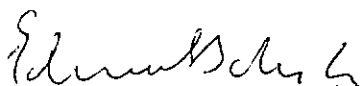


ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO PLÁSTICO PARA ESTRUTURAS
METÁLICAS APORTICADAS

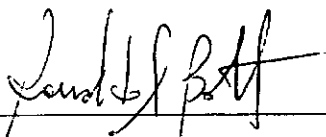
ALEXANDRE LANDESMANN

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM
ENGENHARIA CIVIL.

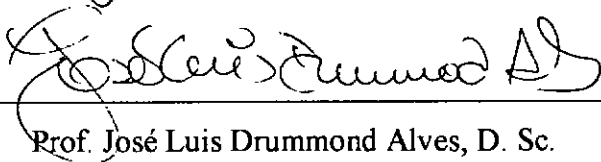
Aprovada por:



Prof. Eduardo de Miranda Batista, D. Sc.



Prof. Ronaldo Carvalho Batista, Ph. D.



Prof. José Luis Drummond Alves, D. Sc.



Prof. Jorge Roberto Abrahão Hijjar, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 1999

LANDESMANN, ALEXANDRE

Análise e Implementação de Modelo Plástico
para Estruturas Metálicas Aporticadas [Rio de
Janeiro] 1999

XXI, 161 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,
Engenharia Civil, 1999)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro,
COPPE

1. Estruturas Metálicas 2. Implementação Numérica
3. Plasticidade

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Agradecimentos

A DEUS por permitir que isso tudo possa ter sido realizado,

À minha mãe, Catharina, pelo seu amor, carinho, força de viver, fé e dedicação, responsáveis por tudo que sou hoje,

Ao meu pai, Henry, pelo seu exemplo de vida que me faz seguir sempre em um bom caminho,

Aos meus irmãos Marcelo, Eugênio e Miriam, pela alegria dos momentos compartilhados,

Desejo expressar minha gratidão ao meu orientador Professor Eduardo de Miranda Batista, não apenas nos assuntos ligados a este trabalho, mas em todos aqueles que irão contribuir para minha formação como pessoa e como profissional,

Aos demais professores que me fizeram compreender melhor os horizontes da ciência da engenharia,

Ao pessoal da EMBRAER, CNEN e tantas pessoas que de outras formas prestaram sua contribuição, principalmente ao Professor Francisco Claudio Pereira de Barros, pelo apoio, confiança, conselhos inestimáveis e amizade.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE E IMPLEMENTAÇÃO DE MODELO PLÁSTICO PARA ESTRUTURAS METÁLICAS APORTICADAS

Alexandre Landesmann

Julho/1999

Orientador: Eduardo de Miranda Batista.

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho desenvolve modelos numéricos baseados no Método dos Elementos Finitos, com uso de elementos finitos de casca, para avaliação do desenvolvimento das zonas de plastificação distribuídas em perfis metálicos, com o propósito de analisar os modelos simplificados de rótulas plásticas concentradas. Além disso, são desenvolvidos modelos numéricos não lineares simplificados, com uso de elementos de barra associados a elementos de conexão, com o objetivo de simular o comportamento e o desenvolvimento de rótulas plásticas concentradas em estruturas aporticadas, segundo o Método das Rótulas Plásticas.

Os resultados numéricos obtidos com os diversos testes propostos neste trabalho confirmam os resultados previstos pela Teoria da Plasticidade e os modelos previstos nas normas americanas do American Institute of Steel Construction: Load and Resistance Factor Design e Allowable Stress Design.

A partir dos modelos de rótulas plásticas verificados, realizou-se análise estrutural não linear de pórticos metálicos, com o objetivo de se identificar os Estados Limites Últimos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYSIS AND IMPLEMENTATION OF PLASTIC MODELS FOR STEEL FRAME STRUCTURES

Alexandre Landesmann

July/1999

Advisor: Eduardo de Miranda Batista.

Department: Civil Engineering

This work features the use of mathematical models based on the Finite Element Method. Shell elements are used for determining the development of distributed plastic zones in steel members. This is done for the purpose of checking simplified models, which incorporate a concentrated plastic hinge. The simplified nonlinear numerical models are developed using frame elements attached to spring elements, for the purpose of simulating the behavior and development of concentrated plastic hinges in frame structures by the Plastic Hinge Method.

The numerical results produced by the tests are in accordance with the Plasticity Theory and confirmed the recommended models by the American standards of the American Institute of Steel Construction: Load Resistance Factor Design and Allowable Stress Design.

Utilizing the plastic hinge models described above, nonlinear structural analysis of steel frames was carried out in order to identify the Ultimate Limit Strength Capability of the Frame.

Sumário

Resumo da Tese	iv
Abstract of Thesis	v
Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xviii
Lista de Símbolos	xix
1	Introdução
1.1	MOTIVAÇÃO
1.2	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS.....
1.3	CONTEÚDO DESTA TRABALHO
2	Método Plástico
2.1	INTRODUÇÃO.....
2.2	CONCEITOS BÁSICOS.....
2.2.1	Ductilidade
2.2.2	Tensão de escoamento
2.2.3	Endurecimento do aço
2.2.4	Módulo resistente plástico
2.2.5	Momento plástico
2.2.6	Redistribuição de momentos fletores
2.2.7	Falha local dos elementos da seção
2.2.8	Plastificação concentrada vs. distribuída
2.3	PRESCRIÇÕES DAS NORMAS.....
2.3.1	Normas avaliadas.....
2.3.2	Esforços axiais.....
2.3.3	Critérios básicos

2.3.4	Perfis recomendados para análise plástica	17
2.3.5	Contraventamento	20
2.3.6	Esforços cortantes.....	21
2.3.7	Esforços combinados de momento fletor e esforço normal.....	23
2.3.8	Valores limites.....	24
2.3.9	Conclusão.....	25
2.4	MÉTODOS DE ANÁLISE PLÁSTICA.....	25
2.4.1	Método do Mecanismo	26
2.4.2	Método Estático.....	27
2.4.3	Método de Balanceamento dos Momentos.....	28
2.4.4	Método da Integração Numérica	29
2.4.5	Método das Rótulas Plásticas.....	30
3	Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas	
3.1	INTRODUÇÃO.....	32
3.1.1	Programa usado na avaliação numérica.....	33
3.2	MODELO PARA IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA	33
3.2.1	Primeiros testes: viga de seção retangular	33
3.2.2	Introdução das mesas: viga I.....	36
3.2.3	Verificação da plastificação: critérios de falha	37
3.2.4	Determinação do momento plástico pelo modelo numérico	38
3.3	REDUÇÃO DO MOMENTO PLÁSTICO DEVIDO AO ESFORÇO	
NORMAL	43	
3.3.1	Introdução	43
3.3.2	Base para avaliação dos resultados.....	43
3.3.3	Perfis soldados usados no Brasil.....	45
3.3.4	Testes numéricos	49
3.3.5	Avaliação dos resultados.....	52
3.4	TENSÕES RESIDUAIS.....	60
3.4.1	Introdução	60
3.4.2	Padrões de tensões residuais testados no modelo numérico	61
3.4.3	Teste numéricos.....	64

3.4.4	Conclusões sobre a influência das tensões residuais no momento plástico	67
3.5	INFLUÊNCIA DO ESFORÇO CORTANTE	67
3.5.1	Introdução	67
3.5.2	Prescrições e teoria	67
3.5.3	Dificuldade de desacoplamento entre momento fletor e esforço cortante.....	68
3.5.4	Testes numéricos	69
3.5.5	Conclusões sobre a influência do esforço cortante no momento plástico	77
3.6	CONCLUSÕES.....	79
4	Método das Rótulas Plásticas	
4.1	INTRODUÇÃO	80
4.1.1	Método das Rótulas Plásticas	81
4.2	IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA.....	83
4.2.1	Introdução	83
4.2.2	Elemento de pórtico plano	83
4.2.3	Redução gradativa do módulo de elasticidade	86
4.2.4	Elemento de Conexão	89
4.2.5	Redução Parabólica da Rigidez do Elemento	91
4.2.6	Verificação dos efeitos de plastificação por esforço cortante	96
4.3	TESTES NUMÉRICOS	98
4.3.1	Introdução	98
4.3.2	Testes propostos	98
4.4	CONCLUSÕES.....	119
5	Conclusões Finais e Sugestões	
5.1	BREVE RESUMO DO PRESENTE TRABALHO	121
5.2	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	121
5.3	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	123

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS124

APÊNDICE A: *PLASTIC SHELL 181* - Elemento de casca

A 1 INTRODUÇÃO130

A 2 CARACTERÍSTICAS DO *PLASTIC SHELL 181*.....131

A 2.1 Dados de entrada131

A 2.2 Resultados135

A 2.3 funções de forma.....136

A 2.4 Considerações finais para análise.....138

APÊNDICE B: Análise não linear

B 1 INTRODUÇÃO139

B 2 SOLUÇÕES NUMÉRICAS PARA ANÁLISES NÃO LINEARES.....140

B 2.1 Introdução140

B 2.2 Método Incremental140

B 2.3 Processo Newton-Raphson Incremental-iterativo141

B 2.3.1 Critérios de Convergência.....145

B 2.3.2 Frontal Solver.....146

B 2.3.3 Adaptive Descent147

B 2.4 OUTROS MÉTODOS.....148

APÊNDICE C: Implementação Numérica da Plasticidade

C 1 INTRODUÇÃO150

C 2 ANÁLISE NUMÉRICA.....150

C 2.1 Critério de escoamento150

C 2.2 Regra de escoamento152

C 2.3 Regra do encruamento152

C 2.4 Incremento da deformação plástica153

C 2.5 Implantação153

APÊNDICE D: *COMB39* Elemento de mola não linear

D 1	Introdução	156
D 2	Análise numérica	156

APÊNDICE E: *BEAM54* Elemento de pórtico plano

E 1	Introdução	159
E 2	Dados de Entrada.....	159

Lista de figuras

2 Método Plástico

2- 1	Diagrama tensão vs. deformação idealizado para o aço estrutural.....	6
2- 2	Comparação entre distribuição de tensões ideal vs. real.....	10
2- 3	Esquema para demonstração do Paradoxo da Plasticidade.....	11
2- 4	Esquema para demonstração do Método Plástico	12
2- 5	Estágios de plastificação de uma seção transversal, adaptado de ASCE [4].....	13
2- 6	Gráfico momento fletor/momento plástico vs. rotação (adimensional)	13
2- 7	Comparação entre as superfícies de escoamento propostas pelas equações de interação prescritas pelo AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3].....	24
2- 8	Método Estático de análise aplicado em uma viga contínua.....	28

3 Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas

3-1	Primeiro teste viga bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído. (a) Modelo numérico com apenas um apoio, (b) esquema estrutural representando distribuição dos apoios.	34
3-2	Pontos de integração de Gauss ao longo da espessura do elemento <i>PLASTIC SHELL 181</i>	36
3- 3	Momento plástico obtido com o modelo numérico, (a) modelo numérico; (b) esquema estrutural	39
3- 4	Viga em balanço engastada, com momento fletor aplicado.....	41
3- 5	Comparação entre valores de deslocamento e rotações, calculadas para os vários elementos de casca que compõem uma dada seção transversal de uma viga sob flexão	42

3- 6	Distribuição de tensões normais para efeito combinado de momento fletor e esforço normal.....	44
3- 7	(a) Análise da distribuição dos perfis em função da relação A_f/A_w	48
	(b) Análise da distribuição dos perfis em função da relação A_f/A_w	49
3- 8	Viga em balanço engastada, com esforço normal aplicado	51
3- 9	Viga em balanço engastada, com esforço normal e momento fletor aplicados (a) Modelo numérico; (b) Esquema estrutural.....	51
3- 10	Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] eq. (3- 16), AISC/LRFD [2] eqs. (3- 7) e (3- 8), e AISC/ASD [3] eqs. (3- 9) e (3- 10).....	52
3- 11	Esquema utilizado na avaliação dos resultados numéricos.....	53
3- 12	Relação momento fletor vs. rotação para perfil CVS 300 x 70.....	54
3- 13	Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] equação (3- 16), AISC/LRFD [2] equações: (3- 7) e (3- 8) e AISC/ASD [4] equações: (3- 9) e (3- 10) e pontos extraídos da análise numérica para o perfil CVS 300 x 70, $A_f/A_w = 1,26$	54
3- 14	Relação momento fletor vs. rotação para perfil CS 250 x 76	55
3- 15	Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] equação (3- 16), AISC/LRFD [2] equações: (3- 7) e (3- 8) e AISC/ASD [4] equações: (3- 9) e (3- 10) e pontos extraídos da análise numérica para o perfil CS 250 x 76, $A_f/A_w = 2,29$	55
3- 16	Relação momento fletor vs. rotação para perfil CVS 450 x 188.....	56
3- 17	Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] equação (3- 16), AISC/LRFD [2] equações: (3- 7) e (3- 8) e AISC/ASD [4] equações: (3- 9) e (3- 10) e pontos extraídos da análise numérica para o perfil CVS 450 x 188, $A_f/A_w = 0,84$	56
3- 18	Resultados do modelo numérico para momento fletor correspondente ao momento plástico, perfil CVS 300x70. Incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.....	57
3- 19	Resultados da 2a etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,20$	58
3- 20	Resultados da 2a etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,40$	58
3- 21	Resultados da 2a etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,60$	59
3- 22	Resultados da 2a etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,80$	59

3- 23	Modelo numérico com efeito de temperatura aplicado.....	62
3- 24	Esquema do perfil, com 1o padrão de tensões residuais, adaptado de BALIO [41]	62
3- 25	Esquema do perfil, com 2o padrão de tensões residuais, adaptado de BALIO [41]	63
3- 26	Esquema do perfil, com 3o padrão de tensões residuais, adaptado de BALIO [41]	63
3- 27	Resultados numéricos com o efeito localizado das tensões residuais obtidos na 1a etapa da análise numérica.....	65
3- 28	Resultados numéricos com o efeito localizado das tensões residuais e momento plástico reduzido obtidos na 2a etapa da análise numérica	65
3- 29	Resultados numéricos, efeito localizado das tensões residuais. (2a etapa).....	66
3- 30	Viga curta em balanço, com carregamento vertical.....	69
3- 31	Etapas da análise de verificação da influência do esforço cortante:.....	70
3- 32	Resultados numéricos obtidos com os efeitos de esforço cortante plástico, V_{pl} (1a etapa da análise)	71
3- 33	Esquema estrutural, binário de esforços. (a) Primeira etapa, V_{pl} ;	72
3- 34	Resultados numéricos obtidos com esforço cortante correspondente a 80% V_{pl} (1a etapa); (a) Mesa do perfil em regime elástico (b) Alma do perfil.....	73
3- 35	Resultados numéricos obtidos com esforço cortante correspondente a 80% V_{pl} , (2a etapa), (a) Mesa do perfil em regime plástico; (b) Alma do perfil.....	73
3- 36	Etapas da análise do novo teste numérico.....	74
3- 37	Resultados numéricos obtidos para esforço cortante = 80% V_{pl} (1a etapa) e momento fletor = $2/3M_{pl}$ (2a etapa).....	75
3- 38	Etapas da análise do último teste numérico: (a) 1a Etapa: esforço cortante, 80% V_{pl} ; (b) 2a Etapa: momento incremental de início de plastificação, M_y	76
3- 39	Resultados numéricos obtidos com esforço cortante = 80% V_{pl} e momento fletor, M_y ; (a) Perspectiva: alma e mesa inferior; (b) Vista da alma	77

4 Método das Rótulas Plásticas

4- 1	Aplicações do Método das Rótulas Plásticas, (a) viga biengastada; (b) pórtico plano simples.....	82
4- 2	Esquema do elemento de pórtico plano empregado no Método das Rótulas Plásticas.....	85
4- 3	Gráfico com a variação gradual do módulo de elasticidade tangente vs. o aumento sucessivo do esforço normal.....	87
4- 4	Exemplo de gráfico esforço normal vs. deslocamento axial adotado na avaliação numérica com o programa Ansys, para o perfil CVS 300 x 70.....	88
4- 5	Esquema do elemento de conexão empregado no Método das Rótulas Plásticas.....	89
4- 6	Redução parabólica da rigidez do elemento, adaptado de CHEN [48].....	93
4- 7	Superfícies de escoamento utilizadas nas análises pelo Método das Rótulas Plásticas, adaptado de CHEN [48].....	94
4- 8	Curva momento fletor vs. rotação, sem a influência do esforço normal, implementada no programa Ansys para o elemento <i>COMB39</i>	95
4- 9	Curvas momento fletor vs. rotação, para valores diferentes de esforços normais, implementada no programa Ansys para o elemento <i>COMB39</i>	95
4- 10	Curvas esforço cortante vs. deslocamento transversal implementadas no programa Ansys, simulando o colapso da seção por plastificação da alma do perfil.....	97
4- 11	Primeiro teste numérico analisado pelo Método das Rótulas Plásticas, viga bi-engastada submetida a carregamento concentrado, <i>P</i>	99
4- 12	Estrutura deformada, adotada no primeiro teste numérico, com formação de três rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.....	99

4- 13	Resultado do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor normalizado vs. incrementos de carga nas seções de formação das rótulas plásticas, para o exemplo da figura (4- 11).....	100
4- 14	Segundo teste numérico avaliado pelo Método das Rótulas Plásticas, viga contínua com dois vão iguais submetida a carregamento concentrado	101
4- 15	Estrutura deformada, adotada no terceiro teste numérico de uma viga contínua, com formação de três rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso	102
4- 16	Resultado do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga nas seções de formação das rótulas plásticas, para o exemplo da figura (4- 14).....	103
4- 17	Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamentos verticais nos nós 2 e 9, referentes ao exemplo da figura (4- 14)	104
4- 18	Terceiro teste proposto, pórtico plano retangular bi-apoiado	105
4- 19	Estrutura deformada com formação de duas rótulas plásticas no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso, para o pórtico plano retangular bi-apoiado apresentado na figura (4- 18)	106
4- 20	Gráfico do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga nos nós 7 e 9, onde observa-se a formação de rótulas plásticas	107
4- 21	Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamento horizontal no topo das colunas no nó 9	108
4- 22	Quarto teste analisado, pórtico plano industrial com abas inclinadas.....	110
4- 23	Cargas atuantes no pórtico plano industrial. (a) 1a Etapa: ação do peso próprio, (b) 2a Etapa: ação do vento na estrutura.....	111
4- 24	Estrutura deformada com formação de duas rótulas plásticas no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso, para o pórtico plano industrial	112
4- 25	Gráfico do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga nos nós 5 e 9.....	113

4- 26	Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamento horizontal no topo das colunas no nó 9	114
4- 27	Quinto teste proposto, pórtico industrial misulado com carregamento vertical	115
4- 28	Estrutura deformada adotada no quinto teste numérico, com formação de duas rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso	116
4- 29	Gráfico do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga na região de formação da rótula plástica	117
4- 30	Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamento vertical na região de formação de rótula plástica	118

APÊNDICE A: *PLASTIC SHELL 181* - Elemento de casca

A- 1	Elemento <i>PLASTIC SHELL 181</i>	132
A- 2	Aplicações de flexão usando o elemento <i>PLASTIC SHELL 181</i>	133
A- 3	Localização dos pontos de integração (Gauss) para o elemento <i>PLASTIC SHELL 181</i>	134
A- 4	Localização dos pontos de integração ao longo da espessura do elemento de casca para flexões não lineares	135
A- 5	Resultados de tensões para o elemento <i>PLASTIC SHELL 181</i>	136
A- 6	Eixos de coordenadas global e local	137
A- 7	Funções de forma para deformações transversais	137

APÊNDICE B: Análise Não Linear

B- 1	Solução do método Newton-Raphson, uma iteração	142
B- 2	Solução do método Newton-Raphson, próxima iteração	143
B- 3	Solução do método Newton-Raphson incremental-iterativo.	144

APÊNDICE C: Implementação Numérica da Plasticidade

C- 1 Gráfico tensão vs. deformação bi-linear, adotado neste trabalho..... 151

C- 2 Superfície de escoamento para opção *BISO*, adotada neste trabalho..... 152

C- 3 Superfície de escoamento para um escoamento subsequente. 153

APÊNDICE D: *COMB39* - Elemento de mola não linear casca

D- 1 *COMB39* elemento de mola não linear, pontos nodais 157

D- 2 *COMB39* elemento de mola não linear, curva esforço (F) vs. deflexão (D)..... 157

D- 3 Pontos da curva esforço (F) vs. deflexão (D)..... 158

APÊNDICE E: *BEAM54* - Elemento de pórtico plano

E- 1 Elemento de pórtico plano *BEAM54*..... 160

Lista de tabelas

2 Método Plástico

- 2- 1 Formulação do módulo resistente elástico, módulo resistente plástico e fator de forma alguns tipos de seções transversais de perfis metálicos.....8

3 Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas

- 3- 1 Principais perfis CLASSE 1 em uso no Brasil, valores em mm, fonte CSN [37]46

4 Método das Rótulas Plásticas

- 4- 1 Viga bi-engastada, resultados obtidos por SOUZA [42] 100
- 4- 2 Viga bi-engastada, resultados obtidos no presente trabalho utilizando o programa Ansys..... 101
- 4- 3 Pórtico plano retangular bi-apoiado, comparação de resultados de carregamento aplicado, P 107
- 4- 4 Pórtico plano retangular bi-apoiado, comparação de resultados de deslocamento horizontal no nó 9, no incremento de carga imediatamente anterior à formação do mecanismo de colapso 109

Lista de símbolos

Obs.: A notação empregada neste trabalho foi adotada com base na Norma Brasileira NBR8800, “Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios”, [1].

<i>Símbolo</i>	<i>Descrição</i>
a	= Distância entre enrijecedores transversais;
A	= Área da seção transversal;
A_f	= Área da mesa;
A_g	= Área bruta da seção;
A_w	= Área efetiva de cisalhamento;
b	= Largura em geral;
b_f	= Largura da mesa;
CS	= Perfil metálico tipo Coluna Soldada;
CVS	= Perfil metálico tipo Coluna Viga Soldada;
d	= Altura total do perfil metálico;
E	= Módulo de elasticidade;
E_{st}	= Módulo de elasticidade correspondente ao endurecimento do aço;
E_t	= Módulo de elasticidade tangente;
f_u	= Limite de resistência à tração do aço;
f_y	= Limite de escoamento do aço;
h	= Altura em geral, distância entre as faces internas das mesas dos perfis I e H;
I	= Momento de inércia;
k	= Coeficiente de flambagem local;
$k_{(x)}$	= Coeficientes de rigidez do elemento de conexão na direção axial x ;
$k_{(y)}$	= Coeficientes de rigidez do elemento de conexão na direção transversal y ;
$K_{(\theta)}$	= Coeficientes de rigidez rotacional do elemento de conexão;
L	= comprimento real não contraventado;

L	=	Comprimento em geral, vão;
L_b	=	comprimento não contido lateralmente;
L_p	=	Valor limite do comprimento de um trecho sem contenção lateral;
M	=	Momento fletor, ou carga externa de momento fletor genérico aplicado;
M_1/M_2	=	relação entre o menor e o maior momento fletor de cálculo nas extremidades do comprimento destravado L_b ;
M_d	=	Momento fletor de cálculo (majorado);
$M_{d\ res}$	=	Momento fletor resistente de projeto;
M_n	=	Resistência nominal ao momento fletor;
M_{pf}	=	Momento de plastificação das mesas;
M_{pl}	=	Momento de plastificação;
M_y	=	Momento correspondente ao início do escoamento;
N	=	Esforço normal em geral;
N_d	=	Esforço normal de cálculo (majorado);
N_y	=	Esforço normal de escoamento da seção;
N_{yf}	=	Esforço normal de escoamento, correspondente à parcela das mesas;
P	=	Carga externa nodal genérica concentrada;
q	=	Carregamento externo genérico uniformemente distribuído;
r	=	Raio de giração da seção transversal bruta;
r_y	=	Raio de giração relativo ao eixo de menor inércia;
t	=	Espessura em geral;
t_f	=	Espessura da mesa;
t_w	=	Espessura da alma;
U_a	=	Flecha, deslocamento vertical no ponto “a”;
U_y	=	Flecha correspondente ao início de escoamento;
V	=	Esforço cortante;
V_d	=	Esforço cortante de cálculo (majorada);
V_n	=	Resistência nominal ao esforço ocrtante;
V_{pl}	=	Esforço cortante correspondente à plastificação da alma por cisalhamento;
VS	=	Perfil metálico tipo Viga Soldada;
W	=	Módulo de resistência elástico;

y_0	=	Distância genérica relativa ao centróide;
Z	=	Módulo de resistência plástico;
Z_f	=	Módulo de resistência plástico correspondente à parcela das mesas;
α	=	Parâmetro do estado de tensão;
ϵ_y	=	Deformação correspondente ao início do escoamento;
ϵ_{st}	=	Deformação correspondente ao início do patamar de endurecimento do aço;
ϕ	=	Rotação, ou coeficiente de resistência;
ϕ_c	=	Coeficiente de resistência à compressão;
ϕ_y	=	Rotação correspondente ao início de plastificação;
ϕ_a	=	Rotação no ponto “a”;
λ	=	Parâmetro de esbeltez para barras comprimidas;
τ_{xy}	=	Tensão cisalhamento;
σ	=	Tensão normal;
$\sigma_{x, y, z}$	=	Tensão(ões) normal(is) na(s) direção(ões) x, y, z, respectivamente;
$\sigma_{1,2,3}$	=	Tensão(ões) principal(is);
τ	=	Tensão de cisalhamento;
τ_y	=	Tensão de cisalhamento correspondente ao início do escoamento;
Φ	=	Coeficiente de redução parabólica gradativa da rigidez do elemento de conexão;

<i>Siglas</i>	<i>Descrição</i>
AISC	= “American Institute of Steel Construction”;
ASD	= “Allowable Stress Design”;
ASTM	= “American Society of Testing Materials”;
CRC	= “Column Research Council”;
LRFD	= “Load and Resistance Factor Design”;
NACAD	= “Núcleo de Atendimento em Computação de Alto Desempenho”

Capítulo 1

Introdução

1.1 MOTIVAÇÃO

A engenharia é a ciência que combina a economia com a técnica. Em outras palavras, não basta, por exemplo, apenas dimensionar uma estrutura segura, ela precisa ser economicamente viável para que possa ser efetivamente realizada.

O uso do aço como material de construção em estruturas prediais e industriais consegue representar bem esta combinação da técnica com a economia. Uma estrutura metálica é normalmente executada mais rapidamente do que uma estrutura semelhante em concreto armado. A sugestão do uso de estruturas metálicas em galpões industriais é quase que imediata.

Com o propósito de obter-se estruturas mais leves, novos métodos de análise estrutural estão sendo investigados por diversos pesquisadores em vários países. Um desses métodos é o Cálculo em Regime Plástico. A aplicação deste método no projeto estrutural de estruturas metálicas aporticadas pode ser considerada vantajosa para certas configurações estruturais. Embora de aplicação prevista em normas e projetos estruturais, seu emprego tem sido pouco significativo no país.

Atualmente, têm-se registros que em diversos países, podendo-se citar por exemplo a Inglaterra e os Estados Unidos, utiliza-se a Teoria da Plasticidade para verificações estruturais diversas na prática de engenharia estrutural corrente, tais como galpões industriais, pórticos, edifícios de andares múltiplos, entre outros. As normas vigentes nestes países incluem especificações para avaliações de estruturas pelo Método

Plástico, podendo-se afirmar inclusive que, muitos cursos tradicionais de análise de estruturas metálicas incluem regularmente a introdução de avaliações pelo Método Plástico.

Todas essas informações motivaram nosso interesse em desenvolver o conhecimento de verificação e análise de estruturas metálicas aporticadas pela Teoria da Plasticidade.

1.2 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS BÁSICAS

Apesar de diversas fontes bibliográficas terem sido consultadas na elaboração deste trabalho, algumas referências podem ser destacadas das demais.

A norma brasileira para cálculo de estruturas metálicas NBR8800, [1], e as normas americanas do American Institute of Steel Construction, AISC, Load and Resistance Factor Design LRFD, [2] e Allowable Stress Design, [3], foram amplamente consultadas e representam uma grande fonte de informações para avaliações estruturais em regime plástico.

Analogamente, os livros do Professor Beedle, editados pelo *American Society of Civil Engineers*, ASCE [4], e pelo *Structural Stability Research Council*, SSRC [5], foram amplamente utilizados nesta pesquisa de tese. Esses livros podem ser considerados referências obrigatórias para todos aqueles que desejam iniciar ou ampliar os conhecimentos na análise de estruturas pela Teoria da Plasticidade.

Não poderia deixar de ser mencionado o conjunto de manuais do programa de análise estrutural Ansys, ANSYS [6], o qual é utilizado nas avaliações numéricas propostas nesta pesquisa de tese.

1.3 CONTEÚDO DESTE TRABALHO

O objetivo deste item é o de apresentar uma breve descrição do conteúdo deste trabalho.

No Capítulo 2, Método Plástico, estão apresentados os conceitos fundamentais que são utilizados pela Teoria da Plasticidade. Pode-se destacar:

ductilidade, tensão de escoamento, endurecimento do aço, módulo resistente plástico, momento plástico, plastificação concentrada e distribuída, dentre outras informações básicas.

Ainda neste Capítulo 2 são descritas as prescrições atuais relativas à plasticidade, presentes nas normas, AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3] em uso nos Estados Unidos e comparadas com a norma brasileira, NBR8800 [1]. Algumas informações são apresentadas para escolha do tipo de aço, perfil, condições necessárias para travamento estrutural e considerações para determinação dos esforços resistentes e atuantes.

Por fim, os principais Métodos de Análise Plástica baseados na Teoria da Plasticidade simplificada são sumariamente apresentados. Foram destacados os seguintes: Método dos Mecanismos, Método Estático e o Método do Balanceamento dos Momentos. Estes métodos são comparados com os mais utilizados em simulações numéricas: Método da Integração Numérica e Método das Rótulas Plásticas.

O Capítulo 3, Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas, apresenta os resultados da utilização de uma ferramenta computacional bastante poderosa, com capacidade de solucionar problemas não lineares ligados à geometria e à lei constitutiva do material, para avaliação do desenvolvimento das zonas plásticas espalhadas em perfis metálicos. O programa utilizado foi o Ansys, instalado no Núcleo de Atendimento em Computação de Alto Desempenho da COPPE/UFRJ, *NACAD*. Com a finalidade de conferir os modelos simplificados de rótulas plásticas concentradas, muitas simulações numéricas empregando elementos tipo *SHELL* foram desenvolvidas.

A determinação do Momento Plástico através de um método numérico de cálculo foi avaliada através de diversos testes. Fatores que influenciam e reduzem o valor do Momento Plástico Total também foram abordados neste capítulo, tais como: esforços normais, tensões residuais e esforços cortantes. Os resultados obtidos são extensamente comparados com prescrições previstas em normas, AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3].

Continuando a investigação do estudo da formação de rótulas plásticas, é apresentado no capítulo 4, Método das Rótulas Plásticas, uma alternativa numérica-computacional para avaliação da análise estrutural pela Teoria da Plasticidade, utilizando elementos finitos de barra, tipo pórtico plano, associados a elementos de mola não lineares, ambos disponíveis pelo programa Ansys.

São apresentados no capítulo 4 alguns procedimentos importantes para implementação de um programa simples de elementos finitos. Tais procedimentos são empregados nas simulações numéricas com elementos de barra e molas não lineares, com o programa Ansys.

As formulações inerentes aos procedimentos ora mencionados também são apresentadas e avaliadas no capítulo 4. Tais formulações referem-se basicamente à redução da rigidez devido ao processo de formação das zonas plásticas em regiões concentradas. Por fim, alguns testes estão apresentados e analisados.

Pode-se afirmar que a diferença básica do estudo de formação das rótulas plásticas, apresentados nos capítulos 3 e 4, está na adoção de zonas de plastificação distribuídas, no capítulo 3, e de zonas de plastificação em regiões concentradas, no capítulo 4.

As conclusões do presente trabalho de pesquisa, como também algumas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros, estão apresentadas no capítulo 5, Conclusões Finais e Sugestões.

No final deste trabalho, após as conclusões, estão apresentados cinco apêndices de “A” a “E”, onde são abordadas as características mais importantes dos elementos finitos utilizados nas diversas análises desenvolvidas ao longo desta pesquisa. Também são apresentadas informações relevantes sobre os procedimentos adotados pelo programa Ansys na implementação numérica da plasticidade.

Capítulo 2

Método Plástico

2.1 INTRODUÇÃO

Os conceitos do Método Plástico foram aplicados em análises estruturais desenvolvidas para pequenos pórticos, antes de 1914, KANZINCZY [7]. Alguns ensaios estruturais simples, verificando os conceitos do Método Plástico, foram desenvolvidos e documentados em 1927, CONTRMAIER-LEINITZ [8]. Desde então muitos trabalhos vem sendo desenvolvidos e publicados.

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais da Teoria da Plasticidade simplificada. O conhecimento dos principais fundamentos da plasticidade permite a aplicação de soluções analíticas e numéricas. As aplicações numéricas, envolvendo plasticidade, serão abordadas posteriormente nos capítulos 3 e 4.

Muitas considerações sobre a Teoria da Plasticidade simplificada, previstas em normas atuais, NBR8800 [1], AISC/LRFD [2], AISC/ASD [3], são apresentadas neste capítulo. Tais considerações são bastante importantes e visam garantir o atendimento da segurança, devendo ser incorporadas em qualquer projeto que contemple a análise plástica.

A aplicação do Método Plástico no projeto estrutural de estruturas metálicas aporticadas pode ser considerada vantajosa, para certas configurações estruturais. Embora de aplicação prevista em normas e projetos estruturais, seu emprego tem sido pouco significativo no país.

Pode-se enfatizar que o Método Plástico não é uma técnica que pretende substituir todas as outras formas de análise estrutural. Alguns fatores como a flambagem

local, flambagem lateral, fadiga e limitações de deformações podem ser decisivos nos critérios de projeto.

Edifícios de vários andares representam um desafio para as aplicações do Método Plástico. Neste tipo de configuração estrutural, o comportamento e a resistência são significativamente afetadas pelas forças axiais presentes nos elementos estruturais. Diversas pesquisas vêm sendo desenvolvidas desde 1958, DRISCOLL [9], resultando em aplicações recentemente publicadas sobre o dimensionamento de edifícios de andares múltiplos, PLASTIC DESIGN [10]. Porém, muitas incógnitas ainda precisam ser esclarecidas.

2.2 CONCEITOS BÁSICOS

2.2.1 Ductilidade

O dimensionamento por análise plástica leva em conta a mais importante propriedade mecânica estrutural do aço em relação ao concreto armado: a ductilidade. A ductilidade pode ser examinada por um simples ensaio de tração/compressão, representado por uma curva tensão vs. deformação. Na engenharia estrutural, esta curva é muitas vezes representada por três retas, conforme figura (2- 1).

Até a tensão de escoamento o material é dito elástico linear. Após o limite elástico ser atingido, correspondente ao início do escoamento, as deformações crescem sem nenhum aumento significativo na tensão correspondente. O aumento das tensões após o escoamento do aço somente é considerado levando-se em conta o endurecimento do aço.

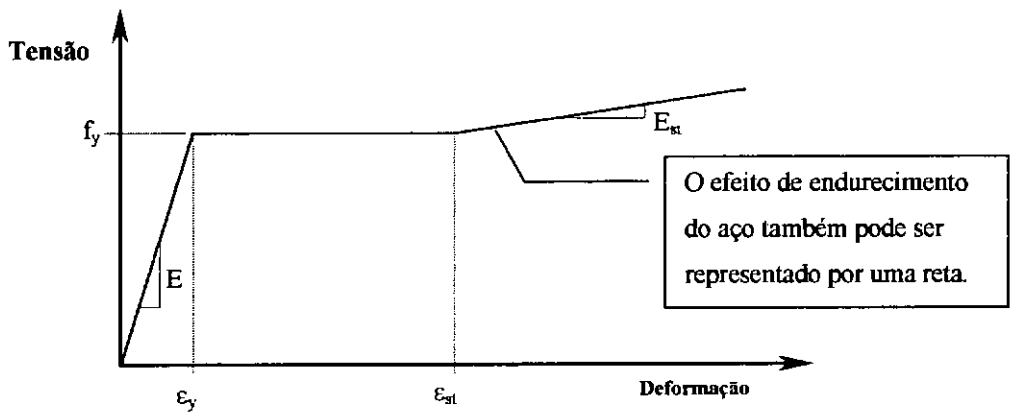


Figura 2- 1: Diagrama tensão vs. deformação idealizado para o aço estrutural.

Desta forma, para a análise plástica, o nível de tensão máxima de escoamento não significa falha na barra. A seção ainda possui uma reserva plástica de resistência. Essa reserva depende da forma e tipo de aço empregado na seção.

2.2.2 Tensão de escoamento

O valor limite de escoamento do aço, f_y , determina o valor de tensão que separa o comportamento elástico do plástico. Muitos aços não apresentam este patamar bem definido. Nesses casos, o valor da tensão convencional de escoamento é determinado em função da deformação residual plástica, adotando-se normalmente o valor de 0,2%.

2.2.3 Endurecimento do aço

A hipótese de plasticidade perfeita após o escoamento implica em desprezar o efeito de endurecimento do aço ("*strain hardening*") que a deformação acarreta. A Teoria da Plasticidade assume que o material torna-se perfeitamente plástico quando a tensão atinge o escoamento.

O efeito de endurecimento do aço, em geral, é usado para aumentar a capacidade de resistência das estruturas e reduzir as deformações no campo plástico. Alguns métodos que levam em conta o efeito de endurecimento do aço são abordados em LAY et al. [11], HRENNIKOFF [12] e VICKERY [13].

Certos tipos de aço apresentam problemas de deformações excessivas, normalmente verificadas na região de endurecimento. Ao desprezar o efeito de endurecimento do aço ("*strain hardening*") obtém-se um resultado mais conservativo.

2.2.4 Módulo resistente plástico

O módulo de resistência plástico, Z , é uma função geométrica análoga ao módulo de resistência elástico, W . É o módulo de resistência à flexão de uma seção completamente plastificada, calculado segundo a equação (2- 1). Para seções com

simetria segundo seu plano de flexão, a linha neutra é coincidente com o eixo centroidal.

$$Z = \int_A |y| \cdot dA \tag{2- 1}$$

O fator de forma de uma seção transversal, por sua vez, representa a razão entre o momento plástico e o momento fletor correspondente ao início de escoamento (M_{pl}/M_y) ou a razão entre o módulo resistente plástico sobre o módulo resistente elástico (Z/W), pois:

$$M_{pl} = \int_A f_y \cdot y \cdot dA \tag{2- 2}$$

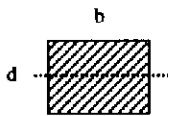
$$M_{pl} = f_y \cdot Z \tag{2- 3}$$

$$M_y = f_y \cdot W \tag{2- 4}$$

Valores de Z e W, para ambos os eixos de flexão, são apresentados em tabelas para os diversos tipos de perfis comerciais padronizados em uso no Brasil. Estas tabelas são adotadas por diversos engenheiros projetistas devido à facilidade de verificação das propriedades geométricas das seções transversais e, por conseguinte, para a determinação dos momentos fletores de início de escoamento e plástico.

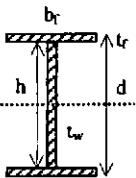
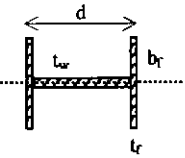
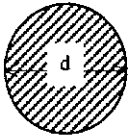
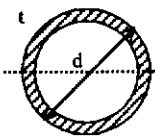
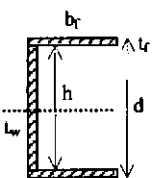
Na tabela (2- 1) estão apresentadas formulações para determinação do módulo resistente elástico e plástico (W e Z) e fator de forma para alguns tipos de seções.

Tabela 2- 1: Formulação do módulo resistente elástico, módulo resistente plástico e fator de forma para alguns tipos de seções transversais de perfis metálicos.

Seção	Módulo Resistente Elástico (W)	Módulo Resistente Plástico (Z)	Fator de Forma (s)
Retangular seção cheia: 	$\frac{b \cdot d^2}{6}$	$\frac{b \cdot d^2}{4}$	1,5

(continua na página seguinte)

Tabela 2- 1, formulação do módulo resistente elástico, módulo resistente plástico e fator de forma alguns tipos de seções transversais de perfis metálicos. (continuação)

Seção	Módulo Resistente Elástico (W)	Módulo Resistente Plástico (Z)	Fator de Forma (s)
Perfil-I: (maior inércia) 	$\frac{b_f \cdot d^3 - (b_f - t_w) \cdot h^3}{6 \cdot d}$	$b_f \cdot t_f \cdot (d - t_f) + \frac{t_w \cdot (d - 2 \cdot t_f)^2}{4}$	Aprox.: 1,15
Perfil-I: (menor inércia) 	$\frac{b_f^3 \cdot t_f}{3} + \frac{t_w^3 \cdot d}{6 \cdot b_f}$	$\frac{b_f^2 \cdot t_f}{2} + \frac{(d - 2 \cdot t_f) \cdot t_w^2}{4}$	Aprox.: 1,67
Circular: (seção cheia) 	$\frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$\frac{d^3}{6}$	1,7
Perfil (tubular circular) 	$\pi \cdot \frac{[d^4 - (d - 2 \cdot t)^4]}{32 \cdot d}$	$\frac{d^3}{6} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2 \cdot t}{d} \right) \right]$ Para: $t \ll d$; $t \cdot d^2$	Para: $t=d/10$; 1,4 Para: $t \ll d$; 1,27
Perfil-U: 	$\frac{[b_f \cdot d^3 - (b_f - t_w) \cdot h^3]}{b_f \cdot d}$	$b_f \cdot t_f \cdot (d - t_f) + \frac{t_w (d - 2 \cdot t_f)^2}{4}$	Aprox.: 1,15

2.2.5 Momento plástico

A determinação do momento plástico ou momento limite, M_{pl} , é obviamente de grande importância, uma vez que estabelece o momento fletor máximo suportado pela seção transversal de um elemento estrutural de viga. A determinação do momento plástico pela Teoria da Plasticidade simplificada, foi citada na equação (2- 2).

Pode ser observado na figura (2- 2), apresentada abaixo, que existe uma diferença na distribuição entre o modelo ideal e o real. Para os estudos da Teoria da Plasticidade simplificada assume-se o comportamento de distribuição de tensões ideal, no cálculo do momento plástico total, M_{pl} .

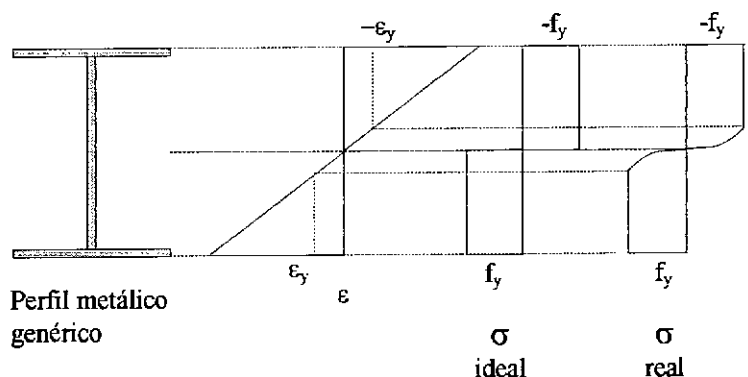


Figura 2- 2: Comparação entre distribuição de tensões ideal vs. real.

Do ponto de vista da prática de engenharia estrutural, a diferença entre as distribuições ideais e reais são consideradas desprezíveis. Porém, para um estudo mais apurado sobre Teoria da Plasticidade simplificada, as diferenças entre os modelos pode ser considerada significativa.

A região elástica na vizinhança da linha neutra não consegue ser eliminada facilmente. Para obter a completa plastificação da seção transversal seria necessário um aumento no carregamento externo. Este aumento nem sempre será eficiente para a eliminação da região elástica.

O referido aumento de carga possui relação direta com o momento fletor limite, que por sua vez é associado ao momento plástico, M_{pl} . Obtém-se então um valor de momento plástico maior que o determinado pela Teoria da Plasticidade simplificada, mesmo sem obter uma seção transversal completamente plastificada. Este fenômeno numérico foi denominado, no presente trabalho, como *Paradoxo da Plasticidade*.

A figura (2- 3) apresenta um esquema da verificação do *Paradoxo da Plasticidade*, para o exemplo de uma viga engastada com carga concentrada.

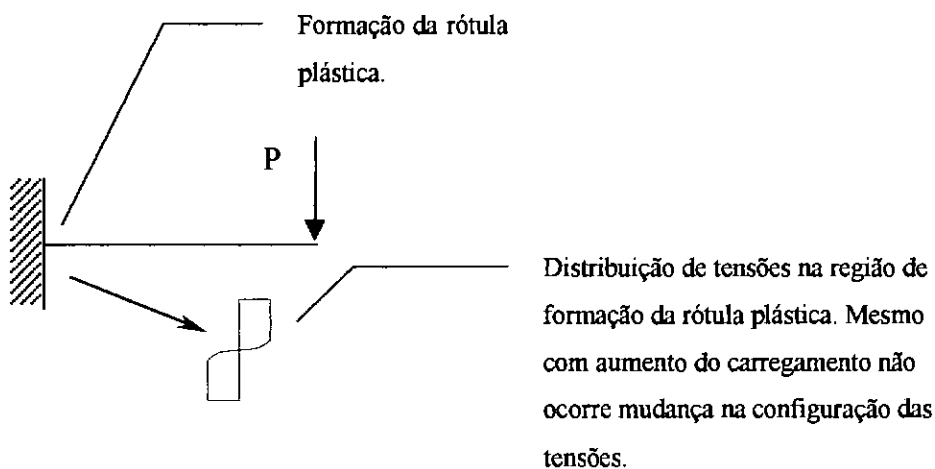


Figura 2- 3: Esquema para demonstração do *Paradoxo da Plasticidade*.

Devido à sucessiva plastificação das fibras externas da seção transversal, as rotações e deslocamentos adquirem comportamento não linear, pois o limite de escoamento do aço foi ultrapassado. Mesmo adotando-se uma relação constitutiva para o aço como sendo elasto-plástica perfeita (bi-linear), a transição na passagem do estado elástico para o inelástico (plástico) não será brusca, conforme pode ser observado na figura (2- 6), entre os pontos (a) e (e), onde (a) marca o início do escoamento. Este comportamento da seção também foi percebido nas análises numéricas desenvolvidas neste trabalho.

Com o avanço da região plástica nas seções onde o aço está em escoamento, grandes rotações são possíveis, sem nenhum aumento ou diminuição significativa dos momentos fletores na seção transversal. O momento fletor permanece praticamente constante, mesmo sob aumento da carga externa. Em outras palavras, surgem rótulas plásticas.

Pode-se denominar rótula plástica uma zona em escoamento, plastificada, que se forma em uma seção transversal de um elemento estrutural, quando o momento plástico é atingido. A seção perde a rigidez à rotação, semelhante a uma rótula.

2.2.6 Redistribuição de momentos fletores

A formação de uma rótula plástica permite a redistribuição de momentos fletores em vigas e pórticos hiperestáticos. A redistribuição de esforços entre as barras vizinhas prosseguirá, até que um número suficiente de rótulas plásticas seja formado e a

estrutura adquira o comportamento de um mecanismo. Com isso, os deslocamentos aumentam rapidamente, enquanto as cargas externas existentes permanecem constantes. Em outras palavras, o limite do carregamento plástico foi atingido pela formação de um mecanismo.

A figura (2- 4), apresenta um esquema de demonstração do Método Plástico. Pode ser observado que a formação de um certo número de rótulas plásticas interrompe a continuidade da estrutura, formando um mecanismo.

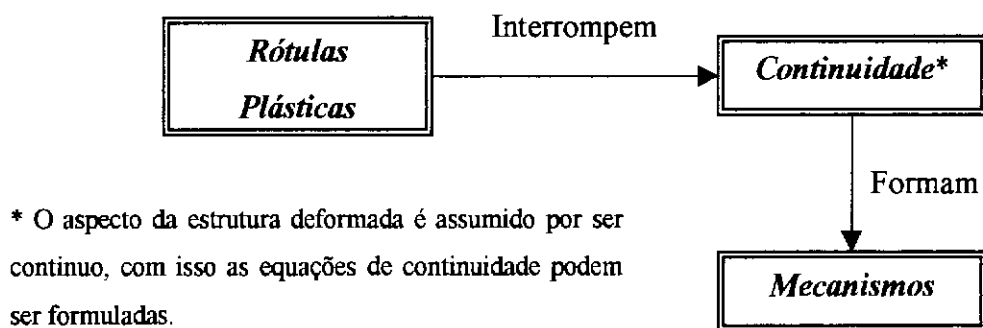


Figura 2- 4: Esquema para demonstração do Método Plástico.

Para o exemplo de uma viga de material elasto-plástico, conforme esquema da figura (2 -1), quando os momentos fletores são pequenos, a tensão normal máxima na viga é menor que f_y , a viga permanece nas condições ordinárias de flexão elástica, com distribuição linear das tensões.

Estão apresentados na figura (2 -5), os sucessivos estágios de plastificação de uma viga bi-apoiada com carregamento concentrado na região do meio do vão. Estes estágios de regiões plásticas são associados ao gráfico momento fletor vs. curvatura da figura (2- 6).

À medida que se inicia a plastificação da seção transversal da viga, figura (2- 5), as deformações nas fibras extremas da seção crescem e as deformações ultrapassam a deformação do início escoamento, figura (2- 5)(b). Entretanto, como consequência do escoamento, as tensões atuantes na seção permanecem praticamente constantes, conforme figura (2- 5)(c).

A região central da seção transversal da viga continua em regime elástico, enquanto que as fibras extremas são sucessivamente plastificadas, devido ao aumento do carregamento externo. Nas regiões em escoamento, o estágio das deformações das fibras extremas pode chegar a 10 ou 15 vezes a deformação correspondente ao

escoamento. Nesta configuração, o núcleo elástico na seção transversal quase desaparece. Assim, para todos os fins práticos, a viga atinge sua capacidade limite de resistência ao momento fletor, podendo-se imaginar a distribuição das tensões limite em duas partes retangulares, conforme apresentado na figura (2- 5)(e).

O momento fletor correspondente é denominado momento plástico, M_{pl} e representa o momento máximo que uma viga de material elasto-plástico pode suportar.

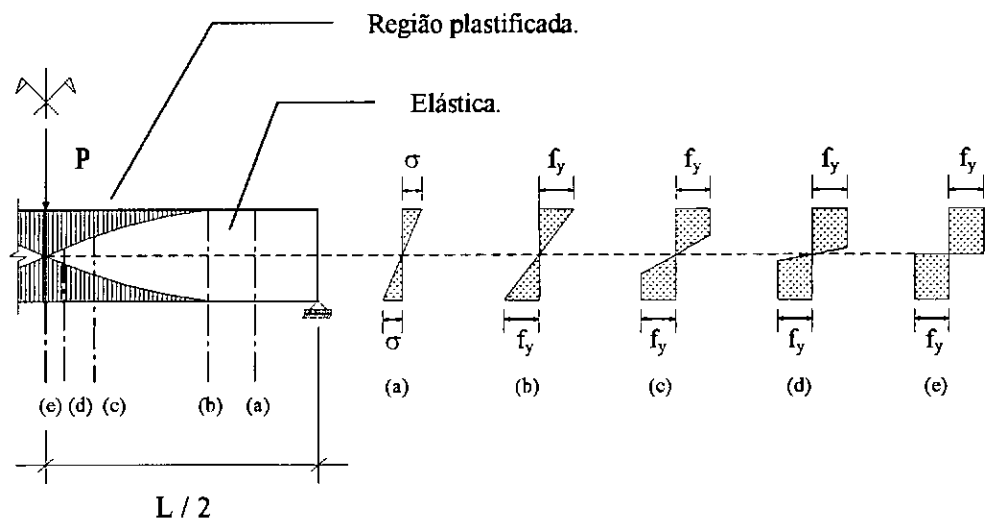


Figura 2- 5: Estágios de plastificação de uma seção transversal, adaptado de ASCE [4].

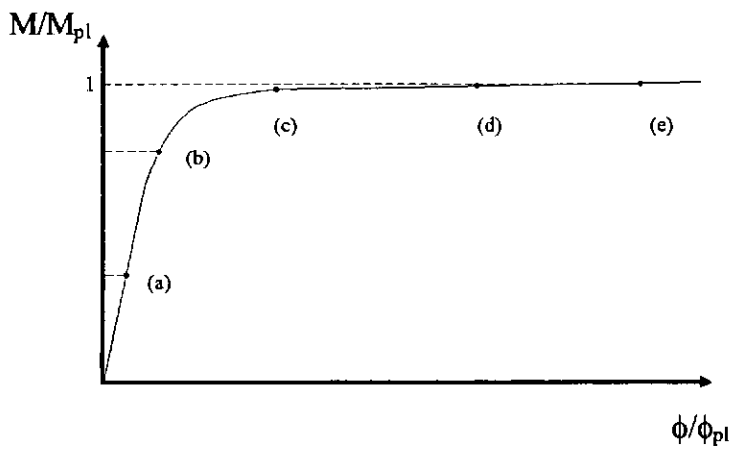


Figura 2- 6: Gráfico momento fletor/momento plástico vs. curvatura (adimensional).

2.2.7 Falha local dos elementos da seção

Na análise plástica está subentendido que a capacidade de flexão de uma estrutura aporricada estender-se-á até o nível do momento plástico total (M_{pl}), antes que

um número suficiente de rótulas plásticas tenham se desenvolvido para formar um mecanismo.

No entanto, será necessário que não ocorra nenhum tipo de instabilidade: flambagem local, flambagem à flexão de barras comprimidas ou flambagem lateral de barras fletidas.

A resistência à flambagem local da mesa comprimida, em perfis de abas largas, depende da razão largura-espessura, assim como das condições de contorno fornecidas pela alma da seção. Situação semelhante também ocorre na flambagem da alma.

No caso da resistência à flambagem lateral torsional, a solução depende da razão de esbeltez de contenção lateral da mesa comprimida .

O problema será então determinar as propriedades geométricas, preferencialmente na forma adimensional, as quais irão permitir aos elementos estruturais desenvolverem suas funções, para que a estrutura atinja a carga máxima calculada.

Apesar da flambagem local e global da barra, na fase elástica ou inelástica, serem manifestações do mesmo fenômeno, com efeitos de acoplamento de modos, geralmente são tratadas como problemas independentes. Isto se deve principalmente à complexidade do problema de instabilidade com acoplamento de modos de flambagem.

As prescrições da Norma Brasileira, NBR8800 [1], para análises e verificações no regime plástico são semelhantes às previstas pelas normas americanas, do American Institute of Steel Construction (AISC), Load Resistance Factor Design (LRFD), AISC/LRFD [2] e Allowable Stress Design (ASD), AISC/ASD [3]. Algumas considerações entre as normas citadas são avaliadas neste trabalho, conforme será apresentado no próximo item 2.3, Prescrições das Normas.

2.2.8 Plastificação concentrada vs. distribuída

Existem basicamente dois métodos para avaliação da análise plástica: a plastificação concentrada e a distribuída. A diferença básica entre esses métodos está na consideração do espraçamento da zona em escoamento.

