

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DA FADIGA DE PLATAFORMAS DE PERNAS ATIRANTADAS (TLP)

Carlos Alberto Bardanachvili

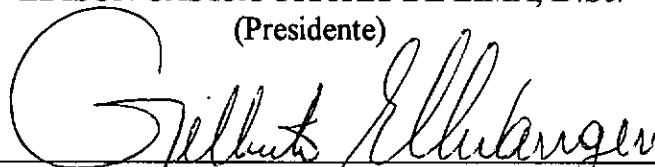
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL

Aprovada por:

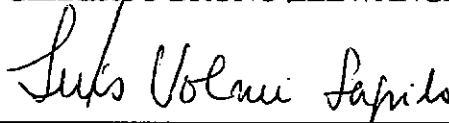


EDISON CASTRO PRATES DE LIMA, D.Sc.

(Presidente)



GILBERTO BRUNO ELLWANGER, D.Sc.



LUÍS VOLNEI SUDATI SAGRILO, D.Sc.



ANA LÚCIA FERNANDES LIMA TORRES, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 1996

BARDANACHVILI, CARLOS ALBERTO

Análise de Confiabilidade da Fadiga de Plataformas de Pernas Atirantadas (TLP) (Rio de Janeiro), 1996

X, 116 p. 29.7 cm, (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1996)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

- 1. Estruturas Marítimas**
- 2. Análise de Fadiga**
- 3. Análise Estocástica**
- 4. Análise de Confiabilidade**

I. COPPE/UFRJ

II. Título (Série)

À minha esposa
Dalila

À minha filha
Júlia

Aos meus pais
Ezra e Lili

AGRADECIMENTOS

Ao professor Edison Prates de Lima pela excelente orientação, em especial na definição do escopo do trabalho e nos ensinamentos transmitidos.

Ao professor e amigo Luís V. S. Sagrilo pelo incentivo ao estudo de confiabilidade, pelas valiosas e imprescindíveis contribuições a este trabalho e pela paciência em discutir o assunto.

Aos professores e pesquisadores da COPPE/UFRJ, em especial ao professor Gilberto B. Ellwanger pela preocupação em ver meu empenho se concretizar no presente trabalho; e a Marcos Queija de Siqueira, pelas sugestões.

À minha esposa Dalila, com quem compartilho os ideais de contínuo aprendizado e de dedicação à nossa filha, pelo carinho, interesse e apoio nos momentos necessários durante a realização deste trabalho.

À minha filha Júlia, que, a seu modo, compreendeu por que não teve toda a atenção desejada e merecida.

Aos meus pais Ezra Bardanachvili e Lili Bardanachvili, e às minhas irmãs Eliane e Rosane, por terem sempre me apoiado e incentivado em todas as etapas de minha formação pessoal e profissional.

Aos amigos da DIPREX/CENPES, com quem formo uma equipe integrada, em busca de contínuos avanços tecnológicos ao país, em especial a José A. de Figueiredo, pelo apoio frequente, e a Vitor Giordani Maciel pelo pioneirismo na sugestão do tema.

Aos colegas e amigos Luiz Henrique M. Alves, Marcos J. de Souza, Glauco de Deus Ribeiro, Jorge R. A. Hijjar e Antônio Luiz F. Santos, pelo incentivo mútuo durante a pós-graduação; Marina B. Fachetti, Ana Lúcia F. L. Torres e Celso Ayabe, com quem dei os primeiros passos em análise dinâmica e fadiga; Paulo Maurício Videiro, pelas

valiosas discussões em análise estocástica; Lena Lerner Adelson, pela ajuda na modelação; Roberto O. Goulart, pela experiência transmitida em estruturas flutuantes; Mauro C. de Oliveira, pelas dicas em teoria potencial; Carlos Eduardo L. R. de Mendonça, Carlos Cyranka e Deborah M. de Mattos, pelo incentivo, sugestões e companheirismo.

À PETROBRAS, pelo estímulo e pelas facilidades oferecidas.

A todos que de alguma forma contribuíram para a conclusão deste trabalho.

Resumo da tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DA FADIGA DE PLATAFORMAS DE PERNAS ATIRANTADAS (TLP)

Carlos Alberto Bardanachvili

Março de 1996

Orientadores: Edison Castro Prates de Lima

Gilberto Bruno Ellwanger

Programa: Engenharia Civil

A plataforma de pernas atirantadas (TLP) é um tipo de sistema estrutural para exploração de campos petrolíferos localizados no subsolo marinho e deve ser dimensionada a fadiga, devido à ação cíclica das ondas do mar. As grandezas envolvidas no fenômeno de fadiga apresentam grande variabilidade, justificando um estudo probabilístico do assunto. Neste trabalho, é apresentado um procedimento para obtenção das funções de distribuição de probabilidade do tempo para falhar por fadiga, relativas a um ponto do casco e a um tendão de uma TLP.

As respostas de curto prazo nesses pontos foram calculadas por análise estocástica no domínio da frequência, sendo empregada a regra de Miner para o acúmulo do dano por fadiga. A estatística de longo prazo dos estados de mar é introduzida através do diagrama de dispersão da Bacia de Campos, sendo utilizado tanto para a integração do dano quanto para o cálculo da distribuição de longo prazo das flutuações de tensão.

São feitas comparações entre o modelo de Wirsching do tempo para falhar, que usa variáveis lognormais, com outros mais gerais, para os quais é empregado o método analítico FORM para obtenção da probabilidade de falha. Assumindo-se índices de

confiabilidade mínimos aceitáveis ao longo da vida de serviço da plataforma, são definidos os intervalos de tempo máximos até a primeira inspeção nos referidos pontos .

Abstract of thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

FATIGUE RELIABILITY OF TENSION LEG PLATFORMS

Carlos Alberto Bardanachvili

March, 1996

Chairman: Edison Castro Prates de Lima
Gilberto Bruno Ellwanger
Department: Civil Engineering

Tension leg platform (TLP) is a type of structural system for exploitation of oil and gas fields below sea floor and must be designed to avoid fatigue damage due to cyclic action of sea waves. Fatigue is a phenomenon which presents high randomness, making a probabilistic study of main concern. In this work, a methodology to obtain the probability distribution function of time to fatigue failure, related to a point in the hull and to one tendon of a TLP, is presented.

The short term responses at those points are obtained through a stochastic analysis in frequency domain and Miner's rule is used to assess the fatigue damage. Long term statistics are introduced through a scatter diagram of Campos Basin, used both to integrate the damage and to evaluate the long term distribution of stress ranges.

Wirsching's model, which assumes only lognormal variates, is compared to more general ones, where the analytical method FORM is employed to assess the probability of failure. Assuming minimum acceptable reliability indices over the service life of platform, maximum intervals of time to first inspection at referred points are determined.

ÍNDICE

	pág.
Capítulo 1 - Introdução	1
1.1 Motivação	1
1.2 Aplicações.....	3
1.3 Apresentação	3
 Capítulo 2 - Análise de Confiabilidade	 5
2.1 Introdução	5
2.2 Métodos para Análise de Confiabilidade	7
2.3 Método analítico FORM para um Componente	8
2.3.1 Busca ao Ponto de Projeto	13
2.4 Medidas de Sensibilidade para um Componente	14
2.5 Método FORM para Sistemas	15
2.6 Sistemas em Série pelo Método FORM	18
 Capítulo 3 - Comportamento da TLP <i>in situ</i>	 20
3.1 Descrição Geral da TLP	20
3.2 Características Gerais do Carregamento e da Resposta	22
3.3 Carregamento Hidrodinâmico	24
3.3.1 Cinemática da Onda	25
3.3.2 Forças de Onda de Primeira Ordem	27
3.4 Equação do Movimento e Análise Estrutural	29
3.5 Análise Estocástica no Domínio da Frequência	33
3.5.1 Linearizações	33
3.5.2 Estatística de Curto Prazo do Mar	34
3.5.3 Cálculo da Resposta	43

Capítulo 4 - Análise de Fadiga	45
4.1 Descrição do Fenômeno	45
4.2 Formulação Baseada na Regra de Palmgren-Miner	48
4.3 Cálculo do Dano	52
4.3.1 Dano Acumulado por Estado de Mar.....	53
4.3.2 Estatística de Longo Prazo dos Estados de Mar.....	55
4.3.3 Integração a Partir do Curto Prazo	58
4.3.4 Distribuição de Longo Prazo das Flutuações de Tensão.....	59
4.4 Formulação Baseada na Mecânica da Fratura	63
 Capítulo 5 - Análise de Confiabilidade Aplicada a Fadiga	66
5.1 Introdução	66
5.2 Variáveis Aleatórias, Distribuições e Incertezas	69
5.3 Funções de Estado-Limite	73
 Capítulo 6 - Aplicações	77
6.1 Introdução	77
6.2 Modelo Hidrodinâmico e Resposta de Movimentos	79
6.3 Modelo Estrutural e Resposta de Tensões	86
6.4 Cálculo do Dano e Probabilidade de Falha por Fadiga	91
6.5 Distribuição do Tempo para Falhar	100
 Capítulo 7 - Considerações Finais	104
7.1 Conclusões.....	104
7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros	105
 Bibliografia	107
 Apêndice A - Distribuição Lognormal	115

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

O presente trabalho representa uma contribuição para que os conceitos da teoria das probabilidades sejam introduzidos nas análises do comportamento de sistemas de exploração de campos petrolíferos situados no subsolo marinho, enfocando tanto aspectos de segurança quanto de redução potencial de custos. A análise de confiabilidade é justamente a aplicação dessas ferramentas matemáticas para se quantificar a segurança em relação a situações desfavoráveis, procurando tratar de forma adequada as grandezas envolvidas que apresentam alguma variabilidade.

As diferentes concepções de sistemas estruturais para produção de óleo e gás em lâminas d'água cada vez mais profundas foi um dos aspectos que incentivaram o autor a direcionar-se para o estudo de confiabilidade. Tais sistemas deixaram de ser idéias para se materializarem em empreendimentos de grande vulto, sendo responsáveis por parcela significativa da produção de campos em alguns países. Por isso, as empresas operadoras têm-se mostrado interessadas em análises de risco e de confiabilidade estrutural, tendo havido uma produção intensa de artigos técnicos a partir da década de 80. Além disso, as entidades normativas, incluindo sociedades classificadoras, têm-se preocupado em emitir normas de cunho probabilístico.

Um desses sistemas é o que recebe a produção dos poços de óleo em árvores de natal secas, ou seja, instaladas no convés de uma plataforma flutuante, ancorada ao fundo do mar por pernas atirantadas (TLP). Plataformas do tipo TLP têm grande potencial de serem instaladas em campos da Bacia de Campos, no litoral do Rio de Janeiro, em lâminas d'água profundas e mesmo ultra-profundas, a serem explorados pela PETROBRAS, empresa onde o autor trabalha.

Outra motivação para dissertar sobre este assunto foi a experiência do autor em fadiga de plataformas fixas, adquirida em projetos por alguns anos na PETROBRAS. Essa experiência foi sedimentada no desenvolvimento do programa de análise de fadiga estocástica FADAL [Fachetti, 1992] e na elaboração de artigo técnico sobre o tema [Bardanachvili, 1991]. A análise de confiabilidade aplicada a fadiga seria assim uma continuidade natural dos estudos sobre um fenômeno cujas variáveis apresentam uma grande dispersão de diversas origens.

No caso específico da TLP, seu comportamento dinâmico desperta interesse, por abranger resposta em várias faixas de frequência, algumas ainda de difícil interpretação analítica. Para analisar seus movimentos e sua deformação, a PETROBRAS dispõe de programas de computador ao nível do estado-da-arte, permitindo a realização de análises bastante conclusivas, necessárias no projeto do sistema.

No projeto de uma estrutura, em nível I (ver capítulo 2), para as solicitações extremas, as normas fornecem os diversos fatores de segurança, associados às cargas e às resistências, que são aplicados aos respectivos valores característicos dessas variáveis. Observa-se que os fatores de segurança são calibrados de forma que a estrutura, como um todo, atinja um nível de segurança global aceitável, que poderá ser opcionalmente quantificado pela aplicação dos chamados métodos de nível III de confiabilidade.

Entretanto, no projeto a fadiga, as normas se limitam a estabelecer fatores de segurança para as curvas SN, ficando omissas com respeito às demais variáveis: nível de tensões atuantes, fatores de concentração de tensões, regra de Miner etc. Neste caso, a análise de confiabilidade a fadiga (nível III), torna-se um valioso instrumento auxiliar de projeto, uma vez que permite associar um nível de probabilidade de ocorrência à vida útil de projeto. Desta forma, uma vez adotado um valor de probabilidade alvo para a falha por fadiga, o correspondente dimensionamento da estrutura estará levando em consideração, de forma sistemática e científica, todas as incertezas intervenientes no projeto.

1.2 Aplicações

A análise de confiabilidade pode ser direcionada a diferentes aplicações. Uma delas é a calibração dos coeficientes de segurança incluídos em fórmulas de normas, que embutem uma probabilidade de falha aceitável.

A requalificação de estruturas existentes com vistas à extensão de sua vida útil, como jaquetas em serviço por longos períodos, requer critérios de segurança que podem ser definidos por análise de confiabilidade estrutural. Para tal, deve-se considerar a reserva de resistência da estrutura, oriunda principalmente do grau de hiperestaticidade, o que pode ser feito através de análise não linear de colapso progressivo.

Uma terceira aplicação é o planejamento de inspeções e decisões sobre reparos em estruturas em serviço. Estas são parcelas significativas dos custos de manutenção de unidades de produção, já que os serviços são realizados no mar. A proposta do presente trabalho é dar os primeiros passos no sentido de utilizar-se o cálculo probabilístico de fadiga na orientação do intervalo até a primeira inspeção, o que pode influir ainda na fase de projeto dos tendões e do casco da TLP.

Essas aplicações não são estanques; pelo contrário, deve-se, por exemplo, associar a redução da resistência da estrutura com o tempo ao crescimento de trinca por fadiga [Moan, 1994].

1.3 Apresentação

Os capítulos do texto são apresentados numa seqüência de forma a embasar o exemplo de aplicação. Houve preocupação sempre em situar o presente trabalho em relação à literatura, mostrando os enfoques alternativos, aperfeiçoamentos no cálculo da excitação e resposta da estrutura, bem como seu tratamento probabilístico.

No segundo capítulo, são lançados os fundamentos da análise de confiabilidade, concentrando-se no método analítico aproximado FORM de obtenção da probabilidade

de falha de componentes. Há ainda uma orientação de como tratar sistemas, do ponto de vista da confiabilidade, ainda pelo método FORM.

O terceiro capítulo é dedicado ao comportamento da TLP no curto prazo, ou seja, à resposta de movimentos e à resposta estrutural no período de estacionariedade do estado de mar.

As características principais do fenômeno de fadiga em estruturas de aço sob excitação cíclica das ondas do mar, bem como os métodos de cálculo da vida útil, são apresentados no quarto capítulo.

O capítulo cinco contém a aplicação da análise de confiabilidade a fadiga, mostrando os diferentes caminhos de se calcular a probabilidade de falha.

No sexto capítulo, a teoria precedente foi validada através de sua aplicação à avaliação de um ponto no casco da plataforma e outro no topo de um tendão. Os principais resultados são a indicação das variáveis aleatórias mais importantes em fadiga e que devem ser melhor investigadas e as curvas do índice de confiabilidade em função do tempo de serviço da junta ou do detalhe estrutural. Através dessas curvas, serão determinados os intervalos de tempo até a primeira inspeção necessária para se manterem os níveis de segurança desejados.

Capítulo 2

Análise de Confiabilidade

2.1 Introdução

Quando se faz uma análise de confiabilidade de um sistema, objetiva-se calcular a probabilidade de ele vir a não atender às condições para as quais foi dimensionado, devido às incertezas inerentes às grandezas envolvidas, tais como geometria, cargas, resistências, etc.

Assim, o primeiro passo consiste em definir-se a função de falha do sistema. Usualmente, uma determinada estrutura apresenta vários estados-limite possíveis (de ruptura, de colapso, de operação, etc.). A função de falha será então constituída pela envoltória de todos os estados-limite considerados. No caso de sistemas estruturais para exploração de petróleo no mar, podem-se considerar tanto estados-limite últimos quanto operacionais, em fases pré e pós-instalação.

É conveniente que os modos de falha sejam expressos matematicamente. Assim, são definidas funções de estado-limite $g(\mathbf{X})$, que quando assumem valor negativo indicam que as variáveis aleatórias X_i envolvidas no problema levam a uma condição de falha do sistema. Por outro lado, $g(\mathbf{X}) > 0$ representa uma condição de segurança. A fronteira entre os domínios de falha e segurança é a superfície de falha $g(\mathbf{X}) = 0$, conforme a figura 2.1.

A probabilidade de falha é então definida como:

$$p_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] \quad (2.1)$$

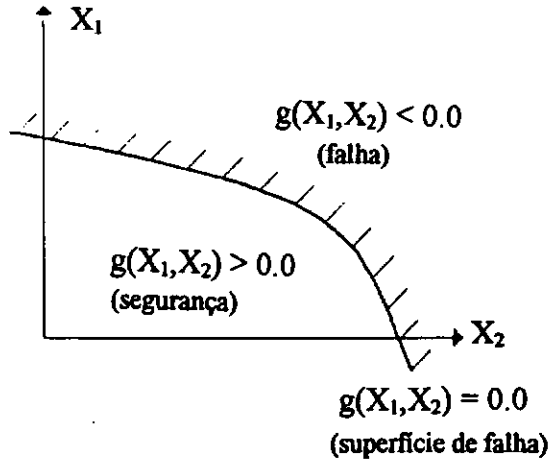


Figura 2.1 - Definição da função de falha

Conhecendo-se a função de densidade de probabilidade conjunta $f_X(\mathbf{x})$ das variáveis aleatórias \mathbf{X} , a fórmula acima pode ser reescrita como [Baker, 1982; Ang, 1984]:

$$p_f = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int I(\mathbf{x}) f_X(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \quad (2.2)$$

sendo $I(\mathbf{x})$ uma função indicadora, assumindo os valores 1 ou 0 conforme o valor da função $g(\mathbf{x})$ se situe na região de falha ou de segurança, respectivamente.

A integral multidimensional da equação 2.2 é, em geral, de difícil solução. Existem, porém, vários métodos alternativos para resolvê-la, associados ao nível de informação e características tanto de $f_X(\mathbf{x})$ quanto de $g(\mathbf{X})$.

Pode-se recorrer, por exemplo, a métodos de simulação, como o de Monte Carlo, em que são gerados pontos aleatórios no espaço multidimensional segundo a distribuição de probabilidade conjunta. Para cada ponto gerado, é feita uma análise estrutural para verificar se as funções de estado-limite são satisfeitas ou não. O estimador da probabilidade de falha, sua média, variância e coeficiente de variação são dados por [Karamchandani, 1990; Segrilo, 1994]:

$$\hat{p}_f = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I(x_j), \quad E[\hat{p}_f] = p_f, \quad \text{Var}[\hat{p}_f] = \frac{p_f(1-p_f)}{N}, \quad \text{cov} = \sqrt{\frac{1-p_f}{Np_f}} \quad (2.3)$$

revelando a necessidade de um grande número de avaliações da função de performance para se manter o coeficiente de variação a níveis baixos. Isso pode ser contornado através de métodos de redução de variância, como a amostragem por importância e outros e/ou adotando-se superfícies de falha aproximadas [Karamchandani, 1990].

Um procedimento alternativo à integração numérica da equação (2.2) consiste em utilizar-se um método analítico aproximado do tipo FORM [Hasofer, 1974; Rackwitz, 1978; Liu, 1986] ou SORM [Madsen, 1986]. O método FORM será descrito no item 2.3.

2.2 Métodos para Análise de Confiabilidade

Os métodos utilizados na análise de confiabilidade de estruturas têm sido tradicionalmente classificados de acordo com o nível, momento e ordem [DNV, 1992a].

Momento - refere-se à ordem dos momentos estatísticos aplicados para representar as variáveis aleatórias e suas distribuições de probabilidade.

Ordem - refere-se à ordem do polinômio utilizado na aproximação local da superfície de falha nas proximidades do ponto de projeto.

Nível - refere-se a um dos 4 níveis descritos a seguir:

Nível I - refere-se aos métodos que utilizam um único valor característico para representar cada variável aleatória. Este nível, comumente utilizado pelas normas,

corresponde às técnicas de projeto, onde os coeficientes parciais de segurança podem ser calibrados para atingir-se um determinado nível de confiabilidade global da estrutura.

Nível II - refere-se aos métodos de confiabilidade que utilizam apenas dois valores para descrever cada variável aleatória, ou seja, a média e o desvio-padrão, juntamente com uma medida de correlação entre as diversas variáveis. Os métodos de nível II não são considerados adequados para a análise de confiabilidade de estruturas.

Nível III - refere-se aos métodos de confiabilidade que utilizam as funções de distribuição conjunta de todas as variáveis aleatórias presentes no problema. Estes métodos incluem integração numérica, integração analítica aproximada dos tipos FORM e SORM, e métodos de simulação do tipo Monte Carlo.

Nível IV - estes métodos são utilizados para se determinarem valores de confiabilidade que serão usados como critérios de aceitação (probabilidades alvo) para o método de nível III. Levam em consideração fatores econômicos tais como os custos de construção, manutenção, reparo e a análise das consequências da falha.

2.3 Método Analítico FORM para um Componente

A formulação que se segue pode ser vista em Sagrilo (1994).

Para a utilização do método FORM (*First Order Reliability Method*), é necessário efetuar-se, inicialmente, uma transformação do espaço das variáveis \mathbf{X} , para o espaço das variáveis \mathbf{U} independentes normais-padrão.

No espaço das variáveis \mathbf{U} , a superfície de falha $G(\mathbf{U})=0$ é aproximada em torno do ponto de maior densidade local de probabilidade por um hiperplano tangente. Tal ponto, que corresponde ao ponto mais próximo à origem \mathbf{U}^* , é denominado de ponto de projeto e sua distância até a origem é chamado de índice de confiabilidade β_{HL} de Hasofer-Lind:

$$\beta_{HL} = \pm |U^*| \quad (2.4)$$

A probabilidade de falha, utilizando-se as propriedades da distribuição multidimensional normal-padrão de variáveis independentes, é fornecida pela expressão [Madsen, 1986]:

$$p_f = \int_{g(\mathbf{x}) \leq 0} f_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{G(\mathbf{u}) \leq 0} \phi_{\mathbf{u}}(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \equiv \Phi(-\beta) \quad (2.5)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função cumulativa de probabilidade normal-padrão.

O índice de confiabilidade β se relaciona ao ponto de projeto U^* pela seguinte expressão:

$$U^* = -\alpha^* \cdot \beta \quad (2.6)$$

onde α^* é o gradiente normalizado da superfície de falha no ponto U^* . A figura 2.2 mostra a representação gráfica do método FORM.

A transformação das variáveis randômicas em variáveis independentes normais-padrão é definida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{U} &= \mathbf{T}(\mathbf{X}) \\ \mathbf{X} &= \mathbf{T}^{-1}(\mathbf{U}) \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde \mathbf{T} é chamada de transformação de probabilidade. Para que esta transformação exista, é necessário que as variáveis \mathbf{X} possuam distribuições contínuas de probabilidades [Madsen, 1986].

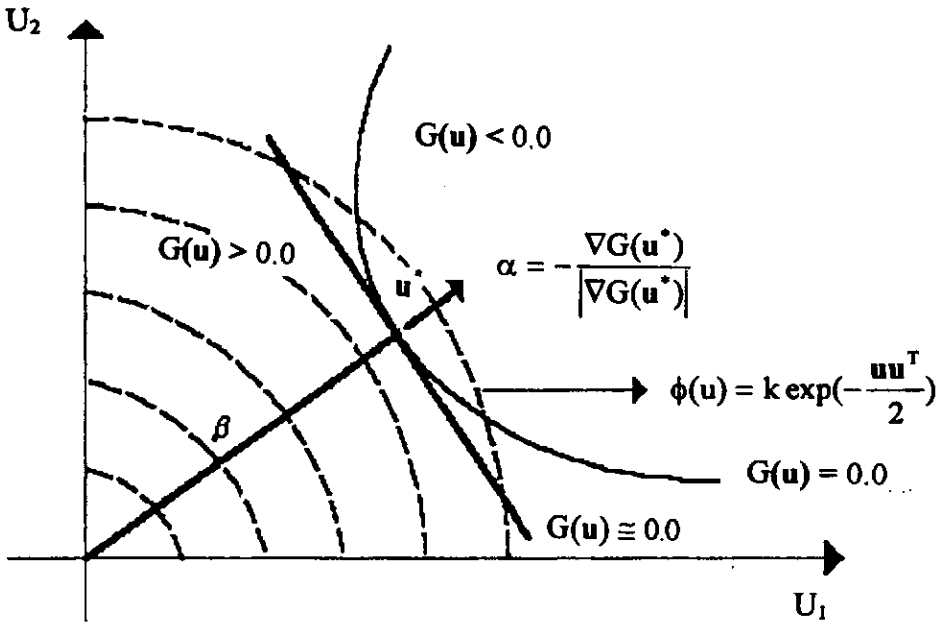


Figura 2.2 - Representação gráfica do método FORM

Quando as variáveis são estatisticamente independentes, esta transformação é simplesmente calculada para cada uma das variáveis da seguinte maneira:

$$U_i = \Phi^{-1} [F_{X_i}(X_i)] \quad (2.8)$$

onde $F_{X_i}(\cdot)$ é a função cumulativa de probabilidades original da variável X_i , Φ a função cumulativa normal padrão e U_i é a variável reduzida.

No caso geral de variáveis dependentes e com completa informação da distribuição conjunta das variáveis correlacionadas, um outro modelo de transformação deve ser empregado. A transformação sugerida por vários autores é a transformação de Rosenblatt [Madsen, 1986; Melchers, 1987]. A transformação é definida de maneira similar à expressão (2.8) como:

$$\begin{aligned}
U_1 &= \Phi^{-1} [F_{X_1}(X_1)] \\
U_2 &= \Phi^{-1} [F_{X_2}(X_2 / X_1)] \\
&\vdots \\
U_n &= \Phi^{-1} [F_{X_n}(X_n / X_1 X_2 \cdots X_{n-1})]
\end{aligned} \tag{2.9}$$

onde $F_{X_i}(X_i / X_1 X_2 \cdots X_{i-1})$ representa a função cumulativa de probabilidades da variável X_i condicionada a valores conhecidos das variáveis $X_1, X_2 \cdots X_{i-1}$.

Para encontrar-se o ponto sobre a superfície de falha, como será visto mais adiante, há a necessidade de se calcular o Jacobiano desta transformação:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial U_i}{\partial X_j} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

Usando-se a expressão (2.9) os elementos do Jacobiano são dados por [Hohenbichler, 1981; Ang, 1984; Madsen, 1986]:

$$\frac{\partial U_i}{\partial X_j} = \begin{cases} 0; & i < j \\ \frac{1}{\varphi(U_i)} \frac{\partial [F_{X_i}(X_i / X_1 X_2 \cdots X_{i-1})]}{\partial X_j}; & i \geq j \end{cases} \tag{2.11}$$

sendo $\varphi(\cdot)$ a função densidade de probabilidade normal padrão.

O procedimento de transformação anteriormente ilustrado é aplicável a qualquer tipo de distribuição conjunta ou não de probabilidades. Na prática, entretanto, dificilmente se dispõe de informações que possam definir uma distribuição conjunta de probabilidades. Geralmente dispõe-se dos tipos de distribuição de cada variável e a correlação existente entre elas, o que é chamado de informações probabilísticas incompletas [Der Kiureghian, 1986]. Do ponto de vista computacional quando as distribuições conjuntas são disponíveis, o Jacobiano tem que ser reprogramado para cada caso.

Uma observação importante no uso da transformação de Rosenblatt é no caso onde todas as variáveis originalmente seguem uma distribuição normal de probabilidades. Neste caso a transformação dada pela expressão (2.7) pode ser reescrita da forma:

$$\mathbf{U} = \Gamma \sigma^{-1} (\mathbf{X} - \mathbf{m}) \quad (2.12)$$

onde \mathbf{m} é o vetor com as médias das variáveis randômicas e $\Gamma = \mathbf{L}^{-1}$ sendo \mathbf{L} a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação de \mathbf{U} [Ang, 1984] e σ é a matriz diagonal com os desvios-padrão das variáveis. Desta forma o Jacobiano pode ser reescrito na seguinte forma:

$$\mathbf{J} = \Gamma \sigma^{-1} \quad (2.13)$$

O princípio da Aproximação da Extremidade da Normal [Ditlevsen, 1981] permite substituir uma distribuição de probabilidade não-normal por uma distribuição normal equivalente. Isto é obtido quando se faz a equivalência entre os valores das funções cumulativa e densidade de probabilidade no ponto de interesse X_i^* ou seja:

$$\begin{aligned} \Phi \left(\frac{X_i^* - \mu_{x_i}^N}{\sigma_{x_i}^N} \right) &= F_{X_i}(X_i^*) \\ \frac{1}{\sigma_{x_i}^N} \phi \left(\frac{X_i^* - \mu_{x_i}^N}{\sigma_{x_i}^N} \right) &= f_{X_i}(X_i^*) \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde $\mu_{x_i}^N$, $\sigma_{x_i}^N$ são a média e o desvio padrão, respectivamente, da distribuição normal equivalente para a variável X_i ; $F_{X_i}(\cdot)$ e $f_{X_i}(\cdot)$ são as funções cumulativa e densidade de probabilidades originais da variável X_i ; $\Phi(\cdot)$, $\phi(\cdot)$ correspondem às funções cumulativa e densidade de probabilidades da distribuição normal padrão.

Resolvendo-se as equações (2.14), são obtidos $\mu_{x_i}^N$ e $\sigma_{x_i}^N$ como:

$$\sigma_{x_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i^*))\}}{f_{X_i}(X_i^*)} \quad (2.15)$$

$$\mu_{x_i}^N = X_i^* - \sigma_{x_i}^N \Phi^{-1}(F_{X_i}(X_i^*))$$

Esta transformação pode ser diretamente empregada quando as distribuições de probabilidade das variáveis não forem correlacionadas. Para o caso de variáveis correlacionadas este procedimento pode ser utilizado desde que se calcule também a correlação equivalente entre as variáveis [Der Kiureghian, 1986]. Sendo X_i e X_j duas variáveis randômicas, cada uma com sua respectiva distribuição de probabilidade associada, e ρ_{ij} o coeficiente de correlação entre elas, o coeficiente de correlação equivalente ρ_{ij}^E entre as duas distribuições normais equivalentes é dada por:

$$\rho_{ij}^E = F \cdot \rho_{ij} \quad (2.16)$$

onde F é um valor que depende somente de ρ_{ij} e do coeficiente de variação das variáveis. Para um grande conjunto de distribuições de probabilidade o fator F é apresentado através de fórmulas semi-empíricas por Der Kiureghian (1986).

