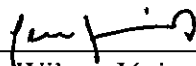


MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS APLICADOS AO
TRANSPORTE E À DISPERSÃO DE POLUENTES E DE SEDIMENTOS FINOS EM
SUSPENSÃO, NOS ESCOAMENTOS A SUPERFÍCIE LIVRE

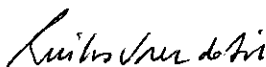
Márcio Ferreira de Araujo Mendes

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS
DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO
DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

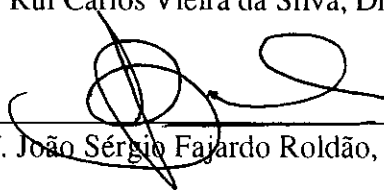
Aprovada por:



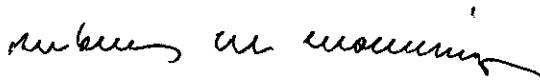
Prof. Geraldo Wilson Júnior, Docteur d'Etat
(Orientador)



Prof. Rui Carlos Vieira da Silva, Dr. Univ.



Prof. João Sérgio Fajardo Roldão, M. Sc.



Prof. Rubens Martins Moreira, Ph. D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

ABRIL DE 1995

MENDES, MÁRCIO FERREIRA DE ARAUJO

Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais Aplicados ao Transporte e à Dispersão de Poluentes e de Sedimentos Finos em Suspensão, nos Escoamentos a Superfície Livre [Rio de Janeiro] 1995.

xxix, 173 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1995)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Transporte de Sedimentos. 2. Processos Aleatórios.

I. COPPE/UFRJ.

II. Título (Série).

Aos meus pais,
Araujo e Iára.

“O homem nunca sabe do
que é capaz até que é
obrigado a tentar.”
(Charles Dickens)

AGRADECIMENTOS

À Araujo, Iára e Leandro,
pelo apoio que me deram a cada momento de dificuldade.

À Geraldo Wilson Júnior,
pela paciência, amizade e orientação.

À João Sérgio Fajardo Roldão
e demais funcionários do Laboratório de Traçadores da COPPE/UFRJ,
pelo apoio técnico.

Aos professores Rui Carlos Vieira da Silva, João Sérgio Fajardo Roldão e
Rubens Martins Moreira,
por terem aceitado participar da banca examinadora

À todos que em função de sua amizade e profissionalismo,
confiaram em mim e colaboraram em diferentes épocas e de diversas formas
para a realização deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

**MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS APLICADOS
AO TRANSPORTE E À DISPERSÃO DE POLUENTES E DE SEDIMENTOS
FINOS EM SUSPENSÃO, NOS ESCOAMENTOS A SUPERFÍCIE LIVRE**

Márcio Ferreira de Araujo Mendes

Abril, 1995

Orientador: Geraldo Wilson Júnior

Programa: Engenharia Civil

O transporte e a dispersão de sedimentos finos e poluentes fixados por estes sedimentos, em escoamentos a superfície livre, caracterizam processos aleatórios, cujos eventos elementares são as trajetórias das partículas envolvidas. Desta forma, o movimento sedimentar, tanto por arraste como em suspensão, pode ser abordado à luz da Teoria dos Processos Aleatórios.

WILSON Jr., G. (1987), utilizando dados obtidos por SAYRE, W. W. e CHANG, F. M. (1968), mostrou que os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, descrevem bem o transporte e a dispersão de poluentes líquidos em canal de laboratório.

Neste trabalho, estas aplicações foram estendidas :

- ao estudo de novos casos de movimento em suspensão de poluentes líquidos e de sedimentos finos em canal de laboratório;
- à análise de dados sobre o transporte e a dispersão de sedimentos finos e poluentes líquidos em suspensão em escoamentos naturais.

Os dados utilizados relativos aos ensaios em canal de laboratório foram publicados por SAYRE, W. W. e CHANG, F. M. (1968). Tratam-se de séries de experiências realizadas com corantes, para acompanhamento do movimento em suspensão de poluentes líquidos e com grãos naturais e esferas de vidro, marcadas com traçador radioativo, para o estudo do transporte sólido.

Para as aplicações na natureza, foram considerados dados originais obtidos:

- no Rio Paraíba do Sul, Estado do Rio de Janeiro, com aplicação de corantes (Amidorodamina G Extra e Sulforodamina B), por ROLDÃO, J. S. et all (1988);
- no Ribeirão Arrudas, Belo Horizonte, Minas Gerais, com marcação da água com radioisótopo (Br^{82}), por MOREIRA, R. M. et all (1980), e
- no Rio Loire, na França, com marcação simultânea: da água, com Rodamina B e de sedimentos finos, com utilização de Au^{198} , por TOLA, F. et all (1981).

Esta dissertação compreende nove capítulos e um anexo, onde:

- No CAPÍTULO I, é feita uma INTRODUÇÃO sintetizando o problema do transporte fluvial de sedimentos e poluentes fixados, bem como mostrando a importância da teoria dos Processos Aleatórios aplicados ao transporte e a dispersão de sedimentos. Neste capítulo são definidos, também, os principais objetivos deste trabalho.
- As classificações dos sedimentos em função do comportamento físico-químico, da origem e do mecanismo de transporte sólido, além da descrição qualitativa do movimento sedimentar são apresentadas no CAPÍTULO II, denominado CARACTERÍSTICAS DO TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EM ESCOAMENTOS A SUPERFÍCIE LIVRE.
- No CAPÍTULO III, ESTUDO DO TRANSPORTE UNIDIMENSIONAL DOS SEDIMENTOS, são evidenciadas as características dos processos aleatórios dos transportes unidimensionais dos sedimentos, por arraste e em suspensão, e

apresentadas as descrições analíticas Lagrangeanas e Eulerianas desses mesmos transportes.

