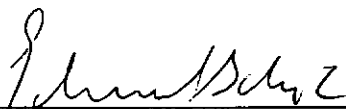


# ESTABILIDADE E RESISTÊNCIA DE PERFIS DE CHAPA DOBRADA AFETADOS PELO MODO DISTORCIONAL

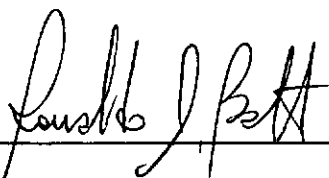
ELAINE GARRIDO VAZQUEZ

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL

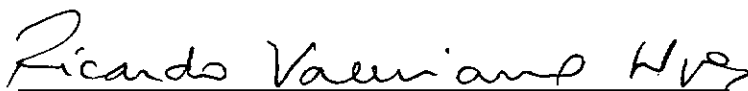
APROVADA POR:



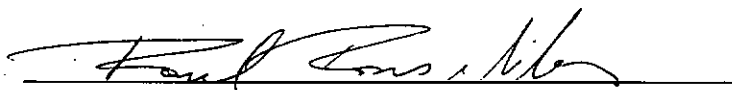
EDUARDO DE MIRANDA BATISTA, D. SC.



RONALDO CARVALHO BATISTA, Ph. D.



RICARDO VALERIANO ALVES, D. Sc.



RAUL ROSAS E SILVA, Ph. D.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

FEVEREIRO DE 1998

VAZQUEZ, ELAINE GARRIDO

Estabilidade e Resistência de Perfis de Chapa  
Dobrada Afetados pelo Modo Distorcional [Rio de  
Janeiro]1998

xv, 196p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc.,  
Engenharia Civil, 1998)

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
COPPE

1. Estabilidade Estrutural
2. Estrutura Metálica
3. Perfis de Chapa Dobrada

I. COPPE/UFRJ

II. TÍTULO (série)

AOS MEUS PAIS

JOSÉ E SHIRLEY VAZQUEZ

## Agradecimentos

Aos meus pais pela compreensão, amor e carinho depositados ao longo de toda a minha vida. Ao meu irmão pelo incentivo e apoio.

Ao professor EDUARDO BATISTA, pela orientação e ensinamentos, fundamentais para a realização deste trabalho.

Ao professor Camotin do Instituto Técnico de Lisboa e ao professor Prola da Universidade de Maringá – Brasil, pela presteza no fornecimento dos dados necessários para o bom decorrer da pesquisa.

A Luiz Moraes, meu namorado, pela paciência e compreensão. Também agradeço pelo empréstimo do computador portátil, ferramenta muito utilizada durante este trabalho.

Aos funcionários do Laboratório de Estruturas pela ajuda e atenção que viabilizaram os ensaios desta pesquisa.

Ao professor Carlos Magluta pela cessão do computador durante a execução dos ensaios, ferramenta necessária e importante para a aquisição dos dados experimentais.

A todos amigos da COPPE pela convivência e amizade.

A indústria Tecnofer S.A. que forneceu os perfis de chapa dobrada utilizados nesta pesquisa.

A todos os professores do programa de Engenharia Civil da COPPE pelos ensinamentos transmitidos.

RESUMO DA TESE APRESENTADA A COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.).

ESTABILIDADE E RESISTÊNCIA DE PERFIS DE CHAPA DOBRADA AFETADOS  
PELO MODO DISTORCIONAL

ELAINE GARRIDO VAZQUEZ

FEVEREIRO 1998

Orientador: Eduardo de Miranda Batista

Programa: Engenharia Civil

Apresenta-se neste trabalho um estudo teórico-experimental sobre a flambagem local, distorcional e global de perfis de chapa dobrada, com ênfase para o modo distorcional. A pesquisa experimental inclui o estudo de três geometrias de seções de perfis tipo "rack". Para cada tipo de geometria de seção foram analisadas experimentalmente os modos de flambagem local e distorcional, através de ensaios de compressão centrada. Com base nos resultados experimentais e na análise teórica do problema verificou-se formulações e modelos para a representação do problema. Verificou-se que, para determinados tipos de seção transversal, o modo distorcional pode ser dominante, para certas faixas de comprimento de barras comprimidas, sendo portanto necessário o conhecimento deste tipo de modo de flambagem quando se trata de perfis de chapa dobrada. O conjunto de resultados

teóricos e experimentais é dirigido para a definição de formulações e prescrições que auxiliem o emprego racional dos perfis estruturais de chapa dobrada, em especial quando estes se apresentam com paredes esbeltas.

A presente pesquisa é parte dos resultados de trabalhos de colaboração entre a COPPE/UFRJ e o Instituto Superior Técnico de Lisboa, desenvolvido no âmbito do projeto de Cooperação Internacional CNPq/INICT.

ABSTRACT OF THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUERIMENTS FOR DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (M. Sc.).

STABILITY AND RESISTENCE OF COLD-FORMED SECTIONS AFFECTED BY  
DISTRORCIONAL BUCKLING

ELAINE GARRIDO VAZQUEZ

FEBRUARY, 1998

Thesis Supervisor: Eduardo de Miranda Batista

Department: Civil Engineering

The results from theoretical-experimental studies of local, distorcional and global buckling of thin-walled cold-formed steel sections are presented. The experimental investigation included the study of three geometry sections of columns displaying a cross-section designated as "rack"escctions. For each geometry section was performed experimental analysis on local and distorcional mode of buckling, under concentric loading.

Based on the experimental measurements, and in the theoretical analysis of the problem, formulations and models about the problem were developed. It was verified that for some cross-sections the distorcional mode of buckling may control de design,so is necessary to know more about this mode of buckling when dealing with columns of cold-formed sections.

All theoretical-experimental results are used to define formulations and prescriptions that may possibilite the racional use of the cold-formed columns, especialy with thin-walled sections.

The present work is part of results from collaborations with COPPE/UFRJ E and the Superior Technical Institute of Lisbon, desenvolded by the International Cooperation CNPq/INICT.

## ÍNDICE

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II – ESTABILIDADE ELÁSTICA DE PERFIS LEVES	
II.1 - Introdução	4
II.2 - Placas Isoladas	5
II.3 - Placas Associadas	9
II.4 - Comportamento Pós-Crítico de Placas Esbeltas	12
II.5 - Modos de Flambagem em Perfis de Chapa Dobrada	19
II.5.1 - Flambagem Local e Distorcional	19
II.5.2 - Flambagem Global	22
II.5.3 - Caso Particular dos Perfis Tipo Rack	25
CAPÍTULO III – PROGRAMA EXPERIMENTAL	27
III.1 - Introdução	27
III.2 - Processo de Fabricação dos Perfis	27
III.3 - Seções Analisadas	28
III.4 - Caracterização do Material	38
III.5 - Preparação e Instrumentação dos Corpos de Prova	43
III.5.1 - Ensaio das Colunas Curtas	45
III.5.1.1 - Preparação das Colunas Curtas	45
III.5.1.2 - Metodologia de Ensaio das Colunas Curtas	46
III.5.2 - Ensaio das Colunas com Comprimento Intermediário	47
III.5.2.1 - Preparação e Instrumentação das Colunas com Comprimento Intermediário	48
III.5.2.2 - Metodologia de Ensaio das Colunas com Comprimento Intermediário	49

CAPÍTULO IV - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	52
IV.1 - Introdução	52
IV.2 - Imperfeições	52
IV.3 - Resultados Experimentais dos Ensaios de Compressão	54
IV.3.1 - Corpos de Prova Curtos	54
IV.3.2 - Corpos de Prova com Comprimento Intermediário	56
IV.4 - Resultado do Comportamento dos corpos de prova com comprimento intermediário instrumentados	63
IV.4.1 - Resultados dos Defletômetros	64
IV.4.2 - Resultados dos Extensômetros	66
CAPÍTULO V - ANÁLISE DOS RESULTADOS	72
V.1 - Introdução	72
V.2 - Revisão Bibliográfica	72
V.2.1 - Análise Pós-Crítica da Flambagem Local	72
V.2.2 - Análise Pós-Crítica da Flambagem Distorcional	75
V.3 - Apresentação e Comparação dos Resultados Teóricos e Experimentais	77
V.3.1 - Resultados da Flambagem Local	77
V.3.1.1 - Método das Larguras Efetivas ( MLE )	77
V.3.1.2 - Método das Áreas Efetivas ( MAE )	81
V.3.1.3 - Comparação entre os Resultados Teóricos e Experimentais	84
V.3.2 - Resultados da Flambagem Distorcional	88
V.3.2.1 - Método das Áreas Efetivas ( MAE )	91
V.3.2.2 - Aplicação das Formulações	91
V.3.2.3 - Comparação entre os Resultados	93

CAPÍTULO VI - CONCLUSÃO	97
ANEXO A	100
A.1 – Listagem do programa Inslos.for	100
A.2 – Resultados do Programa Inslos para as Seções em Estudo	129
A.3 – Resultados Fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa	134
A.4 – Medidas Nominais da Seção Transversal dos Perfis a serem ensaiados	141
ANEXO B	144
B.1 – Listagem do Programa	144
B.2 – Resultados do Programa Progeo para as Seções em Estudo	151
ANEXO C	
C.1 – Resultados dos Extensômetros e Defletômetros para a seção 1	187
C.2 – Resultados dos Extensômetros e Defletômetros para a seção 2	188
C.3 – Resultados dos Extensômetros e Defletômetros para a seção 3	190
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	

## SIMBOLOGIA

## LETRAS MAIÚSCULAS ROMANAS

- A - área da seção transversal
- $C_w$  - constante de empenamento da seção
- D - rigidez de flexão de placa
- E - módulo de elasticidade do material
- $F_e$  - tensão crítica de flambagem elástica da coluna
- $F_n$  - tensão de resistência à flambagem da coluna
- G - módulo de elasticidade transversal do material
- $I_o$  - momento de inércia polar em relação ao centro de cisalhamento da seção
- $I_y$  - momento principal de inércia em torno do eixo y
- $I_z$  - momento principal de inércia em torno do eixo z
- J - constante de torção da seção
- $K_o$  - matriz de rigidez linear
- $K_g$  - matriz de rigidez geométrica
- $L_1$  - comprimento dos corpos de prova das colunas curtas
- $L_2$  - comprimento dos corpos de prova das colunas com comprimento intermediário
- N - carga de compressão
- $N_{kft}$  - carga crítica de flambagem global por flexo-torção
- $N_{ky}$  - carga crítica de flambagem global por flexão em torno do eixo y

- $N_{kz}$  - carga crítica de flambagem global por flexão em torno do eixo z
- $N_{\phi}$  - carga crítica por torção pura
- $P_{crdist}$  - valor teórico da carga crítica distorcional
- $P_{distexp}$  - carga crítica distorcional experimental
- $P_{rup}$  - carga máxima no ensaio de tração
- $P_{uexp}$  - carga última experimental
- $P_{uth}$  - carga última teórica
- $P_y$  - carga plástica
- $Q$  - fator de redução ( $A_e/ A_g$ )

## LETRAS MINÚSCULAS ROMANAS

- $a'$  - constante relacionada à torção da coluna
- $b'$  - constante relacionada à torção da coluna
- $b$  - largura da placa original
- $b_e$  - largura da placa substituta
- $b_1$  - comprimento do trecho reto da alma do perfil tipo "rack"
- $b_2, b_3$  - comprimento do trecho plano da mesa do perfil tipo "rack"
- $b_4, b_5$  - comprimento do trecho plano do enrijecedor de borda do perfil tipo "rack"
- $b_6, b_7$  - comprimento do trecho plano do flange de ligação do perfil tipo "rack"
- $f_y$  - tensão de escoamento do material
- $f_u$  - tensão última do material
- $k$  - coeficiente de flambagem
- $k_{minl}$  - coeficiente de flambagem mínimo afetado pelo modo local

- $k_{mind}$  - coeficiente de flambagem mínimo afetado pelo modo distorcional  
 $m$  - número de meias ondas senoidais no sentido longitudinal da placa  
 $q_x$  - carga de compressão uniforme distribuída na placa  
 $s$  - comprimento da meia onda senoidal no sentido longitudinal da placa  
 $t$  - espessura da placa  
 $z_o$  - distância do centro de cisalhamento da seção ao eixo principal de inércia z  
 $y_o$  - distância do centro de cisalhamento da seção ao eixo principal de inércia y  
 $w$  - deslocamento transversal da placa

## LETRAS GREGAS

- $\beta_1$  - grandeza relacionada a torção da coluna  
 $\beta_2$  - grandeza relacionada a torção da coluna  
 $\epsilon_r$  - deformação residual após a ruptura  
 $\eta$  - relação entre a alma e a mesa do perfil  
 $\lambda_{pd}$  - esbeltez relativa da placa no estado de serviço  
 $\lambda_p$  - esbeltez relativa da placa no estado limite último  
 $\lambda_o$  - esbeltez relativa da placa para o início da flambagem local  
 $\nu$  - coeficiente de Poisson  
 $\sigma_{cr}$  - tensão crítica de flambagem da placa  
 $\sigma_e$  - tensão máxima atuante na placa substituta  
 $\sigma_m$  - tensão média atuante na placa

$\sigma_{\max}$  - tensão máxima atuante na placa original

$\sigma_{de}$  - tensão crítica elástica distorcional

$\sigma_{di}$  - tensão crítica inelástica distorcional

$\sigma_{crist}$  - tensão crítica afetada pelo modo distorcional

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

Do ponto de vista estrutural, as construções devem atender todas as exigências de segurança e desempenho. A melhor solução de projeto para uma estrutura é aquela que dentre várias opções preencha os requisitos técnicos de desempenho, segurança estruturais e, simultaneamente, leve em consideração os materiais e produtos disponíveis, processos de fabricação, transporte e montagem, resultando em menor custo.

O processo de fabricação de perfis de chapa dobrada não introduz restrições significativas relativas a configuração da seção transversal, motivando a procura de novos tipos de seção. Porém esta vantagem quanto à flexibilidade na fabricação dos perfis, frequentemente conduz a perfis leves e sujeitos a fenômenos de instabilidade estrutural, tais como a flambagem local e a global por flexão (definida pela carga de Euler) e flexo-torção.

O escopo principal desta pesquisa visa caracterizar e descrever o comportamento de perfis sujeitos a um modo de flambagem local particular, o qual passa a ser definido como flambagem distorcional. Esta denominação tem origem nos trabalhos de HANCOCK (1978) onde se encontra a denominação "distorcional buckling mode", a qual vem sendo adotada internacionalmente.

Para a análise do modo de flambagem distorcional, a presente pesquisa contou com a colaboração efetiva dos resultados disponíveis de Luis Carlos Prola e Dinar Camotin, do Instituto Superior Técnico de Lisboa. Tal colaboração se desenvolveu no âmbito do Projeto de Cooperação Internacional CNPq/JNICT, que envolve a COPPE/UFRJ e o Instituto Superior Técnico.

No capítulo II é apresentado, de forma resumida, o problema da estabilidade de placas isoladas e placas associadas. A seguir é feita uma apresentação do comportamento pós-crítico até a ruína, onde a busca de soluções simplificadas para este problema não-linear nos leva à utilização do método das larguras efetivas. São igualmente descritos e caracterizados os modos de flambagem local, distorcional e global para perfis de chapa dobrada. Neste capítulo ainda é feita uma introdução a respeito do perfil “rack” a ser analisado pela pesquisa.

No capítulo III é descrito o programa experimental, incluindo as etapas da definição das características geométricas e do comprimento dos perfis a serem ensaiados, o processo de fabricação dos corpos de prova, a caracterização das propriedades mecânicas do material dos corpos de prova e toda a metodologia empregada na preparação, instrumentação e ensaio dos corpos de prova. Neste capítulo, também é apresentado um estudo teórico dos modos local, distorcional e global para cada seção definida.

No capítulo IV, primeiramente estão descritos os níveis de imperfeições encontrados nos corpos de prova. Em seguida, estão apresentados os resultados experimentais e gráficos dos ensaios de compressão para cada seção. A partir dos gráficos é possível estimar a carga crítica das colunas com comprimento intermediário e assim comparar estes valores com os valores teóricos fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa.

No capítulo V apresentou-se uma revisão bibliográfica de algumas formulações existentes em normas e propostas em artigos técnicos, relacionadas ao tratamento da flambagem local e distorcional pós-crítica. Ainda neste capítulo, são feitas comparações entre os resultados destas formulações com os resultados experimentais e teóricos.

O capítulo VI é destinado às conclusões da pesquisa e uma avaliação do trabalho realizado. Finalmente são apresentadas sugestões para trabalhos futuros.

No anexo A são listados o programa Inslos.for, que foi utilizado no cálculo da flambagem local, bem como os resultados deste programa para cada seção. Também são apresentados os resultados e gráficos da flambagem distorcional fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa. Ainda neste anexo, são apresentados os resultados das dimensões medidas de todas as seções transversais dos corpos de prova.

No Anexo B são listados a programa Progeo.for, que foi utilizado no cálculo das características geométricas das seções e tensões críticas de flexão e flexo-torção, bem como os resultados deste programa para cada seção estudada.

No Anexo C são apresentados os resultados da aquisição de dados dos ensaios das colunas. Estes resultados são referentes às três seções em estudo.

## CAPÍTULO II

### ESTABILIDADE ELÁSTICA DE PERFIS LEVES

#### II.1 – INTRODUÇÃO

Atualmente, a busca de alternativas construtivas que atendam simultaneamente soluções econômicas e estéticas, vem aumentando a utilização dos perfis de chapa dobrada na construção civil. Estes perfis são mais esbeltos que os perfis laminados e soldados, conduzindo a estruturas mais leves. Esta vantagem permite a obtenção de estruturas suficientemente rígidas e resistentes, com um peso próprio reduzido.

Tais perfis, quando fabricados a partir de chapas finas ( $t < 4,0$  mm), se caracterizam por uma elevada relação largura-espessura de paredes ( $b / t > 40$ ), sendo portanto sensíveis à flambagem local.

Quando se trata de barras estruturais compostas por perfis de paredes finas, como é o caso dos perfis de chapa dobrada, verifica-se o fenômeno do empenamento das seções transversais, as quais não permanecem planas. Esse fenômeno, que contraria a hipótese das seções planas de Bernoulli, pode ser analisado a partir dos trabalhos de VLASOV (1961) a respeito da teoria dos elementos de paredes esbeltas de seção aberta.

Os perfis de chapa dobrada merecem atenção especial quando se trata da estabilidade estrutural, tanto local das paredes que constituem o perfil, como da estabilidade global da barra. Quanto à estabilidade local, deve-se levar em conta os problemas da flambagem local e distorcional. Já quanto à estabilidade global, deve-se levar em conta o fenômeno da flambagem por flexão e por flexo-torção de barras. No estudo destes elementos estruturais com paredes esbeltas, é portanto necessário o

conhecimento do comportamento das placas esbeltas. A instabilidade elástica ou elasto-plástica das placas esbeltas não indica o estado limite último da peça, sendo identificada uma reserva de resistência pós-crítica, a qual deve ser levada em consideração na avaliação de sua resistência última. Este comportamento pós-crítico é em geral fortemente não-linear e de difícil análise, apresentando soluções complexas. Os métodos simplificados, tal como o Método das Larguras Efetivas, permitem o estudo aproximado deste fenômeno.

Neste capítulo trataremos inicialmente da estabilidade das placas isoladas e logo a seguir das placas associadas. Para as placas isoladas será apresentado o Método das Larguras Efetivas, tradicionalmente utilizado, tendo sido proposto por Von KARMAN (1932). Já para placas associadas além do método anterior, utiliza-se também o Método da Área Efetiva, derivado do método anterior e proposto por BATISTA (1988).

## II.2- PLACAS ISOLADAS

Dada a placa da figura (II.1), sujeita a compressão uniforme na sua direção longitudinal e submetida a pequenos deslocamentos transversais  $w$ , temos a equação diferencial de equilíbrio de Saint-Venant, II.1 (BULSON, 1970).

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{q_x}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (\text{II.1})$$

onde  $D$  é denominado rigidez de flexão de placa, conforme a equação (II.2):

$$D = \frac{E t^3}{12 (1 - \nu^2)} \quad (\text{II.2})$$

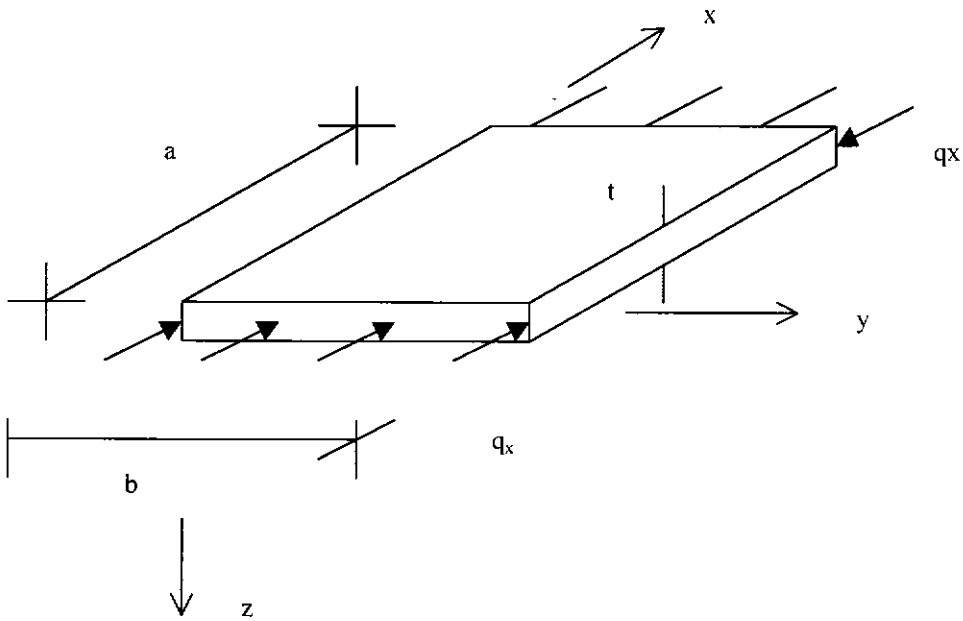


Figura II.1 – Placa sujeita a compressão uniforme.

Os deslocamentos transversais são função de  $x$  e  $y$ . Podemos considerar que na direção longitudinal  $x$  a deformada se desenvolve segundo uma senóide. A solução da equação (II.1) pode ser representada pela expressão (II.3) :

$$w = f(y) \operatorname{sen} \frac{m \pi x}{a} \quad (\text{II.3})$$

A solução dada pela equação (II.3), baseada em uma função de deslocamento senoidal, corresponde ao modo de instabilidade indicado na figura (II.2).

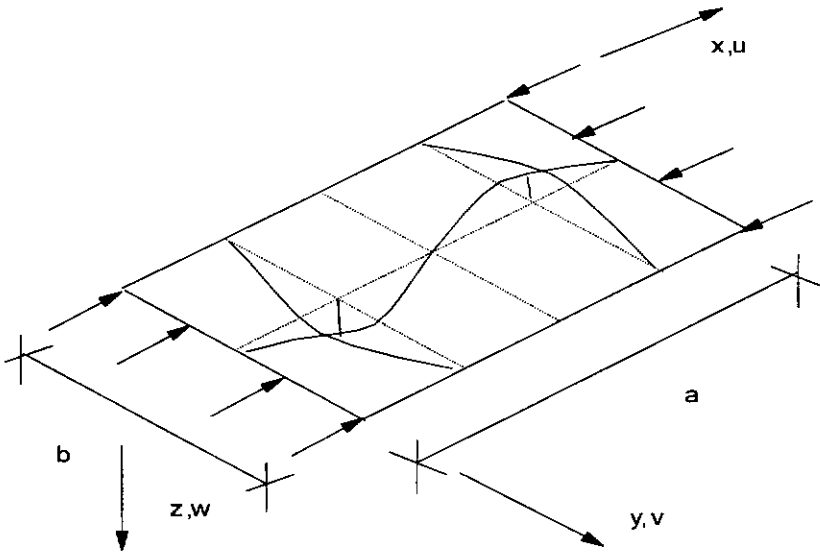


Figura II.2 – Modo de instabilidade de uma placa sob compressão uniforme.

Na equação (II.3), o valor de  $m$  representa o número de meias ondas senoidais que se formam ao longo da deformada da placa. A função  $f(y)$  é dada pela solução da equação diferencial, a partir da definição das condições de contorno da placa.

O fenômeno de instabilidade de placas deve ser estudado à luz da Teoria da Estabilidade Elástica (TIMOSHENKO, 1961), permitindo a identificação dos modos de instabilidade e dos valores de tensão crítica associados a estes modos, a caracterização do equilíbrio pós-crítico estável e a identificação dos efeitos das imperfeições. A seguir encontra-se a figura (II.3) que exemplifica a descrição anterior.

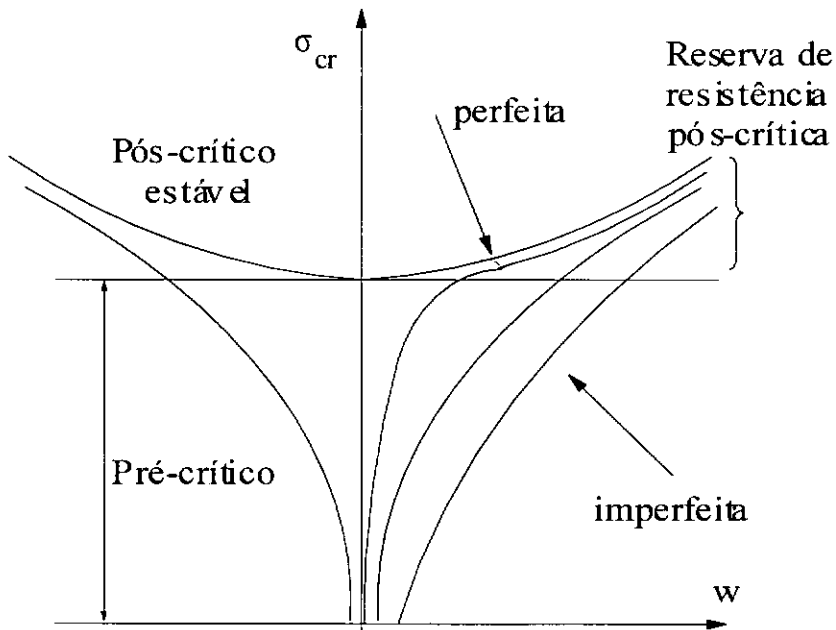


Figura II.3 – Instabilidade das placas sujeitas a compressão uniforme.

A expressão clássica da tensão crítica para placas submetidas a compressão é dada pela equação (II.4) a seguir.

$$\sigma_{cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 \quad (\text{II.4})$$

onde  $k$  é denominado por coeficiente de flambagem de placa e está associado à geometria da placa e suas condições de contorno,  $E$  é o módulo de elasticidade do material (210000 MPa para o aço),  $t$  é a espessura da placa e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson ( $\nu = 0,3$  para o aço). Adotando-se soluções teóricas para  $m = 1, 2, 3 \dots$  pode-se representar graficamente valores da tensão crítica, conforme a equação (II.4), a partir de um grande número de resultados. Concluímos que, para diferentes modos de flambagem de placa, se adaptam muitas seções diferentes, sendo que para cada modo de flambagem temos um valor mínimo do coeficiente de flambagem ( $k$ ),

correspondendo a uma certa relação entre a largura e comprimento da placa ( $a/b$ ). Isto pode ser observado na figura (II.4).

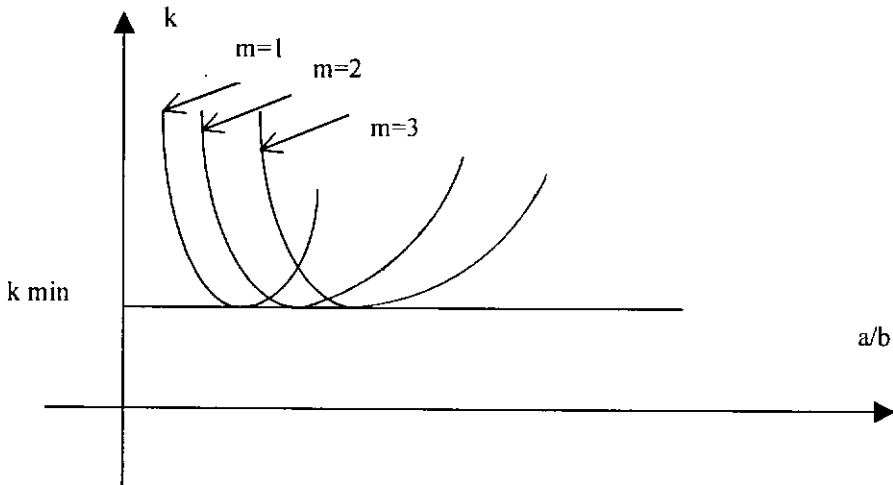


Figura II.4 – Coeficiente de flambagem para placas sujeitas a compressão uniforme.

### II.3 PLACAS ASSOCIADAS

Podemos analisar os perfis de chapa dobrada como sendo associações de placas esbeltas. Quando um perfil está sujeito a uma solicitação de compressão, poderá sofrer o fenômeno da flambagem local, dependendo da esbeltez (relação largura/espessura) de suas paredes. Este fenômeno deverá ser provocado pela instabilidade de uma de suas paredes, dependendo das relações geométricas entre as diferentes paredes da seção transversal, e é análogo ao caso de placas isoladas, como apresentado no item anterior. As condições de borda de cada placa associada as paredes do perfil dependem essencialmente da geometria da seção transversal. Para cada parede que forma a seção transversal, as condições de contorno apresentam-se como engastamentos elásticos, exceto para o caso de borda livre. Portanto, o fenômeno de flambagem local pode se iniciar pela alma ou pelas mesas do

perfil, ou por outras partes que compoñam sua seção transversal, como os enrijecedores de borda, conforme mostrado na figura (II.5).

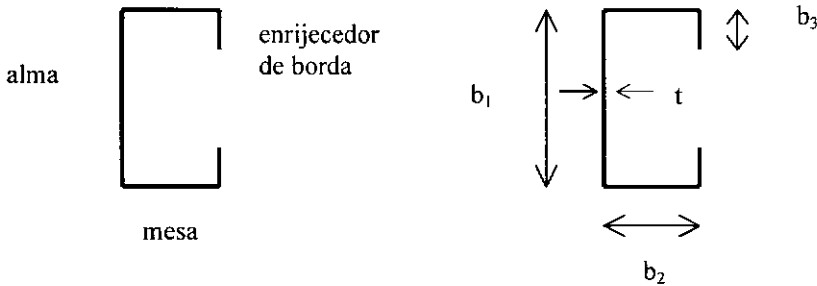


Figura II.5 – Nomenclatura das partes que compõem a seção transversal

O cálculo da tensão crítica de flambagem local também pode ser feito através de métodos numéricos. Um dos métodos mais utilizado é o dos elementos de faixas finitas, conforme está apresentado por HANCOCK (1977) e CAMOTIN e PROLA (1996). Desse modo, permite-se o cálculo preciso dos modos e tensões críticas de flambagem local e distorcional, para seções transversais quaisquer. A figura (II.6) indica os modos de flambagem local e distorcional de um perfil tipo "rack", sujeito a compressão uniforme. A forma deformada da seção transversal se propaga ao longo do comprimento da peça, e o deslocamento  $w$  pode ser representado pela equação (II.5).

$$w(x,y) = f(y) \operatorname{sen} \frac{m\pi x}{s} \quad (\text{II.5})$$

onde  $x$  e  $y$  são os eixos locais longitudinal e transversal para cada placa ou parede, respectivamente, e  $s$  é o comprimento da meia-onda senoidal. Para a função de interpolação  $f(y)$  adota-se em geral uma função polinomial. As condições restritas, impedem os deslocamentos das bordas comuns entre placas vizinhas permitindo a identificação do modo local. A liberação desta restrição, permite o deslocamento dos

bordas comuns possibilitando a identificação do modo distorcional. Isto pode ser observado na figura (II.6).

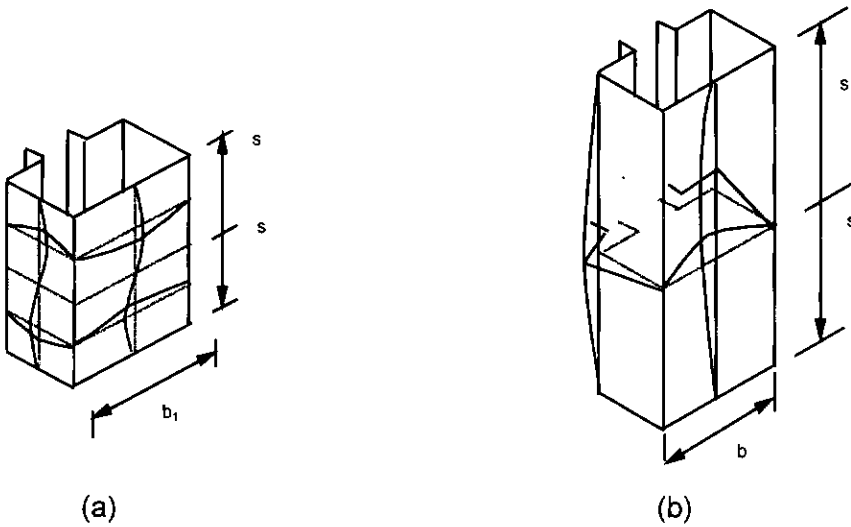


Figura II.6 – Modos de instabilidade de um perfil tipo “rack”: (a) local e (b) distorcional.

A solução do problema de autovalor representado pela equação (II.6), onde  $K_0$  e  $K_g$  são as matrizes de rigidez linear e geométrica, respectivamente, e  $u$  é o vetor de deslocamentos, conduz à determinação dos modos de instabilidade e as tensões críticas ( $\sigma_{cr}$ ) correspondentes.

$$[K_0 + (K_g) \sigma] \{u\} = 0 \quad (II.6)$$

O valor de  $\sigma_{cr}$  pode ser calculado para diferentes valores prescritos de  $s$ . Por um processo iterativo de sucessivas interpolações polinomiais entre os resultados obtidos, determina-se o valor de  $\sigma_{cr}$  mínimo. Este procedimento numérico, quando

utilizado para placas isoladas, fornece resultados compatíveis com aqueles obtidos da Teoria da Elasticidade Elástica. O método dos elementos de faixas finitas e seus resultados, quando aplicados a perfis esbeltos de chapa dobrada, estão descritos por PRZEMIENIECKY (1973).

#### II.4 COMPORTAMENTO PÓS – CRÍTICO DE PLACAS ESBELTAS

Para as placas submetidas a compressão longitudinal uniforme, a partir de um certo nível de carregamento a placa perde a instabilidade e começa a apresentar deslocamentos ( $w$ ) transversais, fora de seu plano. Esse fenômeno, para as placas perfeitas, é conhecido como instabilidade por bifurcação. O comportamento pós-crítico das placas corresponde a um caminho de equilíbrio estável, com ganho de rigidez. A solução deste comportamento foi proposta inicialmente por Von KARMAN (1932) e é representada pelo sistema de equações diferenciais de equilíbrio seguinte :

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{t}{D} \left[ \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right] \quad (\text{II.7a})$$

e pela equação de compatibilidade :

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^4 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \quad (\text{II.7b})$$

das quais se pode derivar as funções de tensões através das relações seguintes:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \quad (\text{II.8a})$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (\text{II.8b})$$

$$\tau_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (\text{II.8c})$$

Vários métodos numéricos podem ser utilizados, para se obter soluções aproximadas para o problema descrito acima. Porém, devido à grande complexidade das soluções, foram estabelecidas expressões simplificadoras para o tratamento das placas em estado pós-crítico. Dentre estes métodos simplificadores, o que teve maior aceitação foi o método das larguras efetivas. Este método, proposto por (Von KARMAN, 1932), considera a redução de rigidez da placa através da substituição da placa original de largura  $b$  por uma placa de largura efetiva  $b_e$ , sendo  $b_e < b$ . Para uma placa sujeita a compressão axial, a distribuição de tensões antes da carga crítica é a da figura (II.7a). Quando a carga crítica de flambagem local é excedida, há uma redistribuição das tensões, conforme apresentado na figura (II.7b).

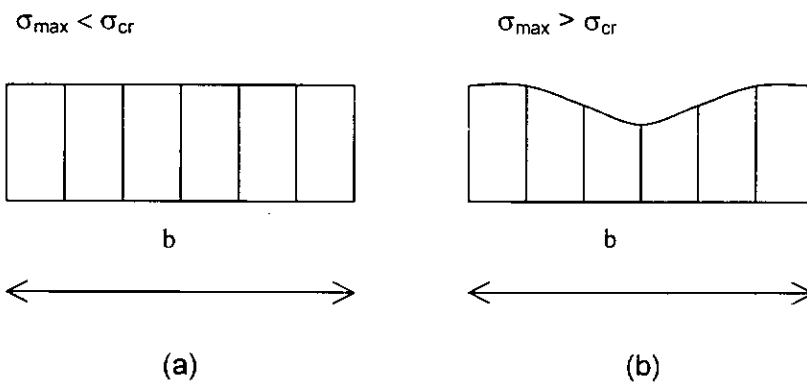


Figura II.7 – Distribuição de tensões ao longo da largura de uma placa sob compressão uniforme : a) antes de atingir a carga crítica, b) após ultrapassar a carga crítica.

Consideramos que a placa substituta de largura  $b_e$ , submetida à compressão uniforme  $\sigma_e$ , igual à tensão máxima atuante nos bordas da placa original ( $\sigma_e = \sigma_{\max}$ ), está em estado crítico. Isto significa que a tensão crítica de flambagem da placa substituta pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sigma_e = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{t}{b_e} \right)^2 \quad (II.9)$$

Todo este princípio pode ser resumido na figura (II.8) a seguir:

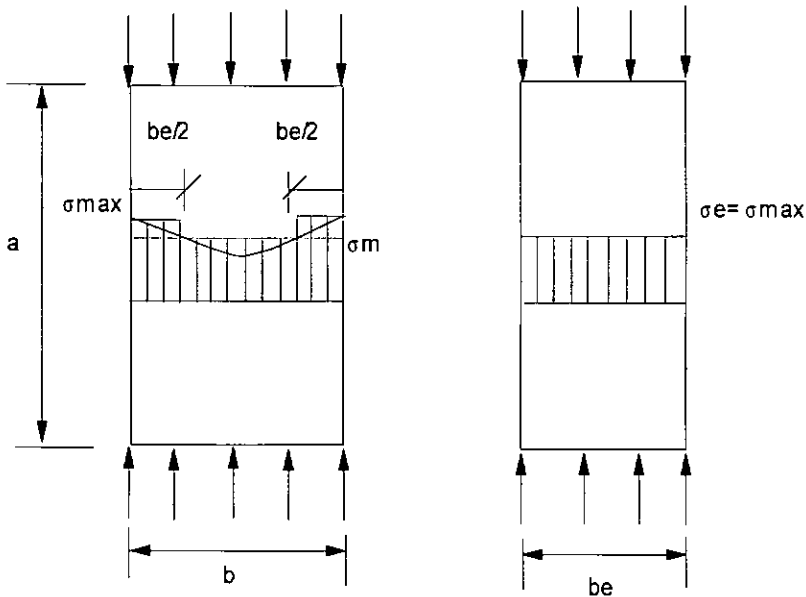


Figura II.8 – Distribuição de tensões ao longo da largura da placa : a) placa original, b) placa substituta.

Fazendo uma analogia com as expressões (II.9) e (II.4) podemos obter a seguinte relação.

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_e}} \quad (\text{II.10})$$

onde o segundo termo da equação pode ser associado à grandeza denominada  $\lambda_{pd}$

$$\lambda_{pd} = \sqrt{\frac{\sigma_e}{\sigma_{cr}}} \quad (\text{II.11})$$

de onde se obtém:

$$\frac{b_e}{b} = \frac{1}{\lambda_{pd}} \quad (\text{II.12})$$

Para o estado limite último de placas esbeltas, ou seja na iminência do colapso, podemos considerar que a tensão  $\sigma_e$  atinge a tensão de escoamento  $f_y$  do material. Esta consideração é baseada em procedimentos experimentais e teóricos, que indicam que as placas esbeltas têm pouca reserva de resistência plástica. Assim a equação (II.12) pode se transformar em :

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \quad (\text{II.13})$$

O segundo termo da equação pode ser associado a um grandeza denominada  $\lambda_p$ , conhecida como esbeltez relativa da placa.

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (\text{II.14})$$

De onde se tem a seguinte expressão, válida para a análise da resistência de placas esbeltas e perfeitas, comprimidas, conhecida como curva de Von KARMAN.

$$\frac{b_e}{b} = \frac{1}{\lambda_p} \quad (\text{II.15})$$

As equações definidas anteriormente foram formuladas para o caso de placas perfeitas. É notório e sabido que os elementos estruturais reais são sempre portadores de imperfeições, tais como: imperfeições geométricas, tensões residuais e outras. Estas imperfeições causam erosão da carga última. Portanto, a definição da carga última está intimamente ligada aos processos de fabricação, a limites admissíveis de defeitos e a padrões de controle de qualidade.

A partir da curva original de Von Karman, várias curvas foram desenvolvidas, com o auxílio de estudos teóricos e experimentais, a fim de se considerar as imperfeições durante a fabricação dos perfis. Cabe destacar a equação (II.16), formulada pelo pesquisador americano WINTER (1968), pois é a de mais larga aceitação internacional.

$$\frac{b_e}{b} = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_p} \right) \quad (\text{II.16})$$

e a esbeltez relativa da placa pode ser representada por

$$\lambda_p = \frac{1,052}{\sqrt{k}} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (\text{II.17})$$

onde  $k$  é o coeficiente de flambagem, associado às condições de contorno e ao tipo de carregamento da placa.

No gráfico da figura (II.9), observamos os diferentes modelos de comportamento das placas esbeltas sob carregamento de compressão uniforme. Neste gráfico, temos três regiões distintas, classificadas de acordo com o índice de esbeltez relativa da placa, (BATISTA, 1988).

Região I  $0 < \lambda_p < \lambda_o$  placas compactas, não afetadas por instabilidade, colapso plástico

Região II  $\lambda_o < \lambda_p < 1,2$  placas medianamente esbeltas, instabilidade elasto-plástica

Região III  $\lambda_p > 1,2$  placas esbeltas, instabilidade elástica

O índice  $\lambda_o$  representa um valor característico, dependente das imperfeições da placa. Segundo a expressão de Winter, temos  $\lambda_o = 0,673$ . Na região I a placa tem relação largura espessura pequena e não chega a ocorrer o fenômeno da flambagem, a placa será levada à ruína após a plastificação por compressão. Na região II a placa apresenta instabilidade elasto-plástica e não chega a desenvolver grandes

deslocamentos fora de seu plano. Finalmente, na região III, temos um comportamento com instabilidade elástica, associada a grandes deslocamentos fora de seu plano. Quanto maior a esbeltes relativa  $\lambda_p$  das placas, maior a reserva de resistência em regime pós-crítico, conduzindo a valores de carga última superiores à carga crítica da placa.