O método de plastificação concentrada considera que todo elemento estrutural está sob regime elástico, exceto nas seções transversais onde formar-se-á a

rótula plástica. Por sua vez, o método da plastificação distribuída considera uma região parcialmente em escoamento na vizinhança da rótula plástica.

Quando esses métodos são avaliados em programas numéricos, existem algumas diferenças importantes que devem ser ponderadas. Para levar em consideração o espraio da zona plastificada, a plastificação distribuída demanda maior esforço computacional, estando baseada em modelo teórico mais complexo do que o modelo de rótulas plásticas concentradas. Por esta razão, o modelo de plastificação distribuída é mais utilizado em estudos científicos do efeitos da plastificação e na calibração de métodos simplificados de análise plástica. Esses métodos serão abordados a seguir, no item 2.4 deste trabalho.

A verificação da zona plástica espraída será considerada nesta pesquisa, no capítulo 3, e constitui uma ferramenta de grande importância para avaliação dos diversos resultados obtidos neste trabalho, os quais também serão apresentados no referido capítulo 3.

Por outro lado, o método da plastificação concentrada é mais simples e mais difundido nas aplicações práticas de engenharia. As zonas plastificadas são representadas por molas inelásticas, com comportamento não linear previamente calibrado através de formulações teóricas e embasamento experimental.

Os resultados obtidos com o uso do Método das Rótulas Plásticas são bastante satisfatórios e significativamente mais eficazes, pois demandam menor esforço numérico, sem perda de precisão nos resultados. O método de plastificação concentrada é apresentado em linhas gerais no item 2.4.5 e será posteriormente analisado e avaliado no capítulo 4.

2.3 PRESCRIÇÕES DAS NORMAS

2.3.1 Normas avaliadas

A Norma Brasileira NBR8800 [1], “*Projeto e execução de estruturas de aço de edifícios - Método dos Estados Limites*”, permite a análise estrutural pelo Método Plástico. No entanto, prescreve algumas recomendações de forma a garantir a segurança das estruturas para esse tipo de análise.

As recomendações brasileiras prescritas pela NBR8800 [1] são semelhantes às americanas do American Institute of Steel Construction (AISC), Load Resistance Factor Design (LRFD), [2] e Allowable Stress Design (ASD), [3], conforme será avaliado neste item.

A primeira indicação da NBR8800 [1] para análise em regime plástico é apresentada em seu item 3.2, onde está exposta a definição de análise plástica: *“Determinações dos efeitos das ações (esforço normal, momento fletor, tensões, etc.) em barras e ligações, baseada na hipótese de que os elementos da estrutura admitam a formação sucessiva de rótulas plásticas até atingir a hipostaticidade”*.

2.3.2 Esforços axiais

A NBR8800 [1] impõe algumas limitações nas solicitações axiais de barras: pilares, vigas e diagonais, quando usados como parte do sistema vertical de contraventamento. O item 4.9.2.1.2 daquela norma prescreve o valor máximo para as solicitações axiais, caso seja feita análise plástica:

$$N_d \leq 0,85 \cdot A_g \cdot f_y \quad (2- 5)$$

O item 4.9.2.2, para estruturas não contraventadas, prescreve que as solicitações axiais máximas de cálculo, caso seja feita análise plástica, não podem ultrapassar:

$$N_d \leq 0,75 \cdot A_g \cdot f_y \quad (2- 6)$$

Onde: A_g = área bruta da seção;
 N_d = esforço normal de cálculo (majorada);
 f_y = limite de escoamento do aço.

Os valores limites propostos pelas recomendações da Norma Brasileira, NBR8800 [1], descritos anteriormente, são os mesmos previstos pelas recomendações americanas do AISC/ASD [3], item N3, artigos 1 e 2, para estruturas contraventadas e não contraventadas, respectivamente.

2.3.3 Critérios básicos

O item 4.9.3 da NBR8800 [1] preconiza as condições necessárias a serem satisfeitas para que os esforços solicitantes possam ser determinados por análise plástica, em toda ou em parte de uma estrutura hiperestática. Em linhas gerais são as seguintes:

- a) O aço utilizado respeite a seguinte condição de resistência mecânica:
 $f_u \geq 1,25 f_y$. Segundo o AISC/ASD [3], item N2, o aço estrutural ASTM A36 (ASTM – “*American Society of Testing Materials*”) é qualificado para análise plástica. A NBR8800 [1], no anexo A-2.2, tabela 22, especifica os aços estruturais padrão ASTM permitidos, incluindo o ASTM A36. Cabe ainda ressaltar que o aço ASTM A36 é atualmente bastante especificado na prática de engenharia estrutural metálica no Brasil.

(Segundo o item N2 do AISC/ASD [3] os aços recomendados para análise plástica são: ASTM A36, A242, A441, A529, A572 e A588)
- b) O perfil deve ser da *CLASSE 1* (o significado de *CLASSE 1* será explicado no texto logo a seguir desta itemização);
- c) As barras sejam contidas lateralmente de modo a evitar a ocorrência de flambagem lateral por torção;
- d) Devem ser colocados enrijecedores de alma em seções onde atuam cargas concentradas e tenham sido prevista a formação de rótulas plásticas. Esta exigência também é apresentada no item N6 do AISC/ASD [3];
- e) As ligações que ocorram no corpo das barras sejam dimensionadas para:
 $1,1 \cdot M_d \leq 0,25 \cdot M_{d \text{ res}}$, onde: $M_{d \text{ res}}$ = momento fletor resistente de projeto;
- f) A análise plástica não deve ser usada em peças sujeitas à fadiga;
- g) Na análise estrutural deve ser levada em consideração a influência de deformações inelásticas, inclusive deslizamento em ligações, se necessário.

2.3.4 Perfis recomendados para análise plástica

Conforme foi mencionado no item “b” acima, as seções são designadas pela NBR8800 [1], como sendo de *CLASSE 1, 2, 3 ou 4*, dependendo da relação

largura/espessura de suas paredes componentes, sujeitos à compressão uniforme ou não. Tal designação é apresentada nas tabelas 1 e 2, item 5.1.2.1 da NBR8800 [1], onde encontramos ainda a recomendação de que os perfis *CLASSE 1*, ditos “*super compactos*”, são adequados para a análise plástica, pois permitem que seja atingido o momento de plastificação e a subsequente redistribuição de momentos fletores. Os perfis *CLASSE 1* podem ser utilizados desde que tenham um eixo de simetria, no plano de carregamento, quando sujeitos à flexão, e duplamente simétricos quando submetidos à compressão.

O AISC/ASD [3], também apresenta uma classificação para os perfis a serem adotados. São 3 categorias, divididas de acordo com a resistência à falha local dos elementos da seção transversal, quando submetidos a tensões de compressão. A categoria recomendada para análise plástica, semelhante à *CLASSE 1* da NBR8800 [1], possui relações largura/espessura de forma que não somente atinjam a total plastificação da seção transversal, mas também permaneçam estáveis durante a flexão com grandes rotações, até o início do endurecimento do aço.

As relações largura/espessura para os perfis recomendados para análise plástica, ditos *CLASSE 1*, propostas pelas normas brasileira e americana são semelhantes. No caso do aço ASTM A36, os valores nominais das propriedades de resistência mecânica são os seguintes:

- limite de escoamento do aço: $f_y = 250\text{Mpa}$;
- limite de resistência à tração do aço: $f_u = 400\text{Mpa}$;
- módulo de elasticidade: $E = 205000\text{Mpa}$.

Observa-se na tabela 1 do item 5.1.2.1 e item 5.5.2 da NBR8800 [1], e item N7 do AISC/ASD [3], as seguintes prescrições:

a) para a mesa do perfil:

$$\frac{b_f}{2 \cdot t_f} \leq 0,30 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2-7)$$

$$\frac{b_f}{2 \cdot t_f} \leq 8,5 \quad (2-8)$$

b) para a alma do perfil sob momento fletor puro:

$$\frac{h}{t_w} \leq 2,35 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2-9)$$

$$\frac{h}{t_w} \leq 67 \quad (2-10)$$

c) para a alma do perfil sob esforços combinados de momento fletor e normal:

$$\frac{h}{t_w} \leq 2,35 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \cdot (1 - 1,60 \cdot \frac{N_d}{\phi_c \cdot N_y}), \text{ para: } \frac{N_d}{\phi_c \cdot N_y} \leq 0,234 \quad (2-11)$$

$$\frac{h}{t_w} \leq 1,47 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}, \text{ para: } 0,234 < \frac{N_d}{\phi_c \cdot N_y} \quad (2-12)$$

$$\frac{h}{t_w} \leq 42 \quad (2-13)$$

Observa-se que para solicitações axiais baixas, com predomínio do momento fletor, a equação (2-11) converge para o valor da equação (2-9).

d) para a alma do perfil sob esforços cortantes, segundo a NBR8800 [1], item 5.5.2.

$$\frac{h}{t_w} \leq 1,08 \cdot \sqrt{\frac{k \cdot E}{f_y}} \quad (2-14)$$

$$k = 4 + \frac{5,34}{(a/h)^2}, \text{ para: } a/h < 1 \quad (2-15)$$

$$k = 5,34 + \frac{4}{(a/h)^2}, \text{ para: } a/h \geq 1 \text{ (} k = 5,34 \text{ para } a/h > 3) \quad (2-16)$$

Adotando-se $a/h > 3$ (logo: $k = 5,34$), valor usual adotado na prática de engenharia estrutural metálica, a relação largura/espessura para a alma fica:

$$\frac{h}{t_w} \leq 71 \quad (2-17)$$

Onde:

- b_f = largura da mesa;
- t_f = espessura da mesa;
- h = distância entre as faces internas das mesas dos perfis I;
- t_w = espessura da alma;
- N_d = esforço normal de cálculo (majorada);

- N_y = esforço normal de escoamento da seção;
- ϕ_c = coeficiente de resistência à compressão = 0,90;
- a = distância entre enrijecedores transversais;
- k = coeficiente de flambagem local.

Com o objetivo de padronizar e simplificar as análises deste trabalho, serão considerados perfis *CLASSE 1* aqueles que atendam aos valores mínimos das relações apresentadas anteriormente, equações: (2 -8) e (2 -13). Desta forma, utilizando-se valores conservativos, os limites para as relações largura/espessura para a mesa e a alma dos perfis são, respectivamente: $b_f/t_f=8,5$; $t_w/h=42$.

2.3.5 Contraventamento

Para as barras comprimidas verificadas pela análise plástica, deve ser observado o item 5.3.3 da Norma Brasileira, NBR8800 [1], que limita o parâmetro de esbeltez relativa, $\bar{\lambda}$, em $1,4 \cdot K$, de acordo com a formulação apresentada em 5.3.4.1, transcrita a seguir:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi} \cdot \frac{Kl}{r} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (2- 18)$$

$$\bar{\lambda} \leq 1,4 \cdot K, \text{ valor limite para análise plástica} \quad (2- 19)$$

$$\text{Logo: } \frac{l}{r} \leq 1,4 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \cong 126 \quad (2- 20)$$

Cabe salientar que, para as barras comprimidas verificadas no regime elástico o valor do índice de esbeltez ($\bar{\lambda} = K \cdot l/r$) fica limitado a 200, segundo o item 5.3.5 da NBR8800 [1]. Assim sendo:

$$\lambda = \frac{K \cdot l}{r} \leq 200, \text{ valor limite para análise elástica.} \quad (2- 21)$$

- Onde:
- λ = parâmetro de esbeltez para barras comprimidas;
 - l = comprimento real não contraventado;
 - r = raio de giração da seção transversal bruta;
 - K = coeficiente de flambagem, que determina o comprimento efetivo de flambagem da barra.

As barras de uma estrutura, fletidas em relação ao eixo de maior inércia e analisadas no regime plástico, devem ser contidas lateralmente de forma a impedir o deslocamento lateral e a torção nos locais de formação de rótula plástica, conforme prescrito no item 5.4.3.1 da NBR8800 [1].

O comprimento não contido lateralmente L_b , tomado entre a rótula plástica e a seção adjacente, não poderá ultrapassar o valor limite de L_p , dado a seguir para perfis I e H, ambos duplamente simétricos e fletidos segundo o eixo de inércia máxima. Cabe ressaltar que os valores propostos são análogos para as normas NBR8800 [1] e do AISC/ASD [3], itens 5.4.3.2 e N9, respectivamente.

$$L_p = \left(\frac{9480}{f_y} + 25 \right) \cdot r_y \quad \text{para } +1,0 > \frac{M_1}{M_2} > -0,5 \quad (2-22)$$

$$L_p = \frac{9480}{f_y} \cdot r_y \quad \text{para } -0,50 > \frac{M_1}{M_2} > -1,0 \quad (2-23)$$

Onde: r_y = raio de giração relativo ao eixo de menor inércia (a unidade de L_p será a mesma de r_y);

M_1/M_2 = relação entre o menor e o maior momento fletor de cálculo nas extremidades do comprimento destravado L_b , para a combinação de ações analisada. A relação M_1/M_2 é positiva quando a barra está sujeita à curvatura reversa, e negativa para curvatura simples.

De acordo com o item 5.4.3.3 da NBR8800 [1], na região da última rótula plástica a se formar e nas regiões adjacentes a uma rótula plástica, o comprimento não contido lateralmente L_b , não pode ultrapassar a L_p , dado a seguir para perfis I e H com dois eixos de simetria:

$$L_p = 1,75 \cdot r_y \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (2-24)$$

Verifica-se então que, para as vigas com contenção lateral contínua e vigas cujas seções não se aplica o estado limite de flambagem lateral com torção, assim como para as vigas com comprimento não contido lateralmente $L_b < L_p$, desde que não sejam barras onde haverá formação de rótula plástica, pois nestas barras aplica-se a equação (2-20), onde tem-se o valor de resistência de cálculo nominal ao momento fletor dado por:

$$M_n = M_{pl} = f_y \cdot Z \quad (2- 25)$$

Onde: M_n = resistência nominal ao momento fletor;
 M_{pl} = Momento de plastificação;
 Z = Módulo de resistência plástico.

2.3.6 Esforços cortantes

A resistência de cálculo de almas de perfis I, H, U e caixão, sob tensão cisalhante, fletidos em relação ao eixo perpendicular à alma, é igual a: $\phi_v V_n$, onde ϕ_v é o coeficiente de resistência ao esforço cortante, igual a 0,90, segundo a NBR8800 [1].

A formulação utilizada na avaliação do esforço cortante pela NBR8800 [1] leva em conta duas análises: elástica e plástica, diferindo uma da outra pelos fatores 0,55 e 0,60, respectivamente. Assim, temos que a resistência nominal V_n , para seções *CLASSE 1*, segundo a NBR8800 [1] itens 5.5.2 e 5.5.3, é dada por:

$$V_n = 0,60 \cdot A_w \cdot f_y \text{ (para análise elástica);} \quad (2- 26)$$

$$V_n = 0,55 \cdot A_w \cdot f_y \text{ (para análise plástica).} \quad (2- 27)$$

Onde: A_w = área efetiva de cisalhamento.

De forma análoga, o AISC/ASD [3] estabelece que a tensão média suficiente para completa plastificação, atuante na alma de uma seção I, sem enrijecedores, sob cisalhamento puro, pode ser expressa como indicado a seguir, baseado no critério de Von Mises:

$$\tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cong 0,577 \cdot f_y \quad (2- 28)$$

onde: τ_y = tensão cisalhamento correspondente ao início do escoamento.

Tem sido observado em alguns estudos, ASCE [4], que o momento plástico resistente de uma viga de seção I não é significativamente alterado, até que a alma da seção esteja efetivamente plastificada. Segundo o item N5 do AISC/ASD [3], nenhuma redução no momento plástico M_{pl} é necessária, pelo efeito de esforço cortante, se o esforço cortante majorado for igual ou inferior ao esforço cortante resistente de plastificação, V_{pl} , conforme equação abaixo:

$$V \leq V_{pl} \quad (2- 29)$$

$$V_{pl} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \cdot (h \cdot t_w) \cong 0,577 \cdot f_y \cdot (h \cdot t_w) \quad (2- 30)$$

Onde: h = altura livre entre mesas;

t_w = espessura da alma.

Conclui-se, com base na NBR8800 [1] itens 5.5.2 e 5.5.3 e equações: (2 -26) a (2 -30), apresentadas acima, e equação (2 -31) a seguir, que o momento total de plastificação M_{pl} , não terá seu valor reduzido para valores de esforço cortante, V , inferiores a V_{pl} .

$$V_n \leq 0,55 \cdot f_y \cdot (h \cdot t_w) \quad (2- 31)$$

2.3.7 Esforços combinados de momento fletor e esforço normal

Para análise de esforços combinados de momento fletor e esforço normal, as normas americanas, AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3], apresentam equações de interação para limitar as superfícies de escoamento. Tais superfícies podem ser utilizadas no dimensionamento estrutural em regime plástico realizados atualmente no Brasil, visto que a NBR8800 [1] não apresenta nenhuma equação ou recomendação para esse tipo de verificação.

A formulação ora mencionada, a ser apresentada neste item, será utilizada como base de verificação na análise de plastificação concentrada do método de rótula plástica. Fornecerá ainda subsídios para a avaliação dos resultados numéricos obtidos nesta pesquisa, apresentados no Capítulo 4 do presente trabalho.

A norma americana do AISC/LRFD [2] descreve no item H1, de forma objetiva, as equações de interação para verificação dos efeitos combinados de esforço normal (tração ou compressão, artigos 1 e 2, respectivamente) e dos momentos fletores, para seções prismáticas.

$$\frac{N}{\phi_c \cdot N_y} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M}{\phi_b \cdot M_{pl}} = 1,0, \text{ para: } \frac{N}{N_y} \geq 0,2 \quad (2- 32)$$

$$\frac{N}{2 \cdot \phi_c \cdot N_y} + \frac{M}{\phi_b \cdot M_{pl}} = 1,0, \text{ para: } \frac{N}{N_y} < 0,2 \quad (2- 33)$$

Os coeficientes de resistência ϕ , para a flexão, a compressão, a tração e o cortante são os mesmos prescritos pela NBR8800 [1].

Por sua vez, o AISC/ASD [3] apresenta no item N4 uma superfície de escoamento para esforços combinados (momento fletor e esforço axial) menos conservadora, adotada para a avaliação da redução do momento plástico último, M_{pl} , devido à presença do esforço normal. Esta superfície é a mesma proposta originalmente em publicação editada pela American Society of Civil Engineers, ASCE [4].

$$M = M_{pl}, \text{ para: } \frac{N}{N_y} < 0,15 \quad (2-34)$$

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{1,18M_{pl}} \leq 1,0, \text{ para: } \frac{N}{N_y} \geq 0,15 \quad (2-35)$$

Onde: N = esforço normal;

N_y = esforço normal de escoamento da seção;

M = momento fletor.

Na figura (2 -7), pode-se verificar as diferenças entre as duas superfícies: AISC/LRFD [2], equações (2 -32 e 33) e AISC/ASD [3], equações (2 -34 e 35).

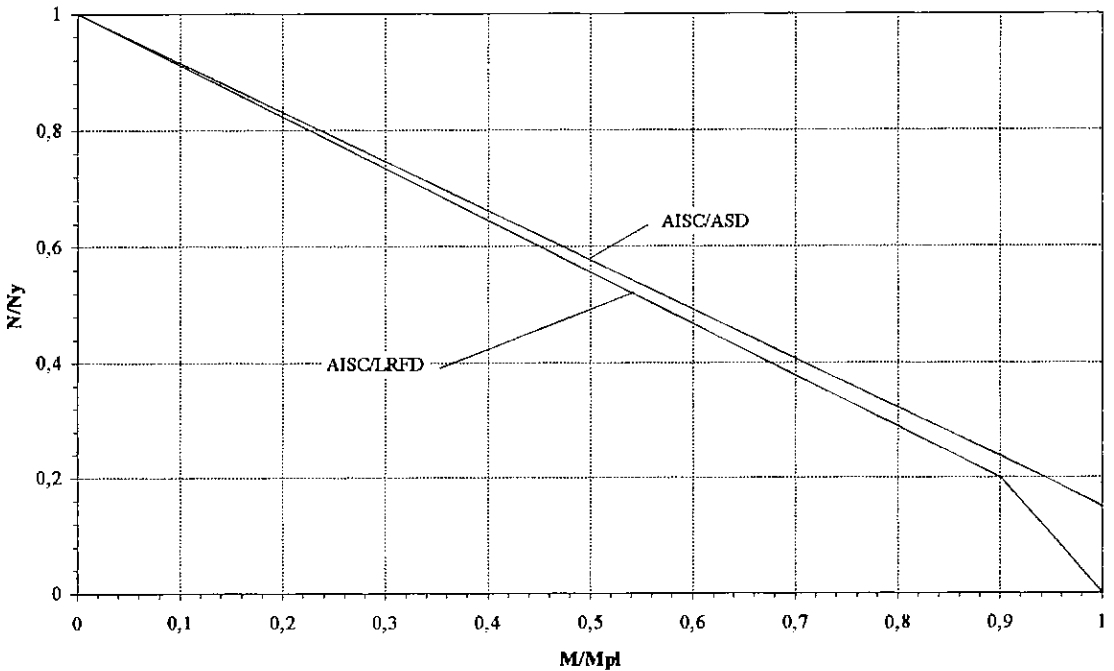


Figura 2- 7: Comparação entre as superfícies de escoamento propostas pelas equações de interação prescritas pelo AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3].

2.3.8 Valores limites

A Norma Brasileira NBR8800 [1], no item 5.6.2, prescreve valores limites de resistência de cálculo para barras a sujeitas à análise plástica. As recomendações são as mesmas propostas no item H2 do AISC/LRFD [2] e apresentadas a seguir:

a) Para o estado limite de escoamento sob efeito de esforço normal:

$$f_{dn} \leq \phi \cdot f_y \quad (2- 36)$$

$$\phi = 0,90$$

b) Para o estado limite de escoamento sob efeito de tensão cisalhante:

$$f_{dv} \leq 0,60 \cdot \phi \cdot f_y \quad (2- 37)$$

$$\phi = 0,90$$

c) Para os estados limites de flambagem:

$$f_{dn} \text{ ou } f_{dv} \leq \phi_c \cdot f_{cr} \text{ o que for aplicável} \quad (2- 38)$$

$$\phi_c = 0,90 \text{ (NBR8800);}$$

$$\phi_c = 0,85 \text{ (AISC/LRFD).}$$

Onde: ϕ = coeficiente de resistência;

f_{dn} = tensão normal;

f_{dv} = tensão de cisalhamento;

$f_{cr} = \rho f_y$, para tensões normais;

$f_{cr} = 0,60 \cdot \rho \cdot f_y$, para tensões de cisalhamento, ρ determinado de acordo com 5.3.4 da NBR8800 [1].

2.3.9 Conclusão

As recomendações da Norma Brasileira NBR8800 [1], para o cálculo plástico, seguem as prescrições das normas americanas do AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3]. A origem dessa analogia está no fato da Norma Brasileira ter sido desenvolvida com base naquelas normas americanas.

As informações citadas pelas normas completam-se e constituem uma importante fonte de conhecimento para a elaboração de um projeto seguro e econômico no regime plástico.

2.4 MÉTODOS DE ANÁLISE PLÁSTICA

Semelhante ao dimensionamento elástico em estados limites previsto pela Norma Brasileira, NBR8800 [1], para o qual os engenheiros utilizam tabelas, gráficos e fórmulas para cada caso de análise, é possível desenvolver procedimentos relativamente simplificados para o dimensionamento com base na carga limite plástica. Algumas destas técnicas para o cálculo plástico têm sido ilustradas em manuais práticos de dimensionamento e normas ASCE [4], AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3]. Programas de computador têm sido desenvolvidos para facilitar o uso da Teoria da Plasticidade simplificada, muitas vezes acoplados a otimizadores de peso mínimo total, os quais quando utilizados de forma adequada produzem ótimos resultados, conforme os citados em MURRAY et al. [14], TOAKLEY [15], KAWAI [16] e THÜRLIMANN [17].

Com o intuito de exemplificar tais técnicas e simplificações, nos itens seguintes serão apresentados de maneira simples e expedita três importantes métodos de análise plástica, baseados na Teoria da Plasticidade simplificada, como também dois métodos direcionados para aplicações numéricas. Alguns autores apresentam procedimentos e métodos de análise plástica, podendo-se citar, como referência, as seguintes bibliografias: NEAL [18], PRAGER [19], BROEK [20], BEEDLE et al. [21] e DOLPHIN et al [22].

2.4.1 Método do Mecanismo

O objetivo do Método do Mecanismo é o de selecionar, dentre todos os possíveis modos de colapso, um que corresponda à mais baixa carga limite plástica.

Uma avaliação dos momentos fletores deve ser usada para verificar se a condição de momento plástico não é violada ($M \leq M_p$). Os dois principais passos do Método do Mecanismo são:

1. Encontrar a posição das possíveis rótulas plásticas. Essas rótulas podem formar-se em seções de momento fletor máximo, isto é, pontos onde o esforço cortante é nulo ou descontínuo. Como por exemplo, sob cargas concentradas.
2. O próximo passo é selecionar para investigação os vários possíveis mecanismos de colapso.

O mecanismo de colapso correto será aquele que resultar no menor carregamento. Isto porque, qualquer carregamento superior permitiria a violação da condição de momento plástico.

O carregamento que corresponde a cada um dos mecanismos possíveis pode ser computado por deslocamentos virtuais, ou seja, utilizando-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais.

Para ter certeza que outros mecanismos não foram omitidos e que o valor encontrado é a verdadeira carga plástica limite, deve ser feita uma avaliação dos momentos fletores ao longo da estrutura. Uma maneira eficiente de se fazer esta verificação é a construção do diagrama de momentos fletores, verificando se a condição $M \leq M_{pl}$ é válida em toda a estrutura. Desta forma, pode-se afirmar que a carga plástica encontrada anteriormente é a carga limite plástica.

2.4.2 Método Estático

O Método Estático de análise é o sugerido para vigas contínuas e pórticos simples. O objetivo desse método é o de encontrar um possível diagrama de momentos fletores, para o qual a condição de momento plástico não é violada, $M \leq M_{pl}$, e a carga máxima possível está associada à transformação da estrutura em um mecanismo plástico.

O procedimento adotado para se chegar à carga máxima sobre a viga é obtido aumentando-se o carregamento em incrementos, até que atinja-se o primeiro momento de plastificação. Como é o caso da viga apresentada na figura (2- 8). Após a plastificação das seções sobre o apoios, ao aumentar-se a carga uniformemente distribuída, observa-se a formação de uma nova rótula plástica no meio do vão, formando-se assim o mecanismo.

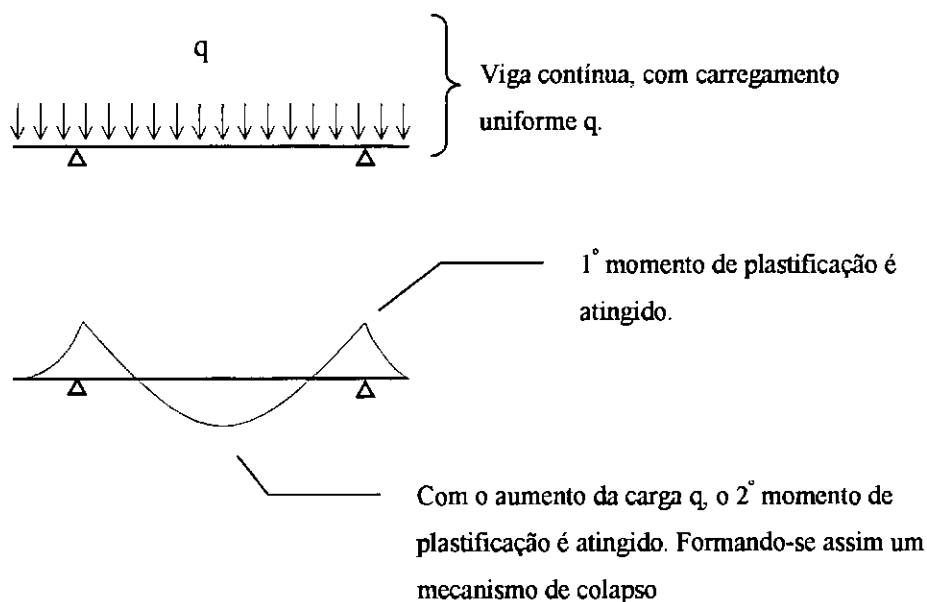


Figura 2- 8: Método Estático de análise aplicado em uma viga contínua.

Apesar do Método Estático ser muito simples quando aplicado em vigas contínuas, é ineficiente para pórticos com mais de um grau de hiperestaticidade. Para tais estruturas deve-se utilizar outros métodos, como por exemplo o Método de Balanceamento dos Momentos.

2.4.3 Método de Balanceamento dos Momentos

O Método de Balanceamento dos Momentos é o que melhor se adapta no dimensionamento de pórticos retangulares de um ou mais pavimentos, sendo similar ao Método Estático mas consideravelmente mais versátil.

O objetivo é o de encontrar, na estrutura, a distribuição de momentos fletores que equilibra as cargas aplicadas. As dimensões dos perfis podem, então, ser determinadas com base neste diagrama de momento fletor. O método envolve os seguintes passos:

1. Selecionar uma distribuição de momentos fletores tal que cada membro e andar individual estejam em equilíbrio. Somente os nós podem não estar em equilíbrio.
2. Balancear os momentos fletores nos nós de forma a encontrar o equilíbrio (balanceamento dos nós). A distribuição relativa para os elementos

individuais depende do julgamento do projetista, influenciado pelo objetivo do dimensionamento (projeto).

3. Restaurar o equilíbrio dos elementos, ajustando os momentos fletores com o carregamento atuante em cada membro (viga).
4. Restaurar o equilíbrio nos pavimentos, ou lado do pórtico, ajustando os momentos fletores de extremidade das colunas. Similar ao terceiro passo, a distribuição relativa é arbitrária.

O quarto passo poderá levar em conta um desbalanceamento dos momentos fletores nodais. Se necessário, repetir passos 2, 3 e 4 até atingir o equilíbrio. Com isso, uma certa distribuição de momentos fletores é obtida, de acordo com o objetivo de projeto, como por exemplo, o peso mínimo da estrutura. É possível tentar outras combinações e selecionar uma que melhor se adapte ao objetivo proposto.

Apesar do Método de Balanceamento dos Momentos ser o mais indicado para dimensionamento/projeto, ele também pode ser usado em análises para obter os momentos fletores finais na mesma razão como estão os momentos fletores resistentes na estrutura.

Em aplicações práticas do Método de Balanceamento, muitas técnicas de simplificação podem ser empregadas, as quais são análogas às usadas na distribuição convencional dos momentos fletores, podendo-se citar, por exemplo, o uso de diagramas.

2.4.4 Método da Integração Numérica

Alguns métodos utilizados na análise direta de estruturas foram apresentados nos itens anteriores. Porém, as condições de dimensionamento previstas pelas normalizações em vigor, brasileira e americana, impõem condições complexas a serem seguidas na avaliação estrutural. Estas condições, como por exemplo as equações para esforços combinados, citadas no item 2.3-7 deste trabalho, necessitam de um processo iterativo de tentativa e erro para atingirem o resultado esperado.

Para efeito de prática de engenharia estrutural, um processo iterativo torna-se inviável sem o uso de programas numéricos automáticos, os quais, atualmente, podem ser considerados de simples utilização.

Pacotes de programas de elementos finitos estão bastante divulgados e constituem prática corrente de análise estrutural. O Método da Integração Numérica

utiliza os *solvers* destes programas para obter uma solução mais precisa do efeito de plastificação. Em linhas gerais, os *solvers* podem ser definidos como a parte de um programa estrutural de Elementos Finitos onde são resolvidos os sistemas de equações lineares.

O Método da Integração Numérica é dito “exato” na avaliação do momento-curvatura, pois considera o espraçamento da zona plástica, além da capacidade de considerar efeitos não lineares físicos e geométricos com alto grau de refinamento. Os resultados mais acurados alcançados com o uso do Método de Integração Numérica são obtidos às custas de um considerável aumento na complexidade do problema.

Um processo incremental-iterativo deve ser usado, não somente para determinação das condições de contorno, mas também para determinar as relações entre os valores de momento fletor e curvatura, os quais tendem a comportarem-se não linearmente. Por essas razões, esse método tem somente sido usado na análise de casos especiais ou para a calibração de outros métodos.

O Método da Integração Numérica foi utilizado na presente pesquisa, com resultados apresentados no capítulo 3, com o objetivo de avaliar o Método das Rótulas Plásticas, igualmente apresentado nesta pesquisa, no capítulo 4.

O método que melhor se adapta aos avanços computacionais existentes, é o Método das Rótulas Plásticas, pela capacidade de associar precisão e simplicidade.

2.4.5 Método das Rótulas Plásticas

Devido à simplicidade do modelo adotado, o Método das Rótulas Plásticas é o mais indicado para aplicações em Engenharia Estrutural. O trabalho adicional envolvido em métodos teóricos ou numéricos, tidos como mais “exatos”, não se justificam pela precisão obtida, exceto para propósitos especiais de pesquisa.

O Método das Rótulas Plásticas assume que a estrutura tem apenas regiões elásticas e rótulas plásticas localizadas. Isto permite o uso de equações lineares para determinação da curvatura, na forma da equação dada abaixo. As condições de contorno são modificadas, ao longo da análise, de forma a permitir a liberação da deformação de rotação nas rótulas plásticas.

$$\frac{d^2 v}{dx^2} = \frac{M}{E \cdot I} \quad (2- 39)$$

Outros métodos utilizam técnicas mais precisas para representação da relação momento fletor/curvatura e propriedades do aço, permitindo obter um pequeno aumento na precisão do cálculo das deflexões. No entanto, este aumento na precisão, conforme foi mencionado no item anterior, é obtido às custas de um considerável aumento na complexidade do modelo.

Estruturas mais complexas foram analisadas pelo Método das Rótulas Plásticas, com razoável semelhança entre as avaliações estruturais teóricas e testes, conforme pode ser verificado nas análises sugeridas por diversos autores: SYMONDS et al. [23], DRISCOLL [24], DRISCOLL [25], LU et al. [26], SYMONDS et al. [27]. Dos resultados apresentados na literatura especializada, conclui-se que, para a maioria dos casos práticos, o Método das Rótulas Plásticas é recomendado.

Programas numéricos podem ser formulados utilizando os diversos métodos conhecidos de análise plástica. Porém, de acordo com sugestões citadas em WANG [28], PARIKH [29] e HARRISON [30], o Método das Rótulas Plásticas tem se mostrado mais prático.

O Método das Rótulas Plásticas é apresentado com detalhe neste trabalho, no capítulo 4.

Capítulo 3

Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas

3.1 INTRODUÇÃO

No passado, o melhor artesão era aquele que melhor conhecia e dominava as suas ferramentas de trabalho. Ele era capaz de produzir precisamente artefatos de qualidade, bem superiores aos demais.

Assim como no passado, o engenheiro estrutural dos dias de hoje também deve possuir um profundo conhecimento da ferramenta computacional que ele utiliza. Esse conhecimento permitirá que obtenha os resultados esperados, com maior precisão e menor esforço numérico.

Os estudos com modelos de elementos finitos vêm sendo apresentados e aplicados nos diversos programas disponíveis nos dias atuais. As formulações numéricas apresentadas, quando bem conhecidas, servem como ferramentas muito poderosas para o dimensionamento estrutural corrente da prática de engenharia, bem como para estudos e pesquisa em análises avançadas.

Muitas vezes, em pesquisas, parte-se diretamente para o início das análises e verificações estruturais. Em análises numéricas esta solução nem sempre é o melhor caminho, pois problemas mais sofisticados requerem maiores conhecimentos do instrumento de trabalho. Em análises não lineares, pequenas diferenças entre o modelo numérico e o fenômeno real, se menosprezadas, podem conduzir a resultados opostos.

A mensagem que desejamos transmitir é a seguinte: quanto maior o conhecimento da ferramenta de cálculo, mais confiável e aprimorado será o resultado obtido.

O principal objetivo deste capítulo é a avaliação do desenvolvimento das zonas plásticas em perfis metálicos, a fim de conferir os modelos simplificados de rótulas concentradas com os resultados dos modelos baseados no Método dos Elementos Finitos. Para tal avaliação utilizou-se uma ferramenta numérica bastante poderosa.

3.1.1 Programa usado na avaliação numérica

Para as verificações realizadas nesta pesquisa utilizou-se o software ANSYS disponível através do Núcleo de Atendimento em Computação de Alto Desempenho da COPPE, NACAD, habilitado para análises não lineares física e geométrica. O manual do programa foi inúmeras vezes consultado, ANSYS [6].

O “pacote Ansys” é composto por vários programas auxiliares, como por exemplo, um processador gráfico para elaboração da malha de elementos finitos e visualização dos resultados após a análise. Outro recurso bastante aproveitado foi o pós-processador tipo *time-history*, através do qual é possível construir tabelas e gráficos com respostas ao longo dos incrementos de carga.

O programa é largamente utilizado na prática da engenharia estrutural e mostrou-se eficiente, preciso e amigável. Cabe adiantar que os resultados obtidos são considerados bastante satisfatórios.

3.2 MODELO PARA IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

3.2.1 Primeiros testes: viga de seção retangular

A primeira análise numérica testada foi uma viga de seção retangular bi-apoiada, com características da alma de um perfil CVS 300 x 70 ($h = 28,9$ cm e $t_w = 1,6$ cm, vão livre = 3 m), sob carregamento uniformemente distribuído. Apesar das seções retangulares não representarem aplicações práticas no estudo de vigas em estruturas metálicas, o uso deste tipo de seção retangular, por ser simples e de resultados rápidos, serviu para entendimento e familiarização dos critérios utilizados pelo programa na análise não linear da plastificação.

O primeiro obstáculo a ser vencido foram as condições de contorno. Os primeiros testes com apenas um nó restringido em cada apoio produziram resultados

incorretos, devido à concentração de tensões na região restringida, conforme apresentado na figura (3- 1). Esse problema foi contornado, distribuindo-se as condições de contorno ao longo da altura da seção transversal.

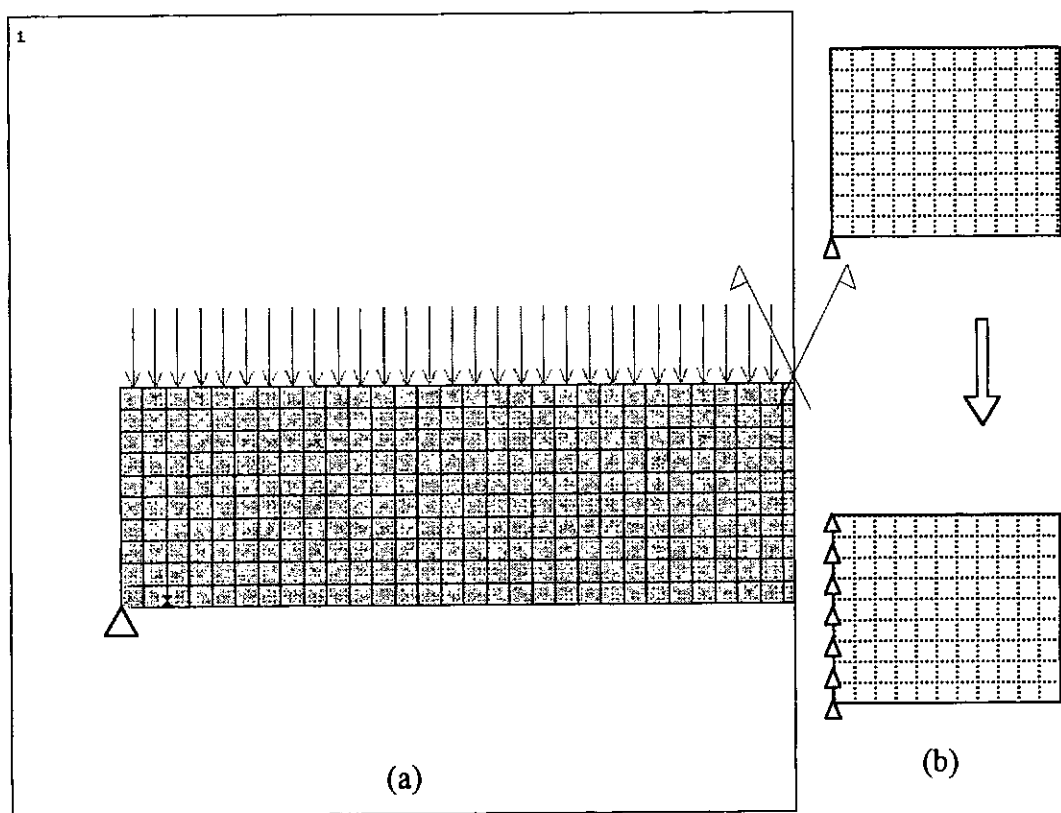


Figura 3-1: Primeiro teste viga bi-apoiada com carregamento uniformemente distribuído. (a) Modelo numérico com apenas um apoio, (b) esquema estrutural representando distribuição dos apoios.

Observou-se, no entanto, que a convergência numérica não era plenamente satisfatória. O valor das tensões ultrapassavam o estipulado pelo critério de falha, de Von Mises, TIMOSHENKO [31].

Inicialmente, recorreu-se ao refinamento da malha e muitos modelos foram testados, mas os resultados não apresentavam melhorias. Outra solução testada foi a mudança nas estratégias de carregamento, aumentando-se progressivamente o número de incrementos de carga e iterações intermediárias. Os novos resultados obtidos, resultaram em melhor convergência, mas, ainda não satisfatórios, além do tempo de solução da análise ter aumentado substancialmente, tornando o processo extremamente lento, praticamente inviável.

A solução foi encontrada alterando-se a formulação do elemento utilizado, em outras palavras, um novo elemento finito foi adotado. O novo elemento, *PLASTIC SHELL 181*, mostrou-se muito mais eficiente do que o anterior, *PLASTIC SHELL 43*. Uma descrição sumária das propriedades do elemento *PLASTIC SHELL 181* está descrita no apêndice A.

A diferença principal entre os dois elementos testados, *PLASTIC SHELL 43* e *PLASTIC SHELL 181*, baseado em informações do manual do programa Ansys, ANSYS [6], está na capacidade do *PLASTIC SHELL 181* de adaptar-se melhor às simulações onde ocorrem erros de convergência, principalmente àquelas envolvendo flexões em planos distintos. Vale lembrar que as simulações propostas nesta pesquisa não são usuais da prática de engenharia.

Com essa mudança, o tempo de análise pôde ser reduzido em aproximadamente 90%, com obtenção de resultados bastante eficientes. Não foi observada nenhuma violação do critério de falha de Von Mises, TIMOSHENKO [31], por plastificação.

Pode-se afirmar que a análise das vigas seção I seria impossível sem a adoção do elemento *PLASTIC SHELL 181*, conforme será abordado nos próximos itens.

Aproveitando a simplicidade do modelo de viga com seção retangular, muitos tipos de solução numérica disponíveis pelo programa foram testadas. A mais indicada para o tipo de análise e comprovada por testes numéricos foi a *frontal solver*, recomendada para análise não linear e o método *full Newton-Rapson, adaptive solver on*. Outras informações sobre os métodos de solução adotados neste trabalho estão apresentados no Apêndice B.

Do mesmo modo, alguns parâmetros de entrada de dados para avaliação do modelo não linear do material também foram analisados. O que melhor adaptou-se ao tipo de análise, elemento de casca adotado e propriedades do aço foi o *bi-linear isotropic*. As propriedades inerentes ao modelo adotado para solução não linear física do material estão descritas no Apêndice C.

Em resumo, muitos testes preliminares foram executados com o programa. O tempo despendido nessa etapa da pesquisa, apesar de extenso, foi fundamental para o entendimento da ferramenta numérica adotada. Os conhecimentos adquiridos serviram como subsídio para as futuras avaliações propostas neste trabalho.

3.2.2 Introdução das mesas: viga I

Apesar das respostas positivas obtidas com a viga de seção prismática retangular, o objetivo principal deste estudo não pode ser desviado. Os elementos estruturais largamente especificados e padronizados para construção metálica são os de seção transversal tipo I.

A introdução, no modelo numérico, das mesas inferior e superior torna a análise mais complicada. O problema principal está na avaliação da integração numérica ao longo da espessura das mesas, pois nesse caso, a flexão se dá fora do plano de carregamento. O tipo de elemento primeiramente testado, *PLASTIC SHELL 43*, não permite esse tipo de análise. Por sua vez, o elemento *PLASTIC SHELL 181* é capaz de desenvolver esse tipo de análise com apenas um único elemento por espessura. Para isso, devem ser observados parâmetros próprios do programa, como por exemplo o *full integration*, descrito no Apêndice A. O uso de um único elemento por espessura simplifica consideravelmente o modelo numérico.

O programa calcula tensões em planos ao longo da espessura do elemento, mais precisamente nos pontos de integração. No caso do *PLASTIC SHELL 181* são cinco pontos de integração. As respostas são apresentadas em três planos, designados pelo programa como: *top*, *middle* e *bottom*. Mesmo tendo em mente que as diferenças entre os valores de tensões são desprezíveis para mesmos elementos, não influenciando na avaliação da plastificação destes, os resultados apresentados neste trabalho foram diferenciados da seguinte forma: para as mesas adotou-se os valores de tensões nas fibras extremas enquanto que na alma adotou-se os resultados centrais, apesar de, no caso específico da alma, não haver diferença entre os três pontos, visto que o carregamento é simétrico no plano de flexão.

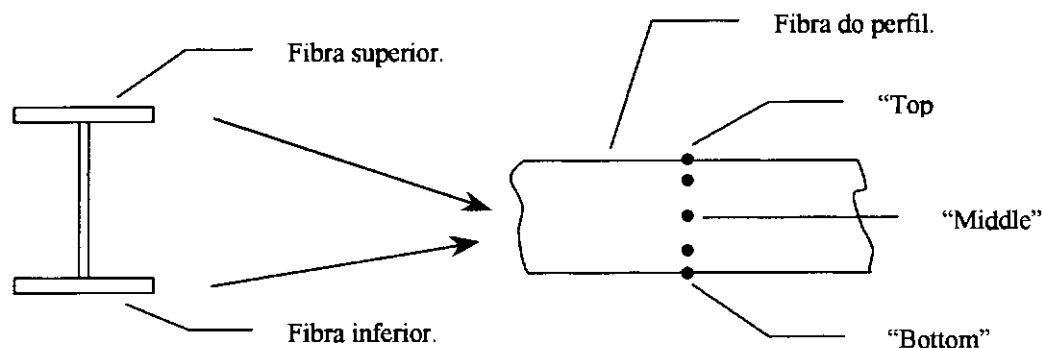


Figura 3-2: Pontos de integração de Gauss ao longo da espessura do elemento *PLASTIC SHELL 181*.

Os testes preliminares com o modelo de viga com seção I demonstraram que o refinamento da malha adotada é satisfatório. Embora uma melhora no refinamento represente uma maior precisão nos resultados, o aumento do tempo de análise não compensa a pequena diferença de precisão observada.

A verificação do início do escoamento pelo método numérico é uma das bases fundamentais na análise de plasticidade. O entendimento dos critérios adotados pela ferramenta numérica são igualmente fundamentais. No item a seguir algumas particularidades do critério de falha são apresentadas.

3.2.3 Verificação da plastificação: critérios de falha

O critério de escoamento determina o nível de tensão no qual o comportamento plástico se manifesta. Para um estado múltiplo de tensões, o critério de escoamento é representado como uma função de componentes individuais de tensões, $f(\{\sigma\})$, o qual pode ser interpretado como uma tensão equivalente, σ_e .

A tensão equivalente é a responsável pelo início ou não do estado plástico. Quando o material apresenta tensão equivalente abaixo do limite de escoamento, f_y , o material terá comportamento elástico. Obviamente para esforços atuantes responsáveis por tensões superiores ao limite de escoamento f_y , o comportamento será plástico e o material irá desenvolver-se de acordo com as relações de tensão-deformação. É importante observar que a tensão equivalente nunca poderá exceder f_y , na qual as deformações plásticas ocorrerão instantaneamente. Desse modo o programa Ansys reduz o estado de tensão atuante para a tensão correspondente ao escoamento do material f_y . Com isso fica satisfeito o critério de escoamento.

O critério de falha empregado na previsão do início do escoamento é o de Von Mises, TIMOSHENKO [31], o qual é sem dúvida a melhor teoria de falha para materiais dúcteis.

A teoria de Von Mises originou-se da observação que materiais dúcteis independentes do estado hidrostático teriam tensão de escoamento superiores aos valores fornecidos por ensaios de tração uniaxial simples.

O critério de Von Mises somente é válido até o início do escoamento. Com o aumento dos esforços internos, as tensões são redistribuídas para regiões menos carregadas da seção, que ainda permanecem sob comportamento elástico. Nas regiões

plásticas, as deformações causadas pelo aumento de carga crescem de forma não linear e rapidamente

A equação usada pelo programa Ansys na determinação da tensão equivalente é a seguinte:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \quad (3-1)$$

onde: σ_1 , σ_2 e σ_3 são as tensões principais.

Ou ainda, em função das tensões nominais, para um estado plano de tensões:

$$\sigma_{vm} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \cdot \sigma_y + 3 \cdot \tau_{xy}^2} \quad (3-2)$$

onde: σ_x e σ_y = tensões normais nas direções x e y respectivamente;

τ_{xy} = tensão cisalhante no plano xy.

Deve-se portanto ter em mente que o critério de falha adotado pelo programa Ansys é o critério de Von Misses. Esta consideração deverá ser ponderada, nas comparações entre os resultados obtidos com o programa Ansys e a Teoria da Plasticidade simplificada, a qual é inteiramente baseada nas tensões normais na direção longitudinal x, σ_x .

Conhecendo-se melhor os critérios de falha, as limitações do programa de análise estrutural e suas características, pode-se utilizar a ferramenta numérica para determinação de outras propriedades em análise plástica. Uma das propriedades mais importantes no estudo do Método Plástico para estruturas metálicas é o momento plástico.

3.2.4 Determinação do momento plástico pelo modelo numérico

Todo o estudo da análise de plasticidade desenvolvido neste trabalho depende da determinação do momento plástico. Em uma análise numérica refinada o valor do momento plástico não pode ser determinado pela Teoria da Plasticidade simplificada, onde se admite que: $M_{pl} = Z \cdot f_y$.

As diversas avaliações numéricas comprovam a existência de uma zona elástica localizada na região central da alma da viga que, mesmo com aumento

significativo do carregamento, não é eliminada facilmente. Em outras palavras, não é simples a obtenção de uma plena plastificação da seção transversal.

A figura (3- 3) a seguir, ilustra melhor a distribuição de tensões em uma viga de seção transversal retangular, bi-engastada, onde também é possível observar o espraio da zona plástica na formação de duas rótulas plásticas, sendo a primeira no apoio e a segunda formada no meio do vão.

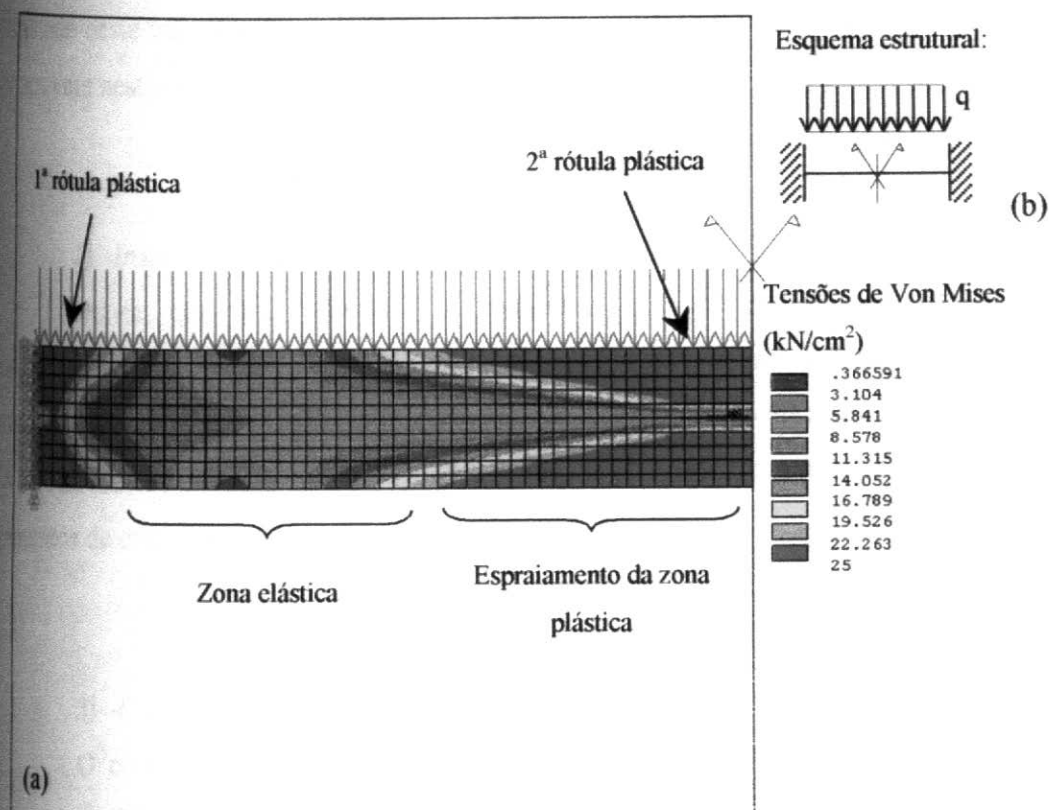


Figura 3- 3: Momento plástico obtido com o modelo numérico, (a) modelo numérico; (b) esquema estrutural.

No entanto, o momento plástico precisa ser determinado. Algumas estratégias foram usadas neste trabalho para determinação do momento plástico através da ferramenta numérica. As principais formas foram as seguintes:

1) Controle de tensões na zona plastificada

De posse dos resultados pós-processados do modelo pode-se verificar, nas regiões onde está prevista a formação de rótula plástica, se a seção está plenamente plastificada, semelhante ao apresentado na figura (3 -3).

Este método de verificação não é muito eficiente, pois, como não é simples se obter uma seção transversal plenamente plastificada, a qual corresponderia, segundo a Teoria da Plasticidade simplificada ao momento plástico, ficamos com um valor de momento plástico, M_{pl} , de certa forma subjetivo.

O uso do controle de deslocamentos auxiliou na verificação do fenômeno numérico da formação da rótula plástica sem a plastificação completa da seção, denominado neste trabalho como *Paradoxo da Plasticidade*. Tal fenômeno foi abordado anteriormente nesta pesquisa, no item 2.2.5.

2) Instabilidade numérica

Diz-se que foi atingido o momento plástico quando a análise é automaticamente interrompida pelo programa Ansys por erro de instabilidade numérica. Os resultados obtidos por este critério são razoáveis, mas para a obtenção de um valor mais preciso do momento plástico seria necessário um maior número de iterações e incrementos de carga, o que significa maior tempo de análise.

3) Controle de rotações ou deslocamentos nodais

O controle dos deslocamentos nodais foi a melhor maneira testada para obter-se a configuração de carregamento responsável pelo momento plástico último. Assume-se a formação da rótula plástica quando os deslocamentos são relativamente grandes comparados com o início da plastificação. As respostas carga vs. deslocamentos correspondentes às diversas etapas de carregamento são avaliadas através da construção de gráficos, com os valores armazenados para todos os incrementos de carga.