- As equações gerais das funções densidade de probabilidade aproximadas da distribuição temporal das partículas sólidas e as expressões gerais das funções de intensidade de mudança de estado cinemático, $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$, deduzidas originalmente por P. Todorovic, através da teoria dos Processos Aleatórios, são apresentadas no CAPÍTULO IV, denominado EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO TRANSPORTE E DA DISPERSÃO DOS SEDIMENTOS EM SUSPENSÃO. Os casos particulares das funções $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$ dão origem a diferentes modelos do transporte e da dispersão de sedimentos em suspensão;
- No CAPÍTULO V, MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS DO TRANSPORTE E DA DISPERSÃO DE SEDIMENTOS EM SUSPENSÃO, são deduzidas as expressões analíticas características desses modelos, os quais correspondem às soluções mais simples das equações gerais aproximadas de $q_x(t)$, onde λ_1 e λ_2 são constantes positivas. Em seguida, comparam-se os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais com os Modelos de Difusão-Dispersão, mostrando-se que esses últimos também são soluções das equações gerais de Todorovic.
- No CAPÍTULO VI, DESCRIÇÃO DAS EXPERIÊNCIAS E TRABALHOS, descrevem-se as experiências em canal de laboratório e os trabalhos no rio Paraíba do Sul, ribeirão Arrudas e rio Loire, dos quais extraíram-se os dados para as aplicações dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais;
- As APLICAÇÕES DO MODELO POISSONIANO HOMOGÊNEO UNIDIMENSIONAL foram feitas no CAPÍTULO VII utilizando-se dados apresentados no Capítulo VI. Mostrou-se a performance desse modelo quando seus parâmetros λ_1 e λ_2 são determinados para cada sub-trecho do escoamento, calculados a partir dos valores experimentais do pico das funções densidade de probabilidade temporal. Em seguida, compararam-se esses estudos com o método clássico de determinação de λ_1 e λ_2 constantes para todo o escoamento considerado.

- No CAPÍTULO VIII, CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES, apresentam-se as conclusões sobre os estudos do transporte e da dispersão de poluentes e sedimentos finos em suspensão, através dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, bem como recomendações sobre as aplicações desses modelos.
- As publicações consultadas para a execução deste trabalho estão relacionadas no CAPÍTULO IX, BIBLIOGRAFIA.
- O programa em linguagem Pascal, POISHOM, para computadores tipo PC, usado para o cálculo dos valores teóricos da função densidade de probabilidade temporal, bem como para a seleção dos parâmetros λ_1 e λ_2 dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, está descrito detalhadamente no ANEXO A, DESCRIÇÃO DO PROGRAMA PARA CÁLCULO DAS FUNÇÕES APROXIMATIVAS DE $q_x(t)$ E SELEÇÃO DOS VALORES DE λ_1 e λ_2 . Para facilitar a compreensão e utilização do programa POISHOM, fornece-se um disquete de computador com o programa e um exemplo de aplicação.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as parcel fulfilment of requirements for degree of Master of Science (M. Sc.)

**HOMOGENEOUS UNIDIMENSIONAL POISSONIAN MODELS APPLIED TO THE
TRANSPORT AND DISPERSION OF POLLUTANTS AND SUSPENDED
FINE SEDIMENTS, IN OPEN FLOW**

Márcio Ferreira de Araujo Mendes

April, 1995

Thesis Supervisor: Geraldo Wilson Júnior

Department: Civil Engineering

The transport and dispersion of fine sediments and pollutants fixed by them, in open flows, characterise stochastic process: the elementary events being the trajectories of involved particles. So, the bed and suspended sediments movements can be described by the Stochastic Process Theory.

WILSON Jr., G. (1987), using data obtained by SAYRE, W. W. and CHANG, F. M. (1968), showed that the Homogeneous Unidimensional Poissonian Models, can well represent the transport and dispersion of liquid pollutants in open channel flows.

In this dissertation, these applications were extended:

- to the new cases of suspensions of liquid pollutants and fine sediments in open channel flows;
- to the suspensions of fine sediments and liquid pollutants in natural waterways.

The open channel flows experiments data were published by SAYRE, W. W. and CHANG, F. M. (1968). They carried out a series of experiences with dyes, to study liquid pollutants movements, and with natural sediment grains and glass spheres labelled with radioactive tracer, to study solid movements.

For the applications in natural waterways, original data were considered, obtained:

- in the Paraíba do Sul river, Rio de Janeiro State, with dyes uses (Amidorodamina G Extra and Sulforodamina B), by ROLDÃO, J. S. F. et all (1988);
- in the Arrudas river, Belo Horizonte, Minas Gerais State, tracing water with a radioisotope (Br^{82}), by MOREIRA, R. M. et all (1980);
- in the Loire river, in France, with simultaneous tracing: of water, with Rodamina B, and of fine sediments, with radiotracer use (Au^{198}), by TOLA, F. et all (1981).