Com as médias, desvios-padrão e coeficientes de correlação normais equivalentes para todas as variáveis a transformação de variáveis é facilmente obtida através da expressão (2.12). A grande vantagem deste procedimento é que todas as transformações feitas são matematicamente comprovadas e com isto é possível ter um procedimento computacionalmente estável para uma grande diversidade de variáveis.

2.3.1 Busca ao Ponto de Projeto

Um dos principais desafios no método FORM é o de encontrar o ponto U^* sobre a superfície de falha mais próximo à origem. Isto pode ser formulado como um problema de otimização (ou programação não-linear) com uma restrição tal que:

$$\begin{aligned} \text{P1: minimize } |U| \\ \text{sujeito a } G(U) = 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Existem vários métodos de otimização para resolver este problema [Liu, 1986]. Os métodos mais eficientes são os métodos baseados nos gradientes da função de falha e entre os métodos com esta característica, o método mais usado em confiabilidade estrutural é o método HL-RF [Hasofer and Lind, 1974; Rackwitz and Fiessler, 1978]. Este método pode ser resumido pela seguinte expressão:

$$U^{k+1} = \frac{1}{|\nabla G(U^k)|^2} \cdot [\nabla G(U^k)U^k - G(U^k)] \nabla G(U^k)^T \quad (2.18)$$

onde $\nabla G(U^k)$ é o gradiente da função de falha (espaço reduzido) e $G(U^k)$ é o valor da função de falha avaliados no ponto U^k .

Para a utilização do método HL-RF deve-se ter em mente as seguintes relações:

$$\begin{aligned} G(U) &= g(X) \\ \nabla G(U) &= (J^{-1})^T \nabla g(X) \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde $\nabla g(X)$ é o gradiente da função de falha no espaço original avaliado no ponto X .

2.4 Medidas de Sensibilidade para um Componente

Um dos mais importantes resultados obtidos através dos métodos analíticos são as medidas de sensibilidade do índice de confiabilidade ou da probabilidade de falha em relação a variação dos parâmetros que definem a função de falha (variáveis básicas e constantes).

Uma destas medidas é o chamado fator de importância I_i que indica a importância relativa entre as variáveis randômicas na análise de confiabilidade em questão. Este fator é dado individualmente para cada variável i da análise como

$$I_i = \alpha_i^2 \quad (2.20)$$

onde α_i é a componente do vetor normal à superfície de falha no ponto de projeto \mathbf{U}^* correspondente à variável i .

Outras medidas importantes como o fator de omissão e os fatores de sensibilidade paramétricos podem ser encontradas em Sagrilo (1994). As medidas de sensibilidade são extremamente valiosas numa análise de confiabilidade estrutural (ou em outras áreas), pois elas apontam quais são as variáveis que mais influenciam no índice de confiabilidade, indicando assim onde o projetista ou a equipe de manutenção deve dispensar maior atenção para o bom desempenho do ponto de vista da segurança da estrutura analisada.

2.5 Método FORM para Sistemas

Até aqui foi somente tratado o caso de uma única função de falha $g(\mathbf{X})$ que representasse um componente do ponto de vista da análise de confiabilidade. Neste item será apresentada a metodologia para aplicação do método FORM na análise de um sistema do ponto de vista de confiabilidade.

Um sistema é dito em série quando a falha de um dos seus componentes significa a falha completa do mesmo e neste caso a probabilidade de falha do sistema é dada pela probabilidade de qualquer um dos componentes falhar e é matematicamente expressa pela união dos componentes [Ang, 1984; Madsen, 1986]:

$$pf^s = P\left[\bigcup_{i=1}^j (G_i(\mathbf{U}) \leq 0)\right] = P\left[\bigcup_{i=1}^j (g_i(\mathbf{X}) \leq 0)\right] \quad (2.21)$$

onde j é o número de componentes individuais identificados na análise. No caso de uma única superfície de falha com mais de um ponto de mínimo o sistema pode ser tratado como um sistema em série como se cada um destes pontos representasse um componente individual.

Um sistema é dito em paralelo quando a falha do mesmo se dá após várias falhas sucessivas de seus componentes. A probabilidade de falha é dada pela intersecção dos eventos de falha dos componentes individuais [Madsen, 1986]:

$$pf^s = P\left[\bigcap_{i=1}^j G_i(\mathbf{U}) \leq 0\right] = P\left[\bigcap_{i=1}^j g_i(\mathbf{X}) \leq 0\right] \quad (2.22)$$

Na Figura 2.3 são representados graficamente no espaço das variáveis reduzidas os domínios de falha de sistemas em série e paralelo.

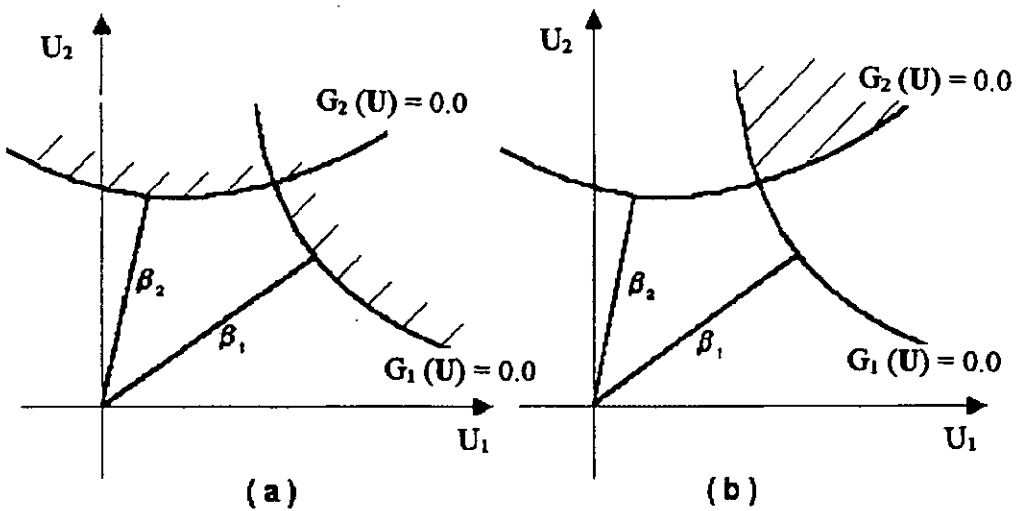


Figura 2.3 - Representação gráfica de sistemas a) em série e b) em paralelo

No método analítico FORM, o cálculo da probabilidade de falha de um sistema envolve a identificação dos pontos de mínimo dos componentes individuais, a aproximação da superfície de cada componente por um hiperplano tangente a seus

respectivos pontos de mínimo, e o cálculo então da mesma considerando a região de interesse (interseção ou união) delimitada por estas superfícies aproximadas como mostra a figura 2.4.

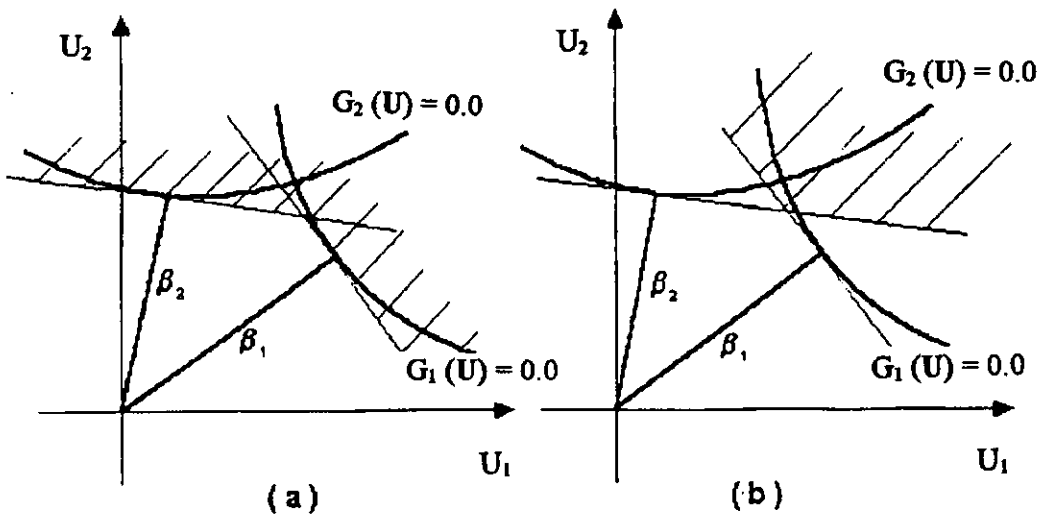


Figura 2.4 - Aproximação do domínio de falha pelo método FORM para
a) sistemas em série e b) sistemas em paralelo

Pelo método FORM, a análise de sistemas em série é mais simples e conduz a boas aproximações para a probabilidade de falha do sistema [Madsen, 1986; Karamchandani, 1990], enquanto que a análise de sistemas em paralelo e sistemas mistos é bem mais complexa e pode não dar bons resultados. Uma tentativa para generalizar o uso do método FORM para sistemas quaisquer, é apresentada por Hohenbichler et al. (1987). A seguir, será apresentada a formulação para sistemas em série dentro da metodologia FORM.

2.6 Sistemas em Série pelo Método FORM

Utilizando-se os conceitos básicos da teoria das probabilidades, a probabilidade de falha para um sistema em série pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 pf^s &= P\left[\bigcup_{i=1}^j (G_i(\mathbf{U}) \leq 0)\right] \\
 &= \sum_{i=1}^j P_i - \sum_{i=1}^j \sum_{k>i} P_{ik} + \sum_{i=1}^j \sum_{k>i} \sum_{l>k} P_{ikl} - \dots
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

onde

$$P_i = P(G_i(\mathbf{U}) \leq 0)$$

$$P_{ik} = P[(G_i(\mathbf{U}) \leq 0) \cap (G_k(\mathbf{U}) \leq 0)]$$

$$P_{ikl} = P[(G_i(\mathbf{U}) \leq 0) \cap (G_k(\mathbf{U}) \leq 0) \cap (G_l(\mathbf{U}) \leq 0)]$$

sendo G_i usado para denotar o $i^{\text{ésimo}}$ componente do sistema.

Como as probabilidades para os componentes individuais em estruturas são baixas, os termos P_{ikl} podem ser desprezados. Utilizando-se o método FORM, o domínio de falha $(\bigcup_{i=1}^j (G_i(\mathbf{U}) \leq 0))$ é delimitado pela superfície poliédrica formada pelos hiperplanos tangentes a cada uma das superfícies de falha nos seus respectivos pontos de projeto e a probabilidade de falha para um sistema em série pode ser calculada aproximadamente utilizando-se as seguintes expressões [Madsen, Krenk and Lind, 1986]:

$$\begin{aligned}
 P_i &= \Phi(-\beta_i) \\
 P_{ik} &= \Phi(-\beta_i, -\beta_k, \rho_{ik})
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

sendo:

- β_i, β_k os índices de confiabilidade de cada um dos componentes;
- ρ_{ik} a correlação entre os componentes i e k , $\rho_{ik} = \alpha_i^T \alpha_k$, onde α_i, α_k são os vetores normais nos pontos de projeto das funções de falha;
- $\Phi(\cdot)$ a função cumulativa normal padrão de probabilidades;
- $\Phi(\cdot, \cdot, \rho)$ a função cumulativa bidimensional normal padrão.

A função cumulativa bidimensional normal-padrão, utilizando-se algumas propriedades da distribuição normal [Madsen, 1986], pode ser calculada como:

$$\Phi(-\beta_i, -\beta_k, \rho_{ik}) = \Phi(-\beta_i) \Phi(-\beta_k) + \int_0^{\rho_{ik}} \varphi(-\beta_i, -\beta_k, z) dz \quad (2.25)$$

onde $\varphi(\cdot, \cdot, \rho)$ é a função densidade de probabilidade bidimensional normal padrão:

$$\varphi(x, y, \rho) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 + y^2 - 2\rho xy}{1-\rho^2}\right)\right] \quad (2.26)$$

A integral na expressão (2.25) pode ser calculada numericamente.

Por outro lado, querendo-se evitar o cálculo desta integral, podem ser utilizados os limites de segunda ordem chamados limites de Ditlevsen [Ditlevsen, 1979] para obtenção dos limites inferior e superior para a probabilidade de falha.

Capítulo 3

Comportamento da TLP *in situ*

3.1 Descrição Geral da TLP

A TLP (*Tension Leg Platform*) é uma plataforma flutuante projetada, em geral, para comportar no convés uma planta de produção de óleo e gás para exploração de campos petrolíferos localizados no subsolo marinho. A plataforma é ancorada ao fundo do mar por pernas atirantadas (tendões), reduzindo consideravelmente seu movimento vertical. Isso possibilita a utilização de árvores de natal (conjunto de válvulas de controle da produção de cada poço) secas, ou seja, localizadas no convés da plataforma, ao invés de no fundo do mar, o que reduz os investimentos iniciais, além de facilitar as intervenções nos poços ao longo da vida em serviço, reduzindo os custos operacionais.

A pré-tração nos tendões é dada pelo excesso de empuxo (deslocamento) no casco em relação às demais cargas verticais da plataforma (peso estrutural, equipamentos e tubulações cheios, consumíveis e lastro). Na figura 3.1, é mostrada uma TLP formada por 4 colunas e 4 *pontoons*.

Quando a plataforma se desloca horizontalmente em relação à posição inicial (tendões na vertical), ela também afunda um pouco (*setdown*), como na figura 3.2. Assim a altura das colunas deve ser tal que o convés não seja atingido pelas ondas extremas. Já os *pontoons* situam-se em profundidades com menor influência das ondas.

A produção de óleo e gás chega ao convés através de dutos (*risers*) rígidos centralizados numa região onde opera uma sonda de perfuração ou de intervenção nos poços (*workover*). A plataforma pode ainda receber a produção de outros poços e escoar sua produção através de *risers* flexíveis. Os *risers* recebem parcela significativa das cargas ambientais.

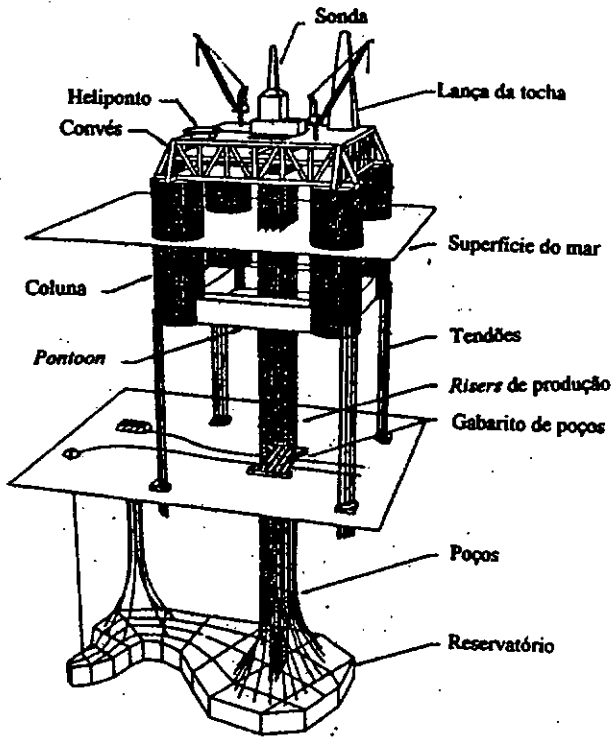


Figura 3.1 - Esquema geral de sistema de produção com TLP

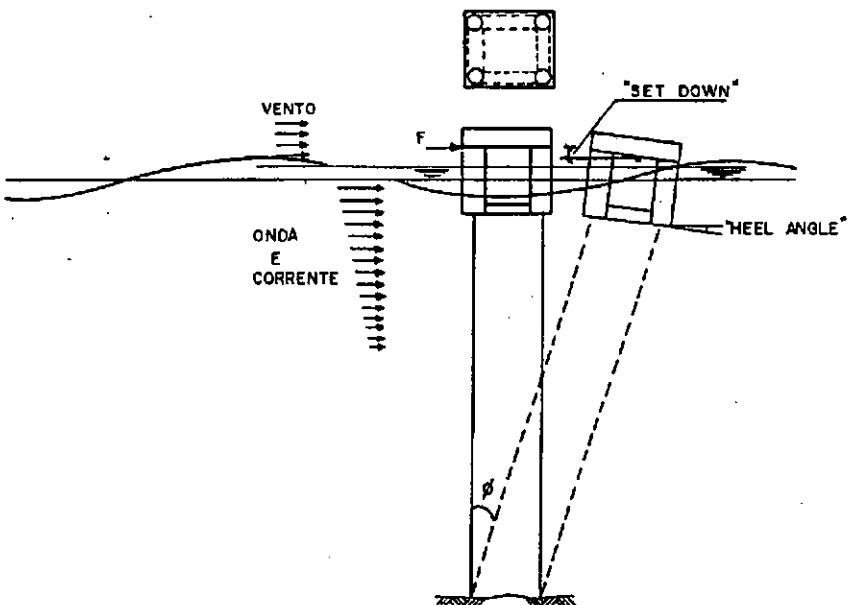


Figura 3.2 - Configurações inicial e deslocada (*offset*) da TLP

O convés é dimensionado para trabalhar globalmente e, juntamente com os *pontoons*, serve de contraventamento para as colunas.

Neste trabalho será visto apenas o comportamento da plataforma *in situ*, isto é, com os tendões já instalados.

3.2 Características Gerais do Carregamento e da Resposta

A resposta dinâmica de uma TLP como corpo rígido à excitação das cargas ambientais é essencialmente não-linear. As principais fontes de não-linearidade são: efeitos de segunda ordem das forças de onda associadas ao volume do corpo; não-linearidade geométrica dos tendões; e termos quadráticos na força de arrasto da fórmula de Morison [Banon, 1991].

Os efeitos de segunda ordem das ondas produzem energia de resposta tanto nas baixas frequências naturais de *surge*, associadas a períodos em torno de 100 s, como nas frequências-soma, causando os fenômenos de *ringing*, associado a carga extrema, e *springing*, causado pelas ondas mais frequentes, podendo levar à fadiga dos tendões. Os períodos naturais de *heave* e *pitch*, da ordem de 2.5 a 4 s, devido à ação dos tendões, situam-se abaixo dos períodos de excitação das ondas extremas. As forças de segunda ordem podem ser obtidas através da integração do campo de pressões sobre a superfície do flutuante incluindo termos de pressão de ordem superior, calculados pela teoria potencial.

O afundamento (*setdown*) variando quadraticamente com o deslocamento horizontal (*offset*) da plataforma é uma das razões da não-linearidade geométrica na rigidez do sistema proporcionada pelos tendões, tanto verticalmente quanto horizontalmente.

A curvatura que os tendões podem apresentar tem 3 origens: forças de corrente e onda agindo diretamente sobre os tendões; resposta dinâmica dos tendões aos

movimentos em seus topos transmitidos pelo casco; e momento fletor em suas juntas flexíveis. Em Banon (1994), onde é feita uma calibração de coeficientes parciais de segurança para condições extremas, é dito que a principal componente de flexão pode ser obtida simplesmente pelo produto da rigidez das juntas flexíveis pelo *offset* da plataforma. Já em Jiao (1990), em análise de confiabilidade da fadiga, é assumida uma configuração dos tendões relativa a resposta no primeiro modo de vibração, para uma TLP em 300 m de lâmina d'água. Nessa mesma linha, em Shanks (1987), é feito o cálculo do dano a fadiga dos tendões de TLPs em 600 e 1000 m de lâmina d'água, considerando-se excitação dos segundo e terceiro modos de vibração, respectivamente, dando como relevante sua adição às funções de transferência de tensões axiais. As contribuições nesse caso devem-se principalmente aos deslocamentos no topo dos tendões. Por outro lado, são sugeridas em Shive (1990) fórmulas para cálculo da configuração catenária dos tendões quando sujeitos a corrente e/ou peso distribuído, no caso de não terem flutuação neutra, principalmente em lâminas d'água profundas. Entretanto, os efeitos de curvatura não serão introduzidos no presente trabalho.

A análise de movimentos pode ser feita no domínio do tempo ou da frequência. Para conduzir-se uma análise linear no domínio da frequência, é necessário que se tratem as referidas não-linearidades de forma adequada, como será visto mais adiante.

Os movimentos do flutuante no plano horizontal podem ser decompostos em: deriva média, deriva lenta (*slow drift*), associada a componentes dinâmicas de baixas frequências, e movimentos de primeira ordem nas frequências das ondas.

A deriva média é formada pela resposta às forças de corrente e às forças de excitação médias associadas às ondas e ao vento.

A deriva lenta é formada pela resposta às ações dinâmicas das ondas e do vento nas baixas frequências de *surge*.

Os tendões ficam sujeitos a componentes de tensão de diversas origens, podendo ser agrupadas conforme abaixo [Banon, 1989; Lotsberg, 1990]:

Origem das componentes de tensão nos tendões consideradas invariantes no tempo:

- pretensão;
- maré;
- deriva média (onda, vento e corrente) e correspondente *setdown*;
- momento de tombamento associado à deriva média;
- mal posicionamento das fundações (translação e rotação).

Origem das componentes de tensão nos tendões consideradas variantes no tempo:

- deriva lenta (onda e vento) e correspondente *setdown*;
- momento de tombamento associado à deriva lenta.
- forças de onda de primeira ordem;
- tensões nas frequências-soma excitando frequências naturais de *heave* e *pitch*.

Além dessas, deve ser considerada a componente do momento fletor nas juntas flexíveis e ao longo do comprimento dos tendões [Shanks, 1987; Jiao, 1990]. O eventual impacto de ondas no convés também deve ser levado em conta [Banon, 1991].

3.3 Carregamento Hidrodinâmico

Será feita uma breve descrição do cálculo das cargas hidrodinâmicas atuantes apenas no casco da plataforma.

Pelo volume dos membros submersos da TLP, é mais conveniente o cálculo das forças hidrodinâmicas pela teoria da difração, que inclui o potencial das ondas refletidas no corpo.

3.3.1 Cinemática da Onda

A equação diferencial da continuidade, que governa o fenômeno de ondas se propagando em condições irrotacionais no mar, considerado como um meio incompressível, é a equação de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (3.1)$$

onde ϕ é o potencial de velocidades no campo, tal que:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = u, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = v \quad (3.2)$$

Para obtenção do campo de pressões, importante no cálculo de forças de onda nos corpos flutuantes, faz-se uso da equação de Bernoulli:

$$p(\mathbf{x}, t) = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}(\mathbf{x}, t) - \rho g z - \frac{1}{2} \rho |\nabla \phi(\mathbf{x}, t)|^2 \quad (3.3)$$

As condições de contorno na superfície livre, que não é conhecida a priori, são duas. A condição dinâmica, obtida igualando-se a zero as pressões na interface ar-água na equação de Bernoulli, fornece:

$$\eta(\mathbf{x}, y, t) = \left[-\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2g} |\nabla \phi|^2 \right]_{z=\eta} \quad (3.4)$$

Da condição cinemática, que garante que a velocidade normal à superfície livre das partículas fluidas pertencentes a ela seja igual à velocidade da superfície, de tal forma a não deixá-la em nenhum instante, temos para onda se propagando na direção x :

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=\eta} = \left[\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right]_{z=\eta} \quad (3.5)$$

Utilizando-se a série de Taylor em torno de $z=0$ nas expressões acima, introduzindo-se as expansões das soluções para ϕ e η em série de potências (expansão de Stokes) e considerando-se apenas os termos de primeira ordem, assumindo-se que o comprimento de onda seja muito maior que a altura, as condições de contorno para a teoria linear de onda de Airy ficam:

$$\eta(x, y, t) = -\frac{1}{g} \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=0} \quad (3.6)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \left. \frac{\partial \eta}{\partial t} \right|_{z=0} \quad (3.7)$$

No fundo do mar, onde a velocidade vertical é nula, a condição de contorno é:

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-\infty} = 0 \quad (3.8)$$

Na teoria de Airy, a função elevação associada a uma onda livre é dada por:

$$\eta(x, t) = A \cos(kx - \omega t) \quad (3.9)$$

Associada à expressão das elevações, a solução para o potencial de primeira ordem de velocidades de onda livre, válido para a onda incidente é:

$$\Phi(x, z, t) = A \frac{g}{\omega} \frac{\cosh[k(z+d)]}{\cosh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (3.10)$$

sendo A a amplitude da onda, $H=2A$ a sua altura, $\omega=2\pi/T$ a sua frequência angular, T o período, $k=2\pi/L$ o número, L o comprimento e $c=L/T$ a celeridade.

Da condição de contorno cinemática, pode-se então obter a relação da dispersão para águas profundas:

$$\omega^2 = g k \operatorname{tanh}(k d) \quad (3.11)$$

As velocidades e acelerações são calculadas substituindo-se (3.10) em (3.2):

$$u(x, z, t) = A \omega \frac{\cosh [k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (3.12)$$

$$\dot{u}(x, z, t) = \frac{\partial u}{\partial t} = A \omega^2 \frac{\cosh [k(z+d)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (3.13)$$

$$v(x, z, t) = A \omega \frac{\sinh [k(z+d)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (3.14)$$

$$\dot{v}(x, z, t) = \frac{\partial v}{\partial t} = -A \omega^2 \frac{\sinh [k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (3.15)$$

O campo de pressões associado à onda livre é:

$$p = -\rho g z + \rho g \eta(x, t) \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \quad (3.16)$$

Uma descrição mais detalhada de todos os passos e simplificações adotadas para este procedimento, bem como para o potencial de onda estacionária, pode ser encontrada em Sarpkaya (1981), Chakrabarti (1987).

3.3.2 Forças de Onda de Primeira Ordem

As forças de onda são obtidas pela integração das pressões hidrodinâmicas ao longo do corpo, que podem ser calculadas a partir dos potenciais de velocidades, presentes na equação de Bernoulli. Devido à linearização do problema, que permite a

superposição de efeitos, os potenciais podem ser decompostos em potencial de difração e de irradiação.

O potencial de difração é a soma do potencial de onda incidente, mostrado no item anterior, com o potencial de onda refletida no corpo. Pode ser determinado por método analítico, como o de MacCamy-Fuchs, num modelo de barras cilíndricas circulares, ou por métodos numéricos, em que é resolvida a integral de contorno do corpo, discretizado em painéis, e são determinadas as intensidades das fontes (funções de Green) [Chakrabarti, 1987; DNV, 1994b].

O potencial de irradiação está associado às ondas geradas pelos movimentos do corpo flutuante e pode ser obtido da composição de cada um dos seis graus de liberdade, como abaixo:

$$\phi_R = i\omega \sum_{j=1,6} \xi_j \phi_j \quad (3.17)$$

onde ξ_j é a amplitude complexa relativa a cada grau de liberdade, calculada pela análise de movimentos.

Os potenciais unitários ϕ_j são obtidos como o de difração, por métodos numéricos, que também fornecem os coeficientes hidrodinâmicos de massa adicionada e de amortecimento potencial.

A fórmula de Morison, usada para calcular as forças de arrasto, a serem adicionadas às forças de volume obtidas como acima, podem alternativamente incluir seus termos de inércia para cálculo da força total de onda. A fórmula completa, já assumindo a resposta cossenoidal na frequência da onda, é mostrada abaixo [DNV, 1994b]:

$$\mathbf{F} = \omega^2 (\mathbf{M} - \rho \mathbf{V} \mathbf{C}_a) \boldsymbol{\xi} - \omega^2 \rho \mathbf{V} (\mathbf{C}_a + \mathbf{I}) \mathbf{x} + i\omega \mathbf{B} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}) \quad (3.18)$$

onde:

ω - frequência de excitação

F - força atuante num elemento

M - matriz de massa diagonal 3x3

C_a - matriz de coeficientes de massa adicionada 3x3

V - volume deslocado do elemento

B - matriz de amortecimento viscoso linearizado por

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2} \rho A C_D \frac{8}{3\pi} \mathbf{V}_{\max} \quad (3.19)$$

sendo:

A - área projetada do elemento

V_{\max} - amplitude de velocidade para a linearização

3.4 Equação do Movimento e Análise Estrutural

Aplicando-se a 2ª lei de Newton, tem-se:

$$(\mathbf{M} + \mathbf{M}_a) \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.20)$$

Sendo a excitação \mathbf{F} e a resposta \mathbf{x} a cada frequência da onda da forma:

$$\mathbf{F}_i = F_i e^{i(\omega t + \phi_1)} \quad (3.21)$$

$$\mathbf{x}_i = x_i e^{i(\omega t + \phi_2)} \quad (3.22)$$

pode-se fazer uma transformação da equação para o domínio da frequência:

$$[-\omega^2 (\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega)) + i\omega (\mathbf{B}(\omega)_p + \mathbf{B}_v + \mathbf{C} + \mathbf{T})] \mathbf{X}(\omega, \beta) = \mathbf{F}(\omega, \beta) \quad (3.23)$$

onde:

ω - frequência de excitação

β - direção de incidência

\mathbf{M} - matriz 6x6 representando a massa do corpo e sua distribuição espacial

$\mathbf{A}(\omega)$ - matriz 6x6 de massa adicionada em função da frequência de excitação

$\mathbf{B}(\omega)$ - matriz 6x6 de amortecimento potencial em função da frequência de excitação

\mathbf{B}_v - matriz 6x6 de amortecimento viscoso linearizado, como no item anterior (Morison)

\mathbf{C} - matriz de restauração hidrostática

\mathbf{T} - matriz de restauração externa, representando os tendões como molas

$\mathbf{F}(\omega, \beta)$ - vetor de cargas em função da frequência de excitação e da direção de incidência

O sistema acima, cujas incógnitas são as amplitudes dos movimentos em cada grau de liberdade e respectivas fases, ao todo 12 variáveis, pode ser resolvido diretamente, separando-se as partes reais e imaginárias.