Para as seções transversais de perfis de chapa dobrada, podemos determinar a seção transversal efetiva considerando-se cada uma de suas paredes isoladamente. Este procedimento permite o cálculo da resistência de elementos estruturais de paredes esbeltas, sensíveis ao fenômeno da flambagem local.

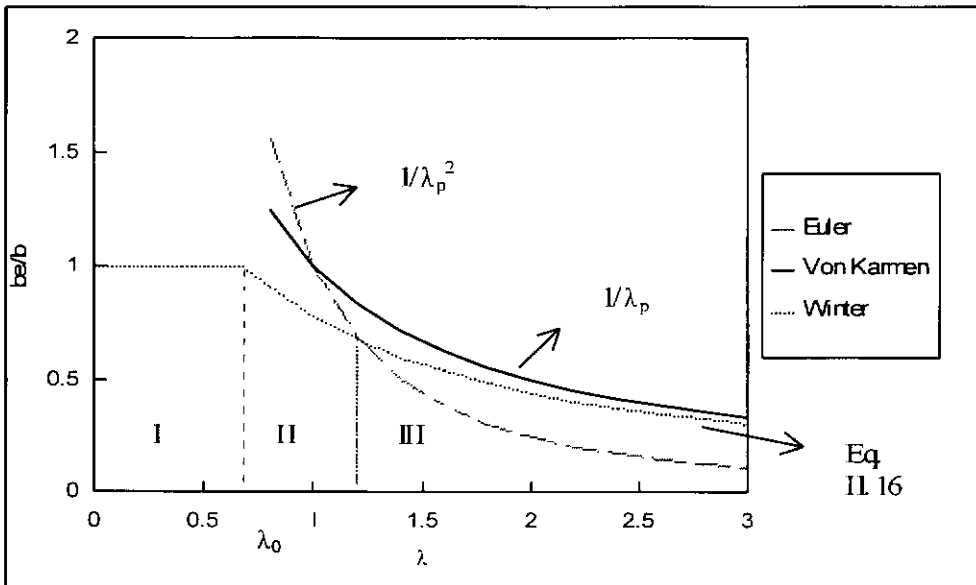


Figura II.9 – Diferentes tipos de comportamento à ruína.

## II.5 – MODOS DE FLAMBAGEM EM PERFIS DE CHAPA DOBRADA

Como já foi citado anteriormente, as paredes dos perfis de chapa dobrada têm comportamento análogo ao de placas esbeltas. Para uma análise destes perfis, é necessário obter a tensão crítica que determina o início da flambagem do perfil, assim como um método para analisar o estado pós-crítico. Para se estimar a tensão crítica, pode-se utilizar programas computacionais ou expressões que representem soluções teóricas. Já para a análise do estado pós-crítico, pode-se adotar o Método das Larguras Efetivas, que aplicado às diversas paredes, produz uma seção transversal efetiva substituta do perfil e o Método da Área Efetiva, que aplicado à seção como um todo, também produz uma seção efetiva do perfil.

A solução do problema referido anteriormente fornece, para um determinado comprimento ( $L$ ) do perfil, o menor valor de tensão crítica e a forma do respectivo modo de flambagem. A partir destes resultados, pode-se obter um gráfico mostrando a variação do coeficiente de flambagem  $k$  com a relação à variação da geometria da seção transversal. As configurações destes modos poderão ser observadas no capítulo a seguir.

### II.5.1 – FLAMBAGEM LOCAL E DISTORCIONAL

O fenômeno de flambagem local pode se manifestar antes do início da plastificação para perfis metálicos constituídos de paredes esbeltas. A carga última é portanto inferior àquela correspondente ao caso de ausência de flambagem local, para os perfis de paredes compactas. Esta perda de resistência pode ser representada adotando-se uma seção efetiva do perfil, considerando-se as larguras efetivas das paredes de acordo com a fórmula de Winter (equação II.16).

Alguns tipos de perfis de chapa dobrada, tais como Z enrijecido, S, cartola, rack ( ou garrafa ), podem estar sujeitos a um modo de flambagem local chamado distorcional.

Para seções com enrijecedores de borda adicionais, o modo de instabilidade é tal que produz um deslocamento lateral das arestas vizinhas a estes enrijecedores. A resistência de flambagem local se reduz, devido à precipitação da instabilidade, causada pelos enrijecedores de borda adicionais.

O propósito destes enrijecedores de borda, no caso dos perfis tipo rack, é facilitar a ligação e montagem das estruturas. Estes tipos de perfis de chapa dobrada são muito utilizados em construções metálicas de armazéns industriais. Os enrijecedores de borda das seções tipo "rack" são a causa da flambagem distorcional do perfil, quando este estiver sujeito a compressão uniforme. Portanto, para seções de paredes esbeltas, o modo distorcional pode ocorrer para um carregamento inferior ao modo de flambagem local de placa. No entanto, este modo ocorre para um comprimento de onda superior ao da flambagem local, e por isso não é detectado em testes convencionais de compressão de colunas curtas, visto que os corpos de prova têm comprimento reduzido. Em resumo, o efeito da flambagem distorcional é diminuir a capacidade de carga da coluna, devido à instabilidade causada pelos enrijecedores de borda adicionais. As normas e especificações existentes, em geral não prevêm os casos de flambagem distorcional.

O gráfico da figura (II.10) indica os valores dos coeficientes de flambagem local  $k$ , em função da geometria da seção, representada pelo parâmetro  $\eta = b_2 / b_1$ , onde  $b_1$  é a alma e  $b_2$  é a mesa da seção transversal. Estes valores teóricos de  $k$  podem ser expressos por expressões polinomiais (determinados pelo método dos mínimos quadrados a partir de valores teóricos), (BATISTA,1988). Os resultados são obtidos

para os perfis mais comumente utilizados na construção metálica. A equação (II.21), válida para perfis tipo "rack", foi desenvolvida na presente pesquisa.

Para perfis tipo U enrijecido, cartola e Z enrijecido :

$$k = 6,8 - 5,8 \eta + 9,2 \eta^2 - 6,0 \eta^3 \quad (\text{II.18})$$

Para perfis tipo U simples e Z simples :

$$k = 4,02 + 3,44 \eta + 21,76 \eta^2 - 174,33 \eta^3 + 319,44 \eta^4 - 237,55 \eta^5 + 63,6 \eta^6 \quad (\text{II.19})$$

Para perfis fechados, tubos retangulares :

$$k = 6,56 - 5,77\eta + 8,56 \eta^2 - 5,63 \eta^3 \quad (\text{II.20})$$

Para perfis tipo "rack" ou garrafa :

$$k = 6,53 - 2,97\eta + 2,81 \eta^2 - 1,64 \eta^3 \quad (\text{II.21})$$

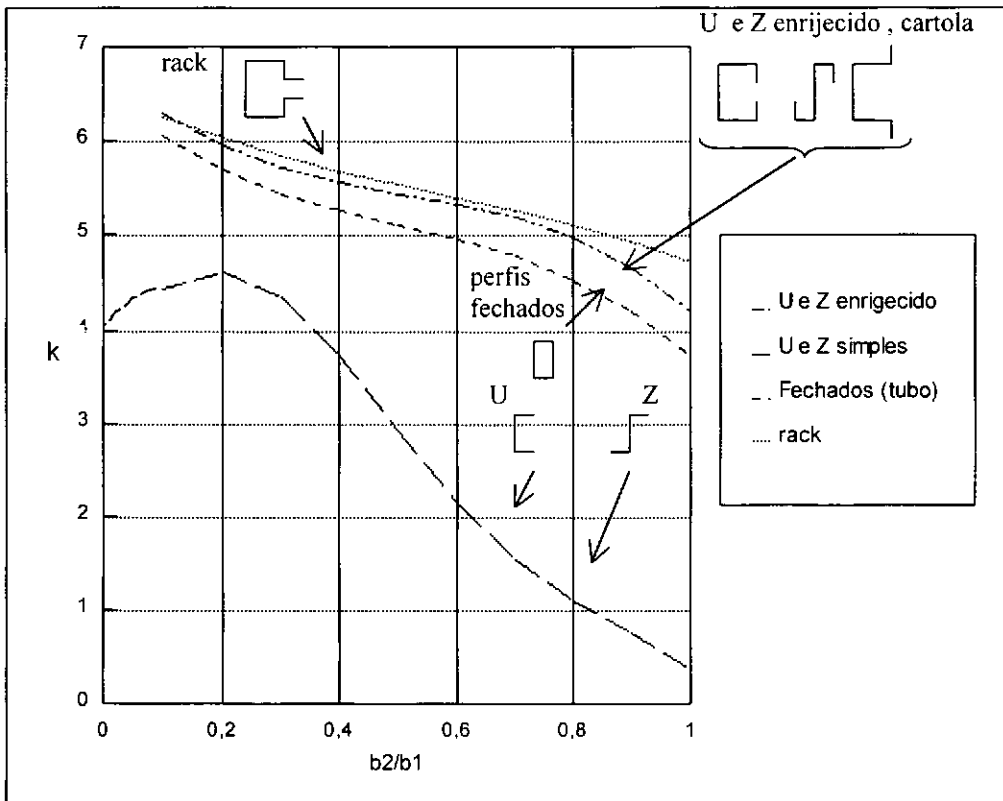


Figura II.10 - Coeficiente de flambagem  $k$  em função da relação geométrica  $\eta = b_1/b_2$

## II.5.2 – FLAMBAGEM GLOBAL

Na verificação do estado de equilíbrio global de uma barra formada por um perfil com seção transversal qualquer e solicitada por um carregamento de compressão excêntrico, temos as seguintes equações diferenciais (TIMOSHENKO, 1961).

$$E I_z \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - N(z_o - e_z) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{II.22.a})$$

$$E I_y \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + N \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N(y_o - e_y) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{II.22.b})$$

$$E C_w \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} - (GJ - N e_y \beta_2 - N e_z \beta_1 - N I_o) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + N(y_o - e_y) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - N(z_o - e_z) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0 \quad (\text{II.22.c})$$

As variáveis que aparecem nas equações são definidas a seguir:

E e G são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do material,

$I_z$  e  $I_y$  são os momentos principais de inércia da seção,

N é a carga de compressão aplicada

$y_o$  e  $z_o$  são as distâncias do centro de cisalhamento da seção aos eixos principais de inércia z e y, respectivamente,

$C_w$  é a constante de empenamento da seção,

J é a constante de torção da seção,

$I_o$  é o momento de inércia polar em relação ao centro de cisalhamento da seção,

A é a área da seção.

As grandezas  $\beta_1$  e  $\beta_2$  estão relacionadas à torção da coluna, e são determinadas a partir das expressões seguintes:

$$\beta_1 = \frac{1}{I_y} ( z^3 dA + y^2 z dA ) - 2z_o \quad (\text{II.23.a})$$

$$\beta_2 = \frac{1}{I_z} ( y^3 dA + z^2 y dA ) - 2y_o \quad (\text{II.23.b})$$

No sistema de equações (II.22), as duas primeiras equações estão associadas à flexão em torno dos eixos  $z$  e  $y$ , respectivamente, e a terceira equação está associada ao modo de torção em torno do eixo  $x$ , incluindo a torção de Saint Venant e a torção com empenamento.

A flambagem global por flexo-torção, para barras com seção transversal esbelta, foi primeiramente formulada por VLASOV (1961) e posteriormente discutida em detalhes por TIMOSHENKO (1961). Foram formuladas soluções para o sistema de equações diferenciais, que se tornaram clássicas no estudo da estabilidade das colunas e vigas-colunas.

Para o caso particular, frequentemente encontrado na prática, onde a seção apresenta um eixo de simetria e o carregamento é centrado ( $e_y = e_z = 0$ ), podemos obter a expressão da carga crítica de flambagem global por flexo-torção, explicitada pela equação (II.24), (BATISTA, 1988) :

$$N_{kft} = [ b' - \sqrt{b'^2 - (4 \frac{I_o}{A} N_{ky} N_{\phi}) a'} ] / 2a' \quad (\text{II.24.a})$$

$$b' = \frac{I_o}{A} ( N_{ky} + N_{\phi} ) \quad (\text{II.24.b})$$

$$a' = \frac{I_o}{A} - 0,78 y_o^2 \quad (\text{II.24.c})$$

Nesta expressão,  $N_{ky}$  e  $N_{kz}$  representam as cargas críticas de flambagem por flexão em torno dos eixos principais  $y$  e  $z$ , conforme as equações (II.25a e II.25b)  $N_{\phi}$  é a expressão da carga crítica de flambagem por torção pura, calculada na hipótese do centro de gravidade e do centro de cisalhamento da seção serem coincidentes, representada pela equação (II.25c), para empenamento livre, e (II.25d), para empenamento impedido.

$$N_{ky} = \frac{\pi^2 E I_y}{L^2} \quad (\text{II.25a})$$

$$N_{kz} = \frac{\pi^2 E I_z}{L^2} \quad (\text{II.25b})$$

$$N_{\phi} = \frac{A}{I_o} GJ + \left( \frac{\pi^2 E C_w}{L^2} \right) \quad (\text{II.25c})$$

$$N_{\phi} = \frac{A}{I_o} GJ + \left( \frac{4 \pi^2 E C_w}{L^2} \right) \quad (\text{II.25d})$$

As equações (II.25) foram definidas para a orientação de eixos principais indicada na figura (II.11).

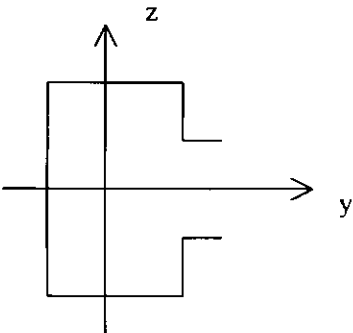


Figura II.11 – Orientação dos eixos principais adotada para a flambagem global.

### II.5.3 – CASO PARTICULAR DOS PERFIS TIPO RACK

Os perfis tipo “rack”, conforme apresentados na figura (II.12) a seguir, podem apresentar modos de flambagem local, distorcional ou flexo-torção.

Considerando-se a estabilidade das barras comprimidas formadas por perfis de chapa dobrada, com relação aos modos locais e globais, as principais configurações destes modos estão descritas na figura (II.12). Dentre os modos locais, identificamos o modo que se caracteriza pela ausência de deslocamentos dos bordas comuns conforme indicado na figura (II.12a), aqui denominado como modo de flambagem local e o modo distorcional, para o qual ocorrem deslocamentos dos bordas comuns, conforme indicado nas figuras (II.12b e II.12c). Os modos globais clássicos de flexão de Euler e o de flexo-torção, estão apresentados nas figuras (II.12d e II.12e).

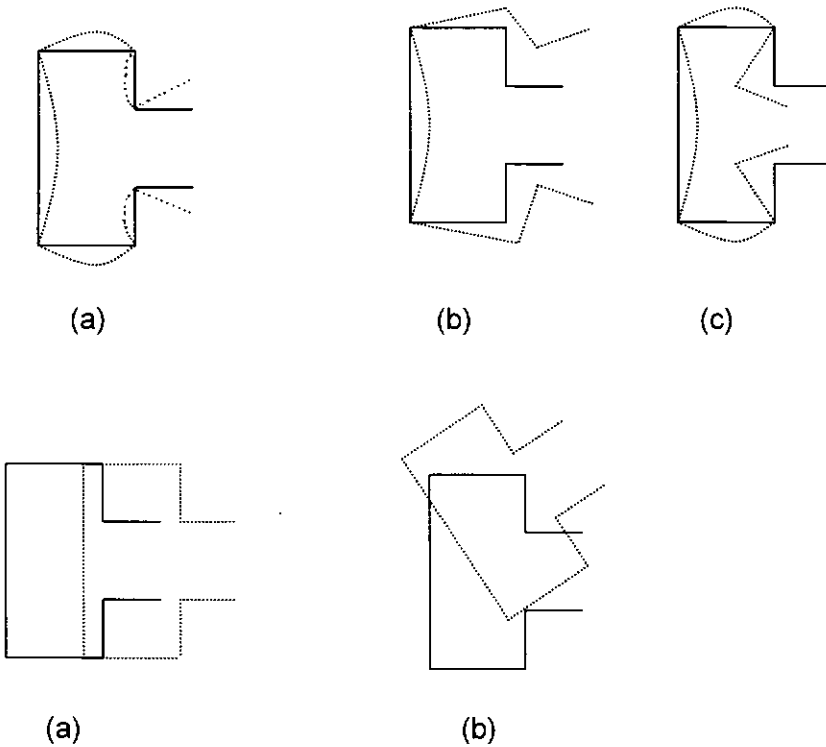


Figura II.12 - (a) Modo local, (b) e (c) modo distorcional, (d) modo global flexão de Euler e (e) modo global por flexo-torção.

A flambagem distorcional foi primeiramente descrita por HANCOCK (1978), onde demonstrou-se teórica e experimentalmente que o modo distorcional pode ser dominante para colunas com esbeltez intermediária. Para esse estudo, foi utilizado um programa baseado no método das faixas finitas. Uma melhor descrição deste método foi apresentada por HANCOCK (1977). Este método vem sendo utilizado para estudar a flambagem local, distorcional e flexo-torsional, conforme apresentado por PROLA E CAMOTIN (1996).

Mais tarde, HANCOCK (1985) apresentou um estudo teórico e experimental da flambagem distorcional para colunas com seções transversais contendo bordas adicionais. A partir destes resultados, foi desenvolvido um trabalho por LAU e HANCOCK (1987), contendo expressões analíticas para determinar a tensão devida à flambagem distorcional. Posteriormente, LAU e HANCOCK (1988) apresentaram resultados experimentais para o modo de flambagem distorcional para colunas com diferentes seções transversais. Por final, foram apresentadas fórmulas simplificadas para computar a tensão última elástica da flambagem distorcional, expressões estas formuladas por HANCOCK e KWON (1992 e 1994). Portanto, a tensão crítica de flambagem distorcional pode ser estimada através de programas baseados no método das faixas finitas ou elementos finitos, e a tensão última por expressões analíticas.

Engenheiros de estrutura não têm acesso a programas sofisticados e necessitam informações para uma grande variedade de geometrias de seções transversais. Dependendo da geometria da seção, o modo distorcional pode controlar o projeto, pois sua tensão crítica é inferior à tensão crítica devida à flambagem local. Sendo assim, fica clara a necessidade de se estudar o caso particular dos perfis de chapa dobrada com seção tipo "rack", de modo a se definir ferramentas práticas para projeto.

## CAPÍTULO III

### PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### III.1 - INTRODUÇÃO

O programa experimental tem o objetivo de estudar determinadas seções de perfis de chapa dobrada, para os quais o modo de flambagem distorcional é predominante. O tipo de seção escolhida para o estudo é a seção tipo "rack", conforme já descrito no capítulo anterior. A seguir, encontram-se os dados referentes à metodologia empregada no programa experimental.

Foram realizados dois tipos de ensaios: primeiramente foram ensaiadas as colunas curtas e posteriormente as colunas com comprimento intermediário. Todos os ensaios foram realizados sob compressão centrada.

#### III.2 – PROCESSO DE FABRICAÇÃO DOS PERFIS

Os perfis de chapa dobrada são fabricados a partir de chapas finas de aço (espessura < 6,0 mm). Para uso estrutural, os perfis dobrados a frio possuem em geral espessura mínima de 2,0 mm. Chapas mais finas podem apresentar problemas de corrosão. Quando a fabricação de perfis de chapa dobrada não é bem controlada, podem ocorrer imperfeições excessivas. Estas imperfeições podem ser a não ortogonalidade das paredes vizinhas, a falta de simetria da seção ou diferenças excessivas entre as dimensões nominais e as obtidas após a fabricação. A tolerância quanto à imperfeição para a espessura da chapa dos perfis é de 10%, para chapas

que estejam entre 1,5 e 3,0 mm. Estes valores têm sido confirmados por medições (ARLENE, 1991).

As imperfeições influenciam no fenômeno da instabilidade, alterando o comportamento teórico das peças perfeitas. Para perfis de chapa dobrada, podemos identificar diferentes imperfeições: (a) as imperfeições geométricas longitudinais, representadas pelas suas flechas iniciais; (b) as tensões residuais de fabricação, oriundas do processo térmico de resfriamento da chapa e da fase de fabricação por dobramento a frio dos perfis, (c) a variação das características mecânicas do material, ocasionada pelo encruamento do aço durante o processo de dobramento a frio da chapa de aço, produzindo o aumento dos valores da tensão de escoamento e da resistência à tração em relação aos valores encontrados para o material original das chapas.

Os perfis de chapa dobrada analisados na presente pesquisa foram fabricados em dobradeira vertical, sendo esperados nesse caso valores pouco significativos de imperfeições geométricas e de tensões residuais, conforme comprovado anteriormente por RODRIGUES ( 1993 ).

### III.3 – SEÇÕES ANALISADAS

Na definição dos tipos de paredes para compor a seção transversal dos perfis, observou-se a relação largura-espessura, que representa em última instância a esbelteza do perfil. Esta relação deve respeitar limites máximos, a fim de que as paredes não se deformem demasiadamente (prevenindo deformações excessivas devidas à flambagem local, que provocam ondulações visíveis e não desejáveis nas paredes do perfil). Os ensaios foram realizados em perfis tipo "rack" (ou garrafa), pois estes tipos de perfis são sensíveis ao modo de flambagem distorcional. A nomenclatura das partes da seção transversal está apresentada na figura (III.1).

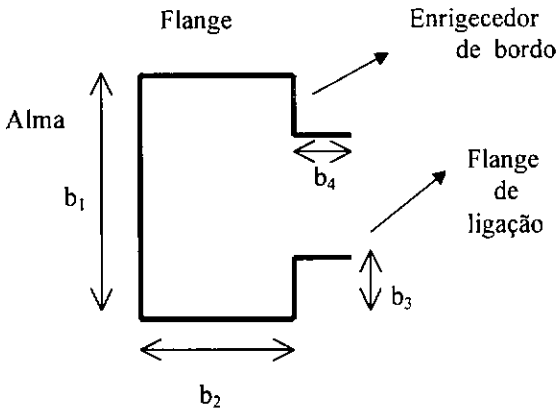


Figura III.1 – Nomeclatura da seção transversal do perfil "rack".

O programa experimental se divide em dois grupos de colunas. O primeiro grupo diz respeito a ensaios de colunas curtas e o segundo grupo, diz respeito a ensaios de colunas com comprimento intermediário. As colunas curtas são definidas para a avaliação da flambagem local e as colunas de comprimento intermediário são previstas para a análise da flambagem distorcional. Todos os ensaios foram executados à compressão, com carga centrada.

Três geometrias de seção transversal foram utilizadas no estudo, a fim de se identificar o modo de flambagem distorcional. Foram previstos seis corpos de prova de cada tipo de seção, incluindo peças curtas e intermediárias, totalizando 36 corpos de prova. O fabricante dos perfis foi a TECNOFER S. A.

Inicialmente, realizou-se um estudo a respeito da flambagem local destes tipos de perfis, para várias geometrias de seção transversal, com o objetivo de definir as colunas curtas a serem testadas. Neste estudo preliminar, utilizou-se o programa Inslo (BATISTA, 1988), que fornece a tensão crítica de flambagem local, bem como o comprimento ( $s$ ) associado a este valor de tensão crítica e o modo de flambagem. Este programa se baseia na metodologia descrita no capítulo II, e está apto para identificar apenas o modo de flambagem local. O valor do comprimento dos corpos de prova é um dado muito importante, pois é necessário que sejam suficientemente curtas para que a influência do modo global seja minimizada, mas ao mesmo tempo suficientemente longas para que os efeitos de extremidade possam ser desprezados.

Igualmente, há que se assegurar que o comprimento das colunas seja múltiplo do comprimento teórico  $s$  das meias-ondas que se formam ao longo das paredes do perfil. O comprimento adotado para os corpos de prova para esta primeira fase da pesquisa foi igual a três vezes o comprimento teórico da meia-onda correspondente ao modo de flambagem local ( $L = 3s$ ). Foram rodados vários exemplos, a fim de se obter uma grande gama de resultados, permitindo uma análise paramétrica do problema. A tabela (III.1) a seguir, apresenta os resultados obtidos para o coeficiente de flambagem local, em função de várias geometrias de seção transversal.

Tabela III.1 – Coeficiente de flambagem  $k$ , para as seções tipo “rack”, obtidos a partir dos resultados dos exemplos rodados no programa Inslo.

$b_2/b_1$	$b_3/b_1=0,1$ $b_4/b_1=0,1$	$b_3/b_1=0,1$ $b_4/b_1=0,2$	$b_3/b_1=0,1$ $b_4/b_1=0,3$	$b_3/b_1=0,1$ $b_4/b_1=0,4$
0,10	6,38	6,36	6,36	6,35
0,20	6,01	6,03	5,91	6,03
0,32	5,80	5,78	5,78	5,77
0,48	5,64	5,65	5,65	5,65
0,50	5,53	5,55	5,55	5,55
0,60	5,43	5,41	5,41	5,41
0,72	5,26	5,26	5,26	5,26
0,80	5,14	5,14	5,14	5,13
$b_2/b_1$	$b_3/b_1=0,2$ $b_4/b_1=0,1$	$b_3/b_1=0,2$ $b_4/b_1=0,2$	$b_3/b_1=0,2$ $b_4/b_1=0,3$	$b_3/b_1=0,2$ $b_4/b_1=0,4$
0,10	6,34	6,34	6,34	6,32
0,20	6,01	6,01	6,01	5,97
0,32	5,76	5,76	5,76	5,75
0,48	5,63	5,64	5,63	5,63
0,50	5,53	5,53	5,53	5,53
0,60	5,39	5,39	5,39	5,39
0,72	5,24	5,24	5,23	5,23
0,80	5,11	5,11	5,11	5,10
$b_2/b_1$	$b_3/b_1=0,3$ $b_4/b_1=0,1$	$b_3/b_1=0,3$ $b_4/b_1=0,2$	$b_3/b_1=0,3$ $b_4/b_1=0,3$	$b_3/b_1=0,3$ $b_4/b_1=0,4$
0,10	6,33	6,33	6,33	6,36
0,20	5,99	5,99	5,99	5,97
0,32	5,74	5,74	5,74	5,73
0,48	5,62	5,62	5,62	5,62
0,50	5,52	5,52	5,52	5,51
0,60	5,38	5,38	5,38	5,37
0,72	5,22	5,22	5,22	5,21
0,80	5,09	5,09	5,09	5,08

Foram rodados 96 exemplos com diferentes dimensões de seções transversais, como podemos observar na tabela anterior. Com estes resultados, obteve-se o gráfico do coeficiente de flambagem ( $k$ ) com a relação  $b_2/b_1$ , onde  $b_2$  é a mesa e  $b_1$  é alma da seção transversal. Verifica-se que o modo de flambagem local independe das relações  $b_3/b_1$  e  $b_4/b_1$ . A expressão polinomial dada pela equação (III.1) foi determinada pelo método dos mínimos quadrados, a partir dos resultados teóricos indicados na tabela (III.1), e pode ser útil para o cálculo expedito da tensão crítica de flambagem local, para perfis tipo "rack" submetidos a compressão centrada.

$$k = 6,53 - 2,97 \eta + 2,81 \eta^2 - 1,64 \eta^3 \quad (\text{III.1})$$

onde  $\eta = b_2 / b_1$

Esta equação está inserida no gráfico (II.10) do capítulo II. A figura (III.2) que representa a equação anterior, é de grande utilidade para o dimensionamento prático de perfis de chapa dobrada afetados pela flambagem local, visto que o acesso a programas sofisticados não está ao alcance da maioria dos engenheiros.

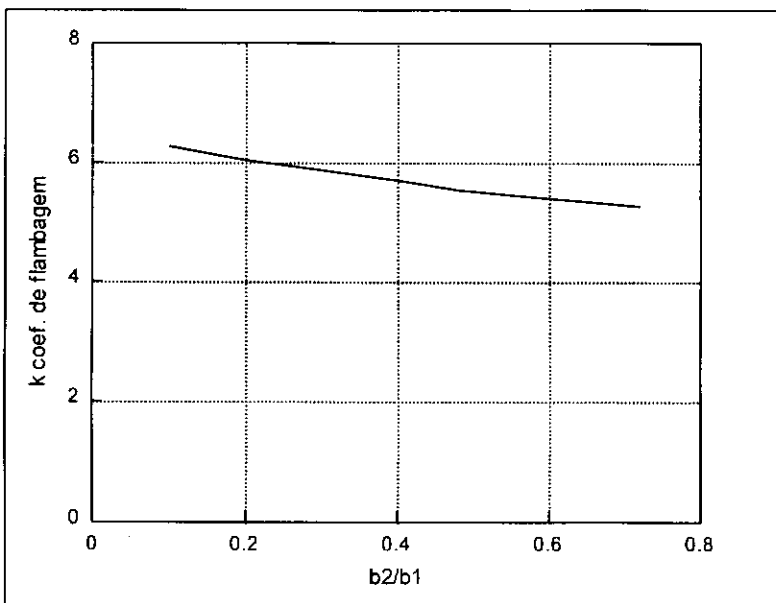


Figura III.2 – Coeficiente de flambagem local para os perfis com seção tipo rack.

Dando prosseguimento à pesquisa da geometria a ser adotada para os perfis a serem ensaiados, passamos a analisar os gráficos fornecidos por Dinar Camotim, do Instituto Técnico de Lisboa, e Luís Carlos Prola, da Universidade Estadual de Maringá. Estes gráficos fornecem resultados a respeito da flambagem distorcional.

Foram fornecidos por aqueles autores dois gráficos, para auxiliar na determinação do coeficiente de flambagem distorcional e seu respectivo comprimento crítico. Cada gráfico era válido para determinadas relações das dimensões. Estes gráficos estão apresentados no Anexo A (item A.3). A partir destes gráficos, fez-se um estudo preliminar, obtendo-se para cada seção analisada o respectivo coeficiente de flambagem distorcional e tensão crítica, a partir da equação (II.4). O objetivo central deste estudo prévio era a definição da geometria das seções transversais, compatíveis com o processo de fabricação, com as espessuras disponíveis de chapas finas e com as tensões nominais de escoamento dos aços estruturais.

Tal análise conduziu às seções transversais indicadas na tabela (III.2), a partir das quais se montaram os grupos de corpos de prova de colunas a serem ensaiadas.

Tabela III.2 – Geometria das seções transversais das colunas a serem ensaiadas.

SEÇÃO	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$t$
S1	130	78	26	45	2,25
S2	130	78	26	45	2,65
S3	150	90	30	52	2,65

O comprimento dos corpos de prova das colunas ( $L_1$ ) sujeitas à flambagem local é definido igual a três vezes o comprimento teórico da meia-onda, para o valor da tensão crítica correspondente. Para o estudo da flambagem distorcional, adota-se colunas com comprimento intermediário, igual ao valor teórico do comprimento da

meia-onda correspondente ao valor de tensão crítica mínima. Esses dados podem ser observados nas figuras (III.3, III.4 e III.5) a seguir.

A partir da definição da geometria da seção transversal e do comprimento de cada um dos corpos de prova, passou-se a uma nova etapa da pesquisa. Nesta etapa foram analisados os modos de flambagem local e global de cada perfil. Analisou-se o modo de flambagem local para os valores de  $m = 1, 2, \text{ e } 3$  e o modo distorcional. Globalmente, analisou-se o modo de flambagem por flexo-torção e modo de Euler.

Inicialmente analisou-se a flambagem local. Fez-se uma alteração do programa *Inslo*, que fornecia apenas a tensão crítica e o respectivo comprimento crítico para uma meia-onda senoidal. Alterando-se as matrizes de rigidez linear e geométrica, o novo programa passou a fazer os cálculos para várias meias-ondas senoidais e passou a se chamar de *Inslos*. A listagem do programa encontra-se no anexo A (item A.1). Fez-se um grande número de exemplos para cada uma das três seções, para os valores de  $m = 1, 2 \text{ e } 3$ . Estes dados também se encontram no Anexo A (ítems A.1 e A.2). A partir dos valores de tensão crítica e comprimentos de coluna fornecidos pelo programa, calculou-se os valores do coeficiente de flambagem  $k$ , (utilizando-se a fórmula da equação II.4). Conforme prescrito pela teoria da estabilidade elástica de placas, os resultados obtidos, apresentam o mesmo mínimo para a tensão crítica, para comprimentos múltiplos de  $s$  ( $m = 1, 2, 3, \text{ etc}$ ).

O passo seguinte foi analisar o modo de flambagem distorcional, a partir dos gráficos e tabelas fornecidos por Camotin e Prola, conforme apresentado no Anexo A (item A.3). A análise linear da estabilidade dos elementos estruturais é efetuada através de um programa de cálculo automático, baseado no método das faixas finitas. O programa de cálculo que permite calcular a tensão crítica de flambagem e os correspondentes comprimentos de flambagem e o modo de instabilidade, para uma dada seção transversal de parede fina, baseia-se na formulação do método de faixas finitas proposto por PLANK e WITRICK (1974). Esta metodologia pode ser encontrada

detalhadamente descrita no trabalho do PROLA e CAMOTIN (1995). Estes valores também estão listados no anexo A item (A.3). Tais resultados permitiram a definição do comprimento das colunas com comprimento intermediário (L2), conforme se pode observar nos gráficos das figuras (III.3, III.4 e III.5).

A última etapa desta fase da análise dos modos de flambagem das seções escolhidas, foi a análise dos modos globais. Para tanto, foi elaborado um programa em linguagem Fortran, para o cálculo das características geométricas de seções transversais com paredes esbeltas e formadas por trechos retilíneos, a partir do fornecimento das coordenadas geométricas da seção transversal em relação aos eixos originais arbitrados e da espessura das paredes. São calculadas as seguintes propriedades: posição do centro de gravidade ( $z_{cg}$  e  $y_{cg}$ ) e centro de cisalhamento ( $z_{cc}$  e  $y_{cc}$ ) em relação aos eixos originais, área (A), direção dos eixos principais de inércia, momentos principais de inércia ( $I_z$  e  $I_y$ ), constante de torção ( $J_t$ ), momento de inércia polar em relação ao centro de gravidade ( $I_o$ ) e constante de empenamento ( $I_w$ ).

São calculadas também, a carga crítica de flambagem por torção pura  $N_\phi$  (equações II.25c e II.25d), a carga crítica de flambagem por flexão  $N_{ky}$  (equação II.25a), as constantes  $a'$  e  $b'$  (equação II.24b II.24c), a carga crítica e a tensão crítica de flambagem da coluna por flexo-torção  $N_{kft}$  e  $\sigma_{kft}$  (equação II.24a), e a carga crítica de Euler  $N_{kz}$  (equação II.25b). Para o cálculo das cargas críticas, são fornecidos os valores do coeficiente de flambagem para flexo-torção e flexão, em função da definição das condições de extremidade da barra.

Este programa foi denominado como Progeo e a sua listagem, bem como os resultados para cada seção em estudo encontram-se no anexo B (ítems B.1 e B.2) .

A partir dos dados calculados da flambagem local, distorcional e global, podemos obter os gráficos apresentados a seguir nas figuras (III.3, III.4 e III.5), para cada perfil estudado. Temos nestas figuras, o modo local descrito pela flambagem

local para os valores de  $m = 1, 2$  e  $3$ , a flambagem distorcional e o modo global, descrito pelas curvas de Euler e de flexo-torção (FT), este último para as condições de extremidade de empenamento livre ou impedido.

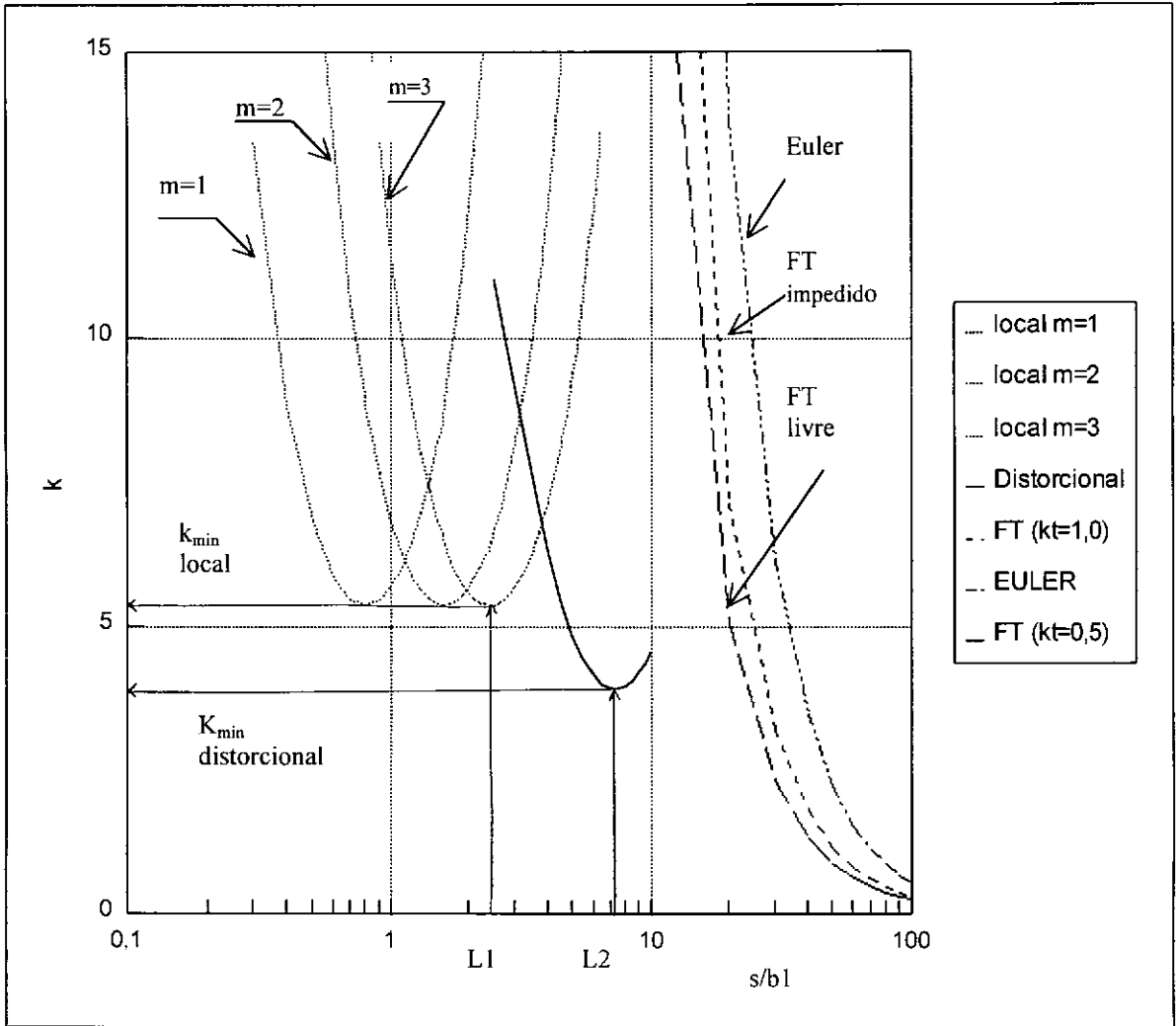


Figura III.3 – Resultados da análise dos modos de flambagem para as colunas com seção "rack" S1 ( dimensões apresentadas na tabela III.2 ).

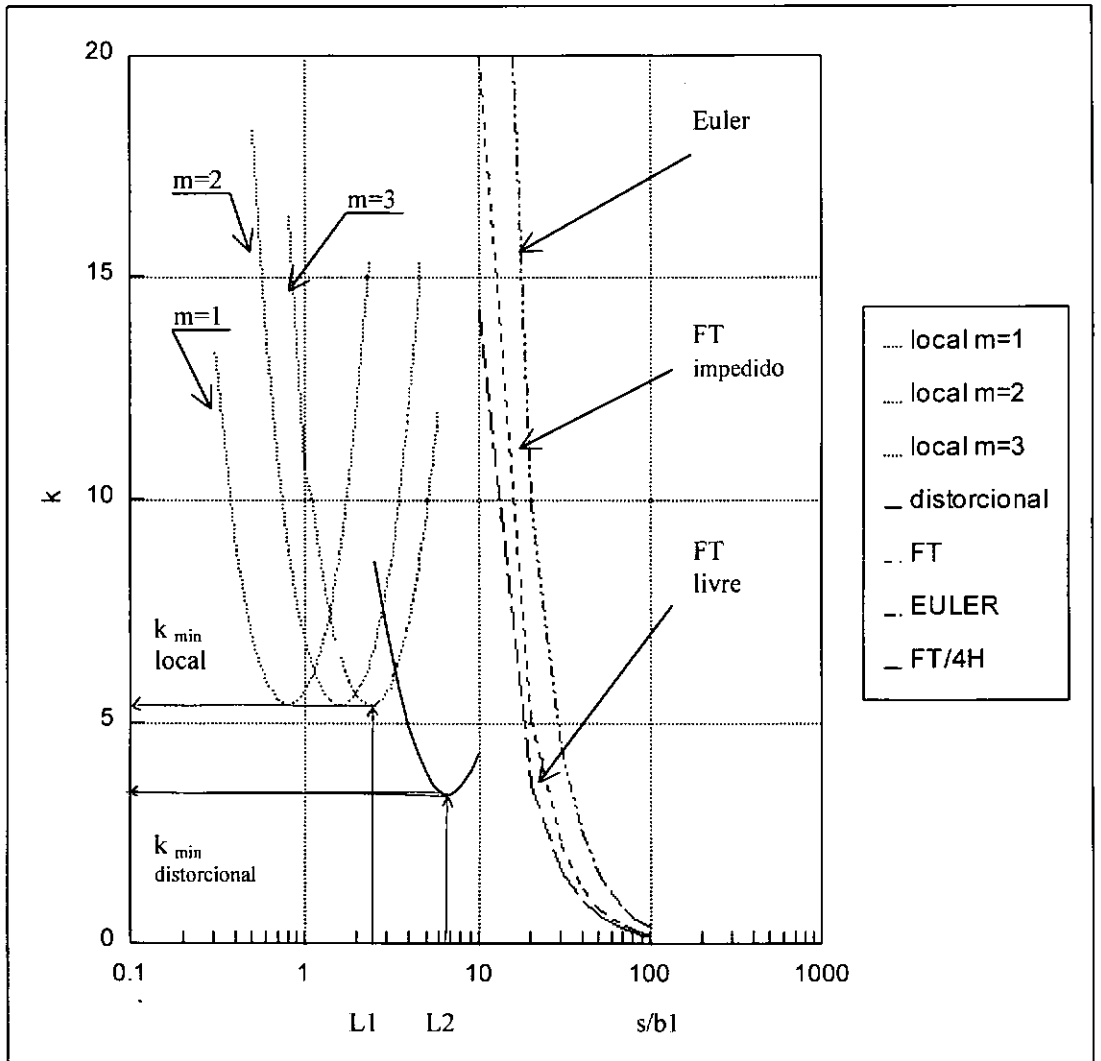


Figura III.4 – Resultados da análise dos modos de flambagem para as colunas com seção “rack” S2 ( dimensões apresentadas na tabela III.2 ).

