

UMA PROPOSTA DE MODELO PARA RETROESPALHAMENTO DE SINAL SAR
APLICADO À SUPERFÍCIE DO OCEANO

Guilherme de Barcellos Roxo

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Luiz Landau, D.Sc.

Prof. José Luís Drummond Alves, D.Sc.

Prof. Gutemberg Borges França, Ph.D.

Prof. João Antonio Lorenzetti, Ph.D.

Prof. Audálio Rebelo Torres Jr, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

MARÇO DE 2006

ROXO, GUILHERME DE BARCELLOS

Uma Proposta de Modelo para Retroespalhamento de Sinal SAR Aplicado à Superfície do Oceano

[Rio de Janeiro] 2006

XI, 83p. 27,9 cm (COPPE/UFRJ,
M.Sc., Engenharia Civil, 2006)

Dissertação – Universidade Federal do
Rio de Janeiro, COPPE.

1. Retroespalhamento Sinal SAR
2. Ondas Bragg
3. Modelagem

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

”e conhecereis a verdade e a verdade vos libertará”
João 8:32

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a todos aqueles que tiveram participação na elaboração deste trabalho seja direta ou indiretamente.

- A Deus por possibilitar a execução deste trabalho;
- Ao Professor Luiz Landau pelo incentivo para a realização deste trabalho;
- Ao Audálio pela orientação na realização deste estudo;
- Aos meus pais pelo suporte em toda a minha formação acadêmica e pela educação dada;
- À Rachel pelo incentivo incansável;
- Aos pesquisadores, Dr. William Plant e Dr. David Lyzenga pela ajuda;
- A Nicole pelo auxílio na parte final do trabalho;
- A todos no LAMMA: Luiz Paulo, Nicole, Ricardo Marcelo, Hatsue;
- Ao Régis pela paciência e pelo auxílio com as figuras;
- Ao CENPES, especialmente à Cristina Bentz pela cessão das imagens, essenciais a este trabalho;
- Ao Carlos Beisl pela grande ajuda com as imagens e esclarecimentos sempre eficientes;
- Ao professor Lorenzzetti pelas sugestões e explicações;
- Ao Politano pelo auxílio sempre presente quando necessário;
- Aos professores Gutemberg e Luiz Cláudio do departamento de meteorologia que sempre estiveram à disposição para esclarecimentos;
- Ao grande amigo Samuel pelo auxílio na elaboração de partes deste estudo;

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

UMA PROPOSTA DE MODELO PARA RETROESPALHAMENTO DE SINAL SAR
APLICADO À SUPERFÍCIE DO OCEANO

Guilherme de Barcellos Roxo

Março/2006

Orientador: Luiz Landau

Programa: Engenharia Civil

No presente trabalho um estudo do potencial de retroespalhamento de sinal SAR foi realizado. Foram feitas simulações fundamentadas nas bases teóricas encontradas na literatura no que se refere ao SAR e às ondas presentes na superfície do oceano. Os resultados obtidos foram comparados aos valores medidos pelo sensor do SAR a bordo do RADARSAT.

A imagem utilizada é do tipo *Standard 1* e a região por ela representada faz parte da Baía de Campos, no litoral sudeste do Brasil.

A partir dos resultados obtidos pelas simulações notou-se diferenças entre os valores medidos e modelados. Foram realizadas simulações com o intuito de verificar qual o ângulo entre o vento e o feixe do radar seria necessário para que os valores modelados e medidos coincidissem. A diferença entre os valores dos ângulos obtidos pelo QuikSCAT e os necessários para que o retroespalhamento modelado fosse igual ao medido, encontram-se dentro de uma faixa de erro associada ao próprio QuikSCAT.

Abstract of the Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

A MODEL PROPOSAL FOR SAR SIGNAL BACKSCATTERING APPLIED TO THE
OCEAN SURFACE

Guilherme de Barcellos Roxo

March/2006

Advisor: Luiz Landau

Department: Civil Engineering

In the present work a study of the backscattering potential of the SAR signal was done. Some simulations were made based on the theories found in the literature of the ocean waves and SAR. These results were compared to the measured ones obtained from the SAR.

The image used in this work is a Sandard 1 image and it represents a region in the Campos Basin in the Brazilian southeast coast.

The results obtained from the simulations were a little different from the measured ones. Other simulations were done to verify what should be the angle between the wind and the radar sign that would lead to the same values between measured and modeled.

The difference between the angles given by QuikSCAT and those modeled, belongs to a range of variation of the angles wich is present in the QuikSCAT measurements.

ÍNDICE

1. Introdução	1
2. Metodologia	4
2.1. Caracterização Meteorológica	6
2.2. Caracterização Oceanográfica	7
2.2.1. Massas d'água	7
2.2.2. Clima de ondas	8
2.3. Ondas Bragg	9
2.4. Radar de Abertura Sintética	11
2.5. A Imagem	19
2.6. O Modelo	27
2.7. Os Campos de Vento	33
3. Resultados	36
5. Referências Bibliográficas	53
Apêndice A. Teoria Clássica de Ondas	58
A) Ondas de Gravidade	59
B) Ondas Capilares	74

LISTA DE SÍMBOLOS

a	amplitude
C	velocidade (corrente/fase)
Cl	clorinidade em partes por mil
Cp	velocidade de fase das ondas no período de pico
d	distância entre as camadas atômicas de um cristal
g	gravidade
$G(\theta)$	polarização do sinal
h	profundidade a partir da superfície
L	comprimento de onda
n	número inteiro na Lei de Bragg
p	pressão
Sal	salinidade em partes por mil
$S(k, \phi_v)$	espectro de superfície
t	tempo
$temp$	temperatura superficial da água do mar
U	vento a 10 metros da superfície
u	velocidade do fluido no eixo x
v	velocidade do fluido no eixo y
x	eixo cartesiano
z	eixo cartesiano
y	eixo cartesiano
k	número de onda
k_B	número de onda ótimo para retroespalhamento
k_o	número de onda eletromagnética
w	velocidade do fluido no eixo z

Γ	função gamma
ε	constante dielétrica da água do mar
η	elevação da superfície do mar
θ	ângulo de incidência
λ	comprimento de onda do sinal do radar
λ_m	comprimento de onda das ondas na superfície do mar
ρ	densidade
ρ_o	resolução no alcance (range)
σ_o	retroespalhamento por unidade de área
T	tensão superficial
T	período
Tp	período de pico das ondas no mar
$T(\theta)$	densidade espectral de ondas na superfície do mar
Φ	dependência angular
ϕ	potencial de velocidades
ϕ_v	ângulo de visada azimutal
ϕ_B	direção de propagação das ondas responsáveis pelo retroespalhamento
ϕ_w	direção do vento
ϕ_o	ângulo entre o feixe de radar e a direção do vento
ω	frequência das ondas do mar
ωp	frequência de pico das ondas do mar

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Área de Interesse: Bacia de Campos. Fonte: Petrobras	5
Figura 2.4.1: Iluminação ao longo da trajetória de vôo. Fonte: Canadian Centre for Remote Sensing	12
Figura 2.4.2: Ilustração da resolução no Alcance (range)	15
Figura 2.4.3: Princípio da antena de abertura real	17
Figura 2.4.4: Princípio da antena de abertura sintética.	18
Figura 2.5.1.1 Imagem-RADARSAT-1 tipo: STANDARD-1-Horário-08:14h (Greenwich)-Trajetória descendente- Resolução espacial 25m referente ao dia 23 de março de 2001 .	20
Figura 2.5.1.2: Imagem SAR 23 de março de 2001 detalhada em regiões de interesse.	22
Figura 2.7.1.: Direção e intensidade do vento, dadas pelo QuikSCAT para o dia 23 de março de 2001.	34
Figura 2.7.2: Campo de intensidade do vento para o dia 23 de março de 2001.	35
Figura 2.7.3: Campo de direção do vento para o dia 23 de março de 2001.	36
Figura 3.1.1.: Ângulo entre o feixe do radar e a horizontal do círculo trigonométrico.	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.5.1.1: Coordenadas geográficas da Imagem SAR 23 de março de 2001. _____	21
Tabela 2.5.1.2: Coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas da Imagem SAR 23 de março de 2001. _____	23
Tabela 2.5.2.1 Modos de aquisição do RADARSAT-1. Fonte: Radarsat International (1996) _____	26
Tabela 3.1.1: Coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas e respectivos valores de retroespalhamento da Imagem SAR 23 de março 2001. _____	40
Tabela 3.1.2: Valores de retroespalhamento medidos, coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas, ângulo de incidência, direção e intensidade do vento obtido a partir do QuikSCAT, dB modelado, ângulo necessário entre o vento e o feixe para que valores medidos e modelados de dB coincidam. _____	45
Tabela 3.1.3. Diferenças entre os ângulos obtidos através do QuikSCAT e os ângulos necessários para que os valores de retroespalhamento medidos e modelados coincidam__	48
Tabela 3.1.4. Valores de Retroespalhamento medidos, ângulo de incidência, ângulo obtido através do QuikSCAT, intensidade do vento, retroespalhamento modelado e ângulo necessário para coincidência dos valores medidos e modelados de dB. _____	49

1. Introdução

Responsável por oferecer energia de modo economicamente viável, a chamada indústria do petróleo tem enfrentado ao longo de sua existência dificuldades e desafios com os quais tem lidado com êxito. Diante de uma sociedade cada vez mais exigente no que diz respeito a maiores quantidades energia disponível por preços cada vez mais baixos, a indústria do petróleo tem desempenhado um papel importante no desenvolvimento da mesma.

Por ser uma atividade que envolve riscos ao meio ambiente, muitas medidas têm sido tomadas no tocante à prevenção de acidentes, monitoramento das operações e planos de ação para casos de derrame de óleo. Como consequência lógica há um aumento nos custos de produção.

A exploração de petróleo no Brasil de modo geral se dá em regiões oceânicas, fato que dificulta a parte operacional. Torna-se essencial a formação e capacitação de pessoal especializado com competência para resolver os problemas de engenharia inerentes à atividade. Há ainda como fator que contribui para tornar a exploração em regiões oceânicas um processo caro, a questão do transporte de materiais e suprimentos para as regiões usadas como base para a extração do óleo. Portanto qualquer medida ou ação que venha reduzir os custos de produção, direta ou indiretamente, é sempre de grande valia.

A utilização do sensoriamento remoto é perfeitamente compatível com as exigências da indústria do petróleo, uma vez que permite obter informações sobre vastas áreas em pequeno intervalo de tempo com alto grau de confiabilidade e sem a necessidade de equipamentos ou pesquisadores na região alvo do estudo.

O SAR (*Synthetic Aperture Radar*) é um radar de abertura sintética que já vem sendo utilizado em diferentes áreas de atuação, dentre elas a Oceanografia. Particularmente no monitoramento de derrames de óleo no mar as informações extraídas do SAR são preciosas, pois possibilitam localizar e identificar eventuais manchas de óleo na superfície do oceano, desde que as condições atmosféricas presentes não se tornem um fator limitante (por exemplo: presença de gelo nas nuvens), a identificação destas manchas seria mais custosa em termos econômicos e logisticamente complicada, sem o auxílio destes sensores de radar.

Atualmente, para a identificação de óleo no mar a partir de imagens SAR (baseadas no retroespalhamento de um sinal eletromagnético), há uma grande dependência da interpretação subjetiva dada a imagem SAR por um especialista.

A proposta deste trabalho é utilizar um modelo capaz de fornecer o retroespalhamento de sinal SAR, relativo a determinadas condições oceanográficas e atmosféricas, com o intuito de auxiliar a interpretação das imagens geradas a partir do mesmo.

Uma vez que as equações governantes dos fenômenos presentes no cenário são conhecidas, pode-se reunir as mesmas de modo a utilizar um modelo que permita verificar de forma pouco dispendiosa as alterações sofridas neste cenário como um todo, ou em parte dele, como fruto de alguma mudança em um ou mais fatores presentes, sejam eles naturais ou não.

A idéia aqui apresentada não visa uma substituição dos métodos já utilizados para a interpretação das imagens SAR, mas sim, incluir um caráter mais objetivo. O fato de introduzir conceitos teóricos ainda que indiretamente, via modelo, é um passo importante para o aprimoramento da análise das imagens. Para alcançar esta condição, a meta aqui definida é a utilização de um modelo sintético fundamentado teoricamente, de modo que, a partir de algumas informações correspondentes à região de estudo e ao radar utilizado, no presente caso o SAR, seja possível a partir de condições ambientais estabelecer valores esperados de retroespalhamento.

Os estudos envolvendo o SAR e a superfície do oceano são bastante diversos e também recentes. As bases da teoria hoje aplicada começaram a ser estudadas com mais intensidade a partir dos anos 50, e desta época até o lançamento do primeiro satélite civil em órbita, o SEASAT em 1978, foram menos de trinta anos. De modo que se verificarmos o intervalo de tempo desde a intensificação dos estudos na área, até o dia de hoje, são cerca de 50 anos, o que é muito pouco se comparado às outras áreas do conhecimento. Portanto, ainda é necessário que muito seja feito e desenvolvido. Por esta razão nota-se um número muito grande de estudos recentes referentes ao SAR e suas aplicações.

Há trabalhos nesta área tais como o de GRABER *et al.*(1996), que observaram correntes superficiais baseando-se no fato de que as correntes superficiais são importantes no processo de modificação de pequenas ondas de gravidade e estas são responsáveis diretas pelo retroespalhamento de primeira ordem de sinal SAR. Em outros trabalhos, como JOHANNENSSSEN *et al.*(1991), foram observados a circulação

superficial do oceano e frentes de vento. Assim como no trabalho de GRABER *et al.*(1996), o desenvolvimento do trabalho realizado por JOHANNENSSSEN *et al.*(1991), baseia-se no fato de que feições superficiais oceânicas alteram o padrão das ondas de gravidade responsáveis pelo retroespalhamento, também levando em consideração o fato de que o vento vai interferir diretamente no grau de agitação da superfície do oceano e como conseqüência no retroespalhamento do sinal. BEAL *et al.*(1997), realizaram um trabalho com o intuito de mostrar a influência da camada limite oceano-atmosférica no imageamento da Corrente do Golfo. Basearam-se em estudos pretéritos que demonstravam que o maior retroespalhamento sobre a Corrente do Golfo se dava exatamente pela maior instabilidade atmosférica nesta região e que havia maior retroespalhamento sobre a região de águas mais quentes da corrente do Golfo do que sobre regiões em que água era mais fria. O trabalho de BEAL *et al.*(1997), teve como tema a influência da camada limite oceano-atmosférica no retroespalhamento do sinal e conforme citado nos casos de trabalhos de GRABER *et al.*(1996) e JOHANNENSSSEN *et al.*(1991) há sempre a presença de elementos capazes de alterar o padrão das pequenas ondas de gravidade responsáveis pelo retroespalhamento do sinal.

Alguns artigos foram escritos com o intuito de orientar os usuários das imagens SAR, de forma a concentrar as bases da teoria num mesmo local, como foi feito por HASSELMANN *et al.*(1985).

Em setembro de 2004 foi publicado como uma iniciativa da NOAA (*National Ocean & Atmospheric Administration*), o *Synthetic Aperture Radar Marine User's Manual*, que é uma compilação do conhecimento básico nesta área. Nesta publicação podem ser encontrados capítulos descrevendo a presença de gelo na superfície do mar através do SAR, estudos envolvendo ondas internas, correntes, ressurgência, até mesmo topografia do fundo do oceano, que em condições favoráveis pode ser observada através de imagens SAR em regiões rasas. Estudos enfocando a presença de óleo e surfactantes na superfície de corpos d'água, localização de navios, verificação de direção e velocidade do vento, camada limite atmosférica, sistemas de tempestade de mesoescala, também são encontrados no *Synthetic Aperture Radar Marine User's Manual*.

Há ainda nesta publicação, capítulos dando ênfase às ondas na superfície do oceano. LARSON & WRIGHT (1975), mediram em laboratório a taxa de crescimento temporal de ondas na região de transição entre gravidade e capilares a partir do retroespalhamento de sinal eletromagnético. LYZENGA (1991), estudou frentes oceânicas a partir de imagens SAR. Dentre os trabalhos mais recentes encontra-se a

proposição de um modelo estocástico do retroespalhamento de microondas envolvendo as ondas de superfície do mar em diferentes escalas de tamanho, por PLANT (2002).

Serão apresentadas ao leitor algumas informações importantes para a realização do trabalho no capítulo 2, referente à metodologia. No capítulo 3 serão apresentados os resultados e no capítulo 4 as conclusões e sugestões.

2. Metodologia

Iniciando o estudo, é importante que sejam conhecidas as principais características do Atlântico Sul, pois é nesta região que as imagens obtidas para a realização do trabalho tem seu foco, particularmente na Bacia de Campos.

A região da Bacia de Campos está representada na figura 2.1., pois é esta área o foco das simulações realizadas. Na mesma figura também é possível verificar sua localização em termos mais abrangentes. Para obter-se conhecimento da área de estudo deve-se observar os principais fatores meteorológicos e oceanográficos presentes no oceano Atlântico em sua porção sul.

Na região central da parte inferior da figura 2.1. está localizada a Bacia de Campos, entre a Bacia de Santos e a Bacia do Espírito Santo.

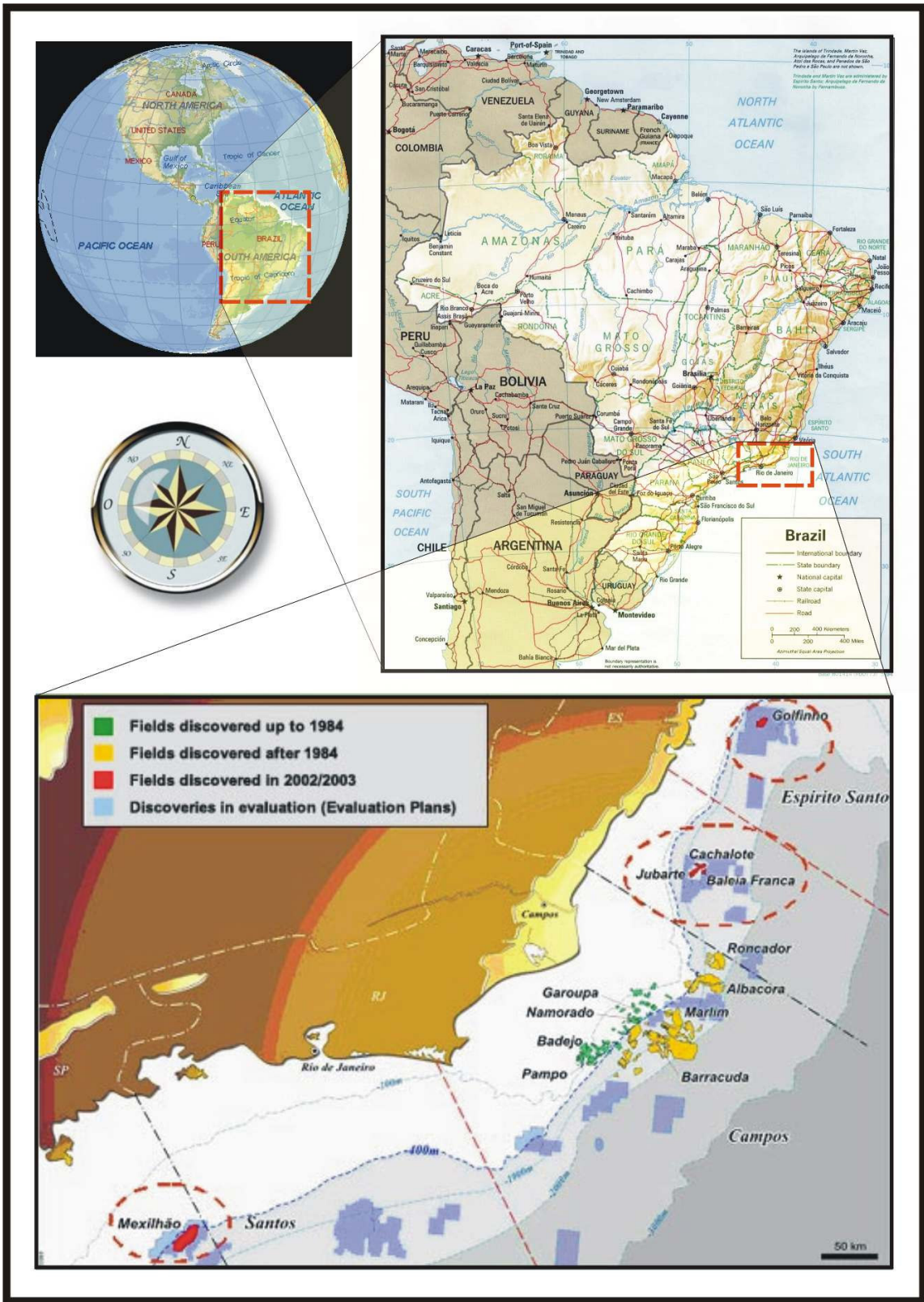


Figura 2.1: Área de Interesse: Bacia de Campos. Fonte: Petrobras

2.1. Caracterização Meteorológica

Anticiclones em escala planetária estão sobre as grandes bacias oceânicas. Nos oceanos que abrangem os dois hemisférios (Atlântico e Pacífico), existem dois vórtices anti-ciclônicos sub-tropicais próximos à superfície, um com os ventos girando no sentido anti-horário, no hemisfério sul e outro no sentido horário no hemisfério norte (INNOCENTINI *et al.*, 2002).