A matriz \mathbf{M} é dada na forma geral por [Silva, 1987]:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & 0 & Mz_{CG} & -My_{CG} \\ 0 & M & 0 & -Mz_{CG} & 0 & Mx_{CG} \\ 0 & 0 & M & My_{CG} & -Mx_{CG} & 0 \\ 0 & -Mz_{CG} & My_{CG} & I_{44} & I_{45} & I_{46} \\ Mz_{CG} & 0 & -Mx_{CG} & I_{54} & I_{55} & I_{56} \\ -My_{CG} & Mx_{CG} & 0 & I_{64} & I_{65} & I_{66} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

onde x_{CG} , y_{CG} , z_{CG} são as coordenadas do centro de gravidade em relação aos eixos de coordenadas globais, em que o plano XY contém a linha d'água. Quando a massa do corpo tem pouca assimetria em relação aos planos XZ e YZ, os termos I_{45} , I_{46} , I_{56} e seus simétricos, bem como x_{CG} e y_{CG} são muito pequenos. Quando o centro de gravidade está na linha d'água, z_{CG} se anula.

A matriz de massa adicionada para uma estrutura simétrica em relação ao plano XZ contém os seguintes termos não nulos:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & A_{15} & A_{16} \\ 0 & A_{22} & 0 & A_{24} & 0 & A_{26} \\ 0 & 0 & A_{33} & A_{34} & A_{35} & 0 \\ 0 & A_{42} & A_{43} & A_{44} & 0 & A_{46} \\ A_{51} & 0 & A_{53} & 0 & A_{55} & A_{56} \\ A_{61} & A_{62} & 0 & A_{64} & A_{65} & A_{66} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

A matriz de amortecimento total, incluindo tanto o amortecimento potencial quanto o amortecimento viscoso linearizado, ainda para o caso de simetria em relação ao plano XZ é dada por:

$$\mathbf{B}_T = \begin{bmatrix} B_{11} & 0 & 0 & 0 & B_{15} & B_{16} \\ 0 & B_{22} & 0 & B_{24} & 0 & B_{26} \\ 0 & 0 & B_{33} & B_{34} & B_{35} & 0 \\ 0 & B_{42} & B_{43} & B_{44} & 0 & B_{46} \\ B_{51} & 0 & B_{53} & 0 & B_{55} & B_{56} \\ B_{61} & B_{62} & 0 & B_{64} & B_{65} & B_{66} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

A matriz de restauração hidrostática, relacionada à variação do empuxo na área de linha d'água, contém os seguintes termos principais:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & C_{34} & C_{35} & 0 \\ 0 & 0 & C_{43} & C_{44} & C_{45} & 0 \\ 0 & 0 & C_{53} & C_{54} & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

A matriz de rigidez dos tendões em relação ao centro de coordenadas globais, no caso de tendões verticais, é dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_{11} & 0 & 0 & 0 & T_{15} & T_{16} \\ 0 & T_{22} & 0 & T_{24} & 0 & T_{26} \\ 0 & 0 & T_{33} & T_{34} & T_{35} & 0 \\ 0 & T_{42} & T_{43} & T_{44} & 0 & 0 \\ T_{51} & 0 & T_{53} & T_{54} & T_{55} & 0 \\ T_{61} & T_{62} & 0 & 0 & 0 & T_{66} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

onde, os elementos T_{11} e T_{22} são dados por T/L e $T_{33} = EA/L$, sendo T a pré-tração nos tendões, A a área da seção transversal e L o comprimento dos tendões. Para tendões inclinados, devido ao *offset*, o acoplamento das molas nos movimentos lineares tornam a matriz \mathbf{T} cheia.

Anulando-se a excitação e desprezando-se o amortecimento, chega-se ao problema de autovalor que vai determinar as frequências naturais e correspondentes autovetores do sistema, considerando o casco como corpo rígido:

$$[-\lambda(\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega)) + \mathbf{C}]\Phi = 0 \quad (3.29)$$

Como a massa adicionada é função da frequência da onda, o período natural para cada frequência e modo é dado por:

$$T_i = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda_i(\omega)}} \quad (3.30)$$

A deformação do casco é obtida da solução da equação de equilíbrio dinâmico em que as forças de inércia distribuídas pela estrutura, proporcionais às acelerações do corpo, são adicionadas às forças de onda distribuídas no casco como pressões. Estas pressões podem ser decompostas em parcelas hidrostática e hidrodinâmica. O casco pode ser tratado estruturalmente como elementos de pórtico espacial ou por uma malha de elementos finitos. Em ambos os casos, deve ser feita a transferência de cargas do modelo hidrodinâmico para o estrutural. A equação de equilíbrio fica:

$$\mathbf{K}u(t) = \mathbf{F}(t) - (\mathbf{M} + \mathbf{M}_a)\ddot{\mathbf{x}}(t) \quad (3.31)$$

sendo $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{F}(t)$ e $\ddot{\mathbf{x}}(t)$, vetores com o número de nós do modelo estrutural; e $\mathbf{M}+\mathbf{M}_a$, as massas estrutural e adicionada, distribuídas pelos elementos do modelo estrutural.

No domínio da frequência, a fórmula 3.31 é reescrita como:

$$\mathbf{K}\mathbf{U}(\omega, \beta) = \mathbf{F}(\omega, \beta) + \omega^2(\mathbf{M} + \mathbf{A}(\omega)) \quad (3.32)$$

A dinâmica estrutural do casco não será considerada.

3.5 Análise Estocástica no Domínio da Frequência

A seguir será apresentada uma seqüência resumida desse procedimento, incluindo as simplificações e considerações necessárias à análise linear.

3.5.1 Linearizações

O presente trabalho se concentrará na análise de fadiga dos tendões e da ligação *pontoon*-coluna, a partir de resultados de análise linear no domínio da frequência.

O primeiro passo consiste em considerarem-se os tendões como molas linearizadas ao nível de tensão de trabalho, referente à posição desejada, com ou sem *offset/setdown*. Alguns artigos [Shanks, 1987] validam este procedimento.

Para estruturas de grande volume em relação ao comprimento de onda, como a TLP, o carregamento hidrodinâmico é melhor avaliado pela superposição da parcela de arrasto da fórmula de Morison com as forças de volume oriundas da teoria potencial, principalmente no cálculo a fadiga, em que os estados de mar são mais moderados. Nesse caso, a linearização do termo de arrasto da fórmula de Morison não afeta de forma relevante a carga total de onda, que é dominada pela inércia.

Já na superposição dos campos potenciais das ondas incidentes e refletidas, há uma grande diferença entre considerar-se ou não o termo de pressão de segunda ordem, já que este gera nas frequências-soma uma excitação ressonante com os períodos naturais de *heave* e *pitch*, causando o fenômeno de *springing*. Esse termo de pressão é subdividido em três, havendo controvérsias na literatura sobre quais os mais importantes. Em Petrauskas (1987), há sugestões para se trabalhar tanto com a integral da pressão de primeira ordem sobre a superfície molhada entre o nível médio e a elevação de primeira ordem da onda, quanto com os efeitos quadráticos do gradiente do potencial de primeira ordem. Já em Aranha (1995) há uma formulação para se considerar o potencial de segunda ordem ϕ_2 , assumido mais importante por ser homogêneo, não decaindo com a profundidade. No momento, entretanto, ainda são mais indicados os testes em tanque com modelos reduzidos para avaliação desse fenômeno.

No presente trabalho, só foram consideradas as forças de onda de primeira ordem, assumindo-as independentes das forças de segunda ordem, com relação tanto à deriva lenta quanto às frequências-soma.

A linearização da cinemática da onda, através da formulação de Airy, permite o cruzamento das funções de transferência com os espectros de energia do mar, como será visto mais adiante.

3.5.2 Estatística de Curto Prazo do Mar

O fenômeno de ondas no mar pode ser considerado de natureza irregular e aleatória [Chakrabarti, 1995]. O caráter irregular é tratado representando-se a história de elevações da superfície do mar como uma soma de várias ondas harmônicas de diferentes frequências. Este tratamento, aplicado aos campos de velocidades, acelerações e pressões, pode estender-se à resposta da estrutura sujeita às forças de onda, caso ela responda em uma faixa de frequências. Já a não previsibilidade a cada posição e instante

da excitação e da resposta sugere que se tratem as grandezas envolvidas de forma probabilística, fazendo-se inferências a partir de informações estatísticas.

A história de elevações tende, segundo o teorema do limite central [Price, 1974], a ser um processo estocástico gaussiano, por ser formada pela soma de diversas variáveis aleatórias independentes. No caso de oscilações com média nula, como as elevações da superfície do mar conforme a teoria de primeira ordem, a função de probabilidades normal é dada por:

$$f_{\eta}(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\eta}} \exp\left(\frac{-\eta^2}{2\sigma_{\eta}^2}\right) \quad (3.33)$$

onde:

η é a elevação da superfície num instante t e numa posição \mathbf{r} .

σ_{η} é o desvio-padrão das elevações.

Para se considerarem a irregularidade e a aleatoriedade das ondas, a seguinte expressão para as elevações é usada:

$$\eta(\mathbf{r}, t) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{lmn} \cos(\mathbf{k}_{lm} \cdot \mathbf{r} - \omega_n t + \varepsilon_{lmn}) \quad (3.34)$$

onde ε_{lmn} é a fase aleatória com distribuição uniforme entre 0 e 2π , associado aos números da onda no plano horizontal $\mathbf{k}_{lm} = (k_{lx}, k_{ly})$ e à frequência ω_n . A expressão acima é a discretização da integral de Fourier tridimensional das elevações, assumindo-se o processo não periódico truncado com duração T e comprimentos λ_{0x} e λ_{0y} . Uma vez obtidos os coeficientes A_{lmn} da série de Fourier, sendo $\omega_0 = 2\pi/T$ e $k_{0x} = 2\pi/\lambda_{0x}$ e $k_{0y} = 2\pi/\lambda_{0y}$ respectivamente a frequência e os números de onda fundamentais [Price, 1974], cada termo da expansão acima pode ser considerado um processo randômico em função da fase aleatória, estando associado à solução das equações hidrodinâmicas da onda linearizadas. O somatório, com um número finito de termos, pode ser reescrito na forma:

$$\eta(\mathbf{r}, t) = \sum_{i=1}^N X_i \quad (3.35)$$

$$X_i(\mathbf{r}, t) = a_i \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t + \varepsilon_i) \quad (3.36)$$

Partindo-se da distribuição uniforme das fases aleatórias entre 0 e 2π e da independência entre os processos X_i , necessariamente o processo das elevações é estacionário e ergódico [Price, 1974], como será mostrado. A história das elevações é comumente considerada um processo estacionário por períodos de 3 horas.

A função densidade de probabilidade de X_i neste caso é dada por:

$$f_x(x, \mathbf{r}, t) = \frac{1}{\pi} (a_i^2 - x^2)^{1/2} \quad (3.37)$$

Dai, chega-se a:

$$E[X_i(\mathbf{r}, t)] = \int_{-a_i}^{a_i} x f_x(x) dx = 0 \quad E[X_i^2(\mathbf{r}, t)] = \frac{a_i^2}{2} \quad (3.38)$$

A função de autocorrelação fica:

$$R_{xx} = E[X_i(\mathbf{r}_1, t_1), X_i(\mathbf{r}_2, t_2)] = \frac{a_i^2}{2} \cos(\mathbf{k}\rho - \omega\tau) \quad (3.39)$$

onde $\rho = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ e $\tau = t_2 - t_1$. Como a autocorrelação só depende da diferença entre posições e instantes, o processo X_i é, por definição, estacionário e homogêneo.

As médias temporais medidas ao longo de uma realização são:

$$\begin{aligned} \langle X_i^{<1>}(\mathbf{r}, t) \rangle &= \frac{1}{\lambda_x \lambda_y T} \int \int \int a_i \cos(\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r} - \omega_i t + \varepsilon_i) dt dy dx = \\ &= 0 = E[X_i(\mathbf{r}, t)] \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\langle X_i^{<1>2}(\mathbf{r}, t) \rangle = \frac{a_i^2}{2} = E[X_i^2(\mathbf{r}, t)] = R_{XX}(\mathbf{0}, 0) \quad (3.41)$$

$$\begin{aligned} \langle X^{<1>}(\mathbf{r}, t) X^{<1>}(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle &= \frac{a_i^2}{2} \cos(\mathbf{k}\boldsymbol{\rho} - \omega\tau) = \\ &= E[X_i(\mathbf{r}, t), X_i(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau)] \end{aligned} \quad (3.42)$$

o que prova a ergodicidade do processo X_i em relação à média, à média quadrática e à autocorrelação.

Considerando-se agora o somatório dos processos X_i , os valores esperados são obtidos como abaixo:

$$E[\eta(\mathbf{r}, t)] = E\left[\sum_{i=1}^N X_i(\mathbf{r}, t)\right] = \sum_{i=1}^N E[X_i(\mathbf{r}, t)] = 0 \quad (3.43)$$

Como os processos X_i são independentes com média zero,

$$E[X_i(\mathbf{r}, t), X_j(\mathbf{r}, t)] = E[X_i(\mathbf{r}, t)]E[X_j(\mathbf{r}, t)] = 0 \quad (3.44)$$

$$E[\eta^2(\mathbf{r}, t)] = E\left[\sum_{i=1}^N X_i^2(\mathbf{r}, t)\right] = \sum_{i=1}^N E[X_i^2(\mathbf{r}, t)] = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i^2 \quad (3.45)$$

Como, além disso, cada componente X_i é estacionária e homogênea, a função de autocorrelação fica:

$$\begin{aligned} R_{\eta\eta}[\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2] &= E[\eta(\mathbf{r}_1, t_1)\eta(\mathbf{r}_2, t_2)] = \\ &= \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N E[X_i(\mathbf{r}_1, t_1), X_j(\mathbf{r}_2, t_2)] = \sum_{i=1}^N R_{ii}(\boldsymbol{\rho}, \tau) \end{aligned} \quad (3.46)$$

já que a correlação cruzada $R_{X_i X_j}(\boldsymbol{\rho}, \tau)$, $i \neq j$, é nula. Assim, o processo $\eta(\mathbf{r}, t)$ é dito estacionário e homogêneo.

As médias temporais de uma realização garantem a ergodicidade de $\eta(\mathbf{r}, t)$ em relação à média, à média quadrática e à auto-correlação, conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \langle \eta^{<1>}(\mathbf{r}, t) \rangle &= \langle \sum_{i=1}^N X_i^{<1>}(\mathbf{r}, t) \rangle = \\ &= \sum_{i=1}^N \langle X_i^{<1>}(\mathbf{r}, t) \rangle = 0 = E[\eta(\mathbf{r}, t)] \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} \langle \eta^{<1>^2}(\mathbf{r}, t) \rangle &= \langle \sum_{i=1}^N X_i^{<1>^2}(\mathbf{r}, t) \rangle = \sum_{i=1}^N \langle X_i^{<1>^2}(\mathbf{r}, t) \rangle = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i^2 = E[\eta^2(\mathbf{r}, t)] = R_{\eta\eta}(\mathbf{0}, 0) \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned} \langle \eta^{<1>}(\mathbf{r}, t) \eta^{<1>}(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle &= \langle \sum_{i=1}^N X_i^{<1>}(\mathbf{r}, t) X_j^{<1>}(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle = \\ &= \sum_{i=1}^N \langle X_i^{<1>}(\mathbf{r}, t) X_j^{<1>}(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N a_i^2 \cos(\mathbf{k}\boldsymbol{\rho} - \omega\tau) = R_{\eta\eta}(\boldsymbol{\rho}, \tau) \end{aligned} \quad (3.49)$$

já que as médias temporais dos termos cruzados em cosseno que mantêm as fases aleatórias é nula.

Além da história das elevações $\eta(\mathbf{r}, t)$ e sua transformada de Fourier, as funções de autocorrelação e densidade espectral de energia do processo também formam um par de transformadas de Fourier [Price, 1974], conforme abaixo:

$$R_{\eta\eta}(\boldsymbol{\rho}, \tau) = \iiint_{0 \ 0 \ 0}^{\infty \ \infty \ \infty} \Phi_{\eta\eta}(\mathbf{k}, \omega) \cos(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho} - \omega\tau) d\mathbf{k} d\omega \quad (3.50)$$

$$\Phi_{\eta\eta}(\mathbf{k}, \omega) = \frac{2}{\pi^3} \iiint_{0 \ 0 \ 0}^{\infty \ \infty \ \infty} R_{\eta\eta}(\boldsymbol{\rho}, \tau) \cos(\mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\rho} - \omega\tau) d\boldsymbol{\rho} d\tau \quad (3.51)$$

Como o espectro $\Phi_{\eta\eta}(\mathbf{k}, \omega)$ é difícil de ser obtido, podem-se seguir 2 caminhos para se chegar a $E[\eta^2(\mathbf{r}, t)] = R_{\eta\eta}(\mathbf{0}, 0)$. Primeiro, partindo-se de $R_{\eta\eta}(\boldsymbol{\rho}, 0)$, define-se o espectro de números da onda \mathbf{k} , que pode ser expresso em termos de k e da direção μ .

Através da relação da dispersão em águas profundas $k=\omega^2/g$, chega-se ao espectro de frequências direcional, tal que:

$$R_{\eta\eta}(\rho,0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi'_{\eta\eta}(\mathbf{k}) \cos(\mathbf{k} \cdot \rho) d\mathbf{k} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} E[\eta^2(\mathbf{r}, t)] &= R_{\eta\eta}(\mathbf{0},0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi_{\eta\eta}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} d\omega = \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi'_{\eta\eta}(\mathbf{k}) d\mathbf{k} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} S_{\eta\eta}(\omega, \mu) d\omega d\mu \end{aligned} \quad (3.53)$$

Considerando-se agora o espectro pontual, ou seja, associado a uma posição, partindo-se de $R_{\eta\eta}(\mathbf{0}, \tau)$, define-se o espectro de frequências como abaixo:

$$R_{\eta\eta}(\mathbf{0}, \tau) = \int_0^{\infty} S_{\eta\eta}(\omega) \cos(\omega \tau) d\omega \quad (3.54)$$

$$E[\eta^2(\mathbf{r}, t)] = R_{\eta\eta}(\mathbf{0},0) = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \Phi_{\eta\eta}(\mathbf{k}, \omega) d\mathbf{k} d\omega = \int_0^{\infty} S_{\eta\eta}(\omega) d\omega \quad (3.55)$$

Igualando-se as expressões para o valor médio quadrático nas equações (3.53) e (3.55), temos:

$$S_{\eta\eta}(\omega) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} S_{\eta\eta}(\omega, \mu) d\mu \quad (3.56)$$

Assumindo-se a separação das variáveis do espectro direcional, vem:

$$S_{\eta\eta}(\omega, \mu) = S_{\eta\eta}(\omega) M(\mu) \quad (3.57)$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} M(\mu) d\mu = 1 \quad (3.58)$$

Das diversas funções de espalhamento $M(\mu)$ sugeridas, com μ medido em relação à direção predominante do vento gerador das ondas, um exemplo é a do cosseno ao quadrado:

$$M(\mu) = \frac{2}{\pi} \cos^2(\mu) \quad (3.59)$$

Valores estatísticos do processo $\eta(t)$ em uma posição no espaço, bem como de suas derivadas (velocidade e aceleração das elevações), podem ser obtidos dos momentos do espectro de mar:

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad (3.60)$$

Os mais importantes são:

$$m_0 = \int_0^\infty S(\omega) d\omega = E[\eta^2(t)]$$

$$\sigma = \eta_{\text{RMS}} = \sqrt{m_0} \text{ é o desvio-padrão do processo} \quad (3.61)$$

$$m_2 = \int_0^\infty \omega^2 S(\omega) d\omega = E[\dot{\eta}^2(t)]$$

$$m_4 = \int_0^\infty \omega^4 S(\omega) d\omega = E[\ddot{\eta}^2(t)]$$

O período T_z e a frequência circular ω_0 médios de cruzamento zero ascendente, para um processo gaussiano, são dados por:

$$T_z = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T_z} \quad (3.62)$$

A largura de banda do espectro é dada por:

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4}} \quad (3.63)$$

A função densidade de probabilidade de picos (máximos locais positivos ou negativos) ou vales (mínimos locais positivos ou negativos) é dada pela fórmula de Rice em função da largura de banda ε do espectro [Price, 1974]:

$$f_x(x) = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2\pi m_0}} e^{-\frac{x^2}{2m_0 \varepsilon^2}} + \frac{x(1-\varepsilon^2)^{1/2}}{m_0} e^{-\frac{x^2}{2m_0}} \left[0.5 + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\frac{x}{\varepsilon} \left(\frac{1-\varepsilon^2}{m_0}\right)^{1/2}} e^{-z^2/2} dz \right] \quad (3.64)$$

A função densidade de probabilidade de Rayleigh, adequada a processos de banda estreita, pode ser obtida da fórmula de Rice com $\varepsilon = 0$:

$$f_x(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.65)$$

A altura de onda significativa, definida como a média das alturas pertencentes ao terço superior da distribuição, para um processo de banda estreita seguindo a distribuição de Rayleigh é definida como:

$$H_s = 4\sqrt{m_0} \quad (3.66)$$

Existem várias formulações de densidades espectrais de energia, doravante apresentado apenas como espectro de mar e sem os subscritos, cada um adequado a um local e às condições da geração e desenvolvimento das ondas. Neste trabalho será usado apenas o espectro de Pierson-Moskovitz modificado, aplicado a mares completamente desenvolvidos:

$$S(\omega) = \frac{AH_s^2}{4\omega^5} \exp(-A/\omega^4) \quad (3.62)$$

onde:

$$A = \frac{16\pi^3}{T_z^4}$$

Este espectro apresenta um pico em $\omega_p = (0.8A)^{1/4}$.

Na figura 3.3 são mostrados os espectros para alguns valores de T_z , com H_s unitário. Os valores de H_s dos estados de mar frequentes numa locação serão considerados na integração de longo prazo para cálculo do dano acumulado por fadiga, o que será visto no capítulo 4 .

A distribuição de picos (amplitudes) referente ao espectro de Pierson-Moskowitz modificado é de banda larga. Entretanto, assume-se que a distribuição das alturas de onda segue a distribuição de Rayleigh.

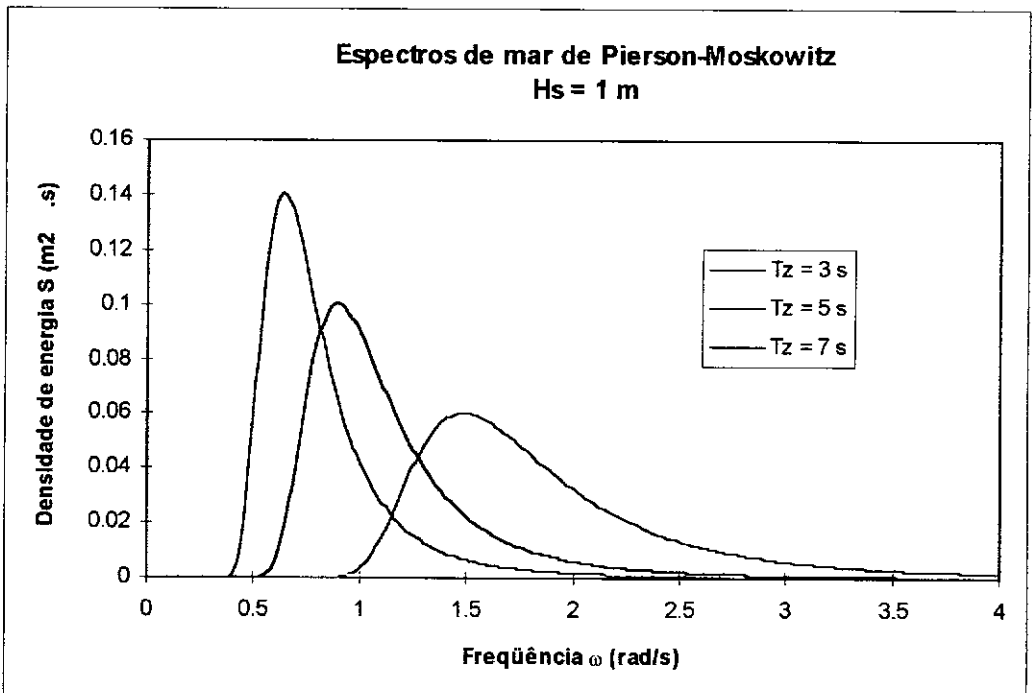


Figura 3.3 - Espectros de Pierson-Moskowitz

3.5.3 Cálculo da Resposta

Assumindo-se a linearização do problema, o espectro de resposta da estrutura sujeita a excitações de onda pode ser entendido como a soma das respostas a cada onda regular compondo o espectro de mar.

Para se utilizarem as fórmulas da cinemática da onda, o espectro de mar direcional deve ser discretizado. Trabalhando-se com intervalos de frequência $\Delta\omega$ e de direção $\Delta\mu$, as amplitudes das ondas regulares representando cada fatia do espectro são dadas por:

$$a_{ij} = \sqrt{2S(\omega_i)M(\mu_j)\Delta\omega\Delta\mu} \quad (3.63)$$

Ainda por ser o processo linearizado, a resposta a cada onda regular é calculada a partir da resposta à mesma onda com amplitude unitária, obtida da solução da equação de movimentos. Pode-se então trabalhar-se com as funções de transferência de movimentos, esforços, tensões etc, definidas de forma geral pela relação abaixo:

$$S_R(\omega) = S(\omega)H^2(\omega) \quad (3.64)$$

onde:

$S_R(\omega)$ - espectro de resposta;

$H^2(\omega)$ - função de transferência.

As estatísticas do espectro de resposta são obtidas como as do espectro de mar, no que se refere aos momentos do espectro, período de zero ascendente, largura de banda etc. A resposta significativa de dupla amplitude, assumida como de banda estreita seguindo a distribuição de Rayleigh, é dada por:

$$R_S = 4\sqrt{m_0} = 4R_{RMS} \quad (3.65)$$

A distribuição de picos relativa ao espectro de resposta da estrutura é importante para se avaliar o dano a fadiga no curto prazo, principalmente quando a frequência de ciclos de tensão é inferida a partir dela, no caso de banda estreita. No caso geral, é conveniente conhecer-se a distribuição de ciclos de tensão do processo de banda larga, através de métodos de contagem de ciclos, como o *rainflow* [Wirsching, 1977].

Deve-se notar que antes de se assumir uma distribuição de curto prazo para os picos de resposta, é necessário verificar se a história temporal da resposta também é um processo gaussiano, a exemplo dos estados de mar. Em Aranha (1995), é dito que mesmo no caso de respostas ressonantes harmônicas, filtradas na frequência natural, o caráter aleatório não é perdido e a resposta tende a continuar a ser gaussiana.

Capítulo 4

Análise de Fadiga

4.1 Descrição do Fenômeno

Fadiga é um fenômeno em que cargas cíclicas atuantes em um material podem levá-lo a falha por acúmulo de dano, sob tensão abaixo de sua tensão de escoamento. As variações localizadas de tensão ou de deformação, bem como as características de resistência a fadiga, comandam o processo. A tensão média ou os picos de tensão assumem importância secundária.

A vida a fadiga das estruturas pode ser obtida essencialmente por 2 métodos: os baseados em testes de resistência a fadiga dos materiais (curvas SN), mais adequados na fase de projeto; e/ou os que empregam a mecânica da fratura, úteis na avaliação de estabilidade/crescimento de trincas na estrutura em serviço [DNV, 1984].

Podem-se distinguir 3 fases do processo de fadiga em metais: iniciação de trincas, propagação e falha final [Almar-Næss, 1985].

A iniciação de trincas está ligada ao acúmulo de deformação plástica, em geral na superfície do material, incluindo a superfície de defeitos internos existentes na solda. É um fenômeno microscópico em que há deslizamento nos planos cristalográficos e as trincas nucleadas por cisalhamento são orientadas a 45° em relação à direção das tensões principais.

No segundo estágio, as trincas geralmente se propagam perpendicularmente à direção das tensões principais. O crescimento estável das trincas em cada ciclo, se em condições elásticas, está relacionado à variação do fator de intensificação de tensões

(ΔK), que representa o campo de tensões na vizinhança da trinca. A maior parte do tempo de vida a fadiga é consumida nesta fase.

Ao atingir um certo tamanho crítico, a trinca pode se instabilizar. Dependendo da tenacidade do material, da temperatura, das espessuras envolvidas, a falha final pode dar-se por fratura frágil, fratura dúctil ou colapso plástico, em tempo relativamente curto. Nesta fase as tensões médias são importantes.

As fases de iniciação e propagação de trincas estão embutidas nas curvas SN. Por outro lado, as formulações da mecânica da fratura se concentram em geral na fase de propagação. Como as trincas em juntas soldadas podem-se desenvolver a partir de defeitos na soldagem, o tempo de iniciação pode ser desprezível e os dois métodos tendem a produzir resultados de mesma ordem de grandeza [DNV, 1984].

Os níveis de tensão relacionados a fadiga, chamados de tensão de *hot spot*, são obtidos a partir dos níveis nominais majorados por um fator de concentração (SCF), levando-se em conta não só mudanças bruscas de geometria local, como também defeitos na solda de diversas origens.

Para uma estrutura marítima que deverá permanecer na locação por alguns anos, a verificação a fadiga se dá pelo cálculo do dano acumulado ao longo de sua vida útil. Para tal, é assumida uma regra de acúmulo, em geral soma linear, conhecida como regra de Palmgren-Miner.

O dano parcial associado a um certo número de ciclos e a um certo nível de tensão cíclica pode ser obtido através dos dados de resistência a fadiga do material, como as curvas SN, que fornecem o número de ciclos admissível a um certo nível de variação de tensão.

Em linhas gerais, o dano por fadiga é proporcional a uma potência entre 3 e 4 do ciclo de tensão, de acordo com a declividade da curva SN. Assim, pequenas variações no nível de tensão, por mudança em seu método de cálculo, ou por outras incertezas,

levam a grandes variações na vida a fadiga calculada, o que justifica um estudo probabilístico no sentido de garantir a segurança das estruturas no mar.

As cargas cíclicas atuantes em uma estrutura marítima devem-se a: ação dinâmica do vento; excitação das ondas; formação de vórtices, ocasionados por corrente, vento e ondas; equipamentos para içamento (guindastes); equipamentos de alta frequência; e outros, todos com potencial para causar danos por fadiga.

