterior e do universo subjetivo do decisor, mais robusto será este modelo. A utilização de Lógica Fuzzy e dos Conjuntos Fuzzy, por suas capacidades de manipulação de conceitos semânticos, incertezas e imprecisões pode agregar valor ao desenvolvimento de sistemas de Apoio Multicritério a Decisão.

IV .2 – OS CONJUNTOS FUZZY

“Entre os benefícios da utilização da função f , e o auxílio dos conjuntos Fuzzy, está o paradigma de Zadeh de computação com palavras...” Yager [12]

Os conjuntos Fuzzy formulados por L.A. Zadeh em 1965 envolvem a captura, representação e processamento de conceitos semânticos e objetos que não estão precisamente delimitados, e vieram a atender a necessidade de diversas áreas do conhecimento humano no tocante ao que é incerto, vago e impreciso. A questão sobre a formulação de sentenças que possuem uma gama de valores além do binômio falso (0) ou verdadeiro (1), já havia sido levantada por Lukasiewicz em 1929, propondo que pudessem assumir valores ≥ 0 e ≤ 1 . Em 1950, foi apresentada por Borel a formulação de que: 1 semente, com certeza não é uma pilha, ... mas todos concordam que 100 milhões de sementes formam uma pilha, então qual é o limite ? [13]

IV .2.1 – Teoria Clássica dos Conjuntos

[14] Na teoria clássica dos conjuntos, o nome conjunto é atribuído a uma coleção de objetos ou elementos, definida em um universo de discurso com uma ou mais características semelhantes.

Ex. Conjunto dos números inteiros de **1 a 10**

Um conjunto pode ser definido de 3 formas :

1 – Pela enumeração de seus elementos: $A = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$;

2 – Por uma propriedade característica: $A = \{ a / p(a) \}$

3 – Por uma função característica: $X_A : U \rightarrow \{0,1\}$

ou seja $X_A(u) = 1$, se u pertence a A e $X_A(u) = 0$ se u não pertence a A .

A função $X_A : U \rightarrow \{0,1\}$ demarca limites claros para os elementos do universo U agrupados no conjunto A . Conseqüentemente a relação de pertinência estabelecida é dual, ou seja, um elemento atende a função característica e portanto pertence ao conjunto, ou não atende, e não pertence.

A função de pertinência é uma restrição dos valores possíveis que um elemento pode assumir, pertencendo ao conjunto. Nos conjuntos fuzzy existe um relaxamento desta restrição, flexibilizando a demarcação dos limites e acarretando uma zona com diferentes graus de pertinência. Quanto maior a necessidade de flexibilização dos limites para incluir um elemento, menor será o valor de pertinência deste elemento. [13]

Considerando os conceitos de altura relacionados a uma pessoa, pode-se dizer que uma pessoa com **1,90 m é alta** – senso comum. Nos conjuntos fuzzy, porém, ao se definir que para pessoa alta, $h \geq 1,90m$, fica estabelecida uma faixa na qual, para $h \geq 1,90m$, o grau de pertinência deste elemento ao conjunto dos altos é = 1, e a medida com que a altura do indivíduo vai se distanciando, para baixo, do patamar **1,90m**, o grau de pertinência diminui, até o ponto no qual o indivíduo **não é alto**, com **grau de pertinência = 0** para o conjunto dos altos.

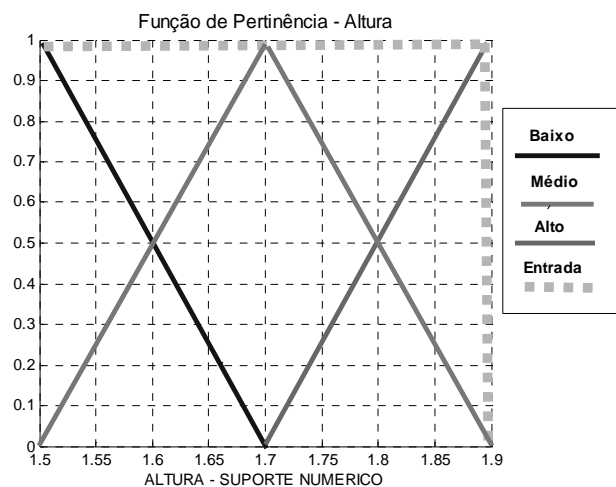


Figura 2 – Função de Pertinência Altura - Adultos

Certos conceitos, como **alto**, estão relacionados a um suporte numérico. A função de pertinência $\mu(x)$, que mapeia este conceito sobre um universo de discurso, define o suporte numérico, no intervalo no qual $\mu(x)$ assume valores positivos. O suporte não é o conceito, embora esteja relacionado à contextualização do mesmo. Assim, **alto**, classificando crianças (em diferentes faixas etárias), se definirá sobre suportes numéricos diferentes do utilizado para adultos.

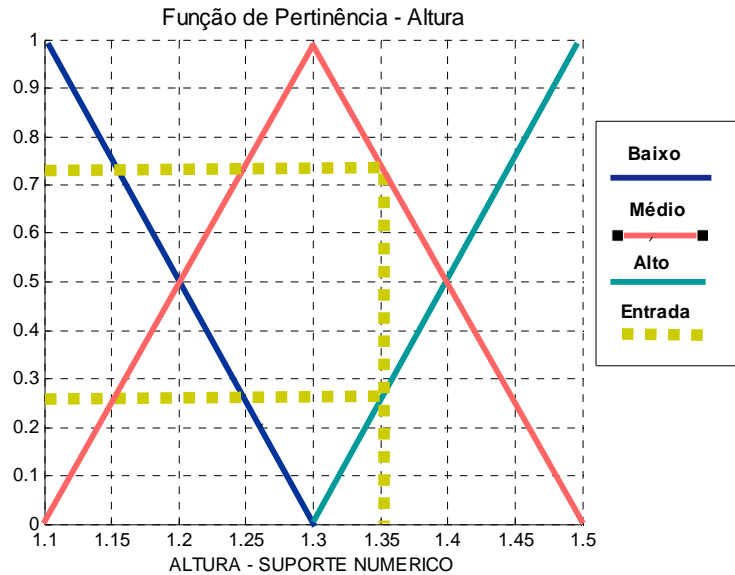


Figura 3 – Função de Pertinência Altura – Crianças 9 -10 anos

IV .2.2 – Definição dos Conjuntos Fuzzy

Um conjunto Fuzzy é definido por uma coleção de objetos ou elementos, com valores de pertinência variando entre **0** e **1**. Formalizando: Um conjunto **A** de um universo de discurso **U** caracterizado por uma função de pertinência $\mu_A(x)$, mapeada por [14]:

$$\mu_A(x) : U \rightarrow [0,1]$$

A função de pertinência associa a cada $x \in U$, um número real $\mu_A(x)$, no intervalo **[0,1]**, que representa o grau de pertinência de **x** em **A**.

IV .2.3 – Representação dos Conjuntos Fuzzy:

Os conjuntos Fuzzy podem ser representados por um conjunto de pares ordenados, identificando o próprio elemento e o grau de pertinência deste elemento ao conjunto [15]. Este par pode ser expresso conforme a notação abaixo, que será adotada neste trabalho:

$\{(1,50, 0), \dots, (1,80, 0,8) \dots, (1,90, 1)\}$ O elemento **1,50** com grau de pertinência **0**, ... o elemento **1,80** com grau de pertinência **0,8** e o elemento **1,90** com grau de pertinência **1**.

Considerando que os conjuntos fuzzy podem ser discretos ou contínuos, sua representação está associada à dimensão e natureza do universo de discurso. O formato acima é útil para conjuntos num universo de discurso discreto que não possuam muitos elementos. No caso do universo de discurso ser contínuo, ou discreto com muitos elementos, o gráfico de sua função de pertinência é a melhor forma de representá-los.

IV.2.4 – Funções de Pertinência:

Embora, teoricamente qualquer função do tipo $\mu_A(x) : U \rightarrow [0,1]$ possa ser utilizada como função de pertinência, de acordo com o conceito e contexto a serem representados, e atendendo as propriedades estabelecidas, na prática são utilizadas algumas famílias de funções parametrizadas [13], a saber; Funções Triangulares; Função Trapezoidal; Função-T; Função-S; Função Gaussiana e Função Exponencial.

IV.2.4.1 – Funções Triangulares e Trapezoidais

Estas duas formas de função de pertinência são as mais utilizadas na representação de conceitos semânticos e podem ser verificadas na figura 4, aonde apresentam os valores de a_1, a_2, a_3, a_4 , como limites para a escala: pequeno(P), médio(M) e grande(G). Ao se empregar funções de pertinência do tipo triangular, considera-se a_2 igual a a_3

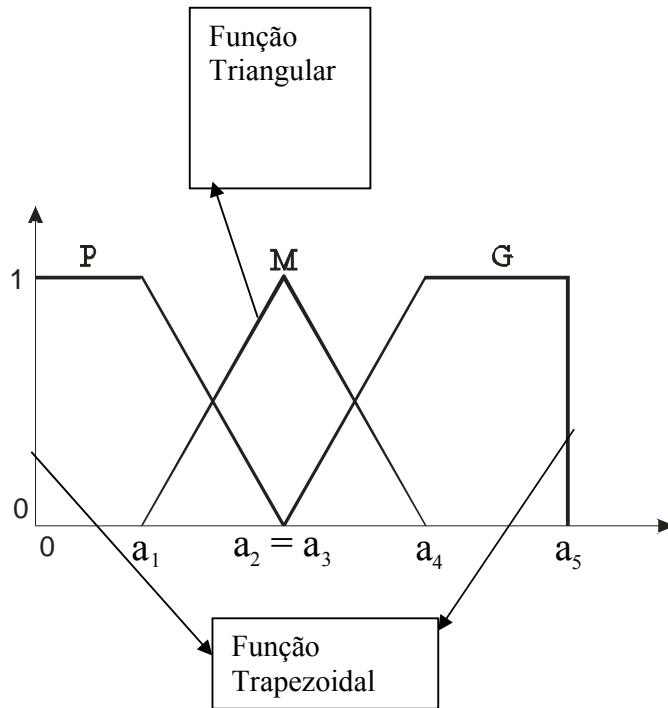


Figura 4 – Funções de Pertinência Triangular e Trapezoidal

Conforme dito anteriormente, os conjuntos fuzzy foram desenvolvidos tendo como objetivo a representação de conceitos imprecisos, vagos ou incertos. Uma informação [15] é imprecisa se for incompleta, e incerta quando não se pode afirmar se é verdade. O nível de precisão de uma informação é requerido pela utilização na qual se aplica. Em [13], estes dois conceitos relacionados aos conjuntos fuzzy são destacados da seguinte forma: a imprecisão está associada à “nebulosidade” da informação ou seja, $\mu_A(x)$ quantifica o quanto aquele elemento é compatível com o conceito representado por **A** (ex. **Alto**). No caso da incerteza, $\mu_A(x)$ representa como x pode ocorrer num determinado intervalo. A figura 5 representa estes conceitos através dos gráficos das funções de pertinência a eles associadas.