Com o auxílio destes gráficos pode-se observar o comportamento não linear do elemento estrutural em questão, no início da formação da rótula plástica e, em seguida, a instabilidade generalizada provocada pelas grandes deformações.

Os gráficos usualmente apresentados na literatura para esse tipo de verificação são do tipo momento fletor vs. rotação, normalizados para o momento plástico e rotação referente ao início de plastificação (M_{pl} e ϕ_y , respectivamente).

Em particular, para seções com momentos fletores aplicados, os valores correspondentes à rotação nem sempre são confiáveis, pois apresentam grandes diferenças entre os diversos nós ao longo da seção, devido à influência localizada do

esforço de momento fletor aplicado. Por outro lado, os deslocamentos verticais possuem valores bem próximos, figura (3- 5), visto que a estrutura apresenta deformada bem definida nas regiões de momento fletor aplicado.

Como os gráficos apresentados neste trabalho serão adimensionais e normalizados, podem ser adotados os valores de deslocamentos verticais ao invés dos valores de rotação. Para o caso de vigas em balanço, por exemplo da figura (3- 4), tem-se a seguinte verificação:

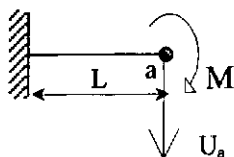


Figura 3- 4: Viga em balanço engastada, com momento fletor aplicado.

$$\text{Rotação: } \phi_a = -\frac{ML}{EI} \quad (3- 3)$$

$$\text{Flecha: } U_a = \frac{ML^2}{2EI} \quad (3- 4)$$

Para ϕ_y e U_y , correspondentes aos valores da rotação e deslocamento no início do escoamento, respectivamente, obtém-se os seguintes valores adimensionais, ϕ_a/ϕ_y e U_a/U_y :

$$\frac{\phi_a}{\phi_y} = \frac{-\frac{ML}{EI}}{-\frac{M_y L}{EI}} = \frac{M}{M_y} \quad (3- 5)$$

e para os deslocamento:

$$\frac{U_a}{U_y} = \frac{\frac{ML^2}{2EI}}{\frac{M_y L^2}{2EI}} = \frac{M}{M_y} \quad (3- 6)$$

Ou seja, é possível utilizar os deslocamentos verticais ao invés das rotações para determinação numérica do momento plástico.

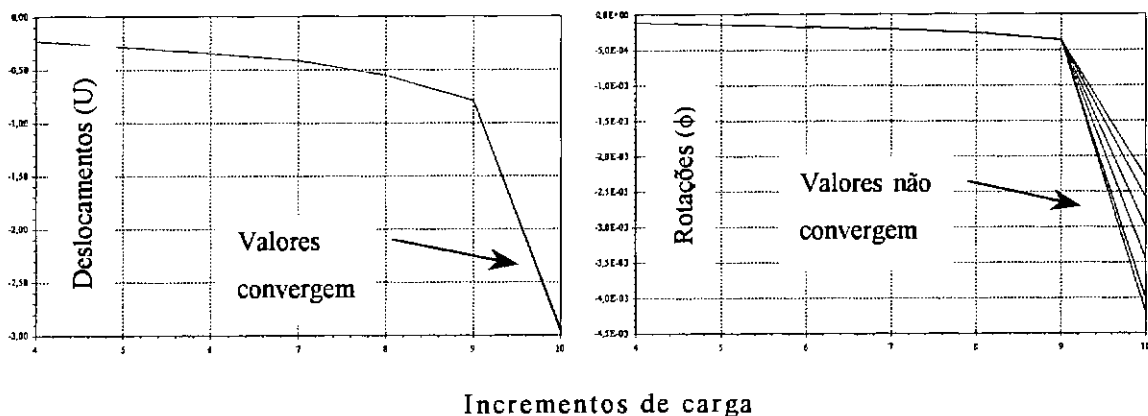


Figura 3- 5: Comparação entre valores de deslocamento e rotações, calculados para os vários elementos de casca que compõem uma dada seção transversal de uma viga sob flexão.

A solução adotada para a determinação do momento plástico com o modelo numérico contempla tanto os deslocamentos quanto as tensões. Os deslocamentos transversais calculados devem ser elevados, caracterizando a perda de rigidez e a formação da rótula plástica. Por sua vez, as tensões de Von Mises, TIMOSHENKO [31], também devem ser avaliadas, chegando-se a uma distribuição de tensões ao longo da altura da seção praticamente plastificada, salvo uma pequena vizinhança ao longo da linha neutra, em regime elástico, que dificilmente é eliminada.

Conclui-se que, apesar da dificuldade encontrada na determinação do momento plástico por uma análise numérica não linear, alguns artifícios numéricos foram propostos no presente trabalho. Os resultados obtidos, quando comparados com a Teoria da Plasticidade simplificada, forneceram resultados satisfatórios. Tais resultados são apresentados nesta pesquisa no item 3.3.4.

Outros fatores são responsáveis pela redução do momento plástico, dentre eles pode-se destacar os esforços cortante e normal e as tensões residuais. Estes fatores serão tratados separadamente nos itens que seguem.

3.3 REDUÇÃO DO MOMENTO PLÁSTICO DEVIDO AO ESFORÇO NORMAL

3.3.1 Introdução

A Teoria da Plasticidade simplificada assume que um elemento estrutural, submetido à ação do momento fletor, suporta um certo momento limite, denominado momento de plastificação, M_{pl} , dependente somente das propriedades geométricas da seção transversal e da tensão de escoamento do aço. Quando a configuração de esforços aproxima-se do momento de início de plastificação, a rotação aumenta rapidamente e o comportamento estrutural, na seção em estudo, aproxima-se de uma rótula. A presença de força axial (esforço normal) tende a alterar essa situação.

Quando um elemento estrutural é submetido à ação combinada de momento fletor e esforço normal, o valor do momento plástico é reduzido para um valor inferior ao M_{pl} , conhecido como momento plástico reduzido.

O método de análise plástica deverá estar preparado para levar em conta esta redução. Mesmo que os efeitos de instabilidade estejam excluídos, os modelos verificados neste trabalho simulam com boa aproximação o comportamento real do fenômeno da plastificação em vigas-colunas curtas, submetidas à compressão.

O primeiro trabalho publicado sobre a influência do efeito do esforço axial na capacidade de plastificação de uma coluna curta ocorreu em 1931, conforme GIRKMANN [32]. Pode-se citar também os trabalhos publicados com informações sobre a análise e determinação do momento reduzido pelo efeito dos esforços normais: BAKER [33], RODERICK [34], HENDRY [35] e KETTER et al.[36].

3.3.2 Base para avaliação dos resultados

Para avaliação dos resultados numéricos obtidos, ao longo das análises, serão adotadas as prescrições previstas em normas e resultados teóricos.

As equações de interação apresentadas no capítulo 2, item 2.3.7 deste trabalho, constituem prescrições importantes previstas pelo AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3]. As equações estão apresentadas abaixo, onde omitiu-se os coeficientes de resistência:

AISC/LRFD

$$\frac{N}{N_y} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M}{M_{pl}} = 1,0, \text{ para: } \frac{N}{N_y} \geq 0,2 \quad (3-7)$$

$$\frac{N}{2 \cdot N_y} + \frac{M}{M_{pl}} = 1,0, \text{ para: } \frac{N}{N_y} < 0,2 \quad (3-8)$$

AISC/ASD

$$M = M_{pl}, \text{ para: } \frac{N}{N_y} < 0,15 \quad (3-9)$$

$$\frac{N}{N_y} + \frac{M}{1,18 M_{pl}} \leq 1,0, \text{ para: } \frac{N}{N_y} \geq 0,15 \quad (3-10)$$

A formulação teórica adotada para verificação da redução do momento plástico devido à presença do esforço axial foi apresentada em publicação da *American Society of Civil Engineers*, ASCE [4]. Esta formulação, baseada na avaliação das tensões combinadas de momento fletor e esforço normal, aplicada a uma seção retangular resulta na distribuição de tensões apresentada na figura (3-6).

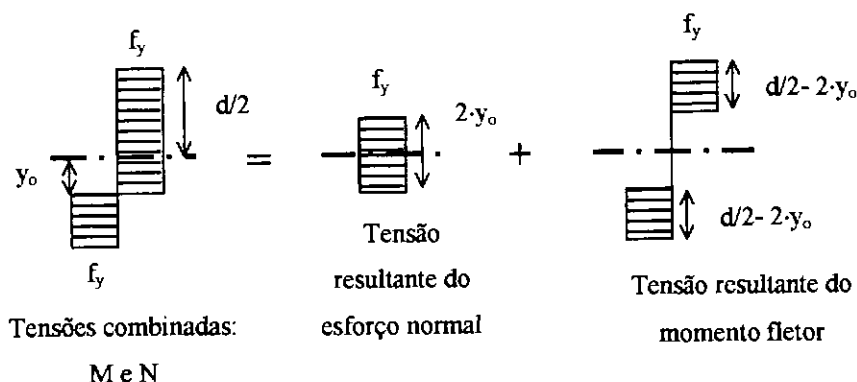


Figura 3- 6: Distribuição de tensões normais para efeito combinado de momento fletor e esforço normal.

O valor do momento plástico reduzido, para qualquer seção transversal, pode ser obtido com as equações de equilíbrio de esforços internos e externos, isto é:

$$N = \int_A \sigma dA \quad (3-11)$$

$$M = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA \quad (3-12)$$

Para seções retangulares, figura (3- 6), a equação (3- 11) resulta em:

$$y_0 = \frac{N}{2 \cdot f_y \cdot b} \quad (3-13)$$

pela equação (3- 12), obtém-se

$$M = \frac{f_y \cdot b}{4} \cdot (d^2 - 4 \cdot y_0^2) \quad (3-14)$$

Substituindo a equação (3- 13) em (3- 14), a expressão adimensional para verificação do momento plástico reduzido, em seções retangulares é:

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \left(\frac{N}{N_y} \right)^2 \quad (3-15)$$

Por processo similar, pode-se facilmente obter expressões para o cálculo de valores do momento reduzido para qualquer tipo de seção. No caso de perfis seção tipo I, com flexão segundo o plano de maior inércia e linha neutra passando na alma da seção, a referência ASCE [4] editada pelo ASCE, apresenta a seguinte equação, a qual será usada neste trabalho:

$$\frac{M}{M_{pl}} = 1 - \frac{\left[\frac{N}{N_y} \cdot \left(1 + \frac{2b_f \cdot t_f}{t_w \cdot h} \right) \right]^2}{\left(1 + \frac{4 \cdot b_f \cdot t_f \cdot (h + t_f)}{t_w \cdot h^2} \right)}, \text{ onde: } 0 \leq \frac{N}{N_y} \leq \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot b_f \cdot t_f}{t_w \cdot h}} \quad (3-16)$$

A relação da área da mesa ($A_f = b_f t_f$) sobre a área da alma ($A_w = t_w \cdot h$) exerce grande influência na superfície de escoamento teórica apresentada. Por esta razão, e adotando recomendações da ASCE [4], esta relação, A_f/A_w , será utilizada na classificação dos perfis soldados *CLASSE I* padronizados em uso no país.

3.3.3 Perfis soldados usados no Brasil

Seguindo recomendações do ASCE [4], e conforme mencionado no item anterior, a relação da área da mesa ($b_f t_f$) sobre a área da alma ($t_w \cdot h$), é utilizada na classificação dos perfis soldados *CLASSE I* padronizados, em uso no país.

A tabela (3- 1), apresentada abaixo, trás um estudo dos principais perfis *CLASSE 1* e sua correspondente relação área da mesa sobre a área da alma. Tais perfis foram extraídos das tabelas do catálogo para perfis soldados padronizados da Companhia Siderúrgica Nacional, CSN [37]. Os valores dessa relação foram agrupados em faixas de valores, conforme pode ser observado nos gráficos da figura (3- 5).

Tabela 3- 1: Principais perfis *CLASSE 1* em uso no Brasil, valores em mm, fonte CSN [37].

Perfil	t_w (mm)	h (mm)	t_f (mm)	b_f (mm)	d/t_w	$b_f/2t_f$	A_f/A_w
CVS 300 x 57	8,0	275,0	12,5	200,0	37,5	8,0	1,14
CVS 300 x 67	8,0	268,0	16,0	200,0	37,5	6,3	1,49
CVS 300 x 70	9,5	268,0	16,0	200,0	31,6	6,3	1,26
CVS 300 x 79	9,5	262,0	19,0	200,0	31,6	5,3	1,53
CVS 300 x 85	12,5	262,0	19,0	200,0	24,0	5,3	1,16
CVS 300 x 95	12,5	255,2	22,4	200,0	24,0	4,5	1,40
CVS 300 x 80	8,0	268,0	16,0	250,0	37,5	7,8	1,87
CVS 300 x 83	9,5	268,0	16,0	250,0	31,6	7,8	1,57
CVS 300 x 94	9,5	262,0	19,0	250,0	31,6	6,6	1,91
CVS 300 x 100	12,5	262,0	19,0	250,0	24,0	6,6	1,45
CVS 300 x 113	12,5	255,2	22,4	250,0	24,0	5,6	1,76
CVS 350 x 87	9,5	318,0	16,0	250,0	36,8	7,8	1,32
CVS 350 x 98	9,5	312,0	19,0	250,0	36,8	6,6	1,60
CVS 350 x 105	12,5	312,0	19,0	250,0	28,0	6,6	1,22
CVS 350 x 118	12,5	305,2	22,4	250,0	28,0	5,6	1,47
CVS 350 x 128	12,5	300,0	25,0	250,0	28,0	5,0	1,67
CVS 350 x 136	16,0	300,0	25,0	250,0	21,9	5,0	1,30
CVS 400 x 116	9,5	362,0	19,0	300,0	42,0	7,9	1,66
CVS 400 x 125	12,5	362,0	19,0	300,0	32,0	7,9	1,26
CVS 400 x 140	12,5	355,2	22,4	300,0	32,0	6,7	1,51
CVS 400 x 152	12,5	350,0	25,0	300,0	32,0	6,0	1,71
CVS 400 x 162	16,0	350,0	25,0	300,0	25,0	6,0	1,34
CVS 450 x 130	12,5	412,0	19,0	300,0	36,0	7,9	1,11
CVS 450 x 141	16,0	412,0	19,0	300,0	28,1	7,9	0,86
CVS 450 x 156	16,0	405,2	22,4	300,0	28,1	6,7	1,04

(continua na página seguinte)

Perfil	t_w (mm)	h (mm)	t_f (mm)	b_f (mm)	d/t_w	b_f/2t_f	A_f/A_w
CVS 450 x 168	16,0	400,0	25,0	300,0	28,1	6,0	1,17
CVS 450 x 177	19,0	400,0	25,0	300,0	23,7	6,0	0,99
CVS 450 x 188	22,4	400,0	25,0	300,0	20,1	6,0	0,84
CVS 450 x 206	19,0	387,0	31,5	300,0	23,7	4,8	1,29
CVS 450 x 216	22,4	387,0	31,5	300,0	20,1	4,8	1,09
CVS 500 x 180	16,0	455,2	22,4	350,0	31,3	7,8	1,08
CVS 500 x 194	16,0	450,0	25,0	350,0	31,3	7,0	1,22
CVS 500 x 204	19,0	450,0	25,0	350,0	26,3	7,0	1,02
CVS 500 x 217	22,4	450,0	25,0	350,0	22,3	7,0	0,87
CVS 500 x 238	19,0	437,0	31,5	350,0	26,3	5,6	1,33
CVS 500 x 250	22,4	437,0	31,5	350,0	22,3	5,6	1,13
CVS 500 x 259	25,0	437,0	31,5	350,0	20,0	5,6	1,01
CVS 500 x 281	22,4	425,0	37,5	350,0	22,3	4,7	1,38
CVS 500 x 319	22,4	410,0	45,0	350,0	22,3	3,9	1,71
CVS 550 x 220	16,0	500,0	25,0	400,0	34,4	8,0	1,25
CVS 550 x 232	19,0	500,0	25,0	400,0	28,9	8,0	1,05
CVS 550 x 245	22,4	500,0	25,0	400,0	24,6	8,0	0,89
CVS 550 x 270	19,0	487,0	31,5	400,0	28,9	6,3	1,36
CVS 550 x 283	22,4	487,0	31,5	400,0	24,6	6,3	1,16
CVS 550 x 293	25,0	487,0	31,5	400,0	22,0	6,3	1,03
CVS 550 x 319	22,4	475,0	37,5	400,0	24,6	5,3	1,41
CVS 550 x 329	25,0	475,0	37,5	400,0	22,0	5,3	1,26
CVS 550 x 363	22,4	460,0	45,0	400,0	24,6	4,4	1,75
CVS 550 x 373	25,0	460,0	45,0	400,0	22,0	4,4	1,57
CVS 600 x 226	16,0	550,0	25,0	400,0	37,5	8,0	1,14
CVS 600 x 239	19,0	550,0	25,0	400,0	31,6	8,0	0,96
CVS 600 x 278	19,0	537,0	31,5	400,0	31,6	6,3	1,23
CVS 600 x 292	22,4	537,0	31,5	400,0	26,8	6,3	1,05
CVS 600 x 328	22,4	525,0	37,5	400,0	26,8	5,3	1,28
CVS 600 x 339	25,0	525,0	37,5	400,0	24,0	5,3	1,14
CVS 600 x 372	22,4	510,0	45,0	400,0	26,8	4,4	1,58
CVS 600 x 412	25,0	500,0	50,0	400,0	24,0	4,0	1,60
CVS 650 x 310	19,0	587,0	31,5	450,0	34,2	7,1	1,27
CVS 650 x 326	22,4	587,0	31,5	450,0	29,0	7,1	1,08
CVS 650 x 351	19,0	575,0	37,5	450,0	34,2	6,0	1,54
CVS 650 x 366	22,4	575,0	37,5	450,0	29,0	6,0	1,31
CVS 650 x 416	22,4	560,0	45,0	450,0	29,0	5,0	1,61
CVS 650 x 461	25,0	550,0	50,0	450,0	26,0	4,5	1,64
CS 250 x 76	8,0	218,0	16,0	250,0	31,3	7,8	2,29
CS 250 x 79	9,5	218,0	16,0	250,0	26,3	7,8	1,93

Perfil	t_w (mm)	h (mm)	t_f (mm)	b_f (mm)	d/t_w	$b_f/2t_f$	A_f/A_w
CS 250 x 84	12,5	218,0	16,0	250,0	20,0	7,8	1,47
CS 250 x 90	9,5	212,0	19,0	250,0	26,3	6,6	2,36
CS 250 x 95	12,5	212,0	19,0	250,0	20,0	6,6	1,79
CS 250 x 108	12,5	205,2	22,4	250,0	20,0	5,6	2,18
CS 300 x 109	9,5	262,0	19,0	300,0	31,6	7,9	2,29
CS 300 x 115	12,5	262,0	19,0	300,0	24,0	7,9	1,74
CS 300 x 122	16,0	262,0	19,0	300,0	18,8	7,9	1,36
CS 300 x 131	12,5	255,2	22,4	300,0	24,0	6,7	2,11
CS 300 x 138	16,0	255,2	22,4	300,0	18,8	6,7	1,65
CS 300 x 149	16,0	250,0	25,0	300,0	18,8	6,0	1,88
CS 350 x 153	12,5	305,2	22,4	350,0	28,0	7,8	2,06
CS 350 x 161	16,0	305,2	22,4	350,0	21,9	7,8	1,61
CS 350 x 175	16,0	300,0	25,0	350,0	21,9	7,0	1,82
CS 350 x 182	19,0	300,0	25,0	350,0	18,4	7,0	1,54
CS 350 x 216	19,0	287,0	31,5	350,0	18,4	5,6	2,02
VS 400 x 68	6,3	368,0	16,0	200,0	63,5	6,3	1,38
VS 400 x 78	6,3	362,0	19,0	200,0	63,5	5,3	1,67

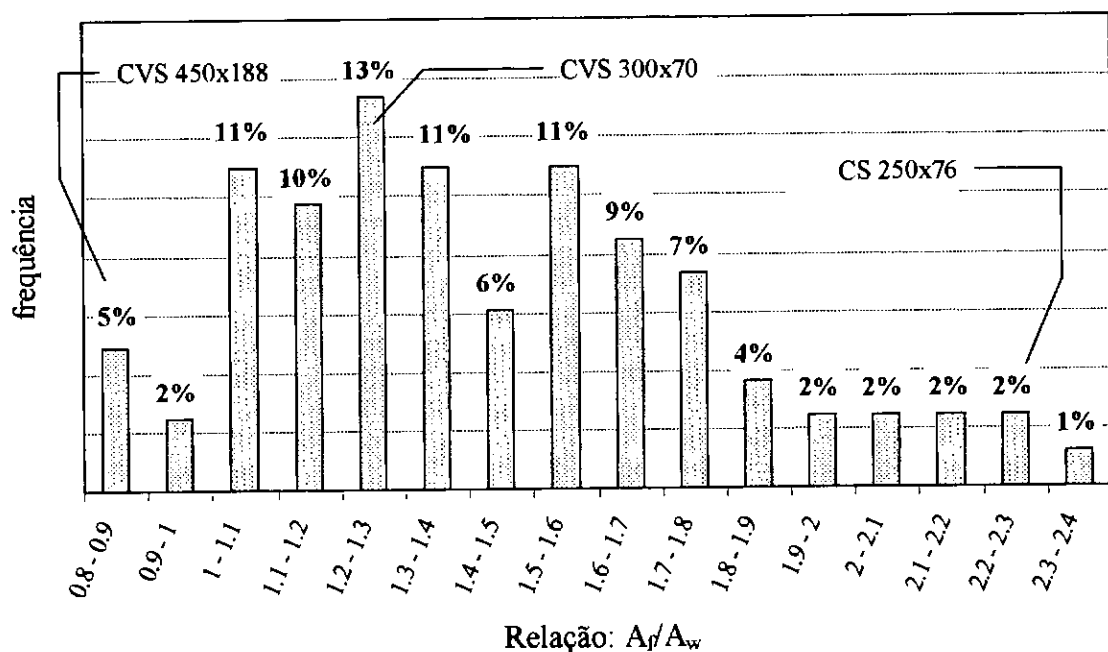


Figura 3- 7 (a): Análise da distribuição dos perfis em função da relação A_f/A_w .

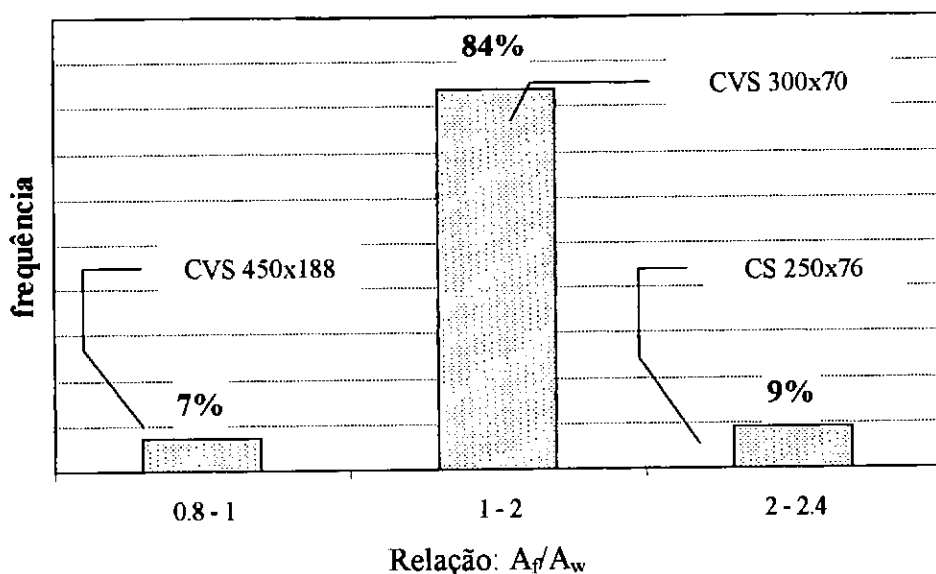


Figura 3- 7 (b): Análise da distribuição dos perfis em função da relação A_f/A_w .

Com base no exposto na tabela (3- 1) e figuras (3- 7)(a) e (b), conclui-se que os perfis CVS 300x70, CS 250 x 76 e CVS 450 x 188 possuem valores bem distintos para as relações da área da mesa ($A_f = b_f t_f$) sobre a área da alma ($A_w = t_w \cdot h$), 1,26; 2,29 e 0,84 respectivamente. Por esta razão foram selecionados para as análises numéricas, conforme será apresentado a seguir.

3.3.4 Testes numéricos

Para avaliação da influência do esforços normal na redução do momento plástico é de grande ajuda a elaboração de curvas de interação, também conhecidas como superfícies de escoamento, através das quais, para cada valor de esforço normal, obtém-se o valor correspondente ao momento plástico reduzido. Usualmente estas curvas são apresentadas em valores adimensionais, ou seja, na forma de razões: M/M_{pl} vs. N/N_y , onde N_y é o valor correspondente à força normal de escoamento da seção, $N_y = A \cdot f_y$.

Algumas dessas curvas foram construídas no presente trabalho, com resultados extraídos das análises numéricas. As curvas originadas do cálculo numérico são comparadas com resultados teóricos e valores prescritos em norma, conforme será apresentado nos itens a seguir.

O modelo numérico utilizado para construção destas curvas é semelhante ao adotado em ensaios de laboratório. Trata-se de uma viga coluna muito curta, $KL/r < 7$, onde os nós do apoio encontram-se totalmente restringidos, engastados, e inicialmente é aplicado um esforço axial na extremidade livre. Em seguida aplica-se o momento de plastificação total, de modo incremental. Espera-se que o Momento Plástico não seja plenamente alcançado. Verifica-se então, através do valor do último incremento de carga, correspondente à fração do Momento Plástico, qual é o valor do momento plástico reduzido.

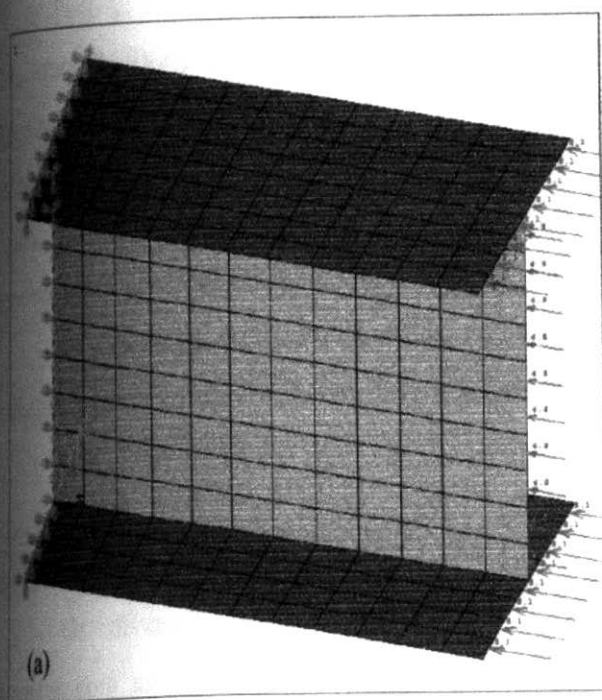
Com esse “ensaio numérico” obtém-se, para cada valor correspondente de esforço normal, um ponto da superfície de escoamento, correspondente ao valor do momento plástico reduzido.

Para os três perfis selecionados, foram realizados testes com valores fixos de esforço normal, nas seguintes razões: 0,2-Ny, 0,4-Ny, 0,6-Ny e 0,8-Ny. O valor numérico de Ny, determinado pela análise numérica, foi obtido após vários testes até obter-se uma seção plenamente plastificada por esforço axial. As dificuldades encontradas na calibração do modelo para obtenção de Ny são as mesmas encontradas para a determinação do momento plástico, conforme foi mencionado no item 3.2.4.

Após a aplicação do esforço normal, a análise precisa ser reiniciada, com a aplicação incremental do momento fletor, preservando-se as deformações e tensões oriundas da ação do esforço axial.

O momento plástico deve ser justaposto ao modelo em pequenos incrementos de carga. O número de incrementos de carga é fundamental para a determinação do momento plástico reduzido. Ou seja, quanto menores os incrementos de carga, maior será a precisão do resultado. Por outro lado, um grande número de incrementos de carga torna o tempo de análise muito longo, além do inconveniente aumento da dimensão dos arquivos de saída, os quais são fundamentais para a verificação dos resultados.

As figuras (3- 8) e (3- 9) ilustram as duas etapas de carregamento empregadas nas análises numéricas para avaliação da redução do momento fletor devido à presença do esforço normal. A primeira etapa do carregamento, que consiste no esforço axial, está ilustrado na figura (3- 8), enquanto que, a etapa posterior correspondente à introdução do momento fletor em incrementos de carga está apresentada na figura (3- 9).



1a Etapa: *esforço axial*

Esquema estrutural:

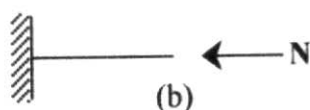
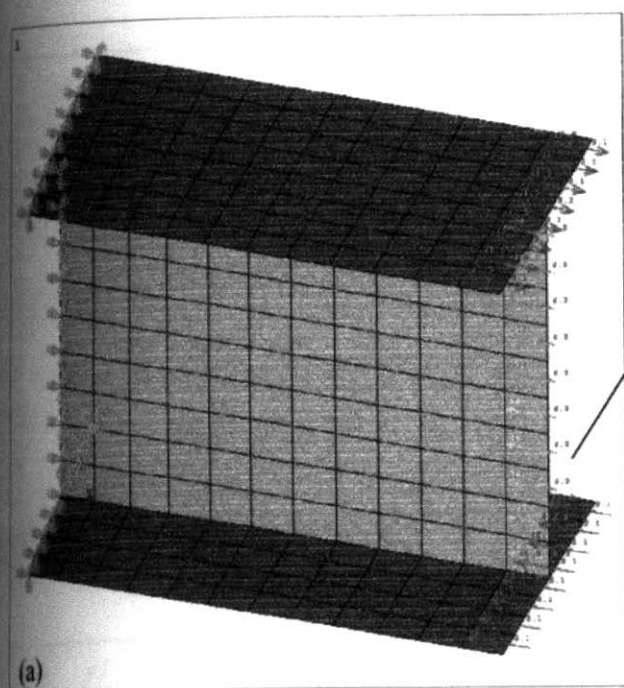


Figura 3- 8: Viga em balanço engastada, com esforço normal aplicado.

(a) Modelo numérico; (b) Esquema estrutural.



2a Etapa: *a análise é reinicializada, e o momento plástico é aplicado em incrementos de carga:*

Esforço normal ainda está presente, não sendo incrementado nesta etapa da análise.

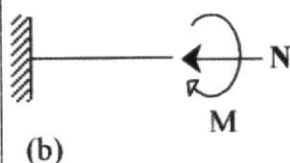


Figura 3- 9: Viga em balanço engastada, com esforço normal e momento fletor aplicados. (a) Modelo numérico; (b) Esquema estrutural.

Pode ser observado no modelo numérico representativo da segunda etapa da análise, figura (3- 9)(a), que o carregamento correspondente ao esforço normal ainda está aplicado. Porém este carregamento é apenas ilustrativo, não será novamente incrementado na análise numérica na segunda etapa. Seus efeitos já foram computados na etapa anterior. Apenas os esforços referentes ao momento plástico serão incrementados.

Os resultados obtidos das análises numéricas propostas foram considerados satisfatórios, estando apresentados no item a seguir.

3.3.5 Avaliação dos resultados

Os diversos resultados obtidos com as análises numéricas foram comparados com as prescrições do AISC/LRFD [2], AISC/ASD [3] e com curvas teóricas propostas pelo ASCE [4], apresentadas pela eq. (3- 16). Os referidos resultados numéricos, para os três perfis verificados, são apresentadas neste item, bem como a distribuição de tensões de plastificação, no modelo numérico, para o perfil CVS300x70.

As superfícies de escoamento teóricas, para os diversos perfis *CLASSE 1* em uso no país, bem como as propostas pelo AISC são apresentadas na figura (3-10).

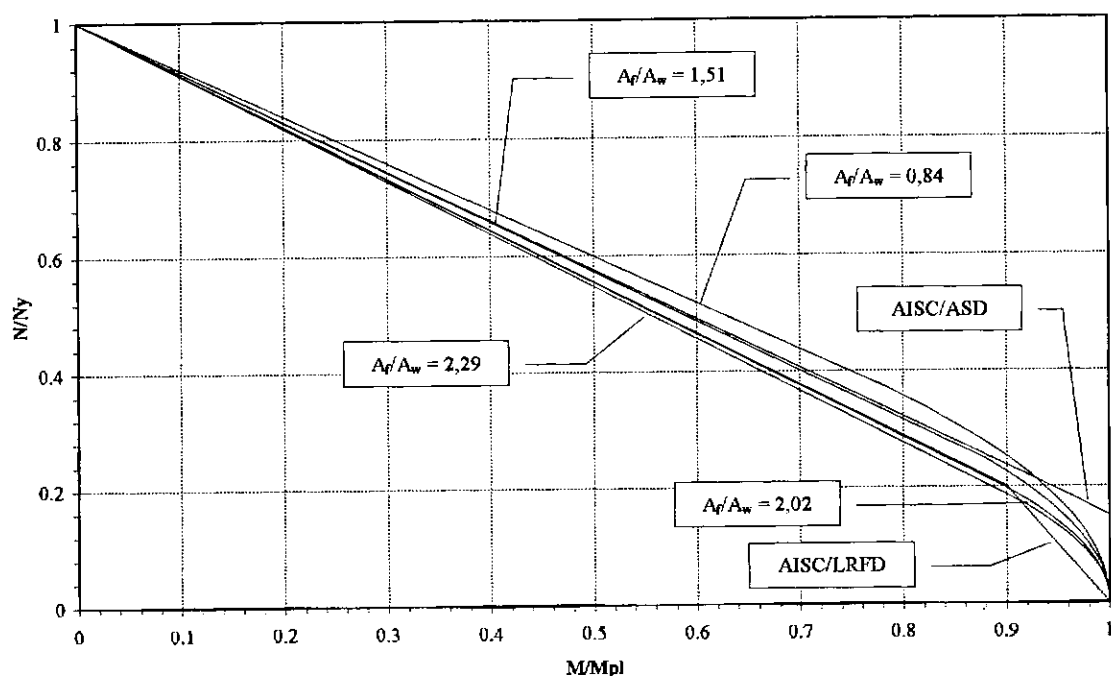


Figura 3- 10: Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] eq. (3- 16), AISC/LRFD [2] eqs. (3- 7) e (3- 8), e AISC/ASD [3] eqs. (3- 9) e (3- 10).

A seguir, na figura (3- 11), é apresentado o esquema utilizado na elaboração dos valores numéricos dos pontos da superfície de escoamento.

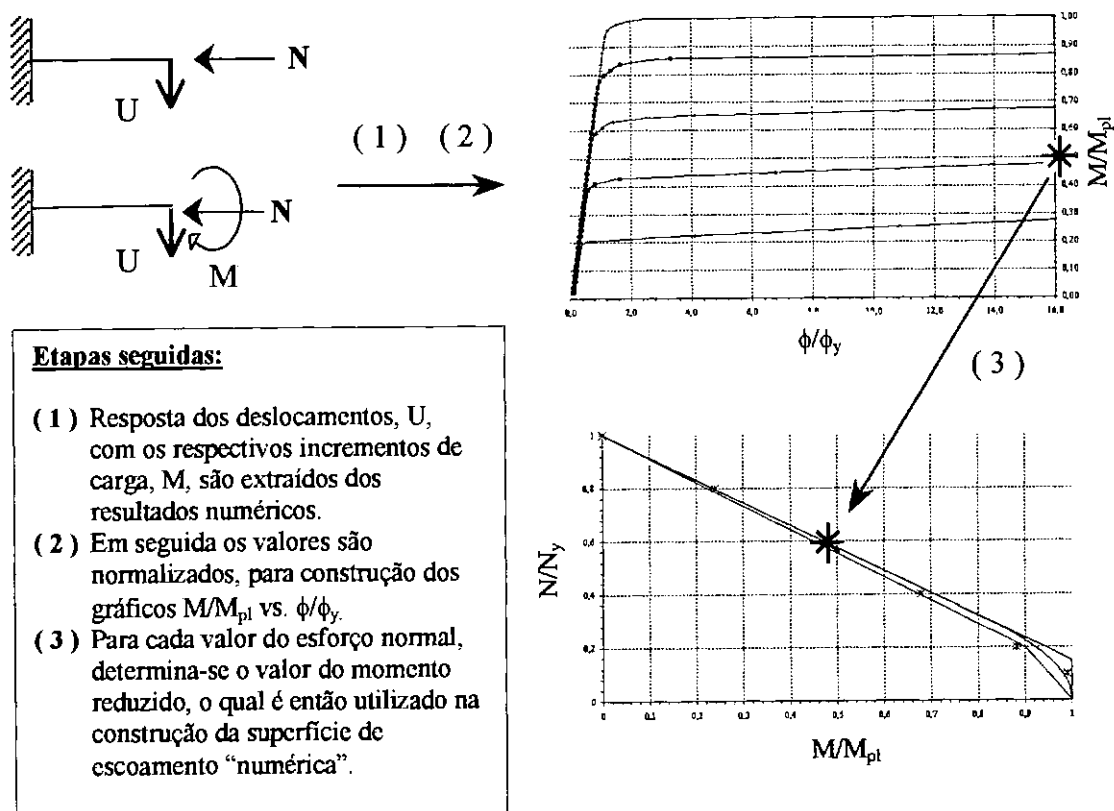


Figura 3- 11: Esquema utilizado na avaliação dos resultados numéricos.

Conforme já foi mencionado anteriormente, foram realizadas avaliações numéricas com o programa Ansys para os três perfis metálicos selecionados no item 3.3.3.

Os procedimentos adotados para os testes numéricos realizados foram descritos anteriormente no item 3.3.4. Cabe ressaltar que, para cada perfil selecionado, elaborou-se um modelo numérico respeitando-se as propriedades mecânicas, tais como espessura e dimensões dos elementos, e propriedades físicas do material empregado, representando o aço como material dúctil através de modelo elasto-plástico.

Os resultados obtidos com as diversas análises serviram para construção de gráficos de superfícies de escoamento, conforme esquema da figura (3- 11). Tais superfícies são comparadas com curvas teóricas do ASCE [4] e prescrições de normas do AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3]. Os resultados ora mencionados estão apresentados nas figuras (3- 12) a (3- 17) a seguir, para os perfis: CVS 300x70, CS 250x76 e CVS 450x188.

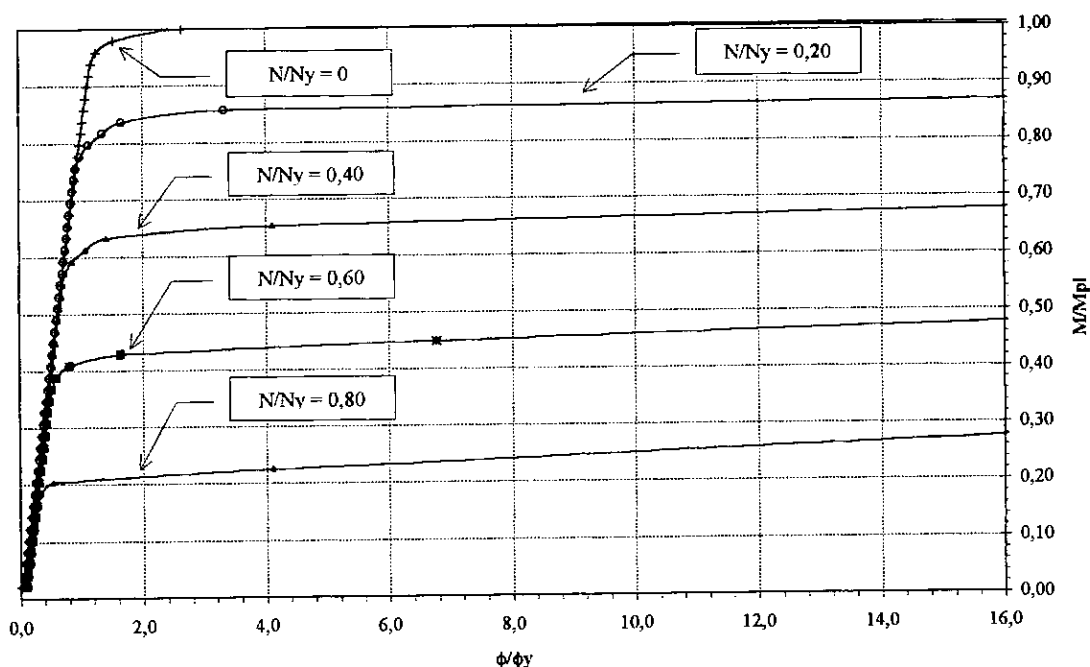


Figura 3- 12: Relação momento fletor vs. rotação para perfil CVS 300 x 70.

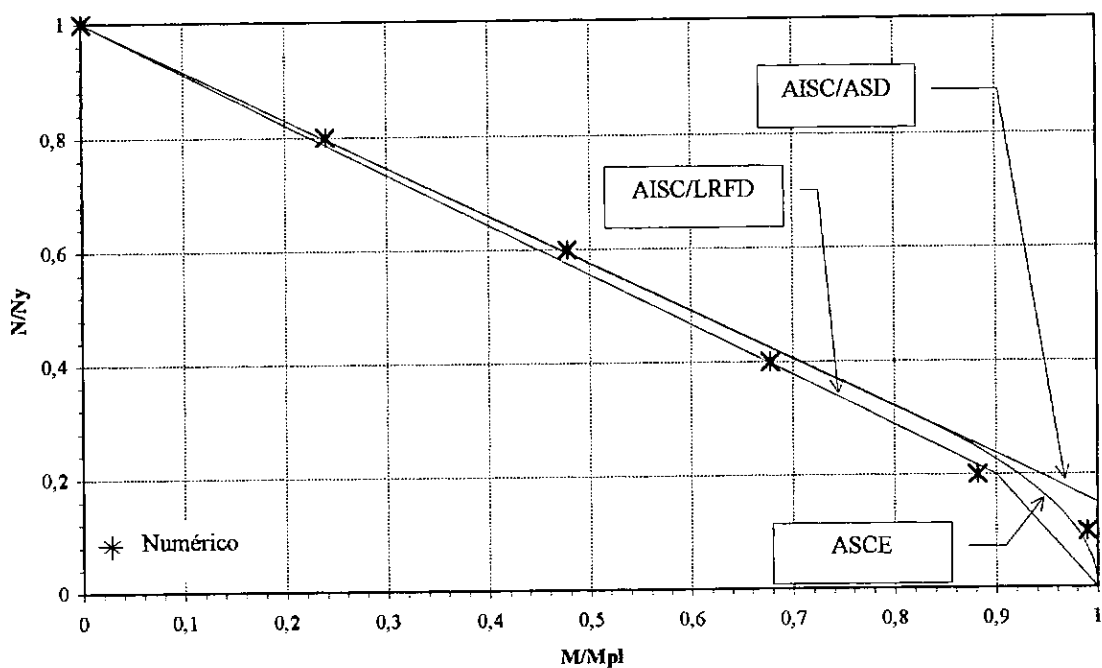


Figura 3- 13: Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] equação (3- 16), AISC/LRFD [2] equações: (3- 7) e (3- 8) e AISC/ASD [4] equações: (3- 9) e (3- 10) e pontos extraídos da análise numérica para o perfil CVS 300 x 70, $A_f/A_w = 1,26$.

2º Teste Numérico: perfil CS 250 x 76, $A_f/A_w = 2,29$.

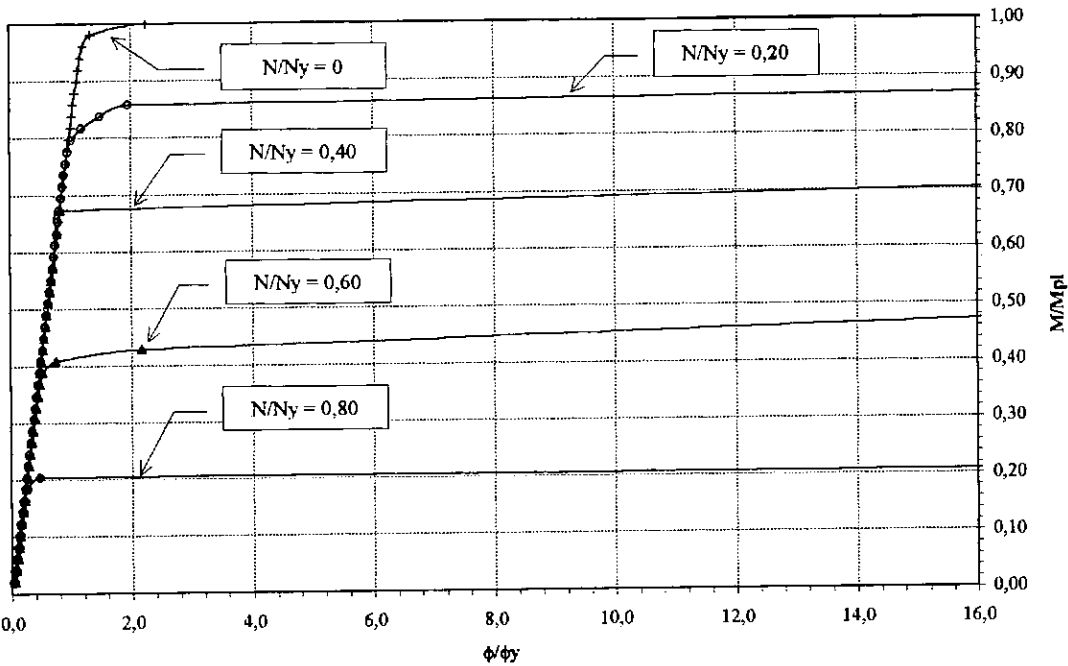


Figura 3- 14: Relação momento fletor vs. rotação para perfil CS 250 x 76.

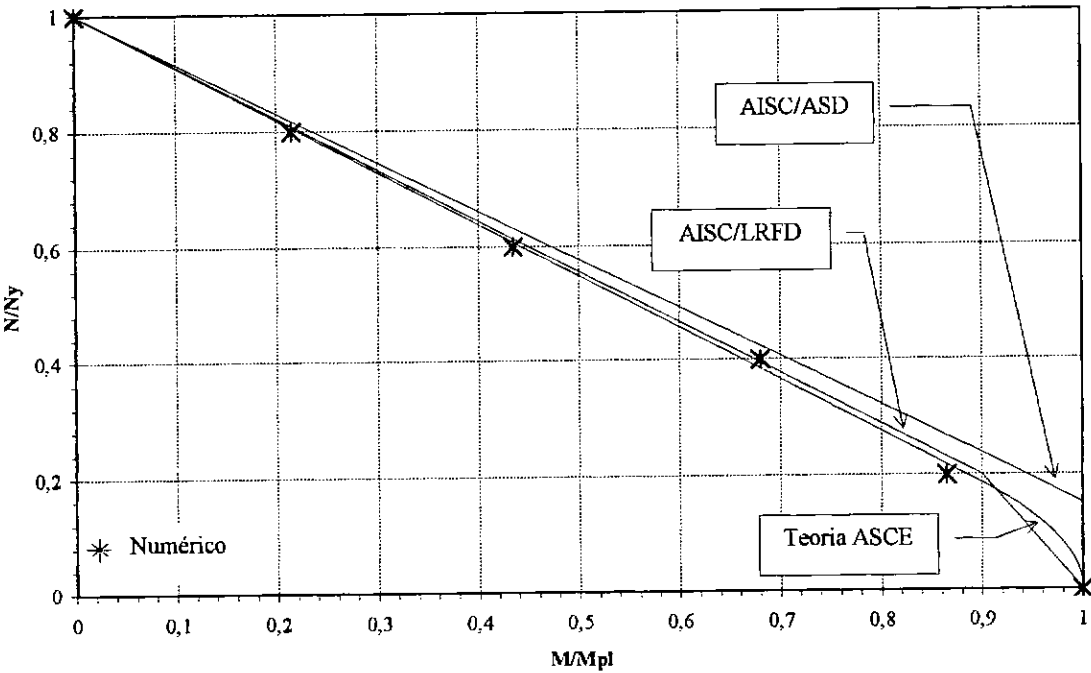


Figura 3- 15: Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] equação (3- 16), AISC/LRFD [2] equações: (3- 7) e (3- 8) e AISC/ASD [4] equações: (3- 9) e (3- 10) e pontos extraídos da análise numérica para o perfil CS 250 x 76, $A_f/A_w = 2,29$.

3º Teste Numérico: perfil CVS 450 x 188, $A_f/A_w = 0,84$.

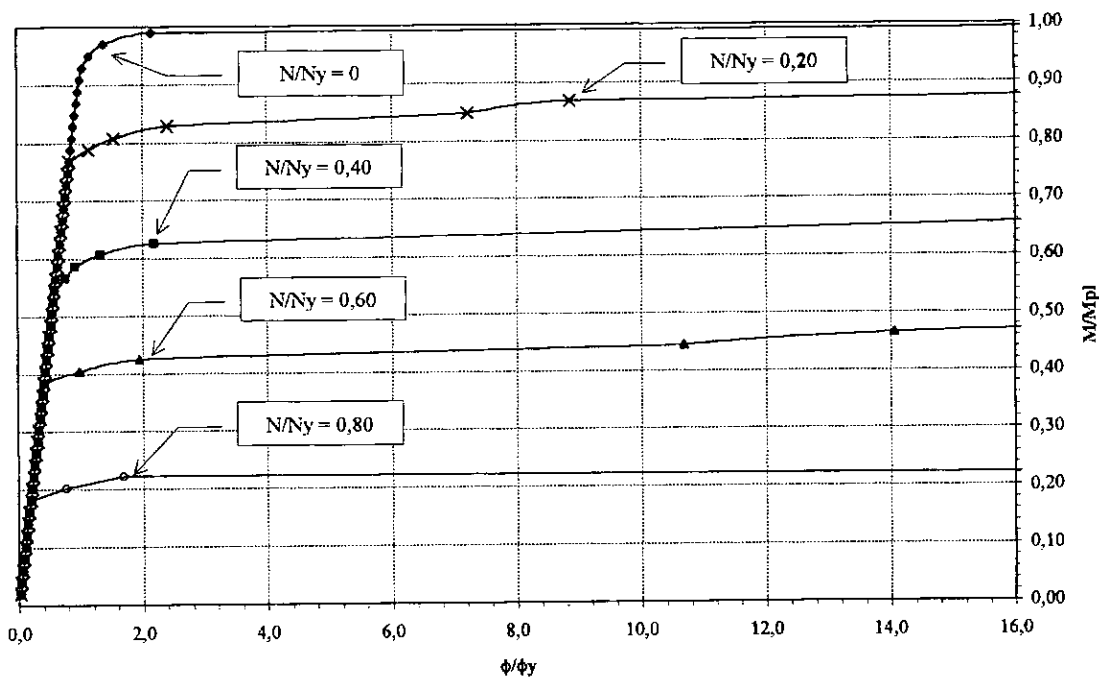


Figura 3- 16: Relação momento fletor vs. rotação para perfil CVS 450 x 188.

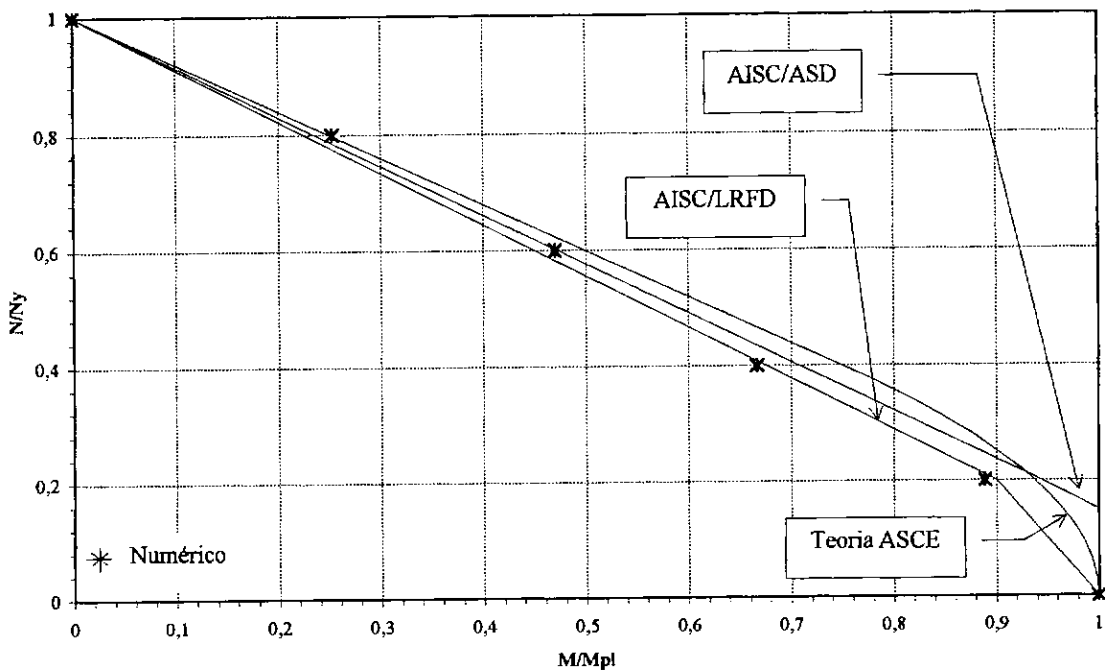


Figura 3- 17: Superfícies de escoamento propostas pelo ASCE [4] equação (3- 16), AISC/LRFD [2] equações: (3- 7) e (3- 8) e AISC/ASD [4] equações: (3- 9) e (3- 10) e pontos extraídos da análise numérica para o perfil CVS 450 x 188, $A_f/A_w = 0,84$.

A seguir, nas figuras (3- 18) a (3- 22), estão apresentados os resultados obtidos com o programa Ansys para o modelo numérico do perfil CVS 300 x 70, aço ASTM A36 ($f_y = 25 \text{ kN/cm}^2$).

A figura (3 -18) ilustra a formação de zonas plásticas devido à ação do momento plástico, M_{pl} . Pode-se observar a presença de uma região elástica próxima à linha neutra.