This dissertation consists of nine chapters and one annex, where:

- The CHAPTER I, is an INTRODUCTION synthesising the problems of fluvial sediments and fixed pollutants transport, as well as showing the importance of the Stochastic Process Theory applied to the sediment transport and dispersion studies. The main objectives of this dissertation are also defined in this chapter.
- The sediment classifications in relation to the physical and chemical behaviour, to the origin and to the mechanism of solid transport, besides the qualitative description of the sedimentary movement are presented in CHAPTER II, named THE CHARACTERISTIC OF SEDIMENT TRANSPORT IN OPEN FLOW.
- In the CHAPTER III, THE STUDY OF THE SEDIMENTS UNIDIMENSIONAL TRANSPORT, the characteristics of bed and suspended sediments unidimensional transports, as stochastic process, are shown, as well as the Lagrangean and Eulerian analytical descriptions of these transports.

- The general equations of the approximated density of probability functions of the temporal distributions of the solid particles, and the general expressions of the cinematic state change intensity functions, $\lambda_1(t,v)$ and $\lambda_2(x,k)$, deduced, firstly, by Todorovic P. from Stochastic Process Theory, are presented in CHAPTER IV, named DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE TRANSPORT AND DISPERSION OF SUSPENDED SEDIMENTS. The particular $\lambda_1(t,v)$ and $\lambda_2(x,k)$ functions originate specific models of the transport and dispersion of suspended sediments.
- In the CHAPTER V, HOMOGENEOUS UNIDIMENSIONAL POISSONIAN MODELS OF THE TRANSPORT AND DISPERSION OF SUSPENDED SEDIMENTS, their analytical expressions are deduced. Those models represent the simplest solution of the approximated general equations of $q_x(t)$, where λ_1 and λ_2 are positive constants. Following, the Homogeneous Unidimensional Poissonian and Diffusion-Dispersion Models are compared, showing that the last are also particular solutions of Todorovic's general equations.
- In CHAPTER VI, THE DESCRIPTION OF THE EXPERIMENTS AND WORKS, the experiments carried out in open channel flow and the works realised in Paraíba do Sul, Arrudas and Loire rivers, in which data for the Homogeneous Unidimensional Poissonian Models applications were obtained, are described.
- The APPLICATIONS OF THE HOMOGENEOUS UNIDIMENSIONAL MODEL, using the data presented in Chapter VII, were made in CHAPTER VII. The performance of this model, when its parameters λ_1 and λ_2 values are determined for each sub-stretch, from the maximum value of the temporal probability density function, were showed. Following, these studies were compared with the classic determination of λ_1 and λ_2 method, which considers constants values to the whole flow stretch.
- The works of reference are listed in CHAPTER VIII, named BIBLIOGRAPHY.

- The Pascal Language program, POISHOM, for personal computers, which was used for the theoretical temporal probability density functions as well as for the parameters λ_1 and λ_2 evaluations from the Homogeneous Unidimensional Poissonian Model, is precisely presented in ANNEX A, named DESCRPITON OF THE PROGRAM TO EVALUATE THE $q_x(t)$ APPROXIMATED FUNCTIONS AND TO SELECT λ_1 AND λ_2 VALUES. To make the POISHOM program application easier, an example is presented and a diskette, with the program and the data files used in this example, is kindly included.

SUMÁRIO

	<u>Página</u>
<u>LISTA DE FIGURAS</u>	xvii
<u>LISTA DE TABELAS</u>	xxii
<u>PRINCIPAIS NOTAÇÕES</u>	xxv
I - <u>INTRODUÇÃO</u>	01
I.1 - IMPORTÂNCIA DA TEORIA PROBABILÍSTICA APLICADA AO TRANSPORTE DE SEDIMENTOS	01
I.2 - OBJETIVOS PRINCIPAIS	02
II - <u>CARACTERÍSTICAS DO TRANSPORTE DE SEDIMENTOS</u>	
<u>EM ESCOAMENTOS A SUPERFÍCIE LIVRE</u>	04
II.1 - CLASSIFICAÇÃO DOS SEDIMENTOS	04
II.1.1 - <u>Segundo o Comportamento Físico-Químico</u>	04
II.1.2 - <u>Classificação dos Sedimentos Segundo a Origem</u>	05
• Sedimentos Originários do Leito do Rio	05
• Sedimentos Originários da Bacia Hidrográfica	05
II.1.3 - <u>Classificação Segundo o Mecanismo de Transporte</u>	06
• Suspensão de Sedimentos Pelíticos e de Poluentes Fixados ou Dissolvidos	06
• Grãos da Camada Superficial Móvel do Leito	06
• Suspensão de Sedimentos Finos	08
II.2 - DESCRIÇÃO QUALITATIVA DO MOVIMENTO DOS SEDIMENTOS	08
II.2.1 - <u>Transporte por Arraste</u>	08
II.2.2 - <u>Configurações do Leito do escoamento</u>	10
II.2.3 - <u>Transporte em Suspensão</u>	12
II.3 - CONSIDERAÇÕES	14

