AÇÃO DINÂMICA DE VENTO EM MALHAS DE CABOS PARA COBERTURAS NA FORMA DE PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO

Cristiane Cruxen Daemon d´Oliveira Filardi Ferreira

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Tese Aprovada por:

Prof.° Ronaldo Carvalho Batista, PhD

Prof.ª Michèle Schubert Pfeil, D. Sc.

Prof.° Paulo Batista Gonçalves, D. Sc.

Prof.° Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.

RIO DE JANEIRO , RJ – BRASIL

JULHO 1999

FERREIRA, CRISTIANE C. DAEMON FILARDI

Ação Dinâmica de Vento em Coberturas de Malha de Cabos na Forma de Parabolóide Hiperbólico [Rio de Janeiro, 1999]

XIII, 195 p.29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1999)

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Tensoestruturas,
2. Ação de Vento,
3. Dinâmica Estrutural,
4. Análise não Linear,
5. Elementos Finitos

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

AÇÃO DINÂMICA DE VENTO EM MALHAS DE CABOS PARA COBERTURAS NA FORMA DE PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO

Cristiane Cruxen Daemon d'Oliveira Filardi Ferreira

(Julho, 1999)

Orientadora: Prof.ª Michèle Schubert Pfeil

Programa: Engenharia Civil

Coberturas de grandes vãos constituídas por malha de cabos, são sistemas estruturais que possuem características de versatilidade estrutural e leveza. Estas estruturas são geralmente vulneráveis à ação dinâmica do vento, podendo apresentar comportamento não linear.

Este trabalho trata do comportamento estrutural de malhas de cabos ortogonais protendidos na forma de parabolóide hiperbólico, sob ação dinâmica de vento turbulento. Como exemplo foi idealizada uma cobertura de grande vão, de contorno rígido elíptico em planta e superfície abatida. Foram realizadas análises estática e dinâmica no domínio do tempo, linear e não linear, via métodos dos elementos finitos. O carregamento dinâmico de vento foi obtido a partir da simulação no tempo, pelo método de autoregressão, dos sinais de velocidade de vento, considerando a sua correlação espacial. Os resultados mostram o quanto a análise linear dinâmica superestima os deslocamentos e esforços, e destacam a importância de se considerar a correlação espacial do carregamento devido ao vento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

HYPERBOLIC PARABOLOIDAL CABLE NETS ROOFS UNDER TURBULENT WIND LOADING

Cristiane Cruxen Daemon d'Oliveira Filardi Ferreira

(July, 1999)

Advisor: Prof.ª Michèle Schubert Pfeil

Department: Civil Engineering

Long span cable net roofs are structural systems characterized by lightness and structural versatility. These structures are usually vulnerable to dynamic wind action, and may display a non-linear behavior.

This work deals with the structural behavior of orthogonal pretensioned hyperbolic paraboloidal cable net, under dynamic turbulent wind action. A long span roof with rigid elliptical boundary plan geometry and small curvature was used as an example of application. Static and linear and non-linear dynamic time domain analysis were performed via the finite element method. The dynamic wind loading was simulated by an autoregression process, applied on to a stationary random time history for wind velocity, considering the spatial correlation. The obtained numerical results show that the dynamic linear analysis overestimates the displacements and internal forces resultants, and reveal how important is the effect of wind load spatial correlation on the structural responses..

AGRADECIMENTOS

Ao meu marido, Fernando, pelo apoio, companheirismo e compreensão sempre presentes em todos os momentos;

À minha orientadora, Michèle, pela dedicação e atenção dada a esta tese, fruto de um longo trabalho conjunto;

Aos meus pais, Paulo e Hesilda, por todo o incentivo que me deram;

Aos meus irmãos Roberto e Ricardo, pela colaboração nas figuras desta tese;

À Noronha Engenharia S.A. pelo apoio prestado ao longo desses anos de mestrado.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO 1

1.1 Histórico e evolução das tensoestruturas 1
1.2 Características e comportamento das tensoestruturas 5
1.3 Tipos de tensoestruturas 7
1.4 Modelos físicos e métodos de cálculo 16
1.5 Objetivo e escopo do trabalho 18

CAPÍTULO 2 - ANÁLISE ESTÁTICA DE MALHA DE CABOS NA FORMA DE PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO 21

2.1 Introdução 21
2.2 Cabo isolado sob ação do peso próprio 23
2.3 A malha de cabos como um contínuo 28
2.3.1 Equações de equilíbrio 28
2.3.1.1 Definição da superfície inicial 28
2.3.1.2 Equações linearizadas de equilíbrio para cargas verticais 29
2.3.1.3 Estado inicial de equilíbrio 31
2.3.2 Solução das equações 34
2.3.3 Geometria do contorno da malha de cabos 40
2.4 Método aproximado de análise da malha de cabos 41
2.4.1 Formulação do método 41
2.4.2 Coeficiente de rigidez à translação vertical da seção central do cabo 42
2.4.3 Definição do coeficiente de repartição 43
2.4.4 Repartição de um carregamento genérico 45
2.5 Análise da malha de cabos via MEF 48
2.6 Comportamento estático sob carga uniforme 49

CAPÍTULO 3 – AÇÃO DINÂMICA DE VENTO TURBULENTO 56

3.1 Introdução 56
3.2 Turbulência 57
3.2.1 Conceito de turbulência 57
3.2.2 Parâmetros estatísticos de um processo aleatório 60
3.2.3 Parâmetros estatísticos aplicados à velocidade de vento 61
3.2.4 Propriedades estatísticas da turbulência 63
3.3 Propriedades da velocidade de vento 67
3.4 Espectro de potência da velocidade de vento na direção horizontal 69
3.5 Geração de histórias de vento 71
3.5.1 Introdução 71
3.5.2 Cálculo da matriz C 73
3.5.3 Métodos para geração de histórias de vento 75
3.5.4 Método de autoregressão 76
3.6 Força do vento e coeficientes de pressão 79
3.7 Implementação computacional 86

CAPÍTULO 4 – CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS E DINÂMICAS DE UMA ESTRUTURA DE COBERTURA 92

4.1 Introdução 92
4.2 Apresentação da estrutura exemplo 93
4.2.1 Cargas permanentes 94
4.2.2 Carga de vento 96
4.3 Pré-dimensionamento da estrutura exemplo 98
4.3.1 Esforços nos cabos segundo Frei Otto 98
4.3.2 Esforços nos cabos segundo Majowiecki 100
4.3.3 Pré-dimensionamento no Estado Limite de Projeto 102
4.3.4 Pré-dimensionamento no Estado Limite de Utilização 106
4.4 Modelo numérico 108
4.4.1 Malha de cabos 108
4.4.2 Introdução da protensão e cargas externas 109
4.5 Análise estática 110

4.5.1 Comparação entre os resultados teóricos e do modelo numérico 111
4.5.2 Comportamento sob carga uniforme 113
4.5.3 Comportamento sob ação de carregamentos não uniformes 118
4.5.3.1 Carregamento antissimétrico 118
4.5.3.2 Carregamento na região central da malha 122
4.6 Características dinâmicas da estrutura 127
4.6.1 Freqüências naturais e modos de vibração 127
4.6.2 Variação da freqüência natural com o carregamento devido ao vento 131
4.6.3 Fator de amortecimento 133

CAPÍTULO 5 – ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO 135
5.1 Introdução 135
5.2 Métodos de obtenção da resposta dinâmica da estrutura 136
5.3 Análises preliminares 138
5.3.1 Exemplo 1 - Cabo isolado 138
5.3.2 Exemplo 2 - Estrutura com 2 cabos 143
5.3.3 Exemplo 3 - Estrutura com 2 cabos com massa distribuída 149
5.4 Geração do carregamento dinâmico de vento na malha de cabos 153
5.4.1 Coeficientes de pressão 154
5.4.2 Geração do sinal da velocidade de vento 156
5.5 Respostas no domínio do tempo da malha de cabos sob ação do vento 160
5.5.1 Introdução 160
5.5.2 A influência da não linearidade para carga não uniforme 162
5.5.3 Efeito da não linearidade para carga uniforme 167
5.5.4 Influência da correlação espacial 170
5.5.5 Simplificação da malha 173
5.6 Características das respostas em termos de deslocamentos 175
5.7 Características das respostas em termos de forças nos cabos 184

CAPÍTULO 6 – CONCLUSÕES 190

SIMBOLOGIA

Letras romanas :

- A – Área da seção transversal
- A_p – Área de atuação da força de vento
- a e b – Dimensões dos semi-eixos maior e menor da elipse
- A e B – Pontos de suspensão do cabo isolado
- **C** – Matriz triangular inferior da geração de histórias de velocidade de vento
- C_a – Coeficiente de arrasto
- C_l – Coeficiente de sustentação
- C_p – Coeficiente de pressão
- C_{pe} – Coeficiente de pressão externa
- C_{pi} – Coeficiente de pressão interna
- C_x , C_y e C_z – Coeficientes experimentais de decaimento
- $\mathbf{C}_\xi$ - Matriz de amortecimento
- c_1 , c_2 – Coeficientes de repartição nas direções x e y respectivamente
- $C_{va\,vb}$ – Função de covariância cruzada
- coh – Função de coerência
- d – Flecha máxima no cabo isolado
- d_1 e d_2 – Flecha máxima dos cabos nas direções x e y respectivamente
- **D** – Matriz de correlação cruzada dos processos aleatórios
- D – Fator de amplificação dinâmica
- D_x e D_y – Funções de rigidez da malha relativa às direções x e y
- E – Módulo de Elasticidade

- f – Freqüências naturais em Hz
- F_l – Componente da força perpendicular à direção do vento
- F_d – Componente da força paralela à direção do vento
- H – Componente horizontal da força nos cabos. Para o caso de uma rede de cabos ortogonais, $H=H_0 + H_p$
- H_0 - Componente horizontal da força nos cabos para o estado inicial de protensão, em que atuam somente as forças de protensões iniciais
- H_p – Acréscimo de força H nos cabos, causada pela ação do carregamento externo p
- H_{x0} e H_{y0} – H_0 para as direções x e y
- H_{xp} e H_{yp} – H_p para as direções x e y
- I – Intensidade de turbulência
- **K** – Matriz de rigidez
- $\mathbf{K}_E$ – Matriz de rigidez elástica
- $\mathbf{K}_G$ - – Matriz de rigidez geométrica
- K_m , K_1 , K_2 – Coeficiente de rigidez translação da seção central do cabo
- k – Constante de mola vertical
- k_x e k_y – Curvaturas nas direções x e y
- L – Comprimento do cabo isolado
- L_i e L_f – Comprimento inicial e final dos cabos
- **M** – Matriz de massa discreta
- N – Processo aleatório de média nula e variância unitária
- P – Protensão como um carregamento fictício uniformemente distribuído
- ΔP – Queda de protensão representada como um carregamento uniformemente distribuído
- p – Ordem da auto regressão

- p_v – Pressão dinâmica devida vento
- p_s – Carga vertical uniforme por unidade de comprimento ao longo dos cabos
- p_x , p_y , p_z - Carga uniforme por unidade de comprimento nas direções x , y e z respectivamente
- q – Carga uniformemente distribuída
- **r** – Vetor posição
- r_u – Coeficiente de autocovariância
- $\mathbf{R}_q$ – Vetor de cargas externas
- **R** – Matriz de correlação cruzada
- R_v – Função de autocorrelação
- $R_{va\,vb}$ – Função de correlação cruzada
- s – Comprimento dos cabos
- S_v – Espectro de potência
- S_1 – Fator topográfico
- S_2 – Fator estatístico
- S_3 – Fator de rugosidade do terreno
- T – Esforço normal ao longo do cabo isolado
- u(x,y) , v(x,y) e w(x,y) – Deslocamentos nas direções fixas x , y e z respectivamente
- u_* - Velocidade tangencial
- V_0 – Velocidade básica
- V_k – Velocidade característica
- V_1 e V_2 – Componentes verticais das forças nos cabos
- $\overline{\mathbf{V}}$ - Vetor velocidade média
- **V** - Vetor velocidade
- **v** - Vetor flutuação de velocidade

- w – Componente da flutuação da velocidade na direção vertical
- w_0 – deslocamento do centro da malha (solução aproximada de Frei Otto)
- w_m – Média dos deslocamentos verticais da malha (sol. aproximada de Frei Otto)
- z_0 – rugosidade do terreno

Letras gregas :

- α_1 e α_2 – Curvas diretriz e geratriz do parabolóide hiperbólico
- α e δ - Parâmetros do método de Newmark
- χ_x e χ_y – Frações parciais do carregamento
- δ - Decremento logarítmico
- ε - Vetor que leva em conta a variação do espectro de potência com a altura
- ϕ_x e ϕ_y – Função de rigidez que está diretamente relacionada às funções D_x e D_y
- ϕ_s – Parâmetros de autoregressão
- Φ - Matriz dos modos de vibração
- γ_g , γ_v e γ_p – Fatores de majoração das cargas permanentes, vento e protensão, respectivamente
- φ - Constante que é a relação entre as propriedades do material (módulo de elasticidade e área) nas duas direções ortogonais
- Λ^2 – Matriz diagonal do quadrado das freqüências naturais
- Θ - Ângulo de inclinação do cabo em relação a horizontal
- ρ - Constante que é a relação entre as curvaturas nas duas direções ortogonais da malha de cabos
- ρ_{ar} – Densidade do ar
- σ_v – Desvio padrão da flutuação de velocidade

- σ^2_v – Variância da flutuação de velocidade
- τ_0 – Tensão cisalhante no fluxo turbulento junto à superfície
- ω - Freqüência natural em rad/s
- ω_{mn} - Freqüências naturais sendo m e n o número de meias ondas nas direções dos cabos tensores e suspensos, respectivamente
- $\overline{\omega}$ - Freqüência da vibração forçada
- ξ - Taxa de amortecimento

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

1.1 HISTÓRICO E EVOLUÇÃO DAS TENSOESTRUTURAS

A redução do peso próprio das estruturas e a conseqüente otimização do custo e tempo das construções, são os principais objetivos a serem alcançados no âmbito da evolução científica e das técnicas de construção. As modernas tensoestruturas são conseqüência direta do desenvolvimento científico e tecnológico. Estes sistemas estruturais despertaram grande interesse em arquitetos e engenheiros por possuírem a capacidade de vencer grandes vãos a um custo viável, pois são mais leves e flexíveis que as estruturas convencionais.

Na época antiga, pode-se citar como os primórdios das tensoestruturas as grandes tendas, que eram confeccionadas basicamente com materiais de natureza orgânica (peles de animais ou tecidos), e trabalhavam como uma membrana tensionada. Eram muito utilizadas pelas civilizações assírias, egípcias e romanas, podendo-se citar a cobertura móvel da arena romana, a tenda de circo, as tendas árabes, que representam uma gama de formas e soluções, que conduzem ao princípio fundamental das tensoestruturas (Majowiecki, 1985).

A versão moderna das tendas são as coberturas suspensas. O princípio da utilização destas coberturas foi documentado pela primeira vez por volta do ano 70 D.C., representado pela cobertura do Coliseu Romano, com dimensões de 189 x 156 m (Majowiecki, 1985).

O projeto de cobertura considerado pioneiro foi o de quatro pavilhões em Nijni-Novogorod, em 1895, na Rússia. A obra é considerada a primeira em que uma estrutura funciona como membrana. Em 1926, Frederico Canobbio desenvolveu as bases das modernas tensoestruturas, com o projeto de uma cobertura para estufa agrícola. Hoje, na quarta geração, a Canobbio é a mais importante empresa italiana de tensoestruturas (Téchne,1998).

A utilização de cabos de aço em coberturas se deu em meados da década de 50 desse século, quando David Jawerth (Forster,1994) patenteou o então chamado '*cabo-treliça*', que teve grande repercussão mundial. A obra que marcou a fase mais moderna das coberturas tensionadas foi o Raleigh Arena (figura 1.1), inaugurado no ano de 1953, na Carolina do Norte, E.U.A. Esta estrutura, projetada por Mathew Nowicki em 1950, foi a primeira cobertura de dupla curvatura na forma de 'sela de cavalo' (parabolóide hiperbólico). Sua estrutura principal, que cobre uma área elíptica de 92 m x 97 m, consiste em vários cabos livremente suspensos ancorados em dois arcos de concreto, que se interceptam, formando um ângulo de 21° com a horizontal (Majowiecki,1985).

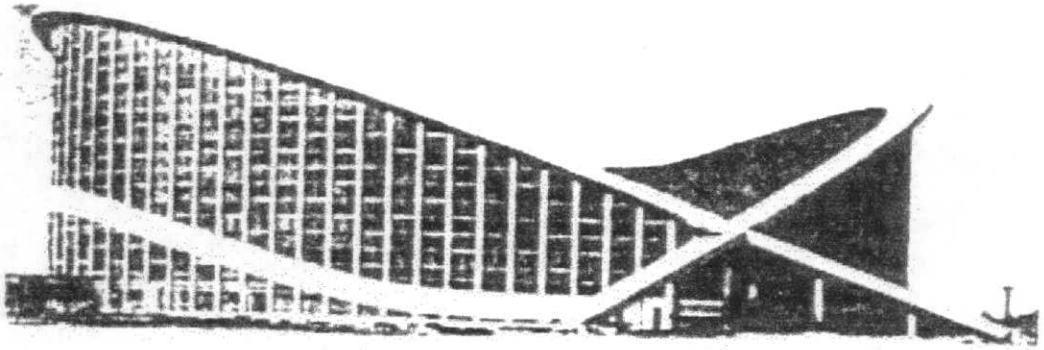


Figura 1.1 – Raleigh Arena, Carolina do Norte, Estados Unidos

Nas décadas de 60 e 70, as tensoestruturas ganharam enorme destaque com os projetos concebidos pelo alemão Frei Otto. Em 1967, foi construído o Pavilhão Germânico, para a Montreal Expo, ocorrida em Montreal, Canadá. Nessa cobertura, a malha de cabos de geometria irregular em planta é ancorada em parte do seu contorno, em colunas de alturas e inclinações variadas e, em outra parte extrema, a cabos de contorno, dando à cobertura o aspecto de uma enorme tenda (Leonhardt,1972).

Outro exemplo de cobertura não regrada construído com o mesmo formato do Pavilhão Germânico é o estádio utilizado nos Jogos Olímpicos de Munique (figura 1.2), em 1972, também concebido por Frei Otto. O complexo foi considerado na época a maior obra do mundo, com 74.800 m^2 divididos em quatro grandes pavilhões e outros menores, possuindo o pavilhão principal 34.500 m^2. Nesse pavilhão foram empregados 12 mastros, o maior com 80 m de altura (Téchne, 1998).

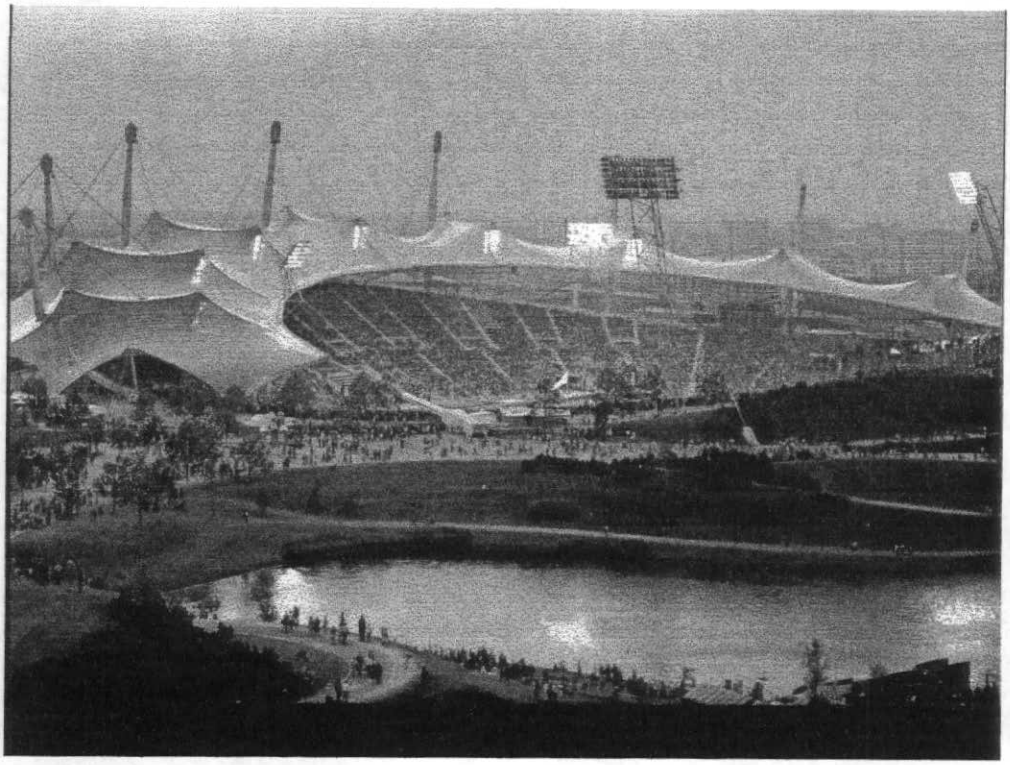


Figura 1.2 – Estádio Olímpico de Munique, Alemanha.

Outras coberturas ainda podem ser enumeradas, como o complexo olímpico de Tóquio (1968) no Japão, a cobertura de tenda do terminal do aeroporto de Jeddah (1982) na Arábia Saudita, o palácio de esportes de Atenas (1983), entre muitas outras (Majowiecki,1985). Mais recentemente deve-se citar a cobertura do aeroporto de Denver (EUA , 1993), com 140.000 m^2, considerada uma obra decisiva, pois situa-se em uma região de condições climáticas adversas (Téchne,1998).

No Brasil, a utilização de tensoestruturas está bem longe da realidade européia, norte-americana ou asiática, porém pode-se citar 2 exemplos de coberturas com cabos. A primeira foi construída em São Paulo em 1954, é o Pavilhão do Rio Grande do Sul, concebido pelos engenheiros Alberto Borges e Ricardo Costa Alliana. Trata-se de uma grande malha de cabos, com dimensões livres em planta de 102 m x 60 m. Os cabos estão estirados entre arcos verticais, sustentados por tirantes inclinados que estão ancorados diretamente nas fundações (Otto, 1967).

A outra cobertura brasileira é o Pavilhão de São Cristóvão (figura 1.3), no Rio de Janeiro, projetado em 1958 pelo arquiteto Sérgio W. Bernardes e pelo engenheiro Paulo R. Fragoso para a Exposição Internacional de Indústria e Comércio. A cobertura possui vãos de 250 m x 150 m aproximadamente, tem a malha de cabos na forma do parabolóide hiperbólico ancorada em arco de concreto armado, cujos extremos transferem empuxo para encontros também em concreto armado com lastro. Em 1991 esta cobertura sofreu um incêndio que levou ao rompimento de alguns de seus cabos. Poucos meses depois, sob ação de uma forte chuva, sofreu colapso total. Até hoje, infelizmente, a cobertura não foi reconstruída.

Figura 1.3 – Pavilhão de São Cristóvão, Rio de Janeiro.

1.2 CARACTERÍSTICAS E COMPORTAMENTO DAS TENSOESTRUTURAS

As aplicações das tensoestruturas são ilimitadas: coberturas de estádios e área de lazer, pavilhões de exposições, silos, garagens e até hangares de aeroportos. Embora necessite de uma grande quantidade de cálculos e mão de obra qualificada, a tensoestrutura aplicada a coberturas provou nas últimas quatro décadas ser a alternativa mais adequada, às vezes a única, seja para vencer grandes vãos ou como solução para estruturas que não suportam cargas elevadas. As tensoestruturas apresentam peso duas ordens de grandeza menor do que o de estruturas em concreto armado, e uma ordem menor do que estruturas convencionais de aço.

A seguir encontram-se algumas vantagens das coberturas com cabos (Majowiecki,1985):

- Possibilidade de vencer grandes vãos livres;
- Ótimo aproveitamento das resistências dos materiais empregados, trabalhando só a esforço de tração. A elevada razão (resistência/peso) permite obtenção de peso estrutural mínimo;
- Versatilidade estrutural, liberdade de formas e geometria;
- Rapidez e facilidade de execução e montagem, e conseqüente diminuição do tempo e do custo da construção;
- Facilidade de transporte dos materiais componentes da estrutura, com conseqüente redução de custo. Os cabos são fornecidos enrolados em carretéis, possuindo assim pequeno volume.

Apesar das vantagens citadas acima, quaisquer que sejam os sistemas de estruturas tracionadas, elas apresentam alguns fatores que tornam um pouco mais difícil a consolidação de projetos. Carregamentos devidos a ventos, possibilidade de efeitos de instabilidade aeroelásticas e fatores como custos de fundações (em algumas situações elas estão expostas a grandes esforços de arrancamento), demandam análises complexas. Muitas vezes são necessários ensaios em modelos físicos de pequena escala e em túneis de vento (Téchne,1998).

O comportamento estrutural das tensoestruturas é complexo. A forma destas estruturas é de difícil definição. Devido à falta de rigidez ao cisalhamento e a ausência de rigidez à compressão, as tensoestruturas sofrem grandes deslocamentos, alterando sua geometria para se acomodar aos carregamentos. As formas finais devem atender

requisitos arquitetônicos (estéticos e funcionais) e estruturais (resistência e estabilidade).

Os carregamentos típicos das tensoestruturas incluem as cargas concentradas (distribuídas sobre uma região muito pequena), o peso próprio e demais cargas permanentes, cargas de vento, neve ou, eventualmente, abalos sísmicos .

1.3 TIPOS DE TENSOESTRUTURAS

O amplo campo de aplicação das tensoestruturas, conquistou variedades de sistemas estruturais. Podem ser citados os seguintes tipos de sistemas estruturais para coberturas em geral:

- Cabos isolados;
- Sistema plano de cabos;
- Sistema espacial;
- Estrutura pneumática;
- Tensoestrutura em forma de membrana (tecido).

a) Cabos Isolados

As coberturas de cabos isolados dão suspensão ao material da cobertura, e podem ser divididas em dois grandes grupos: coberturas de cabos estaiadas e coberturas de cabos suspensas.

Nas coberturas de cabos estaiadas, da mesma forma que nas pontes estaiadas, os cabos (ou estais) possuem a função de prover suporte a cobertura. Um exemplo deste tipo de cobertura, cujo esquema estrutural está ilustrado na figura (1.4), é o estádio de NYA-ULLEVI (com balanço variável entre 13 e 29,4m) construído em 1958, em Goteberg na Suécia.

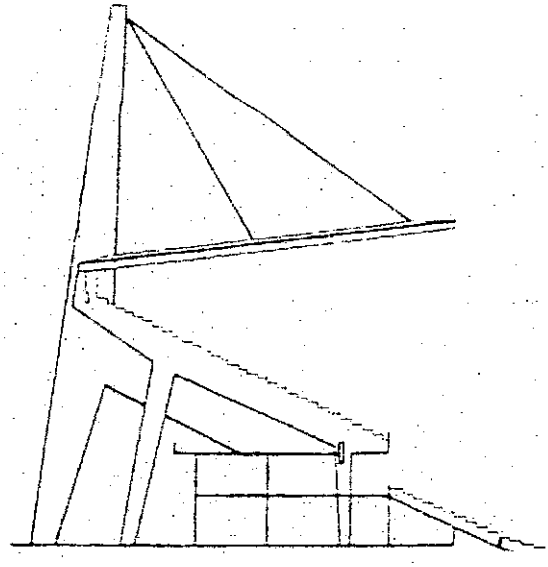


Figura 1.4 – Cobertura de cabos estaiada

Nas coberturas de cabos suspensas, sobre o sistema estrutural de cabos apóia-se diretamente o sistema vedante, não existindo a necessidade de protensão inicial. Podem ser divididas em dois grupos:

- Cabos dispostos paralelamente, cujo esquema estrutural está ilustrado na figura (1.5 a). Pode ser citado como exemplo desse tipo de cobertura o Aeroporto Internacional de Dulles, construído em 1963 em Washington D.C., E.U.A. ;
- Cabos dispostos radialmente, o sistema estrutural dessa cobertura está mostrado na figura (1.5 b). Um exemplo desta estrutura é o Madison Square Garden de Nova Iorque, E.U.A., construído em 1967.

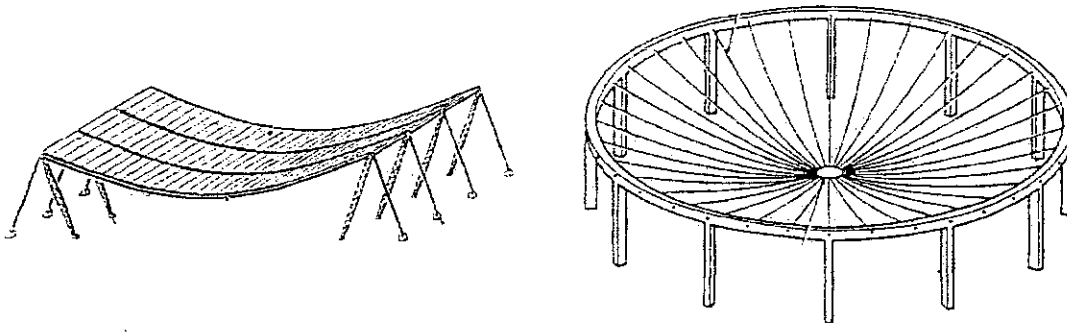


Figura 1.5 a) Cabos dispostos paralelamente b) Cabos dispostos radialmente

b) Sistema plano de cabos

O sistema plano de cabos consiste de cabos treliça formando componentes portantes principais da cobertura (fig.1.6). Nos cabos treliça, dois cabos de curvaturas opostas são conectados por barras de modo a formar uma treliça plana. Um estado de protensão é imposto ao cabo treliça e esta protensão deve ser tal que assegure que ambos os cabos permaneçam tracionados, para qualquer tipo de combinação de carga.

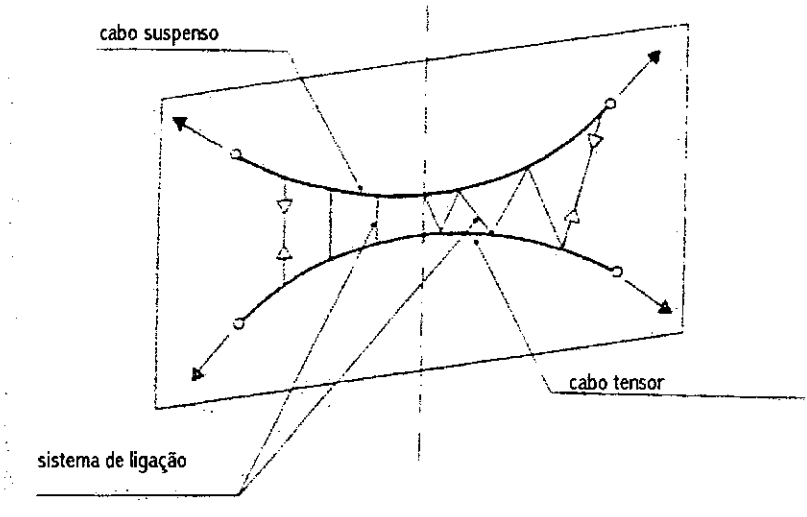
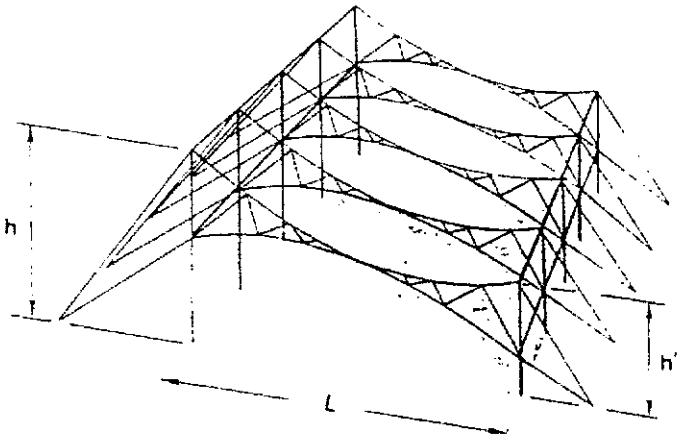


Figura 1.6 – Sistema plano – cabo treliça

O sistema plano de cabos também pode ser dividido em dois grupos:

- Cabos treliça dispostos paralelamente, cujo esquema estrutural está ilustrado na figura (1.7 a). Pode ser citado como exemplo desse tipo de cobertura o Palácio de Esportes de 'Roseto degli Abruzzi', construído em 1978 na Itália ;
- Cabos treliça dispostos radialmente, o sistema estrutural dessa cobertura está mostrado na figura (1.7 b). Um exemplo desta estrutura é o Pavilhão USA de Exposições de Bruxelas, na Bélgica, construído em 1958.



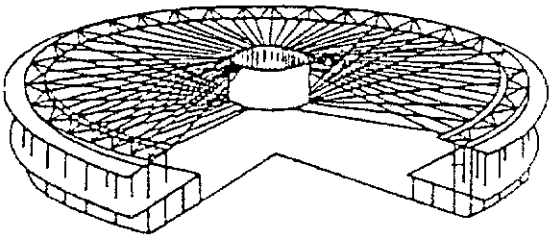


Figura 1.7 a) - Cobertura de cabos treliça dispostos paralelamente

b) Cobertura de cabos treliça dispostos radialmente

c) Sistema espacial

O sistema espacial é uma conseqüência direta do sistema plano de cabos, sendo que os cabos portantes (suspensos) e estabilizantes (tensores) formam um ângulo reto (figura 1.8).

Quando os cabos formam uma malha, essas coberturas são classificadas de acordo com a sua geometria, a saber:

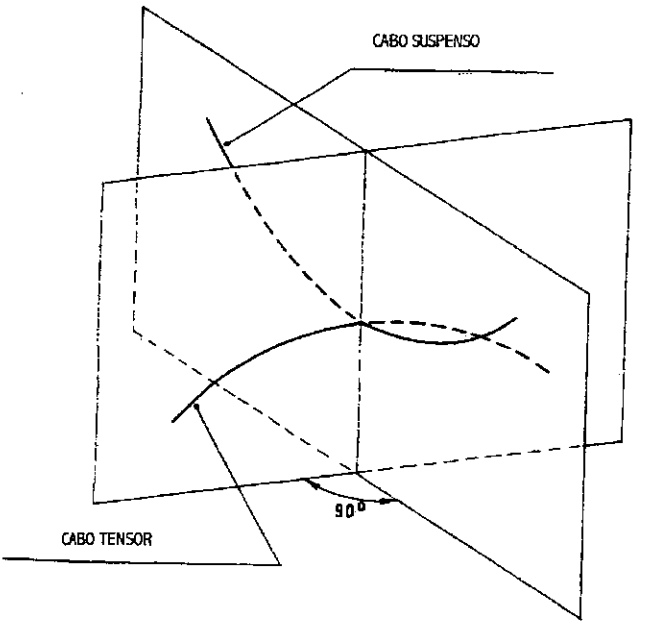


Figura 1.8 – Sistema espacial

- Superfícies com curvaturas simples, que são aquelas em que pelo menos uma das direções é reta;
- Superfícies com curvatura gaussiana positiva, que são aquelas em que as duas curvaturas nas direções principais são do mesmo sinal (superfície sinclástica);
- Superfícies com curvaturas gaussiana negativa, que são aquelas em que as duas curvaturas nas direções principais são de sinais opostos (superfície anticlástica).

As malhas formando superfícies com curvaturas simples ou com curvatura gaussiana positiva (na forma de uma cesta) não requerem a aplicação de forças de tração inicial nos cabos para que seja mantida a sua geometria, sendo por isso também conhecidas como malhas não protendidas. Essas malhas não protendidas são geradas pela adequada associação de um conjunto de cabos livremente suspensos e seu grande inconveniente consiste no fato de que, devido às suas características, tendem a sofrer grandes deslocamentos (David et al,1995).

Nas malhas com dupla curvatura negativa, para que os cabos ortogonais trabalhem como malha, é necessária a aplicação de forças de pré-tração nos cabos para que seja mantida a geometria desejada da superfície. Em geral, essas malhas de cabos protendidas são ancoradas em vigas, arcos, anéis espaciais (que ficam submetidos a um esforço de compressão) ou até mesmo em colunas ou mastros. Quando cada família de curvas ortogonais desenha uma curva parabólica, essas superfícies recebem o nome particular de 'parabolóide hiperbólico', já que sua interseção com um plano horizontal forma uma hipérbole.

Na figura (1.9) estão ilustrados alguns tipos de malhas de cabos na forma de parabolóide hiperbólico. Na tabela 1.1 são mostrados alguns exemplos de coberturas representativas deste tipo construídas em épocas diversas e em locais variados. Estão indicados na tabela os vãos da cobertura, o local e ano de conclusão da construção, o tipo de contorno que pode ser reto ou curvo em planta, com viga de bordo de concreto armado ou metálica ou cabo, e a distância entre o ponto mais alto e mais baixo da cobertura (Δd).

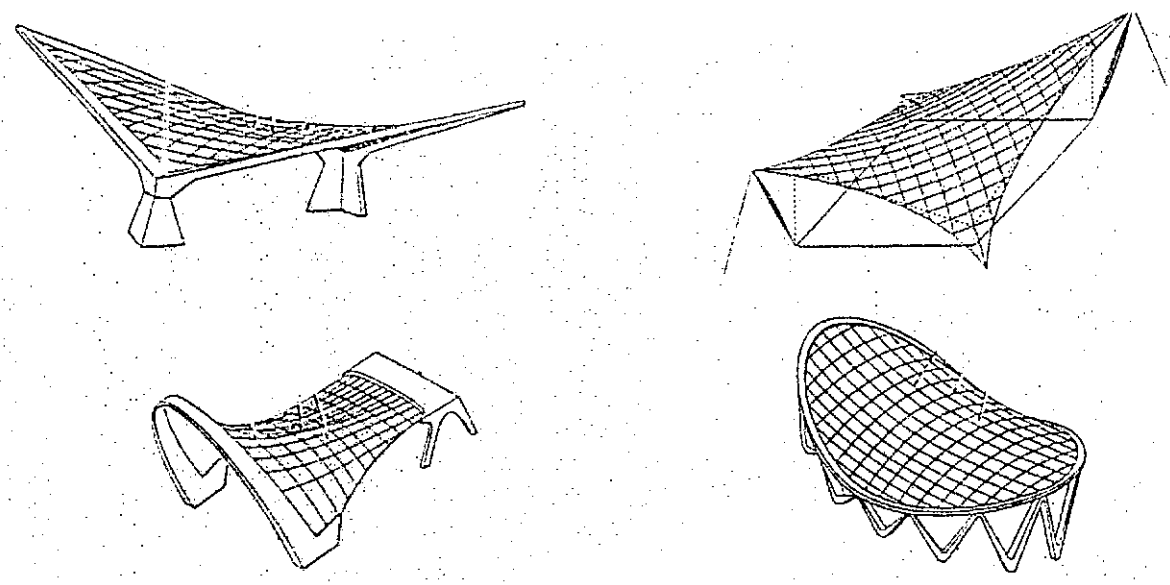


Figura 1.9 – Malhas de cabos na forma do parabolóide hiperbólico

Tabela 1.1 – Exemplos de coberturas com cabos na forma de parabolóide hiperbólico

Cobertura	Local	Ano	Vão (m)	Δd (m)	Contorno em planta
Estádio de Ghiaccio de Calgary	Canadá	1983	135,3x135,3	20,0	Curvo Concreto
Raleigh Arena	U.S.A.	1953	92x97		Curvo Concreto
Estádio de Saint-Quen	França		100x45		Curvo Cabo
Auditório da Univers.de Bruxelas	Bélgica		48x44		Curvo Concreto
Coliseu do Arizona	U.S.A		112x112	11,3	Curvo Concreto
Palácio de esportes da Bratislava	Tchecos lováquia	1962	66x70	8,20	Curvo Concreto
Igreja de Correzzola	Itália (Pádua)		34x25	7,20	Curvo Concreto
Pavilhão Francês All'Expo Bruxelas	Bélgica	1958	70x94	18,0	Reto Metálica
Yale University New Haven	U.S.A.	1958	67x55		Curvo Concreto
Igreja de Rutigliano Bari	Itália		23,5x25,2	13,6	Curvo Metálica
Palácio de Esportes de Atenas	Grécia	1985	114x114	12,3	Curvo Concreto
Tribuna do Auditório All'Aperto de Tallin	U.R.S.S.		37x75	1,70	Curvo Concreto
Palácio de Esportes de Milão	Itália		128x128	18,54	Curvo Concreto
Pavilhão de São Cristóvão	Brasil – R.J.	1959	250x150		Curvo Concreto

Observa-se que a cobertura do Pavilhão de São Cristóvão possui os maiores vãos. Vê-se que houve um grande impulso na década de 50 com a construção de algumas coberturas na forma de parabolóide hiperbólico. Este tipo de sistema estrutural continua sendo utilizado em obras mais recentes.

Além da malha de cabos na forma do parabolóide hiperbólico, pode-se citar outros dois tipos de sistemas espaciais:

- Malhas de forma livre. Um exemplo desta estrutura é o Estádio Olímpico de Munique (figura 1.2). Na figura (1.11 b) está mostrado um esquema de malhas de forma livre.

- Malhas em forma de grelha. Na figura (1.11 a) está ilustrada uma malha ortogonal de cabos treliça (grelha) que, devido à geometria desses elementos, é limitado a coberturas circulares ou elípticas.

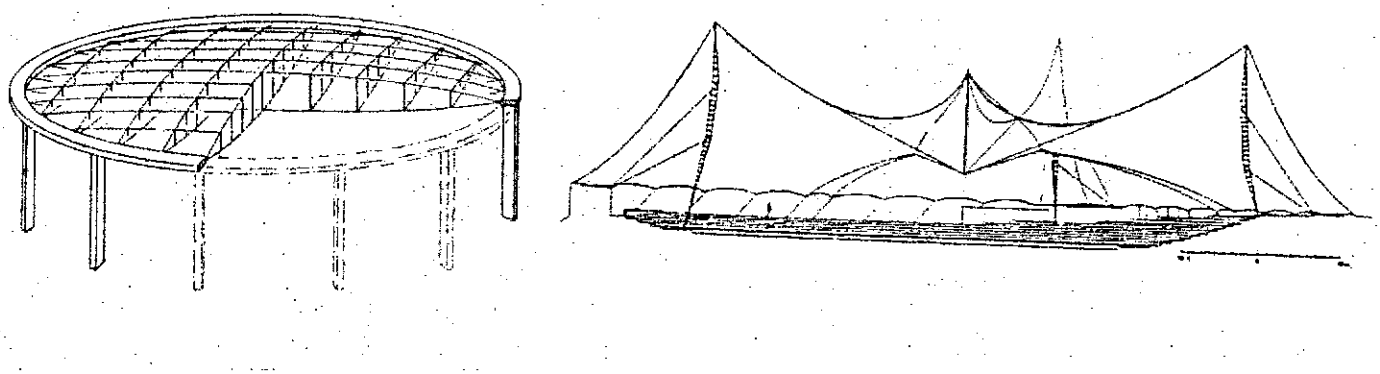


Figura 1.11 – a) Cabos treliça formando uma grelha circular b) Malhas de forma livre

d) Estrutura Pneumática

Da combinação de cabos e membrana inflável, surgiram as coberturas suportadas pela pressão do ar formando uma membrana tensionada que, estando acoplada aos cabos, induz o aparecimento de tensões nesses elementos também. Um importante exemplo desta aplicação é a cobertura do B.C. Place Stadium, construído em 1983 em Vancouver, Canadá, com dimensões de 180m x 180m.

As estruturas pneumáticas são consideradas tensoestruturas por excelência, pois todos os seus elementos podem trabalhar em tração. Este é o caso, por exemplo, de estruturas em que a membrana fecha um espaço útil suportada por uma pressão interna pouco maior que a atmosférica, ou também do princípio inverso, ou seja, subpressão interna.

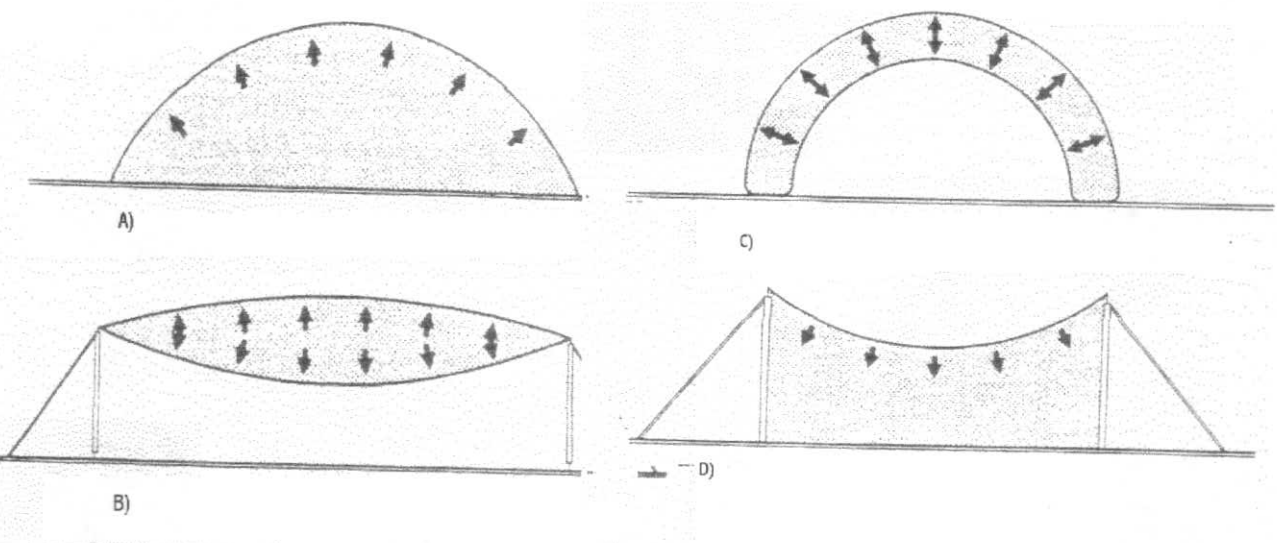


Figura 1.12 – Esquemas de estruturas pneumáticas

Na figura (1.12) estão ilustrados esquemas de estruturas pneumáticas, que podem possuir uma camada única (fig.1.12 a), ou camada dupla (fig.1.12b), ou camada dupla tubular (Fig.1.12 c), ou ainda camada com subpressão (fig.1.12d).

e) Tensoestrutura em forma de membrana (tecido)

As estruturas de membrana são elementos superficiais que equilibram esforços externos de cisalhamento desenvolvendo tensões de tração tangentes à sua superfície. Na figura (1.13) estão ilustradas tensoestruturas de tecido (em forma de membrana).

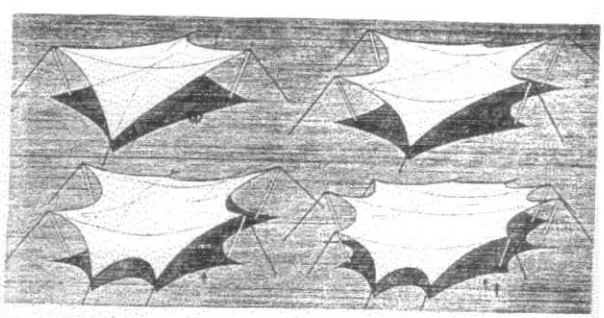


Figura 1.13 – Estrutura de membrana (tecido)

1.4 MODELOS FÍSICOS E MÉTODOS DE CÁLCULO

Antes da existência de métodos de cálculo computacionais, o projeto de cobertura de tensoestruturas com membrana era feito por meio de modelos físicos ou analiticamente. Apesar de pouco versáteis em casos de estruturas de planta irregulares, os métodos analíticos apresentam grande precisão para carregamentos estáticos. O método de modelagem física mostra-se capaz de lidar com todas as formas de interesse prático, porém são pouco precisas. Modificações de projeto com freqüência requerem a construção de novos modelos (Téchne,1998).

Na abordagem clássica, a análise de estruturas de malhas de cabos protendidos pouco espaçados é feita considerando as malhas como uma superfície contínua. Assim, essas malhas são tratadas estruturalmente como uma membrana fina em que é desprezada a sua rigidez ao cisalhamento e, da mesma forma como ocorre nas malhas de cabos, essas membranas estão sujeitas apenas a esforços de tração.

Nas décadas de 50 e 60 foram desenvolvidas e refinadas as equações não lineares de equilíbrio de malhas de cabos tratadas como um contínuo e foram apresentadas soluções analíticas das equações linearizadas para casos particulares. A solução das equações para casos mais gerais era tratada numericamente com diferenças finitas.

Dentre os trabalhos realizados na época, merece destaque o de Frei Otto, baseado em modelos de superfície mínima formada por fina membrana de sabão. Esses

modelos foram feitos com o objetivo de reproduzir, em tamanho reduzido, o comportamento de membranas de formas semelhantes às de superfícies de sabão.

Com o desenvolvimento dos métodos computacionais, essas estruturas são discretizadas em elementos finitos e analisadas mediante o emprego de métodos numéricos para sistemas não lineares. Para a solução do sistema de equações dois grupos de métodos são utilizados:

- método de Newton Raphson e similares;
- métodos iterativos, tais como, o método de gradientes conjugados (Buchholdt et al,1986) e o de relaxação dinâmica (Barnes,1994). Estes métodos são preferidos nas soluções de problema com grande número de equações.

Os modelos numéricos devem considerar a não linearidade associada a grandes deslocamentos e também a não linearidade oriunda da perda de protensão (afrouxamento) e ruptura de cabos.

Uma das principais etapas no trabalho dos arquitetos e engenheiros, está a de se definir a forma (geometria) e as protensões iniciais a serem aplicadas, caso essas últimas sejam necessárias. No que diz respeito à análise dinâmica sob ação do vento, a principal dificuldade é o caráter não linear da resposta que exige análises no domínio do tempo, com alto custo computacional.

De acordo com Buchholdt (1985) não se tem notícia de estrutura de cobertura que tenha sido analisada de forma precisa sob ação de vento. Poucas obras apresentaram

problema de instabilidade dinâmica, que foram associados a deficiências de protensão. Referindo às coberturas na forma de parabolóide hiperbólico entretanto, vê-se que os vãos em geral não ultrapassam 130 metros (tabela 1.1) e portanto, conclusões sobre o bom desempenho das estruturas não podem ser estendidos a casos de vãos maiores. Segundo Buchholdt (1985), este tipo de cobertura deve ser submetida a análise não linear dinâmica sob ação de vento no caso de vãos maiores que 125m.

1.5 OBJETIVO E ESCOPO DO TRABALHO

Este trabalho constitui uma continuação da linha de pesquisa iniciada com o trabalho de tese de Hallak (1996), onde foi estudado o comportamento estático de malhas de cabos ortogonais na forma de parabolóide hiperbólico. O objetivo desta tese é analisar o comportamento estrutural destas malhas de cabos, aplicadas à coberturas de grandes vãos, sob ação dinâmica de vento turbulento. Em geral, em regiões isentas de ocorrência de neve como no Brasil, a ação do vento constitui o carregamento determinante no dimensionamento de coberturas de grandes vãos formadas por malha de cabos protendidos, podendo gerar um comportamento não linear da estrutura.

Em estruturas com baixas freqüências naturais de vibração, a força de vento apenas como estática, pode levar a avaliações irreais de deslocamentos e forças, além de não permitir qualquer estimativa de ruptura por fadiga. A análise dinâmica de uma estrutura sujeita ao efeito de vento pode ser realizada por métodos no domínio do tempo ou da freqüência . No caso das estruturas de cabos, principalmente com grandes vãos, que apresentam comportamento não linear dinâmico, não pode ser realizada análise

espectral no domínio da freqüência, uma vez que esta se aplica apenas a estruturas com comportamento linear. Por isso, neste trabalho, as análises da cobertura sob ação do vento são realizadas no domínio do tempo.

Para realização das análises no domínio do tempo e como um segundo objetivo deste trabalho, foram efetuadas as seguintes implementações computacionais:

- cálculo da força de vento a ser aplicada na cobertura no programa MEDIFEM (Pfeil,1991);
- geração de sinais de velocidade de vento correlacionados em pontos sobre uma superfície plana no programa TURBHOR (Pfeil,1991).

Os procedimentos para geração e cálculo da força de vento implementados poderão ser estendidos a qualquer tipo de cobertura.

O capítulo 2 trata da análise estática da estrutura de malha de cabos na forma de parabolóide hiperbólico sob 3 abordagens: a malha de cabos como um contínuo, método simplificado baseado nas equações de cabo isolado, e a malha discretizada em elementos finitos.

No capítulo 3 será apresentado o conceito de turbulência, as características do vetor velocidade de vento (propriedades estatísticas), juntamente com um método para geração de sinais de velocidade de vento, para utilização em análises no domínio do tempo. Também será mostrado o cálculo da pressão e da força devida ao vento, e a obtenção dos coeficientes de pressão para as coberturas com cabos.

No capítulo 4 serão apresentados o pré dimensionamento e os resultados da análise estática não linear, via métodos dos elementos finitos, de uma estrutura exemplo constituída por uma cobertura de cabos de grande vão na forma do parabolóide hiperbólico. Também serão mostradas as características dinâmicas da estrutura .

No capítulo 5 será realizada a geração de histórias de velocidades de vento para a estrutura exemplo utilizada no capítulo anterior. Serão apresentados os resultados da análise dinâmica no domínio do tempo sob ação de vento turbulento. Mas antes, serão apresentados exemplos mais simples, com o objetivo de melhor compreender o comportamento dinâmico dos cabos.

Finalmente, no capítulo 6 são reunidas as conclusões obtidas neste trabalho, bem como as sugestões para continuidade destes estudos.

CAPÍTULO 2 - ANÁLISE ESTÁTICA DE MALHA DE CABOS NA FORMA DE PARABOLÓIDE HIPERBÓLICO

2.1 INTRODUÇÃO

Este capítulo trata da análise estática da estrutura de malha de cabos na forma de parabolóide hiperbólico sob as seguintes abordagens:

- método simplificado baseado nas equações de cabo isolado;
- a malha de cabos como um contínuo;
- malha discretizada em elementos finitos.

Inicialmente a malha de cabos pouco espaçados é tratada como uma superfície contínua. São mostradas resumidamente as formulações clássicas para a obtenção das equações de equilíbrio não lineares da malha, assim como as soluções de Frei Otto(1967) para as equações linearizadas de equilíbrio. A partir destas são obtidos os esforços e deslocamentos da malha de cabos. Posteriormente será apresentado um método aproximado de análise da malha de cabos baseado nas equações para o cabo isolado. Finalizando será apresentada sucintamente a análise da malha de cabos via MEF.

O cabo constitui o elemento estrutural mais importante da cobertura em estudo, trata-se de uma estrutura flexível que pode desenvolver grandes deslocamentos e não linearidade geométrica. O cabo possui dimensões transversais muito menores que seu comprimento, portanto não transmite esforços de compressão, e nem suporta momentos fletores ou torsores, desenvolvendo apenas esforços de tração.

O cabo sob ação do peso próprio possui uma catenária como deformada .Para efeito de análise estrutural, pode ser aproximado por uma parábola, ou até mesmo, por uma linha reta, quando estiver suficientemente tracionado. No próximo item encontram-se resumidas as equações diferenciais de equilíbrio do cabo isolado sob ação do peso próprio. A partir das equações de equilíbrio para o cabo isolado, obtém-se as expressões para o estudo do cabo solicitado por cargas uniformemente distribuídas ao longo do vão (cabo parabólico) ou ao longo do seu comprimento (cabo catenária).

A estrutura em estudo é uma malha de cabos ortogonais em planta, compostas por duas famílias de cabos posicionados em planos verticais paralelos formando a superfície do parabolóide hiperbólico. Esta superfície é obtida através da translação de uma curva plana α_1 (geratriz), ao longo de outra curva plana α_2 (diretriz), onde α_1 e α_2 são parábolas de concavidades invertidas, sendo a interseção dessa superfície com um plano horizontal uma hipérbole (figura 2.1). Como as malhas de cabos apresentam rigidez ao cisalhamento desprezível, não podem ser analisadas com a teoria clássica de membrana, apesar de formarem superfícies.

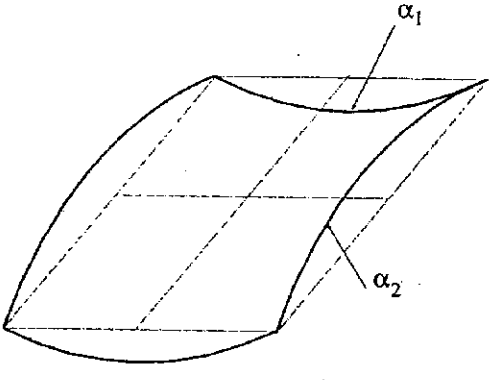


Figura 2.1 – Superfície do parabolóide hiperbólico

Um método geral de análise de malhas de cabos ortogonais em planta de contorno qualquer foi apresentado por Frei Otto (1967) .O método trata a malha de cabos como um contínuo e define superfície inicial como sendo a superfície formada pela malha de cabos solicitada apenas pela protensão. Todas as deformações devidas aos carregamentos externos são medidas a partir deste estado inicial.

2.2 CABO ISOLADO SOB AÇÃO DO PESO PRÓPRIO

O cabo perfeitamente flexível livremente suspenso em equilíbrio da fig.2.2, sujeito a uma carga vertical p_s distribuída ao longo do mesmo, toma a forma da curva denominada catenária. A equação diferencial da catenária é obtida a partir das equações de equilíbrio de forças aplicadas a um trecho do cabo, considerado inextensível. O diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal do cabo está mostrado na fig.2.3, onde T é a força no cabo. A equação da catenária é escrita como :

$$H\frac{d^2z}{dx^2} + p_s.\frac{ds}{dx} = 0 \qquad (2.1)$$

onde:

H = componente horizontal da força T, a qual é constante já que não há forças horizontais aplicadas externamente ao cabo;

p_s = carga vertical distribuída uniformemente ao longo do cabo.