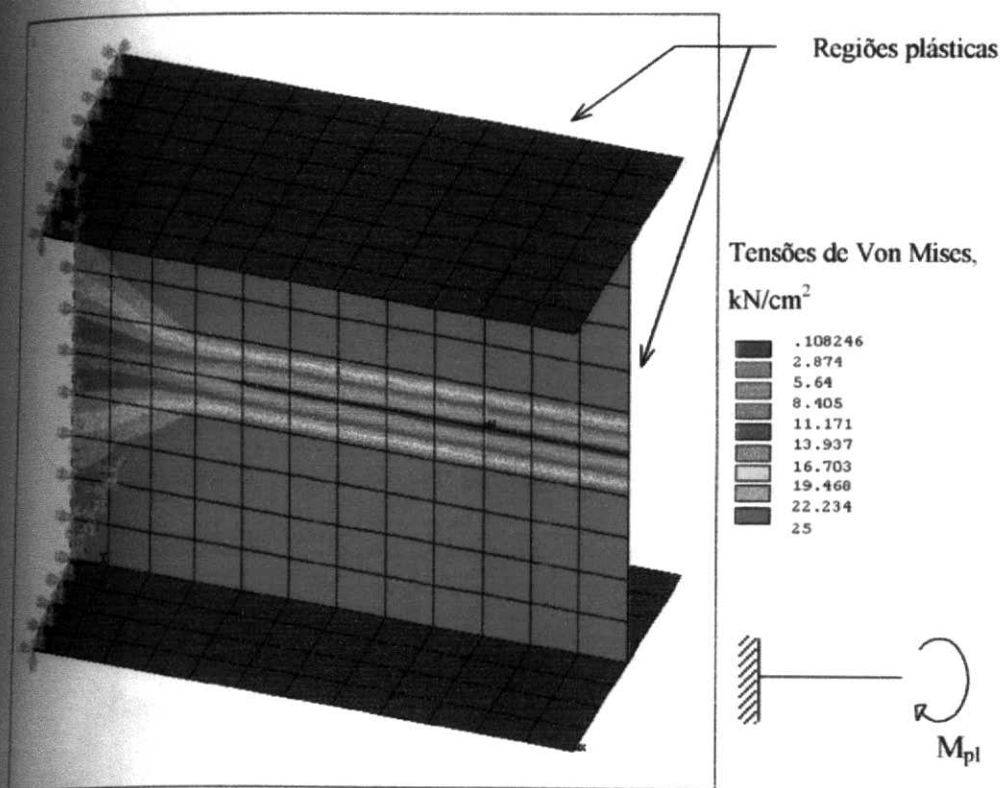


Figura 3- 18: Resultados do modelo numérico para momento fletor correspondente ao momento plástico, perfil CVS 300x70. Incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

Nas figuras (3- 19) a (3- 20) estão apresentadas as tensões de Von Mises correspondentes a segunda etapa da análise numérica para determinação do momento plástico reduzido obtidas com o programa Ansys.

Pode-se observar nas figuras seguintes que a parte superior à linha neutra encontra-se em regime elástico, enquanto que a parte inferior apresenta “grandes” regiões plastificadas. O colapso das estruturas é alcançado pela falta de equilíbrio nas zonas plastificadas que atingiram, devido a plastificação, sua capacidade limite de carregamento e apresentam deformações exageradas.

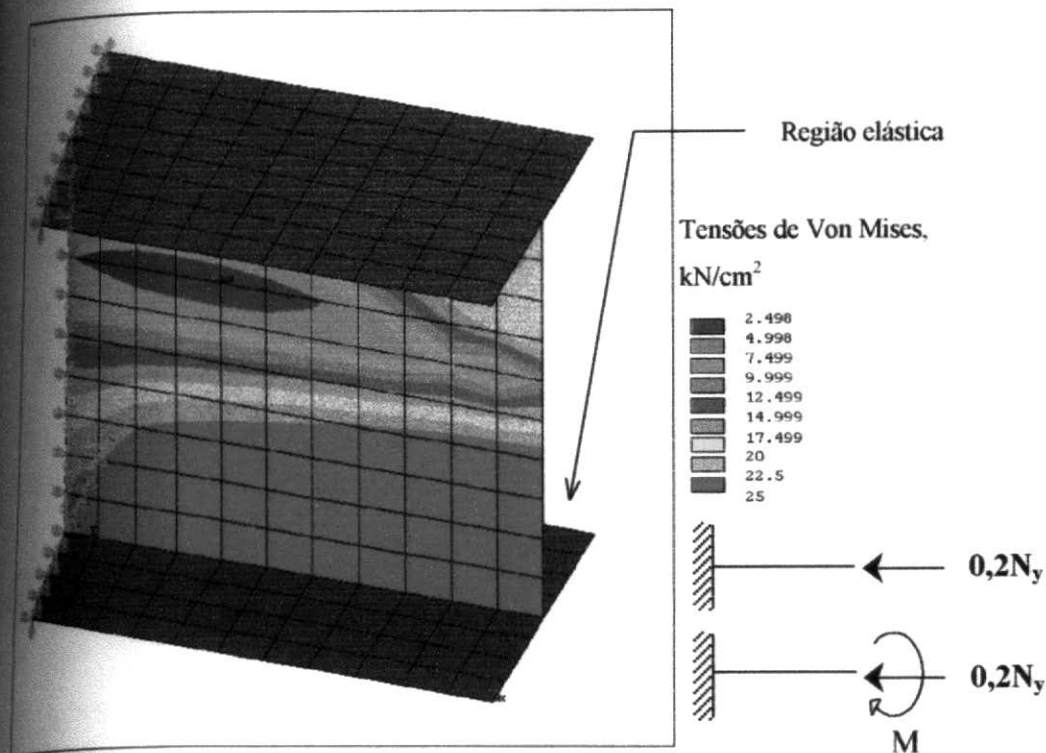


Figura 3- 19: Resultados da 2ª etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,20$.
 Perfil CVS 300x70; incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

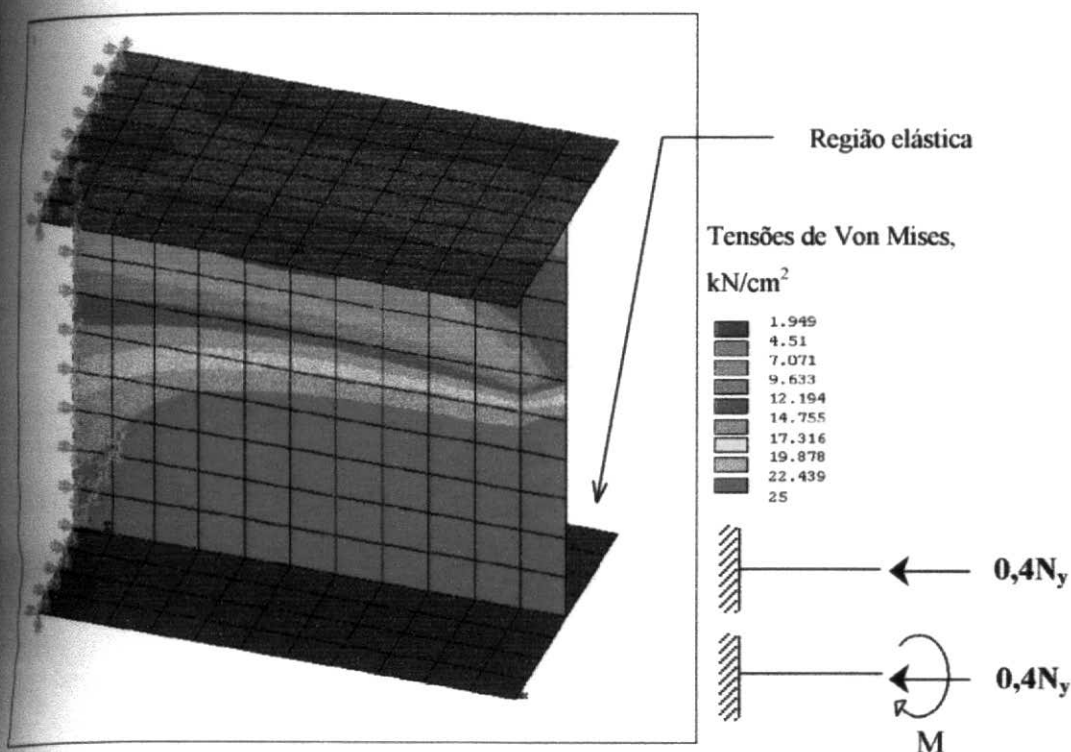


Figura 3- 20: Resultados da 2ª etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,40$.
 Perfil CVS 300x70; incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

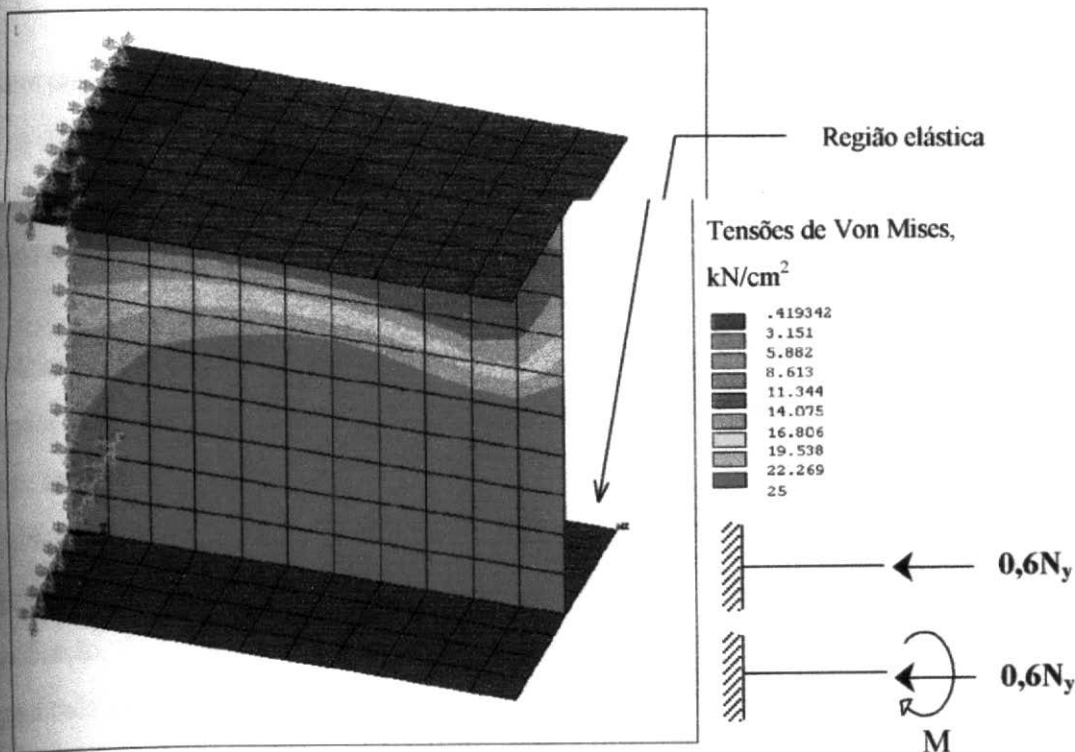


Figura 3- 21: Resultados da 2ª etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,60$

Perfil CVS 300x70; incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

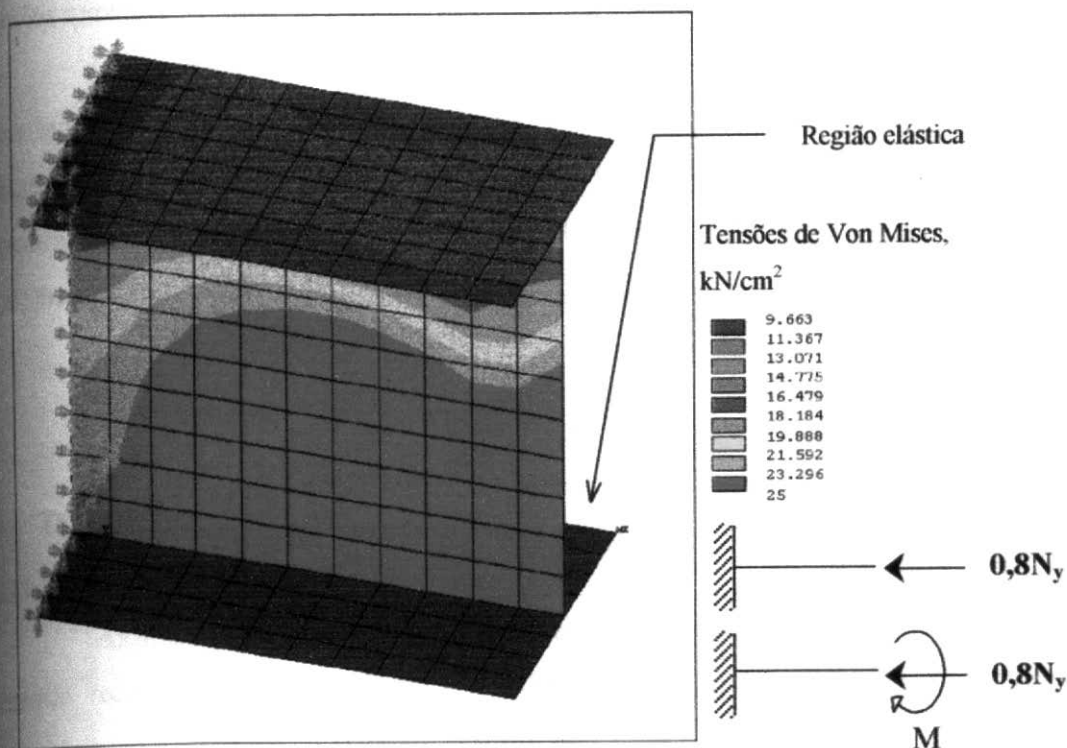


Figura 3- 22: Resultados da 2ª etapa da análise numérica: $N/N_y = 0,80$.

Perfil CVS 300x70, incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

Após a análise dos resultados numéricos e comparação com dados teóricos e valores previstos em norma, constataram-se pequenas diferenças.

Pode-se lembrar que os resultados numéricos foram obtidos por meio de modelos matemáticos para um estado plano de tensões, com deformações não lineares e critério de falha de Von Mises.

Por sua vez, os resultados fornecidos pela Teoria da Plasticidade simplificada não levam em consideração os efeitos de segunda ordem geométricos causados pelos grandes deslocamentos observados na formação das rótulas plásticas. Além do que, o critério de plastificação adotado pela Teoria da Plasticidade simplificada é baseado somente nas tensões longitudinais, σ_x , que sem dúvida são as mais importantes, mas não são as únicas a descrever o comportamento real da plastificação. Isto significa que os resultados obtidos pela Teoria da Plasticidade simplificada não consideram fatores que tendem a diminuir a capacidade resistente de uma seção.

Observou-se que os resultados numéricos aproximam-se bastante dos fornecidos pelas prescrições do AISC/LRFD [2], os quais são baseados em inúmeros ensaios experimentais e tratamento estatístico, fornecendo curvas ajustadas, em geral com boa aproximação do modelo real.

Conclui-se, finalmente, que os resultados dos testes numéricos executados neste item, para avaliação da redução do momento plástico último, são considerados adequados. Cabe ressaltar ainda que os resultados serviram para verificação da adequação das prescrições previstas nas normas para a determinação do momento plástico reduzido.

3.4 TENSÕES RESIDUAIS

3.4.1 Introdução

As tensões residuais são efeitos inevitáveis do ponto de vista estrutural, causando redução na resistência. As tensões residuais tem origem no processo fabricação e montagem dos elementos estruturais.

Existem diversas configurações de tensões residuais propostas para perfis de aço soldados ou laminados, definidas a partir de ensaios de laboratório. Estas

configurações permitem que seja adotado um tipo de diagrama de tensões residuais para cada caso que se deseja avaliar. A literatura sobre este assunto apresenta, conforme mencionado, modelos de tensões residuais medidos e tratados estatisticamente, para diversos padrões de perfis, laminados e soldados. Pode-se citar nesse caso as referências, BIJLAARD et al. [38], KETTER et al. [39] e MASON et al.[40].

A influência das tensões residuais no comportamento de elementos estruturais é levada em conta através de curvas de interação, utilizadas no dimensionamento estrutural. Formulações teóricas utilizando os efeitos das tensões residuais tornam-se mais próximas do modelo real. Da mesma forma, o modelo numérico deve contemplar os efeitos causados pelas tensões residuais, tornando muito mais próximo do real.

Com base no exposto acima, alguns testes numéricos foram realizados. O objetivo de simular numericamente um estado de tensão próximo ao real, permitirá uma avaliação dos efeitos causados pelas tensões residuais na determinação do momento reduzido de plastificação.

Sabe-se que a principal influência das tensões residuais na plastificação está na precipitação do início de escoamento da seção. Pode-se adiantar, preliminarmente, que os resultados numéricos obtidos confirmam este fenômeno.

3.4.2 Padrões de tensões residuais testados no modelo numérico

Alguns modelos de distribuição de tensões residuais sugeridos na literatura, mais precisamente em BALIO [41], foram adotados nos testes numéricos realizados.

Para perfis soldados, objeto de estudo desta pesquisa, a distribuição das tensões residuais é bastante concentrada nos pontos de soldagem. Devido às altas temperaturas alcançadas, em torno de 600° C, observa-se, inclusive, início de escoamento nos picos desta distribuição.

Para os testes numéricos realizados na verificação da influência das tensões residuais no momento plástico, adotou-se o modelo do perfil CVS 300 x 70, conforme foi apresentado no item 3.3.3 deste presente trabalho.

Um modelo numérico com carregamento de temperatura aplicado nas regiões de encontro entre mesa e alma foi testado e está apresentado na figura (3- 23). Os resultados obtidos com essa primeira avaliação, no entanto, não foram considerados satisfatórios, e este tipo de carregamento foi descartado.

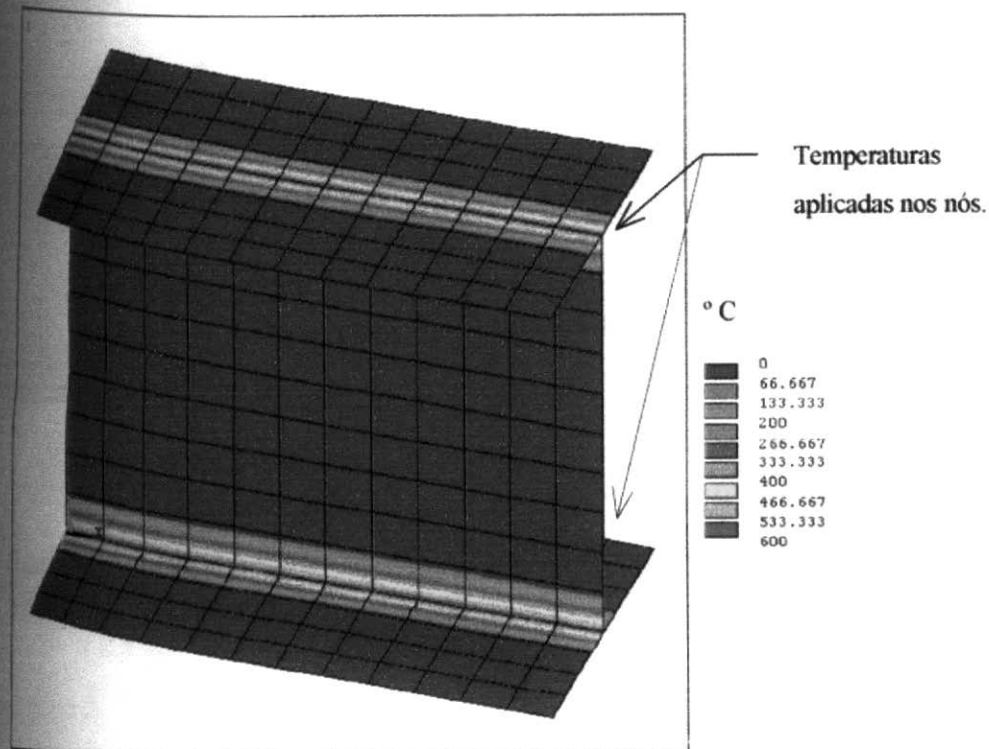
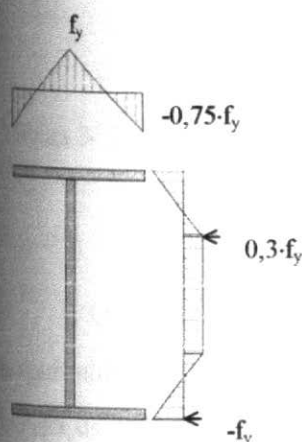


Figura 3- 23: Modelo numérico com efeito de temperatura aplicado.

Nos testes seguintes adotou-se padrões previstos na literatura, BALIO [41], para as dimensões do perfil CVS 300 x 70. O carregamento correspondente aos padrões de tensões residuais foram introduzidos nos modelos numéricos por meio de cargas nodais. Os três principais padrões testados são os apresentados nas figuras (3- 24) a (3- 26).

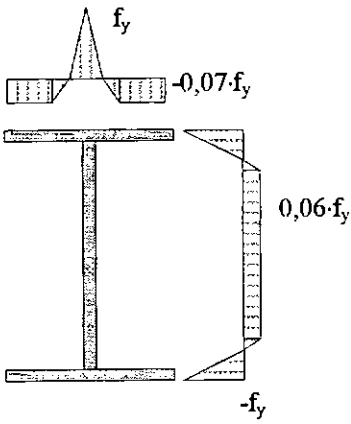


1º padrão:

As tensões presentes nas mesas são muito elevadas, tanto as de tração quanto as de compressão. As referências bibliográficas sugerem para o perfil analisado, CVS 300 x 70, uma distribuição muito mais concentrada nas regiões de encontro entre a mesa e alma.

Figura 3- 24: Esquema do perfil, com 1º padrão de tensões residuais, adaptado de BALIO [41].

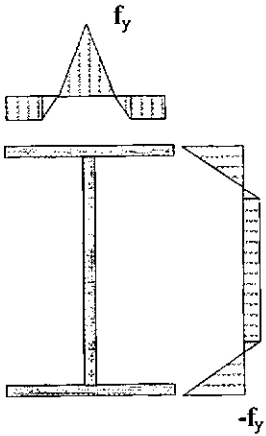
2º padrão:



Como pode ser observado na figura ao lado, os pontos de concentração de tensões estão bem definidos nas regiões de soldagem. Os resultados obtidos com esse novo teste são bastante satisfatórios, conforme será abordado nos itens a seguir.

Figura 3- 25: Esquema do perfil, com 2º padrão de tensões residuais, adaptado de BALIO [41].

3º padrão:



O terceiro padrão testado é mais severo do que o anterior, porém menos do que o primeiro. A zona de tensões elevadas, na ligação entre as mesas e alma do perfil, foi ampliada, antecipando-se o início do aparecimento das deformações plásticas. Aproveitando-se este terceiro padrão proposto, analisou-se novamente o modelo numérico, aumentando-se as tensões atuantes em 20%.

Figura 3- 26: Esquema do perfil, com 3º padrão de tensões residuais, adaptado de BALIO [41].

Os padrões propostos foram aplicados ao modelo numérico na forma de carregamentos nodais, optando-se por este tipo de carregamento devido à maior facilidade de controle da distribuição dos esforços aplicados.

O efeito das tensões residuais aplicadas ao modelo numérico provocam uma concentração de tensões, na região onde as cargas correspondentes às tensões residuais foram aplicadas.

Vários artifícios foram testados, com o objetivo de eliminar este efeito localizado. No entanto, os resultados encontrados não foram satisfatórios.

Por outro lado, as deformações provenientes da ação do momento plástico aplicado ao modelo numérico, também ficam localizadas na seção de extremidade do modelo.

Com base no exposto, pode-se concluir que ambos os efeitos, momento plástico aplicado e esforço normal aplicado para simulação do efeito de tensões residuais, ocorrem nas mesmas regiões localizadas.

Portanto, os modelos numéricos testados para avaliação dos efeitos das tensões residuais no momento plástico são válidos para as simulações numéricas envolvendo plasticidade.

A análise dos resultados obtidos com os testes numéricos são abordados no item seguinte.

3.4.3 Teste numéricos

Os testes com tensões residuais, analogamente aos testes usados na verificação do esforço normal, foram realizados em duas etapas de carregamento. Na primeira etapa, aplica-se o carregamento correspondente às tensões residuais. A seguir, é justaposto o momento fletor em incrementos de carga, até se atingir o momento plástico da seção ou parcela do momento plástico.

Os padrões de tensões residuais apresentados anteriormente foram aplicados ao modelo numérico, conforme mencionado no item anterior.

As figuras (3- 27) e (3- 28) apresentadas a seguir permitem observar a influência localizada na extremidade das vigas, devido ao carregamento aplicado, correspondente às tensões residuais e momento fletor de plastificação. Tais efeitos localizados dispersam-se ao longo do comprimento da viga, à medida que se afasta da extremidade, onde encontra-se a seção solicitada pelos carregamentos externos.

Pode-se observar também na figura (3- 28) a formação de grandes regiões em regime plástico, principalmente nas mesas superior e inferior do perfil I, responsáveis pela instabilidade numérica, correspondente ao colapso do modelo de viga analisado.

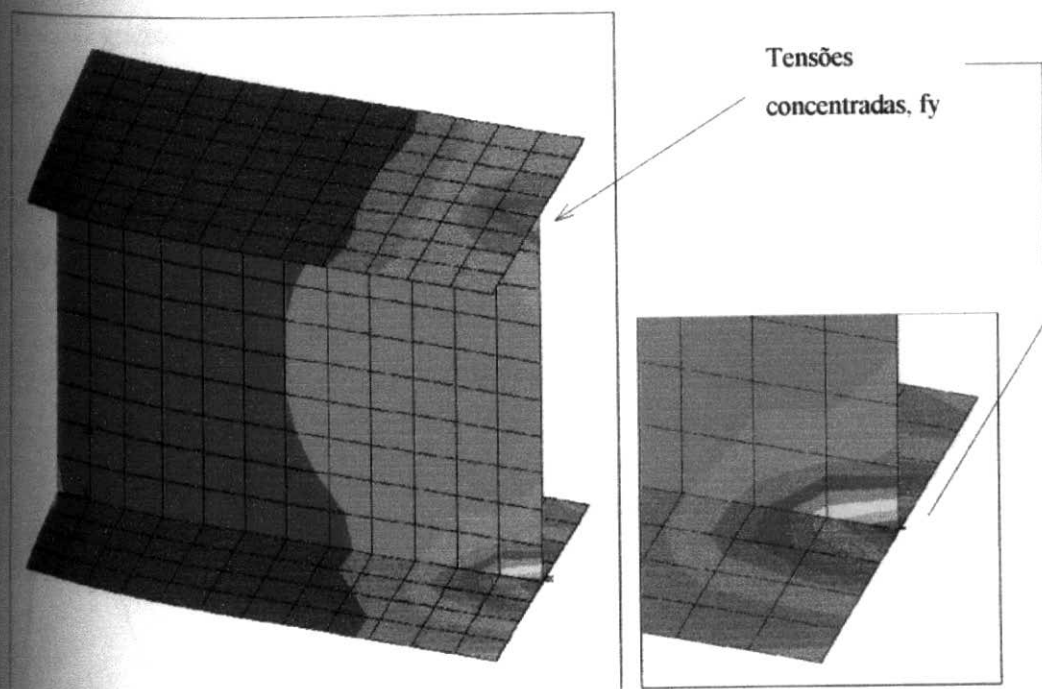


Figura 3- 27: Resultados numéricos com o efeito localizado das tensões residuais obtidos na 1ª etapa da análise numérica.

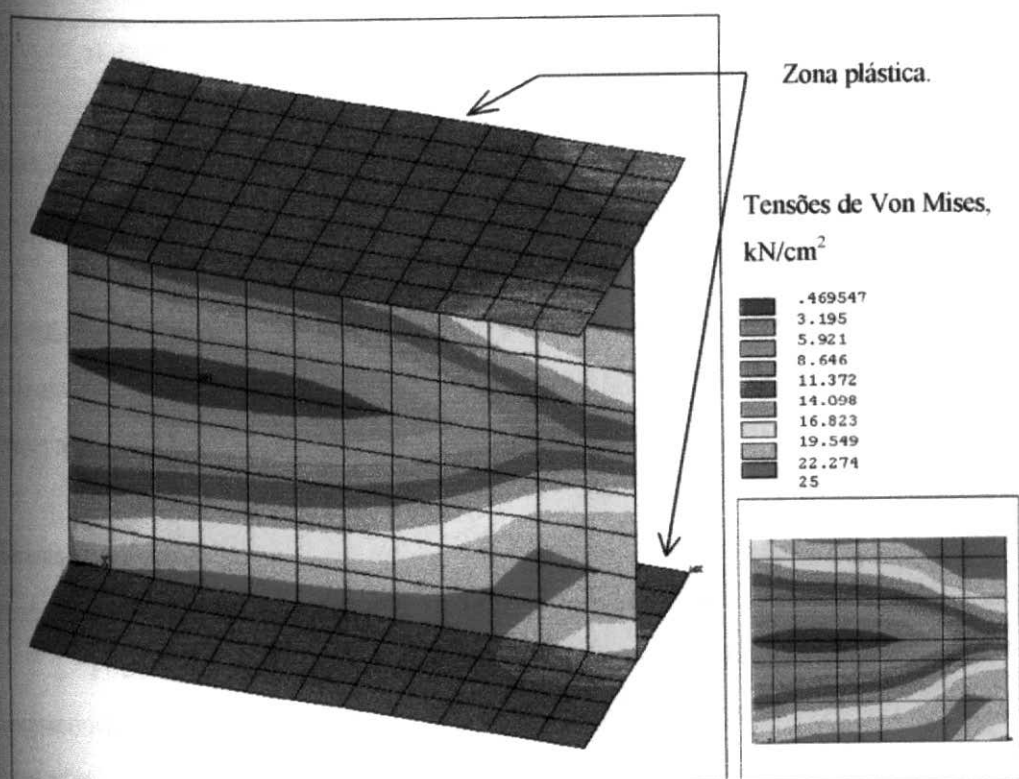


Figura 3- 28: Resultados numéricos com o efeito localizado das tensões residuais e momento plástico reduzido obtidos na 2ª etapa da análise numérica.

O gráfico da figura (3- 29), apresenta os resultados de momento fletor vs. rotação, normalizados, M/M_{pl} vs. ϕ/ϕ_y , para os testes numéricos realizados com os padrões de distribuição de tensões 2 e 3. Estes resultados foram selecionados, devido à melhor aproximação com os resultados de gráficos semelhantes propostos pelo ASCE [4].

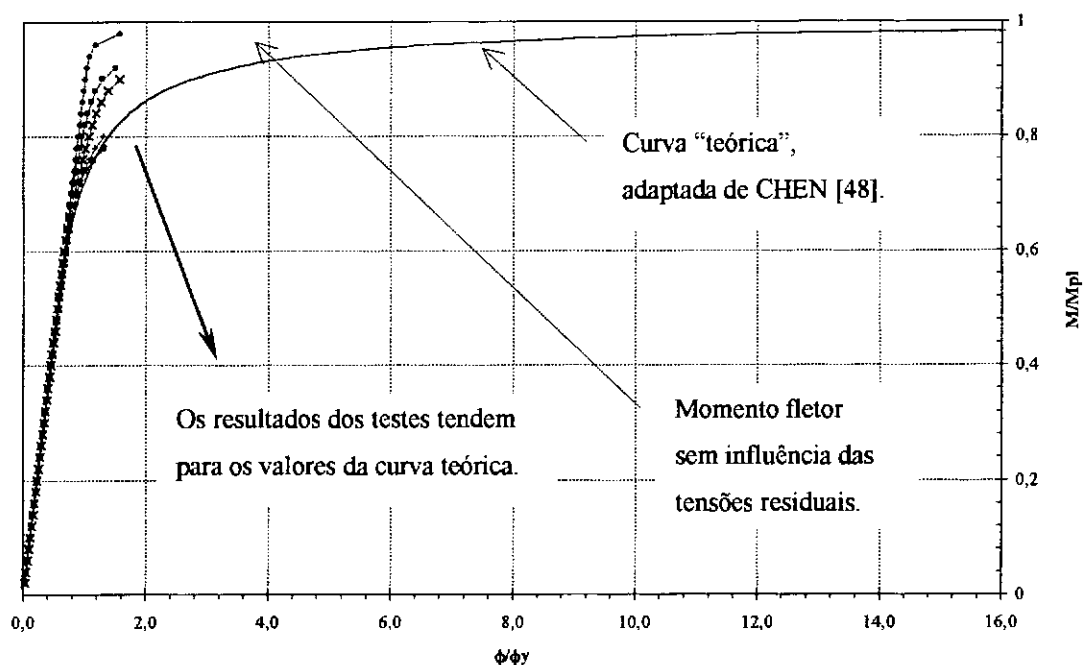


Figura 3- 29: Resultados numéricos, efeito localizado das tensões residuais. (2a etapa).

A curva "teórica" apresentada no gráfico anterior, figura (3- 29), é utilizada para redução gradativa da rigidez do elemento de barra, quando submetido ao processo de desenvolvimento de rótula plástica. Os detalhes pertinentes a esse assunto serão tratados no capítulo 4.

A análise da influência das tensões residuais no momento plástico, apresentadas nesta etapa do trabalho, é igualmente utilizada no capítulo 4, fornecendo subsídios para avaliação do método de rótulas plásticas.

Pode-se concluir, preliminarmente, que os testes numéricos realizados, aumentando-se progressivamente os efeitos das tensões residuais, tendem a aproximar da curva "teórica" os resultados da resposta momento fletor vs. rotação.

3.4.4 Conclusões sobre a influência das tensões residuais no momento plástico

As simulações numéricas realizadas para verificação da influência dos efeitos das tensões residuais no momento de plastificação são consideradas adequadas.

Pode-se afirmar com base nas avaliações apresentadas nesta seção, conforme figura (3- 29), que as tensões residuais são responsáveis por uma precipitação dos efeitos não lineares causados pelo desenvolvimento da plasticidade.

Os resultados obtidos neste item do trabalho de pesquisa são satisfatórios e, conforme mencionado, servirão para futuras avaliações do Método de Rótulas Plásticas a ser analisado no capítulo 4.

3.5 INFLUÊNCIA DO ESFORÇO CORTANTE

3.5.1 Introdução

A plena plastificação da alma de vigas tipo I por esforço cortante é dificilmente encontrado na prática de engenharia de estruturas metálicas. Por essa razão, apesar de previsto em norma, é muitas vezes negligenciado na aplicação dos métodos de análise plástica.

O objetivo deste estudo é a avaliação e comparação das simulações numéricas com auxílio do programa Ansys com as prescrições previstas em normas AISC/LRFD [2], AISC/ASD [3], NBR8800 [1] e Teoria da Plasticidade simplificada apresentada na referência do ASCE [4].

3.5.2 Prescrições e teoria

No item 2.3, Prescrições das Normas, apresentaram-se prescrições do AISC/LRFD [2], AISC/ASD [3], e da Norma Brasileira, NBR8800 [1], para a avaliação da influência dos esforços cortantes no momento plástico, em vigas tipo I. As normas americanas recomendam que, o valor do momento plástico de uma seção deverá ser plenamente atingido enquanto a alma da seção não estiver plenamente plastificada. O item 2.3, do presente trabalho apresenta ainda as recomendações previstas pela Norma

Brasileira, NBR8800 [1], para o cálculo do esforço cortante responsável pela plastificação plena da alma do perfil.

Para projetos, recomenda-se os valores prescritos pela NBR8800 [1] pois são ligeiramente mais conservativos do que os previstos pela AISC/LRFD [2].

A modelagem numérica de uma viga submetida a estado de tensões de cisalhamento puro não é simples. Algumas precauções devem ser tomadas na avaliação deste comportamento. No item seguinte, detalhes pertinentes a esta modelagem são abordados.

3.5.3 Dificuldade de desacoplamento entre momento fletor e esforço cortante

O principal problema na avaliação da influência do esforço cortante está na dificuldade de desacoplamento com o momento fletor.

Uma solução para o estudo de um painel sob tensão cisalhante pura, no caso a alma da viga I, é obtida com elementos finitos simuladores apenas de tensões cortantes, conhecidos como *shear panels*. Esta solução não pôde ser adotada por dois motivos:

- 1) não seria possível avaliar o momento fletor aplicado após a ação de plastificação causada pelo esforço cortante na alma da seção I;
- 2) o elemento tipo *shear panel* não apresenta bom comportamento em análises não lineares com plasticidade.

A aplicação de cargas verticais na extremidade de uma viga curta, engastada, figura (3- 30)(a), foi a solução empregada para obter-se um painel sob esforço cortante uniforme ao longo do comprimento, figura (3- 30)(b). No entanto, é introduzido, involuntária e simultaneamente, efeito de momento fletor, proporcional ao comprimento da viga, neste caso o braço de alavanca, figura (3- 30)(c).

O artifício adotado para minimizar a influência do momento fletor foi a redução do comprimento da viga analisada. Com essa redução significativa no comprimento da viga, os elementos apresentaram problemas de convergência, sendo então necessário um refinamento no modelo adotado. O elementos foram reduzidos 5 vezes em seu tamanho original, ou seja cada elemento finito original foi transformado em 25 novos elementos, aumentando consideravelmente o tempo de análise.

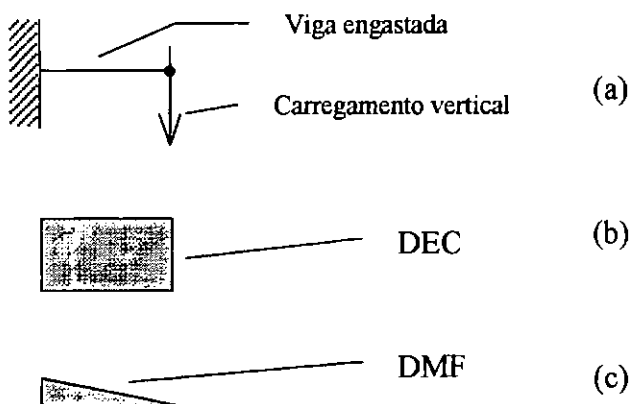


Figura 3- 30: Viga curta em balanço, com carregamento vertical.

(a) Esquema estrutural; (b) Diagrama de esforços cortantes (DEC), (c) Diagrama de momentos fletores (DMF).

Para avaliação dos efeitos das tensões cisalhantes no estudo de vigas I, foram realizados alguns testes numéricos.

3.5.4 Testes numéricos

O primeiro obstáculo na análise numérica foi a plastificação da alma de uma seção I, sem que as mesas estivessem em regime plástico. Novamente, recorreu-se aos mesmos procedimentos utilizados na verificação do momento plástico e esforço normal de plastificação, itens 3.2.4 e 3.3, respectivamente.

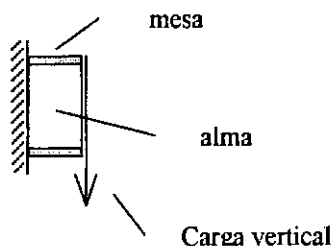
O modelo de viga curta adotado mostrou-se eficiente logo nas primeiras avaliações, não sendo necessárias modificações. Porém, devido à proximidade do apoio, a zona plastificada esteve restrita à região onde as cargas foram aplicadas, figura (3- 32). Esta verificação não modifica os resultados obtidos, pois, como será abordado adiante, a viga com alma plenamente plastificada não apresenta resistência a nenhum acréscimo de momento fletor.

A análise numérica foi dividida em duas etapas, conforme descrito na figura (3- 31). Na primeira, aplica-se o esforço cortante de plastificação ou fração do mesmo. Após reinicializar a análise, novamente preservando-se os deslocamentos e tensões introduzidos no modelo na primeira etapa, tem-se a segunda etapa, onde o momento fletor de plastificação é justaposto ao modelo numérico.

1ª Etapa:

*Cortante de plastificação ou
fração do mesmo.*

(a)



2ª Etapa:

*Momento plástico é introduzido
no modelo, de modo incremental.*

(b)

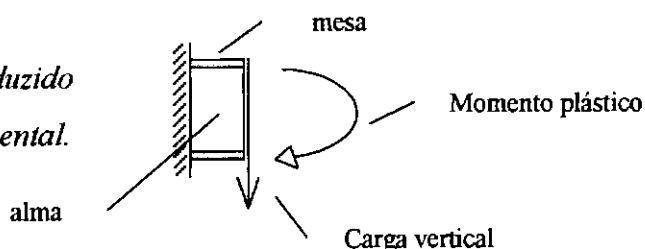


Figura 3- 31: Etapas da análise de verificação da influência do esforço cortante:

(a) 1ª Etapa: esforço cortante; (b) 2ª Etapa: momento plástico.

A determinação do esforço cortante plástico é baseada na formulação apresentada no item 2.3, da presente pesquisa. Obviamente, foram necessários alguns ajustes iniciais para a avaliação das diferenças entre a teoria e o valor numérico a ser adotado no programa. Da mesma forma, o valor obtido para o momento plástico também foi verificado.

No primeiro teste para avaliação de redução do momento plástico, devido à presença do esforço cortante, foi aplicado um valor de carregamento vertical correspondente ao esforço cortante de plastificação máximo, V_{pl} . Na primeira etapa, obteve-se uma plastificação da alma da seção.

A figura (3- 32) mostra o aspecto da alma da seção I plastificada por esforço cortante. Pode ser igualmente observado que a mesa apresenta comportamento elástico.

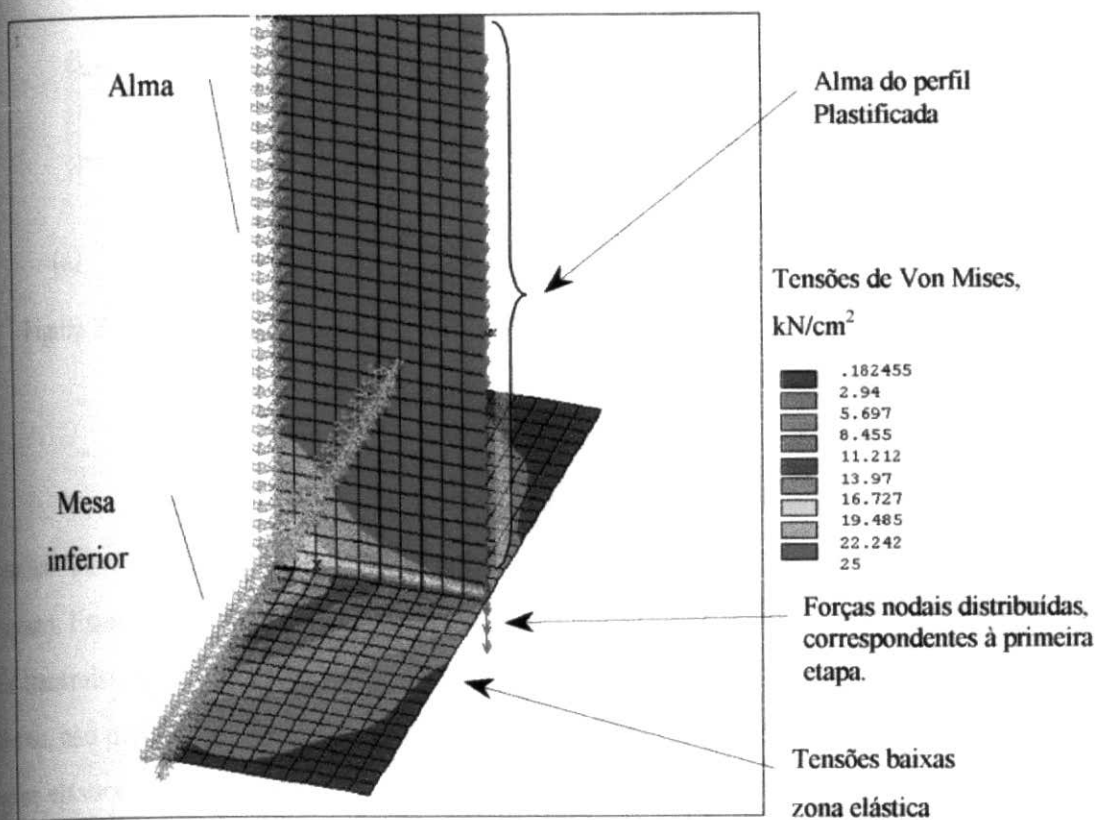


Figura 3- 32: Resultados numéricos obtidos com os efeitos de esforço cortante plástico,
 V_{pl} (1ª etapa da análise)

Na segunda etapa da análise, é aplicado, de modo incremental, um esforço de momento fletor correspondente ao momento de plastificação. No entanto, não foi possível introduzir no modelo, com alma plastificada por cisalhamento, nenhum esforço, nem parcela do momento plástico. Isso significa que a capacidade de carregamento do elemento estrutural foi atingido, mesmo com as mesas em regime elástico.

Conforme pode ser observado na figura (3- 32), a mesa encontra-se em regime elástico. Isoladamente, as mesas possuem uma grande reserva de resistência. Essa configuração sugere que a viga pode suportar ainda um grande acréscimo de momento fletor, mas isso não foi observado.

Com base nesta verificação, recorreu-se a um novo teste, no qual despreza-se a resistência da alma plastificada e são introduzidos esforços de momento fletor apenas nas mesas, ou seja um binário. O binário representa, por sua vez, uma parcela importante do momento fletor de plastificação ($\approx 84\% M_{pl}$).

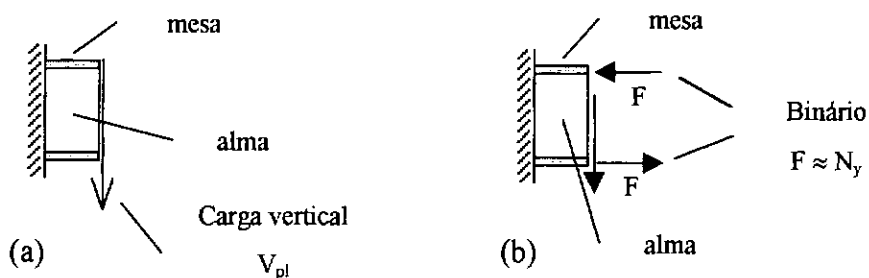


Figura 3- 33: Esquema estrutural, binário de esforços. (a) Primeira etapa, V_{pl} ;
(b) Segunda etapa binário.

A análise dos resultados demonstrou que não foi possível aplicar, em um processo incremental com 50 incrementos de carga, nenhuma parcela do binário proposto. Estes resultados levam a uma conclusão preliminar de que a alma, responsável pela transmissão de esforços entre as mesas superior e inferior, quando em regime plástico, não permite nenhum acréscimo de carga, mesmo que se considere as mesas em regime elástico. Tal observação é condizente com o previsto pela teoria, ASCE [4], e com as prescrições das principais normas consultadas, AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3].

A configuração de tensões em regime elástico, apresentada pelas mesas, motivou um novo teste baseado em esquema estrutural semelhante ao proposto pela figura (3- 33). Na primeira etapa, aplica-se um valor de esforço cortante correspondente a 80% V_{pl} , para em seguida aplicar-se o binário, com esforços normais em cada mesa correspondentes a N_{yf} (esforço normal de plastificação correspondente à parcela das mesas do perfil I).

Os resultados da primeira etapa demonstram que não há início de plastificação nas mesas nem na alma do perfil, com tensões de Von Mises inferiores ao limite de escoamento do aço 25 kN/cm², conforme pode ser observado na figura (3- 34).

Para a etapa seguinte, foi possível aplicar todo o binário proposto, com esforços correspondentes a N_{yf} , sem a verificação de erros de instabilidade numérica por parte do programa Ansys. Porém, como o “binário de plastificação” foi totalmente aplicado, as mesas apresentam grandes zonas plásticas e o modelo desenvolve grandes deslocamentos, em outras palavras, formou-se uma rótula plástica.

Pode-se verificar na figura (3- 35) a presença de uma grande zona plastificada nas mesas do perfil I, enquanto que a alma, a qual não sofreu nenhum

carregamento na segunda etapa da análise, apresenta comportamento totalmente elástico.

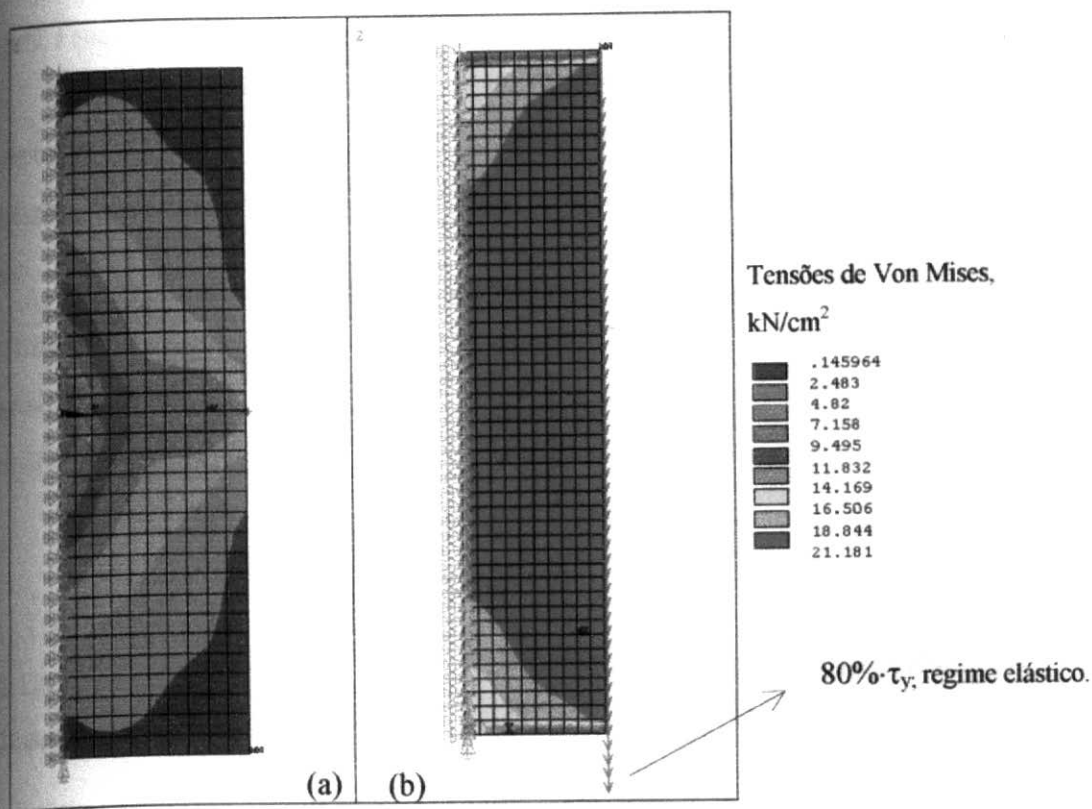


Figura 3-34: Resultados numéricos obtidos com esforço cortante correspondente a 80% V_{pl} (1ª etapa); (a) Mesa do perfil em regime elástico (b) Alma do perfil.

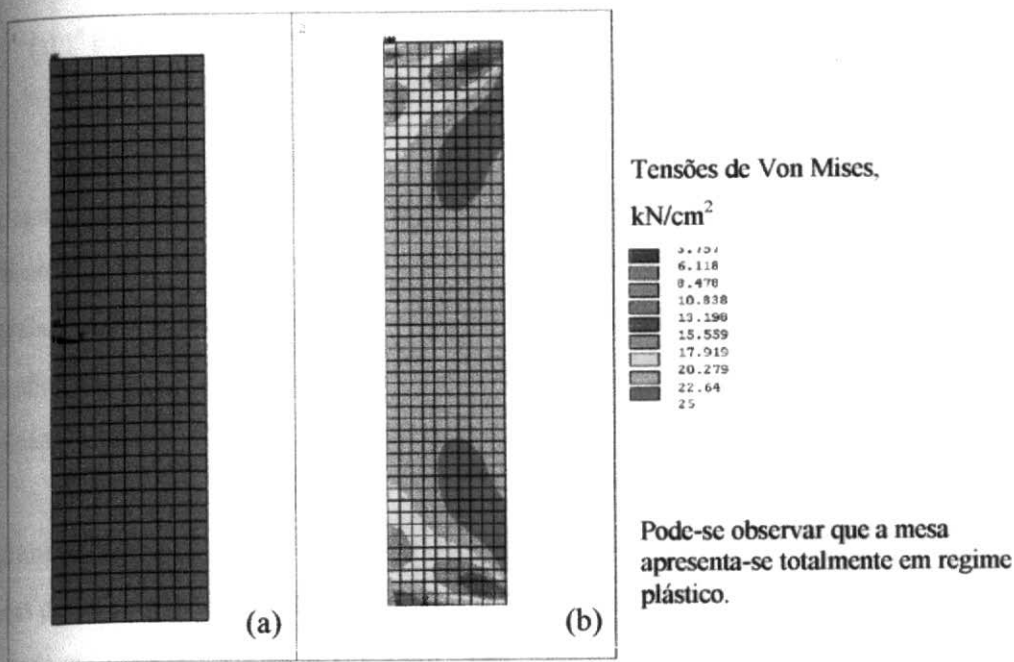


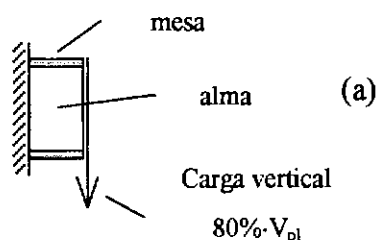
Figura 3-35: Resultados numéricos obtidos com esforço cortante correspondente a 80% V_{pl} , (2ª etapa), (a) Mesa do perfil em regime plástico; (b) Alma do perfil.

Novamente, motivado pela configuração de tensões apresentada pela alma do perfil, a qual apresenta-se em regime elástico, um novo teste foi realizado.

A primeira etapa do teste anterior foi preservada, ou seja esforço cortante correspondente a $80\% \cdot V_{pl}$. Para a etapa posterior, o momento total de plastificação é introduzido no modelo numérico, conforme pode ser observado na figura (3- 36), abaixo.

1ª Etapa:

parcela do esforço cortante de plastificação: $80 \cdot V_{pl}$.



2ª Etapa:

Momento plástico: M_{pl} .

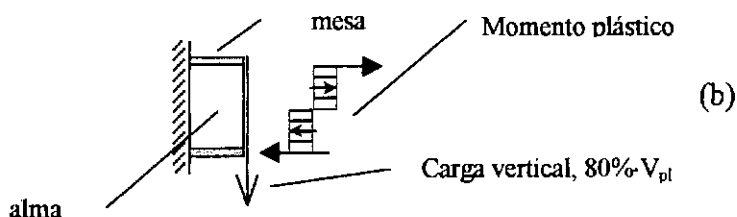


Figura 3- 36: Etapas da análise do novo teste numérico.

(a) 1ª Etapa: esforço cortante, $80\% \cdot V_{pl}$; (b) 2ª Etapa: momento plástico, M_{pl} .

De posse dos resultados, verificou-se que não foi possível a aplicação do carregamento completo da segunda etapa, chegando-se a aproximadamente $2/3$ do M_{pl} . Preliminarmente, conclui-se que, devido ao fato da alma do perfil I já estar com tensões elevadas, aproximadamente $80\% \cdot \tau_y$, não se conseguiu atingir o momento de plastificação, M_{pl} . Cabe ressaltar que o momento de plastificação, por si só, já seria suficiente para plastificação plena de toda a seção.

A figura (3- 37), apresenta o aspecto das zonas plastificadas, no último incremento de carga, correspondente a $2/3$ do M_{pl} . Pode ser observada a presença de zonas plásticas nas mesas e alma. A duas grandes zonas em escoamento presentes na alma do perfil foram responsáveis pela instabilidade numérica. Os esforços introduzidos pelo momento plástico na alma do perfil são os responsáveis pela instabilidade numérica, visto que as mesas ainda apresentam grande reserva elástica.