Devido a esta circulação anti-horária, no caso do hemisfério sul, nas regiões próximas à costa sudeste brasileira os ventos predominantes variam de leste a nordeste.

A presença de um sistema atmosférico de grande escala permanente sobre o mar próximo ao litoral sudeste do Brasil denominado Anticilone Subtropical do Atlântico Sul (ASAS), gera um fluxo básico sinótico de direção predominante nordeste sobre esta região (SILVA, 1997).

Com base nas informações reunidas por SILVA DE SOUZA (2004) para uma climatologia da região da Bacia de Campos, mais especificamente num período que vai de 1979 a 1990, observa-se na região um clima quente e úmido, com temperaturas médias anuais em torno de 23,3°C e com uma umidade relativa média anual de 81%.

Uma estação das chuvas que vai de outubro a abril, além da presença de uma curta estiagem em fevereiro que é interrompida pelas chuvas de março, é observada na região. Para o período acima citado, o mês mais chuvoso foi dezembro, com média mensal de 181,4mm.

A passagem de uma frente fria é um dos fenômenos que atuará de modo direto nas condições atmosféricas e oceanográficas da região alvo do estudo.

Considerando que a tensão do vento é um dos maiores mecanismos de baixa frequência que atuam como forçante sobre a circulação costeira, é esperado dos sistemas frontais, que exerçam influência significativa na determinação da variabilidade do escoamento (STECH & LORENZZETTI, 1992).

As principais ondas presentes no Atlântico Sul são geradas nas médias e altas latitudes, por tempestades originadas nos centros de baixa pressão que vêm da Antártica, associados às frentes frias. Os ventos que originam as ondas são formados pelo gradiente de pressão do centro de baixa associado à frente e são tão mais intensos quanto maior for esse gradiente (CANDELLA, 1997).

Portanto, ao serem observadas informações relativas à determinadas regiões do oceano, deve-se estar atento a possível presença de um sistema frontal, fato que poderia alterar grandemente a situação em questão.

2.2. Caracterização Oceanográfica

2.2.1. Massas d'água

A descrição das massas d'água apresentada neste capítulo é baseada nos trabalhos de DE PINHO(2003), SILVA DE SOUZA(2004) e FRAGOSO(2004).

O entendimento da circulação da costa sudeste brasileira está fortemente vinculado ao conhecimento da Corrente do Brasil. A Corrente do Brasil é uma corrente quente e salina que percorre de modo adjacente grande parte da extensão litoral brasileira com orientação norte-sul.

A Corrente do Brasil é formada próximo à latitude de 10°S como resultado de uma bifurcação da Corrente Sul Equatorial, é uma corrente de borda oeste, porém não tão intensa quanto por exemplo as Correntes do Golfo e Kuroshio.

As águas presentes na plataforma continental, tanto externa quanto interna da Bacia de Campos, são caracterizadas principalmente pela distribuição horizontal e vertical de três tipos de água: Água Costeira (AC), Água Tropical (AT) e Água Central do Atlântico Sul (ACAS), (DE PINHO, 2003).

As águas transportadas em superfície pela Corrente do Brasil são chamadas de Água Tropical (AT), sendo estas águas quentes e salinas.

A Água Central do Atlântico Sul (ACAS) é também conhecida como Água Subtropical e é formada na Convergência Subtropical, sendo resultado da mistura entre a Água Tropical (AT), trazida pela Corrente do Brasil, e a Água Subantártica (ASA) trazida pela Corrente das Malvinas.

Numa descrição do oceano Atlântico Sul não pode deixar de ser mencionado um fenômeno oceanográfico que ocorre na costa sudeste do Brasil, especialmente na região de Cabo Frio, que é a ressurgência costeira.

Um dos processos mais espetaculares e importantes associado à circulação marinha é a ressurgência. Sua dinâmica é capaz de gerar mudanças drásticas nas regiões onde ocorre, alterando a biota marinha e o clima local (TORRES JR, 1995).

Na região sudeste da costa brasileira a presença de vento de nordeste atuando sobre a região costeira fará com que as águas superficiais sejam deslocadas, afastando-se da costa. Isso pode ser observado na prática e pode ser associado ao chamado transporte de Ekman. Como consequência da necessidade de continuidade de massa, o lugar antes ocupado pelas águas superficiais precisa ser preenchido. Ocorre então a ressurgência de águas que inicialmente estavam em profundidades maiores com menores temperaturas e ricas em nutrientes. Estas águas ao atingirem as camadas mais superficiais serão responsáveis por um aumento da produtividade biológica devido à combinação de nutrientes e energia solar.

2.2.2. Clima de ondas

Não há um estudo sistemático para o clima de ondas no Atlântico Sul, mas alguns trabalhos tentaram fazer uma caracterização do clima de ondas das regiões da costa brasileira (CANDELLA, 1997). No entanto, os trabalhos de SOUZA (1988), VIOLANTE DE CARVALHO (1998) visavam o melhor conhecimento do clima de ondas no Atlântico Sul, especialmente focando a região da Bacia de Campos. Há também os trabalhos de MELO FILHO (1991) e SEIXAS (1997), que buscavam respectivamente caracterizar qualitativamente o clima de ondas no litoral do estado do Rio de Janeiro e fazer um estudo do clima de ondas para a Bacia de Campos.

As tempestades ocorridas em altas e médias latitudes são as principais responsáveis pela geração das maiores ondas presentes no Atlântico Sul. Estas tempestades são originadas nos centros de baixa pressão atmosférica provenientes de regiões de altas latitudes, e os ventos que transferem a energia da atmosfera para a superfície do mar, gerando as ondas, são formados pelo gradiente de pressão do centro de baixa associado à frente e são tanto mais fortes, quanto for o gradiente. Devido a estes fatores, pistas de vento, intensidade e duração do mesmo geralmente adquirem valores absolutos maiores durante estas tempestades, tendo como consequência a geração das maiores ondas presentes no Atlântico Sul.

Estas ondas geradas em regiões de médias e altas latitudes atingem o litoral sudeste brasileiro com direções que variam de SW a SE, ainda que seja possível a ocorrência de ondas vindas de NE (SEIXAS, 1997), geralmente associadas à circulação induzida pelo centro de alta pressão atmosférica semi-permanente do Atlântico.

Ondas de tempestades vindas do quadrante SE podem causar grandes prejuízos na região da Baía de Guanabara, penetrando na mesma e atingindo pontos pouco comuns, ocorrem com uma periodicidade aproximada de 10 anos (CANDELLA, 1997).

O mar na Bacia de Campos apresenta-se de forma bastante complexa por estar sujeito à influência de ventos de NE, ondas de quadrante sul e ao marulho próximo de leste. Sendo comum a presença de ondas geradas em diversas condições e direções, podendo ocorrer espectros bi, tri ou até mesmo quadri-modais (CANDELLA, *op.cit.*).

2.3. Ondas Bragg

As ondas presentes nos oceanos podem variar em muitos aspectos, dentre eles o período, que se estende desde ondas de curto período, como as ondas capilares, até ondas de períodos mais longos como a maré, ondas internas, ondas de plataforma e as ondas de Rossby.

Os mecanismos geradores dos diferentes tipos de onda também são distintos entre si, de modo que há ondas geradas pelo vento, outras geradas por diferenças de densidade, ondas geradas por abalos sísmicos e também há ondas geradas pela ação de força gravitacional (marés).

Por uma questão de conveniência e praticidade as ondas são estudadas dentro de uma determinada escala de interesse para que não sejam perdidas informações devido a baixa resolução, ou seja feito um esforço incoerente com a importância da informação desejada.

Segundo o *Synthetic Aperture Radar Marine User's Manual*, publicado pela NOAA em 2004, em 1913, os físicos ingleses, Sir W.H. Bragg e seu filho Sir W.L. Bragg chegaram a uma relação, que recebeu o nome de Lei de Bragg, com o intuito de explicar porque as faces clivadas de cristais refletem feixes de raios-X em certos ângulos de incidência.

A relação é esta:

$$n\lambda = 2d \sin(\theta) \tag{2.3.1}$$

onde

θ é o ângulo de incidência

d é a distância entre camadas atômicas em um cristal

λ é o comprimento de onda do feixe de raios-X incidente

n é um número inteiro

Com a consolidação do conhecimento nesta área sua aplicação não ficou restrita apenas a cristalografia e esta relação tem sido utilizada para estudar estruturas de todos os estados da matéria. Esta descoberta rendeu aos Bragg o Prêmio Nobel de Física em 1915.

Quando um sinal de radar de comprimento de onda λ atinge uma superfície em que há uma estrutura periódica, ocorre um efeito de ressonância causando um retroespalhamento que pode ser chamado de espalhamento Bragg. Este tipo de padrão periódico de estrutura pode ser encontrado na superfície dos oceanos dependendo da condição atmosférica presente. Deve-se observar que qualquer onda que possibilite a aplicação da Lei de Bragg pode ser chamada de onda Bragg.

Segundo LYZENGA (1991), este padrão de retroespalhamento por unidade de área pode ser descrito através da seguinte equação, quando aplicado à superfície do mar e relacionado com sinal incidente oriundo de radar:

$$\sigma_o(\theta, \phi_v) = 8\pi k_o^4 G(\theta) T(\theta, \phi_v) \quad (2.3.2)$$

onde:

θ = Ângulo de incidência

ϕ_v = Ângulo de visada azimutal

k_o = Número de onda eletromagnético

$G(\theta)$ = Fator geométrico dependente da polarização

$T(\theta, \phi_v)$ = Densidade espectral da superfície do mar

Este tipo de estrutura periódica encontrada na superfície do mar, chamada de onda Bragg, pode ser entendida dentro de uma escala de interesse como uma rugosidade superficial e a mesma pode ser identificada através de imagens SAR, conseqüentemente

nota-se que a rugosidade superficial do oceano é um dos fatores determinantes no retroespalhamento de um sinal emitido por radar.

O retroespalhamento Bragg no oceano é resultado da periodicidade das ondas de curto comprimento de onda, que normalmente estão presentes na superfície, resultado essencialmente da ação do vento (OCHADLICK *et al.*, 1992).

Com o advento dos radares, em especial o SAR, a aplicação da lei de Bragg tem-se tornado bastante útil no que se refere ao estudo de feições na superfície do mar.

Em uma variação de ângulo de incidência entre 20° e 60°, típica em operações de satélite tipo SAR, o retroespalhamento para cada elemento de superfície do mar é dominado pelo retroespalhamento Bragg a partir de pequenas ondas (HASSELMANN E HASSELMANN, 1991).

É muito interessante observar esta aplicação interdisciplinar. O conhecimento que previamente era voltado à cristalografia e foi adquirido no início do século XX, hoje se aplica, e cada vez mais, está presente no estudo dos oceanos em pleno século XXI.

2.4. Radar de Abertura Sintética

A descrição do Radar de Abertura Sintética apresentada neste capítulo foi baseada em material de divulgação do programa GlobeSar do *Canadian Centre for Remote Sensing* (CCRS).

A obtenção de imagens noturnas ou quando há cobertura de nuvens, alta resolução espacial, melhor identificação de algumas feições da superfície terrestre, são apenas algumas vantagens que justificam o uso de radares do tipo SAR em sensoriamento remoto.

O Radar de Abertura Sintética é um sistema de radar de visada lateral que gera imagens de alta resolução da superfície terrestre. Ao longo de sua trajetória, faixas contínuas da superfície terrestre são “iluminadas”, paralela e unilateralmente à direção de vôo e gravadas pelo sistema.

Na figura 2.4.1 é mostrada uma área na superfície iluminada de acordo com a direção de vôo do radar.

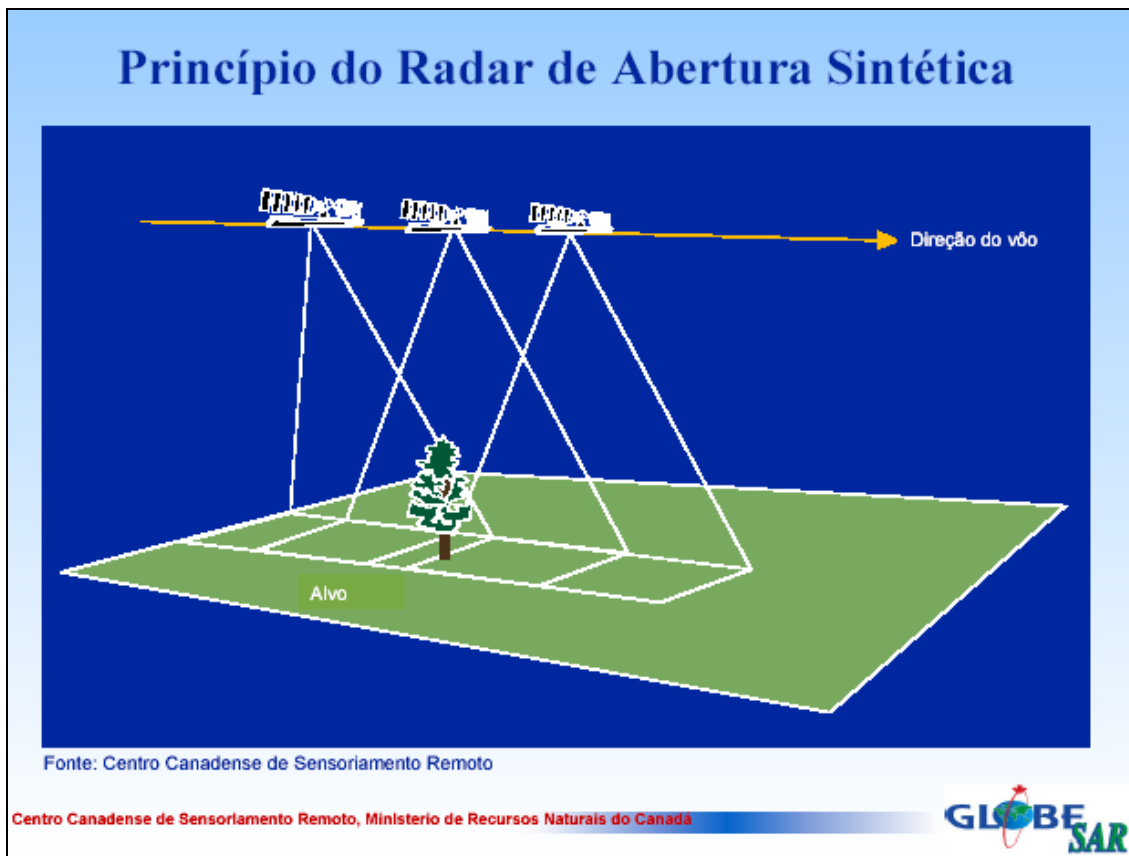


Figura 2.4.1: Iluminação ao longo da trajetória de voo. Fonte: Canadian Centre for Remote Sensing

Uma vez gravadas as informações, é necessário que o sinal seja processado a fim de que seja gerada a imagem de radar. As imagens geradas a partir do uso do Radar de Abertura Sintética serão chamadas daqui por diante de imagens SAR.

O princípio de funcionamento de um sistema de radar de abertura real é baseado no fato das superfícies não responderem de igual modo a um sinal eletromagnético incidente, e que de acordo com características da superfície haverá diferentes padrões de resposta a este sinal. Leva-se em consideração também o tempo gasto entre a emissão do sinal e o retorno do que é refletido na direção do sensor. Sabendo-se a velocidade de propagação da onda eletromagnética, pode-se calcular a distância e de igual modo dimensões dos alvos ou objetos.

Através desta diferença de respostas, pode-se então a partir de um sinal conhecido identificar as principais características de uma superfície, uma vez que já se conhece o tipo de resposta para cada tipo de superfície. Logo, é possível observar a presença de obstáculos e variações presentes numa região alvo de estudo.

A resposta dada por cada superfície é observada através do retroespalhamento do sinal emitido, que depende de alguns fatores: Rugosidade da superfície, constante dielétrica da mesma, ângulo de incidência local, comprimento de onda e polarização do sinal eletromagnético.

A polarização de um sinal refere-se à orientação, fase relativa e repetibilidade dos campos elétricos e magnéticos das ondas eletromagnéticas.

Uma polarização é dita paralela quando as energias transmitida e recebida estão polarizadas numa mesma direção, havendo então dois casos: Polarização HH quando as energias transmitida e recebida estão polarizadas na direção horizontal e polarização VV quando tanto energia transmitida quanto recebida estão polarizadas na direção vertical. A polarização cruzada é aquela em que as energias transmitida e recebida estão em direções perpendiculares. Se um sinal é transmitido na direção vertical e recebido na direção horizontal diz-se a que a polarização é cruzada e do tipo VH. Caso o sinal seja transmitido na horizontal e recebido na vertical a polarização cruzada é do tipo HV. Os radares tipo SAR operam geralmente com uma única polarização paralela tipo HH ou VV.

A faixa de operação de frequência da maior parte dos sensores tipo SAR vai de 8 a 14Ghz, ou em termos de comprimento de onda de 3,5 a 7,5cm. Esta faixa de operação é chamada de Banda C na distribuição de frequências do espectro eletromagnético. Uma das vantagens está no fato de que uma eventual cobertura de nuvens, onde não haja presença de gelo, não exerce influência na propagação de ondas com tal comprimento de onda.

A rugosidade superficial exerce influência no retroespalhamento de um sinal, de forma que em uma imagem SAR, pode ser percebida como uma modificação no brilho observado em imagem de radar. Superfícies com maior rugosidade refletem o sinal de microondas em várias direções sendo este fenômeno conhecido como reflectância difusa, ou distribuída. Nas imagens de radar esta reflectância difusa pode ser observada através de um maior brilho na região do alvo que está sendo iluminado. As superfícies mais lisas refletem quase toda energia na direção oposta ao sistema de radar, sendo também chamadas superfícies especulares. Aparecem nas imagens de radar como regiões mais escuras.

A rugosidade superficial é determinada relativamente ao comprimento de onda do radar e o ângulo incidente do radar. Quando presente a condição de Bragg quanto

maior a rugosidade de uma superfície, considerando-se um mesmo ângulo de incidência mais brilhante será a sua representação na imagem de radar.

Na elaboração de um plano de estudos envolvendo informações de radar, o comprimento de onda do sinal deve ser escolhido de modo que seja condizente com a escala de interesse, caso contrário corre-se o risco de perder informações importantes, podendo até mesmo invalidar os resultados encontrados.

Na interpretação de imagens SAR, são observados parâmetros como tonalidade e textura. A tonalidade é relativa aos diferentes tons de cinza entre o preto e o branco, e é proporcional ao retroespalhamento do sinal do radar. Alvos relativamente lisos aparecem como regiões escuras, alvos difusos como vegetação, aparecem com uma tonalidade intermediária e alvos artificiais como navios e edifícios aparecem geralmente com tonalidades mais claras. A textura por sua vez refere-se ao padrão das variações espaciais da tonalidade, indicando a uniformidade espacial de uma cena, e pode ser fina, média ou rugosa. Por enquanto, a interpretação das imagens SAR depende essencialmente da sensibilidade humana do observador e deste modo varia sob este critério.

Uma das áreas em que podem ser aplicadas informações obtidas através do SAR é o estudo dos oceanos. Sabendo-se que o retroespalhamento está associado às características da superfície, dentre elas rugosidade e o ângulo de incidência local, pode-se então identificar perturbações na superfície do oceano, tais como as ondas superficiais. Uma vez que estas ondas são sensíveis a diversos fatores, os mesmos podem ser identificados a partir de variações no padrão do campo de ondas.