III - <u>ESTUDO DO TRANSPORTE UNIDIMENSIONAL DOS</u>	
<u>SEDIMENTOS</u>	15
III.1 - TRANSPORTE POR ARRASTE	15
III.2 - TRANSPORTE EM SUSPENSÃO	17
III.3 - DESCRIÇÃO LAGRANGEANA E EULERIANA	18
IV - <u>EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO TRANSPORTE E DA</u>	
<u>DISPERSÃO DOS SEDIMENTOS EM SUSPENSÃO</u>	24
IV.1 - PROCESSOS ALEATÓRIOS DO TRANSPORTE E DA DISPERSÃO DOS SEDIMENTOS	24
IV.2 - FUNÇÕES DE INTENSIDADE DE MUDANÇA DE ESTADO CINEMÁTICO DO GRÃO	27
IV.3 - FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DO PROCESSO ALEATÓRIO $T_x(x, \omega)$	28
V - <u>MODELOS POISSONIANOS HOMOGENEOS</u>	
<u>UNIDIMENSIONAIS DO TRANSPORTE E</u>	
<u>DA DISPERSÃO DE SEDIMENTOS EM SUSPENSÃO</u>	33
V.1 - PROBABILIDADE DO NÚMERO DE DESLOCAMENTOS DO GRÃO NUMA DISTÂNCIA DADA, SENDO λ_2 CONSTANTE	33
V.2 - PROBABILIDADE DO NÚMERO DE DESLOCAMENTOS DO GRÃO NUM INTERVALO DE TEMPO, SENDO λ_1 CONSTANTE	35
V.3 - FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO TEMPORAL DO MODELO POISSONIANO UNIDIMENSIONAL HOMOGENEO	36
V.3.1 - <u>Área sob as Curvas de $q_{ni}(t)$; $i=1,2$</u>	38
V.3.2 - <u>Desvio entre as Funções $Q_{ni}(t)$; $i=1,2$</u>	39
V.3.3 - <u>Principais Parâmetros Estatísticos das Repartições Temporais</u>	41
V.3.4 - <u>Velocidade Média das Partículas</u>	43
V.3.5 - <u>Comportamento Assintótico dos Máximos de $q_{ni}(t)$; $i=1,2$</u>	45
V.4 - CONSIDERAÇÕES SOBRE OS MODELOS POISSONIANOS HOMOGENEOS UNIDIMENSIONAIS	47

	<u>Página</u>
VI - <u>DESCRIÇÃO DAS EXPERIÊNCIAS E DOS TRABALHOS</u>	52
VI.1 - EXPERIÊNCIA DE SAYRE E CHANG EM CANAL DE LABORATÓRIO, USA	52
VI.2 - TRABALHO NO RIO PARAÍBA DO SUL, BRASIL	57
VI.3 - TRABALHO NO RIBEIRÃO ARRUDAS, BRASIL	61
VI.4 - TRABALHO NO RIO LOIRE, FRANÇA	64
VII - <u>APLICAÇÕES DO MODELO POISSONIANO</u>	
<u>HOMOGENEO UNIDIMENSIONAL</u>	67
VII.1 - METODOLOGIA	67
VII.1.1 - <u>Determinação da Função de Densidade de Probabilidade Teórica</u>	67
VII.1.2 - <u>Determinação dos Parâmetros λ_1 e λ_2</u>	68
VII.1.3 - <u>Determinação dos Parâmetros Estatísticos em Função da Distância</u>	70
VII.1.4 - <u>Casos Analisados</u>	71
VII.2 - EXPERIÊNCIA DE SAYRE E CHANG EM CANAL DE LABORATÓRIO, USA	72
VII.3 - TRABALHO NO RIO PARAÍBA DO SUL, BRASIL	102
VII.4 - TRABALHO NO RIBEIRÃO ARRUDAS, BRASIL	114
VII.5 - TRABALHO NO RIO LOIRE, FRANÇA	122
VII.6 - VALORES DOS PARÂMETROS λ_1 E λ_2	129
VIII - <u>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</u>	133
VIII.1 - CURVAS DE PASSAGEM	133
VIII.2 - GRÁFICOS DA MÉDIA E DA MODA	136
VIII.3 - GRÁFICOS DA VARIÂNCIA	140
VIII.4 - GRÁFICOS DO COEFICIENTE DE VARIAÇÃO	143
VIII.5 - GRÁFICOS DO MÁXIMO DE $q_x(t)$	146
VIII.6 - COEFICIENTE DE DIFUSÃO-DISPERSÃO	147
VIII.7 - MODELOS POISSONIANOS HOMOGENEOS UNIDIMENSIONAIS	151

IX - BIBLIOGRAFIA

161

**ANEXO A - DESCRIÇÃO DO PROGRAMA PARA O CÁLCULO
DAS FUNÇÕES APROXIMATIVAS DE $q_x(t)$ E
SELEÇÃO DOS VALORES DE λ_1 E λ_2**

165

LISTA DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
II.1	Transporte e dispersão de sedimentos e de poluentes nos escoamentos a superfície livre. 07
II.2	Transporte por arraste. 09
II.3	Classificação das configurações do leito segundo o número de Froude do escoamento. 11
II.4	Transporte em suspensão. 13
III.1	Variação da velocidade instantânea da partícula sólida em movimento por arraste. 16
III.2	Esquema do transporte por arraste da partícula sólida. 16
III.3	Esquema do transporte em suspensão. 17
III.4	Dispersão das partículas sedimentares. 18
III.5	Representação gráfica das descrições Lagrangeanas e Eulerianas. 23
V.1	Função densidade de probabilidade temporal. 40
V.2	Parâmetros estatísticos adimensionais das funções de repartição temporal $Q_{xi}(t)$, $i=1,2$. 44
VI.1	Rio Paraíba do Sul entre Volta Redonda e Barra do Piraí. 58
VI.2	Perfil do ribeirão Arrudas, trecho em estudo. 62
VI.3	Rio Loire, entre a barragem de Grangent e a cidade de Villerest. 65
VII.1	Curvas de passagem do corante da experiência D-1 de Sayre e Chang. (Rodamina B) 75