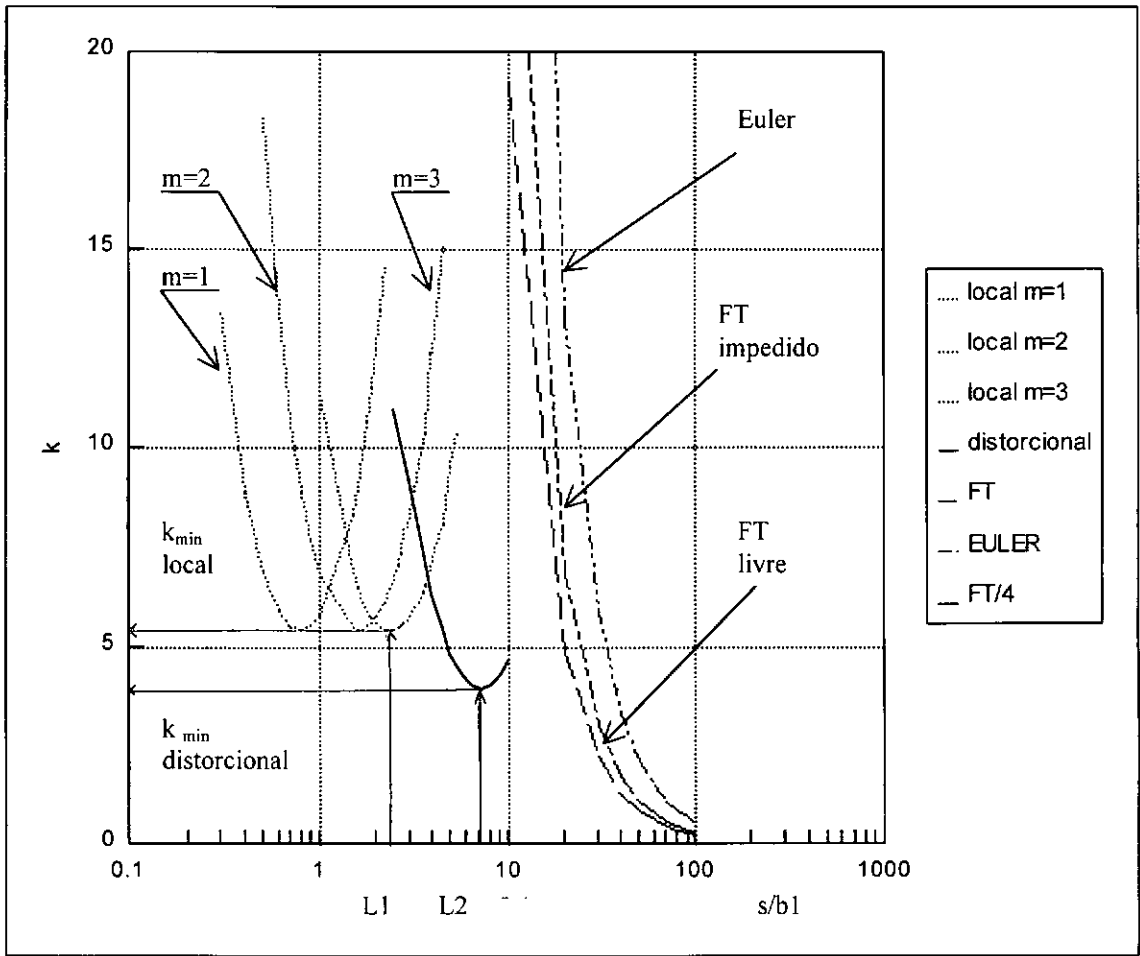


Figura III.5 – Resultados da análise dos modos de flambagem para as colunas com seção "rack" S3 ( dimensões apresentadas na tabela III.2 ).

A partir dos gráficos anteriores, (III.3, III.4 e III.5), identificam-se os comprimentos adotados para os corpos de prova curtos,  $L1$ , e o comprimento intermediário,  $L2$ .

Nas tabelas (III.3 e III.4), encontram-se os resultados teóricos do coeficiente de flambagem e da tensão crítica, para cada uma das seções, para a flambagem local e a flambagem distorcional, respectivamente.

Portanto os corpos de prova serão encomendados com os comprimentos,  $L1$  e  $L2$  que estão descritos nas tabelas (III.3 e III.4).

Tabela III.3 – Valores teóricos do coeficiente de flambagem e da tensão crítica para a flambagem local, calculados pelo programa Inslo e comprimento dos corpos de prova.

S1 130x78x26x45 t=2,25	S2 130x78x26x45 t=2,65	S3 150x90x30x52 t=2,65
k =5,38	k =5,38	k=5,41
$\sigma_{cr} = 305,88$ MPa	$\sigma_{cr} = 424,86$ MPa	$\sigma_{cr} = 320,77$ MPa
L1= 310 mm	L1= 310 mm	L1= 360 mm

Tabela III.4 – Valores teóricos do coeficiente de flambagem e da tensão crítica para a flambagem distorcional, obtidos pelos gráficos fornecidos pelo IST de Lisboa e comprimento dos corpos de prova.

S1 130x78x26x45 t=2,25	S2 130x78x26x45 t=2,65	S3 150x90x30x52 t=2,65
k = 3,95	k =3,45	k = 3,85
$\sigma_{cr} = 224,58$ MPa	$\sigma_{cr} = 272,09$ MPa	$\sigma_{cr} = 228,07$ MPa
L2= 949 mm	L2= 877 mm	L2= 1086 mm

### III – 4 CARACTERIZAÇÃO DO MATERIAL

A tensão limite de escoamento,  $f_y$ , a tensão limite de resistência à tração,  $f_u$ , e o alongamento residual após a ruptura do aço foram medidos através de ensaios de tração de corpos de prova padronizados. Utilizando as especificações da norma MB-4 da ABNT (1977), definiu-se as dimensões dos corpos de prova a serem utilizados nos ensaios. As características geométricas dos corpos de prova estão apresentadas na figura (III.6) e os valores medidos após a usinagem estão apresentados na tabela (III.5).

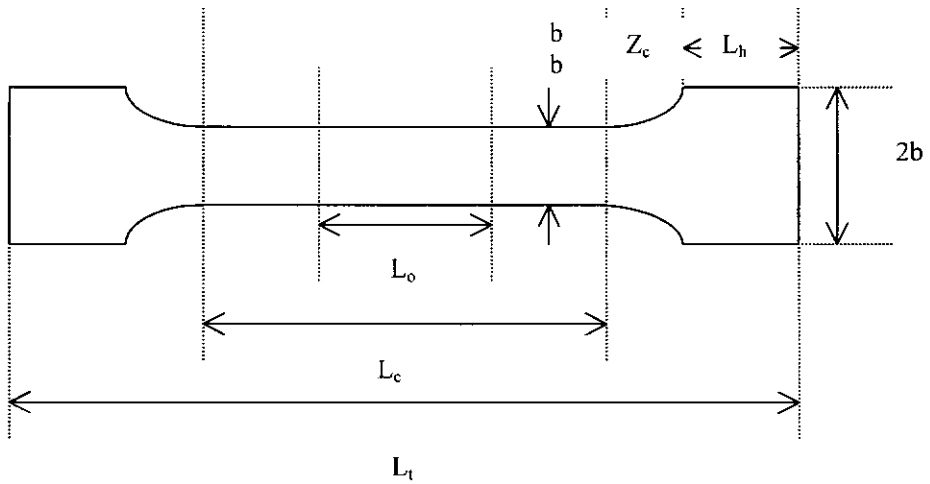


Figura III.6 – Características geométricas dos corpos de prova para os ensaios de tração.

A nomenclatura adotada nessa figura é a seguinte:

$b$  – largura do corpo de prova

$L_o$  - comprimento inicial

$L_c$  - comprimento da parte útil

$L_t$  - comprimento total do corpo de prova

$L_h$  - comprimento da cabeça de fixação do corpo de prova

$t$  – espessura do corpo de prova

Os corpos de prova para o ensaio de tração foram usinados a partir de um corpo de prova de coluna curto de cada seção. Foram fabricados quatro corpos de prova de tração de cada seção, ( um corpo de prova da seção 3 foi perdido por deficiência na usinagem ). Os corpos de prova foram denominados por CC1-A até CC1-D, CC2-A até CC2-D e CC3-A até CC3-C.

Os ensaios de tração foram realizados no Laboratório de Propriedades Mecânicas do Programa de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da COPPE. Os equipamentos utilizados foram uma prensa Instron 1125 , um sistema de digitalização e aquisição de dados Hewlett Packard modelo 7090A e um extensômetro MTS modelo

632.12c – 20, série nº. 551(  $K=67,04319 \mu\text{strain}/\mu\text{strain}$ ). Os resultados obtidos podem ser observados nas tabelas (III.5 , III.6 e III.7) a seguir.

Tabela III .5 - Dimensões medidas dos corpos de prova de tração.

Corpo de Prova	t (mm)	$L_c$ (mm)	$L_o$ (mm)	$L_t$ (mm)
CC1-A	2,4	11,0	50	64,2
CC1 -B	2,4	10,9	50	63,5
CC1-C	2,4	11,0	50	64,0
CC1-D	2,4	10,9	50	64,8
CC2-A	2,8	11,0	50	62,6
CC2-B	2,8	11,2	50	64,0
CC2-C	2,8	11,1	50	63,2
CC2-D	2,8	11,1	50	65,0
CC3-A	2,7	10,9	50	64,2
CC3-B	2,7	10,9	50	62,8
CC3-C	2,7	11,0	50	64,3

Tabela III.6 Resultados obtidos nos ensaios dos corpos de prova de tração.

Corpo de Prova	$P_{rup}$ (kN)	$f_y$ (MPa)	$f_u$ (MPa)	$f_y/f_u$	$\epsilon_r$ %
CC1-A	107	293,04	397,60	0,74	28
CC1 -B	107	296,03	401,25	0,74	27
CC1-C	108	295,79	401,32	0,74	28
CC1-D	106	292,43	397,50	0,74	30
CC2-A	130	308,00	414,06	0,74	25
CC2-B	134	312,26	419,18	0,74	28
CC2-C	134	313,93	422,32	0,74	26
CC2-D	133	309,46	421,80	0,73	30
CC3-A	125	316,49	414,69	0,76	28
CC3-B	123	316,13	410,00	0,77	26
CC3-C	126	319,67	416,18	0,77	29

Na tabela (III.6),  $P_{rup}$  corresponde a carga máxima de tração e  $\epsilon_r$  é a deformação residual após a ruptura.

Tabela III .7 Valores médios das propriedades mecânicas do aço

Corpo de Prova	$f_y$	$f_u$	$f_y/f_u$	$\epsilon_r$ %
CC1	294,32	399,42	0,74	28,3
CC2	310,91	403,53	0,77	27,4
CC3	317,43	408,01	0,78	27,5

A partir do tratamento dos dados experimentais, obtiveram-se os gráficos Tensão x Deformação. Nas figuras (III.7, III.8 e III.9) estão apresentados os gráficos tensão-deformação resultantes dos ensaios dos três corpos de prova das colunas, podendo-se observar o patamar de escoamento do aço.

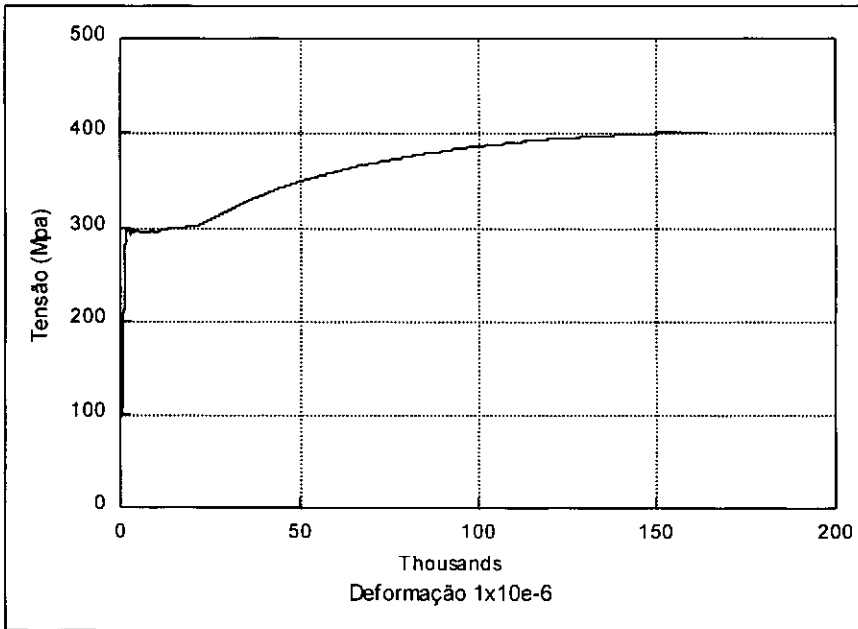


Figura III.7 – Resultado do ensaio de tração do corpo de prova (CC1-C).

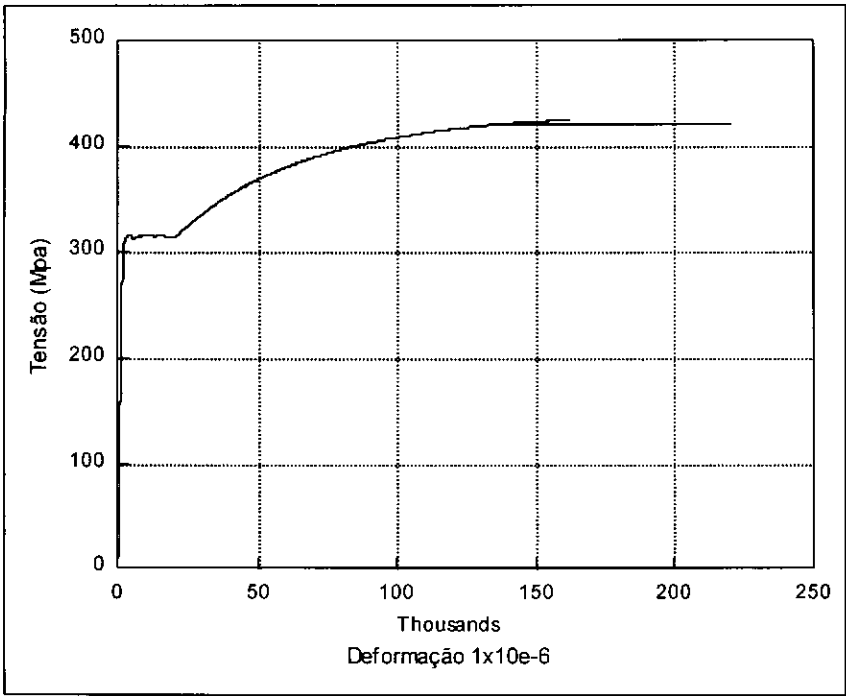


Figura III.8 – Resultados do ensaio de tração do corpo de prova (CC2-C).

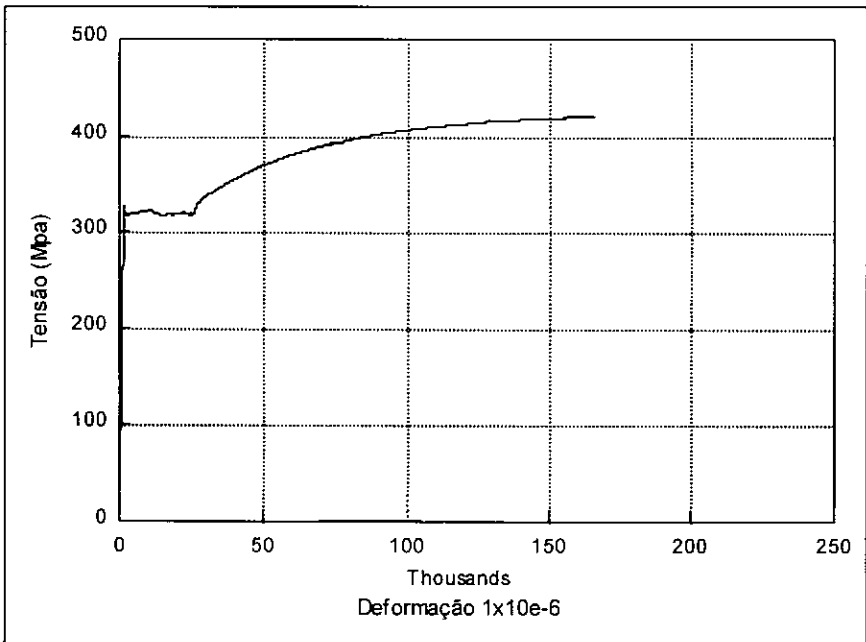


Figura III.9 – Resultados do ensaio de tração do corpo de prova (CC3-C).

### III.5 – PREPARAÇÃO E INSTRUMENTAÇÃO DOS CORPOS DE PROVA

O programa experimental tem como objetivo realizar ensaios de compressão centrada para as seções em estudo. Este programa foi realizado em duas etapas distintas, como citado anteriormente.

A figura (III.10) representa um esquema da montagem dos ensaios, bem como os equipamentos utilizados. Observa-se que a centragem do perfil sobre a prensa é feita com o auxílio de um papel milimetrado, contendo o esboço da seção transversal e o centro de gravidade. O corpo de prova foi apoiado sobre uma rótula esférica formada por uma calota esférica de aço inox polido. Esta rótula foi a modelo GX 50 F, fornecida por representante da SKF. O desenho esquemático da rótula é apresentado na figura (III.11). A tabela (III.8) contém as dimensões e características desta rótula. A rótula foi adaptada sobre uma chapa de aço usinada com espessura igual a  $s$ , para que assim, o centro de rotação da extremidade do corpo de prova coincida com o centro de rotação da rótula. No presente caso, é necessário que a chapa tenha a espessura de 30 mm, de acordo com a tabela (III.8).

papel milimetrado com a seção transversal e a posição dos eixos principais

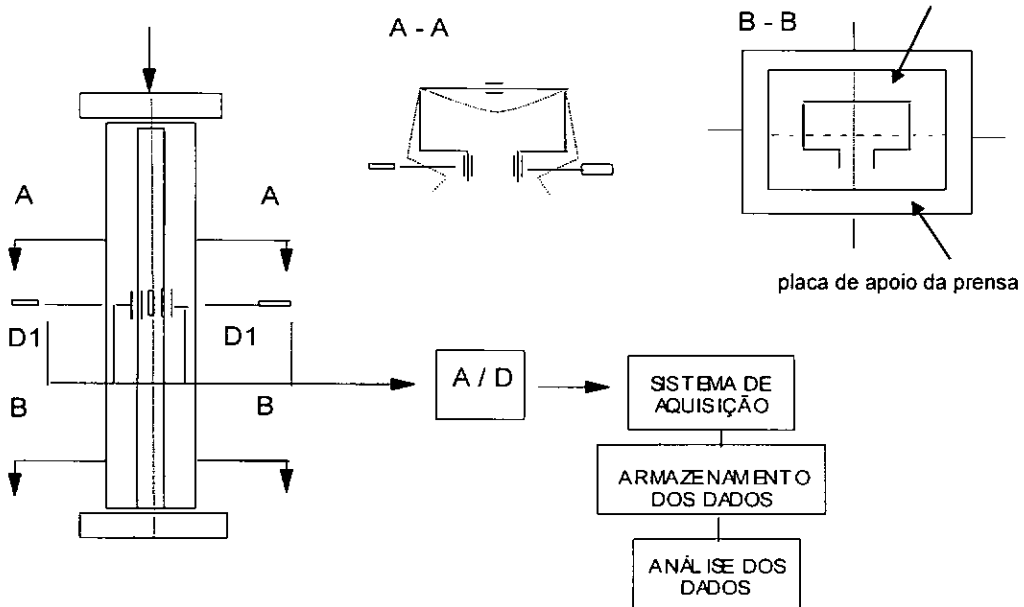


Figura III.10 – Desenho da montagem do programa experimental

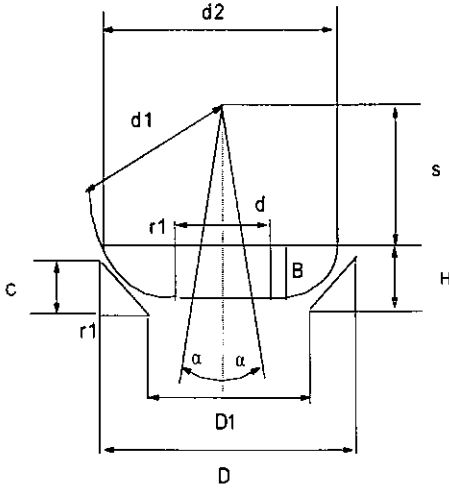


Figura III.11 – Desenho esquemático da rótula esférica

Tabela III.8 – Especificações da rótula esférica

Tipo	d (mm)	D (mm)	H (mm)	$\alpha$ (graus)
GX 50 F	50	130	42,5	7
C (N)	$C_o$ (N)	Massa (kg)	$d_1$ (mm)	$d_2$ (mm)
290000	465000	3,15	139	120
D1 (mm)	B (mm)	C (mm)	s (mm)	$r_1$ (min)
70	33	30,5	30	1

A seguir podemos melhor observar o esquema da montagem experimental através da foto (III.1).



Foto III.1 – Esquema da montagem do programa experimental

### III.5.1 ENSAIO DAS COLUNAS CURTAS

#### III.5.1.1 PREPARAÇÃO DAS COLUNAS CURTAS

Como já foi descrito anteriormente, dos 6 corpos de prova de coluna curta, para cada tipo de seção, 1 corpo de prova de cada seção foi utilizado nos ensaios de tração.

Portanto, restaram 5 corpos de prova de cada seção. Não houve necessidade de preparar as extremidades dos corpos de prova, pois as mesmas já se encontravam em boas condições: planas e ortogonais ao eixo longitudinal dos perfis. Esta condição é muito importante, para não prejudicar o processo de montagem e ensaio de compressão. As seções extremas do perfil precisam se adaptar aos pratos da máquina do ensaio para possibilitar uma distribuição uniforme de carga. Os corpos de prova curtos não foram instrumentados, pois o enfoque da pesquisa nesse caso era apenas obter a carga última e o respectivo modo de flambagem.

Os corpos de prova foram executados com comprimento igual a  $3s$ , sendo  $s$  o comprimento da meia-onda senoidal, calculado de acordo com o item (II.3).

### III.5.1.2 METODOLOGIA DE ENSAIO DAS COLUNAS CURTAS

Os ensaios foram realizados em uma prensa hidráulica AMSLER, com uma escala de carga igual a 100 tf (982 kN). A divisão mínima no dinamômetro da prensa foi de 50 tf (491 kN), admitindo-se portanto uma sensibilidade de leitura de 50 kgf (491 N).

Os ensaios foram feitos com controle de carga, com uma velocidade de carregamento de aproximadamente 0,8 MPa/seg, o que não acarretou dificuldades no acompanhamento dos ensaios na vizinhança da carga última, devido ao fenômeno de formação de rótula plástica induzir a uma perda progressiva de rigidez. Após a passagem da carga máxima há uma redução não muito brusca do carregamento nas colunas.

O corpo de prova deve ser posicionado entre os dois pratos da máquina, sendo que o prato inferior é fixo e o superior é rotulado a fim de melhor acomodar as extremidades do corpo de prova. A centragem do perfil foi uma etapa importante e deve ser feita cuidadosamente. O processo de centragem adotado foi o geométrico,

onde o ajuste do perfil foi feito através de um esquema gráfico. Este esquema consiste em se desenhar através de decalcagem, em papel milimetrado, a seção transversal do perfil, tanto superior como inferior. Posteriormente, através da geometria real desenhada da seção transversal, fez-se os cálculos das características geométricas, inclusive a posição do centro de gravidade. Finalmente, marcou-se o centro de gravidade de cada seção, traçando-se os eixos principais de inércia. Este desenho foi posicionado coincidindo com a marcação do centro de gravidade dos pratos superior e inferior da prensa .

A carga axial foi aplicada a baixa velocidade e as leituras foram feitas diretamente no dinamômetro da prensa. A partir destas leituras procedeu-se o tratamento dos dados que serão descritos no capítulo IV.

### III.5.2 ENSAIO DAS COLUNAS COM COMPRIMENTO INTERMEDIÁRIO

#### III.5.2.1 PREPARAÇÃO E INSTRUMENTAÇÃO DAS COLUNAS COM COMPRIMENTO INTERMEDIÁRIO

A segunda parte do programa experimental tratou de colunas com comprimento intermediário. Foram encomendados 6 corpos de prova de cada seção. Verificou-se a ortogonalidade das seções extremas dos perfis, visando à adaptação aos pratos da máquina. Para a medição das deformações específicas utilizou-se extensômetros elétricos de resistência . Os extensômetros ("strain gages") utilizados foram do tipo FCK 5 - 11, fabricados pela Kyowa. Já para medir os deslocamentos foram utilizados defletômetros resistivos da marca Kyowa, com deslocamento máximo de 50 mm e sensibilidade a leitura de  $0,0153$  a  $0,0159$  mm/ $10^{-6}$  . Conforme apresentado na figura (III.12), foram utilizados 6 extensômetros em cada perfil, colocados dois a dois (interna e externamente) sempre a meia altura do corpo de

prova, visando diminuir os efeitos de extremidade que poderiam afetar os resultados das leituras. Na alma, foram colocados no centro da placa, pois prevê-se que este ponto seja de amplitude máxima de deslocamentos e deformações devido à flambagem local. Os quatro restantes foram colocados aos pares, nas extremidades de cada um dos bordos livres da seção transversal, também a meia altura do corpo de prova. Utilizaram-se 2 defletômetros que foram posicionados a meia altura dos corpos de prova, na extremidade dos bordos livres da seção.

Foram instrumentados um corpo de prova para cada seção em análise, nos demais corpos de prova foram feitos ensaios a compressão porém sem instrumentação através de extensômetros e defletômetros. Os corpos de prova têm comprimento igual ao comprimento teórico da meia-onda senoidal, associada ao modo de flambagem distorcional, calculado de acordo com o item (II.3).

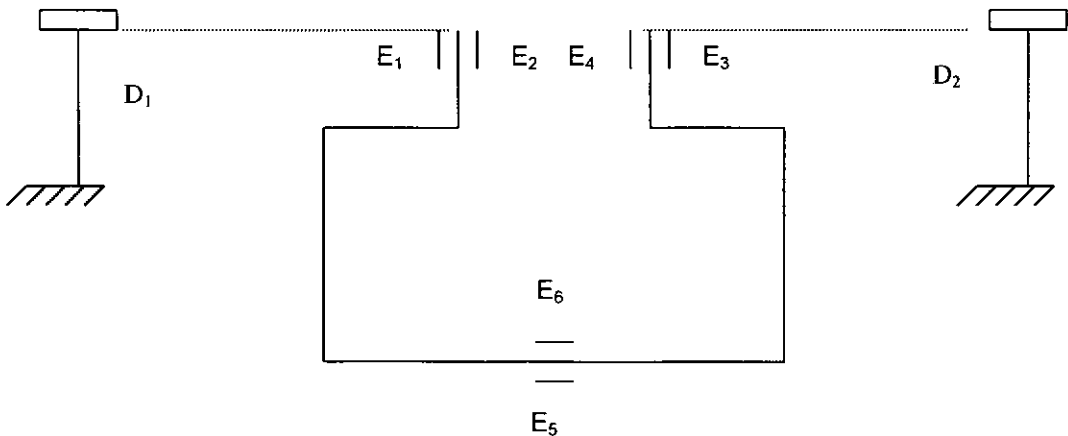


Figura III.12 – Instrumentação das seções transversais dos corpos de prova das colunas com comprimento intermediário.

### III.5.2.2 METODOLOGIA DE ENSAIO DAS COLUNAS COM COMPRIMENTO INTERMEDIÁRIO

Os ensaios também foram realizados em uma prensa hidráulica AMSLER, com uma escala de carga de 100 tf (982 kN). A divisão no dinamômetro da prensa foi de 50 kgf (491 N), admitindo-se portanto uma sensibilidade de leitura de 50 kgf (491 N).

Os ensaios foram feitos com controle de carga, com uma velocidade de carregamento de aproximadamente 0,8 MPa/seg, o que não acarretou dificuldades em acompanhá-los na vizinhança da carga última, devido ao fenômeno de formação progressiva de rótula plástica induzir a uma perda progressiva de rigidez.

O corpo de prova foi posicionado entre os dois pratos da prensa, sendo que o prato inferior foi substituído por uma rótula esférica de aço inox polido e teflon, marca SKF (já especificada no item III.5), tornando-se rotulado. O prato superior da prensa é rotulado. A introdução desta rótula visou melhorar a acomodação das extremidades do corpo de prova e garantiu condições de extremidade com rotações de flexão livre. A centragem do perfil foi feita da mesma forma que para as colunas curtas, conforme descrito no item (III.5.1.2). A aquisição de dados nesta etapa da fase experimental se deu com o auxílio de um sistema computacional (já especificado anteriormente), através de um sistema de digitalização de sinais. Este sistema foi controlado por um microcomputador, através do software AQDados da Lynx, permitindo o monitoramento e acompanhamento do ensaio em várias etapas, com o auxílio de tela gráfica. Os dados que foram arquivados no microcomputador para posterior tratamento, correspondem aos 6 extensômetros elétricos, 2 defletômetros e a carga de compressão aplicada pela prensa. Nesse último caso, o sinal foi gerado a partir de um transdutor de pressão instalado na linha de alimentação hidráulica do pistão da prensa. A carga axial foi aplicada a baixa velocidade e as leituras foram igualmente

acompanhadas diretamente no dinamômetro da prensa. A partir destas leituras, procedeu-se o tratamento dos dados que também serão descritos no capítulo IV.

A seguir podemos observar na foto III.2, as colunas com comprimento intermediário instrumentadas durante a preparação dos ensaios.

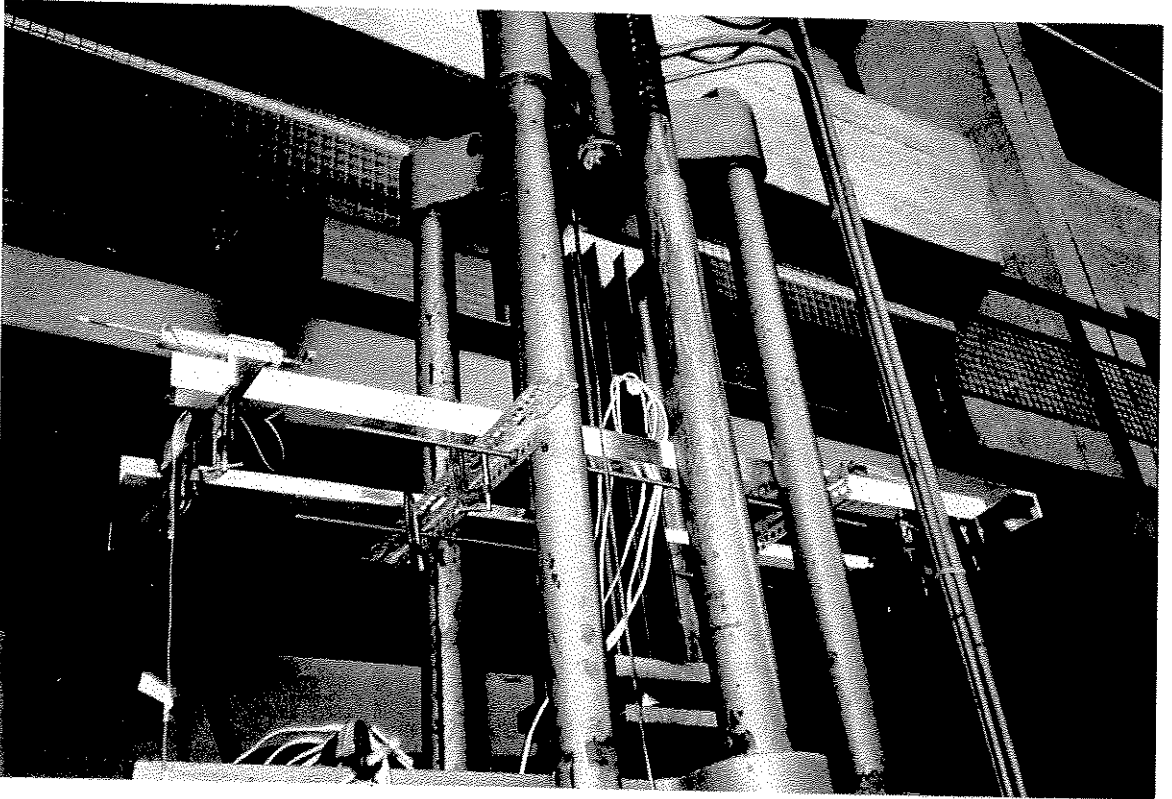


Foto III.2 – Preparação do ensaio das colunas com comprimento intermediário

## CAPÍTULO IV

### APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

#### IV.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada uma avaliação do nível de imperfeição das seções reais. Também são apresentados os resultados experimentais dos ensaios realizados. Os resultados para as colunas curtas visam identificar o modo local de placa e os resultados das colunas com comprimento intermediário visam identificar o modo de flambagem distorcional. A partir do tratamento dos dados computacionais são feitos gráficos com as respostas dos defletômetros e extensômetros, para perfis com comprimento intermediário. A carga crítica das colunas é estimada a partir dos gráficos e comparada com a carga crítica teórica, obtida através dos gráficos fornecidos pelo IST de Lisboa (Anexo A).

#### IV.2 - IMPERFEIÇÕES

Como descrito no item III.2, as imperfeições influenciam no fenômeno de instabilidade, ocasionando comportamento estrutural distinto dos resultados teóricos para peças perfeitas. Foi necessário atentar para este problema, visto que, as imperfeições podem influenciar nos resultados experimentais. Tanto para as colunas curtas como para as colunas com comprimento intermediário, concluiu-se que as diferenças nas medidas não são de caráter relevante. A avaliação foi feita comparando-se a seção transversal do corpo de prova a ser ensaiado, desenhada sobre papel milimetrado, com a seção transversal nominal. Além das diferenças encontradas nas medidas das larguras das paredes e das espessuras, verificou-se

igualmente diferenças angulares entre as paredes dobradas, em relação aos ângulos previstos de  $90^\circ$ , também de caráter irrelevante. Portanto, a partir desta análise, verificou-se que os perfis utilizados tinham suas seções transversais de acordo com as seções transversais nominais.

Abaixo encontram-se as tabelas (IV.1 e IV.2), comparando os valores nominais com os valores medidos das seções transversais das colunas curtas e com comprimento intermediário.

No Anexo A (item A.4) encontram-se todas as medidas das seções transversais dos corpos de prova obtidas através de medições com paquímetro e micrômetro.

Tabela IV.1 - Comparação entre valores médios medidos e nominais das seções transversais das colunas curtas.

Corpos de prova de colunas curtas	CC1	CC2	CC3
Seções nominais	130 x 78 x 26x 45 t = 2,25	130 x 78 x 26 x 45 t = 2,65	150 x 90 x 30x 52 t = 2,65
Seções medidas	137 x 78x 26 x 45 t = 2,44	131 x 78 x 28 x 45 t = 2,70	149 x 91x 32 x 53 t=2,70

Tabela IV.2 - Comparação entre valores médios medidos e nominais das seções transversais das colunas com comprimento intermediário .

Corpos de prova de colunas com comprimento intermediário	CL1	CL2	CL3
Seções nominais	130 x 78 x 26 x 45 t = 2,25	130 x 78 x 26 x 45 t = 2,65	150 x 90 x 30 x 52 t = 2,65
Seções medidas	134 x 78 x 28 x 45 t = 2,42	129 x 78 x 29 x 45 t = 2,81	150 x 90 x 34 x 52 t=2,76

### IV.3 - RESULTADOS EXPERIMENTAIS DOS ENSAIOS DE COMPRESSÃO

#### IV.3.1 - CORPOS DE PROVA DE COLUNAS CURTAS

Seguindo o procedimento descrito no item III.5.1, obtivemos os resultados apresentados a seguir nas tabelas (IV.3, IV.4 e IV.5) para os ensaios de compressão das colunas curtas.

Tabela IV.3- Resultados do ensaio dos corpos de prova de colunas curtas (seção1).

CORPO DE PROVA	Carga última $P_{uexp}$ (kN)	mecanismo de colapso
CC1-2	304	extremidade superior
CC1-3	273	extremidade inferior
CC1-4	322	extremidade superior
CC1-5	295	extremidade superior
CC1-6	329	meia altura

Tabela IV.4 - Resultados do ensaio dos corpos de prova de colunas curtas (seção 2 ).

CORPO DE PROVA	Carga última $P_{uexp}$ (kN)	mecanismo de colapso
CC2-1	322	extremidade superior
CC2-2	325	extremidade superior
CC2-4	354	extremidade superior
CC2-5	322	extremidade superior
CC2-6	310	extremidade superior

Tabela IV.5- Resultados do ensaio dos corpos de prova de colunas curtas (seção 3).

CORPO DE PROVA	Carga última $P_{uexp}$ (kN)	mecanismo de colapso
CC3-1	384	extremidade superior
CC3-3	388	extremidade inferior
CC3-4	375	extremidade superior
CC3-5	387	extremidade superior
CC3-6	368	extremidade superior

#### IV.3.2 - CORPOS DE PROVA COM COMPRIMENTO INTERMEDIÁRIO

Seguindo o procedimento descrito no item III.5.2, para a execução dos ensaios das peças com comprimento intermediário na prensa hidráulica, obtivemos os resultados apresentados a seguir nas tabelas (IV.6 e IV.7).

Podemos dividir os ensaios das colunas com comprimento intermediário em duas etapas distintas. A primeira etapa consistiu em ensaiar as colunas instrumentadas e a segunda etapa consistiu em ensaiar as colunas restantes, sem instrumentação, visando apenas obter a carga última experimental.

Os resultados da carga última experimental para os corpos de prova instrumentados são apresentados a seguir na tabela (IV.6).

Tabela IV.6 Resultados de carga última dos ensaios das colunas com comprimento intermediário. Corpos de prova com instrumentação.

CORPOS DE PROVA	Carga última $P_{uexp}$ (kN)	MECANISMO DE COLAPSO
CL1 – 1	315	EXTREMIDADE INFERIOR, C/ DISTORÇÃO.
CL1 – 3	284	DISTORCIONAL
CL2 – 6	322	DISTORCIONAL
CL3 – 6	367	DISTORCIONAL

Foi necessário ensaiar dois corpos de prova instrumentados da seção 1, visto que o primeiro ensaio foi prejudicado por imperfeições e/ou por efeitos de extremidade.

No Anexo C encontram-se tabelas contendo os resultados da aquisição de dados, feita pelo microcomputador para cada seção instrumentada ensaiada.

A segunda etapa desta parte da pesquisa também foi realizada na prensa hidráulica sob compressão centrada, de acordo com a metodologia apresentada no capítulo III. Os resultados das cargas últimas experimentais estão listados na tabela (IV.7) a seguir.

Tabela IV.7- Resultados de carga última dos ensaios das colunas com comprimento intermediário. Corpos de prova sem instrumentação.

Corpo de prova	CARGA (kN) $P_{uexp}$	Mecanismo de colapso
CL1-4	267	DISTORCIONAL
CL1-5	267	DISTORCIONAL
CL1-6	286	DISTORCIONAL
CL2-2	350	DISTORCIONAL
CL2-3	293	EXTREMIDADE INFERIOR
CL2-4	347	DISTORCIONAL
CL2-5	340	DISTORCIONAL
CL3-2	383	DISTORCIONAL
CL3-3	377	EXTREMIDADE SUPERIOR
CL3-4	347	EXTREMIDADE INFERIOR COM DISTORCIONAL
CL3-5	355	EXTREMIDADE INFERIOR COM DISTORCIONAL

Podemos observar claramente o modo de flambagem distorcional. Como já foi dito anteriormente estes perfis "rack" possuem bordas adicionais que chamamos de flange de ligação. Na figura (IV.1) e nas foto (IV.1), podemos observar deslocamentos laterais das arestas vizinhas a estes bordos o que mostra o modo de flambagem observado durante a execução dos ensaios. Na foto (IV.2) podemos observar o mecanismo de colapso dos três tipos de colunas com comprimento intermediário. Alguns ensaios foram prejudicados ou por imperfeições ou por efeitos de extremidade, como já havia acontecido com os perfis instrumentados.

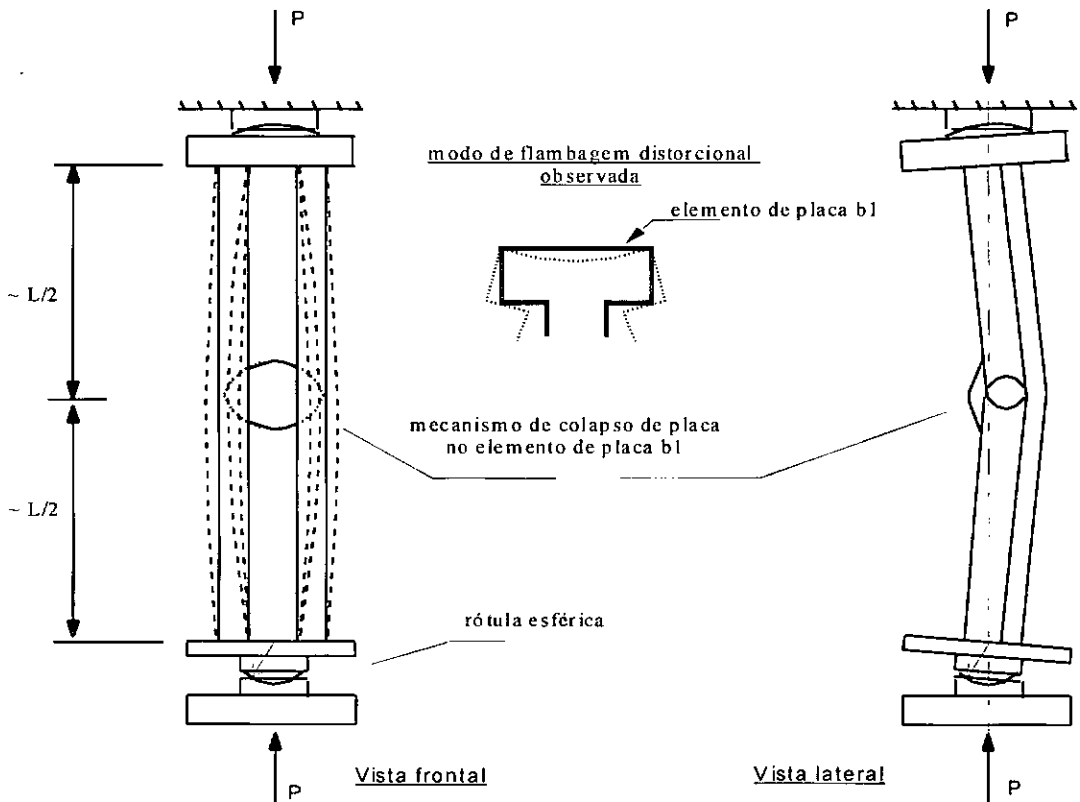


Figura IV.1 Representação esquemática do modo de flambagem distorcional e do mecanismo de colapso.



Foto IV.1 – Modo de flambagem das colunas com comprimento intermediário.