Partindo deste conceito, as imagens SAR podem ser utilizadas para identificação de fatores agindo sobre a superfície do mar, tais como presença de camada de gelo, frentes de temperatura e a presença de óleo na superfície do mar dentre outros.

Pelo fato das ondas responsáveis pelo espalhamento Bragg serem quase instantaneamente geradas pelas tensões associadas ao vento local, a variabilidade espacial do retroespalhamento nas imagens SAR pode ser associada à variabilidade espacial no campo de vento em superfície, de modo que, na ausência de contaminações por processos intrínsecos a água do mar, como formação de gelo, frentes de temperatura e correntes, a variabilidade horizontal nas imagens SAR em lagos e oceanos pode ser relacionada a variabilidade no campo de vento em superfície (WINSTEAD *et al.*, 2001). Deste modo, há uma série de informações proveitosas a serem extraídas a partir de imagens SAR.

A capacidade de detecção do SAR pode ser utilizada para monitorar variabilidade espacial e temporal da circulação na superfície do oceano e padrão de campos de vento (JOHANNENSSSEN *et al.*, 1991).

Conforme citado anteriormente, a presença de óleo na superfície do mar pode ser identificada através de imagens SAR. Uma vez que há uma película de óleo na superfície do oceano ou lago, a tensão superficial é alterada, de maneira que a resposta da superfície ao campo de vento presente é diferente da esperada em condições normais.

A aplicação de imagens SAR neste sentido já é uma realidade, porém ainda há muito a se conhecer neste campo, até que as informações obtidas a partir do radar de abertura sintética sejam exploradas em sua totalidade.

Percebe-se então que utilização do SAR não se restringe apenas às possíveis modificações ou influências naturais no meio, sendo perfeitamente compatível com a identificação de alterações no cenário oriundas de atividades humanas. Sendo o exemplo mais adequado, derrames de óleo na superfície do mar.

O SAR é um radar que gera imagens com alta resolução, que é conseguida através do sistema de visada lateral e também da abertura sintética. A resolução de uma antena normal é dada pela largura de sua abertura (ROBINSON, 1985).

Ainda segundo ROBINSON (1985), a resolução no alcance (*range*) (R), direção perpendicular a trajetória de vôo, é dada por $\rho_o = R/\lambda D_R$, onde R é o alcance (*range*), λ é o comprimento de onda utilizado pelo radar e D_R é a largura da abertura da antena, conforme pode ser observado na figura 2.4.2.

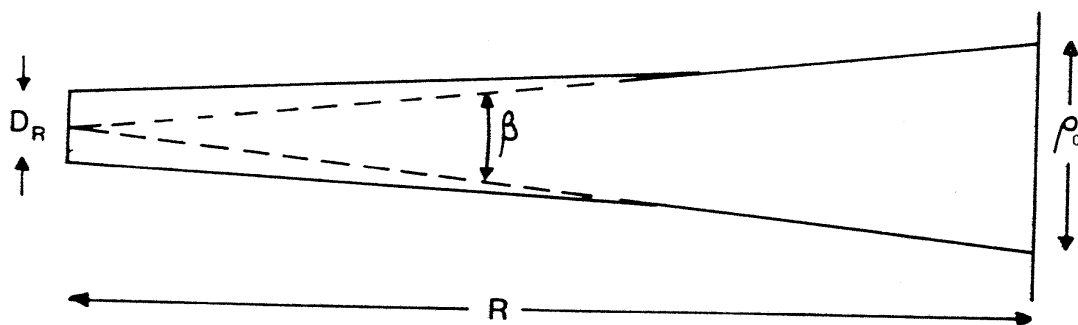


Figura 2.4.2: Ilustração da resolução no alcance (*range*). Fonte: Satellite Oceanography, ROBINSON (1985)

Tomando como exemplo um alcance (*range*) da ordem de 750km para que se tenha uma resolução de 100m, levando-se em conta que os radares operam com comprimentos de onda que variam de 50mm a 1m, usando a relação que descreve a resolução na direção do *range*, seria necessária uma abertura da antena que variasse de 375m a 7,5km de acordo com o comprimento de onda eletromagnético utilizado.

Existem duas direções em que a resolução precisa ser observada: alcance (*range*) (perpendicular à direção de vôo) e azimute (paralela à direção de vôo). Para aperfeiçoar a questão da resolução no alcance (*range*), considera-se o tempo de retorno do pulso como uma medida da distância em que o refletor se encontra. Isto pode ser obtido a partir da utilização da visada lateral. Deve então, ser levado em conta que o pulso atinge partes da região iluminada em tempos diferentes. Por exemplo, na região próxima ao radar (*near range*), o sinal eletromagnético atingirá o alvo antes do alvo que se encontra na região mais afastada do radar (*far range*).

A utilização da visada lateral aprimora a resolução na direção do *range*, mas não na direção do azimute. Para o aprimoramento da resolução na direção do azimute é requerido o princípio da abertura sintética, assim chamado pois usa o deslocamento do radar sobre sua trajetória para construir uma imagem de mesma resolução caso fosse feita a partir de uma antena com abertura muito maior (ROBINSON, 1985).

Para compreendermos a questão da resolução na direção do azimute, imaginemos inicialmente uma antena da abertura real, esquematizada na figura 2.4.3.

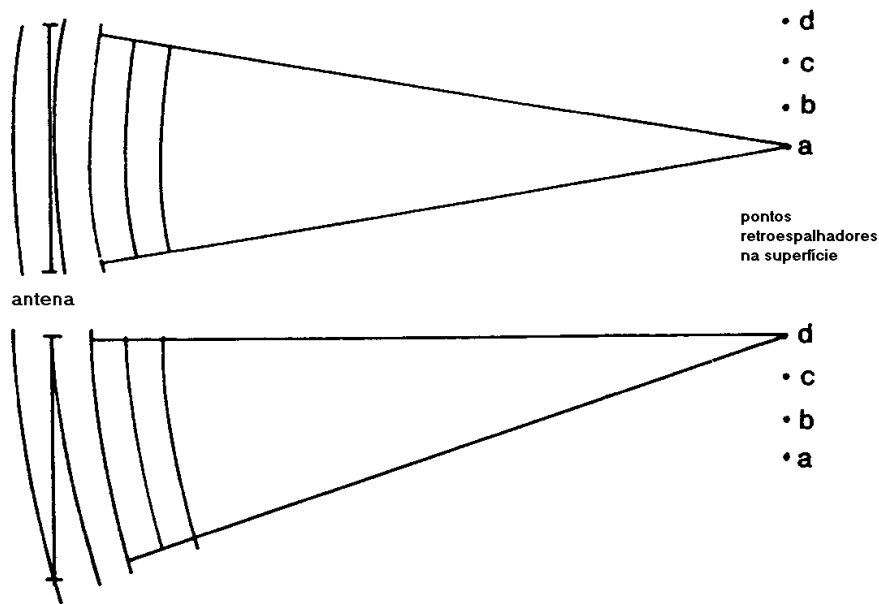


Figura 2.4.3: Princípio da antena de abertura real. Fonte: Satellite Oceanography, ROBINSON (1985)

Um sinal eletromagnético atinge os alvos “a”, “b”, “c”, e “d”. Considerando-se que o alvo “a” está exatamente oposto ao centro da abertura da antena, o retorno do sinal neste ponto é o que levará menos tempo para chegar ao sensor. Há uma pequena variação de fase ao longo da abertura do sinal para “a”, mas a distribuição de fase é simétrica ao redor do centro da abertura e o somatório total do sinal ao longo da abertura relativo a “a” é construtivo.

Já para “d” que é o ponto mais próximo à extremidade da abertura, quando o sinal é integrado a variação de fase ao longo da abertura causa uma interferência destrutiva e não contribui para a recepção do sinal. Os pontos “b” e “c” podem ou não contribuir para o sinal recebido, dependendo da geometria da fase nestes pontos.

Nota-se então que quanto maior a abertura da antena, mais próximo a “a” é o ponto em que o sinal refletido cessa de contribuir para o sinal recebido devido a variação de fase, fato que está relacionado com o tamanho da abertura da antena e conseqüentemente com a resolução.

A abertura sintética parte do mesmo princípio, mas ao invés de integrar ao longo da abertura da antena para uma mesmo tempo a reflexão de todos os alvos num mesmo pulso, isto se faz de forma gradual. Por exemplo, ao passar por “t” o radar emite um

pulso e recebe reflexões de “a”, “b”, “c”, “d”, etc. Fazendo o mesmo ao passar por “u”, “v”, “w”, etc., armazenando os resultados. Finalmente, na fase de processamento, o sinal vindo de “a” em “u”, “v”, “w”, etc. é adicionado para sintetizar o mesmo efeito como se fosse uma integração automática ao longo de uma longa antena de abertura real. O mesmo procedimento é realizado em “b”, “c”, “d”, etc. Observar a figura 2.4.4.

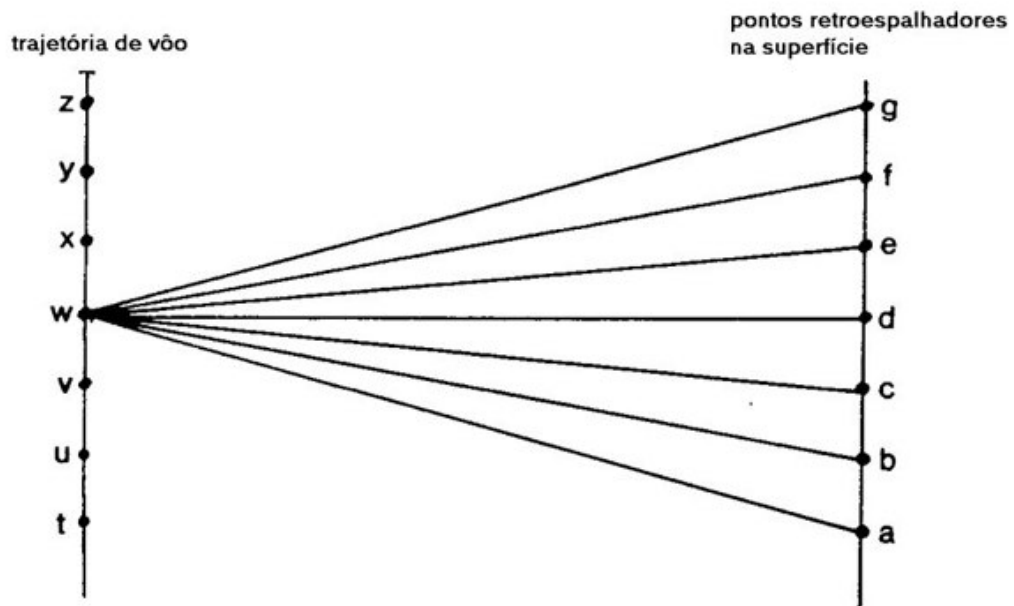


Figura 2.4.4: Princípio da antena de abertura sintética. Fonte: Satellite Oceanography, ROBINSON 1985

2.5. A Imagem

2.5.1. Imagem Utilizada

A imagem aqui utilizada é uma imagem RADARSAT-SAR tipo *Standard1*, que varia os ângulos de incidência de aproximadamente 20° a 27° respectivamente, e foi cedida pelo CENPES (Centro de Pesquisas e Desenvolvimento Leopoldo Américo Miguez de Mello).

Pode-se observar na imagem (figura 2.5.1.1.), algumas regiões em que há uma tonalidade mais escura em contraste com regiões de maior intensidade de brilho na imagem, ou seja, um cinza mais claro. Conforme já mencionado, em capítulos anteriores, as regiões mais escuras indicam um menor retroespalhamento e as mais claras o oposto.

A figura apresentada é a imagem após a aplicação de um filtro, que no caso do radar é utilizado para eliminar o chamado ruído *speckle*, o salpicado branco e preto normal em qualquer dado SAR, de modo que a visualização de regiões distintas nas imagens seja mais nítida. Cabe salientar, que os valores de retroespalhamento obtidos e utilizados, não foram submetidos à aplicação do filtro, sendo este, usado somente para facilitar a visualização das figuras.

O *speckle* está associado ao fato de que numa única célula de resolução há a possibilidade da presença de elementos difusores distribuídos aleatoriamente, podendo então, ocorrer uma interferência construtiva ou destrutiva como resultado da interação entre estes elementos difusores, o que causará variações bruscas na imagem naquela região específica.

Segundo ULABY *et.al.*, (1981), o *speckle* é resultado de flutuações aleatórias no retorno do sinal observado a partir de uma região alvo representada num único pixel.

O imageamento do dia 23 de março de 2001, apresentado na figura 2.5.1.1. teve início às 08:14:30.317 h e fim às 08:14:46.214h em horário de Greenwich, lembrando que para o fuso horário local deve-se subtrair 3 horas.

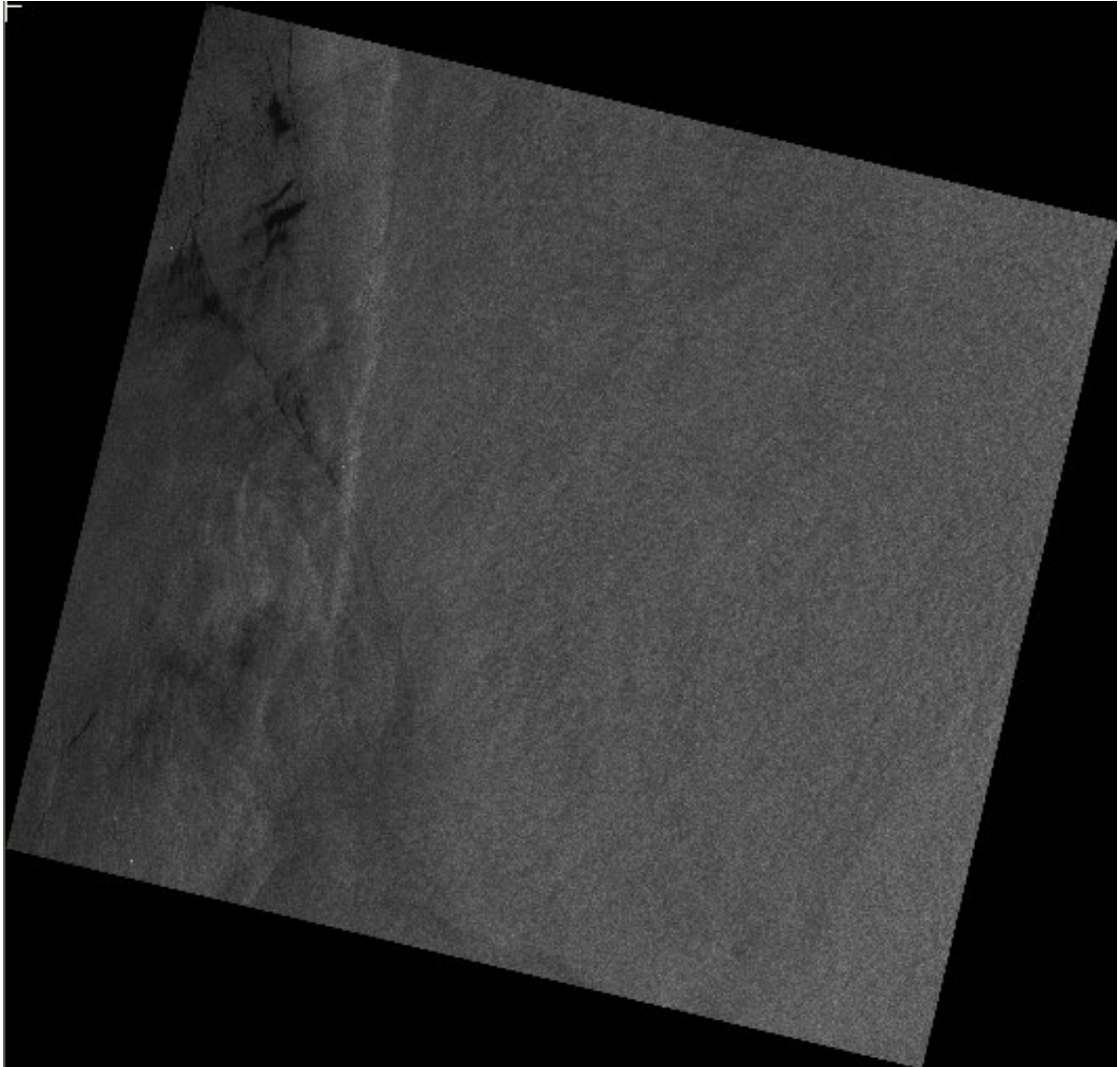


Figura 2.5.1.1 Imagem-RADARSAT-1 tipo: STANDARD-1-Horário-08:14h (Greenwich)-Trajetória descendente- Resolução espacial 25m referente ao dia 23 de março de 2001 .

As coordenadas geográficas da imagem representada na figura 2.5.1.1. encontram-se na tabela 2.5.1.1:

Tabela 2.5.1.1: Coordenadas geográficas da Imagem SAR 23 de março de 2001.

VÉRTICES	LONGITUDE	LATITUDE
Superior Esquerdo	40° 11' 08,4''W	20° 26' 38''S
Superior Direito	40° 25' 13''W	21° 23' 11,6''S
Inferior Esquerdo	39° 07' 04,1''W	20° 41' 22,3''S
Inferior Direito	39° 20' 59,3''W	21° 37' 56,1''S

Uma vez observada e analisada visualmente a imagem, foram escolhidas algumas regiões, onde podem ser observadas diferenças no retroespalhamento a partir da graduação dos tons de cinza. Nestas regiões selecionadas serão comparados os resultados do modelo com o retroespalhamento extraído a partir da imagem

Na figura 2.5.1.2. são apresentadas as regiões de interesse para o dia 23 de março de 2001.

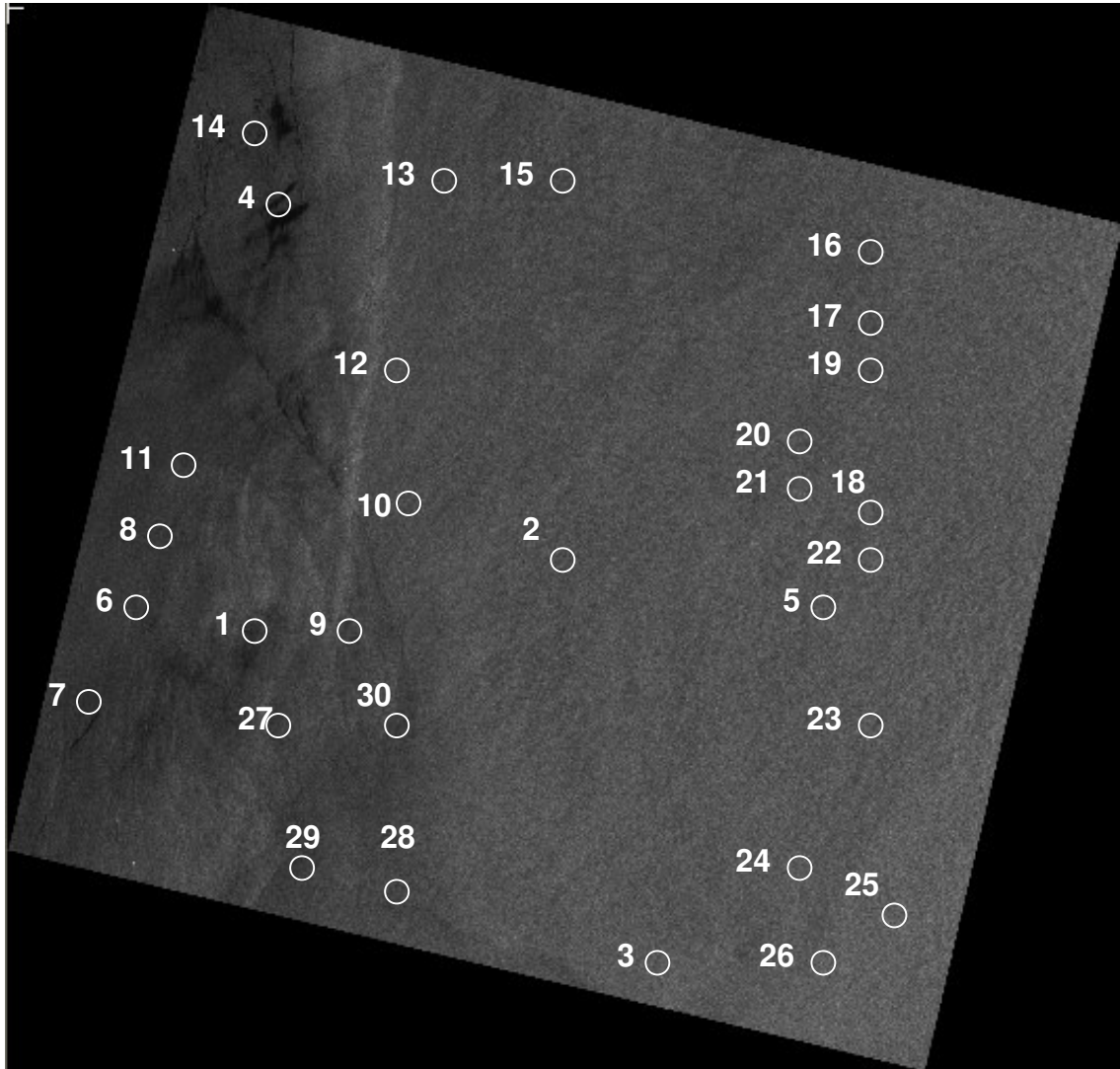


Figura 2.5.1.2 Imagem-RADARSAT-1 tipo: STANDARD-1-Horário-08:14h (Greenwich)-Trajetória descendente- Resolução espacial 25m referente ao dia 23 de março de 2001 detalhada em regiões de interesse.

As coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas da figura 2.5.1.2 são:

Tabela 2.5.1.2: Coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas da Imagem SAR 23 de março de 2001.

REGIÕES	LONGITUDE	LATITUDE
Região 1	40° 08' 09,7'' W	21° 09' 35,6'' S
Região 2	39° 46' 19,6'' W	21° 05' 06,6'' S
Região 3	39° 39' 27,5'' W	21° 30' 29,3'' S
Região 4	40° 05' 27,9'' W	20° 41' 10,9'' S
Região 5	39° 27' 42,2'' W	21° 07' 13,7'' S
Região 6	40° 17' 30,8'' W	21° 08' 28,9'' S
Região 7	40° 20' 09,5'' W	21° 14' 28,2'' S
Região 8	40° 14' 08,1'' W	21° 03' 03,0'' S
Região 9	40° 01' 21,1'' W	21° 08' 20,5'' S
Região 10	39° 56' 39,0'' W	21° 01' 39,4'' S
Região 11	40° 14' 16,9'' W	20° 56' 55,3'' S
Região 12	39° 58' 24,8'' W	20° 50' 05,8'' S
Região 13	39° 53' 25,0'' W	20° 38' 48,9'' S
Região 14	40° 08' 24,2'' W	20° 34' 21,4'' S
Região 15	39° 41' 04,5'' W	20° 39' 47,4'' S
Região 16	39° 27' 15,8'' W	20° 43' 07,9'' S
Região 17	39° 24' 01,8'' W	20° 48' 58,9'' S
Região 18	39° 25' 03,5'' W	21° 01' 06,0'' S
Região 19	39° 24' 28,3'' W	20° 50' 39,2'' S
Região 20	39° 28' 26,3'' W	20° 55' 15,0'' S
Região 21	39° 29' 19,2'' W	20° 58' 02,1'' S
Região 22	39° 25' 56,4'' W	21° 04' 09,8'' S
Região 23	39° 24' 01,8'' W	21° 14' 45,0'' S
Região 24	39° 29' 19,2'' W	21° 24' 30,0'' S
Região 25	39° 25' 12,3'' W	21° 28' 23,9'' S
Região 26	39° 27' 42,2'' W	21° 32' 17,9'' S
Região 27	40° 06' 12,0'' W	21° 11' 49,5'' S
Região 28	39° 58' 07,1'' W	21° 25' 53,5'' S
Região 29	40° 04' 52,7'' W	21° 24' 38,3'' S
Região 30	39° 57' 49,5'' W	21° 13' 54,8'' S

2.5.2. Obtenção do Coeficiente de Retroespalhamento das Imagens RADARSAT-1

O range dinâmico ou *normalized radar cross-section* (σ_0 - *sigma zero*) é relativo ao coeficiente de retroespalhamento do sinal de radar por unidade de área e corresponde a uma unidade na qual o dado refletido a partir de um alvo é expresso. O σ_0 é uma entidade calibrada que normalmente é expressa em decibel, dB. O valor depende das propriedades físicas e elétricas do material que está sendo refletido, do comprimento de onda, polarização e ângulo de incidência. O espectro dinâmico das imagens SAR pode variar grosseiramente de -30 dB a +10 dB. A relação simplificada entre σ_0 e número digital (ND – valor atribuído a intensidade de cada pixel da imagem distribuída ao usuário final) pode se expressa como:

$$\sigma_0 = 10 * \log \left[\sum (ND^2) / n \right] + FC \quad (2.5.2.1.)$$

onde ND corresponde ao número digital do pixel da imagem, n é o número de pixels de uma área teste e FC corresponde ao fator de calibração para uma calibração absoluta (ROSENQVIST, 1997).

A calibração absoluta de um dado SAR é normalmente realizada por dispositivos de campo denominados refletores de canto (*corner reflectors*) ou refletores ativos na qual ambos são capazes de identificar a seção cruzada dos refletores. Estes refletores são identificados nas imagens pela intensidade do sinal e são comparados com o sinal esperado. A diferença é denominada de fator de calibração.

Apesar de toda a teoria do dado SAR estar baseada na intensidade do retroespalhamento, o produto resultante padrão fornecido aos usuários é denominado de imagem amplitude onde cada valor de pixel é a raiz quadrada do valor intensidade. Tal procedimento é realizado para que o dado seja adequado dentro de um alcance dinâmico de 8 ou 16 bits.

Para o processamento das imagens RADARSAT-1 no modo de aquisição *Standard 1 -S1* (vide tabela 2.5.2.1), foi utilizado o pacote desenvolvido para imagens de radar inserido no conjunto de programas GEOMATICA PCI v.8.1 e que teve como finalidade obter o coeficiente de retroespalhamento σ_0 das imagem de estudo. Os programas utilizados estão descritos a seguir por ordem de utilização:

CDSAR - este programa lê a imagem ERS/RADARSAT no formato CEOS junto com os parâmetros de órbita e os parâmetros de calibração que estão armazenados em segmentos separados. Além disso, o programa cria um arquivo automaticamente para o dado de imagem e armazena todas as informações relativas a esta imagem contidas no CD.

SARINCD - este programa gera um segmento de nome *INCIDSEG SAR - Incidence Angle Segment (ASCALSEG)* que armazena os parâmetros de ângulo de incidência aplicados sobre a imagem RADARSAT na fase de aquisição dos dados. Para isto são necessários as informações de órbita e o conjunto de parâmetros do satélite armazenadas previamente pelo CDSAR.

SARBETA - este programa gera um canal de brilho relativo ao dado de radar armazenado no canal de 16 *bits unsigned* utilizando as informações de ganho, *offset*, as informações de realce aplicadas à imagem e os parâmetros de ângulo de incidência gerados pelo programa SARINCD. O produto consiste em uma imagem de 32 bits com o valor real do coeficiente de retroespalhamento σ_0 em dB.

Tabela 2.5.2.1. Modos de aquisição do RADARSAT-1. Fonte: Radarsat International (1996).

MODO DE AQUISIÇÃO	ÁREA NOMINAL (km²)	ÂNGULO DE INCIDÊNCIA (graus)	RESOLUÇÃO NOMINAL (m)
Fine F1 near	50 x 50	36,4-39,6	8
F1		36,8-39,9	
F1 far		37,2-40,3	
F2 near		38,8-41,8	
F2		39,2-42,1	
F2 far		39,6-42,5	
F3 near		41,1-43,7	
F3		41,5-44,0	
F3 far		41,8-44,3	
F4 near		43,1-45,5	
F4		43,5-45,8	
F4 far		43,8-46,1	
F5 near		45,0-47,5	
F5		45,3-47,5	
F5 far		45,6-47,8	
Standard S1	100 x 100	20-27	25
S2		24-31	
S3		30-37	
S4		34-40	
S5		36-42	
S6		41-46	
S7		45-49	
Wide W1	165 x 165	20-31	30
W2	150 x 150	31-39	
W3	150 x 150	39-45	
(somente gravador a bordo) W3	138 x 150		
ScanSar Narrow SN1	300 x 300	20-40	50
SN2		31-46	
ScanSar Wide SW1	500 x 500	20-49	100
Extended High H1	75 x 75	49-52	25
H2		50-53	
H3		52-55	
H4		54-57	
H5		56-58	
H6		57-59	
Extended Low L1	170 x 170	10-23	35

2.6. O Modelo

Como já citado anteriormente, a utilização de um modelo para avaliar o retroespalhamento do sinal SAR é o foco deste trabalho.

A partir do conhecimento já obtido por diversas áreas da ciência, cujos elementos básicos para o presente modelo já foram apresentados nos capítulos anteriores, é possível reunir informações e conceitos de modo que o modelo utilizado esteja bem fundamentado teoricamente. Este conhecimento reunido pode então ser aplicado à superfície do oceano.

O retroespalhamento de radiação de microondas a partir da superfície do oceano é comumente descrito pelo modelo de retroespalhamento Bragg (LYZENGA, 1991). Esta equação vem de soluções aproximadas das equações de espalhamento eletromagnético para superfícies rugosas (basicamente as Equações de Maxwell). Este modelo também contempla o decaimento natural de retroespalhamento com o aumento do ângulo de incidência.

A equação é dada por:

$$\sigma_o(\theta, \phi_v) = 8\pi k_o^4 G(\theta) T(\theta, \phi_v) \quad (2.6.1)$$

onde:

θ = Ângulo de incidência

ϕ_v = Ângulo de visada azimutal

k_o = Número de onda eletromagnética

$G(\theta)$ = Fator geométrico dependente da polarização

$T(\theta, \phi_v)$ = Densidade espectral superfície do mar devido às ondas

O sinal SAR usado neste trabalho tem sua polarização HH, e portanto diz-se que:

$$G(\theta) = \frac{\cos^4(\theta)}{\left[1 + \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cos(\theta)\right)\right]^4} \quad (2.6.2)$$

onde:

$\varepsilon = 81$ (constante dielétrica da superfície do mar)

A equação (2.6.1) é o modelo propriamente dito, uma vez que relaciona a quantidade de energia retroespalhada por unidade de área, com o comprimento da onda eletromagnética, fator de polarização do sinal do radar e a densidade espectral da superfície do mar.

Os fatores que realmente serão responsáveis por modificações no resultado da equação de retroesplhamento, uma vez que os outros elementos da equação são considerados constantes, no contexto das simulações que serão realizadas, são: o ângulo de incidência e os fatores dele dependentes, e a densidade espectral da superfície do mar, esta última podendo ser representada de um modo específico como será visto mais adiante, além dos valores de direção e intensidade do vento a 10 m.

Alguns conceitos precisam ser incluídos neste estudo, de modo que se possa trabalhar com as equações governantes do problema em questão sem cometer erros.

Nos parágrafos a seguir serão apresentados alguns destes conceitos.

Para comprimentos de onda de radar (λ_r) com um ângulo de incidência (θ) com a vertical, observando um trem de ondas do mar com comprimento de onda (λ_m) e cujas cristas são perpendiculares à linha de visada do radar, o espalhamento

Bragg de primeira ordem ocorre se $\lambda_m = \frac{\lambda_r}{2\text{sen}(\theta)}$ (ROBINSON, 1985). Ou seja, para

uma situação considerada ideal, em que as cristas das ondas do mar são perpendiculares à linha de visada do radar. O retroespalhamento ocorre em sua maior parte, quando o alvo atingido, no caso, as ondas do mar, possuem um comprimento de onda tal, que este é igual à metade do comprimento de onda do radar multiplicado pelo inverso do seno do ângulo de incidência (θ).

Partindo da premissa que o sinal emitido para o presente caso tem um comprimento de onda de aproximadamente 5,6 centímetros, pois sua operação é na chamada Banda C, e o ângulo de incidência varia, os comprimentos de onda das ondas do mar que serão responsáveis pelo retroespalhamento ótimo, irão variar conforme o ângulo de incidência.

De modo que ao variar os ângulos de incidência e conhecendo-se os termos considerados constantes, encontra-se valores para todos os termos da equação exceto o referente à densidade espectral.

Então a partir do momento que se conhece o termo de densidade espectral a equação (8.1) passa a ter todos os seus termos conhecidos.

O termo referente à densidade espectral $T(\theta, \phi_v)$ segundo LYZENGA (1991) é dado por:

$$T(\theta, \phi_v) = S(k_B, \phi_B) + S(k_B, \phi_B + \pi) \quad (2.6.3)$$

onde k_B é o número de onda ótimo para o retroespalhamento de primeira ordem e ϕ_B é a direção de propagação das ondas responsáveis pelo retroespalhamento de primeira ordem:

$$k_B = 2k_o \text{sen}(\theta) \quad (2.6.4)$$

Segundo LYZENGA (1991), para que a equação (2.6.1) seja válida, a direção de propagação das ondas deve ser igual à direção da linha de visada do radar.

Logo $\phi_B = \phi_v$

Ainda tendo que:

$$S(k_B, \phi_B) = \Phi(\phi_B) k_B^{-p} \quad (2.6.5)$$

Sendo esta relação válida num oceano real quando o número de onda é muito maior que o número de onda do período de pico. Os coeficientes usados na potenciação representada podem assumir dois valores distintos dependendo do caso:

$$p = 4$$

$$p = 8$$

Usa-se o coeficiente de acordo com o comprimento de onda, 4 se a mesma estiver na faixa governada pela gravidade e 8 caso na região de ondas capilares.

Segundo Lyzenga (2004), o termo presente na equação acima e seus derivados são dados por:

$$\Phi(\phi_B) = A_s \cos^{2s} \left(\frac{\phi_o}{2} \right) \quad (2.6.6)$$

onde

$$\phi_v = \phi_B$$

$$\phi_o = \phi_v - \phi_w$$

é o ângulo formado entre o feixe do radar, que por definição é a mesma direção de propagação das ondas, e a direção do vento.

Uma vez que ϕ_o é o ângulo entre o feixe do radar com a direção do vento, dado pela diferença entre $\phi_B = \phi_v$ e ϕ_w . O termo $S(k_B, \phi_B)$ depende da direção do vento e do número de onda ótimo para o retroespalhamento dado por k_B , elevado a uma potência que será função da região do espectro em que se encontram as ondas responsáveis pelo retroespalhamento de primeira ordem. Conforme pode ser observado na equação (2.6.5).

$$S(k_B, \phi_B) = \Phi(\phi_B) k_B^{-p} \quad (2.6.5)$$

Ainda sobre a equação (2.6.6), uma vez que:

$$A_s = \frac{\Gamma^2(s+1)}{2\pi\Gamma(2s+1)} 2^{2s} \quad (2.6.7a)$$

onde a função gamma no domínio do tempo é descrita como:

$$\Gamma(z) = \int_0^1 \left[\ln\left(\frac{1}{t}\right) \right]^{z-1} dt \quad (2.6.7b)$$

Para encontrar o valor do termo descrito pela equação (2.6.7a) é necessário saber a relação entre a frequência em questão e a frequência de pico, ambas para as ondas do mar.

Caso a frequência (ω) seja menor que a frequência de pico (ω_p) usa-se a equação (2.6.8), caso contrário usa-se a equação (2.6.9).

$$s = 6,97(\omega / \omega_p)^{4,06} \quad \omega < \omega_p \quad (2.6.8)$$

$$s = 9,77(\omega / \omega_p)^{-\mu} \quad \omega > \omega_p \quad (2.6.9)$$

onde:

$$\mu = 2,33 + 1,45(U / cp - 1,17) \quad (2.6.10)$$

U é a velocidade do vento a 10 metros da superfície e cp é a velocidade de fase para o período de pico.

A partir do momento que é necessário saber a velocidade de fase, torna-se essencial o conhecimento das relações de dispersão.

Se o comprimento de onda está situado na região dominada pela gravidade pode ser usada a relação de dispersão da teoria linear de ondas. Esta teoria surgiu a partir dos estudos realizados por George Airy em 1845 e a relação é dada por:

$$L = \lambda_m = 1,56T^2 \quad (2.6.11)$$

No entanto, se considerado um ângulo de incidência tal que o comprimento de onda ótimo para o retroespalhamento esteja situado na região em que tanto o efeito da gravidade quanto o da tensão superficial devem ser levados em conta, a relação de dispersão a ser utilizada é dada por:

$$C = \left(\frac{Tk}{\rho} + \frac{g}{k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.6.12)$$

Esta relação pode ser encontrada no trabalho de NEUMANN & PIERSON JR, (1966). A dedução desta relação de dispersão encontra-se no Apêndice A deste trabalho. O conhecimento desta relação torna-se importante uma vez que as ondas do mar que são potencialmente as melhores para o retroespalhamento do sinal SAR podem ser ondas exclusivamente de gravidade ou também ondas “mistas”, nas quais os efeitos da gravidade e tensão superficial são ambos importantes, conforme será abordado mais adiante.

Apenas como ilustração, se o ângulo de incidência do sinal do radar for 50° o comprimento de onda ótimo segundo $\lambda_m = \frac{\lambda_r}{2\text{sen}(\theta)}$ é 0,0366 m. Se o período desta

onda for calculado a partir da relação de dispersão para ondas de gravidade, o que é um equívoco (vide Apêndice A), seu período será 0,1531s enquanto se for usada a relação de dispersão apresentada como equação (2.6.12.) seu período será 0,0105s, quase 15 vezes menor que o período calculado para uma onda de gravidade, considerando para o segundo caso a temperatura superficial de 20° C, a salinidade de 35 e a densidade 1025 kg/m³.

Logo, para ondas em que os efeitos da gravidade e tensão superficial são ambos importantes, há uma relação entre a velocidade de fase, o comprimento de onda ($k = 2\pi / L$), gravidade (g), densidade da água (ρ) e a tensão superficial (T).

Segundo NEUMANN & PIERSON JR, (1966) a tensão superficial é dada por:

$$T = 75,64 - 0,144temp + 0,0399Cl \quad (2.6.13)$$

sendo *temp* e *Cl* a temperatura da superfície do mar em graus Celsius e a clorinidade, respectivamente.

A clorinidade em partes por mil (*Cl*) pode ser encontrada a partir da salinidade em partes por mil (*Sal.*), de acordo com a relação abaixo, apresentada também por NEUMANN & PIERSON JR, (1966):

$$Sal. = 0,030 + 1,8050Cl \quad (2.6.14)$$

Sabe-se ainda que densidade da água do mar varia com a temperatura, a salinidade e pressão. A densidade diminui com o aumento da temperatura e aumenta com aumento da salinidade e pressão (POND & PICKARD, 1978).

Nota-se, portanto, que na equação que descreve a velocidade de fase das ondas que estão na região de transição entre as capilares e as de gravidade, há a presença de outros fatores além do período e comprimento de onda. Antes de se utilizar o modelo apresentado deve-se atentar para o fato destacado a seguir.

A equação (2.6.1) não possui termos que incluam os efeitos de ondas maiores, como modificadoras do ângulo de incidência local, portanto os cálculos devem considerar que no oceano hipotético em questão, há apenas ondas que não têm a capacidade, devido a sua altura, de variar significativamente o ângulo de incidência local.

De um modo geral, tem-se então que a partir destas equações, uma vez que não haja ondas capazes de alterar o ângulo de incidência local, as mesmas podem servir como uma ferramenta de simulação para casos hipotéticos em que podem variar; os ângulos de incidência, velocidade do vento a 10m e direção do vento a 10m, densidade da água e temperatura da superfície do mar.

Portanto, a partir de um cenário idealizado, podem ser estabelecidos os limites mínimo e máximo esperados para retroespalhamento numa imagem, e também calcular aproximadamente os valores de retroespalhamento esperados para uma determinada região sob condições ambientais conhecidas.

2.7. Os Campos de Vento

A descrição do QuikSCAT presente neste capítulo foi baseada em informações encontradas no *QuikSCAT Science Data Product User`s Manual* de dezembro de 2001.

Os campos de vento utilizados neste trabalho têm como origem os valores de intensidade e direção de vento obtidos através do QuikSCAT. O QuikSCAT é um satélite meteorológico de órbita polar, que foi lançado a partir de uma base da Força Aérea Americana situada na Califórnia, em 19 de junho de 1999. Com altura de órbita de 803 km sobre o Equador, e uma inclinação da órbita de 98,6° em relação ao plano equatorial, o tempo gasto para dar uma volta em torno da Terra é 101 minutos, o que possibilita 14 órbitas diárias. A cada dia 90% da área da Terra é coberta pelo QuikSCAT.