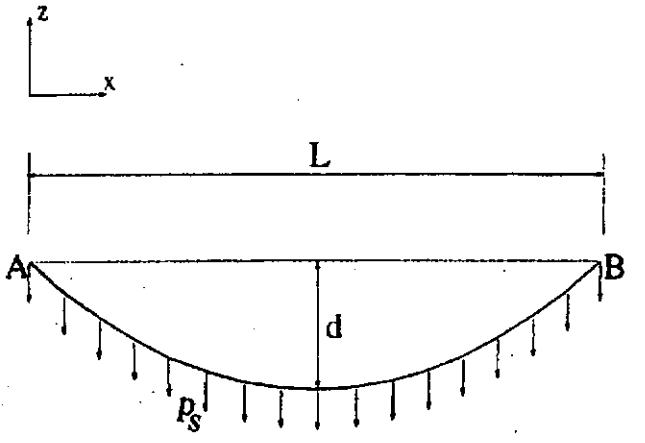


Figura 2.2 – Cabo livremente suspenso

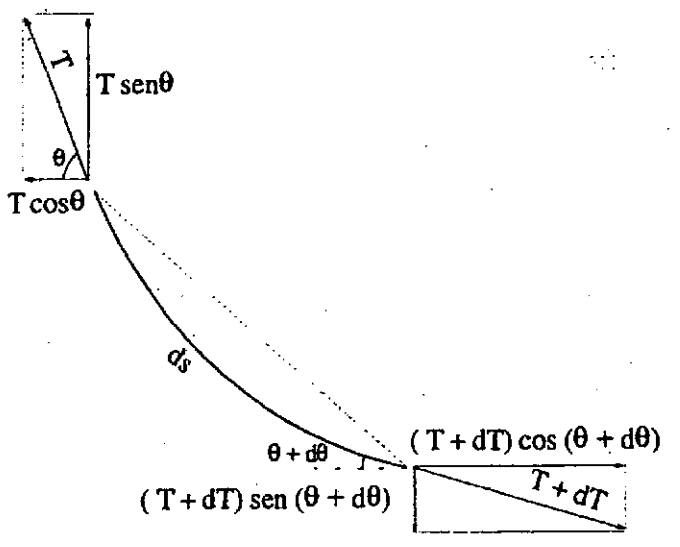


Figura 2.3 – Diagrama de corpo livre de um elemento infinitesimal de cabo

Para cargas uniformes por unidade de comprimento horizontal ($p_x = p_s\ ds/dx =$ constante), a geometria do cabo é uma parábola.

- Equação do Cabo em Catenária

A partir da geometria do cabo, obtém-se:

$$\left(\frac{dx}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = 1 \qquad (2.2)$$

Substituindo-se na equação diferencial da catenária (2.1), tem-se :

$$H\frac{d^2z}{dx^2} = -p_s\left[1+\left(\frac{dz}{dx}\right)^2\right]^{1/2} \qquad (2.3)$$

A força em qualquer ponto do cabo é dada por:

$$T = H\cosh\frac{p_s}{H}\left(\frac{L}{2} - x\right) \qquad (2.4)$$

- Equação do Cabo Parabólico

O perfil do cabo pode ser aproximado por uma parábola, quando a relação entre a flecha d e o vão L dos cabos (fig.2.2) é suficientemente pequena. Nestes casos, pode-se assumir que a distribuição horizontal do carregamento uniforme é aproximadamente igual à distribuição do mesmo ao longo do cabo, podendo-se adotar $p_s\, ds/dx = p = cte$ na equação (2.1).

A solução desta equação que satisfaz às condições de contorno de deslocamentos verticais nulos nos extremos será:

$$H.z = \frac{1}{2}p\left(L.x - x^2\right) \qquad (2.5)$$

A componente horizontal da força no cabo é obtida fazendo-se a flecha máxima

z = d no meio do vão : $$H = \frac{pL^2}{8d} \qquad (2.6)$$

A expressão do comprimento total do cabo é dada por:

$$s = L\left[1 + \frac{8}{3}\left(\frac{d}{L}\right)^2 - \frac{32}{5}\left(\frac{d}{L}\right)^4\right] \qquad (2.7)$$

A força em qualquer ponto do cabo é dada por :

$$T = H\left\{1 + \left[\frac{4d}{L^2}(L - 2.x)\right]^2\right\}^{1/2} \qquad (2.8)$$

Considerando agora o cabo parabólico (d/L pequeno), com extremos na mesma altura, extensível e inicialmente submetido a ação do peso próprio q_w (considerado distribuído ao longo do vão L). Em seguida é aplicado um carregamento uniforme Δq. Deseja-se calcular o acréscimo de força ΔT no cabo e sua nova flecha (d + Δd). Na figura (2.4) está mostrado o cabo parabólico sob ação do carregamento distribuído.

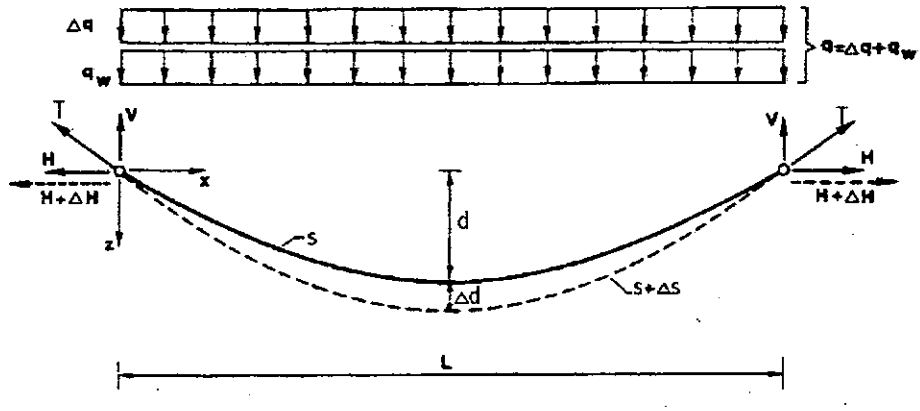


Figura 2.4 – Cabo parabólico sob ação de um carregamento distribuído

A variação do comprimento do cabo Δs é obtida a partir da equação 2.7 e pode ser escrita como:

$$\frac{\Delta s}{\Delta d} = \frac{16}{15}\frac{d}{L}\left(5 - 24\frac{d^2}{L^2}\right) \tag{2.9}$$

Desprezando-se o segundo termo do parêntesis tem-se:

$$\Delta s = \Delta d \frac{16}{3}\frac{d}{L} \tag{2.10}$$

Aproximando-se o incremento de esforço no cabo ΔT à sua componente horizontal ΔH, tem-se:

$$\Delta s \approx \frac{\Delta H.s}{EA} \tag{2.11}$$

onde:

A = área da seção transversal do cabo

E = módulo de elasticidade do cabo

Substituindo a equação (2.11) na (2.10), tem-se:

$$\Delta d \approx \Delta H \frac{s}{EA}\frac{1}{(16/3)(d/L)} \tag{2.12}$$

Explicitando-se o valor de ΔH a partir da equação (2.6) tem-se:

$$\Delta d \approx \frac{\Delta q.L^2}{8d}\frac{s}{EA}\frac{1}{(16/3)(d/L)} \tag{2.13}$$

2.3 A MALHA DE CABOS COMO UM CONTÍNUO

2.3.1 Equações de Equilíbrio

2.3.1.1 Definição da superfície inicial

Uma superfície pode ser definida em termos de coordenadas curvilíneas α_1 e α_2 que definem duas famílias de curvas ortogonais, conforme a figura (2.5).

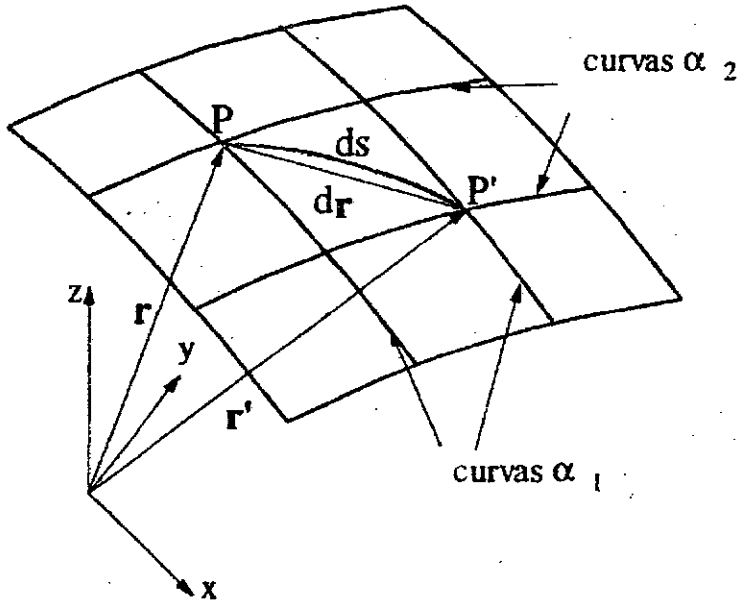


Figura 2.5 – Elemento infinitesimal de superfície

Em uma malha ortogonal, os cabos são representados pelas duas famílias de curvas α_1 e α_2, que inicialmente (superfície inicial) se encontram em planos verticais paralelos. A malha forma uma grade ortogonal no plano xy.

Define-se curvatura Gaussiana como sendo :

$$K = \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) \qquad (2.14)$$

Esta curvatura é arbitrária ao longo da superfície mas o seu sinal é constante (Frei Otto, 1967). Se K>0, as curvaturas são do mesmo sentido e a interseção dessa superfície com um plano horizontal é uma elipse. Se K<0, as curvaturas são de sentidos opostos e a estrutura necessita de protensão para manter a sua geometria.

2.3.1.2 Equações Linearizadas de Equilíbrio para cargas verticais

A maioria das coberturas constituídas por malha de cabos ortogonais, inclusive na forma de parabolóide hiperbólico, são abatidas, ou seja, possuem a relação flecha/vão inferior a 1/8. Esta propriedade da malha propicia várias simplificações no processo de obtenção das tensões e deslocamentos da malha.

Em uma superfície deformada sob ação do carregamento externo p, nas "arestas" do elemento de superfície atuam apenas forças de tração, já que despreza-se a rigidez à flexão dos cabos e também a rigidez ao cisalhamento da malha. Em relação ao carregamento externo, admite-se que na superfície deformada atua a mesma carga p que na superfície inicial. Na equação vetorial de equilíbrio de forças intervêm apenas os incrementos das forças nos cabos e o carregamento externo.

As equações não lineares de equilíbrio juntamente com as relações força-deslocamento (Frei Otto,1967) , descrevem o problema de uma malha de cabos ortogonais abatida qualquer. Algumas simplificações podem ser feitas a partir das equações não lineares de equilíbrio, para facilitar a solução do problema:

- considera-se a superfície formada pela translação de duas parábolas;
- o contorno é regular em planta, como por exemplo, retangular ou elíptico;
- os deslocamentos no plano horizontal são desprezados, assim como os deslocamentos nos bordos;
- serão consideradas somente a ação de cargas verticais;
- os cabos possuem a mesma seção transversal e estão igualmente espaçados, em cada direção.

A partir destas simplificações obtém-se as equações linearizadas de equilíbrio:

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0 \qquad (2.15\ a)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \qquad (2.15\ b)$$

$$H_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + H_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -p_z \qquad (2.15\ c)$$

onde:

$z = z_0 + w$; (2.15 d)

w = deslocamento vertical

Nas equações linearizadas as componentes horizontais H das forças nos cabos podem ser decompostas em duas parcelas:

$$H = H_o + H_p \qquad (2.16)$$

Onde:

H_o = componente horizontal da força de protensão aplicada nos cabos (estado inicial)

H_p = acréscimo de força devido à ação das cargas externas

Esta decomposição é feita com base na hipótese de pequena mudança de direção dos cabos entre o estado inicial e após aplicação dos carregamentos. Logo, tem-se:

$$H_x = H_{x0} + H_{xp}; \qquad (2.17\ a)$$

$$H_y = H_{y0} + H_{yp} \qquad (2.17\ b)$$

Pode-se concluir, a partir das considerações feitas acima, que as componentes horizontais H_x e H_y das forças nos cabos são constantes ao longo dos mesmos.

2.3.1.3 Estado inicial de equilíbrio

O comportamento estrutural da malha de cabos depende essencialmente da protensão inicial aplicada e da geometria inicial.

A equação da superfície do parabolóide hiperbólico (figura 2.1), para o estado inicial de equilíbrio pode ser escrita como:

$$z_0 = -\frac{k_x}{2}x^2 + \frac{k_y}{2}y^2 \qquad (2.18)$$

onde k_x e k_y são as curvaturas nas direções x e y respectivamente, e podem ser escritas como :

$$k_x = \frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2} \qquad (2.19.a)$$

$$k_y = \frac{\partial^2 z_0}{\partial y^2} \qquad (2.19.b)$$

O contorno dessa superfície , ou seja, sua projeção no plano xy pode ser qualquer (retangular, elíptico, etc.). Sendo essa superfície uma rede de cabos ortogonais, pode-se definir dois tipos de cabos, de acordo com a figura (2.6):

- cabos suspensos : são aqueles que possuem curvatura positiva ;

- cabos tensores : são ortogonais aos primeiros e possuem curvatura negativa.

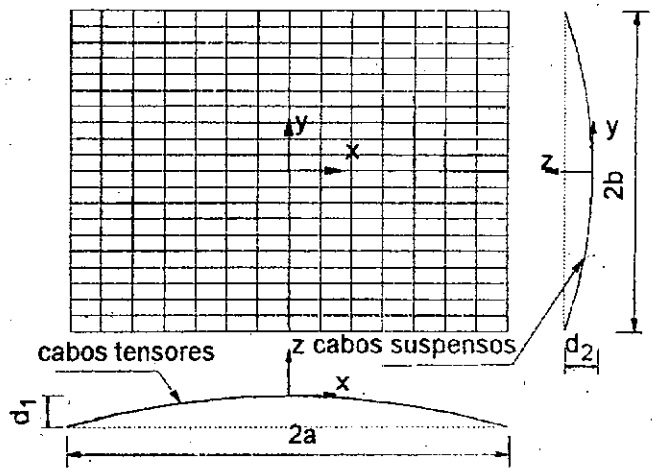


Figura 2.6 – Projeção em planta de uma rede de cabos na forma de parabolóide hiperbólico.

A equação da superfície inicial pode ser escrita como:

$$z_0 = -\frac{d_1}{a^2}x^2 + \frac{d_2}{b^2}y^2 \qquad (2.20)$$

onde:

- d_1 e d_2 são as flechas dos cabos tensores e suspensos, respectivamente;

- a e b são os semi-vãos da rede de cabos.

No estado inicial, como atuam apenas as forças de protensão iniciais, tem-se:

$H_x = H_{x0}$, $H_y = H_{y0}$ e $p_z = 0$.

Logo, as equações linearizadas de equilíbrio para o estado inicial, tomam a forma:

$$\frac{\partial H_{x0}}{\partial x} = 0 \qquad (2.21\ a)$$

$$\frac{\partial H_{y0}}{\partial y} = 0 \qquad (2.21\ b)$$

$$H_{x0}\frac{\partial^2 z_0}{\partial x^2} + H_{y0}\frac{\partial^2 z_0}{\partial y^2} = 0 \qquad (2.21\ c)$$

A partir da combinação das equações (2.21c) e (2.20), tem-se a seguinte relação:

$$\frac{H_{x0}}{H_{y0}} = -\frac{d_2}{d_1}\frac{a^2}{b^2} \qquad (2.22)$$

Esta equação estabelece uma relação entre a geometria inicial do parabolóide hiperbólico e as forças de protensão iniciais. Uma vantagem das malhas de cabos ortogonais, é que a obtenção da superfície inicial não depende do valor das protensões H_{x0} e H_{y0} e sim da relação entre elas. Ou seja, se após uma análise conclui-se que a magnitude das forças de protensão deve ser aumentada, isto pode ser feito sem mudança da geometria inicial, desde que seja satisfeita a equação (2.22) para o caso de parabolóide hiperbólico.

2.3.2 Solução das equações

A estrutura constituída por elementos discretos (cabos) é representada por uma superfície contínua equivalente, em relação à rigidez, para a análise do seu comportamento estático e dinâmico. Será apresentado o método aproximado proposto por Frei Otto para determinação dos acréscimos das componentes horizontais da força nos cabos H_{xp} e H_{yp} e deslocamentos.

Neste item serão obtidos os esforços e deslocamentos para a malha de cabos, através da análise do meio contínuo, para posterior comparação com os resultados obtidos via MEF (métodos dos elementos finitos).

Solução proposta por Frei Otto

Frei Otto apresenta um procedimento geral para determinação das forças nos cabos e deslocamentos em malhas de cabos de superfície regrada para qualquer caso de carga e de geometria de contorno, inclusive considerando os deslocamentos do contorno. As equações integro-diferenciais não lineares resultantes são reescritas na forma discreta (somatórios e diferenças finitas) para serem resolvidas.

É apresentado também por Frei Otto um método aproximado para determinação da ordem de grandeza dos esforços nos cabos e deslocamentos, que pode ser usado para cálculos de pré-dimensionamento. Este método aplica-se ao caso de paraboloide hiperbólico, com contorno regrado e rígido, rigidezas constantes dos cabos $(EA)_x$ e

$(EA)_y$ e carga vertical p_z uniformemente distribuída. Estas hipóteses são as mesmas que originaram as equações linearizadas (2.15).

As componentes horizontais H_x e H_y das forças nos cabos são constantes ao longo de x e y respectivamente, como já concluído anteriormente. Logo, a partir da equação (2.16), pode-se concluir que sendo a protensão inicial nos cabos H_0 constante também, o mesmo ocorre para os acréscimos de força devidos à carga de peso, ou seja, essas forças adicionais são também constantes ao longo dos cabos em que atuam.

A partir da equação de equilíbrio linearizada (2.15 c), e levando-se em conta as equações (2.17 a e b), após simplificações, chega-se a:

$$H_{xp}k_x + H_{yp}k_y + p_z = 0 \qquad (2.23)$$

onde os termos $H_{xp}k_x$ e $H_{yp}k_y$ são as parcelas do carregamento p_z suportados pelos cabos tensores e suspensos respectivamente. Pode-se então reescrever a equação como:

$$\chi_x p_z + \chi_y p_z - p_z = 0 \qquad (2.24)$$

onde:

$$\chi_x + \chi_y = 1$$

A partir de χ_x e χ_y obtém-se os acréscimos de forças H_{xp} e H_{yp} nos cabos devidos ao carregamento p_z. Os valores de χ_x e χ_y podem ser obtidos, com base em algumas simplificações, em função das razões k_y / k_x e $(EA)_y / (EA)_x$. A seguir será apresentado um resumo dos desenvolvimentos para se chegar ao método aproximado apresentado por Frei Otto.

A partir das relações deformação – deslocamento (Frei Otto) e da Lei de Hooke, obtém-se para a direção x:

$$H_{xp} = D_x(x,y).\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)\right] \qquad (2.25)$$

onde :

$$D_x(x,y) = \frac{(EA)_x}{\left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}} \qquad (2.26)$$

u, v = deslocamentos nas direções x e y respectivamente; neste caso de carga vertical p_z apenas tem-se u = v = 0, restando somente o deslocamento vertical w.

Integram-se as equações (2.15 a) e (2.15 b), e levando-se em conta as equações (2.25 e 2.26), obtém-se que:

$$H_{xp} = C_1(y) = D_x(x,y)[\partial u/\partial x + (\partial z/\partial x)(\partial w/\partial x)] \qquad (2.27)$$

$C_1(y)$ é uma função constante na direção x e os limites $[x_i , x_f]$ são as coordenadas inicial e final na direção x da projeção em planta dos cabos, como mostrado na figura (2.7).

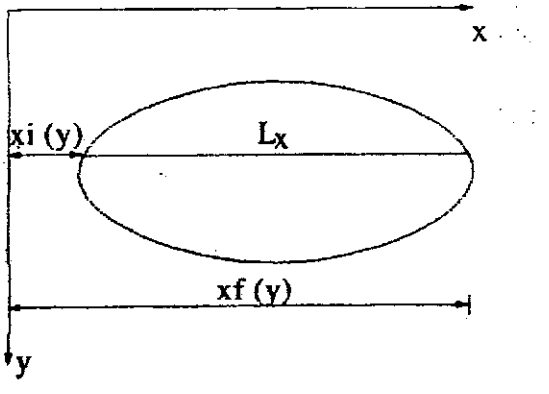


Figura 2.7 Limites inferior e superior de uma cabo da malha

A função de rigidez ϕ_x é definida como:

$$\frac{1}{\phi_x} = \int_{x_i}^{x_f} \frac{dx}{D_x(x,y)} \tag{2.28}$$

Sendo, portanto a função $C_1(y)$ escrita como :

$$C_1(y) = \phi_x \left(- \int_{x_i}^{x_f} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} w dx \right) = H_{xp} \tag{2.29}$$

Combinando-se a equação (2.28) com a equação (2.26), tem-se:

$$\frac{1}{\phi_x} = \int_{x_i}^{x_f} \frac{\left[1 + (\partial z / \partial x)^2\right]^{3/2}}{(EA)_x} dx \tag{2.30}$$

Os valores desta função são obtidos de acordo com a equação da curva que define o cabo, cujos módulos de elasticidade e áreas são constantes.

Da equação (2.18) tem-se que $\partial z/\partial x = k_x x$. Integrando-se a equação (2.30), para contorno simétrico, obtém-se:

$$\frac{1}{\phi_x} = \frac{L_x}{(EA)_x} \left[1 + \frac{1}{2} (k_x x_i)^2 \right] \tag{2.31}$$

onde $L_x = x_f - x_i$.

Para a direção y, adota-se os limites $[y_i, y_f]$ como sendo as coordenadas inicial e final na direção y da projeção em planta dos cabos. As expressões para esta direção são análogas às obtidas para a direção x (equações 2.25 a 2.31).

Uma aproximação satisfatória pode ser feita na equação (2.31), chegando-se a:

$$\phi_x = \frac{(EA)_x}{L_x(1+8n^2)} \qquad (2.32)$$

onde:

$$1+\frac{1}{2}(k_x x_i)^2 \approx 1+8n_x^2 \quad ; \quad n_x = d/L_x \quad ; \quad d = \text{flecha.}$$

Analogamente para a direção y.

Como definido anteriormente, $\chi_x\ p_z$ e $\chi_y\ p_z$ são frações parciais do carregamento vertical p_z, e sua relação vale:

$$\frac{\chi_y}{\chi_x} = \frac{\phi_y k_y^{\,2} \int_{y_i}^{y_f} w\,dy}{\phi_x k_x^{\,2} \int_{x_i}^{x_f} w\,dx}$$

Define-se também as seguintes constantes:

$$\rho = \frac{k_y}{k_x} \quad ; \quad \varphi = \frac{(EA)_y}{(EA)_x} = \text{constante} \qquad (2.33)$$

A partir das expressões de ϕ_x e ϕ_y (equação 2.32), e fazendo aproximações levando-se em conta que as deformadas das duas famílias de cabos são similares, obtém-se então :

$$\chi_x = \frac{1}{1+\varphi\rho^2} \quad ; \quad \chi_y = \frac{\varphi\rho^2}{1+\varphi\rho^2} = 1-\chi_x \qquad (2.34)$$

As forças adicionais devidas ao carregamento p_z podem ser escritas como:

$$H_{xp} \cong \chi_x \frac{p_z}{k_x} \qquad (2.35\ a)$$

$$H_{yp} \cong -\chi_y \frac{p_z}{k_y} \qquad (2.35\ b)$$

A fração parcial de carregamento χ_x também pode ser obtida através do ábaco de χ_x como função de φ e ρ, mostrado na figura (2.8).

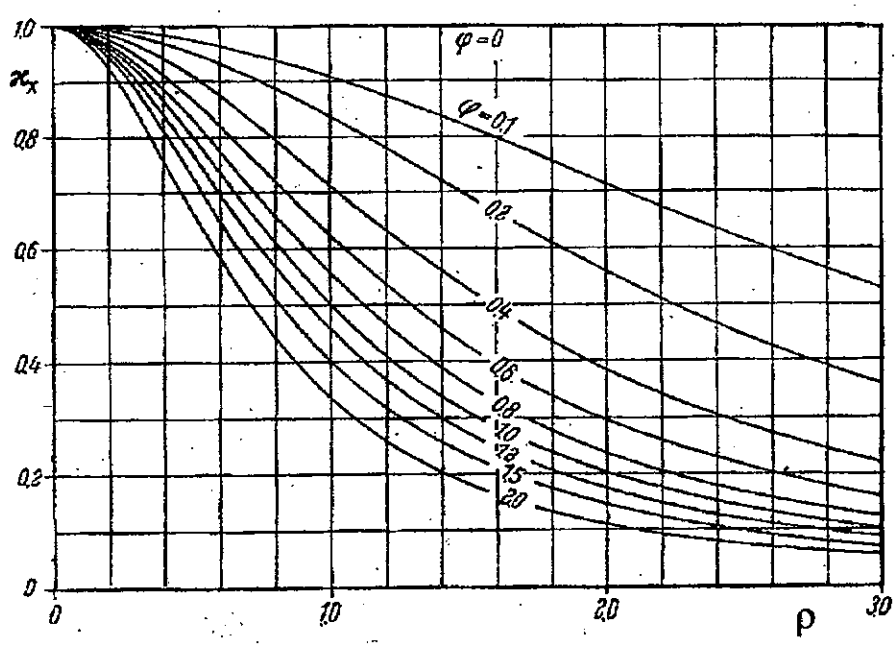


Figura 2.8 – Fração Parcial de carregamento χ_x como função de μ e ρ (F.Otto)

Fazendo-se a aproximação:

$$\int_{x_i}^{x_f} w.dx = w_m L_x$$

Onde w_m é a média dos deslocamentos verticais na malha e pode ser obtido pela equação:

$$w_m = \frac{\chi_x p_z}{\phi_x L_x k_x^2} \qquad (2.36)$$

Para carga vertical uniformemente distribuída, o deslocamento no centro da malha (w_0) pode ser obtido através da seguinte aproximação:

$$w_0 \approx (1{,}1 \text{ a } 1{,}25) \cdot w_m \qquad (2.37)$$

2.3.3 Geometria do Contorno da Malha de Cabos

Coberturas no formato de parabolóide hiperbólico costumam ter a malha de cabos ancorada em cabos de contorno, elementos submetidos à flexão ou em anéis. A geometria do contorno deve ser tal que induza o aparecimento de esforços de flexão suficientemente pequenos, ou até mesmo nulos nesses elementos de contorno.

Para a superfície inicial da malha de cabos sob ação somente dos esforços axiais de protensão, fazendo-se $H_x = H_{x0}$ = constante e $H_y = H_{y0}$ = constante, tem-se:

$$\frac{H_{y0}}{2}x^2 + \frac{H_{x0}}{2}y^2 + a_1 y + b_1 x + c_1 = 0 \qquad (2.38)$$

onde a_1 , b_1 , c_1 são constantes que podem ser determinadas levando-se em conta 3 pontos da curva ou qualquer outra condição geométrica.

Esta equação representa uma elipse cujos semi-eixos maior (a) e menor (b) são paralelos a x e y respectivamente. Pode ser reescrita como:

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1 \qquad (2.39)$$

onde (x_0, y_0) são as coordenadas do centro da elipse.

Fazendo as coordenadas do centro da elipse coincidir com a origem do sistema de eixos, obtém-se outra relação entre as protensões iniciais e a geometria de parabolóide hiperbólico.

$$\frac{a}{b} = \sqrt{\frac{H_{x0}}{H_{y0}}} \qquad (2.40)$$

A partir desta relação pode-se definir a geometria do contorno para a qual o elemento de ancoragem da malha na forma de parabolóide hiperbólico fica sujeito apenas a compressão no estado inicial.

2.4 MÉTODO APROXIMADO DE ANÁLISE DA MALHA DE CABOS

2.4.1 Formulação do Método

A malha de cabos, por se tratar de uma estrutura estaticamente indeterminada, necessita de uma fase de definição hipotética das características geométricas e mecânicas do elemento estrutural, indispensável para se proceder a análise estrutural e a verificação de resistência.

Majowiecki (1985) apresenta um método aproximado de análise para estimativa da protensão inicial a ser dada na malha de cabos, baseado nas equações para o cabo isolado. Este método fornece uma ordem de grandeza dos resultados, devendo ser realizada a análise definitiva para o dimensionamento executivo.

Neste método, a malha de cabos no formato do parabolóide hiperbólico é representada por 2 faixas unitárias segundo x e y (fig.2.9a) ortogonais, que se interceptam no ponto onde as duas tangentes são nulas (centro da sela). As duas porções de parabolóide (fig.2.9b) pode ser representada por dois cabos, cada um deles contido em seu plano vertical (fig.2.9c). O problema espacial reduz-se então ao caso plano, podendo ser resolvido por analogia ao caso de dois cabos isolados contidos no mesmo plano (fig.2.9d), com a concordância no ponto de contato dos dois cabos. Pode-se então

utilizar as fórmulas aproximadas para o caso plano apresentadas a seguir. Com o método simplificado a ser ilustrado, é possível obter informações sobre o estado de solicitação e deformação da membrana contínua equivalente.

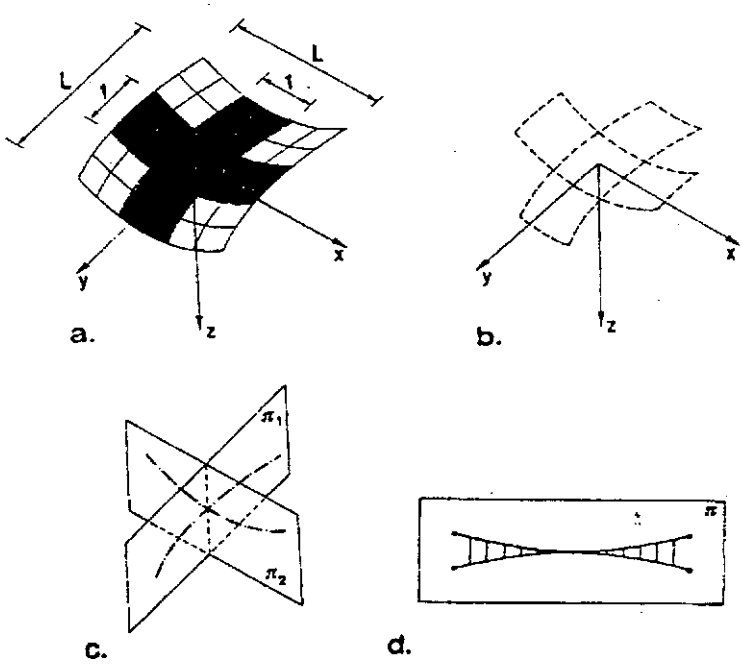


Figura 2.9 - Esquema geométrico simplificado para análise da malha de cabos (redução ao caso plano).

2.4.2 Coeficiente de rigidez à translação vertical da seção central do cabo

A partir da equação (2.13) para o cabo isolado, é possível obter o coeficiente de rigidez à translação vertical da seção central do cabo. Fazendo $\Delta d=1$ e $L \cong s$, tem-se:

$$K_m = \frac{128}{3}\frac{EAd^2}{L^4} \qquad (2.41)$$

Pode-se afirmar, omitindo-se a constante, que (figura 2.10):

$$K_m \equiv \frac{d^2 EA}{L^4} \qquad (2.42)$$

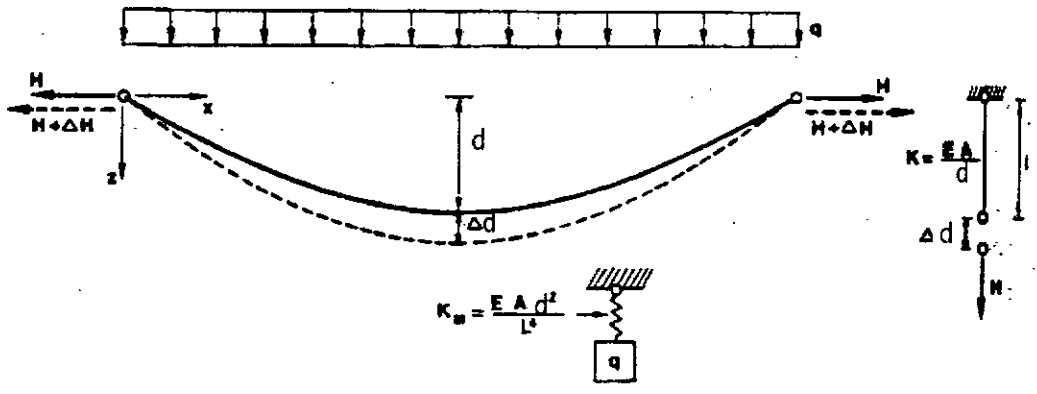


Figura 2.10 - Rigidez à translação vertical

2.4.3 Definição do coeficiente de repartição

A análise simplificada do cabo isolado está baseada no esquema estrutural ilustrado na figura (2.11). Mediante a definição do coeficiente de rigidez à translação, o esquema se reduz ao de uma mola fictícia de rigidez K_1 e K_2. Esta hipótese introduz as seguintes simplificações:

1. Os deslocamentos horizontais são considerados desprezíveis em relação aos deslocamentos verticais.

2. A protensão é considerada como um carregamento equivalente, uniformemente distribuído.

3. A compatibilidade do sistema é alcançada só no ponto central ($\Delta d_1 = \Delta d_2$).

4. A ação mútua entre o cabo tensor (estabilizante) e o suspenso (portante) é uniformemente distribuída, e é representada como um carregamento externo. Como resultado o cabo tensor e o cabo suspenso possuem uma configuração de parábola em regime elástico.

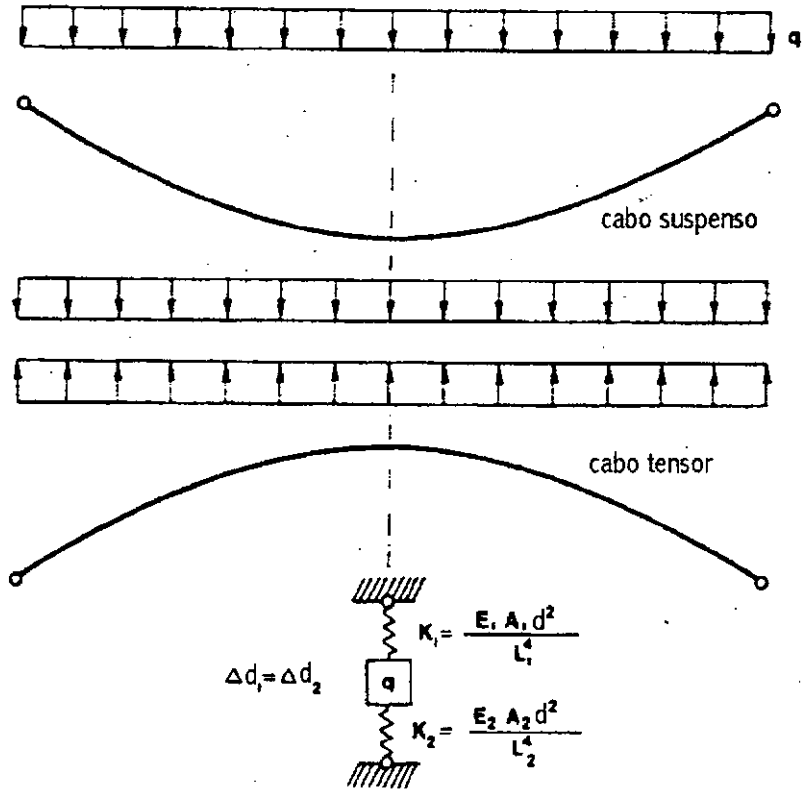


Figura 2.11 – Tensoestrutura plana – esquema estrutural simplificado

Com base nestas hipóteses, pode-se adotar o coeficiente de rigidez definido anteriormente. É possível, entretanto, estabelecer um coeficiente de repartição, que permita se dividir o carregamento atuante sobre dois cabos proporcionalmente ao coeficiente de rigidez. Pode-se, portanto, encontrar qual parcela de carregamento atua em cada cabo.

Indicando-se com os índices 1 e 2 os cabos tensores e suspensos respectivamente, o coeficiente de repartição é dado por:

$$c_1 = \frac{K_1}{K_1 + K_2} \quad ; \quad c_2 = \frac{K_2}{K_1 + K_2} \tag{2.43}$$

onde:

$$K_1 = \frac{E_1 A_1 d_1^2}{L_1^4} \quad ; \quad K_2 = \frac{E_2 A_2 d_2^2}{L_2^4} \tag{2.44}$$

2.4.4 Repartição de um carregamento genérico

Considera-se a malha no estado inicial sujeita somente à protensão, na forma de um carregamento fictício uniformemente distribuído P. Aplica-se em seguida um carregamento q no cabo suspenso e deseja-se conhecer as variações nas forças de tração no cabo. ΔP é a queda de protensão representada como um carregamento fictício uniformemente distribuído. (P - ΔP) é resíduo de protensão representada como um carregamento fictício uniformemente distribuído.

A situação geral de carregamento é representada por:

- para o cabo suspenso:

$$P + (q - \Delta P) = P + q.c_2 \tag{2.45}$$

- para o cabo tensor:

$$(P - \Delta P) = (P - q.c_1) \tag{2.46}$$

Substituindo a repartição do carregamento externo na equação (2.6) (componente horizontal da força para o cabo isolado), obtém-se as forças nos cabos suspensos e tensores:

$$H_1 = \frac{(P - \Delta P)L_1^2}{8d_1} \tag{2.47a}$$

$$H_2 = \frac{[P + (q - \Delta P)]L_2^2}{8d_2} \tag{2.47b}$$

A componente vertical é dada por:

$$V_1 = (P - \Delta P)\frac{L_1}{2} \tag{2.48a}$$

$$V_2 = [P + (q - \Delta P)]\frac{L_2}{2} \tag{2.48b}$$

Portanto, o esforço resultante no cabo é:

$$T_1 = \sqrt{H_1^2 + V_1^2} \tag{2.49a}$$

$$T_2 = \sqrt{H_2^2 + V_2^2} \tag{2.49b}$$

A partir da equação (2.13), obtém-se o valor do deslocamento no centro do cabo:

$$\Delta d = \frac{\Delta s_1}{(16/3)(d_1/L_1)} \tag{2.50}$$

No estado inicial (estado "0"), na ausência do carregamento permanente, somente sob ação da protensão, tem-se:

$$H_{10} = \frac{PL_1^2}{8d_1} \qquad (2.51\ a)$$

$$H_{20} = \frac{PL_2^2}{8d_2} \qquad (2.51\ b)$$

Na presença do carregamento permanente q_w tem-se:

$$H_{10} = \frac{PL_1^2}{8d_1} \qquad (2.52\ a)$$

$$H_{20} = \frac{(P+q_w)L_2^2}{8d_2} \qquad (2.52\ b)$$

Pode-se notar que, na ausência de carregamento permanente q_w , as curvaturas dos cabos são inversamente proporcionais ao esforço horizontal, logo tem-se:

$$\frac{d_{20}L_1^2}{d_{10}L_2^2} = \frac{H_{10}}{H_{20}} \qquad (2.53)$$

Para o caso de L_1=L_2 , pode-se observar que os esforços horizontais nos cabos são inversamente proporcionais às flechas:

$$H_{10} = H_{20}\frac{d_{20}}{d_{10}} \qquad (2.54)$$

2.5 ANÁLISE DA MALHA DE CABOS VIA MEF

Na análise da malha de cabos como um meio contínuo, esta é tratada estruturalmente como uma membrana em que é desprezada a rigidez ao cisalhamento . Já na discretização em elementos finitos, a malha de cabos é analisada como um sistema discreto de hastes articuladas com rigidez à tração apenas, levando-se em conta a sua não linearidade geométrica Este é o processo empregado neste trabalho para a análise da malha de cabos.

O elemento utilizado para a discretização da malha de cabos é o elemento de cabo treliça espacial . O cabo é discretizado em uma série de elementos de treliça com não linearidade geométrica . Para o caso da malha de cabos, em cada cruzamento de cabos é necessário um nó, e o elemento mais indicado é o elemento cabo-treliça. O elemento de cabo-treliça é um elemento de treliça em que é desprezada a rigidez à compressão. Se em alguma etapa do processo de solução algum elemento tiver encurtamento, sua rigidez será anulada.

A matriz de rigidez deste elemento é dada por:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_E + \mathbf{K}_G \qquad (2.55)$$

onde $\mathbf{K}_E$ é a matriz de rigidez elástica linear e $\mathbf{K}_G$ é a matriz de rigidez geométrica, com atualização em cada iteração do processo de Newton-Raphson, usado na solução das equações não lineares.

Essas matrizes possuem dimensão [12 X 12], e seus elementos são:

- $\mathbf{K_E}$: matriz [12 X 12] , simétrica, com $K_E^{1,1} = - K_E^{1,7} = K_E^{7,7} = EA/L$, e os demais elementos não simétricos a esses nulos.
- $\mathbf{K_G}$: matriz [12 X 12] , simétrica, com $K_G^{2,2} = K_G^{3,3} = K_G^{8,8} = K_G^{9,9} = - K_G^{2,8} = - K_G^{3,9} = F/L$, e os demais elementos não simétricos a esses nulos.

As grandezas E , A , L e F são, respectivamente, o módulo de elasticidade, a área da seção transversal, o comprimento do elemento e a força axial no elemento.

2.6 COMPORTAMENTO ESTÁTICO SOB CARGA UNIFORME

Neste item serão mostrados alguns resultados já conhecidos sobre o comportamento estático da estrutura constituída por cabos e sob carga uniforme, obtidos das referências (Pfeil, Hallak, 1997).

Os parâmetros que influenciam o comportamento destas estruturas são:

- nível de protensão
- nível e distribuição espacial do carregamento
- valor e distribuição das características de rigidez axial dos cabos
- flexibilidade e geometria do contorno
- curvaturas da superfície

Uma análise paramétrica foi realizada a partir de um exemplo de base de malha uniforme de cabos, ancorada em um anel espacial de bordo com projeção horizontal

elíptica, e submetida à um carregamento de gravidade uniformemente distribuído no plano. Utilizou-se a análise não-linear via método dos elementos finitos.

Foram analisados dois casos de curvatura, e em termos de flexibilidade do contorno foram consideradas duas situações extremas:

- contorno rígido, com deslocamentos impedidos nas três direções
- contorno flexível, com deslocamento vertical impedido e movimento horizontal livre.

Com base no exemplo descrito foram estudadas as influências do nível de carga p, do nível de protensão H_0, do valor da rigidez axial dos cabos EA, da curvatura e da flexibilidade do contorno. Os resultados foram apresentados em termos de deslocamentos no centro da malha e em dois pontos do contorno (para o caso de contorno flexível), e de componentes horizontais H das forças nos cabos.

As figuras (2.12 a) e (2.12 b) mostram a variação do deslocamento vertical w no centro da malha com o nível de carga p. A fig. (2.12 a) refere-se ao contorno rígido e aos dois casos de curvatura considerados. Observa-se que com o contorno rígido a malha exibe uma resposta carga x deslocamento linear, para este carregamento uniforme, sendo maior a rigidez da malha de maiores curvaturas (n=2). Na fig. (2.12 b) tem-se as respostas das malhas com contorno flexível, as quais são não lineares, com ganho de rigidez, nos dois casos de curvaturas. Verifica-se que neste caso de contorno bem flexível, a curvatura da malha não influenciou significativamente a resposta, ao contrário do que se observou para o contorno rígido. As curvas referentes ao contorno

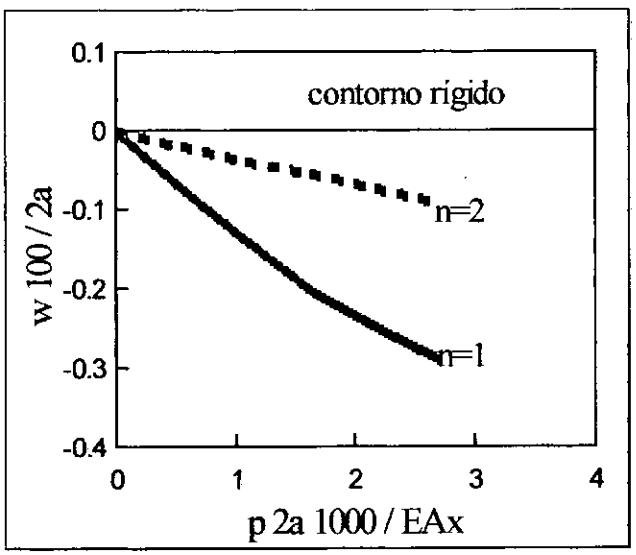
rígido estão ilustradas novamente na figura (2.12 b), para que se observe a diferença na ordem de grandeza das respostas nos dois casos.

O aspecto da projeção horizontal da deformada do anel de bordo está representado na figura (2.12 c), com o ponto 1 deslocando-se para dentro e o ponto 2 para fora do anel. Na figura (2.12 d) está mostrada a variação dos deslocamentos horizontais destes pontos 1 e 2 do anel de bordo, com o acréscimo de carga. Verifica-se que a resposta é também não-linear, e que quanto maior a curvatura da malha, maiores são esses deslocamentos. No sentido de evitar deslocamentos excessivos do anel, deve-se então adotar curvaturas pequenas.

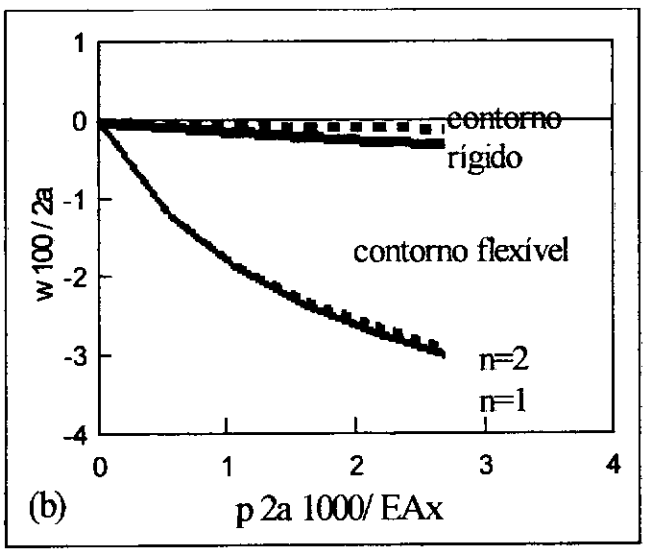
As figuras (2.13) apresentam os resultados em termos da relação entre as componentes horizontais H da força total e H_0 da força de protensão em dois cabos bastante representativos, os cabos suspenso (S) e tensor (T) centrais. Para carga uniforme, os esforços no cabos tensor central são praticamente iguais aos dos cabos tensores situados em uma faixa central de largura b (em um vão igual a 2b), enquanto o cabo suspenso central representa os cabos em uma faixa central de largura a, conforme mostrado na figura (2.13 a).

Na figura (2.13 b), referente ao contorno rígido, verifica-se que, com o acréscimo do carregamento de gravidade, o esforço dos cabos suspensos aumenta em relação à protensão ($H/H_0 > 1$), enquanto que os cabos tensores vão sendo desprotendidos. Estes acréscimos / decréscimos de esforços são mais pronunciados quanto menores forem as curvaturas das superfícies. A consideração de flexibilidade do contorno altera este comportamento, e conforme se vê na fig. (2.13 c), todos os cabos

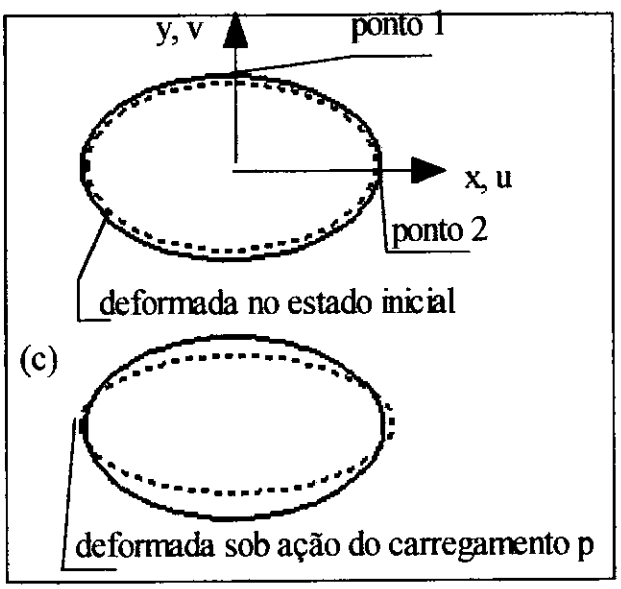
tensores e suspensos, têm acréscimos de esforços com o aumento no carregamento. Neste caso as curvaturas da superfície não tiveram influência significativa.

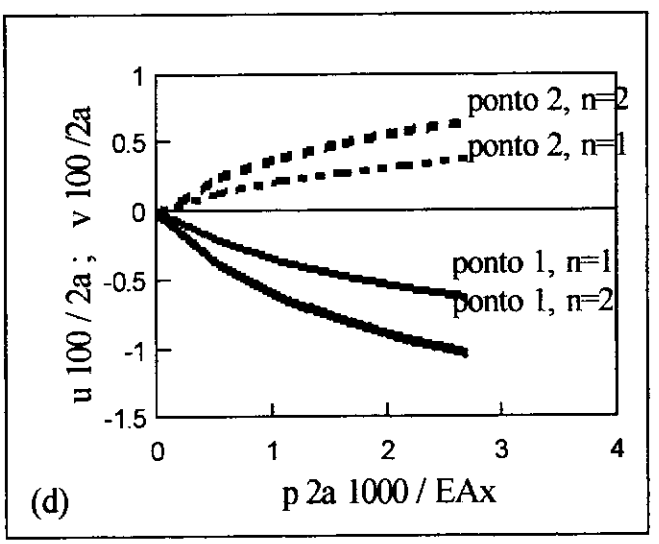


(a)



(b)





Figuras 2.12 – Respostas em termos de deslocamentos para carregamento crescente. (a) deslocamento w no centro da malha para contorno rígido. (b) deslocamento w para contorno flexível. (c) aspecto da deformada do anel de bordo. (d) deslocamentos horizontais dos pontos 1 e 2 do anel de bordo.

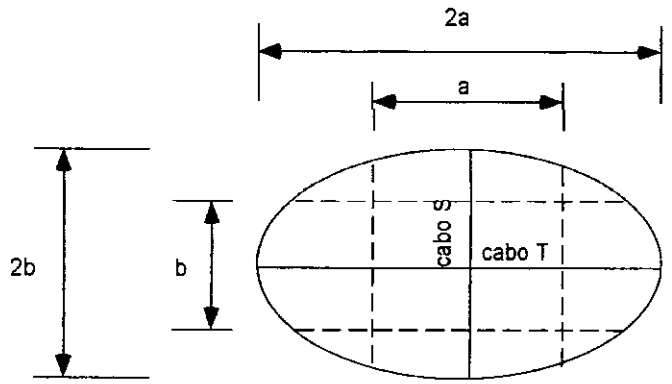
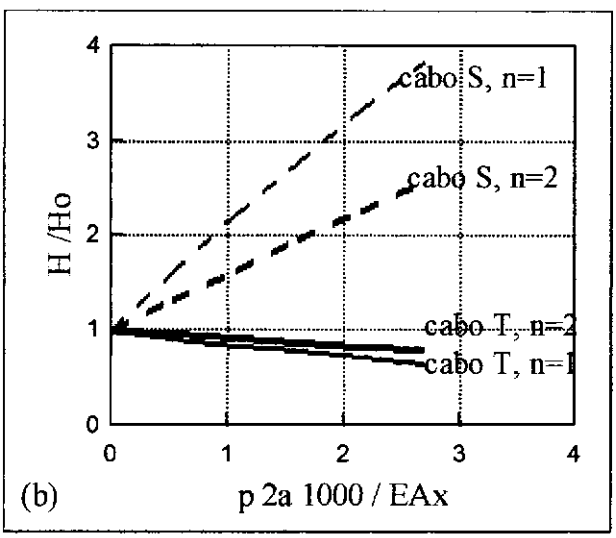
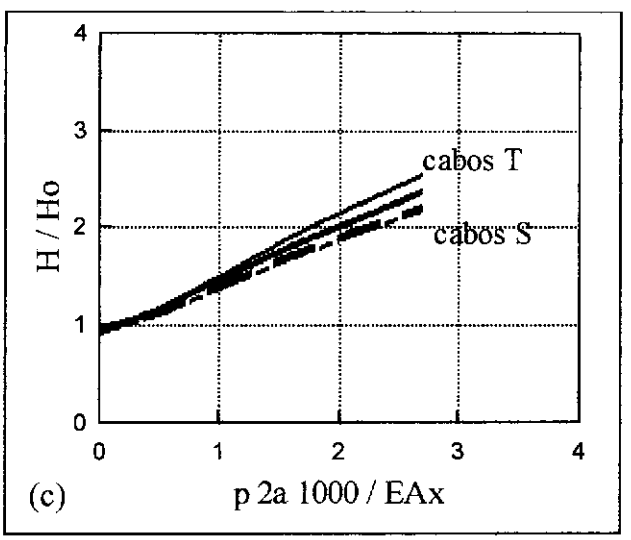


Figura 2.13 a) – Cabos tensor e suspenso centrais





Figuras 2.13 – Respostas em termos de esforços nos cabos para carregamento crescente. (b) resultados para contorno rígido; (c) resultados para contorno flexível.

Estão mostrados também os resultados para outra malha de contorno retangular em planta, obtidos da referência (Hallak,1996). A malha analisada está mostrada na figura (2.14 a). Na figura (2.14 b) está mostrada a posição relativa de alguns nós e cabos da malha que foram utilizados para o estudo paramétrico. Foi feita análise para ¼ da

malha uma vez que esta é simétrica aos eixos x e y, tanto em relação à sua geometria quanto em relação aos carregamentos aplicados.

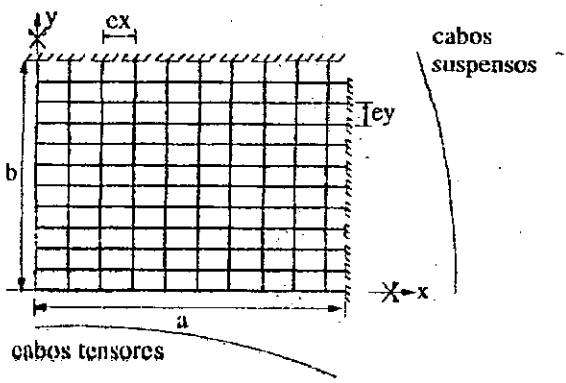


Figura 2.14 a) – Projeção em planta de ¼ da malha de cabos

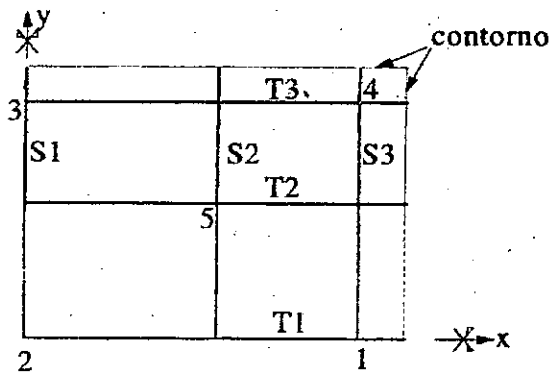


Figura 2.14 b)– Nós e cabos analisados

Estes resultados estão sendo mostrados com o objetivo de ilustrar o comportamento da malha de cabos submetida a nível de cargas maiores do que os apresentados anteriormente. Com carregamentos maiores, observa-se que ocorre o afrouxamento de alguns cabos, alterando o comportamento da malha, como é mostrado a seguir na figura (2.15).

A figura (2.15) pode ser analisada em três etapas distintas de comportamento. A primeira é aquela em que todos os cabos (tensores e suspensos) se mantêm tracionados após a aplicação da carga externa e a estrutura se comporta como uma malha de cabos. A partir da abcissa 5,4 onde começa a segunda etapa, denominada transição, alguns cabos tensores ficam frouxos, começando pelos cabos tensores próximos ao centro seguindo-se os demais na direção do contorno. Quando um cabo fica frouxo, este tem sua rigidez anulada, não possuindo nenhuma função estrutural e os esforços são

absorvidos pelos cabos suspensos. Observa-se que à medida que os cabos tensores ficam frouxos (etapa 2 na figura 2.15), os valores dos esforços nos cabos suspensos se aproximam. A última etapa ocorre quando os cabos tensores da região central da malha estão frouxos, não tendo nenhuma função estrutural. Nesta condição, praticamente os cabos suspensos são os únicos a trabalharem efetivamente para manter o equilíbrio da estrutura.

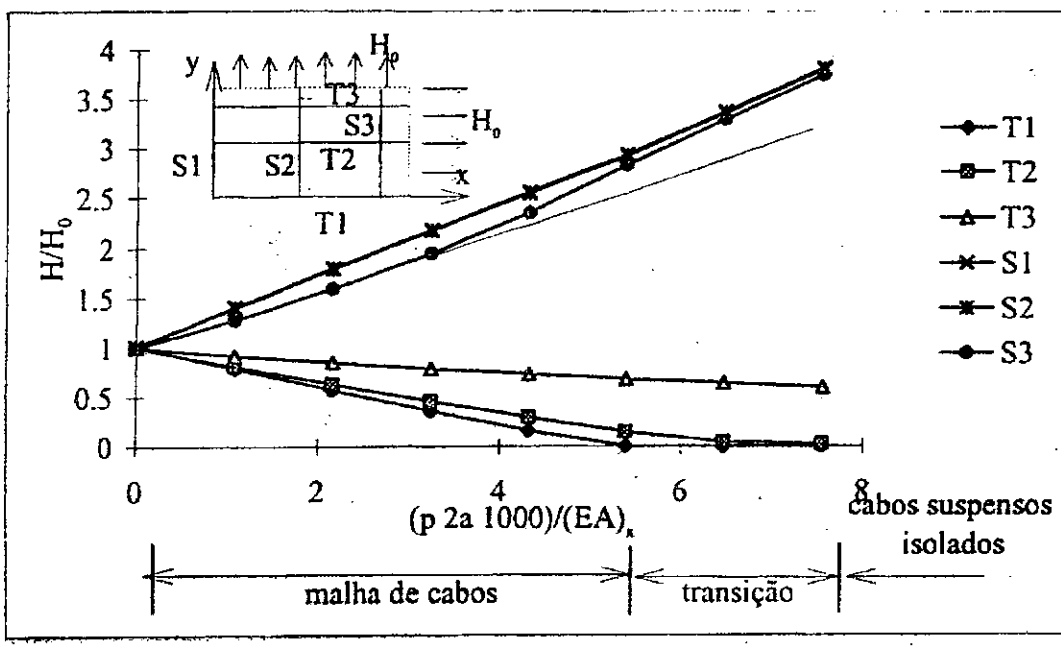


Figura 2.15 – Variação da força em alguns cabos da malha com a carga externa

A malha de cabos pode apresentar comportamento não linear, mesmo sem nenhum cabo afrouxar, quando submetida a carregamentos não uniformes. O efeito de vento produz não uniformidade da carga, podendo ter regiões da cobertura sob pressão e outras sob sucção no mesmo instante de tempo. A não linearidade oriunda deste carregamento no comportamento estático da malha será investigado no capítulo 4.