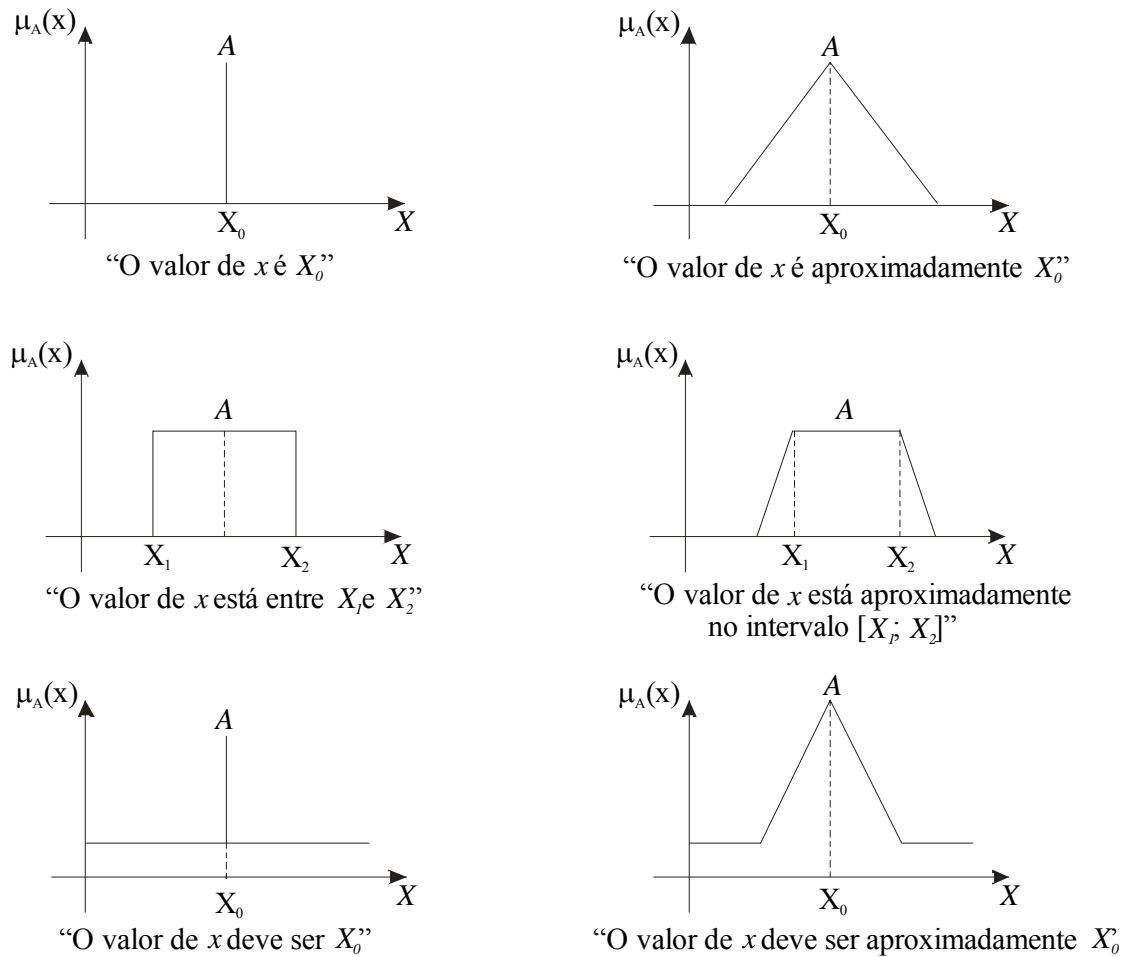


Figura 5 – Representações “Fuzzy” de Conceitos (impreciso, vago, incerto)

IV.2.5 – Características dos Conjuntos Fuzzy

Um conjunto “fuzzy” é caracterizado pela sua função de pertinência com base nos conceitos de: normalidade, altura, suporte, convexidade, concavidade e cardinalidade [13]

Normalidade: Um conjunto “fuzzy” é **normal** se a sua função de pertinência alcança 1 ou seja $\sup_x \mu_A(x) = 1$;

Altura: Um conjunto “fuzzy” **normal** possui **altura = 1**

Suporte: O **suporte** de um conjunto fuzzy **A** são todos os elementos de **X** que pertencem a **A** com **grau de pertinência** > 0

$$\text{Supp}(A) = \{x \in X \mid \mu_A(x) > 0\}$$

Convexidade: Um conjunto “fuzzy” é convexo se sua função de pertinência é convexa, na forma;

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2] \geq \min [\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)] \text{ para qualquer } x_1 \text{ e } x_2$$

Concavidade: Um conjunto “fuzzy” é côncavo se sua função de pertinência é côncava, na forma;

$$\mu_A[\lambda x_1 + (1 - \lambda) x_2] \leq \max [\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)]$$

IV.2.6 – Operações com Conjuntos “Fuzzy”

As operações com conjuntos nebulosos são efetuadas por operadores nebulosos que atuam sobre funções de pertinência.

IV.2.6.1 – Operações Simples

São assim chamadas por agirem apenas sobre uma função de pertinência. Estas operações [13] são fundamentais na manipulação de variáveis linguísticas, pois permitem “operar” com conceitos semânticos relacionados à intensidade, tais como: muito, pouco, mais ou menos e etc. Através de uma operação de concentração efetuada sobre um conjunto de pessoas **altas**, pode-se por exemplo definir um sub-conjunto de pessoas **muito altas**.

IV.2.6.1.1 – “Fuzzificação”: Esta é uma operação simples, que visa transformar uma entrada numérica em um conjunto nebuloso [15].

Através da “fuzzificação”, uma entrada numérica, quantitativa, pode ser associada à um conceito qualitativo, representado por um conjunto fuzzy definido sobre um suporte numérico, usualmente discretizado.

IV.2.6.2 – Operações Entre Dois ou Mais Conjuntos Fuzzy

[13] De forma similar ao que ocorre nos conjuntos tradicionais, em que a união e a interseção são definidas respectivamente pelos máximo e mínimo de suas funções características, aqui, teremos o máximo, mínimo das funções de pertinência traduzindo os operadores Standard, de união e interseção.

IV.2.6.2.1 – União

$$C = A \cup B \leftrightarrow \mu_C(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$$

A união é feita por uma classe de operadores chamados **t-conorma** identificados por **S**. Os operadores Drástica; Soma ilimitada; Soma probabilística e Standard são exemplos de **t-conormas**, cujos resultados são:

$$S(a,b) \geq \max(a,b)$$

$$\text{Standard } S(a,b) = \max(a,b)$$

A Standard é a menor das t-conormas

IV.2.6.2.2 – Interseção

$$C = A \cap B \leftrightarrow \mu_C(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x)$$

A interseção é feita por uma classe de operadores chamados **t-norma** identificados por **T**. Os operadores Drástica; Soma ilimitada; Soma probabilística e Standard são exemplos de t-normas, cujos resultados são:

$$T(a,b) \leq \min(a,b)$$

$$\text{Standard } T(a,b) = \min(a,b)$$

A Standard é a maior das t-normas

Embora [12] os operadores acima sejam definidos em termos binários, eles podem ser estendidos, via sua propriedade associativa, a fim de combinar diversos valores no intervalo [0,1]. Neste caso considerando que $\mathbf{Val}(\mathbf{a}_1)$ é uma função de decisão que agrega as avaliações da alternativa \mathbf{a}_1 de acordo com a família de critérios

C, que S é um operador **t-conorma**, e que T é um operador **t-norma**, pode-se dizer que:

$\text{Val}(\mathbf{a}_1) = S(c_1(\mathbf{a}_1), c_2(\mathbf{a}_1), \dots, c_n(\mathbf{a}_1))$ quando a semântica desejada for **OU** (pelo menos um critério satisfeito) e,

$\text{Val}(\mathbf{a}_1) = T(c_1(\mathbf{a}_1), c_2(\mathbf{a}_1), \dots, c_n(\mathbf{a}_1))$ quando a semântica desejada for **E** (todos os critérios satisfeitos)

IV.2.6.2.3 – Agregação

A teoria dos conjuntos nebulosos permite a construção de operadores intermediários entre a união e a interseção, nomeados de operadores de agregação [15]. No apoio à decisão, estes operadores são utilizados para o cálculo do valor global de uma alternativa de acordo com o seu desempenho em relação aos elementos de C (família de critérios).

O operador **OWA** (Ordered Weighted Averaging) é um operador de agregação calculado com base em um vetor de pesos $\mathbf{W} = [w_1, \dots, w_n]$, de forma que $w_i \in [0,1]$ e $\sum w_i = 1$, e um vetor **B** cujos valores $\mathbf{B} = (b_1, b_2, \dots, b_n)$ são obtidos pela permutação de $(\mathbf{a}_1 c_1, \mathbf{a}_1 c_2, \dots, \mathbf{a}_1 c_n)$ (conjunto de critérios de uma alternativa) em ordem crescente, de forma que se $i < j$, $b_i \leq b_j$.

OWA

$$\text{Owa}_w(c_1, c_2, \dots, c_n) = \mathbf{W}^T \mathbf{B} = \sum_{i=1}^n w_i b_i$$

O OWA [12] permite que a agregação seja feita com valores semânticos intermediários tais como; quase todos, a maior parte, alguns, poucos e etc., que agem como quantificadores e são traduzidos pelo vetor de pesos **W**. Utilizando o OWA, o decisor pode escolher qualquer semântica definida no intervalo entre o atendimento à todos os critérios (com semântica de **E**), e o atendimento a pelo menos um critério (com semântica de **OU**).

$$\text{VAL}(\mathbf{a}_1) = \text{Owa}_w(c_1(\mathbf{a}_1), c_2(\mathbf{a}_1), \dots, c_n(\mathbf{a}_1)) = \mathbf{W}^T \mathbf{B} = \sum_{i=1}^n w_i b_i$$

Assim, atribuindo $w_1 = 1$ no vetor de pesos $\mathbf{W} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, obtêm-se o **Min**, ou seja o atendimento a todos os critérios (neste caso, todos os critérios estão sendo satisfeitos atendendo à um determinado valor). Este tipo de agregação caracteriza o decisor conservador.

Com $w_n = 1$ obtêm-se o **Max**, que satisfaz ao atendimento de pelo menos 1 critério (neste caso pelo menos 1 critério está sendo atendido em seu melhor desempenho). Este tipo de decisão caracteriza o decisor sensível.

Utilizando $w_i = 1/n$, obtém-se a média que satisfaz o atendimento da média do número de critérios existentes.

A medida com que os valores de w_n e w_1 se movem de forma decrescente no intervalo $[0,1]$ a semântica de agregação evolui de forma correspondente para quantificadores intermediários tais como: quase todos, alguns, poucos e etc.

IV .3 – VARIÁVEIS LINGUÍSTICAS

Uma das principais fontes de interesse por conjuntos e lógica fuzzy nos problemas multicritério é o conceito de variável linguística, suportado por esta teoria. Estas variáveis aceitam como valor, palavras ou sentenças.