Através do QuikSCAT são produzidos pelo *NASA Scatterometer Projctcs* e distribuídos pelo *NASA Physical Oceanography Distributed Active Archive Center (PO.DAAC)* no *Jet Propulsion Laboratory*, informações de vento (direção e intensidade), relativas ao vento a 10m da superfície, com uma resolução espacial de 25 km.

O QuikSCAT carrega a bordo um escaterômetro, que é um radar de alta frequência de microondas (13,4 GHz), que estima a velocidade e direção do vento próximo à superfície dos oceanos, inclusive sob condições em que há cobertura de nuvens. Pelo fato de produzirem informações precisas, frequentes e com alta resolução a respeito de direção e intensidade do vento sobre os oceanos, independente de cobertura de nuvens, os escaterômetros têm sido importantes nos estudos de meteorologia e oceanografia desde do início dos anos 90.

Os escaterômetros usam uma técnica de medição indireta para estimar direção e intensidade do vento próximo à superfície dos oceanos. Desde que as condições atmosféricas não influenciem substancialmente nas radiações emitidas e recebidas pelo radar, as informações geradas a partir do QuikSCAT são confiáveis.

O radar emite um pulso eletromagnético e recebe o retroespalhamento deste sinal, associado à superfície do oceano. Variações no vento próximo a superfície alteram as condições da superfície do mar que por sua vez modificarão o retroespalhamento do sinal.

As informações de intensidade e direção do vento a 10m para a região de estudo com a resolução de 25 km são observadas a partir da figura a seguir.

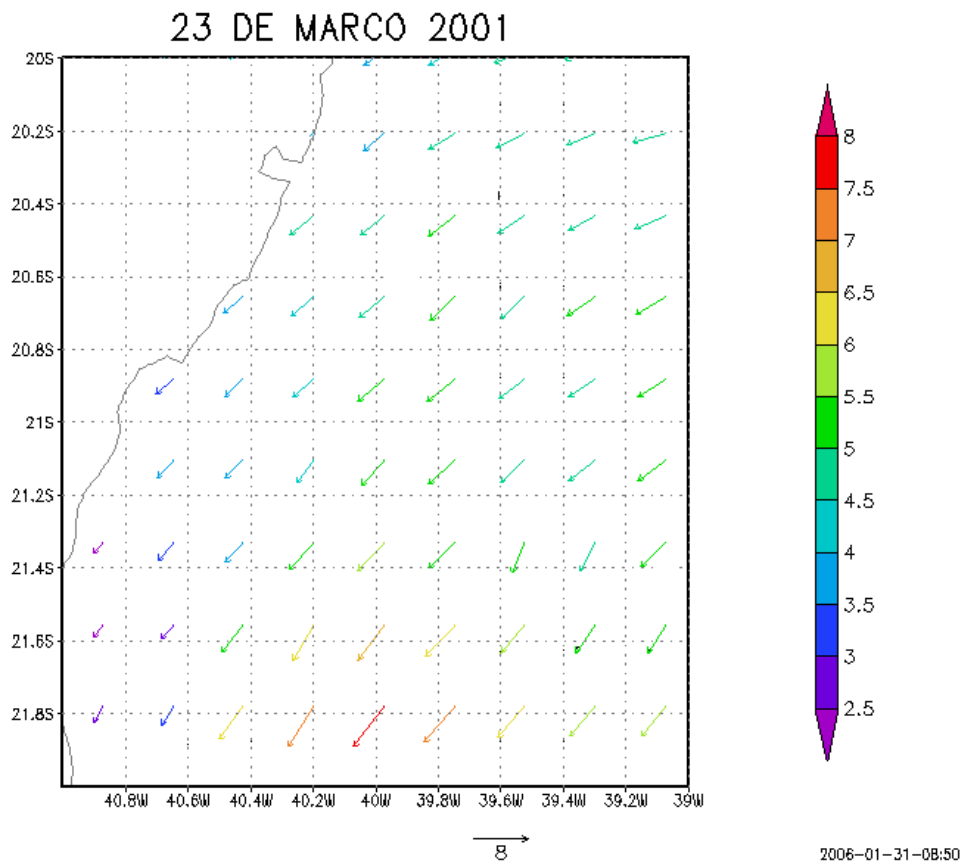


Figura 2.7.1. Direção e intensidade do vento (m/s), obtidas a partir do QuikSCAT, para o dia 23 de março de 2001.

Pelo fato de haver grande importância das informações relativas ao vento no modelo utilizado, com o intuito de gerar valores de direção de intensidade do vento o mais próximo possível das regiões escolhidas para se observar o retroespalhamento, os valores de intensidade e direção do vento foram interpolados.

A interpolação utilizada foi o método da análise objetiva de Cressman. O esquema da Análise de Cressman está descrito em uma publicação de 1959 no *Monthly Weather Review*.

As figuras a seguir representam os campos de direção e intensidade para o vento a 10m na região selecionada após ter sido feita a interpolação.

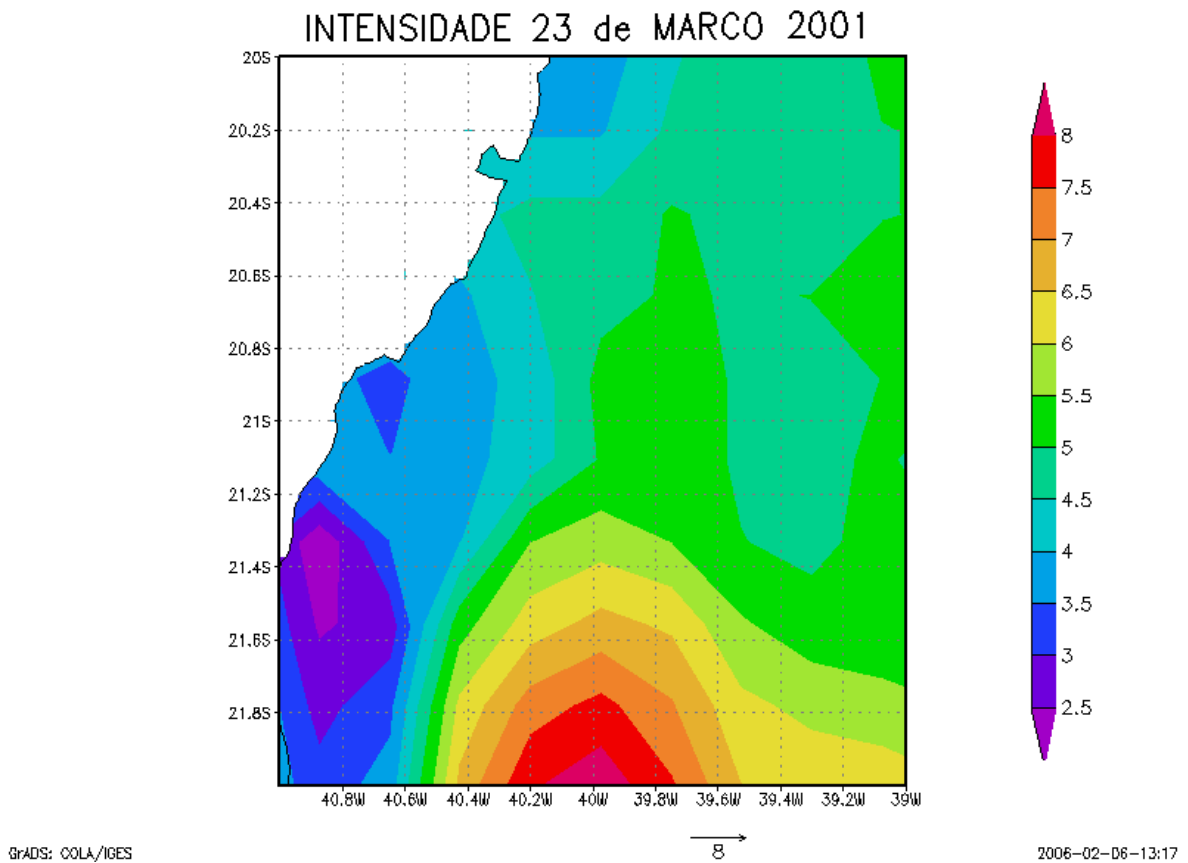


Figura 2.7.2. Campo de intensidade do vento (m/s) para o dia 23 de março de 2001.

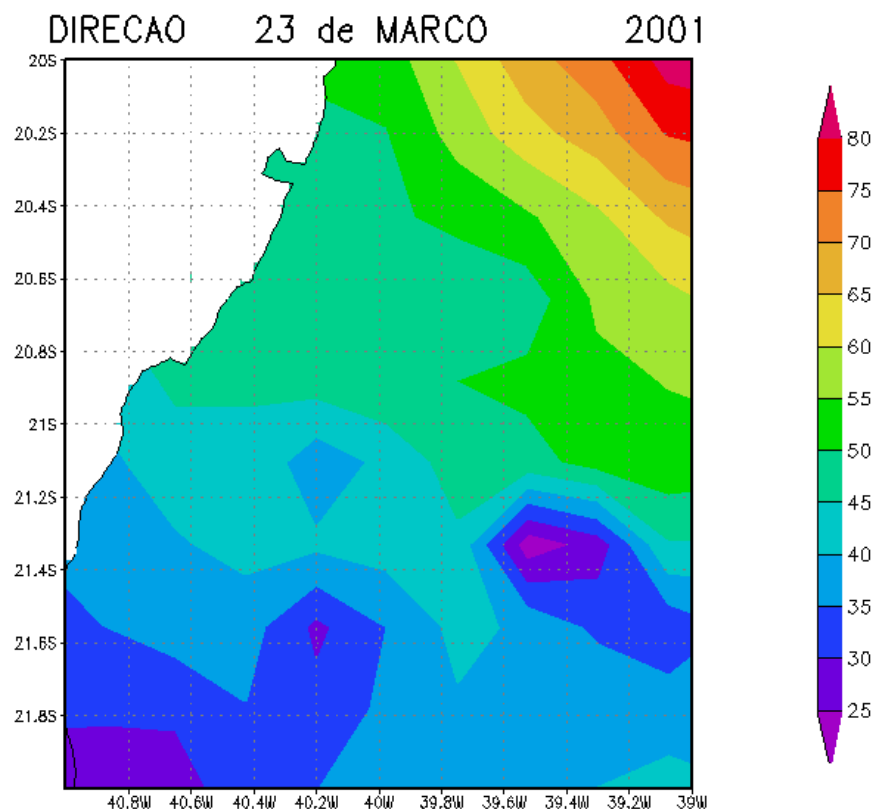


Figura 2.7.3. Campo de direção do vento para o dia 23 de março de 2001.

3. Resultados

Foram escolhidas 30 regiões na imagem utilizada, de modo que os valores modelados para estas regiões sejam comparados com os valores de retroespalhamento extraídos das imagens.

Os valores de direção e intensidade do vento a 10m são obtidos a partir do QuikSCAT para o mesmo dia e os valores relativos ao oceano são estabelecidos de modo a não influenciar o ângulo de incidência local.

Como já mencionado, as cristas das ondas são consideradas perpendiculares à linha de visada do radar, para que seja aplicada a relação do comprimento de onda ótimo para o retroespalhamento descrita no capítulo anterior. Não foram considerados efeitos associados a possível presença de gelo nas nuvens.

Essencialmente, o que variará de uma simulação para a outra, será o ângulo de incidência e os parâmetros dele dependentes, direta ou indiretamente e também os

valores de intensidade do vento e direção do vento em relação ao feixe do radar, ambos a 10m da superfície. Serão calculados os valores de retroespalhamento para cada região definida, os quais serão comparados com valores de dB médios, extraídos a partir da imagem. A partir do pixel central escolhido são tomados 289 pixels formando um quadrado de dezessete pixels de lado que corresponde espacialmente a um retângulo de 545m x 507m , sendo então realizada a média destes valores.

3.1. Considerações para as simulações:

1 - O estado do mar - A equação do modelo de retroespalhamento Bragg utilizada, não inclui efeitos de ondas de dimensões maiores que causam a variação do ângulo de incidência local, muito comuns, em um oceano real. Por esta razão o oceano aqui representado será totalmente hipotético não devendo ser comparado a um oceano real.

Portanto para a situação aqui apresentada, deve-se considerar, que há no oceano apenas ondas com características semelhantes às capazes de fornecer o retroespalhamento ótimo e ondas cujas dimensões não influenciem o ângulo de incidência local.

2 - O vento – Os valores de intensidade e direção do vento a 10 metros serão obtidos a partir do QuikSCAT para o mesmo dia. O horário da imagem SAR é 8:14h enquanto o vento obtido através do QuikSCAT é relativo a 8:41h ambos em horário de Greenwich. Portanto a defasagem temporal é menor que 30 minutos.

3 - Os ângulos de incidência - Os ângulos de incidência utilizados variarão de 20° a 27° devido a ser esta variação presente nas imagens do tipo *Standard1*.

4 - O comprimento de onda do sinal eletromagnético - é da ordem de 5,6 centímetros, pois o radar opera para o presente caso na Banda C.

5 - O ângulo de visada azimutal (ϕ_v) - Na realidade, o ângulo de visada do feixe sempre será perpendicular à trajetória de vôo, no entanto o ângulo entre o feixe do radar e a horizontal do círculo trigonométrico é que é requerida para efeito prático.

Como a órbita do SAR faz um ângulo de $8,6^\circ$ para leste do Pólo Norte, conseqüentemente com o Equador faz $81,4^\circ(90^\circ-8,6^\circ)$. A iluminação sempre é perpendicular e para direita da trajetória de vôo. Logo, o ângulo do feixe de radar com a horizontal do círculo trigonométrico é $90^\circ + 81,4^\circ=171,4^\circ$. Portanto a região da Bacia de Campos é iluminada na trajetória descendente do satélite com o ângulo entre o feixe do radar e a horizontal de $171,4^\circ$. Conforme pode ser observado na figura 10.1. abaixo.

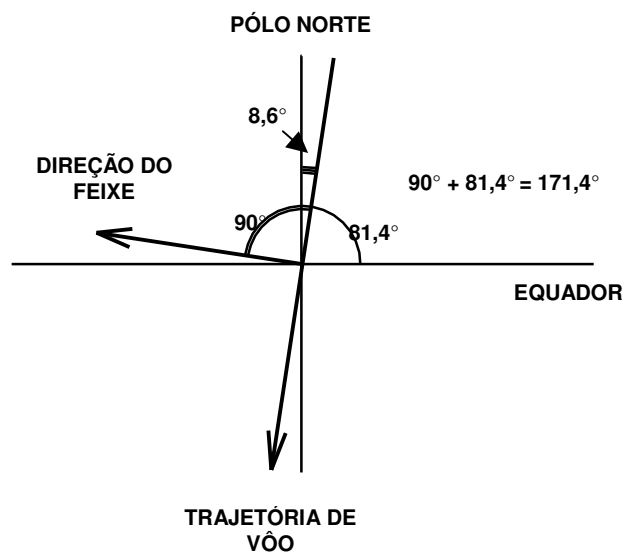


Figura 3.1.1. Ângulo entre o feixe do radar e a horizontal do círculo trigonométrico

6 – A frequência de pico – Com o intuito de preservar a restrição do modelo quanto às ondas capazes de alterar os ângulos de incidência locais, o oceano idealizado contará apenas com ondas cujas características sejam semelhantes às ondas responsáveis pelo retroespalhamento de primeira ordem. Para encontrarmos a frequência de pico utilizaremos subtrairemos $0,01\text{hz}$ da frequência ótima para retroespalhamento, de modo que não sejam encontradas variações no retroespalhamento devido a variações do ângulo de incidência local.

7 - A constante dielétrica da água do mar – 81, segundo NEUMANN (1966).

8 – A direção de propagação das ondas –A direção das ondas é dada pela direção do vento, pois é uma condição necessária para que a equação (2.6.1.) seja válida.

Com referência aos valores medidos encontrados na imagem, foi definido um quadrado de dezessete pixels de lado, com o intuito de minimizar possíveis distorções dos valores devido a ruídos no sinal. Foi feita a média aritmética levando em conta todos os valores, num total de 289, contidos neste quadrado. Estes valores são apresentados na tabela 3.1.1.:

Tabela 3.1.1: Coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas e respectivos valores de retroespalhamento da Imagem SAR 23 de março 2001.

REGIÕES	dB	LONGITUDE	LATITUDE
Região 1	-7,14	40° 08' 09,7'' W	21° 09' 35,6'' S
Região 2	-2,34	39° 46' 19,6'' W	21° 05' 06,6'' S
Região 3	-8,54	39° 39' 27,5'' W	21° 30' 29,3'' S
Região 4	-7,37	40° 05' 27,9'' W	20° 41' 10,9'' S
Região 5	-3,85	39° 27' 42,2'' W	21° 07' 13,7'' S
Região 6	-6,98	40° 17' 30,8'' W	21° 08' 28,9'' S
Região 7	-6,88	40° 20' 09,5'' W	21° 14' 28,2'' S
Região 8	-4,93	40° 14' 08,1'' W	21° 03' 03,0'' S
Região 9	-4,44	40° 01' 21,1'' W	21° 08' 20,5'' S
Região 10	-7,31	39° 56' 39,0'' W	21° 01' 39,4'' S
Região 11	-4,78	40° 14' 16,9'' W	20° 56' 55,3'' S
Região 12	-4,96	39° 58' 24,8'' W	20° 50' 05,8'' S
Região 13	-7,17	39° 53' 25,0'' W	20° 38' 48,9'' S
Região 14	-3,56	40° 08' 24,2'' W	20° 34' 21,4'' S
Região 15	-6,44	39° 41' 04,5'' W	20° 39' 47,4'' S
Região 16	-2,41	39° 27' 15,8'' W	20° 43' 07,9'' S
Região 17	-2,58	39° 24' 01,8'' W	20° 48' 58,9'' S
Região 18	-2,73	39° 25' 03,5'' W	21° 01' 06,0'' S
Região 19	-2,99	39° 24' 28,3'' W	20° 50' 39,2'' S
Região 20	-2,47	39° 28' 26,3'' W	20° 55' 15,0'' S
Região 21	-2,06	39° 29' 19,2'' W	20° 58' 02,1'' S
Região 22	-1,98	39° 25' 56,4'' W	21° 04' 09,8'' S
Região 23	-1,60	39° 24' 01,8'' W	21° 14' 45,0'' S
Região 24	-1,73	39° 29' 19,2'' W	21° 24' 30,0'' S
Região 25	-5,61	39° 25' 12,3'' W	21° 28' 23,9'' S
Região 26	-4,57	39° 27' 42,2'' W	21° 32' 17,9'' S
Região 27	-3,01	40° 06' 12'' W	21° 11' 49,5'' S
Região 28	-2,51	39° 58' 07,1'' W	21° 25' 53,5'' S
Região 29	-5,48	40° 04' 52,7'' W	21° 24' 38,3'' S
Região 30	-5,13	39° 57' 49,5'' W	21° 13' 54,8'' S

A seguir é apresentado o cálculo do dB para a região 1 da imagem. Todas as outras simulações foram realizadas do mesmo modo, apenas variando os parâmetros presentes nas tabelas que serão apresentadas mais adiante.

CÁLCULO: Retroespalhamento para região 1 do dia 23 de março 2001 (figura 2.5.1.2.):

$\theta = 25,52^\circ$ Ângulo de incidência da região selecionada.

$\epsilon = 81$ Constante dielétrica da água do mar.

$\lambda_r = 5,6 \times 10^{-2} m$ Comprimento de onda da onda eletromagnética.

$\phi_w = 38^\circ$ Direção do vento a 10m.

$\phi_o = 46,6^\circ$ Ângulo entre o feixe do radar e a direção do vento.

$\lambda_m = \lambda_r / 2 \text{sen}(\theta)$ Comprimento de onda ótimo para retroespalhamento de primeira ordem.

$U = 5 m / s$ Intensidade do vento a 10m.

então:

$\lambda_m > 5cm$ logo é onda de gravidade

Usa-se a relação de dispersão para águas profundas: $\lambda_m = 1,56T^2$

Sendo T, Tp, ω e ωp são período, período de pico, frequência e frequência de pico, respectivamente. Ainda tendo que Cp é a velocidade de fase para o período de pico.