CAPÍTULO 3 - AÇÃO DINÂMICA DE VENTO TURBULENTO

3.1 INTRODUÇÃO

As forças de vento sobre uma estrutura constituem um carregamento variável no tempo e no espaço. Dependendo de suas características dinâmicas (frequências de vibração e modos), as estruturas podem desenvolver forças de inércia ao serem solicitadas pelas forças de vento, e nesse caso, não é válida a análise estrutural convencional baseada em forças estáticas equivalentes. As estruturas formadas por malha de cabos protendidos de grandes vãos são geralmente vulneráveis à ação dinâmica do vento, podendo ainda exibir um comportamento não linear.

Alguns efeitos indesejáveis e colapsos parciais de estruturas tensionadas foram causados pelo efeito do vento. Alguns casos podem ser citados, como o das vibrações causadas pelo vento na cobertura do Raleigh Arena, nos EUA, onde foi necessária a criação de tirantes adicionais (Buchholdt,1985). Outro caso também ocorreu mais tarde na Itália, onde houve o colapso parcial de uma estrutura tipo "tenda", causado por ventos fortes (Buchholdt,1985). Pode-se citar também o caso do Pavilhão de São Cristóvão, no Rio de Janeiro, que teve suas telhas da cobertura destruídas por uma forte tempestade. Estas telhas foram recolocadas e a cobertura foi reforçada com tirantes internos para suportar o efeito de vento logo depois de sua construção, em 1959. Em 1991, a cobertura sofreu um incêndio. Além disso foi reportada a ocorrência de corrosão nas ancoragens, finalmente sendo levada ao colapso durante uma forte tempestade.

Neste capítulo será apresentado o conceito de turbulência, as características do vetor velocidade de vento (propriedades estatísticas), juntamente com um método para geração de histórias de velocidade de vento, para utilização em análises no domínio do tempo. Posteriormente, será mostrado o cálculo da pressão e da força devida ao vento, e a obtenção dos coeficientes de pressão para as coberturas com cabos.

3.2 TURBULÊNCIA

3.2.1 Conceito de Turbulência

Segundo Blessmann (1990), a turbulência para o caso de vento natural, é originada por *"movimentos circulatórios da atmosfera, causados por transformações termodinâmicas e pela rotação da Terra (forças de Coriolis)"*. Também é ocasionada pela *"rugosidade superficial"*, constituída por todos os obstáculos naturais (florestas, árvores, montanhas, ilhas, ondas...), ou criados pelo homem (plantações, edificações, etc. ...).

Os turbilhões são constituídos por grandes redemoinhos, localizados em determinados pontos do escoamento. Eles originam as rajadas de vento, que ocorrem em uma seqüência aleatória de freqüências e intensidades. As rajadas mais velozes são de menor duração (fração de segundo) e atuam sobre uma pequena região. Correspondem à chegada simultânea ao ponto em estudo de turbilhões de diversas dimensões e em condições tais que seus efeitos se superpõem.

O estudo da turbulência é muito complexo, por tratar-se de um fenômeno aleatório. Os turbilhões se desfazem constantemente, refazendo-se em novos sistemas, com ao menos parte das partículas diferentes. Devido à dificuldade de tratamento matemático, o assunto passou a ser tratado estatisticamente. O estudo matemático da turbulência estatística foi iniciado por Theodore von Kármán (referência nº 85 em Blessman,1990) , que definia a turbulência como *"flutuações irregulares da velocidade, governadas por equilíbrio estatístico"*. Desta definição, Blessmann (1990) extraiu as duas palavras chave para o estudo matemático da turbulência: *"flutuações e irregularidade"*.

Para levar em conta as flutuações no decorrer do tempo em torno de um valor médio, é considerado um vetor de velocidade média, $\bar{\mathbf{V}}(\mathbf{r})$, função do vetor posição $\mathbf{r}$, e componentes variáveis no tempo (flutuações) segundo três eixos coordenados retangulares. O sistema de eixos x_1, x_2, x_3, tem o eixo x_1 orientado na direção e sentido do vetor velocidade média, conforme ilustrado na figura (3.1).

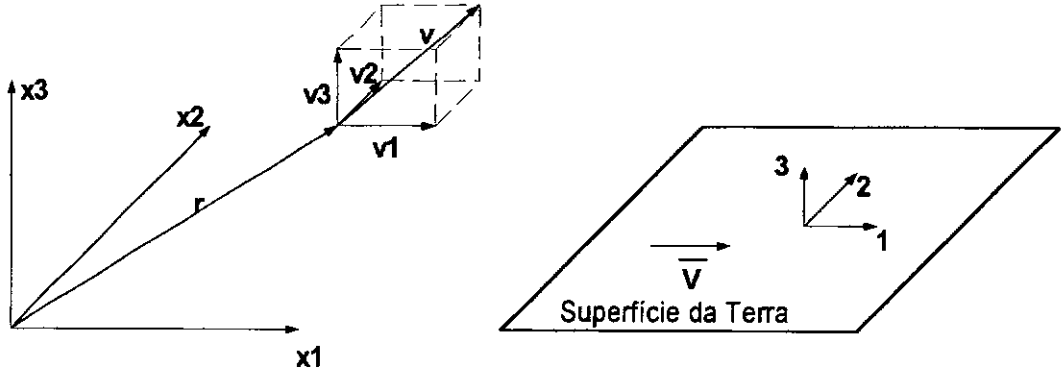


Figura 3.1 – Vetor Velocidade

Em um dado instante t, o vetor velocidade no ponto $\mathbf{r}$ será dado por:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r},t) = \bar{\mathbf{V}}(\mathbf{r}) + \mathbf{v}(\mathbf{r},t) \qquad (3.1)$$

Onde $\mathbf{v}(\mathbf{r},t)$ é o vetor flutuação de velocidade (vetor rajada, no caso do vento natural), que pode ser decomposto em suas componentes em três direções ortogonais (ver fig.3.1):

$$\mathbf{v}(\mathbf{r},t) = \mathbf{v}_1(\mathbf{r},t) + \mathbf{v}_2(\mathbf{r},t) + \mathbf{v}_3(\mathbf{r},t) \qquad (3.2)$$

Devido a irregularidade das flutuações, que não permite um tratamento determinístico, é realizado um estudo por meio da teoria da probabilidade e de médias estatísticas. Trata-se de um fenômeno aleatório, onde os registros diferem entre si, porém apresentam alguma regularidade no sentido estatístico, quando o número de amostras é suficientemente grande.

É adotada a hipótese simplificadora de que as flutuações em torno do valor médio constituem um processo aleatório estacionário e ergódico. Um processo aleatório é estacionário quando as propriedades estatísticas (média, média quadrática, etc.) independem do tempo inicial tomado para o cálculo. Um processo aleatório estacionário é ergódico quando uma amostra é típica do processo, ou seja, basta usar uma amostra suficientemente longa do processo, para o cálculo das propriedades estatísticas. Um processo ergódico é necessariamente estacionário. As flutuações ($\mathbf{v}_1$, $\mathbf{v}_2$, $\mathbf{v}_3$) serão tratadas como processos aleatórios de média zero.

3.2.2 Parâmetros Estatísticos de um Processo Aleatório

Dada uma variável aleatória x(t) em um processo estacionário e ergódico, são definidos os seguintes parâmetros estatísticos:

- Valor médio ou média

$$\bar{x} = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)dt \qquad (3.3)$$

- Valor quadrado médio ou média quadrática

$$\bar{x^2} = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t)dt \qquad (3.4)$$

- Variância

$$\sigma_x^2 = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left[x(t) - \bar{x} \right]^2 dt = \bar{x^2} - \bar{x}^2 \qquad (3.5)$$

Logo:

$$\bar{x^2} = \bar{x}^2 + \sigma_x^2 \qquad (3.6)$$

Se o processo tem média zero, a média quadrática é igual a variância.

- Valor da raiz média quadrática ou valor RMS (root mean square)

É a raiz quadrada positiva da média quadrática.

- Desvio Padrão

É a raiz quadrada positiva da variância: $\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$ (3.7)

Tanto a variância como o desvio padrão constituem medidas da dispersão das flutuações em torno da média. Além disso, a variância está diretamente ligada à energia cinética contida nas flutuações da velocidade.

- Função de autocorrelação ou correlação temporal

$$R_x(\tau) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t).x(t+\tau).dt \qquad (3.8)$$

A função de autocorrelação é uma medida da interdependência entre os valores de uma amostra de processo aleatório ergódico x(t) no instante de tempo t e o valor em um outro instante $t + \tau$, com uma defasagem de τ em relação ao primeiro instante. Espera-se que quanto menor a defasagem τ, maior seja a correlação entre dois valores. Para τ=0 a função de autocorrelação $R_x(\tau)$ iguala-se à média quadrática e também à variância , se a média for nula .

Para processos estacionários, a correlação temporal independe de t_0 (início) Esta função também é conhecida como função de autocovariância.

3.2.3 Parâmetros Estatísticos aplicados à Velocidade de Vento

A distribuição probabilística das flutuações da velocidade de vento foi adotada de acordo com a lei de Gauss, também conhecida como distribuição normal.

Nas definições anteriores, o intervalo de tempo T tende para infinito, e as propriedades estatísticas são definidas como funções limites. Fisicamente significa um período de tempo suficientemente longo para se obter um valor representativo como média estatística.

No estudo de vento para fins de engenharia civil, a média é calculada para um período que vai de alguns minutos a uma hora. As flutuações (rajadas) são da ordem de segundos ou dezenas de segundos (Blessmann , 1990). Logo, o intervalo de tempo T deve ser suficientemente grande em relação à duração das flutuações consideradas, e pequeno comparado com o período das oscilações lentas do fluxo, para que estas não influam na velocidade média.

- Velocidade Média

$$\bar{\mathbf{V}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{V}(\mathbf{r}, t)dt \qquad (3.9)$$

- Variância da Flutuação de Velocidade

$$\sigma_v^2(\mathbf{r}) = \frac{1}{T}\int_0^T \mathbf{v}^2(\mathbf{r}, t)dt \quad , \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 \text{ ou } \mathbf{v}_3 \qquad (3.10)$$

- Desvio Padrão da Flutuação de Velocidade

É a raiz quadrada positiva da variância:

$$\sigma_v(\mathbf{r}) = \sqrt{\sigma_v^2(\mathbf{r})} \quad , \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 \text{ ou } \mathbf{v}_3 \qquad (3.11)$$

3.2.4 Propriedades Estatísticas da Turbulência

- Intensidade da turbulência

A intensidade da turbulência é o quociente entre o desvio padrão das flutuações e uma velocidade de referência, que pode ser a velocidade média no ponto em que se determinou o desvio padrão, ou uma velocidade de normalização, V_{ref}. Dependendo de qual velocidade for adotada, temos as seguintes definições:

- Intensidade local da turbulência (três componentes)

$$I_i(\mathbf{r}) = \frac{\sigma_i(\mathbf{r})}{\bar{\mathbf{V}}(\mathbf{r})} \quad ; \quad i=1,2,3 \qquad (3.12)$$

- Intensidade normalizada da turbulência (três componentes)

$$I_{i0}(\mathbf{r}) = \frac{\sigma_i(\mathbf{r})}{\mathbf{V}_{ref}} \quad ; \quad i=1,2,3 \qquad (3.13)$$

A intensidade da turbulência é uma medida adimensional da energia cinética contida nas componentes das flutuações da velocidade. Para processos aleatórios com média zero, a intensidade da turbulência resulta no quociente entre a raiz da média quadrática (ou valor RMS) da flutuação e uma velocidade de referência.

- Espectro de Potência

O espectro de potência pode ser definido como a densidade espectral da variância de uma das componentes de flutuação. É uma descrição, no domínio da

freqüência, das propriedades expressas pela autocorrelação no domínio do tempo. A função de autocorrelação (eq.3.8) é a transformada de Fourier do espectro de potência.

O espectro de potência ou função de densidade espectral $S_v(n)$, pode ser escrito como:

$$S_v(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_v(\tau).e^{-i.2\pi.n.\tau} d\tau \qquad (3.14)$$

Como a função autocorrelação e a função densidade espectral são pares de transformadas de Fourier, temos:

$$R_v(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S_v(n).e^{i.2\pi.n.\tau} dn \qquad (3.15)$$

Se a função de autocorrelação $R_v(\tau)$ é real, então $S_v(n)$ é também uma função real.

No sentido de se aprofundar o significado da função densidade espectral, calcula-se a função correlação $R_v(0)$ para defasagem de tempo real nula, e a partir das equações (3.14) e (3.15), tem-se:

$$R_v(0) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^t v^2(t).dt = \int_{-\infty}^{+\infty} S_v(n).dn = \text{ média quadrática} \qquad (3.16)$$

Para cada freqüência n, a função densidade espectral fornece uma contribuição ($S_v(n)\, dn$) à média quadrática do processo, a qual é igual à área sob o gráfico de $S_v(n)$.

- Correlação Cruzada

A correlação cruzada mede a relação existente entre as flutuações em dois pontos por um coeficiente que varia entre +1 e -1 (correlação cruzada normalizada). Se as flutuações entre dois pontos estão coincidindo, este coeficiente vale +1. Se não houver nenhuma relação entre as flutuações, este coeficiente vale zero. Se o coeficiente for negativo, indica uma associação em sentidos opostos, e se valer –1, corresponde a uma correlação em antifase. Se os dois pontos coincidirem, temos a autocorrelação .

Através da função de correlação cruzada, pode-se medir a interdependência de dois processos aleatórios v_a (x_a,t) e v_b (x_b,t) , representando, por exemplo, as flutuações de velocidade de vento em dois pontos x_a e x_b de uma estrutura:

$$R_{v_a v_b}(\tau) = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T v_a(t).v_b(t+\tau).d\tau \qquad (3.17)$$

Se os processos $v_a(t)$ e $v_b(t)$ têm média zero então a função de correlação cruzada iguala-se à função de covariância cruzada:

$$C_{v_a v_b}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_o^T \left[v_a(t) - \bar{v_a}(t) \right] . \left[v_b(t+\tau) - \bar{v_b}(t) \right] . d\tau \qquad (3.18)$$

onde:

$$\bar{v_a}(t), \bar{v_b}(t)$$

são as respectivas médias dos processos aleatórios $v_a(t)$ e $v_b(t)$.

- Espectro de potência cruzado ou densidade espectral cruzada

À correlação cruzada no domínio do tempo, corresponde o espectro de potência cruzado no domínio da frequência.

A função densidade espectral cruzada é definida por:

$$S_{v_a v_b}(n) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{v_a v_b}(\tau).e^{-i.2\pi.n.\tau}.d\tau \qquad (3.19)$$

Em geral a função $S_{v_a v_b}$ é uma função complexa :

$$S_{v_a v_b} = S_{v_a v_b}{}^{C} + i.S_{v_a v_b}{}^{Q} \qquad (3.20)$$

onde:

$S_{v_a v_b}{}^{C}$ = co-espectro

$S_{v_a v_b}{}^{Q}$ = "Quadrature" - espectro

No caso de turbulência de fluxo homogêneo, o termo imaginário $S_{v_a v_b}{}^{Q}$ é desprezível (Simiu,Scanlan,1986). Pode-se então definir a função de coerência, que é uma medida da correlação entre os dois processos v_a e v_b, como sendo :

$$Coh_{v_a v_b}(n) = \frac{S_{v_a v_b}(n)}{\sqrt{S_{v_a}(n).S_{v_b}(n)}} \qquad (3.21)$$

Para processos de mesma função densidade espectral tem-se que:

$$Coh_{v_a v_b}(n) = \frac{S_{v_a v_b}(n)}{S_v} \qquad (3.22)$$

3.3 PROPRIEDADES DA VELOCIDADE DE VENTO

Próximo à superfície da Terra, na região de interesse da engenharia civil, o vento é retardado pelo atrito com a superfície, em uma região conhecida por camada limite atmosférica.

As velocidades de vento em gráficos de isopletas são usualmente especificadas a uma altura de 10 metros da superfície em terreno aberto.

Para a obtenção da velocidade média do vento em qualquer altura z acima do chão, utiliza-se a lei logarítmica de variação da velocidade média com a altura:

$$\bar{V}(z) = 2{,}5.u_*.\ln(\frac{z}{z_0}) \qquad z > z_{10} \qquad (3.\ 23a)$$

$$\bar{V}(z) = 2{,}5.u_*.\ln(\frac{z_{10}}{z_0}) \qquad z \leq z_{10} \qquad (3.\ 23b)$$

onde:

$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$, é a velocidade tangencial ;

τ_0 , é a tensão cisalhante no fluxo turbulento junto à superfície ;

z_0 , é a rugosidade do terreno, dada na tabela 3.1 ;

A velocidade tangencial u_* é determinada a partir da equação (3.23), a partir do valor conhecido da velocidade média de vento a uma altura de 10 metros da superfície, $\bar{V}(10)$, e da rugosidade do terreno z_0 :

$$\bar{V}(10) = 2{,}5.u_*.\ln\left(\frac{10}{z_0}\right) \quad ;$$

donde tem-se: $$u_* = \frac{\bar{V}(10)}{2{,}5.\ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \qquad (3.\ 24)$$

Para calcular a velocidade a uma altura z em um terreno qualquer a partir da velocidade a uma altura de 10 metros em terreno aberto, utiliza-se a equação a seguir acrescida de um fator p no lado direito da equação:

$$\frac{V(z)}{V(10)} = \frac{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)}{\ln\left(\frac{10}{z_0}\right)} \qquad (3.\ 25)$$

A seguir, na tabela 3.1, encontra-se os valores da rugosidade do terreno z_0 , e o fator de correção p , para diversas categorias de terreno (ASCE,1987).

Tabela 3.1 - Medida de rugosidade z_0 e fator de correção p.

Categoria do terreno	**Valores de z_0 (m)**	**Fator p**
Areia, mar aberto	0,005	0,83
Terreno aberto	0,007	1,00
Subúrbios distantes da cidade, terreno com arbustos	0,300	1,15
Cidades, subúrbios densos, terreno com floresta	1,000	1,33
Centro de grandes cidades	2,500	1,46

3.4 ESPECTRO DE POTÊNCIA DA VELOCIDADE DE VENTO NA DIREÇÃO HORIZONTAL

Diversas expressões têm sido propostas para espectros de turbulência na direção horizontal a serem utilizadas em projetos estruturais. Neste trabalho será adotado o espectro de Kaimal, cuja curva é dada por:

$$S_v(z,n) = \frac{200.f.u_*^2}{n.(1+50f)^{\frac{5}{3}}} \qquad (3.26)$$

onde:

$f = \frac{n.z}{\bar{V}(z)}$; sendo n o valor da freqüência no espectro de energia do vento

u_* = velocidade tangencial

A seguir, na figura (3.2), estão desenhadas as curvas da equação (3.26) para diferentes alturas z da superfície.

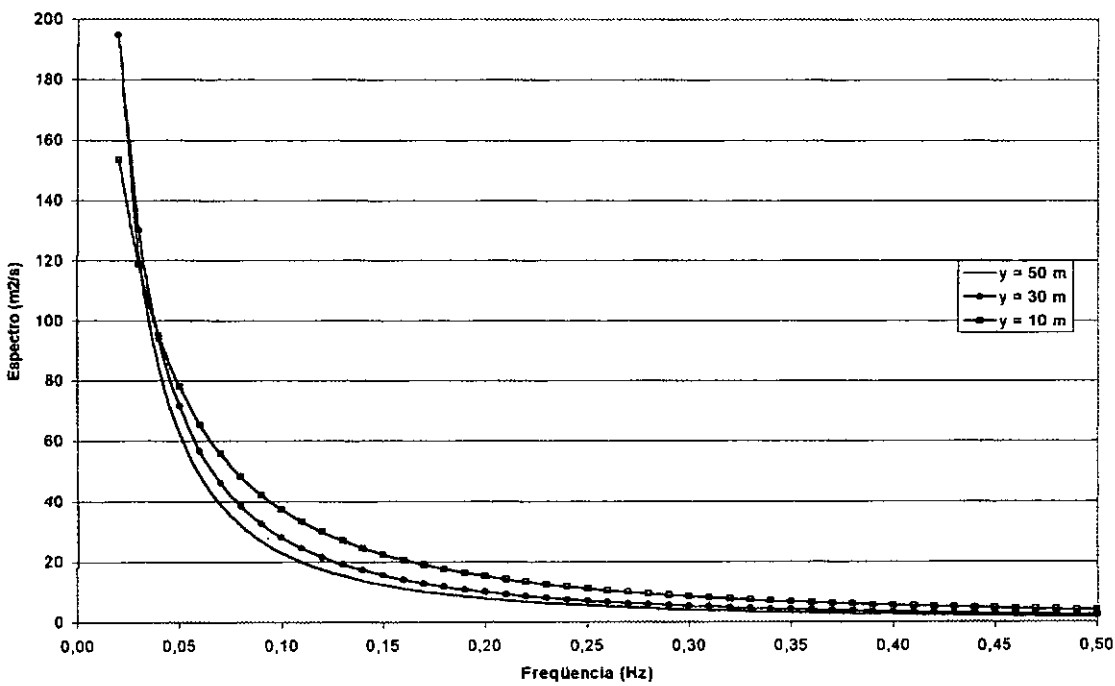


Figura 3.2 – Espectros de Kaimal para várias altitudes.

A partir de dados experimentais, observou-se que a maior parte da variância está associada com as flutuações da velocidade no sentido do fluxo. Se a direção principal do fluxo está no plano da superfície (indicada pelo sufixo 1), e a direção paralela à superfície e perpendicular à direção principal do fluxo é indicada pelo sufixo 2, e a direção vertical pelo sufixo 3 (vide figura 3.1), então pode ser constado que, normalmente (Buchholdt,1985):

$$\sigma^2(v_1) \approx 10.\sigma^2(v_2) \qquad \text{e} \qquad \sigma^2(v_2) > \sigma^2(v_3) \,. \tag{3.27}$$

Em geral, é assumida a seguinte aproximação :

$$\sigma^2(v) \approx \sigma^2(v_1) \tag{3.28}$$

A variância da flutuação de velocidade de vento $\sigma^2(v)$ é função da altura e da velocidade tangencial u_*, e pode ser escrita como :

$$\sigma^2(v) \approx 6.u_*^2 \tag{3.29}$$

Em qualquer ponto no tempo, a história da velocidade de vento em um ponto P_1 do espaço está correlacionada com a história de vento em outro ponto P_2, através das seguintes funções (que foram definidas no ítem 3.2.4) :

- Função de covariância cruzada ;
- Função densidade espectral cruzada : co-espectro e "quadrature" espectro ;
- Função de coerência .

A expressão utilizada na literatura para a função coerência está mostrada na equação (3.30) (Simiu,Scanlan,1986). Nesta expressão a correlação entre dois sinais de flutuação de velocidade na direção horizontal depende da distância entre os pontos P_1 e P_2 considerados:

$$coh(P_1,P_2,n)=\exp\left\{-\frac{2n\sqrt{\left[C_x^2(x_1-x_2)^2+C_y^2(y_1-y_2)^2+C_z^2(z_1-z_2)^2\right]}}{\bar{V}(z_1)+\bar{V}(z_2)}\right\} \qquad (3.30)$$

onde (x_1, y_1, z_1) são as coordenadas do ponto P_1, e (x_2, y_2, z_2) são as coordenadas do ponto P_2, sendo z a coordenada vertical, e onde C_x, C_y e C_z são coeficientes obtidos experimentalmente.

Ensaios em túnel de vento indicam que os valores dos coeficientes de decaimento dependem de vários fatores, entre eles: a velocidade média, a rugosidade do terreno e a altura acima da superfície. Os valores e $C_x = 6$, $C_y = 16$ e $C_z = 10$ são considerados conservadores e portanto indicados para projetos (Simiu,Scanlan,1986). No caso da estrutura de cobertura são utilizados apenas C_x=6 e C_y=16 (estrutura no plano xy).

3.5 GERAÇÃO DE HISTÓRIAS DE VENTO

3.5.1 Introdução

Para obtenção da resposta dinâmica no domínio do tempo das estruturas com cabos, é necessário primeiro gerar as histórias de vento com correlação, para diferentes

pontos da estrutura, baseadas no espectro de potência da velocidade do vento a determinadas alturas da superfície do terreno. Neste item será mostrado um método de geração de histórias de vento, chamado de autoregressão.

Conforme mostrado no item anterior, a velocidade de vento em qualquer instante t consiste da velocidade média $\bar{V}$ (componente estática) e uma flutuação v(t). O vetor velocidade para diferentes pontos da estrutura pode ser escrito como:

$V(t) = \bar{V} + v(t)$, que também pode ser escrito como (Buchholdt,1985):

$$V(t) = \bar{V} + w(t) + \varepsilon(t) \qquad (3.31)$$

onde:

$w(t) = C\, u(t)$ é um vetor onde todos os seus elementos têm o mesmo espectro de potência e possuem correlação cruzada, obedecendo à função de coerência definida na equação (3.30) ;

C é uma matriz triangular inferior cujos elementos estão relacionados pela função co-variância cruzada ;

u(t) é o vetor velocidade no qual os elementos não possuem correlação;

ε(t) é o vetor cujos elementos não possuem correlação e são independentes dos elementos de w(t), e leva em conta a variação do espectro de potência com a altura. No caso da cobertura com cabos, não será necessária a utilização de ε(t), uma vez que não há muita variação na altura da estrutura.

Para modelagem do vento no domínio do tempo, é necessária o obtenção da velocidade média desenvolvida pelo vento, os elementos da matriz C, e os elementos contidos nos vetores u(t) e ε (t).

3.5.2 Cálculo da Matriz C

Para a geração da história de vento, tem-se que realizar a transformação linear dos N processos estocásticos independentes $u_j(t)$, em N processos com correlação e função de co-variância cruzada com defasagem $\tau = 0$. Esta transformação pode ser escrita como:

$$w_j(t) = \sum_{i=1}^{N} C_{ji}\, u_j(t) \tag{3.32}$$

A matriz $C = [\, C_{ji} \,]$ é uma matriz triangular inferior, como a mostrada abaixo, onde os elementos C_{ji} tem que ser determinados.

$$\mathbf{C} = \begin{vmatrix} C_{11} & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ C_{j1} & C_{j2} & \cdots & C_{jj} & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \vdots \\ C_{N1} & C_{N2} & \cdots & \cdots & \cdots & C_{NN} \end{vmatrix} \tag{3.33}$$

Sendo **D** a matriz que contém as funções de correlação cruzada dos processos aleatórios **u** (t) com defasagem $\tau = 0$, a matriz **R** de correlação cruzada dos sinais **w** (t) será dada por :

$$\mathbf{R} = \mathbf{C}\ \mathbf{D}\ \mathbf{C}^T \tag{3.34}$$

Como os processos **u**(t) são aleatórios e independentes, cada um deles com variância σ_u^2 , tem-se :

$$\mathbf{D} = \sigma_u^2\ \mathbf{I} \tag{3.35}$$

onde **I** . é a matriz identidade de dimensão N x N.

Substituindo (3.35) em (3.34), tem-se:

$$\mathbf{R} = \sigma_u^2 \; \mathbf{C}\,\mathbf{I}\,\mathbf{C}^T \tag{3.36}$$

Os elementos fora da diagonal da matriz **R** podem ser obtidos através da seguinte integração numérica:

$$R_{ji} = \int_0^\infty \sqrt{\{S_u(z_j,n)S_u(z_i,n)\}}\,coh(x_j,y_j,z_j,x_i,y_i,z_i,n)dn \tag{3.37}$$

onde a expressão da coerência é dada pela equação (3.30), com (x_j , y_j , z_j) sendo as coordenadas do ponto j, e (x_i , y_i , z_i), as coordenadas do ponto i.

Para os termos da diagonal da matriz **R** , a função de coerência apresenta valor unitário. Logo, a partir da equação 3.40, os termos da diagonal da matriz **R** serão :

$$R_{jj} = \sigma_u^2 \tag{3.38}$$

Os valores dos elementos da matriz **C** podem ser calculados utilizando-se as fórmulas recorrentes mostradas a seguir.

Para os elementos da diagonal :

$$C_{jj} = \sqrt{\frac{R_{jj}}{\sigma_u^2} - \sum_{k=1}^{j-1} C_{jk}^2} \tag{3.39}$$

Para os elementos fora da diagonal, com i < j :

$$C_{ji} = \frac{\left(\frac{R_{ji}}{\sigma_u^2} - \sum_{k=1}^{i-1} C_{jk}C_{ik}\right)}{C_{ii}} \tag{3.40}$$

3.5.3 Métodos para Geração de Histórias de Vento

Dois tipos de técnica são usualmente empregadas na simulação no tempo da velocidade de vento:

a) séries temporais

b) decomposição espectral

Dentre as séries temporais existem os métodos de auto-regressão (AR), como o proposto por Buchholdt et al (1986), de média móvel (MA) e o método de auto-regressão e média móvel. Para simular no tempo um processo aleatório, o método de decomposição espectral, proposto por Shinozuka (1972), parte da definição de transformada de Fourier da função correlação deste processo, que é igual à sua função de densidade espectral.

No método de decomposição espectral os processos u(t) são gerados por uma expressão do tipo:

$$u_j(t) = \sqrt{2}\sum_{i=1}^{L}\sqrt{\{S_u(n_i)\Delta n\}}.\cos(2\pi n_i t + \Theta_i) \qquad (3.41)$$

onde:

L = número de divisões no espectro S_u

n = a freqüência em Hz

Θ_i = um ângulo de fase aleatório

Na equação (3.41) o espectro é dividido em L partes iguais, cada uma com a sua freqüência. Estas freqüências devem conter as freqüências naturais da estrutura analisada, de modo a não subestimar a resposta dinâmica. No caso de estruturas não-lineares, onde as freqüências variam com a amplitude da resposta, o incremento Δn na freqüência deverá ser muito pequeno. O ângulo de fase varia aleatoriamente de 0 a 2π com uma função densidade de probabilidade normal. O método de geração da equação (3.41) é muito dispendioso computacionalmente.

No próximo item está ilustrado o método de auto-regressão, que será o método utilizado para geração das histórias de velocidade de vento, neste trabalho.

3.5.4 Método de Auto - Regressão

No método conhecido por autoregressão, proposto em (Buchholdt et al,1986), a simulação do sinal **u**(t) é feita como uma combinação linear de p valores prévios somada a um impulso aleatório de média igual a zero e variância igual a σ^2_{Nu}. Logo as expressões para **u**(t) podem ser escritas como:

$$u(t) = \sum_{s=1}^{p} \phi_s u_j(t - s.\Delta t) + \sigma_{Nu}.N_j(t) \qquad (3.42)$$

onde:

$u_j(t)$ é o vetor de velocidade que consiste de N processos independentes aleatórios Gaussianos u(t), com velocidade média nula;

$N_j(t)$ é um processo aleatório de média igual a zero e variância igual a 1;

ϕ_s são os parâmetros de autoregressão;

p é a ordem da autoregressão.

Os parâmetros ϕ são determinados pela solução do sistema de equações (Buchholdt et al, 1986):

$$R_u(k.\Delta t) = \sum_{s=1}^{p} \phi_s R_u((k-s)\Delta t) \quad , \quad k = 1, 2, ..., p \tag{3.43}$$

onde:

$R_u(k.\Delta t)$ é a função de autocorrelação do processo u(t) com defasagem $\tau = k\,\Delta\,t$ (equação 3.15), obtida pela transformada de Fourier inversa do espectro de energia $S_u(n)$.

Para k = 0, tem-se :

$$\sigma_u^2 = \sum_{s=1}^{p} \phi_s R_u(s.\Delta t) + \sigma_{Nu}^2 \tag{3.44}$$

onde:

σ_u^2 é a variância do sinal u(t).

Finalmente, dividindo todos os elementos das equações (3.43) e (3.44) por σ_u^2 , resulta :

$$r_u(k.\Delta t) = \sum_{s=1}^{p} \phi_s r_u((k-s)\Delta t) \quad \sigma_u^2 \quad , \qquad k = 1, 2, \ldots, p \tag{3.45}$$

onde:

$r_u(k\,\Delta t)$ é o coeficiente de autocovariância para a defasagem de tempo $\tau = k\,\Delta t$, correspondente ao espectro $S_u(n)$.

E a variância σ^2_{Nu} é dada por:

$$\sigma^2_{Nu} = \sigma^2_u\left(1 - \sum_{s=1}^{p} \phi_s r_u(s.\Delta t)\right) \tag{3.46}$$

O valor do coeficiente de autocovariância r_u é determinado pela integração da seguinte expressão :

$$r_u(k.\Delta t) = \frac{1}{\sigma_u^2}\int_0^{\infty} S_u(n)\cos(2\pi nk\Delta t)dn \tag{3.47}$$

A estacionariedade do método de autoregressão foi estudada por Box e Jenkins (referência nº9 em Buchholdt et al,1986). Diferentemente do método de decomposição espectral, o método da autoregressão não é incondicionalmente estacionário, e tende a ficar não estacionário quando é adotado um incremento de tempo muito pequeno. Neste caso o lado direito da equação (3.46) pode ficar negativo.

Um procedimento passo a passo para geração de histórias de vento utilizando o método da auto-regressão está descrito na referência (Buchholdt et al,1986) e reproduzido no item (3.7) deste capítulo.

3.6 FORÇA DO VENTO E COEFICIENTES DE PRESSÃO

A pressão flutuante causada pelo vento na estrutura pode ser escrita como:

$$p_v = \frac{1}{2}\rho_{ar} C_p (V(t) - \dot{x})^2 \tag{3.48}$$

onde:

ρ_{ar}= densidade do ar;

C_p = coeficiente de pressão para um dado ponto da estrutura;

$\dot{x}$ = velocidade da estrutura no mesmo ponto e na direção do vento;

V = velocidade do vento;

p_v = pressão causada pelo vento.

Através da integração da pressão p ao longo da superfície da estrutura, obtém-se a força e o momento exercido pelo vento.

As componentes perpendiculares e paralelas à direção do vento são, respectivamente :

$$F_l = \frac{1}{2}\rho_{ar} C_l A_p (V(t) - \dot{x})^2 \tag{3.49}$$

$$F_d = \frac{1}{2}\rho_{ar} C_d A_p (V(t) - \dot{x})^2 \tag{3.50}$$

onde:

C_l = coeficiente de sustentação;

C_d = coeficiente de arrasto;

A_p = área projetada em um plano perpendicular à direção do vento por unidade de comprimento da estrutura.

Os coeficientes de sustentação e arrasto são empregados no cálculo das forças devidas ao vento para o caso de cabos isolados, estais, etc... . Para obtenção das forças na superfície de coberturas, são utilizados os chamados coeficientes de pressão. O valor do coeficiente de pressão depende primeiramente da localização geométrica do ponto onde foi realizada a medição na estrutura, e do número de Reynolds para corpos localizados na camada do contorno. Para corpos com bordas agudas, onde os pontos de separação são fixos, o número de Reynolds exerce pouca influência na distribuição de pressão ao longo do corpo. Como resultado, os valores de C_p obtidos de um modelo podem ser aplicados a um protótipo. Esta vantagem também pode ser aplicada a coberturas com cabos, onde normalmente existem bordas agudas de parapeitos ou vigas, por razões estruturais ou arquitetônicas, e estão sempre posicionadas na camada do contorno.

O coeficiente de pressão pode ser escrito algebricamente como:

$$C_p = C_{pe} - C_{pi} \tag{3.51}$$

onde:

C_{pe} = coeficiente de pressão externa

C_{pi} = coeficiente de pressão interna

Devido à grande variedade na geometria das coberturas com cabos, na maioria dos casos é necessária a realização de ensaios em túneis de vento, para obtenção dos coeficientes de pressão. Felizmente os modelos para ensaios em túneis de vento podem ser rígidos, uma vez que as deformações das estruturas reais não possuem magnitude suficiente de modo a influenciar o fluxo através da cobertura, portanto não afeta os

coeficientes de pressão. O ensaio em túnel de vento vai reproduzir qualquer vórtice criado pela estrutura, que deve ser considerado para a análise juntamente com a turbulência devida ao vento.

Existem poucos estudos publicados sobre ensaios em túneis de vento para coberturas com cabos, logo torna-se difícil a obtenção da distribuição dos coeficientes de pressão nestas estruturas. Buchholdt (1985) apresenta alguns diagramas mostrando a distribuição dos coeficientes de pressão para coberturas no formato de sela ("saddle-shaped") com várias curvaturas. Este estudo foi realizado por J. Beutler (referência 2.12 em Buchholdt,1985), e as coberturas foram testadas com e sem paredes, e com as seguintes curvaturas : H = A/2, A/3, A/4, A/6, A/8 e A/10. As dimensões H e A estão indicadas na figura 3.3, onde estão mostrados os modelos de diagramas utilizados por J. Beutler para investigar a distribuição de pressão devida ao vento em coberturas no formato de sela, com contornos retos (fig.3.3 a) e contornos curvos (fig.3.3 b). Infelizmente somente os resultados para H = A/2 estão completos, e esta relação de H/A representa uma curvatura muito grande, de pouca aplicação prática.

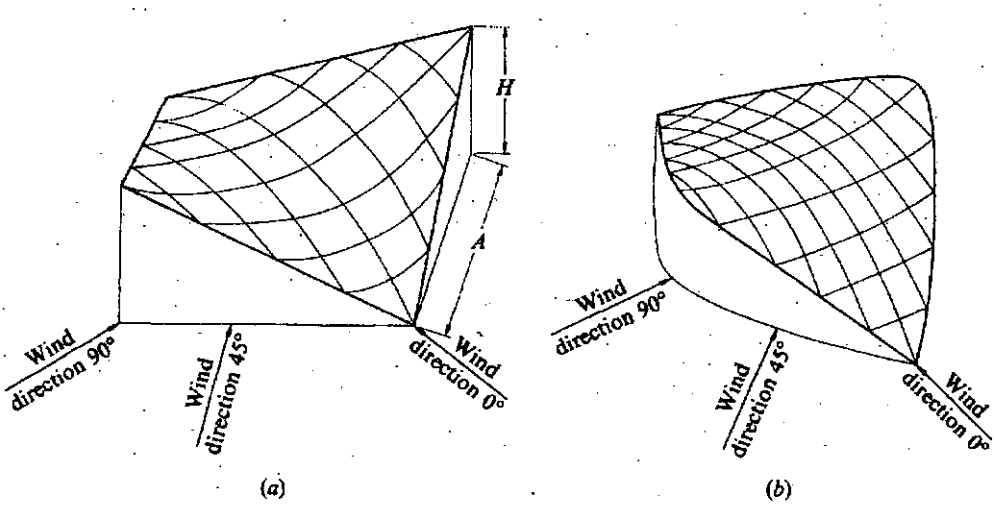


Fig. 3.3 – Modelos utilizados para a análise : (a) contorno reto ; (b) contorno curvo (ref.2.12 em Buchholdt,1985)

Estes diagramas de distribuição de pressão nas coberturas na forma de parabolóide hiperbólico, serve para mostrar como as pressões variam para diversas direções de vento. Nas figuras a seguir (3.4 (a)-(f) e 3.5 (a)-(c)), está mostrada a distribuição de pressão na superfície da cobertura para diversos casos .

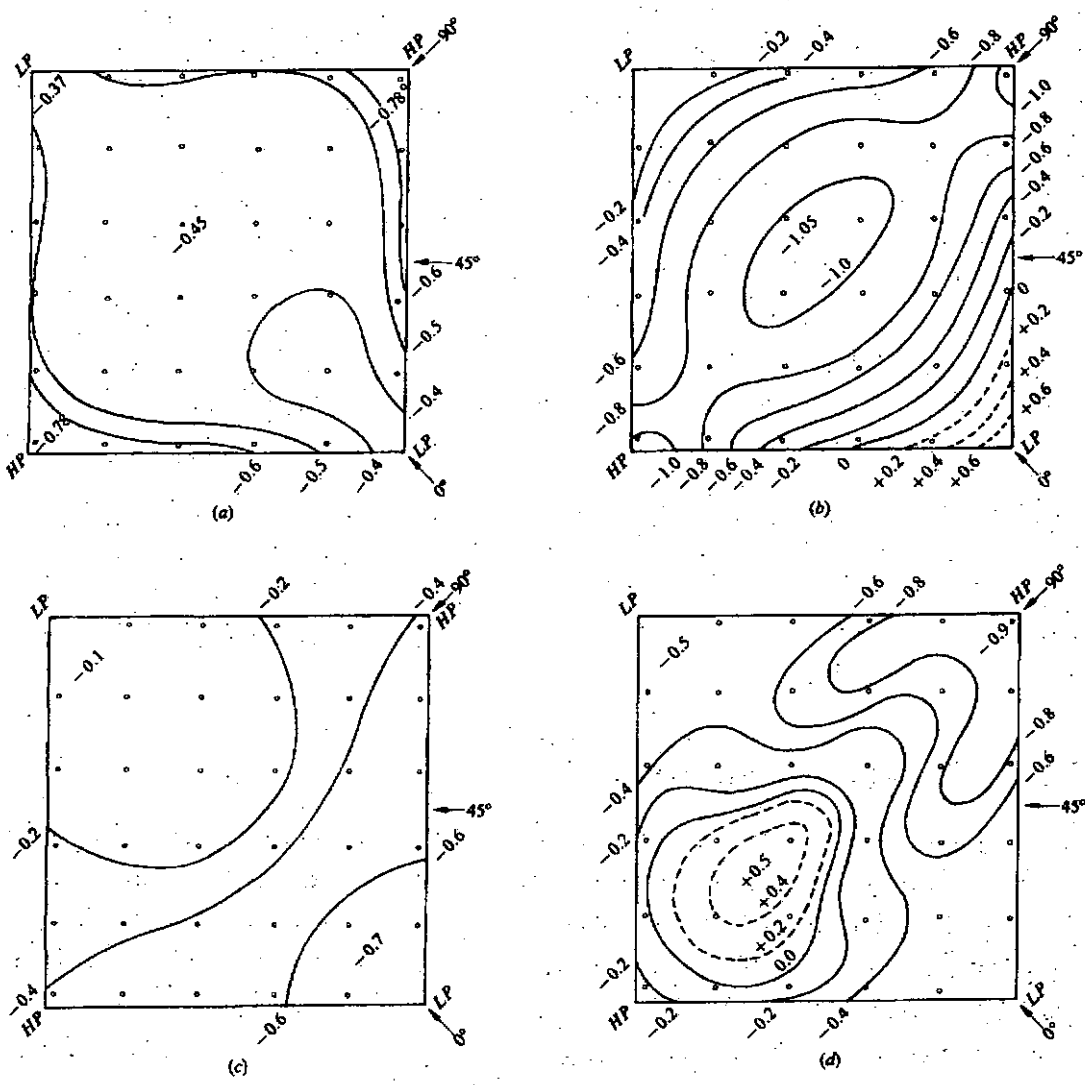


Figura 3.4 - Superfície da cobertura com contorno reto em planta - fig.(a) até (d).
(a) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Sem viga de bordo e sem paredes. H/A = 0,1. Vento à 0 °.(b) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Sem viga de bordo e sem paredes. H/A = 0,5. Vento à 0 °. (c) : Distribuição de pressão abaixo da superfície da cobertura (coeficiente de pressão interno). Sem viga de bordo e sem paredes. H/A = 0,5. Vento à 0 °. (d) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Sem viga de bordo e sem paredes. H/A = 0,5. Vento à 90 °. Convenção : HP = "high point" (ponto mais alto) e LP = "low point" (ponto mais baixo).

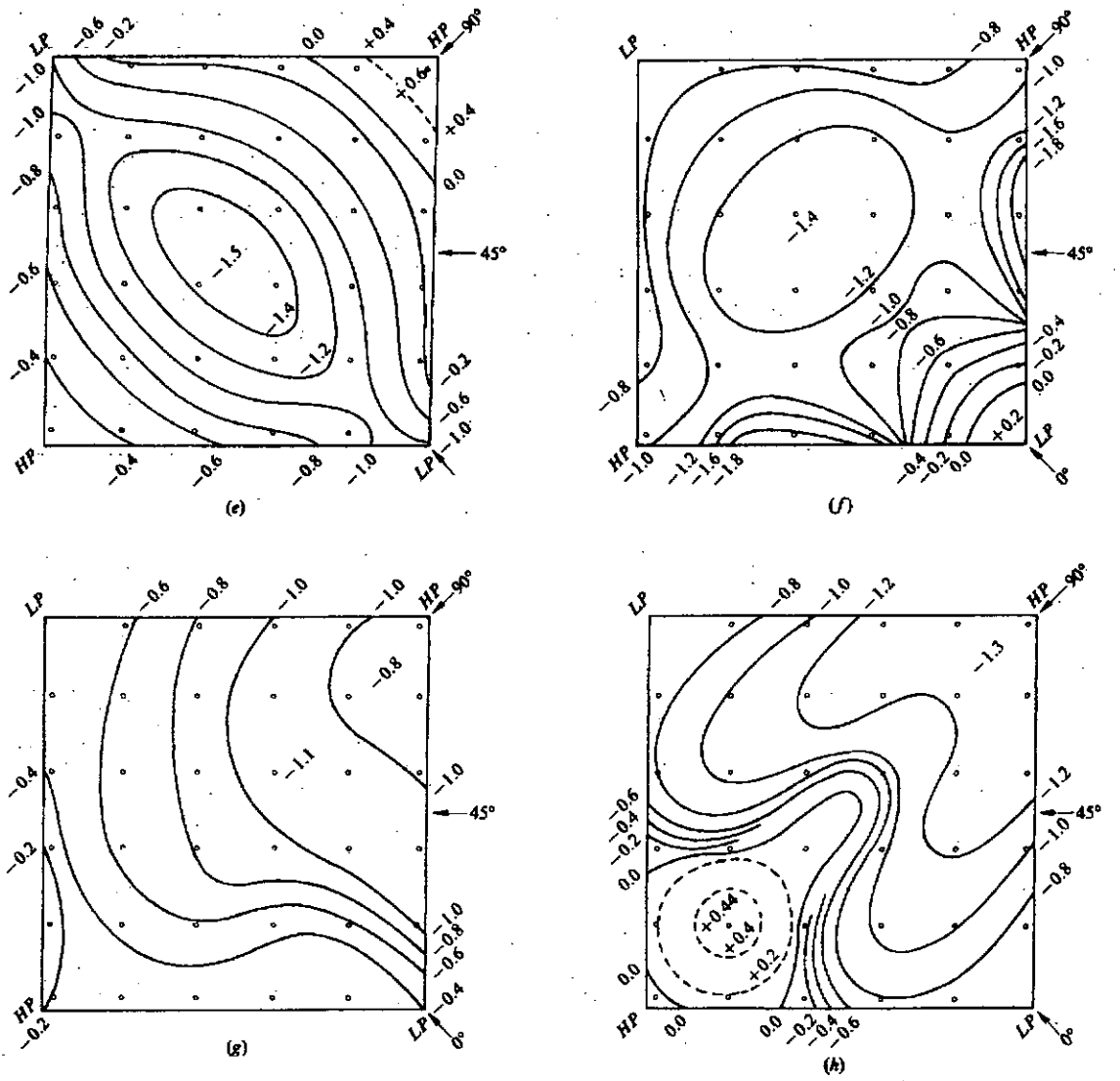


Figura 3.4 - Superfície da cobertura com contorno reto em planta – fig. (e) até (h)

(e) : Distribuição de pressão abaixo da superfície da cobertura (coeficiente de pressão interno). Sem viga de bordo e sem paredes. H/A = 0,5. Vento à 90 °. (f) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Com viga de bordo e com paredes. H/A = 0,5. Vento à 0 °. (g) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Com viga de bordo e com paredes. H/A = 0,5. Vento à 45 °. (h) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Com viga de bordo e com paredes. H/A = 0,5. Vento à 90 °. Convenção : HP = "high point" (ponto mais alto) e LP = "low point" (ponto mais baixo).

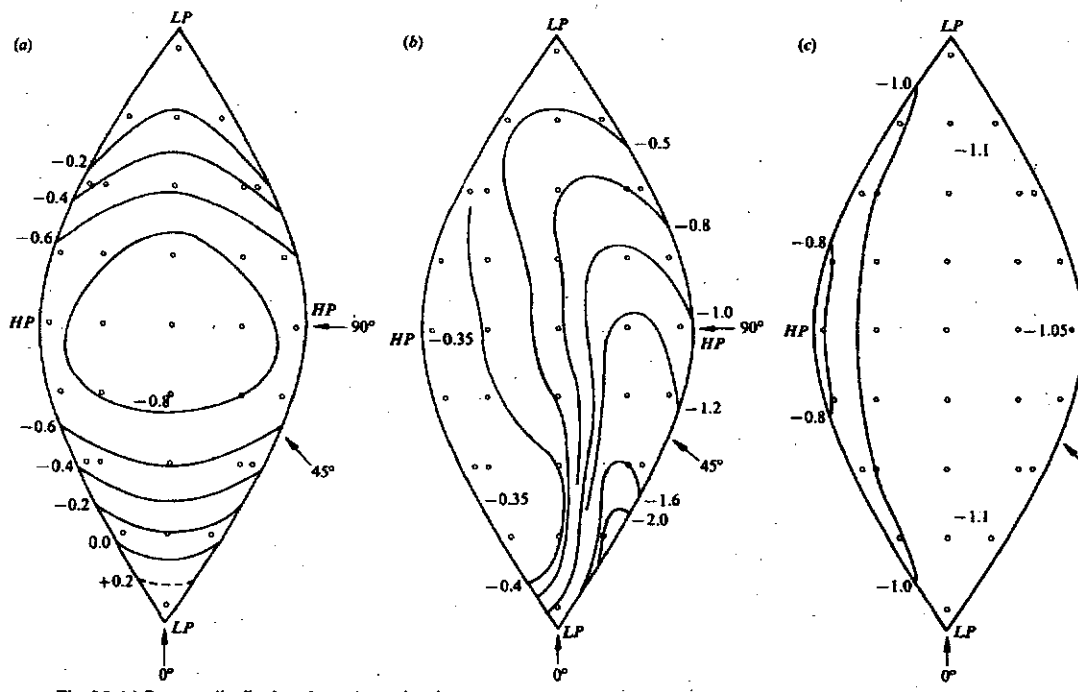


Figura 3.5 - Superfície da cobertura com contorno curvo em planta – fig.(a) até (c).
(a) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Com viga de bordo e com paredes. H/A = 0,5. Vento à 0 °. (b) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Com viga de bordo e com paredes. H/A = 0,5. Vento à 45 °. (c) : Distribuição de pressão acima da superfície da cobertura (coeficiente de pressão externo). Com viga de bordo e com paredes. H/A = 0,5. Vento à 90 °. Convenção : HP = "high point" (ponto mais alto) e LP = "low point" (ponto mais baixo).

A partir da análise das figuras (3.4) e (3.5), pode-se tirar conclusões a respeito da influência da curvatura, da incidência do vento, da existência de paredes e do contorno (reto ou curvo) da cobertura, na distribuição dos coeficientes de pressão.

Comparando-se por exemplo as figuras (3.4 a) e (3.4 b), pode-se observar que, para curvaturas pequenas (figura (3.4 a) , H/A = 0,1), a distribuição dos coeficientes de pressão externos é praticamente uniforme, apresentando apenas uma pequena variação

próxima aos bordos. Já na figura (3.4 b), onde a curvatura é maior (H/A = 0,5), pode-se observar uma maior variação dos coeficientes de pressão externos ao longo da superfície, apresentando inclusive valores maiores (no ponto central da cobertura o valor do coeficiente de pressão aumenta de –0,45 para –1,05). Inclusive, no bordo onde o vento incide , os coeficientes de pressão externos chegam a inverter de sinal, passando de sucção para sobrepressão.

Comparando-se as figuras (3.4 b) e (3.4 d), pode-se observar a influência da incidência do vento. Na figura (3.4 b) , com o vento incidindo a 0° , ou seja, no ponto baixo da cobertura, os coeficientes de pressão externos apresentam valores positivos na região de incidência do vento, invertendo de sinal logo depois, atingindo o valor máximo de –1,05 no centro da cobertura, e depois os valores decrescem novamente. Já no caso da figura (3.4 d) , com o vento incidindo a 90° (ponto alto da cobertura), os coeficientes de pressão externos apresentam valores negativos (sucção) na região de incidência do vento, chegando a praticamente zero no centro da cobertura, e apresentando valores positivos na outra metade da cobertura, exceto próximo aos bordos, onde os valores voltam a ficar negativos.

A partir das figuras (3.4 c) e (3.4 e) , observa-se a influência da incidência do vento no coeficiente de pressão interno, para a mesma curvatura. Com o vento incidindo a 90° (ponto alto da cobertura – fig.3.4e), a variação dos coeficientes de pressão internos ao longo da cobertura é muito maior do que com o vento incidindo a 0° (ponto baixo da cobertura). Com o vento incidindo a 0° (fig.3.4c), os coeficientes de pressão internos variam de –0,7 a –0,1, enquanto que com o vento incidindo a.90° , os mesmos variam de +0,6 , passando por –1,5 e chegando a –0,4.

As figuras (3.4f) , (3.4g) e (3.4h) mostram a distribuição dos coeficientes de pressão externos ao longo da cobertura com vigas de bordo e paredes, com o vento incidindo a 0^{o}, 45^{0} e 90^{0} respectivamente. Pode-se observar comparando-se as figuras (3.4b) com (3.4f), e as figuras (3.4d) com (3.4h), que a presença das vigas de bordo e das paredes afeta a distribuição dos coeficientes de pressão externos, elevando os valores dos mesmos, resultando em mais sucção.

As figuras (3.5a) , (3.5b) e (3.5c) , mostram a distribuição dos coeficientes de pressão externos, para a cobertura com contorno curvo, com o vento incidindo a 0^{o} , 45^{o} e 90^{o} respectivamente, com vigas de bordo e paredes. Comparando-se com as figuras (3.4f) , (3.4g) e (3.4h) , podemos observar a influência do contorno da cobertura, reto ou curvo. Pode-se observar que para o contorno reto, a variação dos coeficientes de pressão externos ao longo da cobertura, é maior do que para a cobertura com o contorno curvo, principalmente para o vento incidindo a 90^{o} (fig.3.4h e 3.4c), podendo-se concluir que o contorno curvo é mais aerodinâmico.

3.7 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Para a geração de histórias de vento utilizando o método da autoregressão, utilizou-se o programa TURBHOR (Pfeil, tese de doutorado,1991) dirigido a estruturas unifilares como pontes, o qual foi aqui extendido para aplicação a estruturas de superfície. O espectro de turbulência na direção horizontal utilizado no programa foi o espectro de Kaimal dado pela equação (3.26). O TURBHOR está todo baseado no

procedimento passo a passo para geração de histórias de vento utilizando o método da autoregressão apresentado em (Buchholdt et al,1986) e reproduzido a seguir.

Algoritmo: Geração de Histórias de Vento utilizando o Método da Autoregressão:

1° Passo : Seleção da velocidade média do vento V(10), a 10 metros de altura e do coeficiente de rugosidade do terreno z_0. Cálculo da velocidade tangencial u_*, utilizando a equação (3.24).

2° Passo : Cálculo da velocidade média do vento na altura acima do terreno da estrutura, utilizando a equação (3.23).

3° Passo : Cálculo do espectro de potência $S_u(n)$, utilizando o espectro de Kaimal (equação 3.26) ou expressões equivalentes para outros espectros.

4° Passo : Fazer os termos da diagonal da matriz de correlação cruzada R(0) iguais a integral σ_u^2 do espectro :

$$R(0) = \sigma_u^2 = \int_0^\infty S_u(n).dn \quad , \text{ para processos com média zero.} \qquad (3.52)$$

5° Passo : Cálculo dos termos fora da diagonal da matriz da matriz **R**(0) , segundo a equação (3.37).

6° Passo : Cálculo da matriz **C** utilizando as equações (3.39) e (3.40).

7° Passo : Seleção do número de parâmetros p e do intervalo de tempo Δt.

8° Passo : Cálculo de p + 1 coeficientes de autocovariância $r_u(k\Delta t)$, com k = 1,2,...p para os processos u (t) associados a cada junta do modelo estrutural, utilizando a equação (3.47). Solução do sistema linear (3.45) para as incógnitas ϕ_s, s = 1, ... , p. Determinação de σ^2_{Nu} a partir da equação (3.46).

Para cada intervalo de tempo, até que a duração da amostra se complete:

10° Passo : Geração de N(t), vetor de impulso aleatório com variância unitária, com distribuição normal.

11° Passo : Cálculo dos valores instantâneos dos processos u(t) para cada ponto, utilizando a equação (3.42).

12° Passo : Cálculo do valor instantâneo do vetor V(t), utilizando a equação (3.31).

O programa fornece quatro arquivos de saída. O principal deles contém a entrada de dados interpretada, fornece as funções de correlação cruzadas teóricas, a matriz R, a matriz de correlação espacial C , as funções de correlação calculadas a partir dos sinais gerados e as funções de correlação cruzada dos sinais gerados. Os outros três arquivos contém as seguintes saídas: 1) os valores das velocidades u(t) ; 2) o valor do impulso aleatório N(t) e 3) os valores de w(t), ou seja, os valores de u(t) multiplicados pela matriz C, todos eles em função do tempo.

Com o objetivo de verificar os resultados do programa, foi desenvolvida uma planilha para o cálculo das propriedades estatísticas das respostas. Foi calculada a área abaixo do espectro teórico de Kaimal, que deve ser igual a variância. Os processos u(t) não possuem correlação, logo a função de correlação cruzada deve ser nula, e a função de autocorrelação será igual a variância. O impulso aleatório deverá possuir média zero e variância igual a 1. Os resultados obtidos da planilha coincidiram com o esperado como será mostrado mais adiante no capítulo 5.

A estrutura a ser analisada deverá ser dividida em regiões de mesma história de vento e coeficientes de pressão. Deverá ser escolhido o nó representativo de cada região, e as coordenadas destes nós serão fornecidas como entrada de dados do programa TURBHOR. Serão fornecidos também os seguintes dados de entrada : o intervalo de tempo delta t, o tempo máximo para geração da história de vento, a ordem da geração, o número de nós, os valores das constantes C_x e C_z, a velocidade média a 10 metros da superfície, o coeficiente de rugosidade e altura da estrutura. O programa gerará histórias de vento para os nós representativos de cada região. Estas velocidades de vento servirão de entrada para outro programa que calculará a força de vento atuante em cada região ao longo do tempo. Será realizada então a análise dinâmica não linear da estrutura, via método dos elementos finitos, no domínio do tempo.