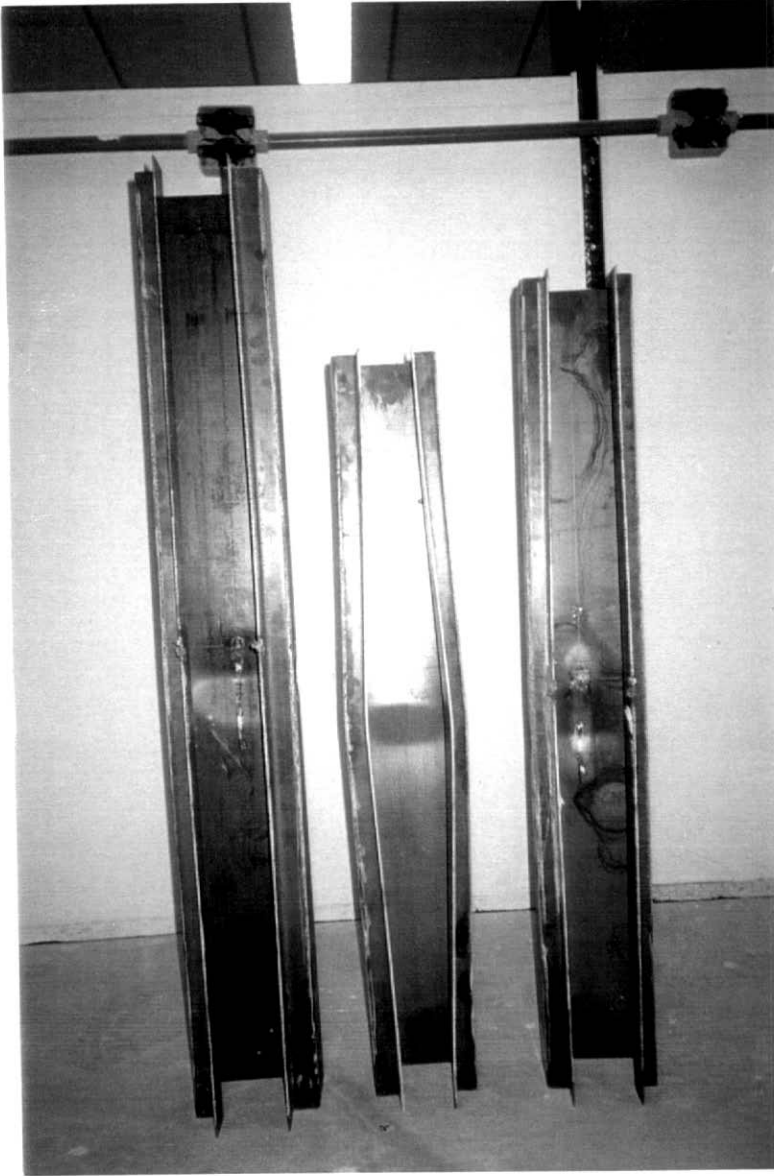


Foto IV.2 – Mecanismo de colapso das três colunas com comprimento intermediário.

Podemos obter o valor teórico da carga crítica distorcional ( $P_{crdist}$ ) para cada seção, a partir do valor da tensão crítica distorcional fornecida pelo Instituto Técnico de Lisboa, conforme citado anteriormente, e do valor da área das seções transversais fornecidas pelo programa Progeo. Portanto, temos a tabela (IV.8) com estes valores.

Tabela IV.8 – Valores teóricos da carga crítica distorcional.

Seção	$k_{cr}$	$\sigma_{cr}$ (MPa)	Área (mm <sup>2</sup> )	$P_{crdist}$ (kN)
S1 t = 2,25 130 x 78 x 26 X 45	4,0	227	933	212
S2 t = 2,65 130 x 78 x 26 x 45	3,47	275	1092	300
S3 t = 2,65 150 x 90 x 30 x 52	3,92	232	1267	294

Deve ser considerado ainda, na análise dos resultados, o valor da carga plástica  $P_y = A_g f_y$ ; onde  $A_g$  é a área da seção transversal já apresentada anteriormente e  $f_y$  é a média dos valores obtidos nos ensaios de tração para cada seção. Estes valores estão apresentados na tabela (IV.9) a seguir.

Tabela IV.9 – Valores teóricos da carga plástica.

Seção	$f_y$ (MPa)	Área (mm <sup>2</sup> )	$P_y$ (kN)
S1 t = 2,25 130 x 78 x 26 X 45	294	933	274
S2 t = 2,65 130 x 78 x 26 x 45	311	1092	339
S3 t = 2,65 150 x 90 x 30 x 52	317	1267	402

Por fim, podemos analisar as relações entre a carga última experimental e a carga crítica distorcional teórica, e a relação entre a carga última experimental e a carga plástica. Estes resultados são apresentados na tabela (IV.10) a seguir. A relação entre a carga última experimental e a carga crítica distorcional teórica nos fornece uma estimativa da reserva pós-crítica destas colunas com comprimento intermediário.

Tabela IV.10 – Comparação dos resultados entre a média da carga última experimental e a carga crítica distorcional teórica, e a carga última experimental e a carga plástica.

Seção	$P_{uexp} / P_{crdist}$	$P_{uexp} / P_y$
S1 t = 2,25 130 x 78 x 26 X 45	1,31	1,01
S2 t = 2,65 130 x 78 x 26 x 45	1,15	1,01
S3 t = 2,65 150 x 90 x 30 x 52	1,29	0,94

#### IV.4 – RESULTADOS DO COMPORTAMENTO DOS CORPOS DE PROVA COM COMPRIMENTO INTERMEDIÁRIO INSTRUMENTADOS

A partir dos resultados experimentais gravados no microcomputador, os dados dos deslocamentos e deformações foram armazenados em planilhas. Com o tratamento dos dados, foram feitos gráficos para analisar os resultados

experimentais. Primeiramente, serão apresentados os gráficos dos deslocamentos obtidos através dos defletômetros. Posteriormente, serão apresentados os gráficos das deformações obtidos através dos resultados fornecidos pelos extensômetros elétricos. A partir dos resultados gráficos é possível fazer uma estimativa da carga crítica das seções ensaiadas. Estes dados serão comparados com as cargas críticas teóricas, já apresentadas na tabela (IV.8).

#### IV.4.1 – RESULTADOS DOS DEFLETÔMETROS

A seguir são apresentados os gráficos (IV.1, IV.2 e IV.3) com os resultados experimentais dos defletômetros para as três seções ensaiadas respectivamente.

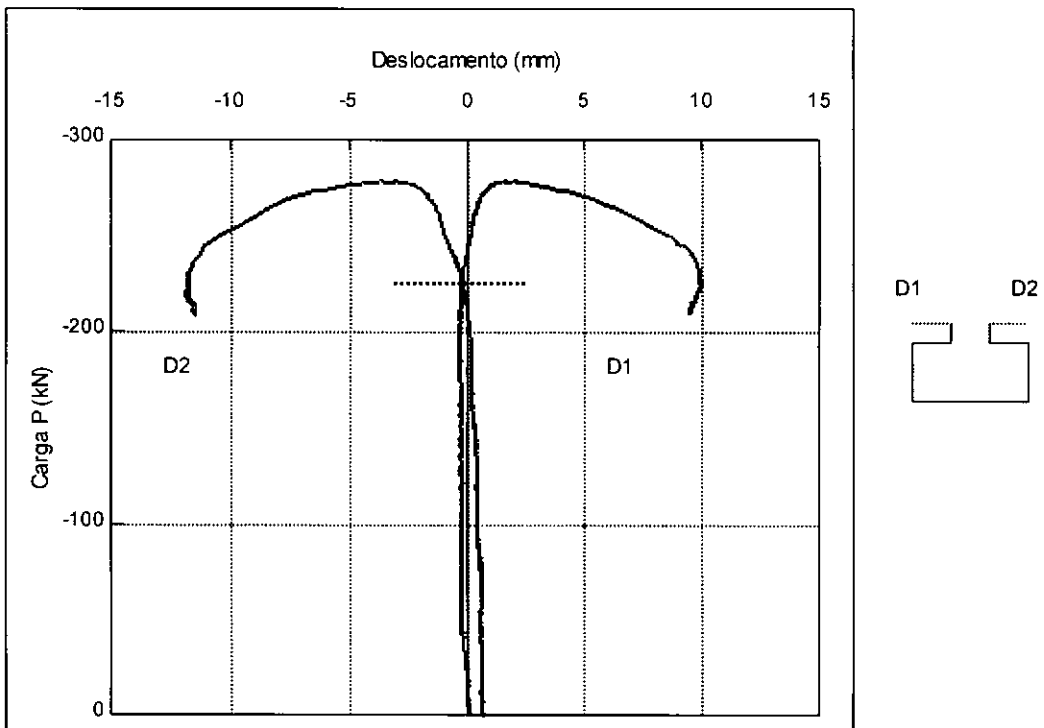


Figura IV.1 – Resultado gráfico dos defletômetros para a seção 1 (130 x 78 x 26 x 45 t = 2,25) – corpo de prova CL1-3.

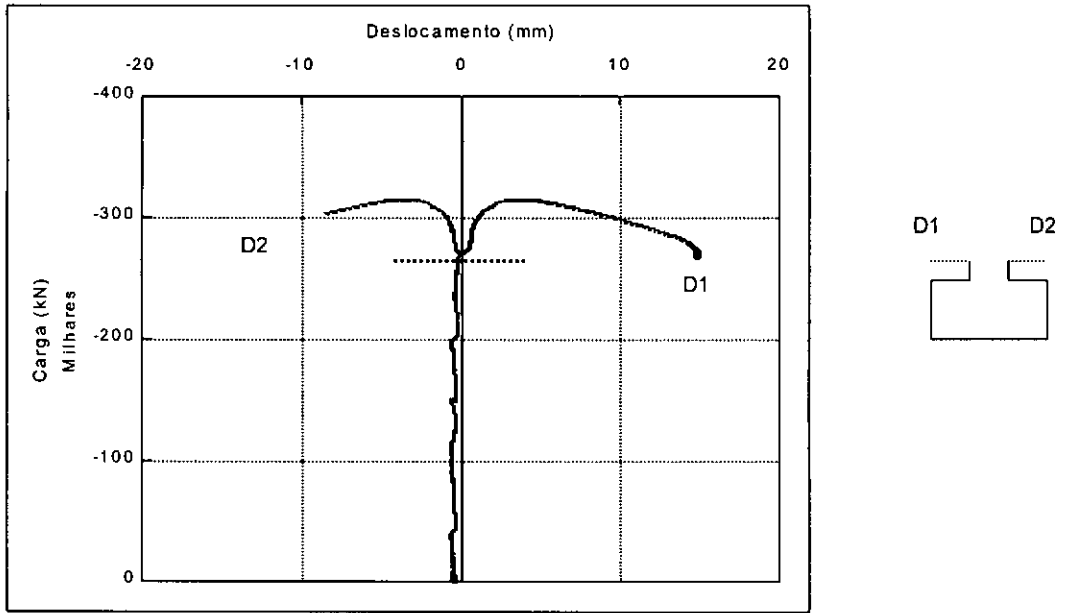


Figura IV.2 - Resultado gráfico dos defletômetros para a seção 2 (130 x 78 x 26 x 45 t = 2,65) - corpo de prova CL2-6.

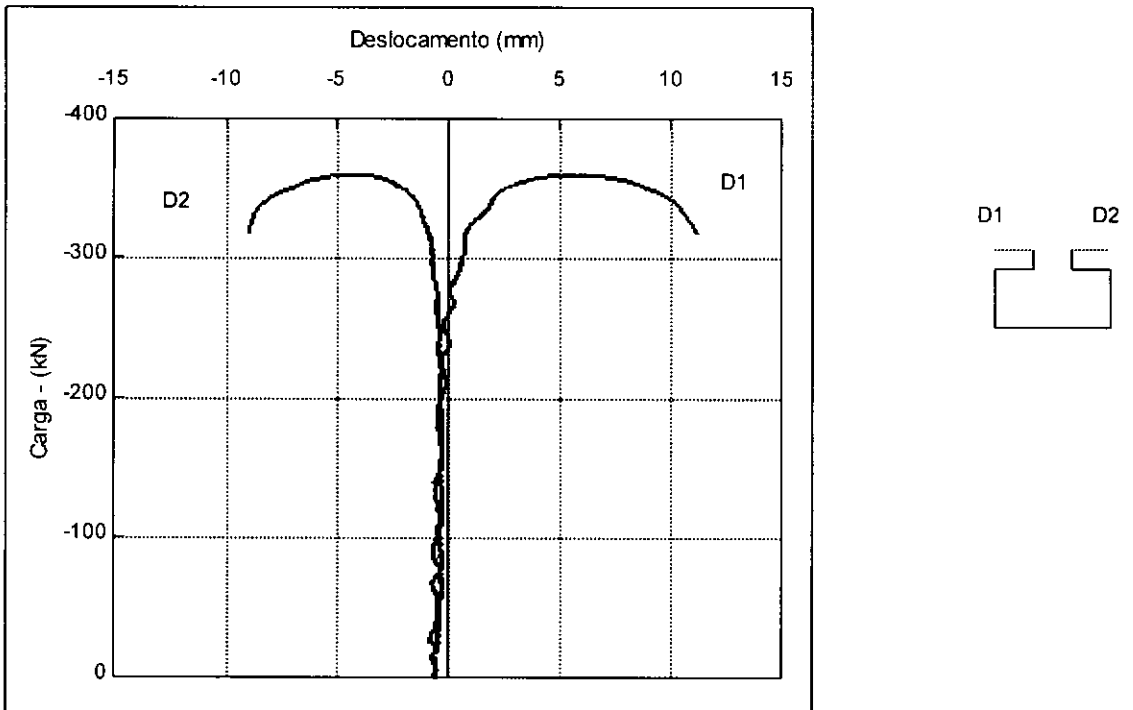


Figura IV.3 – Resultado gráfico dos defletômetros para a seção 3 (150 x 90 x 30 x 52 t = 2,65) – corpo de prova CL3-6.

Pode-se estimar graficamente o valor da carga crítica para cada seção ensaiada. Estes valores encontram-se nas tabela (IV.11) a seguir. No entanto, para o ensaio do corpo de prova CL3-6, os resultados indicados na figura (IV.3) não permitem a definição, com precisão, dos valores da tensão crítica.

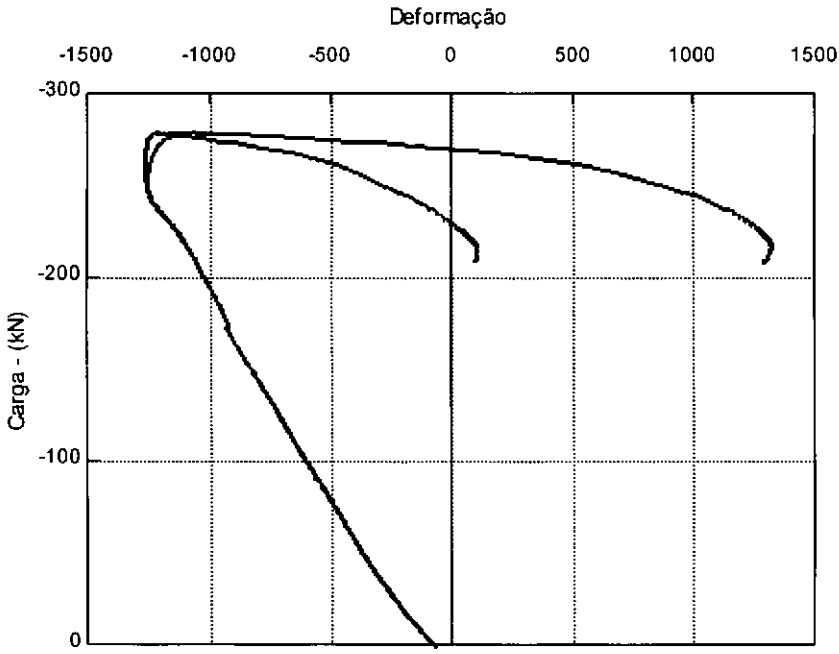
Tabela IV.11 – Valores de carga crítica experimentais para as colunas com comprimento intermediário, estimados a partir dos gráficos dos defletômetros.

corpos de prova	CL1	CL2	CL3
$P_{\text{critdist - exp}} \text{ ( kN )}$	221	275	?

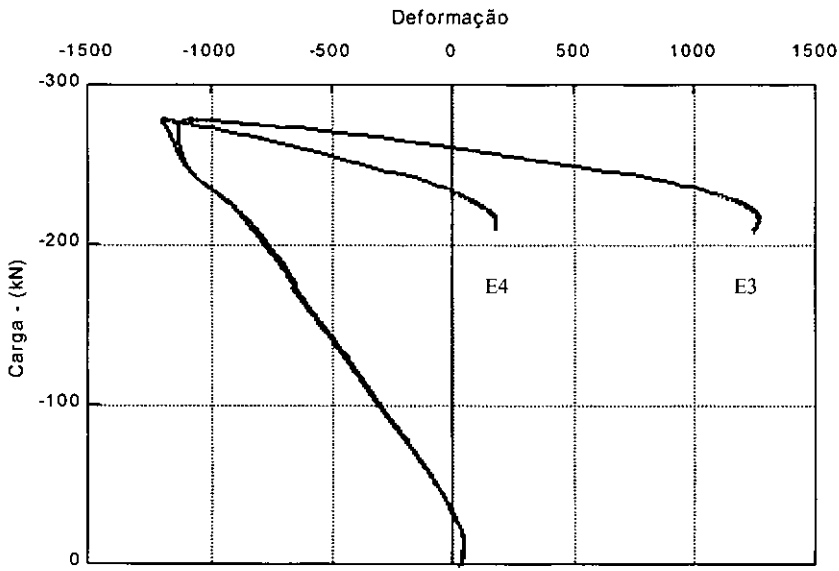
Podemos comparar estes valores com os valores teóricos da carga crítica que foram apresentados anteriormente na tabela (IV.9). para a seção é 1 o valor da carga crítica teórica é igual a 212 kN e o valor experimental é de 221 kN, sendo a diferença destes valores da ordem de 9%. Para a seção 2 temos o valor teórico igual a 300 kN e o valor médio experimental é de 275 kN, sendo a diferença destes valores da ordem de 9%.

#### IV.4.2 – RESULTADOS DOS EXTENSÔMETROS

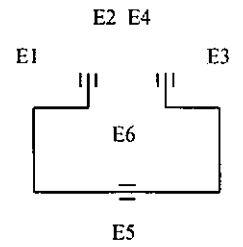
A seguir são apresentados os conjuntos dos gráficos mostrando os resultados dos seis extensômetros para as três seções ensaiadas respectivamente. Os gráficos (IV.4, IV.5 e IV.6), contém as respostas de cada par de extensômetros respectivamente. Sendo o primeiro a resposta de E1 e E2, o segundo a resposta de de E3 e E4 e o terceiro a resposta de E5 e E6. Alguns gráficos apresentam apenas a resposta de um extensômetro, pois o outro teve sua análise danificada.



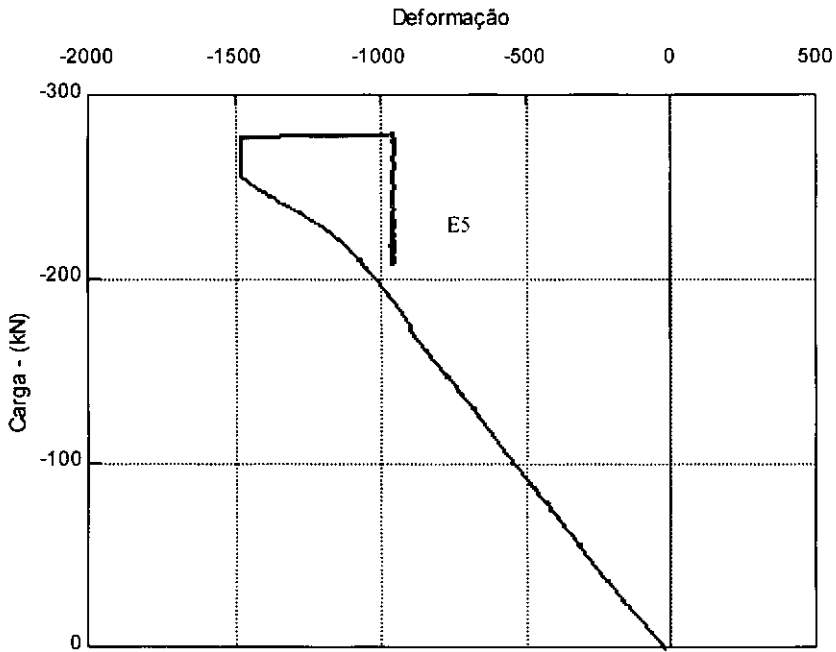
(a)



(b)

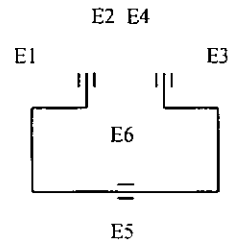
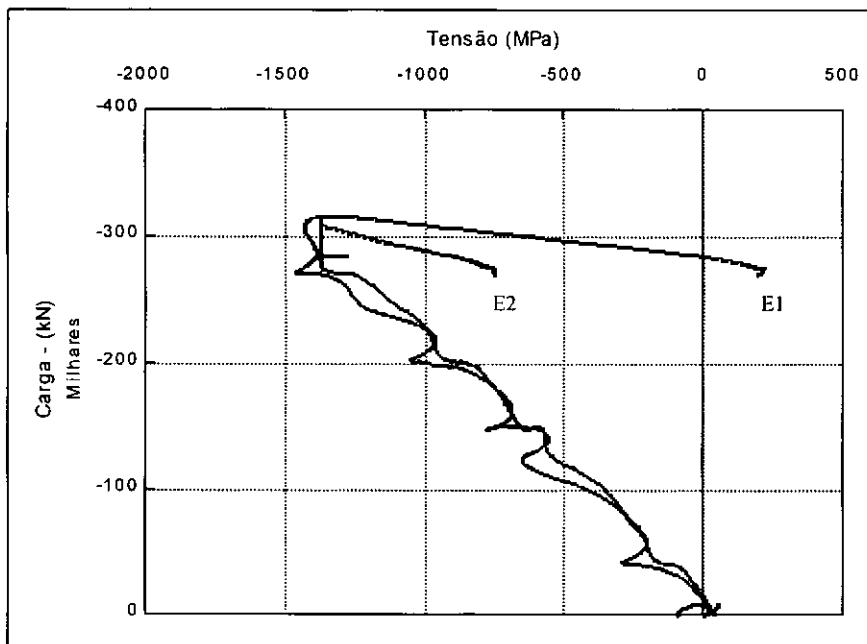


seção I  
 $130 \times 78 \times 26 \times 45$   
 $t=2,25$



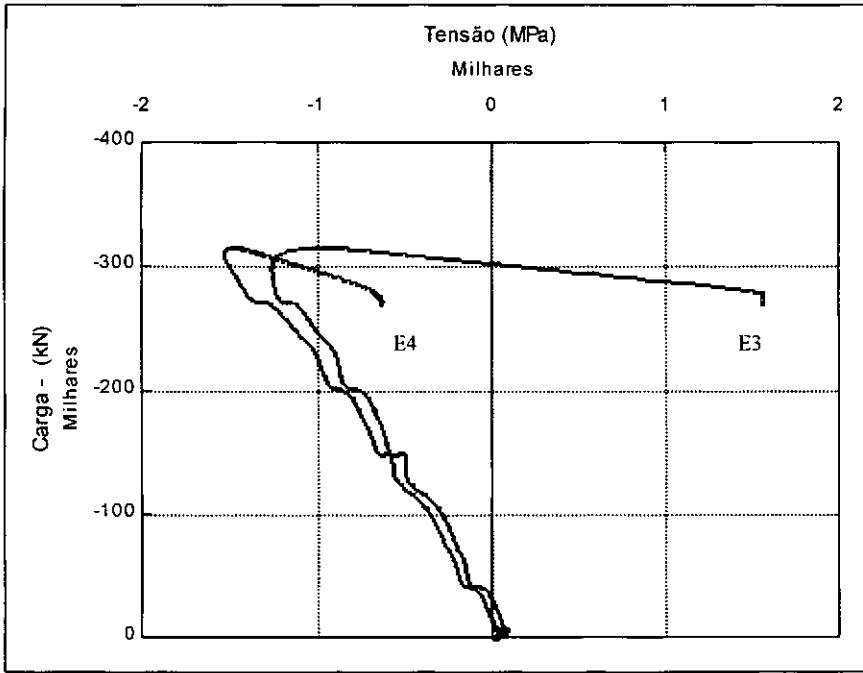
(c)

Figura IV.4 – Resultado gráfico dos extensômetros para a seção 1 – corpo de prova CL1-3 : a) E1 e E2, b) E3 E4, e c) E5.

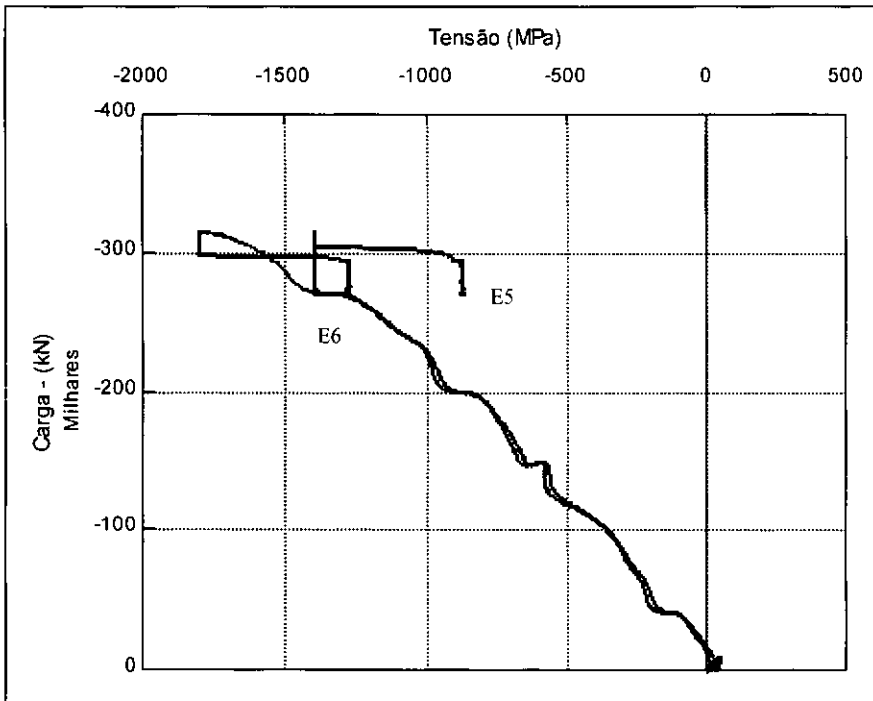


seção 2  
 130 x 78 x 26 x 45  
 t=2,65

(a)

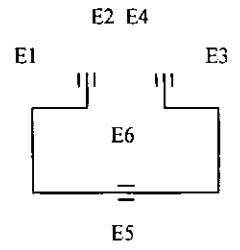
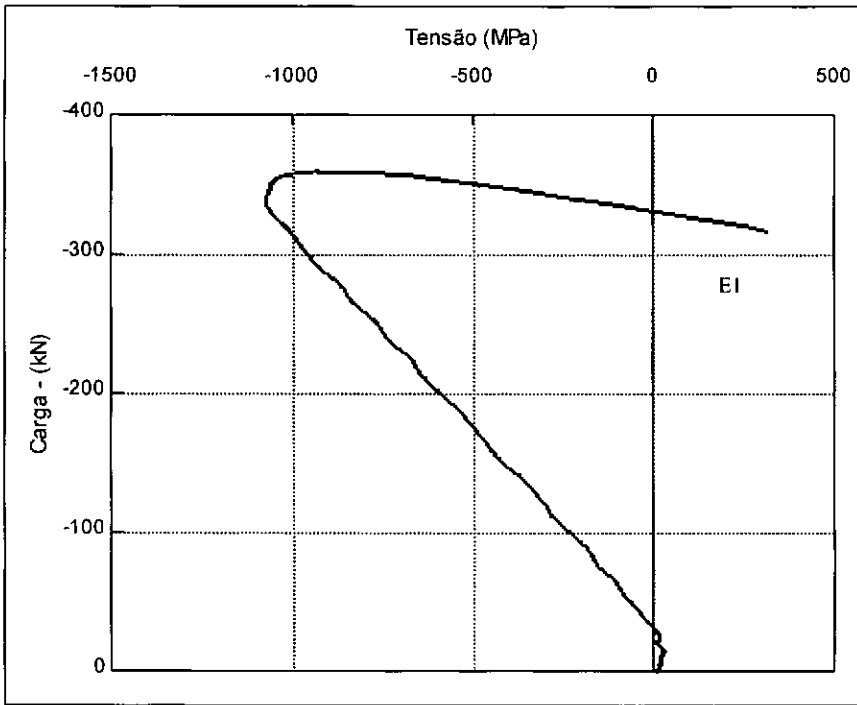


(b)



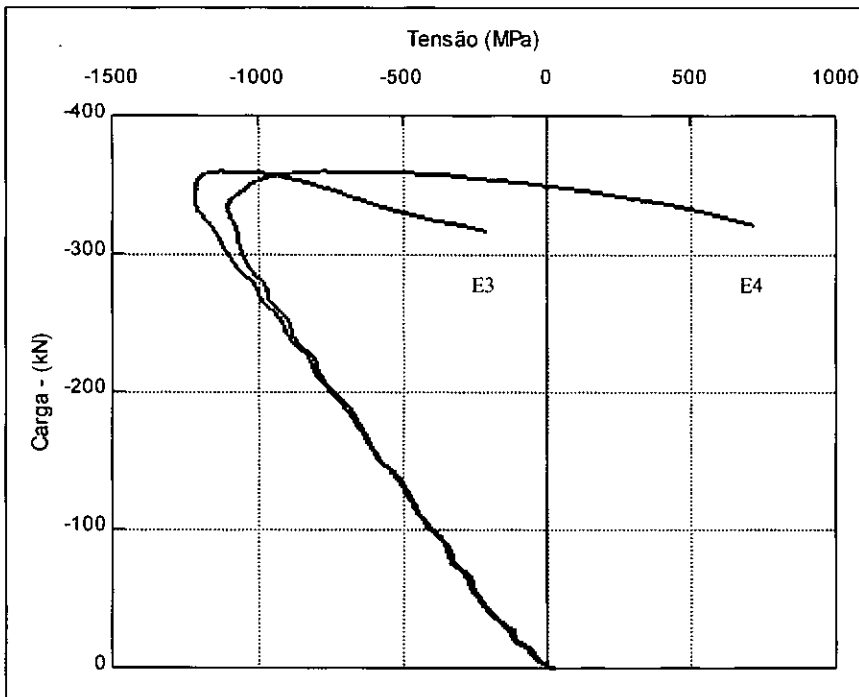
(c)

Figura IV.5 – Resultado gráfico dos extensômetros para a seção 2 – corpo de prova CL2-6: a) E1 e E2, b) E3 E4, e c) E5 e E6.

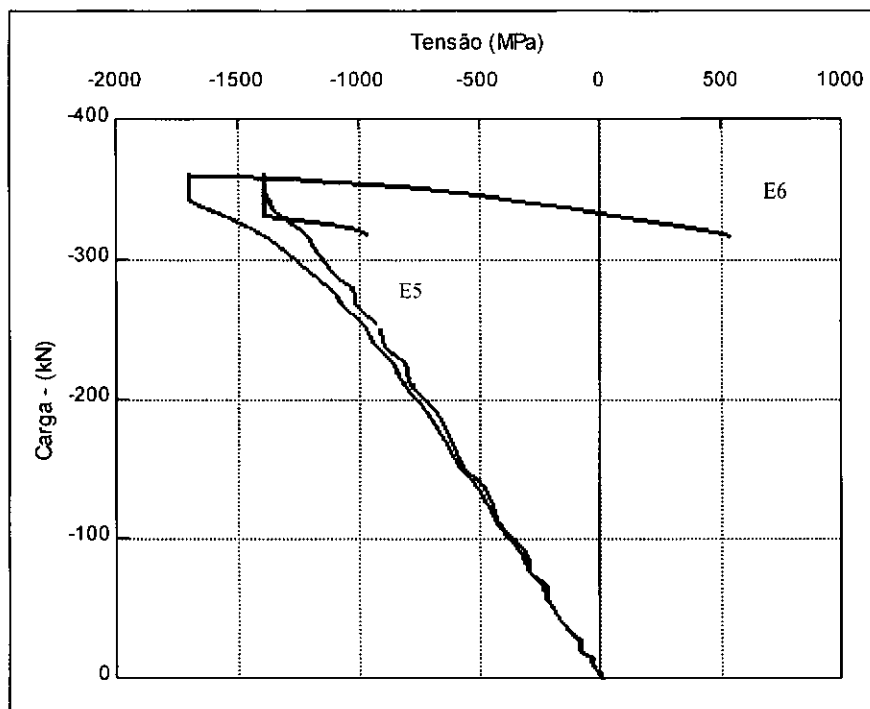


seção 3  
150 x 90 x 30 x 52  
 $t=2,65$

(a)



(b)



(c)

Figura IV.6 – Resultado gráfico dos extensômetros para a seção 3 – corpo de prova CL3-6: a) E1 , b) E3 E4, e c) E5 e E6.

## CAPÍTULO V

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### V.1 - INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados das estimativas de carga última, para as colunas curtas e para as colunas com comprimento intermediário, utilizando distintas metodologias disponíveis. As cargas últimas teóricas devido à flambagem local, são estimadas através da metodologia descrita no capítulo II, utilizando-se os métodos das larguras efetivas, de acordo com as normas do AISI (1986) e o método da área efetiva, BATISTA (1988). Na estimativa da carga última teórica afetada pelo modo distorcional, são utilizados, o método da área efetiva, fórmulas existentes na literatura especializada e em artigos de revistas técnicas. São feitas comparações entre os resultados destas expressões com resultados experimentais obtidos, tanto para as colunas curtas como para as colunas com comprimento intermediário.

#### V.2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

##### V.2.1 - ANÁLISE PÓS – CRÍTICA DA FLAMBAGEM LOCAL

Na análise da flambagem local, podemos utilizar a metodologia descrita no capítulo II. O critério de largura efetiva de uma placa de acordo com as normas da AISI, é dada pela fórmula de Winter (equação II.16). Esta fórmula é comumente utilizada em procedimentos de projetos, para determinar uma estimativa da capacidade da carga última de placas esbeltas, sob compressão uniforme. Na sua forma usual podemos descrevê-la como a equação (V.1):

$$\frac{b_e}{b} = \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \left( 1 - 0,22 \sqrt{\frac{\sigma_{cr}}{f_y}} \right) \quad (V.1)$$

onde  $b_e$  é a largura efetiva da placa de largura  $b$ ,  $\sigma_{cr}$  é a tensão elástica de flambagem local e  $f_y$  é a tensão de escoamento do material.

As equações apresentadas a seguir, representam as recomendações da AISI para a previsão do comportamento até a ruína de colunas curtas formadas por perfis de chapa dobrada, sob compressão uniforme.

Inicialmente definiu-se a largura efetiva ( $b_e$ ) em função da esbeltez ( $\lambda$ ).

$$b_e = b \quad \lambda \leq 0,673 \quad (V.2)$$

$$b_e = \rho b \quad \lambda > 0,673 \quad (V.3)$$

onde

$$\rho = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_p} \right) \quad (V.4)$$

sendo

$$\lambda_p = \frac{1,052}{k^{0,5}} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (V.5)$$

assim a área efetiva ( $A_e$ ) se define como

$$A_e = t \sum_{i=1}^n b_{ei} + A_c \quad (V.6)$$

sendo a carga última expressa como

$$P_u = A_e f_y \quad (V.7)$$

Nas equações acima,  $A_c$  é a área dos cantos dobrados da seção transversal,  $n$  é o número de paredes da seção e  $k$  é o coeficiente de flambagem local da parede da seção transversal, que depende do tipo de condição de bordo de cada parede. Estes

valores teóricos são tabelados, baseados na Teoria de Estabilidade Elástica. Para o presente estudo utilizaremos os seguintes valores:

$$k = 4 \text{ ( parede tipo AA - apoiada e apoiada )}$$

$$k = 0,43 \text{ ( parede tipo AL - apoiada e livre )}$$

Podemos caracterizar uma parede como sendo do tipo AA se ela estiver apoiada dos dois lados e como AL se ela estiver apoiada de um lado e o outro estiver livre, de acordo como mostra a figura (V.1) a seguir:

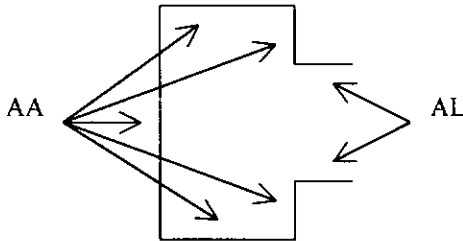


Figura V.1 – Tipo de condição de bordo para cada parede do perfil “rack”.

Ainda na análise da flambagem local, utilizaremos o método da área efetiva (BATISTA, 1988), a fim de determinarmos a capacidade da carga última de placas esbeltas sob compressão uniforme. Na sua forma usual podemos descrevê-lo como:

$$P_u = A_e f_y = Q A_g f_y = Q P_y \quad (V.8)$$

$$P_y = A_g f_y \quad (V.9)$$

$$A_e = Q A_g \quad (V.10)$$

$$Q = \frac{1}{\lambda_p} \left( 1 - \frac{0,22}{\lambda_p} \right) \quad (V.11)$$

$$\lambda_p = \frac{1,052}{k^{0,5}} \frac{b_1}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad (\text{V.12})$$

$f_y$  - média dos valores de tensão de escoamento dos ensaios de tração

$k$  - coeficiente da flambagem local da seção, obtido no gráfico III.2

Comparações entre o Método das Larguras Efetivas (MLE) e o Método da Área Efetiva (MAE) com os resultados experimentais, serão apresentados no item V.3.

A resistência  $P_u$  da coluna formada por perfil de chapa dobrada é dada pelas equações seguintes:

$$P_u = A_e F_n \quad (\text{V.13})$$

$$F_n = f_y \left( 1 - \frac{f_y}{4F_e} \right) \quad F_e > \frac{f_y}{2} \quad (\text{V.14})$$

$$F_n = F_e \quad F_e \leq \frac{f_y}{2} \quad (\text{V.15})$$

onde  $F_n$  é a tensão de resistência à flambagem da coluna,  $F_e$  é a tensão crítica de flambagem elástica da coluna e  $A_e$  é a área efetiva da seção, calculada pelo MLE.

## V.2.2 - ANÁLISE PÓS – CRÍTICA DA FLAMBAGEM DISTORCIONAL

Podemos estimar a carga última distorcional, através da metodologia descrita no item anterior para a flambagem local, utilizando o método da área efetiva (MAE). A tensão elástica devido a flambagem local é substituída pela tensão elástica devido a

flambagem distorcional e o valor do coeficiente de flambagem é obtido pelos gráficos fornecidos pelo IST de Lisboa. Também pode-se obter a carga última distorcional através de metodologias distintas apresentadas em artigos técnicos.

Dentre as metodologias alternativas, podemos citar a proposta de HANCOCK e KWON (1992), os quais sugeriram uma modificação na fórmula de Winter, para permitir a sua utilização no caso do modo de flambagem distorcional para perfis sob compressão uniforme.

$$\frac{A_e}{A} = 1 \quad \lambda \leq 0,561 \quad (\text{V.16})$$

$$\frac{A_e}{A} = \left[ \frac{\sigma_{de}}{f_y} \right]^{0,6} \left[ 1 - 0,25 \left[ \frac{\sigma_{de}}{f_y} \right]^{0,6} \right] \quad \lambda > 0,561 \quad (\text{V.17})$$

onde

$$\lambda = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{de}}} \quad (\text{V.18})$$

Podemos apresentar também outra fórmula semelhante da utilizada por CHAJES et al (1966) para flambagem por flexo-torção, também adotada por LAU e HANCOCK (1988), para determinar a tensão máxima para a flambagem distorcional. A fórmula proposta é baseada na parábola de JOHNSTON (1976) e pode ser dada por:

$$\sigma_{di} = f_y \left( 1 - \frac{f_y}{4\sigma_{de}} \right) \quad \sigma_{de} > \frac{f_y}{2} \quad (\text{V.19})$$

$$\sigma_{di} = \sigma_{de} \quad \sigma_{de} \leq \frac{f_y}{2} \quad (\text{V.20})$$

onde  $\sigma_{di}$  e  $\sigma_{de}$  são as tensões inelástica e elástica distorcional respectivamente.

KWON e HANCOCK (1994) propuseram uma extensão desta fórmula, para seções de paredes esbeltas que possam recair sob o modo de flambagem distorcional, que pode ser dada por:

$$\sigma_{\max} = f_y \left( 1 - \frac{f_y}{4\sigma_{de}} \right) \quad \sigma_{de} > \frac{f_y}{2} \quad (V.21)$$

$$\sigma_{\max} = f_y \left( 0,055 \left[ \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{de}}} - 3,6 \right]^2 + 0,237 \right) \quad \frac{f_y}{13} \leq \sigma_{de} < \frac{f_y}{2} \quad (V.22)$$

Comparações entre os resultados da aplicação destas formulações e os resultados experimentais serão apresentados no item V.3.

### V.3 APRESENTAÇÃO E COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

#### V.3.1 RESULTADOS DA FLAMBAGEM LOCAL

##### V.3.1.1 MÉTODO DAS LARGURAS EFETIVAS (MLE)

A seguir são apresentadas tabelas (V.1, V.2 e V.3) com os resultados da carga última afetada pela flambagem local, utilizando o MLE, para cada seção.