$T = 0,2041s$

$\omega = 4,8993Hz$

$$Tp = 0,2045s$$

$$\omega p = 4,8893Hz$$

$$Cp = 0,3184m/s$$

O retroespalhamento é dado por:

$$\sigma_o(\theta, \phi_v) = 8\pi k_o^4 G(\theta) T(\theta, \phi_v)$$

onde:

θ = Ângulo de incidência

ϕ_v = Ângulo de visada azimutal

k_o = Número de onda eletromagnético

$G(\theta)$ = Fator geométrico dependente da polarização

$T(\theta, \phi_v)$ = Densidade espectral da superfície do mar

Uma vez que a polarização usada neste trabalho é HH e $\epsilon = 81$ (constante dielétrica da água do mar).

sabe-se que:

$$G(\theta) = \frac{\cos^4(\theta)}{\left[1 + \left(\frac{1}{\sqrt{\epsilon}} \cos(\theta)\right)\right]^4}$$

calculando todos os termos exceto $T(\theta, \phi_v)$:

$$\sigma_o(\theta, \phi_v) = 1,7993 \times 10^9 \times T(\theta, \phi_v)$$

onde:

$$T(\theta, \phi_v) = S(k_B, \phi_B) + S(k_B, \phi_B + \pi)$$

onde o número de onda ótimo para retroespalhamento é dado por:

$$k_B = 2k_o \text{sen}(\theta)$$

e

$$S(k_B, \phi_B) = \Phi(\phi_B) k_B^{-p}$$

para $p = 4$ região de gravidade

para $p = 8$ região capilar

Segundo LYZENGA (2004):

$$\Phi(\phi_B) = A_s \cos^{2s} \left(\frac{\phi_o}{2} \right)$$

onde

$$\phi_v = \phi_B$$

$$\phi_o = \phi_v - \phi_w$$

é o ângulo formado entre o feixe do radar, que por definição é a mesma direção de propagação das ondas, e a direção do vento.

para

$$A_s = \frac{\Gamma^2(s+1)}{2\pi\Gamma(2s+1)} 2^{2s}$$

onde $\Gamma(z)$ é a função gamma dada por:

$$\Gamma(z) = \int_0^1 \left[\ln \left(\frac{1}{t} \right) \right]^{z-1} dt$$

como $\omega > \omega_p$ usa-se:

$$s = 9,77(\omega / \omega_p)^{-\mu}$$

sendo:

$$\mu = 2,33 + 1,45(U / cp - 1,17)$$

logo $s = 9,27$

$$A_s = \frac{\Gamma^2(s+1)}{2\pi\Gamma(2s+1)} 2^{2s} = 0,8706$$

$$A_s = 0,8706$$

$$\Phi(\phi_B) = A_s \cos^{2s} \left(\frac{\phi_o}{2} \right) = 0,8706 x \cos^{2s} (23,3^\circ) = 0,0035$$

$$S(k_B, \phi_B) = \Phi(\phi_B) k_B^{-p} = 0,0035 x (96,62)^{-4} = 4,0642 x 10^{-11}$$

$$\Phi(\phi_B + \pi) = A_s \cos^{2s} \left(\frac{\phi_o + \pi}{2} \right) = 0,8706 x \cos^{2s} (113,3^\circ) = 4,748 x 10^{-9}$$

$$S(k_B, \phi_B + \pi) = \Phi(\phi_B + \pi) k_B^{-p} = 4,748 x 10^{-9} x (96,62)^{-4} = 5,447 x 10^{-17}$$

$$T(\theta, \phi_v) = S(k_B, \phi_B) + S(k_B, \phi_B + \pi)$$

$$= 4,0642 \times 10^{-11} + 5,447 \times 10^{-17} = 4,0642 \times 10^{-11}$$

logo:

$$\sigma_o(\theta, \phi_v) = 1,7993 \times 10^9 \times 4,0642 \times 10^{-11} = 0,0166$$

Os valores de $\sigma_o(\theta, \phi_v)$ são normalizados através da relação: $10\log(\sigma_o(\theta, \phi_v))$.

$$dB = 10\log(0,0166) = -17,79$$

Pode-se a partir do modelo utilizado, estipular também qual seria o valor do ângulo entre a direção do vento e o feixe do radar necessário para que os valores modelados e medidos coincidissem.

Na tabela a seguir são apresentados dentre outros, os valores de retroespalhamento modelados, medidos, ângulo entre o feixe de radar e o vento obtido através do QuikSCAT e o ângulo necessário entre o feixe de radar e o vento para que os valores medidos e modelados coincidam.

Tabela 3.1.2: Valores de retroespalhamento medidos, coordenadas geográficas do pixel central adotado para as regiões escolhidas, ângulo de incidência, direção e intensidade do vento obtido a partir do QuikSCAT, dB modelado, ângulo necessário entre o vento e o feixe para que valores medidos e modelados de dB coincidam.

Pto	dB imagem	Latitude	Longitude	θ	ϕ_o	U m/s	dB modelado	ϕ_o necessário
1	-7,14	21° 09' 35,6" S	40° 08' 09,7" W	25,52°	46,6°	5	-17,79	38,38°
2	-2,34	21° 05' 06,6" S	39° 46' 19,6" W	23,55°	55,6°	5	-31,95	35,32°
3	-8,54	21° 30' 29,3" S	39° 39' 27,5" W	22,18°	46,6°	5,8	-14,89	41,96°
4	-7,37	20° 41' 10,9" S	40° 05' 27,9" W	26°	55,6°	4,7	-34	38,22°
5	-3,85	21° 07' 13,7" S	39° 27' 42,2" W	21,53°	55,6°	4,7	-30,37	38,30°
6	-6,98	21° 08' 28,9" S	40° 17' 30,8" W	26,51°	48,6°	4	-21,93	37,42°
7	-6,88	21° 14' 28,2" S	40° 20' 09,5" W	26,66°	50,6°	4	-25,37	37,20°
8	-4,93	21° 03' 03,0" S	40° 14' 08,1" W	26,27°	48,6°	4,7	-21,54	35,74°
9	-4,44	21° 08' 20,5" S	40° 01' 21,1" W	24,85°	48,6°	5	-20,36	36,35°
10	-7,31	21° 01' 39,4" S	39° 56' 39,0" W	24,60°	53,6°	5	-28,86	39,16°
11	-4,78	20° 56' 55,3" S	40° 14' 16,9" W	26,46°	55,6°	4,2	-34,56	35,38°
12	-4,96	20° 50' 05,8" S	39° 58' 24,8" W	25,09°	55,6°	5	-33,18	36,68°
13	-7,17	20° 38' 48,9" S	39° 53' 25,0" W	24,90°	56,6°	5	-34,99	38,84°
14	-3,56	20° 34' 21,4" S	40° 08' 24,2" W	26,46°	55,6°	4,7	-34,35	34,21°
15	-6,44	20° 39' 47,4" S	39° 41' 04,5" W	23,62°	56,6°	5,3	-33,85	39,13°
16	-2,41	20° 43' 07,9" S	39° 27' 15,8" W	22,15°	59,6°	4,7	-37,62	36,49°
17	-2,58	20° 48' 58,9" S	39° 24' 01,8" W	21,7°	60,6°	4,7	-37,49	37,29°
18	-2,73	21° 01' 06,0" S	39° 25' 03,5" W	21,35°	60,6°	4,7	-37,47	37,45°
19	-2,99	20° 50' 39,2" S	39° 24' 28,3" W	22,21°	61,6°	4,7	-38,09	37°
20	-2,47	20° 55' 15,0" S	39° 28' 26,3" W	21,75°	60,6°	4,8	-37,77	36,89°
21	-2,06	20° 58' 02,1" S	39° 29' 19,2" W	21,91°	59,6°	4,7	-37,42	36,35°
22	-1,98	21° 04' 09,8" S	39° 25' 56,4" W	21,42°	58,6°	4,7	-35,79	36,69°
23	-1,60	21° 14' 45,0" S	39° 24' 01,8" W	20,93°	43,6°	4,8	-9,79	36,75°
24	-1,73	21° 24' 30,0" S	39° 29' 19,2" W	21,22°	36,6°	5,3	-1,62	36,70°
25	-5,61	21° 28' 23,9" S	39° 25' 12,3" W	20,70°	42,6°	5,3	-8,16	40,56°
26	-4,57	21° 32' 17,9" S	39° 27' 42,2" W	20,83°	43,6°	5,4	-9,57	39,60°
27	-3,01	21° 11' 49,5" S	40° 06' 12" W	25,30°	51,6°	5,3	-25,68	34,63°
28	-2,51	21° 25' 53,5" S	39° 58' 07,1" W	24,35°	51,6°	6,2	-24,81	34,93°
29	-5,48	21° 24' 38,3" S	40° 04' 52,7" W	24,92°	51,6°	6	-25,15	37,43°
30	-5,13	21° 13' 54,8" S	39° 57' 49,5" W	24,37°	51,6°	5,5	-24,89	37,44°

Cabe ressaltar que há uma variação brusca nos valores de retroespalhamento ocorrendo entre as regiões 22 e 26, deve-se notar, que é exatamente nesta área que a direção do vento apresenta uma alteração em relação ao padrão das demais áreas observadas (vide figura 2.7.1.).

Através da observação da imagem é possível identificar algumas regiões que possuem uma tonalidade mais escura, e que conforme citado anteriormente representam uma região com menor retroespalhamento. Observa-se também que estas regiões estão situadas onde os ângulos de incidência são maiores, fato que contribui para diminuição dos valores de retroespalhamento registrados e modelados.

Dentre estas, destacam-se as regiões :

- 1) dB medido = -7,14 ; dB modelado = -17,79 ; Ângulo de incidência = 25,52°
- 3) dB medido = -8,54 ; dB modelado = -14,89 ; Ângulo de incidência = 26°
- 4) dB medido = -7,37 ; dB modelado = -34 ; Ângulo de incidência = 26°
- 6) dB medido = -6,98 ; dB modelado = -21,93 ; Ângulo de incidência = 26,51
- 7) dB medido = -6,88 ; dB modelado = -25,37 ; Ângulo de incidência = 26,66°

Maiores valores de retroespalhamento estão associados às regiões mais claras e a menores ângulos de incidência. Dentre elas destacam-se as regiões:

- 23) dB medido = -1,60 ; dB modelado = -9,79 ; Ângulo de incidência = 20,93°
- 24) dB medido = -1,73 ; dB modelado = -1,62 ; Ângulo de incidência = 21,22°
- 25) dB medido = -5,61 ; dB modelado = -8,16 ; Ângulo de incidência = 20,70°
- 26) dB medido = -4,57 ; dB modelado = -9,57 ; Ângulo de incidência = 20,83°

Conforme pode ser observado na tabela 3.1.2. os valores de retroespalhamento medidos e modelados não são coincidentes, no entanto, através do modelo utilizado pode-se também encontrar os valores dos ângulos formados pela direção do vento e pelo feixe do radar, necessários para haja tal coincidência.

Também é interessante observar que os menores valores modelados de retroespalhamento não correspondem aos menores valores medidos, no entanto é possível observar que nestas regiões estão presentes as maiores diferenças dos valores obtidos através do QuikSCAT e dos valores de ângulos requeridos para que haja a coincidência dos valores medidos e modelados(Vide tabela 3.1.2.).

Indicando novamente que a direção do vento é extremamente importante na modelagem. Alguns exemplos são as regiões:

- 16) dB medido = -2,41; dB modelado = -37,62 ; Diferença dos ângulos = 23,11°
- 17) dB medido = -2,58 ; dB modelado = -37,49 ; Diferença dos ângulos = 23,31°
- 18) dB medido = -2,73; dB modelado = -37,47 ; Diferença dos ângulos = 23,15°
- 19) dB medido = -2,99; dB modelado = -38,09 ; Diferença dos ângulos = 24,60°
- 20) dB medido = -2,47; dB modelado = -37,77 ; Diferença dos ângulos = 23,71°

EBUCHI *et.al.* (2002), mostraram que os ventos obtidos através do QuikSCAT e os ventos medidos através de bóias de medição diferiam em termos de intensidade e direção.

Foi calculada a raiz média quadrática (RMQ) da diferença entre os valores do QuikSCAT e da bóia, e foi encontrada uma raiz média quadrática da ordem 1,01 m/s na intensidade e 23° na direção.

No presente trabalho foi realizado o mesmo cálculo, utilizando no entanto, a diferença entre os valores do QuikSCAT e os valores de ângulos necessários para que os valores de dB coincidisse. O cálculo do RMQ é a raiz quadrada da divisão do somatório dos quadrados dos valores pela quantidade de valores utilizados. Para o presente caso o valor do RMQ foi de aproximadamente 16,94°.

No presente caso, temos que o total de valores usados (n) é igual a 30 e as diferenças entre os ângulos dados pelo QuikSCAT e os ângulos necessários para que os valores de dB coincidam (x_k) é dado para cada região. Logo a raiz média quadrática será dada por:

$$RMQ = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{30} x_k^2}{n}} \quad (3.1.1)$$

A Tabela 3.1.3. contém os ângulos formados entre o vento e o feixe do radar, primeiramente para o vento gerado a partir do QuikSCAT e na seqüência os ventos necessários para que os valores de dB medidos e modelados sejam iguais a na terceira coluna a diferença entre eles.

Tabela 3.1.3. Diferenças entre os ângulos obtidos através do QuikSCAT e os ângulos necessários para que os valores de retroespalhamento medidos e modelados coincidam

Ponto	ϕ_o	ϕ_o necessário	$\phi_o - \phi_o$ necessário
1	46,6°	38,38°	8,22°
2	55,6°	35,32°	20,28°
3	46,6°	41,96°	4,64°
4	55,6°	38,22°	17,38°
5	55,6°	38,30°	17,30°
6	48,6°	37,42°	11,18°
7	50,6°	37,20°	13,40°
8	48,6°	35,74°	12,86°
9	48,6°	36,35°	12,25°
10	53,6°	39,16°	14,44°
11	55,6°	35,38°	20,22°
12	55,6°	36,68°	18,92°
13	56,6°	38,84°	17,76°
14	55,6°	34,21°	21,39°
15	56,6°	39,13°	17,47°
16	59,6°	36,49°	23,11°
17	60,6°	37,29°	23,31°
18	60,6°	37,45°	23,15°
19	61,6°	37°	24,60°
20	60,6°	36,89°	23,71°
21	59,6°	36,35°	23,25°
22	58,6°	36,69°	21,91°
23	43,6°	36,75°	6,85°
24	36,6°	36,70°	-0,1°
25	42,6°	40,56°	2,04°
26	43,6°	39,60°	4,00°
27	51,6°	34,63°	16,97°
28	51,6°	34,93°	16,67°
29	51,6°	37,43°	14,17°
30	51,6°	37,44°	14,16°

A tabela que contém os resultados das simulações é apresentada a seguir com o intuito de facilitar a observação dos resultados descritos anteriormente.

Tabela 3.1.4. Valores de Restroespalhamento medidos, ângulo de incidência, ângulo obtido através do QuikSCAT, intensidade do vento, retroespalhamento modelado e ângulo necessário para coincidência dos valores medidos e modelados de dB.

Ponto	dB imagem	θ	ϕ_o	U m/s	dB modelado	ϕ_o necessário
1	-7,14	25,52°	46,6°	5	-17,79	38,38°
2	-2,34	23,55°	55,6°	5	-31,95	35,32°
3	-8,54	22,18°	46,6°	5,8	-14,89	41,96°
4	-7,37	26°	55,6°	4,7	-34	38,22°
5	-3,85	21,53°	55,6°	4,7	-30,37	38,30°
6	-6,98	26,51°	48,6°	4	-21,93	37,42°
7	-6,88	26,66°	50,6°	4	-25,37	37,20°
8	-4,93	26,27°	48,6°	4,7	-21,54	35,74°
9	-4,44	24,85°	48,6°	5	-20,36	36,35°
10	-7,31	24,60°	53,6°	5	-28,86	39,16°
11	-4,78	26,46°	55,6°	4,2	-34,56	35,38°
12	-4,96	25,09°	55,6°	5	-33,18	36,68°
13	-7,17	24,90°	56,6°	5	-34,99	38,84°
14	-3,56	26,46°	55,6°	4,7	-34,35	34,21°
15	-6,44	23,62°	56,6°	5,3	-33,85	39,13°
16	-2,41	22,15°	59,6°	4,7	-37,62	36,49°
17	-2,58	21,7°	60,6°	4,7	-37,49	37,29°
18	-2,73	21,35°	60,6°	4,7	-37,47	37,45°
19	-2,99	22,21°	61,6°	4,7	-38,09	37°
20	-2,47	21,75°	60,6°	4,8	-37,77	36,89°
21	-2,06	21,91°	59,6°	4,7	-37,42	36,35°
22	-1,98	21,42°	58,6°	4,7	-35,79	36,69°
23	-1,60	20,93°	43,6°	4,8	-9,79	36,75°
24	-1,73	21,22°	36,6°	5,3	-1,62	36,70°
25	-5,61	20,70°	42,6°	5,3	-8,16	40,56°
26	-4,57	20,83°	43,6°	5,4	-9,57	39,60°
27	-3,01	25,30°	51,6°	5,3	-25,68	34,63°
28	-2,51	24,35°	51,6°	6,2	-24,81	34,93°
29	-5,48	24,92°	51,6°	6	-25,15	37,43°
30	-5,13	24,37°	51,6°	5,5	-24,89	37,44°

De modo resumido, através das simulações foram obtidos valores de retroespalhamento modelados para as regiões selecionadas e valores de ângulos entre a direção do vento e o feixe do radar necessários para que os retroespalhamentos medidos e modelados coincidisse.

4. Conclusões e Sugestões

A partir dos resultados das simulações pode-se observar que os valores de retroespalhamento medidos e modelados são diferentes. Esta discrepância pode ter como causas uma série de fatores que serão descritos nos próximos parágrafos.

Deve ser lembrado, que todos os resultados estão baseados em simulações que compreendem determinadas características quanto ao estado do mar, vento, horário da imagem e da aquisição dos valores estimados de vento. Estas características específicas estão descritas no capítulo 10 no item referente às considerações para as simulações.

Uma das possíveis causas das diferenças entre os valores medidos e modelados está no fato de que o modelo utilizado é simplificado. Variações do ângulo de incidência local devido à presença de ondas maiores, por exemplo, não são incluídas no modelo, fato que é comum nos oceanos. Portanto uma das possíveis fontes de erro está nas limitações intrínsecas ao modelo.

Outra das causas possíveis para diferenças entre os valores de dB medidos e modelados está em imperfeições na calibração da imagem para geração de valores de σ_0 .

Outra característica importante que deve ser observada são os campos de vento obtidos através do QuikSCAT, que dentre outras características, pode ser destacada a baixa resolução espacial. Conforme já citado neste trabalho, EBUCHI *et.al.*(2002), verificaram que tais campos de vento diferem, especialmente na direção, dos campos de vento obtidos através de medições feitas por bóias. EBUCHI *et.al.*(2002), calcularam a raiz média quadrática da diferença entre os ventos obtidos a partir do QuikSCAT e dos ventos obtidos através de medições de bóias. Os valores para intensidade e direção conforme já citado no capítulo anterior são 1,01m/s e 23° respectivamente.

A direção do vento é algo fundamental neste modelo, fato que pode ser observado através da variação brusca de valores nas regiões 22 para 23 indo até a região 26. Deve-se notar que nestas regiões a direção do vento é bem diferente da direção que pode ser observada como uma direção característica ou predominante no restante do cenário(vide figuras 2.7.1 e 2.7.3).

Com o intuito de avaliar as diferenças de retroespalhamento obtidas através de medição e simulação, no presente trabalho foram também simulados quais seriam os ângulos que gerariam valores de dB modelados iguais aos medidos. Então foi calculada

a raiz média quadrática da diferença entre os ventos do QuikSCAT e os obtidos através de simulações. O resultado foi um RMQ de 16,94°.

A partir desta informação pode-se avaliar que os valores modelados de dB estão dentro da faixa que corresponderia ao erro introduzido pelos dados de vento gerados a partir do QuikSCAT.

A diferença entre os valores de dB medidos e modelados não deve recair apenas sobre os valores de direção de vento gerados através do QuikSCAT, mas sim devem ser vistos como resultado de um somatório de erros, dentre os quais, estão imperfeições na calibração da imagem para geração de valores de σ_0 , o uso de um modelo simplificado e finalmente os campos de vento gerados a partir do QuikSCAT.