Utilizou-se o programa MEDIFEM (Pfeil, seminário de doutorado,1991) desenvolvido no laboratório de estruturas do PEC/COPPE a partir do código MINIFEM do Prof. Taylor (Zienkiewicz). Para a análise da malha de cabos sob efeito de vento, foram feitas algumas implementações no programa.

Foi realizada a implementação para o cálculo da força devida ao vento na estrutura. A pressão flutuante causada pelo vento na estrutura é dada pela equação (3.48). Sendo desprezível a velocidade da estrutura no mesmo ponto e na direção do vento ($\dot{x}$), a força de vento pode ser escrita como:

$$F_v = \frac{1}{2}\rho.C_p A.V(t)^2 \qquad (3.53)$$

onde $V(t) = \bar{V} + w(t)$ (equação (3.23) com $\varepsilon(t)=0$, para pontos associados a um mesmo espectro S_u).

O valor de A corresponde à área de influência de cada nó, que depende do espaçamento dos cabos na malha. A componente flutuante da velocidade w(t) é obtida do arquivo gerado pelo programa TURBHOR, para cada região da malha.

Foi desenvolvida no programa MEDIFEM uma nova subrotina para o cálculo da força de vento, chamada "SUBROUTINE VENTO". Os parâmetros desta subrotina são:

- vetor de força de vento em um determinado instante de tempo;
- o instante de tempo corrente;
- o vetor que contém as propriedades de cada região da malha (os coeficientes de pressão, o valor da velocidade média do vento, a massa específica do ar e a área de influência dos nós da malha);
- o vetor que armazena a que região pertence cada nó da malha;
- o vetor que armazena valor da componente flutuante da velocidade w(t) de cada região da malha.

Esta subrotina é chamada durante a montagem do vetor de forças global, para cada instante de tempo. Ela calcula, para cada nó, o valor da força de vento neste determinado instante , que será acumulado no vetor de forças global fora da subrotina. Dentro da subrotina é lido do arquivo gerado pelo TURBHOR, o valor da velocidade w(t) de cada região para o instante de tempo considerado. Como normalmente o intervalo de integração é muito pequeno, da ordem de dez vezes menor do que o intervalo de tempo em que são fornecidos os valores de w(t), é realizada uma interpolação para obtenção dos valores intermediários de w(t).

Calculado o vetor de forças global incluindo a força de vento, procede-se então a análise dinâmica não linear.

CAPÍTULO 4 - CARACTERÍSTICAS ESTÁTICAS E DINÂMICAS DE UMA ESTRUTURA DE COBERTURA

4.1 INTRODUÇÃO

Serão apresentados neste capítulo os resultados da análise estática não linear, via métodos dos elementos finitos, de uma estrutura exemplo constituída por uma malha de cabos protendidos ortogonais, na forma de parabolóide hiperbólico. Também serão mostradas as características dinâmicas da estrutura .

O objetivo foi estudar o comportamento estático da malha sob vários níveis e tipos de carga e observar em que condições a estrutura apresenta comportamento não linear. Inicialmente apresenta-se o pré dimensionamento da estrutura exemplo e depois a análise estática, realizando-se uma comparação entre os resultados teóricos e do modelo numérico. Em seguida analisa-se o comportamento da malha sob cargas uniformes e não uniformes.

Para a análise do comportamento da malha de cabos sob ação de cargas não uniformes, foram utilizados dois tipos de carregamento: carga antissimétrica e carga concentrada na região central da malha.

Finalizando o capítulo, serão mostrados os modos naturais de vibração da estrutura e suas respectivas freqüências. Serão apresentados também dados sobre o fator de amortecimento em coberturas com cabos.

4.2 APRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA EXEMPLO

A estrutura exemplo é uma cobertura de grande vão na forma de parabolóide hiperbólico com contorno elíptico. A partir desta geometria realizou-se o pré dimensionamento da estrutura e a escolha dos cabos. O modelo estrutural empregado constitui-se de uma malha de cabos com geometria regrada e contorno rígido, na forma do parabolóide hiperbólico.

O exemplo a ser analisado é a cobertura ilustrada na figura 4.1 , de contorno elíptico em planta de dimensões 2a = 200 m e 2b = 150 m, onde 2 a e 2b correspondem aos semi-eixos maior e menor, paralelos aos eixos x e z, respectivamente. A figura 4.1.b ilustra a vista em planta do contorno elíptico. Observa-se que a convenção de eixos adotada neste capítulo é diferente da adotada nas formulações analíticas do capítulo 2, onde o eixo vertical era o z em vez do y.

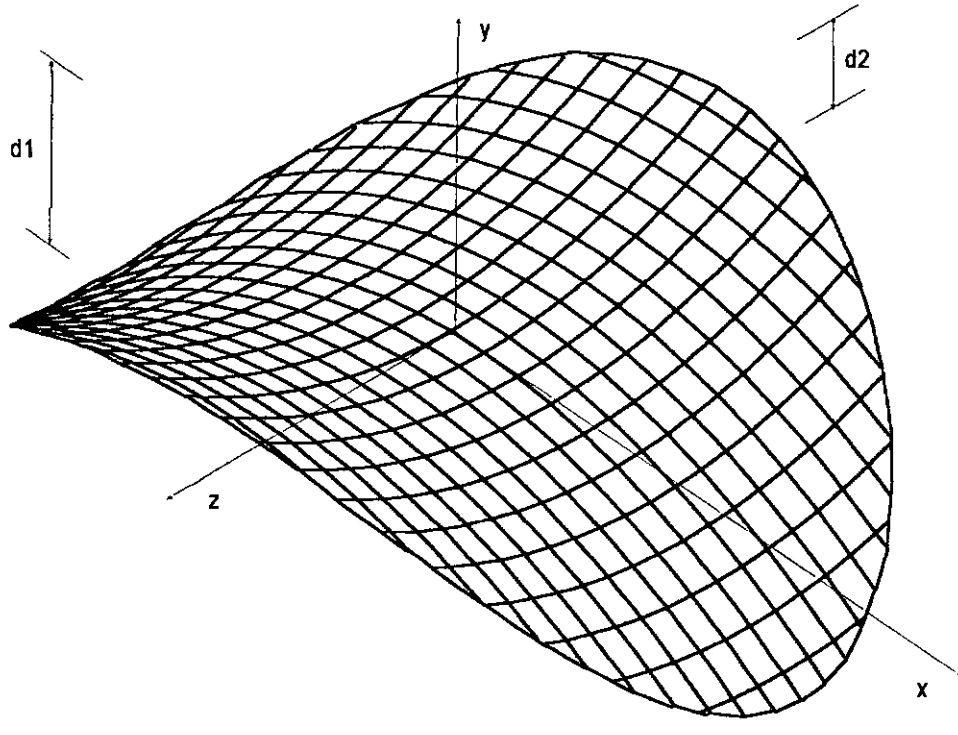


Figura 4.1 a) – Malha de cabos na forma do parabolóide hiperbólico

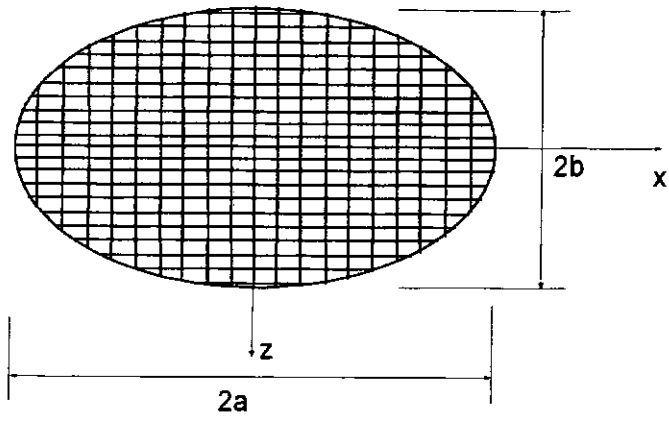


Figura 4.1 b) – Contorno elíptico em planta

A equação que define o estado inicial é:

$$y = -\frac{12,8}{100^2}x^2 + \frac{7,2}{75^2}z^2 \qquad (4.1)$$

onde : $d_1 = 12,8$ m e $d_2 = 7,2$ m .

Trata-se de uma superfície abatida com $d_1/2a = 6,4\%$ e $d_2/2b = 4,8\%$, menores do que 1/8 (item 2.3.1.2). As curvaturas são, pela equação (2.19) : $k_x = -2,6 \times 10^{-3}$ m^{-1} e $k_z = 2,6 \times 10^{-3}$ m^{-1} .

4.2.1 Cargas Permanentes

Foi realizada uma estimativa das cargas permanentes (verticais) a serem adotadas no modelo, admitindo para a cobertura o sistema de vedação ilustrado na figura (4.2).

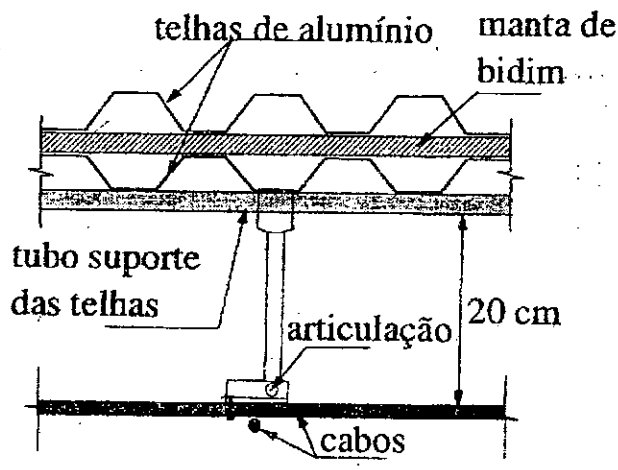


Figura 4.2 Detalhe do revestimento da cobertura

As cargas permanentes adotadas foram:

- Telha dupla termo acústica de alumínio — 2 x 47 N / m^2
- Manta bidim (4 mantas por telha) — 4 x 0,6 N / m^2
- Revestimento externo com camada de 20 mm de poliuretano com 35 kgf / m^3 — 7,0 N / m^2
- Sub-estrutura de apoio das telhas — 5,0 N / m^2
- Peso próprio dos : cabos + grampos de ligação + 'clips' para amarração dos cabos — 150,0 N / m^2

Logo, a carga externa vertical total uniformemente distribuída é obtida pelo somatório das cargas acima descritas, totalizando aproximadamente 260 N / m^2. Será adotado então, para efeito de cálculo, o carregamento de 300 N / m^2, ou **0,3 kN / m^2**.

4.2.2 Carga de Vento

Foi realizada também a estimativa da carga de vento atuante na estrutura, segundo a norma brasileira de vento NBR 6123. A pressão dinâmica devida ao vento, e a força de vento por metro quadrado, são obtidas através das expressões:

$$p_v = 0{,}613 \cdot V_k^2 \qquad (N/m^2) \qquad ; \qquad q = C_p . p_v \qquad (4.2)$$

A partir do gráfico das isopletas da velocidade básica no Brasil, tem-se para o Rio de Janeiro a velocidade básica de 35 m/s. A velocidade característica do vento é obtida através da seguinte fórmula :

$$V_k = V_0 \, S_1 \, S_2 \, S_3 \qquad (4.3)$$

onde:

S_1 = fator topográfico que foi adotado igual a 1 (terreno plano ou fracamente acidentado);

S_3 = fator estatístico que foi adotado igual a 1 (edificações para comércio e industria);

S_2 = rugosidade do terreno

V_0 = velocidade básica = 35 m/s

C_p = coeficiente de pressão

Para obtenção do fator S_2, a rugosidade do terreno foi classificada como categoria III (obstáculos com altura até 3 metros). Como a maior dimensão da estrutura é maior do que 80 metros, foi utilizado o anexo A da NBR 6123. A altura total da estrutura foi considerada 30 metros. O fator S_2 é obtido através da expressão:

$$S_2 = b.F_{r,II}(z/10)^p \qquad (4.4)$$

Os valores dos parâmetros b, $F_{r,II}$ e p, para diversos intervalos de tempo são obtidos da tabela 21 da NBR 6123 (1988), e os valores correspondentes de S_2 na tabela 22.

Para obtenção do intervalo de tempo t , é utilizada a seguinte expressão:

$$t = 7{,}5.\frac{L}{V_t(h)} \qquad (4.5)$$

onde:

L= altura ou largura da estrutura, adotando-se o maior dos dois valores. Foi adotado L=200m.

$V_t(h)$ = velocidade média do vento sobre t segundos, no topo da estrutura, é dada pela expressão $V_t(h) = S_1\, S_2(h)\, V_0$.

Para obtenção do fator S_2 é feito um cálculo iterativo, arbitrando-se inicialmente $V_t(h)$ igual a 35 m/s. Com isso obtém-se o intervalo de tempo t e consequentemente S_2. Com o valor de S_2 calcula-se $V_t(h)$ e inicia-se uma nova iteração. Realizando-se as iterações chegou-se ao valor de 0,885 para S_2, com $V_t(h)$=30,98 m/s e t=48,42s.

De posse dos valores de S_1 , S_2 e S_3 obtém-se o valor da velocidade característica do vento:

$$V_k = 30{,}98 \text{ m/s}$$

Será adotado, para efeito de pré - dimensionamento, o coeficiente de pressão C_p= -1. Logo, a força devida ao vento por metro quadrado será de:

$$q = 588 \text{ N/m}^2 = \mathbf{0{,}59 \text{ kN/m}^2}$$

4.3 PRÉ DIMENSIONAMENTO DA ESTRUTURA EXEMPLO

Admite-se que a protensão é aplicada nas duas direções. No estado inicial conforme definido no item 2.3.1.3, onde atuam somente as forças de protensão aplicadas, estas se equilibram de tal forma que a estrutura mantém sua geometria de montagem. Para as cargas permanentes (0,3 kN/m^2) e de vento (0,59 kN/m^2), são obtidos os esforços nos cabos, com auxílio dos métodos expostos no capítulo 2:

- Solução aproximada da teoria de membrana exposta no item (2.3) (Frei Otto).
- Método aproximado com equações para o cabo isolado apresentado no item (2.4) (Majowiecki).

O pré dimensionamento consta da determinação da protensão e da rigidez axial dos cabos por unidade de comprimento nas duas direções, submetida aos dois requisitos de projeto:

- Estado Limite Último :

  Esforço solicitante de projeto ≥ 0 , ou seja, não pode haver compressão;

  Esforço solicitante de projeto $\leq$ esforço resistente.

- Estado Limite de Utilização: $w_{máx} \leq \frac{l}{500} = 40$ cm, para carga permanente.

4.3.1 Esforços nos cabos segundo Frei Otto

Será utilizada a superfície definida pela equação (4.1), com d_1=12,8 m; d_2=7,2 m e as curvaturas iguais a : $k_x = -2{,}6 \times 10^{-3}$ m^{-1} e $k_z = 2{,}6 \times 10^{-3}$ m^{-1}, conforme já mostradas. Neste processo, os valores das constantes ρ e φ são obtidos pelas equações (2.33), e serão de :

$\rho = k_z / k_x = 1$, $\varphi = (EA)_z/(EA)_x$ adotado igual a 2, considerando-se que os cabos suspensos (z) terão acréscimo de força e os tensores (x) decréscimo de força, para a carga permanente.

A partir das equações (2.34), ou com auxílio do gráfico da figura (2.8), obtém-se as frações parciais de carregamento:

$\chi_x = 0{,}33$ (cabos tensores) ; $\chi_z = 0{,}67$ (cabos suspensos).

Logo, os valores dos acréscimos de força, nas duas direções ortogonais, serão calculados utilizando-se as equações (2.35). Para a carga permanente, sendo p_y a carga vertical de 0,3 kN / m^2, tem-se:

$H_{xp} = -39{,}1$ kN / m ; $H_{zp} = 78{,}2$ kN / m

Para o carregamento de vento, com $p_y = 0{,}59$ kN / m^2, tem-se:

$H_{xp} = 76{,}8$ kN / m ; $H_{zp} = -153{,}7$ kN / m

Logo, o carregamento de vento é determinante no dimensionamento. O decréscimo de força dos cabos suspensos devido à ação da carga permanente + vento, representa a protensão mínima a ser aplicada de maneira a evitar que estes cabos fiquem frouxos sob este carregamento. Já os cabos tensores não podem afrouxar quando atuar somente a carga permanente. Logo, a protensão mínima a ser dada em H_{zp} e H_{xp} para os cabos não ficarem frouxos será de:

$H_{z0} = 153{,}7 - 78{,}2 =$ **75,5 kN / m** ;

$H_{x0} = 39{,}1$ kN / m

Para manter a geometria da malha deve-se satisfazer a equação (2.22), que relaciona as forças de protensão iniciais com a geometria do parabolóide hiperbólico. Para o exemplo tem-se que as forças de protensão devem ser iguais nas duas direções, pois:

$$\frac{H_{x0}}{H_{z0}} = -\frac{d_2 a^2}{d_1 b^2} = -\frac{7{,}2.100^2}{12{,}8.75^2} = 1{,}0 \quad ; \qquad \text{logo} \qquad \mathbf{H_{x0} = 75{,}5\ kN / m}$$

Os esforços máximos nos cabos serão:

Cabos tensores : $H_x = 75{,}5 + 76{,}8 - 39{,}1 = 113{,}3$ kN / m

Cabos suspensos : $H_z = 75{,}5 + 78{,}2 = 153{,}7$ kN / m

4.3.2 Esforços nos cabos segundo Majowiecki

Para efeito de comparação com o método anterior, será realizado o pré-dimensionamento dos cabos para a carga permanente, utilizando-se o método aproximado descrito no item (2.4), baseado nas equações para o cabo isolado.

Os coeficientes de repartição (equações (2.43)), considerando $(EA)_z = 2\ (EA)_x$, serão:

$$c_2 = \frac{\dfrac{2.d_2^2}{(2b)^4}}{\dfrac{2.d_2^2}{(2b)^4} + \dfrac{d_1^2}{(2a)^4}} = 0{,}67 \quad ; \qquad c_1 = \frac{\dfrac{d_1^2}{(2a)^4}}{\dfrac{2.d_2^2}{(2b)^4} + \dfrac{d_1^2}{(2a)^4}} = 0{,}33$$

Os coeficientes de repartição c_2 (cabo suspenso) e c_1 (cabo tensor), coincidem com os valores de χ_x e χ_z obtidos do dimensionamento anterior . Logo, as cargas atuantes nos cabos tensores e suspensos , respectivamente, serão de:

$$\Delta P_1 = q\, c_1 = 0{,}3 \times 0{,}33 = 0{,}1 \text{ kN / m}^2$$

$$\Delta P_2 = q\, c_2 = 0{,}3 \times 0{,}67 = 0{,}2 \text{ kN / m}^2$$

Considerando a protensão de H_1=H_2= 75,5 kN nos cabos tensores e suspensos, será calculado o valor da protensão representada como um carregamento uniformemente distribuído :

$$P = \frac{8 d_2 H_2}{L_2^2} = \frac{8 d_1 H_1}{L_1^2} = 0{,}19 \text{ kN / m}^2$$

Considerando-se como 0,3 kN / m^2 o carregamento atuante (somente carga permanente), a força nos cabos suspensos e tensores será dada pelas equações (2.47), onde:

$$\Delta P_1 = 0{,}1 \text{ kN / m}^2$$

$$q_1 - \Delta P_1 = 0{,}3 - 0{,}1 = 0{,}2 \text{ kN / m}^2$$

$$P - \Delta P_1 = 0{,}19 - 0{,}1 = 0{,}09 \text{ kN / m}^2$$

$$P + (q_1 - \Delta P_1) = 0{,}19 + 0{,}2 = 0{,}39 \text{ kN / m}^2$$

$$H_2 = \frac{P + (q_1 - \Delta P_1)}{8 d_2} L_2^2 = \frac{0{,}39.(150)^2}{8.7{,}2} = 152{,}3 \text{ kN / m}$$

$$H_1 = \frac{(P - \Delta P_1)}{8 d_1} L_1^2 = \frac{(0{,}09)(200)^2}{8.12{,}8} = 35{,}1 \text{ kN / m}$$

Diminuindo-se o valor da protensão nos cabos tensores e suspensos dos valores de H_1 e H_2, obtém-se o acréscimo das componentes horizontais da força de protensão sob ação da carga permanente:

$\Delta H_2 = 152,3 - 75,5 = 76,8$ kN / m

$\Delta H_1 = 35,1 - 75.5 = -40,4$ kN / m

Estes valores são aproximadamente iguais aos obtidos no item 4.3.1 pelo método de Frei Otto, para os valores dos acréscimos de força, nas duas direções ortogonais, para a carga de 0,3 kN/m^2. Logo os dois métodos, tanto da equação do cabo isolado (Majowiecki), quanto da malha de cabos como um contínuo (Frei Otto), apresentam resultados semelhantes.

4.3.3 Pré-dimensionamento dos Cabos no Estado Limite de Projeto

Para o pré-dimensionamento dos cabos, serão utilizados os valores das forças nos cabos obtidos pelo método de Frei Otto. Para a obtenção dos esforços solicitantes será calculada a combinação na ruptura dos esforços nos cabos tensores e suspensos, que está mostrada a seguir. Foram utilizados os seguintes fatores de majoração das cargas:

Carga permanente : $\gamma_g = (1,3$ ou $1,0)$;

Carga de vento : $\gamma_v = (1,4$ ou $0,0)$;

Protensão : $\gamma_p = (1,3$ ou $1,0)$.

O esforço resistente do cabo é dado por: $F_{res} = \phi F_u$, onde ϕ é adotado igual a 0,75 e F_u é a carga de ruptura mínima do cabo.

Combinações na ruptura (esforços solicitantes):

Cabos tensores : $H_x = 1,3 \times 75,5 + 1,4 \times 76,8 - 1,0 \times 39,1 = 166,7$ kN / m

Cabos suspensos : $H_z = 1,3 \times 75,5 - 0,0 \times 153,7 + 1,3 \times 78,1 = 199,8$ kN / m

Admitindo-se um espaçamento de 3 metros entre os cabos tensores, o esforço solicitante máximo no cabo será de : $F_{dx} = 3 \times 166,67 = 500,0$ kN.

Consultando-se o catálogo da (CIMAF), foi escolhido o cabo pré esticado da classificação 6 x 25 Filler, com alma de aço independente (AACI), diâmetro nominal de 1 3/8". A carga de ruptura mínima efetiva deste cabo é de : 75.790 kgf = 757,9 kN. O esforço resistente deste cabo é dado por: $F_{res} = 0,75 \times 757,9 = 568,4$ kN. Logo, pode-se adotar este cabo para os cabos tensores pois:

$F_{dx} = 500,0$ kN $< F_{res} = 568,4$ kN

O peso por metro deste cabo é de 5,208 kgf/m. Admitindo-se o peso específico do aço como $\gamma_{aço} = 7,85 \times 10^3$ tf / m^3 , a área do cabo será de:

$A = 5,208 / (7,85 \times 10^3) = 6,63 \times 10^{-4}$ m^2.

O módulo de elasticidade fornecido no catálogo da (CIMAF), para cabos de aço com alma de aço é : $E \approx 10500$ kgf / mm^2 = 1,05 x 10^8 kN / m^2. Como o módulo de elasticidade é menor para cabos novos ou sem uso, pode-se adotar um módulo de elasticidade cerca de 20% maior para cabos usados ou novos pré esticados. Logo, o valor adotado será de : $E = 1{,}25 \times 10^8$ kN / m^2.

Logo a rigidez axial dos cabos tensores será de :

$(EA)_x = 1{,}25 \times 10^8 \times 6{,}63 \times 10^{-4} = 8{,}29 \times 10^4$ kN.

A rigidez por metro é obtida dividindo-se o valor acima pelo espaçamento entre os cabos: $(EA)_x / m = 2{,}76 \times 10^4$ kN / m.

Admitindo-se um espaçamento de 2 metros entre os cabos suspensos, o esforço solicitante máximo no cabo será de : $F_{dx} = 2 \times 199{,}75 = 399{,}5$ kN.

Foi adotado o cabo pré esticado da classificação 6 x 25 Filler, com alma de aço independente (AACI), diâmetro nominal de 1 1/4". A carga de ruptura mínima efetiva deste cabo é : 62.990 kgf = 629,9 kN. O esforço resistente deste cabo será:

$F_{res} = 0{,}75 \times 629{,}9 = 472{,}4$ kN.

$F_{dx} = 399{,}5$ kN $< F_{res} = 472{,}4$ kN

O peso por metro deste cabo é de 4,3 kgf/m, logo a área do cabo será de:

$A = 4{,}3 / (7{,}85 \times 10^3) = 5{,}47 \times 10^{-4}$ m^2.

A rigidez dos cabos suspensos será de :

$(EA)_z = 1{,}25 \times 10^8 \times 5{,}47 \times 10^{-4} = 6{,}85 \times 10^4$ kN.

Sendo o espaçamento entre os cabos suspensos de 2 metros, a rigidez por metro será : $(EA)_z$ /m = 3,42 x 10^4 kN / m.

Deverá ser respeitada a relação $\varphi = (EA)_z/(EA)_x = 2$, logo deverá ser utilizado:

$(EA)_z = 2 \times (EA)_x = 2 \times 2{,}76 \times 10^4 = 5{,}52 \times 10^4$ kN / m.

Resumindo, os valores a serem adotados para as rigezas dos cabos tensores e suspensos, respectivamente será:

$(EA)_x = 2{,}76 \times 10^4$ kN / m ; $(EA)_z = 5{,}52 \times 10^4$ kN / m.

Foi escolhido cabo com alma de aço pois este garante maior resistência aos amassamentos e aumentam a resistência à tração, quando comparado com os cabos tradicionais. A composição 6 x 25 Filler garante flexibilidade ao cabo de aço, pois a sua flexibilidade é inversamente proporcional ao diâmetro dos arames (CIMAF). A figura 4.3 ilustra a seção dos cabos compatíveis com estas propriedades de acordo com o fabricante CIMAF.

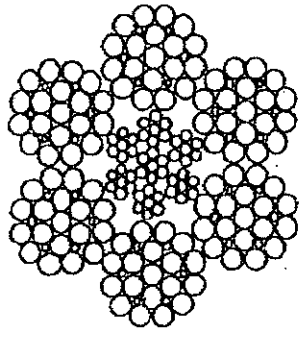


Figura 4.3 – Seção transversal dos cabos (CIMAF)

4.3.4 Pré dimensionamento no estado Limite de Utilização

Será realizada a estimativa da flecha no centro da malha segundo os métodos de Frei Otto e Majowiecki, para carga permanente de 0,3 kN/m^2.

Flecha segundo Frei Otto

A flecha média é dada pela equação (2.36), onde os valores de ϕ_x e ϕ_z podem ser obtidos da equação (2.32) :

$$\phi_x = \frac{2{,}76.10^4}{200(1+8(12{,}8/200)^2)} = 133{,}6 \text{ kN} \setminus \text{m}^2$$

$$\phi_z = \frac{5{,}52.10^4}{150(1+8(7{,}2/150)^2)} = 361{,}3 \text{ kN} \setminus \text{m}^2$$

Pode-se utilizar o valor de ϕ_x ou ϕ_z para o cálculo da flecha média w_m, pois os dois apresentarão mesmo resultado. Usando valor de ϕ_z, tem-se:

$$w_m = \frac{0{,}6667.0{,}3}{(0{,}0026)^2 150.361{,}34} = 0{,}57 \text{ m}$$

Para carga vertical uniformemente distribuída, o deslocamento do centro da malha (w_0) pode ser obtido fazendo-se a aproximação mostrada na equação (2.37) :

$w_0 \approx (1{,}1 \text{ a } 1{,}25) \text{ x } 0{,}57 \approx 0{,}63 \text{ a } 0{,}71 \approx 0{,}67 \text{ m} = 67 \text{ cm}$

Flecha segundo Majowiecki

O valor do deslocamento no centro dos cabos na formulação simplificada, a partir das equações para o cabo isolado, é dado pela equação (2.50), com Δs dado pela equação (2.11). Será calculado o deslocamento no centro do cabo suspenso. Para o cabo tensor utiliza-se a mesma equação resultando no mesmo valor para a flecha. O comprimento dos cabos tensores e suspensos é dado pela equação (2.7):

$$s_x = [\ 1 + 8/3\ (12{,}8/200)^2 - 32/5\ (12{,}8/200)^4\ ]\ 200 = 202{,}2 \text{ m}$$

$$s_z = [\ 1 + 8/3\ (7{,}2/150)^2 - 32/5\ (7{,}2/150)^4\ ]\ 150 = 150{,}9 \text{ m}$$

Logo, o deslocamento no centro do cabo será de:

$$\Delta d = \frac{76{,}8.150{,}9}{55200.(16/3)(7{,}2/150)} = 0{,}82 \text{ m} = 82 \text{ cm}$$

O valor da flecha obtida por este método é aproximadamente 20% maior do que pelo método de Frei Otto. Pode-se concluir então que, por se tratar de um método aproximado, ele é mais conservador.

Como a malha de cabos apresentou deslocamento relativamente grande, para níveis de carga pequenos (somente carga permanente), chegou-se a conclusão que esta estava muito flexível, devendo ser aumentada a sua rigidez EA, para atender ao Estado Limite de Utilização. Com isso, as rigezas adotadas no modelo para os cabos nas direções x e z respectivamente foram:

$$(EA)_x = 5{,}52 \times 10^4 \text{ kN / m} \quad ; \qquad (EA)_z = 11{,}04 \times 10^4 \text{ kN / m}$$

4.4 MODELO NUMÉRICO

O modelo estrutural empregado consiste de uma malha de cabos protendidos, com geometria regrada. O elemento utilizado no MEF para representar o cabo, foi o elemento cabo-treliça, já definido no item (2.5). Em cada cruzamento de cabos foi definido um nó. Para geração da malha de cabos foi utilizado o programa GERA (Hallak, 1996), com algumas adaptações para o caso específico deste exemplo.

Foi adotado contorno rígido para a malha de cabos, ou seja, no modelo numérico os nós do contorno foram considerados fixos (deslocamento restringido nas três direções: x , y , e z).

4.4.1 Malha de cabos

Foi arbitrado espaçamento de 2 metros entre os cabos suspensos, e espaçamento de 3 metros entre os cabos tensores. Logo foram adotados 50 cabos paralelos ao eixo x (cabos tensores), e 100 cabos paralelos ao eixo z (cabos suspensos). Na discretização do modelo estes cabos podem ser agrupados, para simplificação da malha, não comprometendo os resultados (Hallak, 1996). Na malha simplificada vários cabos são agrupados em um único cabo, redistribuindo igualmente as propriedades entre os nós e elementos. Devem ser empregadas corretamente as propriedades geométricas e físicas, bem como as forças de protensão e carga vertical.

Os cabos foram agrupados da seguinte forma :

- cabos suspensos : foram agrupados de 5 em 5, resultando no modelo 20 grupos de cabos paralelos a z. Foram adotados 21 grupos de cabos com o intuito de existir um cabo central.
- Cabos tensores : foram agrupados de 2,5 em 2,5, resultando no modelo 20 grupos de cabos paralelos a x. Também foram adotados 21 grupos de cabos.

Logo o modelo adotado foram 21 grupos de cabos em cada direção, totalizando uma malha com 433 nós e 740 elementos. Com o objetivo de reduzir o tempo de processamento nas análises no domínio do tempo realizadas no próximo capítulo, foi modelada também outra malha menos discretizada. Nesta malha os cabos suspensos foram agrupados de 11 em 11 e os tensores de 6 em 6, resultando no modelo 9 grupos de cabos em cada direção, totalizando 105 nós e 156 elementos. Os resultados da análise estática serão apresentados mais adiante.

4.4.2 Introdução da protensão e Cargas Externas

No modelo numérico, a protensão pode ser introduzida através de deslocamentos prescritos aplicados aos pontos de suspensão dos cabos, ou através de uma força interna de tração pré instalada no elemento ou ainda através de variação de temperatura, que produz aumento no comprimento dos elementos de cabos e, consequentemente, instala-se um estado de pré-tração neste elemento. Neste trabalho foi adotada a instalação de força interna diretamente à nível de elemento.

A massa dos elementos para análise de vibrações livres e as cargas externas de peso próprio são aplicadas somente nos nós, definidos pelas interseções entre os cabos ortogonais da malha.

O carregamento total (protensão inicial + peso próprio) foi aplicado em duas etapas distintas. Aplicou-se, primeiramente, sobre a superfície inicial isenta de qualquer esforço, as protensões iniciais, obtendo-se os esforços e deformações relativos ao estado inicial de protensão. A seguir, após o equilíbrio de forças internas devido à protensão, aplicou-se o carregamento de peso próprio, obtendo-se os esforços e deslocamentos totais da estrutura. Em cada etapa do carregamento total foi aplicado o processo não linear iterativo.

Como estratégia de solução das equações utilizou-se o método de Newton-Raphson. Utilizou-se o programa MEDIFEM (Pfeil, 1991) para a análise estrutural não linear.

4.5 ANÁLISE ESTÁTICA

Será apresentada neste item uma comparação entre os resultados teóricos e do modelo numérico, e um estudo do comportamento estático da malha de cabos sob carga uniformemente distribuída e sob carregamentos não uniformes.

Resultados anteriores (Hallak,1996) obtidos para malha de cabos na forma de parabolóide hiperbólico ancoradas em contorno rígido e submetidas a carregamento uniformemente distribuído indicaram um comportamento linear destas estruturas

enquanto todos os cabos permanecem tracionados. No caso de ação de vento turbulento tem-se um carregamento não uniformemente distribuído, o que poderá promover um comportamento não linear mesmo que não haja perda total de protensão em algum cabo. Neste item faz-se um estudo da influência da não uniformidade da carga e da ocorrência de perda de protensão de alguns cabos no grau e tipo de não linearidade da resposta.

4.5.1 Comparação entre os resultados teóricos e do modelo numérico

Apresenta-se a seguir uma comparação entre os resultados obtidos pelas soluções analíticas de Frei Otto e Majowiecki, e pela análise não linear com o método dos elementos finitos. Conforme já mostrado, os valores adotados para as rigezas dos cabos tensores e suspensos foram:

$$(EA)_x = 5{,}52 \times 10^4 \text{ kN / m} \quad ; \qquad (EA)_z = 11{,}04 \times 10^4 \text{ kN / m}$$

A protensão adotada foi de 75,5 kN/m para os cabos tensores e suspensos. Para estes valores, os resultados teóricos em termos de deslocamento vertical w no centro da malha e esforços H_x e H_z obtidos com as formulações de Frei Otto e Majowiecki, encontram-se na tabela (4.1).

Os modelos numéricos utilizados foram: malha 1 com 21 grupos de cabos em cada direção, e malha 2 com 9 grupos de cabos em cada direção. Foi aplicada a carga distribuída de 0,3 kN/m^2 nos modelos, e como os carregamentos são nodais, as cargas aplicadas nos nós foram: 20,2 kN para a malha 1 , e 111,0 kN para a malha 2.

Nos resultados do modelo numérico a componente horizontal H da força nos cabos centrais (tensor e suspenso) pode ser obtida diretamente da força nestes cabos atuando no nó central da malha, onde as tangentes são horizontais.

Os resultados obtidos utilizando-se o método dos elementos finitos, em termos de deslocamentos , são dados para o nó central da malha e para o nó localizado no quadrante. Os esforços são apresentados para os cabos tensor e suspenso centrais da malha.

Nesta tabela os valores positivos de força indicam esforço de tração e os valores negativos de deslocamento indicam que este é no sentido descendente (vide notação na figura 4.1a).

Tabela 4.1 – Comparação entre os valores obtidos pelas teorias de Frei Otto e Majowieki e pelo método dos elementos finitos para carga uniforme de 0,3 kN / m².

		H_{xp} (kN/m) cabos tensores	H_{zp} (kN/m) cabos suspensos	w (m) Nó central	w (m) Quadrante
Teórico	Frei Otto	36,47	153,65	-0,33	-
	Majowieki	35,16	152,35	-0,41	-
MEF	Malha 1	35,55	150,78	-0,34	-0,29
	Malha 2	36,57	152,86	-0,33	-0,29

O valor da flecha segundo o método de Frei Otto é aproximadamente igual a do modelo numérico. Já segundo o método de Majowieki, o valor deu um pouco maior, o que demonstra que este método é mais conservador. Verifica-se que os esforços nos

cabos tensores e suspensos comparam-se muito bem entre os três métodos. Observa-se também que o deslocamento do nó da malha localizado a ¼ do vão é aproximadamente igual a 85% do deslocamento no centro da malha.

Em relação à simplificação da malha, pode-se observar que os resultados da análise estática para as malhas 1 e 2 são muito próximos, tanto em termos de deslocamento como de esforços nos cabos tensores e suspensos.

4.5.2 Comportamento sob carga uniforme

Neste item será realizado o estudo do comportamento estático da malha de cabos sob carga uniforme crescente. Será realizada uma variação do carregamento externo p até 1,0 kN/m^2, com o objetivo de observar o comportamento não linear para níveis altos de carga.

Serão apresentados os resultados nos cabos tensores e suspensos centrais e nos quadrantes, assim como deslocamentos no nó central da malha e nos quadrantes. Na figura 4.4 está mostrada a posição relativa de alguns nós e cabos da malha para os quais foram apresentados os resultados neste trabalho. Para o caso deste item, como a malha e o carregamento são simétricos, os deslocamentos dos nós 2, 3, 4, e 5 serão os mesmos, bastando apresentar resultados para um deles. O mesmo ocorre para os cabos tensores T2 e T3, e os cabos suspensos S2 e S3.

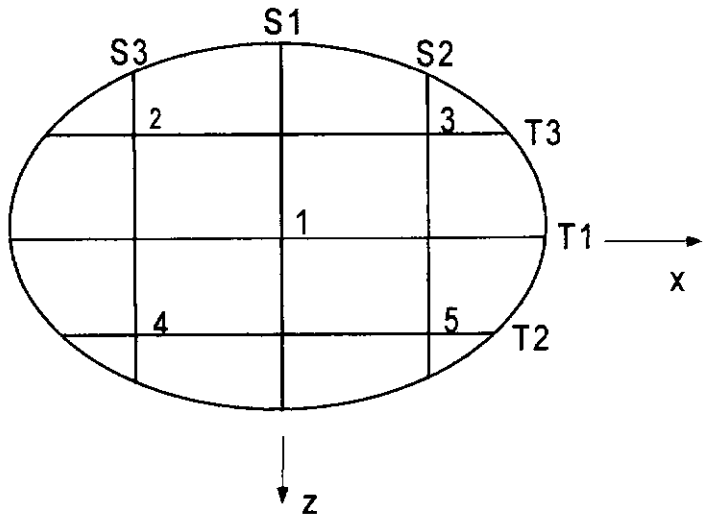


Figura 4.4 – Projeção em planta dos nós e cabos analisados

Os resultados obtidos com a variação da carga externa p para a malha 1 estão mostrados na figura (4.5). Os resultados são apresentados na forma adimensional sendo as abcissas dos gráficos a relação $(p.2a.10^3)/(EA)_x$. A figura (4.5.a) mostra a variação dos deslocamentos verticais em dois pontos da estrutura com o carregamento, para a malha 1. Estes valores são mostrados na forma adimensional w/2a. A figura (4.5 b) mostra a variação da razão H/H_0, onde $H = H_0 + H_p$, sendo H_0 a protensão inicial e H_p a variação da força nos cabos resultante da aplicação do carregamento.

A partir da figura (4.5b) pode-se observar que, conforme já mostrado no item 2.6, para níveis maiores de carga, os cabos tensores têm perda total de protensão. Como os cabos tensores passam a não ter mais função estrutural., os esforços são absorvidos pelos cabos suspensos. Até a abcissa 2,1 , os cabos centrais se mantêm tracionados e a estrutura se comporta como uma malha de cabos. Quando os cabos tensores da região central da malha estão frouxos, praticamente os cabos suspensos são os únicos a trabalharem efetivamente para manter o equilíbrio da estrutura. Por isso na abcissa 2,1 , há um ponto anguloso na curva dos esforços nos cabos suspensos, demonstrando um comportamento não linear.

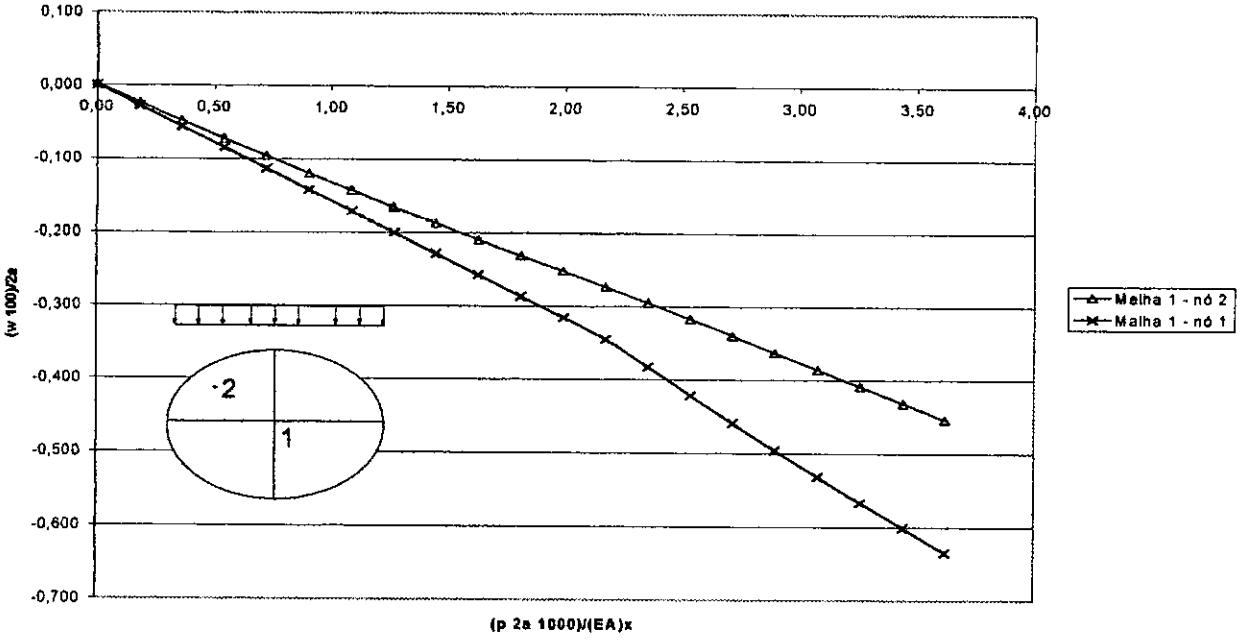


Figura 4.5 a) Variação dos deslocamentos verticais w dos nós da malha 1 com a carga uniforme.

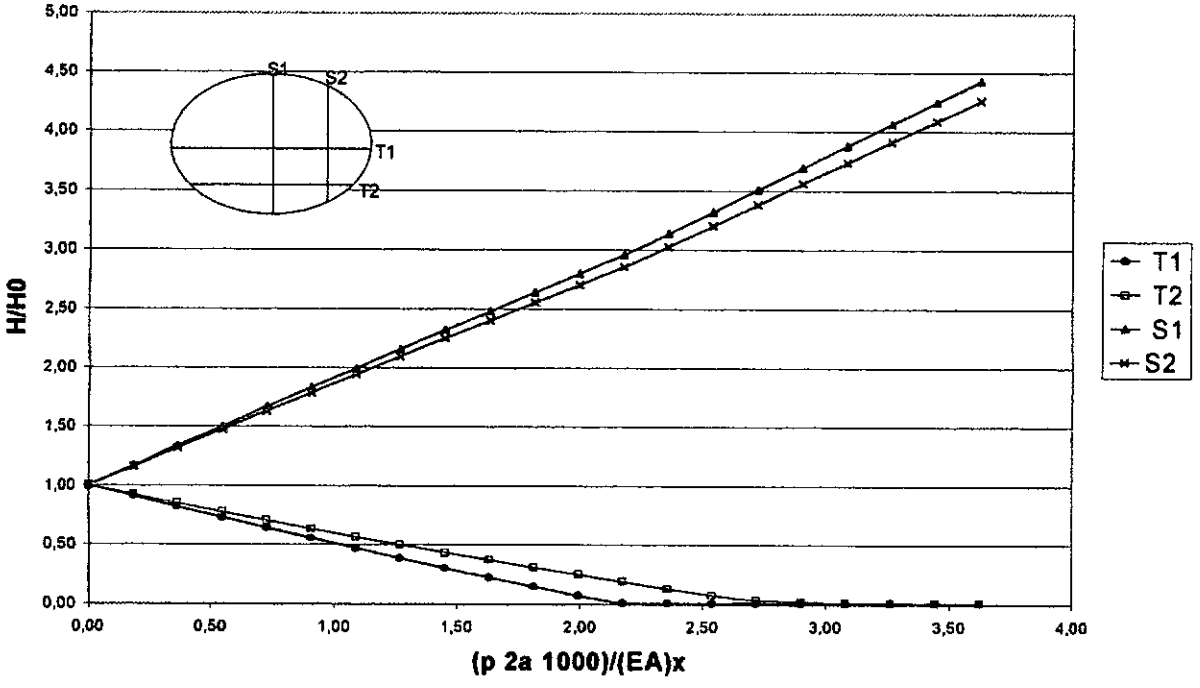


Figura 4.5 b – Variação da força H em alguns cabos da malha 1 com a carga uniforme.

Do gráfico de variação de deslocamentos verticais w com a carga externa p (fig.4.5a), observa-se que para cargas até 0,58 kN/m^2, que corresponde a abcissa 2,1 , o comportamento da malha é linear sob ação de carregamento uniforme. No ponto de abcissa 2,1 , correspondente a perda total de protensão nos cabos tensores centrais, a estrutura apresenta uma perda súbita de rigidez e uma subsequente resposta aproximadamente linear.

A simplificação da malha foi bem satisfatória, uma vez que as duas malhas (com 21 cabos e com 9 cabos), apresentaram resultados praticamente iguais para os deslocamentos e esforços.

Para a carga de 0,3 kN/m^2 uniformemente distribuída em toda a malha, que corresponde ao valor da carga permanente atuante na estrutura, estão mostrados na figura (4.6 a) os deslocamentos ao longo dos cabos tensor e suspenso centrais (T1 e S1), para a malha 1 . Na figura (4.6b) está indicada a variação dos esforços ao longo dos cabos centrais para a malha 1. Como a malha é bem abatida, o esforço normal é praticamente constante ao longo do cabo.

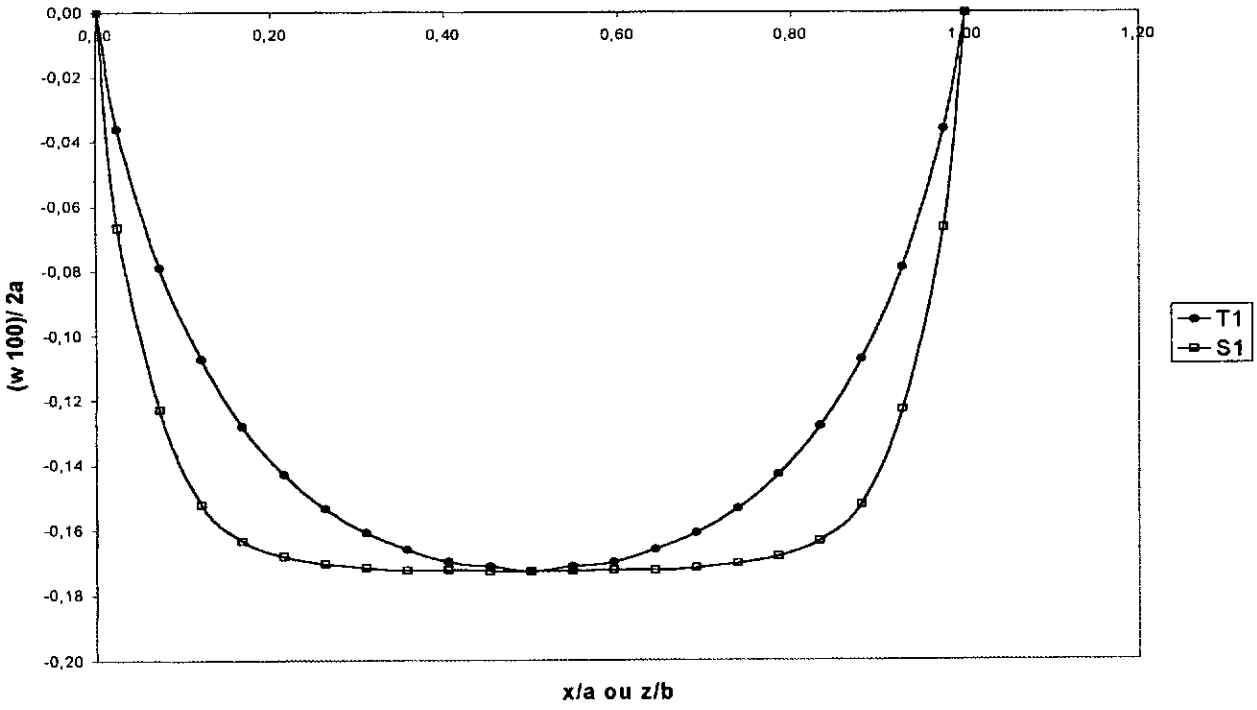


Figura 4.6a – Deslocamentos ao longo dos cabos tensor (T1) e suspenso (S1) centrais para a carga de 0,3 kN/m^2 atuando na malha 1.

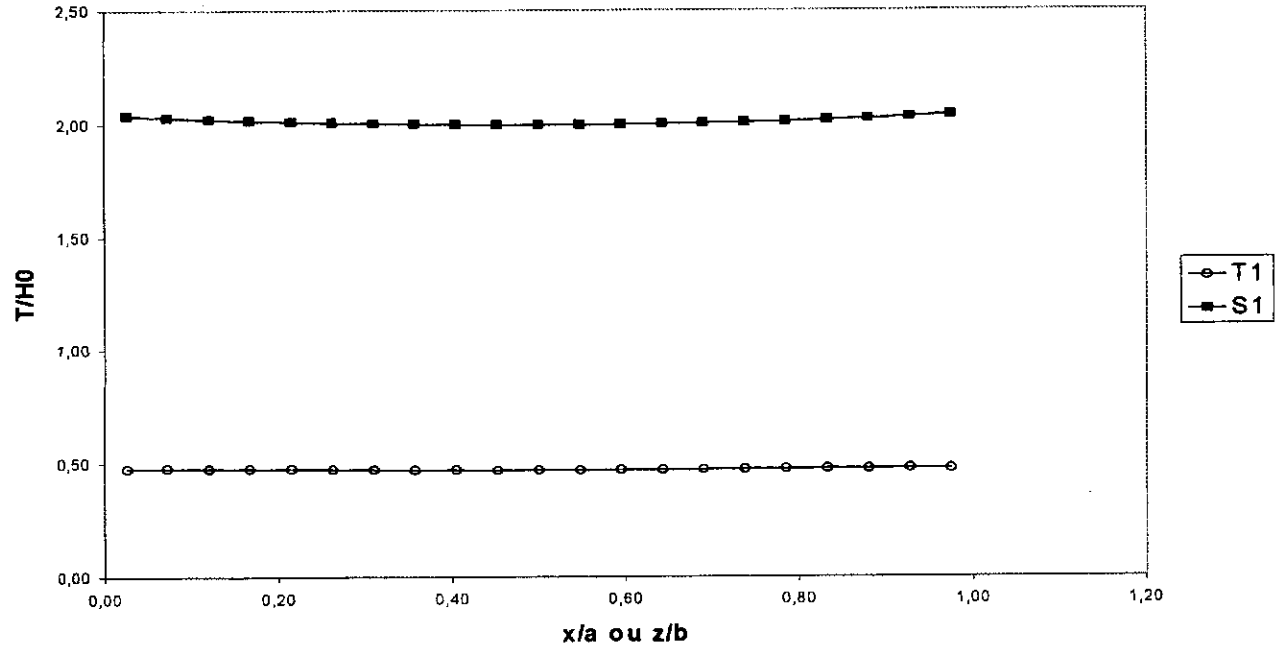


Figura 4.6b – Variação do esforço normal ao longo dos cabos tensor e suspenso centrais.

4.5.3 Comportamento sob ação de carregamentos não uniformes

A força de vento produz um carregamento não uniforme na malha de cabos, o que pode promover um comportamento não linear, mesmo sem a ocorrência de perda total de protensão de algum cabo. Este item tem por objetivo estudar o comportamento da malha de cabos sob ação de carregamentos não uniformes. Serão apresentados os resultados para dois tipos de carregamentos: carga antissimétrica e carga concentrada na região central da malha. Foi utilizada a malha 1, por ser a mais discretizada.

4.5.3.1 Carregamento antissimétrico

Este carregamento foi aplicado com variação de 0 a 1,0 kN/m^2 na malha de cabos, sendo que para os nós com abcissa x positiva, esta carga foi aplicada para baixo (pressão), e para os nós com abcissa x negativa, esta carga foi aplicada para cima (sucção). Para os nós de abcissa nula, foi aplicado carregamento de pressão.

Na figura (4.7b) está mostrada a variação da força nos cabos centrais e nos quadrantes da malha com a carga antissimétrica. Pode-se observar que mesmo para níveis de carga pequenos, abcissa 0,7 (que corresponde a uma carga de aproximadamente 0,2 kN/m^2), o cabo S3 tem perda total de protensão devido ao efeito de sucção do carregamento. A partir deste ponto observa-se uma mudança no comportamento da estrutura, com redistribuição dos esforços para os cabos tensores (T1, T2, T3),os quais passam a ter acentuado acréscimo de esforço.

Na figura (4.7 a) está mostrada a variação dos deslocamentos verticais do nó central e dos nós localizados nos quadrantes da malha. Constata-se que a partir da abcissa 0,7 , quando o cabo S3 afrouxa, os nós apresentam variação de deslocamentos não linear, principalmente os nós 2 e 4 que possuem deslocamentos positivos devido ao efeito da sucção.

Nas figuras (4.8a e b) estão apresentados os deslocamentos ao longo dos cabos suspensos (S1 e S3) e tensor (T1) para três níveis do parâmetro de carga antissimétrica ($(p.2a.1000/(EA)_x) = 0,7$, 1,1 e 1,8 , que correspondem a cargas de 0,2 kN/m^2 , 0,3 kN/m^2 e 0,5 kN/m^2). Para o cabo tensor T1 (figura 4.8b) pode-se observar a inversão dos deslocamentos devida a aplicação do carregamento antissimétrico de sucção/pressão. Observa-se que a perda total de protensão do cabo S3, não alterou significativamente o padrão de comportamento do cabo central S1 e do cabo T1 na região sob pressão, para os três níveis de carga. Na região sob sucção, observa-se que com a elevação da carga, os deslocamentos crescem mais e não aumentam linearmente com a carga, demonstrando assim um comportamento não linear. Os deslocamentos dos nós ao longo do cabo S3 são para cima, e de valores maiores do que ao longo do cabo S1, que são descendentes.

Na figura 4.9 está ilustrada a variação da força ao longo dos cabos suspenso (S1) e tensor (T1) centrais para uma carga antissimétrica de 0,5 kN/m^2 , para qual já ocorre afrouxamento dos cabos suspensos na região do cabo S3. Pode-se observar que a força nos cabos tem pequena variação. Para esta carga, os esforços no cabo S3 são nulos ao longo de todo o cabo.

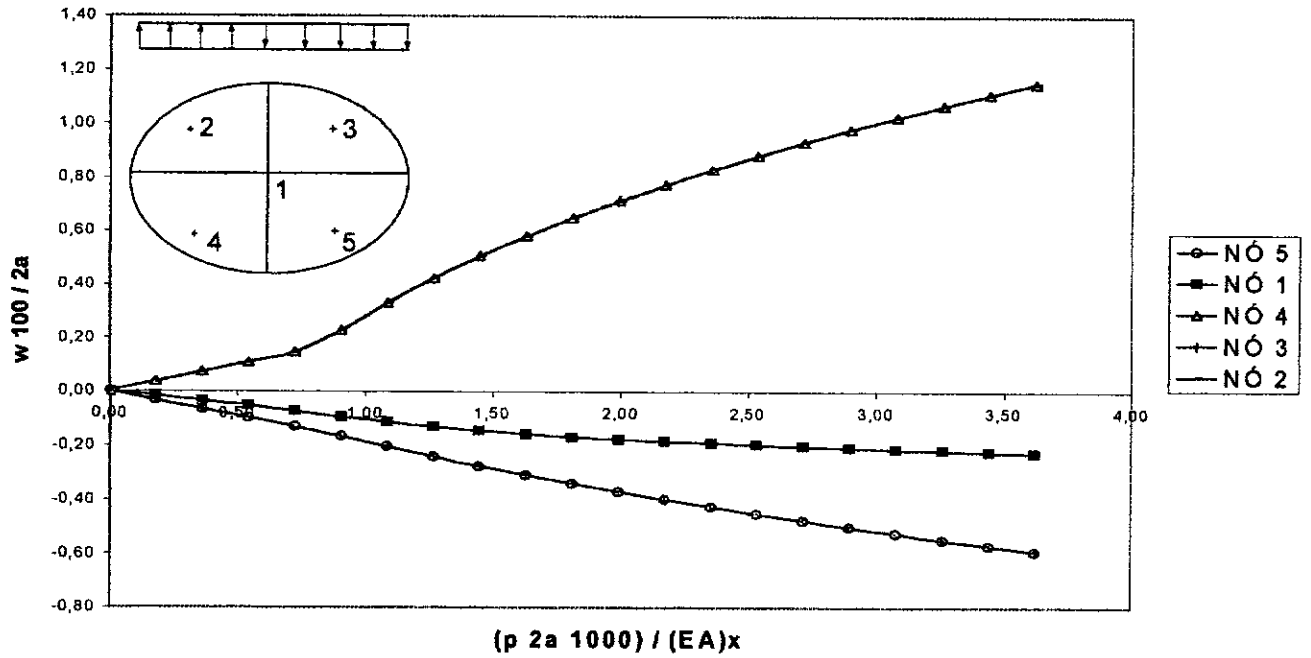


Figura 4.7 a – Variação dos deslocamentos verticais em alguns nós da malha com a carga antissimétrica.