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
VII.2 Curvas de passagem do corante da experiência D-2 de Sayre e Chang. (Rodamina B)	76
VII.3.a Curvas de passagem do corante da experiência D-3 de Sayre e Chang. (Sulforodamina B)	77
VII.3.b Curvas de passagem do corante da experiência D-3 de Sayre e Chang. (Sulforodamina B)	78
VII.4 Curvas de passagem do sedimento da experiência FS-1 de Sayre e Chang. (Silte: 15 a 30 μm)	79
VII.5 Curvas de passagem do sedimento da experiência FS-2 de Sayre e Chang. (Silte: 15 a 30 μm)	80
VII.6 Curvas de passagem do sedimento da experiência CS-1 de Sayre e Chang. (Silte: 53 a 62 μm)	81
VII.7 Curvas de passagem do sedimento da experiência FG-1 de Sayre e Chang. (Esferas de vidro: $D < 44 \mu\text{m}$)	82
VII.8 Curvas de passagem do sedimento da experiência FG-3 de Sayre e Chang. (Esferas de vidro: $D < 44 \mu\text{m}$)	83
VII.9 Curvas de passagem do sedimento da experiência CG-1 de Sayre e Chang. (Esferas de vidro: 53 a 62 μm)	84
VII.10 Curvas de passagem do sedimento da experiência CG-2 de Sayre e Chang. (Esferas de vidro: 53 a 62 μm)	85
VII.11 Curvas de passagem do sedimento da experiência CG-3 de Sayre e Chang. (Esferas de vidro: 53 a 62 μm)	86
VII.12 Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência D-1 de Sayre e Chang (Rodamina B).	91

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
VII.13	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência D-2 de Sayre e Chang (Rodamina B).	92
VII.14	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência D-3 de Sayre e Chang (Sulforodamina B).	93
VII.15	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência FS-1 de Sayre e Chang (Silte: 15 a 30 μm).	94
VII.16	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência FS-2 de Sayre e Chang (Silte: 15 a 30 μm).	95
VII.17	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência CS-1 de Sayre e Chang (Silte: 53 a 62 μm).	96
VII.18	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência FG-1 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: $D < 44 \mu\text{m}$).	97
VII.19	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência FG-3 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: $D < 44 \mu\text{m}$).	98
VII.20	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência CG-1 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: 53 a 62 μm).	99
VII.21	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência CG-2 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: 53 a 62 μm).	100
VII.22	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Experiência CG-3 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: 53 a 62 μm).	101
VII.23	Curvas de passagem do corante da campanha nº 1 no rio Paraíba do Sul.	104
VII.24	Curvas de passagem do corante da campanha nº 2 no rio Paraíba do Sul.	105
VII.25	Curvas de passagem do corante da campanha nº 3 no rio Paraíba do Sul.	106

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
VII.26	Curvas de passagem do corante da campanha nº 4 no rio Paraíba do Sul.	107
VII.27	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha nº 1 no rio Paraíba do Sul.	110
VII.28	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha nº 2 no rio Paraíba do Sul.	111
VII.29	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha nº 3 no rio Paraíba do Sul.	112
VII.30	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha nº 4 no rio Paraíba do Sul.	113
VII.31	Curvas de passagem do Br ⁸² durante a campanha da manhã no ribeirão Arrudas.	116
VII.32	Curvas de passagem do Br ⁸² durante a campanha da tarde no ribeirão Arrudas.	117
VII.33	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha da manhã no ribeirão Arrudas.	120
VII.34	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha da tarde no ribeirão Arrudas.	121
VII.35	Curvas de passagem do corante nas seções do rio Loire.	123
VII.36	Curvas de passagem do sedimento marcado com traçador radioativo nas seções do rio Loire.	124
VII.37	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha com corante no rio Loire.	127
VII.38	Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância. Campanha com radioisótopo no rio Loire.	128

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
VIII.1	Valores do coeficiente de difusão-dispersão longitudinal em função da distância ao ponto de injeção dos traçadores.	150
VIII.2	Comprimento médio do deslocamento no sentido do escoamento em função da descarga líquida.	154
VIII.3	Tempo médio de não deslocamento no sentido do escoamento em função da descarga líquida.	155
VIII.4	Coeficiente de difusão-dispersão em função da descarga líquida.	156
VIII.5	Relação entre $\lambda_1 t_m$ e $\lambda_2 x$.	159
A.1	Listagem do Programa POISHOM.	165
A.2	Tela de entrada de dados para o programa POISHOM.	169
A.3	Arquivo de $q_x(t)$ experimental, SCL110.DAT, da primeira seção de medição do ensaio D-1 de Sayre e Chang.	170
A.4	Tela final com os valores de $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$, $i=1,2$.	171
A.5	Arquivo de $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$, SCL110T.DAT, da primeira seção de medição do ensaio D-1 de Sayre e Chang.	172