Tabela V.1 – Estimativa da carga última, afetada pela flambagem local, para a seção 1 das colunas curtas, utilizando o MLE ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CC1-2	b <sub>1</sub> 136,48	b <sub>2</sub> 77,70	b <sub>3</sub> 77,45	b <sub>4</sub> 26,15	b <sub>5</sub> 25,85	b <sub>6</sub> 44,85	b <sub>7</sub> 44,75	t 2,41
$\lambda_p$	1,12	0,63	0,63	0,21	0,21	1,12	1,12	
$\rho$	0,72	compacta	compacta	compacta	compacta	0,72	0,72	
b <sub>e</sub>	98,24					32,23	32,21	
A <sub>g</sub>	1009,22							
A <sub>e</sub>	856,44							
P <sub>uth</sub>	252,07							
CC1-3	b <sub>1</sub> 137,50	b <sub>2</sub> 77,30	b <sub>3</sub> 77,55	b <sub>4</sub> 25,30	b <sub>5</sub> 25,90	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 45,10	t 2,39
$\lambda_p$	1,13	0,64	0,64	0,21	0,21	1,13	1,13	
$\rho$	0,71	compacta	compacta	compacta	compacta	0,71	0,71	
b <sub>e</sub>	97,80					32,05	32,07	
A <sub>g</sub>	1002,15							
A <sub>e</sub>	845,18							
P <sub>uth</sub>	248,75							
CC1-4	b <sub>1</sub> 137,63	b <sub>2</sub> 77,70	b <sub>3</sub> 77,75	b <sub>4</sub> 26,45	b <sub>5</sub> 26,35	b <sub>6</sub> 44,50	b <sub>7</sub> 44,50	t 2,41
$\lambda_p$	1,12	0,63	0,64	0,22	0,22	1,11	1,11	
$\rho$	0,72	compacta	compacta	compacta	compacta	0,72	0,72	
b <sub>e</sub>	98,44					32,17	32,17	
A <sub>g</sub>	1013,20							
A <sub>e</sub>	859,32							
P <sub>uth</sub>	252,92							
CC1-5	b <sub>1</sub> 135,90	b <sub>2</sub> 77,50	b <sub>3</sub> 77,20	b <sub>4</sub> 26,45	b <sub>5</sub> 26,15	b <sub>6</sub> 44,80	b <sub>7</sub> 45,18	t 2,46
$\lambda_p$	1,09	0,62	0,62	0,21	0,21	1,09	1,10	
$\rho$	0,73	compacta	compacta	compacta	compacta	0,73	0,73	
b <sub>e</sub>	99,66					32,72	32,79	
A <sub>g</sub>	1029,30							
A <sub>e</sub>	879,97							
P <sub>uth</sub>	258,99							
CC1-6	b <sub>1</sub> 135,75	b <sub>2</sub> 77,48	b <sub>3</sub> 77,55	b <sub>4</sub> 26,25	b <sub>5</sub> 26,60	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 45,10	t 2,45
$\lambda_p$	1,09	0,62	0,62	0,21	0,21	1,10	1,11	
$\rho$	0,73	compacta	compacta	compacta	compacta	0,73	0,72	
b <sub>e</sub>	99,33					32,66	32,68	
A <sub>g</sub>	1026,61							
A <sub>e</sub>	876,70							
P <sub>uth</sub>	258,03							

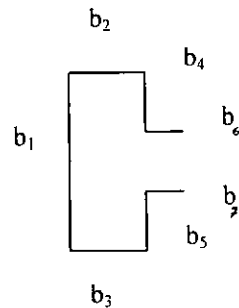


Tabela V.2 – Estimativa da carga última, afetada pela flambagem local, para a seção 2 das colunas curtas, utilizando o MLE ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CC2-1	b <sub>1</sub> 132,88	b <sub>2</sub> 77,25	b <sub>3</sub> 77,13	b <sub>4</sub> 26,05	b <sub>5</sub> 26,18	b <sub>6</sub> 44,85	b <sub>7</sub> 44,80	t 2,71
$\lambda_p$	0,99	0,58	0,58	0,19	0,20	1,02	1,02	
$\rho$	0,78	compacta	compacta	compacta	compacta	0,77	0,77	
b <sub>e</sub>	104,21					34,45	34,44	
A <sub>g</sub>	1118,86							
A <sub>e</sub>	984,92							
P <sub>uth</sub>	306,22							
CC2-2	b <sub>1</sub> 130,90	b <sub>2</sub> 77,70	b <sub>3</sub> 77,83	b <sub>4</sub> 28,65	b <sub>5</sub> 28,60	b <sub>6</sub> 44,88	b <sub>7</sub> 45,18	t 2,72
$\lambda_p$	1,11	0,66	0,66	0,24	0,24	1,16	1,17	
$\rho$	0,72	compacta	compacta	compacta	compacta	0,70	0,70	
b <sub>e</sub>	94,65					31,37	31,42	
A <sub>g</sub>	1135,34							
A <sub>e</sub>	962,59							
P <sub>uth</sub>	299,28							
CC2-4	b <sub>1</sub> 131,40	b <sub>2</sub> 77,45	b <sub>3</sub> 77,45	b <sub>4</sub> 27,95	b <sub>5</sub> 27,35	b <sub>6</sub> 45,05	b <sub>7</sub> 44,95	t 2,77
$\lambda_p$	1,10	0,65	0,65	0,23	0,23	1,15	1,15	
$\rho$	0,73	compacta	compacta	compacta	compacta	0,70	0,70	
b <sub>e</sub>	95,34					31,60	31,58	
A <sub>g</sub>	1149,49							
A <sub>e</sub>	975,30							
P <sub>uth</sub>	303,23							
CC2-5	b <sub>1</sub> 132,13	b <sub>2</sub> 77,35	b <sub>3</sub> 77,05	b <sub>4</sub> 27,25	b <sub>5</sub> 27,50	b <sub>6</sub> 44,80	b <sub>7</sub> 44,80	t 2,69
$\lambda_p$	1,09	0,64	0,63	0,22	0,23	1,12	1,12	
$\rho$	0,73	compacta	compacta	compacta	compacta	0,72	0,72	
b <sub>e</sub>	96,95					32,05	32,05	
A <sub>g</sub>	1115,64							
A <sub>e</sub>	952,43							
P <sub>uth</sub>	296,12							
CC2-6	b <sub>1</sub> 130,35	b <sub>2</sub> 77,98	b <sub>3</sub> 77,90	b <sub>4</sub> 29,10	b <sub>5</sub> 28,80	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 45,00	t 2,66
$\lambda_p$	1,08	0,64	0,64	0,24	0,24	1,13	1,13	
$\rho$	0,74	compacta	compacta	compacta	compacta	0,71	0,71	
b <sub>e</sub>	96,32					31,99	31,99	
A <sub>g</sub>	1112,32							
A <sub>e</sub>	952,58							
P <sub>uth</sub>	296,17							

Tabela V.3 – Estimativa da carga última, afetada pela flambagem local, para a seção 3 das colunas curtas, utilizando o MLE ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CC3-1	b <sub>1</sub> 149,30	b <sub>2</sub> 90,20	b <sub>3</sub> 90,50	b <sub>4</sub> 32,55	b <sub>5</sub> 32,10	b <sub>6</sub> 52,35	b <sub>7</sub> 52,40	t 2,72
$\lambda_p$	1,12	0,68	0,68	0,24	0,24	1,20	1,20	
$\rho$	0,72	1,00	0,99	compacta	compacta	0,68	0,68	
b <sub>e</sub>	106,94	89,86	90,00			35,62	35,62	
A <sub>g</sub>	1313,98							
A <sub>e</sub>	1105,32							
P <sub>uth</sub>	350,86							
CC3-3	b <sub>1</sub> 149,70	b <sub>2</sub> 90,45	b <sub>3</sub> 90,35	b <sub>4</sub> 32,35	b <sub>5</sub> 32,40	b <sub>6</sub> 52,60	b <sub>7</sub> 52,50	t 2,64
$\lambda_p$	1,16	0,70	0,70	0,25	0,25	1,24	1,24	
$\rho$	0,70	0,98	0,98	compacta	compacta	0,66	0,66	
b <sub>e</sub>	104,60	88,56	88,51			34,83	34,82	
A <sub>g</sub>	1279,11							
A <sub>e</sub>	1056,63							
P <sub>uth</sub>	335,41							
CC3-4	b <sub>1</sub> 148,05	b <sub>2</sub> 90,45	b <sub>3</sub> 90,45	b <sub>4</sub> 32,80	b <sub>5</sub> 32,30	b <sub>6</sub> 52,80	b <sub>7</sub> 52,75	t 2,70
$\lambda_p$	1,12	0,69	0,69	0,25	0,24	1,22	1,22	
$\rho$	0,72	0,99	0,99	compacta	compacta	0,67	0,67	
b <sub>e</sub>	106,12	89,63	89,63			35,48	35,47	
A <sub>g</sub>	1305,18							
A <sub>e</sub>	1094,14							
P <sub>uth</sub>	347,31							
CC3-5	b <sub>1</sub> 149,55	b <sub>2</sub> 90,45	b <sub>3</sub> 90,35	b <sub>4</sub> 32,10	b <sub>5</sub> 32,35	b <sub>6</sub> 52,55	b <sub>7</sub> 52,35	t 2,72
$\lambda_p$	1,12	0,68	0,68	0,24	0,24	1,21	1,20	
$\rho$	0,72	0,99	1,00	compacta	compacta	0,68	0,68	
b <sub>e</sub>	106,98	89,98	89,93			35,65	35,62	
A <sub>g</sub>	1314,79							
A <sub>e</sub>	1105,09							
P <sub>uth</sub>	350,79							
CC3-6	b <sub>1</sub> 148,85	b <sub>2</sub> 90,25	b <sub>3</sub> 90,20	b <sub>4</sub> 32,35	b <sub>5</sub> 32,60	b <sub>6</sub> 52,50	b <sub>7</sub> 52,55	t 2,73
$\lambda_p$	1,12	0,68	0,68	0,24	0,24	1,20	1,20	
$\rho$	0,72	1,00	1,00	compacta	compacta	0,68	0,68	
b <sub>e</sub>	107,16	90,05	90,03			35,74	35,75	
A <sub>g</sub>	1318,37							
A <sub>e</sub>	1111,92							
P <sub>uth</sub>	352,96							

### V.3.1.2 MÉTODO DA ÁREA EFETIVA ( MAE )

Como descrito no ítem anterior, também podemos estimar a carga última devida à flambagem local pelo MAE. Estes resultados estão apresentados nas tabelas (V.4, V.5 e V.6) a seguir:

Tabela V.4 – Estimativa da carga última, afetada pela flambagem local para a seção 1 das colunas curtas, utilizando o MAE ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CC1-2	b <sub>1</sub> 136,48	b <sub>2</sub> 77,70	b <sub>3</sub> 77,45	b <sub>4</sub> 26,15	b <sub>5</sub> 25,85	b <sub>6</sub> 44,85	b <sub>7</sub> 44,75	t 2,41
λ <sub>p</sub>	0,96							
Q	0,81							
A <sub>g</sub>	1009,22							
A <sub>e</sub>	813,01							
P <sub>uth</sub>	239,29							
CC1-3	b <sub>1</sub> 137,50	b <sub>2</sub> 77,30	b <sub>3</sub> 77,55	b <sub>4</sub> 25,30	b <sub>5</sub> 25,90	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 45,10	t 2,39
λ <sub>p</sub>	0,97							
Q	0,80							
A <sub>g</sub>	1002,15							
A <sub>e</sub>	798,75							
P <sub>uth</sub>	235,09							
CC1-4	b <sub>1</sub> 137,63	b <sub>2</sub> 77,70	b <sub>3</sub> 77,75	b <sub>4</sub> 26,45	b <sub>5</sub> 26,35	b <sub>6</sub> 44,50	b <sub>7</sub> 44,50	t 2,41
λ <sub>p</sub>	0,96							
Q	0,80							
A <sub>g</sub>	1013,20							
A <sub>e</sub>	811,68							
P <sub>uth</sub>	238,89							
CC1-5	b <sub>1</sub> 135,90	b <sub>2</sub> 77,50	b <sub>3</sub> 77,20	b <sub>4</sub> 26,45	b <sub>5</sub> 26,15	b <sub>6</sub> 44,80	b <sub>7</sub> 45,18	t 2,46
λ <sub>p</sub>	0,93							
Q	0,82							
A <sub>g</sub>	1029,30							
A <sub>e</sub>	843,55							
P <sub>uth</sub>	248,27							
CC1-6	b <sub>1</sub> 135,75	b <sub>2</sub> 77,48	b <sub>3</sub> 77,55	b <sub>4</sub> 26,25	b <sub>5</sub> 26,60	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 45,10	t 2,45
λ <sub>p</sub>	0,94							
Q	0,82							
A <sub>g</sub>	1026,61							
A <sub>e</sub>	839,48							
P <sub>uth</sub>	247,08							

Tabela V.5 – Estimativa da carga última, afetada pela flambagem local para a seção 2 das colunas curtas, utilizando o MAE ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CC2-1	b <sub>1</sub> 132,88	b <sub>2</sub> 77,25	b <sub>3</sub> 77,13	b <sub>4</sub> 26,05	b <sub>5</sub> 26,18	b <sub>6</sub> 44,85	b <sub>7</sub> 44,80	t 2,71
$\lambda_p$	0,85							
Q	0,87							
A <sub>g</sub>	1118,86							
A <sub>e</sub>	974,38							
P <sub>uth</sub>	302,94							
CC2-2	b <sub>1</sub> 130,90	b <sub>2</sub> 77,70	b <sub>3</sub> 77,83	b <sub>4</sub> 28,65	b <sub>5</sub> 28,60	b <sub>6</sub> 44,88	b <sub>7</sub> 45,18	t 2,72
$\lambda_p$	0,84							
Q	0,88							
A <sub>g</sub>	1135,34							
A <sub>e</sub>	999,69							
P <sub>uth</sub>	310,81							
CC2-4	b <sub>1</sub> 131,40	b <sub>2</sub> 77,45	b <sub>3</sub> 77,45	b <sub>4</sub> 27,95	b <sub>5</sub> 27,35	b <sub>6</sub> 45,05	b <sub>7</sub> 44,95	t 2,77
$\lambda_p$	0,82							
Q	0,89							
A <sub>g</sub>	1149,49							
A <sub>e</sub>	1021,90							
P <sub>uth</sub>	317,72							
CC2-5	b <sub>1</sub> 132,13	b <sub>2</sub> 77,35	b <sub>3</sub> 77,05	b <sub>4</sub> 27,25	b <sub>5</sub> 27,50	b <sub>6</sub> 44,80	b <sub>7</sub> 44,80	t 2,69
$\lambda_p$	0,85							
Q	0,87							
A <sub>g</sub>	1115,64							
A <sub>e</sub>	970,20							
P <sub>uth</sub>	301,64							
CC2-6	b <sub>1</sub> 130,35	b <sub>2</sub> 77,98	b <sub>3</sub> 77,90	b <sub>4</sub> 29,10	b <sub>5</sub> 28,80	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 45,00	t 2,66
$\lambda_p$	0,85							
Q	0,87							
A <sub>g</sub>	1112,32							
A <sub>e</sub>	967,69							
P <sub>uth</sub>	300,87							

Tabela V.6 – Estimativa da carga última, afetada pela flambagem local para a seção 3 das colunas curtas, utilizando o MAE ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CC3-1	b <sub>1</sub> 149,30	b <sub>2</sub> 90,20	b <sub>3</sub> 90,50	b <sub>4</sub> 32,55	b <sub>5</sub> 32,10	b <sub>6</sub> 52,35	b <sub>7</sub> 52,40	t 2,72
$\lambda_p$	0,97							
Q	0,80							
A <sub>g</sub>	1313,98							
A <sub>e</sub>	1050,22							
P <sub>uth</sub>	333,37							
CC3-3	b <sub>1</sub> 149,70	b <sub>2</sub> 90,45	b <sub>3</sub> 90,35	b <sub>4</sub> 32,35	b <sub>5</sub> 32,40	b <sub>6</sub> 52,60	b <sub>7</sub> 52,50	t 2,64
$\lambda_p$	1,00							
Q	0,78							
A <sub>g</sub>	1279,11							
A <sub>e</sub>	999,08							
P <sub>uth</sub>	317,14							
CC3-4	b <sub>1</sub> 148,05	b <sub>2</sub> 90,45	b <sub>3</sub> 90,45	b <sub>4</sub> 32,80	b <sub>5</sub> 32,30	b <sub>6</sub> 52,80	b <sub>7</sub> 52,75	t 2,70
$\lambda_p$	0,97							
Q	0,80							
A <sub>g</sub>	1305,18							
A <sub>e</sub>	1043,40							
P <sub>uth</sub>	331,21							
CC3-5	b <sub>1</sub> 149,55	b <sub>2</sub> 90,45	b <sub>3</sub> 90,35	b <sub>4</sub> 32,10	b <sub>5</sub> 32,35	b <sub>6</sub> 52,55	b <sub>7</sub> 52,35	t 2,72
$\lambda_p$	0,97							
Q	0,80							
A <sub>g</sub>	1314,79							
A <sub>e</sub>	1049,69							
P <sub>uth</sub>	333,20							
CC3-6	b <sub>1</sub> 148,85	b <sub>2</sub> 90,25	b <sub>3</sub> 90,20	b <sub>4</sub> 32,35	b <sub>5</sub> 32,60	b <sub>6</sub> 52,50	b <sub>7</sub> 52,55	t 2,73
$\lambda_p$	0,96							
Q	0,80							
A <sub>g</sub>	1318,37							
A <sub>e</sub>	1058,61							
P <sub>uth</sub>	336,03							

Apresentaremos a seguir a tabela (V.7) contendo os valores médios dos resultados de carga última teórica, para cada tipo de seção dos corpos de prova das colunas curtas, calculados através dos dois métodos anteriores.

Tabela V.7 – Valores teóricos médios da carga última, obtidos pelos MLE e MAE.

Seção	S1	S2	S3
$P_{uth}$ - MLE ( kN )	254	300	347
$P_{uth}$ - MAE ( kN )	242	307	330
VARIAÇÃO (%)	5%	2%	5%

### V.3.1.3 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

Neste item, apresentaremos nas tabelas (V.8, V.9 e V.10) um resumo dos dados anteriores, para os métodos das larguras efetivas e área efetiva. Estes valores serão comparados com os valores experimentais de carga última,  $P_{uexp}$ , e com o valor da carga plástica,  $P_y$ . Por fim, são apresentados gráficos comparativos entre os resultados experimentais e teóricos para os dois métodos.

Tabela V.8 – Resultados teóricos e experimentais da carga última.

Corpos de Prova	$P_{uth}$ - MLE ( kN )	$P_{uth}$ - MAE ( kN )	$P_{uexp}$ ( kN )	$P_y$ ( kN )
CC1-2	252,07	239,29	304,00	342,90
CC1-3	248,75	235,09	273,00	340,50
CC1-4	252,92	238,89	322,00	344,25
CC1-5	258,99	248,27	295,00	349,72
CC1-6	258,03	247,08	329,00	348,81
CC2-1	306,22	302,94	320,00	359,87
CC2-2	299,28	310,81	325,00	365,17
CC2-4	303,23	317,72	354,00	369,72
CC2-5	296,12	301,64	322,00	358,83
CC2-6	296,17	300,87	310,00	357,76
CC3-1	350,86	333,37	384,00	413,94
CC3-3	335,41	317,14	388,00	402,96
CC3-4	347,31	331,21	375,00	411,17
CC3-5	350,79	333,20	387,00	414,20
CC3-6	352,96	336,03	368,00	415,33

Tabela V.9 – Carga última para as colunas curtas - relações entre os valores teóricos e experimentais – MLE.

Método das Larguras Efetivas			
Corpos de Prova	$P_{uth}/P_y$	$P_{uexp}/P_y$	$P_{uexp}/P_{uth}$
CC1-2	0,74	0,89	1,21
CC1-3	0,73	0,80	1,10
CC1-4	0,73	0,94	1,27
CC1-5	0,74	0,84	1,14
CC1-6	0,74	0,94	1,28
CC2-1	0,85	0,89	1,04
CC2-2	0,82	0,89	1,09
CC2-4	0,82	0,96	1,17
CC2-5	0,83	0,90	1,09
CC2-6	0,83	0,87	1,05
CC3-1	0,85	0,93	1,09
CC3-3	0,83	0,96	1,16
CC3-4	0,84	0,91	1,08
CC3-5	0,85	0,93	1,10
CC3-6	0,85	0,89	1,04
m			1,13
s			0,08
s/m			0,07
m-1,64s			1,00

Onde  $m$  é o valor médio,  $s$  é o desvio padrão e  $m - 1,64s$  é o valor característico para um quantil de 5%.

Tabela V.10 – Carga última para as colunas curtas-relações entre os valores teóricos e experimentais - MAE.

Método da Area Efetiva			
Corpo de Prova	$P_{uth}/P_y$	$P_{uexp}/P_y$	$P_{uexp}/P_{uth}$
CC1-2	0,70	0,89	1,27
CC1-3	0,69	0,80	1,16
CC1-4	0,69	0,94	1,35
CC1-5	0,71	0,84	1,19
CC1-6	0,71	0,94	1,33
CC2-1	0,84	0,89	1,06
CC2-2	0,85	0,89	1,05
CC2-4	0,86	0,96	1,11
CC2-5	0,84	0,90	1,07
CC2-6	0,84	0,87	1,03
CC3-1	0,81	0,93	1,15
CC3-3	0,79	0,96	1,22
CC3-4	0,81	0,91	1,13
CC3-5	0,80	0,93	1,16
CC3-6	0,81	0,89	1,10
m			1,16
s			0,10
s/m			0,09
m-1,64s			1,00

As figuras (V.2 e V.3) apresentam os gráficos das comparações entre os resultados teóricos e experimentais das colunas curtas, segundo os métodos MLE e MAE.

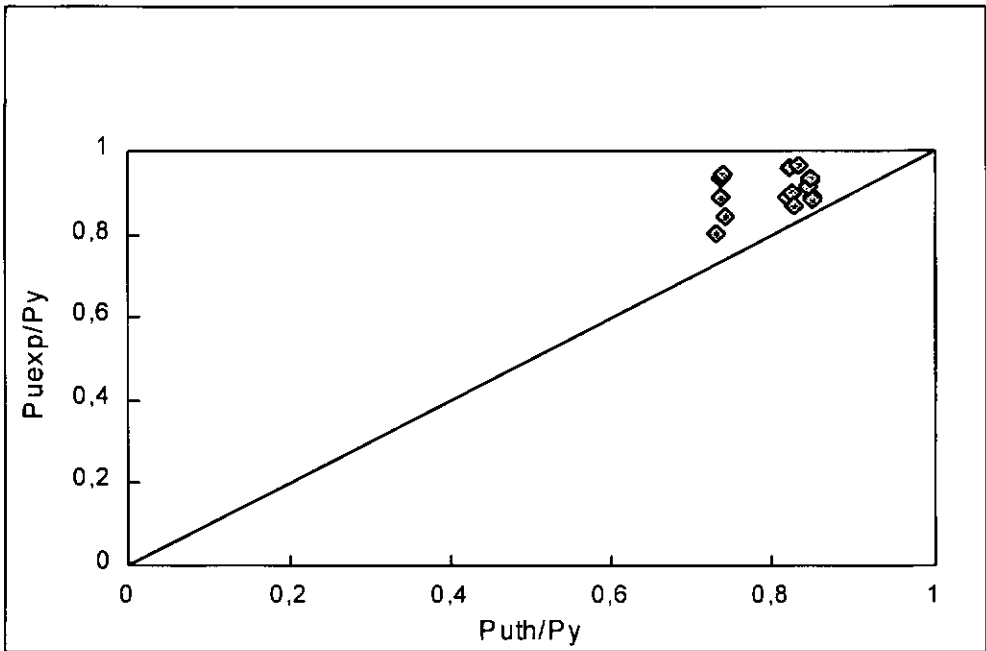


Figura V.2 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais segundo o Método das Larguras Efetivas para as colunas curtas.

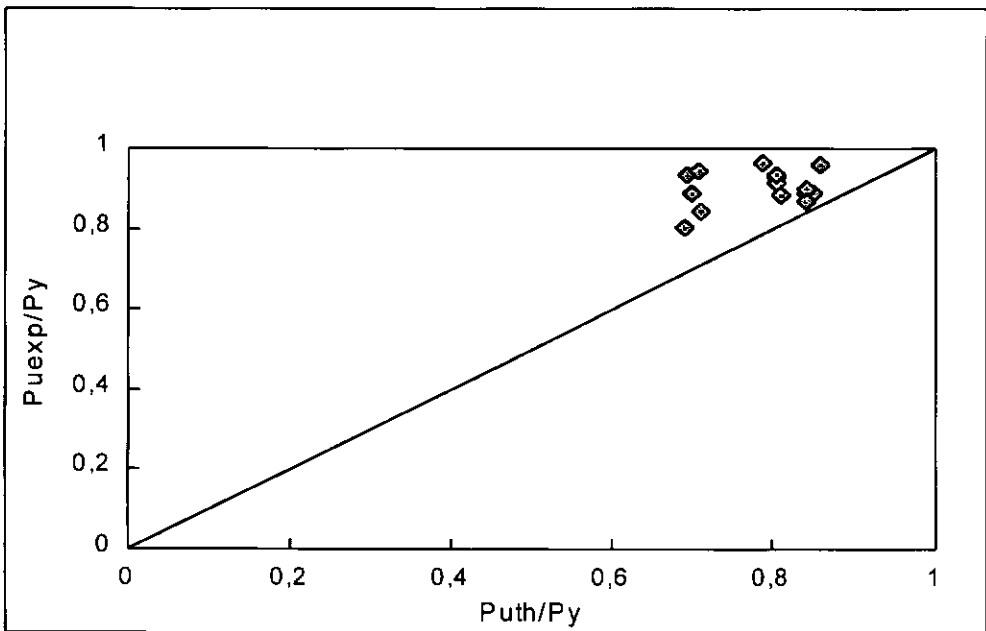


Figura V.3 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais segundo o Método da Área Efetiva para as colunas curtas.

### V.3.2 RESULTADOS DA FLAMBAGEM DISTORCIONAL

#### V.3.2.1 - MÉTODO DA ÁREA EFETIVA ( MAE )

A seguir encontram-se os resultados da estimativa da carga última distorcional para os corpos de prova com comprimento intermediário.

Primeiramente, são apresentadas as tabelas (V.11, V.12 e V.13) contendo os valores de carga última calculados a partir do método da área efetiva para cada corpo de prova ensaiado.

Tabela V.11 – Estimativa da carga última afetada pelo modo distorcional, a partir do método da área efetiva, para os corpos de prova da seção 1 ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CL1-3	b <sub>1</sub> 128,20	b <sub>2</sub> 78,10	b <sub>3</sub> 78,10	b <sub>4</sub> 29,30	b <sub>5</sub> 29,20	b <sub>6</sub> 44,65	b <sub>7</sub> 44,85	t 2,44
λ <sub>p</sub>	1,08							
Q	0,74							
A <sub>g</sub>	1019,33							
A <sub>e</sub>	749,97							
P <sub>uth</sub>	220,73							
CL1-4	b <sub>1</sub> 128,00	b <sub>2</sub> 77,90	b <sub>3</sub> 78,05	b <sub>4</sub> 29,25	b <sub>5</sub> 29,95	b <sub>6</sub> 44,95	b <sub>7</sub> 44,95	t 2,47
λ <sub>p</sub>	1,08							
Q	0,74							
A <sub>g</sub>	1033,03							
A <sub>e</sub>	763,94							
P <sub>uth</sub>	224,84							
CL1-5	b <sub>1</sub> 129,10	b <sub>2</sub> 78,00	b <sub>3</sub> 77,95	b <sub>4</sub> 28,95	b <sub>5</sub> 28,50	b <sub>6</sub> 45,00	b <sub>7</sub> 44,95	t 2,42
λ <sub>p</sub>	1,09							
Q	0,73							
A <sub>g</sub>	1046,05							
A <sub>e</sub>	763,61							
P <sub>uth</sub>	224,74							
CL1-6	b <sub>1</sub> 128,55	b <sub>2</sub> 77,90	b <sub>3</sub> 77,85	b <sub>4</sub> 29,25	b <sub>5</sub> 29,00	b <sub>6</sub> 45,10	b <sub>7</sub> 45,10	t 2,44
λ <sub>p</sub>	1,08							
Q	0,74							
A <sub>g</sub>	1020,19							
A <sub>e</sub>	751,36							
P <sub>uth</sub>	221,14							

Tabela V.12 – Estimativa da carga última afetada pelo modo distorcional, a partir do método da área efetiva, para os corpos de prova da seção 2 ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CL2-2	b <sub>1</sub> 133,60	b <sub>2</sub> 78,10	b <sub>3</sub> 78,00	b <sub>4</sub> 27,50	b <sub>5</sub> 27,75	b <sub>6</sub> 44,90	b <sub>7</sub> 44,85	t 2,83
$\lambda_p$ Q A <sub>g</sub> A <sub>e</sub> P <sub>uth</sub>	1,04 0,76 1182,15 893,68 277,85							
CL2-4	b <sub>1</sub> 134,00	b <sub>2</sub> 78,10	b <sub>3</sub> 78,05	b <sub>4</sub> 27,65	b <sub>5</sub> 27,50	b <sub>6</sub> 44,65	b <sub>7</sub> 45,05	t 2,76
$\lambda_p$ Q A <sub>g</sub> A <sub>e</sub> P <sub>uth</sub>	1,06 0,75 1154,89 864,56 268,80							
CL2-5	b <sub>1</sub> 133,90	b <sub>2</sub> 78,20	b <sub>3</sub> 78,00	b <sub>4</sub> 27,75	b <sub>5</sub> 28,30	b <sub>6</sub> 44,80	b <sub>7</sub> 45,10	t 2,83
$\lambda_p$ Q A <sub>g</sub> A <sub>e</sub> P <sub>uth</sub>	1,04 0,76 1185,97 898,03 279,21							
CL2-6	b <sub>1</sub> 134,50	b <sub>2</sub> 78,00	b <sub>3</sub> 77,90	b <sub>4</sub> 28,10	b <sub>5</sub> 27,90	b <sub>6</sub> 44,75	b <sub>7</sub> 47,85	t 2,82
$\lambda_p$ Q A <sub>g</sub> A <sub>e</sub> P <sub>uth</sub>	1,05 0,75 1190,27 896,97 278,88							

Tabela V.13 – Estimativa da carga última afetada pelo modo distorcional, a partir do método da área efetiva, para os corpos de prova da seção 3 ( mm, mm<sup>2</sup>, kN ).

CL3-2	b <sub>1</sub> 151,55	b <sub>2</sub> 89,65	b <sub>3</sub> 89,60	b <sub>4</sub> 33,30	b <sub>5</sub> 33,35	b <sub>6</sub> 51,50	b <sub>7</sub> 51,80	t 2,74
$\lambda_p$	1,12							
Q	0,72							
A <sub>g</sub>	1327,01							
A <sub>e</sub>	949,46							
P <sub>uth</sub>	301,39							
CL3-3	b <sub>1</sub> 150,90	b <sub>2</sub> 89,55	b <sub>3</sub> 89,60	b <sub>4</sub> 34,10	b <sub>5</sub> 32,90	b <sub>6</sub> 51,70	b <sub>7</sub> 52,00	t 2,83
$\lambda_p$	1,09							
Q	0,73							
A <sub>g</sub>	1369,07							
A <sub>e</sub>	1005,94							
P <sub>uth</sub>	319,32							
CL3-6	b <sub>1</sub> 149,35	b <sub>2</sub> 89,70	b <sub>3</sub> 89,65	b <sub>4</sub> 33,05	b <sub>5</sub> 33,50	b <sub>6</sub> 51,55	b <sub>7</sub> 51,70	t 2,80
$\lambda_p$	1,09							
Q	0,73							
A <sub>g</sub>	1348,76							
A <sub>e</sub>	990,77							
P <sub>uth</sub>	314,50							

Apresentamos a seguir a tabela (V.14) contendo os valores médios dos resultados de carga última teórica, para cada tipo de seção dos corpos de prova das colunas com comprimento intermediário, calculados através do método da área efetiva.

Tabela V.14 – Valores teóricos médios da carga última das colunas com comprimento intermediário, obtida pelo método da área efetiva.

Seção	S1	S2	S3
P <sub>uth</sub> - MAE ( kN )	221	264	311

### V.3.2.2 - APLICAÇÃO DAS FORMULAÇÕES

Como descrito no item V.3.2, podemos estimar a carga última teórica afetada pelo modo distorcional, através de metodologias apresentadas em artigos técnicos. Primeiramente, é apresentada a tabela (V.15) contendo o valor da tensão crítica distorcional. Os valores da tensão crítica são calculados a partir dos gráficos fornecidos pelo Instituto Superior Técnico de Lisboa. Através da relação  $b_1/t$ , conforme apresentado no Anexo A item (A.3), de cada perfil é possível se obter o valor do coeficiente de flambagem ( $k$ ) e portanto determinar o valor da tensão crítica distorcional teórica. Em seguida são apresentadas as tabelas (V.16 e V.17) com os resultados da carga última afetada pela flambagem distorcional, utilizando as formulações descritas anteriormente.

Tabela V.15 – Resultados da tensão crítica teórica afetada pelo modo distorcional, a partir dos gráficos fornecidos pelo Instituto Superior Técnico de Lisboa - Anexo A.

Corpo de Prova	$b_1/t$	$k$	$\sigma_{\text{crdist}}$ (MPa)
CL1-3	52,54	3,65	250,96
CL1-4	51,82	3,60	254,45
CL1-5	53,35	3,70	246,73
CL1-6	52,70	3,68	251,49
CL2-2	47,21	3,35	285,28
CL2-4	48,55	3,45	277,80
CL2-5	47,31	3,38	286,62
CL2-6	47,87	3,39	280,78
CL3-2	55,47	4,05	249,82
CL3-3	53,32	4,04	269,71
CL3-6	53,36	4,04	269,31

Tabela V.16 – Estimativa da carga última teórica afetada pelo modo distorcional, a partir da formulação de Hancock e Kwon ( equações V.16, V.17 e V.18 - 1992 ) - 1ª formulação.

Corpo de Prova	$\lambda$	$Q = A_g/A$	$P_y$ (kN)	$P_u$ (kN)
CL1-3	1,083	0,70	300,01	210,71
CL1-4	1,075	0,71	304,04	214,79
CL1-5	1,092	0,70	297,67	207,56
CL1-6	1,082	0,70	300,26	211,07
CL2-2	1,044	0,72	367,54	266,18
CL2-4	1,058	0,72	359,07	257,19
CL2-5	1,042	0,73	368,73	267,56
CL2-6	1,052	0,72	370,07	266,25
CL3-2	1,127	0,68	421,21	285,83
CL3-3	1,085	0,70	434,58	304,76
CL3-6	1,086	0,70	428,14	300,05

Tabela V.17 – Resultados da carga última afetada pelo modo distorcional, a partir da formulação de Kwon e Hancock ( equações V.21 e V.21 – 1994 ) – 2ª formulação.

Corpo de Prova	$A_g$ (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{max}$ (MPa)	$P_u = A_g \sigma_{max}$ (kN)
CL1-3	1019,33	208,03	212,05
CL1-4	1033,03	209,21	216,12
CL1-5	1011,39	206,55	208,90
CL1-6	1020,19	208,21	212,41
CL2-2	1182,15	226,20	267,40
CL2-4	1154,89	223,92	258,60
CL2-5	1185,97	226,60	268,74
CL2-6	1190,27	224,84	267,62
CL3-2	1327,01	216,60	287,43
CL3-3	1369,07	224,03	306,72
CL3-6	1348,76	223,89	301,98

### V.3.2.2 – COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

Neste item, Apresentaremos uma comparação entre os resultados experimentais e os valores calculados no item anterior para a carga última, afetada pelo modo distorcional. Primeiramente, apresentamos a tabela (V.18), com o resumo dos valores teóricos e experimentais da carga última para cada corpo de prova ensaiado. Em seguida estes valores teóricos serão comparados com os valores de carga última experimental,  $P_{uexp}$  e com o valor de carga plástica,  $P_y$  nas tabelas (V.19, V.20 e V.21). São igualmente apresentados nas tabelas valores estatísticos da relação entre as cargas últimas teóricas,  $P_{uth}$  e experimentais,  $P_{uexp}$ . Por fim, são apresentados gráficos comparativos entre os resultados teóricos e experimentais.

Tabela V.18 – Resumo das cargas últimas teóricas e experimentais devido ao fenômeno da flambagem distorcional e carga plástica.

Corpo de Prova	$P_{uth}$ - MAE (MPa)	$P_{uth}$ – 1 formulação (kN)	$P_{uth}$ – 2 formulação (kN)	$P_{uexp}$ (kN)	$P_y$ (kN)
CL1-3	220,73	210,71	212,05	284,00	300,01
CL1-4	224,84	214,79	216,12	267,00	304,04
CL1-5	217,64	207,56	208,90	267,00	297,67
CL1-6	221,14	211,07	212,41	286,00	300,26
CL2-2	277,85	266,18	267,40	350,00	367,54
CL2-4	268,80	257,19	258,60	347,00	359,07
CL2-5	279,21	267,56	268,74	340,00	368,73
CL2-6	278,88	266,25	267,62	322,00	370,07
CL3-2	301,39	285,83	287,43	383,00	421,23
CL3-3	319,32	304,76	306,72	377,00	434,58
CL3-6	314,50	300,05	301,98	367,00	428,14

Tabela V.19 – Carga última para as colunas com comprimento intermediário - relação entre os valores teóricos e experimentais – MAE.

Corpo de prova	$P_{uth} - MAE/P_y$	$P_{uexp}/P_y$	$P_{uexp}/P_{uth} - MAE$
CL1-3	0,74	0,95	1,29
CL1-4	0,74	0,88	1,19
CL1-5	0,73	0,90	1,23
CL1-6	0,74	0,95	1,29
CL2-2	0,76	0,95	1,26
CL2-4	0,75	0,97	1,29
CL2-5	0,76	0,92	1,22
CL2-6	0,75	0,87	1,15
CL3-2	0,72	0,91	1,27
CL3-3	0,73	0,87	1,18
CL3-6	0,73	0,86	1,17
m			1,23
s			0,05
s/m			0,04
m - 1,64s			1,14

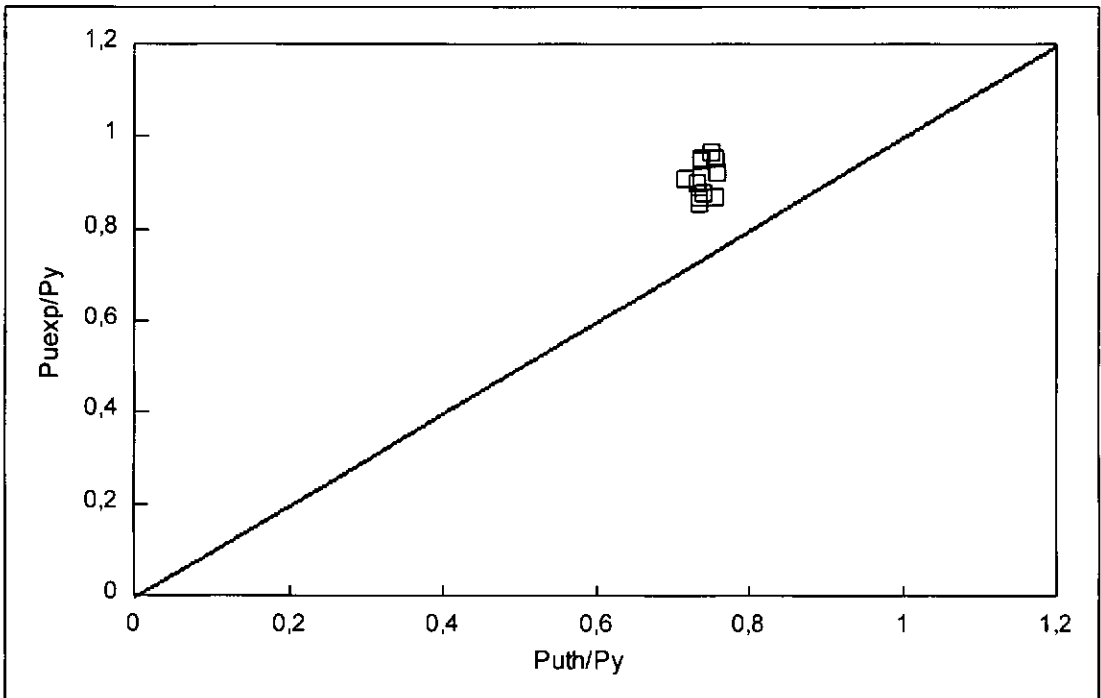


Figura V.4 – Comparação entre os resultados teóricos e experimentais segundo o Método da Área Efetiva para as colunas com comprimento intermediário.

Tabela V.20 – Carga última para as colunas com comprimento intermediário - relação entre os valores teóricos e experimentais - formulação de Hancock e Kwon (equações V.16, V.17 e V.18 -1992) - 1ª formulação.

Corpo de Prova	$P_{uth} - 1^{\circ} \text{ formulação} / P_y$	$P_{uexp} / P_y$	$P_{uexp} / P_{uth} - 1^{\circ} \text{ formulação}$
CL1-3	0,70	0,95	1,35
CL1-4	0,71	0,88	1,24
CL1-5	0,70	0,90	1,29
CL1-6	0,70	0,95	1,36
CL2-2	0,72	0,95	1,31
CL2-4	0,72	0,97	1,35
CL2-5	0,73	0,92	1,27
CL2-6	0,72	0,87	1,21
CL3-2	0,68	0,91	1,34
CL3-3	0,70	0,87	1,24
CL3-6	0,70	0,86	1,22
M			1,29
S			0,06
s/m			0,04
m - 1,64s			1,20

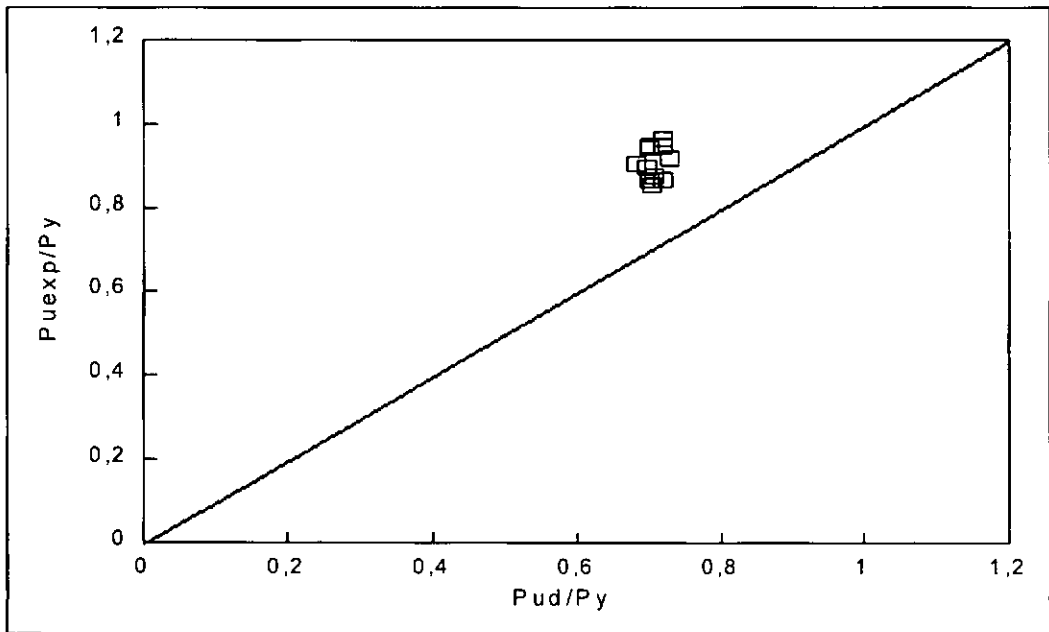


Figura V.5 – Comparação entre os resultados teóricos e esperimentais segundo a Formulação de Hancock e Kwon (equações V.16, V.17 e V.18 -1992) - 1ª formulação.

Tabela V.21 – Carga última para as colunas com comprimento intermediário - relação entre os valores teóricos e experimentais – formulação de Kwon e Hancock ( equações V.21 e V.22 – 1994) – 2º formulação.