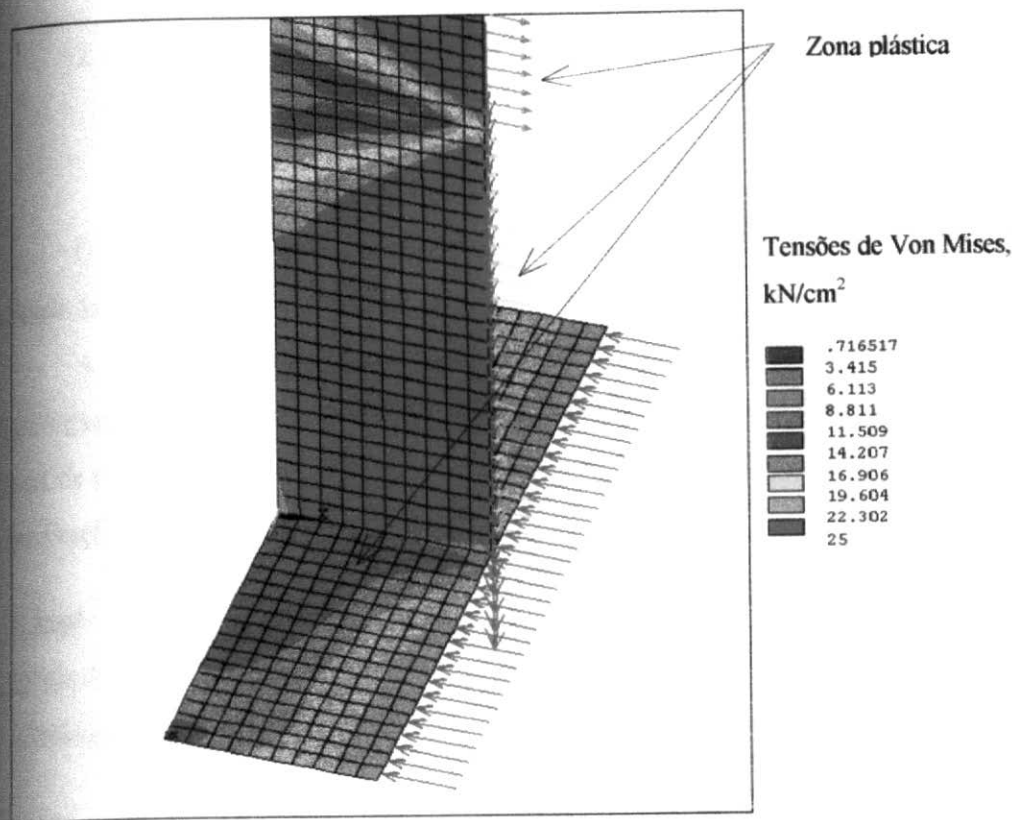


Figura 3- 37: Resultados numéricos obtidos para esforço cortante = $80\% \cdot V_{pl}$ (1ª etapa) e momento fletor = $2/3 \cdot M_{pl}$ (2ª etapa).

As hipóteses de carregamento testadas são consideradas bastante rigorosas e descrevem carregamentos severos de colapso plástico das mesas e alma do perfil. Cabem neste ponto do trabalho algumas considerações sobre os carregamentos adotados até então.

Foram testados, para a segunda etapa, os momentos plásticos total e de plastificação do flange, M_{pl} e M_{pf} , respectivamente. O momento de início de plastificação, M_y , prevê início de plastificação das mesas e comportamento elástico para a alma. Concluimos portanto que o momento de início de plastificação é superior ao momento de plastificação das mesas e inferior ao momento plástico: $M_{pl} > M_y > M_{pf}$.

Observa-se que o momento de plastificação das mesas (binário) é expresso pela equação:

$$M_{pf} = Z_f f_y \quad (3- 17)$$

onde, Z_f corresponde ao módulo resistente plástico correspondente a parcela das mesas. Por outro lado, concluímos que Z_f é uma função do módulo plástico da seção, Z .

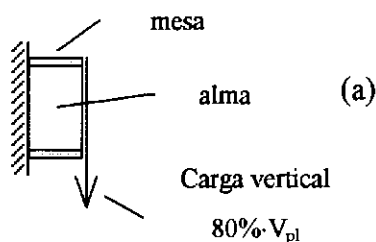
$$Z = \underbrace{b_f \cdot t_f \cdot (d - t_f)}_{Z_f} + \frac{t_w}{4} \cdot (d - 2t_f)^2 \quad (3-18)$$

O momento de início de escoamento, M_y , foi usado no teste seguinte para verificação da influência do esforço cortante no momento plástico último.

A primeira etapa é semelhante aos demais testes, onde aplicando-se um esforço cortante de valor correspondente a 80% do esforço cortante plástico. A seguir, é aplicado, de modo incremental, o momento M_y , correspondente ao momento de início de plastificação.

1a Etapa:

parcela do esforço cortante de plastificação: $80\% \cdot V_{pl}$.



2a Etapa:

Momento de início de plastificação: M_y .

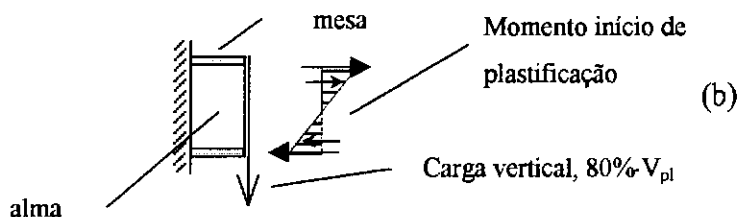


Figura 3- 38: Etapas da análise do último teste numérico: (a) 1a Etapa: esforço cortante, $80\% \cdot V_{pl}$; (b) 2a Etapa: momento incremental de início de plastificação, M_y .

Os resultados obtidos no teste demonstram que o momento fletor de início de plastificação, M_y , pôde ser totalmente aplicado no modelo numérico.

Após o desenvolvimento de todo o momento M_y , as mesas ficam totalmente plastificadas, enquanto a alma apresenta-se parcialmente em escoamento. Devido a essa configuração de tensões, podem ser verificadas grandes deslocamentos e rotações não lineares, porém não é observado nenhum erro devido a instabilidade numérica.

A figura (3- 39) apresenta as zonas plásticas verificadas no último incremento de carga, correspondente ao valor total do momento M_y .

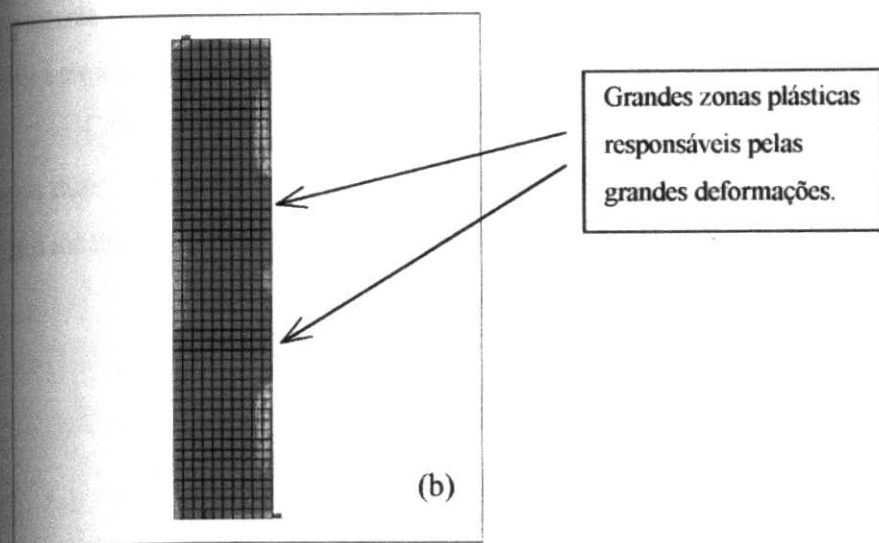
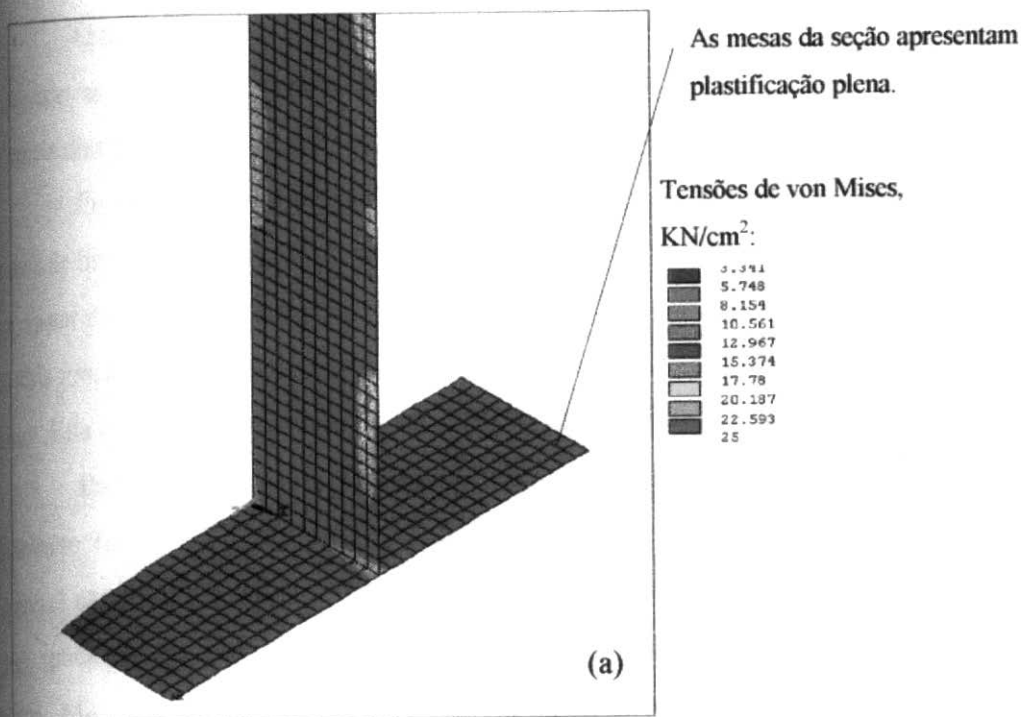


Figura 3- 39: Resultados numéricos obtidos com esforço cortante = $80\% \cdot V_{pl}$ e momento fletor, M_y ; (a) Perspectiva: alma e mesa inferior; (b) Vista da alma.

3.5.5 Conclusões sobre a influência do esforço cortante no momento plástico

Alguns testes numéricos foram realizados, com o objetivo de comprovação das prescrições previstas nas principais normas, AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3], e verificação da teoria de plastificação por tensão cisalhante.

O modelo numérico utilizado nesta pesquisa de tese demonstrou-se eficiente e, segundo os resultados apresentados, foi considerado adequado nas simulações da influência do esforço cortante no momento plástico último, M_{pl} .

Ficou comprovado, logo nos primeiros testes, que após a plena plastificação da alma de um perfil de seção I, não é possível nenhum acréscimo de momento fletor, pois, apesar da grande reserva em resistência disponível nas mesas, a alma plastificada não mais funciona com eficiência na transmissão de esforços entre as mesas superior e inferior. Esta é a causa responsável pelo colapso ou instabilidade numérica do modelo.

Para configurações de tensão cisalhante atuante na alma, inferiores ao escoamento (alma no regime elástico) é possível utilizar a reserva de resistência disponível nas mesas. Esta reserva deve ser empregada com cautela, de modo que não sejam aplicados grandes carregamentos na alma, como por exemplo o momento plástico, M_{pl} . Estes carregamentos podem provocar a instabilidade da seção, mais precisamente na alma, a qual encontra-se mais sensível à instabilidade do que as mesas, devido a presença de valores de tensão elevados.

Conclui-se finalmente que foram comprovadas as recomendações das normas atuais, onde ressalta-se a importância da influência da plastificação da alma por esforço cortante na avaliação do momento plástico.

3.6 CONCLUSÕES

O principal objetivo deste capítulo é a avaliação do desenvolvimento das zonas plásticas em perfis metálicos, com o propósito de conferir os modelos simplificados de rótulas plásticas concentradas.

Para tal avaliação, alguns perfis metálicos foram cuidadosamente selecionados e modelados numericamente por meio de elementos planos, utilizando-se para isso o programa Ansys.

Através de modelagens numéricas, foi possível a verificação de zonas plásticas espreiadas e a avaliação do valor do momento plástico considerando-se efeitos não lineares geométricos e o critério de Von Mises para a determinação da tensão correspondente à plastificação. Podemos considerar que a associação da não linearidade geométrica com a não linearidade física representa uma boa aproximação do modelo real.

Os principais fatores que podem influenciar a formação de rótulas plásticas também foram analisados no presente capítulo, como por exemplo a combinação de esforços normais, cortantes e tensões residuais.

Com base nos resultados satisfatórios obtidos nos diversos testes numéricos desenvolvidos neste capítulo, pode-se afirmar que, para perfis metálicos soldados, os modelos simplificados de rótulas plásticas concentradas correspondem, com aproximação satisfatória, ao comportamento plástico real desses elementos estruturais.

Capítulo 4

Método das Rótulas Plásticas

4.1 INTRODUÇÃO

No capítulo 3 deste trabalho, Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas, foram apresentados diversos testes, obtidos com o programa Ansys. Em todas as análises numéricas realizadas, adotaram-se procedimentos não lineares físico e geométrico. Estes procedimentos foram necessários para uma boa aproximação do modelo real.

Diversos testes preliminares, muitos incrementos de carga e dezenas iterações intermediárias, representaram algumas das etapas necessárias para a obtenção de resultados satisfatórios e convergência numérica, obtidos no capítulo 3 da presente pesquisa. O tempo de solução e a capacidade de memória computacional são outros fatores que devem ser ponderados, pois modelos mais refinados ou maiores, exigem muito do computador utilizado. No caso de simulações com modelos mais sofisticados, o “hardware” pode ser um fator limitante. Pode-se ressaltar ainda que o programa Ansys, empregado na obtenção dos resultados, é tido como excepcional quando comparado à grande maioria dos programas de análise estrutural disponíveis no mercado e comumente adotados na prática de engenharia estrutural.

Quando se pensa em verificações estruturais da prática de engenharia civil corrente, como por exemplo, pórticos planos, vigas contínuas, edifícios de poucos andares, dentre outros, o tipo de solução proposta no capítulo anterior, com a discretização numérica da seção transversal com elementos bidimensionais, no caso o *PLASTIC SHELL 181*, não é eficiente. Para cada seção analisada, uma nova geometria

deve ser proposta. Com isso, a grande quantidade de recursos computacionais despendidos tornam a análise praticamente inviável.

Observou-se também, nos testes numéricos propostos no capítulo anterior deste trabalho, que as tensões residuais exercem grande influência no comportamento do fenômeno da plastificação, as quais, apesar de difícil simulação, devem ser consideradas na avaliação numérica. Enfim, o que se deseja afirmar é que os resultados satisfatórios obtidos nos testes realizados, foram obtidos a custa de um esforço computacional muito grande.

Para que o método plástico possa ser adotado em análises e verificações práticas de engenharia estrutural metálica corrente, uma outra forma simulação numérica deve ser estudada.

4.1.1 Método das Rótulas Plásticas

O Método das Rótulas Plásticas vem sendo avaliado por diversos pesquisadores brasileiros, pode-se citar os mais recentes: SOUZA [42], ASSAID [43] e RODRIGUES [44]. Ao contrário do método com simulação da seção transversal, o qual é baseado na plastificação distribuída, ou seja verificação da zona espreiada plastificada, o Método das Rótulas Plásticas preconiza a plastificação concentrada.

Em outras palavras, as zonas de formação de rótulas plásticas ficam restritas à regiões concentradas e predeterminadas, geralmente localizadas em seções conhecidas ou facilmente previstas, como por exemplo, pontos de aplicação de cargas concentradas, ligações tipo viga/coluna, momento fletor máximo e apoios engastados. Pode-se observar então, que algumas regiões do sistema estrutural serão responsáveis por toda a simulação do comportamento da formação das articulações plásticas. Nestas regiões concentradas utiliza-se um elemento de conexão, responsável pelo desenvolvimento das deformações não lineares de rotação, relativas ao fenômeno de formação da rótula plástica.

No restante do modelo estrutural, adotam-se elementos de pórtico plano. As propriedades deste elemento, também são alteradas pelo processo não linear de plastificação.

Com o esquema apresentado na figura (4- 1), a seguir, pode-se observar a aplicação do Método das Rótulas Plásticas associado a uma viga hiperestática bi-engastada com carga concentrada e um pórtico plano simples.

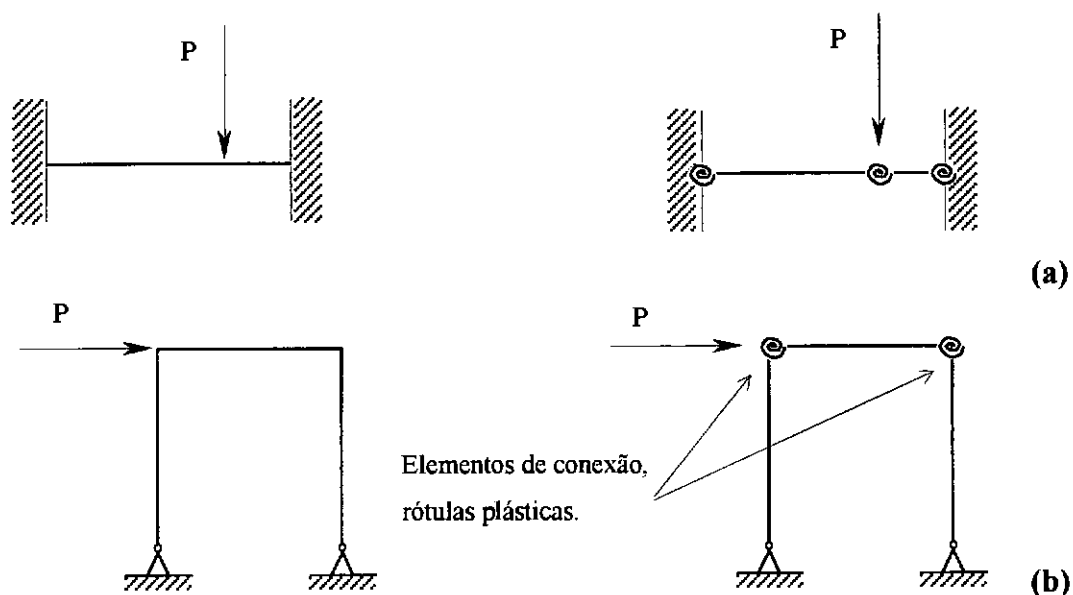


Figura 4- 1: Aplicações do Método das Rótulas Plásticas, (a) viga bi-engastada; (b) pórtico plano simples.

Os artifícios numéricos citados nos parágrafos anteriores, quando aliados a um processo de solução não linear geométrico, como por exemplo Newton-Raphson incremental-iterativo, compõem uma ferramenta computacional muito poderosa na avaliação de estruturas a serem analisadas pelo Método Plástico.

Alguns programas computacionais já foram desenvolvidos e testados, contemplando o fenômeno da plasticidade em zonas concentradas, podendo-se citar a referência SOUZA [42]. Tais programas, compilados em linguagem *FORTRAN*, apresentam sub-rotinas que desempenham a formação gradativa da rótula plástica, além de simular a perda de rigidez nos elementos de pórtico plano. Essas sub-rotinas geralmente são implementadas em programas consagrados de resolução de pórticos planos, como por exemplo os citados em ZIENKIEWICZ [45] e PFEIL [46]. A criação de um programa permite maior flexibilidade na apresentação dos resultados e introdução dos critérios a serem adotados.

No entanto, nem sempre é necessária a modificação ou criação de um novo programa para resolução de estruturas simples pelo Método das Rótulas Plásticas. O principal objetivo deste capítulo é o de apresentar uma alternativa para a avaliação do fenômeno da plastificação concentrada pelo Método das Rótulas Plásticas.

4.2 IMPLEMENTAÇÃO NUMÉRICA

4.2.1 Introdução

O programa Ansys, utilizado nas avaliações numéricas do capítulo anterior, conforme já foi mencionado, dispõe de uma grande quantidade de tipos de elementos finitos. Essa variedade de elementos possibilitou a verificação do Método das Rótulas Plásticas pelo programa Ansys. Nos testes realizados nesta parte do trabalho foram adotados dois tipos de elementos do Ansys. Um elemento de pórtico plano: *BEAM54* e um elemento de conexão, tipo “mola”, com propriedades não lineares: *COMB39*.

Uma descrição mais detalhada destes dois elementos é apresentada nos apêndices D e E, para os elementos *COMB39* e *BEAM54*, respectivamente.

Neste item são apresentados os conceitos gerais e específicos do Método das Rótulas Plásticas. Os conceitos específicos referem-se àqueles que foram adotados nos modelos propostos para o programa Ansys. Entende-se como conceitos gerais aqueles que podem ser utilizados na elaboração de um novo programa ou outra aplicação ligada à verificação da plasticidade pelo Método das Rótulas Plásticas.

Nos itens seguintes serão abordados os critérios necessários à implementação numérica do Método das Rótulas Plásticas, bem como os elementos utilizados e a formulação empregada.

4.2.2 Elemento de pórtico plano

Os elementos de barra são facilmente empregados nas análises de estruturas metálicas da engenharia corrente. Os engenheiros estruturais estão bastante familiarizados com este tipo de elemento finito. A discretização geométrica do modelo estrutural, onde emprega-se esse tipo de elemento é simples e aplicável à grande maioria das estruturas analisadas.

Nas avaliações não lineares ligadas à plasticidade, utilizando o Método das Rótulas Plásticas, os elementos de barra são responsáveis pela simulação do comportamento não linear físico plástico associado às deformações axiais.

Os efeitos de não linearidade física são introduzidos na formulação matricial do elemento, através da alteração do módulo de elasticidade. O módulo de elasticidade é substituído, na matriz de rigidez do elemento de pórtico plano, equação (4- 1), pelo módulo de elasticidade tangente, equação (4- 2).

$$\tilde{K}_e^I = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{4EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad \text{simétrica} \quad (4-1)$$

$$\tilde{K}_e^I = \begin{bmatrix} \frac{E_t A}{L} & 0 & 0 & -\frac{E_t A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_t I}{L^3} & \frac{6E_t I}{L^2} & 0 & -\frac{12E_t I}{L^3} & -\frac{6E_t I}{L^2} \\ 0 & \frac{6E_t I}{L^2} & \frac{4E_t I}{L} & 0 & -\frac{6E_t I}{L^2} & -\frac{4E_t I}{L} \\ -\frac{E_t A}{L} & 0 & 0 & \frac{E_t A}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12E_t I}{L^3} & -\frac{6E_t I}{L^2} & 0 & \frac{12E_t I}{L^3} & \frac{6E_t I}{L^2} \\ 0 & \frac{6E_t I}{L^2} & \frac{12E_t I}{L^3} & 0 & -\frac{6E_t I}{L^2} & -\frac{4E_t I}{L} \end{bmatrix} \quad \text{simétrica} \quad (4-2)$$

Onde: K_e^I = matriz de rigidez do elemento de pórtico plano no sistema local de coordenadas;

E = módulo de elasticidade;

E_t = módulo de elasticidade tangente;

A = área da seção transversal;

I = momento de inércia da seção transversal;

L = comprimento do elemento (distância entre dois nós).

À medida que as tensões normais atuantes no elemento aproximam-se da tensão de escoamento, o módulo de elasticidade é gradualmente reduzido, até o valor limite zero. Nessa situação obtém-se então a formação gradativa de um elemento de barra em escoamento. A formulação empregada nesta redução será apresentada no item 4.2.3 deste trabalho.

A alteração do módulo de elasticidade tangente afetará todas as rigidezas do elemento. Porém, os efeitos associados à rotação devido à plastificação serão mais intensos na formulação do elemento de conexão, que será apresentada no item 4.2.5.

A implementação da alteração de rigidez pelo módulo tangente na matriz do elemento de pórtico plano, permite que estruturas submetidas à análise plástica desempenhem deformações axiais compatíveis com a não linearidade física associada à plasticidade.

Utilizando a alteração do módulo de elasticidade tangente, todos os elementos de pórtico, onde houver a necessidade de redução de rigidez, serão automaticamente afetados. Isto significa que não há necessidade de uma predefinição das barras que poderão ser afetadas por um esforço axial correspondente à plastificação.

Nas avaliações desenvolvidas com auxílio do programa Ansys não é simples introduzir no modelo numérico uma alteração no módulo de elasticidade da matriz de rigidez. Tal dificuldade obriga a adoção de uma solução diferente. Introduz-se na extremidade de cada elemento de pórtico plano modelado, um elemento de mola, com comportamento não linear, *COMB39*, simulando as deformações longitudinais causadas pelos efeitos da plasticidade conforme Método das Rótulas Plásticas.

Devido às facilidades pertinentes ao pré-processador gráfico do programa Ansys, a modelagem dos elementos de pórtico, em conjunto com o elemento de mola, torna-se bastante simples. Pode-se adiantar que os resultados obtidos no presente trabalho, com diversos testes preliminares realizados com esse artifício numérico, são considerados satisfatórios. Um esquema do modelo dos dois elementos acoplados é apresentado na figura (4- 2), a seguir.

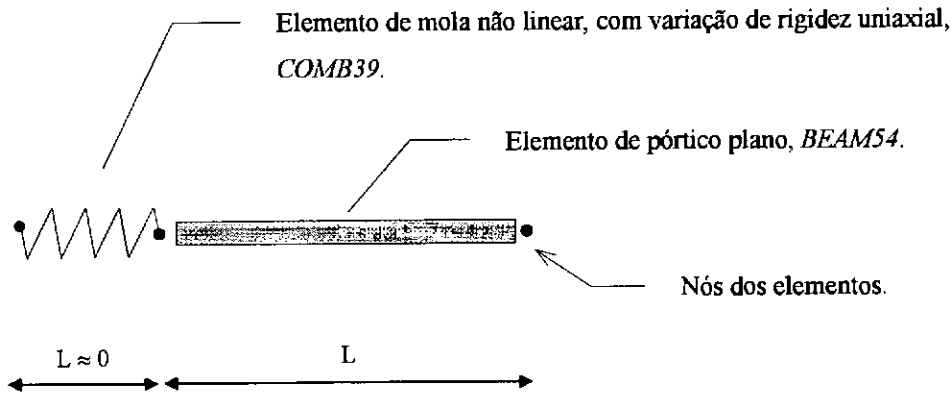


Figura 4- 2: Esquema do elemento de pórtico plano empregado no Método das Rótulas Plásticas.

A formulação empregada na redução gradativa do módulo de elasticidade considera alguns fatores importantes. Tais fatores são adotados com a finalidade de aproximar o modelo numérico do real. Algumas considerações sobre a formulação ora mencionada são apresentadas no item a seguir.

4.2.3 Redução gradativa do módulo de elasticidade

Os efeitos não lineares físicos da plastificação, associados às ações dos esforços axiais e imperfeições geométricas, são simulados pelo Método das Rótulas Plásticas pela redução gradativa da rigidez do elemento, através da modificação do módulo de elasticidade tangente, E_t .

As formulações empregadas neste trabalho foram apresentadas pelo AISC/LRFD [2], e também pelo “Column Research Council”, CRC [47]. Existem diferenças nas formulações utilizadas na modificação do módulo de elasticidade tangente para os membros estruturais submetidos ao esforço axial de compressão e de tração.

Para os esforços axiais de compressão, utiliza-se a expressão da equação (4- 3), extraída do AISC/LRFD [2]. Tal formulação contempla efeitos de tensões residuais e imperfeições geométricas na rigidez efetiva do elemento, por esta razão, sua aplicação é mais apropriada para simulação da plastificação por compressão.

No caso dos esforços axiais de tração, adota-se no Método das Rótulas Plásticas a expressão proposta pelo CRC, [47], equação (4- 4). Esta formulação não apresenta efeitos de imperfeições iniciais, sendo portanto mais indicada para esforços axiais de tração. As equações são as seguintes:

Compressão:

$$\frac{E_t}{E} = -2,7243 \cdot \frac{N}{N_y} \cdot \ln \left[\frac{N}{N_y} \right], \text{ para } N > 0,39 \cdot N_y \quad (4- 3)$$

Tração:

$$\frac{E_t}{E} = \frac{4 \cdot N}{N_y} \cdot \left[1 - \frac{N}{N_y} \right], \text{ para } N > 0,50 \cdot N_y \quad (4- 4)$$

A figura (4- 3) apresenta um gráfico com as equações anteriores. Pode-se verificar a mudança gradual da rigidez pela alteração do módulo de elasticidade tangente. Para valores elevados de esforço normal o módulo de elasticidade tangente tende para zero. Por outro lado, valores pequenos de esforços axiais não introduzem modificações no módulo de elasticidade do elemento de pórtico plano.

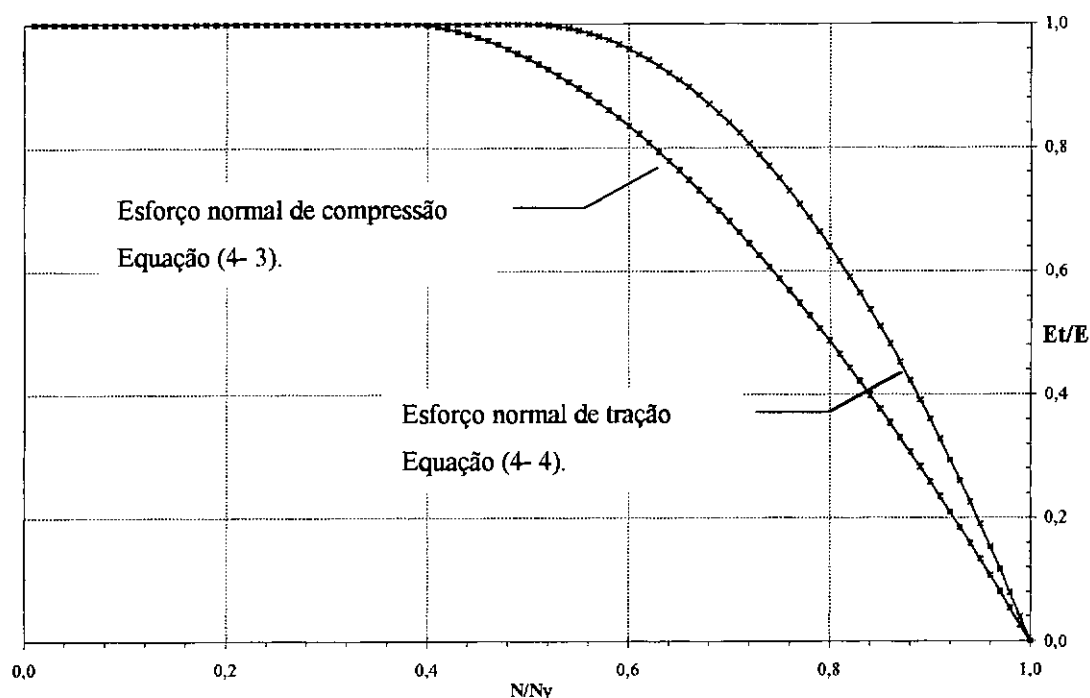


Figura 4- 3: Gráfico com a variação gradual do módulo de elasticidade tangente vs. o aumento sucessivo do esforço normal.

As verificações numéricas desenvolvidas com auxílio do programa Ansys, também utilizam as expressões apresentadas pelas equações (4- 3) e (4- 4). Tais equações foram empregadas na elaboração de curvas do tipo esforço vs. deslocamento, as quais são aplicadas aos elementos de mola, *COMB39*. Estas curvas são utilizadas pelo processador do programa Ansys, constituindo assim uma condição imposta de deslocamento a ser seguida, em função dos esforços internos presentes no elemento.

No entanto, existe um inconveniente, que não poderia deixar de ser citado: como as curvas referem-se a valores de esforços e deslocamentos, para cada tipo de seção, mais precisamente área de seção diferente, uma nova curva esforço vs. deslocamento deverá ser introduzida.

Este problema é minimizado pela facilidade com que os dados são introduzidos no pré processador do programa Ansys. Além disso, muitas curvas podem

ser geradas automaticamente com auxílio de planilhas eletrônicas, as quais são atualizadas rapidamente com apenas algumas alterações, neste caso específico, a mudança da área do elemento a ser verificado.

Este procedimento foi avaliado diversas vezes neste trabalho, quando da elaboração dos testes numéricos a serem apresentados a seguir, neste trabalho, item 4.3. O procedimento anteriormente citado foi considerado satisfatório. Algumas curvas esforço vs. deslocamento, foram desenvolvidas conforme apresentado na figura (4- 4), para o perfil CVS 300 x 70.

Pode-se verificar que para valores de esforços normais pequenos, inferiores aos determinados nas equações (4- 3) e (4- 4), não há modificação dos deslocamentos axiais. As deformações causadas por esforços menores do que estes valores predeterminados, são decorrentes dos elementos de pórtico plano.

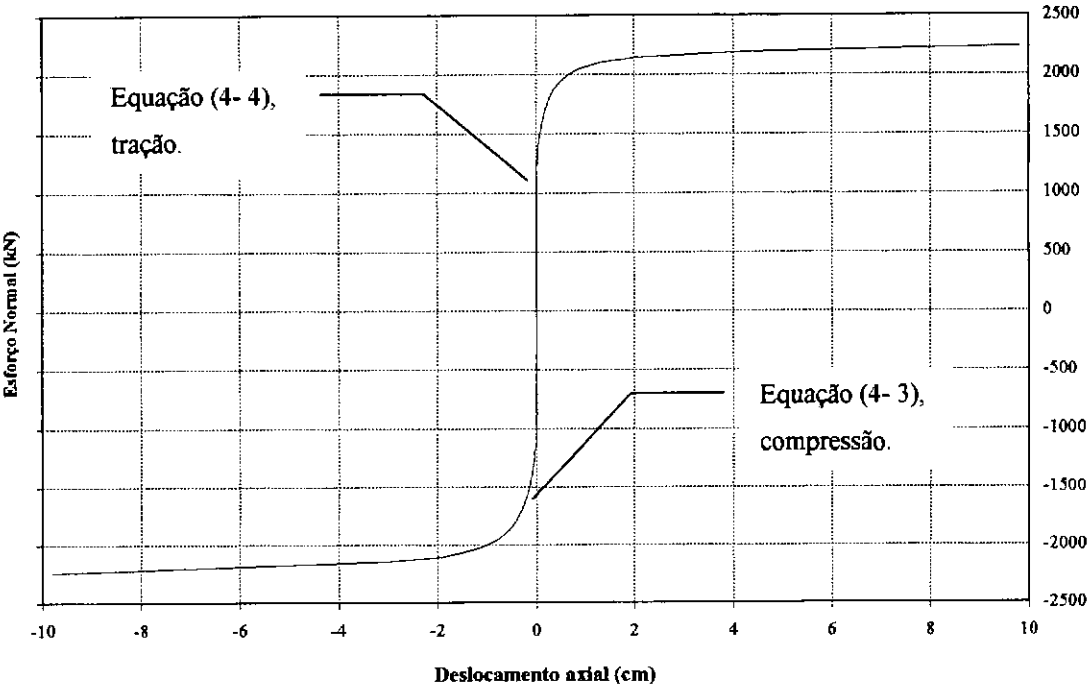


Figura 4- 4: Exemplo de gráfico esforço normal vs. deslocamento axial adotado na avaliação numérica com o programa Ansys, para o perfil CVS 300 x 70.

O uso dos elementos de mola não lineares, *COMB39*, não ficou restrito apenas à simulação dos efeitos de modificação do módulo de elasticidade tangente. Para as verificações de perda de rigidez rotacional, seu emprego foi fundamental nas simulações numéricas obtidas com o programa Ansys.

4.2.4 Elemento de Conexão

Analogamente aos elementos de barra, os elementos de conexão também são bastante conhecidos e utilizados pelos engenheiros estruturais. Na maioria das vezes seu emprego é adotado nas simulações de apoios ou ligações elásticas.

Nas análises envolvendo plasticidade, os elementos de conexão são introduzidos em regiões onde prevê-se o desenvolvimento de efeitos não lineares ligados à plasticidade, simulando-se o desenvolvimento de rótulas plásticas.

Nos programas desenvolvidos para análise plástica, emprega-se normalmente o elemento de conexão apenas para simulação da perda de rigidez rotacional, enquanto o próprio elemento de pórtico plano é responsável pela redução de rigidez axial, conforme foi mencionado nos itens anteriores deste capítulo. Esse procedimento foi empregado nas soluções numéricas apresentadas nas referências SOUZA [42], ASSAID [43] e RODRIGUES [44].

O modelo numérico do elemento de conexão empregado nesses programas, é constituído por dois nós e três graus de liberdade, representados por três molas. Como os coeficientes de rigidez são definidos, o comprimento do elemento não importa, podendo ser nulo. Verificou-se porém, em aplicações numéricas precedentes SOUZA [42] e ASSAID [43], que o comprimento nulo ocasiona erros numéricos. Por esta razão um comprimento muito pequeno do elemento de conexão deve ser adotado. Um esquema do elemento de conexão é apresentado na figura (4- 5), a seguir.

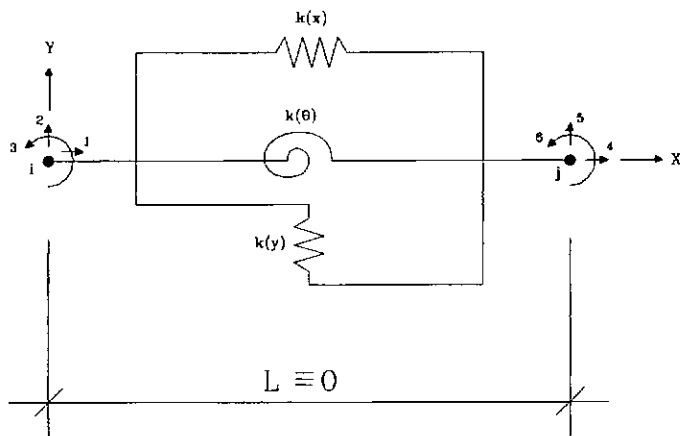


Figura 4- 5: Esquema do elemento de conexão empregado no Método das Rótulas Plásticas.

A rigidez rotacional do elemento, $k(\theta)$, é afetada por uma fator de redução parabólica (Φ). Este fator de redução diminui gradualmente, à medida que o momento fletor atuante no elemento aproxima-se do momento plástico.

Nos programas desenvolvidos para simulação dos efeitos de plastificação, o fator de redução parabólica é introduzido diretamente na matriz de rigidez do elemento de conexão, equação (4- 5). Após modificação, a equação (4- 5) torna-se a equação (4- 6), ambas apresentadas a seguir. A formulação pertinente ao fator de redução gradativa da rigidez rotacional, bem como os procedimentos necessários para sua implementação numérica pelo programa Ansys serão apresentados posteriormente, no item 4.2.5 deste capítulo.

A matriz de rigidez do elemento de conexão, no sistema de referência global é dada por:

$$\tilde{k}^g = \begin{bmatrix} k_{(x)} & 0 & 0 & -k_{(x)} & 0 & 0 \\ 0 & k_{(y)} & 0 & 0 & -k_{(y)} & 0 \\ 0 & 0 & k_{(\theta)} & 0 & 0 & -k_{(\theta)} \\ -k_{(x)} & 0 & 0 & k_{(x)} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{(y)} & 0 & 0 & k_{(y)} & 0 \\ 0 & 0 & -k_{(\theta)} & 0 & 0 & k_{(\theta)} \end{bmatrix} \quad (4- 5)$$

A matriz de rigidez do elemento de conexão, alterada pelo fator de redução gradativa de rigidez, Φ , é dada por:

$$\tilde{k}^g = \begin{bmatrix} k_{(x)} & 0 & 0 & -k_{(x)} & 0 & 0 \\ 0 & k_{(y)} & 0 & 0 & -k_{(y)} & 0 \\ 0 & 0 & \Phi \cdot k_{(\theta)} & 0 & 0 & -\Phi \cdot k_{(\theta)} \\ -k_{(x)} & 0 & 0 & k_{(x)} & 0 & 0 \\ 0 & -k_{(y)} & 0 & 0 & k_{(y)} & 0 \\ 0 & 0 & -\Phi \cdot k_{(\theta)} & 0 & 0 & \Phi \cdot k_{(\theta)} \end{bmatrix} \quad (4- 6)$$

Enquanto programas desenvolvidos, os coeficientes de rigidez do elemento de conexão nas direções x ou y, $k_{(x)}$ e $k_{(y)}$, não são alterados, nas avaliações numéricas propostas utilizando o programa Ansys, a modificação gradual destes coeficientes é fundamental para o desenvolvimento dos efeitos causados pela plastificação.

Conforme foi apresentado nos itens 4.2.2 e 4.2.3, é necessária a introdução de um elemento de mola não linear acoplado a um elemento de pórtico, para simulação

da perda de rigidez associada à modificação do módulo de elasticidade tangente. Em outras palavras, modificação do coeficiente de rigidez $k_{(x)}$.

Da mesma forma, para simulações numéricas propostas neste trabalho com o programa Ansys, também é necessária uma alteração do coeficiente de rigidez rotacional $k_{(\theta)}$, análoga à apresentada pela modificação da matriz de rigidez pelo fator de redução Φ .

Em termos gerais de modelagem numérica, são acoplados três elementos de conexão para cada elemento de pórtico plano introduzido no modelo, semelhante ao esquema da figura (4- 5). Mais uma vez, afirma-se que este procedimento aparentemente trabalhoso e lento, é executado facilmente devido às facilidades de pré-processamento do programa Ansys.

Conclui-se preliminarmente, que um modelo numérico a ser implantado no programa Ansys constituirá basicamente de dois tipos de elementos finitos: os de pórtico plano, *BEAM54* e os de conexão, representados por três molas de comportamento não linear, elemento *COMB39*.

As três molas não lineares, ora mencionadas, representam os três graus de liberdade e referem-se aos coeficientes de rigidez, $k_{(x)}$, $k_{(y)}$ e $k_{(\theta)}$. O comportamento desses coeficientes é modificado à medida que os esforços internos aproximam-se dos esforços correspondentes à plastificação.

A alteração proposta para o coeficiente $k_{(x)}$, já foi abordada no item 4.2.3. Para os demais coeficientes de rigidez, $k_{(\theta)}$ e $k_{(y)}$, serão apresentados nos itens 4.2.5. e 4.2.6., respectivamente, funções para modificações de seus valores. Pode-se adiantar, no entanto, que o coeficiente $k_{(y)}$, referente a rigidez associada ao esforço cisalhante, somente será alterado quando valores de esforços cortantes forem iguais ou superiores ao cortante de plastificação da alma da seção.

4.2.5 Redução Parabólica da Rigidez do Elemento

Os efeitos não lineares físicos da plastificação devidos às ações de momentos fletores combinados com esforços normais, são simulados pelo Método das Rótulas Plásticas pela redução parabólica da rigidez rotacional do elemento de conexão.

As superfícies de escoamento empregadas neste trabalho foram apresentadas pelo AISC/LRFD [2], enquanto que os fatores responsáveis pela redução gradativa da rigidez, adotados nesta presente pesquisa, são tratados em CHEN [48].

Os efeitos causados pelas tensões normais na plastificação, tendem a diminuir a rigidez do elemento, iniciando o processo de formação da rótula plástica prematuramente.

O parâmetro numérico, α , citado em CHEN [48], responsável pela avaliação do estado de tensão combinado de esforços axiais e momentos fletores está apresentado nas equações (4- 7) e (4- 8).

$$\alpha = \frac{N}{N_y} + \frac{8}{9} \cdot \frac{M}{M_{pl}}, \text{ para: } \frac{N}{N_y} \geq \frac{2}{9} \cdot \frac{M}{M_{pl}} \quad (4- 7)$$

$$\alpha = \frac{N}{2 \cdot N_y} + \frac{M}{M_{pl}}, \text{ para: } \frac{N}{N_y} < \frac{2}{9} \cdot \frac{M}{M_{pl}} \quad (4- 8)$$

Após avaliação do estado de tensão combinado, entre momento fletor e esforço normal, é possível determinar o fator de redução parabólica de rigidez, Φ . A redução parabólica da rigidez do elemento tem por principal objetivo descrever a rotação não linear causada pela plastificação. A relação entre o fator de redução de rigidez, Φ , e o parâmetro indicativo do estado de tensão, α , dado pela equação (4- 9) é apresentado na figura (4- 6).

$$\Phi = 4 \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha), \text{ para } \alpha > 0,50 \quad (4- 9)$$

Onde α = parâmetro indicativo do estado de tensão;

Φ = fator de redução de rigidez.

A variação do fator de rigidez Φ é gradual e em função do parâmetro indicativo do estado de tensão. Quando o elemento apresentar comportamento elástico, o fator de rigidez é igual a 1, significando que não há alteração na rigidez original do elemento. Para uma configuração de esforços internos representando um estado plástico, o fator de rigidez assume um valor nulo, o que representa total perda de rigidez rotacional do elemento. Em outras palavras o elemento está apto a representar a formação da rótula plástica.

Para configurações de esforços internos intermediários, ou seja, elemento parcialmente plastificado, o fator de rigidez apresenta comportamento parabólico, segundo a equação (4 -9) e figura (4 -6).

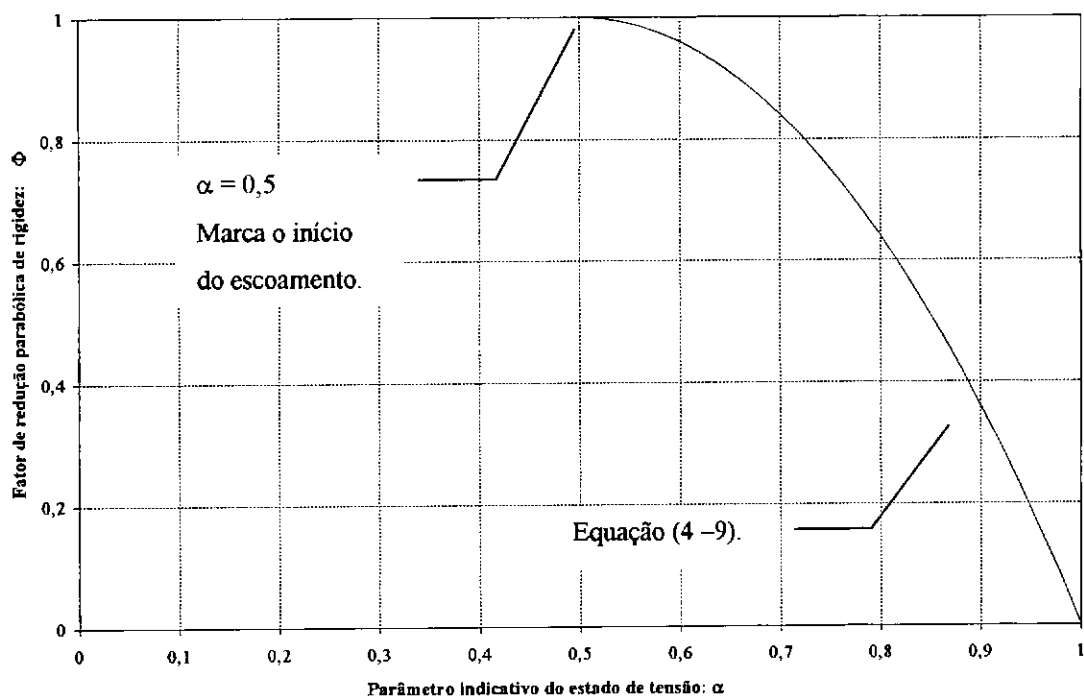


Figura 4- 6: Redução parabólica da rigidez do elemento, adaptado de CHEN [48].

Observa-se na figura (4 -6), que a variação do parâmetro do estado de tensão α será determinante no valor da redução gradativa da rigidez rotacional, podendo-se afirmar que:

- Elemento em comportamento elástico: $\alpha < 0,5$ logo $\Phi = 1,0$;
- Elemento parcialmente plastificado: $0,5 \leq \alpha < 1,0$ logo: $\Phi = 4 \cdot \alpha \cdot (1 - \alpha)$;
- Elemento totalmente plastificado: $\alpha = 1,0$ logo: $\Phi = 0,0$.

Os valores apresentados anteriormente são adotados na determinação do estado de regime plástico para um elemento. Também são empregados na construção das superfícies de escoamento utilizadas nas análises pelo Método das Rótulas Plásticas. A figura (4 -7), apresenta esquematicamente as superfícies de início de plastificação e resistência plástica.

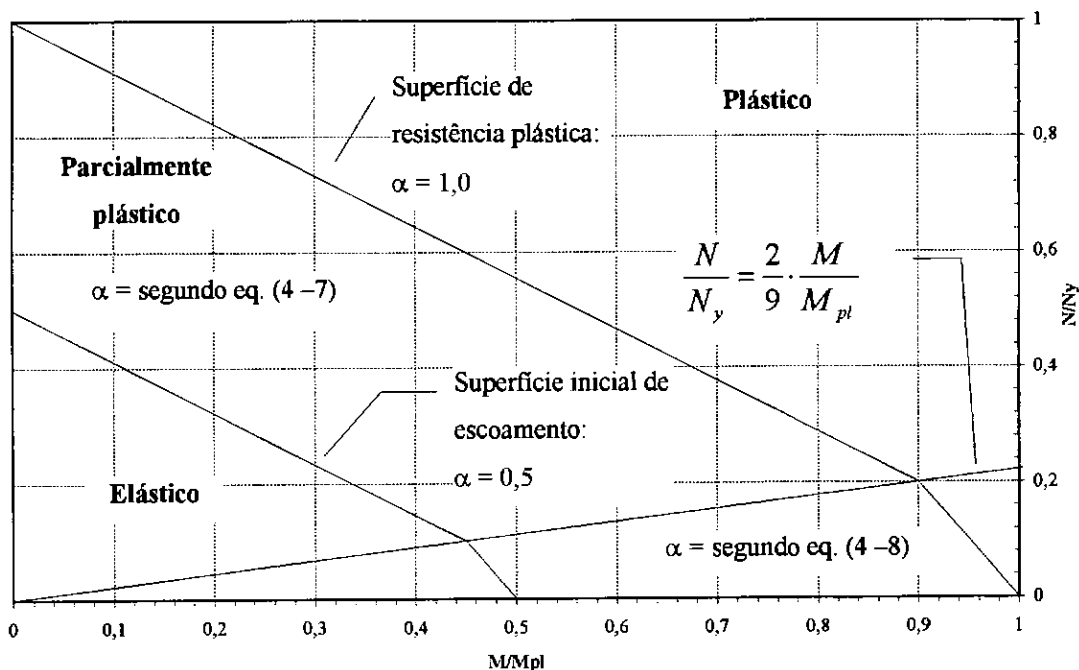


Figura 4- 7: Superfícies de escoamento utilizadas nas análises pelo Método das Rótulas Plásticas, adaptado de CHEN [48].

Nas simulações numéricas desenvolvidas no presente trabalho utilizando-se o programa Ansys, a rigidez rotacional do elemento de mola não linear, *COMB39*, é alterada gradativamente através da manipulação da curva momento fletor vs. curvatura, conforme está apresentado na figura (4 –8). Os dados da curva alterada são introduzidos no modelo numérico, sendo posteriormente utilizados no processamento dos resultados.

De acordo com os parágrafos anteriores deste item, o valor do momento de início de plastificação é precipitado devido à presença do esforço normal, conforme se pode observar na figura (4 –7). Para as simulações numéricas deste comportamento com o programa Ansys será necessária a construção de algumas curvas, semelhantes à apresentada na figura (4 –8), com diferentes valores de esforços normais.

Em termos práticos de análise numérica com o programa Ansys, será necessária uma “pré análise” para determinação do nível de esforços normais atuantes em uma determinada seção da estrutura, onde deseja-se introduzir a formação da rótula plástica. De posse do valor estimado do esforço normal interno na seção, modifica-se a curva momento fletor vs. rotação e o processo é reinicializado.

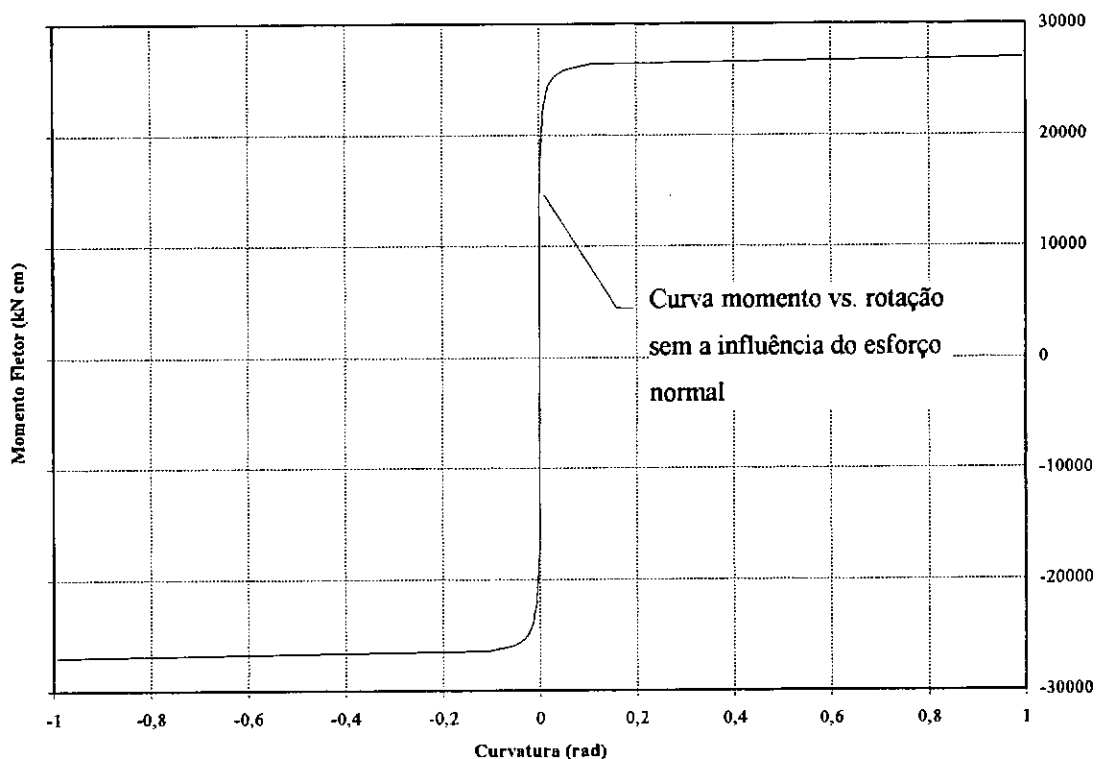


Figura 4- 8: Curva momento fletor vs. rotação, sem a influência do esforço normal, implementada no programa Ansys para o elemento *COMB39*.