LISTA DE TABELAS

<u>Tabela</u>		<u>Página</u>
VI.1	Características hidráulicas dos ensaios de Sayre e Chang.	53
VI.2	Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas Eulerianas dos ensaios de Sayre e Chang.	55
VI.3	Condições relativas a cada uma das campanhas de coletas de dados no rio Paraíba do Sul.	57
VI.4	Localização e número de verticais de detecção do corante nas seções de medição no rio Paraíba do Sul.	59
VI.5	Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas Eulerianas no rio Paraíba do Sul.	60
VI.6	Localização e características das seções do ribeirão Arrudas.	63
VI.7	Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas Eulerianas no ribeirão Arrudas.	63
VI.8	Localização e número de detectores nas seções de medição dos sedimentos no rio Loire.	66
VI.9	Número de verticais de coletas de dados nas seções de medição do corante no rio Loire.	66
VI.10	Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas Eulerianas no rio Loire.	66
VII.1	Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para as experiências de Sayre e Chang. (Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))	72
VII.2	Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aos ensaios de Sayre e Chang.	87

<u>Tabela</u>	<u>Página</u>	
VII.3	Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para o trabalho do rio Paraíba do Sul. (Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))	102
VII.4	Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no rio Paraíba do Sul.	108
VII.5	Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para o trabalho no ribeirão Arrudas. (Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))	114
VII.6	Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no ribeirão Arrudas.	118
VII.7	Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para o trabalho no rio Loire.	122
VII.8	Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no rio Loire.	125
VII.9	Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional: Experiência de Sayre e Chang em canal de laboratório.	129
VII.10	Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional. Trabalho no rio Paraíba do Sul.	131
VII.11	Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional. Trabalho no ribeirão Arrudas.	132
VII.12	Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional. Trabalho no rio Loire.	132
VIII.1	Lista de figuras das curvas de passagem.	133
VIII.2	Lista dos gráficos relacionando a média e a moda com a distância ao ponto de injeção.	137
VIII.3	Lista dos gráficos relacionando a variância com a distância ao ponto de injeção.	140

<u>Tabela</u>		<u>Página</u>
VIII.4	Lista dos gráficos relacionando o coeficiente de variação com a distância ao ponto de injeção.	143
VIII.5	Lista dos gráficos relacionando a densidade de probabilidade máxima com a distância ao ponto de injeção.	146
VIII.6	Faixas de variação do coeficiente de difusão-dispersão com a distância ao ponto de imersão.	149
VIII.7	Variações longitudinais de K_{px} .	151

PRINCIPAIS NOTAÇÕES

<u>Símbolo</u>		<u>Dimensão</u>
\mathcal{A}	σ -Álgebra ou Classe de Borel, cujos eventos elementares são subconjuntos de Ω .	-
B	Largura do canal, rio ou ribeirão.	L
C	Coefficiente de Chézy.	$L^{1/2}T^{-1}$
$C(x,t)$	Concentração do traçador na seção x e no tempo t .	ML^{-3}
C_{vt}	Coefficiente de variação do número de deslocamentos do grão no intervalo de tempo $[0,t]$.	-
C_{vx}	Coefficiente de variação do número de deslocamentos do grão na distância $[0,x]$.	-
\bar{C}_m	Concentração média de sedimentos ou poluentes contidos entre as seções x e $x+\Delta x$.	ML^{-3}
\bar{C}_0	Concentração média das partículas de poluentes ou de traçadores através da seção de injeção.	ML^{-3}
$D_{\eta_{0,t}}$	Variância do número de deslocamentos do grão no intervalo de tempo $[0,t]$.	-
$D_{\mu_{0,x}}$	Variância do número de deslocamentos do grão na distância $[0,x]$.	-
\mathcal{D}	Domínio de controle do fluido.	-
d	Tirante d'água.	L
$E_v^{0,t}$	Conjunto das realizações de um ou mais grãos, tal que o número médio de deslocamentos (ciclos) efetuados no intervalo de tempo $[0,t]$, seja igual à v .	-

<u>Símbolo</u>		<u>Dimensão</u>
$E\{\cdot\}$	Valor médio, momento de ordem um ou esperança matemática da variável $\{\cdot\}$ considerada.	$[\cdot]$
F_r	Número de Froude.	-
$F_i(x)$	Função Lagrangeana de repartição de $X(t)$ no instante t .	-
$f_i(x)$	Função densidade de probabilidade longitudinal.	L^{-1}
$f_i(\lambda_1, \lambda_2)$	Desvio quadrático entre as respostas experimentais, $q_x(t)$, e teóricas, $q_{xi}(t)$, $i=1,2$.	T^{-2}
$G_k^{0,x}$	Conjunto das realizações de um ou mais grãos, tal que o número médio de deslocamentos efetuados na distância $[0,x]$, seja igual à k .	-
g	Aceleração da gravidade.	LT^{-2}
h	Tirante de água.	L
$I_i(z)$	Função de Bessel modificada de 1ª espécie, de ordem i .	-
k	Número médio de deslocamentos do grão ou de um grupo de grãos na distância $[0,x]$.	-
	Altura característica da rugosidade.	L
K_{px}	Coefficiente de difusão-dispersão longitudinal.	L^2T^{-1}
L	Comprimento do canal, rio ou ribeirão.	L
M_0	Massa total de poluentes ou sedimentos na seção de injeção.	M
P	Probabilidade de ocorrência dos subconjuntos de \mathcal{A} .	-
$P\{\cdot\}$	Probabilidade de ocorrência do fenômeno $\{\cdot\}$ considerado.	-
Q	Vazão líquida.	L^3T^{-1}