Corpo de Prova	$P_{udist} - 2^{\circ} \text{ formulação} / P_y$	$P_{uexp} / P_y$	$P_{uexp} / P_{udist} - 2^{\circ} \text{ formulação}$
CL1-3	0,70	0,95	1,35
CL1-4	0,71	0,88	1,24
CL1-5	0,70	0,90	1,29
CL1-6	0,70	0,95	1,36
CL2-2	0,72	0,95	1,31
CL2-4	0,72	0,97	1,35
CL2-5	0,73	0,92	1,27
CL2-6	0,72	0,87	1,21
CL3-2	0,68	0,91	1,34
CL3-3	0,70	0,87	1,24
CL3-6	0,70	0,86	1,22
m			1,29
s			0,06
s/m			0,04
m - 1,64s			1,20

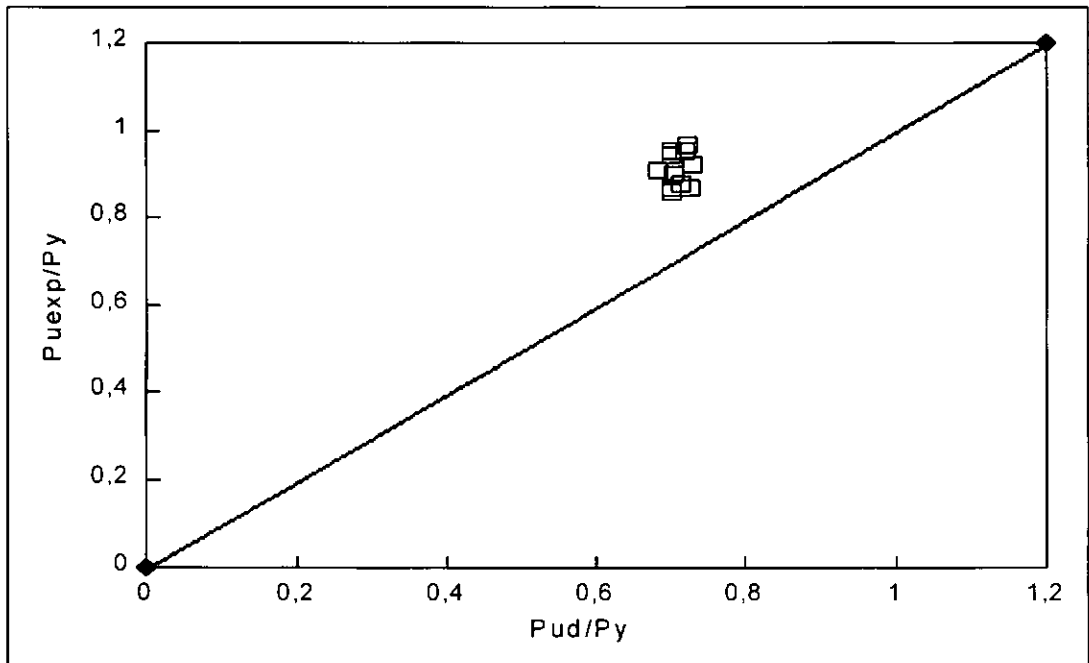


Figura V.6 – Comparação entre os resultados teóricos e esperimentais segundo a Formulação de Kwon e Hancock ( equações V.21 e V.22 – 1994) – 2º formulação.

Por fim apresentamos a figura V.7, contendo uma análise final dos resultados teóricos e experimentais anteriormente apresentados. Este gráfico contém os resultados segundo o Método da Área Efetiva (MAE), das duas formulações propostas por Hancock e Knowlton (1ª e 2ª formulação), as equações de Euler e de Von Karman e os resultados experimentais, para a análise da flambagem distorcional. Nesta figura, representa-se a carga última relativa,  $P_u/P_y$ , em função da esbeltez relativa da seção transversal,  $\lambda_p$ , sendo que esta última grandeza está relacionada à tensão crítica distorcional.

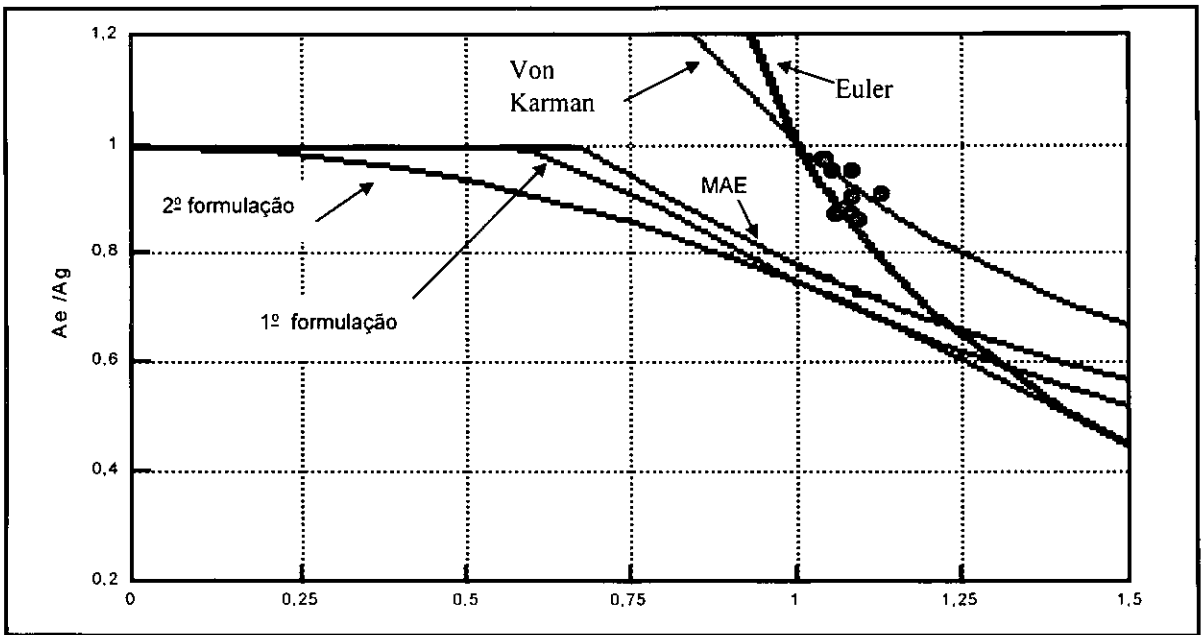


Figura V.7 – Análise final entre os resultados experimentais e teóricos

Podemos observar que os resultados experimentais ficaram entre as curvas de Euler e de Von Karman, indicando que as peças não apresentavam grandes imperfeições de fabricação, e que os ensaios foram executados garantindo centragem apurada dos corpos de prova.

## CONCLUSÕES

Podemos considerar que a proposta de estudar teórica e experimentalmente os efeitos da flambagem local e distorcional em perfis de chapa dobrada foi alcançada de maneira satisfatória.

Conclusões preliminares da pesquisa encontram-se incluídas em artigo técnico recente, a ser publicado nos Anais da Second World Conference on Steel Construction (BATISTA, ET AL, 1998).

O escopo principal desta pesquisa foi o de caracterizar e descrever o comportamento de perfis de chapa dobrada sujeitos ao modo de flambagem distorcional. A pesquisa se desenvolveu para seções de perfis de chapa dobrada do tipo "rack".

Foi desenvolvido um programa experimental para três tipos de geometrias de seções transversais e para dois comprimentos distintos de colunas. Podemos separar o programa experimental em duas etapas. Ensaio de colunas curtas, para identificar o modo local e ensaio de colunas com comprimento intermediário, para identificar o modo distorcional.

A metodologia empregada na realização dos ensaios obteve resultados satisfatórios. O sistema de aquisição computacional de dados foi decisivo para o bom resultado da análise experimental. Consideramos muito importante o uso da ferramenta computacional para a aquisição de dados experimentais, a fim de se ter uma avaliação precisa dos resultados e poder correlacioná-los com os resultados teóricos.

Na análise dos resultados das colunas curtas, o modo de flambagem local foi observado. Todos os resultados experimentais foram a favor da segurança, quando comparados com os valores teóricos, segundo os métodos das larguras efetivas e das áreas efetivas. A partir destes resultados confirmou-se o bom desempenho destes métodos. O método das larguras efetivas apresentou um valor médio da relação entre

os resultados experimentais e teóricos igual a 1,13, o desvio padrão foi de 8% e o valor característico foi igual a 1,00. Já para o método da área efetiva, obtivemos um valor médio da relação entre os resultados experimentais e teóricos igual a 1,16, o desvio padrão foi de 10% e o valor característico foi de 1,00.

Na análise dos resultados das colunas com comprimento intermediário, o modo de flambagem distorcional foi observado e caracterizado. Mostrou-se que, para certas geometrias de seção transversal, o modo distorcional pode ser dominante, conforme previsto teoricamente. Para todos os ensaios de compressão de corpos de prova com comprimento intermediário, o modo distorcional ocorreu para uma tensão inferior à tensão crítica de flambagem local. Além disso, todos os resultados experimentais foram a favor da segurança quando comparados com as estimativas teóricas.

Foram feitas comparações com expressões propostas para determinar a resistência pós-crítica, em presença do modo distorcional. Estas expressões são baseadas em modelos aproximados para o modo distorcional. Foram feitas algumas simplificações por Lau, Hancock e Kwon, permitindo uma maior facilidade do uso destas expressões por engenheiros. Estes resultados foram comparados com os resultados experimentais, tendo-se verificado que:

1 - Para se estimar o valor da carga crítica distorcional experimental, utilizou-se os gráficos obtidos com a aquisição computacional dos dados. Obteve-se resultados a favor da segurança (resultados experimentais 9% acima dos valores teóricos).

2 - Para se estimar o valor teórico da carga última, afetada pelo modo distorcional, utilizou-se três formulações, como já descrito anteriormente. O método da área efetiva e as formulações de Hancock e Kwon, apresentaram valores compatíveis com os resultados experimentais. O método da área efetiva apresentou um valor médio da relação entre os resultados experimentais e teóricos igual a 1,23, o desvio padrão foi de 5% e o valor característico foi igual a 1,14. Já a formulação de Hancock e Kwon –

1ª formulação, apresentou um valor médio da relação entre os resultados experimentais e teóricos igual a 1,29, o desvio padrão foi de 4% e o valor característico foi de 1,20. Já a formulação de Hancock e Kwon – 2ª formulação apresentou um valor médio da relação entre os resultados experimentais e teóricos igual a 1,29, o desvio padrão foi de 6% e o valor característico foi de 1,20.

3 - Pelo gráfico da figura V.7 podemos observar que os resultados experimentais ficaram entre as curvas de Euler e de Von Karman o que caracteriza que as peças não apresentavam grandes imperfeições, e que a preparação e execução dos ensaios foram realizados com eficiência. Estes resultados são válidos para uma faixa restrita de esbeltez (1,04 a 1,13), sendo necessário realizar novos ensaios com corpos de prova com esbeltez relativa fora desta faixa.

Julgamos ainda que, o número de colunas ensaiadas é insuficiente para servir como base para análise estatística. Consideramos necessários estudos experimentais complementares para elucidar melhor o comportamento e a reserva de resistência pós-crítica devida ao modo de flambagem distorcional.

Sugerimos que sejam feitos ensaios complementares em colunas com o mesmo tipo de seções transversais e comprimentos distintos daqueles adotados na presente pesquisa. Estes novos ensaios teriam o objetivo de identificar os efeitos da interação entre a flambagem local e a flambagem distorcional.

Os resultados experimentais são úteis para validar a análise teórica e orientar estudos analíticos futuros, para se analisar o comportamento pós-crítico e a resistência última de elementos estruturais. Assim, é possível estabelecer formulações para prevenir a ocorrência do modo distorcional ou permitir o dimensionamento das barras estruturais levando em conta a influência do modo distorcional.

## ANEXO A

No Anexo A apresentamos a listagem do programa Inslos, utilizado no cálculo da tensão crítica afetada pela flambagem local, bem como os resultados para cada seção. Também são apresentados os resultados e gráficos da flambagem distorcional fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa. Por fim são listados as medidas de todas as dimensões das seções transversais dos corpos de prova.

## A.1 - LISTAGEM DO PROGRAMA INSLOS.FOR

A seguir encontra-se a listagem do programa inslos.for que foi alterado para fornecer o resultado da tensão crítica local e o comprimento de flambagem para várias meias-ondas.

C \*\*\*\*\*

c Versao alterada por Elaine em novembro de 1996

c compilado no Lahey ---> INSLOS.EXE

C \*\*\*\*\*

C VERSAO COM DADOS ARQUIVADOS EM FILE=INSLO2.DAT UNIT=30

C\*\*\*\*\*

SUBROUTINE

GDATA(TITLE,NP,NE,NDF,NPR,NMAT,MB,ORT,CORD,NOP,IMAT,

1            B,T,ION,LR,LCR,M1,NPROB,mo)

IMPLICIT REAL \*8(A-H,O-Z)

```
REAL *4 DIF
```

```
REAL *8 ION(3)
```

```
DIMENSION TITLE(4),ORT(5,2),CORD(30,2),NOP(30,2),IMAT(30),
```

```
1 B(30),T(30),LR(60),LCR(60)
```

```
READ(5,1000)TITLE
```

```
1000 FORMAT(18A4)
```

```
READ(5,*)NP,NE,NDF,NPR,NMAT,mo
```

```
WRITE(7,101)
```

```
WRITE(7,1)NP,NE,NDF,NPR,NMAT,mo
```

```
WRITE(7,108)
```

```
DO 51 II=1,NMAT
```

```
    READ(5,*)N,(ORT(N,I),I=1,2)
```

```
    WRITE(7,8) N,(ORT(N,I),I=1,2)
```

```
51 CONTINUE
```

```
    WRITE(7,102)
```

```
DO 52 II=1,NP
```

```
    READ(5,*) N,(CORD(N,M),M=1,2)
```

```
    WRITE(7,2) N,(CORD(N,M),M=1,2)
```

```
52 CONTINUE
```

```
DO 53 II=1,NE
```

```
READ(5,*) N,(NOP(N,M),M=1,2),IMAT(N),B(N),T(N)
```

```
53 CONTINUE
```

```
MB=0
```

```
DO 300 N=1,NE
```

```
DIF=NOP(N,1)-NOP(N,2)
```

```
MBB=(ABS(DIF)+1)*2
```

```
IF(MBB-MB)300,300,301
```

```
301 MB=MBB
```

```
300 CONTINUE
```

```
M1=MB-1
```

```
MBB=MB
```

```
MB=2*M1+1
```

```
C
```

```
C LER CONDICAOES DE CONTORNO
```

```
C
```

```
DO 10 I=1,60
```

```
LR(I)=0.
```

```
10 LCR(I)=0.
```

```
DO 20 J=1,NPR
```

```
20 READ(5,*) K,LR(2*K-1),LR(2*K)
```

```
LCR(1)=LR(1)
```

```
DO 15 K=2,2*NP
```

```
15 LCR(K)=LCR(K-1)+LR(K)
```

## C LER COMPRIMENTOS DE ONDA

```
READ(5,*)(ION(I),I=1,3)
```

## C IMPRIMIR DADOS DE ENTRADA

```
WRITE(7,103)
```

```
WRITE(7,3)(N,(NOP(N,M),M=1,2),IMAT(N),B(N),T(N),N=1,NE)
```

```
WRITE(7,104)
```

```
WRITE(7,6)(K,LR(2*K-1),LR(2*K),LCR(2*K-1),LCR(2*K),K=1,NP)
```

```
WRITE(7,109)MB
```

```
WRITE(7,110)
```

```
WRITE(7,9)(ION(I),I=1,3)
```

```
1 FORMAT(6I5)
```

```
2 FORMAT(I10,2F10.3)
```

```
3 FORMAT(4I5,2F10.4)
```

```
4 FORMAT(3I5)
```

```
6 FORMAT(5I5)
```

```
7 FORMAT(18A4)
```

```
8 FORMAT(I10,2F10.2)
```

```
9 FORMAT(3F10.3)
```

```
100 FORMAT(1H1,12A6)
```

```
101 FORMAT(/3X,'NP',3X,'NE',2X,'NDF',2X,'NPR',2X,'NMAT',2X,'mo')
```

```
102 FORMAT(/8X,'NO',5X,'X',9X,'Y')
```

```
103 FORMAT(/1X,'ELEMEN.',1X,'CONETIV.',1X,'MAT.',2X,'LARG.',4X,'ESPESS  
1URA')
```

```

104 FORMAT(/1X,'CONDICOES DE CONTORNO'/3X,'NO',6X,'LR',7X,'LCR')
108 FORMAT(/1X,'PROPRIEDADES DOS MATERIAIS'/3X,'MATERIAL',4X,'E',7X,'C
  10EF.POISSON')
109 FORMAT(/1X,'LARGURA DE BANDA =',I5)
110 FORMAT(/1X,'COMPR. DE ONDA INICIAIS')

  RETURN

  END

```

```

SUBROUTINE RIGLI (NE,NOP,IMAT,ORT,B,T,ONDA,LR,LCR,MB,KE,KEE,
1      NMAT,NP,ND,K,M1,mo)
  IMPLICIT REAL *8(A-H ,O-Z)
  DIMENSION NOP(30,2),IMAT(30),ORT(5,2),B(30),T(30),LR(60),LCR(60)
  REAL *8 KE(60,30),KEE(4,4),K(60,60)

  DO 1 I=1,60
  DO 1 J=1,60
1 K(I,J)=0.
  DO 100 I=1,60
  DO 100 J=1,30
100 KE(I,J)=0.
  DO 500 N=1,NE
    J1=2*NOP(N,1)-1
    J2=2*NOP(N,1)
    K1=2*NOP(N,2)-1
    K2=2*NOP(N,2)

```

C REORDENACAO DAS DIRECOES

C

IF(LR(J1).NE.0) GO TO 2

J1=J1-LCR(J1)

GO TO 3

2 J1=ND+LCR(J1)

3 IF(LR(J2).NE.0) GO TO 4

J2=J2-LCR(J2)

GO TO 5

4 J2=ND+LCR(J2)

5 IF(LR(K1).NE.0) GO TO 6

K1=K1-LCR(K1)

GO TO 7

6 K1=ND+LCR(K1)

7 IF(LR(K2).NE.0) GO TO 8

K2=K2-LCR(K2)

GO TO 9

8 K2=ND+LCR(K2)

9 MAT=IMAT(N)

E=ORT(MAT,1)

PS=ORT(MAT,2)

C

C MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ

C LINEAR DO ELEMENTO

C

PI=3.141593

$$C1=(PI^{**4}) * E * B(N) * (T(N)^{**3}) * (mo^{**4}) / (10080. * (1.-PS^{**2}) * (ONDA^{**3}))$$

$$C2=(PI^{**2}) * E * (T(N)^{**3}) * (mo^{**2}) / (360. * (1.-PS^{**2}) * B(N) * ONDA)$$

$$C3=E * ONDA * (T(N)^{**3}) / (24. * (1.-PS^{**2}) * (B(N)^{**3}))$$

$$KEE(1,1)=C1 * 156. + C2 * 36. + C3 * 12.$$

$$KEE(2,1)=(C1 * 22. + C2 * (3. + 15. * PS) + C3 * 6.) * B(N)$$

$$KEE(3,1)=(C1 * 54. - C2 * 36. - C3 * 12.)$$

$$KEE(4,1)=(C1 * (-13.) + C2 * 3. + C3 * 6.) * B(N)$$

$$KEE(2,2)=(C1 + C2 + C3) * 4. * B(N)^{**2}$$

$$KEE(3,2)=(C1 * 13. - C2 * 3. - C3 * 6.) * B(N)$$

$$KEE(4,2)=(C1 * (-3.) - C2 + C3 * 2.) * B(N)^{**2}$$

$$KEE(3,3)=C1 * 156. + C2 * 36. + C3 * 12.$$

$$KEE(4,3)=C1 * ((-22.) * B(N)) + C2 * (-3. - 15. * PS) * B(N) + C3 * (-6. * B(N))$$

$$KEE(4,4)=(C1 + C2 + C3) * 4. * B(N)^{**2}$$

- C  
 C MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL LINEAR  
 C QUADRADA E REORDENADA  
 C

$$800 K(J1,J1)=K(J1,J1)+KEE(1,1)$$

$$K(J2,J1)=K(J2,J1)+KEE(2,1)$$

$$K(K1,J1)=K(K1,J1)+KEE(3,1)$$

$$K(K2,J1)=K(K2,J1)+KEE(4,1)$$

$$K(J1,J2)=K(J2,J1)$$

$$K(J2,J2)=K(J2,J2)+KEE(2,2)$$

$$K(K1,J2)=K(K1,J2)+KEE(3,2)$$

$$K(K2,J2)=K(K2,J2)+KEE(4,2)$$

$$K(J1,K1)=K(K1,J1)$$

$$K(J2,K1)=K(K1,J2)$$

$K(K1,K1)=K(K1,K1)+KEE(3,3)$

$K(K2,K1)=K(K2,K1)+KEE(4,3)$

$K(J1,K2)=K(K2,J1)$

$K(J2,K2)=K(K2,J2)$

$K(K1,K2)=K(K2,K1)$

$K(K2,K2)=K(K2,K2)+KEE(4,4)$

500 CONTINUE

C

C TRANSFORMAR EM MATRIZ RETANGULAR

C DE DIMENSAO N X MB

C

700 DO 600 I=1,ND

DO 600 J=1,ND

IF(ABS(J-I).GT.M1) GO TO 600

JJ=J-I+M1+1

KE(I,JJ)=K(I,J)

600 CONTINUE

RETURN

END

SUBROUTINE RIGGE

(NE,NOP,B,T,ONDA,LR,LCR,MB,KG,KGE,NP,K,M1,ND,mo)

IMPLICIT REAL \*8 (A-H,O-Z)

DIMENSION NOP(30,2),B(30),T(30),LR(60),LCR(60)

REAL \*8 KG(60,30),KGE(4,4),K(60,60)

DO 1 I=1,60

DO 1 J=1,60

1 K(I,J)=0.

DO 100 I=1,60

DO 100 J=1,30

100 KG(I,J)=0.

DO 500 N=1,NE

J1=2\*NOP(N,1)-1

J2=2\*NOP(N,1)

K1=2\*NOP(N,2)-1

K2=2\*NOP(N,2)

C

C REORDENACAO DAS DIRECOES

C

IF(LR(J1).NE.0) GO TO 2

J1=J1-LCR(J1)

GO TO 3

2 J1=ND+LCR(J1)

3 IF(LR(J2).NE.0) GO TO 4

J2=J2-LCR(J2)

GO TO 5

4 J2=ND+LCR(J2)

5 IF(LR(K1).NE.0) GO TO 6

K1=K1-LCR(K1)

GO TO 7

6 K1=ND+LCR(K1)

7 IF(LR(K2).NE.0) GO TO 8

K2=K2-LCR(K2)

GO TO 9

$$8 \quad K2=ND+LCR(K2)$$

C

C MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ

C GEOMETRICA DO ELEMENTO

C

$$9 \quad PI=3.141593$$

$$C1=(PI**2)*B(N)*T(N)*(mo**2)/(840.*ONDA)$$

$$KGE(1,1)=C1*156.$$

$$KGE(2,1)=C1*22.*B(N)$$

$$KGE(3,1)=C1*54.$$

$$KGE(4,1)=C1*(-13.)*B(N)$$

$$KGE(2,2)=C1*4.*B(N)**2$$

$$KGE(3,2)=-KGE(4,1)$$

$$KGE(4,2)=C1*(-3.)*B(N)**2$$

$$KGE(3,3)=KGE(1,1)$$

$$KGE(4,3)=-KGE(2,1)$$

$$KGE(4,4)=KGE(2,2)$$

C

C MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL GEOMETRICA

C QUADRADA REORDENADA

C

$$800 \quad K(J1,J1)=K(J1,J1)+KGE(1,1)$$

$$K(J2,J1)=K(J2,J1)+KGE(2,1)$$

$$K(K1,J1)=K(K1,J1)+KGE(3,1)$$

$$K(K2,J1)=K(K2,J1)+KGE(4,1)$$

$$K(J1,J2)=K(J2,J1)$$

```

K(J2,J2)=K(J2,J2)+KGE(2,2)
K(K1,J2)=K(K1,J2)+KGE(3,2)
K(K2,J2)=K(K2,J2)+KGE(4,2)
K(J1,K1)=K(K1,J1)
K(J2,K1)=K(K1,J2)
K(K1,K1)=K(K1,K1)+KGE(3,3)
K(K2,K1)=K(K2,K1)+KGE(4,3)
K(J1,K2)=K(K2,J1)
K(J2,K2)=K(K2,J2)
K(K1,K2)=K(K2,K1)
K(K2,K2)=K(K2,K2)+KGE(4,4)

```

500 CONTINUE

C

C TRANSFORMAR EM MATRIZ RETANGULAR

C DE DIMENSAO N X MB

C

700 DO 600 I=1,ND

DO 600 J=1,ND

IF(ABS(J-I).GT.M1) GO TO 600

JJ=J-I+M1+1

KG(I,JJ)=K(I,J)

600 CONTINUE

RETURN

END

SUBROUTINE BANVEC (N,M1,MB,NR,CEPS,A,LI,ROOT,TOL,IV,NIT,ZR,ZL,IPV,

1 FACT,RD,ID,AA,W,B,Z)

IMPLICIT REAL \*8(A-H,O-Z)

```
DIMENSION A(60,30),AA(60,30),B(60,30),FACT(60,15),W(60),ZL(60,5),
1 ZR(60,5),RD(5),ROOT(5),ID(5),IPV(60),NIT(2,5),Z(60)

EPS=0.D0

DO 12 I=1,N

X=0.D0

DO 11 J=1,MB
11 X=X+DABS(A(I,J))
   IF(EPS.LT.X) EPS=X
12 CONTINUE

   EPS=EPS*TOL

DO 33 K=1,NR

DO 13 I=1,N

DO 13 J=1,MB
13 AA(I,J)=A(I,J)

DO 42 I=1,N

Z(I)=W(I)

42 W(I)=0.

DO 43 I=1,N

IF(I.GT.(M1+1)) GO TO 45

LB=M1+2-I

DO 44 J=LB,MB

J1=J-LB+1

44 W(I)=W(I)-B(I,J)*Z(J1)

GO TO 43

45 DO 46 J=1,MB

J1=J+I-M1-1

IF(J1.GT.N) GO TO 46
```

W(I)=W(I)-B(I,J)\*Z(J1)

46 CONTINUE

43 CONTINUE

CALL BANDET(N,M1,MB,1,ROOT(K),CEPS,AA,B,RD(K),ID(K),FACT,IPV)

CALL BANSOL(N,M1,MB,1,1,AA,FACT,IPV,W)

X=0.D0

DO 14 I=1,N

IF(DABS(W(I)).LE.DABS(X)) GO TO 14

X=W(I)

IP=I

14 CONTINUE

X=1.D0/X

DO 15 I=1,N

ZR(I,K)=X\*W(I)

15 W(I)=ZR(I,K)

LL=0

16 LL=LL+1

D=0.D0

DO 52 I=1,N

Z(I)=W(I)

52 W(I)=0.

DO 53 I=1,N

IF(I.GT.(M1+1)) GO TO 55

LB=M1+2-I

DO 54 J=LB,MB

J1=J-LB+1

54 W(I)=W(I)-B(I,J)\*Z(J1)

```

GO TO 53
55 DO 56 J=1,MB
    J1=J+I-M1-1
    IF(J1.GT.N) GO TO 56
    W(I)=W(I)-B(I,J)*Z(J1)
56 CONTINUE
53 CONTINUE
    CALL BANSOL(N,M1,MB,0,1,AA,FACT,IPV,W)
    Y=1.D0/W(IP)
    X=0.D0
    DO 17 I=1,N
        IF(DABS(W(I)).LE.DABS(X)) GO TO 17
        X=W(I)
        IP=I
17 CONTINUE
    X=1.D0/X
    DO 18 I=1,N
        DD=DABS((ZR(I,K)-Y*W(I))*X)
        IF(DD.GT.D) D=DD
        ZR(I,K)=X*W(I)
18 W(I)=ZR(I,K)
    IF(D.LE.EPS) GO TO 20
    IF(LL.LT.LI) GO TO 16
    WRITE(7,19) K
19 FORMAT(///1X,132('*')/1X,25('*'),' ROOT(',I2,')', PERMITTED NUMBER
+OF ITERATIONS EXCEEDED FOR THE RIGHT HAND EIGENVECTOR ',25('*')/1
+X,132('*')///)

```

```
20 NIT(1,K)=LL
   ROOT(K)=ROOT(K)+Y
   IF(IV.EQ.1) GO TO 33
   DO 21 I=1,N
21  ZL(I,K)=ZR(I,K)
   LL=0
22  LL=LL+1
   D=0.D0
   W(1)=W(1)/AA(1,1)
   L=1
   DO 24 I=2,N
   X=W(I)
   M=I-1
   DO 23 JJ=L,M
   J=L+M-JJ
23  X=X-AA(J,I-J+1)*W(J)
   IF(I.GE.MB) L=L+1
24  W(I)=X/AA(I,1)
   NN=N-1
   DO 26 II=1,NN
   I=N-II
   L=I+1
   M=I+M1
   IF(M.GT.N) M=N
   X=W(I)
   DO 25 J=L,M
25  X=X-FACT(I,J-I)*W(J)
```

```

W(I)=X
J=IPV(I)
IF(I.EQ.J) GO TO 26
X=W(I)
W(I)=W(J)
W(J)=X
26 CONTINUE
Y=1.D0/W(IP)
X=0.D0
DO 27 I=1,N
IF(DABS(W(I)).LE.DABS(X)) GO TO 27
X=W(I)
IP=I
27 CONTINUE
X=1.D0/X
DO 28 I=1,N
DD=DABS((ZL(I,K)-Y*W(I))*X)
IF(DD.GT.D) D=DD
ZL(I,K)=X*W(I)
28 W(I)=ZL(I,K)
IF(D.LE.EPS) GO TO 30
IF(LL.LT.LI) GO TO 22
WRITE(7,29) K
29 FORMAT(///1X,132('*')/1X,25('*'),' ROOT(',I2,')', PERMITTED NUMBER
+OF ITERATIONS EXCEEDED FOR THE LEFT HAND EIGENVECTOR ',26('*')/1X
+,132('*')///)
30 NIT(2,K)=LL

```

```
MD=M1+1
NN=N-MB+MD
X=0.D0
Y=0.D0
JS=MD+1
JE=MB
DO 32 I=1,N
IF(I.LE.MD) JS=JS-1
IF(I.GT.NN) JE=JE-1
D=-ROOT(K)*ZR(I,K)
DO 31 J=JS,JE
31  D=D+A(I,J)*ZR(I+J-MD,K)
    X=X+D*ZL(I,K)
32  Y=Y+ZR(I,K)*ZL(I,K)
    ROOT(K)=ROOT(K)+X/Y
33  CONTINUE
    RETURN
    END
SUBROUTINE BANDET(N,M1,MB,IP,ROOT,CEPS,A,B,RD,ID,FACT,IPV)
IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(60,30),B(60,30),FACT(60,15),IPV(60)
M2=MB-M1-1
MD=M1+1
IF(IP.NE.1) GO TO 13
ANORM=0.D0
DO 12 I=1,N
X=0.D0
```

```
DO 11 J=1,MB
11 X=X+DABS(A(I,J))
   IF(ANORM.LT.X) ANORM=X
12 CONTINUE
13 DO 14 I=1,N
   DO 14 J=1,MB
14 A(I,J)=A(I,J)+ROOT*B(I,J)
   L=M1
   DO 17 I=1,M1
     JJ=M1+2-I
     DO 15 J=JJ,MB
15 A(I,J-L)=A(I,J)
     L=L-1
     JJ=MB-L
     DO 16 J=JJ,MB
16 A(I,J)=0.D0
17 CONTINUE
   RD=1.D0
   ID=0
   L=M1
   DO 28 K=1,N
     X=A(K,1)
     I=K
     IF(K.EQ.N) GO TO 19
     IF(L.LT.N) L=L+1
     JJ=K+1
     DO 18 J=JJ,L
```

IF(DABS(A(J,1)).LE.DABS(X)) GO TO 18

X=A(J,1)

I=J

18 CONTINUE

19 IPV(K)=I

RD=RD\*X

IF(X.NE.0.D0) GO TO 20

ID=0

IF(IP.EQ.0) GO TO 29

A(K,1)=ANORM\*CEPS

20 IF(RD.EQ.0.D0) GO TO 23

21 ID=ID+4

IF(DABS(RD).LT.1.D0) GO TO 22

RD=RD\*6.25D-2

GO TO 21

22 ID=ID-4

IF(DABS(RD).GE.6.25D-2) GO TO 23

RD=RD\*16.D0

GO TO 22

23 IF(I.EQ.K) GO TO 25

RD=-RD

DO 24 J=1,MB

X=A(K,J)

A(K,J)=A(I,J)

24 A(I,J)=X

25 II=K+1

IF(K.EQ.N) GO TO 28

```
DO 27 I=II,L
X=A(I,1)/A(K,1)
FACT(K,I-K)=X
DO 26 J=2,MB
26 A(I,J-1)=A(I,J)-X*A(K,J)
27 A(I,MB)=0.D0
28 CONTINUE
RETURN
29 WRITE(7,30)
30 FORMAT(/1X,131('*')/1X,39('*'),' ZERO PIVOT ENCOUNTERED DURING FAC
+TORISATION PROCESS ',39('*')/1X,131('*')/
RETURN
END
SUBROUTINE BANSOL(N,M1,MB,ID,NR,A,FACT,IPV,B)
IMPLICIT REAL *8(A-H,O-Z)
DIMENSION A(60,30),FACT(60,15),IPV(60),B(60,1)
IF(ID.EQ.1) GO TO 15
L=M1
DO 14 K=1,N
I=IPV(K)
IF(I.EQ.K) GO TO 12
DO 11 J=1,NR
X=B(K,J)
B(K,J)=B(I,J)
11 B(I,J)=X
12 IF(L.LT.N) L=L+1
IF(K.EQ.N) GO TO 14
```

```

II=K+1
DO 13 I=II,L
X=FACT(K,I-K)
DO 13 J=1,NR
13 B(I,J)=B(I,J)-X*B(K,J)
14 CONTINUE
15 NN=N-1
DO 17 J=1,NR
B(N,J)=B(N,J)/A(N,1)
L=2
DO 17 II=1,NN
I=N-II
X=B(I,J)
DO 16 K=2,L
16 X=X-A(I,K)*B(I+K-1,J)
IF(L.LT.MB) L=L+1
17 B(I,J)=X/A(I,1)
RETURN
END
PROGRAM INSLOA

```

C PROGRAMA PARA ESTUDO DA INSTABILIDADE LOCAL,

C UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS DE FAIXA

C CALCULO DA TENSAO CRITICA DE FLAMBAGEM

C EM PLACAS, PAINEIS ENRIGECIDOS E PERFIS FORMADOS POR CHAPAS  
DOBRADAS

C \*\*\*\*\*

C NUMERO DE COLUNAS DE FACT DEVE SER MAIOR OU IGUAL A M1

C \*\*\*\*\*

C NP = NUMERO DE NOS

C NE = NUMERO DE ELEMENTOS

C NDF = NUMERO DE DESLOCABILIDADES POR NO

C NPR = NUMERO DE NOS COM RESTRICOES

C NMAT = NUMERO DE TIPOS DE MATERIAIS

C mo = NUMERO DE MEIAS-ONDAS

C LR = DIRECAO RESTRINGIDA SE LR=1

C DIRECAO LIVRE SE LR=0

C LCR = LR ACUMULADO POR DIRECAO

C PROGRAM A P R I N C I P A L

IMPLICIT REAL \*8 (A-H,O-Z)

REAL \*8 ION(3),KGE(4,4),KEE(4,4),K(60,60)

CHARACTER \*80 ARQ1,ARQ2

DIMENSION TITLE(4),CORD(30,2),NOP(30,2),IMAT(30),

1 ORT(5,2),B(30),T(30),LR(60),LCR(60)

DIMENSION AA(60,30),FACT(60,15),W(60),Z(60),ZL(60,5),ZR(60,5),

1 RD(5),ROOT(5),ID(5),IPV(60),NIT(2,5),A(60,30),BB(60,30)

DIMENSION ITER(3),ATVA(3),ATVE(90,3),IAV(3)

```
WRITE(*,1002)
```

```
READ(*,1001)ARQ1
```

```
WRITE(*,1004)
```

```
READ(*,1001)ARQ2
```

```
1001 FORMAT(A80)
```

```
1002 FORMAT(1X,'ARQUIVO DE ENTRADA = ')
```

```
1004 FORMAT(1X,'ARQUIVO DE SAIDA = ')
```

```
OPEN(5,FILE=ARQ1)
```

```
OPEN(7,FILE=ARQ2)
```

```
READ(5,*) NPROB
```

```
1 FORMAT(I5)
```

```
C
```

```
C LOOP NO NUMERO DE PROBLEMAS
```

```
C SE IMPRES=0 SO IMPRIME RESULTADO FINAL
```

```
C SE IMPRES DIFERENTE DE ZERO IMPRIME PASSO A PASSO
```

```
C
```

```
READ(5,*)IMPRES
```

```
DO 400 I=1,NPROB
```

```
C
```

```
C LER DADOS DE GEOMETRIA E PROPRIEDADES
```

```
C
```

```
CALL GDATA (TITLE,NP,NE,NDF,NPR,NMAT,MB,ORT,CORD,NOP,IMAT,
```

```
1 B,T,ION,LR,LCR,M1,I,mo)
```

```
C
```

```
C DIMENSAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
```

C

NN=NP\*NDF

N=NN-LCR(NN)

ITLAG=0

NITL=20

CEPS=1.D-10

LI=50

IV=1

NR=1

C LOOP NOS TRES COMPRIMENTOS DE ONDA

DO 300 J=1,3

ONDA=ION(J)

CALL RIGLI (NE,NOP,IMAT,ORT,B,T,ONDA,LR,LCR,MB,A,KEE,

1 NMAT,NP,N,K,M1,mo)

CALL RIGGE (NE,NOP,B,T,ONDA,LR,LCR,MB,BB,KGE,NP,K,M1,N,mo)

DO 5 LJ=1,N

W(LJ)=1.

IPV(LJ)=0

DO 6 LK=1,NR

ZR(LJ,LK)=0.

6 ZL(LJ,LK)=0.

DO 15 JK=1,M1

15 FACT(LJ,JK)=0.

DO 7 IJ=1,MB

7 AA(LJ,IJ)=0.

5 CONTINUE

DO 8 II=1,NR

ROOT(II)=0.

RD(II)=0.

ID(II)=0.

NIT(1,II)=0.

8 NIT(2,II)=0.

C

C DETERMINACAO DE TOL

C

TOL=CEPS

CALL BANVEC (N,M1,MB,NR,CEPS,A,LI,ROOT,TOL,IV,NIT,ZR,ZL,

1 IPV,FACT,RD,ID,AA,W,BB,Z)

C

C ARMAZENAGEM DOS AUTOVAL. E AUTOVET.

C

ITER(J)=NIT(1,1)

ATVA(J)=ROOT(1)

DO 10 IK=1,N

10 ATVE(IK,J)=ZR(IK,1)

300 CONTINUE

C ORDENAR AUTO-VALORES : ATVA(1)<ATVA(2)<ATVA(3) EM VALOR

ABSOLUTO

500 DO 410 IO=1,3

410 IAV(IO)=IO

DO 411 IM=1,2

IIM=IM+1

DO 411 JM=IIM,3

IF(DABS(ATVA(IM)).LE.DABS(ATVA(JM))) GO TO 411

AV=ATVA(IM)

ATVA(IM)=ATVA(JM)

ATVA(JM)=AV

IIM=IAV(IM)

IAV(IM)=IAV(JM)

IAV(JM)=IIM

411 CONTINUE

TOLAV=DABS(ATVA(1)\*1.D-4)

C VERIFICAR CONVERGENCIA ENTRE AUTO-VALORES

IF(DABS(ATVA(2)-ATVA(1)).LE.TOLAV) GO TO 1000

IF(IMPRES.EQ.0) GO TO 250

C IMPRESSAO DE RESULTADOS

I1=IAV(1)

I2=IAV(2)

I3=IAV(3)

WRITE(7,200)I,ITLAG

WRITE(7,201)ION(I1),ITER(I1),ATVA(1)

WRITE(7,202)

WRITE(7,203)(ATVE(IK,I1),IK=1,N)

WRITE(7,201)ION(I2),ITER(I2),ATVA(2)

WRITE(7,202)

```
WRITE(7,203)(ATVE(IK,I2),IK=1,N)
```

```
WRITE(7,201)ION(I3),ITER(I3),ATVA(3)
```

```
WRITE(7,202)
```

```
WRITE(7,203)(ATVE(IK,I3),IK=1,N)
```

```
200 FORMAT(//'*** RESULTADOS DO PROBLEMA NUMERO',I4,' ***'//1X,'NUMER  
10 DE ITERACOES LAGRANGEANAS REALIZADAS =',I4,//1X,'ONDA',7X,'NIT',  
27X,'AUTOVALOR')
```

```
201 FORMAT(/F10.3,I5,5X,E15.9)
```

```
202 FORMAT(/1X,'AUTOVETOR'/)
```

```
203 FORMAT(8E15.9)
```

```
250 ITLAG=ITLAG+1
```

```
IF(ITLAG.LE.NITL) GO TO 416
```

```
WRITE(7,210)
```

```
210 FORMAT(//130('*')/20X,'NUMERO MAXIMO DE ITERACOES LAGRANGEANAS
```

```
ENT
```

```
1RE OS TRES AUTOVALORES ATINGIDO'/130('*'))
```

```
GO TO 400
```

```
C INTERPOLACAO LAGRANGEANA ENTRE OS TRES AUTOVALORES
```

```
416 I1=IAV(1)
```

```
I2=IAV(2)
```

```
I3=IAV(3)
```

```
AION=ION(I1)
```

```
AJON=ION(I2)
```

```
AKON=ION(I3)
```

```
ION(1)=AION
```

```
ION(2)=AJON
```

ION(3)=AKON

XO=AION

X1=AJON

X2=AKON

GA=ATVA(1)/((XO-X1)\*(XO-X2))

GB=ATVA(2)/((XO-X1)\*(X1-X2))

GC=ATVA(3)/((XO-X2)\*(X1-X2))

ONDA=(GA\*(X1+X2)-GB\*(XO+X2)+GC\*(XO+X1))/(2.\*(GA-GB+GC))

ION(3)=ONDA

J=3

CALL RIGLI (NE,NOP,IMAT,ORT,B,T,ONDA,LR,LCR,MB,A,KEE,

1       NMAT,NP,N,K,M1,mo)

CALL RIGGE (NE,NOP,B,T,ONDA,LR,LCR,MB,BB,KGE,NP,K,M1,N,mo)

DO 50LJ=1,N

W(LJ)=1.

IPV(LJ)=0

DO 60 LK=1,NR

ZR(LJ,LK)=0.

60 ZL(LJ,LK)=0.

DO 150 JK=1,M1

150 FACT(LJ,JK)=0.

DO 70 IJ=1,MB

70 AA(LJ,IJ)=0.

50 CONTINUE

DO 80 II=1,NR

ROOT(II)=0.

RD(II)=0.

ID(II)=0.

NIT(1,II)=0.