É uma característica do processo humano de conhecimento, a chamada abordagem “top-down”, que parte do todo em direção ao detalhe, através da classificação e agrupamento de “semelhantes” [14]. Este processo utiliza a habilidade de reconhecimento de padrões, que não necessita de conhecimento exato, e ocorre fundamentalmente de forma subjetiva. Este tipo de conhecimento é facilmente expresso em linguagem natural e dificilmente associado, com precisão, a um valor definido sobre uma escala numérica.

A percepção do homem com relação ao seu meio ambiente, por exemplo, é carregada de impressões sensoriais que são facilmente expressas através de conceitos como quente, úmido, claro e etc. A estes conceitos podemos atribuir medidas sobre uma escala apropriada para medição do evento em questão. Estas variáveis poderão ser representadas por conjuntos nebulosos e utilizadas em algoritmos. Assim, como no caso de “uma pessoa alta”, visto anteriormente, para a representação de conceitos como quente, frio e etc. pode-se definir uma função que os mapeie sobre a escala apropriada

permitindo que os atores do processo se expressem de acordo com a construção do seu conhecimento.

No caso de conceitos como “um ambiente aconchegante ...” a questão torna-se mais complexa, uma vez que não se pode relacioná-los a uma escala numérica, embora contenha informações úteis. [13]

Os conceitos da linguagem natural que se encontram relacionados a uma base numérica, são em muitas aplicações representados matematicamente pela definição de uma variável de base **a**, cujo domínio é o suporte numérico aonde os conceitos podem ser definidos. Assim, por exemplo, à variável **Tamanho** podem ser associados os termos linguísticos ou conceitos **Pequeno**, **Médio** e **Grande**, relacionados a três conjuntos fuzzy definidos sobre um suporte numérico, conforme a figura abaixo.

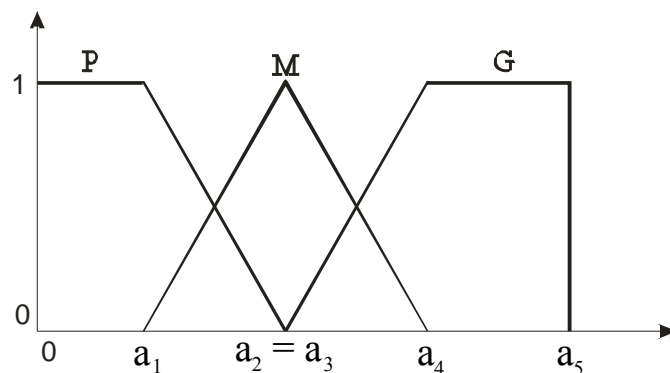


Figura 6 – Discretização de uma base numérica em 3 conjuntos fuzzy P, M e G

No gráfico, os elementos a_2 e a_3 , que são iguais e possuem valor de pertinência = 0 para os conjuntos P, e G, satisfazem o conceito médio com valor de pertinência = 1 para o conjunto M.

Assim para a variável **TAMANHO**, foram estabelecidos os termos linguísticos **PEQUENO**, **MÉDIO** e **GRANDE**, associados aos conjuntos nebulosos **P**, **M** e **G** definidos sobre o suporte numérico **a**, discretizado nos pontos a_1 , a_2 , a_3 , a_4 e a_5 por três funções de pertinência (1 triangular e 2 trapezoidais). A este processo nomeia-se discretização nebulosa ou “fuzzificação”.

As discretizações nebulosas devem atender às características de convexidade, normalização e normalidade.

IV .3.1 – Sistema de Conhecimento Fuzzy – Base de Conhecimento ou Base de Regras

Analisando o termo “conhecimento”, que computacionalmente falando, representa a informação necessária para que um determinado sistema possa “agir de forma inteligente”, e considerando que a “atuação inteligente” ocorre a partir do conhecimento armazenado, compreende-se a relevância atribuída à representação do conhecimento para estes sistemas[13]. A expressão “representação do conhecimento”, aqui, agrega o conjunto de faculdades utilizadas para organizar os pedaços de informação disponíveis e necessárias à aquisição do conhecimento. É desejável que a informação contida no conhecimento representado possa ser manipulada e acessível por outras entidades do sistema.

O sistema de conhecimento fuzzy [14] é regido pelas propriedades sintáticas e semânticas das variáveis linguísticas, estando as primeiras relacionadas ao formato do armazenamento das informações linguísticas, com a criação de uma **Base de Conhecimento** que contenha sentenças estruturadas. A partir desta Base de Conhecimento são estabelecidos os procedimentos de busca, processamento e armazenamento dos dados existentes.

As propriedades semânticas definem como será extraído e processado o conhecimento armazenado nas sentenças estruturadas, que caracterizam as declarações condicionais fuzzy ou regras de produção fuzzy utilizadas nos sistemas de controle.

O processo de decisão visto como a escolha de uma entre diversas alternativas, baseia-se na abordagem, racional e coerente do problema suportada pela representação do conhecimento e da informação de forma apropriada.

A utilização de proposições fuzzy, constituem um modo de formalizar diretrizes e estratégias, e são eficientes na representação do conhecimento proveniente da experiência de um especialista. Estas informações podem ser expressas conforme as proposições abaixo, e recebem o nome de Regras de Produção Fuzzy.

A temperatura está alta;

SE a temperatura está alta, ENTÃO o fluxo está baixo;

SE o fluxo está baixo, ENTÃO a abertura da válvula está alta

Segundo [13] na primeira proposição, que é incondicional, a **temperatura** é vista como um **atributo** de um objeto cujo **valor é alto**.

Pelas sentenças acima, percebemos a vantagem na utilização deste tipo de regra, permitindo que a **decisão** seja feita pelo sistema em função do valor qualitativo (**alto**), associado ao atributo **temperatura**.

As regras podem ser combinadas através de um operador lógico “E” e “OU”.

À proposição nebulosa “temperatura alta” verificada pela regra dá-se o nome de **premissa** ou **antecedente** caracterizando a condição na qual a conclusão ou consequência “então o fluxo está baixo” será definida.

A utilização de subconjuntos fuzzy para a representação dos critérios assumidos por uma alternativa, permite aos problemas de decisão multicritério os benefícios das variáveis linguísticas. [12] Se c_i é um critério da família de critérios C e A o conjunto de alternativas, pode-se dizer que $c_i(a_j)$ é o subconjunto nebuloso (assumindo que $c_i(a_j) \in [0,1]$) que representa o grau com que a alternativa a_j é satisfeita pelo critério c_i . Consequentemente, o valor global da alternativa a_j , resultante de seu desempenho nos diversos critérios é calculado por uma uma função que agrega todas as avaliações de a_j em relação a família de critérios, ou seja

$$VAL(a_j) = F(c_1(a_j), c_2(a_j)... c_n(a_j))$$

CAPÍTULO V – METODOLOGIA PROPOSTA

V.1 – INTRODUÇÃO

O objetivo da metodologia aqui apresentada é agregar valor ao sistema fuzzy abaixo descrito no que tange tanto a atribuição de importância aos critérios bem como ao processo de agregação final das avaliações parciais das alternativas. Com relação aos pesos dos critérios esta metodologia foi combinada com a Análise Hierárquica de Processos, acrescentando à metodologia fuzzy um módulo aonde o decisor pode elaborar seu sistema de preferências, de forma coerente e em consecução chegar ao cálculo do pesos.

Considerando que a estrutura da AHP requer desde o início o estabelecimento da ordem de preferência dos critérios, e que, em muitos casos, o decisor precisa de uma elaboração prévia destes para defini-la, foi desenvolvido um módulo visando o estudo cognitivo das relações de preferência. Este módulo, baseado na teoria da utilidade, se destina também à verificação das restrições que devem ser garantidas na elaboração da base de regras.

Quanto a agregação final de cada alternativa, foi utilizado o operador OWA (Ordered Weighed Average), desenvolvido por Yagger [12], que por atuar no intervalo entre o atendimento a todos os critérios, e o atendimento a pelo menos um critério, conforme visto anteriormente, permite ao decisor analisar o problema atendendo a qualquer semântica de agregação pretendida.

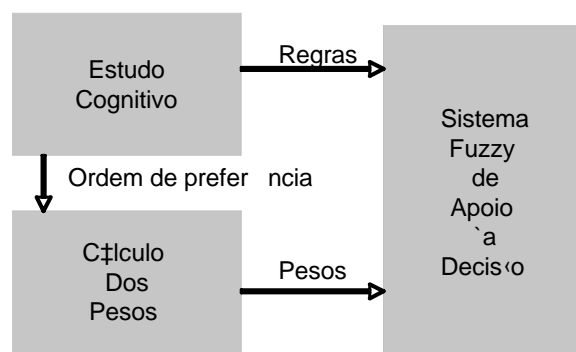


Figura 7 – Módulos da Metodologia Proposta

V .2 – APRESENTAÇÃO DOS MÓDULOS

Conforme visto acima, a metodologia proposta se apresenta dividida em três módulos principais representados na figura 7, a saber:

V .2.1 – Módulo de Estudo Cognitivo

Este estudo, baseado na teoria da utilidade, tem como objetivo ampliar a compreensão do decisor sobre a família de critérios visando tanto ordená-la por importância, quanto identificar as principais restrições que devem ser observadas para a formulação das regras a fim de garantir a qualidade da decisão.

V .2.1.1 – Metodologia

O estudo se desenvolve para cada critério c_j através da avaliação de uma alternativa hipotética a_{n+1} , onde a decisão será tomada (calculada) para cada conjunto formado pela combinação dos critérios dois a dois, de forma que:

$$C = \{(c_j, c_i), i = 1..n, i \neq j\},$$

Os valores que podem ser assumidos pelos critérios são qualitativos, variando entre RUIM, MÉDIO e BOM.

Ao critério c_j que se deseja avaliar é atribuído o melhor desempenho BOM

Ao critério c_i com o qual c_j está sendo comparado, atribui-se inicialmente o pior valor RUIM.

Em seguida é feita ao decisor a seguinte pergunta:

Com $c_j =$ BOM, e $c_i =$ RUIM esta alternativa é aceitável ?

Caso a resposta seja positiva o resultado da comparação é 1 (verdadeiro)

Caso a resposta seja negativa, o resultado da comparação é 0 (falso), então o valor de c_i é majorado e o decisor é novamente questionado.

Prossegue-se com este procedimento com relação a todos os critérios.

Axiomas: coerência na escolha ou seja:

Se a relação com $c_j =$ BOM, e $c_i =$ RUIM = 1, então a relação $c_j =$ BOM, e $c_i =$ Medio => 1.

Se a decisão é feita = 1 para qualquer valor de $c_i < c_j$ então c_j supera c_i , e o resultado final da comparação é S

Se a decisão é feita = 1 para valor de $c_i = c_j$ então não se pode afirmar que c_j supera c_i , ou o contrário. O resultado final da comparação é N

Ao término deste processo obtêm-se as avaliações parciais de c_j que serão agregadas em uma nota final.

A agregação final é feita em função do número de superações – S apresentadas por c_j com relação a c_i .