A tendência de uma estrutura a ser sensível a fadiga está ligada à natureza de sua resposta em relação à frequência da excitação, e ao nível de tensão cíclica presente, podendo-se ter:

- níveis muito altos de tensão, com alguma deformação plástica, caracterizando a fadiga de baixo ciclo, como no caso de lançamentos de dutos submarinos em *stingers*;
- baixas frequências de trabalho, como no caso de guindastes;
- respostas a baixas frequências, como no caso de efeitos de segunda ordem de ondas (frequências-diferença), ou vento;
- resposta na frequência da excitação de onda, como no caso de juntas tubulares em jaquetas *offshore*, ou de casco de estruturas flutuantes;
- resposta a frequências-soma sob excitação de ondas, como no caso de *springing* em tendões de TLP;
- combinação de resposta em várias bandas de frequência, como no caso de juntas tubulares de torres complacentes, linhas de amarração de estruturas flutuantes e tendões de TLP.
- resposta a altas frequências de equipamentos;

Neste trabalho será vista apenas a fadiga associada a efeitos de primeira ordem das ondas, obtidos através de análise linear no domínio da frequência.

4.2 Formulação Baseada na Regra de Palmgren-Miner

Nessa formulação, a resistência a fadiga da estrutura é caracterizada pelas curvas SN (número admissível de ciclos a um certo nível de amplitude de tensão), dependentes do detalhe de ligação, do tipo e acabamento da soldagem e outros fatores. Tais curvas são obtidas de testes conduzidos a amplitudes constantes de tensão. Dois exemplos de curvas SN utilizadas em projetos de estruturas de aço, com proteção catódica contra a corrosão, são mostrados na figura 4.1.

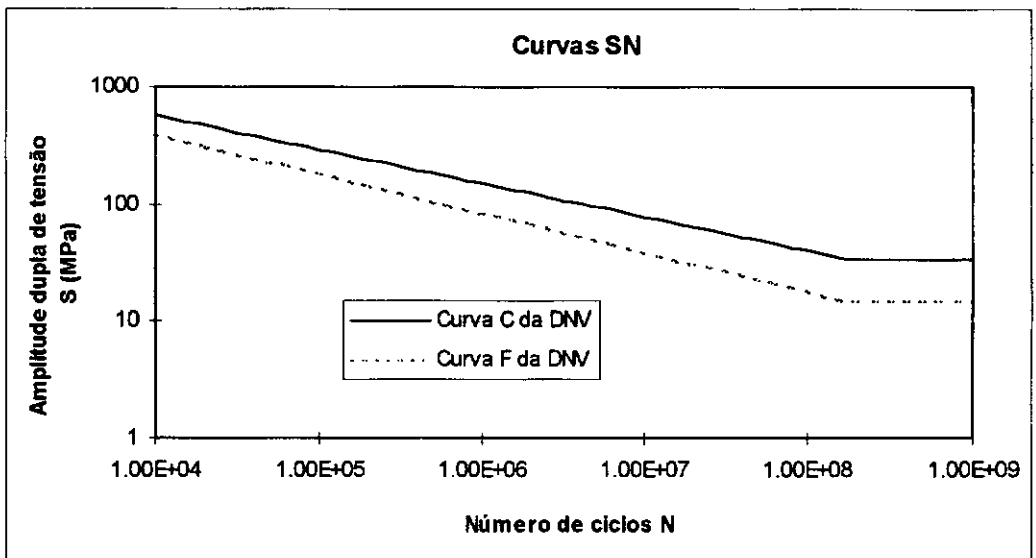


Figura 4.1 - Curvas SN classes C e F da DNV, considerando proteção catódica

A regra de Miner estabelece que, a partir de uma história de tensões num certo período de tempo, ou pelo menos conhecida sua distribuição de probabilidades, o dano acumulado por fadiga é a soma linear dos danos parciais em cada ciclo de tensão, obtidos da curva SN, conforme abaixo:

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{n_i}{N_{adm,i}} \quad (4.1)$$

onde:

n_i - número de ciclos atuantes a um mesmo nível de variação de tensão;

$N_{adm,i}$ - número admissível de ciclos a esse nível de variação de tensão, conforme a curva SN, dado por:

$$\begin{aligned} N_{adm} &= KS^{-m}, S > S_0 \\ D_i &= 0, S < S_0 \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde:

K - parâmetro de escala da resistência a fadiga do material;

m - parâmetro de declividade da curva SN;

S_0 - patamar da curva SN, que é o nível de variação de tensão S_0 abaixo do qual o dano é nulo.

Se o dano for acumulado em um ano, a vida útil a fadiga da estrutura ou da junta, em anos, a ser comparada com a vida em serviço da estrutura, é dada por

$$V = \frac{1}{D} \quad (4.3)$$

Em princípio, assume-se que a falha por fadiga ocorre para $D=1$. Entretanto, numa história estocástica de tensões, como o dano em um ciclo depende também dos ciclos anteriores, observa-se que a estrutura pode falhar com um dano acumulado menor que 1 pela soma de Miner, a qual não leva em conta a interação entre ciclos [Almar-Næss, 1985]. Assim, a partir da média de testes recomenda-se trabalhar no projeto com um valor limite de 0,5, apesar de algumas normas admitirem a soma unitária para caracterizar a falha. Se as histórias similares às encontradas no campo pudessem ser reproduzidas em testes (soma de Miner relativa), as incertezas seriam apenas as provenientes das curvas SN.

O valor limite da soma de Miner tem sido utilizado também como um fator de segurança (em geral 0.1), quando se têm difíceis condições de acesso para inspeção ou de ambiente.

Como já dito, no cálculo a fadiga interessam as tensões de *hot spot*, traduzidas em termos de fatores de concentração de tensões (SCF). Em juntas tubulares de jaquetas, são usadas fórmulas paramétricas em função da geometria da junta e dos caminhos de carga, obtidas de medidores de deformação (*strain gauges*) em modelos de aço ou modelos acrílicos e/ou pelo método dos elementos finitos [Almar-Næss, 1985].

Nas ligações pontoon-coluna de TLPs, há o acúmulo dos efeitos da geometria estrutural global da ligação com a local nos detalhes estruturais, além da geometria da solda. Para detalhes conhecidos, as normas recomendam as curvas SN a se usarem, em alguns casos já incluindo os SCFs [DNV, 1984; ABS, 1994]. Nos casos gerais, ou como opção, os SCFs podem ser obtidos pelo método dos elementos finitos (FEM), seguindo procedimentos de extrapolação das tensões para o ponto de hot spot no pé da solda (*weld toe*), já que os eventuais defeitos de soldagem (*notch effect*), difíceis de se modelarem, devem estar embutidos nas curvas SN. [Almar-Næss, 1985].

No caso de soldas de topo de tendões, o SCF relativo a desalinhamento a se considerar é estimado por [DNV, 1984]:

$$SCF = 1 + 3 \frac{e}{t} \quad (4.4)$$

onde:

t - menor espessura entre os membros da ligação;

e - distância entre centros das espessuras dos membros concorrentes, podendo ser estimada pela tolerância de fabricação, normalmente em torno de $0.15t$ [Almar-Næss, 1985], sendo pela norma PETROBRAS N1852 [PETROBRAS, 1991] limitada a $0.10t$. Em juntas de topo em tubos, como no caso de tendões, o efeito do desalinhamento é bem pequeno, a menos quando a razão D/t cresce.

No caso em que a parte côncava (garganta) e o excesso na raiz da solda de penetração total são esmerilhadas e niveladas (*dressed flush*), a concentração de tensões praticamente desaparece e a eventual falha por fadiga fica por conta de defeitos de

soldagem. Pode-se então empregar a curva SN tipo C da DNV nos cálculos de fadiga [DNV, 1984].

As curvas SN para juntas soldadas expostas à água do mar, com proteção catódica adequada, diferenciam-se das correspondentes curvas básicas obtidas de experimentos no ar, por não alterarem sua inclinação a 10^7 ciclos [DNV, 1984]. Além disso, apresentam um patamar de resistência a 10^8 ciclos.

O patamar S_0 é dependente de diversos fatores como tensão média, história de carregamento, ambiente de exposição e diferenças entre escalas de estruturas reais e dos testes. Devido às incertezas presentes, o patamar é mantido suficientemente baixo nas normas de projeto [Almar-Næss, 1985].

Para juntas envolvendo espessuras maiores que as utilizadas nos testes em laboratório, é necessária uma correção nas curvas SN, para levar em conta o gradiente de tensões ao longo da espessura [DNV, 1984]. Para juntas simples e conexões, vale a fórmula abaixo:

$$\log N = \log K - \frac{m}{4} \log\left(\frac{t}{22}\right) - m \log S \quad (4.5)$$

Tal correção não é necessária no caso de juntas de topo esmerilhadas e niveladas (*dressed flush*) e baixas tensões de flexão ao longo da espessura [Almar-Næss, 1985], o que é aplicável aos tendões da TLP.

Definindo-se R como a razão entre tensões mínima S_{\min} e máxima S_{\max} , os testes para obtenção das curvas SN são conduzidos a valores de R entre 0 e 0.5 [Almar-Næss, 1985]. As estruturas *offshore* podem, no entanto, experimentar altos níveis de tensão média, como no caso da tração nos tendões da TLP. Para isso, são sugeridas diversas formulações, em geral baseadas em combinações possíveis da tensão média S_m com a tensão cíclica S_a , das quais a relação de Goodman é mostrada abaixo:

$$S_a = S_{a,N} \left(1 - \frac{S_m}{S_u}\right) \quad (4.6)$$

onde $S_{a,N}$ é a tensão na curva SN para $R = -1$, ao número de ciclos N . Pode-se embutir esta correção no valor de K da curva SN, como abaixo:

$$K_{\text{corr}} = K \left(1 - \frac{S_m}{S_u}\right)^m \quad (4.7)$$

onde S_u é a tensão de ruptura do material. Entretanto, a adequação de se usar S_u ou S_y (tensão de escoamento) como parâmetros de fadiga é duvidosa [Almar-Næss, 1985].

As diferenças entre uma estrutura real e os espécimes de testes são relevantes e devem-se basicamente às condições de fabricação, à maior probabilidade de se encontrarem defeitos em maiores comprimentos de solda e às tensões residuais. Estas podem advir de contrações térmicas próximas às soldas, gerando altas tensões da ordem da tensão de escoamento, aliviadas por tratamento térmico; ou dos procedimentos de montagem da estrutura, causando deformações nos membros [Almar-Næss, 1985].

4.3 Cálculo do Dano

Para se chegar ao dano acumulado em um ponto da estrutura durante sua vida em serviço, podem-se seguir dois caminhos: calcular-se o dano por estado de mar e direção de incidência e somá-los segundo a distribuição de longo prazo dos estados de mar, dados por alturas significativas e períodos de cruzamento zero ascendente associados pelo diagrama de dispersão, e de direcionalidade; ou integrar-se o dano a partir da distribuição de longo prazo das tensões, previamente estimada a partir da distribuição de longo prazo das ondas e da posição na estrutura.

O primeiro é a análise a fadiga estocástica, bastante usada nos projetos de jaquetas, e emprega em geral a regra de Miner (curvas SN). Alternativamente, podem-se

considerar histogramas de longo prazo de alturas de onda individuais e períodos associados em vez de estados de mar, realizando-se uma análise determinística.

Já o segundo é a análise de fadiga simplificada, que geralmente emprega a distribuição de Weibull de dois parâmetros para a tensões e fornece uma fórmula fechada para o dano, a partir da tensão máxima ao longo da vida em serviço. A vida a fadiga é bastante sensível ao parâmetro de forma ξ , que é calibrado para cada posição da estrutura. Esta análise é bastante empregada em detalhes estruturais navais (navios e plataformas semi-submersíveis) [ABS, 1994; DNV, 1984] e mesmo no dimensionamento inicial de jaquetas a fadiga [API, 1993].

4.3.1 Dano Acumulado por Estado de Mar

Empregando-se a regra de Miner, o dano por estado de mar é dado por:

$$D_{ss} = \frac{N_c}{K} \int_{s_0}^{\infty} \frac{f_s(s)}{s^{-m}} ds = \frac{N_c}{K} E[S^m]_{s>s_0} \quad (4.8)$$

Define-se a tensão equivalente que produz o mesmo dano ao mesmo número de ciclos como:

$$S_{equiv}^m = E[S^m]_{s>s_0} = \int_{s_0}^{\infty} s^m f_s(s) ds \quad (4.9)$$

O número de ciclos N_c em um estado de mar de, por exemplo, 3 horas de duração é estimado por:

$$N_c = \frac{3 \cdot 3600}{Tz_R} \quad (4.10)$$

onde Tz_R é o período de zero ascendente da história da resposta de tensões, podendo ser obtido a partir dos momentos do espectro de tensões:

$$Tz_R = 2\pi \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (4.11)$$

Assumindo-se o processo das flutuações de tensão estacionário, gaussiano e de banda estreita, ou seja $\varepsilon=0$, as flutuações de tensão seguem a distribuição de Rayleigh:

$$f_s(s) = \frac{s}{4\sigma^2} e^{-\frac{s^2}{8\sigma^2}} \quad (4.12)$$

Assim, a expressão para o dano, não se considerando o patamar das curvas SN, torna-se:

$$D = \frac{N_c}{K} E[S^m] = \frac{N_c}{K} (2\sqrt{2}S_{RMS})^m \Gamma\left(\frac{m}{2} + 1\right), \text{ sendo } S_{RMS} = \sqrt{m_0} \quad (4.13)$$

Para se levar em conta o patamar da curva SN, pode-se usar a expressão 4.14, ainda no caso de banda estreita:

$$D = \frac{N_c}{K} E[S^m]_{S>S_0} = \frac{N_c}{K} (2\sqrt{2}S_{RMS})^m \delta\left(\frac{m}{2} + 1, \frac{S_0^2}{8m_0}\right) \quad (4.14)$$

em que δ é a função Gamma incompleta complementar [Press, 1992; Pittaluga, 1991], que calcula a integral:

$$\delta(a, x) = \int_x^{\infty} e^{-t} t^{a-1} dt, \text{ sendo } \delta(a, 0) = \Gamma(a) \quad (4.15)$$

Quando o processo for de banda larga, há dois caminhos a serem seguidos: contagem de ciclos de tensão em uma simulação no tempo a partir do espectro de resposta; ou emprego de fórmulas de correção.

A contagem de ciclos pode ser feita pelo método *rainflow* [Wirsching, 1977], bastante usado quando é feita uma análise no domínio do tempo, principalmente quando

as não-linearidades devem ser levadas em conta; ou por métodos que guardam a ordem dos ciclos (*ordered range*), o que é importante na análise de propagação de trincas, e que filtram ciclos de baixo nível de tensão, útil quando se trabalha com longos registros [Wirsching, 1982]. A contagem deve levar em conta apenas ciclos de tensão que causem ciclos completos de histerese (deformação plástica na ponta da trinca) [Pittaluga, 1991].

Uma fórmula semi-empírica de correção proposta por Wirsching (1982), baseada no método *rainflow* é dada por:

$$D_{BL} = \lambda(m, \varepsilon) D_{BE} \quad (4.16)$$

$$\lambda(m, \varepsilon) = 0.926 - 0.033m + (0.074 + 0.033m)(1 - \varepsilon)^{1.587m - 2.323}$$

em que:

λ - fator obtido por simulação de Monte Carlo;

ε - largura de banda do espectro de resposta;

D_{BL} - dano no curto prazo, assumindo-se o processo de banda larga;

D_{BE} - dano no curto prazo, assumindo-se o processo de banda estreita.

Para valores usuais de m , entre 3,0 e 4,4, os valores de λ não são menores que 0,78, mesmo para valores de ε maiores que 0,5. Sendo $\lambda(m,0)=1$, assumir-se a distribuição de Rayleigh é conservativo para estruturas oceânicas.

4.3.2 Estatística de Longo Prazo dos Estados de Mar

A estatística de longo prazo pode ser obtida do diagrama de dispersão típico da baía de Campos, apresentado na tabela 4.1. Ele descreve a frequência de ocorrência do par H_s e T_z no período de um ano.

Baseados neste diagrama de dispersão, podemos estabelecer a função densidade de probabilidade conjunta de H_s e T_z na forma de uma convolução de funções densidade

de probabilidade de H_s e de densidade de probabilidade condicional de T_z dado H_s , [Siqueira, 1995]:

$$f_{H_s, T_z}(h_s, t_z) = f_{H_s}(h_s) f_{T_z/H_s}(t_z / h_s) \quad (4.17)$$

Porcentagem de ocorrência conjunta de alturas significativas e períodos de cruzamento zero - Meses de Janeiro a Dezembro											
		Períodos (seg)							Ocorr.	%	TMED
		2-4	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14				
A l t u r a s (m)	0.0-0.5	0	0	0	0	0	0	0	0	.0	
	0.5-1.0	2	41	8	0	0	0	51	2.2	5.24	
	1.0-1.5	13	483	90	1	0	0	587	25.6	5.27	
	1.5-2.0	1	566	311	16	0	0	894	39.0	5.77	
	2.0-2.5	0	189	238	23	0	0	450	19.6	6.26	
	2.5-3.0	0	44	124	33	0	0	201	8.8	6.89	
	3.0-3.5	0	4	41	29	1	0	75	3.3	7.72	
	3.5-4.0	0		10	8	0	0	18	.8	7.89	
	4.0-4.5	0	0	6	9	0	0	15	.7	8.20	
	4.5-5.0	0	0	0	4	0	0	4	.2	9.00	
Ocorr.		16	1327	828	123	1	0				
%		.7	57.8	36.1	5.4	0.0	0.0				
HMED		1.22	1.65	2.10	2.87	3.25	0.0				

Número total de registros = 2295

Fonte: Especificação técnica de dados ambientais para a plataforma de produção de Carapeba-3 - ET-3524.03-1200-941-PPC-001 - PETROBRÁS/CENPES/SUPEN

Tabela 4.1 - Diagrama de dispersão

A partir dos dados fornecidos pelo diagrama, é possível ajustar para a altura significativa a distribuição lognormal apresentada abaixo:

$$f_{H_s}(hs) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} hs \sigma_{\ln(hs)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(hs) - \mu_{\ln(hs)}}{\sigma_{\ln(hs)}}\right)^2\right) \quad (4.18)$$

$$F_{H_s}(hs) = \Phi\left(\frac{\ln(hs) - \mu_{\ln(hs)}}{\sigma_{\ln(hs)}}\right) \quad (4.19)$$

com

$$\mu_{\ln(hs)} = 0.577 \text{ m} \quad \text{e} \quad \sigma_{\ln(hs)} = 0.317 \text{ m}. \quad (4.20)$$

Para a função densidade de probabilidade de Tz condicionada a Hs, a distribuição lognormal novamente se mostra adequada:

$$f_{T_z/H_s}(tz / hs) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} tz \sigma_{\ln(tz/h_s)}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(tz) - \mu_{\ln(tz/h_s)}}{\sigma_{\ln(tz/h_s)}}\right)^2\right) \quad (4.21)$$

com

$$\mu_{\ln(tz/h_s)} = 1.87 + 0.67 \frac{\arctan(hs - 2.5)}{\pi} \quad (4.22)$$

$$\sigma_{\ln(tz/h_s)} = \sqrt{0.024 - 0.0235 \frac{\arctan(3.3 hs - 10.6)}{\pi}} \quad (4.23)$$

Os dados e a regressão acima não levam em conta a direção de incidência das ondas. A direcionalidade pode ser introduzida na análise de fadiga a partir do diagrama cruzado de direções de incidência (de onde vêm as ondas) em função das alturas significativas de ondas [PETROBRAS, 1995], passando a distribuição de longo prazo dos estados de mar a depender de mais um parâmetro ($f_{\theta/H_s}(\theta / hs)$). Para ondas geradas

pelo vento, o diagrama pode ser inferido a partir da rosa dos ventos, sendo mais simples considerar-se a direcionalidade independente dos demais parâmetros. Assim, teríamos:

$$f_{H_s T_z \Theta}(h_s, t_z, \theta) = f_{H_s}(h_s) f_{T_z/H_s}(t_z/h_s) f_{\Theta}(\theta) \quad (4.24)$$

Trabalhando-se com intervalos de 45°, teríamos a distribuição marginal discreta da direção de incidência (de onde vem o vento) da tabela 4.2 [PETROBRAS, 1995]. As frequências por direção devem, entretanto, ser distribuídas de acordo com o aproamento da plataforma em relação ao norte geográfico.

Direção	Frequência (%)
N	3,2
NE	35,9
E	24,5
SE	19,0
S	9,3
SW	6,3
W	1,3
NW	0,5
Total	100,0

Tabela 4.2 - Distribuição da incidência do vento por direção

Alternativamente, os dados de direcionalidade podem ser melhor coletados por conjuntos de bóias espaçadas, considerando seu movimento relativo.

4.3.3 Integração a Partir do Curto Prazo

O acúmulo no longo prazo do dano por estado de mar pode ser expresso pela fórmula 4.25:

$$D_{LP} = N_{ss} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} D_{ss}(h_s, t_z, \theta) f_{H_s T_z \Theta}(h_s, t_z, \theta) dh_s dt_z d\theta \quad (4.25)$$

sendo N_{ss} o número de estados de mar no longo prazo, por exemplo 2920 estados de mar de 3 horas em 1 ano. A integração é particularmente útil quando a função de densidade de probabilidade conjunta de H_s , T_z e θ é conhecida, como na fórmula 4.24, em que a f.d.c. de H_s e T_z foi ajustada ao diagrama de dispersão. Caso se empregue o próprio diagrama de dispersão, o dano deve ser majorado por um fator de correção do número de registros coletados 2295 para 2920.

O cálculo do dano no curto prazo D_{ss} envolve, como visto no item 4.3.1, o cálculo da resposta de curto prazo, donde serão obtidos o número de ciclos em função de t_z e da duração do estado de mar, o desvio-padrão da resposta S_{RMS} em função de h_s , t_z e da direção de incidência θ , e a largura de banda do espectro de resposta. Assumindo-se a resposta linear em relação a h_s , pode-se realizar a integração na expressão (4.25) multiplicando-se por h_s a resposta para um espectro de mar de altura significativa unitária. Além disso, as respostas em termos de tensões nominais devem ser multiplicadas pelo fator de concentração de tensões (SCF) para se trabalhar com as tensões de *hot spot*, chegando-se à fórmula:

$$D_{ss}(h_s, t_z, \theta) = \lambda(m, \varepsilon(t_z, \theta)) \frac{N_c(t_{zr}(t_z, \theta))}{K} \cdot (2\sqrt{2}S_{RMS}(t_z, \theta) \cdot h_s \cdot SCF)^m \delta\left(\frac{m}{2} + 1, \frac{S_0^2}{8m_0(t_z, \theta)}\right) \quad (4.26)$$

4.3.4 Distribuição de Longo Prazo das Flutuações de Tensão

A análise de fadiga simplificada, em que se trabalha com uma distribuição das variações de tensão no longo prazo, é bastante útil como primeira avaliação da vida a fadiga de estruturas navais como também na análise de confiabilidade a fadiga, que requer um razoável número de análises.

Assumindo-se um número de ciclos num certo período de tempo, por exemplo n_{20} em 20 anos da ordem de 1×10^8 , com os parâmetros K e m da curva SN, não se

considerando o patamar da curva SN, o dano acumulado pela regra de Miner nesse período de 20 anos, é dado por [Almar-Næss, 1985]:

$$D_{20} = \frac{n_{20}}{K} \int_0^{\infty} \frac{f_s(s)}{s^m} ds = \frac{n_{20}}{K} E[S^m] \quad (4.27)$$

sendo $f_s(s)$ a função densidade de probabilidade das variações de tensão no longo prazo. O valor esperado de S^m está associado à tensão equivalente, como na equação 4.9. Assumindo-se a distribuição $f_s(s)$ invariante com o tempo, deve-se notar que a tensão equivalente não depende do número de ciclos, ou do tempo de referência, mas o dano sim.

Representando-se a estatística das tensões por uma distribuição de Weibull, temos:

$$F_s(s) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{s}{A}\right)^\xi\right) \quad (4.28)$$

sendo A o fator de escala e ξ o fator de forma, ambos obtidos por calibração através de uma análise de tensões de longo prazo. A expressão para o dano torna-se:

$$D_{20} = \frac{n_{20}}{K} A^m \Gamma\left(\frac{m}{\xi} + 1\right) \quad (4.29)$$

A expressão (4.28) pode ser reescrita, considerando-se a tensão máxima, ou seja, a que ocorre em média uma vez num certo período de referência. Assim, com a tensão S_{100} , que tem probabilidade $1/n_{100}$ de ser excedida em um ciclo, sendo n_{100} o número de ciclos em 100 anos, da ordem de 5×10^8 , ou similarmente com S_{20} e n_{20} , temos:

$$F_s(S) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{S}{S_{100}}\right)^\xi \ln n_{100}\right) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{S}{S_{20}}\right)^\xi \ln n_{20}\right) \quad (4.30)$$

Assim, o dano em 20 anos da expressão (4.29) pode ser reescrito como:

$$D_{20} = \frac{n_{20}}{K} \frac{S_{100}^m}{(\ln n_{100})^{m/\xi}} \Gamma\left(\frac{m}{\xi} + 1\right) = \frac{n_{20}}{K} \frac{S_{20}^m}{(\ln n_{20})^{m/\xi}} \Gamma\left(\frac{m}{\xi} + 1\right) \quad (4.31)$$

Plataformas de produção que tendem, como a TLP, a permanecer na locação por 20 a 30 anos, não sendo portanto docadas durante esse período, costumam ser dimensionadas ao escoamento para a condição de tormenta com período de retorno de 100 anos, ou seja, para a tensão S_{100} , que seria então usada também na análise de fadiga através das expressões (4.30) e (4.31).

O fator de forma ξ depende essencialmente de dois fatores: da natureza da resposta estrutural e da distribuição de longo prazo das ondas na locação.

Se a resposta de tensões em um ponto da estrutura sujeita aos carregamentos de onda for dada pela forma geral [API, 1993]:

$$S = CH^g \quad (4.32)$$

sendo C e g constantes e H a altura de onda; e o fator de forma da distribuição de longo prazo das alturas de ondas individuais for ξ_0 , seguindo também a distribuição de Weibull, o fator ξ é avaliado por:

$$\xi = \frac{\xi_0}{g} \quad (4.33)$$

Como o dano acumulado cresce sensivelmente com o aumento do fator de forma, a fórmula acima mostra o efeito positivo na vida útil a fadiga de um valor de g maior que 1.

As normas de navios para serviços irrestritos recomendam valores de ξ para detalhes estruturais conhecidos [ABS, 1994]. No caso de jaquetas, foi feita uma calibração das plataformas do Golfo do México para a obtenção de g [API, 1993].

Entretanto, no caso de tipos de estruturas mais recentes, como a TLP, é necessária uma calibração específica.

Assumindo-se a distribuição de Rayleigh para as variações de tensão no curto prazo, em função de H_s e T_z , tem-se:

$$F_{S|H_s, T_z}(s, h_s, t_z) = 1 - e^{-\frac{s^2}{8(\sigma(h_s, t_z))^2}} \quad (4.34)$$

A distribuição de longo prazo das variações de tensão pode ser então dada por, não se considerando a direcionalidade:

$$F_S(s) = \frac{N_{ss}}{N_{tc}} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_{H_s}(h_s) f_{T_z/H_s}(t_z, h_s) N_c(t_z) F_{S|H_s, T_z}(s, h_s, t_z) dt_z dh_s \quad (4.35)$$

onde N_{tc} é o número total de ciclos no mesmo período de referência de N_{ss} , dado por [Soares, 1991]:

$$N_{tc} = N_{ss} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f_{H_s}(h_s) f_{T_z/H_s}(t_z, h_s) N_c(t_z) dt_z dh_s \quad (4.36)$$

Deve-se notar que N_c é a média do número de ciclos da resposta por estado de mar, que pode apresentar alguma variabilidade, geralmente não considerada.

A distribuição obtida como acima pode ser ajustada a distribuições conhecidas, por exemplo à de Weibull, à log-normal ou a uma combinação linear das duas. As tensões equivalentes são expressas por [Wirsching, 1982; ASCE, 1982c]:

Lognormal:

$$S_{equiv}^m = E[S^m] = (E[S])^m (1 + C_S^2)^{\frac{m(m-1)}{2}} \quad (4.37)$$

sendo C_S o coeficiente de variação.

Weibull:

$$S_{\text{equiv}}^m = E[S^m] = A^m \Gamma\left(\frac{m}{\xi} + 1\right) \quad (4.38)$$

sendo A e ξ os parâmetros de escala e de forma, respectivamente.

Combinação:

$$S_{\text{equiv}}^m = E[S^m] = [f_1 (E[S])^m (1 + C_S^2)^{\frac{m(m-1)}{2}} + f_2 A^m \Gamma\left(\frac{m}{\xi} + 1\right)] \quad (4.39)$$

onde f_1 e f_2 são os fatores associados às distribuições lognormal e de Weibull, respectivamente, tal que $f_1 + f_2 = 1$.

4.4 Formulação Baseada na Mecânica da Fratura

O modelo mais simples de propagação de trincas é dado pela lei de Paris [Almar-Næss, 1985; Branco, 1986]:

$$\frac{da}{dn} = C(\Delta K)^m \quad (4.40)$$

onde o termo da esquerda é a taxa de variação do tamanho da trinca com o número de ciclos e C e m são os parâmetros do material. O parâmetro m , em geral, é o mesmo da curva SN. Esta equação é representada pela região II na figura 4.2.

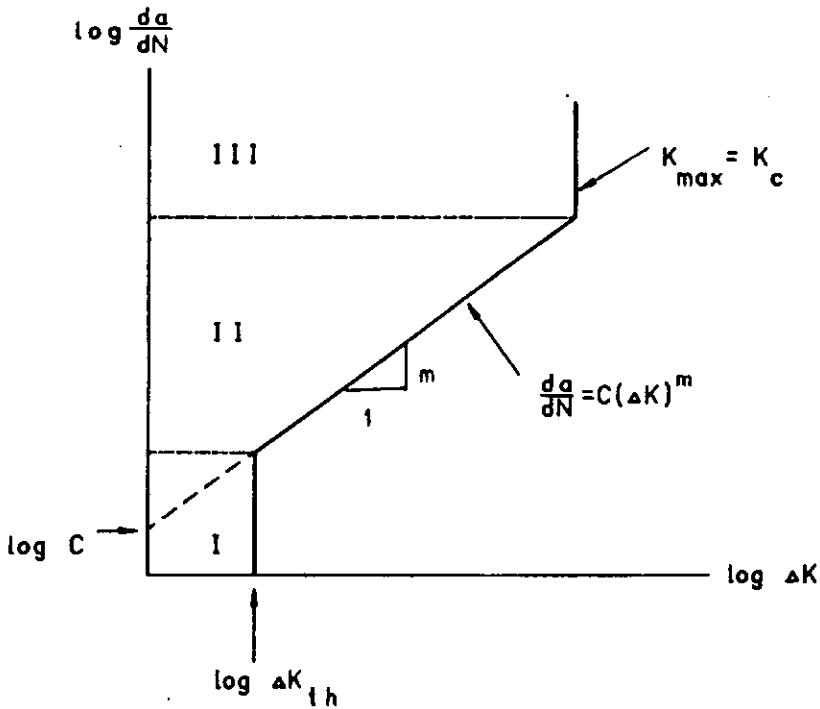


Figura 4.2 - Curva idealizada da taxa de crescimento da trinca

A amplitude de flutuação do fator de intensificação de tensões na ponta da trinca, ΔK , pode ser reescrita como:

$$\Delta K = SY(a)\sqrt{\pi a} \quad (4.41)$$

sendo S a amplitude de variação de tensão e $Y(a)$ função da geometria da trinca.