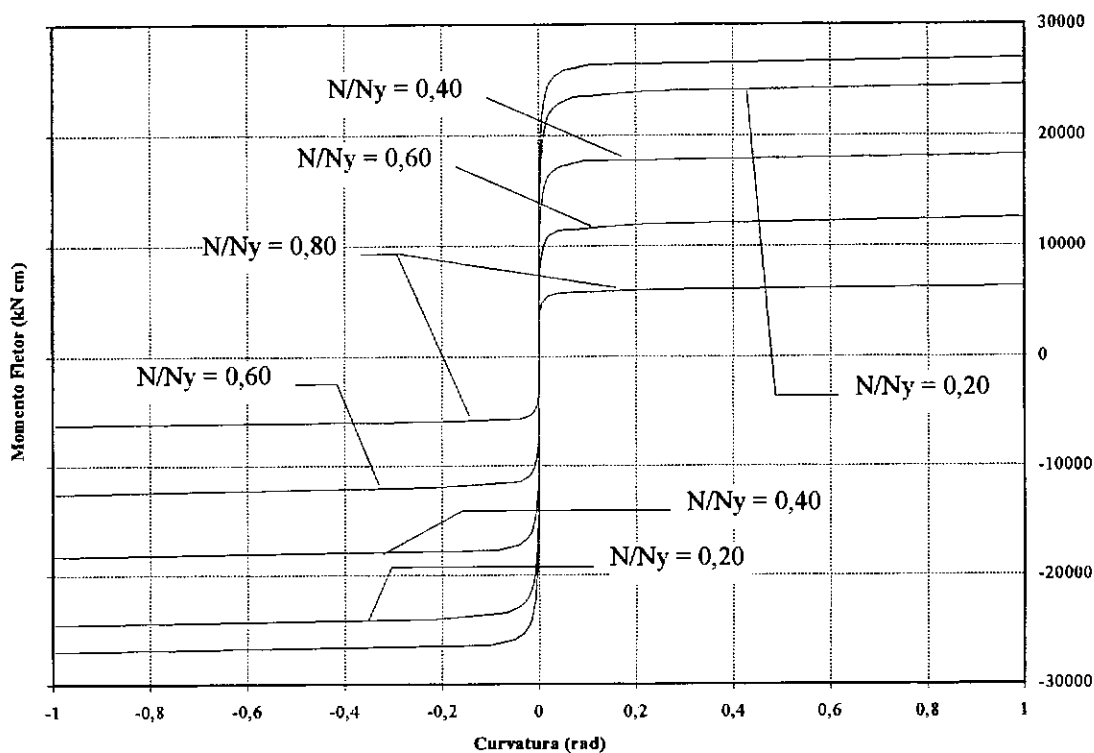


Figura 4- 9: Curvas momento fletor vs. rotação, para valores diferentes de esforços normais, implementada no programa Ansys para o elemento *COMB39*.

Devido às facilidades oferecidas pelo pré-processador do programa Ansys, este procedimento, aparentemente trabalhoso e lento, é desenvolvido facilmente. A alteração das curvas poderá ser feita por meio de edição direta dos valores no próprio arquivo de entrada de dados ou utilizando planilhas eletrônicas auxiliares, já preparadas para diversos valores de esforços normais.

Tal procedimento foi adotado nas verificações numéricas propostas no presente trabalho com o uso do programa Ansys. Pode-se afirmar que o procedimentos de alteração das curvas é rápido e foi considerado satisfatório.

4.2.6 Verificação dos efeitos de plastificação por esforço cortante

A última verificação a ser feita no modelo numérico, pelo Método das Rótulas Plásticas, é a avaliação dos efeitos de plastificação da alma do perfil tipo I, devidos à ação de esforços cortantes.

As deformações causadas por esforços cortantes são relativamente pequenas, quando comparadas às obtidas pelo momento fletor e esforço normal, e simuladas no modelo numérico pelo elemento de pórtico plano.

Nos métodos convencionais de implementação numérica do Método das Rótulas Plásticas, não é implementado nenhum artifício numérico associado à perda de rigidez devido à plastificação por esforço cortante da seção, mais precisamente na alma do perfil.

Tal consideração é correta, pois, baseado nos testes com modelos numéricos apresentados neste presente trabalho, item 3.5, e segundo a referência ASCE [4], nenhuma redução no momento plástico ou perda de rigidez deve ser incorporada ao modelo de cálculo, numérico ou analítico, para valores de esforços cortantes inferiores à plastificação completa da alma da seção, conforme apresentado nas equações do item 2.3.6 do presente trabalho.

Para as simulações numéricas desenvolvidas utilizando-se o programa Ansys, a rigidez ao esforço cortante no elemento *COMB39* não é alterada até que a alma da seção atinja a plena plastificação. Pode-se, alternativamente, reduzir o estado plástico da alma da seção a 80%, conforme sugestão do item 3.5 do presente trabalho, por exemplo. Visto que a curva esforço cortante vs. deformação, para o elemento *COMB39* pode ser facilmente alterada.

A figura (4 –10) apresenta o comportamento de duas curvas implementadas no programa Ansys, para simulação do comportamento da influência do esforço cortante.

Pode-se observar que não há perda de rigidez transversal gradual na seção, modelada como o elemento *COMB39*. A redução gradativa da rigidez transversal é obtida pelo elemento de pórtico plano *BEAM54*. Observa-se ainda que, após se atingir a plastificação da alma, ou plastificação parcial, como por exemplo 80% do cortante de plastificação, V_{pl} , conforme critério de segurança estabelecido pelo projetista, a seção entra em colapso pela perda de rigidez transversal.

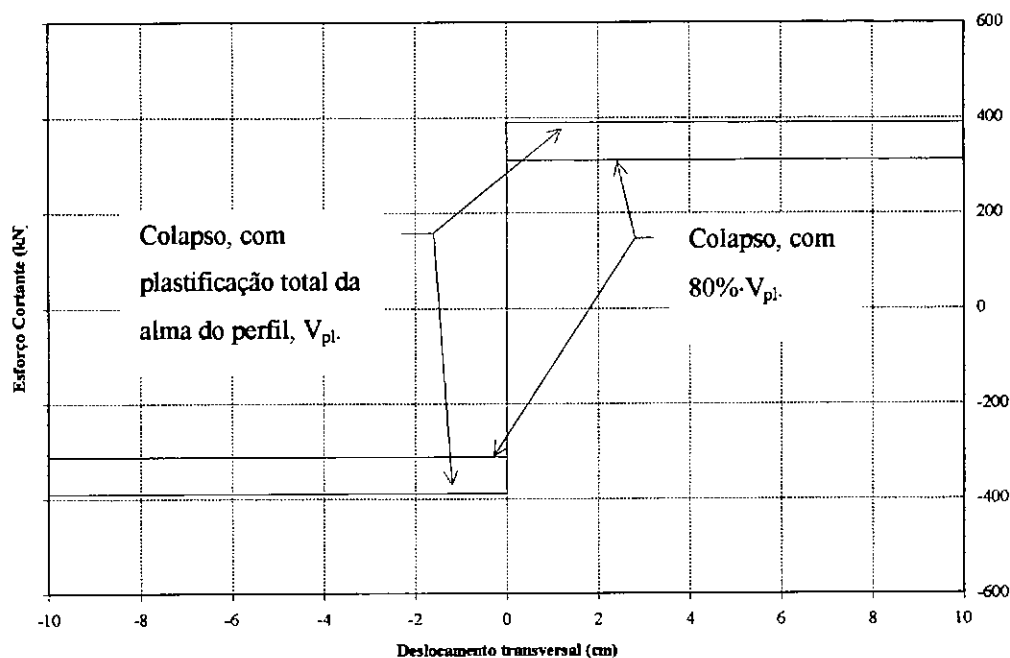


Figura 4- 10: Curvas esforço cortante vs. deslocamento transversal implementadas no programa Ansys, simulando o colapso da seção por plastificação da alma do perfil.

O modelo apresentado acima, para o caso de plastificação da alma do perfil devido ao esforço cortante de plastificação, corresponde aos resultados obtidos na análise numérica apresentada no capítulo 3, item 3.5.

4.3 TESTES NUMÉRICOS

4.3.1 Introdução

Com base na teoria do Método das Rótulas Plásticas exposta nos itens anteriores deste capítulo, são analisadas algumas estruturas, as quais, já foram previamente avaliadas em outras referências, como por exemplo: SOUZA [42], ASSAID [43], RODRIGUES [44] e ABBASNIA et al. [53]. Os resultados obtidos neste trabalho para essas estruturas são comparados com os apresentados nas referências anteriores. Todavia, estão propostos neste capítulo outros exemplos de aplicação de estruturas metálicas correntes.

O processo de formação das rótulas plásticas utilizando o programa Ansys baseado no Método das Rótulas Plásticas foi realizado neste trabalho de duas formas: plastificação gradual e brusca da seção transversal.

O processo denominado neste trabalho como: *Plastificação Gradual da Seção Transversal* consiste basicamente no avanço gradativo das zonas plásticas nas seções transversais da estrutura. A formulação empregada para simulação do modelo foi apresentada anteriormente neste capítulo, no item 4.2.

Devido a facilidades inerentes ao programa Ansys é possível, também, avaliar um outro processo de formação das regiões plastificadas, denominado neste trabalho de *Plastificação Brusca da Seção Transversal*. Tal processo numérico é semelhante ao empregado no cálculo manual com base no Método dos Mecanismos, apresentado no capítulo 2, item 2.4.1. deste trabalho. Para simulação numérica deste procedimento com uso do programa Ansys, a curva com o comportamento momento vs. rotação, apresentada na figura (4- 9), item 4.2.5. é substituída por uma bi-linear. Onde a rotação da seção transversal somente será afetada com o pleno desenvolvimento do momento plástico. Pode-se afirmar, preliminarmente, que os resultados obtidos com esse tipo de solução brusca de plastificação são menos conservativos do que aqueles obtidos com o processo gradual de plastificação, no entanto permitem uma melhor visualização da sequência de formação das rótulas plásticas.

4.3.2 Testes propostos

1º Teste: viga bi-engastada

O primeiro teste avaliado foi o de uma viga bi-engastada com carga vertical concentrada, P , aplicada no vão, conforme figura (4- 11). Esta estrutura foi inicialmente analisada por SOUZA [42].

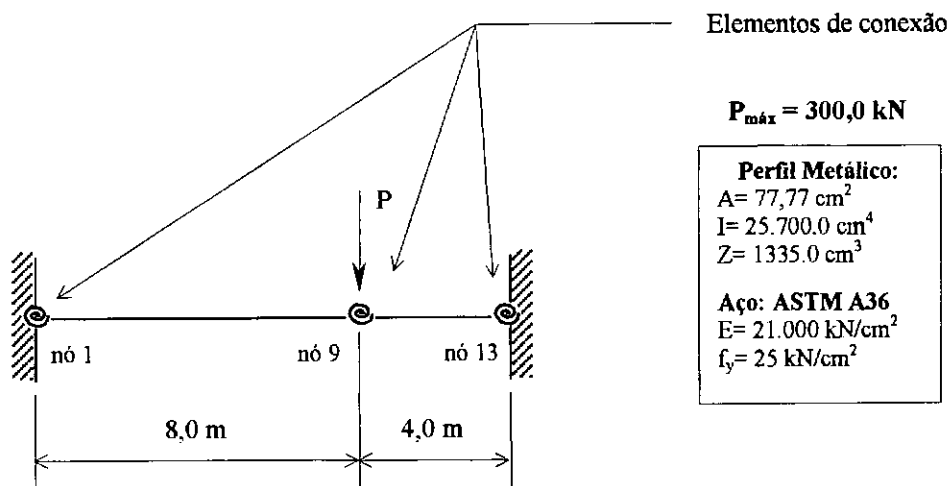


Figura 4- 11: Primeiro teste numérico analisado pelo Método das Rótulas Plásticas, viga bi-engastada submetida a carregamento concentrado, P .

A viga foi submetida a um processo incremental-iterativo Newton-Raphson, no qual o carregamento P , com valor máximo de 300,0 kN, foi dividido em 300 incrementos de carga, sendo permitidas até 100 iterações para cada passo de carga.

A estrutura atingiu o mecanismo de colapso, após a formação da terceira rótula plástica. A aparência da estrutura deformada com o desenvolvimento das três rótulas plásticas é apresentada na figura (4- 12).

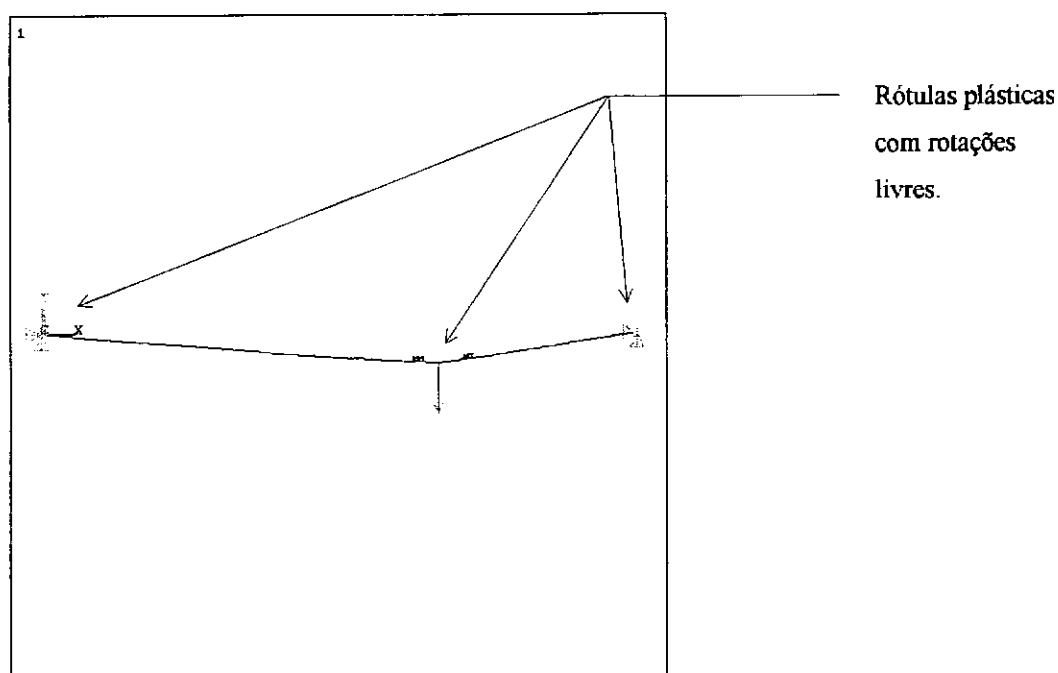


Figura 4- 12: Estrutura deformada, adotada no primeiro teste numérico, com formação de três rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

O gráfico da figura (4- 13) mostra o desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor nas três seções de formação da rótula plástica. Pode-se observar a que a formação de cada rótula implica em uma imediata redistribuição dos esforços internos para as demais seções.

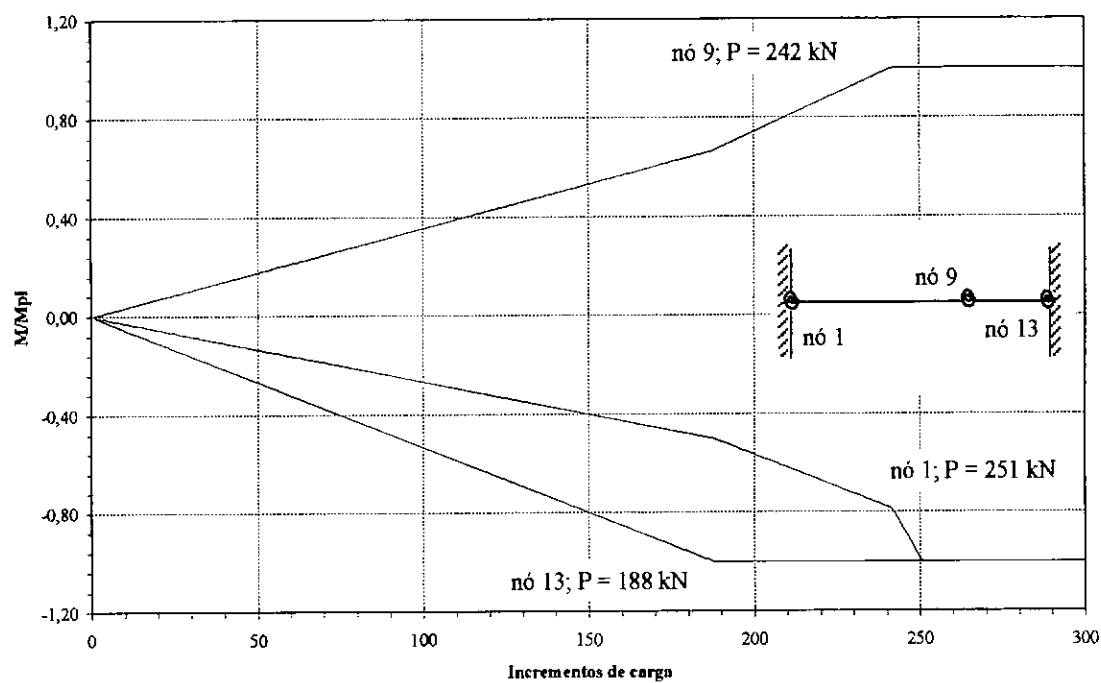


Figura 4- 13: Resultado do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor normalizado vs. incrementos de carga nas seções de formação das rótulas plásticas, para o exemplo da figura (4- 11).

Os resultados obtidos com o programa Ansys utilizando o Método das Rótulas Plásticas, para a viga bi-engastada apresentada na figura (4- 11), foram comparados com os valores apresentados por SOUZA [42]. Tal comparação de resultados está apresentada nas tabelas (4- 1) e (4- 2).

Tabela 4- 1: Viga bi-engastada, resultados obtidos por SOUZA [42].

ETAPA	Carga <i>P</i> (kN)	Momento Fletor		
		Nó 1 (kN-cm)	Nó 9 (kN-cm)	Nó 13 (kN-cm)
1ª Rótula	188	-16.673	22.235	-33.281
2ª Rótula	241	-25.999	33.116	-33.281
3ª Rótula	252	-32.984	33.116	33.281

Tabela 4- 2: Viga bi-engastada, resultados obtidos no presente trabalho utilizando o programa Ansys.

ETAPA	Carga P (kN)	Momento Fletor		
		Nó 1 (kN·cm)	Nó 9 (kN·cm)	Nó 13 (kN·cm)
1ª Rótula	188	-16.727	22.302	-33.375
2ª Rótula	242	-26.660	-33.375	-33.375
3ª Rótula	251	-33.375	-33.375	-33.375

Conforme foi apresentado nas tabelas anteriores, (4- 1) e (4- 2), os resultados obtidos com a utilização da ferramenta numérica são bastante próximos àqueles alcançados com a elaboração de um programa para o desenvolvimento do Método das Rótulas Plásticas. A formação das rótulas plásticas, com a utilização do programa Ansys, segue a mesma sequência e nos mesmos pontos nodais indicados por SOUZA [42]. Devido à simplicidade da viga bi-engastada analisada apresentada na figura (4- 11) outros testes são apresentados neste trabalho.

2º Teste: viga contínua

O segundo teste avaliado neste capítulo trata de uma viga contínua formada por dois vãos iguais com carregamento nodal. A figura (4- 11) apresenta o esquema estrutural do modelo numérico simulado com programa Ansys.

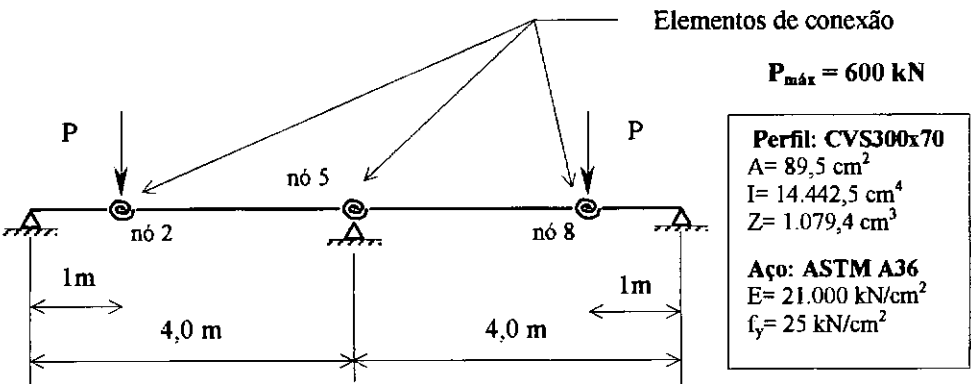


Figura 4- 14: Segundo teste numérico avaliado pelo Método das Rótulas Plásticas, viga contínua com dois vãos iguais submetida a carregamento concentrado.

A viga apresentada na figura (4- 14) não foi analisada em nenhuma referência bibliográfica, porém, devido a simplicidade de geometria e carregamento, é possível avaliar os resultados obtidos com base nos diversos gráficos a serem apresentados a seguir.

Para a análise numérica, a viga contínua foi submetida a um processo incremental-iterativo Newton-Raphson, no qual o carregamento P , com valor máximo de 600 kN, foi dividido em 200 incrementos de carga, sendo permitidas até 100 iterações para cada incremento de carga. A estrutura atingiu o mecanismo de colapso, após a formação da terceira rótula plástica nos pontos e na sequência prevista pela solução linear. A aparência da estrutura deformada com o desenvolvimento das três rótulas plásticas é apresentada na figura (4- 15).

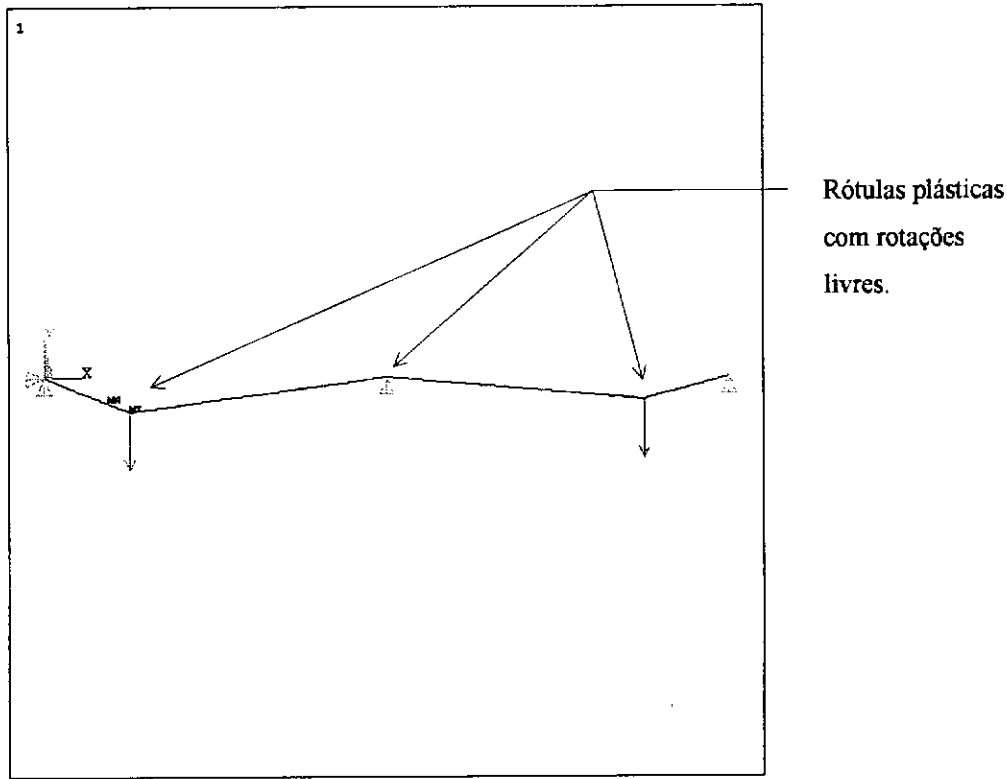


Figura 4- 15: Estrutura deformada, adotada no terceiro teste numérico de uma viga contínua, com formação de três rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

Para melhor entendimento do processo de formação de rótulas plásticas na viga contínua proposta na figura (4- 13), os resultados de esforços internos de momento fletor para as duas soluções propostas: plastificação gradual e brusca, obtidos com o

programa Ansys, ao longo dos incrementos de carga são apresentados no gráfico da figura (4- 16). Pode-se observar ainda na figura (4- 16) que na solução com formação brusca da rótula, os esforços são rapidamente redistribuídos, enquanto que na solução com plastificação gradual da seção a redistribuição de esforços internos é suave.

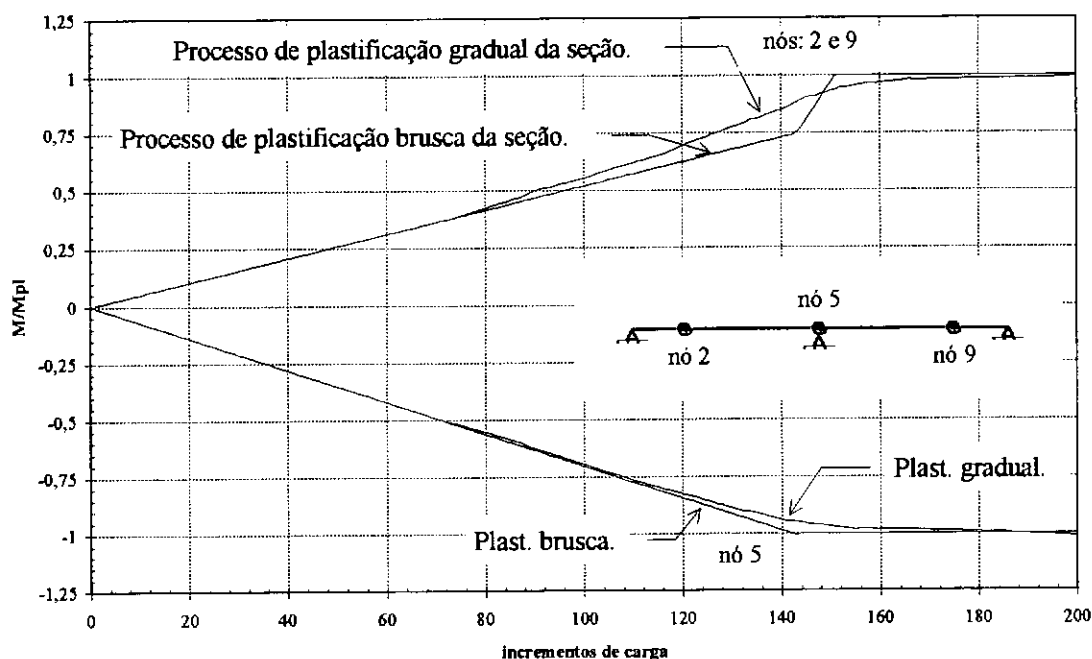


Figura 4- 16: Resultado do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga nas seções de formação das rótulas plásticas, para o exemplo da figura (4- 14).

A análise do gráfico anterior permite concluir que, para a solução utilizando o processo de plastificação brusca da seção transversal, o incremento de carga correspondente à formação da primeira rótula plástica é 143, enquanto que para a segunda rótula o incremento de carga é o 151.

No entanto ao se analisar o gráfico da figura (4- 16) sob o ponto de vista do processo de plastificação gradual da seção transversal, a resposta não é imediata. Percebe-se que, o momento fletor atuante na seção transversal em apreço é muito próximo ao momento plástico nos incrementos 143 e 151 citados no parágrafo anterior. Porém não é possível determinar com precisão o valor do incremento correspondente à formação das rótulas.

Observa-se que as curvas com resultados do processo de plastificação gradual atingem o valor do momento plástico em incremento de carga superior ao

verificado pelo processo de *Plastificação Brusca da Seção Transversal*. Deste modo pode-se determinar o valor de carga limite superior ao real.

Este tipo de fenômeno numérico foi denominado neste trabalho como “Paradoxo da Plasticidade”, segundo o item 2.2.5. Tal fenômeno foi previamente avaliado em outras análises propostas neste trabalho no capítulo 3. A solução para minimizar este efeito está no controle dos deslocamentos da estrutura, de acordo com o capítulo 3, seção 3.2.4.

Deste modo, os resultados dos deslocamentos verticais nos nós 2 e 9 para as duas soluções propostas: plastificação gradual e brusca, obtidos com o programa Ansys, ao longo dos incrementos de carga são apresentados no gráfico da figura (4- 17).

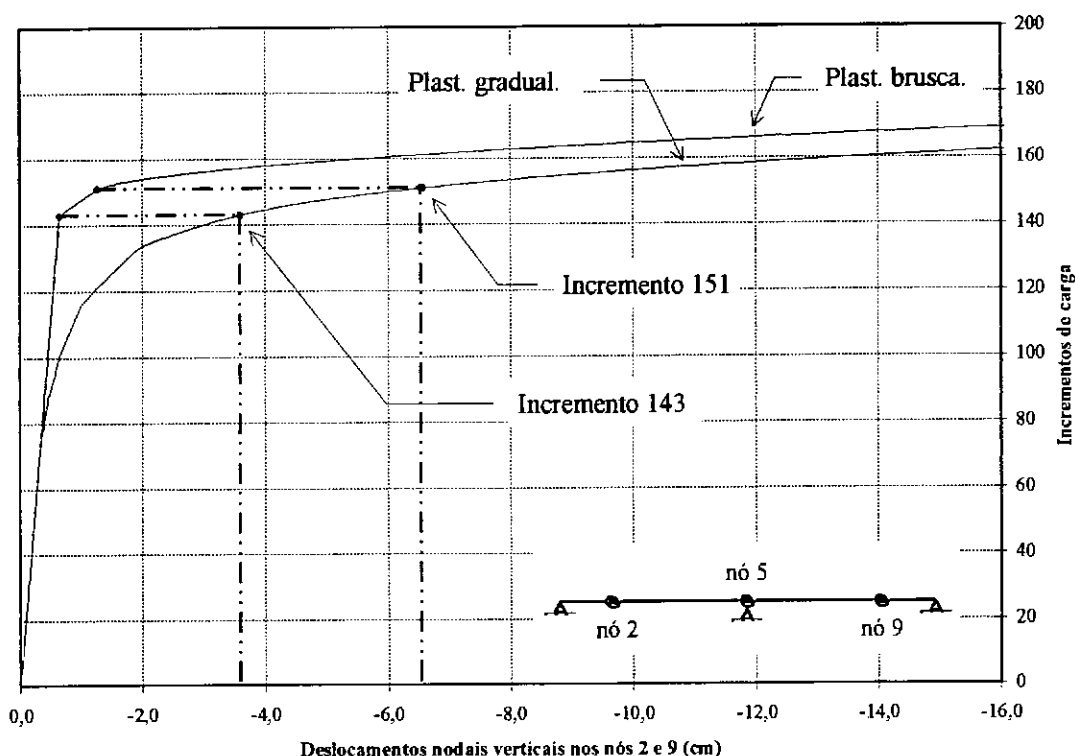


Figura 4- 17: Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamentos verticais nos nós 2 e 9, referentes ao exemplo da figura (4- 14).

Ao se analisar a figura (4- 17) conclui-se que, os incrementos de carga responsáveis pelo valor de momento plástico no processo de formação brusca da seção transversal, incrementos 143 e 151, conduzem a diferentes respostas de deslocamentos verticais não lineares nas duas soluções de plastificação em questão: gradual e brusca. Com base nas informações observadas nesta seção, pode-se admitir que, apesar dos esforços internos de momento fletor, obtidos pelo processo de formação gradual,

segundo a figura (4- 16), não apresentarem valores iguais ao valor do momento plástico, os deslocamentos apresentados por estas seções para tal nível de solicitação, conforme figura (4- 17), a seção transversal atingiu sua capacidade plástica, em outras palavras formou-se uma rótula plástica.

Os resultados obtidos com vigas, apresentados nos dois teste anteriores, com modelo de elementos de barras associados a elementos de mola com comportamento não linear, foi capaz de simular o comportamento de plastificação em regiões concentradas, utilizando formulações do Método das Rótulas Plásticas. Porém deseja-se verificar se tal comportamento é também eficaz na simulação do desenvolvimento de rótulas plásticas para outros tipos de configurações estruturais, como por exemplo pórticos.

3º Teste: pórtico plano retangular bi-apoiado

O terceiro teste analisado trata de um pórtico plano retangular bi-apoiado com carregamento lateral e superior concentrado, conforme esquema do modelo numérico na figura (4- 18).

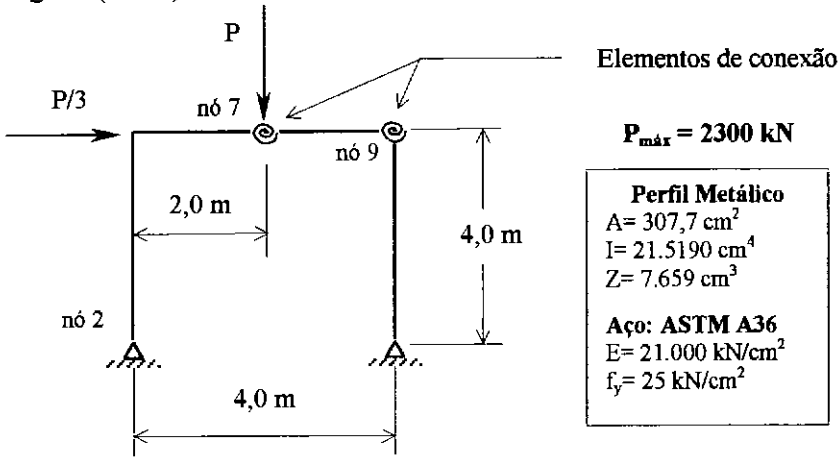


Figura 4- 18: Terceiro teste proposto, pórtico plano retangular bi-apoiado.

A estrutura apresentada na figura (4- 18) foi escolhida por já ter sido analisada por SOUZA [42] que por sua vez faz uma comparação com ASSAID [43] e RODRIGUES [44]. O pórtico com carga P , de valor máximo de 2300 kN, foi analisado de modo semelhante aos demais testes propostos neste trabalho, através de um processo incremental-iterativo Newton-Raphson com 400 incrementos de carga, sendo permitidas até 100 iterações em cada passo de carga.

Para que se forme o mecanismo de colapso são necessárias duas rótulas plásticas. A aparência da estrutura deformada com o desenvolvimento das duas rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso, é apresentada na figura (4- 19).

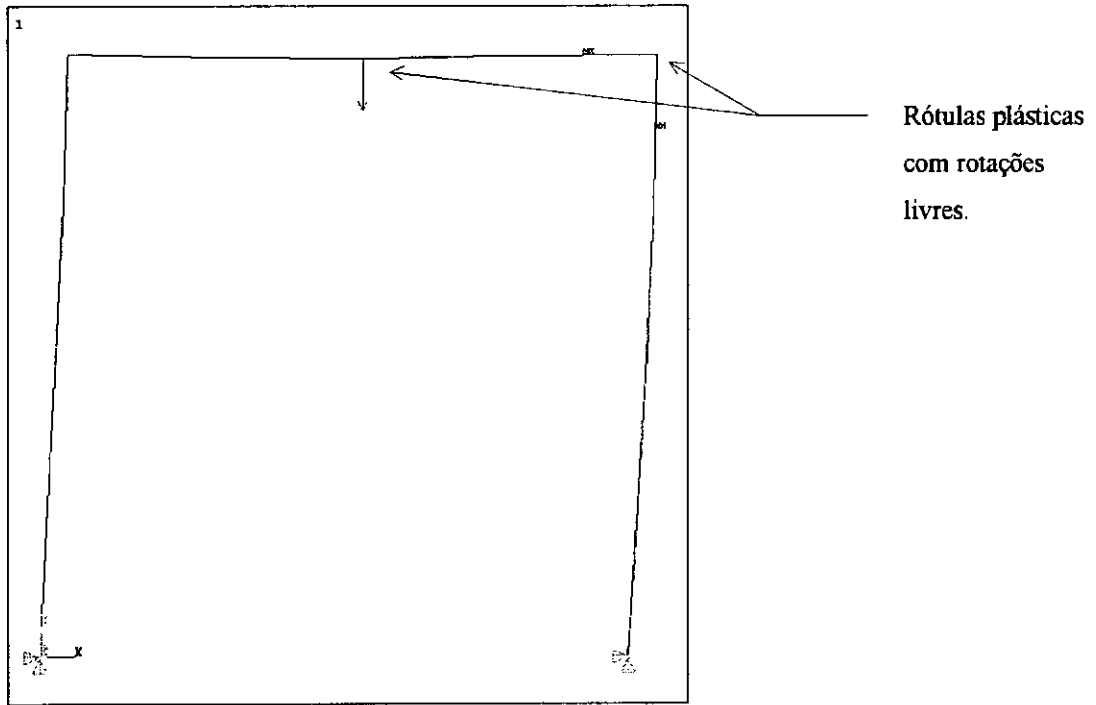


Figura 4- 19: Estrutura deformada com formação de duas rótulas plásticas no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso, para o pórtico plano retangular bi-apoiado apresentado na figura (4- 18).

Para melhor entendimento do processo de plastificação, semelhante ao proposto no segundo teste, figura (4- 14), foram avaliadas duas soluções não lineares para formação de rótulas plásticas com o programa Ansys, processos de plastificação gradual e brusca da seção transversal.

Os resultados dos esforços internos de momento fletor, com a utilização do programa Ansys, obtidos para ambas soluções de formação das rótulas plásticas são apresentados no gráfico da figura (4- 20). Em seguida, na tabela (4- 3), os valores obtidos neste trabalho são comparados com resultados de SOUZA [42], ASSAID [43] e RODRIGUES [44]. Pode-se adiantar que os resultados são considerados bastante próximos, a sequência de formação das rótulas plásticas até o mecanismo de colapso é idêntica, como também sua localização no modelo estrutural numérico.

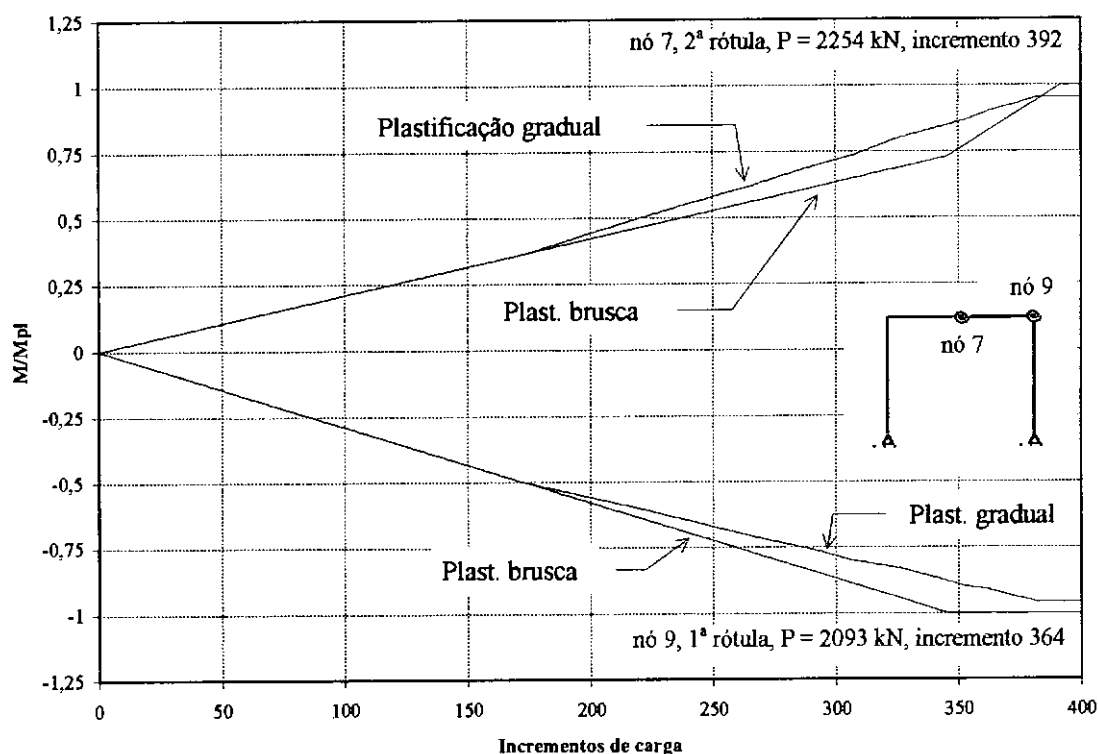


Figura 4- 20: Gráfico do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga nos nós 7 e 9, onde observa-se a formação de rótulas plásticas.

Tabela 4- 3: Pórtico plano retangular bi-apoiado, comparação de resultados de carregamento aplicado, P .

ETAPA	CARGA APLICADA P (kN)			
	SOUZA [42]	ASSAID [43]	RODRIGUES [44]	Presente
1ª Rótula (nó 9)	1.970,9	1.974,6	—	2.093,0
2ª Rótula (nó 7)	2.158,2	2.158,24	2.102,0	2.254,0

Semelhante ao que foi observado na análise dos resultados da segunda estrutura proposta neste capítulo na figura (4- 14), verifica-se que a curva de esforços internos de momento fletor correspondente à solução com formação gradual de rótula

plástica atinge a plena plastificação da seção transversal em incrementos de carga diferentes daqueles encontrados com a solução de plastificação brusca. Novamente aqui, este problema é contornado observando o desenvolvimento dos deslocamentos não lineares da estrutura, conforme está apresentado na figura (4- 21).

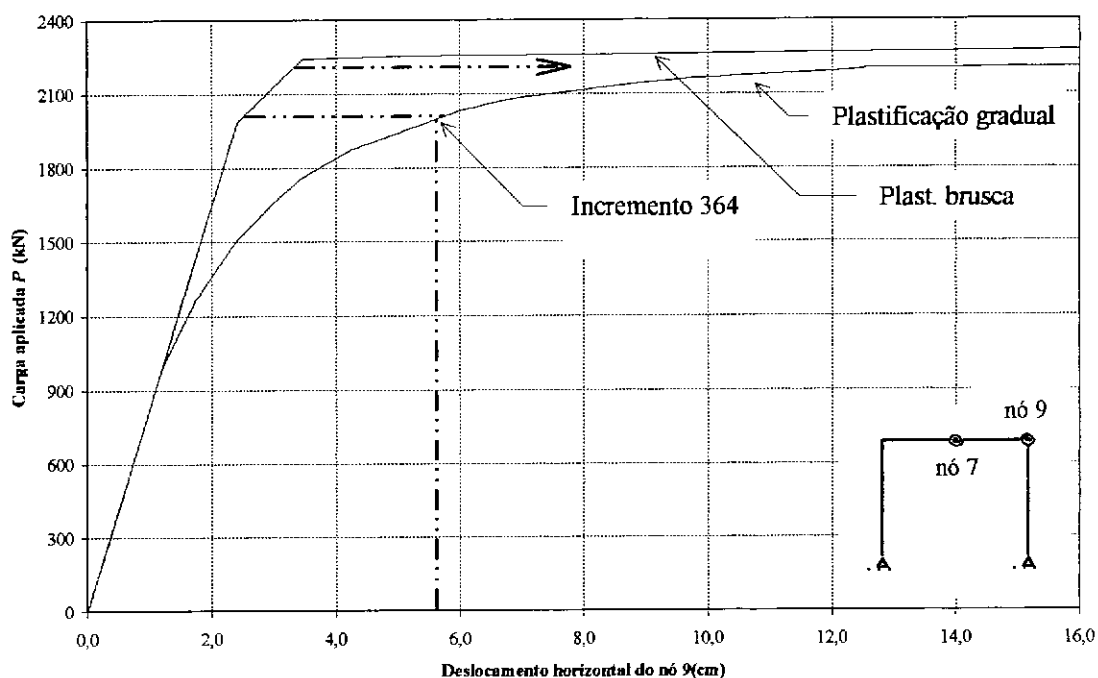


Figura 4- 21: Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamento horizontal no topo das colunas no nó 9.

Para as aplicações da prática de engenharia estrutura metálica, deverá ser observado um rigoroso controle dos deslocamentos apresentados pelas estruturas a serem analisadas pelo Método das Rótulas Plásticas. Ao se avaliar a capacidade estrutural do ponto de vista de deformações permitidas para o uso seguro de estruturas, obtém-se valores para as cargas limites bastante inferiores aos observados nos resultados dos exemplos apresentados anteriormente neste capítulo. Sem dúvida, em algumas estruturas poderá ser atingida a capacidade limite de serviço da estrutura sem pleno desenvolvimento da capacidade plástica das seções analisadas.

As respostas de deslocamentos horizontais obtidas com a solução de plastificação gradual para o exemplo do pórtico plano retangular, apresentadas na figura (4- 21), comprovam o fato de que mesmo sem a completa formação da segunda rótula plástica, que determina o mecanismo de colapso logo a capacidade limite da estrutura,

os deslocamentos apresentados pelo pórtico em questão são superiores aos permitidos pela NBR8800 [1].

Cabe ressaltar ainda que, a grande capacidade de solução numérica do programa Ansys em tratar problemas ligados a grandes deformações permite que as estruturas analisadas desenvolvam deslocamentos bastante superiores aos obtidos por outros autores utilizando programas compilados em linguagem *FORTRAN*.

Observou-se que mesmo após a formação do mecanismo de colapso em algumas estruturas não foram identificados nenhum tipo de erro provocado por instabilidade numérica, conforme exemplo apresentado na figura (4 -21). Nesta figura, mesmo com a plena formação da segunda rótula plástica o pórtico continua a deslocar-se com grandes deslocamentos sem a presença de erros numéricos devido a hipostaticidade do modelo. Tal observação serviu como subsídio para explicar as diferenças encontradas nas comparações entre os resultados de esforços internos de momento fletor obtidos nesta pesquisa e demais autores, conforme foi apresentado na tabela (4- 3).

Os resultados dos deslocamentos horizontais no nó 9, obtidos por SOUZA [42], ASSAID [43] e RODRIGUES [44] são inferiores quando comparados aos verificados neste presente trabalho, conforme pode-se verificar na tabela (4- 4). Os deslocamentos horizontais apresentados referem-se ao incremento de carga imediatamente inferior ao mecanismo de colapso, sendo apresentados dois resultados obtidos com as soluções propostas neste trabalho, formação gradual e brusca da rótula plástica.

Tabela 4- 4: Pórtico plano retangular bi-apoiado, comparação de resultados de deslocamento horizontal no nó 9, no incremento de carga imediatamente anterior à formação do mecanismo de colapso.

ETAPA	DESLOCAMENTO HORIZONTAL NO NÓ 9 (cm)				
	SOUZA [42]	ASSAID [43]	RODRIGUES [44]	PRESENTE	
				BRUSCA	GRADUAL
2ª Rótula (nó 9)	3,81	3,79	3,91	3,73	—

Para deslocamentos horizontais próximos aos valores obtidos por outros autores e apresentados na tabela anterior (4- 3), obtém-se valores de carga P aplicada, inferiores aos apresentados na tabela (4- 2) para este trabalho, sendo então muito mais próximos aos obtidos pelos demais autores que analisaram esta mesma estrutura.

Pode-se concluir preliminarmente que, os resultados obtidos para o pórtico plano retangular bi-apoiado analisado, aproximam-se dos valores verificados por outros autores. Conclui-se ainda, conforme já havia sido observado anteriormente no segundo exemplo proposto neste capítulo que, devido às características inerentes ao tipo de análise numérica com o programa Ansys onde são permitidas grandes deformações, a determinação da capacidade limite de uma estrutura analisada por meio de um processo de formação gradual de rótula plástica não imediatamente determinada.

Faz-se necessária uma avaliação do desenvolvimento dos deslocamentos não lineares apresentados pelo modelo numérico, de modo a determinar o valor de deslocamento considerável aceitável sob o ponto de vista da característica de utilização da estrutura conforme preconiza a NBR8800 [1].

4º Teste: pórtico plano industrial com abas inclinadas

O quarto teste analisado neste trabalho trata de um pórtico plano bi-apoiado com abas inclinadas, largamente empregado em construções metálicas para fins industriais no Brasil e no exterior. O esquema do modelo estrutural a ser implantado no programa Ansys está apresentado na figura (4- 22).

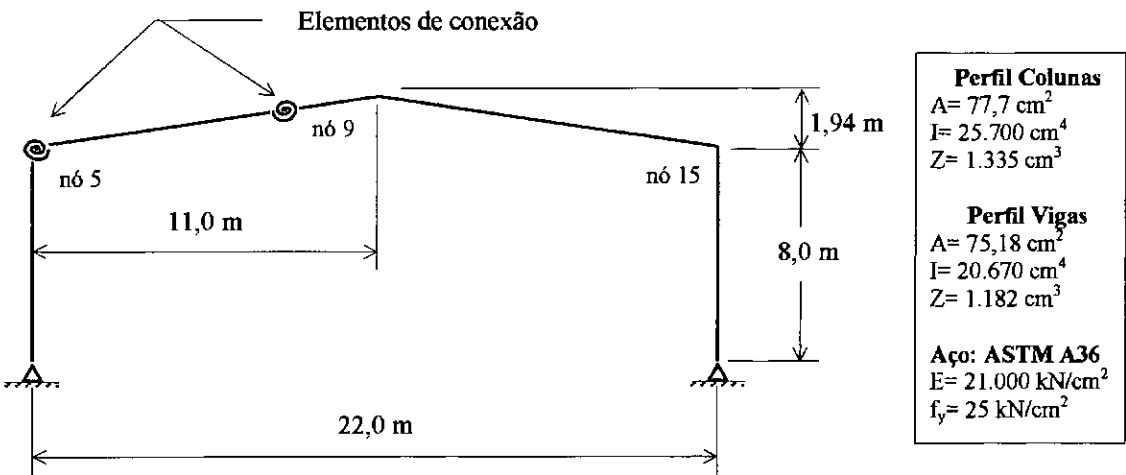


Figura 4- 22: Quarto teste analisado, pórtico plano industrial com abas inclinadas.

O pórtico plano industrial apresentado na figura (4- 22) foi analisado primeiramente por SOUZA [42], sendo que os resultados obtidos nessa referência são comparados com os verificados neste trabalho.

Os carregamentos atuantes na estrutura são: peso próprio e ação de vento. Os quais são introduzidos no modelo numérico em duas etapas distintas de análise. Para a primeira etapa, todo o carregamento correspondente ao peso próprio é aplicado no modelo em apenas um incremento, conforme figura (4- 23)(a).

Após o término da primeira etapa da análise, o processo numérico é reinicializado sendo preservados todos os esforços internos e deformações obtidos para o carregamento do peso próprio. Onde a ação do vento apresentada na figura (4- 23)(b), a qual já se encontra majorada por um fator de 1,4, será aplicada no modelo por um processo incremental-iterativo Newton-Raphson com 300 incrementos de carga, sendo permitidas até 100 iterações para cada incremento de carga. Cabe ressaltar que, para a formação do mecanismo de colapso, a ação do vento máxima permitida nesta segunda etapa da análise numérica é de 3 vezes o valor apresentado na figura (4- 23)(b),

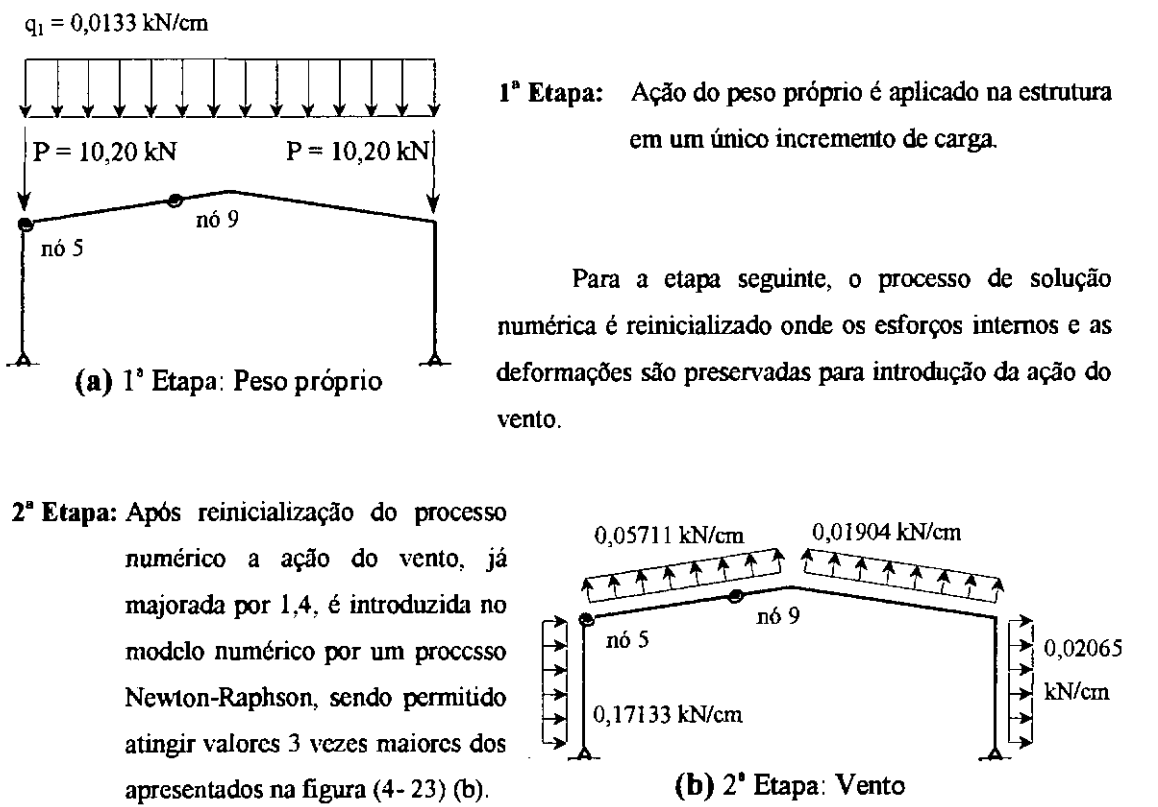


Figura 4- 23: Cargas atuantes no pórtico plano industrial. (a) 1ª Etapa: ação do peso próprio, (b) 2ª Etapa: ação do vento na estrutura.

A estrutura atinge o mecanismo de colapso após a formação da segunda rótula plástica no nó 9, conforme modelo apresentado na figura (4- 22). A aparência da estrutura deformada no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso está apresentado na figura (4- 24). A localização e sequência de formação das rótulas obtidas neste trabalho são análogas aquelas por SOUZA [42].

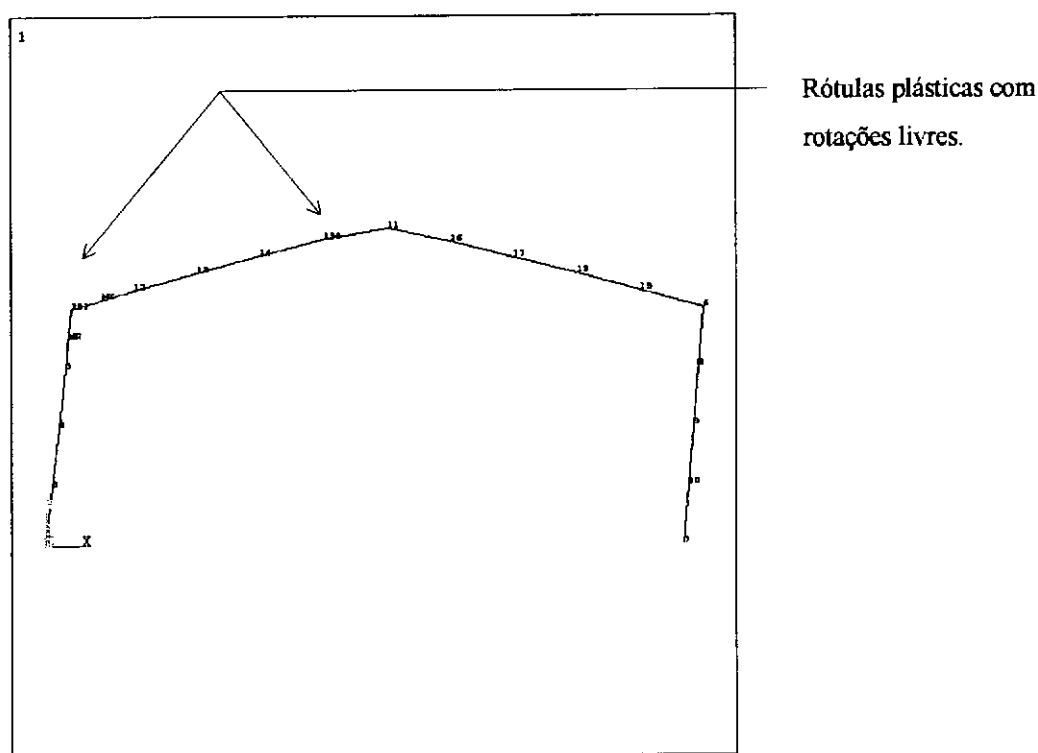


Figura 4- 24: Estrutura deformada com formação de duas rótulas plásticas no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso, para o pórtico plano industrial.