V .2.2 – Módulo para Cálculo dos Pesos – AHP

Utiliza o cálculo de prioridades da Análise Hierárquica de Processos, cuja metodologia foi apresentada no capítulo III, item III.2.2.

V .2.3 – Sistema Fuzzy de Apoio à Decisão

A figura 8 abaixo apresenta um sistema fuzzy para decisão [15], modulado, aonde as entradas referentes aos critérios que avaliam as alternativas de forma quantitativa são processadas primeiro no módulo de fuzzificação, transformando a informação quantitativa em informação qualitativa. Por exemplo, no caso do critério **preço**, discretizado nos conjuntos fuzzy “BARATO, MÉDIO e CARO”, a saída deste módulo é um conjunto fuzzy contendo o grau de pertinência da entrada numérica a cada um dos três conjuntos acima. Na inferência, a saída do módulo de fuzzificação vai definir o grau de acionamento das regras. Ainda considerando o exemplo **preço**, temos que uma entrada com grau de pertinência 0,5 para o conjunto BARATO e 0,5 para o conjunto MÉDIO irá disparar as ações de compra, referentes a preço barato e a preço médio com grau 0,5 para cada uma.

As entradas qualitativas expressas por valores semânticos passam diretamente ao processo de inferência quando acionam com grau 1 a regra correspondente ao seu valor.

Computacionalmente falando, a inferência - que é uma relação entre o conjunto fuzzy que contem informações qualitativas e a regra referente àquele conceito - é feita

através da multiplicação matricial entre a matriz contendo os graus de pertinência de um critério aos valores semânticos que discretizam a variável linguística correspondente, e a matriz representante da regra em questão. Na saída do módulo de inferência têm-se outra matriz representando os conjuntos fuzzy com as avaliações de decisão de cada alternativa por critério, em função do acionamento das regras.

Na seqüência deste processo é feita a agregação das avaliações através de um operador de máximo, mínimo ou agregação que atenda a semântica desejada, e retorne um valor de síntese que permita a comparação das alternativas.

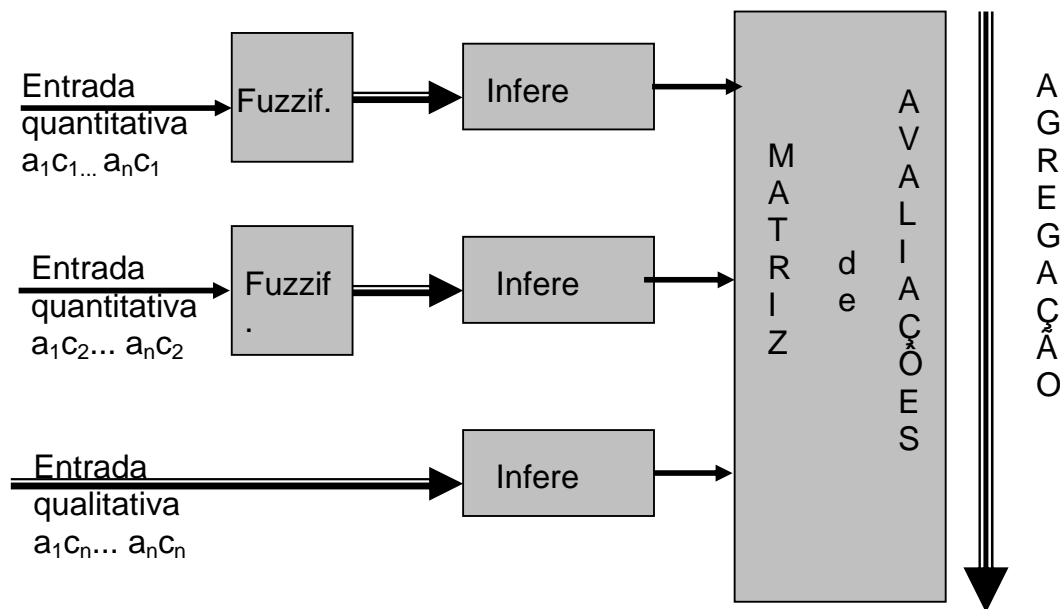


Figura 7 – Sistema fuzzy para apoio à decisão

V.2.3.1 – Exemplo

Neste exemplo será analisada a opção de compra de um carro, visto anteriormente no capítulo III pelas metodologias AHP (Análise Hierárquica de Processos) e MAUT (Teoria da Utilidade Multiatributo), através do Sistema Fuzzy de Apoio à Decisão, com agregação pelo OWA (Ordered Weight Average) utilizando os pesos dos critérios calculados pela AHP no capítulo III.2.2.2, tabela 10. O desenvolvimento deste exemplo permite uma melhor visualização da metodologia.

Objetivo: Compra de um carro;

Alternativas : A1, A2 e A3;

Crítérios: C1, C2, C3, C4, C5 e C6 que são respectivamente: Preço, Potência, Consumo, Depreciação, Custo de Manutenção e Design.

Tabela 14 - Faixas de valores dos critérios

CRITÉRIO		FAIXAS DE VALORES
c₁	Prêço	U\$ 2000 a U\$ 5000
c₂	Potência	100 a 150 HP
c₃	Consumo	20 a 30 milhas p/galão
c₄	Depreciação	20 a 60% ao do preço de compra em 5 anos
c₅	Custo de Manutenção	1500 a 2200 (dolares p/ ano)
c₆	Design	1 a 5 (1 feio – 5 belo)

Tabela1 15 – Valores das alternativas com relação aos critérios

Alternativas	c₁	c₂	c₃	c₄	c₅	c₆
a₁	3000	120	30	40	1600	3
a₂	3500	140	21	30	2000	4
a₃	3600	130	25	50	1800	5

V.2.3.1.1 – Fuzzificação dos Critérios Quantitativos

Para transformação da informação quantitativa em informação qualitativa foram utilizadas funções de pertinência triangulares, tendo como protótipos (centros) os limites de cada critério e a média entre eles. [15] Esta coleção de conjuntos ‘fuzzy’ (PEQUENO, MÉDIO e GRANDE), que representam a informação qualitativa dos valores de cada critério, forma uma discretização “fuzzy” no domínio de cada critério.

Os gráficos abaixo representam a discretização “fuzzy” no domínio de cada um dos 6 critérios gerando os conjuntos **Pq** (PEQUENO), **Md** (MÉDIO) e **Gd** (GRANDE), a partir da função de pertinência.

As entradas representadas nos gráficos a título de exemplo, correspondem ao conjunto de critérios da alternativa **a₁** com valores arredondados.

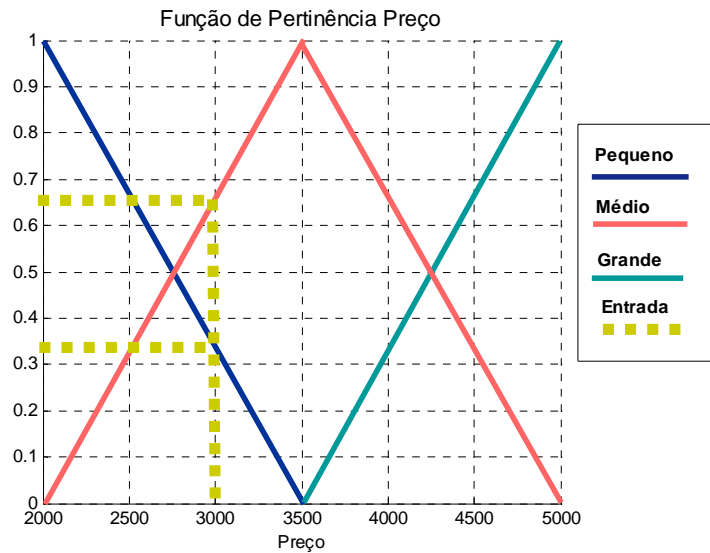


Figura 9 – Função de pertinência preço

Tabela 16 – Valores de pertinência do critério preço

	Pq	Md	Gd
a₁	0,333	0,667	
a₂		1,000	0,00
a₃		0,933	0,067

Os valores da tabela representam o quanto as avaliações das alternativas **a₁**, **a₂** e **a₃** pelo critério preço são condizentes com os conceitos PEQUENO, MÉDIO e GRANDE.

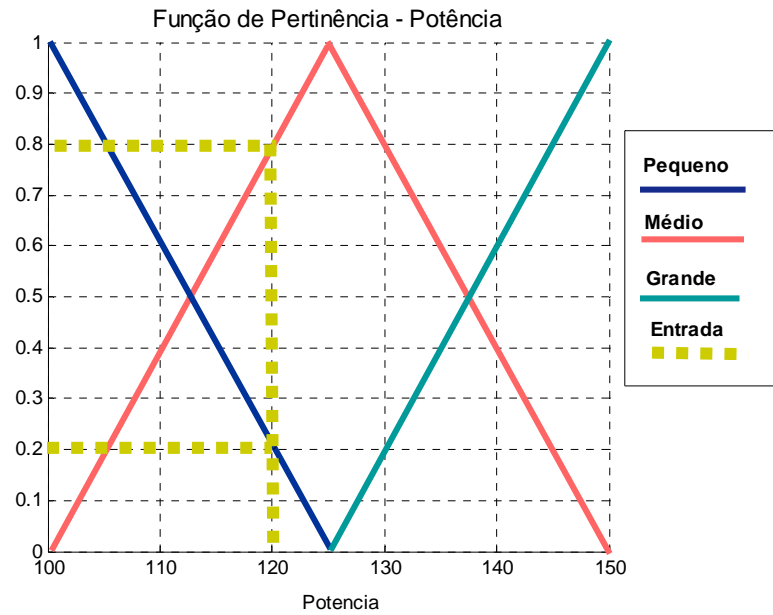


Figura 10 – Função de pertinência preço

Tabela 17 – Valores de pertinência do critério potência

	Pq	Md	Gd
a₁	0,200	0,800	
a₂		0,400	0,600
a₃		0,800	0,200

Os valores da tabela representam o quanto as avaliações das alternativas **a₁**, **a₂** e **a₃** pelo critério potência são condizentes com os conceitos PEQUENO, MÉDIO e GRANDE

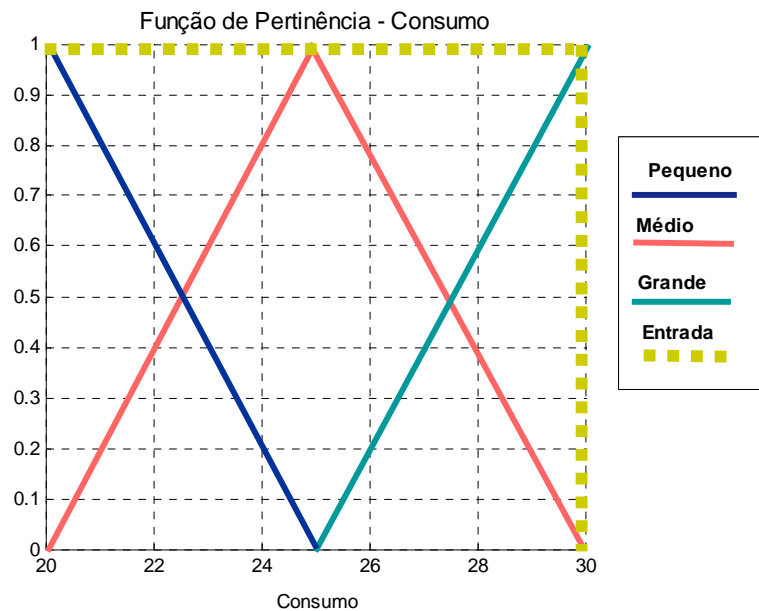


Figura 11 – Função de pertinência consumo

Tabela 18 – Valores de pertinência do critério consumo

	Pq	Md	Gd
a₁		0,00	1,000
a₂	0,500	0,500	
a₃		0,500	0,500

Os valores da tabela representam o quanto as avaliações das alternativas **a₁**, **a₂** e **a₃** pelo critério consumo são condizentes com os conceitos PEQUENO, MÉDIO e GRANDE.