80 NIT(2,II)=0.

CALL BANVEC (N,M1,MB,NR,CEPS,A,LI,ROOT,TOL,IV,NIT,ZR,ZL,

1 IPV,FACT,RD,ID,AA,W,BB,Z)

ITER(3)=NIT(1,1)

ATVA(3)=ROOT(1)

DO 100 IK=1,N

100 ATVE(IK,3)=ZR(IK,1)

GO TO 500

#### C IMPRESSAO DO RESULTADO FINAL

1000 WRITE(7,220)I,ITLAG

220 FORMAT(//1X,'RESULTADO DO PROBLEMA NUMERO ',I4,10X,70('\*')//1X,'

1NUMERO DE ITERACOES ENTRE AUTOVALORES =',I5)

I1=IAV(1)

WRITE(7,224)ION(I1)

224 FORMAT(/1X,'COMPRIMENTO DA ONDA SENOIDAL =',E15.9)

WRITE(7,221)ATVA(1)

221 FORMAT(/1X,'TENSAO CRITICA ( NA DIRECAO X) =',E15.9)

WRITE(7,222)

222 FORMAT(/1X,'MODO DE FLAMBAGEM CORRESPONDENTE')

I1=IAV(1)

WRITE(7,223)(ATVE(IK,I1),IK=1,N)

223 FORMAT(/8(2X,E10.4))

400 CONTINUE

STOP

END

## A.2 - RESULTADOS DO PROGRAMA INSLOS PARA AS SEÇÕES EM ESTUDO

A seguir estão apresentadas as tabelas A.1, A.2 e A.3, contendo os resultados do programa inslos para as três seções em estudo.

Tabela A.1 - RESULTADOS DA SEÇÃO 1 (130 X 78 X 45 X 28 t=2,25 )

SEÇÃO 1	L	$\sigma_{cr}$ m=1	$\sigma_{cr}$ m=2	$\sigma_{cr}$ m=3	k m=1	k m=2	k m=3
0,3	39	768,13			13,51		
0,4	52	503,05			8,85		
0,5	65	388,78	1041,23		6,84	18,31	
0,6	78	335,41	768,13		5,90	13,51	
0,7	91	312,20	605,90		5,49	10,66	
0,80	104	305,88			5,38		
0,8	104	306,33	503,05	932,67	5,39	8,85	16,40
0,9	117	311,69	435,00	768,13	5,48	7,65	13,51
1,0	130	325,06	388,78	651,62	5,72	6,84	11,46
1,1	143	344,64	357,05	566,58	6,06	6,28	9,97
1,2	156	369,31	335,41	503,05	6,50	5,90	8,85
1,3	169	398,40	321,06	454,77	7,01	5,65	8,00
1,4	182	431,46	312,20	417,61	7,59	5,49	7,35
1,5	195	468,18	307,57	388,78	8,23	5,41	6,84
1,59	207		306,32			5,39	
1,6	208	508,34	306,33	366,33	8,94	5,39	6,44
1,7	221	551,80	307,85	348,88	9,71	5,41	6,14
1,8	234	598,44	311,69	335,41	10,53	5,48	5,90
1,9	247	648,19	317,51	325,16	11,40	5,58	5,72
2,0	260	700,97	325,06	317,57	12,33	5,72	5,59
2,1	273	756,75	334,15	312,20	13,31	5,88	5,49
2,2	286	815,48	344,64	308,70	14,34	6,06	5,43
2,3	299	877,13	356,39	306,82	15,43	6,27	5,40
2,38	310			306,32			5,39
2,4	312	941,69	369,31	306,33	16,56	6,50	5,39
2,5	325	1009,13	383,34	306,06	17,75	6,74	5,38
2,6	338	1079,44	398,40	308,89	18,99	7,01	5,43
2,7	351		414,46	311,69		7,29	5,48
2,8	364		431,46	315,36		7,59	5,55
2,9	377		449,38	319,84		7,90	5,63

3,0	390		468,18	325,06		8,23	5,72
3,1	403		487,84	330,96		8,58	5,82
3,2	416		508,34	337,50		8,94	5,94
3,3	429		529,67	344,64		9,32	6,06
3,4	442		551,80	352,33		9,71	6,20
3,5	455		574,73	360,57		10,11	6,34
3,6	468		598,44	369,31		10,53	6,50
3,7	481		622,93	378,54		10,96	6,66
3,8	494		648,19	388,25		11,40	6,83
3,9	507		674,20	398,40		11,86	7,01
4,0	520		700,97	409,00		12,33	7,19
4,1	533		728,49	420,02		12,81	7,39
4,2	546		756,75	431,46		13,31	7,59
4,3	559		785,74	443,31		13,82	7,80
4,4	572		815,48	455,55		14,34	8,01
4,5	585		845,94	468,18		14,88	8,23
4,6	598		877,13	481,19		15,43	8,46
4,7	611			494,58			8,70
4,8	624			508,34			8,94
4,9	637			522,47			9,19
5,	650			536,96			9,44
5,1	663			551,80			9,71
5,2	676			559,94			9,85
5,3	689			582,55			10,25
5,4	702			598,44			10,53
5,5	715			614,68			10,81
5,6	728			631,27			11,10
5,7	741			648,19			11,40
5,8	754			665,45			11,70
5,9	767			683,04			12,01
6,0	780			700,97			12,33
6,1	793			719,23			12,65
6,2	806			737,83			12,98
6,3	819			756,75			13,31
6,40	832			776,00			13,65

Tabela A.2 - RESULTADOS DA SEÇÃO 2 (130 X 78 X 45 X 28 t=2,65 )

SEÇÃO 2							
l/a	L	$\sigma_{cr}$ m=1	$\sigma_{cr}$ m=2	$\sigma_{cr}$ m=3	k m=1	k m=2	k m=3
0,3	39	1065,51			13,51		
0,4	52	697,81			8,85		
0,5	65	539,29	1444,42		6,84	18,31	
0,6	78	465,26	1065,51		5,90	13,51	
0,7	91	433,07	840,47		5,49	10,66	
0,80	104	424,91			5,39		
0,8	104	424,93	697,81	1293,75	5,39	8,85	16,40
0,9	117	432,36	603,41	1065,51	5,48	7,65	13,51
1,0	130	450,91	539,29	845,02	5,72	6,84	10,71
1,1	143	478,06	495,29	785,93	6,06	6,28	9,97
1,2	156	512,29	465,26	697,81	6,50	5,90	8,85
1,3	169	552,65	445,37	630,84	7,01	5,65	8,00
1,4	182	598,51	433,07	579,29	7,59	5,49	7,35
1,5	195	649,44	426,65	539,29	8,23	5,41	6,84
1,59	207		424,91			5,39	
1,6	208	705,15	424,93	508,16	8,94	5,39	6,44
1,7	221	765,44	427,04	483,95	9,71	5,41	6,14
1,8	234	830,14	432,36	465,26	10,53	5,48	5,90
1,9	247	899,14	440,44	451,05	11,40	5,58	5,72
2,0	260	972,36	450,91	440,52	12,33	5,72	5,59
2,1	273	1049,73	463,53	433,07	13,31	5,88	5,49
2,2	286	1131,20	478,06	428,22	14,34	6,06	5,43
2,3	299	1216,72	494,36	425,60	15,43	6,27	5,40
2,39	310	1306,27		424,91	16,56		5,39
2,4	312		512,29	424,93		6,50	5,39
2,5	325		531,75	425,95		6,74	5,40
2,6	338		552,65	428,48		7,01	5,43
2,7	351		574,92	432,36		7,29	5,48
2,8	364		598,51	437,46		7,59	5,55
2,9	377		623,36	443,68		7,90	5,63
3,0	390		649,44	450,91		8,23	5,72

3,1	403		676,71	455,10		8,58	5,77
3,2	416		705,15	478,64		8,94	6,07
3,3	429		734,73	488,74		9,32	6,20
3,4	442		765,44	500,17		9,71	6,34
3,5	455		797,24	512,29		10,11	6,50
3,6	468		830,14	525,10		10,53	6,66
3,7	481		864,11	538,56		10,96	6,83
3,8	494		899,14	552,65		11,40	7,01
3,9	507		935,23	567,35		11,86	7,19
4,0	520		972,36	582,64		12,33	7,39
4,1	533		1010,53	598,51		12,81	7,59
4,2	546		1049,73	614,94		13,31	7,80
4,3	559		1089,95	631,92		13,82	8,01
4,4	572		1131,20	649,44		14,34	8,23
4,5	585		1173,45	667,49		14,88	8,46
4,6	598		1216,72	686,06		15,43	8,70
4,7	611			705,15			8,94
4,8	624			724,75			9,19
4,9	637			744,84			9,44
5,0	650			765,44			9,71
5,1	663			786,52			9,97
5,2	676			808,09			10,25
5,3	689			830,14			10,53
5,4	702			852,66			10,81
5,5	715			875,68			11,10
5,6	728			899,14			11,40
5,7	741			923,08			11,70
5,8	754			947,49			12,01
5,9	767			972,36			12,33
6,0	780			700,97			8,89

Tabela A.3 - RESULTADOS DA SEÇÃO 3 (150 X 90 X 30 X 52 t=2,65 )

SEÇÃO 3							
l/a	L	$\sigma_{cr}$ m=1	$\sigma_{cr}$ m=2	$\sigma_{cr}$ m=3	k m=1	k m=2	K m=3
0,3	39	800,32			13,51		
0,4	52	524,26			8,85		
0,5	65	405,19	1084,66		6,84	18,31	39,52
0,6	78	350,10	800,32		5,91	13,51	27,24
0,7	91	326,41	631,48		5,51	10,66	20,65
0,8	104	300,34	524,26	972,11	5,07	8,85	16,41
0,9	117	327,00	453,77	800,32	5,52	7,66	13,51
1,0	130	341,22	405,19	678,88	5,76	6,84	11,46
1,3	169	420,00	539,07	473,91	7,09	9,10	8,00
1,5	195	494,05	321,67	405,79	8,34	5,43	6,85
1,6	208	536,70	321,07	382,09	9,06	5,42	6,45
1,7	221	582,91	322,85	364,32	9,84	5,45	6,15
1,8	234	632,67	327,00	350,10	10,68	5,52	5,91
1,9	247	685,39	332,92	340,03	11,57	5,62	5,74
2,0	260	741,67	341,22	331,74	12,52	5,76	5,60
2,1	273	800,91	351,29	326,41	13,52	5,93	5,51
2,2	286	863,11	362,54	322,85	14,57	6,12	5,45
2,3	299		374,98	321,07		6,33	5,42
2,4	312		388,61	320,48		6,56	5,41
2,5	325		404,01	321,67		6,82	5,43
2,6	338		450,81	324,04		7,61	5,47
2,7	351		466,21	327,00		7,87	5,52
2,8	364		470,95	331,14		7,95	5,59
2,9	377		473,91	334,11		8,00	5,64
3,0	390		495,24	341,22		8,36	5,76
3,1	403		514,78	347,73		8,69	5,87
3,4	442		555,66	370,83		9,38	6,26
3,5	455		572,84	379,13		9,67	6,40
3,6	468		591,20	388,61		9,98	6,56
3,8	494		629,12	408,75		10,62	6,90
4,0	520		741,67	430,67		12,52	7,27
4,2	546			454,95			7,68
4,4	572			480,43			8,11
4,7	611			522,49			8,82
4,9	637			551,51		14,99	9,31
5,0	650			567,51		18,05	9,58

### A.3 - Resultados fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa

A seguir temos a tabela A.4, contendo as relações geométricas da seção transversal, que devem obedecer os perfis. Serão também apresentadas as tabelas A5, A6 e A.7, contendo as informações fornecidas pelo Instituto Técnico de Lisboa, referentes as três seções de estudo. Também são apresentados os gráficos fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa.

Tabela A.4 – Relações geométricas da seção transversal

relação	b2/b1	b3/b1	b4/b1
S1 / S2 / S3	0,6	0,2	0,3

Tabela A.5 – Resultados da tensão crítica afetada pelo modo distorcional e do seu respectivo coeficiente de flambagem, para a seção1 ( 130x78x26x45 t=2,25 )

a/b <sub>1</sub>	$\sigma_{cr}$ ( MPa )	k <sub>cr</sub>	Modo
0,1	5671	103,21	local
0,2	1512	27,52	local
0,3	749,6	13,64	local
0,4	490,8	8,93	local
0,5	379,2	6,90	local
0,6	327	5,95	local
0,7	304,1	5,53	local
0,8	298,1	5,43	local
0,9	302,8	5,51	distorcional
1	315,2	5,74	distorcional
1,5	444	8,08	distorcional
2	614,1	11,18	distorcional
2,5	627,8	11,43	distorcional
3	523	9,52	distorcional
3,5	429	7,81	distorcional
4	359,4	6,54	distorcional
4,5	309,8	5,64	distorcional

5	275,2	5,01	distorcional
5,5	251,5	4,58	distorcional
6	236,1	4,30	distorcional
6,5	226,9	4,13	distorcional
7	222,6	4,05	distorcional
7,5	222,3	4,05	distorcional
8	225,2	4,10	distorcional
8,5	230,8	4,20	distorcional
9	238,6	4,34	distorcional
9,5	248,3	4,52	distorcional
10	259,7	4,73	distorcional
15	280,6	5,11	flexo - torsão
20	172,3	3,14	flexo - torsão
25	114,5	2,08	flexo - torsão
30	81,8	1,49	flexo - torsão
35	61,75	1,12	flexo - torsão
40	48,63	0,89	flexo - torsão
45	39,59	0,72	flexo - torsão
50	33,09	0,60	flexo - torsão
55	28,26	0,51	flexo - torsão
60	24,56	0,45	flexo - torsão
65	21,67	0,39	flexo - torsão
70	19,35	0,35	flexo - torsão
75	17,47	0,32	flexo - torsão
80	15,91	0,29	flexo - torsão

Tabela A.6 – Resultados da tensão crítica afetada pelo modo distorcional e do seu respectivo coeficiente de flambagem, para a seção 2 ( 130x78x26x45 t=2,65 )

$a/b_1$	$\sigma_{cr}$ ( MPa )	$k_{cr}$	modo
0,1	7867	102,27	local
0,2	2096	27,25	local
0,3	1039	13,51	local
0,4	680,6	8,85	local
0,5	525,7	6,83	local
0,6	453,2	5,89	local
0,7	421,4	5,48	local
0,8	412,8	5,37	local
0,9	419,2	5,45	local
1	435,9	5,67	local
1,5	607,7	7,90	local

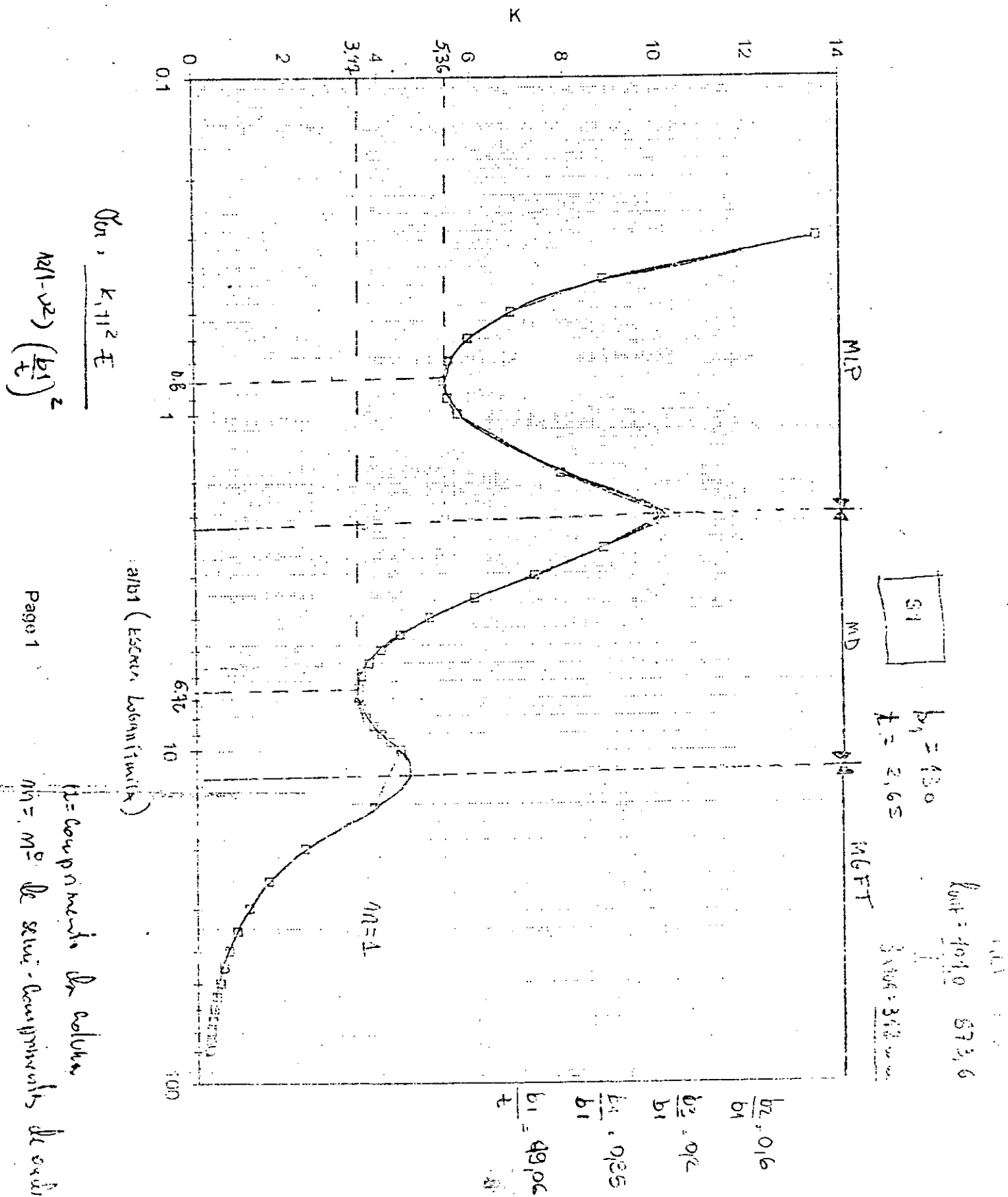
2	782,07	10,17	distorcional
2,5	679,3	8,83	distorcional
3	562,4	7,31	distorcional
3,5	459,4	5,97	distorcional
4	387,38	5,04	distorcional
4,5	338,26	4,40	distorcional
5	305,55	3,97	distorcional
5,5	284,76	3,70	distorcional
6	272,85	3,55	distorcional
6,5	267,7	3,48	distorcional
7	267,9	3,48	distorcional
7,5	272,4	3,54	distorcional
8	280,4	3,65	distorcional
8,5	291,4	3,79	distorcional
9	304,8	3,96	distorcional
9,5	320,4	4,17	distorcional
10	337,7	4,39	distorcional
15	291,2	3,79	flexo - torsão
20	176	2,29	flexo - torsão
25	117,1	1,52	flexo - torsão
30	84,08	1,09	flexo - torsão
35	63,92	0,83	flexo - torsão
40	50,74	0,66	flexo - torsão
45	41,64	0,54	flexo - torsão
50	35,09	0,46	flexo - torsão
55	30,21	0,39	flexo - torsão
60	26,46	0,34	flexo - torsão
65	23,51	0,31	flexo - torsão
70	21,15	0,27	flexo - torsão
75	19,21	0,25	flexo - torsão
80	17,59	0,23	flexo - torsão

Tabela A.7 – Resultados da tensão crítica afetada pelo modo distorcional e do seu respectivo coeficiente de flambagem, para a seção 2 ( 150x90x30x52 t=2,65 )

$a/b_1$	$\sigma_{cr}$ ( MPa )	$k_{cr}$	modo
0,1	5909	102,23	local
0,2	1575	27,25	local
0,3	781	13,51	local
0,4	511,3	8,85	local

0,5	395,1	6,84	local
0,6	340,7	5,89	local
0,7	316,8	5,48	local
0,8	310,5	5,37	local
0,9	315,4	5,46	local
1	328,3	5,68	local
1,5	462	7,99	local
2	634,7	10,98	distorcional
2,5	636,6	11,01	distorcional
3	527,6	9,13	distorcional
3,5	432,4	7,48	distorcional
4	362,4	6,27	distorcional
4,5	312,8	5,41	distorcional
5	278,3	4,81	distorcional
5,5	255	4,41	distorcional
6	239,9	4,15	distorcional
6,5	231,1	4,00	distorcional
7	227,4	3,93	distorcional
7,5	447,6	7,74	distorcional
8	231	4,00	distorcional
8,5	237,1	4,10	distorcional
9	245,5	4,25	distorcional
9,5	255,9	4,43	distorcional
10	267,9	4,63	distorcional
15	281,9	4,88	flexo - torsão
20	172,7	2,99	flexo - torsão
25	114,8	1,99	flexo - torsão
30	82,04	1,42	flexo - torsão
35	61,99	1,07	flexo - torsão
40	48,86	0,85	flexo - torsão
45	39,81	0,69	flexo - torsão
50	33,31	0,58	flexo - torsão
55	28,47	0,49	flexo - torsão
60	24,77	0,43	flexo - torsão
65	21,87	0,38	flexo - torsão
70	19,55	0,34	flexo - torsão
75	17,66	0,31	flexo - torsão
80	16,1	0,28	flexo - torsão

A seguir encontram-se os três gráficos fornecidos pelo Instituto Técnico de Lisboa, para as três seções em estudo.

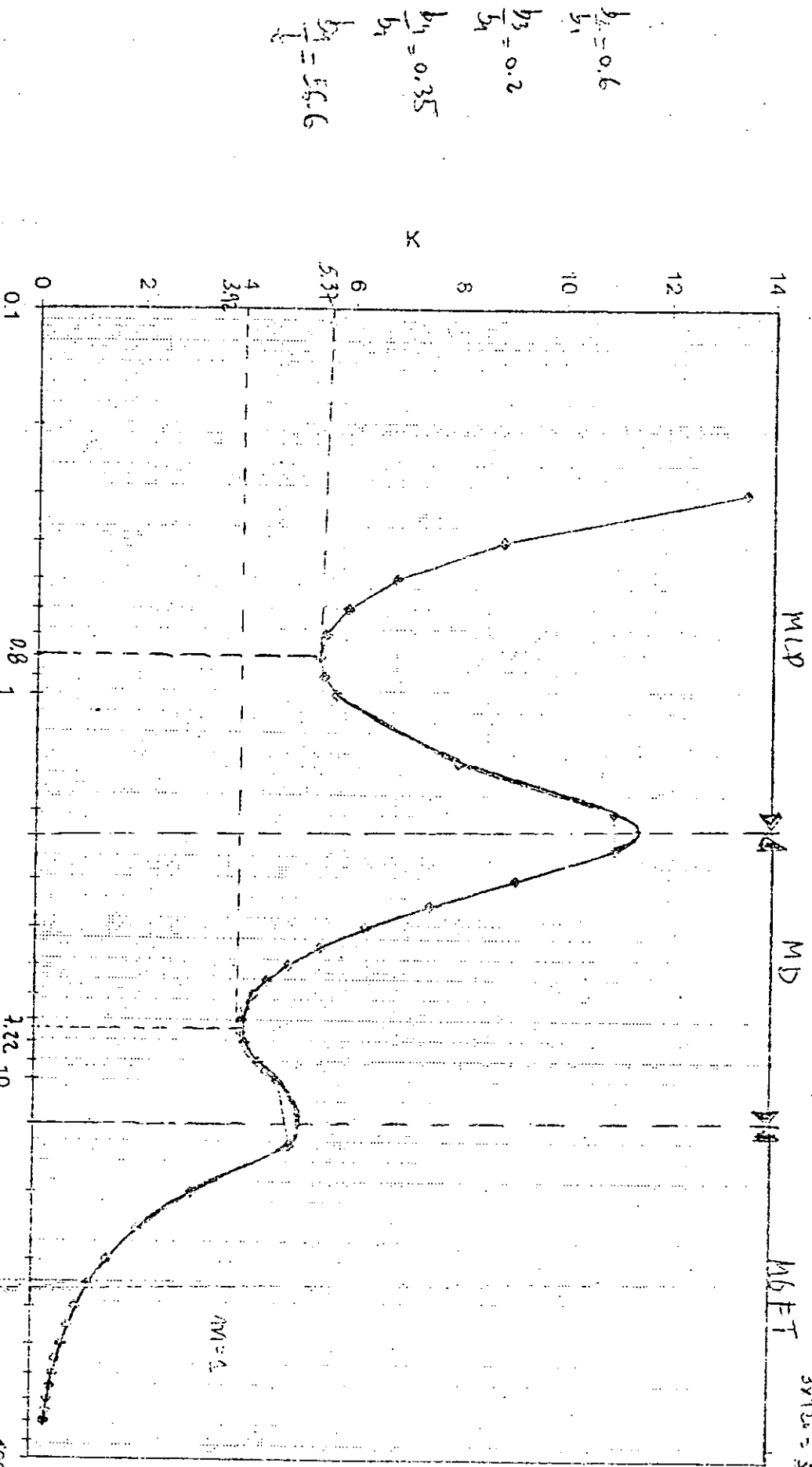


SZ

$b_n = 450$   
 $f = 2.65$

$f_{crit} = 1.25 \sigma_0$   
 $\downarrow$   
 $108330$

$3 \times 120 = 360 \text{ mm}$



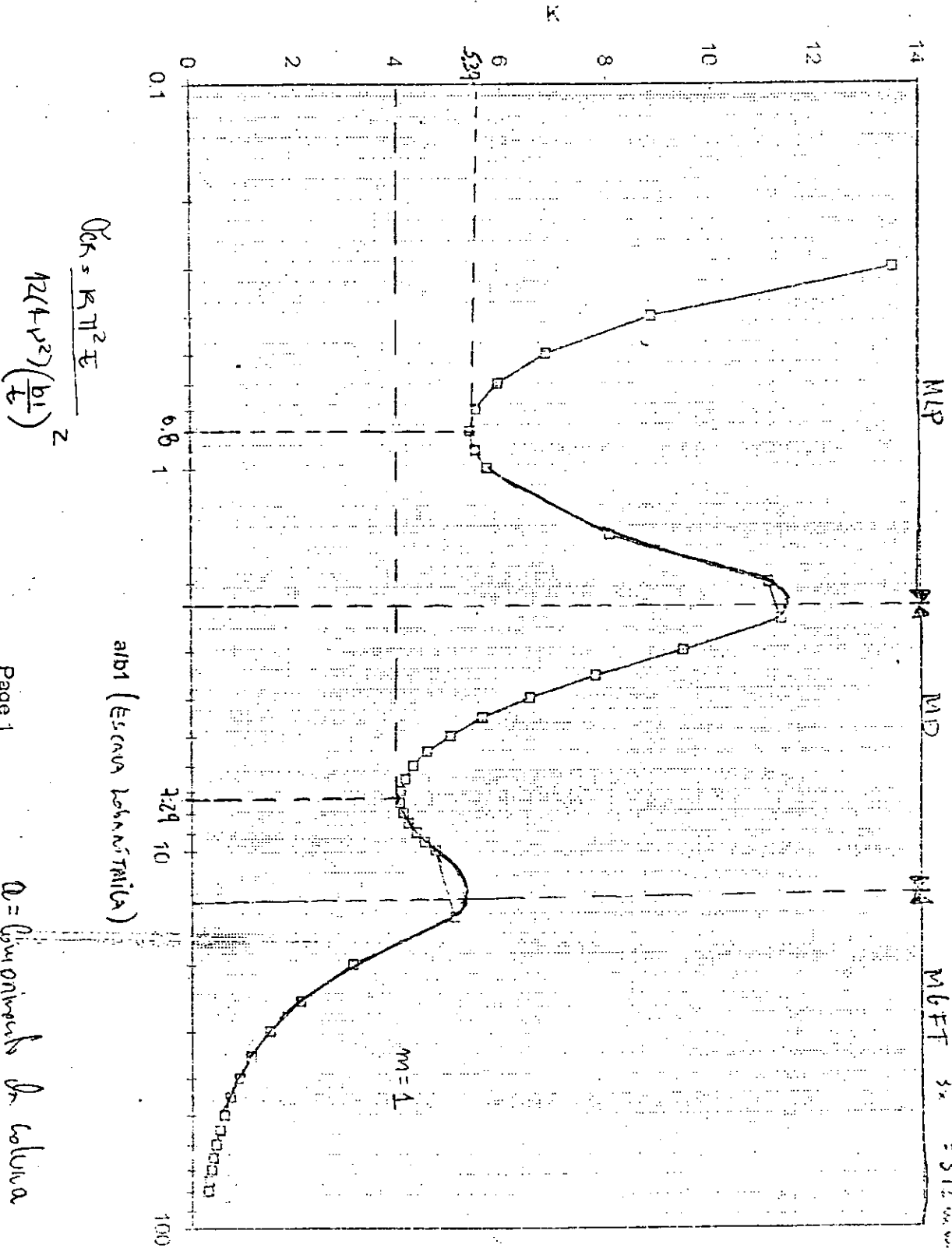
$\frac{b_2}{b_1} = 0.6$   
 $\frac{b_3}{b_1} = 0.2$   
 $\frac{b_4}{b_1} = 0.35$   
 $\frac{b_5}{b_1} = 56.6$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left( \frac{b_1}{t} \right)^2$$

алба (ESKVA Аббастипула)

AM = 4

Q = comprimento da coluna  
mm = m<sup>2</sup> da seção transversal de cada.



$b_1 = 45.0$   
 $t = 2.35$

$R_{df} = 10.1$      $54.7$

$M6FT \quad 3x = 312$

$\frac{b_2}{b_1} = 0.16$   
 $\frac{b_3}{b_1} = 0.2$   
 $\frac{b_4}{b_1} = 0.35$   
 $\frac{b_5}{b_1} = 57.77$

alb1 (Escava lateral)

$\alpha =$  Componente da coluna  
 $m = n$  e de seccoes - componentes do eixo.

#### 4 -MEDIDAS NOMINAIS DA SEÇÃO TRANSVERSAL DOS PERFIS A SEREM ENSAIADOS

A seguir encontra-se apresentada a figura A.1 contendo a nomenclatura das partes que compõe os perfis. Nest ítem, também são apresentadas as tabelas A.8 e A.9 contendo os valores das dimensões medidas para as colunas curtas e as colunas com comprimento intermediário, respectivamente. Por fim, é apresentada a tabela A.10 contendo os valores médios das espessuras das paredes que compõe cada seção transversal, tanto para as colunas curtas como para as colunas com comprimento intermediário.

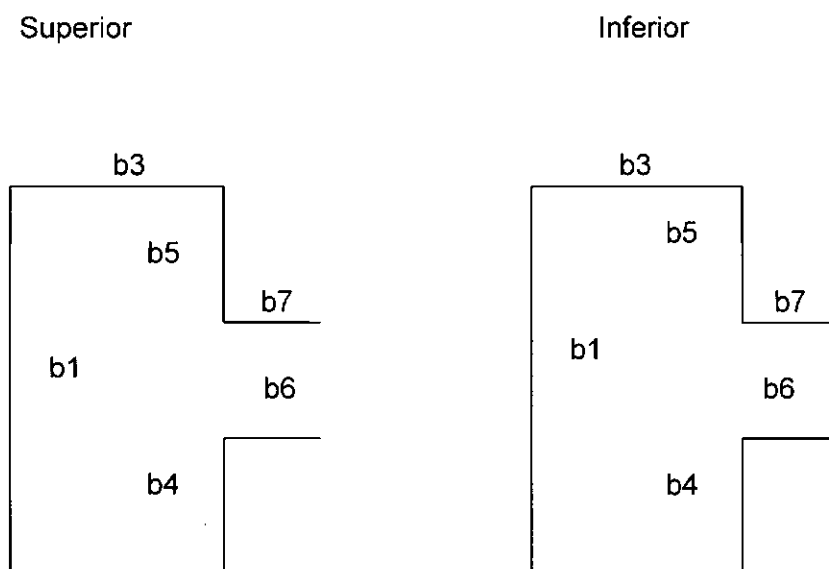


Figura A.1 – Croquis das partes que compõe a seção transversal

Tabela A.8 – Medidas da seção transversal para as colunas curtas

TIPO	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
CC1-1	135,2	77,75	77,8	26,2	26,3	45,35	44,75
CC1-2	136,6	77,9	77,55	26	25,7	44,9	44,7
CC1-3	137	77,5	77,6	25,1	26	45,1	45,2
CC1-4	137,45	77,7	78	26,2	26,4	44,3	44,9
CC1-5	136,7	77,6	77	26,6	26,2	44,3	44,55
CC1-6	135,8	77,55	77,5	26	27	44,8	44,7
CC2-1	133,1	77,5	76,85	25,9	26,05	45	44,8
CC2-2	130,25	77,85	77,55	29	28,04	44,95	45,15
CC2-3	137,9	77,9	77,2	25,5	25,6	45	44,75
CC2-4	131,5	77,8	77	27,9	27,5	45,2	45
CC2-5	131,9	77,5	76,7	27,1	27,5	44,8	44,8
CC2-6	130,2	77,95	77,9	29,9	29,1	45	45
CC3-1	149,4	8,99	90,8	32,5	32,1	52,3	52,5
CC3-2	148,2	90,4	90,7	32,3	32,3	52,4	52,7
CC3-3	149,9	90,3	90,7	32	32,2	52,7	52,5
CC3-4	148,4	90,2	90,7	32,6	32,6	52,8	52,7
CC3-5	149,7	90,1	90,6	32,1	32,4	52,7	52,3
CC3-6	149	90	90,3	32,2	32,6	52,7	52,7

Tabela A.9 – Medidas da seção transversal para as colunas com comprimento maior

TIPO	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7
CC1-1	137,35	77,1	77,85	26,1	26,3	44,9	45,1
CC1-2	136,35	77,5	77,4	26,3	26	44,8	44,9
CC1-3	137,7	77,1	77,5	25,5	25,8	44,9	45
CC1-4	137,8	77,7	77,5	26,7	26,3	44,7	44,1
CC1-5	135,1	77,5	77,4	26,3	26,1	45,3	45,8
CC1-6	135,7	77,4	77,6	26,5	26,2	45,2	45,5
CC2-1	132,65	77	77,4	26,2	26,3	44,7	44,8
CC2-2	129,95	77,55	78,1	28,3	28,8	44,8	45,2
CC2-3	137,2	77,5	78	25,8	25,6	45,1	45
CC2-4	131,3	77,1	77,9	28	27,2	44,9	44,9
CC2-5	132,35	77,2	77,4	27,4	27,5	44,8	44,8
CC2-6	130,5	78	77,9	28,3	28,5	45	44,9
CC3-1	149,2	90,5	90,2	32,6	32,1	52,4	52,3
CC3-2	148,5	90,8	90	32,7	32,5	52,7	52,5
CC3-3	149,5	90,6	90	32,7	32,6	52,5	52,5
CC3-4	147,7	90,7	90,2	33	32	52,8	52,8
CC3-5	149,4	90,8	90,1	32,1	32,3	52,4	52,6
CC3-6	148,7	90,5	90,1	32,5	32,6	52,3	52,4

Tabela A.10 – Medidas da média das espessuras para as colunas curtas e com comprimento intermediário para cada seção transversal

Coluna curta	S1	S2	S3
t1 - CC1	2.41	2.71	2.72
t2 - CC2	2.39	2.72	2.64
t3 - CC3	2.48	2.7	2.7
t4 - CC4	2.46	2.69	2.72
t5 - CC5	2.45	2.66	2.73
Média	2,44	2,69	2,70
Coluna com comprimento intermediário	S1	S2	S3
t1 - CL1	2.43	2.76	2.76
t2 - CL2	2.34	2.83	2.74
t3 - CL3	2.44	2.82	2.83
t4 - CL4	2.47	2.76	2.74
t5 - CL5	2.42	2.83	2.75
t6 - CL6	2.44	2.82	2.8
média	2,42	2,80	2,77

## ANEXO B

No Anexo B é apresentada a listagem do programa Progeo, que calcula as características geométricas de seções transversais com paredes esbeltas e formadas por trechos retilíneos, as cargas e tensões críticas de flambagem da coluna e de Euler bem como o valor do coeficiente de flambagem das colunas. Também são apresentados os resultados para cada seção analisada.

## B.1 - LISTAGEM DO PROGRAMA PROGEO

```
Program Pro_geo
```

```
C   Programadora : Elaine Garrido Vazquez
```

```
C   Data : 13/12/96
```

```
C   Curso de Mestrado da COPPE
```

```
Real Z,Y,W,LT,JT,ZCG,YCG,Alfa,ZCC,YCC,A,Wo,t,ni
```

```
Real*8 IZ,IY,IW,SZ,SY,SW,IZY,SWZ,SWY,Aux,lo,No,al,b,Nkft,Nky,Nkz,
```

```
1   Scr,Ecr,K1,K2
```

```
Integer n,m,i,erro,l,b1
```

```
Dimension Z(:), Y(:), W(:), LT(:)C
```

```
Allocatable :: Z,Y,W,LT
```

```
open(unit=5,file='arq.dat',status='old')
```

```
open(unit=6,file='arq.sai',status='unknown')
```

```
C   n = número de trechos
```

```
read(5,*)n
```

```
m=n+1
```

```
Allocate (stat=erro, Z(m),Y(m), W(m), LT(n))
```

```
If (erro.eq.0) then
```

```
write (6,'(5X," Alocação realizada")')
```

```
Else
```

```
write (6,'(5X," Erro na alocação de memória")')
```

```
Stop
```

```
End If
```

### C Definição das coordenadas cartesianas e setoriais

```
write(6,'(/,5X,"Dados da seção")')
```

```
write(6,'(/,5X,"Coordenadas em relação aos eixos originais")')
```

```
write(6,'(//,5X,"Ponto",20X,"Z",20X,"Y")')
```

```
Do i=1,n+1
```

```
read(5,'(F15.3)')Z(i)
```

```
read(5,'(F15.3)')Y(i)
```

```
W(i)= W(i-1)-Z(i)*Y(i-1)+Z(i-1)*Y(i)
```

```
write(6,'(/,5X,"Ponto",15,5X,F15.3,5X,F15.3)')i,Z(i),Y(i)
```

```
End do
```

### C Definição das espessuras e comprimentos dos trechos

```
write(6,'(/,5X,"Espessura dos trechos")')
```

```
Do i=1,n
```

```
write(6,'(/,5X,"trecho",15)')i
```

```
read(5,'(F7.3)')t
```

```
write(6,'(/,5X,"t=",F7.3)')t
```

```
End do
```

```
Do i=1,n
```

```
LT(i)=sqrt((Z(i+1)-Z(i))**2 + (Y(i+1)-Y(i))**2)*t
```

```
JT= JT+LT(i)*t**2/3
```

```
End do
```

### C Cálculo das características em relação ao referencial original

Do i=1,n

$$A = A + LT(i)$$

$$SZ = SZ + (Y(i)+Y(i+1))*LT(i)/2$$

$$SY = SY + (Z(i)+Z(i+1))*LT(i)/2$$

$$SW = SW + (W(i)+W(i+1))*LT(i)/2$$

$$IZY = IZY + (Z(i)*(2*Y(i)+Y(i+1)) + Z(i+1)*(Y(i)+2*Y(i+1)))*LT(i)/6$$

$$SWZ = SWZ + (Y(i)*(2*W(i)+W(i+1)) + Y(i+1)*(W(i)+2*W(i+1)))*LT(i)/6$$

$$SWY = SWY + (Z(i)*(2*W(i)+W(i+1)) + Z(i+1)*(W(i)+2*W(i+1)))*LT(i)/6$$

$$IZ = IZ + (Y(i)**2 + Y(i)*Y(i+1) + Y(i+1)**2)*LT(i)/3$$

$$IY = IY + (Z(i)**2 + Z(i)*Z(i+1) + Z(i+1)**2)*LT(i)/3$$

$$IW = IW + (W(i)**2 + W(i)*W(i+1) + W(i+1)**2)*LT(i)/3$$

End do

C Posição do centro de gravidade

$$ZCG = SY/A$$

$$YCG = SZ/A$$

$$W_o = SW/A$$

C Transformação das coordenadas

Do i=1,n+1

$$Z(i) = Z(i) - ZCG$$

$$Y(i) = Y(i) - YCG$$

$$W(i) = W(i) - W_o$$

End do

C Transformações das características

$$IZY = IZY - SZ*SY/A$$

$$SWZ = SWZ - SW*SZ/A$$

$$SWY = SWY - SW*SY/A$$

$$IZ = IZ - SZ**2/A$$

$$IY = IY - SY^{**2}/A$$

$$IW = IW - SW^{**2}/A$$

C Direção dos eixos principais

$$\text{Alfa} = (\text{atan}(-2*IZY/(IZ-IY)))/2$$

C Coordenadas do centro de cisalhamento em relação ao CG

$$ZCC = (SWZ*IY - SWY*IZY)/(IZ*IY-IZY^{**2})$$

$$YCC = (SWZ*IZY - SWY*IZ)/(IZ*IY-IZY^{**2})$$

C Transformação das coordenadas para os eixos principais

Do i=1,n+1

$$\text{Aux} = Z(i)$$

$$W(i) = W(i) + YCC*Z(i) - ZCC*Y(i)$$

$$Z(i) = Z(i)*\cos(\text{Alfa}) + Y(i)*\sin(\text{Alfa})$$

$$Y(i) = -\text{Aux}*\sin(\text{Alfa}) + Y(i)*\cos(\text{Alfa})$$

End do

C Momentos de inércia em relação aos eixos principais

$$\text{Aux} = IZ$$

$$IZ = IZ*\cos(\text{Alfa})^{**2} + IY*\sin(\text{Alfa})^{**2} - 2*IZY*\sin(\text{Alfa})*\cos(\text{Alfa})$$

$$Iy = \text{Aux}*\sin(\text{Alfa})^{**2} + IY*\cos(\text{Alfa})^{**2} - 2*IZY*\sin(\text{Alfa})*\cos(\text{Alfa})$$

$$IW = IW + SWY*YCC - SWZ*ZCC$$

C Resultados

```
write(6,'(/,5X,"Resultados")')
```

```
write(6,'(/,5X,"Posição do centro de gravidade em relação aos eixos  
1 originais")')
```

```
write(6,'(/,5X,"ZCG = ",F8.3)')ZCG
```

```
write(6,'(/,5X,"YCG = ",F8.3)')YCG
```

```
write(6,'(/,5X,"Direção dos eixos principais")')
```

```
write(6,'(/,5X,"Alfa = ",F8.3)')Alfa
```

```
write(6,'(/,5X,"Posição do centro de cisalhamento em relação aos  
1 eixos originais")')
```

```
write(6,'(/,5X,"ZCC = ",F8.3)')ZCC
```

```
write(6,'(/,5X,"YCC = ",F8.3)')YCC
```

```
write(6,'(/,5X,"Coordenada em relação aos eixos principais")')
```

```
Do i=1,n+1
```

```
  write(6,'(/,5X,"Ponto ",I5)')i
```

```
  write(6,'(/,5X,"Z= ",F8.3)')Z(i)
```

```
  write(6,'(/,5X,"Y= ",F8.3)')Y(i)
```

```
  write(6,'(/,5X,"W= ",F10.3)')W(i)
```

```
End do
```

```
write(6,'(/,5X,"Características da seção")')
```

```
write(6,'(/,5X,"A = ",F10.3)')A
```

```
write(6,'(/,5X,"IZ = ",F15.3)')IZ
```

```
write(6,'(/,5X,"IY = ",F15.3)')IY
```

```
write(6,'(/,5X,"JT = ",F10.3)')JT
```

```
write(6,'(/,5X,"IW = ",F15.3)')IW
```