<u>Símbolo</u>		<u>Dimensão</u>
$Q_x(t)$	Função Euleriana de repartição de $T_x(t)$ na distância x .	-
$Q_{x1}(t)$	Função aproximativa superior de $Q_x(t)$.	-
$Q_{x2}(t)$	Função aproximativa inferior de $Q_x(t)$.	-
$q_x(t)$	Função densidade de probabilidade temporal.	T^{-1}
$q_{x1}(t)$	Função densidade de probabilidade temporal aproximativa de $q_x(t)$ derivada de $Q_{x1}(t)$ em relação à t .	T^{-1}
$q_{x2}(t)$	Função densidade de probabilidade temporal aproximativa de $q_x(t)$ derivada de $Q_{x2}(t)$ em relação à t .	T^{-1}
$\vec{R}(t)$	Vetor que define a trajetória da partícula sólida.	L
R_e	Número de Reynolds.	-
R_H	Raio hidráulico.	L
S	Declividade da superfície livre.	-
$T_x(x)$	Processo aleatório representativo do menor tempo gasto pela(s)	
$T_x(x, \omega)$	partícula(s) sólida(s) para percorrer a distância x .	T
t_m	Moda do tempo de passagem das partículas através da seção x .	T
U	Velocidade média através da seção transversal do escoamento.	LT^{-1}
u	Componente longitudinal da velocidade instantânea do fluido.	LT^{-1}
\bar{u}	Velocidade em relação à média dos tempos de passagem.	LT^{-1}
u_m	Velocidade em relação à moda dos tempos de passagem.	LT^{-1}
$u_p(t)$	Componente longitudinal, no instante t , da velocidade instantânea da partícula.	LT^{-1}

<u>Símbolo</u>		<u>Dimensão</u>
$\bar{u}_p(t)$	Média temporal da velocidade instantânea $u_p(t)$.	LT^{-1}
$u'_p(t)$	Flutuação da velocidade instantânea $u_p(t)$ em torno do valor médio $\bar{u}_p(t)$.	LT^{-1}
u_*	Velocidade Crítica.	LT^{-1}
$\text{Var}\{\cdot\}$	Variância do fenômeno $\{\cdot\}$ considerado.	$[\cdot]^2$
$X_i(t)$	Processo aleatório representativo da posição média da(s) partícula(s) sólida(s) no tempo.	L
x	Distância duma seção transversal à origem $x=0$.	L
$\Gamma\{\cdot\}$	Função Gama.	-
γ	Peso específico do fluido.	$ML^{-2}T^{-2}$
$\eta_{0,t}$	Número médio de deslocamentos (ciclos) de uma partícula ou conjunto de partículas no intervalo de tempo $[0,t]$.	-
θ	Temperatura do fluido.	$^{\circ}C$
λ_1	Função de intensidade de mudança temporal do estado cinemático do grão.	T^{-1}
λ_2	Função de intensidade de mudança longitudinal do estado cinemático do grão.	L^{-1}
$\mu_{0,x}$	Número médio de deslocamentos (ciclos) de uma partícula ou conjunto de partículas na distância $[0,x]$.	-
ν	Número médio de deslocamentos do grão ou de um grupo de grãos no intervalo de tempo $[0,t]$.	-
	Viscosidade cinemática do fluido.	L^2T^{-1}

<u>Símbolo</u>		<u>Dimensão</u>
Σ	Superfície do domínio de controle do fluido.	L^2
τ_0	Tensão de cisalhamento no fundo do escoamento.	$ML^{-1}T^{-2}$
Φ	Conjunto vazio.	-
$\phi(x,t)$	Fluxo de poluentes ou sedimentos através da seção x no tempo t.	$ML^{-2}T^{-1}$
Ω	Espaço de definição dos eventos elementares ω .	-
ω	Trajetória ou realização de uma partícula.	-
\forall	Qualquer que seja.	-
$\vartheta(\cdot)$	Infinitesimal de 1ª ordem.	-

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

A Estimativa do transporte e da dispersão de partículas sólidas nos escoamentos a superfície livre constitui fator essencial para solução de problemas hidráulicos e hidrológicos, tais como a regularização de rios e a construção de obras hidráulicas. O interesse nesta estimativa aumentou ainda mais nas últimas décadas, com a comprovação da capacidade dos sedimentos finos em fixar e transportar poluentes tóxicos, tais como:

- radionuclídeos;
- pesticidas;
- poluentes de origem industrial.

I.1 - IMPORTÂNCIA DA TEORIA PROBABILÍSTICA APLICADA AO TRANSPORTE DE SEDIMENTOS

No final da década de trinta foram publicados os primeiros trabalhos que consideravam os movimentos dos sedimentos nos escoamentos a superfície livre como processos aleatórios, cujos eventos elementares são as trajetórias dos grãos individuais. Os transportes resultantes - por arraste e em suspensão - poderiam, assim, ser descritos por esta teoria.

A maioria dos autores que se dedicaram ao problema do movimento dos sedimentos nos escoamentos à superfície livre, não o abordaram sob o ponto de vista probabilístico, essencialmente teórico para a época, uma vez que é baseado nas propriedades Lagrangeanas do movimento dos sedimentos. Eles preferiram descrições deterministas, que podiam ser verificadas experimentalmente.