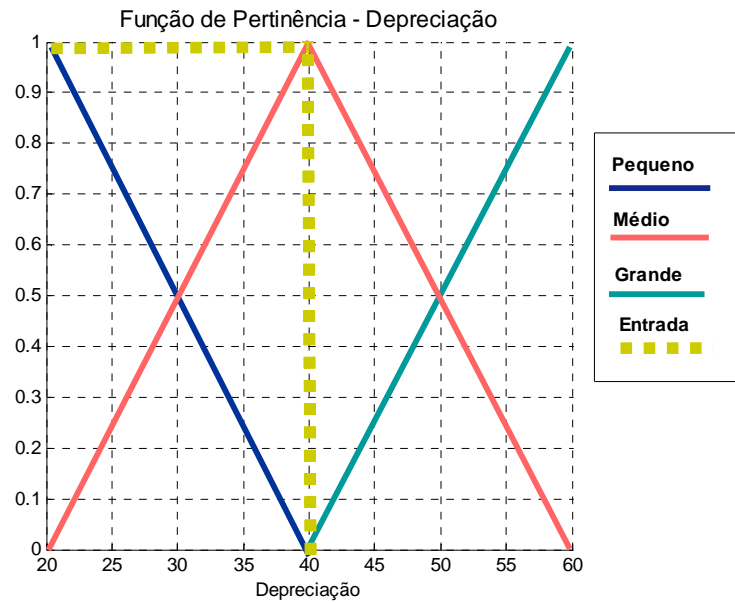


Figura 12 – Função de pertinência depreciação

Tabela 19 – Valores de pertinência do critério depreciação

	Pq	Md	Gd
a₁		0,00	1,000
a₂	0,500	0,500	
a₃		0,500	0,500

Os valores da tabela representam o quanto as avaliações das alternativas **a₁**, **a₂** e **a₃** pelo critério depreciação são condizentes com os conceitos PEQUENO, MÉDIO e GRANDE.

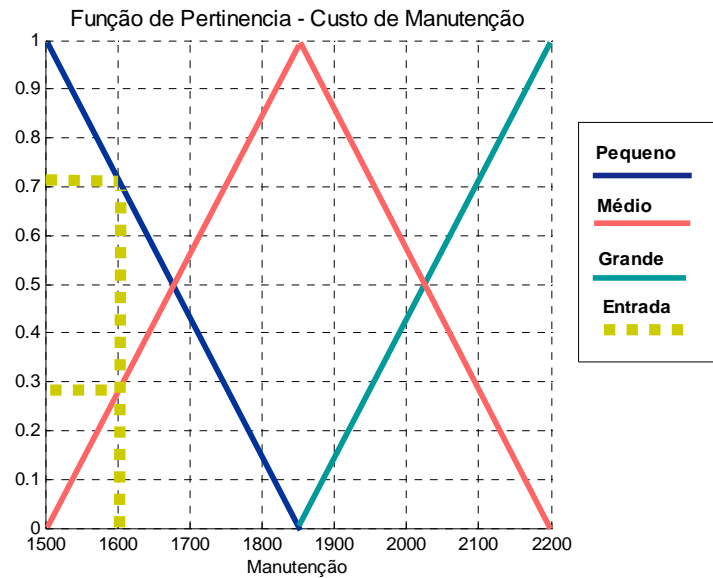


Figura 13 – Função de pertinência manutenção

Tabela 20 – Valores de pertinência do critério manutenção

	Pq	Md	Gd
a_1	0,714	0,286	
a_2		0,571	0,429
a_3	0,143	0,857	

Os valores da tabela representam o quanto as avaliações das alternativas a_1 , a_2 e a_3 pelo critério depreciação são condizentes com os conceitos PEQUENO, MÉDIO e GRANDE

No caso do critério design, cujos valores são provenientes de uma escala ordinal, com cinco patamares, utilizada para representar conceitos qualitativos, prossegue-se diretamente a inferência, considerando as seguintes pertinências aos conjuntos Feio, Médio e Belo sendo representados por Pq, Md, e Gd.

Tabela 21 – Valores de pertinência do critério design

	Pq	Md	Gd
a ₁		1,000	
a ₂		0,500	0,500
a ₃			1,000

V.2.3.1.2 – Inferência

Na Inferência os valores das funções de pertinência de cada critério (acima) são relacionados à base de regras através de sentenças estruturadas que contemplam as opções de compra ou não compra para os valores qualitativos Pq, Md e Gd. Para este exemplo do carro foram consideradas regras simples de uma variável, conforme exemplo abaixo:

Ex. SE preço = Pq ou Md ENTÃO compra, SENÃO não compra.

SE potencia = Md ou Gd ENTÃO compra, SENÃO não compra

Conforme descrito anteriormente, a saída deste processo gera um conjunto com as avaliações de compra referentes a cada alternativa, expressa pela pertinência de cada critério aos conjuntos Compra (SIM) e Não Compra (NÃO).

Regras Utilizadas:

Tabela 22 - Regras

Preço		
Compra	SIM	NÃO
Pq	1	0
Md	1	0
Gd	0	1

Tabela 23 - Regras

Potência		
Compra	SIM	NÃO
Pq	0	1
Md	1	0
Gd	1	0

Tabela 24 - Regras

Consumo		
Compra	SIM	NÃO
Pq	1	0
Md	1	0
Gd	0	1

Tabela 25 - Regras

Deprecia.		
Compra	SIM	NÃO
Pq	1	0
Md	1	0
Gd	0	1

Tabela 26 – Regras

Manuten.		
Compra	SIM	NÃO
Pq	1	0
Md	1	0
Gd	0	1

Tabela 27 - Regras

Design		
Compra	SIM	NÃO
Pq	1	0
Md	1	0
Gd	0	1

Conforme visto anteriormente, ao término deste processo obtém-se um conjunto com as pertinências de cada critério à opção - Compra - SIM, por alternativa, que estão na tabela abaixo:

Tabela 28 - Valores de pertinência ao conjunto Compra SIM

	Preço	Potência	Consumo	Depreciação	Mnutenção	Design
a₁	1,00	0,80	0,00	1,00	1,00	1,00
a₂	1,00	1,00	1,00	1,00	0,57	1,00
a₃	0,93	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00

V.2.3.1.2 – Agregação com o operador OWA (Ordered Weighed Average)

Com a agregação obtém-se uma avaliação global por alternativa – critério único de síntese – sobre a qual será feita a decisão de compra. Nesta etapa foram feitas duas agregações com a utilização do operador OWA com pesos intermediários para o vetor W da seguinte forma:

OWA Max com semântica de **alguns**:

– (0.3333 ; 0.2667 ; 0.2000 ; 0.1333 ; 0.0667 ; 0)

OWA Mínimo com semântica de **poucos**:

– (0 ; 0.0667 ; 0.1333 ; 0.2000 ; 0.2667 e 0.3333)

Por uma questão metodológica, no estudo realizado com a AHP (Análise Hierárquica de Processos), os critérios c_1 e c_5 , respectivamente preço e custo de manutenção, foram aglutinados gerando um critério único, e consequentemente um único peso balizador deste “novo critério” representado pela soma de $c_1 + c_5$. Este exemplo contempla a manutenção destes critérios na forma original, e os balanceia separadamente pelos valores 0,252 e 0,124, ambos componentes aditivos (escolhidos aleatoriamente) do peso 3,76 encontrado na comparação paritária para $c_1 + c_5$ no capítulo III, tabela 10.

Na metodologia aplicada, os graus pertinência dos critérios ao conjunto Compra - SIM expressos na matriz da tabela 28, foram multiplicados pelas respectivas prioridades (pesos) e em seguida procedeu-se à agregação pelo OWA.

Tabela 29 – Pesos dos critérios

	Prêço	Potência	Consumo	Depreciação	Manutenção	Design
Pesos	0,252	0,217	0,201	0,123	0,124	0,081

Tabela 30 – Valores da tabela 24 multiplicados pelos pesos dos critérios

	Prêço	Potência	Consumo	Depreciação	Manutenção	Design
a₁	0,252	0,174	0,00	0,123	0,124	0,081
a₂	0,252	0,217	0,201	0,123	0,070	0,081
a₃	0,93	1,00	1,00	0,50	1,00	1,00

Tabela 31 – Valores globais das Alternativas

Alternativa	Agregação – OWA max	Agregação – OWA min
a₁	0,177	0,074
a₂	0,203	0,110
a₃	0,198	0,81

V.2.3.1.3 – Comentários

A utilização das prioridades (pesos) calculadas através da AHP (Análise Hierárquica de Processos) se apresenta como um bom ferramental quando utilizado em conjunto com o Sistema Fuzzy de Apoio à Decisão, agregando a este um módulo para o cálculo dos pesos relativos dos critérios. No entanto, considerando as características de cada uma destas metodologias com relação à manipulação de escalas diferentes ou ordens de grandeza distintas na mesma escala, cabe ressaltar que o processo de confecção da matriz para cálculo de prioridades deve funcionar realmente como um módulo, e ter em foco as características do sistema Fuzzy que utilizará estes valores.

No exemplo acima, os pesos oriundos do cálculo de prioridades para AHP (Análise hierárquica de processos) precisaram ser ajustados para o Sistema Fuzzy, em função da junção dos critérios $c_1 + c_5$. A fim de ampliar a compreensão da relação de

troca de pesos entre a Análise Hierárquica de Processos e o Sistema Fuzzy em questão, uma segunda versão deste exemplo foi processada agrupando os valores c_1 e c_5 de forma similar ao ocorrido na AHP e os resultados que foram convergentes se encontram no Anexo 1.

CAPÍTULO VI – ESTUDO DE CASO

VI.1 – INTRODUÇÃO

Este estudo tem como objetivo elaborar uma avaliação comparativa da metodologia proposta com relação a Análise Hierárquica de Processos, por ser esta última reconhecidamente funcional para manipulação de critérios intangíveis em conjunto com os tangíveis. A avaliação metodológica foi feita através de uma análise de alternativas para a aquisição de um imóvel residencial na zona sul da cidade do Rio de Janeiro. Para tal, foram pesquisados um total de dez apartamentos nos bairros de Laranjeiras e Botafogo. No universo da pesquisa foram incluídos imóveis com, no mínimo, 2 quartos, e faixa de preço entre duzentos e cinquenta e trezentos mil reais (nov/2005).