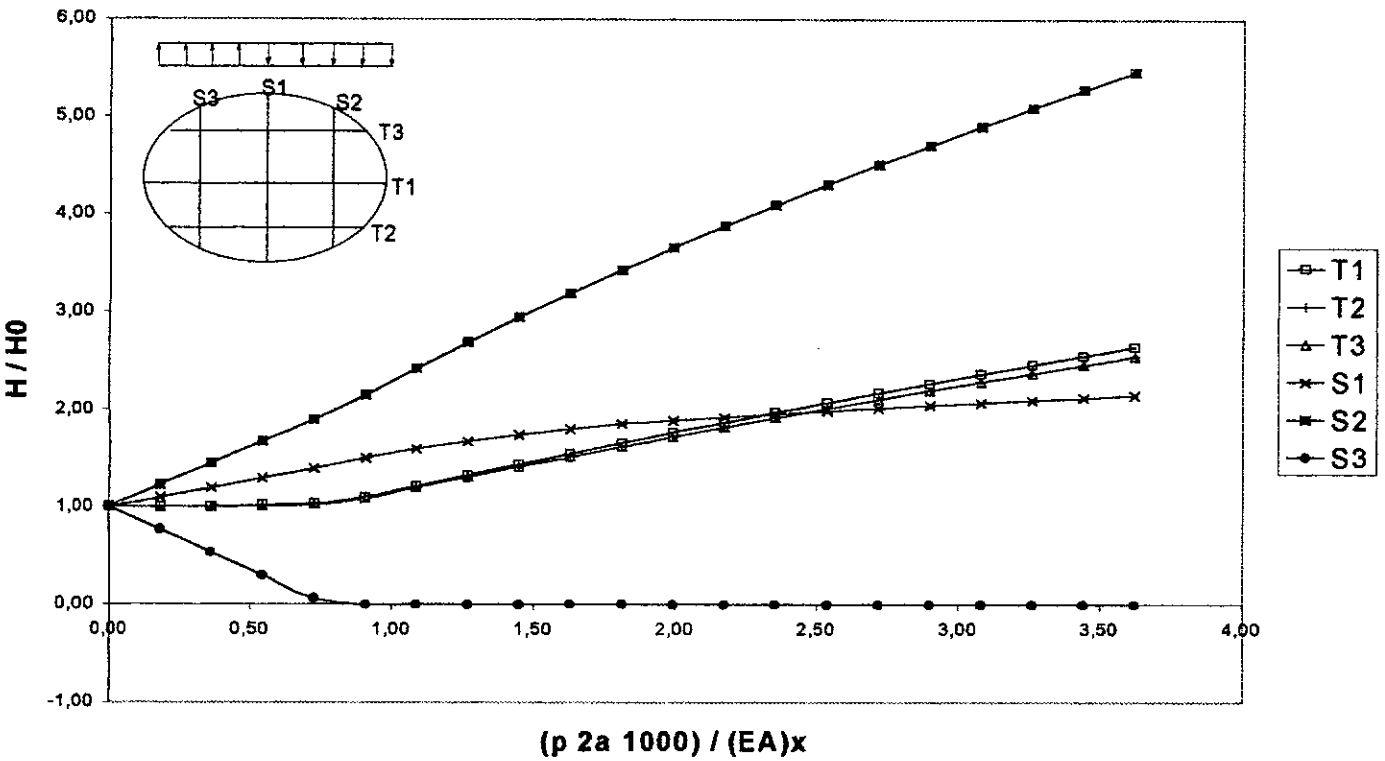


Figura 4.7 b – Variação da força H em alguns cabos da malha com a carga antissimétrica.

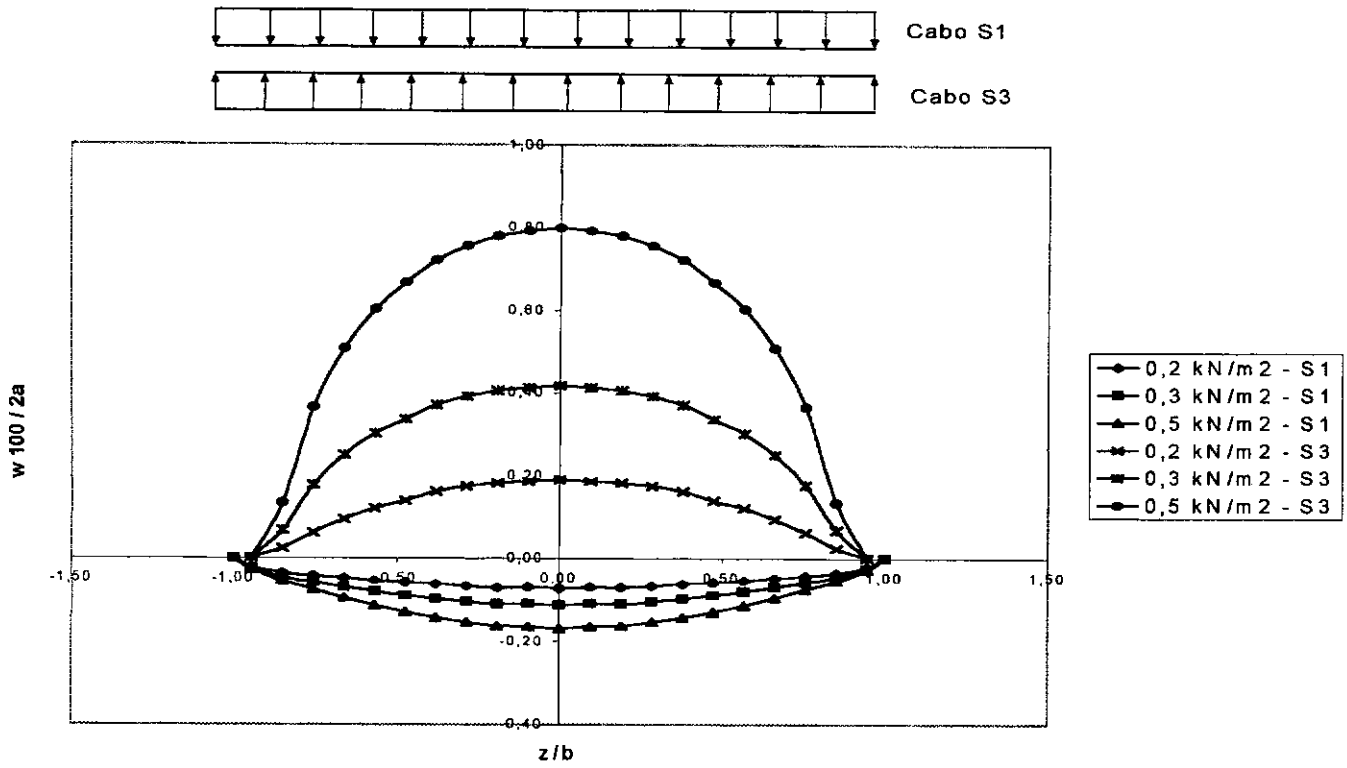


Figura 4.8 a – Deslocamentos ao longo dos cabos suspensos S1 e S3 para três níveis de carga antissimétrica.

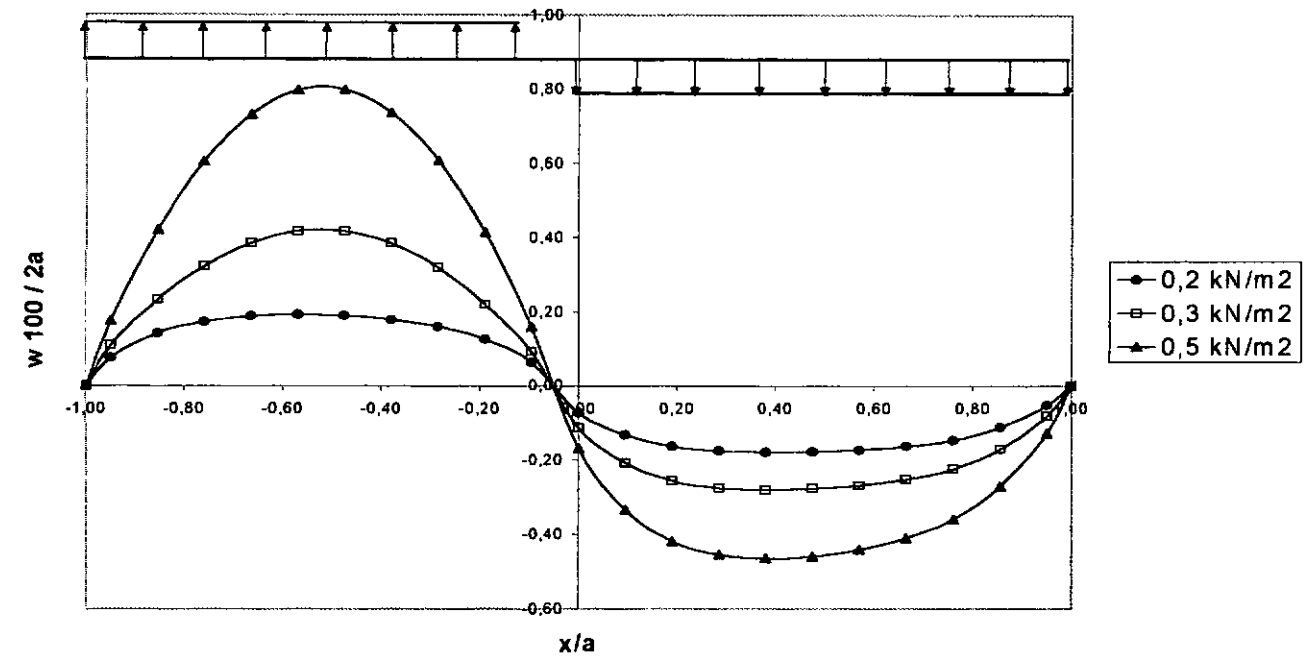


Figura 4.8 b – Deslocamentos ao longo do cabo tensor T1 para três níveis de carga antissimétrica.

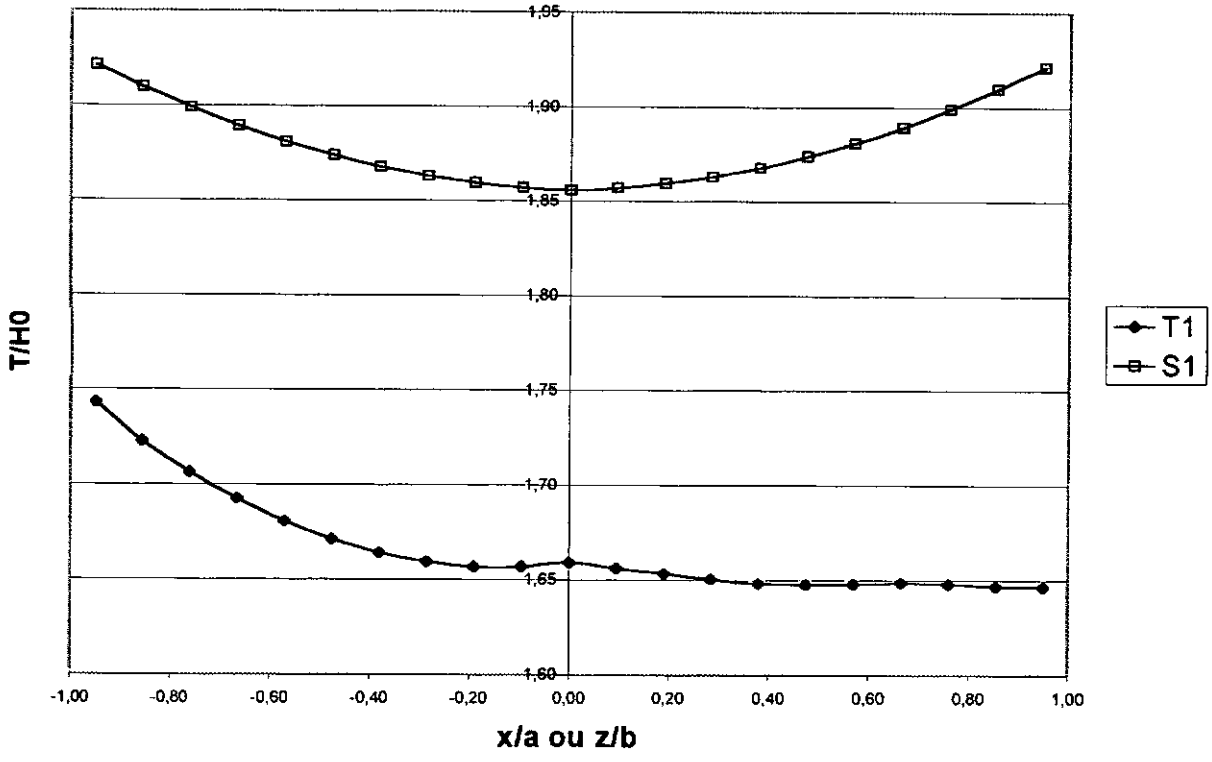


Figura 4.9 – Variação da força T ao longo dos cabos tensor (T1) e suspenso (S1) para a carga antissimétrica de 0,5 kN/m^2. A força ao longo do cabo S3 é nula.

4.5.3.2 Carregamento na região central da malha

Neste item será adotado um carregamento concentrado em uma pequena região central da malha, para analisar o comportamento da malha de cabos sob cargas concentradas. Foi aplicado um carregamento externo variando de 0 a 1,0 kN/m^2, concentrado na região central da malha com área aproximada de 14,2 m x 19 m = 269,8 m^2, como está mostrado na figura 4.10, onde a região hachurada indica a área de aplicação da carga. Os resultados estão apresentados para a malha 1, com 21 cabos em cada direção.

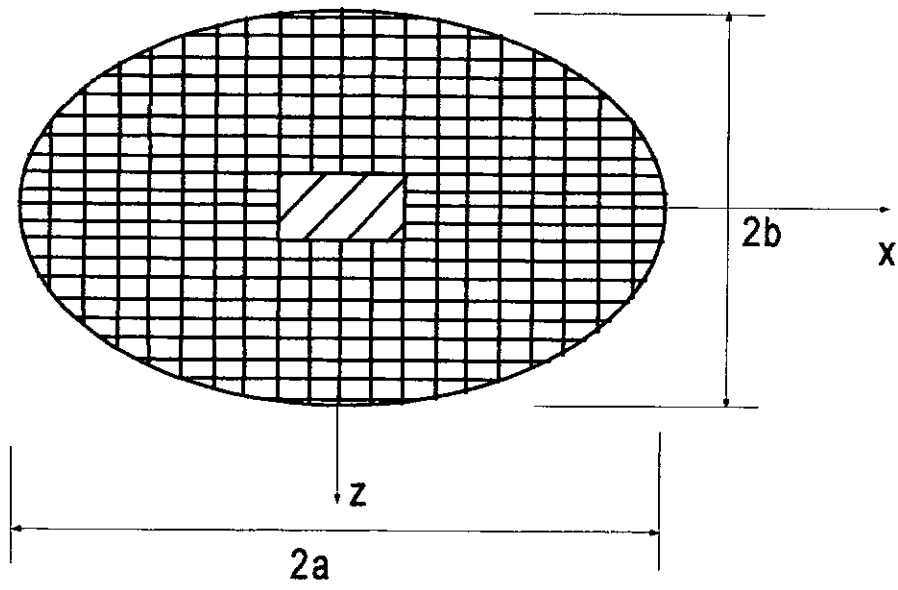


Figura 4.10 – Carregamento na região central da malha

Na figura (4.11 a) está mostrada a variação da força nos cabos centrais e nos quadrantes da malha . Como a carga é simétrica e o carregamento também, os cabos T2 e T3 e os cabos S2 e S3 possuem os mesmos resultados, bastando apresentar resultados para os cabos T2 e S2. O cabo tensor central (T1) apresenta uma leve perda de protensão, enquanto que o cabo suspenso (S1) ganha protensão. Os cabos S2 e T2 praticamente não apresentam variação de força, permanecendo inalterados. Ou seja, os cabos localizados nos quadrantes da malha não são afetados pelo carregamento. Pode-se observar também que nenhum cabo tem perda total de carga, mesmo para níveis elevados de carga.

A figura (4.11b) mostra a variação do deslocamento do nó central da malha para este carregamento concentrado na região central da malha e para carga uniformemente distribuída em toda malha. Observa-se no primeiro caso que, desde o início da aplicação da carga, a variação do deslocamento é não linear, ao contrário do caso com carga uniforme, onde a variação do deslocamento é praticamente linear até a abcissa 2,1 , quando ainda não ocorreu perda total de protensão de nenhum cabo.

Pode-se observar claramente na figura (4.11b) que, no caso do carregamento concentrado, onde todos os cabos estão tracionados, o comportamento é não linear com ganho de rigidez. Já no caso de carga uniforme, há uma perda de rigidez do sistema quando os cabos tensores deixam de contribuir devido a sua perda total de protensão.

Na figura 4.12 estão mostrados os deslocamentos ao longo dos cabos centrais S1 e T1 para a carga concentrada na região central da malha de 0,3 kN/m^2, que corresponde a carga adimensional de $(p.2a.1000 / (EA)_x) = 1,1$. Observa-se que este carregamento provoca deslocamentos positivos (ascendentes) nas regiões afastadas da região central, não causando muitas perturbações por apresentarem valores pequenos.

Na figura 4.13 está ilustrada a variação da força ao longo dos cabos suspenso (S1) e tensor (T1) para esta mesma carga. Observa-se que as forças nos cabos tem pequena variação.

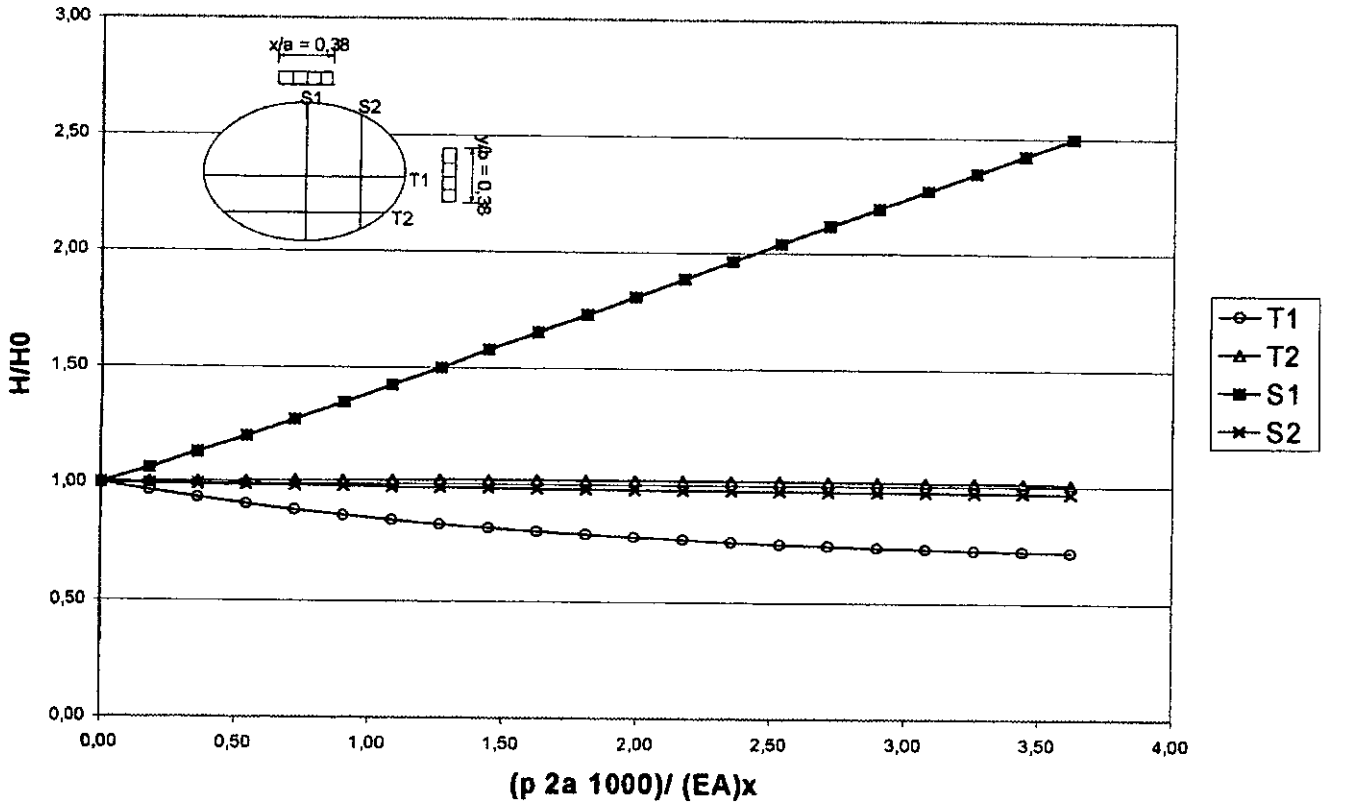


Figura 4.11 a – Variação da força nos cabos com a carga concentrada na região central.

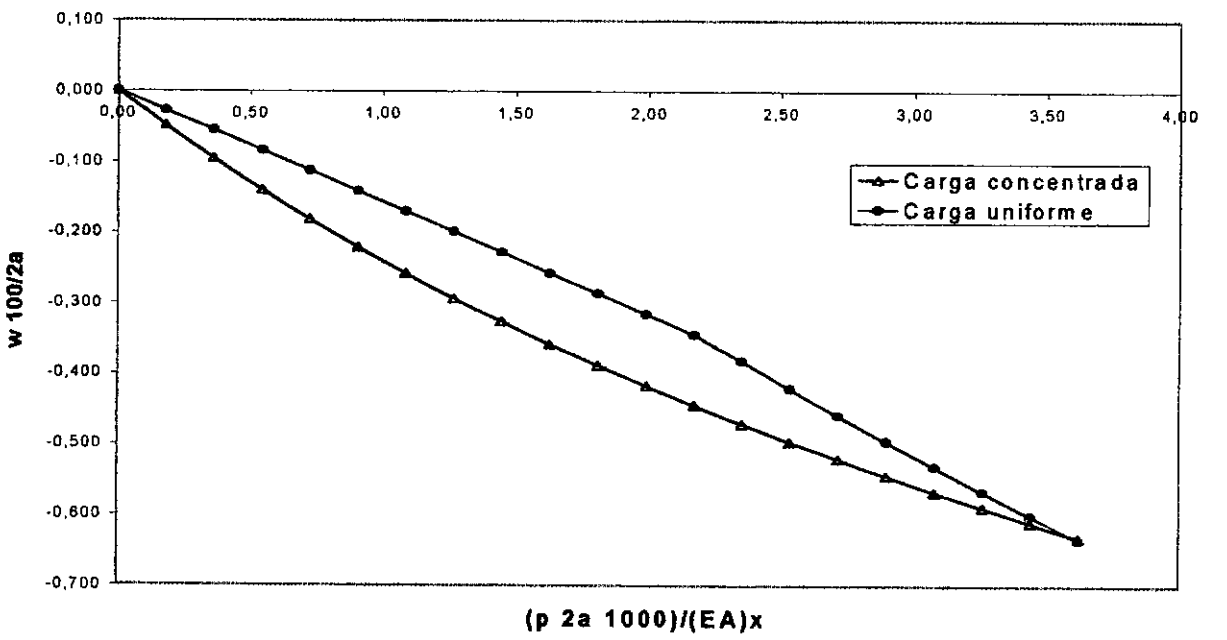


Figura 4.11 b – Deslocamento do centro da malha para a carga concentrada na região central.

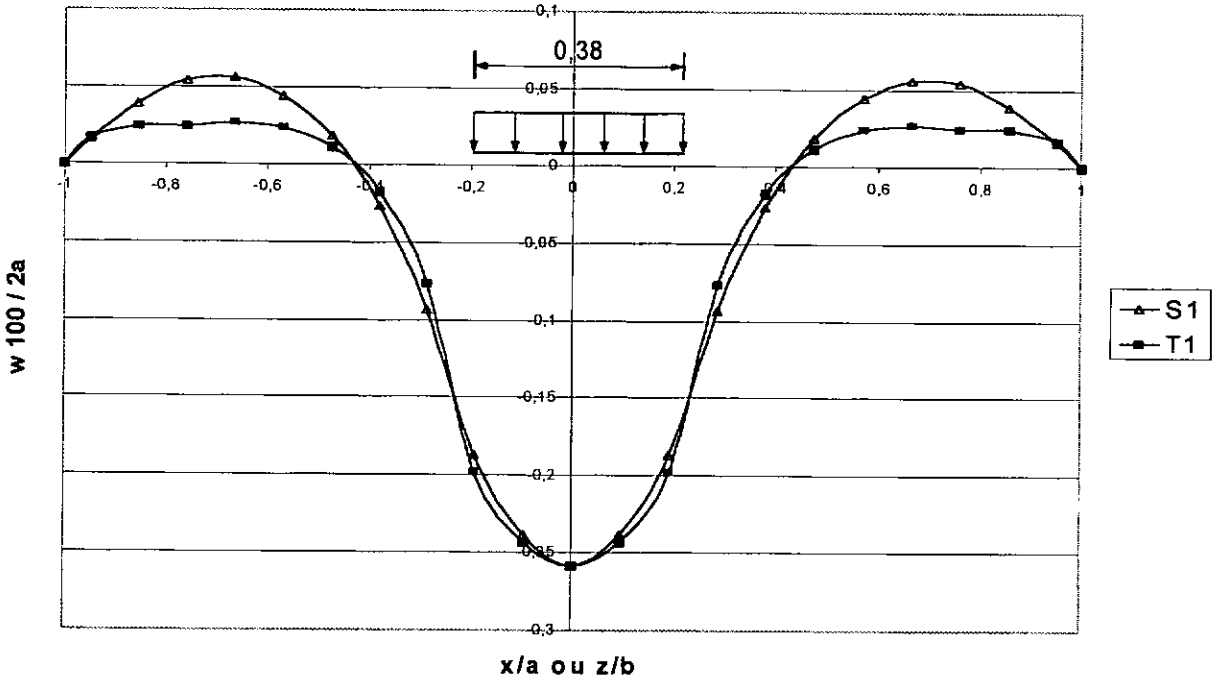


Figura 4.12 – Deslocamentos ao longo dos cabos S1 e T1 para a carga concentrada na região central da malha de 0,3 kN/m².

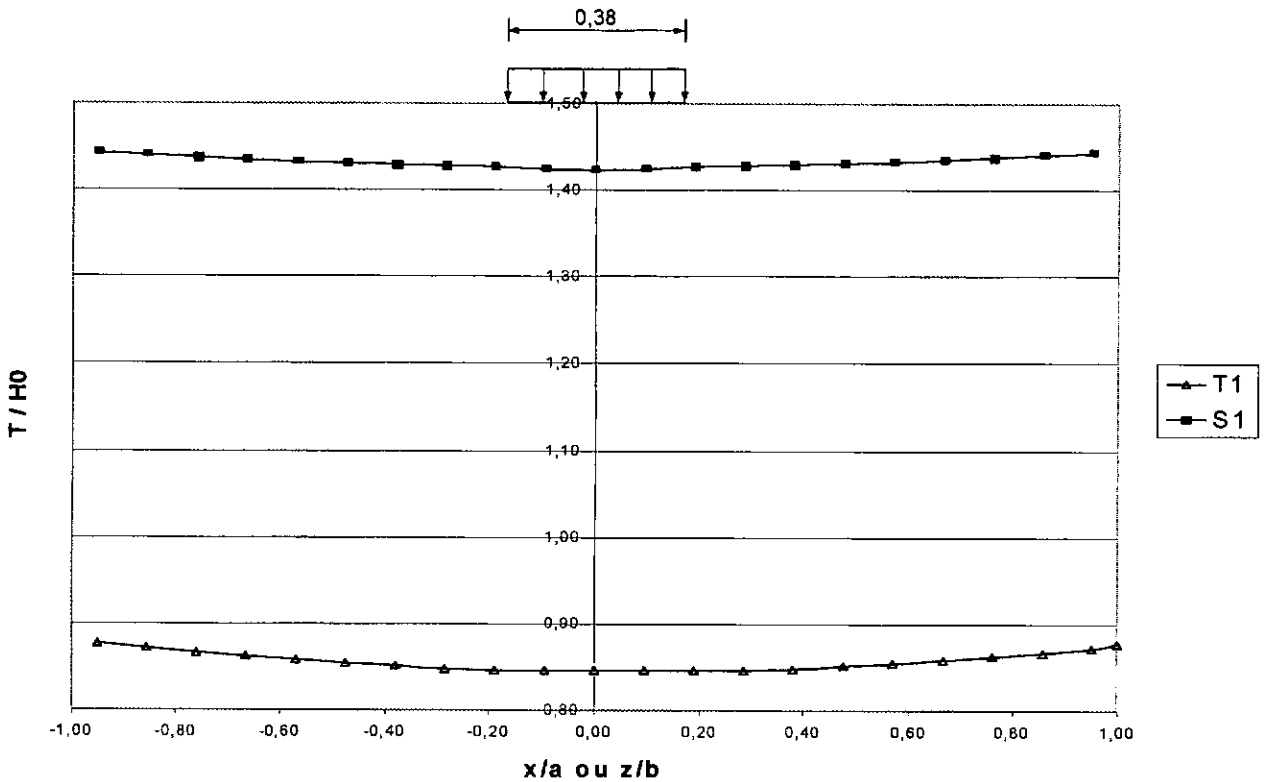


Figura 4.13 – Esforços ao longo dos cabos S1 e T1 para a carga concentrada na região central da malha de 0,3 kN/m²

4.6 CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS DA ESTRUTURA

O projeto de tensoestruturas deve envolver também a análise sob ação dinâmica do vento pois, por se tratar de estrutura esbelta, pode apresentar oscilações indesejáveis. Como primeiro passo para a determinação da resposta sob ação de vento, procede-se à análise de vibração livre com determinação dos modos naturais de vibração e suas freqüências. Neste item serão apresentadas as características dinâmicas de malha de cabos na forma de parabolóide hiperbólico para o mesmo exemplo-base usado na análise estática.

4.6.1 Freqüências Naturais e Modos de Vibração

As freqüências naturais e os modos de vibração foram obtidos utilizando-se o método do sub-espaço para o cálculo dos autovalores, com auxílio da subrotina Jacobi para resolução do problema de autovalor.

Foi resolvido o problema de vibração livre sob tensão inicial, em torno da configuração deformada após a ação das cargas estáticas:

$$\mathbf{K}\,\Phi - \Lambda^2\,\mathbf{M}\,\Phi = 0 \qquad (4.6)$$

Onde:

K : matriz tangente na configuração deformada (após a aplicação do carregamento estático);

$\mathbf{M}$: matriz de massa discreta;

Φ : matriz dos modos de vibração;

Λ^2 : matriz diagonal (n x n graus de liberdade) do quadrado das freqüências naturais.

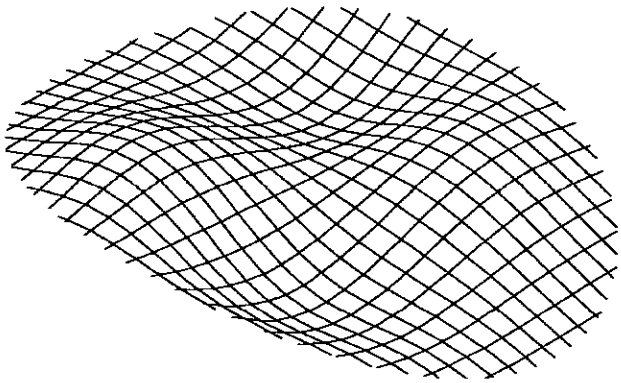
Na tabela 4.2 estão mostrados os valores das freqüências naturais f (em Hz) dos 20 primeiros modos de vibração para as malhas 1 e 2. Será adotada a seguinte notação para $f_{(m,n)}$ e (m,n) (freqüências naturais em Hz e modos de vibração): os índices m e n (inteiros e positivos) são o número de meias ondas que a malha faz na direção do seu maior e menor comprimento, respectivamente.

A tabela 4.2 ilustra uma característica importante desta estrutura : a relativa proximidade das freqüências naturais. A estrutura apresenta freqüências naturais baixas e muito próximas, sendo por isso suscetível à ação de vento turbulento. Como as freqüências naturais são abaixo de 1Hz, as vibrações devidas ao vento serão significativas, já que o espectro de velocidade de vento apresenta grandes amplitudes para freqüências abaixo de 1Hz. Em relação à discretização da malha, pode-se observar que a simplificação de modelagem não altera significativamente as freqüências naturais da estrutura, nem os modos de vibração. Para a malha 2, que possui apenas 9 cabos em cada direção, não foi possível identificar algumas formas modais com muitas ondas, devido ao pequeno número de nós, nestes casos foi colocado um traço na tabela.

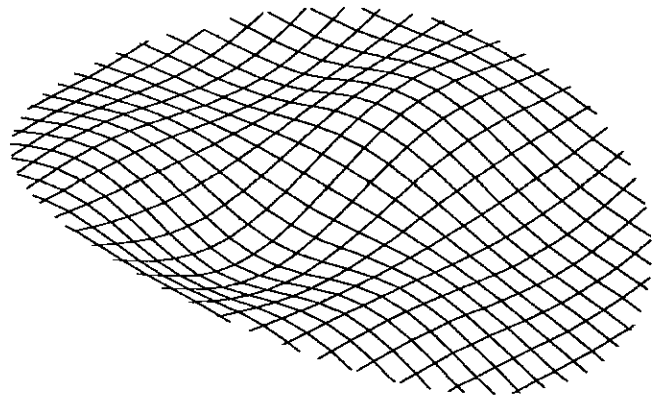
Tabela 4.2 – Freqüências naturais para as malhas 1 e 2.

Malha 1		Malha 2	
Modos	Freqüencia (Hz)	Modos	Freqüencia (Hz)
2,2	0,55	2,2	0,55
3,2	0,58	3,2	0,58
2,3	0,67	4,2	0,65
4,2	0,68	2,3	0,67
3,3	0,68	5,2	0,67
5,2	0,68	3,3	0,68
4,3	0,76	5,2	0,71
5,2	0,76	6,2	0,73
5,3	0,77	4,3	0,75
6,2	0,80	-	0,76
7,3	0,84	5,3	0,76
6,3	0,86	7,3	0,80
7,2	0,87	-	0,81
2,3	0,90	-	0,85
3,3	0,91	2,3	0,89
7,3	0,93	3,3	0,91
8,2	0,93	2,4	0,96
8,3	0,96	4,3	0,97
2,4	0,98	5,4	0,97
5,4	1,00	5,3	0,98

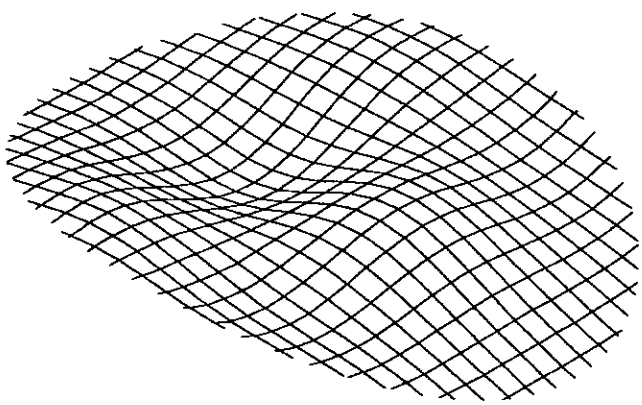
Nas figuras 4.14 estão mostrados os 10 primeiros modos de vibração da estrutura para a malha 1, que permite melhor visualização por ser mais discretizada. A malha 2 apresenta os mesmos modos de vibração, invertendo a ordem de aparecimento de alguns modos, como já observado na tabela 4.2. É importante salientar que os modos de vibração são referidos à configuração deformada devida à ação do carregamento estático. O carregamento estático adotado foi o de carga permanente de 0,3 kN/m^2.



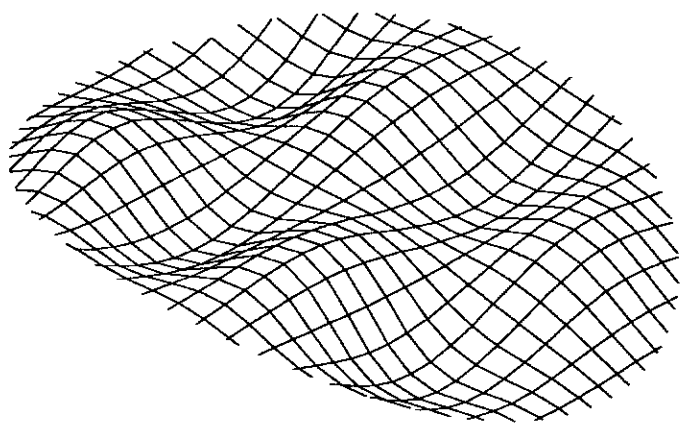
a. Modo (2,2) ; f = 0,55 Hz



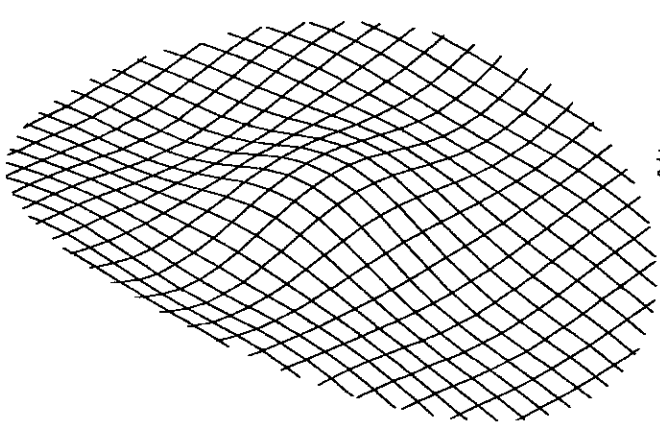
b. Modo (3,2) ; f = 0,58 Hz



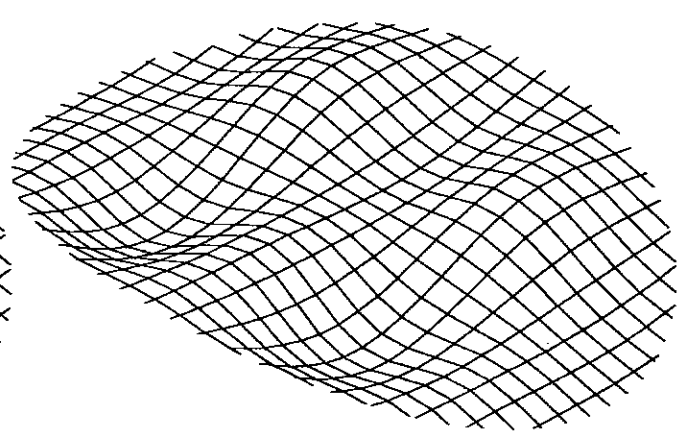
c. Modo (2,3) ; f = 0,67 Hz



d. Modo (4,2) ; f = 0,68 Hz

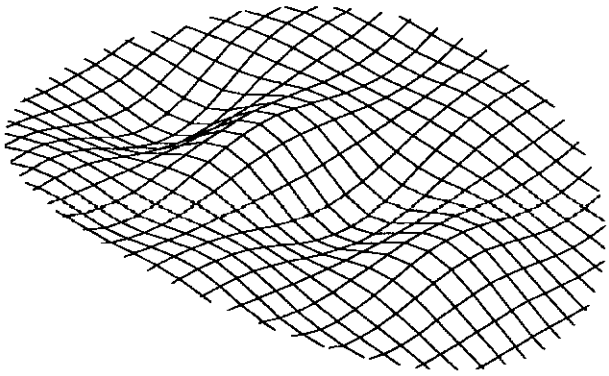


e. Modo (3,3) ; f = 0,68 Hz

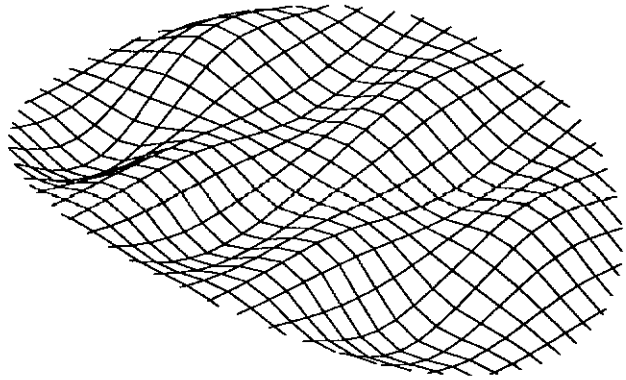


f. Modo (5,2) ; f = 0,68 Hz

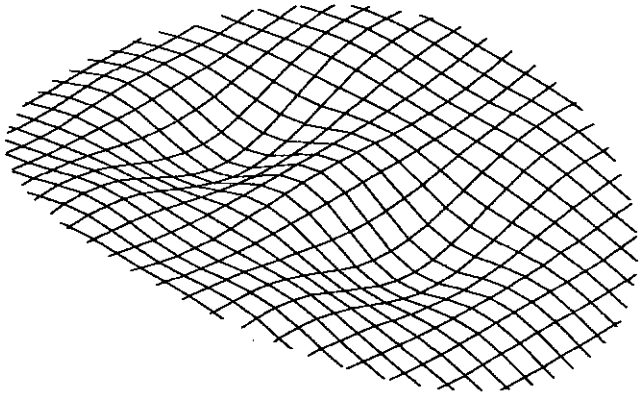
Figuras 4.14 (a) até (f) – Modos de vibração da malha de cabos



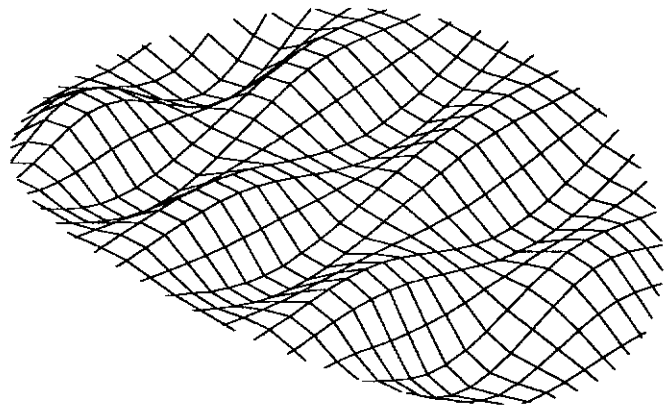
g. Modo (4,3) ; f = 0,76 Hz



h. Modo (5,2) ; f = 0,76 Hz



i. Modo (5,3) ; f = 0,77 Hz



j. Modo (6,2) ; f = 0,80 Hz

Figuras 4.14 (g) até (j) – Modos de vibração da malha de cabos

4.6.2 Variação da Freqüência Natural com o carregamento devido ao vento

O objetivo deste item é ilustrar a variação da freqüência natural com o carregamento devido ao vento. Foram aplicados cinco carregamentos:

- Carregamento 1: Protensão + Carga permanente;

- Carregamento 2: Protensão + Carga permanente + Vento Médio com C_p=-0,2;
- Carregamento 3: Protensão + Carga permanente + Vento Médio com C_p=-0,4;
- Carregamento 4: Protensão + Carga permanente + Vento Médio com C_p=-0,6.
- Carregamento 5: Protensão + Carga permanente + Vento Médio com C_p=-0,9.

Nos carregamentos 2 ao 5 foi aplicada uma força de vento, em todos os nós, correspondente ao valor da velocidade média de vento, para quatro valores de coeficiente de pressão: C_p=-0,2 , -0,4 , -0,6 e -0,9. Na tabela 4.3 estão mostrados os valores das cinco primeiras freqüências naturais em Hz, para os cinco carregamentos. Observa-se que para o coeficiente de pressão -0,2 , os valores das freqüências naturais são parecidos com o carregamento 1 (protensão + carga permanente), sendo um pouco menores, pois a força de vento é pequena. A medida que aumentou-se o valor do coeficiente de pressão, a força de vento atingiu valores mais elevados, e as freqüências naturais diminuíram mais.

Tabela 4.3 – Variação da Freqüência Natural (em Hz) com o carregamento

Carregamentos	Primeira Freqüência	Segunda Freqüência	Terceira Freqüência	Quarta Freqüência	Quinta Freqüência
Carregamento 1:	0,549 Hz	0,578 Hz	0,668 Hz	0,678 Hz	0,681 Hz
Carreg. 2 – C_p=-0,2	0,532 Hz	0,565 Hz	0,651 Hz	0,669 Hz	0,672 Hz
Carreg.3 – C_p=-0,4:	0,511 Hz	0,551 Hz	0,631 Hz	0,652 Hz	0,669 Hz
Carreg.4 – C_p=-0,6:	0,492 Hz	0,539 Hz	0,607 Hz	0,633 Hz	0,641 Hz
Carreg.5:– C_p=-0,9	0,457 Hz	0,513 Hz	0,563 Hz	0,595 Hz	0,645 Hz

4.6.3 Fator de Amortecimento

Na fase de projeto é usual a obtenção do coeficiente de amortecimento a partir do conhecimento das taxas de amortecimento de estruturas similares. A taxa de amortecimento pode ser adotada como: (Clough, 1986)

$$\xi \approx \delta / 2\pi \qquad (4.7)$$

onde δ é o decremento logarítmico do amortecimento, e é dado por:

$$\delta = \frac{1}{n-1} \ln(x_1/x_n) \qquad (4.8)$$

As informações sobre o amortecimento em coberturas com cabos são muito escassas. Buchholdt (1985) apresenta alguns resultados experimentais do nível de amortecimento de algumas coberturas, que estão reproduzidos nas tabelas 4.4 à 4.6. Devido a grande variedade de revestimento das coberturas e vãos diversos, a razão de amortecimento varia aproximadamente de 0,007 a 0,02. Para coberturas com cabos sem revestimento, pode ser assumida para a taxa de amortecimento a variação de 0,0016 a 0,005.

Tabela 4.4 – Valores experimentais de freqüências e taxas de amortecimento para a malha da cobertura Palasport em Milão, Itália, com 125m de diâmetro. (Buchholdt, 1985, ref.[5.14])

Modo	f (Hz)	ξ	δ %
1	0,7407	0,0188	11,8
4	0,8197	0,0218	13,7
5	1,0526	0,0164	10,5
7	1,1236	0,0110	7,1

Tabela 4.5 – Valores medidos de freqüências e taxas de amortecimento para o modelo experimental de uma malha de cabos, com dimensões de 20m x 20m, com cabos no contorno e cobertura de membrana. (Buchholdt, 1985, ref.[5.4])

Modo	f (Hz)	ξ	δ %
1	1,59	0,0179	11,5
2	1,74	0,0175	11,2

Tabela 4.6 – Valores medidos de freqüências e taxas de amortecimento para o modelo experimental de uma treliça de cabos, com vão de 22,86m , com placas de 50mm de espessura. (Buchholdt, 1985, ref.[5.10])

Modo	f (Hz)	ξ	δ %
1	3,10	0,0094	6,0
2	3,69	0,0065	4,2
3	4,00	0,0072	4,6

O coeficiente de amortecimento é principalmente função do tipo de ligação da cobertura com a malha de cabos e do tipo de isolamento. O nível de amortecimento da malha propriamente dita, devido a perdas por histereses nos cabos e fricção das juntas, normalmente é pequeno, com taxas de amortecimento para os modos fundamentais não excedendo o valor de aproximadamente 0,006. Testes dinâmicos em modelos grandes mostraram que as freqüências naturais e o amortecimento das malhas crescem somente com o aumento das amplitudes das vibrações. Um trabalho experimental mostrou que as taxas de amortecimento para cada modo da malha, normalmente decrescem com o aumento de massa na cobertura (Buchholdt, 1985). Para o exemplo da cobertura foi adotada a taxa de amortecimento de ξ=2,5 %.

CAPÍTULO 5 - ANÁLISE DINÂMICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

5.1 INTRODUÇÃO

As coberturas formadas por malha de cabos protendidos de grandes vãos são geralmente vulneráveis à ação dinâmica do vento, podendo ainda exibir um comportamento não linear.

A análise dinâmica da estrutura pode ser realizada por métodos de análise no domínio do tempo ou da freqüência . Como a cobertura com cabos pode apresentar comportamento não linear, deve-se proceder a análise no domínio do tempo. Este tipo de análise exige grande esforço computacional, consumindo mais tempo do que no domínio da freqüência, porém fornece uma melhor noção do comportamento da estrutura, e os máximos esforços e deslocamentos são obtidos diretamente, facilitando-se a análise dos resultados.

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise dinâmica no domínio do tempo da estrutura exemplo utilizada no capítulo anterior, sob ação de vento turbulento. Mas antes, serão apresentados exemplos mais simples (cabo isolado e estrutura com 2 cabos), com o objetivo de melhor compreender o comportamento dinâmico dos cabos. Para a obtenção da resposta dinâmica da estrutura foram utilizados dois métodos: o método de Newmark e o método da superposição modal, que estão descritos sucintamente no item a seguir.

5.2 MÉTODOS DE OBTENÇÃO DA RESPOSTA DINÂMICA DA ESTRUTURA

O sistema de equações de equilíbrio de uma estrutura discretizada em elementos finitos é:

$$M\ddot{x} + C_{\xi}\dot{x} + Kx = R_q \qquad (5.1)$$

onde:

M = matriz de massa;

C_{ξ} = matriz de amortecimento;

K = matriz de rigidez;

R_q = vetor das cargas externas

$\dot{x}$ = vetor velocidade;

$\ddot{x}$ = vetor aceleração;

x = vetor deslocamento;

Existem duas técnicas de solução deste sistema de equações : integração direta e superposição modal.

Nos métodos de integração direta o equilíbrio é satisfeito em tempos discretos afastados de Δt sem uma transformação prévia das equações. Para fazer esta integração assume-se uma forma de variação do deslocamento, velocidade e aceleração no intervalo de tempo Δt. A forma desta variação determinará a eficiência e a estabilidade do esquema de integração.

No método de superposição modal é feita uma transformação de coordenadas cujo objetivo principal é a redução do número de equações a serem integradas, resultando assim em maior eficiência computacional na obtenção da resposta no tempo. As equações são escritas em termos de amplitudes dos modos naturais de vibração, e o número de modos utilizados na resposta determina o número de equações.

Por se tratar de uma estrutura com tensões iniciais devidas à ação da protensão e carga permanente, utilizou-se o seguinte algoritmo para o método da superposição modal:

- análise estática não linear para ação de protensão , carga permanente e força média de vento;
- determinação dos modos e freqüências naturais;
- integração no tempo das equações para ação de protensão, carga permanente e vento.

O método de Newmark é um dos esquemas de integração direta. Consideram-se as equações de equilíbrio no tempo t + Δt :

$$M\,{}^{t+\Delta t}\ddot{x} + C_{\xi}\,{}^{t+\Delta t}\dot{x} + K\,{}^{t+\Delta t}x = {}^{t+\Delta t}R_q \qquad (5.2)$$

Para aceleração constante dentro de um intervalo de tempo Δt, adotam-se as seguintes hipóteses sobre a variação do deslocamento e velocidade :

$${}^{t+\Delta t}\dot{x} = {}^{t}\dot{x} + \left[(1-\delta)\,{}^{t}\ddot{x} + \delta\,{}^{t+\Delta t}\ddot{x}\right]\Delta t \qquad (5.3\ a)$$

$${}^{t+\Delta t}x = {}^{t}x + {}^{t}\dot{x}\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2}-\alpha\right){}^{t}\ddot{x} + \alpha\,{}^{t+\Delta t}\ddot{x}\right]\Delta t^2 \qquad (5.3\ b)$$

onde α e δ são parâmetros a serem determinados no sentido de obter precisão e estabilidade do método . No método de Newmark utiliza-se a regra trapezoidal de integração numérica na qual $\delta = ½$ e $\alpha = ¼$.

Das equações (5.3 a e b) obtém-se ${}^{t+\Delta t}\dot{x}$ e ${}^{t+\Delta t}\ddot{x}$ em função dos deslocamentos ${}^{t+\Delta t}x$. Substituindo-se estas relações na equação (5.2) e resolvendo-a obtém-se os

deslocamentos ${}^{t+\Delta t}x$. Voltando às equações (5.3) calculam-se as velocidades e acelerações no tempo t + Δt.

O método de Newmark é utilizado na integração das equações da estrutura com comportamento não linear dinâmico, e o método da superposição modal, para obter a resposta da estrutura com comportamento linear.

5.3 ANÁLISES PRELIMINARES

Neste item serão apresentados três exemplos simples para ilustrar o comportamento dinâmico dos cabos, sob carregamento variável no tempo. No primeiro exemplo será analisado o comportamento do cabo isolado sob ação de um carregamento senoidal. No segundo exemplo já serão utilizados dois cabos, em direções ortogonais, com curvaturas opostas, simulando uma malha de cabos. Para o terceiro exemplo, será adotada a mesma estrutura do segundo, porém com massa distribuída ao longo dos cabos. Para obtenção da resposta foi utilizado o programa MEDIFEMV.

5.3.1 Exemplo 1 – Cabo Isolado

Seja o cabo isolado da figura 5.1, com rigidez EA = 30.000 kN, e uma massa concentrada M = 2,04 kN presa em seu centro. Foi realizada inicialmente uma análise estática do exemplo para uma carga de 20 kN. O deslocamento vertical da massa foi de 0,1215m e a força no cabo de 81,0 kN. Partindo-se da configuração deformada (com tensões iniciais) para a análise dinâmica do cabo tem-se:

s = comprimento do cabo = 2 x 5,0385 m

Θ = angulo do cabo com a horizontal = 0,1237 rad

k = constante de mola vertical :

$$k=\frac{2EA}{s/2}\text{sen}^2\Theta+2\frac{F}{s/2}\cos^2\Theta=\frac{2x30.000}{5,0385}\text{sen}^2(0,1237)+2\frac{81,0}{5,0385}0,985=212,84\ \text{kN/m}$$

A freqüência natural da estrutura será:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{212,84}{2,04}}=10,21\ \text{rad/s}$$

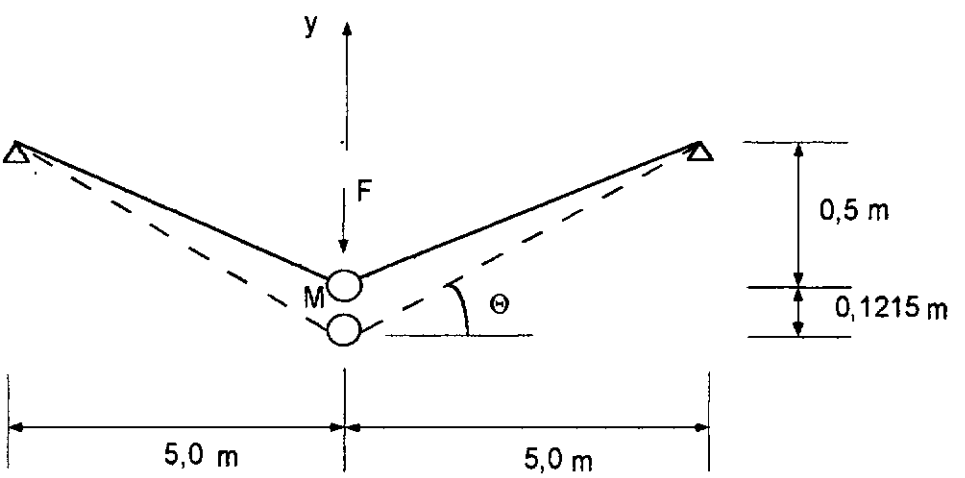


Figura 5.1 – Cabo do exemplo 1 e sua deformada sob ação do carregamento estático

O carregamento dinâmico aplicado na estrutura foi senoidal com período T=1,2s

F = 20 + P sen ($\bar{\omega}$ t)

onde :

$\bar{\omega}$ = freqüência da vibração forçada = $2\pi/T$ = 5,24 rd/s ; f = 1,50 Hz

P = 1 kN (caso a), 5 kN (caso b) e 15 kN (caso c)

Foi adotado coeficiente de amortecimento ξ =0,92 %. Foi utilizada a matriz de amortecimento proporcional: C = α' M, onde: $\alpha' = 2\ \xi\ \omega = 2$ x 0,0092 x 10,21 ; α'=0,188.

Foi aplicada uma força de protensão no cabo de 81,07 kN, que corresponde ao valor obtido na análise estática para a força no cabo, equilibrando-se assim o sistema na configuração deformada.

A relação entre a freqüência da vibração e a freqüência natural da estrutura é de:

$\overline{\omega}\ /\ \omega = 5{,}24\ /\ 10{,}21 = 0{,}513$

O fator de amplificação dinâmica da resposta linear é (FAD) (Clough, 1986):

D = 1,356

Logo, o deslocamento na análise linear para P=1 kN vale:

$$y = \pm\frac{P}{k}D = \pm\frac{1{,}0}{212{,}8}1{,}356 = 0{,}0064\,\text{m} \quad ;$$

igual ao mostrado na resposta numérica (figura 5.2 a).

Nas figuras 5.2 encontram-se os gráficos da variação dos deslocamentos dinâmicos para os casos de carga a, b e c. Para a resposta linear foi utilizado o método da superposição modal e para a resposta não linear o método de Newmark.