Uma vez que o RMQ da diferença entre valores do QuikSCAT e os medidos é da ordem de 23° poderia se esperar um RMQ da diferença entre o QuikSCAT e o modelado até esta faixa pois seria possível compreender a razão dos valores de dB medidos e modelados não se encaixarem. Como o RMQ foi de 16,94° resta ainda uma margem para erros devidos a outros fatores conforme já mencionado, uma vez que se for aplicado o RMQ encontrado por EBUCHI *et.al.* (2002), os valores medidos e modelados seriam ainda mais distantes.

Para trabalhos posteriores sugere-se que seja aplicado um modelo que inclua os efeitos de ondas maiores, que como consequência variam os ângulos de incidência locais.

Assim poderá ser feita modelagem em ambientes que haja a presença de ondas geradas pelo vento local ou até mesmo de marulho (*swell*).

Com esta aplicação, os casos simulados tornar-se-ão cada vez menos restritivos e conseqüentemente se aproximarão mais da situação real.

Outro fator que pode influenciar a agitação da superfície do mar é uma floração de algas, caso sejam conhecidas as equações que descrevem o padrão de retroespalhamento conforme em alguns tipos de imagem pode-se obter clorofila A, o mesmo princípio aplicado neste trabalho pode ser utilizado. Deste modo haveria possibilidades de verificar baixo vento e possíveis florações de algas. Uma vez que nenhum destes seja observado muito provavelmente uma eventual mancha escura na imagem estaria associada a presença óleo.

Outra questão interessante a ser abordada é relativa às relações de dispersão das ondas. Conforme citado e mostrado no apêndice A, a velocidade de propagação das

ondas de gravidade e ondas no intervalo entre ondas capilares e de gravidade ocorre de modo distinto.

Uma vez que na relação de dispersão das ondas menores que 5 cm há influência da tensão superficial e que esta depende da temperatura da água do mar e até mesmo da salinidade, estes efeitos podem ser investigados.

A influência da camada limite atmosférica na geração das ondas capazes de gerar o retroespalhamento ótimo é outra questão que pode ser abordada, uma vez que a estabilidade e a instabilidade atmosférica podem ter efeitos distintos na geração destas ondas.

5. Referências Bibliográficas

- BEAL, R. C., *et.al.*, 1997, “The Influence of the Marine Atmospheric Boundary Layer on ERS 1 Synthetic Aperture Radar Imagery of the Gulf Stream””, *Journal of Geophysical Research*, v. 102, n. c3(Mar), pp.5799-5814.
- CANDELLA, R.N., 1997, *Estudo de Casos de Ondas no Atlântico Sul através de Modelagem Numérica*, dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- CARVALHO, N.V., 1998, *Investigação sobre a evolução do clima de ondas na bacia de Campos e a correlação com as situações meteorológicas associadas*. Dissertação de Mestrado, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- CRACKNELL, A. P. & HAYES, L. W. B., 1991, *Introduction to Remote Sensing*. London, Taylor & Francis Ltd.
- CRESSMAN, G. P., 1959, “ An Operational Objective Analysis System” , *Monthly Weather Review*, v.87, n.10.
- DEAN, R.G., & DALRYMPLE, R.A., 1984, *Water wave Mechanics for Enginners and Scientists*. New Jersey, Prentice-Hall, Inc.
- DE PINHO, U.F., 2003, *Caracterização dos Estados de Mar na Bacia de Campos*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- DONELAN, M.A., & PIERSON JR, W.J., 1987, “Radar Scattering and Equilibrium Ranges in Wind Generated Waves With Aplication to Scatterometry”, *Journal of Geophysical Research*, v.92, n. c5(Mai), pp. 4971-5029.
- EBUCHI, N., GRABER, H.C. & CARUSO, M.J., 2002, “Evaluation of Wind Vectors Observed ky QuikSCAT/SeaWinds Using Ocean Buoy Data”, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, **19**, 2049-2062.

- FRAGOSO, M.R, 2004, *Um Modelo Numérico Oceânico para as Bacias Leste e Sudeste do Brasil.* Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- GRABER, H. .C., THOMPSON, D. .R. & CARANDE,R. .E., 1996, “Ocean surface features and currents measured with synthetic aperture radar interferometry and HF radar”, *Journal of Geophysical Reasearch*, v. 101, n. c11(Nov), pp. 25.813-25.832.
- HASSELMANN, K., RANEY, R.K., PLANT, W.J., ALPERS, W., SHUCHMAN, R.A., LYZENGA, D.R., RUFENACH, C.L & TUCKER, M.J., 1985, “ Theory of Synthetic Aperture Radar Ocean Imaging: A MARSEN View”, *Journal of Geophysical Reasearch*, v. 90, n. c3, pp. 4.659-4.686.
- HASSELMANN, K. e HASSELMANN, S., 1991, ”On the Nonlinear Mapping of an Ocean Wave Spectrum Aperture Radar Image Spectrum and Its Inversion” *Journal of Geophysical Research*, v.96, n. c6(Jun), pp. 10.713-10.729.
- INNOCENTINI, V., ARANTES F.O. e CUNHA PRADO S.C.S., 2002 “Modelo de Ondas Aplicado ao Caso de 5-8 de Maio de 2001” *Revista Brasileira de Meteorologia*.
- JOHANNENSSEN, A.J., SHUCHMAN, R. A., JOHANNENSSEN, O.M., *et.al.*, 1991, “Synthetic Aperture Radar Imaging of Upper Ocean Circulation Features and Wind Fronts”, *Journal of Geophysical Research*, v .96, n. c6(Jun), pp. 10.411-10.422.
- LARSON, T.R. & WRIGHT, J.W, 1975 ” Wind-Generated Gravity-Capillary Waves: Laboratory Measurements of Temporal Growth Rates Using Microwave Backscatter”, *Journal of Fluid Mechanics*, v. 70, parte 3, pp. 417-436.
- LIU, K. N., 1980, *An Introduction to Atmospheric Radiation*. New York, Academic Press.

- LYZENGA, D. R., 1991, "Interaction of Short Surface and Eletromagnetic Waves with Ocean Fronts", *Journal of Geophysical Reasearch*, v. 96, n. c6(Jun), pp. 10.765-10.772.
- LYZENGA, D. R., 2004, "Ocean Wave Spectrum and Dissipation Rate Derived from CMOD4 Model Function", *Journal of Geophysical Reasearch*, v. 109, C07019(Jul), doi:10.1029/2003JC002237 .
- MARMORINO, G.O., *et al*, 1997, "Correlation of oceanographic signatures appearing in synthetic aperture radar and interferometric synthetic aperture radar imagery with in situ measurements", *Journal of Geophysical Reasearch*, v. 102, n. c8(Aug), pp. 18.723-18.736.
- MELO FILHO, E., PARENTE, C.E. & ROSMAN, P.C.C.,1991, *Considerações sobre o Clima de Ondas na Costa da Cidade do Rio de Janeiro* In: Solução Conjunta dos Problemas de erosão na Praia de Ipanema-Leblon e qualidade de água na Lagoa Rodrigo de Freitas, Segundo Relatório de Acompanhamento, COPPETC, ET-170173, Rio de Janeiro RJ Brasil.
- NEUMANN, G. & PIERSON JR, W.J., 1966, *Principles of Physical Oceanography*. Englewood Cliffs, Prentice Hall, Inc.
- NOAA ., 2004, *Synthetic Aperture Radar Marine User's Manual* . Washington D.C. , Chris Jackson and John Apel Editors.
- OCHADLICK, A. R., CHO, P. & EVANS-MORGIS, J., 1992, "Synthetic Aperture Radar Observations of Currennts Colocated With Slicks", *Journal of Geophysical Reasearch*, v. 97, n. c4(Apr), pp 5325-5330.
- PLANT, W.J., 1982 , "A Relationship Between Wind Stress and Wave Slope", *Journal of Geophysical Research*, v.87, n. c3(Mar), pp. 1961-1967.

- PLANT, W.J., 2002, "A Stochastic, Multiscale Model of Microwave Backscatter from the Ocean", *Journal of Geophysical Research*, v.107, n.c9(Sep), 3120, doi:10.1029/2001JC000909
- POND, S. & PICKARD, G.L., 1978, *Introductory Dynamical Oceanography*. 2 ed. Woburn, Pergamon Press Limited.
- PO.DAAC., 2001 "QuikSCAT Science data Product User`s Manual V.2.2" NASA
- ROBINSON, I.S., 1985, *Satellite Oceanography, An Introduction for Oceanographers and Remote Sensing Scientists*. 1 ed. England, Ellis Horwood Limited.
- ROSENQVIST, AKE., *Analysis of the Backscatter Characteristics of Rubber, Oil and Irrigated Rice in Multi-Band Polarimetric Synthetic Aperture Radar Imagery*, Tese de Doutorado, Universidade de Tokyo, Japão.
- SEIXAS, N.A.B., 1997, *Espectro Direcional da Bacia de Campos, RJ* Tese de Doutorado, Observatório Nacional, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SILVA, A. S., 1997, *Influência da Morfologia Continental Fluminense Sobre as Circulações Locais na Região de Cabo Frio (RJ)* Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SILVA DE SOUZA, L, 2004, *Implementação do Modelo de Qualidade do Ar OCD – Offshore and Coastal Dispersion Model- Para a Bacia de Campos – RJ*. Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- SOUZA, M.H.S., 1988, *Clima de ondas ao Norte do Estado do Rio de Janeiro*, Dissertação de Mestrado, COPPE, UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- STECH, J.L., & LORENZZETTI, J.A., 1992, "The Response of the South Brazil Bight to the Passage of Wintertime Cold Fronts", *Journal of Geophysical Research*, 97 c6(Jun) pp.9507-9520.

- STOFFELEN, A. & ANDERSON, D., 1997, "Scatterometer Data Interpretation: Estimation and Validation of the Transfer Function CMOD4", *Journal of Geophysical Research*, 102 c3(Mar) pp.5767-5780.
- TORRES JR, A.R., 1995, *Resposta da Ressurgência Costeira de Cabo Frio a Forçantes Locais*, Dissertação de Mestrado, COPPE, UFRJ, Riode Janeiro, Brasil.
- ULABY, F. T., MOORE, R. K. & FUNG, A. K., 1981, *Microwave Remote Sensing Active and Passive: Fundamentals and Radiometry*. London, Artech House.
- ULABY, F. T., MOORE, R. K. & FUNG, A. K., 1982, *Microwave Remote Sensing Active and Passive: Radar Remote Sensing and surface Scattering and Emission Theory*. London, Artech House.
- WINSTEAD, N.S., SCHAAF, R.M. & MOURAD, P.D., 2001, "Synthetic Aperture Radar Observations of the Surface Signatures of Cold Season Bands over the Great Lakes", *Weather and Forecasting*, v.16, n. c3(Jun), pp. 315-328.

Apêndice A. Teoria Clássica de Ondas

Sendo o foco deste estudo o retroespalhamento do sinal SAR a partir da superfície do oceano, é essencial que se tenha um bom conhecimento daquilo que está diretamente ligado às ondas, uma vez que estas são as principais responsáveis pelo retroespalhamento deste sinal.

Uma vez que se conhece as características essenciais do meio em que se concentra o trabalho, melhores serão as chances de se obter uma interpretação correta daquilo está sendo mostrado por imagens, dados e quaisquer outras fontes de informação a respeito do meio. Portanto, este capítulo é dedicado a dar um maior aprofundamento na questão de ondas, de modo que haja base teórica sólida para o presente trabalho.

É importante salientar que na região do espectro de ondas que tem utilidade para o estudo do retroespalhamento do sinal SAR, há ondas que pertencem a dois grupos distintos no tocante à física que governa os mecanismos de propagação das mesmas.

A técnica de medição do retroespalhamento está amplamente focada na região do espectro que representa a transição entre ondas capilares e de gravidade, região na qual não há técnicas bem sucedidas de medição de ondas baseadas em variações de pressão na superfície, e deste modo estima-se o vento local a partir do retroespalhamento do sinal (DONELAN e PIERSON JR, 1988).

As ondas capilares são aquelas cuja força restauradora principal, é a tensão superficial, enquanto as ondas de gravidade são as ondas que como o próprio nome já indica possuem como força restauradora principal a força da gravidade.

Estas ondas podem ser separadas conforme o seu comprimento de onda. As ondas capilares são aquelas que possuem comprimento de onda menor que 5 cm enquanto as ondas de gravidade são aquelas cujos comprimentos de onda são maiores que 5 cm, informação que dentre outros lugares pode ser encontrada na tabela publicada por ROBINSON (1985) em seu livro, *Satellite Oceanography, An Introduction for Oceanographers and Remote Sensing Scientists*

Inicialmente será apresentada a teoria das ondas de gravidade.

A) Ondas de Gravidade

A base para o estudo de ondas está no fato de que estas são caracterizadas por uma periodicidade no tempo e no espaço. Matematicamente pode-se representar uma função periódica no tempo (t) de modo que:

$$f(t) = f(t + T)$$

para todo t e onde o período da função é T

Similarmente uma função periódica no espaço pode ser representada da seguinte forma:

$$f(x) = f(x + L)$$

para todo x e onde L é o fator periódico do espaço e que chamaremos daqui para frente de comprimento de onda.

As definições acima ajudam a compreender as ondas no oceano, porém são incapazes de reproduzir exatamente o que ocorre na natureza, no entanto podem ser consideradas boas aproximações do que é observado em termos de periodicidade.

Para a continuação do estudo de ondas são necessárias algumas definições úteis. Inicialmente destaca-se o fato de que considerando um comprimento de onda L , como sendo a distância horizontal entre duas cristas sucessivas, um período T , como sendo o tempo gasto para uma oscilação completa num dado ponto do espaço, ou seja, o tempo gasto para passagem de duas cristas sucessivas neste ponto e uma velocidade C , como sendo a velocidade de deslocamento de uma crista. Podemos até mesmo usando uma física básica em que espaço é igual ao produto de velocidade pelo tempo ($e = v.t$) obter a seguinte relação:

$$L = C.T \quad (1)$$

Ainda observando a questão de notação e representações de período e comprimento de onda, nota-se que para uma maior facilidade, estas podem ser substituídas pela frequência angular ω e número de onda k respectivamente, tal que:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

$$k = \frac{2\pi}{L} \quad (3)$$

Uma vez estabelecidos estes conceitos e definições, pode-se avançar entrando na teoria de ondas propriamente dita.

Sabe-se que uma onda é periódica no tempo e espaço, um modo fácil de representar esta periodicidade está exatamente em usar uma função periódica como seno ou cosseno para descrevê-la matematicamente.

A equação de propagação de uma onda progressiva na física é dada por:

$$\eta(x,t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (4a)$$

aplicando as equações (7.2) e (7.3) temos,

$$\eta(x,t) = A \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) \quad (4b)$$

onde os termos k e ω associados ao cosseno representam as periodicidades espacial e temporal respectivamente e $\eta(x,t)$ representa a região de fronteira entre ar e água.

A superfície sem perturbações está num ponto definido como $z = 0$.

Podemos reescrever a equação (7.4b) pois sabemos que $L = C.T$.

$$\eta(x,t) = A \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right)$$

daí temos

$$\eta(x,t) = A \cos\frac{2\pi}{L}(x - Ct) \quad (5)$$

Que passa ser uma expressão geral para uma onda monocromática progressiva.

Para uma onda estacionária podemos considerar a soma de duas ondas progressivas que se deslocam com sentidos opostos, notar que o sentido do deslocamento é dado pelo sinal presente entre os termos espacial e temporal.

$$\eta(x,t) = \frac{A}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T}\right) + \frac{A}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L} + \frac{2\pi t}{T}\right)$$

notar que:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$$

daí temos a expressão para uma onda estacionária:

$$\eta(x,t) = A \cos\frac{2\pi x}{L} \cos\frac{2\pi t}{T} \quad (6)$$

Quando passamos do campo da matemática pura para física, algumas considerações são feitas com o intuito de facilitar a solução das equações que descrevem o fenômeno apresentado. Para o estudo de ondas podemos considerar que a Terra é plana, com profundidade(h) constante, a força de Coriolis é desprezível devido a escala, a densidade do ar pode ser desprezada se comparada com a da água e esta será considerada constante. O corpo de água será considerado infinito e toda sua extensão coberta por ondas. A viscosidade e a tensão superficial serão desprezadas. Em outras palavras está se assumindo que não há variação das propriedades da água ao longo do eixo y .

No entanto as equações que descrevem as ondas continuam a ser não lineares, para solucionar este problema de uma maneira aceitável, usa-se a técnica da perturbação para linearizar as equações e a partir destas obter algum resultado.

Como ponto de partida tomemos as equações do movimento, aproximadas para fluidos incompressíveis e invíscidos, numa Terra em que não há rotação. Uma vez que não há variação ao longo do eixo y temos:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (7)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Supondo que o fluido é irrotacional pode-se dizer que há um potencial de velocidades tal que:

$$u = -\frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{e} \quad w = -\frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (8)$$

Quando as equações (8) são usadas na substituição em (7) temos:

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z \partial x} \right) + \frac{\partial \phi}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

Partindo desta nova definição de $u = -\frac{\partial\phi}{\partial x}$ e $w = -\frac{\partial\phi}{\partial z}$, a equação de

Bernoulli pode ser escrita da seguinte forma:

$$gz - \frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right)^2 \right) + \frac{p}{\rho} = cte \quad (10)$$

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

Sendo a segunda equação a partir de agora a substituta da equação da continuidade.

Consideremos $z = \eta(x, t)$ a equação da função que descreve a região limítrofe entre os dois fluidos (ar e água).

Assume-se que a água se move de modo que sempre está na fronteira em questão.

Em outras palavras, a superfície não pode ser separada da água ou passar através dela. Não há fluxos verticais na interface. Esta condição pode ser escrita matematicamente da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} [z - \eta(x, t)] = 0 \quad (11)$$

Que também pode ser escrita:

$$\frac{dz}{dt} - \frac{\partial\eta}{\partial t} - u \frac{\partial\eta}{\partial x} = 0 \quad (12)$$

Uma vez que $\frac{dz}{dt} = w = -\frac{\partial\phi}{\partial z}$ e $u = -\frac{\partial\phi}{\partial x}$ a equação (12) pode ser reescrita

assim:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (13)$$

Esta é a chamada condição de contorno cinemática da superfície livre(CCCSL).

O movimento da água devido à onda na superfície não pode produzir velocidades na água que sejam normais ao limite de fundo de onde se encontra o fluido. Se a profundidade é constante e o fundo é impermeável em $z = -h$ também devemos observar que $-\frac{\partial \phi}{\partial z} = w = 0$ em $z = -h$.

Também é necessário considerar que a pressão é constante ao longo da superfície($z = \eta$). A partir destas considerações temos:

$$gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) = cte \quad \text{em } z = \eta(x, t)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad \text{em } z = \eta(x, t) \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{para } -h \leq z \leq \eta(x, t)$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = w = 0 \quad \text{em } z = -h$$

Uma dificuldade é o fato das derivadas associadas ao potencial de velocidades deverem ser obtidas numa superfície desconhecida $z = \eta(x, t)$.

No entanto este problema pode ser contornado matematicamente lançando mão de expansão em série de Taylor a partir de um ponto conhecido, no caso $z = 0$.

Para $\frac{\partial \phi}{\partial x}$ ficamos com:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x}_{z=\eta} = \frac{\partial \phi}{\partial x}_{z=0} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z}_{z=0} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z \partial z}_{z=0} \frac{\eta^2}{2} + \dots \quad (15)$$

Este procedimento é feito para todas as derivadas associadas ao potencial de velocidade de modo que o conjunto de equações (14) é escrito da forma a seguir:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots \frac{\partial \eta}{\partial t} = \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right) \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

em $z = 0$

(16)

$$g\eta - \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial z} \eta - \frac{\partial^3 \phi}{\partial t \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right)^2 \right] = cte$$

em $z = 0$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{em } -h \leq z \leq \eta(x,t)$$

A partir desta expansão as derivadas de ϕ nas condições de contorno da superfície livre podem ser estimadas a partir de $z = 0$ o invés de $z = \eta(x,t)$ diretamente.

Consideremos que as perturbações na superfície se deslocam no eixo x no sentido positivo. Se uma corrente com velocidade C , onde esta se tornará a velocidade da onda produzida no fluido e se deslocará no sentido negativo do eixo x, de modo então que a perturbação pode ser considerada estacionária. Conseqüentemente:

$$\phi = Cx + \phi^* \quad (17)$$

onde ϕ^* é o potencial de velocidade para situação descrita acima se não houvesse a corrente.