O estudo sobre a decisão de compra de um imóvel residencial, se caracteriza por congrega atributos facilmente quantificáveis tais como preço e área do apartamento, com outros, cuja avaliação qualitativa é caracterizada por alto grau de subjetividade, pois ao escolher uma “casa” o indivíduo vivencia toda a subjetividade de um universo pessoal, construído sobre sua representação do mundo exterior.

Para a análise em questão torna-se essencial que o decisor possa elaborar seus próprios critérios e acima de tudo as prioridades relativas à estes critérios.

O critério **localização**, por exemplo, se constitui de tal forma que apesar de possuir um fator de senso comum como a valorização do solo urbano que é uma função de mercado, apresenta outros componentes cuja avaliação é eminentemente pessoal. Para alguns a proximidade de comércio ou pontos de ônibus pode ser um atrativo, enquanto que outros rejeitarão o imóvel por estas mesmas características.

Os critérios definidos, bem como a ordem de importância a eles associada, caracteriza um sistema entre vários outros possíveis, e pretende apenas atender aos objetivos do decisor em questão.

VI.2 – CONJUNTO DE ALTERNATIVAS

- a₁** – Psilva – Apartamento na R. Pereira da Silva – Laranjeiras
- a₂** – Gglicério – Apartamento na R. Gal. Glicério – Laranjeiras
- a₃** – Btávora – Apartamento na R. Belisário Távora – Laranjeiras
- a₄** – Molinda – Apartamento na R. Marquês de Olinda – Botafogo
- a₅** – Palmeiras 1 – Apartamento na R. Palmeiras – Botafogo
- a₆** – Morada – Apartamento na Morada do Sol – Botafogo
- a₇** – Condirajá – Apartamento na R. Conde de Irajá – Botafogo/Humaitá
- a₈** – D. Mariana 1 – Apartamento na R. D. Mariana – Botafogo
- a₉** – D. Mariana 2 – Apartamento na R. D. Mariana – Botafogo
- a₁₀** – Apartamento na R. Palmeiras – Botafogo

VI.3 – FAMÍLIA DA CRITÉRIOS

VI.3.1 – Critérios Quantitativos e Qualitativos

Os critérios foram divididos em dois grupos: quantitativos e qualitativos. Critérios qualitativos – definidos sobre uma escala de valores semânticos - alguns destes critérios tais como iluminação e nível de ruído, embora possam ser medidos sobre escalas numéricas apropriadas, são aqui avaliados a partir da experiência sensorial do decisor, expressa sobre a seguinte escala nominal (Bom, Médio e Ruim).

Tabela 32 - Critérios Quantitativos

Critério	Unidade	Faixa
Preço	KR\$	245 – 300
Área	m ²	70-110
Condomínio/ano	KR\$	1.8 - 9

Tabela 33 - Critérios Qualitativos

Critério	Unidade	Faixa
Planta	-	Bom, Médio, Ruim
Localização	-	Bom, Médio, Ruim
Vista	-	Bom, Médio, Ruim
Nível de ruído	-	Bom, Medio, Ruim
Conservação Apto	-	Bom, Médio, Ruim
Prédio	-	Bom, Médio, Ruim
Infra-estrutura do Prédio	-	Bom, Médio, Ruim

VI.3.2 – Descrição dos Critérios

- c₁** – Preço – Preço do imóvel à vista – unidade K\$ Real;
- c₂** – Área – Área total do imóvel – unidade m²;
- c₃** – Condomínio – Valor pago por ano (cota mensal x 12) – unidade K\$ Real;
- c₄** – Planta – Qualidade do layout interno, amplitude dos cômodos, circulações, aberturas etc.;
- c₅** – Localização – Situação do imóvel na malha urbana, características da vizinhança; insolação etc.;
- c₆** – Vista – Visão alcançada do interior do imóvel, privacidade visual, conjunto arquitetônico e paisagístico visível agradável e etc.;
- c₇** – Nível de ruído – Tranquilidade, vizinhos barulhentos, barulho de tráfego e etc.;
- c₈** – Conservação do apto – necessidade de obras, correlação dos acabamentos com o gosto pessoal do decisor;
- c₉** – Características do prédio – estado geral de manutenção;
- c₁₀** – Infra estrutura existente no prédio – garagem, playground, piscina, sauna, quadras etc.

VI.3 – AVALIAÇÕES DAS ALTERNATIVAS

A tabela 34 abaixo apresenta as avaliações das alternativas em função dos diversos critérios feitas durante a visitação dos imóveis.

Tabela 34 com os as avaliações das alternativas pelos critérios

	c₁	c₂	c₃	c₄	c₅	c₆	c₇	c₈	c₉	c₁₀
a₁	270	108	1,2	Bom	Bom	Médio	Médio	Ruim	Médio	Ruim
a₂	275	90	5,3	Médio	Bom	Médio	Bom	Bom	Médio	Médio
a₃	265	105	4,8	Médio	Bom	Médio	Bom	Bom	Bom	Médio
a₄	245	75	4,9	Ruim	Médio	Ruim	Bom	Médio	Bom	Bom
a₅	270	98	3,6	Bom	Médio	Bom	Bom	Bom	Ruim	Médio
a₆	260	110	8,8	Médio	Médio	Bom	Ruim	Médio	Médio	Bom
a₇	300	105	4,7	Bom	Bom	Médio	Bom	Bom	Bom	Bom
a₈	280	80	4,0	Ruim	Médio	Bom	Bom	Ruim	Médio	Bom
a₉	300	75	4,0	Bom	Bom	Ruim	Bom	Bom	Bom	Médio
a₁₀	260	105	4,0	Bom	Médio	Médio	Bom	Médio	Médio	Médio

VI.4 – ANÁLISE DE DECISÃO PELA METODOLOGIA PROPOSTA

A análise de decisão apresentada a seguir foi desenvolvida com a utilização de todos os módulos apresentados no capítulo anterior, ítem V.2

VI.4.1 – Módulo 1 - Estudo Cognitivo

Através deste estudo foi definida a ordem de preferência dos critérios, necessária para a montagem da matriz de prioridades no módulo 2.

Tabela 35 Preço = Bom

Tabela 36 Área = Bom

<u>c₁</u>	Ruim	Médio	Bom	Dominância	<u>c₂</u>	Ruim	Médio	Bom	Dominância
c₂	0	1	1	S	c₁	1	1	1	S
c₃	0	1	1	S	c₄	0	1	1	S
c₄	1	1	1	S	c₅	1	1	1	S
c₅	0	0	1	N	c₆	0	0	1	N
c₆	0	0	1	N	c₇	0	0	1	N
c₇	0	0	1	N	c₈	0	0	1	N
c₈	1	1	1	S	c₉	1	1	1	S
c₉	0	1	1	S	c₁₀	0	1	1	S
c₁₀	0	1	1	S	c₁₀	0	1	1	S

Tabela 37 - Condomínio = Bom

Tabela 38 - Planta = Bom

<u>c₃</u>	Ruim	Médio	Bom	Dominância	<u>c₄</u>	Ruim	Médio	Bom	Dominância
c₁	0	1	1	S	c₁	0	1	1	S
c₂	0	1	1	S	c₂	0	1	1	S
c₄	0	1	1	S	C₃	0	1	1	S
c₅	0	0	1	N	c₅	0	0	1	N
c₆	0	0	1	N	c₆	0	0	1	N
c₇	0	0	1	N	c₇	0	0	1	N
c₈	0	1	1	S	c₈	1	1	1	S
c₉	0	1	1	S	c₉	0	1	1	S
c₁₀	1	1	1	S	c₁₀	0	1	1	S

Tabela 39 – Localização = Bom

c₅	Ruim	Médio	Bom	Dominância	c₆	Ruim	Médio	Bom	Dominância
c₁	1	1	1	S	c₁	1	1	1	S
c₂	0	1	1	S	c₂	0	1	1	S
c₃	0	1	1	S	c₃	0	1	1	S
c₄	1	1	1	S	c₄	0	1	1	S
c₆	0	1	1	S	c₅	0	1	1	S
c₇	0	0	1	N	c₇	0	0	1	N
c₈	1	1	1	S	c₈	1	1	1	S
c₉	0	1	1	S	c₉	0	1	1	S
c₁₀	1	1	1	S	c₁₀	0	1	1	S

Tabela 40 – Vista = Bom

Tabela 41 – Nível de Ruído = Bom

c₇	Ruim	Médio	Bom	Dominância	c₈	Ruim	Médio	Bom	Dominância
c₁	0	1	1	S	c₁	0	1	1	S
c₂	0	1	1	S	c₂	0	0	1	N
c₃	0	1	1	S	c₃	0	0	1	N
c₄	0	1	1	S	c₄	0	0	1	N
c₅	0	1	1	S	c₅	0	0	1	N
c₆	0	1	1	S	c₆	0	0	1	N
c₈	0	1	1	S	c₇	0	0	1	N
c₉	0	1	1	S	c₉	0	0	1	N
c₁₀	0	1	1	S	c₁₀	0	1	1	S

Tabela 42 – C8 = Bom

Tabela 43 – Prédio = Bom

Tabela 44 Infraestrutura = Bom

c₉	Ruim	Médio	Bom	Dominância	c₁₀	Ruim	Médio	Bom	Dominância
c₁	0	1	1	S	c₁	0	0	1	N
c₂	0	0	1	N	c₂	0	0	1	N
c₃	0	1	1	S	c₃	0	1	1	S
c₄	0	1	1	S	c₄	0	0	1	N
c₅	0	0	1	N	c₅	0	0	1	N
c₆	0	0	1	N	c₆	0	0	1	N
c₇	0	0	1	N	c₇	0	0	1	N
c₈	0	1	1	S	c₈	0	0	1	N
c₁₀	0	1	1	S	c₉	0	1	1	S

VI.4.1.2 – Agregação dos Valores do Estudo Cognitivo

Conforme visto anteriormente, a agregação é feita de forma aditiva em função de quantos critérios são superados (S) pelo critério avaliado.

Avaliação do Estudo Cognitivo

$c_1 = 6$, $c_2 = 6$, $c_3 = 6$, $c_4 = 6$, $c_5 = 8$, $c_6 = 8$, $c_7 = 9$, $c_8 = 2$, $c_9 = 5$, $c_{10} = 2$

Ordenação por importância que será utilizada no módulo 2 para cálculo dos pesos dos critérios.

c_7 , c_6 , c_5 , c_1 , c_3 , c_4 , c_9 , c_{10}

Os critérios c_7 , c_6 e c_5 devem ser tratados de forma diferenciada na confecção da base de regras, uma vez que os valores expressos pelo decisor, no estudo cognitivo, sinalizam que uma alternativa cuja avaliação por estes critérios seja apenas medíocre, independente de seu desempenho no restante, será descartada.