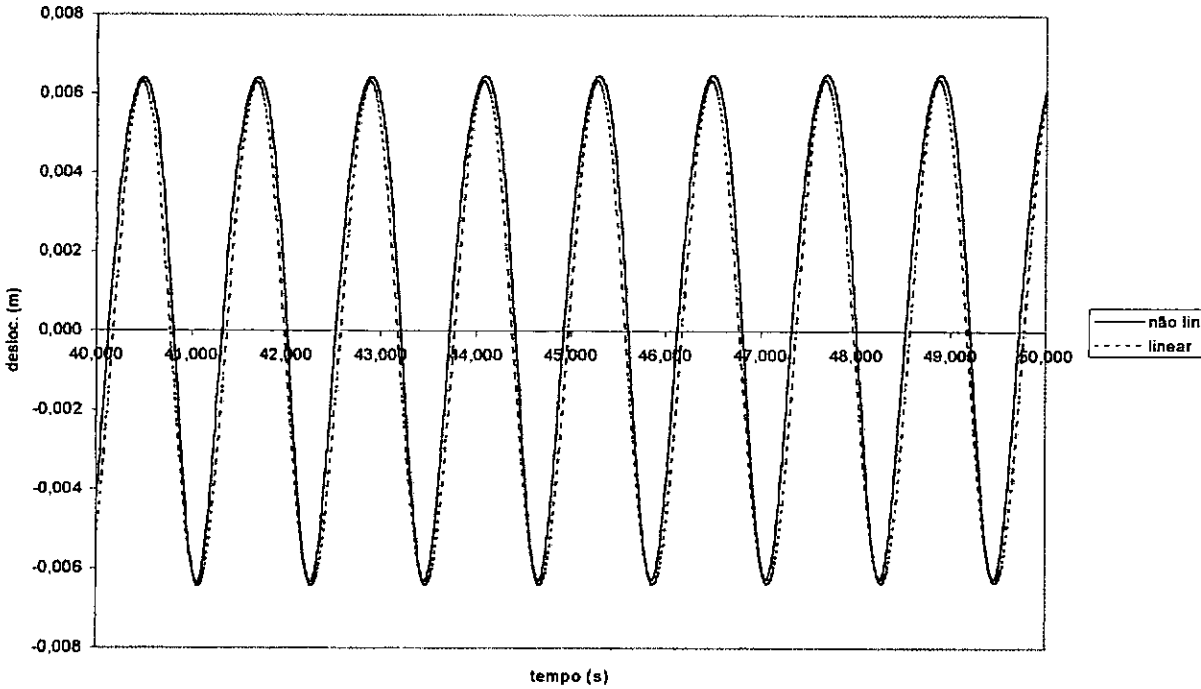


Figura 5.2 a – Deslocamento do centro do cabo para o caso de carga a) :

F = 20 + 1 sen (5,24 t)

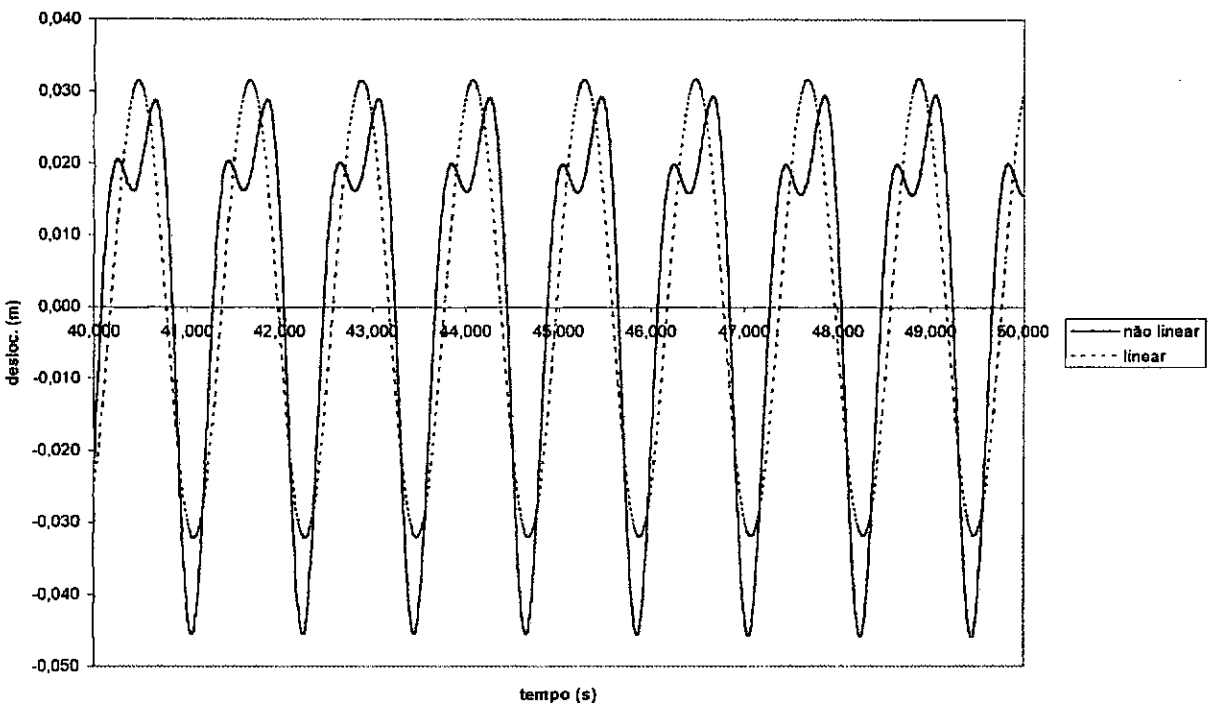


Figura 5.2 b – Deslocamento do centro do cabo para o caso de carga b) :

F = 20 + 5 sen (5,24 t)

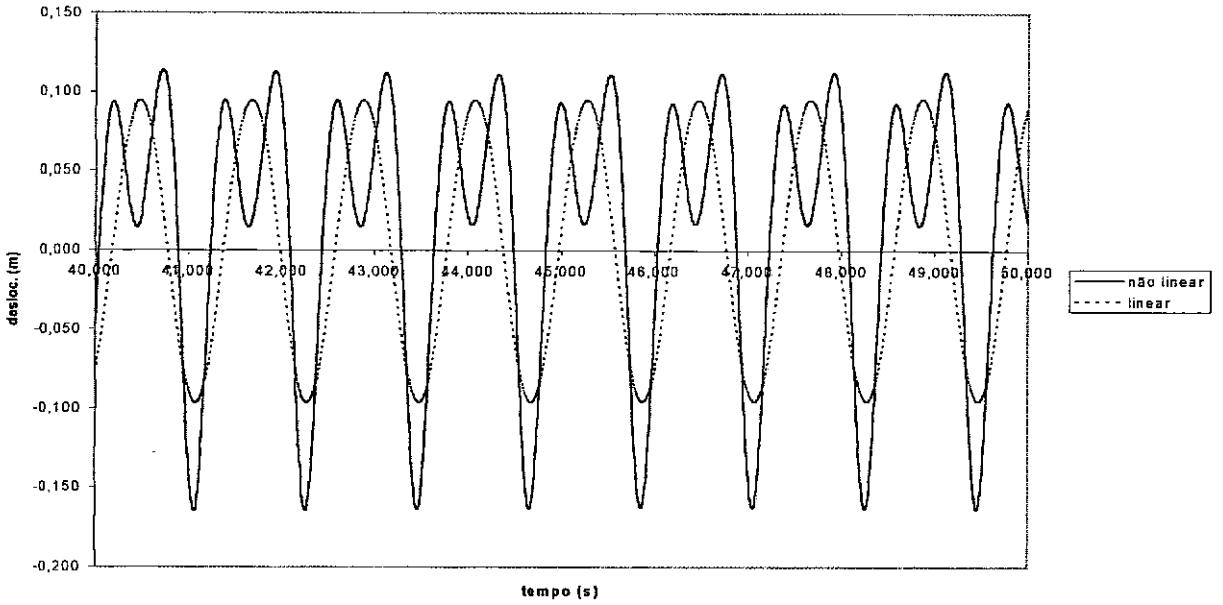


Figura 5.2 c – Deslocamento do centro do cabo para o caso de carga c) :

$F = 20 + 15$ sen (5,24 t)

Na figura 5.2d está mostrada a variação da força no cabo ao longo do tempo, para os três casos de carga. Os resultados da força foram os obtidos da análise não linear e estão apresentados na forma adimensional.

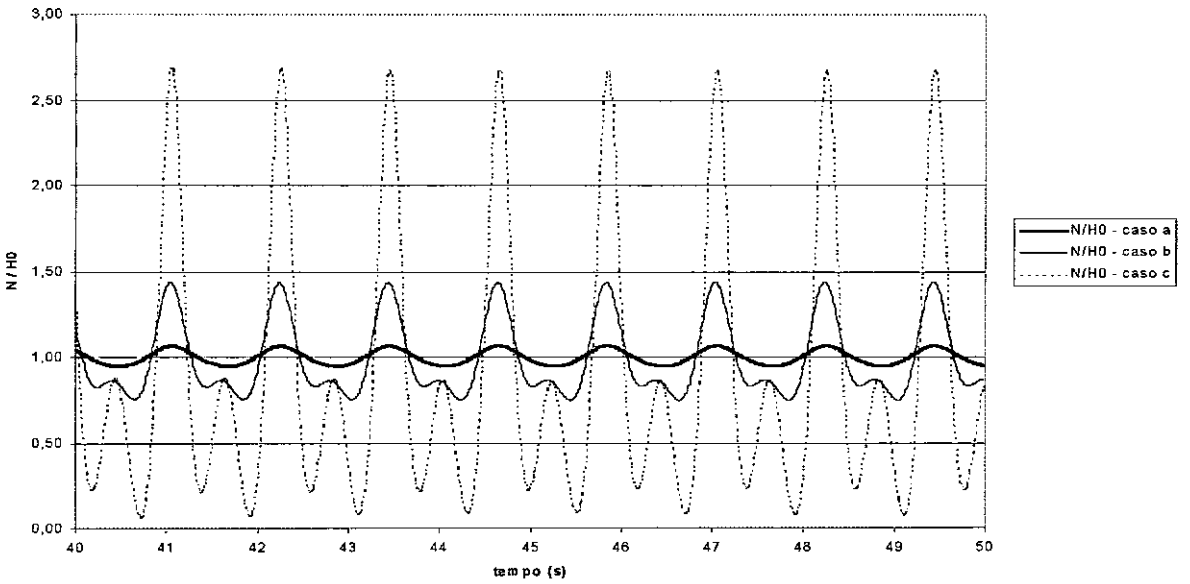


Figura 5.2 d – Variação da força no cabo para os 3 casos de carga .

Os resultados estão apresentados para o intervalo de tempo de 40s a 50s, onde não há mais influência da resposta transiente.

Da figura 5.2a, que corresponde a P=1,0 kN, observa-se que para níveis de carga oscilatória pequenos, a resposta da análise linear (superposição modal) praticamente coincide com a análise não linear (Newmark). Quando o valor de P é aumentado para 5,0 kN, a resposta não linear apresenta amplitudes maiores, como está mostrado nas figuras 5.2b e c. Pode-se perceber que a resposta não linear se dá em duas freqüências: a própria freqüência de excitação e outra igual ao dobro desta. O aparecimento de freqüências múltiplas da freqüência de excitação (subharmônicos ou superharmônicos), é uma característica de oscilações em sistemas não lineares (Hagedorn,1984).

Na figura 5.2 d pode-se observar a diferença no comportamento da resposta para os três níveis de carga. As variações de esforço no cabo acompanham as variações em termos de deslocamento uma vez que não houve perda de protensão do cabo. Somente no caso c) o valor da foça no cabo chega próximo de zero.

Este mesmo exemplo foi testado sob vibração forçada com uma relação de freqüências $\bar{\omega}/\omega > 1$ e observou-se que a resposta não linear não apresentou outra freqüência a não ser a própria de excitação.

5.3.2 Exemplo 2 – Estrutura com 2 cabos

Seja a estrutura com dois cabos ortogonais e de curvaturas contrárias mostrada na figura 5.3, com rigidez EA = 30.000 kN, e uma massa concentrada M = 2,04 kN

presa em seu centro. Foi realizada inicialmente uma análise estática do exemplo com uma carga de 20 kN, e protensão nos 4 elementos de 80,25 kN. O deslocamento da massa foi de 0,066m e as forças nos cabos foram de:

cabo tensor: 44,62 kN ; cabo suspenso: 123,0 kN.

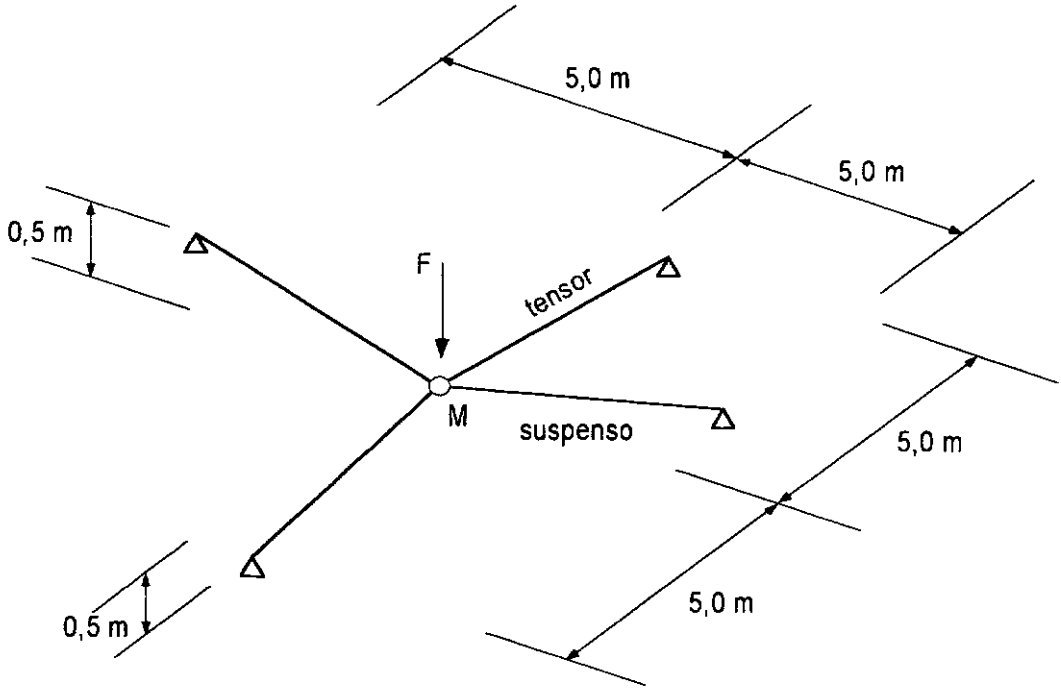


Figura 5.3 – Estrutura do exemplo 2 em sua configuração original

Partindo-se da configuração deformada para a análise dinâmica do cabo tem-se para a freqüência natural o valor de 12,26 rad/s. O carregamento dinâmico aplicado na estrutura foi senoidal com período T=1,2s :

$F = 20 + P \text{ sen } (\overline{\omega} t)$

onde :

$\overline{\omega}$ = freqüência da vibração forçada = $2\pi/T$ = 5,24 rad/s

P = 40 kN (caso a), 100 kN (caso b) e 200 kN (caso c)

Foi aplicada uma força de protensão no cabo tensor de 44,62 kN e no cabo suspenso de 123,0 kN , que corresponde aos valores obtidos na análise estática para as forças nos cabos, equilibrando-se assim o sistema na configuração deformada. O coeficiente de amortecimento adotado foi de ξ =0,77 % , logo o fator α' utilizado vale $\alpha' = 2\,\xi\,\omega = 2 \times 0{,}0077 \times 12{,}26 = 0{,}188$.

Os resultados também estão apresentados para o intervalo de tempo de 40s a 50s, onde não há mais influência da resposta transiente.

Nas figuras 5.4 encontram-se os gráficos da variação dos deslocamentos no tempo para os casos de carga a, b e c. Para a resposta linear foi utilizado o método da superposição modal e para a resposta não linear o método de Newmark.

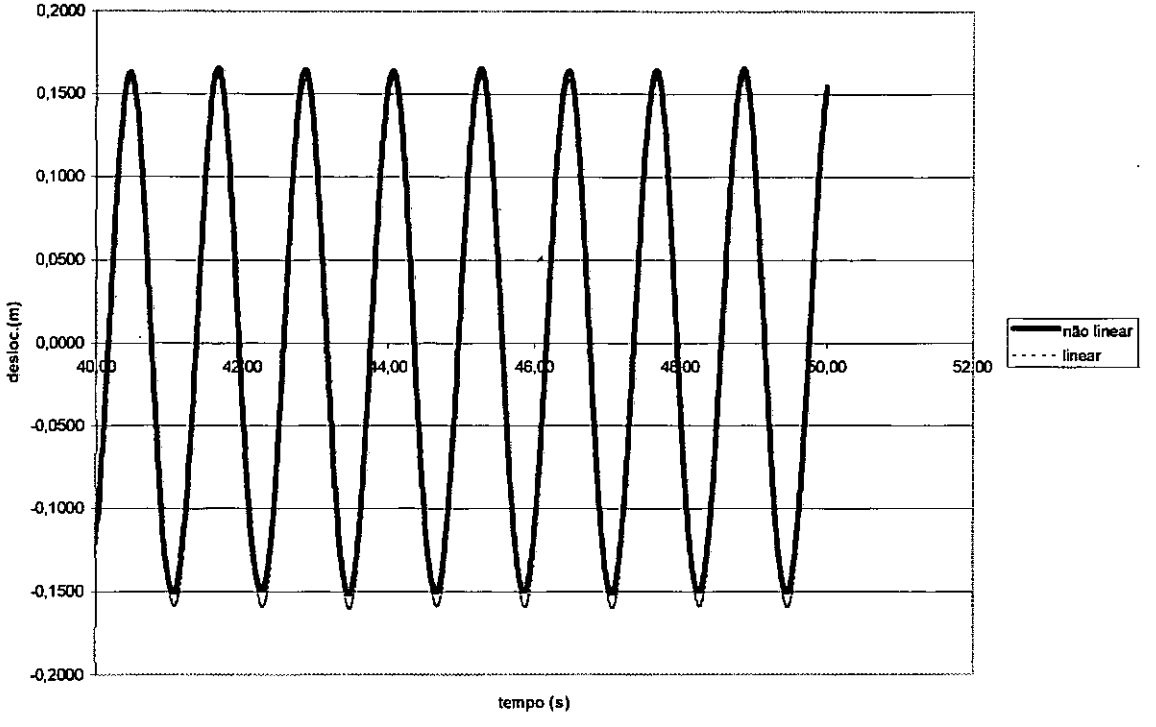


Figura 5.4 a – Deslocamento do centro do cabo para o caso de carga a) :

F = 20 + 40 sen (5,24 t)

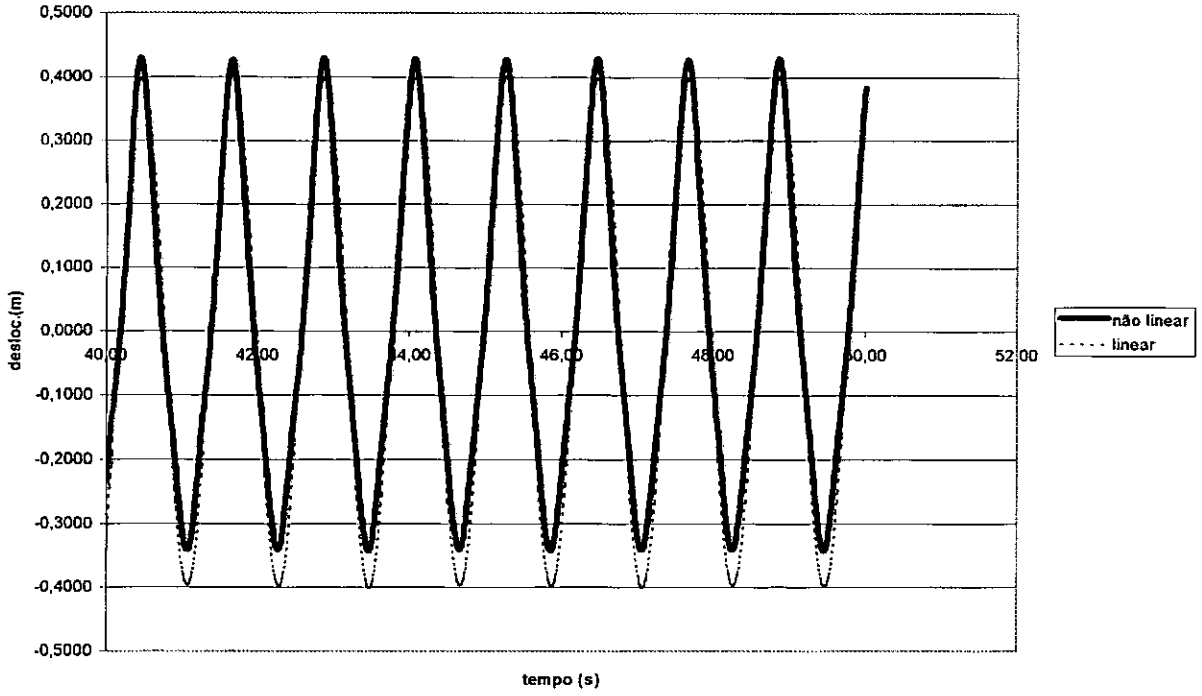


Figura 5.4 b – Deslocamento do centro do cabo para o caso de carga b) :

F = 20 + 100 sen (5,24 t)

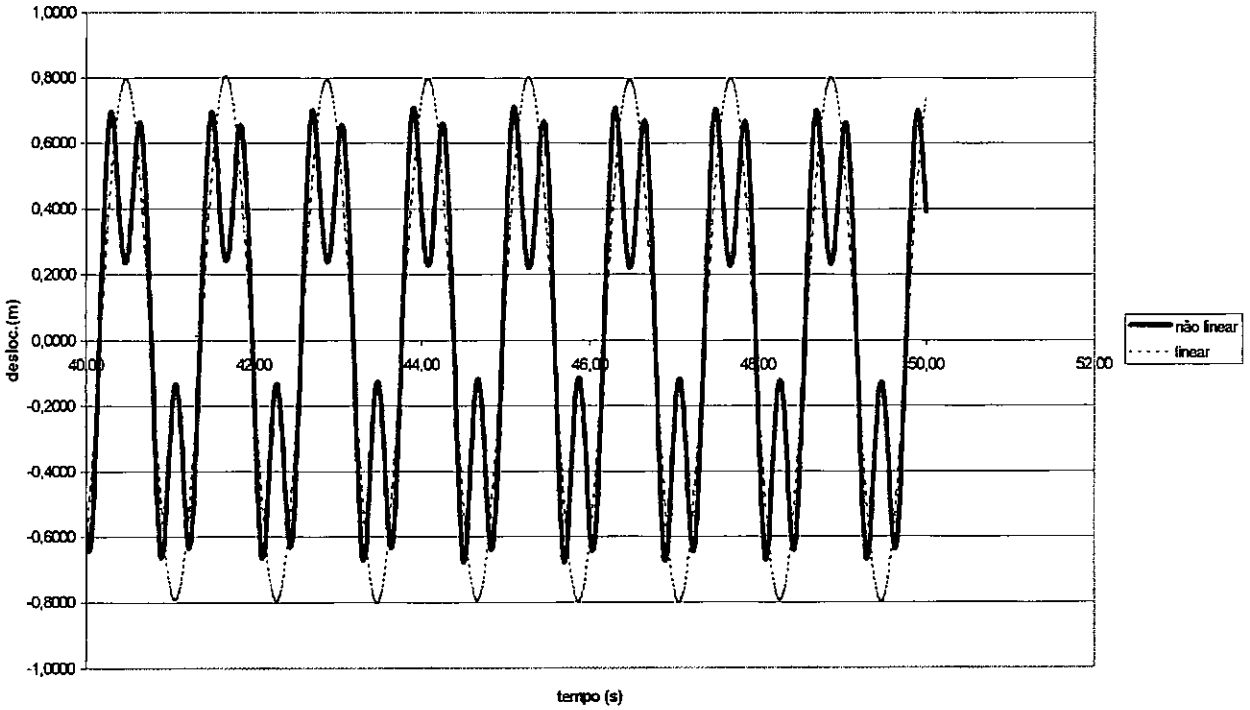


Figura 5.4 c – Deslocamento do centro do cabo para o caso de carga c) :

F = 20 + 200 sen (5,24 t)

Nas figuras 5.4d e 5.4e , estão mostradas as variações da força nos cabos tensor e suspenso ao longo do tempo, para os três casos de carga. Os resultados da força foram os obtidos da análise não linear e estão apresentados na forma adimensional.

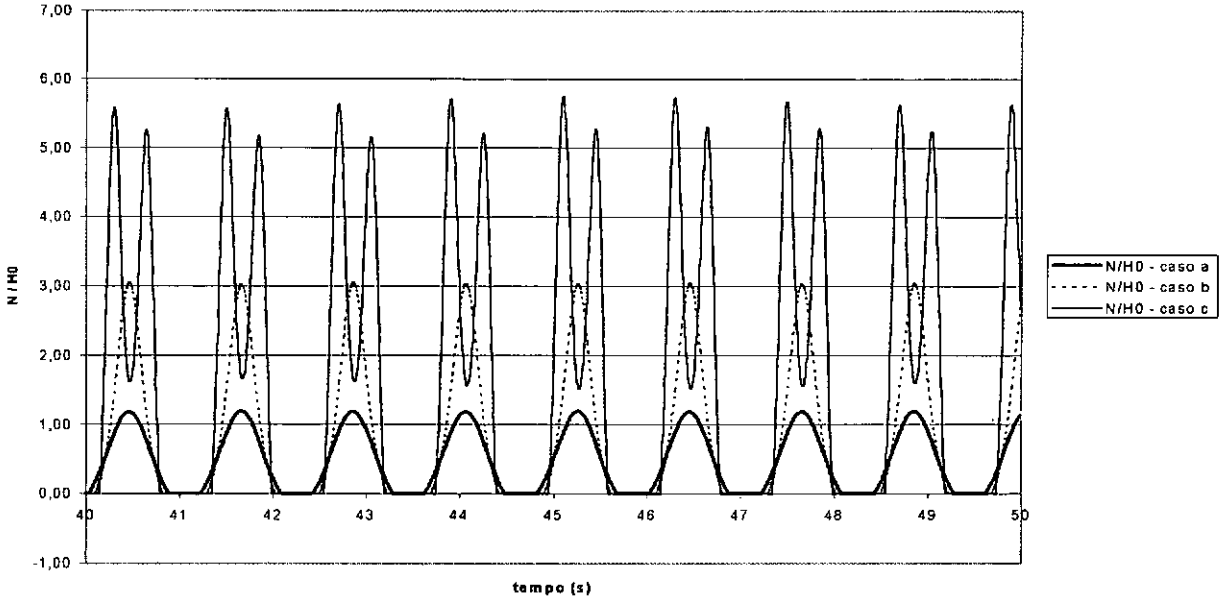


Figura 5.4 d – Variação da força no cabo tensor para os 3 casos de carga.

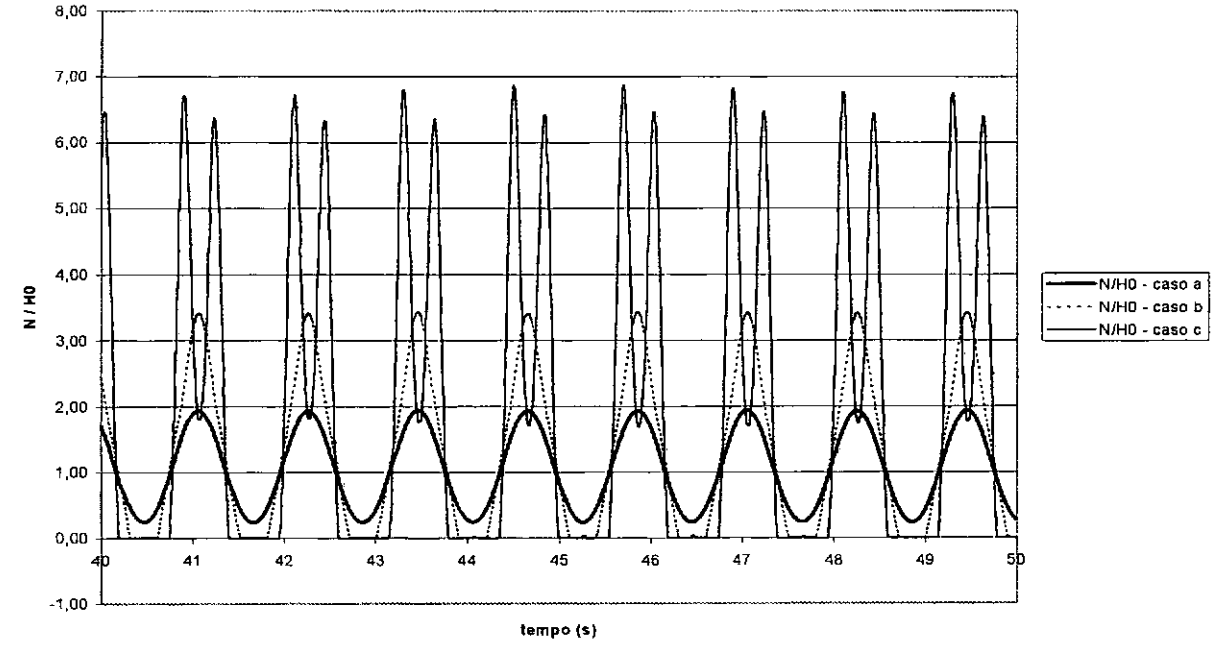


Figura 5.4 e – Variação da força no cabo suspenso para os 3 casos de carga.

Da figura 5.4a, que corresponde a P=40,0 kN, observa-se que a estrutura com dois cabos fica muito mais rígida do que com um cabo isolado. Com uma carga oscilatória 40 vezes maior do que a aplicada anteriormente, a resposta da análise linear praticamente coincide com a da análise não linear. Somente quando o valor de P é aumentado para 100,0 kN, observa-se uma diferença entre as duas respostas. Vê-se que a resposta linear apresenta amplitudes maiores, como está mostrado na figura 5.4b, ao contrário do que ocorria para a estrutura com o cabo isolado, onde a resposta de amplitude maior era obtida da análise não linear. E somente na figura 5.4c, que corresponde ao valor de P=200,0 kN, percebe-se na resposta não linear um superharmônico da força de excitação. Conclui-se que para a estrutura de 2 cabos submetida a vibrações forçadas, a análise linear apresenta resultados com amplitudes maiores do que a análise não linear, ao contrário do que ocorre para o cabo isolado.

Nas figuras 5.4d e 5.4e , pode-se observar a diferença no comportamento da resposta para os três níveis de carga. No caso do cabo tensor (figura 5.4d) , ocorre perda de protensão para os três níveis de carga. Na figura 5.4e, da força no cabo suspenso, observa-se que ocorre perda de protensão somente para os casos b) e c). Os cabos tensores e suspensos ficam alternando as funções ao longo do tempo, enquanto um tem esforço nulo e outro está tracionado, e vice-versa.

5.3.3 Exemplo 3 – Estrutura com 2 cabos com massa distribuída

Neste item será adotada a mesma estrutura com dois cabos ortogonais e de curvaturas contrárias utilizadas no item anterior, com rigidez EA = 30.000 kN, sendo que a massa de 2,04 kN encontra-se distribuída em 13 pontos, como ilustrada na figura (5.7), e a estrutura foi discretizada em 16 elementos cabo-treliça.

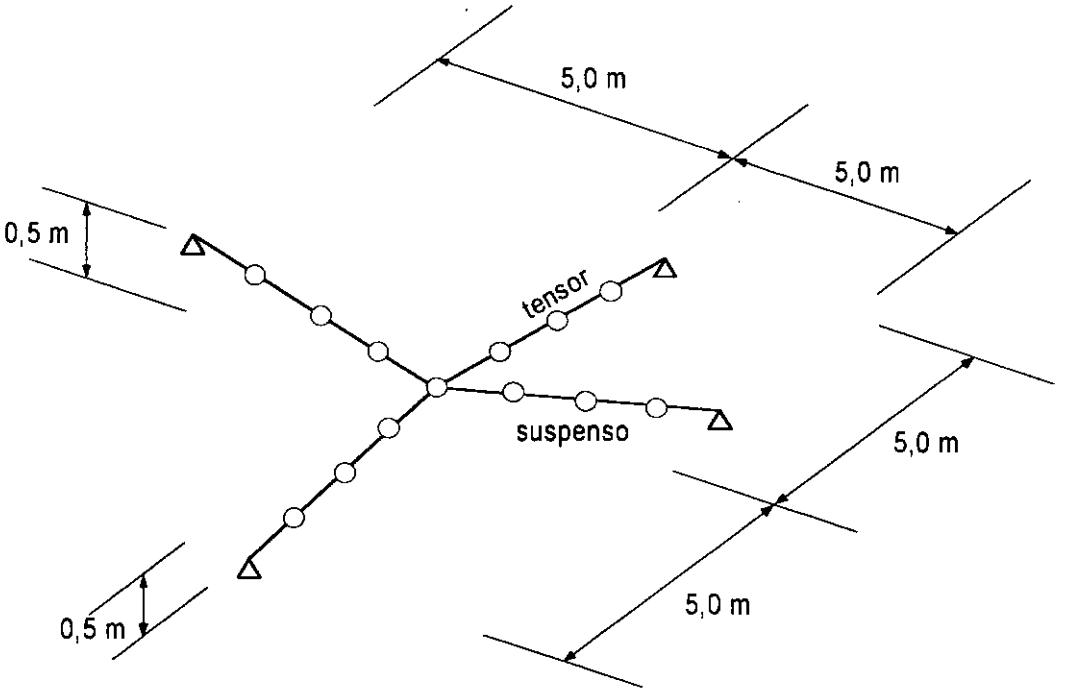


Figura 5.5 – Estrutura do exemplo 3

O carregamento dinâmico aplicado na estrutura foi senoidal com período T=0,54s :

$F = P \operatorname{sen}(\bar{\omega} t)$

onde :

$\bar{\omega}$ = freqüência da vibração forçada = $2\pi/T = 11{,}62$ rad/s

P = 0,5 kN (caso a), 2 kN (caso b) e 3 kN (caso c)

Tem-se para a primeira freqüência natural o valor de 12,99 rad/s. O coeficiente de amortecimento adotado foi de ξ =1,5 % , logo o fator α' utilizado vale $\alpha' = 2\,\xi\,\omega =$ 2 x 0,015 x 12,99 = 0,39.

Na figura 5.6a encontra-se o gráfico da variação dos deslocamentos no tempo para o caso de carga c). Vê-se que a resposta linear apresenta amplitudes maiores que a resposta não linear, da mesma forma que ocorreu exemplo 2. Além disso a resposta não linear se dá na freqüência de excitação e um superharmônico.

Para se obter a resposta do caso c) sucessivas reduções de intervalo de integração foram necessárias para superar dificuldades de convergência. Comparando as respostas em termos de força para os três casos verificou-se que somente no caso c) houve perda total de protensão nos cabos em alguns instantes (ver fig.5.6b). Nos outros dois exemplos 1 e 2 já apresentados também ocorreu afrouxamento dos cabos (ver fig.5.2d e 5.4e), mas não houve dificuldade de convergência do processo numérico. Neste exemplo 3, em que os cabos são discretizados e têm massa distribuída, a dificuldade de convergência pode estar associada a um efeito dinâmico decorrente do afrouxamento e posterior retensionamento brusco do cabo. Na figura 5.6 c) encontra-se o gráfico da variação da força em um cabo para os três casos de carga. Nota-se que no caso c) a resposta tem componentes em freqüências muito altas sem relação com a freqüência de excitação, as quais podem ser decorrentes das dificuldades de convergência encontradas.

A carga dinâmica de vento, associada à flutuações em sua velocidade, pode ser vista como uma série de Fourier, neste caso uma soma de cargas harmônicas. A partir

dos resultados dos exemplos 2 e 3, três aspectos do comportamento de malhas de cabos na forma de parabolóide hiperbólico sob ação do vento podem ser esperados:

- menores amplitudes de resposta na análise não linear em relação à análise linear;

- o aparecimento na resposta de freqüências mais altas do que as associadas ao espectro de velocidade de vento;

- dificuldades de convergência no processo numérico quando ocorre perda de total de protensão em cabos.

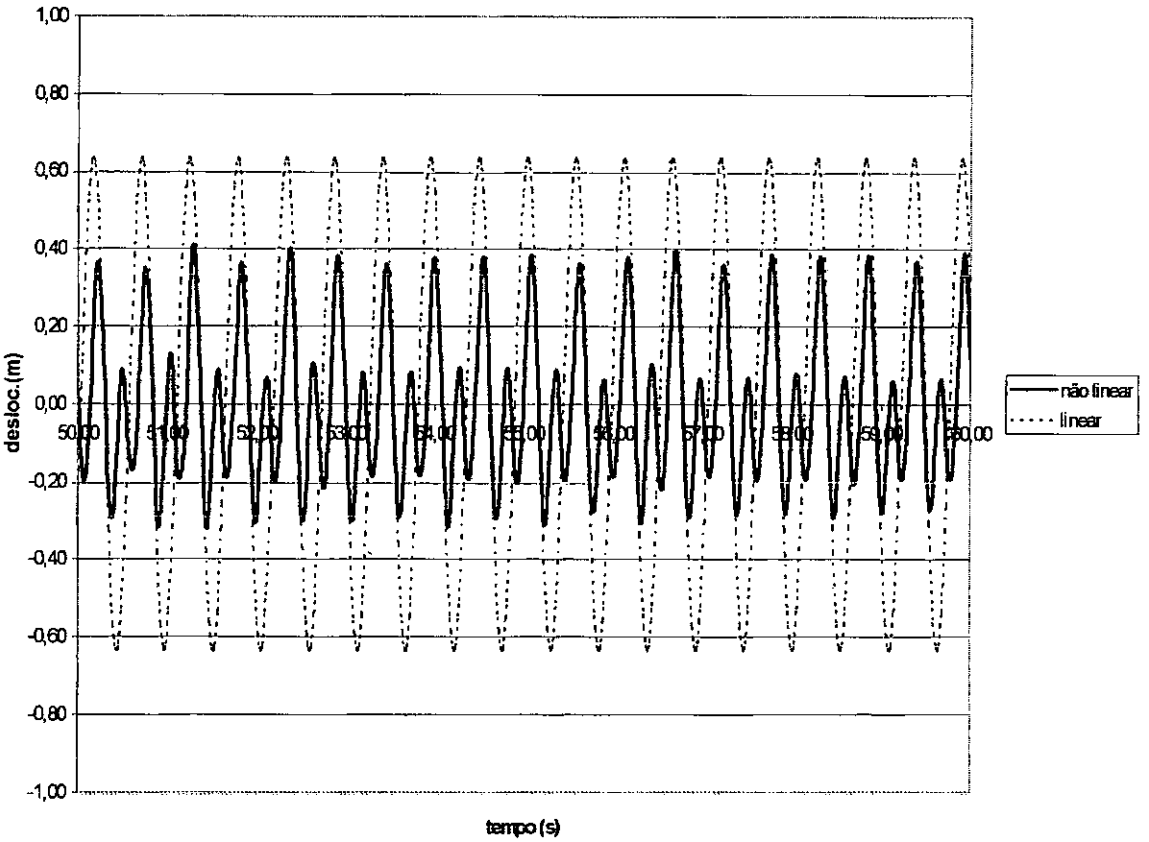


Figura 5.6 a) - Deslocamentos do cabo para o caso de carga c) : F = 3,0 sen (11,62 t)

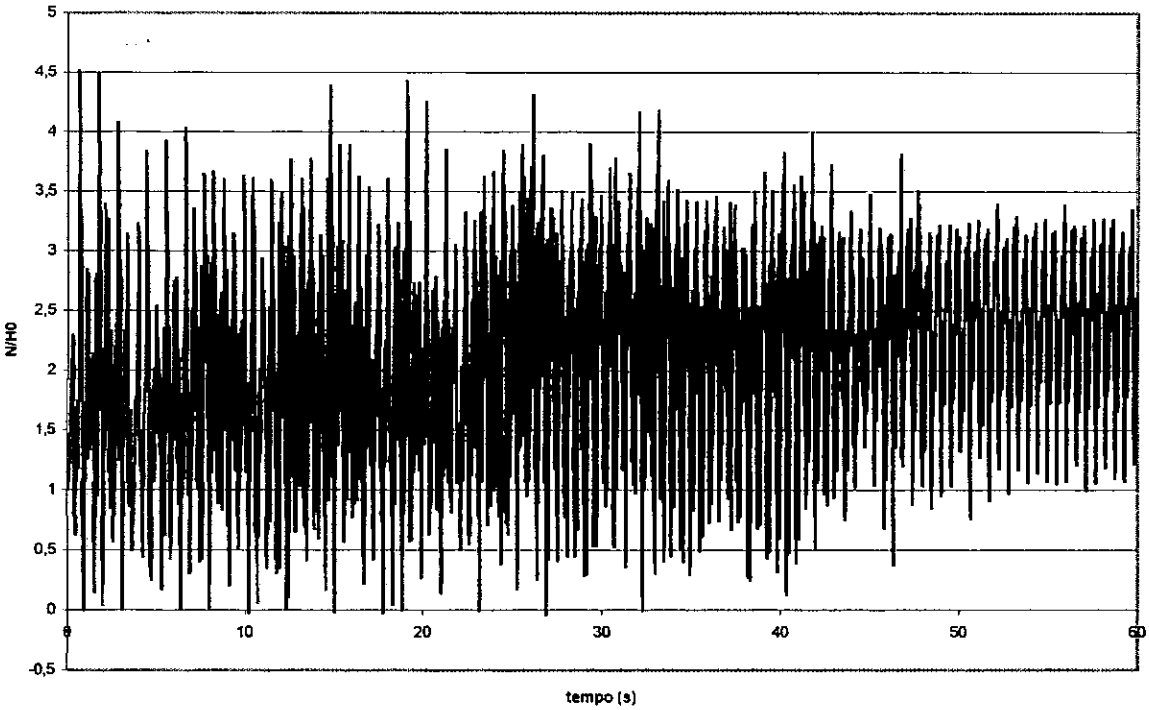


Figura 5.6 b - Variação da força no cabo suspenso para o caso de carga c)

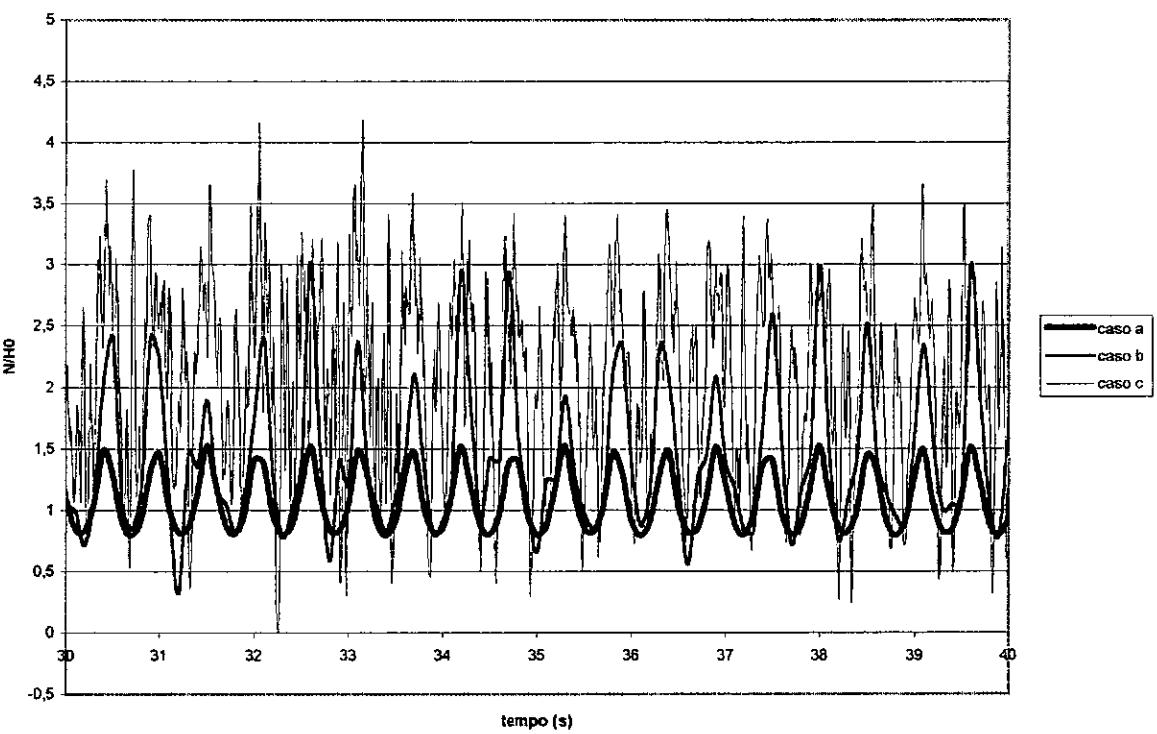


Figura 5.6 c - Variação da força no cabo suspenso para os três casos de carga

5.4 GERAÇÃO DO CARREGAMENTO DINÂMICO DE VENTO NA MALHA DE CABOS

Neste item será apresentada a análise dinâmica da malha de cabos sob ação do vento turbulento para o mesmo exemplo apresentado no item 4.2 (figura 4.1), inspirado na cobertura do Pavilhão de São Cristóvão. Foi adotada a malha com 21 cabos em cada direção, e as mesmas rigezas utilizadas para a análise estática:

$(EA)_x = 5{,}52 \times 10^4$ kN / m ; $(EA)_z = 11{,}04 \times 10^4$ kN / m

As forças de vento sobre uma estrutura constituem um carregamento variável no tempo e no espaço. Estas variações são representadas pelos coeficientes de pressão e pelas histórias de velocidade de vento geradas para cada região da cobertura.

A malha foi dividida em treze regiões, mostradas na figura (5.7), onde estão indicados os seus pontos representativos.

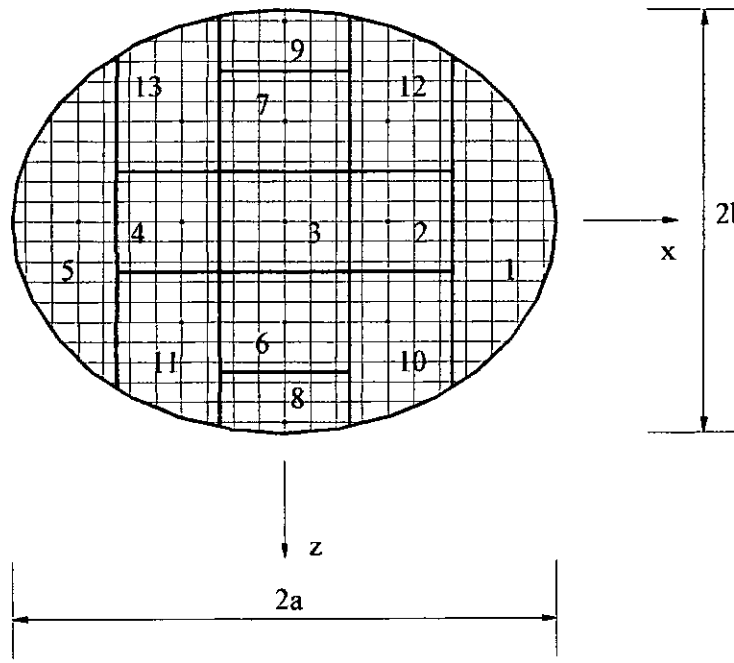


Figura 5.7 – Regiões da malha para geração das histórias de vento.

Para cada uma dessas regiões serão aplicadas forças nodais devidas ao vento dadas por:

$$F_v = \frac{1}{2}\rho_{ar}.C_p[\overline{V} + w(t)]^2 A \qquad (3.53)$$

Como a cobertura é muito abatida as forças resultantes foram consideradas na direção vertical.

5.4.1 Coeficientes de pressão

Para obtenção das forças de vento na superfície de cobertura, é necessário o conhecimento dos coeficientes de pressão, que dependem da geometria da mesma. Para a determinação dos coeficientes de pressão da estrutura seria necessário realizar ensaio em túnel de vento. Como aproximação, neste exemplo, será utilizada a distribuição de coeficientes de pressão mostrada na figura 3.2a do capítulo 3 (Buchholdt,1985), com:

$H = d_1 + d_2 = 20{,}0$ m e $A = 250{,}0$ m ;

Logo : $H/A = 20/250 = 0{,}08 \cong 0{,}1$, e o vento foi considerado incidindo à 0^o (direção x). Apesar dos resultados de coeficientes de pressão externa da figura 3.2a serem para contorno reto, foram adotados estes pois eram os únicos para H/A=0,1. Para contornos curvos, só existem resultados para H/A=0,5.

Os coeficientes de pressão externa adotados para cada uma das regiões, retirados da figura 3.2a, estão mostrados na tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Coeficientes de Pressão Externa

Região	Coeficiente de pressão externa (C_{pe})
1	-0,4
2	-0,4
3	-0,45
4	-0,45
5	-0,37
6	-0,45
7	-0,45
8	-0,78
9	-0,78
10	-0,45
11	-0,45
12	-0,45
13	-0,45

O coeficiente de pressão é dado por : $C_p = C_{pe} - C_{pi}$. O sinal negativo indica sucção. O coeficiente de pressão interna (C_{pi}) foi adotado igual a zero.

Pode-se observar a partir da figura 3.2a e da tabela anterior que, para H/A=0,1 (superfície abatida), os coeficientes de pressão não variam muito ao longo da cobertura, apresentando apenas algumas perturbações próximas ao bordo. Logo, para efeito de análise, pode-se adotar o mesmo coeficiente de pressão para toda a cobertura. Serão realizados para este exemplo análises com alguns valores de coeficiente de pressão (C_p=-0,2 , C_p=-0,4 e C_p=-0,8) aplicados em toda a malha, e também com a distribuição mostrada na tabela (5.1).

5.4.2 Geração do Sinal de Velocidade de Vento

Foi utilizado o programa TURBHOR, apresentado no item 3.5, para geração de treze histórias de vento para os pontos representativos de cada região da malha, indicados na figura 5.7. As coordenadas destes pontos (1 a 13) foram utilizadas como dados de entrada para o programa.

O intervalo de tempo adotado na geração foi de 0,1s e o tempo máximo de 600s. A ordem da geração foi adotada igual a 4, e os coeficientes de correlação C_x=6 e C_z=16 (eq.3.30), com y sendo o eixo vertical. Para representar a rugosidade do terreno adotou-se z_0=0,4 m. A altura média da estrutura foi adotada igual a 20 metros.

A velocidade média V_p, tomada sobre 10 minutos a 10 metros de altura sobre o solo, foi obtida da norma brasileira de vento (NBR6123,1988) , e é dada pelo produto:

$$V_p = 0{,}69 \times V_0 \times S_1 \times S_3$$

Onde:

V_0 = velocidade básica = 35 m/s (Rio de Janeiro)

S_1 = fator topográfico = 1 (terreno plano ou fracamente acidentado);

S_3 = fator estatístico = 1 (edificações para comércio e industria).

Logo:

$$V_p = 0{,}69 \times 35 \times 1 \times 1 = 24{,}15 \text{ m/s}$$

O programa TURBHOR forneceu um sinal da componente flutuante da velocidade de vento para cada região, representada pela velocidade w ao longo do tempo.

Com auxílio de uma planilha foram calculadas as propriedades estatísticas das velocidades w para os 600 segundos da geração a cada 0,1s (6000 valores), para cada uma das treze regiões. Estas propriedades estão mostradas na tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Propriedades estatísticas da componente flutuante da velocidade de vento

Regiões	Média	Média Quadrática	Variância	RMS	Desvio Padrão	Função de Correlação Cruzada	Intensidade de Turbulência
1	-0,142	35,115	35,101	5,926	5,925	35,115	0,245
2	0,104	35,482	35,477	5,957	5,956	14,762	0,247
3	-0,566	33,863	35,548	5,819	5,792	9,274	0,241
4	-0,700	35,887	35,402	5,991	5,950	7,536	0,248
5	-0,718	35,520	35,010	5,960	5,917	5,452	0,247
6	0,154	37,232	37,215	6,102	6,100	5,725	0,253
7	0,167	37,265	37,244	6,105	6,103	8,078	0,253
8	0,113	44,182	44,176	6,647	6,647	1,675	0,275
9	0,228	36,366	38,320	6,194	6,190	1,084	0,256
10	0,021	38,223	38,229	6,182	6,183	7,353	0,256
11	-0,409	34,114	33,952	5,841	5,827	3,571	0,242
12	-0,354	37,286	37,167	6,106	6,096	9,654	0,253
13	-0,485	37,264	37,035	6,104	6,086	4,546	0,253

O valor da média para todas as regiões é próximo de zero, como era o esperado. Sendo assim, o valor da média quadrática é aproximadamente igual à variância. O desvio padrão apresentou valores semelhantes para todas as regiões, e aproximadamente

igual ao valor de RMS, o que também é coerente. O valores encontrados para intensidade de turbulência, correspondem ao tipo de terreno considerado: subúrbios distantes do centro de cidades.

A função de correlação cruzada (equação 3.17) mede a interdependência entre os sinais. Ou seja, os sinais de velocidade associados a pontos próximos entre si possuem função de correlação cruzada maior. Os valores da função de correlação cruzada mostrada na tabela 5.2 são do ponto representativo da região 1 em relação aos demais. Logo os pontos mais próximos da região 1 apresentam função de correlação cruzada maiores do que os pontos mais distantes. Observa-se também que quando os pontos estão sob o mesmo alinhamento na direção x, a função de correlação cruzada não cai tanto, pois C_x=6. Já na direção z, a distância entre os pontos importa mais, pois C_z=16.

Na figura 5.8 está mostrado um sinal da componente flutuante w da velocidade de vento gerada para o ponto representativo da região central (região 3), no trecho onde ocorrem os valores máximos da velocidade w (de 300s a 400s).

No sinal gerado foi aplicado o algoritmo da Transformada rápida de Fourier (FFT - Fast Fourier Transformer), para comparação com o espectro teórico de Kaimal. Na figura 5.9 está mostrado o gráfico do espectro teórico de Kaimal utilizado para a geração da história de velocidade de vento no programa TURBHOR, e do espectro de um sinal gerado (valores da velocidade w para a região central). Observa-se que os resultados são bastante próximos.

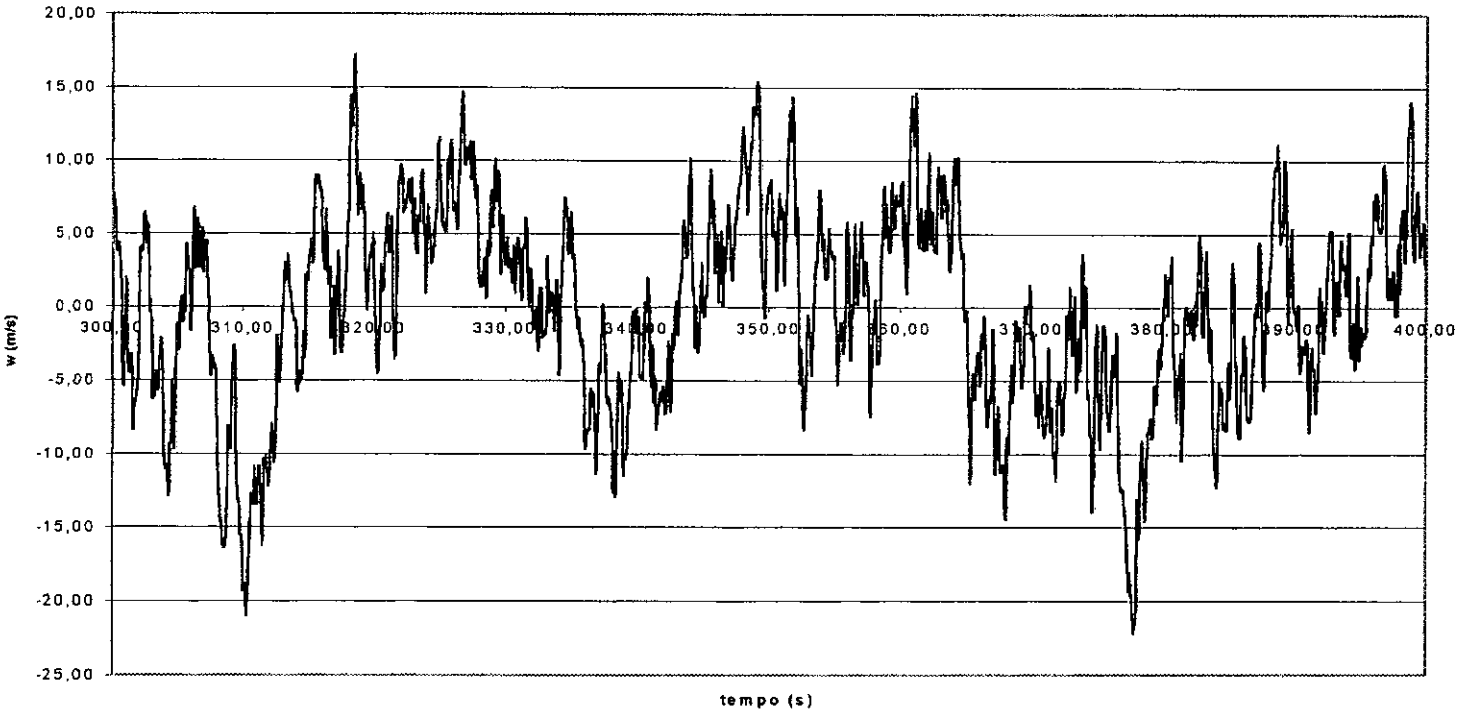


Figura 5.8 – História de velocidades de vento w para a região central no trecho de máximo (300s a 400s).

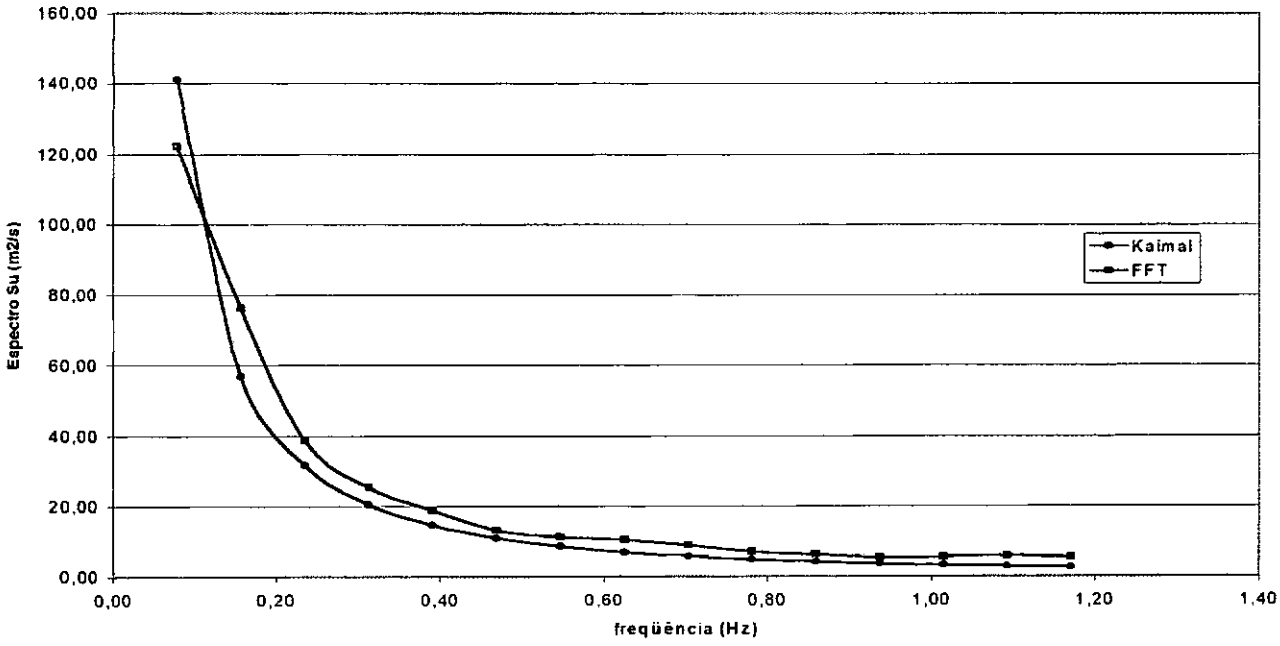


Figura 5.9 – Espectro teórico de Kaimal e espectro do sinal de velocidade de vento w gerado para a região central

5.5 RESPOSTAS NO DOMÍNIO DO TEMPO DA MALHA DE CABOS SOB AÇÃO DO VENTO

5.5.1 Introdução

Foram realizadas análises da malha de cabos descrita no item 4.2 sob ação de vento turbulento em um intervalo de tempo de 600s, considerado suficiente para amostragem do processo aleatório e ergódico.