Separando-se as variáveis e integrando-se do tamanho inicial de trinca a_0 a um tamanho crítico a_c , a partir do qual a trinca torna-se instável, tem-se a expressão que caracteriza a falha por fadiga a amplitude constante (S):

$$\int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{Y(a)\sqrt{\pi a}} = CNS^m \quad (4.42)$$

onde N é o número total de ciclos de tensão no período considerado. O lado direito da equação acima guarda grande semelhança com a expressão das curvas SN .

Quando se têm amplitudes variáveis de tensão, S deve ser substituído por uma tensão equivalente que produza o mesmo crescimento de trinca no mesmo período e que considere a seqüência de flutuações de tensão, dada pela fórmula abaixo:

$$S_{\text{equiv}}^{\beta} = E[S^{\beta}] = \int_0^{\infty} s^{\beta} f_s(s) ds \quad (4.43)$$

sendo $f_s(s)$ a função de densidade de probabilidade referente à distribuição das tensões.

Se o valor de β for convenientemente escolhido igual a m , a expressão da tensão equivalente assume, como a regra de Miner, que os incrementos de tamanho da trinca são somados linearmente, não considerando a história de carregamento [Almar-Næss, 1985].

Assim, conhecendo-se os parâmetros C e m , a curva SN referente ao mesmo detalhe contém informação para se calibrar o valor de a_0 , que é difícil de ser detectado por inspeção, particularmente no caso de tendões, em que a junta de topo é esmerilhada e nivelada dos dois lados [Jiao, 1990].

A condição de falha contida nas curvas SN, é o número de ciclos necessários para se obter uma trinca passante. Já a lei de Paris pode representar tanto essa condição de falha, quanto o crescimento da trinca a percentuais da espessura, o que é importante no planejamento de inspeções, principalmente quando se detectam trincas na estrutura em serviço [Zimmermann, 1994].

Capítulo 5

Análise de Confiabilidade Aplicada a Fadiga

5.1 Introdução

A análise de confiabilidade aplicada a problemas dependentes do tempo, como a fadiga, requer tratamento diferenciado. No caso de cargas extremas de processos estocásticos associados a ondas, há interesse em determinar-se a distribuição de valores extremos de um certo estado de mar também extremo, seja a partir da distribuição de picos [Price, 1974], seja a partir da taxa de cruzamentos ascendentes a um certo nível [Næss, 1984]. Mais rigorosamente, pode-se trabalhar com a distribuição de longo prazo dos estados de mar [Siqueira, 1995]. Entretanto, a cada avaliação da função de performance no cálculo da probabilidade de falha, apenas um estado de mar e um pico são considerados segundo suas respectivas distribuições. Já na análise de fadiga, tal avaliação sempre irá requerer todos os estados de mar e todos os ciclos de tensão, pois, como foi mostrado no capítulo anterior, a fadiga é essencialmente um fenômeno de acúmulo de dano ao longo do tempo de vida da estrutura.

Na literatura sobre confiabilidade das estruturas a fadiga, podem-se identificar algumas linhas de estudo, de certa forma complementares.

Uma se preocupa com os procedimentos para se calcular a probabilidade de falha a fadiga de cada ponto da estrutura. A função de falha pode ser definida em função da formulação para se calcular o dano no longo prazo, seja pela regra de Miner, usando as curvas S-N, seja pela mecânica da fratura, pela lei de Paris. Trata-se então de dar as diretrizes para escolha das variáveis aleatórias a se considerarem, em função das incertezas envolvidas, bem como de sugerir suas variabilidades.

A mecânica da fratura tem sido utilizada nos tratamentos probabilísticos para escolha tanto do intervalo de inspeção ao longo da vida em serviço da estrutura, como das juntas a serem inspecionadas, levando-se em conta inclusive a atualização em função dos resultados de inspeções, orientando a decisão sobre reparos, quando da detecção de defeitos (trincas). Na fase de projeto tem sido bastante usada a regra de Miner, inclusive para calibrar parâmetros da análise pela mecânica da fratura [Jiao, 1990], já que quando a fase de iniciação de trincas é pequena, as duas formulações tendem a se equivaler.

Como resultado, podem-se construir curvas de probabilidades de falha em função do tempo no longo prazo para os vários membros da estrutura. Tais curvas são na verdade a função de distribuição acumulada da variável aleatória dos tempos para falha.

Outra linha de estudo, partindo justamente dessas curvas, procura levar em conta a vida residual após a perda de cada membro em seqüência, por fadiga, avaliando a integridade da estrutura sob carga extrema a cada passo. Trata-se da confiabilidade a fadiga de sistemas em paralelo ou mistos [Karsan, 1990; Kumar, 1990; Hu, 1995].

Um modelo bastante empregado é o de Wirsching (1979), dado por:

$$T_i = \frac{\Delta_i K_i}{B_i^m \Omega_i} \quad (5.1)$$

sendo:

T_i - tempo para falhar referente ao membro i ;

Δ_i - incerteza na regra linear do dano acumulado (regra de Miner);

K e m - parâmetros da curva S-N ou correspondentes da mecânica da fratura;

B_i - incerteza no cálculo das tensões;

Ω_i - parâmetro determinístico de tensão no membro i , representativo de um estado da estrutura num certo intervalo de tempo.

Observa-se que, devido à propriedade multiplicativa da distribuição lognormal, assumida para as variáveis Δ_i , K e B_i , a variável T_i também será uma distribuição lognormal, como será visto no item 5.3.

Entretanto, no caso geral, a distribuição de T será dependente do tipo de distribuição das demais variáveis aleatórias consideradas.

De um ponto de vista teórico, pode-se investigar qual seria a distribuição mais adequada para a vida a fadiga T (tempo) ou N (número de ciclos). A distribuição de Weibull tem um argumento físico a seu favor que é de representar melhor a característica do fenômeno de fadiga de deterioração progressiva, acumulando irreversivelmente com o tempo o dano à microestrutura do material [ASCE, 1982a]. Isso pode ser visto matematicamente, considerando-se a função de acaso (*hazard function*) $h(t)$. A probabilidade de um componente falhar no intervalo t e $t+\Delta t$, dado que não falhou até o instante t é a definição de $h(t)dt$ e é dado por:

$$P[t < T < t + dt / T > t] = \frac{P[t < T < t + dt \cap T > t]}{P[T > t]} = \frac{P[t < T < t + dt]}{P[T > t]} \quad (5.2)$$

$$h(t)dt = \frac{f_T(t)dt}{1 - F_T(t)} = \frac{dF_T(t)}{1 - F_T(t)} = \frac{-dL(t)}{L(t)}$$

onde $L(t)$ é a probabilidade de excedência. A solução geral é:

$$L(t) = \exp\left[-\int_0^t h(u)du\right] \quad (5.3)$$

Se $h(u)=\lambda$, uma constante, chega-se à distribuição exponencial, associada a problemas que não têm memória, ou seja com taxa de falhas constante ao longo da vida, sendo $1/\lambda$ o tempo médio para falhar. No fenômeno de fadiga, $h(u)$ deveria ser crescente, o que se observa com a distribuição de Weibull e não com a lognormal, que tem inclinação negativa na extremidade da distribuição, como mostra a figura 5.1.

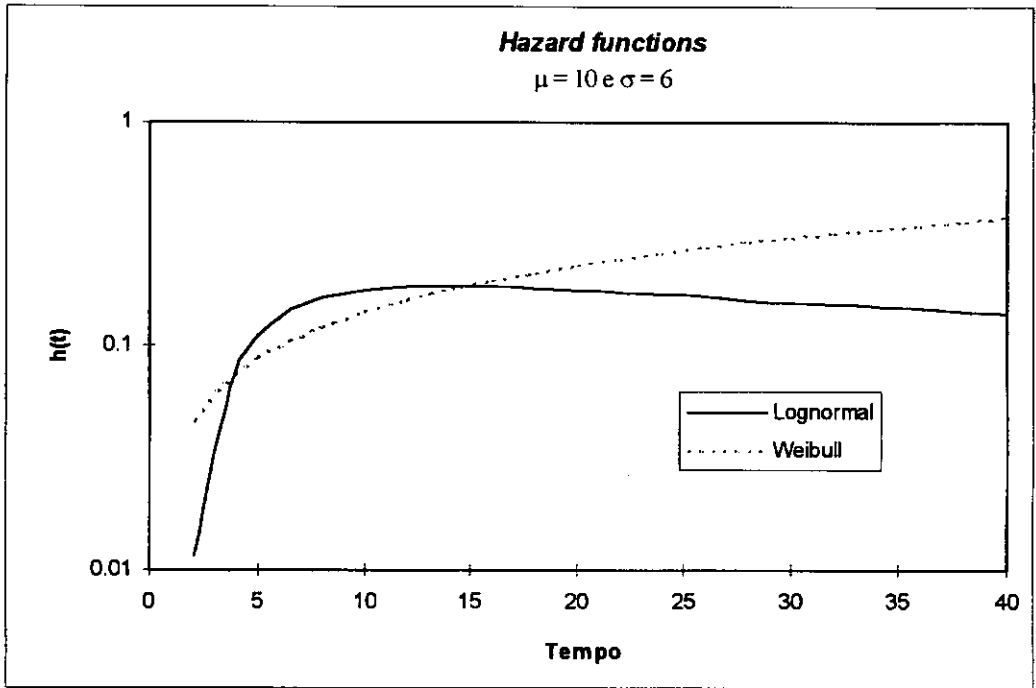


Figura 5.1 - Hazard function das distribuições de Weibull e lognormal

5.2 Variáveis Aleatórias, Distribuições e Incertezas

As variáveis aleatórias a serem consideradas estão associadas à função de performance a ser adotada e às incertezas envolvidas.

Quanto aos parâmetros de resistência para o caso das curvas S-N, são sugeridas diversas combinações de como se tratarem os parâmetros m e K , se randômicos ou determinísticos, correlacionados ou não [Kirkemo, 1988]. São fornecidas ainda distribuições para diversos tipos de juntas e detalhes estruturais e tipos de solda, soldagem e inspeção, assumindo-se a distribuição normal para o logaritmo decimal de K [Almar-Næss, 1985; API, 1993]. Em projeto, têm sido usadas curvas considerando o valor característico de $\log K$ situado dois desvios-padrão abaixo da média. Em Wirsching (1979) são dadas as diretrizes para obtenção das curvas S-N de projeto e para análise probabilística, a partir de regressão dos dados de testes, tendo sido ajustados também a uma distribuição lognormal.

Em paralelo, o patamar das curvas S-N ou o nível de tensões abaixo do qual não há iniciação de trincas (ΔK_{TH}), têm sua variabilidade própria.

A grande dispersão observada por diversos pesquisadores na regra de Miner foi compilada e tratada [Wirsching, 1979], sugerindo-se que Δ seja uma variável aleatória com mediana em torno de 1, como previsto por tal regra, mas com coeficiente de variação em torno de 0,7. Essa grande variabilidade deve-se a vários fatores, como temperatura, ambiente químico, tensão média, condições da superfície e principalmente a seqüência de carregamento com amplitudes de tensão variáveis. Entretanto, desse valor deve ser descontado o coeficiente de variação do material, já considerado na variável N lognormal, ciclos para falhar sob tensão constante, com valor típico de testes em torno de 0,4. Assim, sendo Δ lognormal [Melchers, 1987] representando agora as demais fontes de incerteza na regra de Miner, o coeficiente de variação a se adotar seria 0,53, pelas propriedades do produto de lognormais, como na fórmula 5.4.

$$1 + C_{\Delta_{TOTAL}}^2 = (1 + C_N^2)(1 + C_{\Delta}^2) \quad (5.4)$$

onde:

$C_{\Delta_{TOTAL}}$ - coeficiente de variação de N nos testes a amplitudes variáveis de tensão;

C_N - coeficiente de variação de N nos testes a amplitudes constantes de tensão;

C_{Δ} - coeficiente de variação associado somente à incerteza na regra de Miner.

Alternativamente, pode-se trabalhar com as incertezas associadas às curvas S-N e regra de Miner combinadas (*bias* ϵ_{SN}) [Zimmerman, 1994].

As incertezas na determinação da distribuição de longo prazo das tensões têm diversas origens. A distribuição de longo prazo das ondas é geralmente fornecida em termos do diagrama de dispersão de H_s e T_z , mais a direcionalidade, sendo pois uma seqüência de estados de mar, em geral assumidos estacionários durante períodos de 3 horas. Tais dados podem ter sido medidos durante curtos períodos, comparados à vida de serviço da estrutura, e não representarem bem variações climatológicas sazonais ou

anuais da locação [Kirkemo, 1988]. Além disso, a dificuldade na regressão dos dados a funções analíticas, útil na análise de confiabilidade, também acrescenta incertezas.

Já as estatísticas de curto prazo das ondas são introduzidas segundo o espectro das elevações da superfície do mar $S_{\eta\eta}(\omega)$ característico da locação, que em geral é unificado na análise de fadiga para todo o diagrama de dispersão, o que pode não ser adequado. Para a Bacia de Campos, tem sido usado o espectro de Pierson-Moskovitz, que não representa bem os mares bimodais (*sea+swell*). Isso se reforça ao se introduzir a função de espalhamento, mais ligadas ao mar local (*sea*), para o que em geral se emprega a função cosseno quadrado de -90° a $+90^\circ$ em relação à direção principal.

As linearizações assumidas para cálculo do carregamento hidrodinâmico e obtenção da resposta no domínio da frequência, vistos no item 3.5.1, contribuem para a incerteza global. Entretanto, a grande diferença é oriunda da consideração ou não do termo de pressão de segunda ordem, que não deve ser coberto pela variabilidade da resposta, mas sim incluído no cálculo da resposta de movimentos e tensões no topo nos tendões, em que prepondera sobre os efeitos de primeira ordem.

Caso seja considerado o potencial de segunda ordem para avaliação do fenômeno de *springing*, a maior parte da variabilidade passa a vir do amortecimento, já que a resposta é ressonante, sendo introduzido como percentual do amortecimento crítico. Os movimentos da TLP no plano vertical são pequenos, assim como o amortecimento potencial. O amortecimento total, incluindo o viscoso é melhor obtido de testes em modelo reduzido.

No caso de só se incluírem os efeitos de primeira ordem, o que é adequado pelo menos à avaliação da fadiga no casco da TLP, as incertezas envolvidas no cálculo das forças de arrasto não são tão relevantes, por predominarem as forças de volume. Estas, por sua vez, podem ser obtidas por um modelo hidrodinâmico de painéis, cujo refinamento deve ser adequado à faixa de frequências do espectro de ondas e às mudanças bruscas de geometria.

Por outro lado, no caso de estruturas em que as forças de arrasto e de inércia da fórmula de Morison são da mesma ordem, como em jaquetas, principalmente para ondas de menor altura, incertezas são introduzidas na análise espectral, não só devido à linearização da força de arrasto, mas também quando se consideram coeficientes C_D e C_M comuns a todas as frequências do espectro, já que há grande variabilidade em seus valores [Kirkemo, 1988].

A resposta no topo dos tendões é obtida da solução da equação de movimentos para cada frequência, tratando-se o casco como rígido, e não acrescentando praticamente incerteza. Já para o casco, há incertezas no modelo estrutural empregado. Caso seja adotado modelo de barras, é importante avaliar-se a rigidez das ligações pontoon-coluna e convés-coluna.

Se for empregada malha de elementos finitos, deve-se progredir o refinamento ao nível de detalhe desejado. As tensões de *hot-spot* e os fatores de concentração de tensões (SCF) são obtidos à custa das incertezas no modelo/malha (*bias* ϵ_{SCF}) [Zimmerman, 1994], em função inclusive dos tipos de elementos empregados, recomendando-se em geral elementos sólidos na região da solda.

De posse dos espectros de resposta de tensões de curto prazo, há que se acrescentar as incertezas decorrentes de sua interpretação, em termos de largura de banda e ajuste da função de distribuição de picos ou de flutuações de tensão (*bias* ϵ_{RCF} - *rainflow correction factor*) [Zimmerman, 1994], bem como a passagem para a distribuição de longo prazo, através de ajuste a uma distribuição.

Em Zimmerman (1994), recomenda-se agregar na variável ϵ_s as incertezas no carregamento e no cálculo de tensões, incluindo incertezas nos estados de mar. Já em Kirkemo (1988), é sugerida a unificação das incertezas em todas as etapas de geração das funções de transferência das tensões em um ponto através de apenas uma variável aleatória seguindo a distribuição lognormal com fator de desvio (*bias*) de 0,7 e coeficiente de variação (cov) de 0,5. As maiores fontes de incertezas estão aí, e não no

número de ciclos de cada estado de mar (distribuição de curto prazo) ou no número de estados de mar (distribuição de longo prazo).

No apêndice A, é apresentado um resumo da distribuição lognormal.

5.3 Funções de Estado-Limite

Utilizando-se a regra de Miner para cálculo do dano a partir da distribuição de longo prazo das tensões, a função de estado-limite torna-se:

$$g(\mathbf{X}) = \Delta - D(t) = \Delta - \frac{N(t)}{K} E[S^m] \quad (5.5)$$

onde $N(t)$ é o número de ciclos no longo prazo t . Define-se o parâmetro determinístico representando a distribuição de longo prazo das tensões $\Omega(t)$ como:

$$\Omega(t) = \frac{E(S^m)N(t)}{t} = \frac{E(S^m)}{T_{zLP}} \quad (5.6)$$

sendo T_{zLP} o período médio da resposta de longo prazo, ou o inverso da frequência de cruzamentos nos zeros ascendentes (ν_0). Substituindo-se t pelo tempo de referência T_D e acrescentando-se uma incerteza B no cálculo das tensões, passa-se a usar a seguinte expressão para a probabilidade de falha:

$$p_f = P\left[\frac{\Delta K}{B^m \Omega} \leq T_D\right] \quad (5.7)$$

O termo $\frac{\Delta K}{B^m \Omega}$ é igual a T , tempo para falhar na expressão 5.1. A probabilidade

de falha, sendo função de T_D , é entendida então como o valor da função de distribuição acumulada da vida T , que também pode ser expressa em termos de número de ciclos N :

$$p_f = P[T \leq T_D] = F_T(T_D) = P[N \leq N_D] = \Phi(-\beta) \quad (5.8)$$

Assumindo-se Δ , K e B lognormais, T também o será, com parâmetros λ e ζ da distribuição normal $\ln T$ dados por:

$$\lambda = \mu_{\ln T} = \ln \hat{T} \quad (5.9)$$

$$\zeta = \sigma_{\ln T} = \{\ln[(1 + C_\Delta^2)(1 + C_K^2)(1 + C_B^2)^{m^2}]\}^{1/2} \quad (5.10)$$

sendo C_{v_i} o coeficiente de variação de cada variável aleatória.

A mediana \hat{T} nesse caso é dada por:

$$\hat{T} = \frac{\hat{K}\hat{\Delta}}{\hat{B}^m\Omega} \quad (5.11)$$

A probabilidade de falha é calculada então de:

$$\begin{aligned} p_f &= P[T \leq T_D] = P[\ln T \leq \ln T_D] = \\ &= P\left[\frac{\ln T - \lambda}{\zeta} \leq \frac{\ln T_D - \ln \hat{T}}{\zeta}\right] = \Phi\left(\frac{\ln T_D - \ln \hat{T}}{\zeta}\right) = \Phi(-\beta) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Explicitando-se o índice de confiabilidade, vem [Pittaluga, 1991; Wirsching, 1979]:

$$\beta = \frac{\ln\left(\frac{\hat{K}\hat{\Delta}}{T_D\hat{B}^m\Omega}\right)}{\sqrt{\ln[(1 + C_\Delta^2)(1 + C_K^2)(1 + C_B^2)^{m^2}]}} \quad (5.13)$$

Deve-se notar que o parâmetro Ω foi tratado como determinístico, embora ele possa apresentar incertezas relacionadas aos parâmetros da distribuição de variações de

tensão ($f_s(s)$) ajustada, o que pode ser levado em conta explicitando-se a expressão fechada para a tensão equivalente.

O valor de Ω pode também ser calculado pela média dos parâmetros de curto prazo Ω_{CP} , como abaixo:

$$\Omega_{CP}(h_s, t_z) = \frac{S_{equiv_{CP}}^m(h_s, t_z)}{T_{z_{resp}}} \quad (5.14)$$

$$\Omega = \int_0^\infty \int_0^\infty \Omega_{CP}(h_s, t_z) f_{H_s}(h_s) f_{T_z/H_s}(t_z, h_s) dh_s dt_z \quad (5.15)$$

A função de estado-limite definida diretamente pela integração no longo prazo do dano de curto prazo é expressa por:

$$g(\mathbf{X}) = \frac{\Delta}{D_{LP}} - T_D \quad (5.16)$$

sendo D_{LP} o dano em 1 ano, obtido da expressão 4.25. O dano de curto prazo nessa expressão deve incluir o desvio (*bias*) B de tensão, conforme abaixo:

$$D_{ss} = \lambda \frac{N_c}{K} (2\sqrt{2} S_{RMS} \cdot h_s \cdot SCF \cdot B)^m \delta\left(\frac{m}{2} + 1, \frac{S_0^2}{8m_0}\right) \quad (5.17)$$

Caso se considerem os parâmetros da distribuição conjunta (H_s, T_z, θ) , o expoente m e o patamar da curva SN como determinísticos, tem-se:

$$D_{LP} = \frac{B^m \Omega}{K} \quad (5.18)$$

podendo-se trabalhar com a função de falha embutida na expressão 5.7. Neste caso, basta conhecer-se o dano D_{TD} num certo período de projeto TD , bem como os parâmetros K e m utilizados, com $B=1$, para se obter o valor de Ω .

$$\Omega = \frac{D_{TD} K}{TD} \quad (5.19)$$

Caso uma das variáveis Δ , K ou B da equação 5.7 não siga a distribuição lognormal, a probabilidade de falha deve ser calculada por métodos numéricos, como o método FORM, descrito no capítulo 2. Isso também se aplica quando se consideram outras variáveis aleatórias, explícitas ou implícitas nas funções de estado-limite 5.5 ou 5.16, como o expoente m e o patamar da curva SN, os parâmetros da distribuição conjunta (H_s, T_z, θ) ou os parâmetros da distribuição de longo prazo das flutuações de tensão.

Capítulo 6

Aplicações

6.1 Introdução

A metodologia apresentada para determinação da função de distribuição do tempo para falhar foi aplicada a uma TLP, considerando-se a resposta de tensões em dois pontos críticos: um ponto de uma seção do casco, na região de ligação do *pontoon* com a coluna, e o topo de um tendão. Esses pontos estão indicados na figura 6.1.

Tais respostas foram obtidas usando-se o sistema SESAM da classificadora DNV, instalado num computador VAX/VMS 4000-600A da Digital. Este sistema é composto por vários módulos, incluindo pré e pós-processadores de interfaces. A análise linear de movimentos é realizada pelo módulo WADAM [DNV, 1994b], que gera interfaces tanto de resposta de movimentos globais quanto de forças de excitação e de inércia ao longo do casco, a serem utilizadas em análise estrutural pelo módulo SESTRA [DNV, 1991]. A montagem e combinação das funções de transferência de movimentos e tensões, bem como a análise no domínio da frequência, são conduzidas pelo módulo pós-processador de resposta POSTRESP [DNV, 1993].

A TLP estudada é composta por 4 colunas circulares e 4 *pontoons* retangulares, sem contraventamento adicional. O convés é dimensionado para trabalhar globalmente. A plataforma é ancorada ao fundo do mar em lâmina d'água de 938 m por 12 tendões (3 por coluna) de diâmetro 711 mm e espessura 32 mm.

As principais características da TLP são resumidas na tabela 6.1.

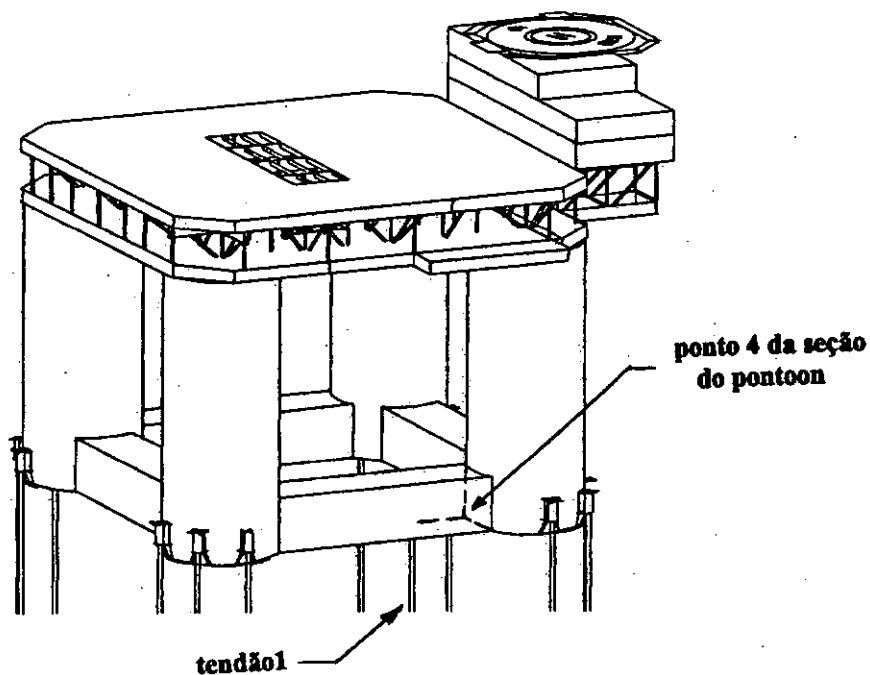


Figura 6.1 - Posições dos pontos analisados a fadiga

Comprimento total do casco	70,0 m
Comprimento entre centros de coluna	51,8 m
Diâmetro das colunas	18,2 m
Altura das colunas	44,1 m
Largura dos <i>pontoons</i>	9,45 m
Altura dos <i>pontoons</i>	8,4 m
Comprimento dos tendões	910 m
Deslocamento a 31 m de calado	434612 kN
Pré-tração nos tendões	126744 kN
Massa dos 12 tendões	6065,4 ton

Tabela 6.1 - Características da TLP

6.2 Modelo Hidrodinâmico e Resposta de Movimentos

O modelo hidrodinâmico empregado é composto por submodelos: um modelo de painéis, para se obterem forças de volume, massa adicionada e amortecimento potencial, calculados pela teoria potencial; um modelo de barras para se calcularem as forças de arrasto da fórmula de Morison, bem como para receber tanto as forças de volume calculadas no modelo de difração quanto as forças inerciais da resposta de movimentos, pois serve como modelo estrutural também; e um modelo de distribuição de massas ao longo do casco e do convés. O modelo de painéis, que assume dupla simetria, é mostrado na figura 6.2.

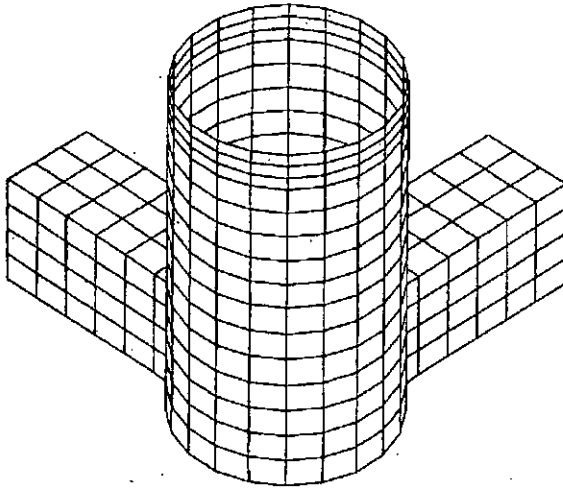


Figura 6.2 - Modelo de painéis para análise hidrodinâmica

São realizadas análises de movimentos para todas as frequências que compõem as funções de transferência (FTs), para direções de incidência espaçadas, de modo a permitir a consideração do espalhamento da energia das ondas em torno de direções principais de incidência (*headings*).

A inércia do sistema, linear e rotacional, é dada pela soma das massas estrutural, de equipamentos, de lastro e de consumíveis, com a massa adicionada do casco acelerado na água. Além disso, foi considerado 1/3 da massa dos tendões, no valor de

2021,8 ton aplicadas ao topo dos mesmos. A norma API-RP2T [API, 1987] recomenda tal valor com vistas ao período natural de *heave*, mas a idéia pode ser estendida aos movimentos de *surge* e *sway*.

O amortecimento total do sistema é composto pelo amortecimento potencial, obtido do modelo de painéis, com o amortecimento viscoso linearizado, descrito no capítulo 3.

A rigidez do sistema é dada principalmente pela rigidez dos tendões, que é bem maior que a rigidez fornecida pelo casco decorrente do acréscimo/decréscimo de volume, proporcional à área de linha d'água. O valor da constante de mola vertical linearizada adotado por tendão foi de 15623 kN/m, praticamente igual a EA/L , sendo E o módulo de elasticidade do aço, A e L , respectivamente, a área da seção transversal e o comprimento de cada tendão. O WADAM prevê um elemento de mola para TLP que acopla os movimentos lineares vertical e horizontal quando a plataforma se desloca da posição vertical inicial dos tendões. Entretanto, tal elemento representa um tendão retilíneo, o que não é verdade devido à curvatura de catenária assumida pelo tendão sob peso próprio e carga de correnteza [Shive, 1990]. Para se usar tal elemento, seria requerido um novo modelo para cada direção de incidência, reorientando-se a direção da mola. Assim, o tendão foi orientado na vertical, com a constante de mola horizontal calculada automaticamente como T/L , sendo T a pré-tração por tendão. A constante de mola horizontal pode ser alternativamente linearizada calculando-se a rigidez tangente já em torno de uma posição de equilíbrio, obtida por uma análise não-linear geométrica.