C Cálculo para carregamento centrado ( $e_y=e_z=0$ )

```
E=2.1e5
```

```
G=7.8e4
```

```
pi=3.141592654
```

```
ni=0.3
```

```
read(5,'(I3)')b1
```

```
write(6,'(/,5X,"Largura b1 da seção = ",I3)')b1
```

C Cálculo de  $I_o$  - Momento de inércia polar

```
Io=IZ+IY+(ZCC+YCC)**2*A
```

```
write(6,'(/,5X,"Momento de inércia polar")')
```

```
write(6,'(/,5X,"Io = ",F15.3)')Io
```

### C Cálculo da carga crítica de flambagem por torção pura

Do  $I = 10 \cdot b_1, 100 \cdot b_1, 10 \cdot b_1$

```
write(6,'(///,5X,"***** RESULTADO DO PASSO ***** I=",I5)')I
```

```
write(6,'(/,5X,"Carga crítica de flambagem por torção pura")')
```

$$N_o = (A/I_o) \cdot (G \cdot J_t + (4 \cdot (\pi^2) \cdot E \cdot I_w) / (I^2))$$

```
write(6,'(/,5X,"No = ",F13.3)')No
```

### C Cálculo da carga crítica de flambagem por flexão em torno do plano de inércia mínima

```
write(6,'(/,5X,"Carga crítica de flambagem por flexão")')
```

$$N_{ky} = (\pi^2 \cdot E \cdot I_y) / (I^2)$$

```
write(6,'(/,5X,"Nky = ",F13.3)')Nky
```

### C Cálculo das constantes a<sub>l</sub> e b

$$a_l = (I_o/A) - (Y_{CC}^2)$$

```
write(6,'(/,5X,"Constantes al e b")')
```

```
write(6,'(/,5X,"al = ",F7.3)')al
```

$$b = I_o \cdot (N_{ky} + N_o) / A$$

```
write(6,'(/,5X,"b = ",F20.4)')b
```

### C Cálculo da carga crítica de flambagem da coluna

```
write(6,'(/,5X,"Carga crítica de flambagem da coluna")')
```

$$N_{kft} = (b - (\sqrt{b^2 - (4 \cdot (I_o/A) \cdot N_{ky} \cdot N_o \cdot a_l)})) / (2 \cdot a_l)$$

```
write(6,'(/,5X,"Nkft = ",F15.4)')Nkft
```

### C Cálculo da carga crítica de Euler N<sub>kz</sub>

```
write(6,'(/,5X,"Carga crítica de Euler")')
```

$$N_{kz} = (\pi^2 \cdot E \cdot I_z) / (I^2)$$

```
write(6,'(/,5X,"Nkz = ",F13.3')Nkz
```

C Cálculo da tensão crítica de flambagem da coluna

```
write(6,'(/,5X,"Tensão ao crítica de flambagem da coluna")')
```

```
Scr=Nkft/A
```

```
write(6,'(/,5X,"Scr = ",F10.3')Scr
```

C Cálculo da tensão crítica de Euler

```
write(6,'(/,5X,"Tensão crítica de Euler")')
```

```
Ecr=Nkz/A
```

```
write(6,'(/,5X,"Ecr = ",F10.3')Ecr
```

C Cálculo do valor de K para tensão crítica de flambagem na coluna

```
write(6,'(/,5X,"Cálculo do valor de K para Scr")')
```

```
K1=(Scr*12*(1-ni**2)*(b1/t)**2)/(pi**2*E)
```

```
write(6,'(/,5X,"K1 = ",F7.3')K1
```

C Cálculo do valor de K para Euler

```
write(6,'(/,5X,"Cálculo do valor de K para Ecr")')
```

```
K2=(Ecr*12*(1-ni**2)*(b1/t)**2)/(pi**2*E)
```

```
write(6,'(/,5X,"K2 = ",F7.3')K2
```

```
End do
```

```
Close(5)
```

```
Close(6)
```

```
Stop
```

```
End
```

## B.2 - RESULTADOS DO PROGRAMA PROGEO PARA AS SEÇÕES EM ESTUDO

### B.2.1- RESULTADO PARA A SEÇÃO 1 ( 130 X 78 X 26 X 45 t=2,25 )

#### Seção 1 - Alocação realizada

##### Dados da seção

##### Coordenadas em relação aos eixos originais

Ponto	Z	Y
Ponto 1	119.625	23.750
Ponto 2	75.750	23.750
Ponto 3	75.750	0.000
Ponto 4	0.000	0.000
Ponto 5	0.000	127.750
Ponto 6	75.750	127.750
Ponto 7	75.750	104.000
Ponto 8	119.625	104.000

##### Espessura dos trechos

trecho 1

t= 2.250

trecho 2

t= 2.250

trecho 3

t= 2.250

trecho 4

t= 2.250

trecho 5

t= 2.250

trecho 6

t= 2.250

trecho 7

t= 2.250

## Resultados

Posição do centro de gravidade em relação aos eixo originais

ZCG = 43.205

YCG = 63.875

Direção dos eixos principais

Alfa = 0.000

Posição do centro de cisalhamento em relação aos eixos originais

ZCC = -60.053

YCC = 63.875

Coordenada em relação aos eixos principais

Ponto 1

Z= 76.421

Y= -40.125

W= 5988.449

Ponto 2

Z= 32.545

Y= -40.125

W= 4227.964

Ponto 3

Z= 32.545

$$Y = -63.875$$

$$W = 1002.641$$

Ponto 4

$$Z = -43.205$$

$$Y = -63.875$$

$$W = -3835.890$$

Ponto 5

$$Z = -43.205$$

$$Y = 63.875$$

$$W = 3835.890$$

Ponto 6

$$Z = 32.545$$

$$Y = 63.875$$

$$W = -1002.641$$

Ponto 7

$$Z = 32.545$$

$$Y = 40.125$$

$$W = -4227.964$$

Ponto 8

$$Z = 76.421$$

$$Y = 40.125$$

$$W = -5988.449$$

Características da seção

$$A = 932.625$$

$$IZ = 2393582.965$$

$$IY = 1440166.512$$

$$JT = 1573.805$$

$$IW = 8785431985.363$$

$$\text{Largura } b1 \text{ da seção} = 130$$

Momento de inércia polar

$$I_o = 3847372.468$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 1300$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 10476918.045$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 1766221.096$$

Constantes  $a$  e  $b$

$$a = 45.300$$

$$b = 50506812982.6890$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 1513476.7813$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 2935491.620$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 1622.814$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 3147.558$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $S_{cr}$

$$K_1 = 28.543$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $E_{cr}$

$$K_2 = 55.360$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 2600$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 2641547.216$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 441555.274$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 45.300$$

$$b = 12718770819.8910$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 378827.8183$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 733872.905$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 406.195$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 786.890$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 7.144$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K2 = 13.840$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 3900

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 1190552.618$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 196246.788$$

Constantes a1 e b

$$a_1 = 45.300$$

$$b = 5720985234.1877$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 168701.1445$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 326165.736$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 180.889$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 349.729$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 3.182$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 6.151$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I = 5200$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 682704.508$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 110388.818$$

Constantes  $a_1$  e  $b$

$$a_1 = 45.300$$

$$b = 3271760279.1915$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 95149.4064$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 183468.226$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 102.023$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 196.722$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 1.794$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 3.460$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 6500$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 447643.383$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 70648.844$$

Constantes  $a_l$  e  $b$

$$a_l = 45.300$$

$$b = 2138119014.3076$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 61097.7303$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 117419.665$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 65.512$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 125.902$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 1.152$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 2.214$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 7800$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 319955.859$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 49061.697$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 45.300$$

$$b = 1522313882.7657$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 42592.8206$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 81541.434$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 45.670$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 87.432$$

Cálculo do valor de K para S<sub>cr</sub>

$$K1 = 0.803$$

Cálculo do valor de K para E<sub>cr</sub>

$$K2 = 1.538$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 9100$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 242964.309$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 36045.328$$

Constantes  $a$  e  $b$

$$a_1 = 45.300$$

$$b = 1151002810.8712$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 31427.4954$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 59907.992$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 33.698$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 64.236$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $S_{cr}$

$$K_1 = 0.593$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $E_{cr}$

$$K_2 = 1.130$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I=10400$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 192993.831$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 27597.205$$

Constantes  $a$  e  $b$

$$a_1 = 45.300$$

$$b = 910007644.0166$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 24173.7257$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 45867.057$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 25.920$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 49.181$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 0.456$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 0.865$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I=11700$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 158734.237$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 21805.199$$

Constantes a1 e b

$$a_1 = 45.300$$

$$b = 744782151.0209$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 19194.0175$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 36240.637$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 20.581$$

Tensão crítica de Euler

$$Ecr = 38.859$$

Cálculo do valor de K para Scr

$$K1 = 0.362$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.683$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* l=13000

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$No = 134228.550$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$Nky = 17662.211$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 45.300$$

$$b = 626597327.7956$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$Nkft = 15626.0606$$

Carga crítica de Euler

$$Nkz = 29354.916$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$Scr = 16.755$$

Tensão crítica de Euler

$$Ecr = 31.476$$

Cálculo do valor de K para Scr

$$K1 = 0.295$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.554$$

## B.2.2 - RESULTADOS PARA A SEÇÃO 2 ( 130 X 78 X 26 X 45 t=2,65 )

## Seção 2 - Alocação realizada

## Dados da seção

## Coordenadas em relação aos eixos originais

Ponto	Z	Y
Ponto 1	119.025	23.350
Ponto 2	75.350	23.350
Ponto 3	75.350	0.000
Ponto 4	0.000	0.000
Ponto 5	0.000	127.350
Ponto 6	75.350	127.350
Ponto 7	75.350	104.000
Ponto 8	119.025	104.000

## Espessura dos trechos

trecho 1

t= 2.650

trecho 2

t= 2.650

trecho 3

t= 2.650

trecho 4

t= 2.650

trecho 5

t= 2.650

trecho 6

t= 2.650

trecho 7

t= 2.650

### Resultados

Posição do centro de gravidade em relação aos eixo originais

ZCG = 42.916

YCG = 63.675

Direção dos eixos principais

Alfa = 0.000

Posição do centro de cisalhamento em relação aos eixos originais

ZCC = -59.652

YCC = 63.675

Coordenada em relação aos eixos principais

Ponto 1

Z= 76.109

Y= -40.325

W= 5913.079

Ponto 2

Z= 32.434

Y= -40.325

W= 4151.885

Ponto 3

Z= 32.434

Y= -63.675

W= 999.598

Ponto 4

Z= -42.916

Y= -63.675

$$W = -3798.314$$

Ponto 5

$$Z = -42.916$$

$$Y = 63.675$$

$$W = 3798.313$$

Ponto 6

$$Z = 32.434$$

$$Y = 63.675$$

$$W = -999.598$$

Ponto 7

$$Z = 32.434$$

$$Y = 40.325$$

$$W = -4151.884$$

Ponto 8

$$Z = 76.109$$

$$Y = 40.325$$

$$W = -5913.079$$

Características da seção

$$A = 1092.065$$

$$IZ = 2791951.407$$

$$IY = 1670252.734$$

$$JT = 2556.343$$

$$IW = 10016788303.422$$

Largura  $b_1$  da seção = 130

Momento de inércia polar

$$I_o = 4479882.576$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* l= 1300

Carga crítica de flambagem por torção pura

$N_o = 12027113.349$

Carga crítica de flambagem por flexão

$N_{ky} = 2048398.980$

Constantes a1 e b

$a1 = 47.706$

$b = 57740744196.0153$

Carga crítica de flambagem da coluna

$N_{kft} = 1752835.4609$

Carga crítica de Euler

$N_{kz} = 3424050.923$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$Scr = 1605.065$

Tensão crítica de Euler

$Ecr = 3135.391$

Cálculo do valor de K para Scr

$K1 = 20.351$

Cálculo do valor de K para Ecr

$K2 = 39.755$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* l= 2600

Carga crítica de flambagem por torção pura

$N_o = 3043233.307$

Carga crítica de flambagem por flexão

$N_{ky} = 512099.745$

Constantes al e b

$$a1 = 47.706$$

$$b = 14584732086.9677$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$Nkft = 438968.6930$$

Carga crítica de Euler

$$Nkz = 856012.731$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$Scr = 401.962$$

Tensão crítica de Euler

$$Ecr = 783.848$$

Cálculo do valor de K para Scr

$$K1 = 5.097$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 9.939$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* l= 3900

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$No = 1379551.818$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$Nky = 227599.887$$

Constantes al e b

$$a1 = 47.706$$

$$b = 6592877992.6996$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$Nkft = 195644.8620$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 380450.103$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 179.151$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 348.377$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 2.272$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 4.417$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I = 5200$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 797263.297$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 128024.936$$

Constantes  $a_1$  e  $b$

$$a_1 = 47.706$$

$$b = 3795729059.7058$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 110464.4858$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 214003.183$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 101.152$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 195.962$$

Cálculo do valor de K para Scr

$$K1 = 1.283$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 2.485$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 6500$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 527746.896$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 81935.959$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 47.706$$

$$b = 2501048696.4344$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 71020.7046$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 136962.037$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$Scr = 65.033$$

Tensão crítica de Euler

$$Ecr = 125.416$$

Cálculo do valor de K para Scr

$$K1 = 0.825$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 1.590$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 7800

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 381342.925$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 56899.972$$

Constantes a1 e b

$$a_1 = 47.706$$

$$b = 1797765536.1388$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 49577.4967$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 95112.526$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 45.398$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 87.094$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 0.576$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 1.104$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 9100

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 293065.948$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 41804.061$$

Constantes a1 e b

$$a_1 = 47.706$$

$$b = 1373707971.9531$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 36631.9821$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 69878.590$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 33.544$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 63.988$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 0.425$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 0.811$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I=10400$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 235770.794$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 32006.234$$

Constantes  $a_1$  e  $b$

$$a_1 = 47.706$$

$$b = 1098478302.8903$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 28215.2409$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 53500.796$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 25.837$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 48.990$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 0.328$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 0.621$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I=11700$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 196489.426$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 25288.876$$

Constantes  $a_1$  e  $b$

$$a_1 = 47.706$$

$$b = 909781747.8868$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 22431.6282$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 42272.234$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 20.541$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 38.709$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 0.260$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.491$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l=13000$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 168391.694$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 20483.990$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 47.706$$

$$b = 774808212.0725$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 18283.0368$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 34240.509$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 16.742$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 31.354$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 0.212$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.398$$

## B.2.3 - RESULTADOS DA SEÇÃO 3 ( 150 X 90 X 30 X 52 t =2,65 )

## Seção 3 - Alocação realizada

Dados da seção

Coordenadas em relação aos eixos originais

Ponto	Z	Y
Ponto 1	138.025	27.350
Ponto 2	87.350	27.350
Ponto 3	87.350	0.000
Ponto 4	0.000	0.000
Ponto 5	0.000	147.350
Ponto 6	87.350	147.350
Ponto 7	87.350	120.000
Ponto 8	138.025	120.000

Espessura dos trechos

trecho 1

t= 2.650

trecho 2

t= 2.650

trecho 3

t= 2.650

trecho 4

t= 2.650

trecho 5

t= 2.650

trecho 6

t= 2.650

trecho 7

t= 2.650

Resultados

Posição do centro de gravidade em relação aos eixo originais

ZCG = 49.841

YCG = 73.675

Direção dos eixos principais

Alfa = 0.000

Posição do centro de cisalhamento em relação aos eixos originais

ZCC = -69.273

YCC = 73.675

Coordenada em relação aos eixos principais

Ponto 1

Z= 88.184

Y= -46.325

W= 7962.991

Ponto 2

Z= 37.509

Y= -46.325

W= 5615.472

Ponto 3

Z= 37.509

Y= -73.675

W= 1331.839

Ponto 4

Z= -49.841

Y= -73.675

$$W = -5103.673$$

Ponto 5

$$Z = -49.841$$

$$Y = 73.675$$

$$W = 5103.673$$

Ponto 6

$$Z = 37.509$$

$$Y = 73.675$$

$$W = -1331.838$$

Ponto 7

$$Z = 37.509$$

$$Y = 46.325$$

$$W = -5615.472$$

Ponto 8

$$Z = 88.184$$

$$Y = 46.325$$

$$W = -7962.992$$

Características da seção

$$A = 1266.965$$

$$IZ = 4326670.305$$

$$IY = 2604170.728$$

$$JT = 2965.754$$

$$IW = 21108494550.061$$

Largura  $b_1$  da seção = 150

Momento de inércia polar

$$I_o = 6955394.169$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 1500$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 14209751.328$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 2398866.055$$

Constantes  $a_1$  e  $b$

$$a_1 = 61.801$$

$$b = 91178108696.0395$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 2055248.8698$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 513275.0138$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 3985569.155$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 1622.183$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 405.122$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 3145.761$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $S_{cr}$

$$K_1 = 27.384$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $E_{cr}$

$$K_2 = 53.103$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $Emp$

$$K_3 = 6.839$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 3000

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 3584041.240$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 599716.514$$

Constantes a1 e b

$$a_1 = 61.801$$

$$b = 22968023791.8077$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 514462.9246$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 128482.1075$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 996392.289$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 406.059$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 101.409$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 786.440$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K_1 = 6.855$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K_2 = 13.276$$

Cálculo do valor de K para  $E_{mp}$

$$K3 = 1.712$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l = 4500$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 1616317.149$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 266540.673$$

Constantes  $a$  e  $b$

$$a_l = 61.801$$

$$b = 10336526587.3204$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 229122.5813$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 57221.7532$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 442841.017$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 180.844$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 45.164$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 349.529$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $S_{cr}$

$$K1 = 3.053$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $E_{cr}$

$$K2 = 5.900$$

Cálculo do valor de  $K$  para  $Emp$

$$K3 = 0.762$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 6000

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 927613.718$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 149929.128$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 5915502565.7498$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 129242.5233$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 32277.8884$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 249098.072$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 102.010$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 25.477$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 196.610$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 1.722$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K2 = 3.319$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.430$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 7500

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 608842.415$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 95954.642$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 3869200018.6228$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 83000.9288$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 20729.5864$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 159422.766$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 65.512$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 16.362$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 125.830$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 1.106$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K2 = 2.124$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.276$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I= 9000

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 435682.695$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 66635.168$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 2757628264.6279$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 57870.7094$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 14453.5954$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 110710.254$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 45.677$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 11.408$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 87.382$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 0.771$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K2 = 1.475$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.193$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l=10500$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 331272.845$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 48956.450$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 2087385555.8184$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 42707.0589$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 10666.6333$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 81338.146$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 33.708$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 8.419$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 64.199$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 0.569$$

Cálculo do valor de K para  $E_{cr}$

$$K2 = 1.084$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.142$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $l=12000$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 263506.837$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 37482.282$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 1652372259.2353$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 32854.9732$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 8206.1687$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 62274.518$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 25.932$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 6.477$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 49.153$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 0.438$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.830$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.109$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\* I=13500

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 217046.685$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 29615.630$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 1354128575.2405$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 26090.8834$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 6516.8921$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 49204.557$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 20.593$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 5.144$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 38.837$$

Cálculo do valor de K para S<sub>cr</sub>

$$K1 = 0.348$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.656$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.087$$

\*\*\*\*\* RESULTADO DO PASSO \*\*\*\*\*  $I=15000$

Carga crítica de flambagem por torção pura

$$N_o = 183814.011$$

Carga crítica de flambagem por flexão

$$N_{ky} = 23988.661$$

Constantes a1 e b

$$a1 = 61.801$$

$$b = 1140796622.4536$$

Carga crítica de flambagem da coluna

$$N_{kft} = 21243.8675$$

Carga crítica de flambagem da coluna emp

$$N_{kfw} = 5306.3801$$

Carga crítica de Euler

$$N_{kz} = 39855.692$$

Tensão crítica de flambagem da coluna

$$S_{cr} = 16.768$$

Tensão crítica emp

$$S_{cw} = 4.188$$

Tensão crítica de Euler

$$E_{cr} = 31.458$$

Cálculo do valor de K para  $S_{cr}$

$$K1 = 0.283$$

Cálculo do valor de K para Ecr

$$K2 = 0.531$$

Cálculo do valor de K para Emp

$$K3 = 0.071$$

## ANEXO C

No Anexo C são listados os resultados da aquisição de dados feita pelo microcomputador durante os ensaios dos corpos de prova instrumentados para as três seções em estudo,

## C.1– Resultados dos extensômetros e defletômetros para a seção 1

Seg	P (N)	Seção 1							
		D3	D1	EER1	EER2	EER3	EER4	EER5	EER6
0	-0,51	0,79	-1,33	11,93	6,07	-5,13	-7,12	1,23	-8238,09
5	-0,48	0,82	-1,30	11,17	6,07	-6,65	-7,12	-1,06	-6491,09
10	-0,48	0,82	-1,33	11,93	5,31	-6,65	-6,36	-1,06	-1430,39
15	-0,05	0,87	-1,44	27,96	22,05	-61,41	-65,13	-18,62	1419,74
20	0,94	0,96	-1,51	37,88	34,22	-134,41	-140,68	-69,76	4029,51
25	1,90	0,91	-1,51	36,35	34,98	-196,01	-204,79	-123,19	4025,21
30	2,97	0,96	-1,63	3,53	5,31	-259,13	-266,60	-181,96	-5903,04
35	4,21	0,99	-1,75	-36,92	-33,49	-326,05	-333,00	-247,60	-8272,43
40	5,17	0,99	-1,79	-74,32	-69,24	-370,16	-377,27	-291,11	-1941,18
45	5,91	0,99	-1,77	-105,61	-101,95	-407,42	-413,13	-327,75	3557,34
50	6,72	0,99	-1,79	-143,77	-138,46	-442,41	-447,48	-366,68	3750,50
55	7,51	0,96	-1,82	-180,41	-173,46	-477,39	-482,58	-403,32	149,20
60	8,27	1,03	-1,84	-216,28	-209,97	-513,13	-518,45	-441,48	-6104,78
65	9,03	1,06	-1,77	-255,21	-246,48	-548,87	-553,56	-481,17	-8766,05
70	9,87	1,08	-1,84	-295,66	-286,80	-587,66	-593,24	-523,15	-6448,17
75	10,85	1,13	-1,79	-342,22	-332,44	-632,53	-637,51	-570,48	-3842,70
80	11,87	1,13	-1,79	-388,02	-378,85	-678,16	-682,54	-620,09	-267,16
85	12,88	1,13	-1,86	-436,10	-426,01	-721,50	-726,04	-667,42	2892,03
90	13,87	1,13	-1,86	-483,42	-473,17	-765,61	-770,30	-715,50	3274,05
95	14,89	1,20	-1,84	-533,03	-521,10	-812,00	-813,80	-765,88	-5392,25
100	15,80	1,30	-1,84	-581,12	-569,02	-856,11	-857,30	-815,49	-8766,05
105	16,92	1,34	-1,84	-634,55	-622,27	-906,30	-906,15	-870,45	-4001,52
110	18,39	1,34	-1,86	-688,74	-674,00	-948,13	-947,36	-923,88	-8478,46
115	19,71	1,42	-1,86	-748,27	-732,58	-999,84	-995,44	-986,47	-8766,05
120	21,08	1,51	-1,84	-816,20	-801,04	-1054,59	-1050,39	-1054,41	-8766,05
125	22,37	1,63	-1,79	-887,18	-873,31	-1112,39	-1105,34	-1133,79	-8766,05
130	23,44	1,82	-1,72	-961,22	-953,94	-1173,23	-1166,39	-1222,33	-8766,05
135	24,40	2,11	-1,58	-1039,07	-1039,14	-1230,27	-1225,16	-1322,32	-8766,05

140	25,64	2,52	-1,40	-1107,76	-1116,73	-1262,97	-1264,84	-1444,45	-8766,05
145	27,47	3,21	-1,02	-1141,35	-1174,55	-1230,27	-1266,37	-1482,61	-8766,05
150	28,38	5,11	0,33	-1055,86	-1192,04	-1016,57	-1205,31	-963,57	-8766,05
155	24,40	13,06	8,06	911,04	-95,10	1075,51	-137,63	-963,57	-3688,18
160	22,85	13,39	8,36	1223,21	117,89	1283,13	46,30	-963,57	-5988,89
165	22,37	13,37	8,24	1256,80	159,73	1314,31	86,75	-963,57	-5087,49
170	22,14	13,32	8,15	1264,43	169,62	1320,39	96,67	-962,81	-104,05
175	22,02	13,25	8,10	1264,43	172,67	1318,87	98,96	-962,05	7072,80
180	21,89	13,15	8,03	1261,38	172,67	1315,83	99,72	-962,81	5845,18
185	21,74	13,13	8,01	1258,32	172,67	1314,31	97,43	-964,34	-1906,84
190	21,53	13,13	7,94	1255,27	171,90	1307,46	95,90	-963,57	-6327,98
195	21,43	13,11	7,92	1249,93	171,14	1302,14	93,62	-964,34	-1619,25
200	21,36	13,03	7,87	1246,11	171,90	1296,81	92,85	-963,57	6137,06
205	21,26	12,87	7,82	1242,29	168,86	1289,97	89,80	-963,57	6454,69
210	21,15	13,27	7,78	1238,48	168,86	1286,93	89,80	-962,81	-2469,14
215	20,98	13,22	7,75	1240,00	168,86	1282,37	86,75	-964,34	-6340,86
220	20,85	13,13	7,71	1235,43	166,58	1277,04	84,46	-964,34	-4649,67
225	20,72	13,13	7,64	1230,85	165,82	1273,24	82,93	-962,81	-4439,34
230	20,57	13,13	7,57	1237,72	165,82	1268,68	80,64	-964,34	-3267,52
235	20,49	13,08	7,54	1223,21	164,30	1263,35	78,35	-964,34	2681,70
240	20,49	12,99	7,52	1231,61	164,30	1259,55	77,59	-963,57	7939,85
245	20,37	12,87	7,52	1223,98	164,30	1254,23	76,83	-964,34	634,24
250	20,22	12,87	7,47	1219,40	164,30	1250,43	74,54	-965,10	-4641,08
255	20,09	12,94	7,45	1215,58	163,54	1246,62	72,25	-963,57	-6327,98
260	19,99	12,94	7,41	1214,82	162,78	1242,06	70,72	-963,57	-3460,68
265	19,89	12,84	7,38	1208,71	162,78	1237,50	69,19	-964,34	2986,46

### C.2- Resultados dos extensômetros e defletômetros para a seção 2

t	P(N)	D3	D1	EER 1	EER 2	EER 3	EER 4	EER 5	EER 6
0	503,91	-0,54	0,33	25,93	44,35	80,16	37,05	20,54	36,19
10	575,62	-0,68	0,38	-77,99	44,35	83,19	38,58	24,35	38,48
20	-189,23	-0,47	0,38	-72,64	31,34	64,25	30,18	2,28	27,04
30	-21,92	-0,42	0,33	1,48	35,17	68,80	31,70	5,32	29,32
40	1698,98	-0,61	0,29	-15,33	-4,63	45,30	-2,65	-14,47	-1,18
50	3204,77	-0,68	0,24	-88,68	-54,36	-0,92	-54,56	-66,98	-57,62
60	4184,73	-0,71	0,26	-223,93	-103,34	-48,67	-102,66	-117,20	-106,43
70	4543,25	-0,42	0,26	-276,66	-176,80	-125,97	-170,60	-200,92	-175,83
80	6574,88	-0,54	0,22	-218,58	-227,30	-169,16	-224,80	-242,01	-227,69
90	8343,58	-0,59	0,22	-287,35	-290,05	-227,52	-289,69	-301,37	-289,46
100	10231,79	-0,73	0,26	-421,08	-356,62	-288,14	-357,64	-362,25	-354,28

110	11450,77	-0,66	0,26	-570,84	-431,61	-361,65	-430,93	-438,36	-426,73
120	12263,42	-0,54	0,31	-648,02	-505,84	-435,92	-501,92	-517,50	-497,66
130	13219,47	-0,40	0,26	-617,45	-563,23	-493,52	-559,18	-576,10	-553,33
140	15346,70	-0,68	0,24	-716,03	-599,19	-520,80	-601,93	-598,93	-589,94
150	15537,91	-0,42	0,24	-721,37	-671,12	-597,34	-669,11	-681,12	-656,29
160	17354,42	-0,49	0,24	-703,04	-717,03	-638,26	-720,26	-719,93	-705,86
170	19075,32	-0,56	0,19	-787,09	-775,95	-689,04	-782,86	-773,21	-763,06
180	20413,80	-0,61	0,31	-988,82	-853,24	-761,79	-856,91	-850,83	-840,08
190	21011,34	-0,25	0,26	-1024,7	-951,19	-861,06	-950,05	-960,42	-936,17
200	23688,30	-0,49	0,24	-1051,4	-1018,52	-913,35	-1024,86	-1015,97	-1009,39
210	25098,48	-0,42	0,33	-1235,6	-1111,11	-1000,50	-1118,76	-1117,19	-1106,24
220	26699,88	-0,32	0,43	-1293,7	-1196,82	-1078,56	-1213,43	-1215,36	-1205,39
230	27655,94	-0,08	0,61	-1432,7	-1290,17	-1161,92	-1311,14	-1331,04	-1312,92
240	28253,47	0,42	0,89	-1425,1	-1381,23	-1240,74	-1407,33	-1457,36	-1403,67
250	30093,88	0,75	1,31	-1409,0	-1381,23	-1265,75	-1481,39	-1547,17	-1403,67
260	31288,96	1,43	2,06	-1439,6	-1381,23	-1248,32	-1531,77	-1642,29	-1403,67
270	32197,21	3,03	3,71	-1376,2	-1381,23	-1065,68	-1507,34	-1780,04	-1403,67
280	30715,32	9,40	9,25	-674,76	-1250,38	124,12	-1109,60	-1806,67	-962,10
290	28038,36	14,77	14,14	210,85	-765,24	1560,97	-642,39	-1283,09	-875,16
300	27464,73	14,91	14,17	184,87	-750,70	1560,97	-637,05	-1282,33	-873,64
310	28086,16	14,70	14,23	243,71	-733,87	1560,97	-631,70	-1283,09	-874,40
320	26867,19	14,89	14,21	131,38	-753,00	1560,97	-648,50	-1282,33	-875,16
330	26604,27	14,84	14,23	158,13	-756,06	1560,97	-654,61	-1283,85	-875,16
340	26699,88	14,72	14,12	212,38	-752,23	1560,97	-656,90	-1280,05	-875,93
350	27010,60	14,34	14,07	91,65	-746,88	1560,97	-655,37	-1283,09	-875,16
360	25863,33	14,63	14,00	112,28	-766,01	1560,97	-672,93	-1283,09	-875,93
370	25696,02	14,51	13,96	130,62	-768,30	1560,97	-678,27	-1284,61	-875,16
380	25624,32	14,39	13,84	165,77	-769,83	1560,97	-672,93	-1283,09	-875,93
390	26269,65	14,12	13,79	108,46	-753,76	1560,97	-667,58	-1276,24	-875,93
400	25146,29	14,34	13,72	146,67	-772,13	1560,97	-685,91	-1283,85	-875,16
410	25863,33	14,00	13,68	115,34	-759,88	1560,97	-679,80	-1283,09	-874,40
420	25600,41	13,91	13,63	75,60	-762,94	1560,97	-683,62	-1284,61	-875,93
430	24453,15	14,05	13,58	1,48	-782,08	1560,97	-699,65	-1283,09	-875,93
440	24190,23	14,05	13,51	-129,18	-785,14	1560,97	-703,46	-1284,61	-876,69
450	25409,20	14,19	13,68	28,99	-769,07	1560,97	-682,85	-1280,81	-878,98
460	27416,92	15,15	14,42	185,64	-732,34	1560,97	-626,36	-1283,85	-876,69
470	28325,18	17,17	16,73	540,95	-482,88	1560,97	-315,65	-1283,09	-875,16
480	26269,65	17,29	17,10	560,05	-286,99	1560,97	-42,35	-1283,09	-875,16
490	24787,77	17,29	17,10	633,41	-102,57	1560,97	240,12	-1283,85	-875,16
500	-21,92	12,73	9,97	-487,55	-534,91	1560,97	-343,90	-1806,67	-990,32

## C.3- Resultados dos extensômetros e defletômetros para a seção 3

t	D3	D1	EER1	EER2	EER3	EER4	EER5	EER6
0	-0,65	0,35	1,01	181,74	34,22	21,24	12,24	10,74
5	-0,57	0,38	-1,27	181,74	30,41	18,19	6,91	8,45
10	-0,62	0,35	0,25	181,74	32,70	19,71	9,19	9,98
15	-0,69	0,35	3,29	181,74	38,79	25,05	19,10	14,54
20	-0,77	0,38	5,57	181,74	41,84	28,10	22,90	17,58
25	-0,57	0,42	-4,31	181,74	26,61	15,14	0,05	4,65
30	-0,55	0,54	-2,79	181,74	25,08	12,85	-0,71	3,89
35	-0,89	0,59	7,84	181,74	37,27	22,76	21,38	15,30
40	-0,65	0,68	-5,83	181,74	18,23	7,52	-7,56	0,09
45	-0,62	0,63	-2,79	181,74	22,03	9,80	-2,23	1,61
50	-0,69	0,63	2,53	181,74	27,37	14,38	6,91	6,93
55	-0,65	0,66	12,40	181,74	-24,43	-38,98	-18,99	-17,41
60	-0,67	0,66	15,44	181,74	-51,10	-66,43	-37,27	-37,18
65	-0,86	0,66	23,04	181,74	-61,00	-78,62	-36,51	-44,03
70	-0,67	0,70	9,36	181,74	-100,61	-114,45	-79,16	-75,98
75	-0,67	0,59	7,84	181,74	-118,13	-132,74	-89,06	-91,19
80	-0,86	0,54	4,81	181,74	-129,56	-146,47	-91,35	-101,84
85	-0,77	0,54	-14,19	181,74	-163,84	-175,43	-127,15	-131,50
90	-0,62	0,49	-32,42	181,74	-192,79	-205,16	-159,14	-158,89
95	-0,57	0,45	-50,66	181,74	-217,93	-228,79	-181,99	-183,23
105	-0,53	0,42	-90,93	181,74	-257,54	-269,95	-223,88	-226,58
110	-0,67	0,38	-103,84	181,74	-268,20	-281,39	-227,69	-240,28
115	-0,79	0,42	-122,84	181,74	-285,73	-298,92	-243,69	-259,29
120	-0,53	0,45	-156,27	181,74	-324,58	-334,75	-293,96	-298,84
125	-0,57	0,38	-172,23	181,74	-337,53	-349,23	-303,10	-315,58
130	-0,77	0,38	-188,18	181,74	-348,95	-362,19	-311,48	-330,79
135	-0,74	0,42	-214,01	181,74	-375,62	-388,11	-341,94	-358,94
140	-0,62	0,47	-243,65	181,74	-406,85	-417,84	-379,27	-391,64
145	-0,48	0,47	-274,04	181,74	-438,08	-447,57	-416,59	-425,87
150	-0,48	0,40	-296,83	181,74	-459,41	-469,67	-438,68	-451,73
155	-0,55	0,40	-318,11	181,74	-477,69	-488,73	-452,39	-472,27
160	-0,67	0,38	-342,42	181,74	-498,26	-511,60	-472,19	-498,13
165	-0,69	0,42	-377,37	181,74	-531,78	-543,61	-508,75	-534,64
170	-0,41	0,47	-422,20	181,74	-582,06	-589,35	-567,40	-582,56
175	-0,36	0,40	-453,35	181,74	-610,24	-619,08	-596,35	-616,03
180	-0,43	0,38	-481,46	181,74	-634,62	-645,00	-619,20	-646,46
185	-0,50	0,38	-511,85	181,74	-659,00	-674,73	-645,86	-677,64
190	-0,55	0,38	-543,76	181,74	-687,19	-702,17	-673,28	-710,35
195	-0,55	0,42	-578,71	181,74	-722,23	-736,47	-712,13	-749,15

200	-0,31	0,45	-622,02	181,74	-767,17	-779,92	-768,49	-797,83
205	-0,19	0,52	-654,69	181,74	-798,41	-811,94	-803,53	-835,10
210	-0,41	0,45	-675,97	181,74	-811,36	-830,23	-813,43	-858,68
215	-0,24	0,52	-719,27	181,74	-855,54	-872,92	-869,03	-908,88
220	-0,05	0,49	-752,70	181,74	-887,53	-906,46	-908,64	-949,95
225	-0,26	0,52	-774,74	181,74	-898,96	-923,99	-920,07	-977,34
230	-0,14	0,59	-813,49	181,74	-935,53	-962,11	-970,34	-1026,78
235	0,15	0,63	-852,24	181,74	-975,14	-1002,51	-1024,42	-1080,79
240	-0,05	0,61	-870,47	181,74	-978,95	-1016,23	-1032,80	-1110,45
245	0,24	0,73	-913,02	-31,44	-1020,08	-1061,20	-1087,64	-1175,87
250	0,46	0,73	-945,69	-3,63	-1048,27	-1092,46	-1133,34	-1231,39
255	0,56	0,77	-973,04	-63,08	-1065,03	-1118,38	-1169,90	-1288,44
260	0,63	0,84	-996,60	-79,62	-1074,17	-1139,72	-1198,84	-1346,25
265	0,70	0,96	-1017,11	-40,99	-1081,03	-1159,54	-1229,31	-1410,14
270	0,99	1,15	-1049,02	-21,90	-1100,83	-1191,55	-1288,72	-1496,86
275	1,52	1,31	-1074,86	93,19	-1111,50	-1219,76	-1348,14	-1597,26
280	1,85	1,52	-1077,90	51,19	-1090,93	-1226,62	-1377,08	-1689,30
285	2,19	1,94	-1069,54	86,56	-1047,51	-1219,76	-1397,64	-1705,27
290	3,27	2,66	-1042,94	181,74	-974,38	-1205,28	-1397,64	-1705,27
295	5,19	4,01	-932,02	80,01	-778,60	-1120,66	-1397,64	-1705,27
300	11,25	9,04	440,92	181,74	882,85	9,80	-911,69	771,38
305	10,19	6,32	775,99	181,74	1389,43	659,27	-875,89	1409,56
310	9,06	5,06	911,23	181,74	1551,69	897,86	-875,13	1409,56
315	9,13	4,85	929,47	181,74	1563,88	927,59	-877,41	1409,56
320	8,96	4,66	949,22	181,74	1585,21	951,98	-877,41	1409,56
325	8,70	4,62	962,14	181,74	1600,45	968,75	-875,89	1409,56

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARLENE, M. C., "Estudo do Comportamento Pós-Crítico de Paredes Esbeltas de Perfis Metálicos", Tese de Mestrado, COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, 1991.

AISI, "Cold-Formed Steel Design Manual", New York, N. Y., 1986 .

ARLENE, M. C., "Estudo do Comportamento Pós – Crítico de Paredes Esbeltas de Perfis Metálicos", Tese de Mestrado, COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, 1991.

BATISTA, E. M., "Etude de la Stabilité des Profils à Parois Minces et Section Ouverte de Types U e C", Tese de Doutorado, Universidade de Liège, Janeiro 1988.

BULSON, P. S., "The Stability of Flat Plates", Chatto e Windus, London, England, 1970.

CAMOTIN, D. e PROLA, L. C., "Local and Global Stability of Cold-Formed Steel Structures Elements with Stiffened S-Sections", Proceedings of IV ENMC , Lisboa, pp 95 – 108, 1995.

CHAJES, A., FAUG, P.J. e WINTER, G.; "Torsional Flexural Buckling, Elastic and Inelastic, of Cold Formed Thin Walled Columns", Research Bulletin n. 66-1, School of Civil and Mining Engineering, Cornell University, Ithaca, NY, 1966

CAMOTIN, D. e PROLA, L. C., "On the Stability of Cold-Formed Steel Elements with "Rack" Sections", Proceedings of 5<sup>th</sup> International Colloquium on Structural Stability – SSRC, Rio de Janeiro, pp 21 – 32, 1996.

HANCOCK, G. J. ; "Local Distorcional and Lateral Buckling of I – Beams", Research Report R312, University of Sidney, School of Civil Engineering, Sydney, Australia, Dec., 1977 .

HANCOCK, G. J. ; "Local, Distorcional and Lateral Buckling of I-Beams", Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, N<sup>o</sup>. ST11, Nov., pp. 1787 – 1798 , 1978 .

HANCOCK, G. J. ; "Distorcional Buckling of Steel Storage Rack Columns", Journal of Structural Engeneering, ASCE, Vol. 111, N<sup>o</sup>. 12, pp. 2770 – 2783 , 1985 .

HANCOCK J. H. e KWON Y. B. ; "Strength Tests of Cold-Formed Channel Sections Undergoing Local and Distorcional Buckling", Journal Structural Engineering - ASCE, vol.117, pp 1786 – 1803, 1992 .

HANCOCK J. H. e KWON Y. B. ; "Strength Design Curves for Thin-Walled Sections Undergoing Distorcional Buckling", Journal Construct Steel Research, vol.31, pp 169 – 186, January 1994 .

JOHNSTON, B. G.; "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures", 3<sup>rd</sup> edition, Jonh Wiley, N.Y., 1976

LAU, S. C. W. , and HANCOCK, G. J. ; "Distrocional Buckling Formulas for Channel Columns", Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, N<sup>o</sup>. 5 , pp 269 – 294 ,1987.

LAU S. C. W., and HANCOCK G. J. ; "Strength Tests and Design Methods for Cold-Formed Channel Columns Undergoing Distortional Buckling", Research Report, School of Civil Mining Engineering, University of Sydney, School of Civil Engineering, Sydney, Australia, 1988 .

MB 4 / 77 ; "Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração de Materiais Metálicos – Método de Ensaio", Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, R.J., 1977 .

PLANCK, R. J. , e WITRICK, W. H. , "Buckling Under Combined Loading of Thin, Flat-Walled Structures by a Complex Finite Strip Method", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 8, Nº. 2 , pp 323 – 339, 1974 .

PRZEMIENIECKY, J. S. ; "Finite Elements Structural Analysis of Local Instability", A.I.A.A Journal, vol. 11, nº , 1973 .

RODRIGUES, F. C., "Estudo Teórico – Experimental de Perfis de Chapa Dobrada Submetidos a Compressão", Tese de Mestrado, COPPE / UFRJ, Rio de Janeiro, 1993.

TIMOSHENKO, S. P. , and GERE, J. M. ; "Theory of Elastic Stability", McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, N.Y., 1961.

VLASOV, V. Z. ; "Thin Walled Elastic Beams", 2<sup>nd</sup> ed., Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, Israel, 1961.

VON KARMAN, Th.; SCHELER, E. E. e DONNELL, L. H. "The Strenght of Thin Plates in Compression", Transactions A.S.M.E. – Applied Mechanics, APM-54-5, pp 53 - 57, 1932 .

WINTER, G. ; "Thin - Walled Structures – Theoretical Solutions and Tests Results", Preliminary Publications of Eight Congress, IABSE , pp 101 – 112, 1968 .