Neste item são apresentados alguns resultados em termos de deslocamentos da malha de cabos sob ação de vento turbulento. Para melhor análise dos gráficos, as respostas são mostradas em um intervalo de tempo de 20 segundos (para o intervalo de 60s a 80s). As propriedades estatísticas das respostas completas (600segundos) são apresentadas mais adiante no item 5.6.

Nos dois métodos utilizados para a integração no tempo, a parcela constante do carregamento , composta de protensão, cargas permanentes e média de vento, foi aplicada no tempo zero, o que gerou uma resposta transiente de 40 segundos sem significado físico.

Para a superposição modal foram necessários 40 modos para representar corretamente a resposta aos carregamentos impostos. Para a resposta flutuante devida ao vento poderiam ter sido utilizados apenas 20 modos.

As análises foram realizadas para três valores de coeficiente de pressão, constantes em toda superfície da malha: C_p=-0,2 ; C_p=-0,4 ; C_p=-0,8. Os resultados são apresentados para o nó 1, nó central da malha, e para o nó 5 (figura 5.10).

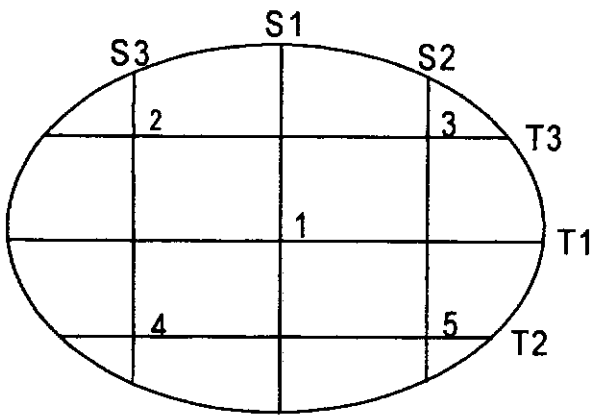


Figura 5.10 – Projeção em planta dos nós e cabos analisados

Foram realizadas análises considerando correlação parcial (cada uma das treze regiões com uma história de vento diferente), e correlação total (mesma história de vento aplicada nas treze regiões). Sendo os coeficientes de pressão considerados constantes em toda a superfície da cobertura, o caso de correlação total dos sinais de velocidade de vento corresponde a um carregamento uniformemente distribuído, ao contrário do caso de correlação parcial.

Foi utilizada a matriz de amortecimento proporcional com $\alpha' = 2\,\xi\,\omega$. A taxa de amortecimento ξ foi adotada igual a 2,5% para o primeiro modo. Sendo a primeira freqüência ω = 3,45 rd/s , tem-se $\alpha' = 0,17$.

5.5.2 A influência da não linearidade para carga não uniforme

Nas figuras 5.11a a 5.11c estão ilustradas as respostas das análises linear e não linear, para os três valores do coeficiente de pressão, para o nó 1 e nas figuras 5.12 a a 5.12c para o nó 5.

Das figuras 5.11a e 5.12a referentes ao coeficiente de pressão mais baixo (Cp=-0,2) , observa-se que há uma ótima correlação entre as respostas linear e não linear. A medida que a força de vento vai aumentando, esta correlação vai se degradando e evidenciando o caráter não linear da resposta. Para Cp=-0,4 (figuras 5.11b e 5.12b), já aparecem discrepâncias nos resultados das análises linear e não linear, que se acentuam para Cp=-0,8 (figuras 5.11c e 5.12 c). Ou seja, quando aumenta-se a força de vento, a malha apresenta comportamento não linear mais pronunciado. Como pode-se observar na figura 5.11c, o nó central apresenta grandes deslocamentos, que atingem 1,40 metros para cima, devido ao efeito de sucção do vento, gerando assim um comportamento altamente não linear da malha.

Os resultados da análise linear (superposição modal), em geral estão apresentando amplitudes maiores do que a análise não linear (Newmark), como pode ser visto nas figuras 5.11 e 5.12. Este fato está de acordo com as conclusões tiradas da análise preliminar (item 5.3.2), onde observou-se que para a estrutura de 2 cabos a análise linear apresenta respostas maiores do que a não linear. A comparação em termos quantitativos entre as respostas linear e não linear é apresentada mais adiante no item 5.6.

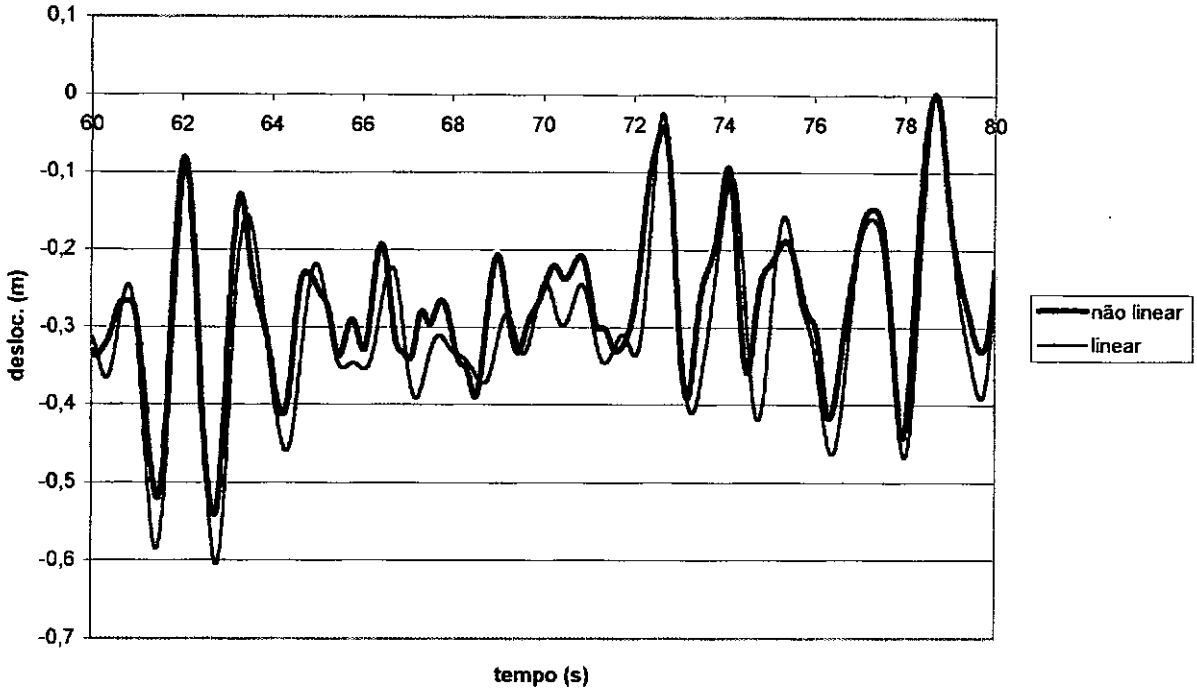


Figura 5.11a - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,2

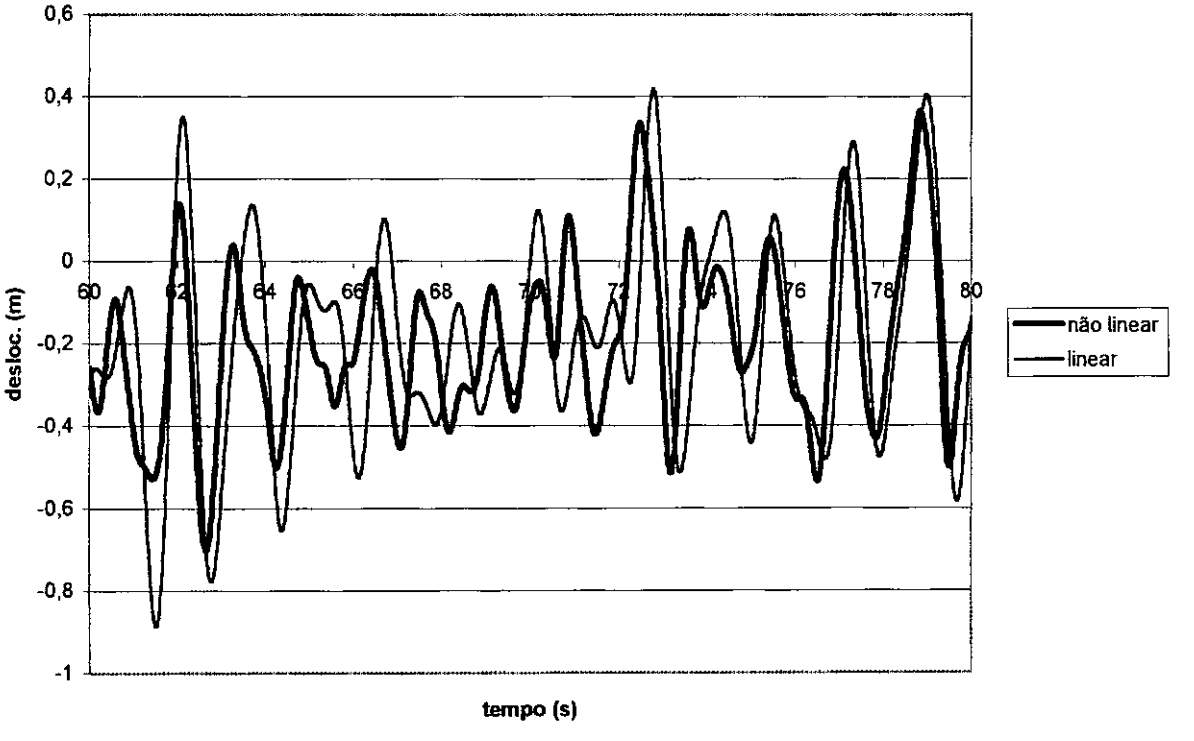


Figura 5.11b - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,4

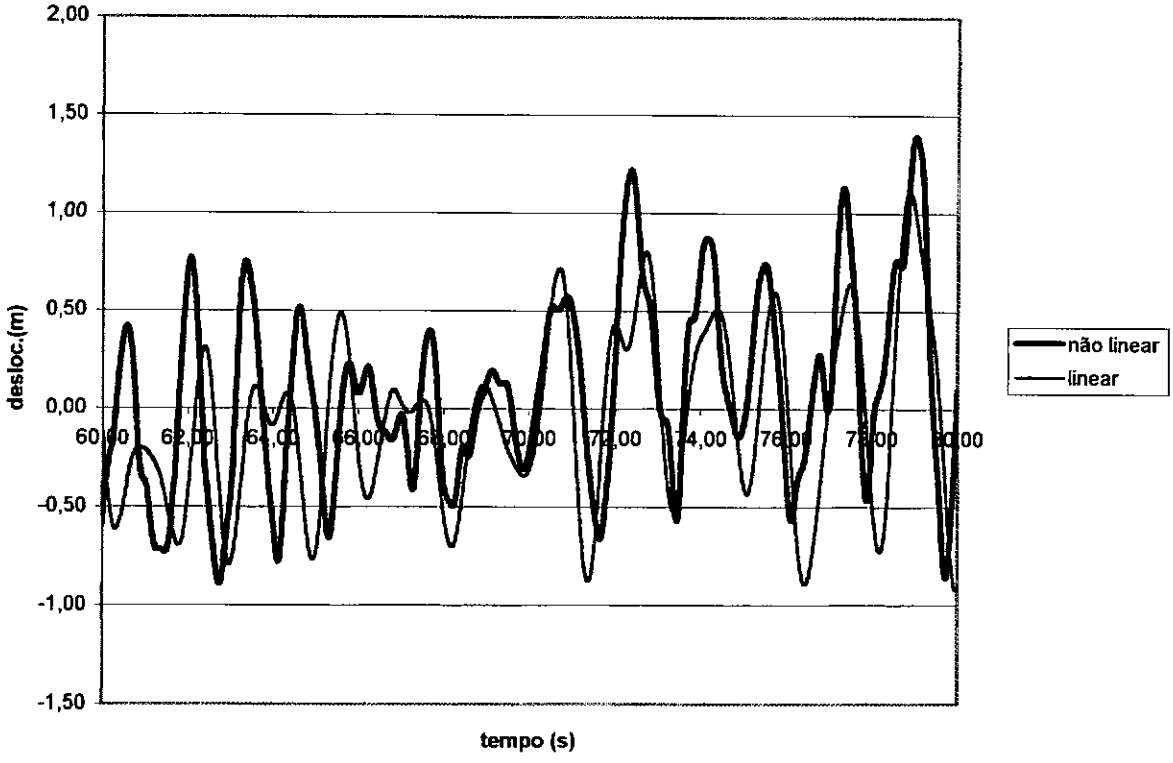


Figura 5.11c - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,8

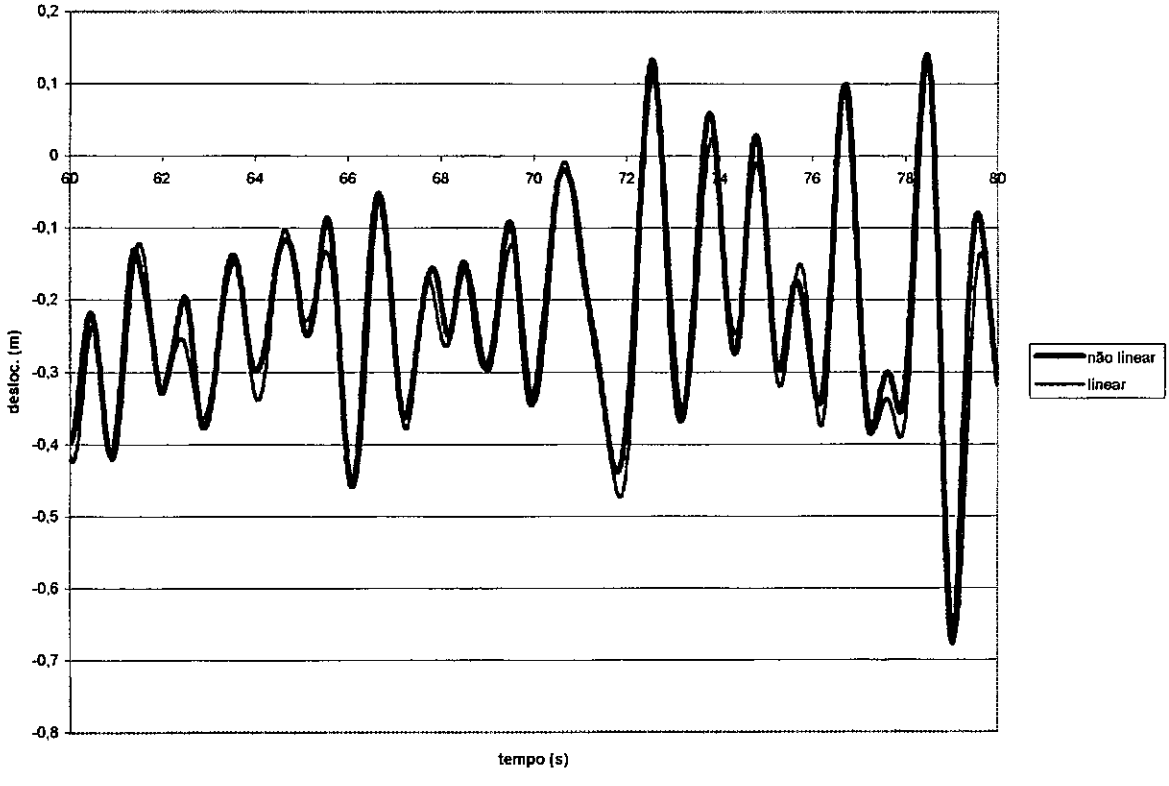


Figura 5.12 a - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,2

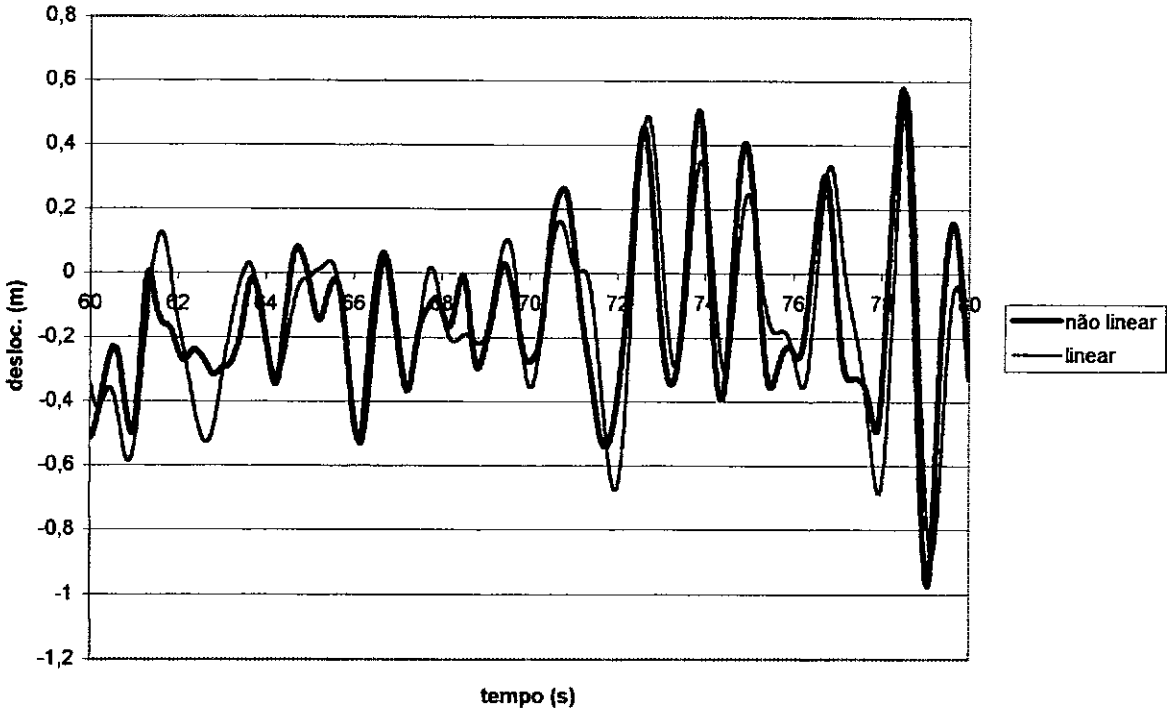


Figura 5.12 b - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,4

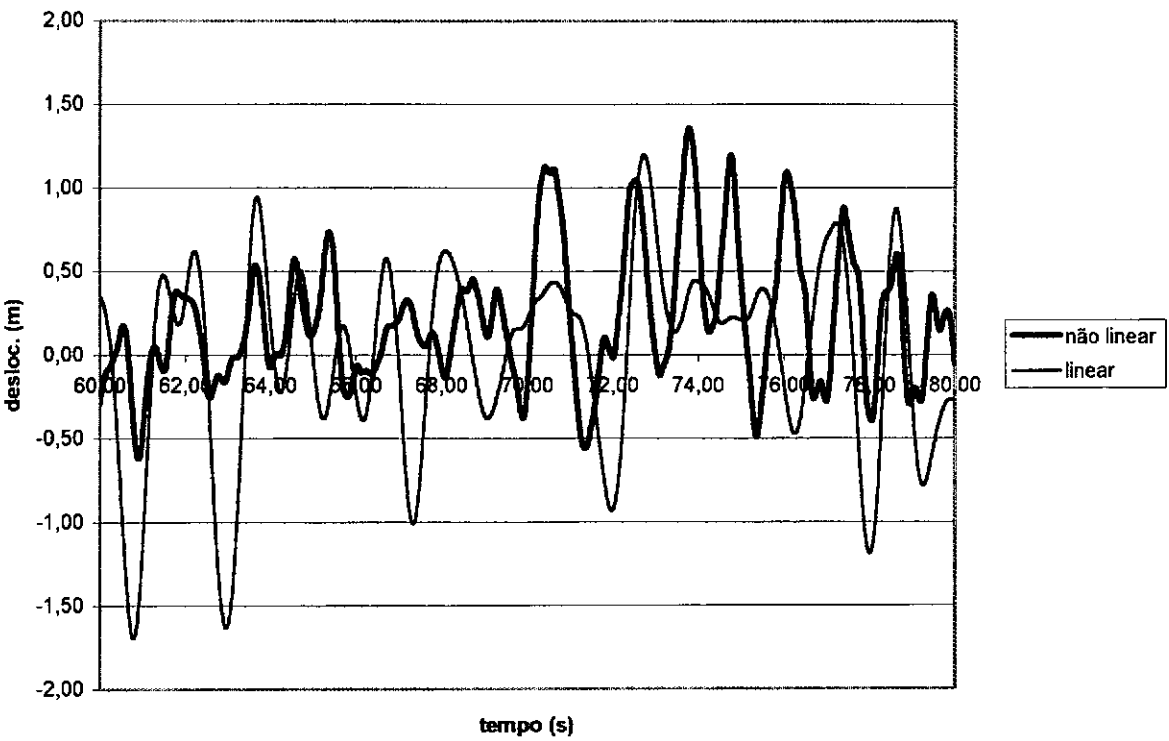


Figura 5.12 c - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,8

Na figura 5.13 está mostrado o gráfico dos deslocamentos para o nó central da malha, para os três valores de C_p. A partir desta figura pode-se observar a mudança no valor médio dos deslocamentos e a variação da amplitude da flutuação , a medida que se aumenta o valor do coeficiente de pressão.

No caso de C_p=-0,2 a ação combinada das cargas de gravidade, protensão e carga média de sucção de vento produziu um deslocamento médio negativo (para baixo) enquanto que para uma carga maior de sucção de vento (C_p=-0,8), o deslocamento médio é positivo (para cima).

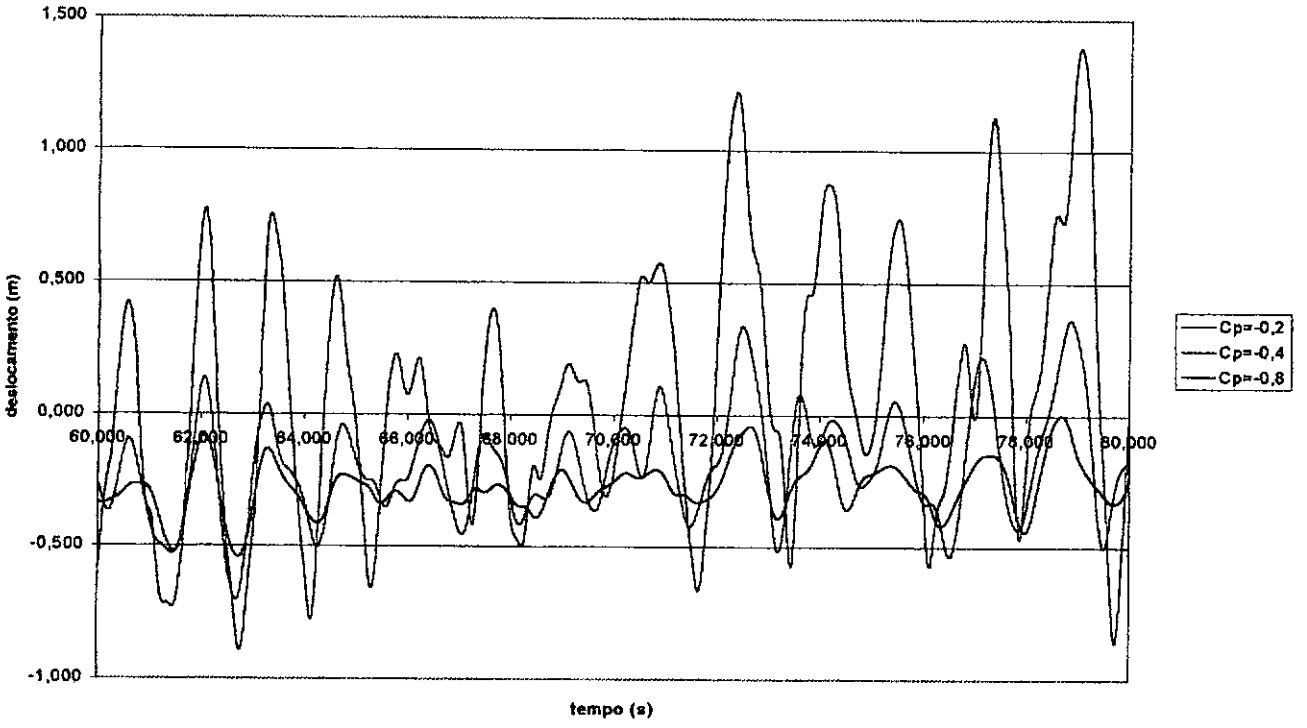


Figura 5.13 – Deslocamento do nó central da malha (nó 1) para três coeficientes de pressão (Cp=-0,2 , Cp=-0,4 e Cp=-0,8).

5.5.3 Efeito da não linearidade para carga uniforme

Neste item são apresentados os resultados das análises com correlação total, ou seja, com todas as regiões da malha sob o mesmo sinal de força vento, utilizando-se os métodos de Newmark e Superposição Modal. Foi aplicada em todas as regiões a história de força de vento gerada para a região 1 no TURBHOR, tratando-se assim de uma carga uniformemente distribuída em toda malha, para cada instante de tempo, já que os coeficientes de pressão são constantes.

Nas figuras 5.14a e b estão ilustradas as respostas das análises linear e não linear, para dois valores de coeficiente de pressão (C_p = -0,2 e -0,4), para o nó 1 (nó central da malha). Nas figuras 5.15a e b estão mostrados os gráficos para o nó 5 .

Dos gráficos 5.14a e 5.15a observa-se que para C_p=-0,2 , os resultados das análises linear e não linear com correlação total comparam bem, principalmente para o nó 5. Quando é aumentada a força de sucção de vento, coeficiente de pressão C_p=-0,4 (figuras 5.14b e 5.15b), os resultados já começam a apresentar algumas discrepâncias significativas.

Com a análise estática realizada no capítulo 4, concluiu-se que a malha sob carregamento uniforme apresenta comportamento linear desde que não haja perda de protensão nos cabos. Nesta análise dinâmica com C_p=-0,4, não houve perda de protensão dos cabos e, apesar do carregamento ser uniforme, pode-se observar o efeito da não linearidade quando a força de vento é aumentada.

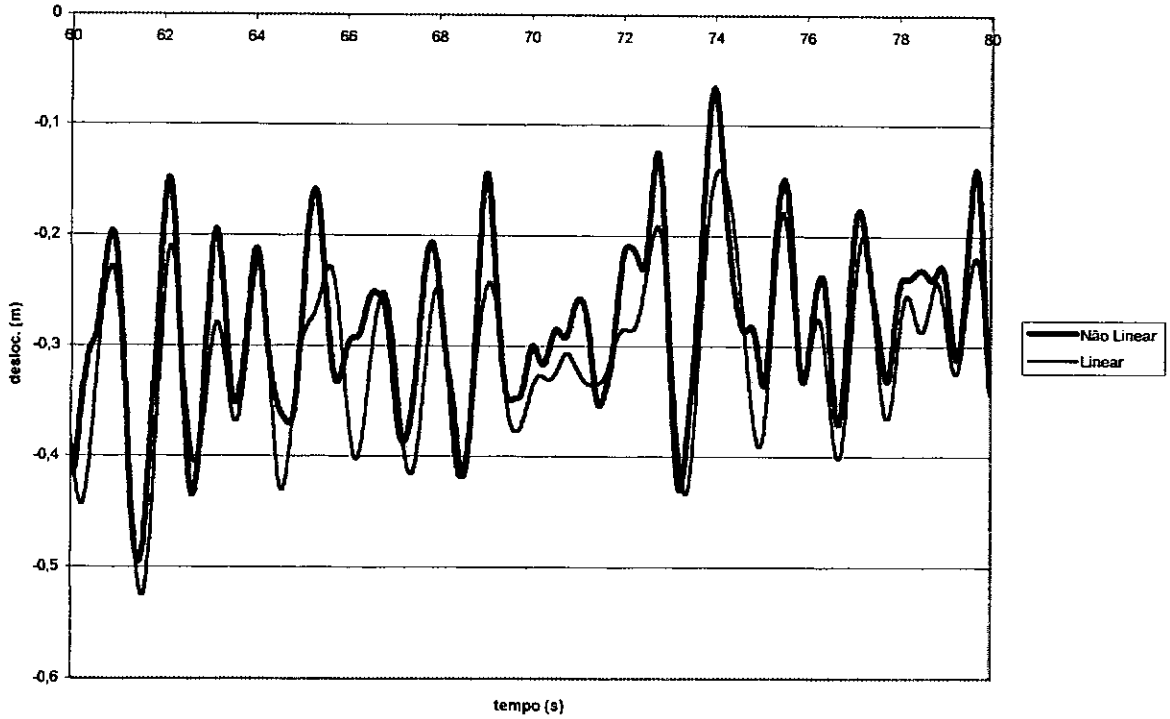


Figura 5.14 a - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,2 , com correlação total

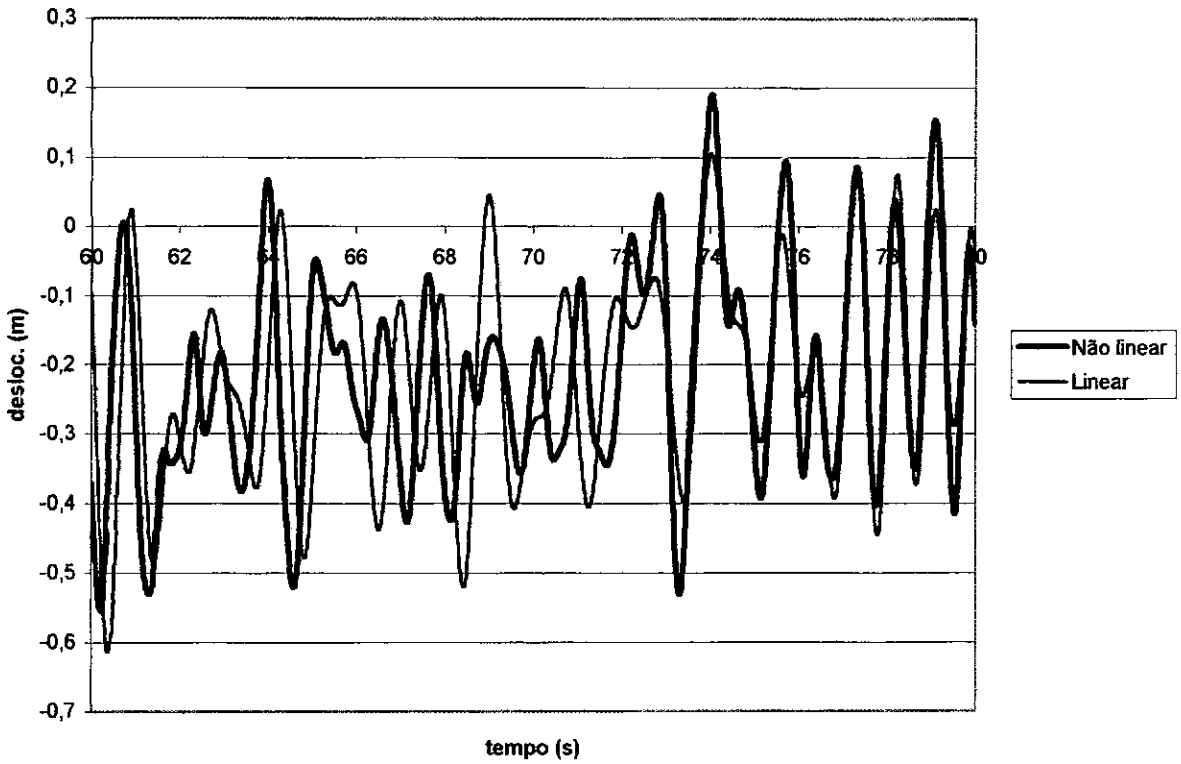


Figura 5.14 b - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,4 , com correlação total

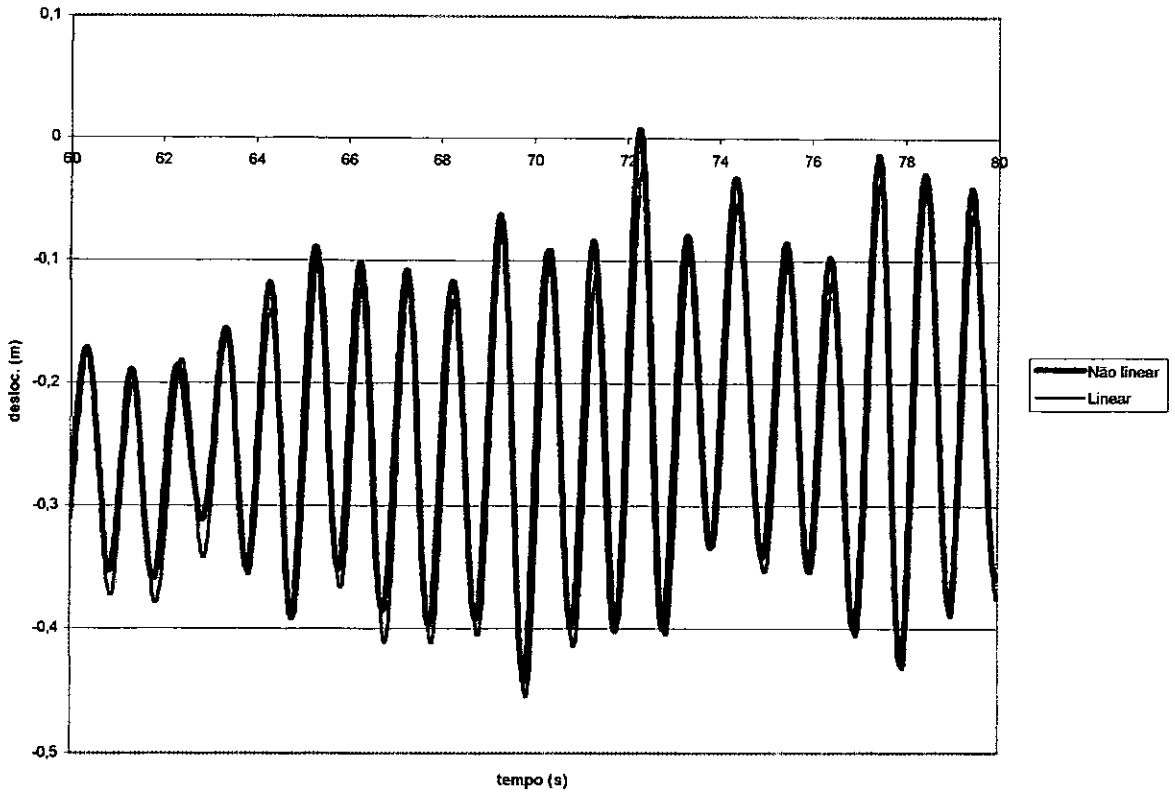


Figura 5.15 a - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,2 ,com correlação total

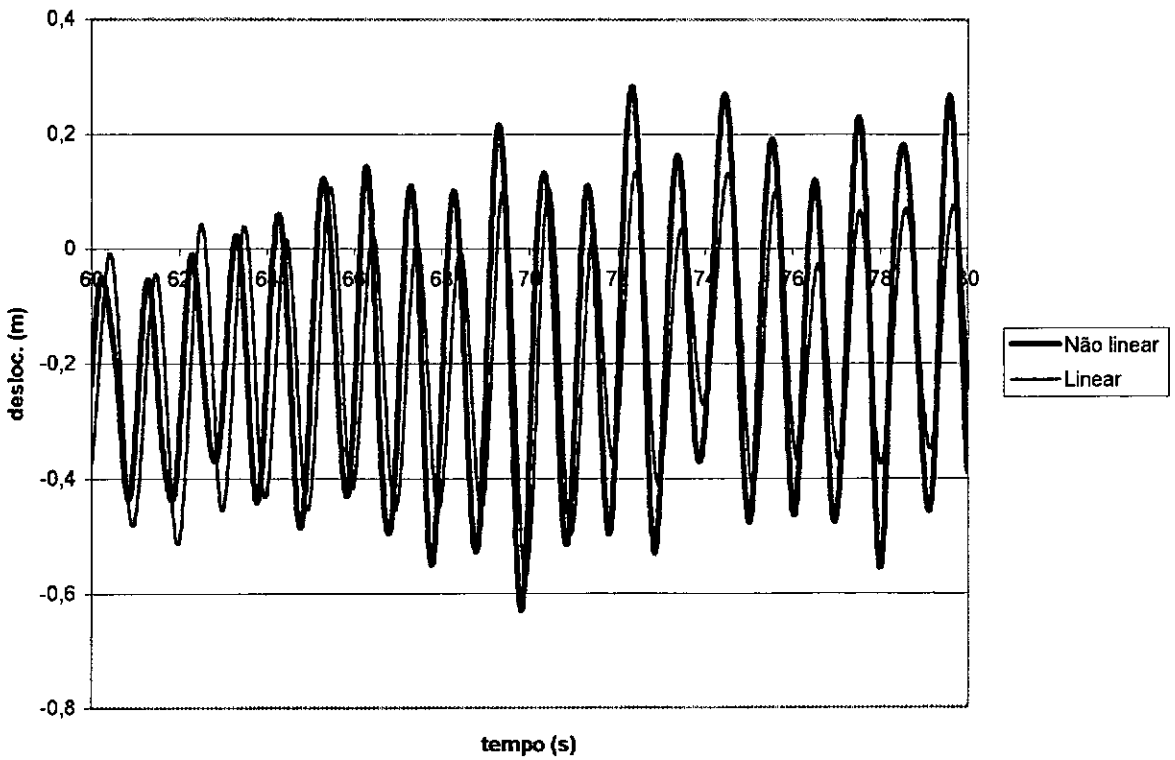


Figura 5.15 b - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,4 , com correlação total

5.5.4 Influência da Correlação Espacial

Neste item será mostrada a influência da correlação espacial, sendo então apresentados os resultados das análises com correlação total e parcial para o método de Newmark.

Nas figuras 5.16a e b estão ilustrados os gráficos de deslocamentos do nó 1 (nó central da malha), para dois valores de coeficiente de pressão (C_p = -0,2 e -0,4) , com correlação total e parcial. Nas figuras 5.17a e b estão mostrados os gráficos para o nó 5.

Dos gráficos 5.16 e 5.17 observa-se que para C_p=-0,2 e C_p=-0,4 , os resultados das análises não lineares com correlação total e parcial apresentam diferenças, principalmente para o nó 5. Observa-se para o nó 5 (figuras 5.17), que o resultado com correlação parcial possui mais de um modo contribuindo na resposta, enquanto que a resposta com correlação total tem um modo predominante. O carregamento de vento com correlação total (carga uniforme neste caso) excita apenas os modos simétricos. Como o nó 1 está localizado no centro da malha, sua participação se dá principalmente nos modos simétricos, os quais são excitados em ambos os casos de correlação total e parcial. Já o nó 5, localizado em um quadrante, tem sua resposta devida ao vento com correlação total nas freqüências associadas aos modos simétricos, enquanto no caso de correlação parcial (carga não uniforme), a resposta é composta de modos simétricos e não simétricos. Por isso a comparação entre respostas com correlações total e parcial é melhor para o nó 1 do que para o nó 5 (figuras 5.16).

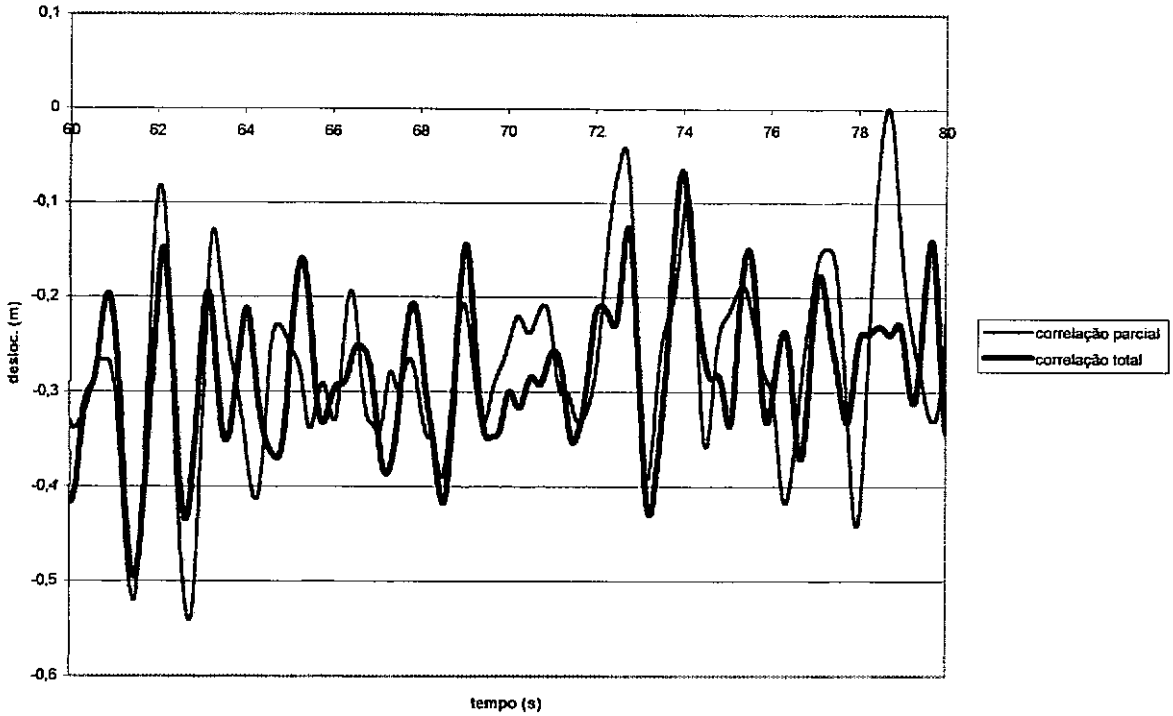


Figura 5.16 a - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,2 , análise não linear, com correlação total e parcial

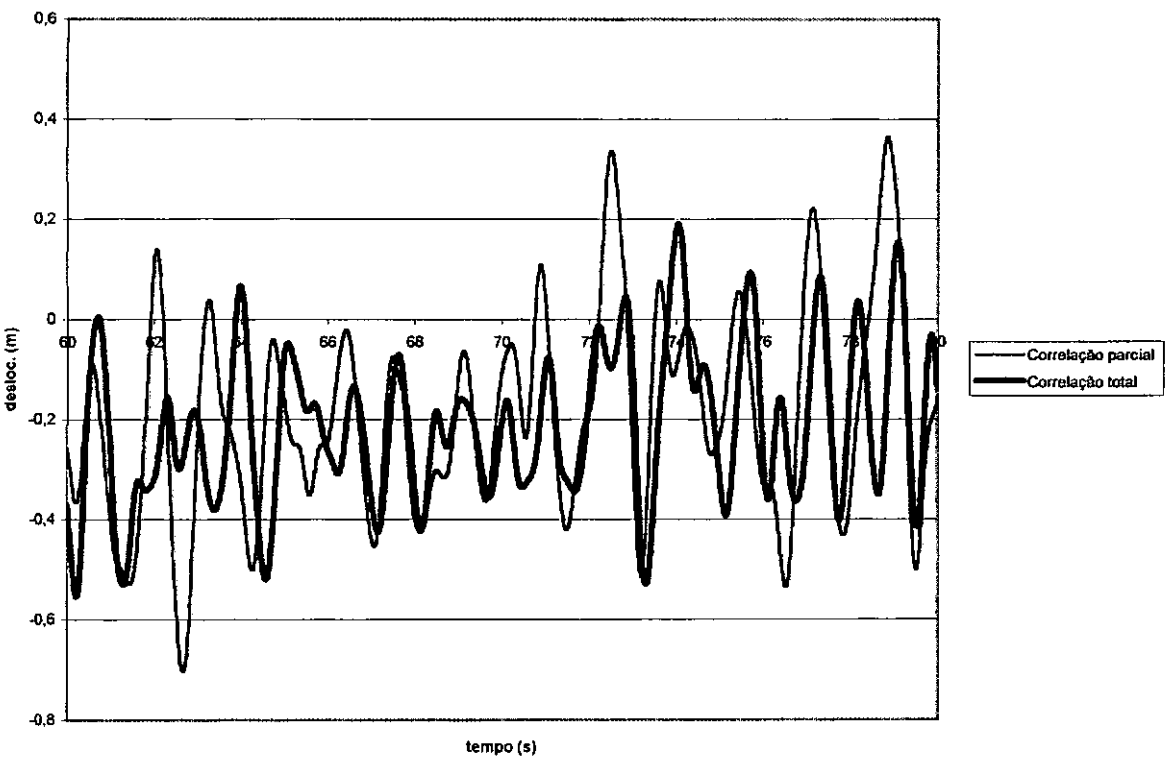


Figura 5.16 b - Deslocamentos do nó 1 (nó central da malha) para Cp=-0,4 , análise não linear, com correlação total e parcial

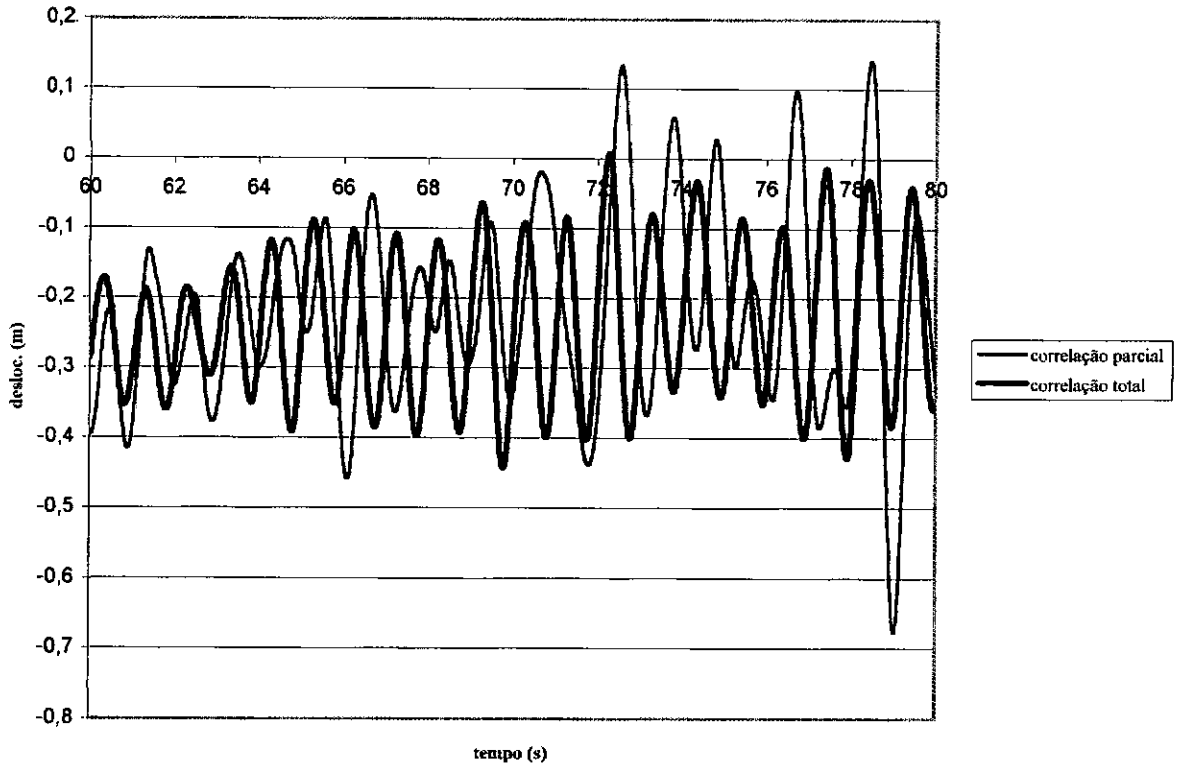


Figura 5.17 a - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,2 , análise não linear, com correlação total e parcial

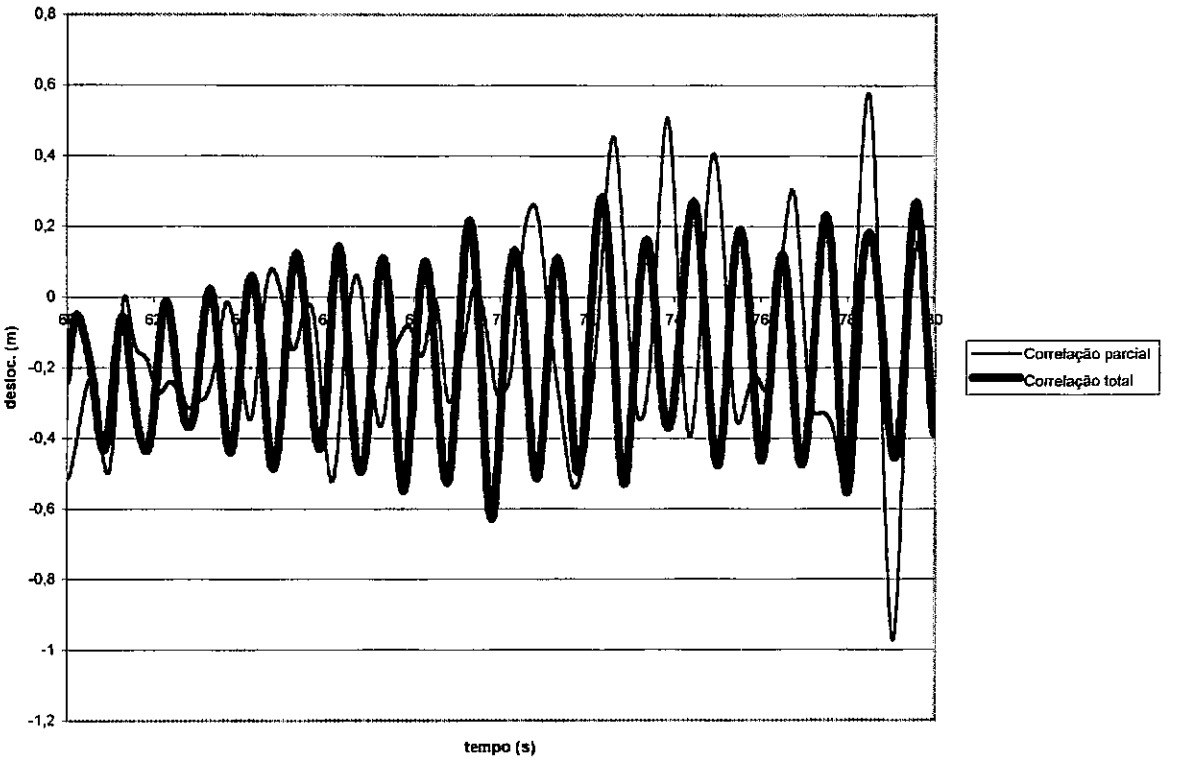


Figura 5.17 b - Deslocamentos do nó 5 para Cp=-0,4 , análise não linear, com correlação total e parcial

5.5.5 Simplificação da malha

A medida em que os valores do coeficiente de pressão foram sendo aumentados em módulo, resultando assim em forças de grandes amplitudes devidas ao efeito de vento, a convergência do modelo foi ficando mais difícil, em virtude do comportamento não linear da malha, causado por perda de protensão dos cabos e não uniformidade da carga. As análises completas até 600s consomem muito tempo de processamento. Com o objetivo de reduzir o tempo de processamento nas análises completas no domínio do tempo, para o coeficiente de pressão de maior valor, foi modelada também outra malha menos discretizada. Nesta malha, já apresentada no capítulo 4, os cabos suspensos foram agrupados de 11 em 11 cabos e os tensores de 6 em 6, resultando um modelo com 9 grupos de cabos em cada direção, totalizando 105 nós e 156 elementos. Os resultados da análise estática foram apresentados no item 4.5, e se compararam bem com os valores obtidos para a malha com 21 cabos em cada direção.

Neste item são apresentados os resultados das análises no domínio do tempo pelos métodos de Newmark e superposição modal, com objetivo de comparar o comportamento dinâmico da malha simplificada (malha 2) com o modelo completo (malha 1). As análises foram realizadas para C_p=-0,2 até 80s, e estão apresentados os resultados para o intervalo de 60s a 80s.

Na figura 5.18a está mostrado o gráfico dos deslocamentos do nó central da malha (nó 1), obtido da análise não linear para as duas malhas: com 9 cabos em cada direção (malha 2) e com 21 cabos em cada direção (malha1). Observa-se que os resultados comparam-se razoavelmente bem. Na figura 5.18b estão apresentados os

deslocamentos obtidos da análise linear para as duas malhas, resultados estes que comparam um pouco melhor do que na análise não linear.

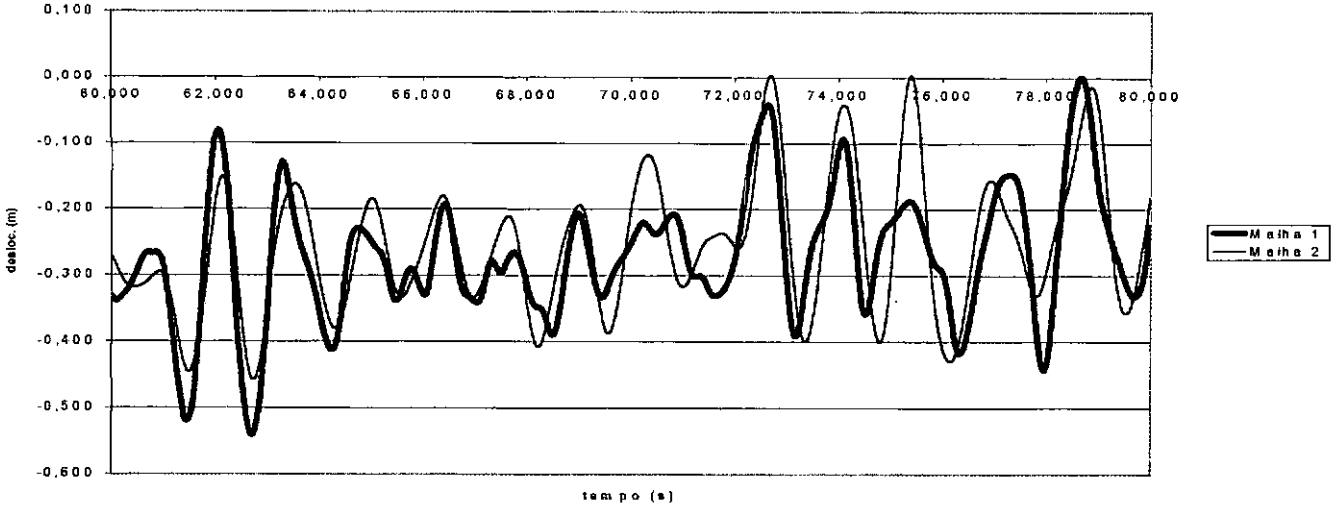


Figura 5.18a – Deslocamentos do nó central da malha (nó 1), para as malhas 1 e 2, análise não linear, para C_p=-0,2.

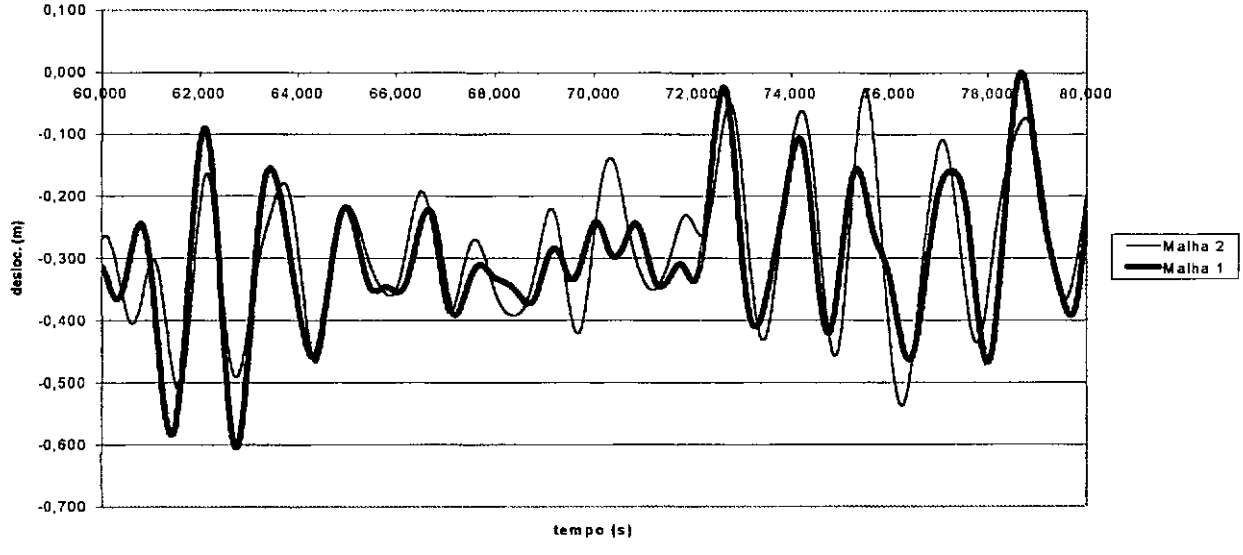


Figura 5.18b – Deslocamentos do nó central da malha (nó 1), para as malhas 1 e 2, análise linear , para C_p=-0,2.