O WADAM fornece os períodos naturais de corpo rígido, mostrados na tabela 6.2, sendo sua variação com a frequência de excitação, devido à variação na massa adicionada, muito pequena.

As amplitudes de resposta de movimentos no WADAM são fornecidas para amplitude unitária das ondas regulares nas diversas frequências, sendo assim definidas as FTs tratadas pelo POSTRESP. Nas figuras 6.3, 6.4 e 6.5, são mostradas as FTs de *heave*, *pitch*, *roll*, para algumas direções de incidência, ou seja movimentos na origem do

sistema situada na linha d'água e na interseção dos planos de simetria vertical do modelo geométrico do casco.

Movimento	Período natural (s)
<i>Sway</i>	123
<i>Surge</i>	123
<i>Yaw</i>	98,3
<i>Heave</i>	3,34
<i>Pitch</i>	3,05
<i>Roll</i>	3,00

Tabela 6.2 - Períodos naturais de corpo rígido

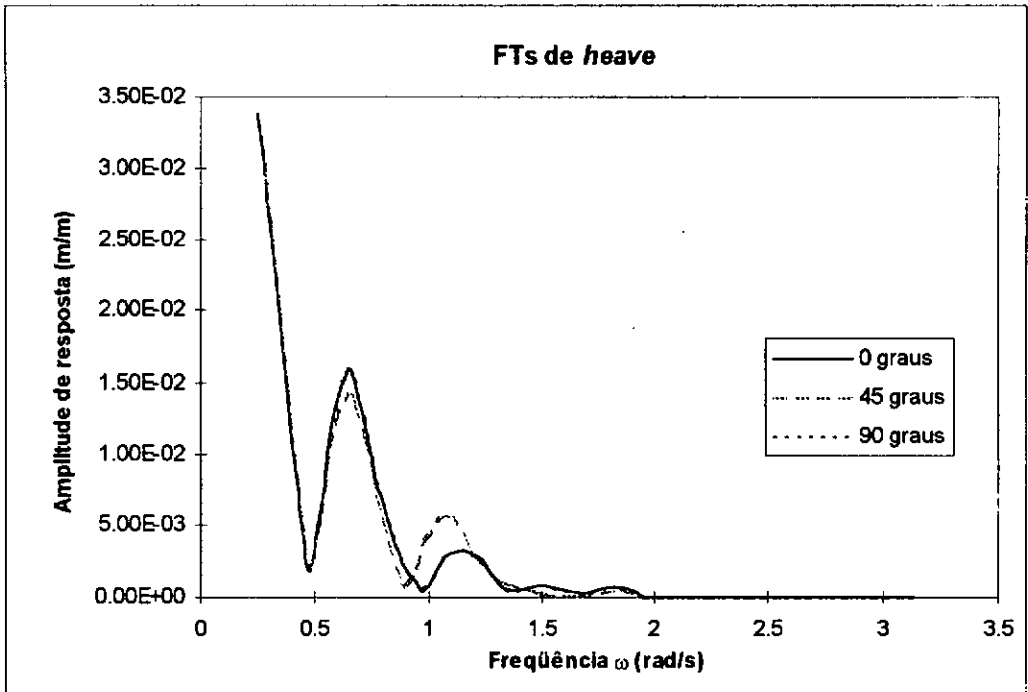


Figura 6.3- Funções de transferência de *heave*

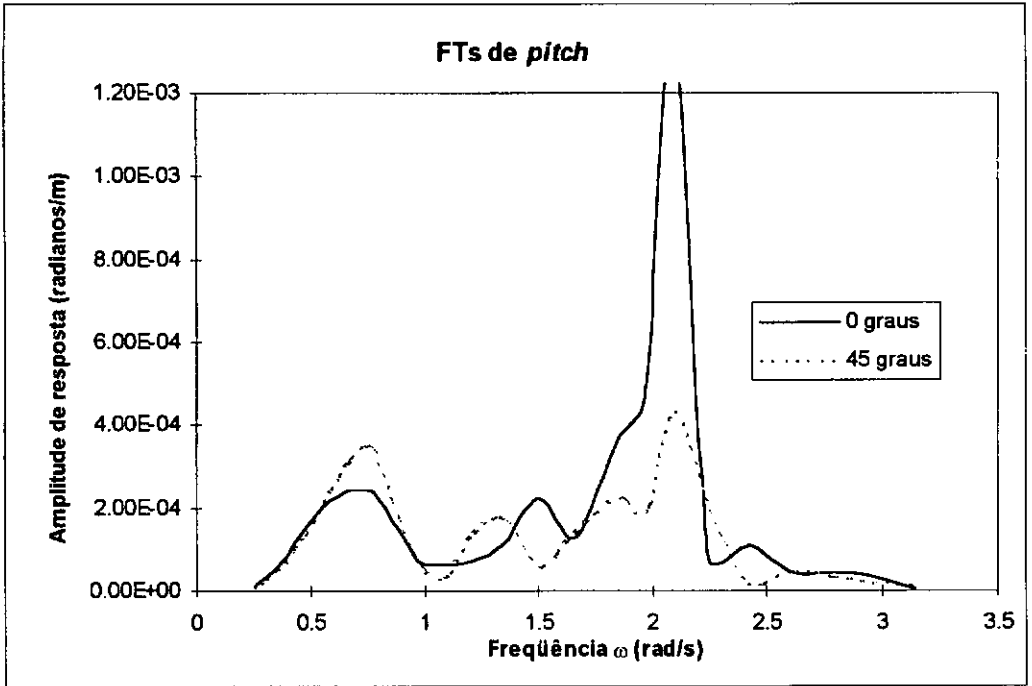


Figura 6.4 - Funções de transferência de *pitch*

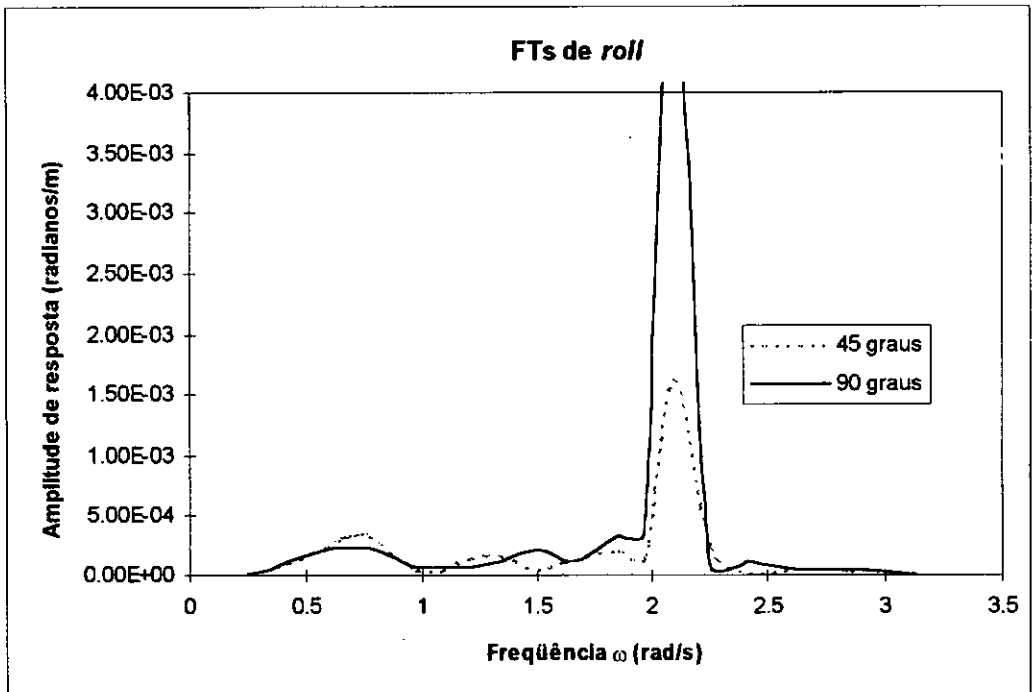


Figura 6.5 - Funções de transferência de *roll*

Devem-se notar os picos nas FTs nos períodos naturais de *pitch* e *roll*, mantidos abaixo dos períodos de excitação das maiores ondas pela ação dos tendões, assim como o de *heave*. A excitação de primeira ordem de *heave* é muito pequena para períodos baixos, mesmo próximos à ressonância, devido à profundidade do fundo da coluna. As funções de transferência de *pitch* e *roll* devem ser melhor discretizadas na região da ressonância.

A resposta de movimentos num ponto específico ($FT_P(\omega)$) deve ser uma combinação das funções de transferência dos movimentos de translação e rotação na origem do sistema, de forma a levar em conta a fase entre eles e as coordenadas do ponto em questão. A resposta de deslocamento vertical pode ser obtida pela fórmula abaixo:

$$FT_P(\omega) = FT_{HEAVE}(\omega) + yFT_{ROLL}(\omega) - xFT_{PITCH}(\omega) \quad (6.1)$$

Na figura 6.6, são mostradas as funções de transferência (FTs) de deslocamento vertical no topo do tendão 1, localizado na coordenada $x = 33,608$ m, $y = 33,608$ m, $z = -28,9$ m, para algumas direções de incidência.

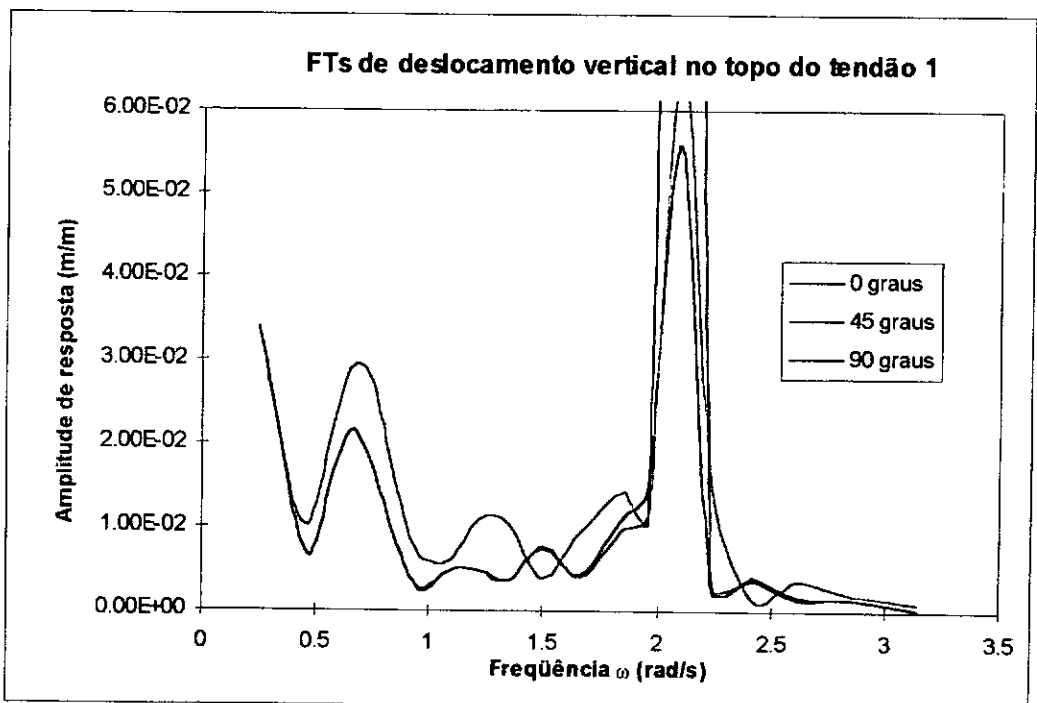


Figura 6.6 - FTs de deslocamento vertical no topo do tendão 1

A resposta de movimentos no topo dos tendões, representando sua elongação, traduzir-se-á em tensões nesses pontos. A deformação é dada por $\epsilon = \Delta L/L$ e a tensão $S = E\epsilon$, sendo E o módulo de elasticidade do aço.

Os espectros de resposta são obtidos no POSTRESP pelo cruzamento dos espectros de onda com altura significativa unitária ($H_s = 1$ m) e diversos períodos médios de zero ascendente (T_z), com as FTs. O espectro de onda adotado, o de Pierson-Moskowitz, bem como a formulação para se considerar o espalhamento da energia das ondas, foram descritos no capítulo 3. Na figura 6.7, são mostrados os espectros de resposta de deslocamento vertical no topo do tendão 1 para alguns valores de T_z da excitação para a direção principal de incidência a 45° .

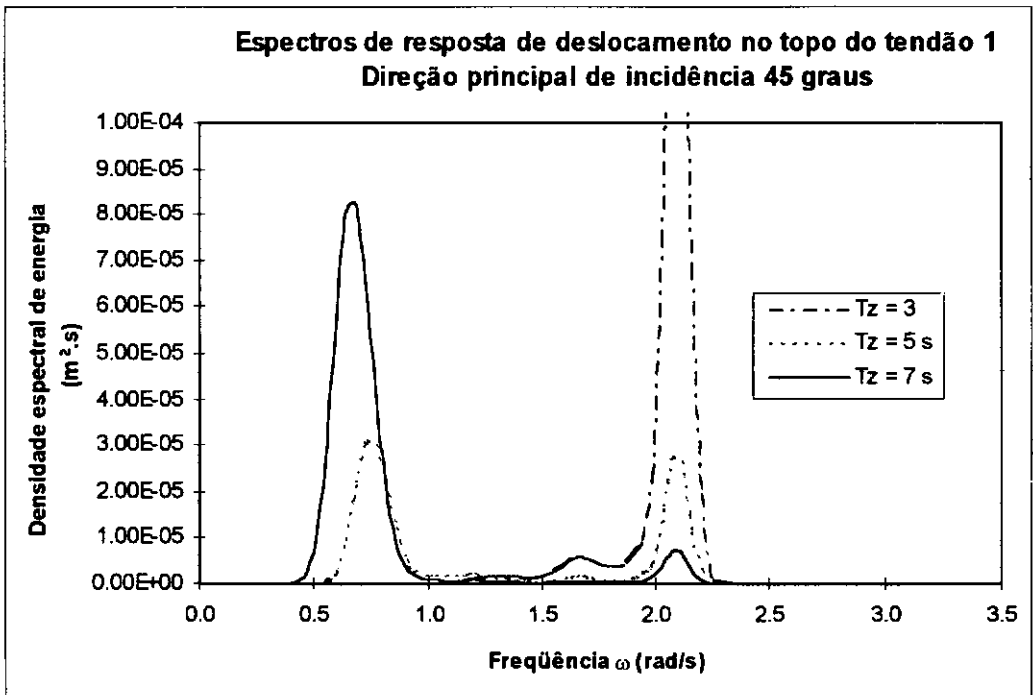


Figura 6.7 - Espectros de resposta de deslocamento vertical no topo do tendão 1

As estatísticas dos espectros de resposta, obtidas no POSTRESP, utilizadas no cálculo do dano por fadiga, são mostradas nos gráficos das figuras 6.8, 6.9 e 6.10.

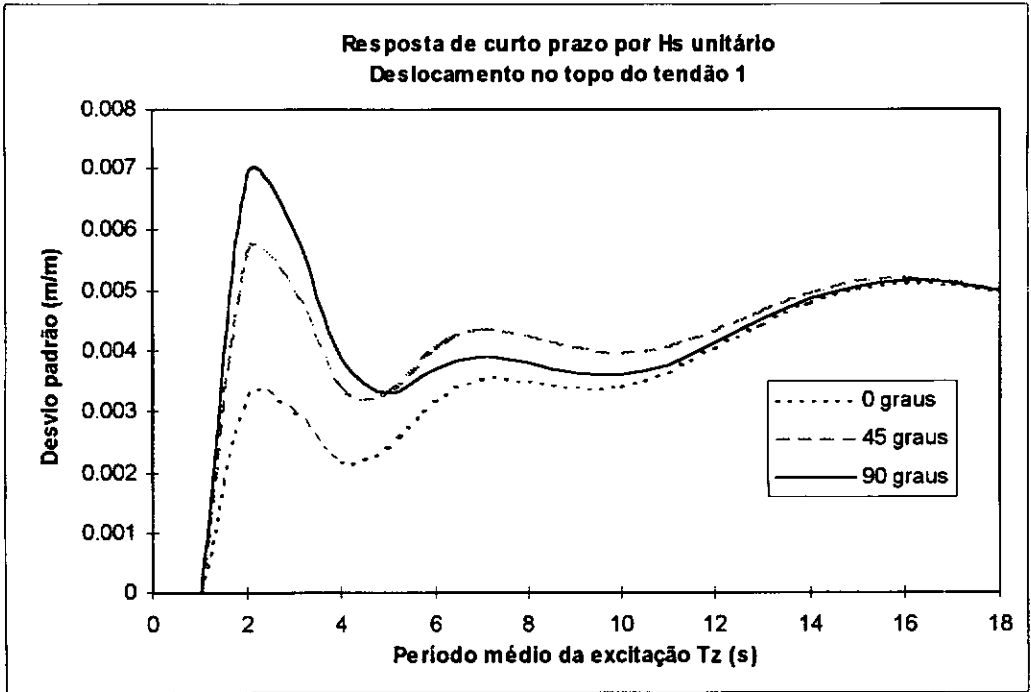


Figura 6.8 - Resposta de curto prazo no topo do tendão 1

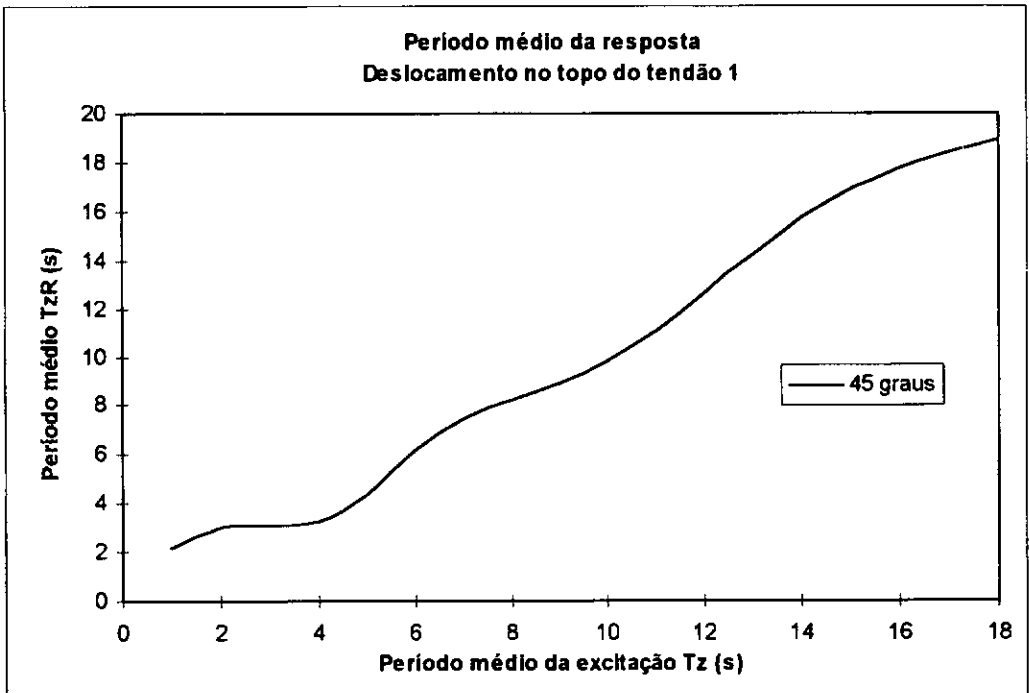


Figura 6.9 - Período médio da resposta T_{zR} no topo do tendão 1

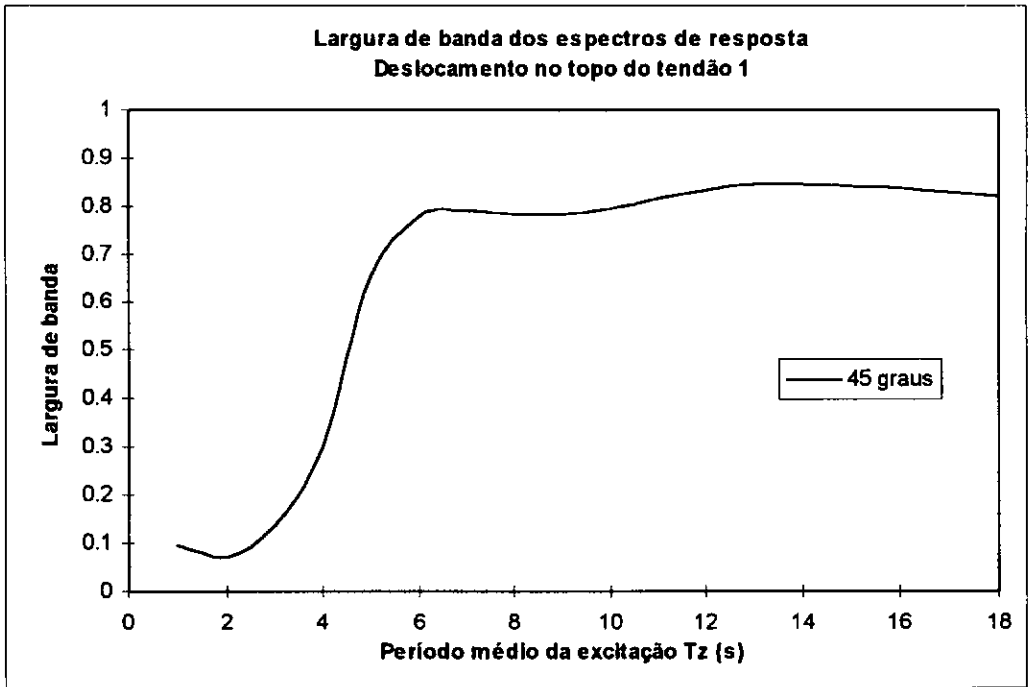


Figura 6.10 - Largura de banda dos espectros de resposta no topo do tendão 1

Pode-se notar na figura 6.9 que os períodos médios de cruzamentos zero ascendentes das respostas são bem próximos aos de excitação. Na figura 6.10, a queda na largura de banda para baixos períodos médios se deve aos picos de resposta ressonante com os períodos naturais de *pitch e roll*.

6.3 Modelo Estrutural e Resposta de Tensões

O modelo estrutural é um pórtico espacial com barras representando tanto o casco quanto o convés. Os membros do casco passam pela linha de centro geométrico do contorno externo da seção, tanto das colunas quanto dos *pontoons*, sendo que suas propriedades incluem tanto as chapas quanto os enrijecedores longitudinais. São introduzidos alguns membros rígidos para simular as ligações *pontoon-coluna* e convés-coluna. Os membros do convés formam uma subestrutura com aspecto de treliça espacial, com os banzos superiores e inferiores representando os dois níveis do convés de produção. O modelo unifilar, utilizado também como modelo de Morison e de distribuição de massas, é mostrado na figura 6.11.

As forças de excitação e de inércia da análise de movimentos são transferidas para o modelo estrutural. É resolvida a equação de equilíbrio estrutural quase-estático, obtendo-se os esforços em membros para cada frequência e direção, associados a ondas regulares.

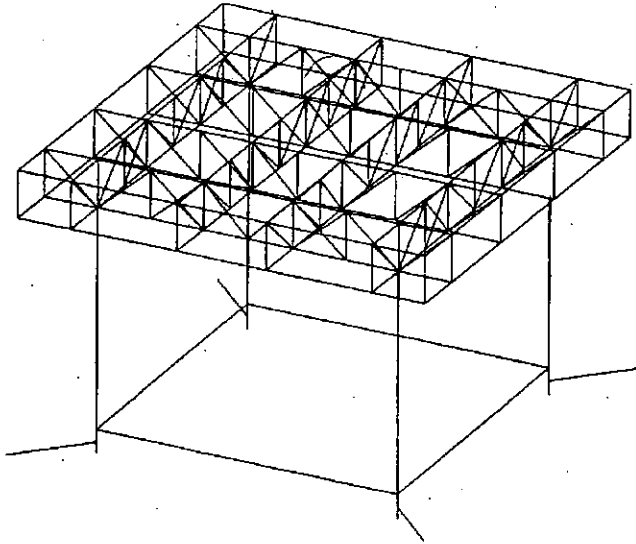


Figura 6.11 - Modelo unifilar da TLP

Para se chegar às funções de transferência de tensão axial num ponto da seção de um *pontoon*, devem-se combinar as funções de transferência de esforço axial e de momentos fletores na seção retangular, segundo a área de seção transversal (A) e os módulos resistentes (W_y e W_z), levando-se em conta a fase entre os esforços. Os fatores de concentração de tensões também devem ser introduzidos nessa hora, já que podem ser diferentes para o esforço axial e momentos fletores. A função de transferência de tensão ($FT_S(\omega)$), calculada pelo módulo POSTRESP é assim dada por:

$$FT_S(\omega) = \frac{FT_{F_x}(\omega)}{A} SCF_{Ax} \pm \frac{FT_{M_y}(\omega)}{W_y} SCF_{My} \pm \frac{FT_{M_z}(\omega)}{W_z} SCF_{Mz} \quad (6.1)$$

Compondo-se as tensões axial e de flexão no ponto 4 da seção do *pontoon* de boreste, na face da coluna de vante (ver figura 6.1), com um fator de concentração de tensões de 1,5 para todos os esforços, chega-se às funções de transferência de tensão normal, mostradas na figura 6.12, para algumas direções de incidência.

Os fatores de concentração de tensões devem ser melhor avaliados por análises de elementos finitos, em mais de um nível de refinamento, adequados desde para o nível mais global de concentração na ligação até para as tensões de *hot spot* na região das soldas. Entretanto, esse não é o objetivo do presente trabalho.

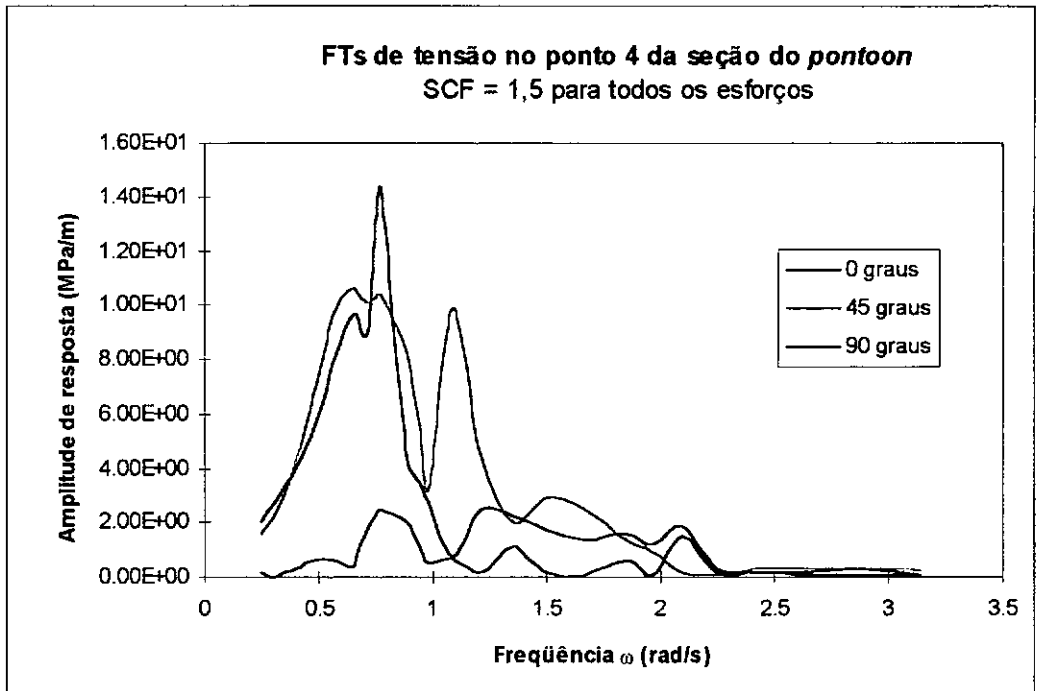


Figura 6.12 - FTs de tensão no ponto 4 da seção do *pontoon*

Da mesma forma que para os movimentos no topo dos tendões, são obtidos os espectros de resposta de tensões no referido ponto do casco, com o módulo POSTRESP, também considerando-se o espalhamento. Alguns desses espectros são mostrados na figura 6.13 para alguns valores de T_z da excitação, na direção principal de incidência 45° , com H_s unitário.

As estatísticas dos espectros de resposta utilizadas no cálculo do dano por fadiga são mostradas nos gráficos das figuras 6.14 a 6.16.