VI.4.2 – Módulo 2 - Cálculo dos Pesos

De acordo com a metodologia apresentada no Cap. V, a ordenação dos critérios definida no módulo anterior é utilizada para a construção da matriz de prioridades.

Tabela 45 - Cálculo dos Pesos dos Critérios

	c₇	c₆	c₅	c₁	c₃	c₂	c₄	c₉	c₈	c₁₀	Prioridades
c₇	1	2	2	3	3	3	3	4	5	5	0.220
c₆	1/2	1	1	3	3	3	3	4	5	5	0.177
c₅	1/2	1	1	3	3	3	3	4	5	5	0.177
c₁	1/3	1/3	1/3	1	1	2	2	3	4	4	0.094
c₃	1/3	1/3	1/3	1	1	1	2	3	4	4	0.086
c₂	1/3	1/3	1/3	1/2	1	1	2	3	4	4	0.082
c₄	1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1/2	1	3	4	4	0.068
c₉	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/3	1/3	1	3	3	0.042
c₈	1/5	1/5	1/5	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1	3	0.029
c₁₀	1/5	1/5	1/5	1/5	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1	0.022

Os valores abaixo destacados correspondem à coluna de prioridades da matriz de comparações paritárias e foram calculados pela normalização do autovetor principal, de acordo com a metodologia apresentada no capítulo III, item III.1.3.2 – Cálculo das Prioridades – pesos dos critérios

Tabela 46 – Pesos calculados para os critérios

c₇	c₆	c₅	c₁	c₃	c₂	c₄	c₉	c₈	c₁₀
0.220	0.177	0.177	0.094	0.086	0.082	0.068	0.042	0.029	0.022

VI .4.3 – Módulo 3 – Sistema “Fuzzy” de Apoio à Decisão

VI .4.3.1 – “Fuzzificação”

Os critérios **c₁**, **c₂** e **c₃** respectivamente preço, área e condomínio foram fuzzificados, para transformação de seus valores nos conceitos RUIM, MÉDIO e BOM. De forma similar ao exemplo do carro, foram utilizadas funções de pertinência triangulares e trapezoidais, tendo como protótipos (centros) os limites de cada critério e a média entre eles, gerando os conjuntos “fuzzy” com os graus de pertinência de cada avaliação aos conceitos RUIM, MÉDIO e BOM.

VI .4.3.2 – Inferência

Conforme visto acima, os critérios qualitativos, avaliados diretamente com os conceitos RUIM, MÉDIO e BOM, passam diretamente para esta etapa acionando a regra correspondente ao conceito que o define com grau 1. Os demais critérios, que foram “fuzzificados” acionam as regras correspondentes de acordo com seus valores de pertinência aos conjuntos RUIM, MÉDIO e BOM.

Foram utilizadas regras monovariáveis, considerando para todos os critérios, exceto para c_7 , c_6 e c_5 as regras abaixo:

SE conceito = **MÉDIO**, **ENTÃO** Compra-SIM = **0,5**

SE conceito = **BOM**, **ENTÃO** Compra-SIM = **1,0**

Os critérios c_7 , c_6 e c_5 foram inferidos pela seguinte regra:

SE conceito = **BOM**, **ENTÃO** Compra-SIM = **1,0** **SENÃO** Compra-SIM = **0**

VI .4.3.3 – Agregação

Foram feitas duas agregações com o operador OWA (Ordered Weighed Average), aonde foram consideradas as semânticas intermediárias de atendimento a poucos critérios com a agregação pelo OWA + e o atendimento varios critérios com o OWA -.

Tabela 47 - Pesos do operador OWA utilizados na agregação

OWA+									
0	0,0222	0,0444	0,0667	0,0889	0,1111	0,1333	0,1556	0,1778	0,2000

Tabela 48 - Pesos do operador OWA utilizados na agregação

OWA-									
0,2000	0,1778	0,1556	0,1333	0,1111	0,0889	0,0667	0,0444	0,0222	0

Tabela 49 - Pesos do operador OWA utilizados na agregação

	Avaliação com OWA Max - Poucos	Avaliação com OWA Min - Vários
a₁	0.0718	0.0181
a₂	0.0964	0.0334
a₃	0.0992	0.0349
a₄	0.0694	0.0112
a₅	0.0979	0.0294
a₆	0.0678	0.0170
a₇	0.0933	0.0255
a₈	0.0869	0.0177
a₉	0.0872	0.0177
a₁₀	0.0812	0.0240

Conforme podemos ver na tabela acima a alternativa a_3 é a que melhor atende em ambas as semânticas de agregação utilizadas.

VI.5 – ANÁLISE DE DECISÃO PELA AHP (Análise Hierárquica de Processos)

Para a avaliação pela metodologia **AHP**, foram consideradas as mesmas restrições metodológicas observadas no exemplo da compra de um carro, - apresentado no capítulo III, ou seja:

os critérios quantitativos avaliados por uma mesma unidade c_1 e c_3 foram agrupados;

Os critérios qualitativos – (que poderiam ser expressos numa escala ordinal) receberam novos valores, calculados em função das avaliações daquele critério com relação à todas as alternativas. Conforme visto anteriormente, este procedimento visa a obtenção de valores que possam ser utilizados no processo de agregação aditiva.

VI.5.1 – Cálculo das Prioridades – Pesos dos Critérios

Os pesos dos critérios foi calculado pela matriz de comparações paritárias abaixo, conforme a metodologia apresentada no capítulo III.

Tabela 50 - Calculo das Prioridades (Pesos dos Critérios)

	c₇	c₆	c₅	c₁+ c₃	c₂	c₄	c₉	c₈	c₁₀	Prioridades
c₇	1	2	2	3	3	3	4	5	5	0.234
c₆	1/2	1	1	3	3	3	4	5	5	0.185
c₅	1/2	1	1	3	3	3	4	5	5	0.185
c₁+ c₃	1/3	1/3	1/3	1	2	2	3	4	4	0.098
c₂	1/3	1/3	1/3	1/2	1	2	3	4	4	0.091
c₄	1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1	3	4	4	0.090
c₉	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/3	1	3	3	0.085
c₈	1/5	1/5	1/5	1/4	1/4	1/4	1/3	1	3	0.071
c₁₀	1/5	1/5	1/5	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1	0.030

VI .5.2 – Cálculo dos Valores para os Critérios Qualitativos

Tabela 51 - Calculo dos valores do critério **c₄** - Planta

	a₁	a₅	a₇	a₉	a₁₀	a₃	a₂	a₆	a₄	a₈	Prioridades
a₁	1	1	1	1	1	3	3	3	4	4	0.152
a₅	1	1	1	1	1	3	3	3	4	4	0.152
a₇	1	1	1	1	1	3	3	3	4	4	0.152
a₉	1	1	1	1	1	3	3	3	4	4	0.152
a₁₀	1	1	1	1	1	3	3	3	4	4	0.152
a₃	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	3	3	4	4	0.078
a₂	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	3	4	4	0.068
a₆	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	3	3	0.045
a₄	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1	3	0.029
a₈	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1	0.024

Tabela 52 - Cálculo dos valores do critério c_5 - Localização

	a_7	a_3	a_9	a_2	a_1	a_4	a_5	a_6	a_8	a_{10}	Prioridades
a_7	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	0.170
a_3	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	0.170
a_9	1	1	1	2	2	3	3	3	3	3	0.169
a_2	1/2	1/2	1/2	1	1	3	3	3	3	3	0.122
a_1	1/2	1/2	1/2	1	1	3	3	3	3	3	0.122
a_4	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1	0.049
a_5	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1	0.049
a_6	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1	0.049
a_8	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1	0.048
a_{10}	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1	0.048

Tabela 53 - Cálculo dos valores do critério c_6 - Vista

	a_6	a_8	a_5	a_3	a_{10}	a_2	a_7	a_1	a_9	a_4	Prioridades
a_6	1	2	2	3	3	3	3	3	4	4	0.221
a_8	1/2	1	1	2	3	3	3	3	4	4	0.168
a_5	1/2	1	1	2	3	3	3	3	4	4	0.168
a_3	1/3	1/2	1/2	1	2	2	2	2	3	3	0.105
a_{10}	1/3	1/3	1/3	1/2	1	1	1	2	3	3	0.074
a_2	1/3	1/3	1/3	1/2	1	1	1	1	3	3	0.068
a_7	1/3	1/3	1/3	1/2	1	1	1	1	3	3	0.068
a_1	1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1	1	1	3	3	0.064
a_9	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	0.032
a_4	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	0.032

Tabela 54 - Cálculo dos valores do critério c_7 - Nível de Ruído

	a_3	a_4	a_5	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_2	a_1	a_6	Prioridades
a_3	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	0.123
a_4	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	0.123
a_5	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	0.123
a_7	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	0.123
a_8	1	1	1	1	1	1	1	2	3	4	0.123
a_9	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	0.115
a_{10}	1	1	1	1	1	1	1	1	3	3	0.112
a_2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1	1	3	3	0.082
a_1	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1	2	0.041
a_6	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/3	1/3	1/2	1	0.035

Tabela 55 - Cálculo dos valores do critério c_8 - Conservação do Apartamento

	a_2	a_9	a_3	a_5	a_7	a_6	a_{10}	a_4	a_1	a_8	Prioridades
a_2	1	1	1	1	1	2	3	3	4	4	0.151
a_9	1	1	1	1	1	2	3	3	4	4	0.151
a_3	1	1	1	1	1	2	3	3	4	4	0.151
a_5	1	1	1	1	1	2	3	3	4	4	0.151
a_7	1	1	1	1	1	1	2	2	3	3	0.124
a_6	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1	2	2	3	3	0.094
a_{10}	1/3	1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1	1	2	2	0.055
a_4	1/3	1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1	1	2	2	0.055
a_1	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/2	1/2	1	1	0.034
a_8	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/2	1/2	1	1	0.034

Tabela 56 - Cálculo dos valores do critério c_9 - Características do Prédio

	a_3	a_9	a_7	a_4	a_2	a_1	a_6	a_8	a_{10}	a_5	Prioridades
a_3	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	0.213
a_9	1/2	1	1	1	3	3	3	3	4	4	0.157
a_7	1/2	1	1	1	3	3	3	3	4	4	0.157
a_4	1/2	1	1	1	3	3	3	3	4	4	0.157
a_2	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	2	3	0.063
a_1	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	2	3	0.063
a_6	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	2	3	0.063
a_8	1/3	1/3	1/3	1/3	1	1	1	1	1	3	0.059
a_{10}	1/4	1/4	1/4	1/4	1/2	1/2	1/2	1	1	2	0.038
a_5	1/4	1/4	1/4	1/4	1/3	1/3	1/3	1/3	1/2	1	0.003

Tabela 57 - Cálculo dos valores do critério c_{10} - Infra-estrutura

	a_6	a_4	a_8	a_7	a_3	a_9	a_2	a_{10}	a_5	a_1	Prioridades
a_6	1	2	2	2	3	3	3	3	3	4	0.216
a_4	1/2	1	1	1	2	2	2	2	2	3	0.129
a_8	1/2	1	1	1	2	2	2	2	2	3	0.129
a_7	1/2	1	1	1	2	2	2	2	2	3	0.129
a_3	1/3	1/2	1/2	1/2	1	1	1	1	2	2	0.074
a_9	1/3	1/2	1/2	1/2	1	1	1	1	2	2	0.074
a_2	1/3	1/2	1/2	1/2	1	1	1	1	1	2	0.074
a_{10}	1/3	1/2	1/2	1/2	1	1	1	1	1	2	0.074
a_5	1/3	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1	1	1	2	0.062
a_1	1/4	1/3	1/3	1/3	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1	0.039

VI .5.3 – Agregação das Avaliações Parciais das Alternativas

A agregação das alternativas foi feita de forma aditiva conforme apresentado no Capítulo III, da seguinte forma.