5.6 CARACTERÍSTICAS DAS RESPOSTAS EM TERMOS DE DESLOCAMENTOS

Apresentam-se os resultados das análises dinâmicas da malha de cabos sob ação do vento turbulento para o intervalo de tempo até 600s, em termos das propriedades estatísticas da resposta para três valores de coeficiente de pressão: C_p=-0,2 ; C_p=-0,4 e C_p=-0,6. Para os dois primeiros valores de coeficiente de pressão, foi utilizado o modelo completo, a malha 1, com 21 cabos em cada direção. Para o coeficiente de pressão mais alto, C_p=-0,6 , foi utilizada a malha 2, com apenas 9 cabos em cada direção, para facilitar a análise. Como estava difícil a convergência pelo método de Newmark, foi necessário diminuir o intervalo de integração , o que aumentou muito o tempo de processamento. Para efeito de comparação foi realizada também a análise da malha 2 para Cp=-0,2. Os resultados de deslocamentos estão apresentados para o nó central da malha (nó 1) e para os nós localizados nos quadrantes da malha (nós 2, 3, 4 e 5), que estão mostrados na figura 5.10.

Nas tabelas 5.3 a 5.5 encontram-se as propriedades estatísticas dos deslocamentos e os deslocamentos máximo e mínimo, tomados diretamente da resposta no tempo, para os três valores de coeficiente de pressão, obtidos das análises não linear (Newmark) e linear (superposição modal), com correlação parcial.

Observa-se nas referidas tabelas que os valores da média, média quadrática, variância, RMS e desvio padrão deram próximos nas duas análises, para os três coeficientes de pressão. Estes valores apresentam apenas uma pequena diferença entre

as duas análises, e esta diferença aumenta um pouco, a medida que se aumenta o valor do coeficiente de pressão. Os deslocamentos máximos correspondem ao efeito de sucção (deslocamentos positivos – para cima), e os deslocamentos mínimos, ao efeito de pressão (deslocamentos negativos – para baixo).

Em geral, os resultados dos deslocamentos da análise não linear são menores do que os obtidos pela análise linear, confirmando-se assim as expectativas das análises preliminares da malha de cabos (item 5.3). A medida que aumenta-se o valor do coeficiente de pressão, a malha de cabos apresenta comportamento não linear mais acentuado, aumentando-se a discrepância entre resultados obtidos das duas análises. Os valores de pico dos deslocamentos geralmente ocorrem nos pontos situados nos quadrantes. A seguir encontra-se a razão entre os deslocamentos linear e não linear (L/NL), para os três valores de coeficiente de pressão, para os deslocamentos positivos e negativos. Observa-se que para cargas de vento pequenas (C_p=-0,2), o deslocamento positivo não linear é maior do que o linear.

- C_p=-0,2 : $\delta_{L/NL}$ (+)=0,87 ; $\delta_{L/NL}$ (-)=1,08
- C_p=-0,4 : $\delta_{L/NL}$ (+)=1,02 ; $\delta_{L/NL}$ (-)=1,29
- C_p=-0,6 : $\delta_{L/NL}$ (+)=1,12 ; $\delta_{L/NL}$ (-)=1,31

Vê-se que para C_p=-0,6 e –0,4 , a análise linear superestima de forma significativa a amplitude dos deslocamentos descendentes (30% a mais), sendo mais confiável o valor obtido pelo método de Newmark, que realiza a análise não linear.

Os valores de pico de deslocamento são 69cm, 106cm e 148cm, para os coeficientes de pressão C_p=-0,2, . C_p= -0,4, C_p=-0,6 , respectivamente. Este valores são de suma importância pois devem atender aos valores limites no Estado Limite de Utilização.

Tabela 5.3a – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise não linear (Newmark), para C_p=-0,2, para a malha 1, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,26	-0,22	-0,22	-0,22	-0,21
Média Quadrática	0,08	0,07	0,07	0,07	0,06
Variância	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
RMS	0,29	0,26	0,26	0,26	0,25
Desvio Padrão	0,12	0,14	0,14	0,14	0,14
Desloc.máximo (m)	0,17	0,34	0,39	0,26	0,34
Desloc.mínimo (m)	-0,64	-0,69	-0,65	-0,69	-0,68

Tabela 5.3b – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise linear (superposição modal), para C_p=-0,2, para a malha 1, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,29	-0,23	-0,23	-0,23	-0,22
Média Quadrática	0,10	0,07	0,07	0,07	0,07
Variancia	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
RMS	0,31	0,27	0,27	0,27	0,26
Desvio Padrão	0,12	0,15	0,14	0,15	0,15
Desloc.máximo (m)	0,13	0,31	0,34	0,24	0,27
Desloc.mínimo (m)	-0,74	-0,72	-0,72	-0,74	-0,66

Tabela 5.4a – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise não linear (Newmark), para C_p=-0,4 , para a malha 1, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,17	-0,14	-0,14	-0,14	-0,13
Média Quadrática	0,08	0,10	0,09	0,10	0,09
Variância	0,05	0,08	0,07	0,08	0,08
RMS	0,29	0,31	0,30	0,31	0,30
Desvio Padrão	0,23	0,28	0,27	0,28	0,28
Desloc. máximo (m)	0,64	0,86	0,92	0,80	0,97
Desloc. mínimo (m)	-0,99	-0,99	-1,00	-1,06	-0,99

Tabela 5.4b – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise linear (Superposição Modal), para C_p=-0,4 , para a malha 1, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,18	-0,15	-0,15	-0,15	-0,14
Média Quadrática	0,09	0,11	0,10	0,11	0,11
Variância	0,06	0,09	0,08	0,09	0,09
RMS	0,30	0,33	0,32	0,33	0,33
Desvio Padrão	0,24	0,30	0,28	0,29	0,29
Desloc. máximo (m)	0,61	0,87	1,08	0,83	0,99
Desloc. Mínimo (m)	-0,95	-1,29	-1,19	-1,20	-1,13

Tabela 5.5a – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise não linear (Newmark) para C_p=-0,6 , para a malha 2, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,06	-0,04	-0,05	-0,05	-0,03
Média Quadrática	0,14	0,16	0,15	0,16	0,16
Variância	0,14	0,16	0,15	0,15	0,16
RMS	0,37	0,40	0,39	0,40	0,40
Desvio Padrão	0,37	0,40	0,39	0,39	0,40
Desloc.máximo (m)	1,19	1,30	1,33	1,33	1,48
Desloc. Mínimo (m)	-1,20	-1,24	-1,29	-1,39	-1,13

Tabela 5.5b – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise linear (superposição modal), para C_p=-0,6 , para a malha 2, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,10	-0,08	-0,09	-0,09	-0,07
Média Quadrática	0,16	0,20	0,19	0,19	0,20
Variância	0,15	0,20	0,18	0,19	0,20
RMS	0,40	0,45	0,44	0,44	0,45
Desvio Padrão	0,38	0,44	0,43	0,43	0,45
Desloc.máximo (m)	1,35	1,59	1,44	1,66	1,65
Desloc. mínimo (m)	-1,32	-1,70	-1,63	-1,82	-1,77

Conclui-se que, em geral, a análise linear dinâmica superestima as respostas de deslocamentos e esforços, sendo a análise não linear mais precisa e economicamente viável, possibilitando o projeto de estruturas mais esbeltas.

Para efeito de comparação dos resultados das duas malhas (1 e 2), estão apresentados nas tabelas 5.6 os resultados dos deslocamentos para C_p=-0,2 , das análises linear e não linear, para a malha 2. Comparando-se com os resultados das tabelas 5.3 para a malha 1, observa-se que os valores deram muito próximos, sendo possível então realizar a simplificação da malha.

Tabela 5.6a – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise não linear (Newmark) para C_p=-0,2 , para a malha 2, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,25	-0,22	-0,22	-0,22	-0,21
Média Quadrática	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06
Variância	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
RMS	0,27	0,26	0,26	0,26	0,25
Desvio Padrão	0,12	0,14	0,13	0,14	0,14
Desloc.máximo (m)	0,15	0,29	0,33	0,27	0,32
Desloc. Mínimo (m)	-0,63	-0,69	-0,66	-0,69	-0,66

Tabela 5.6b – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise linear (superposição modal), para C_p=-0,2 , para a malha 2, com correlação parcial.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,28	-0,22	-0,22	-0,22	-0,21
Média Quadrática	0,09	0,07	0,07	0,07	0,06
Variância	0,01	0,02	0,02	0,02	0,02
RMS	0,30	0,26	0,26	0,26	0,25
Desvio Padrão	0,12	0,14	0,13	0,14	0,14
Desloc.máximo (m)	0,16	0,31	0,30	0,23	0,25
Desloc. Mínimo (m)	-0,69	-0,68	-0,67	-0,67	-0,64

Com o objetivo de analisar a influência da correlação estão apresentados nas tabelas 5.7 os resultados de deslocamentos das análises com correlação total (todas as regiões com a mesma história de vento da região 1). Na tabela 5.7 estão apresentados os resultados para análise linear para C_p=-0,4. Comparando-se com a tabela 5.4b, pode-se observar que a amplitude dos deslocamentos é menor no caso de correlação total do que de correlação parcial. Não se pode portanto simplificar o carregamento desprezando o efeito de correlação espacial das forças de vento. O carregamento com correlação parcial, neste caso de superfície abatida (coeficientes de pressão aproximadamente constantes) , excita os modos não simétricos, ao contrário do carregamento uniforme. Observa-se também que no caso de correlação total, como a carga é uniforme, os resultados para os 2, 3, 4 e 5 são iguais.

Tabela 5.7 – Propriedades estatísticas dos deslocamentos obtidos da análise linear (superposição modal), para C_p=-0,4 , para a malha 1, com correlação total.

Ponto	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 3	Ponto 4	Ponto 5
Média	-0,17	-0,15	-0,15	-0,15	-0,15
Média Quadrática	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06
Variância	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04
RMS	0,26	0,25	0,25	0,25	0,25
Desvio Padrão	0,20	0,21	0,21	0,21	0,21
Desloc.máximo (m)	0,65	0,58	0,58	0,58	0,58
Desloc. Mínimo (m)	-0,87	-0,98	-0,98	-0,98	-0,98

Na tabela 5.8 encontra-se as propriedades estatísticas dos deslocamentos do nó central da malha (nó 1), da análise com a distribuição de coeficientes de pressão nas regiões mostrada na tabela 5.1, baseada na figura 3.2a. Desta figura pode-se observar que os coeficientes de pressão não variam muito ao longo da cobertura, apresentando aproximadamente C_p=-0,4. Logo, observa-se que os resultados da análise não linear são

próximos aos obtidos na tabela 5.4a, para C_p=-0,4. E os resultados da análise linear são semelhantes aos obtidos na tabela 5.4b, para C_p=-0,4. Com isso, para efeito de análises, pode-se adotar o mesmo coeficiente de pressão para toda a cobertura.

Tabela 5.8 – Propriedades estatísticas dos deslocamentos do nó central da malha 1 (nó 1) obtidos das análises linear e não linear, para a distribuição de coeficientes de pressão mostrada na tabela 5.1, com correlação parcial.

Análise	Não linear	Linear
Média	-0,16	-0,19
Média Quadrática	0,08	0,10
Variância	0,06	0,06
RMS	0,29	0,31
Desvio Padrão	0,24	0,25
Desloc.máximo (m)	0,64	0,65
Desloc. Mínimo (m)	-0,88	-0,90

A seguir, nas figuras (5.19) e (5.20), encontram-se os espectros de deslocamentos para C_p=-0,4, para os nós 1 e 5. Estes espectros foram obtidos a partir da aplicação do algoritmo da transformada rápida de Fourier (FFT) na resposta de deslocamento no tempo obtida para cada nó, na análise não linear (Newmark), para o tempo total de 600s.

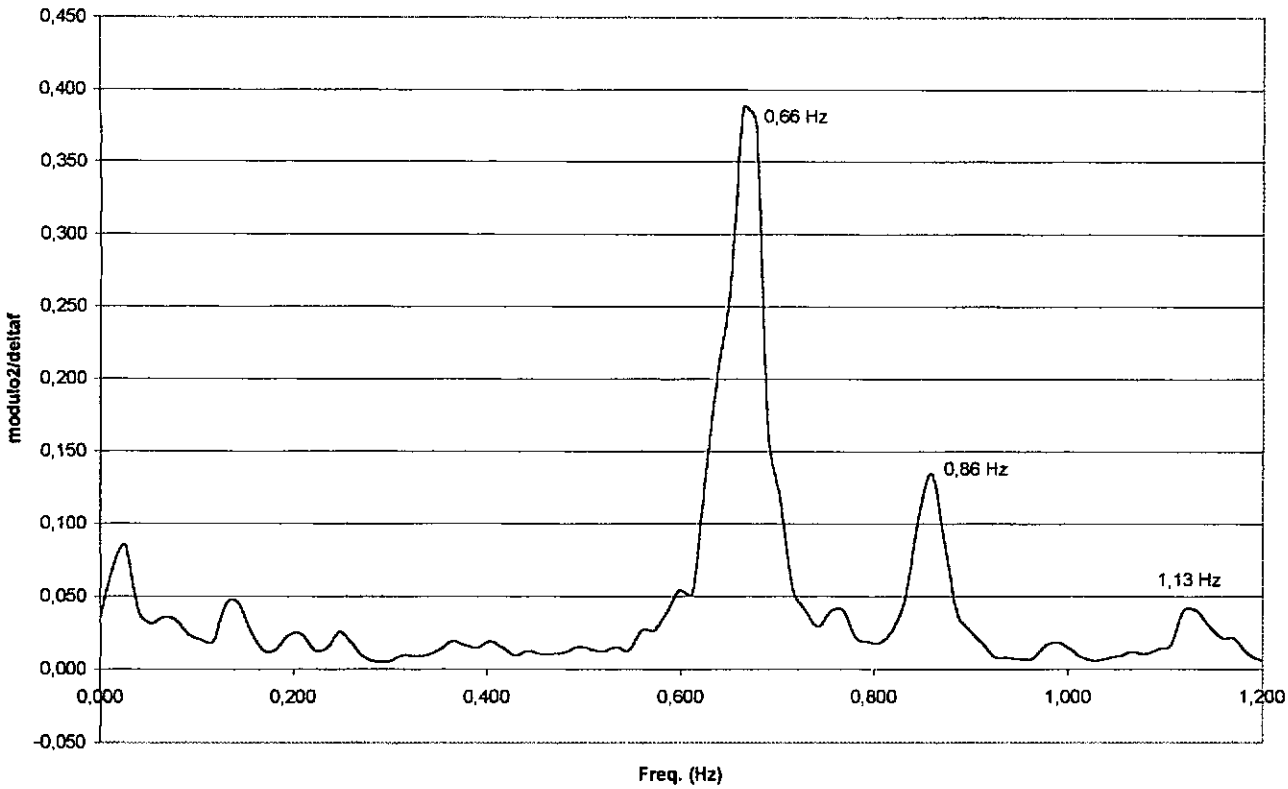


Figura 5.19 – Espectro da resposta não linear de deslocamentos para o nó 1 (nó central) para C_p=-0,4

Nestes espectros o primeiro pico de freqüência é sempre maior, uma vez que o espectro da velocidade de vento é decrescente (fig.5.9), possuindo assim mais energia nas primeiras freqüências e menos nas subsequentes. Na figura (5.19) observa-se que os picos de freqüências para o nó central da malha ocorrem para 0,66Hz , 0,86 Hz e 1,13 Hz. O primeiro pico de freqüência (0,66 Hz) corresponde ao modo (3,3), que está mostrado na figura (4.14e), que constitui o primeiro modo que inclui a participação do nó 1. Pode-se observar na figura (4.14) que o nó central participa de poucos modos, o que justifica aparecerem poucos picos no espectro de freqüência. Nesta notação, modo

(3,3), o primeiro índice corresponde ao número de meias ondas que a malha faz na direção do seu maior comprimento, e o segundo índice, no menor comprimento.

Na figura (5.20) observa-se que os picos de freqüências para o nó 5 ocorrem para 0,52Hz , 0,69 Hz , 0,85 Hz , 0,95 Hz e 1,0 Hz. Pode-se constatar que para este nó há mais modos contribuindo na resposta do que para o nó central da malha (nó 1), o que pode ser observado na figura (4.14). A primeira freqüência, 0,52Hz , corresponde ao modo (2,2) (figura 4.14a), e o segundo pico de freqüência, 0,69 Hz, corresponde ao modos (4,2) e (5,2) (figuras 4.14 d e f, respectivamente).

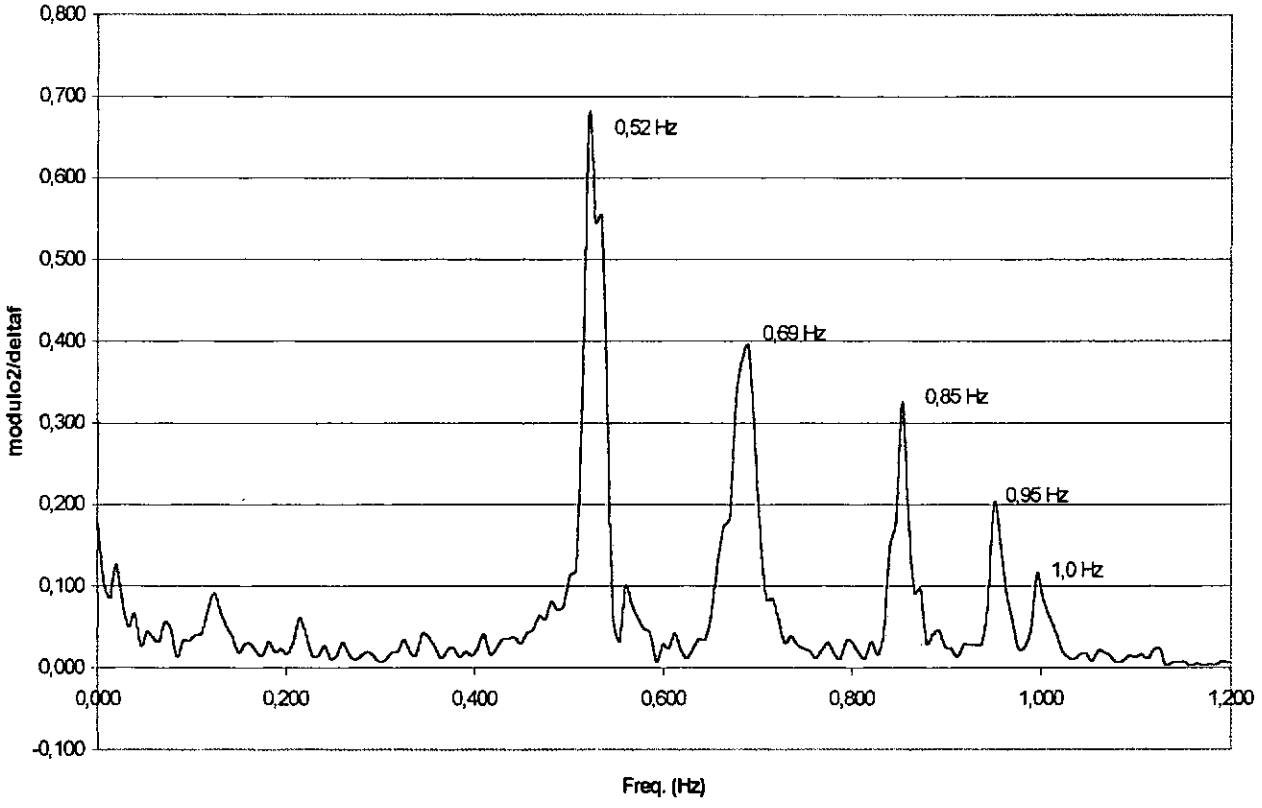


Figura 5.20 – Espectro da resposta não linear de deslocamentos para o nó 5 para C_p*=-0,4*

5.7 CARACTERÍSTICAS DAS RESPOSTAS EM TERMOS DE FORÇAS NOS CABOS

Neste item está apresentada a resposta dos esforços nos cabos ao longo do tempo da análise não linear (Newmark) para C_p=-0,6, que foi o coeficiente de pressão cuja análise apresentou dificuldades de convergência. Para C_p=-0,6 as cargas de vento assumem grandes amplitudes, dificultando a convergência, sendo necessário aumentar o número de iterações e diminuir o intervalo de integração no tempo de Δt=0,01s (usado nos casos de C_p=-0,2 e –0,4) para Δt=0,001s.

Na figura 5.21 está ilustrado o gráfico da força nos cabos suspensos (S1, S2 e S3) ao longo do tempo. Na figura 5.22 estão ilustrados os cabos tensores (T1, T2, T3) que permanecem tracionados durante todo o carregamento. Já nos cabos suspensos ocorre perda total de protensão em alguns instantes de tempo. Nas figuras 5.23 a, b c e d está mostrado o gráfico apenas do cabo S2 em alguns intervalos que caracterizam seu comportamento. No primeiro intervalo de tempo, de 85s a 100s (fig.5.23a), o cabo S2 encontra-se bem comportado. No segundo intervalo, de 165s a 180s (fig.5.23b), após ocorrer perda total de protensão (t=171,8s), o comportamento do cabo S2 sofre uma mudança brusca, caracterizada pelo aparecimento de freqüências bem mais altas na resposta. Já no terceiro intervalo, de 262s a 270s, observa-se que após o cabo afrouxar novamente, as amplitudes em freqüências altas apresentam valores maiores ainda. Ao final, como mostra a figura (5.23d), vê-se que a resposta volta a ter seu aspecto original, antes da perda de protensão do cabo. Observa-se que a região onde encontram-se os cabos S2 e T2 é aquela na qual os deslocamentos são máximos devido ao efeito de sucção.

As altas freqüências (acima de 20 Hz) que passam a dominar a resposta estão muito acima das freqüências de excitação e não são superharmônicos das freqüências naturais, como poderia ocorrer no caso de um fenômeno de instabilidade dinâmica. Este fato leva a conclusão que o problema é numérico. Fica claro que, conforme antecipado no exemplo 3 (análises preliminares), as dificuldades de convergência estão associadas a um efeito dinâmico decorrente do afrouxamento e posterior retensionamento brusco dos cabos. As respostas em termos de força dos cabos que têm perda total de protensão apresentam componentes em altas freqüências possivelmente decorrente de erros acumulados no processo numérico. Uma tentativa para superar este problema seria a utilização de processos auto-adaptativos para os intervalos de tempo de integração.

Para os demais coeficientes de pressão, a variação da força nos cabos apresentou-se bem comportada, não sendo registrada perda total de protensão em nenhum cabo, como pode ser observado nas figuras 5.24 e 5.25, onde encontram-se os gráficos da variação da força H nos cabos suspensos e tensores para C_p=-0,4.

Verificação da força nos cabos

Conforme ilustrado no item 4.3.3, os esforços resistentes nos cabos são:

Tensores: F_{res}= 0,75 x 757,9 = **568,4 kN** Suspensos: F_{res}= 0,75 x 629,9 = **472,4 kN**

Esforços Solicitantes

Para C_p=-0,4 - Tensores : F_{sol}=122,89 kN/m x 3 m = **368,66 kN** < 568,4 kN

Suspensos : F_{sol}=226,81 kN/m x 2 m = **453,62 kN** < 472,4 kN

Para C_p=-0,6 - Tensores : F_{sol}=171,90 kN/m x 3 m = **515,70 kN** < 568,4 kN

Suspensos : F_{sol}=293,20 kN/m x 3 m = **586,40 kN** > 472,4 kN

Logo, somente para C_p=-0,6 , não estaria passando a seção dos cabos suspensos.

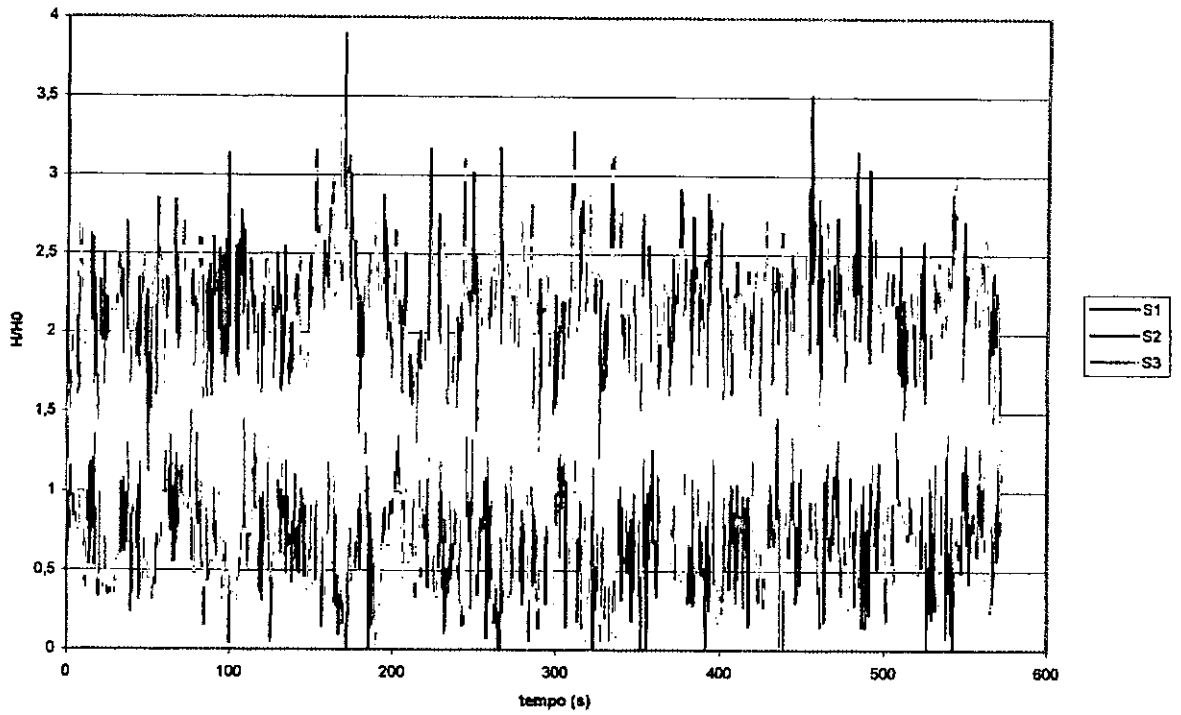


Figura 5.21 - Variação da força H nos cabos suspensos para Cp=-0,6

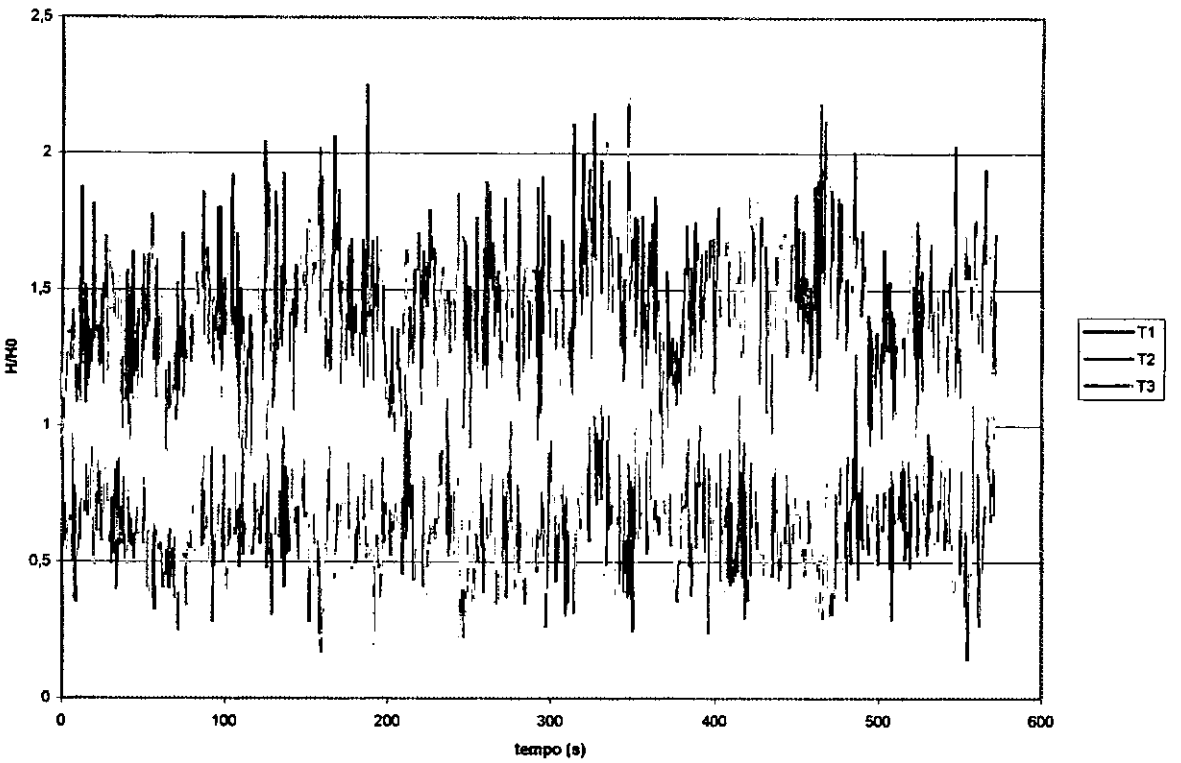


Figura 5.22 - Variação da força H nos cabos tensores para Cp=-0,6

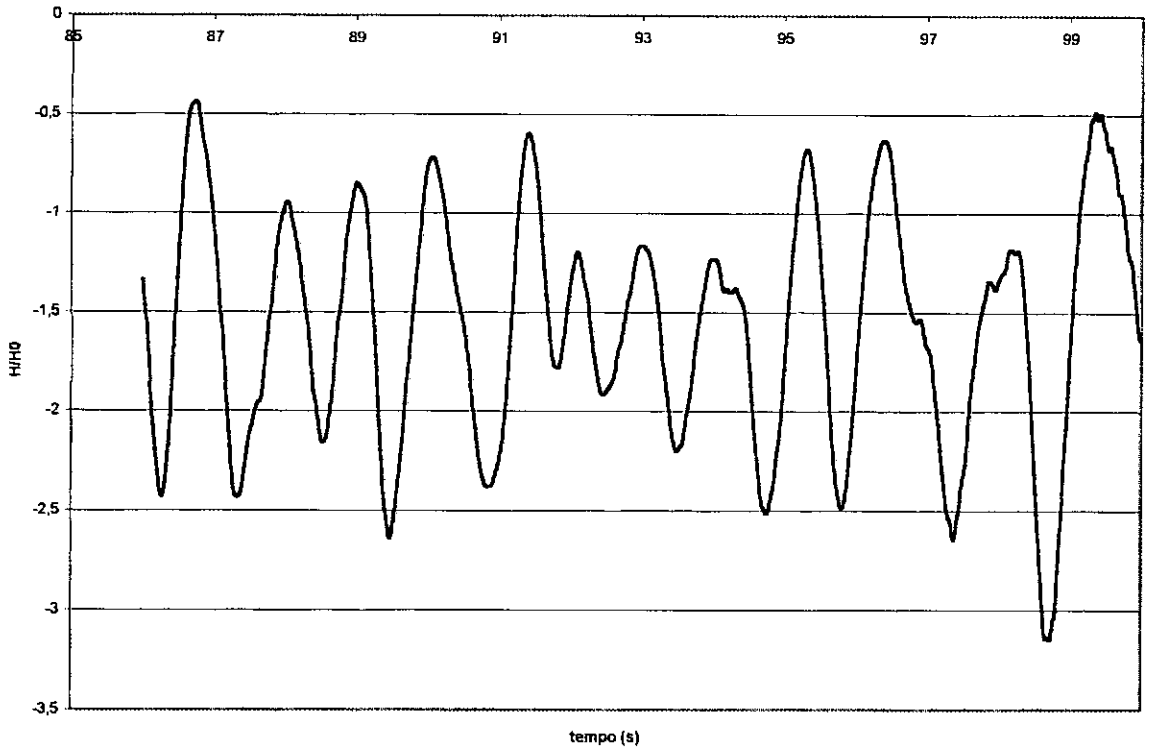


Figura 5.23a - Variação da força H no cabo S2 para o intervalo de 85s à 100s

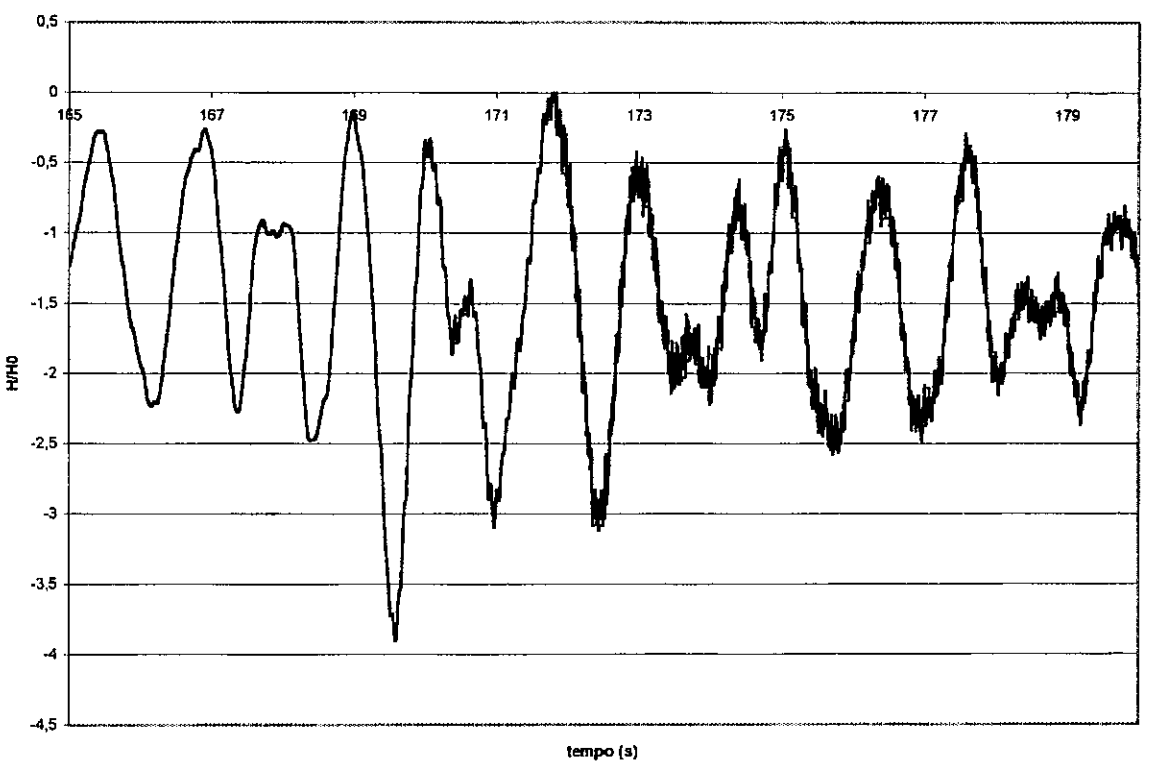


Figura 5.23b - Variação da força H no cabo S2 para o intervalo de 165s à 180s

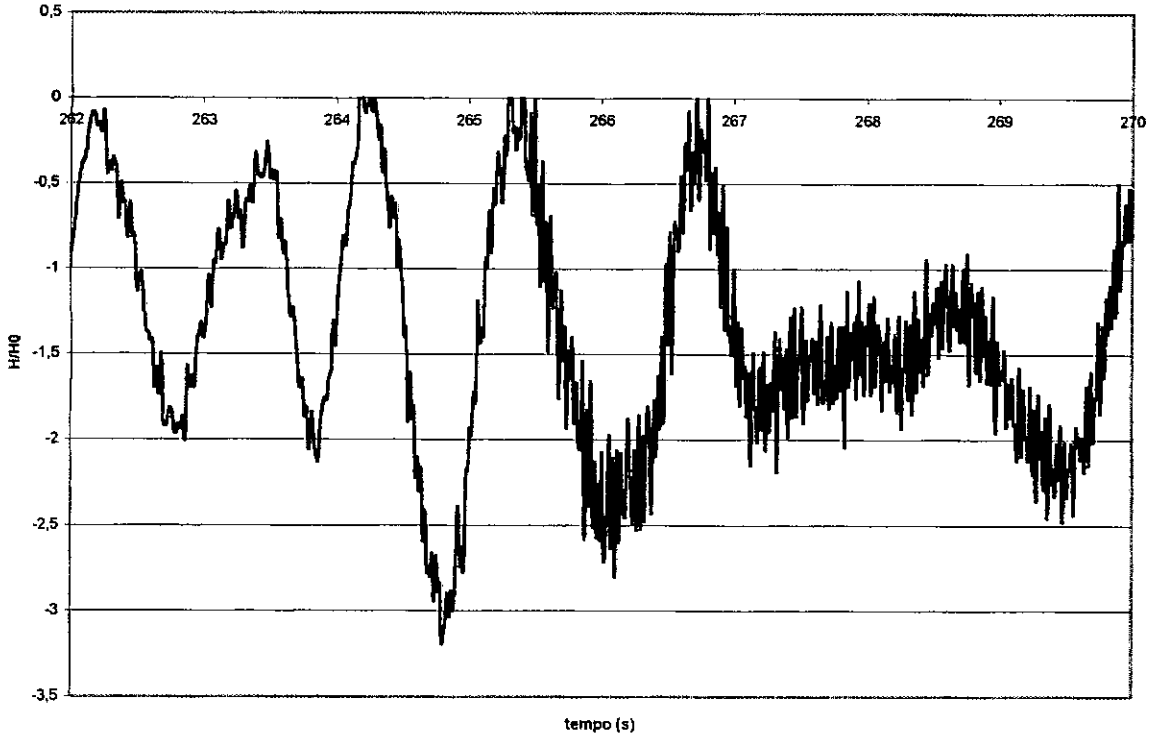


Figura 5.23c - Variação da força H no cabo S2 para o intervalo de 262s à 270s

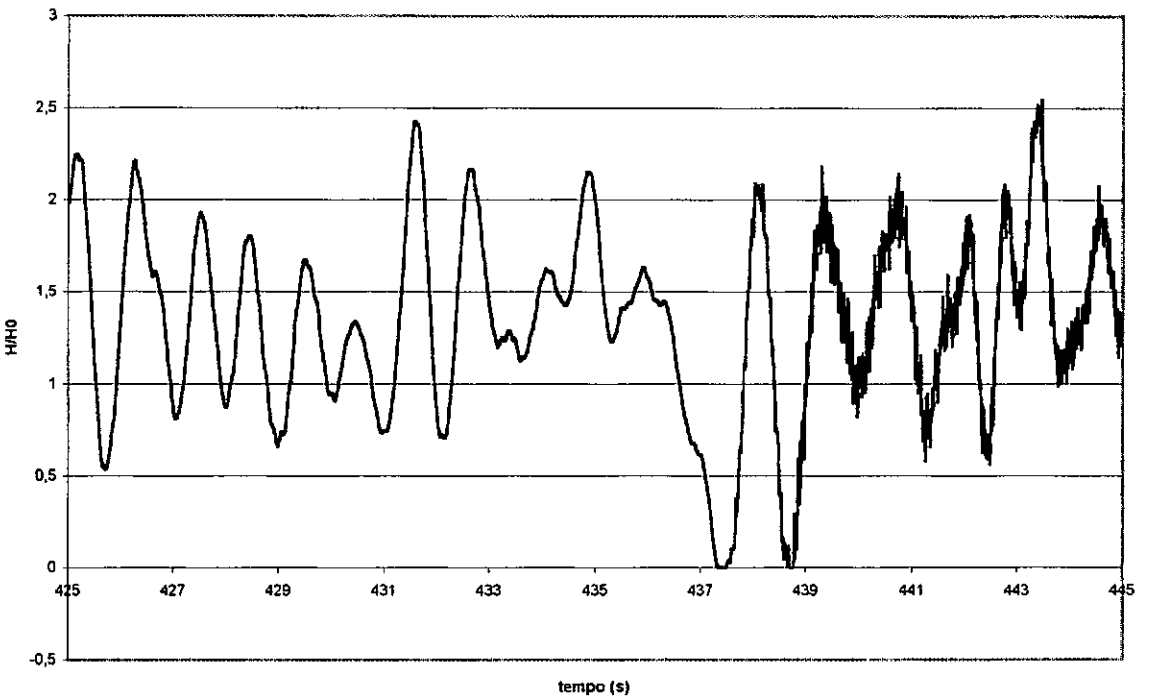


Figura 5.23d - Variação da força H no cabo S2 para o intervalo de 425s à 445s

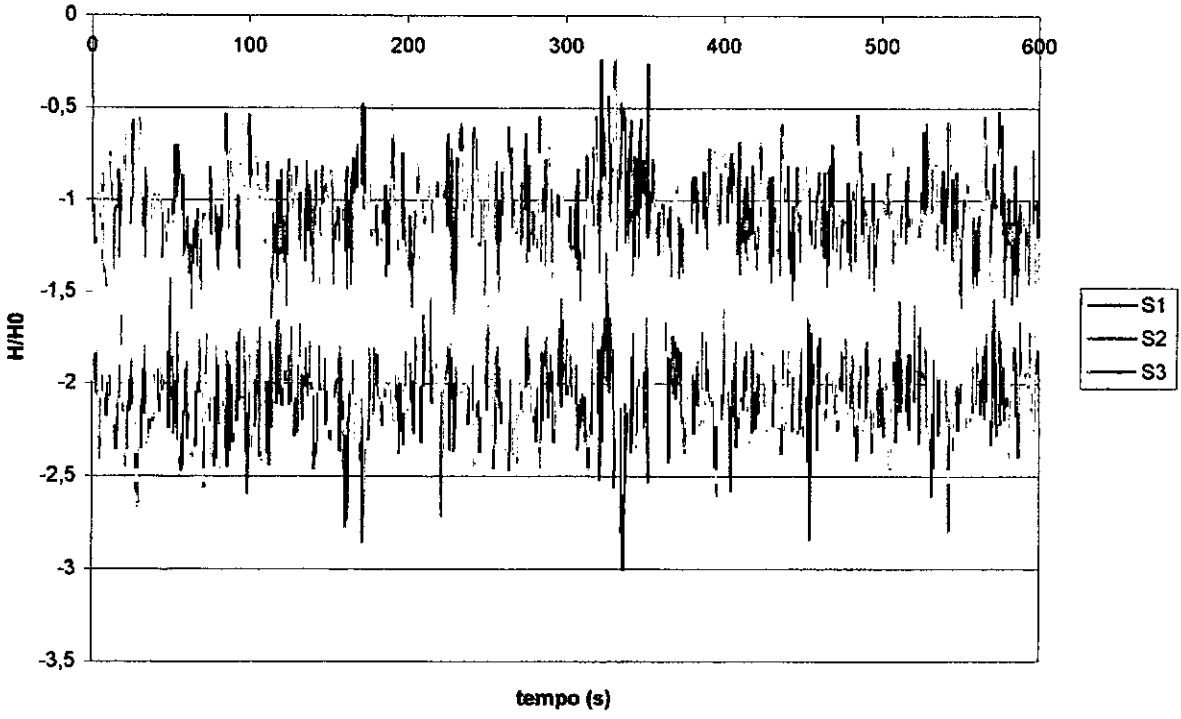


Figura 5.24 - Variação da força H nos cabos suspensos para Cp=-0,4

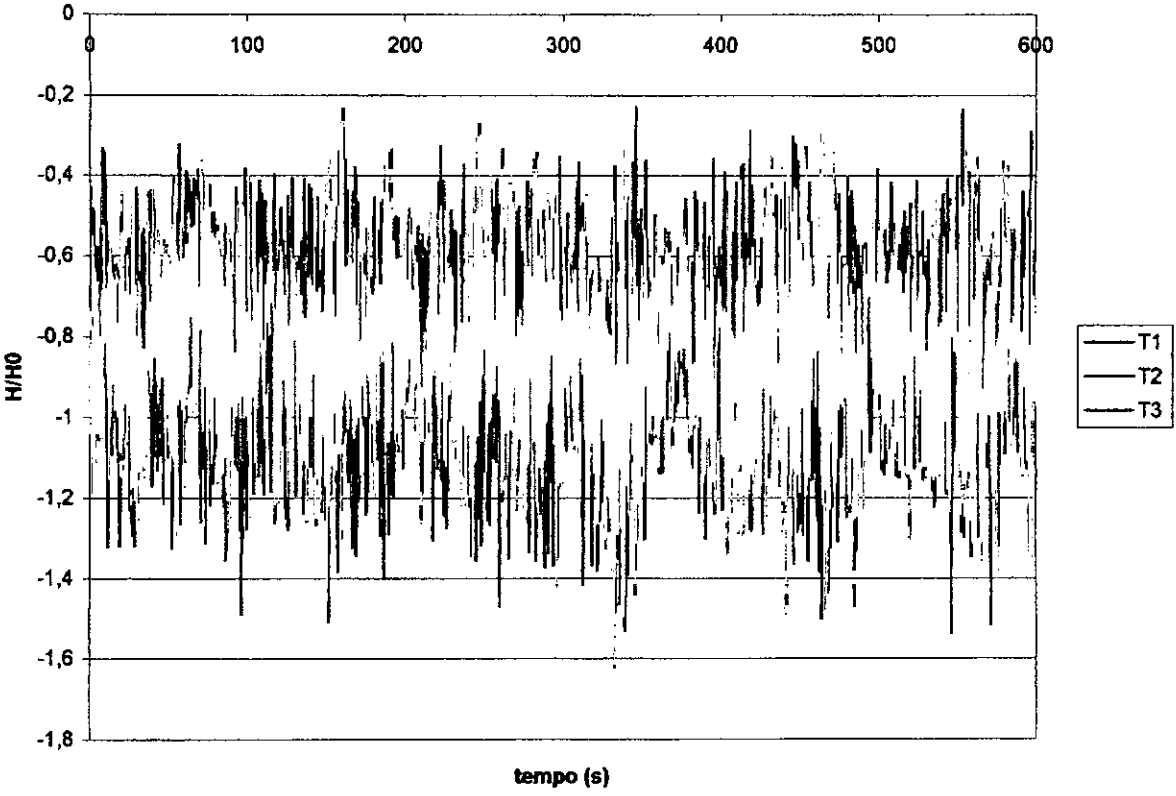


Figura 5.25 - Variação da força H nos cabos tensores para Cp=-0,4

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES

Este trabalho trata do comportamento estrutural de malhas de cabos ortogonais na forma de parabolóide hiperbólico, sob ação dinâmica de vento turbulento. Como exemplo base foi utilizada uma cobertura de grande vão, de contorno rígido elíptico em planta e superfície abatida. Foram realizadas análises estática e dinâmica no domínio do tempo, linear e não linear, via métodos dos elementos finitos. Para proceder às análises no domínio do tempo foram feitas algumas implementações no programa MEDIFEM destacando-se a inclusão do cálculo da força de vento e a geração dos sinais correlacionados de velocidade de vento.

O pré dimensionamento da estrutura exemplo foi realizado através de dois métodos: malha de cabos como um contínuo (Frei Otto) e método simplificado baseado nas equações do cabo isolado (Majowiecki), que apresentaram resultados semelhantes. Os resultados da análise estática via métodos dos elementos finitos compararam bem com os resultados teóricos. Verificou-se que os esforços nos cabos tensores e suspensos apresentaram valores bem próximos. A flecha segundo o método de Frei Otto apresentou valor aproximadamente igual a do modelo numérico. Já segundo o método de Majowiecki, o valor foi um pouco maior, o que demonstra que este método é mais conservador.

Da análise estática concluíu-se que, sob carga uniformemente distribuída, a malha de contorno rígido apresenta comportamento linear, enquanto todos os cabos estiverem tracionados. Somente com níveis maiores de carga, os cabos tensores têm perda total de protensão e passam a não ter mais função estrutural, sendo os esforços

absorvidos exclusivamente pelos cabos suspensos. Verificou-se então uma perda de rigidez da malha. Na análise estática com carregamento concentrado na região central da malha (carga não uniforme), mesmo com todos os cabos tracionados, o comportamento foi não linear com ganho de rigidez. Identificam-se assim, dois tipos distintos de não linearidade: perda de rigidez em caso de perda total de protensão em alguns cabos, e ganho de rigidez em caso de carga não uniforme. Do carregamento antissimétrico observou-se que as regiões submetidas ao efeito de sucção, apresentam comportamento não linear mais pronunciado, pois nestas regiões os cabos têm perda total de protensão.

Em relação às características dinâmicas observou-se que a estrutura apresenta freqüências naturais baixas e muito próximas, formando um "cluster". Como as freqüências naturais estão abaixo de 1Hz, as vibrações devidas ao vento são significativas, já que o espectro de velocidade de vento apresenta grandes amplitudes para freqüências abaixo de 1Hz. Verificou-se também uma variação da freqüência natural com o carregamento de sucção devido ao vento. À medida que aumentou-se o valor do coeficiente de pressão, aumentando-se consequentemente a força de vento, as freqüências naturais diminuíram.

Para análise do comportamento dinâmico dos cabos foram apresentados dois exemplos preliminares com uma massa concentrada (um grau de liberdade): o primeiro constituído de um cabo isolado, e o segundo por dois cabos ortogonais em curvaturas opostas (cabo "tensor" e cabo "suspenso"). Estes exemplos foram submetidos a vibrações forçadas. Pôde-se perceber que a resposta não linear ocorreu em duas freqüências: a própria freqüência de excitação e outra igual ao dobro desta, ilustrando

assim o aparecimento de superharmônicos, que é uma característica de oscilações em sistemas não lineares. Observou-se que no caso de vibração forçada com uma relação de freqüências $\bar{\omega}/\omega > 1$, a resposta não linear não apresentou outra freqüência a não ser a própria de excitação. Contatou-se que a estrutura com dois cabos fica muito mais rígida do que com um cabo isolado. No caso desta estrutura, a resposta linear apresenta amplitudes maiores, ao contrário do que ocorria para a estrutura com o cabo isolado, onde a resposta de amplitude maior era obtida da análise não linear. Em relação aos esforços nos cabos, observou-se que o cabo "tensor" e "suspenso" ficam alternando funções ao longo do tempo, enquanto um tem esforço nulo o outro está tracionado, e vice-versa. Um terceiro exemplo preliminar, agora com massas distribuídas ao longo dos cabos, ilustrou a dificuldade de convergência no processo numérico quando algum cabo tem perda total de protensão.

A geração dos sinais de velocidade de vento pelo método da autoregressão foi satisfatória, uma vez que os resultados do espectro do sinal gerado são bastante próximos aos valores do espectro teórico de Kaimal utilizado para a geração da história de velocidade de vento.

A malha de cabos na forma do parabolóide hiperbólico foi submetida a vários níveis de carga de vento, mediante variação do coeficiente de pressão (C_p) considerado constante em toda a superfície, com correlação parcial (sinais de velocidade de vento diferentes para cada região). Foram realizadas também análises admitindo correlação total do carregamento que, com C_p constante, resultou em carga uniformemente distribuída. Das análises no domínio do tempo com correlação total e parcial, observou-se que com o aumento da força de vento, a malha apresentou um comportamento não

linear mais pronunciado. O fato da cobertura estar submetida ao efeito de sucção do vento, ocasionou grandes deslocamentos ascendentes, gerando assim um comportamento altamente não linear da malha.

A partir das análises com correlação espacial total e parcial, observou-se que a resposta com correlação parcial possui amplitude dos deslocamentos maior do que no caso de correlação total. Não se pode portanto simplificar o carregamento desprezando-se o efeito da correlação espacial das forças de vento. O carregamento de vento com correlação total (carga uniforme neste caso) excita apenas os modos simétricos, enquanto no caso de correlação parcial (carga não uniforme), a resposta é composta de modos simétricos e não simétricos.

Em geral, os resultados da análise linear apresentaram amplitudes maiores do que a análise não linear, confirmando-se assim as expectativas da análise preliminar, a partir do exemplo simplificado da estrutura com dois cabos. A medida que aumenta-se o valor do coeficiente de pressão, a malha de cabos apresenta comportamento não linear mais acentuado, aumentando-se a discrepância entre resultados obtidos das duas análises. Observou-se que os valores de pico dos deslocamentos geralmente ocorrem nos pontos situados nos quadrantes.

Conclui-se que a análise linear dinâmica superestima as respostas de deslocamentos e esforços, sendo a análise não linear mais precisa e economicamente viável, possibilitando o projeto de estruturas mais esbeltas.

A análise não linear para cargas de vento elevadas (C_p=-0,6), experimentou grande dificuldade de convergência, associada ao efeito dinâmico de afrouxamento e retensionamento dos cabos ao longo da resposta. Observou-se que após um cabo sofrer perda total de protensão, sua resposta em termos de força passa a ter grandes amplitudes em altas freqüências (acima de 20 Hz), as quais estão muito acima das freqüências de excitação e não são superharmônicos das freqüências naturais, como poderia ocorrer no caso de um fenômeno de instabilidade dinâmica. Este fato leva à conclusão de que provavelmente o problema é numérico.

Como sugestão de continuidade desse trabalho, os seguintes aspectos podem ser citados:

- A influência da deformabilidade do contorno no comportamento dinâmico das malhas, sob ação de vento turbulento, utilizando exemplos com contorno flexível;
- Aprimoramento da parte numérica do programa, para melhorar a convergência, utilizando outros métodos para solução dos sistemas de equações do modelo em elementos finitos, além dos métodos de Newton-Raphson e Newton-Raphson modificado, já testados neste trabalho. Testar a utilização de processos auto-adaptativos para intervalos de tempo de integração;
- Análise de superfícies não regradas, cujo aspecto mais difícil é a determinação da geometria da superfície a partir do procedimento de montagem, que em geral envolve a confecção da malha no solo e posterior elevação aos pontos de apoio, tais como mastros ou arcos;

- Identificar para este tipo estrutural situações de fraca não linearidade, através de estudos paramétricos, quando uma análise espectral seria justificável;
- Determinação dos coeficientes de pressão aerodinâmicos para distintas superfícies por meio de ensaios experimentais (túnel de vento) ou de "ensaios numéricos" no computador (interação fluido-estrutura);
- Determinação dos amortecimentos adicionais (localizados) devido ao telhamento e conexões. Uso dessa propriedade para redução e controle de vibrações (sistema de absorção de vibrações);
- Consideração, nas análises, das velocidades e acelerações relativas entre as partículas do ar e pontos da estrutura na descrição da força de vento (forças de auto-excitação).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

American Society of Civil Engineers – Wind Effects Committee, 1987, **Wind Loading and Wind – Induced Structural Response**, ASCE.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS , NBR 6123 , Jun.1988 – **Forças devidas ao vento em edificações** , ABNT.

BARNES, MICHAEL. , 1994 – "Form and Stress Engineering of Tension Structures" – **Structural Engineering Review** – Vol.6 , número 3-4 , pp. 175-202.

BATHE, K. J. , 1982 - **Finite Element Procedures in Engineering Analysis** , Prentice-Hall Inc., New Jersey , U.S.A.

BERNARDES, S., FRAGOSO, P., 1958 - **Projeto Arquitetônico e Estrutural do Pavilhão de São Cristóvão**, Rio de Janeiro, R.J. , Brasil.

BLESSMANN , J. , 1990 - **Aerodinâmica das Construções** , Sagra, 2ª edição, Porto Alegre, R.S., Brasil.

BUCHHOLDT, H. A., 1985 - **An Introduction to Cable Roof Structures**, Cambridge, University Press, London, England.

BUCHHOLDT, H.A. ; MOOSSAVINEJAD, S. ; IANNUZZI, A. , Set.1986 – "Non-linear Dynamic Analysis of Guyed Masts subjected to Wind and Guy Ruptures", **Proceedings Institution of Civil Engineers**, Vol. 81, pp. 353-395.

CIMAF – CABOS DE AÇO, Nov. 1982 - **Catálogo C-7**, Rio de Janeiro, R.J. , Brasil.

CLOUGH, R. ; PENZIEN , J. , 1986 – **Dynamics of Structures** , Mcgraw-Hill Book Company, 7ª.reimpressão, Singapore.

DAVID, RITA A e BARBATO, R. L. ARUDA, 1995 – "Análise Numérica de Cestas Protendidas" – **XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural,** pp. 451-462, Tucúman, Argentina.

FORSTER, BRIAN, 1994 - "Cable and Membrane Roofs – A Historical Survey", **Structural Engineering Review,** volume 6, número 3-4, páginas 145.174.

HAGEDORN, P.,1984, **Oscilações não lineares**, Editora Edgard Blücher Ltda, São Paulo.

HALLAK, P. H. , 1996, **Comportamento Estrutural de Malha de Cabos Protendidos na Forma de Parabolóide Hiperbólico**, Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, R.J. , Brasil.

IRVINE, H. M., 1981 - **Cable Structures**, Cambridge, Mass: The MIT Press, New York, U.S.A.

KRISHNA, P., 1978 - **Cable Suspended Roofs**, McGraw-Hill, New York, U.S.A.

LEONHARDT, F. e SCHLAICH, J.,1972 - "Structural Design of Roofs Over the Sports Arenas for the 1972 Olimpic Games: some problems of prestressed cable net structures", **Structural Engineers,** n°3, volume 50.

MAJOWIECKI, M., 1985 - **Tensostrutture: progetto e verifica**, CISIA, Milano, Italia.

MEIROWITCH, L. , 1975 – **Elements of Vibration Analysis** , Mcgraw-Hill Kogakusha, Tokyo, Japan.

OTTO, F., 1967 - **Tensile Structure**, Vols. 1 e 2 Cambridge, Mass: The MIT Press, London, England.

PFEIL, M. S. , 1991 - **MEDIFEM – Um Sistema Computacional para Análise de Estruturas em Micro-computador**, Seminário de doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, R.J. , Brasil.

PFEIL, M. S. , 1993 , **Comportamento Aeroelástico de Pontes Estaiadas** , Tese de D. Sc. , COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, R.J. , Brasil.

PFEIL, M.S. , HALLAK, P. ,1997 , "Comportamento Estrutural de Malha de Cabos Protendidos na Forma de Parabolóide Hiperbólico" , **XVIII Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural,** São Carlos, S.P.

SHINOZUKA, M. and JAN , C.M. , 1972 – "Digital Simulation of Random Processes and its Applications" , **Journal of Sound and Vibration** , vol. 25(1), pp.111-128.

SIMIU, E. ; SCANLAN, R.H. , 1986 – **Wind Effects on Structures**, John Wiley & Sons, 2ª edição, New York, U.S.A.

"Tenso-estruturas" , agosto 1998, - **Téchne,** vol.35, pp.24-28.

ZIENKIEWICZ, O. C. , 1977 - **The Finite Element Method**, 3ª edição, McGraw-Hill, New York, U.S.A.