Com o intuito de promover uma avaliação dos resultados obtidos por um processo manual de cálculo desenvolvido pelo Método do Mecanismo, adotou-se como solução principal para o pórtico em questão, o processo de plastificação brusca das regiões plastificadas.

Os resultados obtidos com o programa Ansys para os esforços internos de momento fletor ao longo do processo incremental-iterativo nas regiões de formação de rótulas plásticas, nós: 5 e 9, estão apresentados na figura (4- 26). Nesta figura observa-se os esforços remanescentes da primeira etapa de cálculo, como também, a redistribuição brusca de esforços internos devido a formação da primeira rótula plástica localizada no nó 5.

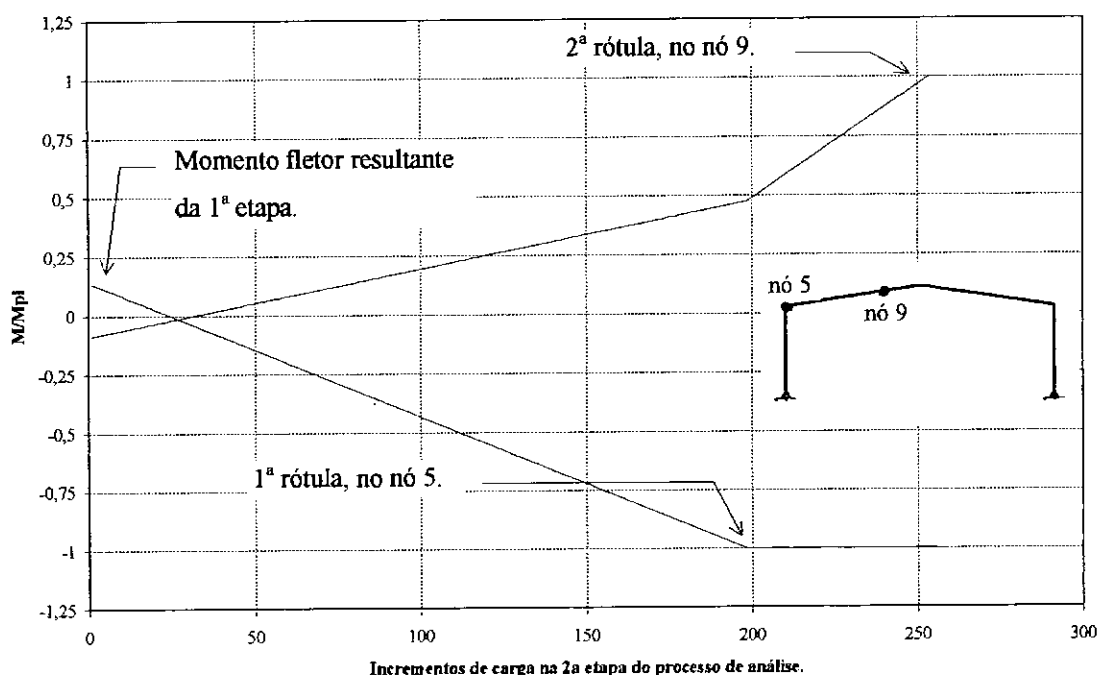


Figura 4- 25: Gráfico do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga nos nós 5 e 9.

A segunda rótula, responsável pelo desenvolvimento do mecanismo de colapso, é formada no incremento de carga 254, o que significa a possibilidade de majoração da solicitação de vento na estrutura em 2,54 vezes. O resultado com o cálculo manual baseado no Método dos Mecanismos obtido por SOUZA [42] é muito próximo do apresentado neste trabalho, cujo valor é de 2,53.

No entanto os deslocamentos encontrados naquela referência não ficaram próximos dos obtidos neste trabalho com uso do programa Ansys. Conforme já foi mencionado anteriormente, a capacidade computacional do sistema Ansys é bastante superior aos demais programas desenvolvidos em linguagem *FORTRAN*, o que permite o desenvolvimento de grandes deslocamentos sem a presença de erros devido a instabilidade numérica para os modelos desenvolvidos com uso do programa Ansys.

A figura (4- 27) apresenta os resultados dos deslocamentos horizontais no nó 15 ao longo dos incrementos de carga, obtidos com o programa Ansys para a estrutura do pórtico plano industrial apresentado na figura (4- 22).

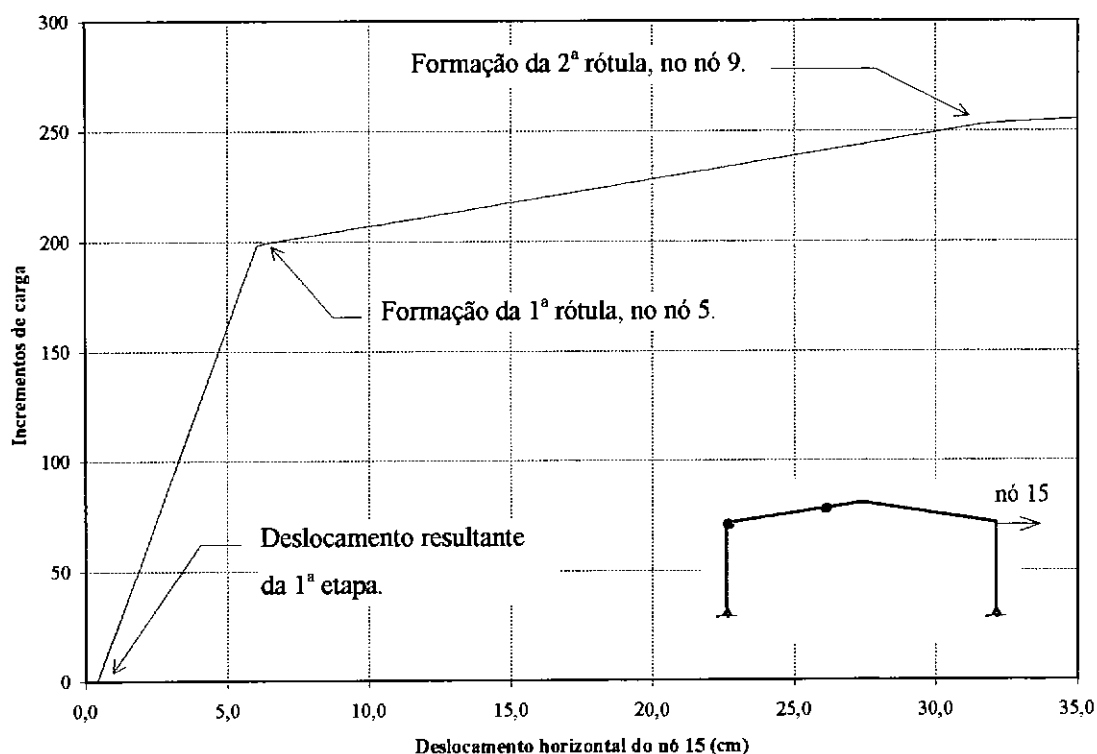


Figura 4- 26: Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamento horizontal no topo das colunas no nó 9.

Com o objetivo de obter uma estrutura mais leve, muitos projetistas especificam ligações com o uso de mísulas. Apesar do maior custo envolvido na fabricação destas ligações especiais, em muitos casos o uso de mísulas é vantajoso. Um exemplo desta afirmação está na utilização de pórticos planos industriais com ligações misuladas.

Para estudos do desenvolvimento de rótulas plásticas, a utilização de ligações por meio de mísulas é bastante interessante, do ponto de vista de análise estrutural. A utilização de mísulas em regiões de formação de rótulas plásticas permite uma redução significativa do peso próprio da estrutura, visto que nem todos os elementos estruturais precisam ser especificados como sendo Classe 1, apenas aqueles sujeitos a deformações causadas pelo desenvolvimento de rótulas plásticas.

A utilização de mísulas em estruturas analisadas pelo Método Plástico vem sendo estudada por diversos pesquisadores, podendo-se citar os trabalhos publicados, nas referências TOPRAC et al. [49], HENDRY [50], WRIGHT [51] e FISHER et al. [52]. Esta configuração estrutural é objeto de estudos de investigação bastante extensas.

O propósito do presente trabalho não é o de apresentar discussões aprofundadas sobre a utilização de vários tipos de mísulas, nem mesmo a avaliação da capacidade resistente dos diversos tipos de ligações deste tipo. O que se deseja demonstrar é que há possibilidade de avaliar o comportamento desse tipo de ligação, em diversas configurações de estruturas reticuladas, adotando-se o Método das Rótulas Plásticas através da ferramenta numérica aqui apresentada.

O quinto teste desenvolvido neste trabalho possibilita a comprovação de algumas informações, sobre a utilização de mísulas em estruturas submetidas à análise plástica pelo Método das Rótulas Plásticas.

5º Teste: pórtico plano industrial com mísulas

O quinto teste avaliado nesta pesquisa trata de um pórtico plano com ligações misuladas bi-apoiado, tipicamente especificado para construção de galpões industriais. O carregamento adotado, puramente vertical sem a perturbação de cargas horizontais, tem por objetivo facilitar a análise dos resultados, visto que a estrutura em questão não foi analisada por nenhuma referência bibliográfica. São propostas duas soluções para avaliação do processo de plastificação da seção transversal: formação gradual e brusca de rótulas plásticas. A figura (4- 27) apresenta o esquema do modelo numérico utilizado na análise estrutural com o programa Ansys.

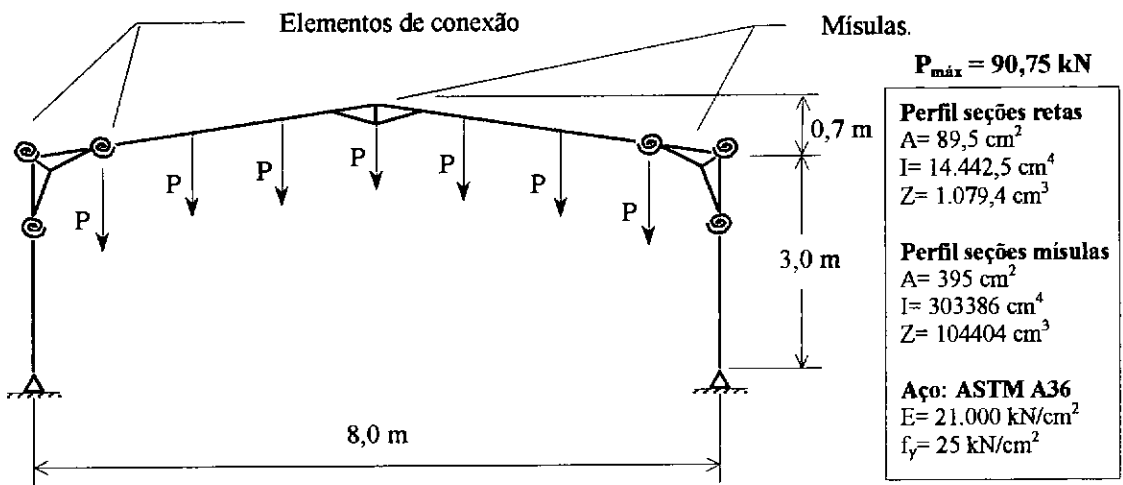


Figura 4- 27: Quinto teste proposto, pórtico industrial misulado com carregamento vertical.

O pórtico da figura (4- 27) com carga P , de valor máximo de 90,75 kN, foi analisado de modo semelhante aos demais testes propostos neste trabalho, através de um processo incremental-iterativo Newton-Raphson com 200 incrementos de carga, sendo permitidas até 100 iterações em cada passo de carga.

A introdução de mísulas no modelo numérico modifica a configuração de momentos fletores no pórtico industrial. As regiões de mísula são consideravelmente mais rígidas e por essa razão absorvem maiores esforços internos. Por outro lado, as propriedades geométricas nestas ligações são responsáveis por um aumento considerável na capacidade de resistência da estrutura.

Adotou-se no presente teste as propriedades geométricas na região da mísula correspondentes as de um perfil padrão CVS650x310, conforme tabela (3- 1) apresentada no capítulo 3. O momento plástico resistente na região central da mísula teve um aumento significativo, da ordem de 9 vezes o momento plástico do restante da estrutura, o que torna a região improvável para a formação de rótula plástica, quando comparada às demais seções do modelo estrutural. Por esta razão, foram implantadas rótulas plásticas nas extremidade de cada mísula, conforme figura (4- 27).

A figura (4- 28) ilustra a estrutura do pórtico plano misulado no incremento de carga imediatamente anterior a formação do mecanismo de colapso.

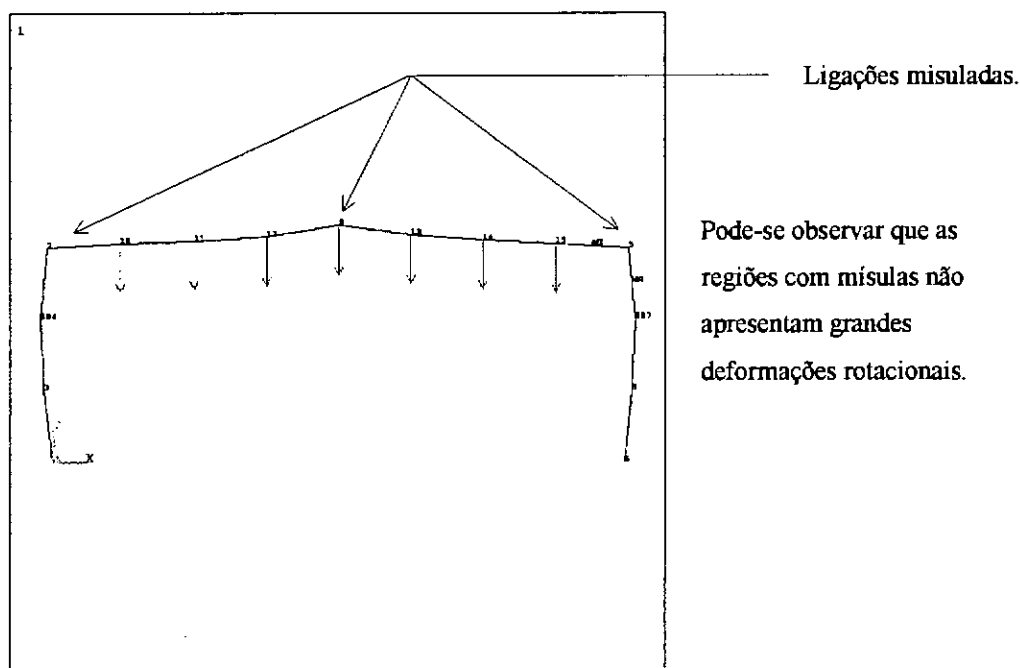


Figura 4- 28: Estrutura deformada adotada no quinto teste numérico, com formação de duas rótulas plásticas, no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso.

A análise da estrutura deformada no incremento de carga imediatamente anterior ao colapso, permite a visualização da grande rigidez da ligação. Observa-se na figura (4- 28) que as regiões misuladas não se deformam, enquanto que as seções vizinhas, mais precisamente as rótulas plásticas formadas nas colunas, são responsáveis pelo desenvolvimento das grandes deformações obtidas com o modelo numérico.

A figura (4- 29) apresenta o desenvolvimento dos momentos fletores nas regiões de formação de rótula plástica ao longo do processo incremental. As curvas correspondentes à rótula no interior da mísula indicam a presença de momentos fletores além dos valores limites de momentos nas rótulas localizadas na coluna e na viga que compõem o pórtico. Isto se deve ao fato do momento plástico resistente naquela seção ser bastante superior àqueles definidos para a viga e a coluna.

No entanto, os esforços internos de momento fletor nas regiões misuladas não crescem indefinidamente, em certo instante do processo incremental tais esforços não se modificam. A explicação está no processo de formação das rótulas plásticas nas colunas do pórtico, conforme figura (4 -29).

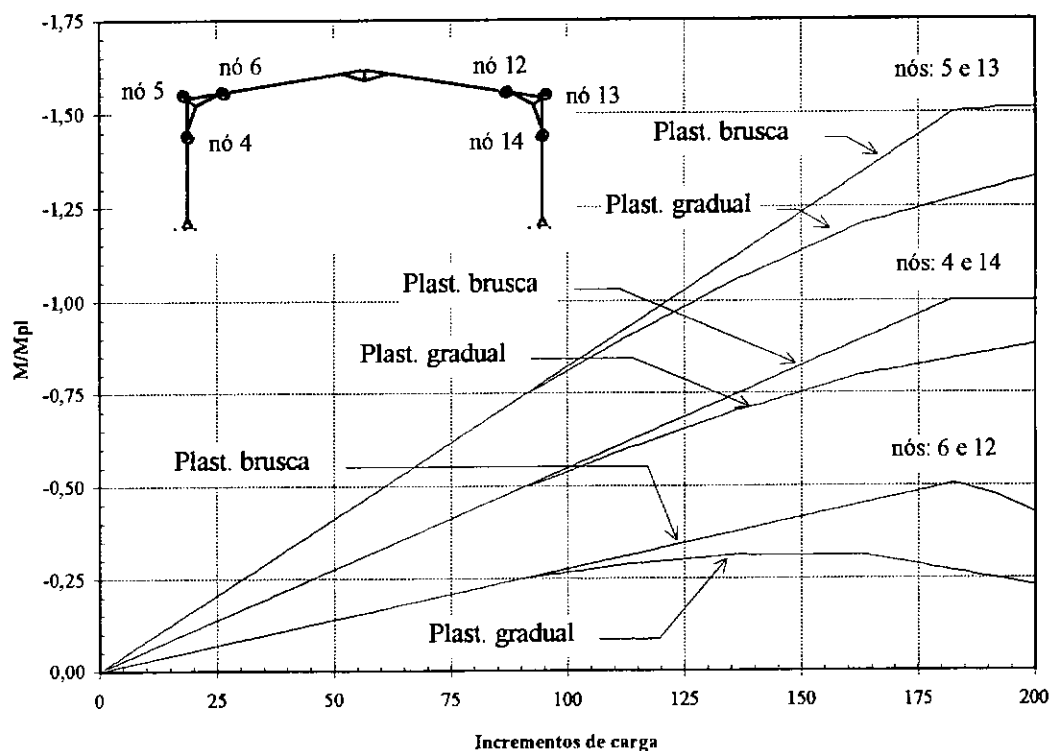


Figura 4- 29: Gráfico do desenvolvimento dos esforços internos de momento fletor vs. incrementos de carga na região de formação da rótula plástica.

Devidos aos pequenos valores dos esforços de momento fletor, na região de ligação entre a mísula e a viga do pórtico industrial, o elemento de conexão implementado na viga não apresenta deformações plásticas. Porém, o comportamento desta seção é bastante influenciado pela presença da mísula e, principalmente, pelo processo de formação da rótula plástica na coluna do pórtico plano, conforme está ilustrado na figura (4 -29).

O processo de plastificação das regiões vizinhas às mísulas influencia todo o modelo numérico. A região superior do pórtico industrial, formado pelo encontro das duas vigas inclinadas, também sofreu influência do processo de plastificação das seções das colunas. Apesar da presença de mísulas nesta região, os esforços de momento fletor são pequenos, não sendo verificado nenhum processo de formação de rótulas plásticas.

Os deslocamentos verticais no nó de encontro das vigas inclinadas, sofrem perturbação pelo desenvolvimento das rótulas plásticas nas colunas do pórtico industrial. A figura (4- 30) apresenta o gráfico do desenvolvimento dos deslocamentos verticais desta região de acordo com os incrementos de carga.

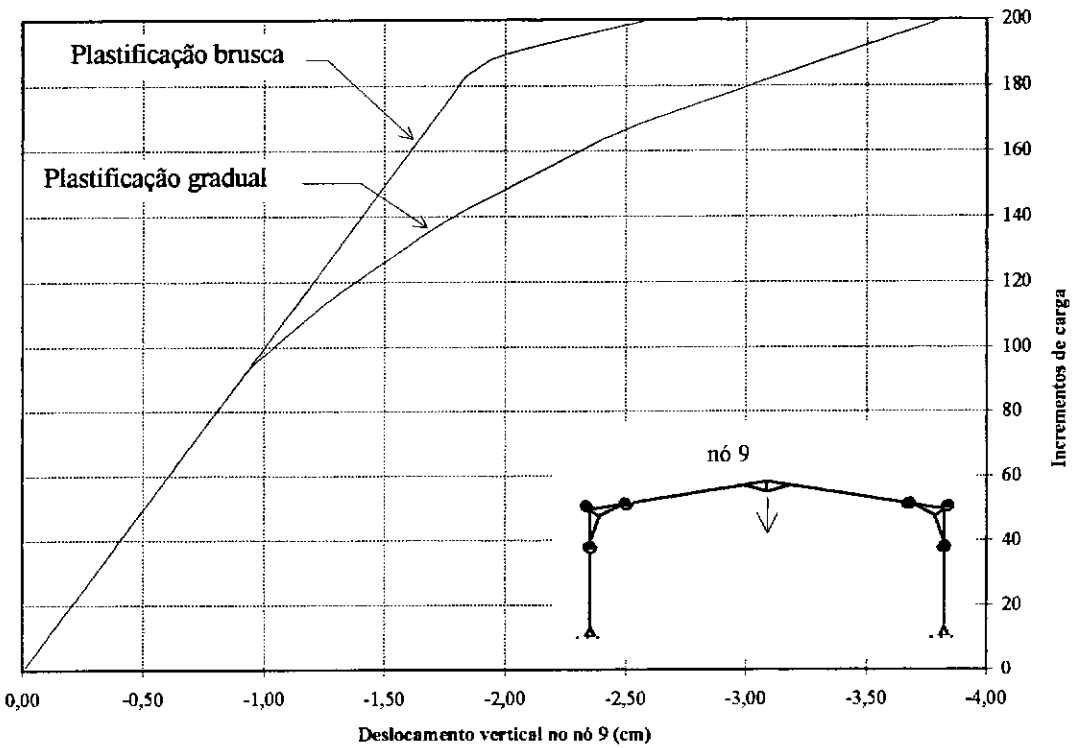


Figura 4- 30: Gráfico do desenvolvimento dos incrementos de carga vs. deslocamento vertical na região de formação de rótula plástica.

Os resultados obtidos com o pórtico industrial misulado são satisfatórios para o propósito deste trabalho de pesquisa.

Os resultados sugerem a avaliação tecnico-econômica do uso de estruturas com mísulas nas análises e verificações estruturais com o Método das Rótulas Plásticas.

4.4 CONCLUSÕES

Um procedimento numérico não linear incremental-iterativo para análise estrutural pelo Método das Rótulas Plásticas foi apresentado neste capítulo, utilizando como ferramenta numérica o programa Ansys.

Tal procedimento foi desenvolvido com o propósito de servir como alternativa para a utilização de outros programas desenvolvidos pelo Método dos Elementos Finitos, normalmente compilados em linguagem *FORTRAN*.

Os resultados positivos obtidos com os testes propostos neste capítulo, quando comparados aos apresentados em referências comprovam a possibilidade de se utilizar o programa Ansys, ou semelhante, em avaliações de estruturas reticuladas formadas por elementos simples de pórtico plano associados a elementos de conexão na análise da plasticidade pelo Método das Rótulas Plásticas.

Devido a facilidades inerentes ao programa Ansys, adotado nas avaliações propostas neste capítulo, foi possível o desenvolvimento de dois tipos de solução para a formação de rótulas plásticas. Uma contemplando o progressivo avanço de zonas plásticas ao longo da seção transversal, que por sua vez utiliza a formulação apresentada no item 4.2 deste capítulo, denominada neste trabalho como *Plastificação Gradual da Seção Transversal* e outra que simula com excelente aproximação um método manual de solução, o Método dos Mecanismos, apresentado neste trabalho no item 2.4.1. Tal solução foi denominada neste trabalho como *Plastificação Brusca da Seção Transversal*.

Os resultados obtidos com a solução de *Plastificação Brusca da Seção Transversal* permitem uma identificação precisa dos incrementos de carga correspondentes à formação de rótulas plásticas nas seções analisadas, pois o valor do momento plástico é plenamente atingido permanecendo constante, mesmo com aumento

de carregamento externo, onde observa-se uma redistribuição dos esforços internos para outras regiões da estrutura.

Por outro lado, a análise dos resultados obtidos com a solução de *Plastificação Gradual da Seção Transversal* não permite uma identificação exata do incremento de carga correspondente à formação de rótulas plásticas, visto que, na prática, observa-se que o valor de momento plástico, M_{pl} , não é atingido.

As deformações não lineares obtidas pelo processo de *Plastificação Gradual da Seção Transversal* são observadas em incrementos de carga bastante anteriores ao incremento corresponde à plena formação da rótula pelo processo de *Plastificação Brusca da Seção Transversal* nas seções analisadas. Permite-se concluir que o método de plastificação gradual conduz a valores de deformações superiores aos obtidos pelo método de plastificação brusca. O que significa em outras palavras, que do ponto de vista das deformações, as estruturas analisadas pelo método de plastificação gradual atingem a carga limite em um incremento de carga inferior ao obtido pelo processo de plastificação brusca.

Como o valor de momento plástico não é efetivamente atingido pelo processo de *Plastificação Brusca da Seção Transversal*, faz-se necessária a determinação de um critério para avaliação da formação da rótula plástica.

As prescrições previstas em normas consultadas, NBR8800 [1], AISC/LRFD [2], AISC/ASD [3], não fornecem informações específicas para a adoção de um único critério. No entanto, observa-se que as estruturas analisadas apresentam deformações incompatíveis para a utilização confortável em certos níveis de esforços solicitantes. Por estas razões, propõem-se com base nos resultados obtidos neste trabalho, o uso dos valores recomendados pela NBR8800 [1], anexo C, “Valores Máximos Recomendados para Deformações”.

Conclui-se finalmente que, ambos os processos de solução apresentados podem ser adotados em análises estruturais envolvendo plasticidade, porém os resultados obtidos pelo processo de *Plastificação Gradual da Seção Transversal* são considerados mais próximos do modelo real e os valores obtidos neste tipo de solução são mais conservativos. Sugere-se ainda a adoção de um critério de limite de deformações semelhante aqueles propostos pela NBR8800 [1].

Capítulo 5

Conclusões Finais e Sugestões

5.1 BREVE RESUMO DO PRESENTE TRABALHO

Os estudos da Teoria da Plasticidade desenvolvidos no presente trabalho foram divididos em três etapas.

Na primeira etapa, os conceitos fundamentais da Teoria da Plasticidade simplificada são apresentados e analisados. As principais prescrições para análise plástica previstas em normas atuais em uso no Brasil, NBR8800 [1] e nos Estados Unidos: AISC/LRFD [2] e AISC/ASD [3] são apresentadas e comparadas.

A segunda etapa deste trabalho utiliza uma ferramenta numérica bastante poderosa, o programa Ansys, para a avaliação dos fundamentos apresentados anteriormente na primeira etapa. Os modelos numéricos propostos nesta etapa são formados por elementos de casca tipo *SHELL* com a finalidade de conferir os modelos simplificados de rótulas plásticas concentradas.

Devido à complexidade dos modelos propostos na segunda etapa deste trabalho, são desenvolvidos, na terceira etapa, modelos mais simplificados baseados no Método das Rótulas Plásticas através de simulações numéricas empregando elementos de barra associados a elementos de mola não lineares.

5.2 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os conceitos fundamentais da Teoria da Plasticidade apresentados no presente trabalho, bem como as informações citadas pelas principais normas em uso,

completam-se e constituem uma importante fonte de conhecimento para a elaboração de um projeto seguro e econômico no regime plástico.

Através de modelagens numéricas com uso de elementos tipo *SHELL*, foi possível a verificação de zonas plásticas espalhadas e a determinação do valor do momento plástico considerando-se os efeitos não lineares geométricos e o critério de Von Mises para a determinação da tensão correspondente à plastificação. Podemos considerar que a associação da não linearidade geométrica com a não linearidade física representa uma boa aproximação do modelo real.

Os principais fatores que podem influenciar a formação de rótulas plásticas também foram analisados no presente trabalho, como por exemplo a combinação de esforços normais, cortantes e tensões residuais.

Com base nos resultados satisfatórios obtidos nos diversos testes numéricos utilizando-se elementos tipo *SHELL*, pode-se concluir que, para perfis metálicos soldados, os modelos simplificados de rótulas plásticas concentradas correspondem, com aproximação satisfatória, ao comportamento plástico real desses elementos estruturais.

Apesar dos resultados satisfatórios obtidos com o uso de elementos tipo *SHELL*, a complexidade envolvida na elaboração de modelos utilizando esse tipo de elemento finito não permite a aplicação deste método de análise numérica envolvendo plasticidade. Por esta razão, um procedimento numérico não linear incremental-iterativo para análise estrutural de estruturas reticuladas pelo Método das Rótulas Plásticas foi apresentado neste trabalho.

Tal procedimento foi desenvolvido com o propósito de servir como alternativa para a utilização de outros programas desenvolvidos pelo Método dos Elementos Finitos, normalmente compilados em linguagem *FORTRAN*.

Devido a facilidades inerentes ao programa Ansys, adotado nas avaliações propostas envolvendo estruturas reticuladas, foi possível o desenvolvimento de dois tipos de solução para a formação de rótulas plásticas. Uma contemplando o progressivo avanço de zonas plásticas ao longo da seção transversal, denominada neste trabalho como *Plastificação Gradual da Seção Transversal* e outra que simulando o Método dos Mecanismos, denominada neste trabalho como *Plastificação Brusca da Seção Transversal*.

Concluiu-se que os processos de solução apresentados para estruturas reticuladas podem ser adotados em análises estruturais envolvendo plasticidade, porém

os resultados obtidos pelo processo de *Plastificação Gradual da Seção Transversal* são considerados mais próximos do modelo real e os valores de carga limite obtidos neste tipo de solução são mais conservativos. Sugere-se ainda a adoção de um critério de limite de deformações semelhante àqueles propostos pela NBR8800 [1].

5.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Os resultados teóricos obtidos na segunda etapa deste trabalho, empregando modelos numéricos com o uso de elementos de casca, foram comparados com resultados experimentais, consultados em referências bibliográficas. No entanto, sugere-se a realização de um ensaio experimental, onde seria possível a calibração do modelo numérico avaliado. Os resultados experimentais também poderiam ser usados para a verificação da aplicabilidade dos modelos de formação de rótulas plásticas concentradas, propostos na terceira etapa deste trabalho.

A ferramenta numérica empregada nas avaliações propostas na terceira etapa deste trabalho mostrou-se ineficiente para resolução de estruturas com grandes graus de hiperstaticidade, tais como edifícios de andares múltiplos ou galpões de vãos múltiplos. Propõe-se que estudos mais refinados, envolvendo o programa Ansys ou similar, devem ser desenvolvidos com o intuito de possibilitar a utilização de uma ferramenta numérica deste porte em avaliações envolvendo plasticidade.

Por fim, sugere-se que os modelos numéricos propostos neste trabalho sejam usados em estudos para avaliação do comportamento das deformações não lineares associadas à plastificação em análises com solicitações do tipo “carga-descarga” da estrutura. O comportamento de *histerese* do aço também pode ser avaliado em ações cíclicas.

Referências Bibliográficas

Capítulo 1: Introdução à Teoria Plástica

- [1] NBR8800, *Norma Brasileira para Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios pelo Método dos Estados Limite*, ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro/RJ, Abril, 1986.
- [2] AISC/LRFD, *Manual of Steel Construction – Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Chicago, 1986.
- [3] AISC/ASD, *Manual of Steel Construction – Allowable Stress Design Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, 9th Edition, Chicago, 1989.
- [4] ASCE-WRC, *Plastic Design in Steel, a Guide and Commentary*, ASCE-WRC American Society of Civil Engineers – Welding Research Council, New York/NY, March, 1971.
- [5] SSRC, *Plastic Hinge Based Methods for Advanced Analysis and Design of Steel Frames – An Assessment of the State-of-the-Art*”, Edited by Donald W. White and W. F. Chen, School of Civil Engineering, Purdue University, 1993.
- [6] ANSYS, *Basic Analysis Procedure Guide*, 1st Edition, ANSYS Inc., Houston, PA, June, 1996.

Capítulo 2: Método Plástico

- [7] KANZINCZY, G., *Experiments with Clamped Girds*, *Betonszemle*, v.2, n. 4, p. 68, n.5, p.83, and n. 6, p. 101, 1914.
- [8] CONTRMAIER-LEINITZ, H., *Contributions to the Problem of Ultimate Carrying Capacity of Simple and Continuous Beams of Structural Steel and Timber*, *Die Bautechnik*, v. 1, n. 6, 1927.
- [9] DRISCOLL, G. C., Jr., et al., *Plastic Design of Multi-Story Frames, Lecture Notes and Design Aids*, Reports n. 273.20 and 273.24, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem. Pa., 1965.
- [10] *Plastic Design Cuts Cost on Prototype Highrise*, *Engineering News-Record*, v. 173, n. 3, July 20, 1967.
- [11] LAY, M. G. and SMITH, P. D., “*The Role of Strain Hardening in Plastic Design*”, *Journal of the Structural Division*, ASCE, v. 91, n. ST3, Proc. Paper 4355, June, 1965.
- [12] HRENNIKOFF, A. P., “*Importance of Strain Hardening in Plastic Design*”, *Journal of the Structural Division*, ASCE, v. 91, n. ST3, p. 25, Proc. Paper 4424, August, 1965.
- [13] VICKERY, B., *The Influence of Deformations and Strain-Hardening on the Collapse Load of Rigid Frame Structures*, *Transactions, Institution of Engineers, Australia*, v. CE3, n. 2, p. 103, Sept., 1961.
- [14] MURRAY, T. M., and OSTAPENKO, A., *Optimum Design of Multi-Story Frames by Plastic Theory*, Reports n. 273.43, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem. Pa., May, 1966.
- [15] TOAKLEY, A. R., “*Optimum Design Using Available Sections*”, *Journal of Structural Division*, ASCE, v. 94, n. ST5, p. 1219, Proc. Paper 5960, May, 1968.
- [16] KAWAI, T., *Plastic Analysis and Minimum Weight Design of Multi-Story Plane Frames*, *Plastic Design of Multi-Story Frames – Guest Lectures*, Report n. 273.46, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem. Pa., 1966.
- [17] THÜRLIMANN, B., *Optimum Design of Structures*, *Plastic Design of Multi-Story Frames – Guest Lectures*, Report n. 273.46, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem. Pa., 1966.

- [18] NEAL, B. G., *The Plastic Method of Structural Analysis*, 2nd ed., John Wiley and Sons, New York, 1963.
- [19] PRAGER, W., *Introduction to Plasticity*, Addison-Wesley Publishing Co., Reading Mass., 1959.
- [20] VAN DEN BROEK, J. A., *Theory of Limit Design*, John Wiley and Sons, New York, 1948.
- [21] BEEDLE, L. S., THÜRLIMANN, B., and KETTER, R. L., *Plastic Design in Structural Steel*, Lecture Notes, Lehigh University, Bethlehem, Pa., and American Institute of Steel Construction, New York, September, 1955.
- [22] DOLPHIN, J. W., WRIGHT, D. T., and NELSON, H. M., *Plastic Design of Steel Structures*, Royal Military College and Queen's University Publication, May, 1956.
- [23] SYMONDS, P. S., and NEAL, B. G., "Recent Progress in the Plastic Methods of Structural Analysis", Journal of the Franklin Institute, v. 252, pp. 383-407 and 469-492, 1951.
- [24] DRISCOLL, G. C., Jr., *Test of Two-Span Portal Frame*, Proceedings, AISC National Engineering Conference, p. 74, 1956.
- [25] DRISCOLL, G. C., Jr., *Rotation Capacity Requirements for Beams and Frames of Structural Steel*, Ph.D., Lehigh University, Bethlehem. Pa., 1958.
- [26] LU, L. W., and DRISCOLL, G. C., Jr., *Plastic Strength and Deflection of a Gabled Frame*, Report n. 205D.8, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem. Pa., June, 1958.
- [27] SYMONDS, P.S., *A Review of Methods for the Plastic Analysis of Rigid Frames of Ductile Metal*, Technical Report A11-S' 6/86, pp. 44-49, Brown University to Office of Naval Research, May, 1950.
- [28] WANG, C. K., "General Computer Program for Limit Load Analysis", Journal of the Structural Division, ASCE, v. 89, n. ST6, p. 101, Proc. Paper 3719, December, 1963.
- [29] PARIKH, B. P., *Elastic-Plastic Analysis and Design of Unbraced Multi-Story Steel Frames*, Ph.D., Lehigh University, at Bethlem, Pa., USA, 1966.
- [30] HARRISON, H. B., *The Elastic-Plastic Analysis of Plane Flexural Frames*, Report n. 297.16, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem, July, Pa., 1965.

Capítulo 3: Avaliação dos Modelos de Rótulas Plásticas

- [31] TIMOSHENKO, S., *Strength of Materials, Part II, Advanced Theory and Problems*, 3rd Edition, D. Van Nostrand Co., Inc., New York, 1956.
- [32] GIRKMANN, K., *The Design of Frames Assuming a Steel of Ideal Plasticity*, v. 140, IIa, p. 679, Sitzberichten Akad. Wiss, Viena, Austria, 1931.
- [33] BAKER, J. F., "A Review of Recent Investigations into the Behavior of Steel Frames in the Plastic Range", Journal of the Institution of Civil Engineers, v. 3, January, 1949.
- [34] RODERICK, J. W., *Theory of Plasticity-Elements of the Simple Plastic Theory*, Philosophical Magazine, Series 7, v. 39, p. 529, 1948.
- [35] HENDRY, A. W., *An Investigation of the Strength of Certain Welded Portal Frames in Relation to the Plastic Method of Design*, The Structural Engineer, v. 28, n. 12, December, 1950.
- [36] KETTER, R. L., BEEDLE, L. S., and JOHNSTON, B. G., "Column Strength Under Combined Bending and Thrust", The Welding Journal, v. 31, n. 12, p. 607-s, December, 1952.
- [37] CSN, *Manual Brasileiro para Cálculo de Estruturas Metálicas*, Ministério do Desenvolvimento da Indústria e Comércio, Secretaria Especial de Desenvolvimento Industrial, Graphilivros Editores Ltda., v. 2, Brasília, 1989.
- [38] BIJLAARD, P.P., FISHER, G. P., and WINTER, G., *Eccentrically Loaded, End-Restrained Columns*, Transactions, ASCE, v. 120, p. 1070, 1955.
- [39] KETTER, R. L., KAMINSKY, E. L., and BEEDLE, L. S., *Plastic Deformation of Wide-Flange Beam-Columns*, Transactions, ASCE, v. 120, p. 1028, 1955.
- [40] MASON, R. E., FISHER, G. P., and WINTER, G., "Eccentrically Loaded, Hinge Steel Columns", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, v. 84, n. EM4, Proc. Paper 1792, October, 1958.
- [41] BALIO, G., *Theory and Design of Steel Structures*, Chapman and Hall editors, London, 2nd edition, 1933.

Capítulo 4: Método das Rótulas Plásticas

- [42] SOUZA, L. F. U., *Aplicação do Método Plástico na Verificação e Dimensionamento de Estruturas Metálicas Aporticadas*, M. Sc., Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1999.
- [43] ASSAID, L. M. B., *Cálculo Plástico de Estruturas Metálicas Planas Simuladas por Elementos de Mola de Rigidez Variável*, Seminário de Doutorado, Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1997.
- [44] RODRIGUES, F. C., *Formulação Elasto-Plástica de Elementos Tridimensionais para Análise Não Linear de Estruturas*, Seminário de Doutorado, Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1996.
- [45] ZIENKIEWICZ, O. C., *The Finite Element Method*, McGraw-Hill Book Company, New York, 3rd edition, 1977.
- [46] PFEIL, M. S., *MEDIFEM – Um Sistema Computacional para Análise de Estruturas*, 1^o Seminário de Doutorado, Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1991.
- [47] GALAMBOS, T. V., *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 4th Edition, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [48] CHEN, W. F., *Second-order Inelastic Analysis for Frame Design*, SSRC – Structural Stability Research Council, 1994.
- [49] TOPRAC, A. A., JOHNSTON, B. G., and BEEDLE, L. S., *Connections for Welded Continuous Portal Frames*, The Welding Journal, v. 30, n. 7 and 8, v. 31, n. 11, 1951, 1952.
- [50] HENDRY, A. W., *An Investigation of the Strength of Welded Portal Frame Connections*, The Structural Engineer, v. 28, n. 10, 1950.
- [51] WRIGHT, D. T., *The Design of Knee Joints for Rigid Steel Frames*, BWRA n. FE 1/38, April, 1954.
- [52] FISHER, J. W., DRISCOL, G. C., Jr., and BEEDLE, L. S., *Plastic Analysis and Design of Square Rigid Frame Knees*, Bulletin n. 39, Welding Research Council, April, 1958.

- [53] ABBASNIA, R., KASSIMALI, A., "*Large Deformation Elastic-Plastic Analysis of Space Frames*", Journal of Construct Steel Research, n. 35, pp. 275-290, 1995.
- [54] CHEN, W. F., GOTO, Y., LIEW, J. Y. R., *Stability Design of Semi-Rigid Frames*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 1st edition, 1996.

Apêndices

- [55] BATHE, K. J., *Finite Element Procedures in Engineering Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1982.
- [56] IRONS, B. M., "*A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis*", International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 2, n. 1, pp. 5-23, January, 1970.
- [57] MELOSH, R. J., BAMFORD, R. M., "*Efficient Solution of Load-Deflection Equations*", ASCE Journal of the Structural Division, v. 95, n. ST4, Proc. Paper 6510, pp. 661-676, April, 1969.
- [58] EGGERT, G. M., DAWSON, P. R., MATHUR, K. K., "*An Adaptive Descent Method for Nonlinear Viscoplasticity*", International Journal for Numerical Methods in Engineering, v. 31, pp. 1031-1054, 1991.

Apêndice A

PLASTIC SHELL 181 - Elemento de casca

A 1 INTRODUÇÃO

O programa Ansys, adotado na elaboração dos resultados numéricos obtidos, dispõe de diversos tipos de elementos finitos. Esta diversificação, no entanto, constitui um fator importante a ser observado na avaliação numérica a ser analisada. A escolha do elemento finito que melhor se adapte ao problema proposto deve ser cautelosa. Para o caso de análises não lineares, onde a convergência é imprescindível, cuidados extras devem ser tomados.

Muitas dessas observações foram confirmadas nos testes numéricos preliminares desenvolvidos neste trabalho.

Inicialmente utilizou-se o elemento denominado *PLASTIC SHELL 43*, o qual possui propriedades elasto-plásticas e é habilitado para problemas não lineares. No entanto, mostrou-se ineficiente nas análises numéricas preliminares realizadas. O principal problema encontrado foi com relação a falta de convergência numérica e incapacidade de simulação da seção transversal, com flexões fora do plano associadas a flexões no plano.

Seguindo as recomendações do manual do programa Ansys, ANSYS [6], adotou-se posteriormente o elemento *PLASTIC SHELL 181*, que deve ser usado em substituição do *PLASTIC SHELL 43*, quando houver problemas semelhantes aos descritos no parágrafo anterior.

Pode-se concluir preliminarmente que as simulações realizadas com o *PLASTIC SHELL 181* são consideradas bastante satisfatórias. A presença da plasticidade foi corretamente modelada e as seções transversais propostas puderam ser analisadas.

Algumas características importantes do elemento *PLASTIC SHELL 181* estão descritas neste apêndice. Cabe ressaltar, que não faz parte do objetivo desta seção apresentar uma completa discussão das formulações utilizadas pelo *PLASTIC SHELL 181*.

A 2 CARACTERÍSTICAS DO PLASTIC SHELL 181

A 2.1 DADOS DE ENTRADA

A geometria, localização dos nós e o sistema de coordenadas do elemento *PLASTIC SHELL 181* estão apresentadas na figura (A- 1). O elemento é definido por quatro nós: I, J, K e L. A formulação do elemento é baseada na deformação logarítmica e avaliação real de tensões. A cinemática do elemento permite deformações de membrana (alongamento) e comportamento de placa, em outras palavras é possível a simulação do Estado Plano de Tensão e do Estado Plano de Deformação. No entanto, as mudanças de curvatura em um incremento devem ser pequenas.

A espessura do *PLASTIC SHELL 181* pode ser definida em cada um dos seus nós. Esta espessura, porém, deve variar suavemente sobre a área do elemento. Caso o elemento apresente espessura constante, apenas uma variável de espessura precisa ser especificada.

O elemento suporta refinamentos na forma triangular. No entanto, o uso de elementos triangulares deve ser evitado, exceto para os casos restritos de preenchimento de malha.

A orientação do *PLASTIC SHELL 181*, assumida pelo programa Ansys, tem o eixo S_1 (coordenada de superfície) alinhado com a primeira direção paramétrica do elemento no centro deste elemento. Ou seja, para elementos não distorcidos, a orientação assumida pelo programa é: eixo de coordenadas S_1 alinhado com o lado IJ do elemento.

A primeira coordenada de superfície S_1 , pode sofrer transformações pelo ângulo THETA (em graus). Valores de THETA são introduzidos no modelo na forma de constantes. É possível, também, definir valores específicos para um grupo selecionado de elementos. Criando-se assim sistemas de coordenadas especiais para um

grupo selecionado de elementos. Este artifício, apesar de não ter sido utilizado neste trabalho é muito vantajoso na modelagem de peças compostas.

Vários tipos de ações são possíveis, podendo-se destacar: efeitos de temperatura, esforços nodais (momentos fletores e esforços normais), deslocamentos prescritos, peso próprio (ação da gravidade) e carregamentos distribuídos.

Os carregamentos distribuídos podem ser aplicados ao elemento na forma de pressões. As cargas de pressão são introduzidas nas faces do elemento, conforme são mostrados pelos números “dentro de um círculo” na figura (A -1). As setas indicam pressões positivas atuantes no elemento. As pressões, ou carregamentos distribuídos são designados por esforços sobre unidade de área.

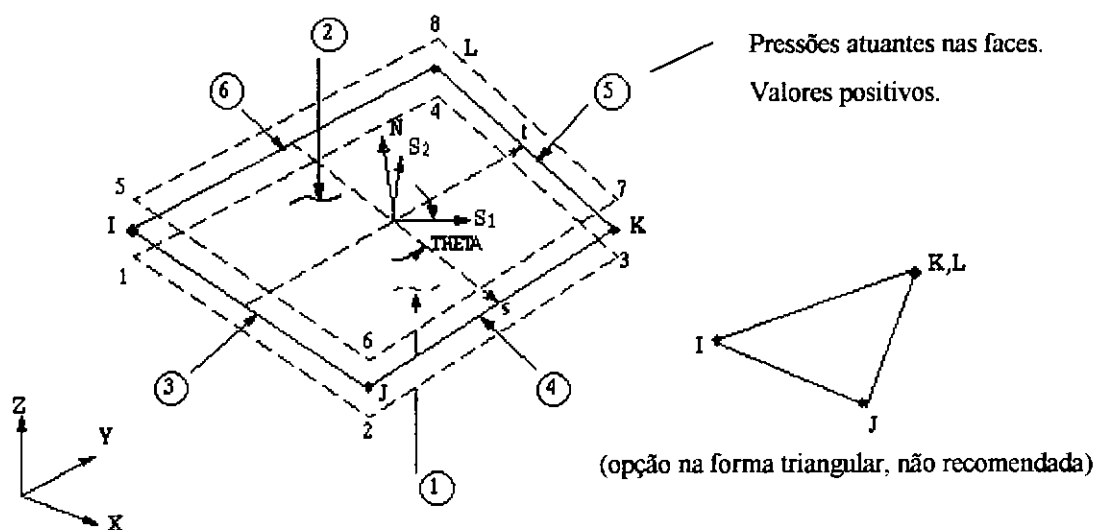


Figura A- 1: Elemento *PLASTIC SHELL 181*.

O elemento *PLASTIC SHELL 181* apresenta três tipos de integração numérica: integração reduzida, integração total (*full integration*) e integração total com modos incompatíveis. A opção de integração numérica, definida usualmente no programa como padrão é a reduzida. Porém em alguns casos este tipo de solução não deve ser utilizada.

Para descrever o comportamento simultâneo de flexões no plano e flexões fora do plano, como por exemplo, o caso de uma viga em balanço, engastada em uma de suas extremidade, figura (A- 2). Um número mínimo de elementos ao longo da direção da espessura faz-se necessário, quando for adotada a opção de integração reduzida. Por outro lado, o ganho obtido na acurácia utilizando a opção de integração total com

modos incompatíveis é suficiente para descartar a necessidade de usar mais elementos. Neste caso pode-se utilizar apenas um único elemento.

Em termos práticos de modelagem numérica, recomenda-se o uso do método de integração total. Pois este método é o que apresenta um menor número de restrições. Esta opção sempre poderá ser escolhida, porém, para uma melhor performance do elemento e velocidade dos resultados, uma opção específica para cada tipo de problema proposto deve ser estudada. A figura (A- 2) ilustra alguns problemas e opções para melhorar os resultados.

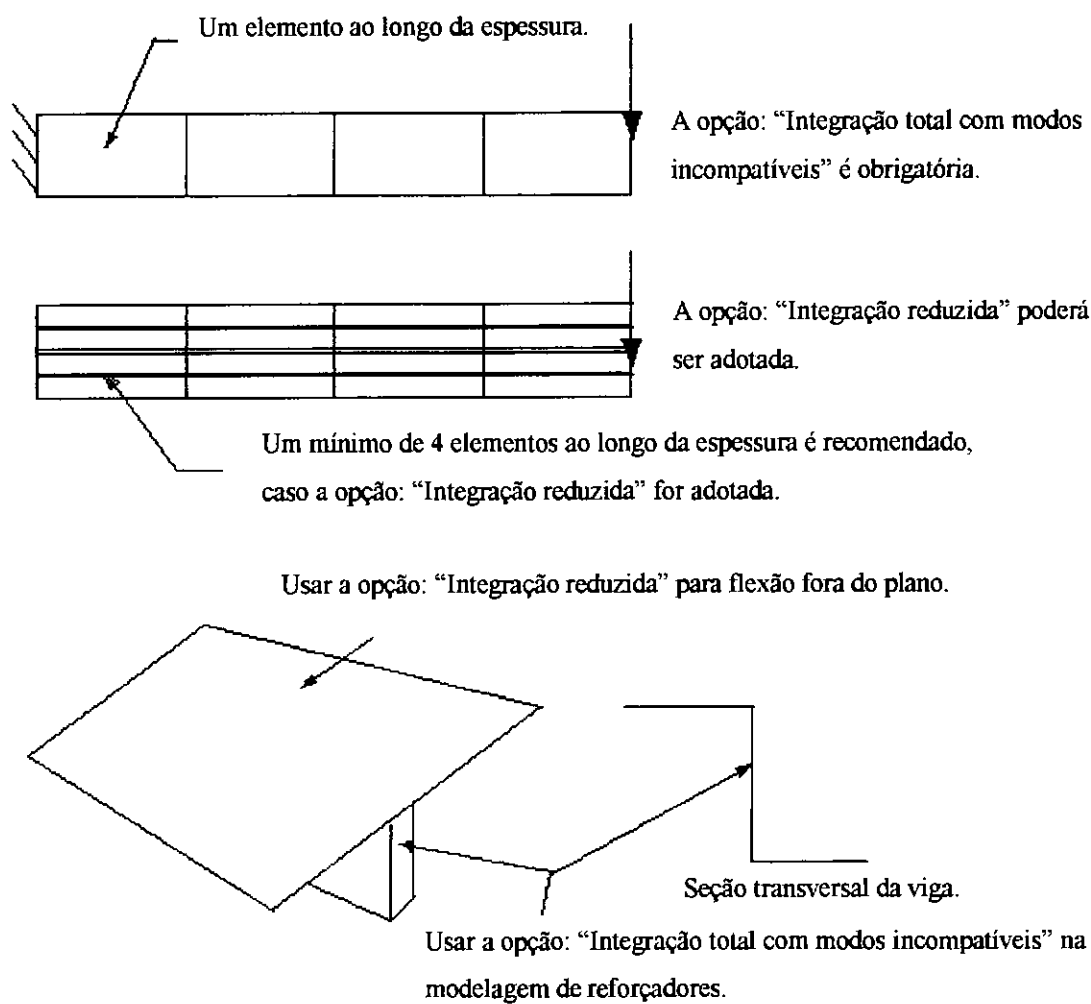


Figura A- 2: Aplicações de flexão usando o elemento *PLASTIC SHELL 181*.

A modelagem da seção transversal de uma viga com elementos *PLASTIC SHELL 181*, pode ser considerada uma outra aplicação típica de problemas dominados por flexão no plano e fora do plano. O uso da integração total com modos incompatíveis

é a escolha mais eficiente para esta circunstância. Pois, conforme foi mencionado no parágrafo anterior, a integração reduzida poderia necessitar de um melhor refinamento.

A integração total com modos incompatíveis foi a opção utilizada nas simulações de seção transversal propostas neste trabalho. Pode-se adiantar que os resultados obtidos com as diversas avaliações realizadas foram considerados bastantes satisfatórios.

Para todos os casos de integração disponíveis apresentados anteriormente, o programa Ansys utiliza cinco pontos de integração ao longo de sua espessura e o esquema de 2x2 pontos de integração na superfície do elemento, conforme está apresentado nas figuras (A- 3) e (A- 4). A equação para integração numérica aplicada ao elemento *PLASTIC SHELL 181* é a seguinte:

$$\int\limits_{-1}^1\int\limits_{-1}^1 f(x,y)dx dy = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^l H_j H_i f(x_j,y_i) \tag{A- 1}$$

- Onde: $f(x,y)$ = função a ser integrada;
- H_i, H_j = fatores de peso, no caso, 2x2, igual a 1,000;
- x_j, y_i = localização dos pontos de integração 0,57702;
- m, l = número de pontos de integração (Gauss).

A localização dos pontos de integração para o elemento *PLASTIC SHELL 181* está apresentada na figura (A- 3), abaixo:

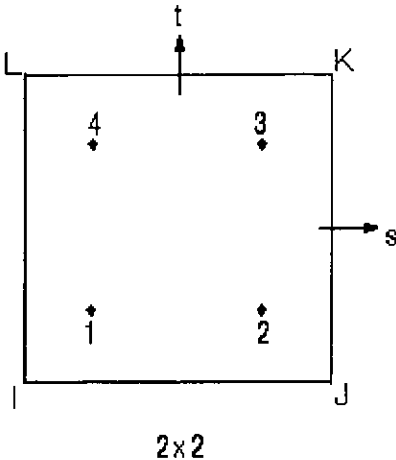


Figura A- 2: Localização dos pontos de integração (Gauss) para o elemento *PLASTIC SHELL 181*.

O elemento *PLASTIC SHELL 181* suporta não linearidades física, de material, está preparado para descrever esses efeitos ao longo da espessura. O elemento

possui um esquema com cinco pontos de integração, conforme pode ser observado na figura (A- 4). Pode-se afirmar que este esquema não é padrão para todos os elementos. As extremidades das faces do elemento, superior e inferior, possuem pontos de integração para imediata detecção do início dos efeitos não lineares.