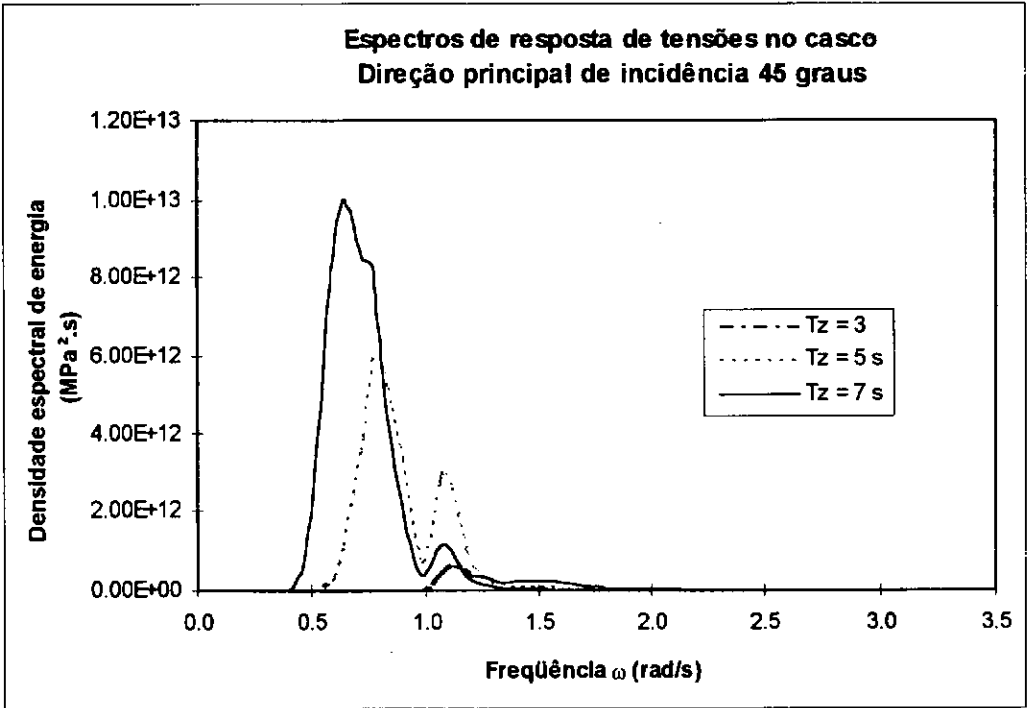


Figura 6.13 - Espectros de resposta no ponto 4 da seção do *pontoon*

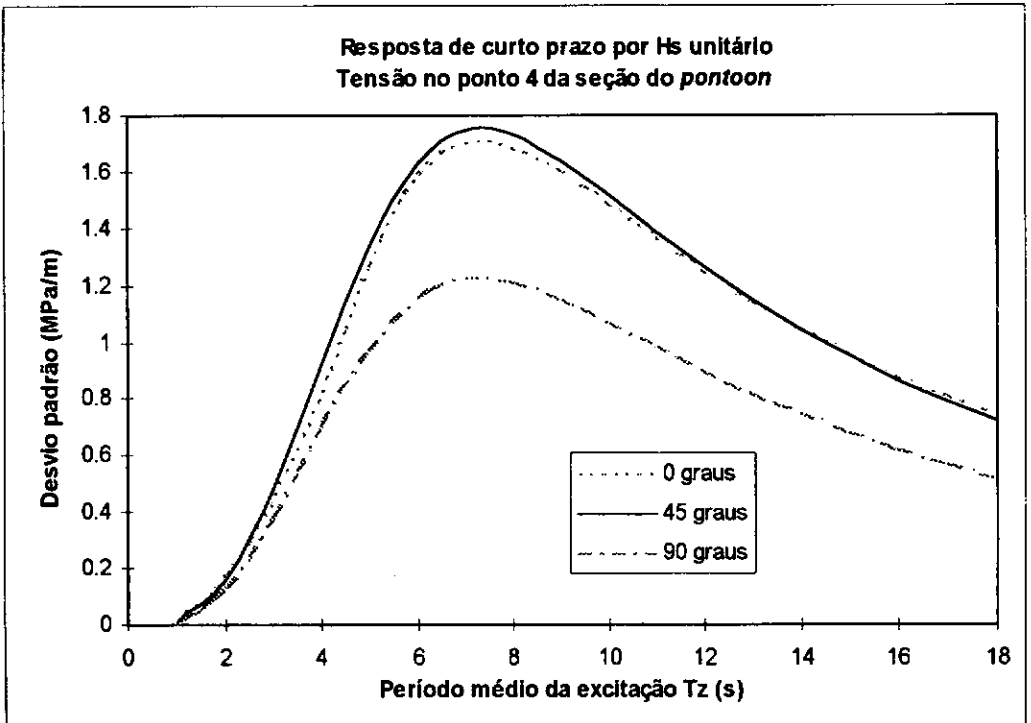


Figura 6.14 - Resposta de curto prazo no ponto 4 da seção do *pontoon*

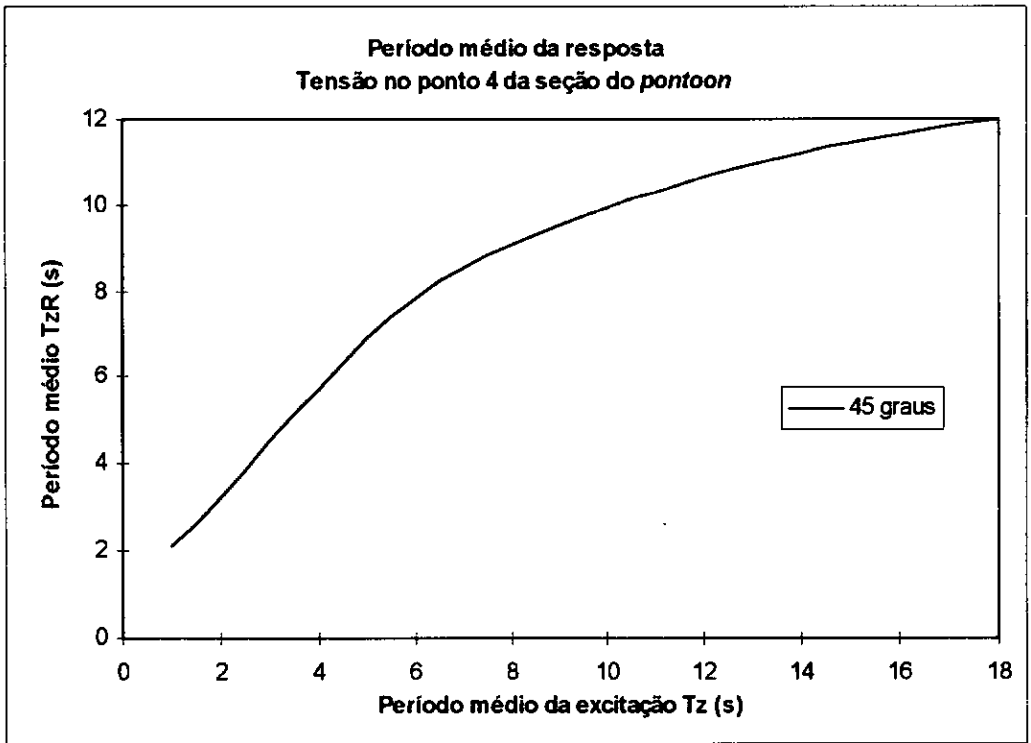


Figura 6.15 - Período médio da resposta T_{zR} no ponto 4 da seção do *pontoon*

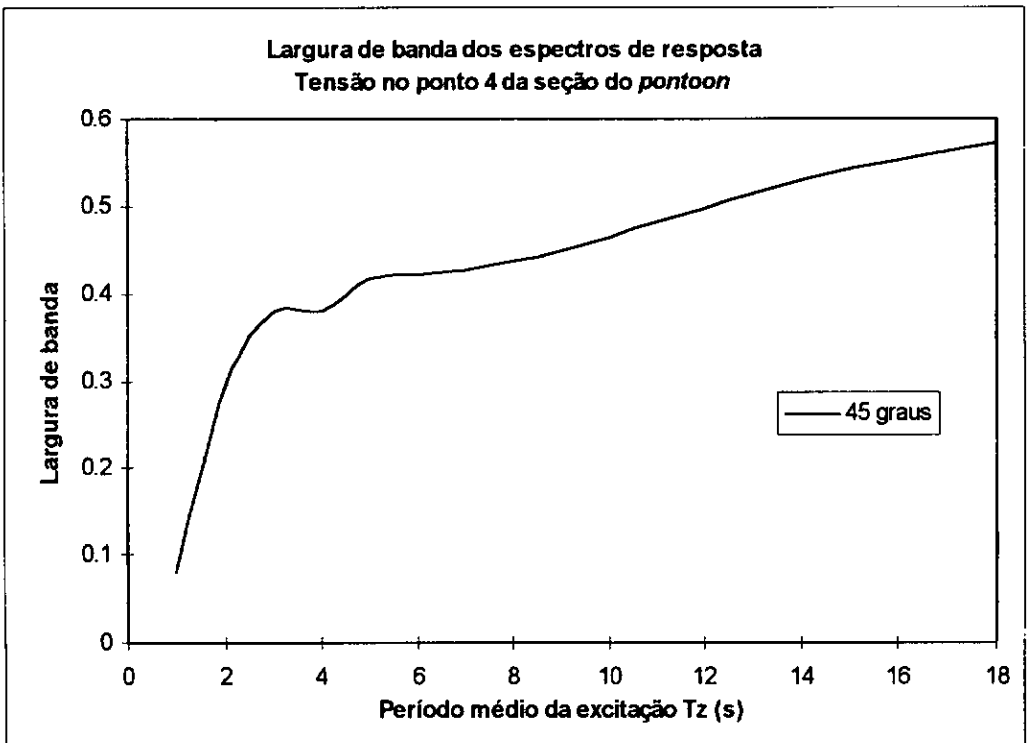


Figura 6.16 - Largura de banda dos espectros de resposta de tensão no casco

6.4 Cálculo do Dano e Probabilidade de Falha por Fadiga

Como mostrado no capítulo 5, há alguns caminhos para se calcular o dano e a probabilidade de falha por fadiga. Aqui serão apresentados resultados e feitas diversas comparações, tanto para os tendões quanto para o casco da TLP.

Para tal, foram empregados os programas Mathcad 5.0 [Mathsoft, 1994] para o cálculo do dano e da distribuição de longo prazo das tensões, e CALREL [Liu, 1989] para o cálculo da probabilidade de falha, ambos instalados num microcomputador com processador 486 DX2-66. O programa CALREL, desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Civil da Universidade da Califórnia, em Berkeley, usa quatro técnicas de cálculo da probabilidade de falha, a saber: métodos FORM; SORM; simulação direcional com superfícies de falha exatas ou aproximadas; e simulação de Monte Carlo. Considera tanto confiabilidade de componentes como de sistemas, conforme o método se aplique ou não. O programa é fornecido em módulos-objeto, devendo-se compilar a nova função de falha e ligar (*link*) todas as subrotinas.

Inicialmente, baseando-se nas expressões 5.6 e 5.19, serão mostrados nas tabelas 6.4 e 6.5 os valores da vida útil e do parâmetro de longo prazo Ω , obtidos de diversas maneiras, empregando-se os valores característicos de K da curva SN.

Foram adotadas as curvas SN da DNV tipo C para os tendões e tipo F para o detalhe do casco. A curva tipo C pressupõe um excelente acabamento como explicitado no item 4.2, compatível com a importância dos tendões. A curva tipo F está associada a detalhes mais comuns na construção naval. Os parâmetros das duas curvas são mostrados na tabela 6.3 [Almar-Naess, 1985].

Foram assumidas todas as ondas vindo numa direção principal. Assim, foram adotadas as funções de resposta de curto prazo a 45°, tanto para o tendão 1 quanto para o casco.

Classe	C	F
$\mu_{\log K}$	14,0342	12,237
$\sigma_{\log k}$	0,2041	0,2183
$\hat{K} = 10^{\mu_{\log K}} \text{ (MPa}^m\text{)}$	$1,0819 \times 10^{14}$	$1,7258 \times 10^{12}$
$C_K = (10^{2\sigma_{\log K} / 0,434} - 1)^{0,5}$	0,4973	0,5363
m	3,5	3,0
$\log K_K = \mu_{\log K} - 2 \sigma_{\log k}$	13,63	11,80
$K_K \text{ (MPa}^m\text{)}$	$4,2658 \times 10^{13}$	$6,3096 \times 10^{11}$
$S_0 \text{ (MPa)}$	33	15

Tabela 6.3 - Curvas SN

onde:

K e m - parâmetros da curva SN;

$\mu_{\log K}$ - média do logaritmo decimal de K;

$\sigma_{\log K}$ - desvio-padrão do logaritmo decimal de K;

\hat{K} - mediana de K;

C_K - coeficiente de variação de K;

K_K - valor característico de K, usado em projetos;

S_0 - patamar da curva SN a 2×10^8 ciclos.

Cálculos para o tendão 1 Descrição	Vida útil (anos)	$\Omega = DK$ (MPa ^m /s)
f.d.c. Hs, Tz ajustada - s/ corr. Wirsching - básico	5438	248,7
f.d.c. Hs, Tz diagrama de dispersão	5615	240,9
f.d.c. Hs, Tz ajustada - integr. nos limites do diagr. disp.	5516	245,2
distrib. de l.p. das tensões - Weibull - $\xi=1,48$ e $A=4,23$	6396	211,5
distrib. de l.p. das tensões - lognormal - $\lambda=1,15$ e $\zeta=0,62$	4808	281,4
distr. l.p. das tensões - 60% Weibull + 40% lognormal	5649	239,5
f.d.c. Hs, Tz ajustada - c/ corr Wirsching	6671	202,8

Tabela 6.4 - Vida útil e Ω para o topo do tendão 1

Cálculos para o casco	Vida útil	$\Omega = DK$
Descrição	(anos)	(MPa ^m /s)
f.d.c. H _s ,T _z ajustada - s/ corr. Wirsching - básico	148,1	135,1
f.d.c. H _s ,T _z diagrama de dispersão	150,8	132,7
f.d.c. H _s ,T _z ajustada - integr. nos limites do diag. disp.	149,7	133,8
distrib. de l.p. das tensões - Weibull - $\xi=1,45$ e $A=7,60$	159,9	125,2
distrib. de l.p. das tensões - lognormal - $\lambda=1,73$ e $\zeta=0,63$	138,5	144,4
distr. l.p. das tensões - 60% Weibull + 40% lognormal	150,4	133,0
f.d.c. H _s ,T _z ajustada - c/ corr Wirsching	170,0	117,7

Tabela 6.5 - Vida útil e Ω para o ponto do casco

As integrações no longo prazo do dano ou da distribuição de longo prazo das tensões podem ser feitas tanto usando-se a função de densidade de probabilidade conjunta de H_s e T_z (f.d.c.), obtida da regressão do diagrama de dispersão, quanto o próprio diagrama de dispersão com 26 estados de mar. A função ajustada é mais apropriada, pois na análise de confiabilidade pode ser conveniente assumir-se os parâmetros da distribuição como variáveis aleatórias. Além disso, ela representa de forma contínua a região de frequência nula do diagrama de dispersão anual, já que se os dados fossem coletados em muitos anos, poderiam ser registrados alguns novos pares (H_s, T_z). Entretanto, tal região extrapolada, pode dar origem a algumas combinações de H_s e T_z inexistentes na região de coleta, em relação a esbeltez de estado de mar, o que tende a ocorrer com frequência muito baixa se a regressão for satisfatória. Já o diagrama de dispersão original só apresenta estados de mar de fato ocorridos, além de fazerem parte da prática de projeto, já que os programas de fadiga geralmente trabalham com ele. Nas tabelas 6.4 e 6.5, o estreitamento dos limites de integração mostram que a influência no dano das extremidades (*tails*) das distribuições ajustadas não é significativa. As distribuições de longo prazo das variações de tensão foram obtidas com o diagrama de dispersão original. A tabela 6.6 mostra que a diferença no número de ciclos de tensão em um ano, calculado pelas duas opções, não é relevante.

Ainda na mesma tabela 6.6, o maior número de ciclos para o tendão deve-se à contribuição da energia de resposta nas frequências naturais, reduzindo o período médio.

O ajuste das distribuições de longo prazo das flutuações de tensão é mostrado nas figuras 6.17 e 6.18. No caso dos tendões, o ajuste foi feito para média de 3,83 MPa e desvio-padrão de 2,63 MPa, ainda não se incluindo o fator de concentração de tensões SCF de 1,3, enquanto que para o casco a média foi de 6,89 MPa e o desvio-padrão 4,82 MPa, já embutindo o SCF de 1,5.

Junta ou detalhe	N_T
Tendão - f.d.c. ajustada	$5,830 \times 10^6$
Tendão - diagrama de dispersão	$5,955 \times 10^6$
Casco - f.d.c. ajustada	$4,204 \times 10^6$
Casco - diagrama de dispersão	$4,209 \times 10^6$

Tabela 6.6 - Número de ciclos de tensão em um ano N_T

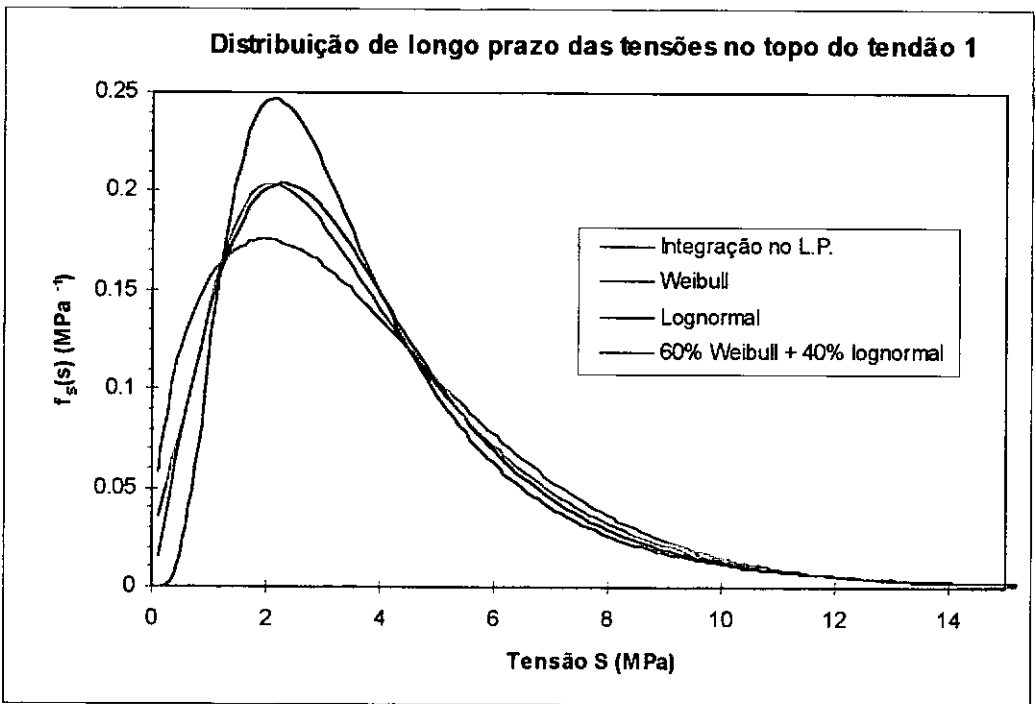


Figura 6.17 - Distribuição de longo prazo das variações de tensão no tendão 1

É interessante notar na tabela 6.7 a dispersão entre os valores máximos em um ano, ou seja, com probabilidade de $1/N_T$ de serem excedidos, para cada distribuição. Para o cálculo de fadiga, a distribuição de longo prazo das tensões deve ser bem ajustada na região de maior frequência. Entretanto, os valores máximos são importantes quando se realiza a análise de fadiga simplificada, como no item 4.3.4, podendo-se incorrer em

erros grosseiros quando se parte de um valor máximo para se definir o parâmetro de escala da distribuição. O valor mais adequado deve ser investigado a partir de análise a carga extrema.

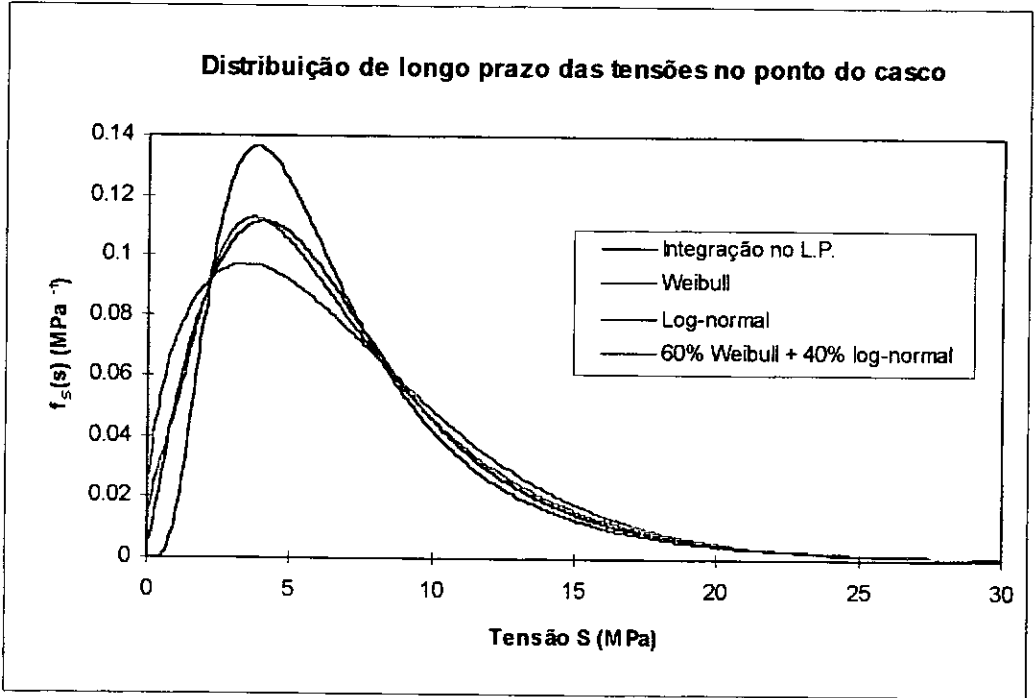


Figura 6.18 - Distribuição de longo prazo das variações de tensão no casco

Junta ou detalhe	Distribuição	Tensão máxima (MPa)
Tendão 1	Original (integração)	38,8
	Weibull	27,1
	Lognormal	75,3
	Combinada	67,5
Casco	Original (integração)	67,3
	Weibull	49,8
	Lognormal	135,8
	Combinada	121,3

Tabela 6.7 - Comparação das tensões máximas para cada distribuição

Para o cálculo da probabilidade de falha, as funções de falha foram introduzidas, conforme a equação 5.7, como subrotina do programa de análise de confiabilidade CALREL, tendo sido empregado o método FORM. Os dados de entrada são as distribuições das variáveis, com as respectivas médias e desvios-padrão, e os parâmetros determinísticos da função de falha, nesse caso o tempo de referência (TD) e o parâmetro Ω . Como saída, temos, além da probabilidade de falha, o índice de confiabilidade β , os valores das variáveis nos espaços original e reduzido, referentes ao ponto de projeto, e as medidas de sensibilidade.

Para se avaliar a influência do parâmetro determinístico Ω , foram considerados dois valores, obtidos da integração no longo prazo do dano com a distribuição ajustada de (H_s, T_z) , com e sem a correção de Wirsching. Os resultados para um período TD de 20 anos e para as variáveis aleatórias indicadas, são mostrados nas tabelas 6.8 e 6.9, para os tendões e 6.10 e 6.11 para o casco.

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	14,0342	0,2041	Normal	13,83	-1,008	0,070
B	1,0	0,5	Lognormal	4,78	3,546	0,860
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,554	-1,013	0,070
TD (anos)	20	pf	$6,58 \times 10^{-5}$	β	3,82	$\Omega=248,7$

Tabela 6.8 - Probabilidade de falha para o tendão 1, $\Omega=248,7$ MPa^m/s

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	14,0342	0,2041	Normal	13,82	-1,038	0,070
B	1,0	0,5	Lognormal	5,02	3,652	0,860
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,546	-1,044	0,070
TD (anos)	20	pf	$4,11 \times 10^{-5}$	β	3,94	$\Omega=202,8$

Tabela 6.9 - Probabilidade de falha para o tendão 1, $\Omega=202,8$ MPa^m/s

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	12,237	0,2183	Normal	12,09	-0,654	0,102
B	1,0	0,5	Lognormal	2,137	1,844	0,808
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,669	-0,615	0,090
TD (anos)	20	pf	$2,02 \times 10^{-2}$	β	2,0503	$\Omega=135,1$

Tabela 6.10 - Probabilidade de falha para o ponto do casco, $\Omega=135,1$ MPa^m/s

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	12,237	0,2183	Normal	12,09	-0,682	0,102
B	1,0	0,5	Lognormal	2,218	1,922	0,808
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,661	-0,641	0,090
TD (anos)	20	pf	$1,627 \times 10^{-2}$	β	2,1378	$\Omega=117,7$

Tabela 6.11 - Probabilidade de falha para o ponto do casco, $\Omega=117,7$ MPa^m/s

Serão agora mostrados os resultados para um tempo TD igual à vida útil de projeto. O índice de confiabilidade deve ser comparado com os 2 desvios-padrão ($\beta=2$) de que a curva SN de projeto é deslocada em relação à média, revelando a grande influência das variáveis aleatórias Δ e, principalmente, B na probabilidade de falha.

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	14,0342	0,2041	Normal	14,00	-0,179	0,070
B	1,0	0,5	Lognormal	1,204	0,630	0,860
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,822	-0,180	0,070
TD (anos)	5438	pf	$2,487 \times 10^{-1}$	β	0,679	$\Omega=248,7$

Tabela 6.12 - Probabilidade de falha para o tendão 1, TD = 5438 anos

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	12,237	0,2041	Normal	12,18	-0,249	0,102
B	1,0	0,5	Lognormal	1,246	0,701	0,808
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,801	-0,234	0,090
TD (anos)	148,1	pf	$2,177 \times 10^{-1}$	β	0,780	$\Omega=135,1$

Tabela 6.13 - Probabilidade de falha para o ponto do casco, TD = 148,1 anos

Sobre as tabelas 6.12 e 6.13, pode-se afirmar que as coordenadas negativas de u^* indicam em geral variáveis de resistência ($\log K$ e Δ), já que no ponto de projeto, são menores que sua mediana. Para a variável B , dá-se o oposto, ou seja, representa uma solicitação. Além disso, deve-se notar que, mantendo-se os parâmetros das variáveis aleatórias lognormais, os fatores de importância não variam com Ω , o que é uma propriedade do modelo lognormal de Wirsching.

A probabilidade de falha é bastante sensível à variável aleatória B , como mostra o alto fator de importância. Esse resultado é de certa forma esperado, pois ela representa a incerteza no cálculo das tensões, aparecendo elevada à potência m , geralmente situado entre 3 e 4,4. Assim, não só seu coeficiente de variação deve ser melhor investigado, por ser relativamente alto, mas também a própria distribuição mais adequada. Assumindo-se tal variável agora com distribuição normal, as tabelas 6.8 e 6.10 se reescrevem:

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	14,0342	0,2041	Normal	13,44	-2,890	0,271
B	1,0	0,5	Normal	2,87	3,746	0,455
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,227	-2,905	0,274
TD (anos)	20	pf	$1,41 \times 10^{-8}$	β	5,55	$\Omega=248,7$

Tabela 6.14 - Probabilidade de falha para o tendão 1, B normal

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	12,237	0,218	Normal	12,00	-1,083	0,225
B	1,0	0,5	Normal	1,866	1,732	0,576
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,553	-1,018	0,199
TD (anos)	20	pf	$1,123 \times 10^{-2}$	β	2,2824	$\Omega=135,1$

Tabela 6.15 - Probabilidade de falha para o ponto do casco, B normal

Deve-se notar a redistribuição dos fatores de importância em relação às tabelas 6.8 e 6.10, além da mudança na probabilidade de falha.

Trabalhando-se agora com um coeficiente de variação de 0,3 para a variável B lognormal, os novos resultados para o casco estão na tabela 6.16, devendo-se observar a queda em seu fator de importância, e a redução de uma ordem de grandeza na probabilidade de falha em relação à tabela 6.10:

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	12,237	0,218	Normal	11,97	-1,215	0,202
B	1,0	0,3	Lognormal	1,790	2,130	0,620
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,521	-1,142	0,178
TD (anos)	20	pf	$3,415 \times 10^{-3}$	β	2,705	$\Omega=135,1$

Tabela 6.16 - Probabilidade de falha para o ponto do casco, $C_B = 0,3$

Para se incluírem outras variáveis aleatórias no problema, a função de falha deve ser formulada pela equação 5.5, explicitando-se os parâmetros envolvidos no cálculo de $E[S^m]$. Assumindo-se a distribuição de longo prazo das tensões seguindo a distribuição de Weibull, o coeficiente de variação da variável B foi reduzido para 0,45, de forma a produzir, em conjunto com o parâmetro de escala A ($C_A = 0,2$), o coeficiente de variação de 0,5. Os resultados para o casco estão na tabela 6.17, onde podem-se observar os baixos fatores de importância das variáveis N_T e $1/\xi$. Foi sugerida em Jiao (1990) a distribuição normal para estas variáveis. O expoente ξ , não assumiu importância porque sua média (1,45) situa-se numa região onde a função gamma na fórmula 4.29 não causa variações bruscas na vida a fadiga.

Variável	μ	σ	Distribuição	x^*	u^*	α^2
logK	12,237	0,218	Normal	12,09	-0,657	0,100
B	1,0	0,45	Lognormal	1,879	1,683	0,655
Δ	1,0	0,5	Lognormal	0,668	-0,617	0,088
A	7,60	1,52	Lognormal	8,69	0,776	0,139
$1/\xi$	0,690	0,069	Normal	0,708	0,262	0,016
N_T	$8,42 \times 10^7$	$5,89 \times 10^6$	Normal	$8,47 \times 10^7$	0,091	0,002
TD (anos)	20	pf	$1,880 \times 10^{-2}$	β	2,079	

Tabela 6.17 - Probabilidade de falha para o casco, diversas variáveis aleatórias

6.5 Distribuição do Tempo para Falhar

Como apresentado no capítulo 5, cada ordenada da função de distribuição acumulada do tempo para falhar T é a probabilidade de falha por fadiga no respectivo tempo. Assim, no caso geral, são necessários vários cálculos da probabilidade de falha através do programa de análise de confiabilidade (CALREL) para se montar tal curva.

No caso particular em que são consideradas apenas as 3 variáveis aleatórias K , Δ e B , todas com distribuição lognormal, a f.d.a. de T , como já dito, também assume a distribuição lognormal, com seus parâmetros calculados pela fórmulas 5.9 e 5.10.

Além de haver razões para se assumir uma distribuição para B que não a lognormal, o parâmetro Ω pode embutir incertezas oriundas da distribuição de longo prazo das flutuações de tensão, que podem ser tratadas como variáveis aleatórias [Jiao, 1990]. O mesmo se aplica ao patamar (S_0) da curva SN. Além disso, com a função de falha definida pela integração no longo prazo do dano, pode-se trabalhar com incertezas nos parâmetros da distribuição conjunta de H_s, T_z . Nesses casos, o procedimento numérico, ou seja, calcular a probabilidade de falha para vários tempos de referência, faz-se necessário.

Nas figuras 6.19 a 6.22, são mostradas as curvas de probabilidade de falha e do índice de confiabilidade β em função do tempo de referência T_D (tempo de serviço), considerando-se somente as variáveis aleatórias K , Δ e B , sendo B (*bias* na tensão) lognormal ou normal, com média 1 e desvio-padrão 0,5, tanto para o tendão 1 quanto para o casco.