Concluimos que o potencial de velocidades na realidade é somatório de um potencial de velocidade teórico mais a influência da corrente superficial.

Substituindo, as equações (16) se tornam:

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots \frac{\partial \eta}{\partial t} = \left(C + \frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial x \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right) \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

em $z = 0$

(18)

$$g\eta - \frac{\partial \phi^*}{\partial t} - \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial t \partial z} \eta - \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial t \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} + \dots$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\left(C + \frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial x \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right)^2 \right] = cte$$

em $z = 0$

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} = 0$$

para $-h \leq z \leq \eta(x, t)$

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial z} = 0$$

em $z = -h$

Se a perturbação é estacionária sobre a corrente, todas as derivadas parciais em relação ao tempo são iguais a zero. Logo o conjunto de equações (18) fica:

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots = \left(C + \frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial x \partial z \partial z} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right) \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

em $z = 0$

$$\begin{aligned}
& g\eta + C \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial x \partial z^2} \frac{\eta^2}{2} \dots \right) + \\
& + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \dots \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} \eta + \dots \right)^2 \right] = -\frac{1}{2} C^2 + cte = 0
\end{aligned}$$

em $z = 0$
(19)

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} &= 0 && \text{para } z \leq \eta(x, t) \\
\frac{\partial \phi^*}{\partial z} &= 0 && \text{em } z = -h
\end{aligned}$$

Se forem desconsiderados todos os termos com produtos de funções desconhecidas das equações (14) e sendo satisfeitas as condições de contorno em $z = 0$, pode ser obtida uma solução bem próxima do real. Este procedimento é chamado de procedimento da perturbação. Assumindo por exemplo, que todos estes termos de funções desconhecidas possam ser expandidos em potências de pequenos parâmetros \mathcal{E} , de modo que a solução é uma série de potências em \mathcal{E} , e que convergirá se um número suficiente de termos forem tomados.

Estas expansões podem ser assim apresentadas:

$$\begin{aligned}
\eta &= \mathcal{E}\eta'_1 + \mathcal{E}^2\eta'_2 + \mathcal{E}^3\eta'_3 + \dots \\
&= \eta_1 + \eta_2 + \eta_3
\end{aligned}$$

(20)

$$\begin{aligned}
\phi^* &= \mathcal{E}\phi'_1 + \mathcal{E}^2\phi'_2 + \mathcal{E}^3\phi'_3 + \dots \\
&= \phi_1 + \phi_2 + \phi_3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C &= C'_0 + \mathcal{E}C'_1 + \mathcal{E}^2C'_2 + \dots \\
&= C_0 + C_1 + C_2
\end{aligned}$$

Substituir estas expressões nas equações (19).

Observamos que não há termos sem \mathcal{E} . Escrevemos então todos os termos que envolvem a primeira potência de \mathcal{E} .

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi_1}{\partial z} - C_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} &= 0 && \text{em } z = 0 \\ g\eta_1 + C_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} &= 0 && \text{em } z = 0\end{aligned}\tag{21}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} &= 0 && \text{em } z < \eta \\ \frac{\partial \phi_1}{\partial z} &= 0 && \text{em } z = -h\end{aligned}$$

Os termos relativos a segunda potência de \mathcal{E} , ficam:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - C_0 \frac{\partial \eta_2}{\partial x} &= C_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \eta_1 && \text{em } z = 0\end{aligned}\tag{22}$$

$$g\eta_2 + C_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 - C_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right]$$

em $z = 0$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} = 0$$

para $z < \eta$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0$$

para $z = -h$

Os termos relativos a ε^3 ficam:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_3}{\partial z} - C_0 \frac{\partial \eta_3}{\partial x} &= C_1 \frac{\partial \eta_2}{\partial x} + C_2 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \eta_1 - \eta_2 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial z^3} \frac{\eta_1^2}{2} \end{aligned}$$

em $z = 0$

$$\begin{aligned} g \eta_3 + C_0 \frac{\partial \phi_3}{\partial x} &= -C_0 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_2 - C_0 \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x \partial z} \eta_1 - C_0 \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial x \partial z^2} \frac{\eta_1^2}{2} - C_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \\ &- C_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 - C_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \eta_1 \end{aligned}$$

em $z = 0$

(23)

$$\frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial z^2} = 0 \quad \text{para } z \leq \eta$$

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial z} = 0 \quad \text{para } z = -h$$

Sendo este conjunto de equações muito importante para a solução dos problemas pertinentes às ondas.

Se for achada uma solução para as equações (21) esta irá prover o lado direito das equações (22) exceto por C_1 que por sua vez será determinada pelas condições do problema. A solução das equações (22) suprirá o lado direito das equações (23) exceto por C_2 que será dada pela condições do problema. Uma vez que o lado esquerdo das equações é linear, pode-se usar técnicas convencionais para solução de Equações Diferenciais Parciais.

Naturalmente, o próximo passo passa a ser resolver as equações (21).

Considerando que o primeiro termo contribuindo para a superfície livre η_1 , é periódico em x e não é mais função do tempo uma vez que o artifício aplicado anteriormente eliminou todas as derivadas parciais no tempo podemos escrever:

$$\eta_1 = a \cos kx \quad (24)$$

De (21) podemos tirar então :

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = -C_0 a k \operatorname{sen} kx \quad \text{em } z = 0 \quad (25)$$

Conseqüentemente ϕ_1 pode ser tratado como se fosse função de z , que no caso é desconhecido, multiplicado por uma função de x .

$$\phi_1 = F(z) \operatorname{sen} kx \quad (26)$$

Se a expressão para ϕ_1 for substituída na equação de forma potencial temos:

$$-F(z)k^2 \operatorname{sen} kx + \frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} \operatorname{sen} kx = 0 \quad (27)$$

ou

$$\frac{\partial^2 F(z)}{\partial z^2} = k^2 F(z) \quad (28)$$

Seja $F(z) = Be^{\lambda z}$ onde λ é uma constante desconhecida a ser encontrada.

Então:

$$B\lambda^2 e^{\lambda z} = k^2 B e^{\lambda z} \quad (29)$$

ou também podemos dizer que:

$$\lambda^2 = k^2 \quad (30)$$

e

$$\lambda = \pm k \quad (31)$$

Logo $F(z)$ pode ser escrito como:

$$F(z) = B_1 e^{kz} + B_2 e^{-kz} \quad (32)$$

e finalmente na forma potencial:

$$\phi_1 = (B_1 e^{kz} + B_2 e^{-kz}) \text{sen } kx \quad (33)$$

onde as constantes desconhecidas B_1 e B_2 precisam ser determinadas a partir das condições do problema.

A partir da primeira equação de (21) pode-se obter o resultado em que $\frac{\partial \phi_1}{\partial z}$

deve satisfazer a próxima equação em $z = 0$:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = (B_1 k - B_2 k) \text{sen } kx = -C_0 a k \text{sen } kx \quad (34)$$

Em $z = -h$, $\frac{\partial \phi_1}{\partial z}$ deve satisfazer:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = (B_1 k e^{-kh} - B_2 k e^{kh}) \text{sen } kx = 0 \quad (35)$$

Estas duas equações levam a duas equações em B_1 e B_2 dadas por (36) e (37) e finalmente B_1 e B_2 são dadas pelas equações (38).

$$B_1 k - B_2 k = -C_0 a k \quad (36)$$

$$B_1 e^{-kh} - B_2 e^{kh} = 0 \quad (37)$$

$$B_1 = \frac{C_0 a e^{2kh}}{1 - e^{2kh}} \quad (38)$$

$$B_2 = \frac{C_0 a}{1 - e^{2kh}}$$

Quando estas duas são substituídas na expressão para função potencial dada por (33) o resultado é dado a seguir:

$$\begin{aligned} \phi_1 &= aC_0 \frac{e^{2kh} e^{kz} + e^{-kz}}{1 - e^{2kh}} \text{sen } kx \\ &= aC_0 \frac{e^{kh+kz} + e^{-kh-kz}}{e^{-kh} - e^{kh}} \text{sen } kx \\ &= -aC_0 \frac{\cosh k(z+h)}{\text{sen } kh} \text{sen } kx \end{aligned} \quad (39)$$

Observemos a velocidade de fase para ondas de pequena amplitude.

Uma vez encontrado um ϕ_1 que satisfaça a equação potencial. ϕ_1 e η_1 combinados satisfazem a primeira equação de (21), porque esta foi usada para obter partes das informações sobre ϕ_1 a partir de η_1 .

A única equação não utilizada foi a segunda de (21) e se ϕ_1 e η_1 forem substituídos nesta equação, teremos:

$$ga \cos kx - \frac{aC_0^2 \cosh kh}{\text{senh } kh} k \cos kx = 0 \quad (40)$$

Já que esta equação deve ser satisfeita identicamente para todos os valores de x , segue que ela pode ser resolvida apenas se:

$$C_0^2 = \frac{g}{k} \tanh kh \quad (41)$$

A equação (41) relaciona a velocidade de fase C_0 com o número de onda k e com a profundidade da água h e é chamada de relação de dispersão.

Esta equação pode ser simplificada principalmente em relação a profundidade. Pelo fato da tangente hiperbólica de uma função variar entre zero e um para valores positivos do argumento, para valores elevados do produto entre k e h , tais que a tangente hiperbólica seja um ou valores muito próximos a este, a equação pode ser reduzida a seguinte forma:

$$C_0^2 = \frac{g}{k} \quad (42)$$

As ondas que satisfazem esta condição são chamadas ondas curtas ou ondas que se propagam em águas profundas.

Outra simplificação pode ocorrer caso o produto kh seja muito pequeno. Sob estas circunstâncias a tangente hiperbólica é aproximadamente igual a kh e a equação (41) é reduzida à forma:

$$C_0^2 = gh \quad (43)$$

As ondas que satisfazem esta equação são chamadas ondas longas ou se propagando em águas rasas.

A partir da relação entre número de onda e comprimento de onda a velocidade de fase para águas profundas pode ser assim escrita:

$$C_0^2 = \frac{g}{k} = \frac{gL}{2\pi} \quad (44)$$

Sabendo que $L = C_0T$ pode-se obter que $C_0^2 = gC_0T / 2\pi$, logo:

$$C_0 = \frac{gT}{2\pi} \quad (45)$$

reescrevendo:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \quad (46)$$

B) Ondas Capilares

Todo este desenvolvimento matemático anterior foi realizado desconsiderando os efeitos da tensão superficial, no entanto para a escala em que as ondas serão observadas no presente trabalho (aproximadamente poucos centímetros de comprimento de onda) este termo se torna tão importante quanto o termo de gravidade. Diferente do que ocorre quando o comprimento de onda é muito pequeno.

Para ondas com comprimentos de onda menores que 0,5cm o termo de gravidade pode ser desprezado (NEUMANN,1966).

Estas ondas, em que o termo de gravidade é completamente desconsiderado, são ondas capilares, no entanto há uma faixa em que os termos de gravidade e tensão superficial têm tal importância que ambos devem ser levados em conta.

As ondas que pertencem a esta faixa de transição também são chamadas de ondas capilares, conforme mencionado por ROBINSON (1985), as ondas capilares são aquelas que o comprimento de onda é inferior a 5cm e as ondas de gravidade aquelas cujo comprimento de onda é superior a 5cm.

Nesta variação de 0,5 a 5cm de comprimento de onda, é que se encontra a região de transição, na qual os termos de gravidade e tensão superficial têm importância semelhante.

Devido à escala de nossa observação (poucos centímetros), os dois termos devem estar presentes nas equações que descrevem o comportamento das ondas.

Se a tensão superficial da água se torna uma força restauradora tão importante quanto à força da gravidade um termo de tensão deve ser incluído na equação de Bernoulli (14) a partir daí encontramos a equação (47).

Onde T é a tensão superficial, e o conjunto de equações fica:

$$\frac{-T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} + gz - \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right) = cte$$

para $z = \eta(x, t)$

(47)

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

em $z = \eta(x, t)$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$

para $-h \leq z \leq \eta(x, t)$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = w = 0$$

em $z = -h$

Devido às mesmas razões descritas para a equação apenas com o termo de gravidade (16) é necessário que seja feita uma expansão em série de Taylor:

$$\begin{aligned}
& \frac{-T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} - \frac{T \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^2 \partial z}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial^2 \eta}{\partial x \partial z}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \eta - \frac{T \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^2 \partial z^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial^3 \eta}{\partial x \partial z^2}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \frac{\eta^2}{2} + \dots \\
& + g\eta - \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t \partial z} \eta - \frac{\partial^3 \phi}{\partial t \partial z^2} \frac{\eta^2}{2} + \\
& + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z^2} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right)^2 \right] = cte \\
& \text{em } z = 0
\end{aligned} \tag{48}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial z^3} \frac{\eta^2}{2} + \dots \frac{\partial \eta}{\partial t} &= \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial z^2} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\
&\text{em } z = 0
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{para } -h \leq z \leq \eta(x, t)$$

Lembrando que:

$$\phi = Cx + \phi^* \tag{49}$$

$$\frac{-T \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} + g\eta + C \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \frac{\partial^3 \phi^*}{\partial t \partial z^2} \frac{\eta^2}{2} + \dots \right) +$$

$$+ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi^*}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x \partial z} \eta + \dots \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi^*}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} \eta + \dots \right)^2 \right] = -\frac{1}{2} C^2 + cte = 0$$

em $z = 0$

$$\frac{\partial^2 \phi^*}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi^*}{\partial z^2} = 0 \quad \text{em } -h \leq z \leq \eta(x, t)$$

$$\frac{\partial \phi^*}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -h$$

Novamente será usada a técnica da perturbação. Relembrando como as variáveis podem ser escritas temos:

$$\begin{aligned} \eta &= \varepsilon \eta'_1 + \varepsilon^2 \eta'_2 + \varepsilon^3 \eta'_3 + \dots \\ &= \eta_1 + \eta_2 + \eta_3 + \dots \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} \phi^* &= \varepsilon \phi'_1 + \varepsilon^2 \phi'_2 + \varepsilon^3 \phi'_3 + \dots \\ &= \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= C'_0 + \varepsilon C'_1 + \varepsilon^2 C'_2 + \dots \\ &= C_0 + C_1 + C_2 + \dots \end{aligned}$$

Substituindo estas expressões em (51) teremos todos os termos em função de ε ou suas potências. Inicialmente observemos os termos da primeira potência:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} - C_0 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} = 0 \quad \text{em } z = 0$$

(52)

$$\frac{-T \frac{\partial^2 \eta_1}{\partial x^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial \eta_1}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} + g \eta_1 + C_0 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = 0 \quad \text{em } z = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} = 0 \quad \text{para } z < \eta$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -h$$

Agora os termos envolvendo a segunda potência:

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} - C_0 \frac{\partial \eta_2}{\partial x} = C_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \eta_1 \quad \text{em } z = 0$$

(53)

$$\frac{-T \frac{\partial^2 \eta_2}{\partial x^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial \eta_2}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} + g \eta_2 + C_0 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 -$$

$$-C_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] \quad \text{em}$$

$$z = 0$$

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} = 0 \quad \text{para } z < \eta$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -h$$

Tomemos agora os termos da terceira potência de ε .

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_3}{\partial z} - C_0 \frac{\partial \eta_3}{\partial x} = C_1 \frac{\partial \eta_2}{\partial x} + C_2 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \eta_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial x} \frac{\partial \eta_1}{\partial x} + \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 \frac{\partial \eta_1}{\partial x} - \\ - \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial z^2} \eta_1 - \eta_2 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial z^3} \frac{\eta_1^2}{2} \end{aligned}$$

em $z = 0$

$$\begin{aligned} \frac{-T \frac{\partial^2 \eta_3}{\partial x^2}}{\rho \left(1 + \left(\frac{\partial \eta_3}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}} + g \eta_3 + C_0 \frac{\partial \phi_3}{\partial x} = \\ = -C_0 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_2 - C_0 \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x \partial z} \eta_1 - C_0 \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial x \partial z \partial z^2} \frac{\eta_1^2}{2} - C_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} - C_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 - \\ - C_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial \phi_2}{\partial x} - \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x \partial z} \eta_1 - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial \phi_2}{\partial z} - \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial z^2} \eta_1 \end{aligned}$$

em $z = 0$

(54)

$$\frac{\partial^2 \phi_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_3}{\partial z^2} = 0$$

em $z \leq \eta$

$$\frac{\partial \phi_3}{\partial z} = 0$$

em $z = -h$

Analogamente à teoria já desenvolvida, na qual o termo de viscosidade foi inicialmente desprezado [equações (21)], é necessário que o conjunto de equações (52) seja resolvido.

Sendo os valores pelos quais podemos substituir η_1 e ϕ_1 dados a seguir, conforme já visto em (24) e (39) respectivamente, temos:

$$\eta_1 = a \cos kx$$

(55)

$$\phi_1 = -aC_0 \frac{\cosh k(z+h)}{\operatorname{sen} kh} \operatorname{sen} kx$$

Só nos resta substituir η_1 e ϕ_1 na segunda equação de (7.52).

$$\frac{aTk^2 \cos kx}{\rho(1+a^2k^2 \operatorname{sen}^2 kx)^{\frac{3}{2}}} + g \cos kx - \frac{aC_0^2 \cosh kh}{\operatorname{senh} kh} k \cos kx = 0 \quad (56)$$

Evidenciando $a \cos kx$ ficamos com a seguinte expressão:

$$a \cos kx \left(\frac{Tk^2}{\rho(1+a^2k^2 \operatorname{sen}^2 kx)^{\frac{3}{2}}} + g - C_0^2 \tanh kh \right) = 0 \quad (57)$$

É necessário que o termo entre parênteses seja zero, portanto:

$$\frac{Tk^2}{\rho(1+a^2k^2 \operatorname{sen}^2 kx)^{\frac{3}{2}}} + g = C_0^2 \tanh kh \quad (58)$$

Isolando C_0 :

$$\left(\frac{Tk^2}{\rho(1+a^2k^2 \operatorname{sen}^2 kx)^{\frac{3}{2}}} + g \right) / \tanh kh = C_0^2 \quad (59)$$

Considerando para nosso domínio de interesse, ondas com poucos centímetros de comprimento de onda se propagando no oceano, a aproximação para águas profundas é válida. Assim a tangente hiperbólica tende a 1.

$$\left(\frac{Tk^2}{\rho(1+a^2k^2 \operatorname{sen}^2 kx)^{\frac{3}{2}}} + g \right) = C_0^2 \quad (60)$$

Considerando ainda que o comprimento de onda é da ordem de poucos centímetros, ao se calcular o número de onda e ao aplicá-lo na equação acima nota-se que o termo $a^2k^2\sin^2kx$ torna-se tão pequeno que pode ser desconsiderado devido à sua ordem de grandeza, portanto ao aplicar esta condição ao comprimento de onda e reorganizar a equação chegamos a:

$$C_0 = \left(\frac{Tk}{\rho} + \frac{g}{k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (61)$$

Que é a chamada relação de dispersão para ondas capilares.

Conforme observado até aqui, pode-se notar um comportamento diferente na velocidade de propagação entre as ondas de gravidade e as ondas capilares.

Basta olharmos as suas relações de dispersão para que isso se torne claro.

Relação de dispersão para ondas de gravidade deslocando-se em águas profundas:

$$C_0 = \frac{gT}{2\pi} \quad (45)$$

Relação de dispersão para ondas capilares:

$$C_0 = \left(\frac{Tk}{\rho} + \frac{g}{k} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (61)$$

Na equação (45) observa-se que a velocidade de propagação das ondas depende apenas do seu período (T) e da gravidade (g).

Enquanto na equação (61) há uma dependência no que se refere ao comprimento de onda ($k = 2\pi/L$), gravidade (g), densidade da água (ρ) e da tensão superficial (T).

Sabendo-se que a tensão superficial segundo NEUMANN,(1966) é dada por:

$$T = 75,64 - 0,144temp + 0,0399Cl \quad (62)$$

onde:

temp é temperatura da água do mar em superfície

Cl é a clorinidade

Lembrando que a clorinidade (*Cl*) depende da salinidade (*Sal.*) e ambas são dadas em partes por mil.

$$Sal. = 0,030 + 1,8050Cl \quad (63)$$

Nota-se então que nesta faixa de comprimento de onda, a temperatura da superfície do mar, densidade e salinidade terão um papel na velocidade de propagação destas ondas.