- As avaliações pelos critérios $c_1 + c_3$ e c_2 tiveram os seus valores normalizados, e estes valores normalizados foram multiplicados pelos pesos dos critérios calculados no item VI.5.1.

- Para as avaliações qualitativas c_4 a c_{10} , foram calculados novos valores, conforme apresentado no item VI.5.2, que foram balizados pelos pesos dos critérios calculados no item VI.5.1.

Tabela 58 - Agregação Final das Alternativas

	$c_1 + c_3$	c_2	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9	c_{10}	Agre	Cl.
a₁	0.010	0.010	0.014	0.022	0.012	0.010	0.002	0.005	0.001	0.067	
a₂	0.010	0.009	0.006	0.022	0.012	0.016	0.011	0.005	0.002	0.074	
a₃	0.010	0.010	0.007	0.031	0.019	0.029	0.011	0.018	0.002	0.118	1º
a₄	0.009	0.007	0.003	0.009	0.005	0.029	0.004	0.013	0.004	0.066	
a₅	0.010	0.009	0.014	0.028	0.031	0.029	0.011	0.003	0.002	0.116	2º
a₆	0.010	0.011	0.004	0.028	0.041	0.008	0.007	0.005	0.006	0.101	
a₇	0.011	0.010	0.014	0.031	0.012	0.029	0.009	0.013	0.004	0.112	3º
a₈	0.010	0.008	0.002	0.009	0.031	0.029	0.002	0.005	0.004	0.080	
a₉	0.011	0.007	0.014	0.031	0.005	0.027	0.011	0.013	0.002	0.100	
a₁₀	0.009	0.010	0.014	0.009	0.014	0.026	0.004	0.003	0.002	0.073	

CAPÍTULO VII – ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os conjunto das três melhores alternativas classificadas por cada metodologia são: Metodologia Proposta - **c₃**, **c₅** e **c₂** e AHP - **c₃**, **c₅** e **c₇**. Considerando a eleição unânime da alternativa **a₃** como a melhor opção, pode-se dizer, por suas avaliações apresentadas abaixo, que o desempenho de ambas as metodologias foi bastante satisfatório.

Tabela Avaliações da alternativa **a₃**

c₁	c₂	c₃	c₄	c₅	c₆	c₇	c₈	c₉	c₁₀
265	105	4,8	Médio	Bom	Médio	Bom	Bom	Bom	Médio

Quanto a inserção da alternativa **a₅** no conjunto das três melhores por ambas as metodologias, percebe-se que no caso da Metodologia Proposta com o Sistema “Fuzzy” de Apoio à Decisão, ela apresenta melhor desempenho no atendimento a poucos critérios, ficando em **2º** lugar e quando comparada pelo atendimento a um maior número de critérios, seu desempenho cai para o **3º** lugar. Ainda assim, considerando que no estudo cognitivo fica claro que não se deseja uma opção de compra com qualquer critério avaliado em seu pior desempenho, esta alternativa não deveria estar entre as selecionadas, sendo necessário portanto a criação de uma regra que restrinja seu desempenho.

Uma outra regra a ser considerada no Sistema “Fuzzy”, diz respeito a relação entre área do imóvel e preço, também percebida no estudo cognitivo, e que não foi utilizada, causando a exclusão da alternativa **a₇** do conjunto selecionado.

Tabela Avaliações das alternativa **a₂** e **a₅** respectivamente

c₁	c₂	c₃	c₄	c₅	c₆	c₇	c₈	c₉	c₁₀
275	90	5,3	Médio	Bom	Médio	Bom	Bom	Médio	Médio
270	98	3,6	Bom	Médio	Bom	Bom	Bom	Ruim	Médio

Com relação às avaliações realizadas pela Análise Hierárquica de Processos é bastante positivo que a alternativa **a₇** tenha sido incluída no conjunto das melhores, por tratar-se realmente de uma boa escolha, conforme pode ser vista abaixo. No entanto, aqui torna-se mais difícil visualizar a ação necessária para restringir o desempenho global da alternativa **a₃**.

Tabela Avaliações da alternativa **a₇**

c₁	c₂	c₃	c₄	c₅	c₆	c₇	c₈	c₉	c₁₀
300	105	4,7	Bom	Bom	Médio	Bom	Bom	Bom	Bom

CAPÍTULO VIII – CONCLUSÕES

Conforme pretendido, a utilização do ferramental da Metodologia Proposta permitiu uma visão ampliada do contexto da decisão. Para tal contribuiu a combinação dos benefícios da AHP – (no tocante à definição dos pesos relativos dos critérios), com as características do Sistema “Fuzzy” (pela associação do conhecimento armazenado na Base de Regras com a flexibilidade de agregação do operador OWA), possibilitando uma modelagem mais robusta do problema.

Pelo estudo de caso analisado com a utilização maciça de critérios qualitativos, onde não existem patamares claros, a metodologia proposta se mostrou, sem dúvida, mais apropriada para manipulação dos intangíveis do que a AHP. Pode-se dizer, também, que no contexto da Metodologia Proposta a eleição da melhor alternativa se faz com maior controle sobre as restrições e relachamentos do meio ambiente.

Analisando a Metodologia Proposta a luz dos parâmetros de avaliação metodológica apresentados neste trabalho no capítulo III, pode-se afirmar que esta apresenta, conforme descrito acima, um ferramental que possibilita a modelagem dos problemas com os níveis de complexidade necessários as situações da vida real. Quanto a manipulação de tangíveis e intangíveis avaliados por escalas diversas, o processamento de todos os critérios a partir de seus valores de pertinência, limitados ao intervalo $[0,1]$, possibilita, conforme demonstrado neste trabalho, a agregação de critérios qualitativos e quantitativos de forma simples.

A Atuação da AHP perante um volume extenso de critérios qualitativos, implica em um processo de avaliação extenso e trabalhoso sendo mais indicado, pela natureza numérica das comparações paritárias, que as avaliações qualitativas sejam feitas sobre uma escala ordinal detalhada, onde fiquem pré estabelecidos de forma clara tanto os patamares numéricos associados aos conceitos bem como a relação de prioridade entre eles. A questão é – Como enquadrar critérios altamente subjetivos em avaliações tão precisas?

Ainda com base nos metacritérios para avaliação metodológica apresentados no capítulo III, com relação a habitual assunção de independência dos critérios e alternativas, a utilização da base de regras no Sistema “Fuzzy” pode lidar com relações de dependência desejadas, no entanto, há que se observar que a utilização de regras

multivariáveis, dependendo das dimensões analisadas pode acarretar a explosão combinatória.

Quanto as capacidades de fazer previsões, bem como facilitar as decisões em grupo, não foram avaliadas neste estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 – REZENDE, S.O , EVSUKOFF, A.G., BECHARA, A.C et al, **Sistemas Inteligentes fundamentos e aplicações**, 1ª. edição, Manole, 2003, Barueri, SP.
- 2 – MUNDA,G. , NIJKAMP, P. , RIETVELD, P. “Qualitative Multicriteria Evaluation for Environmental Management – **Ecological Economics** 10, pp 97-112, 1994.
- 3 – GOMES, L.F.A.M, GOMES, C.F., ALMEIDA, A.T. **Tomada de Decisão Gerencial, Enfoque Multicritério**, 1ª edição, editora Atlas, S.P., 2002.
- 4 – DÁMASIO, A.R., **Em Busca de Espinoza**, Cia das Letras, 2004, SP
- 5 – MAGRINI, ALESSANDRA, **Metodologia de Avaliação de Impacto Ambiental – O Caso das Usinas Hidrelétricas** , Dsc, Coppead, UFRJ., RJ., 2003
- 6 – GERSHON, M., GRANDZOL, J., **Multicriteria Decision Making Quality Progress**, pp 69-73, jan 1994.
- 7 – VARGAS, L.G. “ An overview of the Analytic Hierarchy Process and its applications” **European journal of Operational Research**, 48, pp 2-8,1990.
- 8 – SAATY, T.L. “ How to make a decision: The Analytic Hierarchy Process”, **European journal of Operational Research**, 48, pp 9-26,1990
- 9 – CHO, KEUN TAE, “Multicriteria Decision Methods: An Attempt to Evaluate and Unify”. **Mathematical and Computer Modelling**, 37, pp1099-1119, 2003.
- 10 – RAIFFA, H., Teoria da Decisão – **Aulas Introdutórias sobre Escolhas em Condição de Incerteza**. editora da universidade de São Paulo, SP., 1977.
- 11 – PENIWATI, K **The Possibility Theorem for Group Decision Making: The Analytic Hierarchy Process**, Ph.D., University of Pitisburgh, PA – AD Hoc.

- 12 –YAGER, R., “ Modeling Prioritized Multicriteria Decision Making”, **IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Cybernetics**, vol 34, pp 2396-2404, 2004.
- 13 – PEDRYCZ, W. , GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets, analysis and design**. The MIT Press, Massachussets,1998.
- 14 – ALMEIDA, P.E.M, EVSUKOFF. A.G. “Sistemas Fuzzy” in Rede Cooperativa de Pesquisa em Inteligência Artificial, **Sistemas Inteligentes fundamentos e Aplicações**, 1ª edição, Manole, Barueri S.P.
- 15 – EVSUKOFF. A.G, “Introdução a Lógica Fuzzy”, **Apostila da disciplina CPC 755** M.Sc, Coppe, UFRJ, RJ, 2003

ANEXO I

Estudo de decisão para o exemplo da compra de um carro, utilizando a mesma estrutura de critérios e prioridades verificadas pela Análise Hierárquica de Processos no capítulo III, com o intuito de fazer uma verificação de convergência.

	Prêço + Manutenção	Potência	Consumo	Depreciação	Design
Pesos	0,378	0,217	0,201	0,123	0,081

	Prêço + Manutenção	Potência	Consumo	Depreciação	Design
A1	0,378	0,174	0,000	0,123	0,081
A2	0,247	0,217	0,200	0,123	0,081
A3	0,262	0,217	0,201	0,0615	0,081

Alternativa	Agregação – OWA max	Agregação – OWA min
A1	0,2361	0,0663
A2	0,2164	0,1312
A3	0,2182	0,1106