Definindo-se um critério para inspeção em que β deve ser mantido superior a um nível de referência, pode-se determinar o intervalo de tempo entre inspeções. Para o casco, foi assumido o nível mínimo de 3. Assim, comparando-se as curvas da figura 6.20, com B seguindo a distribuição lognormal, o intervalo de tempo até a primeira inspeção deve ser de 4,5 anos, enquanto que, caso siga a distribuição normal, tal intervalo passaria a ser de 9,5 anos. A partir dos resultados de cada inspeção, considerada um evento com uma função de performance, o índice de confiabilidade deve ser atualizado, segundo a

formulação Bayesiana, levando-se em conta a probabilidade de detecção de trincas associada ao método de inspeção (POD) [ASCE, 1982b]. Este tema, entretanto, não será objeto deste trabalho, podendo ser encontrado em diversas fontes [Kirkemo, 1988; Skjong, 1991; DNV, 1992a; Moan, 1994].

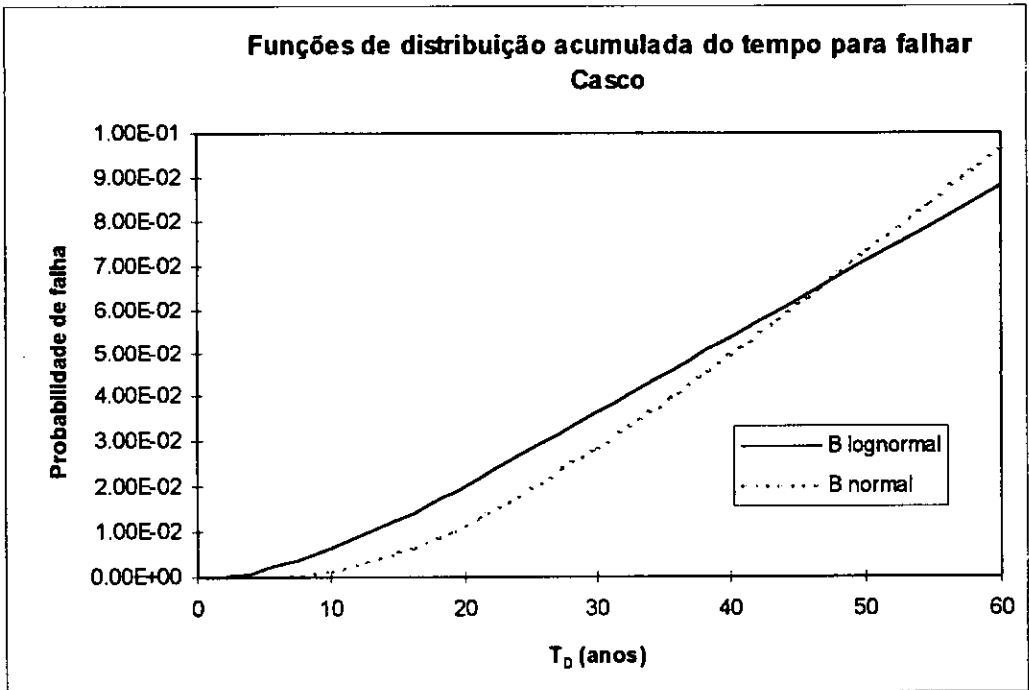


Figura 6.19 - Distribuição acumulada do tempo para falhar - Casco

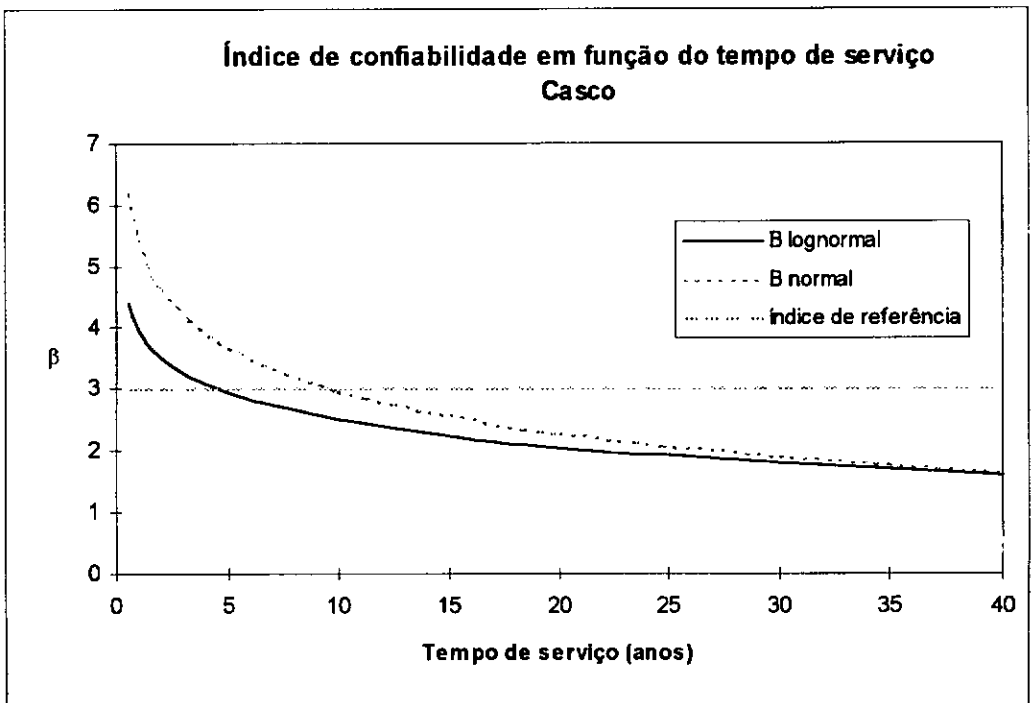


Figura 6.20 - Índice de confiabilidade em função do tempo de serviço - Casco

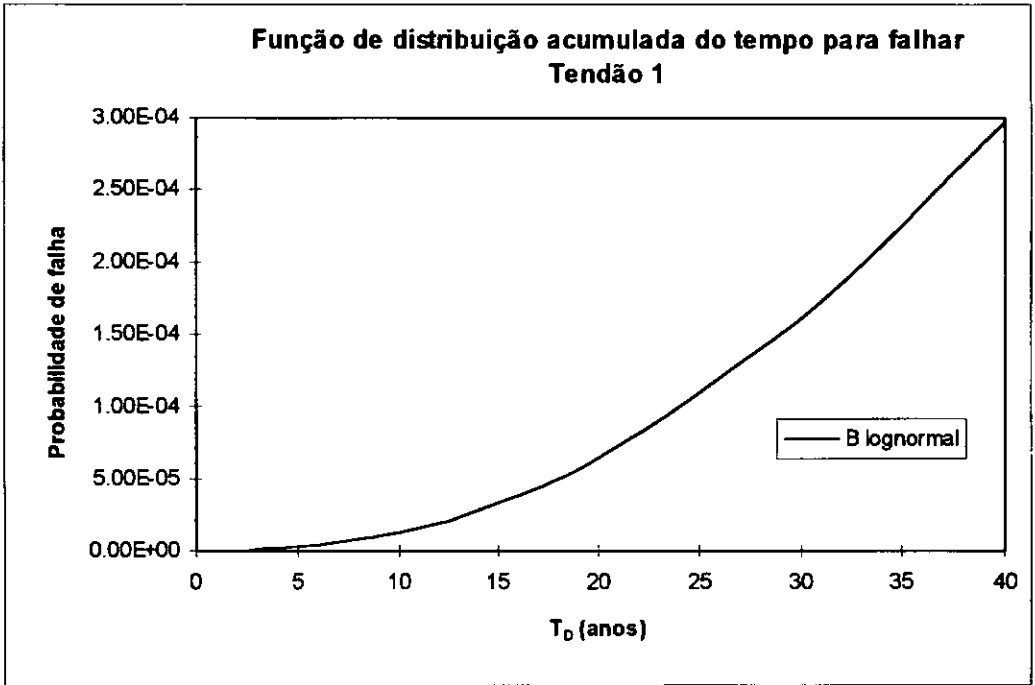


Figura 6.21 - Distribuição acumulada do tempo para falhar - Tendão 1

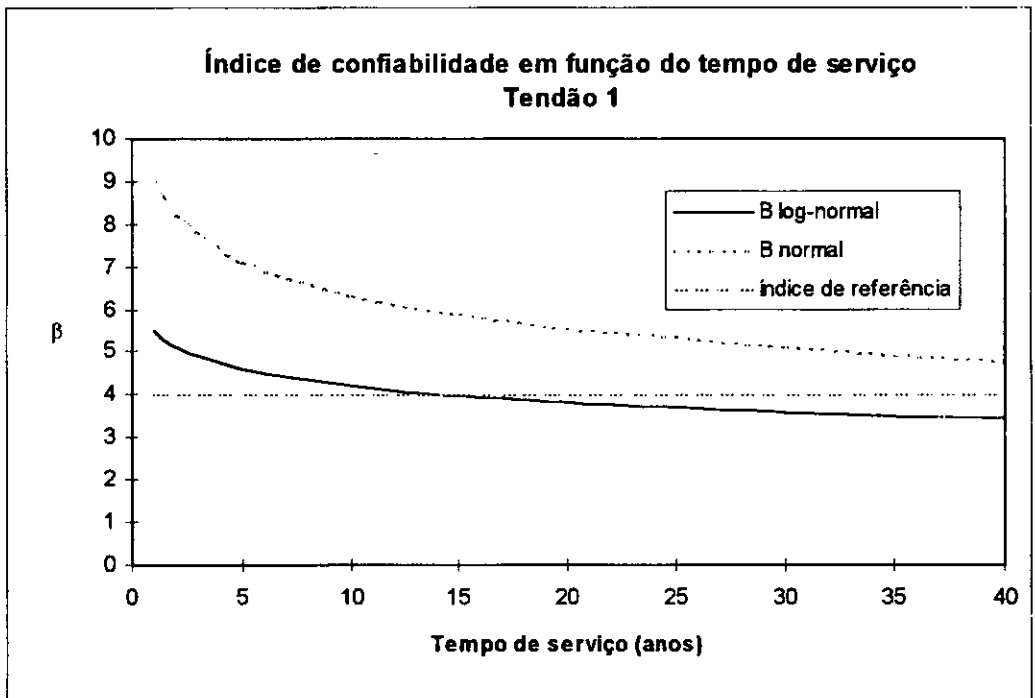


Figura 6.22 - Índice de confiabilidade em função do tempo de serviço - Tendão 1

Para o tendão 1, a probabilidade de falha, considerando-se B seguindo a distribuição normal, é muito baixa para o tempo de 40 anos e não foi incluída no gráfico 6.21. Como a resposta de movimentos não contemplou o fenômeno de *springing*, foi adotado o índice mínimo de confiabilidade igual a 4. O intervalo de tempo para a

primeira inspeção seria de 18 anos (B lognormal). Já com B normal, as inspeções por motivo de fadiga poderiam ser dispensadas.

Os resultados acima mostram a importância de se determinar o valor mínimo de β , o que pode ser feito por métodos de confiabilidade de nível IV.

Deve-se notar que as curvas de índice de confiabilidade obtidas referem-se a apenas uma junta. Assim, no caso de um tendão, o índice de referência se aplicou apenas a um componente de um sistema em série. Se o conjunto de tendões for tratado como um sistema misto, série/paralelo, a comparação passará a ser feita a um índice de confiabilidade global. Nesse caso, as curvas anteriores deverão ser determinadas para cada junta, o que implica na modelagem dos tendões para análise em programas específicos.

Capítulo 7

Considerações Finais

7.1 Conclusões

O objetivo principal do trabalho, de validação do procedimento para obtenção da função de distribuição acumulada (f.d.a.) do tempo para falhar T , foi atingido.

A principal conclusão é de que a variável aleatória B deve ser melhor investigada em termos de distribuição e parâmetros a se considerarem na análise de confiabilidade da fadiga, devido ao alto fator de importância. Essa busca deve-se concentrar na origem da incerteza, qual seja, na obtenção da resposta de curto prazo das tensões de *hot spot*.

De modo geral, trabalhando-se com um método numérico mais geral, como o FORM, em lugar do modelo lognormal de Wirsching, novas variáveis aleatórias podem ser introduzidas nas funções de falha estudadas, permitindo, por exemplo, avaliar-se a influência das incertezas na distribuição de longo prazo das variações de tensão e no patamar das curvas SN.

A distribuição lognormal associada à variável tempo para falhar T não deve ser considerada inadequada *a priori* ao fenômeno de fadiga, pois a *hazard function*, nos casos em que a probabilidade de falha é muito baixa, ainda é crescente durante um período de tempo próximo à vida de serviço da plataforma. Isso pode valer para outras distribuições que venham a ser sugeridas.

Finalmente, convém ressaltar que a análise de confiabilidade a fadiga se constitui num valioso instrumento auxiliar de projeto, uma vez que, associando um nível de probabilidade de ocorrência à vida útil, permite a realização de um dimensionamento a

fadiga de forma racional, levando em consideração todas as incertezas presentes no projeto.

7.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

O trabalho apresentado é apenas um primeiro passo no sentido do tratamento probabilístico da análise de fadiga, requerendo o desdobramento em diversas frentes.

Inicialmente, deve-se introduzir nas análises o que foi apresentado em termos de formulação teórica, mas não nas aplicações, como os efeitos da direcionalidade, da tensão média e da espessura.

A distribuição do tempo para falhar foi determinada apenas para uma junta do tendão. O conjunto de tendões, entretanto, forma um sistema misto série-paralelo e deve ser tratado como tal, devendo-se considerar, inclusive, a redistribuição de esforços após a perda de um deles.

Uma junta de tendão, do ponto de vista da confiabilidade, é um sistema em série, em que, além da falha por fadiga, os modos de falha por carga extrema devem ser incluídos na análise. Além disso, deve-se avaliar a possibilidade de falha por fadiga associada a formação de vórtices.

As diferentes juntas de um tendão têm respostas diferentes ao longo do comprimento, o que deve ser levado em conta ao considerá-las em série numa análise de confiabilidade. A resposta em cada uma obrigaria a modelação e análise do tendão que considere sua curvatura decorrente do momento fletor nas juntas flexíveis, da resposta dinâmica e das cargas distribuídas de peso próprio, correnteza e ondas.

A vida a fadiga de projeto, considerando-se forças de onda de primeira ordem, encontrada para os tendões, foi muito elevada. Entretanto, os efeitos de segunda ordem de ressonância nas frequências-soma (*springing*) podem causar respostas relevantes e

devem ser introduzidos na análise, seja pelo resultado de testes em modelo reduzido, seja por um modelo analítico adequado.

Uma investigação criteriosa da variável aleatória B (*bias* na tensão) se faz necessária, pelos motivos já expostos. Um caminho pode ser a simulação da distribuição de B a partir das distribuições de todas as variáveis que nela influenciam, considerando-se a natureza da resposta de tensões em diferentes pontos da estrutura.

Uma linha importantíssima de estudo é a determinação da probabilidade alvo (*target reliability*). Sua obtenção depende, em linhas gerais, de características da estrutura, em termos de redundância, e das conseqüências de uma eventual falha do sistema, que podem ser traduzidas em custos (seguros, reposição, multas). Os métodos de confiabilidade de nível IV se prestam a isso e devem ser bem explorados.

Com a probabilidade alvo bem definida, o planejamento de inspeções deve levar em conta a atualização Bayesiana do índice de confiabilidade pelos resultados de inspeções realizadas ao longo da vida em serviço da estrutura. Para isso, definem-se as inspeções como eventos com função de performance própria, sendo necessário conhecer-se a probabilidade de detecção de trincas do método de inspeção. Além disso, deve-se fazer uma relação das curvas SN a mecânica da fratura.

Ainda com relação aos métodos de nível IV, pode-se estudar a otimização de sistemas, ainda na fase de projeto tendo como referência a probabilidade alvo, fazendo-se um compromisso (*trade-off*) entre custo e confiabilidade. Isso pode significar, por exemplo, otimização das propriedades de membros, com vistas ao aumento do intervalo entre inspeções, de forma a reduzir os custos de manutenção.

Bibliografia

ABS (American Bureau of Shipping), **Guide for Fatigue Strength Assessment of Tankers**, New York, Fevereiro, 1994.

Almar-Naess, A., **Fatigue Handbook: Offshore Steel Structures**, Trondheim, Tapir, 1985.

Ang, A.H-S., Tang, W. H., **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**, Vol. I: Basic Principles, John Wiley & Sons, New York, 1975.

Ang, A.H-S., Tang, W. H., **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**, Vol. II: Decision, Risk and Reliability, John Wiley & Sons, New York, 1984.

API (American Petroleum Institute), **Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms - Load and Resistance Factor Design (RP 2A-LRFD)**, Primeira Edição, Julho, 1993.

API (American Petroleum Institute), **Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Tension Leg Platforms (RP 2T)**, Primeira Edição, Abril, 1987.

Aranha, J.A.P., Conti, M.B. ,“Efeitos Hidrodinâmicos de Segunda Ordem na Análise de Sistemas Flutuantes de Produção”, EPUSP, 1995.

ASCE Committee on Fatigue and Fracture Reliability of the Committee on Structural Safety and Reliability of the Structural Division, “Fatigue Reliability: Introduction”, **Journal of the Structural Division**, Vol. 108, No. ST1, Janeiro, 1982a.

ASCE Committee on Fatigue and Fracture Reliability of the Committee on Structural Safety and Reliability of the Structural Division, "Fatigue Reliability: Quality Assurance and Maintainability", **Journal of the Structural Division**, Vol. 108, No. ST1, Janeiro, 1982b.

ASCE Committee on Fatigue and Fracture Reliability of the Committee on Structural Safety and Reliability of the Structural Division, "Fatigue Reliability: Development of Criteria for Design", **Journal of the Structural Division**, Vol. 108, No. ST1, Janeiro, 1982c.

Baker, M.J. e Thoft-Christensen, P., **Structural Reliability Theory and Its Applications**, Springer-Verlag, Berlin, 1982.

Banon, H. e Harding, S.J., "Methodology for Assessing Reliability of Tension Leg Platform Tethers", **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, Vol. 115, N° 9, Setembro 1989.

Banon, H., Cornell, C.A., Harding, S.J., "Probabilistic Combination of Forces in Tension Leg Platform Tethers", **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, Vol 117, N° 5, Maio, 1991.

Banon, H., Toro, R.G., Jefferys, E.R., De, R.S., "Development of Reliability-Based Global Design Equations for TLPS", **OMAE**, Vol II, 1994.

Bardanachvili, C.A., Fachetti, M.B., Torres, A.L.F., Ayabe, C., "Random Fatigue Analysis of Jacket Platforms", **Offshore Engineering**, Brasil, 1991.

Bitner-Gregersen, E.M., Cramer, E.H., "Uncertainties of Load Characteristics and Fatigue Damage of Ship Structures", **Marine Structures**, Vol. 8, 1995.

Branco, C.M., Fernandes, A.A., Castro, P.M.S., **Fadiga de Estruturas Soldadas**, Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 1986.

Chakrabarti, S.K., **Hydrodynamics of Offshore Structures**, Computational Mechanics Publications, 1987.

Chou, F.S.F., Ghosh, S., Huang, E.W., "Conceptual Design Process of a Tension Leg Platform", **SNAME transactions**, Vol. 91, 1983.

COPPE/UFRJ, PROGRAMA TLP, Versão 93.1, Manual Teórico, Março, 1993.

Der Kiureghian, A., Liu, P.-L., "Structural Reliability under Incomplete Probability Information", **Journal of Engineering Mechanics (ASCE)**, Vol. 112, No. 1, Janeiro, 1986.

Der Kiureghian, A., "Measures of Structural Safety Under Imperfect States of Knowledge", **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, Vol. 115, No. 5, Maio, 1989.

Ditlevsen, O., "Narrow Reliability Bounds for Structural Systems", **Journal of Engineering Mechanics (ASME)**, Vol. 7, No. 4, 1979.

Ditlevsen, O., "Principle of Normal Tail Approximation", **Journal of Engineering Mechanics (ASME)**, Vol. 107, No. EM6, 1981.

DNV (Det Norske Veritas), Fatigue Strength Analysis for Mobile Offshore Units, Classification Notes, N° 30.2, Agosto, 1984.

DNV (Det Norske Veritas), SESTRAS, Super Element Structural Analysis, Manual do Usuário do SESAM, 1991.

DNV (Det Norske Veritas), Structural Reliability Analysis of Marine Structures, Classification Notes No. 30.6, Julho, 1992a.

- DNV (Det Norske Veritas), PREPOST, Utility Program for Data Conversion, Manual do Usuário do SESAM, Setembro, 1992b.
- DNV (Det Norske Veritas), POSTRESP, Interactive Postprocessor for General Response Analysis, Manual do Usuário do SESAM, Dezembro, 1993.
- DNV (Det Norske Veritas), PREFRAME, Preprocessor for Generation of Frame Structures, Manual do Usuário do SESAM, Abril, 1994a.
- DNV (Det Norske Veritas), WADAM, Wave Analysis by Diffraction and Morison Theory, Manual do Usuário do SESAM, Dezembro, 1994b.
- DNV (Det Norske Veritas), PREFEM, Preprocessor for Generation of Finite Element Models, Manual do Usuário do SESAM, Agosto, 1995.
- Ellwanger, G.B. - **Alguns Aspectos da Análise e do Projeto de Plataformas Marítimas** - Tese de D. Sc. - COPPE/UFRJ, 1988.
- Fachetti, M.B., **Análise Dinâmica Comparativa de Linhas de Ancoragem nos Domínios do Tempo e Freqüência**, Tese M.Sc., PEC COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Abril, 1990.
- Fachetti, M.B., Bardanachvili, C.A., Ayabe, C., Programa FADAL, Análise de Fadiga Aleatória, Manuais Teórico e do Usuário, V. 1.0, 1991.
- Hasofer, A.M. and Lind, N.C., "Exact and Invariant Second-Moment Code Format", **Journal of Engineering Mechanics (ASME)**, Vol. 100, No. EM1, pp. 111-121, 1974.
- Hohenbichler, M., Gollwitzer, S., Kruse, W., Rackwitz, R., "New Light on First- and Second-Order Reliability Methods", **Structural Safety**, Vol. 4, 1987.

- Hohenbichler, M., Rackwitz, R., "Improvement of Second-Order Reliability Estimates by Importance Sampling", **Journal of Engineering Mechanics (ASME)**, Vol. 114, No. 12, pp. 2195-2199, 1988.
- Hovde, G.O., Moan, T., "Fatigue Reliability of TLP Tether Systems", **OMAE**, Vol. II, 1994.
- Hu, Y. e Chen, B., "A First-Order Second-Moment Approach to Systems Fatigue Reliability of Offshore Structures", **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, Vol.117, pp. 105-112, May, 1995.
- Jiao, G., T. Moan, e Marley, M. J., "Reliability Analysis of TLP Tether Systems", **OMAE**, 1990.
- Karamchandani, A., **New Methods in Systems Reliability**, Report No. RMS-7, Stanford University, Maio, 1990.
- Kirkemo, F., "Applications of Probabilistic Fracture Mechanics to Offshore Structures", **DNV**, Paper Series, No. 87 P210, Fevereiro, 1988.
- Karsan, D.I., Kumar, A., "Fatigue Failure Paths for Offshore Platform Inspection", **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, Vol. 116, No. 6, Junho, 1990.
- Kumar, A., Karsan, D.I., "Fatigue Reliability of Parallel Systems", **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, Vol. 116, No. 3, Março, 1990.
- Kung, C. J., e Wirsching, P. H., "Fatigue and Fracture Reliability and Maintainability of TLP Tendons", **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, Vol. 115, pp. 137-141, Maio, 1993.
- Lima, E.C.P., Ellwanger, G.B., Oliveira, R.A., Masetti, I.Q., "Análise de Confiabilidade de Plataformas Tipo TLP para a Costa Brasileira", **CILAMCE**, 1993.

- Liu, P.-L., Der Kiureghian, A., **Optimization Algorithms for Structural Reliability Analysis**, Report No. UCB/SEMM-86/09, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley, USA, 1986.
- Liu, P.-L., Lin, H.-Z. e Der Kiureghian, A, **CALREL USER MANUAL**, Department of Civil Engineering, University of California at Berkeley, USA, 1989.
- Lotsberg, I., “Probabilistic Design of the Tethers of a Tension Leg Platform”, **OMAE**, 1990.
- Mathsoft Inc., **MATHCAD 5.0 User Manual**, 1994.
- Melchers, R.E. - **Structural Reliability - Analysis and Prediction** - Jonh Wiley and Sons, New York, 1987.
- Madsen, H.O., Krenk, S., Lind, N.C., **Methods of Structural Safety**, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1986.
- Madsen, H.O., “Omission Sensitivity Factors”, **Structural Safety**, Vol. 5, pp. 35-45, 1988.
- Moan, T., “Reliability and risk analysis for design and operations planning of offshore structures”, **Structural Safety & Reliability, ICOSSAR**, 1994.
- Naess, A., “Technical Note: On a rational approach to extreme value analysis”, **Applied Ocean Reseach**, Vol. 6, No. 3, 1984.
- Petrauskas, C., Liu, S.V., “Springing Force Response of a Tension Leg Platform”, **OTC**, 1987
- PETROBRAS, **Fabricação e Montagem de Estrutura Marítima Fixa de Aço**, Procedimento N-1852d, Julho, 1991.

PETROBRAS, "Metoccean, Soil Data and Bathymetry Chart", Especificação Técnica ET-3010.32-1200-941-PPC-001, 1995.

Pittaluga, A., Cazzulo, R., Romeo, P., "Uncertainties in the Fatigue Design of Offshore Steel Structures", **Marine Structures**, Vol. 4, 1991.

Press, W.H. et al., **Numerical Recipes in Fortran - The Art of Scientific Computing**, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1992.

Price, W.G., Bishop, R.E.D., **Probabilistic Theory of Ship Dynamics**, Chapman and Hall, Londres, 1974.

Rackwitz, R., Fiessler, B., "Structural Reliability Under Combined Random Load Sequences", **Computer and Structures**, Vol. 9, pp. 489-494, 1978.

Sagrilo, L.V.S., **Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando os Métodos Analíticos FORM e SORM**, Tese D.Sc., PEC COPPE/UFRJ, Fevereiro, 1994.

Sarpkaya, T. e Isaacson, M. - **Mechanics of Waves Forces on Offshore Structures**, Van Nostrand Reinhold Company, 1981.

Shanks, J.M., Lim, F.K., "TLP Tether Fatigue Assessment Incorporating Bending Response and Long Term Wave Directionality", **OMAE**, Vol I, 1987.

Siqueira, M.Q., **Análise Aleatória de Estruturas Marítimas: Estatística de Curto e Longo Prazo e Determinação de Valores Extremos**, Tese D.Sc., PEC COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Junho, 1995.

Silva, A.M., **Análise de Movimentos de Embarcações**, Curso de Estruturas Marítimas (CEM), PETROBRAS, 1987.

- Skjong, R., Torhaug, R., "Rational Methods for Fatigue Design and Inspection Planning of Offshore Structures", **Marine Structures**, Vol. 4, 1991.
- Shive, A.R., Brewer, J.H., Vora, M.R., "Preliminary Design of Tendons for Deepwater TLP's", **OTC**, No. 6448, Maio, 1990.
- Soares, C.G., Moan, T., "Model Uncertainty in the Long-term Distribution of Wave-induced Bending Moments for Fatigue Design of Ship Structures", **Marine Structures**, Vol. 4, 1991.
- Torres, A.L.F.L. - **Análise Dinâmica Aleatória Aplicada a Estruturas de Plataformas Marítimas** - Tese de Doutorado - PEC COPPE/UFRJ, 1993.
- Wirsching, P.H., Shehata, A. M., "Fatigue under Wide Band Random Stresses Using the Rain-Flow Method", **Journal of Engineering Materials and Technology**, Julho, 1977.
- Wirsching, P.H., "Fatigue Reliability in Welded Joints of Offshore Structures", **OTC**, 1979.
- Wirsching, P.H., Light, M.C., "Fatigue under Wide Band Random Stresses", **Journal of the Structural Division (ASCE)**, Julho, 1980.
- Wirsching, P.H., , "Fatigue Reliability: Variable Amplitude Loading", Committee on Fatigue and Fracture Reliability of the Committee on Structural Safety and Reliability of the Structural Division, **Journal of the Structural Division (ASCE)**, Vol. 108, No. ST1, Janeiro, 1982.
- Zimmermann, J.J., Banon, H., "System Fatigue Reliability and Inspection Planning for Offshore Platforms", **OMAE**, 1994.

Apêndice A

Distribuição Lognormal

Abaixo é apresentado um resumo da distribuição lognormal de base neperiana da variável X , com média μ e desvio-padrão σ , coeficiente de variação $\delta=C_x$, mediana \hat{X} e parâmetros λ e ζ da distribuição normal equivalente $Y=\ln X$:

$$F_x(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right) \quad (\text{A.1})$$

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} x \zeta} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right) \quad (\text{A.2})$$

$$\delta = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (\text{A.3})$$

$$\zeta = \sqrt{\ln(1 + \delta^2)} = \sigma_Y = \sigma_{\ln X} \quad (\text{A.4})$$

$$\lambda = \ln\left(\frac{\mu}{\sqrt{1 + \delta^2}}\right) = \mu_Y = \mu_{\ln X} = \ln \hat{X} \quad (\text{A.5})$$

$$\mu_x = \exp\left(\mu_Y + \frac{1}{2}\sigma_Y^2\right) \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_x^2 = \mu_x^2 (\exp(\sigma_Y^2) - 1) \quad (\text{A.7})$$

Para baixos coeficientes de variação, abaixo de 0.30, tem-se $\zeta \approx \delta$. Para a distribuição lognormal de base decimal, a distribuição e seus parâmetros passam a ser:

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\log(x) - \lambda}{\zeta}\right) \quad (\text{A.8})$$

$$f_X(x) = \frac{0,434}{\sqrt{2\pi x \zeta}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\log(x) - \lambda}{\zeta}\right)^2\right) \quad (\text{A.9})$$

$$\zeta = \sqrt{0,434 \log(1 + \delta^2)} = \sigma_Y = \sigma_{\log X} \quad (\text{A.10})$$

$$\lambda = \log\left(\frac{\mu}{\sqrt{1 + \delta^2}}\right) = \mu_Y = \mu_{\log X} = \log \hat{X} \quad (\text{A.11})$$

$$\mu_X = 10^{(\mu_Y + \frac{\sigma_Y^2}{20,434})} \quad (\text{A.12})$$

$$\sigma_X^2 = \mu_X^2 (10^{\frac{\sigma_Y^2}{0,434}} - 1) \quad (\text{A.13})$$