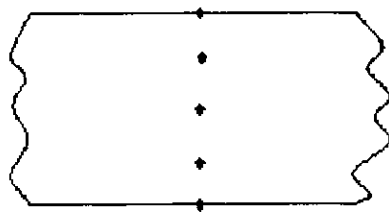


Figura A- 4: Localização dos pontos de integração ao longo da espessura do elemento de casca para flexões não lineares.

O elemento *PLASTIC SHELL 181* pode ser associado à propriedades: linear elásticas, elastoplásticas e hiperelásticas. Nas análises envolvendo elasticidade, somente poderão ser definidas propriedades elásticas lineares: isotrópicas ou ortotrópicas.

O modelo de encruamento isotrópico de Von Mises, utilizado nas avaliações envolvendo plasticidade, poderá ser utilizado com as opções: BISO (material bi-linear isotrópico) e MISO (material multilinear isotrópico).

A utilização da plasticidade assume que as propriedades do elemento são isotrópicas. O modelo adotado nas avaliações propostas neste trabalho foi o BISO, para materiais com comportamento elasto-plástico perfeito, conforme será apresentado em maiores detalhes no apêndice C.

A 2.2 RESULTADOS

Os resultados obtidos com o programa Ansys, para o elemento *PLASTIC SHELL 181*, são divididos em dois grupos básicos: deslocamentos nodais, incluídos nas soluções nodais globais e resultados nos elementos.

As resultantes de tensões dos elementos (N11, M11, Q13, etc.) são paralelas ao sistema de coordenadas do elemento, assim como as deformações de membrana e a curvatura do elemento. Na figura (A- 5) pode-se observar melhor a orientação dessas resultantes.

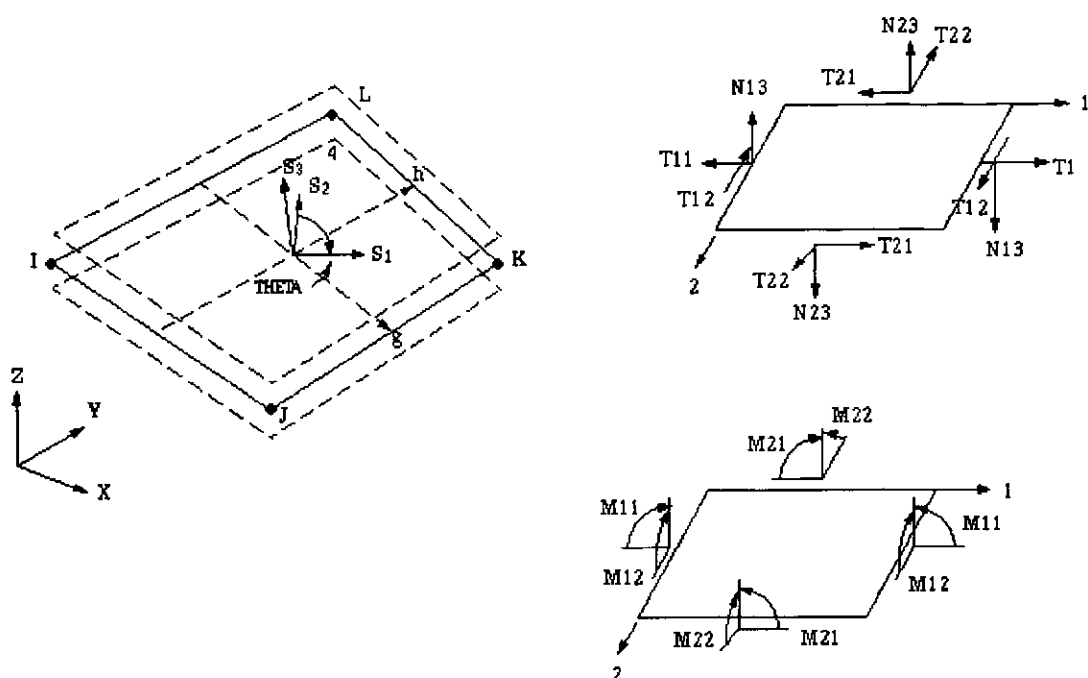


Figura A- 5: Resultados de tensões para o elemento *PLASTIC SHELL 181*.

A 2.3 FUNÇÕES DE FORMA

As funções de interpolação do campo dos deslocamentos para o elemento *PLASTIC SHELL 181* estão apresentadas na equação (A-2) e nas figuras (A-6) e (A-7).

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 N_i \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ w_i \end{Bmatrix} + \sum_{i=1}^4 N_i \frac{r t_i}{2} \begin{bmatrix} a_{1,i} & b_{1,i} \\ a_{2,i} & b_{2,i} \\ a_{3,i} & b_{3,i} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \theta_{x,i} \\ \theta_{y,i} \end{Bmatrix} \quad (\text{A-2})$$

Onde: N_i = funções de forma;

u_i, v_i, w_i = deslocamentos do nó i ;

r = coordenada da espessura;

t_i = espessura do nó " i ";

$\{a\}$ = vetor unitário na direção s ;

$\{b\}$ = vetor unitário no plano do elemento e normal a $\{a\}$;

$\theta_{x,i}$ = rotação do nó i , em torno do vetor $\{a\}$;

$\theta_{y,i}$ = rotação do nó i , em torno do vetor $\{b\}$.

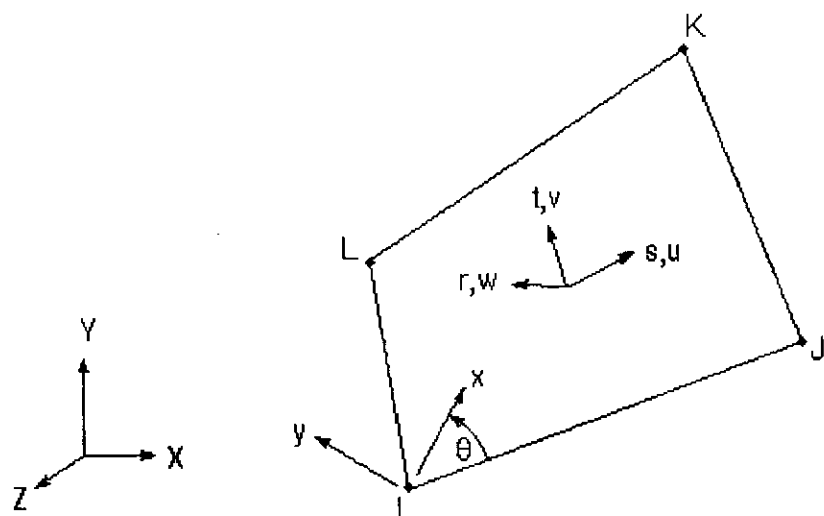


Figura A- 6: Eixos de coordenadas global e local.

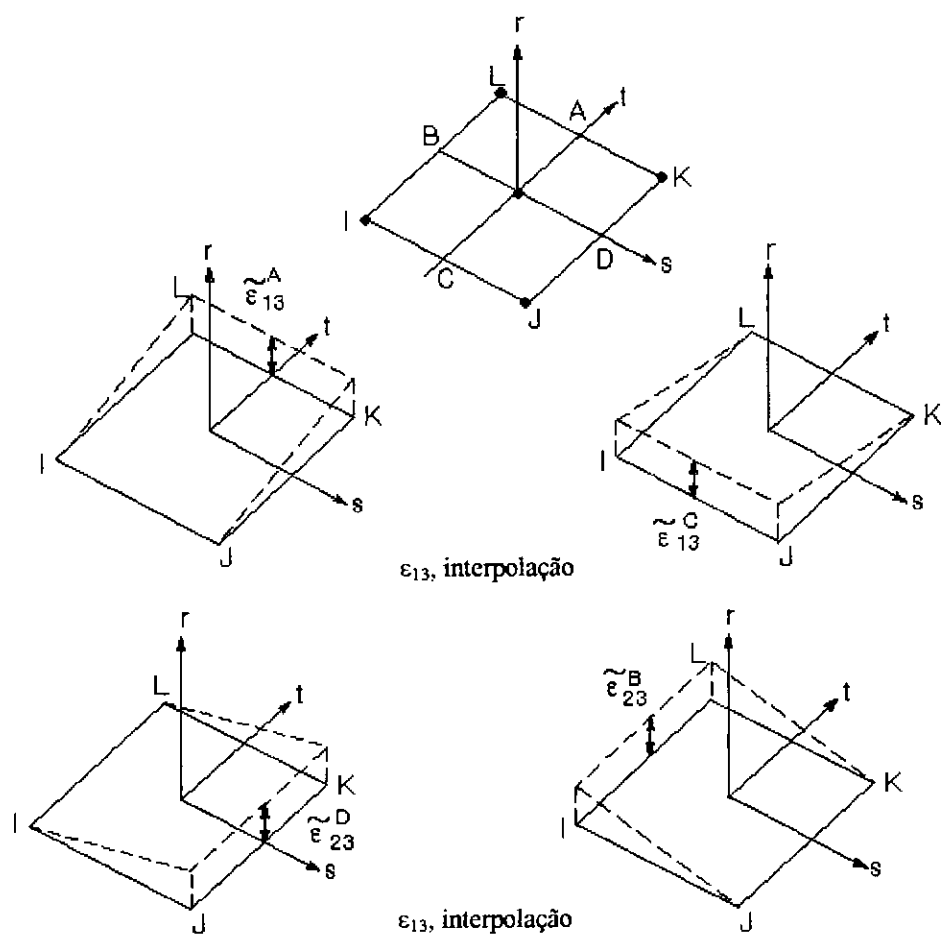


Figura A- 7: Funções de forma para deformações transversais

A 2.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS PARA ANÁLISE

O uso do *PLASTIC SHELL 181* na forma triangular não é recomendado.

O elemento *PLASTIC SHELL 181* apresenta melhor desempenho com o esquema de solução *full* Newton-Raphson, e *adaptive descent*. Conforme está apresentado no apêndice B.

Apêndice B

Análise Não Linear

B 1 INTRODUÇÃO

Uma das considerações importantes no desenvolvimento de análises numéricas é quando a estrutura experimenta um comportamento não linear. Dependendo da geometria da estrutura e do material empregado, alguns tipos de não linearidades são possíveis.

Para melhor entender a influência do comportamento não linear em uma estrutura, é de grande ajuda revisar as características do comportamento linear. Em uma análise linear, a cinemática, compatibilidade e relações constitutivas dos materiais são todas lineares. Os deslocamentos e deformações são pequenos. A relação de equilíbrio é linear, ou seja, o equilíbrio é satisfeito na configuração não deformada. As condições de contorno não se alteram durante uma análise linear.

Deste comportamento, verifica-se que em uma análise linear, o carregamento é independente da deformação, os deslocamentos são diretamente proporcionais às cargas, e os resultados de diferentes condições ou combinações de cargas podem ser sobrepostos. Quando é possível aplicar as condições anteriores a um problema, ele é considerado linear. Se alguma condição for violada ou não puder ser aplicada, deve-se considerar o comportamento não linear na análise.

O comportamento não linear pode ser devido a um número diferente de origens. Em algumas estruturas, as relações de cinemática são não lineares e os deslocamentos e rotações podem ser elevados. Este comportamento é conhecido como Não Linearidade Geométrica. Na não linearidade geométrica, o equilíbrio é atingido na configuração deformada.

Um fenômeno importante a ser observado nas análises não lineares geométricas, é que a força aplicada poderá mudar sua orientação quando a estrutura se

deforma, em certos tipos de testes com grandes deformações, este efeito é fundamental. Em uma análise de pequenos deslocamentos, as forças sempre mantêm sua orientação inicial.

Resultados de processos não lineares são considerados mais visíveis em uma Análise Não Linear Física, ou seja um comportamento não linear do material. Nesta análise, as relações constitutivas do material são não lineares, isto é, não há uma relação linear entre força e deslocamento. Com uma relação constitutiva não linear, a rigidez do material pode mudar durante a análise e o material pode escoar, resultando em uma deformação permanente. Pode-se ter materiais com comportamento não linear elástico ou plástico.

Qualquer combinação desses efeitos não lineares podem ocorrer simultaneamente em análises. O importante é lembrar que, se algum desses efeitos ocorrer, os deslocamentos não serão diretamente proporcionais às cargas, e os resultados de diferentes casos de carregamentos não poderão ser sobrepostos.

A diferença de comportamento entre uma estrutura linear e não linear requer acesso a diferentes soluções numéricas. E ainda, comportamentos não lineares diferentes podem necessitar também, de diferentes soluções numéricas.

B 2 SOLUÇÕES NUMÉRICAS PARA ANÁLISES NÃO LINEARES

B 2.1 INTRODUÇÃO

O objetivo desta seção é apresentar uma visão geral dos principais métodos numéricos utilizados na obtenção de soluções de problemas não lineares. Não cabe neste capítulo a apresentação de grandes discussões sobre os diversos métodos. Por outro lado, pode-se adiantar que é apresentado um enfoque maior no método Newton-Raphson, adotado nas análises propostas neste trabalho.

B 2.2 MÉTODO INCREMENTAL

A solução não linear básica envolve uma série de soluções incrementais. A carga é aplicada em incrementos. Durante cada incremento, uma “solução linear” é obtida usando as condições em que ela se encontra: geometria, rigidez e passo de carga.

Este tipo de análise puramente incremental é muito usada por sua simplicidade. Porém nas aplicações numéricas desenvolvidas neste trabalho seriam necessários muitos incrementos de carga para garantir uma convergência satisfatória. O que corresponderia a um aumento considerável no tempo de análise, além do inconveniente de não ser garantida a convergência numérica. Por estas razões este método puramente incremental não foi utilizado.

B 2.3 PROCESSO NEWTON-RAPHSON INCREMENTAL-ITERATIVO

Semelhante ao método iterativo, no qual o carregamento é aplicado em passo de carga, o método Newton-Raphson incremental-iterativo, prevê um carregamento em etapas, sendo que são efetuadas iterações intermediárias dentro de cada uma destas etapas.

As equações de equilíbrio para formulação de análises estáticas no método de elementos finitos, é dada por:

$$[K] \cdot \{u\} = \{F^a\} \tag{B- 1}$$

- onde: $[K]$ = matriz de rigidez;
- $\{u\}$ = vetor com os deslocamentos (desconhecido);
- $\{F^a\}$ = vetor de cargas externas aplicadas.

Se a matriz de rigidez $[K]$ for uma função de valores desconhecidos dos graus de liberdade, então a equação (B- 1) é dita não linear. O método Newton-Raphson é um processo iterativo de solução de equações não lineares e pode ser descrito, segundo BATHE [55], como:

$$[K_i^T] \cdot \{\Delta u_i\} = \{F^a\} - \{F_i^{int}\} \tag{B- 2}$$

$$[u_{i+1}] = \{u_i\} + \{\Delta u_i\} \tag{B- 3}$$

- onde: $[K_i^T]$ = matriz jacobiana ou matriz de rigidez tangente global;
- i = subscrito, representando o passo iterativo corrente;
- $\{F_i^{int}\}$ = vetor das forças nodais devidas aos esforços internos resistentes.

Ambas matrizes $[K_i^T]$ e $[F_i^{int}]$ são determinadas com base nos valores dados por $\{u_i\}$. A parcela do lado direito da equação (B- 2) é denominada de vetor residual ou

vetor de desequilíbrio nodal (desbalanceado), ou seja, a parcela do sistema que está desequilibrada, representa a diferença entre os vetores de carga externa aplicada e da força nodal devida aos esforços internos resistentes. A solução de uma iteração é descrita graficamente na figura (B- 1), para o modelo de um grau de liberdade.

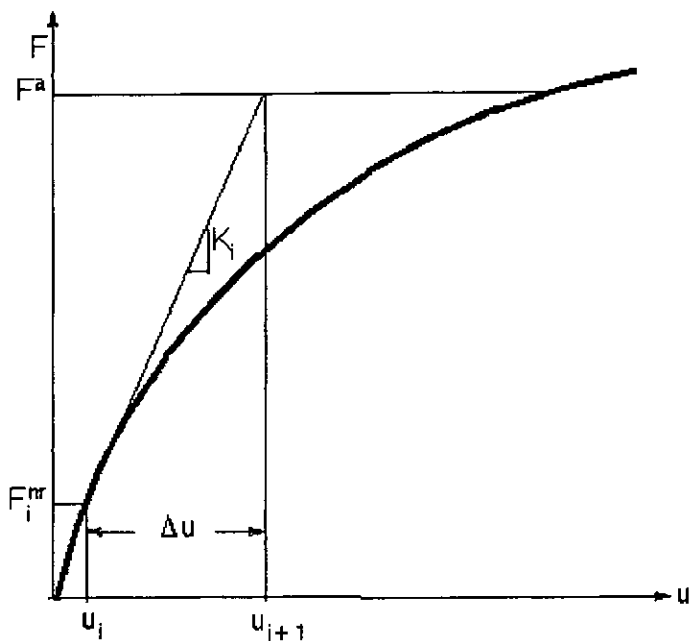


Figura B- 1: Solução do método Newton-Raphson, uma iteração.

Como será visto na figura (B- 2), mais de uma iteração faz-se necessária para obter convergência em uma solução. Em linhas gerais, o processo Newton-Raphson pode ser descrito da seguinte forma:

1. No primeiro passo de carga, assume-se que $\{u_0\} = \{0\}$ e $\{F_i^{int}\} = \{0\}$.
2. Calcula-se a matriz tangente atualizada $[K_i^t]$ e o carregamento atualizado $\{F_i^{int}\}$ da respectiva configuração $\{u_i\}$;
3. Calcula-se $\{\Delta u_i\}$ da equação (B- 2);
4. Adiciona-se $\{\Delta u_i\}$ em $\{u_i\}$ para obter a aproximação seguinte $[u_{i+1}]$ (equação (B- 3));
5. Repete-se os passos 2 ao 4 até a convergência.

A solução obtida no final do processo de iteração corresponderia ao nível de carregamento $\{F^a\}$. A solução final estaria em equilíbrio, desde que o carregamento atualizado $\{F_i^{int}\}$ (calculado no estado de tensão atual) fosse “igual” ao vetor de cargas

aplicadas $\{F^a\}$ (ou ao menos dentro de uma faixa de tolerância). Caso contrário, nenhuma das soluções intermediárias estariam em equilíbrio.

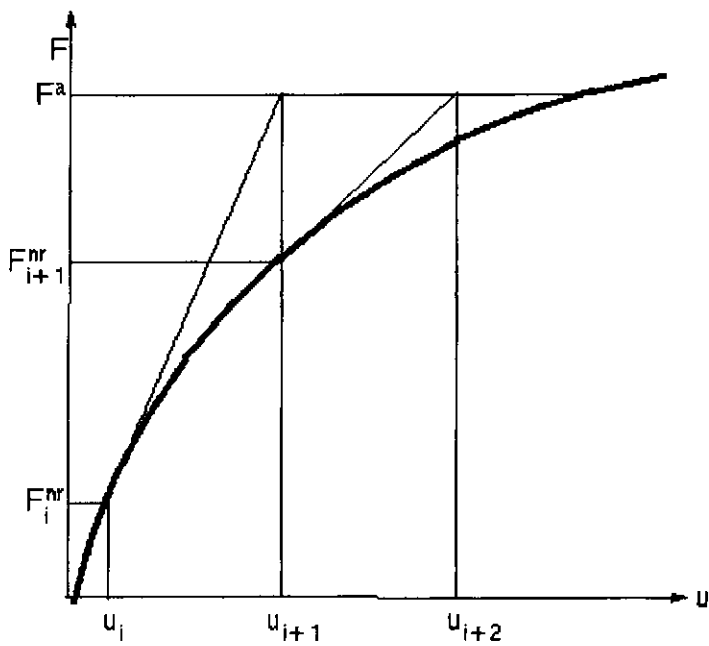


Figura B- 2: Solução do método Newton-Raphson, próxima iteração.

Para análises mais complexas, como é o caso da plasticidade, o processo utilizado na solução necessita da história das respostas e tem que assegurar o equilíbrio. Isto é eficientemente realizado pela adoção de um método incremental-iterativo. Ou seja, o vetor de cargas externas $\{F^a\}$ é introduzido em incrementos. Para cada incremento de carga, iterações do processo Newton-Raphson são realizadas:

$$\left[K_{n,i}^T \right] \cdot \left[\Delta u_i \right] = \left\{ F_n^a \right\} - \left\{ F_{n,i}^{int} \right\} \tag{B- 4}$$

- onde:
- $\left[K_{n,i}^T \right]$ = matriz tangente para o incremento n, iteração i;
 - $\left\{ F_n^a \right\}$ = vetor de cargas externas aplicadas no incremento n;
 - $\left\{ F_{n,i}^{int} \right\}$ = vetor das forças nodais devidas aos esforços internos resistentes no passo n, iteração i

Este processo é chamado incremental-iterativo Newton-Raphson e está esquematizado graficamente na figura (B- 3). O processo incremental-iterativo Newton-Raphson garante a convergência se e somente se a solução em qualquer iteração $\{u_i\}$ for “próxima” da solução exata.

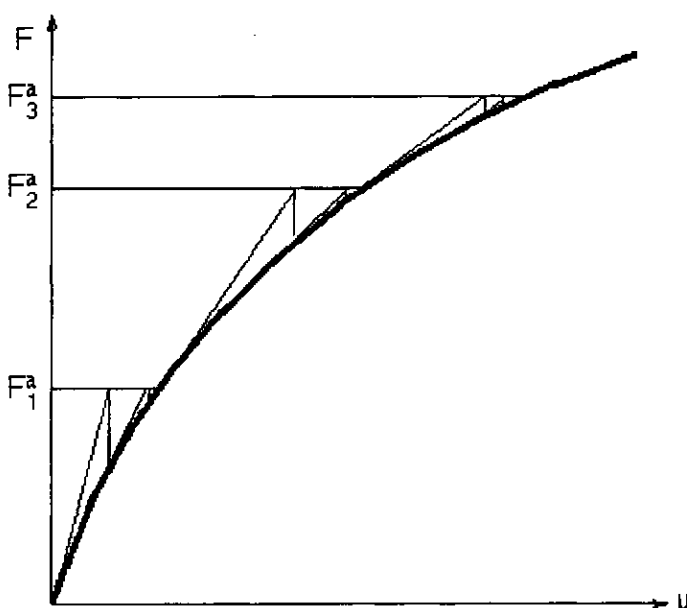


Figura B- 3: Solução do método Newton-Raphson incremental-iterativo.

Dependendo do tipo de não linearidade, uma força desbalanceada ou “residual” é criada durante uma iteração onde um comportamento não linear ocorre. Esta força desbalanceada, provém do desequilíbrio entre a carga externa aplicada e do esforço interno resistente. Iterações para cada passo de carga são necessárias para atingir o equilíbrio dessas forças não balanceadas. As iterações continuam durante um incremento até o critério de convergência ser atingido. Uma vez satisfeita a convergência, uma solução é obtida para o incremento e o processo continua no próximo passo de carga.

Deve ser observado que quanto menor o incremento, ou seja, quanto menor o passo de carga adotado, menor também será o valor desta força desbalanceada.

Um dos métodos mais utilizado para representar um comportamento não linear é o de modificar a matriz de rigidez durante a solução. A maneira mais simples para se mudar a matriz rigidez durante uma solução não linear, é atualizar a rigidez em cada iteração. Esse método é conhecido como método de Newton-Raphson. Segundo a nomenclatura adotada pelo programa Ansys, o método Newton-Raphson descrito neste parágrafo, refere-se ao método *full* Newton-Raphson.

Enquanto esse método utiliza o valor atual da rigidez na solução e, é muito eficiente em soluções não lineares, ele despense muitos recursos computacionais, porque necessita atualizar e fatorar a matriz de rigidez a cada iteração. Mas, essa estratégia de atualização não é sempre necessária.

Utilizando uma solução modificada, pode-se assumir um valor constante para a rigidez em um especificado número de iterações. Nessa solução a matriz de rigidez é somente modificada periodicamente, não é atualizada após cada iteração. Essa solução depende do valor aproximado da rigidez e de múltiplas iterações para convergir. Este método é conhecido como Método de Newton-Raphson Modificado. Computacionalmente, iterações múltiplas de uma rigidez constante são significativamente mais velozes, do ponto de vista computacional, do que múltiplas fatorações.

Simplificando, pode-se considerar o Método Newton-Raphson (*full*) como o método onde a matriz de rigidez é sempre atualizada e o Método Newton-Raphson Modificado, aquele que somente ocorrem iterações e nunca atualiza-se a matriz de rigidez

O método *full* Newton-Raphson foi o método adotado na elaboração dos resultados das análises realizadas neste trabalho. Apesar de computacionalmente mais dispendioso do que o Newton-Raphson Modificado, o *full* Newton-Raphson possui convergência mais rápida, e, é recomendado para aplicações numéricas envolvendo plasticidade.

Outros parâmetros adotados para o tipo de solução não linear desenvolvida nesta pesquisa foram considerados. Estes parâmetros foram escolhidos devido à eficiência nos testes preliminares realizados e obedecendo as recomendações do manual do programa Ansys, ANSYS [6].

Os parâmetros ora mencionados, referem-se: aos critérios de convergência, tipo de solução adotada na fatorização das equações: no caso o *frontal solver* e um artifício numérico, utilizado para acelerar o processo incremental-iterativo Newton-Raphson, denominado pela nomenclatura do programa como *adaptive descent*.

B 2.3.1 Critérios de Convergência

O processo iterativo, descrito anteriormente, continua até que o critério de convergência seja atingido. Por esta razão, o critério de convergência é muito importante em uma análise não linear, pois determinará o fim da solução em cada iteração.

O programa Ansys disponibiliza dois critérios básicos de convergência para análises estruturais, deslocamentos e esforços. Pode-se utilizar ainda ambos os critérios.

O critério dos deslocamentos permite que sejam aplicados deslocamentos impostos e/ou rotações. Por sua vez o critério dos esforços é baseado na imposição de cargas normais e/ou momentos fletores.

A convergência é obtida quando:

a) Critério de deslocamentos:

$$\|\{\Delta u_i\}\| < \varepsilon_u \cdot U_{ref} \quad (B- 5)$$

onde: $\|\{\Delta u_i\}\|$ = vetor de deslocamentos incrementais;

ε_u = valor de tolerância para deslocamentos. Definido nas análises propostas como 0,01;

U_{ref} = valor de referência de deslocamentos, ou norma para deslocamentos: $\|\{\Delta u\}\|$.

O programa dispõe de três definições de norma: absoluta, norma máxima ou infinita e a euclidiana, a qual é a mais utilizada, e também a adotada nos testes realizados neste trabalho. Sendo então, a norma euclidiana dos deslocamentos:

$$\|\{\Delta u\}\| = \left(\sum_{i=1}^d |\Delta u_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (B- 6)$$

onde: d = número de deslocamentos totais da estrutura;

b) Critério de força desequilibrada:

$$\|\{R\}\| < \varepsilon_R \cdot R_{ref} \quad (B- 7)$$

onde: $\|\{R\}\|$ = vetor de desequilíbrio nodal;

$$\|\{R\}\| = \{F^a\} - \{F^{int}\} \quad (B- 8)$$

ε_R = valor de tolerância para forças;

R_{ref} = valor de referência de forças nodais, ou norma para forças nodais: $\|\{R_i\}\|$.

Os testes numéricos propostos neste trabalho utilizaram como critério de convergência o critério dos deslocamentos, controlando-se simultaneamente as rotações e os deslocamentos.

B 2.3.2 Frontal Solver

Para a configuração de análise desenvolvida neste trabalho, tipo de elemento, efeitos de plasticidade incluídos e não linearidade geométrica, a opção de solução recomendada pelo manual do programa Ansys, ANSYS [6], é o *frontal solver*.

A solução pelo método do *frontal solver* não constrói a matriz global completa. Ao invés disto, o Ansys efetua a montagem e os passo de solução simultaneamente enquanto que o *solver* processa cada elemento. O método trabalha da seguinte maneira:

- 1) Após cada matriz de elemento individual ser calculada, o programa lê os graus de liberdade para o primeiro elemento;
- 2) O programa elimina qualquer grau de liberdade que puder ser expresso em função de outro. Este processo é repetido para todos os elementos até que todos os graus de liberdade tiverem sido eliminados e tendo então a matriz triangular preenchida.
- 3) O programa então calcula as soluções nodais para os graus de liberdade pela “retrosubstituição”, e utiliza as matrizes individuais dos elementos para obter os resultados nos elementos.

Este método também conhecido como *wavefront* foi proposto e discutido por IRONS et al. [56] e MELOSH et al. [57]. O método consiste na solução de sistemas de equações lineares simultâneas, do tipo $(K \cdot u = f)$ pelo método de elementos finitos, utilizando eliminação de *Gauss*, BATHE[55].

B 2.3.3 Adaptive Descent

Existem muitos artifícios numéricos disponíveis, que quando utilizados em conjunto com o método Newton-Raphson produzem resultados bastante acurados e significativamente mais velozes

Um método disponível no programa Ansys, utilizado para acelerar o processo de convergência numérica é o *adaptive descent*. Este método foi proposto por EGGERT et al. [58].

O acelerador de convergência numérica *adaptive descent* consiste em modificar a configuração matricial padrão, para uma matriz “mais rígida”, quando a solução apresentar dificuldades na convergência, e, retorna para a matriz tangente quando a solução converge. Resultando em uma taxa de convergência mais veloz.

A matriz determinada na equação (B- 2) de Newton-Raphson é redefinida como a soma de duas matrizes:

$$[K_i^T] = \xi \cdot [K^S] + (1 - \xi) \cdot [K^T] \quad (\text{B- 9})$$

onde: $[K^S]$ = matriz secante (ou mais estável);

$[K^T]$ = matriz tangente;

ξ = parâmetro de ajuste, *descent parameter*;

O programa Ansys define o parâmetro de ajuste (ξ) automaticamente durante as iterações de equilíbrio, como esquema a seguir:

1. Inicia cada iteração utilizando a matriz tangente ($\xi = 0$);
2. Monitora as mudanças na norma (equação (B- 6)) durante as iterações de equilíbrio.

Da seguinte forma:

- a) Se houver aumento, indicando então possível divergência:
 - Remove-se a solução atual caso $\xi < 1$, ajusta-se $\xi = 1$ e reinicializa-se a iteração utilizando a matriz secante;
 - Caso $\xi = 1$, continua-se a iteração;
- b) Se houver diminuição, o que indica possível convergência:
 - Caso $\xi = 1$ (matriz secante) e o resíduo tiver diminuído por três iterações, então reduz-se ξ por um fator $\frac{1}{4}$ e continua-se a iteração;
 - Caso $\xi < 1$, diminui-se novamente por um fator $\frac{1}{4}$ continua-se a iteração.

Uma vez que $\xi < 0,0156$; ajusta-se $\xi = 0,0$ e reinicializa-se a iteração utilizando agora a matriz tangente;
3. Caso a diagonal principal for negativa:
 - Caso $\xi < 1$, remove-se a solução atual, ajusta-se $\xi = 1$ e reinicializa-se a iteração utilizando a matriz secante;
 - Caso $\xi = 1$, termina-se a execução.

O método *adaptive descent* deve ser adotado em soluções numéricas utilizando o programa Ansys, que envolvam plasticidade. Para o uso do *adaptive descent* faz-se necessário a utilização do método *full* Newton-Raphson, ou incremental-iterativo.

B 2.4 OUTROS MÉTODOS

Pode-se utilizar soluções numéricas em conjunto com Newton-Raphson e Newton-Raphson Modificado para acelerar a convergência de uma solução numérica. Um método muito poderoso para acelerar a convergência numérica é um baseado no cálculo aproximado do inverso da matriz de rigidez, ao invés de calcular o inverso

diretamente. Esse método usa incrementos de deslocamentos e forças residuais para calcular fatores os quais são usados para criar modificações computacionais eficientes para a matriz de rigidez fatorada existente. Essas modificações são acumuladas de incremento para incremento como vetores, chamados *Quasi-Newton*. Esses vetores são armazenados no processo do comportamento não linear, até um número de vetores, definido pelo usuário, ser atingido.

Uma vez que esse número de vetores é alcançado, uma nova matriz de rigidez é formada e os Vetores *Quasi-Newton* são descartados. A solução *Quasi-Newton* se aproxima do comportamento do Método Newton-Raphson sem a penalidade computacional de múltiplas inversões matriciais.

Um outro método para aceleração na convergência é conhecido como Método da Linha de Procura. Esse método utiliza interpolações lineares para comparar uma solução incremental existente, melhorando a convergência. Esse método monitora o erro incremental e é ativado somente quando a razão do erro cai em uma faixa de tolerância especificada pelo usuário.

Um plano avançado é a estratégia usado na aplicação de carregamentos em um gerenciador lógico controlado. Esquemas avançados são usados como uma parte da estratégia para obter uma solução numericamente estável e eficiente. O plano avançado mais utilizado é a aplicação de cargas ou deslocamentos forçados em incrementos iguais. A magnitude do incremento das cargas ou deslocamentos é importante, especialmente quando pequenos valores de carga ou deslocamento causam uma grande mudança na resposta. O número de incrementos em um passo é um parâmetro especificado pelo usuário, durante a definição da solução não linear.

Em algumas circunstâncias, incrementos de carga ou deslocamento considerados sozinhos não são suficientes para obter-se uma solução estável. Algumas vezes é necessário controlar o incremento da força e o deslocamento simultaneamente.

Quando considerados juntos, o deslocamento incremental é usado para limitar o valor do incremento da força na tentativa de alcançar uma solução estável. Esse método é designado “Método dos Deslocamentos Controlados”, porque restrições adicionais impostas no incremento da carga estão baseados no incremento do deslocamento. Se for possível controlar o valor máximo do incremento do deslocamento em conjunto com a força, pode-se solucionar numerosos problemas os quais tendem a apresentar comportamento instável, como por exemplo: rigidez negativa.

Apêndice C

Implementação Numérica da Plasticidade

C 1 INTRODUÇÃO

O programa Ansys mostrou-se uma ferramenta numérica bastante poderosa na solução de problemas não lineares ligados à plastificação. O entendimento dos mecanismos internos de funcionamento do programa, mesmo que superficialmente, permitiu uma melhor compreensão das bases teóricas empregadas no algoritmo.

O objetivo deste apêndice é o de apresentar, em linhas gerais, como a não linearidade física, mais especificamente a plasticidade, é tratada pelo programa Ansys. Pode-se ressaltar mais uma vez, que não cabem nesta seção, grandes discussões sobre os diversos métodos disponíveis no programa e seus respectivos fundamentos teóricos.

A plasticidade é implementada no programa Ansys respeitando três estágios diferentes. Esses estágios são divididos da seguinte forma:

- 1) Critério de escoamento;
- 2) Regra de escoamento;
- 3) Regra de endurecimento.

Estes procedimentos serão abordados separadamente nos itens seguintes.

C 2 ANÁLISE NUMÉRICA

C 2.1 CRITÉRIO DE ESCOAMENTO

O critério de escoamento determina o nível de tensão no qual o escoamento começa. Para um estado múltiplo de tensões, o critério de escoamento é representado como uma função de componentes individuais, $f(\{\sigma\})$, o qual pode ser representado como uma tensão equivalente σ_e .

$$\sigma_e = f(\{\sigma\}) \quad (C-1)$$

onde: $\{\sigma\}$ = vetor de tensões.

O critério de escoamento utilizado nas análises propostas é o de Von Mises. Pois é o mais indicado para materiais dúcteis.

Quando a tensão equivalente é igual à tensão de escoamento do material, f_y , O material desenvolverá deformações plásticas.

$$f(\{\sigma\}) = f_y \quad (C-2)$$

Se a tensão equivalente for menor do que f_y , o material tem comportamento elástico e as tensões se comportarão de acordo com as relações elásticas de tensão-deformação. Deve-se notar que a tensão equivalente nunca poderá exceder à tensão de escoamento, f_y . Neste caso, as deformações plásticas surgiriam instantaneamente, resultando em uma redução da tensão do material para a tensão de escoamento.

O programa Ansys possui muitas opções para descrever o comportamento não linear dos materiais. Segundo recomendações do manual do programa Ansys, foi adotada, neste trabalho, a opção BISO, “material bi-linear isotrópico”. O gráfico tensão vs. deformação utilizando a opção BISO é apresentado na figura (C- 1).

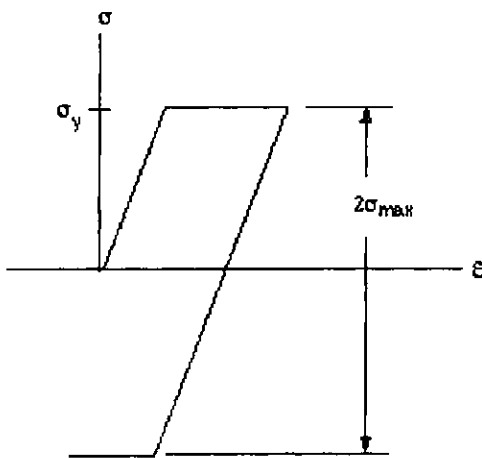


Figura C- 1: Gráfico tensão vs. deformação bi-linear, adotado neste trabalho.

Para melhor entender o comportamento de plastificação em um estado múltiplo de tensão, utiliza-se frequentemente superfícies de escoamento. A superfície de escoamento adotada neste trabalho disponível pelo programa Ansys é apresentada na

figura (C- 2). Qualquer estado de tensão dentro da superfície possui comportamento elástico, isto é, não causam deformações plásticas.

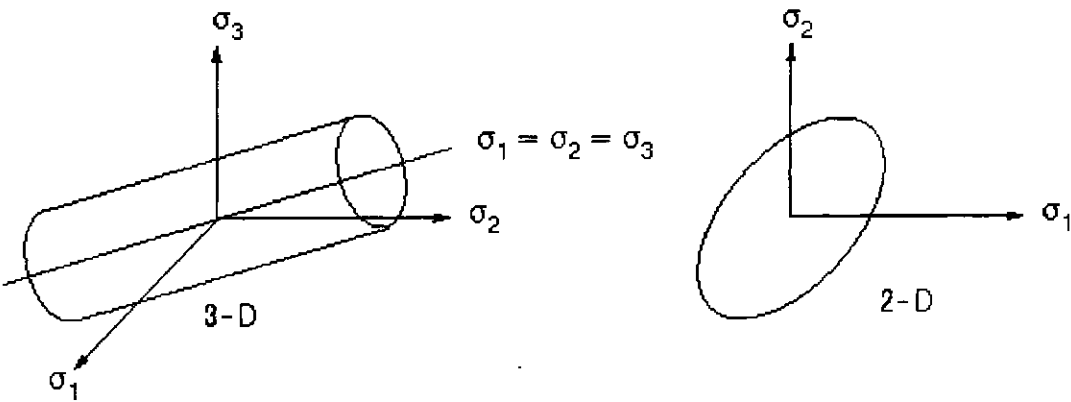


Figura C- 2: Superfície de escoamento para opção BISO, adotada neste trabalho.

C 2.2 REGRA DE ESCOAMENTO

A regra de escoamento determina a direção da deformação plástica e é dada pela equação (C- 1):

$$\{d\epsilon^p\} = \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \tag{C- 1}$$

- onde: λ = multiplicador plástico, que determina a “quantidade” de deformação plástica;
- Q = potencial plástico, função de tensões que determina a direção da deformação plástica.

Caso “Q” seja a função de escoamento, como normalmente é assumido, as deformações plásticas ocorrerão na direção normal à superfície de escoamento e diz-se que a regra é associativa.

C 2.3 REGRA DO ENDURECIMENTO

A regra do endurecimento descreve as mudanças na superfície de escoamento devidas à progressão do escoamento. Desta forma, podem ser estabelecidas as condições de um novo estado de tensão para um escoamento subsequente.

Caso o material modelado apresente efeito de endurecimento, a superfície de escoamento para um escoamento subsequente teria a aparência da figura (C- 3), apresentada a seguir:

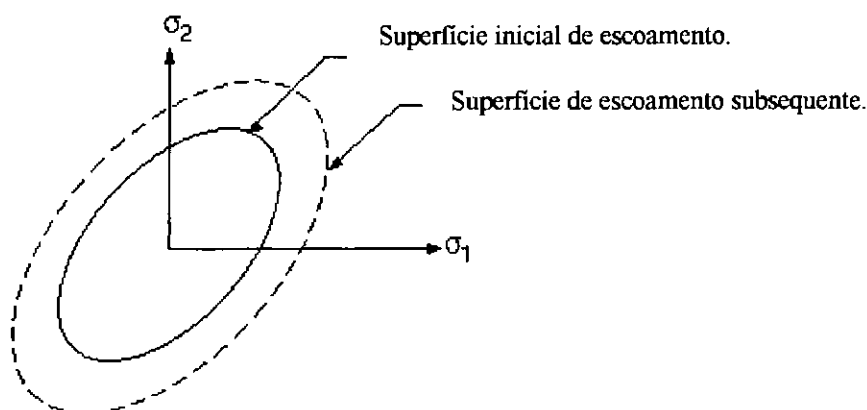


Figura C- 3: Superfície de escoamento para um escoamento subsequente.

Como o material empregado nas análises propostas neste trabalho, não apresentam efeito de endurecimento do aço, não ocorrem os efeitos citados neste item.

C 2.4 INCREMENTO DA DEFORMAÇÃO PLÁSTICA

Quando a tensão equivalente, calculada utilizando as propriedades elásticas, exceder o limite de proporcionalidade do material, então as deformações plásticas se manifestarão. As deformações correspondentes à tensão equivalente reduzem o estado de tensões, que satisfaz ao critério de escoamento, equação (C- 2).

Devido ao fato do material empregado nas análises propostas neste trabalho, não apresentar endurecimento, não existe aumento na tensão equivalente admissível. Uma vez atingido o limite de proporcionalidade, as deformações são elevadas mesmo sob carregamento constante.

C 2.5 IMPLANTAÇÃO

O procedimento numérico utilizado pelo programa Ansys é baseado no esquema de Euler. O qual é usado para garantir que as tensões e deformações atualizadas estejam sempre na superfície de escoamento. Em linhas gerais o algoritmo procede da seguinte forma:

- 1) O parâmetro referente à tensão de escoamento é armazenado pelo programa;
- 2) As tensões são determinadas com base nas deformações $\{\epsilon_n^u\}$ estas deformações são iguais às deformações totais menos a deformação plástica do incremento anterior.

$$\{\epsilon_n^u\} = \{\epsilon_n\} - \{\epsilon_{n-1}^{pl}\} \quad (C-2)$$

$$\{\sigma^u\} = [D]\{\epsilon^u\} \quad (C-3)$$

- 3) A tensão equivalente é determinada com base no nível de tensão definido. Caso a tensão equivalente apresente valor inferior à tensão de escoamento, o material é elástico e nenhum incremento de deformação plástica é computada.
- 4) Caso a tensão equivalente ultrapasse a tensão de escoamento, o multiplicador plástico, λ , é então determinado por um procedimento iterativo "local" Newton-Raphson.

onde:

$$\lambda = \frac{\left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T [D] \{d\epsilon\}}{-\frac{\partial F}{\partial \kappa} \{\sigma\}^T \left\{\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right\} - C \left\{\frac{\partial F}{\partial \alpha}\right\}^T \left\{\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right\} + \left\{\frac{\partial F}{\partial \sigma}\right\}^T [D] \left\{\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right\}} \quad (C-4)$$

- 5) $\{\Delta \epsilon^{pl}\}$ é determinado, segundo a equação (C-5), proposta abaixo:

$$\{d\epsilon^{pl}\} = \lambda \left\{\frac{\partial Q}{\partial \sigma}\right\} \quad (C-5)$$

- 6) A deformação plástica é atualizada:

$$\{\epsilon_n^{pl}\} = \{\epsilon_{n-1}^{pl}\} + \{\Delta \epsilon^{pl}\} \quad (C-6)$$

onde: $\{\epsilon_n^{pl}\}$ = deformação plástica (atualizada);

da mesma forma determina-se a deformação elástica, $\{\epsilon^{el}\}$:

$$\{\epsilon^{el}\} = \{\epsilon^u\} - \{\Delta\epsilon^{pl}\} \quad (C- 7)$$

o vetor de tensões, $\{\sigma\}$, fica:

$$\{\sigma\} = [D]\{\epsilon^{el}\} \quad (C- 8)$$

7) Os incrementos no trabalho plástico, $\Delta\chi$, bem como o centro da superfície de escoamento $\{\Delta\alpha\}$ têm seus valores atualizados:

$$\chi_n = \chi_{n-1} + \Delta\chi \quad (C- 9)$$

$$\{\alpha_n\} = \{\alpha_{n-1}\} + \{\Delta\alpha\} \quad (C- 10)$$

onde:

$$d\chi = \{\sigma\}^T \{d\epsilon^{pl}\} \quad (C- 11)$$

$$\{d\alpha\} = C \{d\epsilon^{pl}\} \quad (C- 12)$$

8) Para pós-processamento de resultados, algumas variáveis são armazenadas. Pode-se destacar: deformação plástica, $\{\epsilon^{pl}\}$, incremento de deformação plástica equivalente, $\{\Delta\epsilon^{pl}\}$, tensão equivalente, $\{\sigma^{epl}\}$ e razão de tensões, N . A razão de tensões é definida como:

$$N = \frac{\sigma_e}{\sigma_y} \quad (C- 13)$$

Quando N for igual a 1, o escoamento está em desenvolvimento, regime plástico, quando for menor do que 1, o material está em regime elástico. O incremento de deformação plástica equivalente é dado como:

$$\Delta\epsilon^{pl} = \left(\frac{2}{3} \left[\Delta\epsilon^{pl} \right]^T \left[\Delta\epsilon^{pl} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \quad (C- 14).$$

Apêndice D

COMB39 – Elemento de mola não linear

D 1 INTRODUÇÃO

A possibilidade de utilizar o programa Ansys nas análises de plasticidade ligadas à plastificação concentrada somente foi possível devido ao elemento disponível *COMB39*, mola não linear. O elemento mostrou-se estável, no que tange aos critérios de convergência e bastante amigável ao usuário na elaboração do modelo numérico.

A formulação empregada para discretização do elemento, apesar de simples, não será apresentada nestes apêndice D. O objetivo deste apêndice é o de apresentar, em linhas gerais, como a não linearidade associada ao elemento *COMB39* é tratada pelo programa Ansys.

D 2 ANÁLISE NUMÉRICA

A geometria, localização dos nós e o sistema de coordenadas para o elemento *COMB39* estão apresentados na figura (D- 1), a seguir. O elemento é definido por dois pontos nodais e uma curva generalizada de esforço vs. deslocamento, apresentada na figura (D- 2). Os pontos da curva (D1, F1, etc.) podem representar esforço ou momento fletor versus os equivalentes deslocamentos ou rotações, respectivamente.

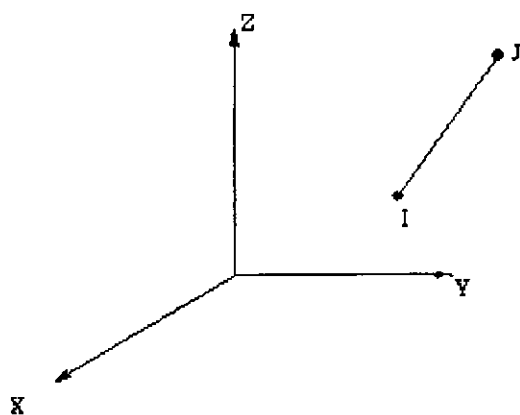


Figura D- 1: *COMB39* elemento de mola não linear, pontos nodais.

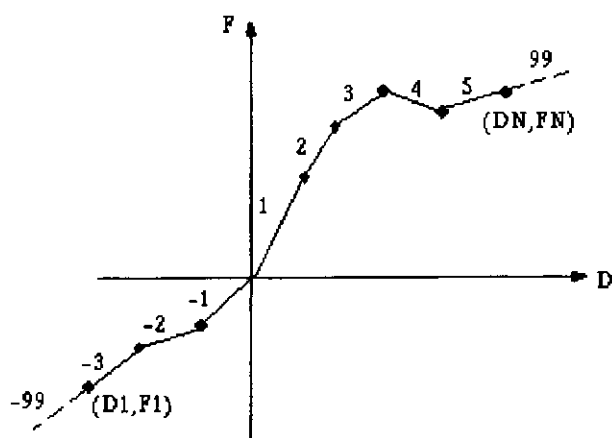


Figura D- 2: *COMB39* elemento de mola não linear, curva esforço (F) vs. deflexão (D).

A curva esforço vs. deslocamento deve ser introduzida a medida que os deslocamentos aumentam, em ordem crescente. De modo que o último valor introduzido seja positivo. Segmentos da curva podem ser introduzidos, porém devem ser evitados. Caso a curva esforço vs. deslocamento seja ultrapassada em uma análise, o comportamento do último segmento é aplicado aos valores correspondentes. Para o caso de curvas simétricas, pode-se simplificar o trabalho de digitação, acionando-se a opção “reflexão automática”. Com isso, apenas uma parte dos pontos da curva precisa ser definida.

São permitidos até 20 pontos discretos para a construção da curva. Os valores são tratados pelo programa Ansys como constantes de valor real. A mudança máxima na é dada pela equação (D- 1), conforme figura (D- 3), apresentada a seguir.

$$u_{i+1} - u_i > \Delta u_{\min} \quad (\text{D- } 1)$$

onde: u_{i+1} = dados referentes ao deslocamento: D2, D3, ... D20;

u_i = dados referentes ao deslocamento: D1, D2, ... D19;

$$\Delta u_{\min} = (u_{\max} - u_{\min}) / (10^7) \quad (\text{D- } 2)$$

$u_{\max}$ = maior deflexão positiva;

$u_{\min}$ = maior deflexão negativa.

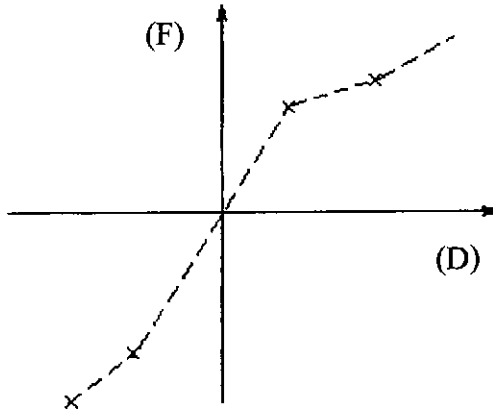


Figura D- 3: Pontos da curva esforço (F) vs. deflexão (D).

Para avaliações onde necessita-se verificar descarregamento da estrutura, o elemento *COMB39* permite dois tipos de alívio de carga: 1) através da mesma curva e 2) por uma curva paralela ao segmento na origem.

Vale ressaltar que o elemento *COMB39* possui características não lineares e portanto deve ser avaliado em uma solução iterativa.

Apêndice E

BEAM54 – Elemento de pórtico plano

E 1 INTRODUÇÃO

O *BEAM54* é um elemento finito tipo barra, disponível pelo programa Ansys, com capacidade de simulação de esforços axiais de tensão e compressão, flexão no plano e esforços cortantes. O elemento é composto por dois nós e possui três graus de liberdade por nó. Sendo possíveis, deslocamentos nodais nas direções x e y, e rotação em torno do eixo z. O elemento permite diferentes seções em cada um de seus nós.

O objetivo deste apêndice, é o de apresentar sumariamente um melhor entendimento do elemento *BEAM54*, pode-se ressaltar que não cabem neste trabalho maiores discussões sobre as formulações empregadas neste tipo de elemento, como também, nos diversos procedimentos de soluções numéricas empregadas no Método dos Elementos Finitos.

E 2 DADOS DE ENTRADA

A geometria, localização dos nós e sistemas de coordenadas para o elemento *BEAM54* são apresentados na figura (E- 1), a seguir. O elemento é orientado no plano global X-Y, ou plano paralelo, do nó I para o nó J. As propriedades referentes ao elemento *BEAM54*, para implementação da seção transversal são: área, momento de inércia e área de cisalhamento, para cada um dos nós. Pode-se também introduzir constantes responsáveis pelo deslocamento do centroide em relação a posição dos nós, comumente conhecidos como *offset*. O momento de inércia deverá ser calculado para os principais eixos de rotação da viga.

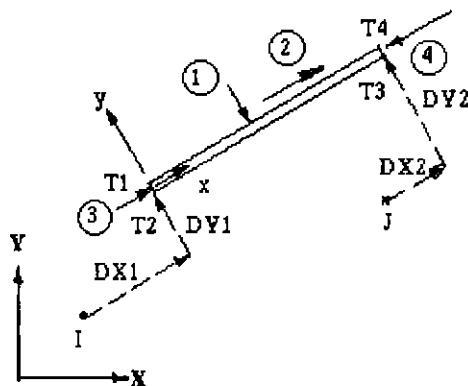


Figura E- 1: Elemento de pórtico plano *BEAM54*.

As áreas de cisalhamento, mencionadas no parágrafo anterior, quando introduzidas no modelo, são utilizadas pelo programa Ansys no cálculo dos esforços cortantes. Esta facilidade tem grande aplicação em estruturas formadas por perfis metálicos. Neste tipo de configuração estrutural, comumente defini-se a área da alma destes perfis, como sendo a única responsável pela absorção dos esforços cortantes.

Os esforços atuantes podem ser aplicados no modelo numérico através de forças nodais concentradas, axiais e/ou momento fletor aplicados, ou por meio de pressões, ou cargas distribuídas, que representam esforços por unidade de comprimento.

Os carregamentos distribuídos estão representados na figura (E- 1), através de números “dentro de círculos”. Os vetores correspondentes representam valores de esforços positivos atuantes nos elementos.

A característica deste elemento *BEAM54* são semelhantes aos elementos de pórtico geralmente utilizados em avaliações numéricas correntes da prática de engenharia civil estrutural. Porém, a possibilidade de simulações numéricas de mísulas retas, com apenas um único elemento, elimina a necessidade de uma redução gradual em vários elementos, como geralmente é feito, torna a análise com o elemento *BEAM54* bastante conveniente.

Vários tipos de mísulas podem ser simuladas, como por exemplo as curvas. No entanto, vários elementos devem ser empregados para descrever corretamente, o efeito da curvatura, aproximado por “pequenas” mísulas retas. Mesmo, para estes casos o elemento *BEAM54* é mais eficiente do que os elementos simples de pórtico plano.

Um cuidado especial deve ser tomado por parte do usuário na discretização numérica de mísulas, pois o elemento *BEAM54*, assume que a alteração das propriedades deve ser gradual redução em cada elemento. As relações de áreas e inércias, para cada extremidade dos elementos, não devem ultrapassar os valores entre 0,1 e 10,0. Quando houver necessidade de uma implementação de uma mísula muito suave ou brusca, recomenda-se a adoção de mais de um elemento para se evitar problemas numéricos desse tipo.

Por fim, pode-se afirmar que os testes realizados com esse elemento de viga, *BEAM54*, mostraram-se bastante satisfatórios e conseguiram uma boa aproximação dos resultados esperados. Não foram detectados problemas de convergência quando o elemento *BEAM54* foi acoplado a elementos de mola.

Muitas configurações estruturais foram simuladas, tais como diversos pórticos e vigas contínuas. Algumas seções empregadas nestes testes tiveram suas propriedades geométricas alteradas para simulação de mísulas retas, mais uma vez, não foram verificados nenhum tipo de restrição para essas aplicações.