Contudo, apesar do grande número de pesquisadores e de várias décadas de trabalhos sobre esse assunto, não existe uma expressão matemática universal para o cálculo da descarga sólida nos escoamentos a superfície livre.

Com a utilização de traçadores, os quais têm mostrado ser extremamente úteis nos estudos relacionados com a mecânica fundamental do movimento de sedimentos, e com o desenvolvimento da informática, com computadores de grande capacidade e extremamente velozes na execução de cálculos matemáticos, finalmente pode-se abordar o cálculo de parâmetros, tais como:

- a taxa e a velocidade média de decantação das partículas;
- os coeficientes de dispersão dos rejeitos sólidos;
- as trocas entre as suspensões e o fundo,

que constituíam um obstáculo de difícil transposição nas décadas passadas.

A aplicação simultânea dos traçadores e métodos clássicos de medidas, que determinam as propriedades do escoamento e do sedimento, e o suporte de cálculo fornecido pelo avanço da informática, são os meios que se necessitava para abordar os diversos casos de transporte e dispersão de poluentes e sedimentos nos escoamentos a superfície livre.

I.2 - OBJETIVOS PRINCIPAIS

Nesta tese, será adotada a Teoria Probabilística para o estudo do transporte de sedimentos. Particularmente, verifica-se a validade do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional para a descrição do transporte e da dispersão de sedimentos em escoamentos naturais a superfície livre.

Serão retomados os trabalhos de WILSON Jr., G. (1987) o qual, utilizando dados obtidos por SAYRE, W. W. e CHANG, F. M. (1968), mostrou que os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais representam bem o transporte de poluentes líquidos em suspensão em canais de laboratório.

Serão considerados, também, os dados de SAYRE, W. W. e CHANG, F. M. (1968) relativos ao movimento em suspensão de sedimentos finos (grãos naturais e esferas de vidro) obtidos em canal de laboratório, e, em seguida, serão realizadas aplicações na natureza dos

Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, utilizando-se dados apresentados nos seguintes trabalhos:

- i. ROLDÃO, J. F. S. et all (1988), Determinação da Capacidade de Transporte e Dispersão do Rio Paraíba do Sul (RJ): Trecho Volta Redonda - Santa Cecília. Projeto COPPETEC ET-15296. Relatórios Parciais nºs 1, 2, 3, 4 e Relatório Final. Rio de Janeiro, Brasil.
- ii. MOREIRA, R. M. et all (1980), Distribuição de Tempos de Residência e Desenvolvimento de Modelos para o Ribeirão Arrudas no Trecho Compreendido entre as Pontes da Rua Itamar e de General Carneiro. DERL.PD-026/80. Divisão de Radioisótopos, CDTN, NUCLEBRÁS. Belo Horizonte, Brasil.
- iii. TOLA, F. et all (1981), Etude des Propriétés de Transport en Suspension et Dispersion de Sédiments Fins en Aval du Barrage de Grangent, au Moyen de Traceurs Radioactifs et Colorés. Première Partie: Expériences de Mai 1981. Rapport ORIS/SAR/S/81-18/T 16/FT. CEA, França.

* * *

CAPÍTULO II

CARACTERÍSTICAS DO TRANSPORTE DE SEDIMENTOS EM ESCOAMENTOS A SUPERFÍCIE LIVRE

II.1 - CLASSIFICAÇÃO DOS SEDIMENTOS

II.1.1 - Segundo o Comportamento Físico-Químico

Os sedimentos fluviais podem ser classificados como *PELÍTICOS* e *NÃO PELÍTICOS*, segundo seus grãos sejam indistintos ou não, a olho desarmado, respectivamente. Trata-se de uma maneira expedita de classificação, através da dimensão da partícula. Por exemplo, as argilas (diâmetro médio inferior a $30\mu\text{m}$) são consideradas pelíticas e as areias (diâmetro médio superior a $62,5\mu\text{m}$) e outros sedimentos mais grosseiros são não pelíticos. [WILSON Jr., G.; CAILLOT, A. (1982)].

Na realidade, as características dessas duas classes de sedimentos são em geral mais distintas que esta já notável diferença granulométrica, pois o comportamento físico-químico das partículas em meio aquoso é bastante diferente de uma classe para outra.

Os sedimentos mais grossos não têm suas velocidades perturbadas por outras partículas quando caem dentro d'água, a não ser que sua concentração seja muito elevada. Além disso, não há interação físico-química entre os grãos individuais. Em compensação, certas partículas com dimensões inferiores a $40\mu\text{m}$, quando em suspensão, são sujeitas ao efeito da floculação, formando agregados coesos que possuem velocidades de queda muito superiores às dos grãos individuais.

O efeito da floculação, observado nessas partículas pelíticas, é mais acentuado quando:

- as partículas elementares são pequenas;
- a concentração da suspensão é grande;
- a salinidade do meio aquoso atinge a concentração 5‰.

Sob tais condições, as partículas pelíticas se aglomeram, formando flóculos que, quando depositados, se consolidam com o tempo. Por isso, requerem uma velocidade crítica mais elevada do escoamento, para serem recolocadas em suspensão. Será preciso vencer as forças de coesão, que aumentam com o passar do tempo devido à consolidação do depósito, para poder arrancá-las do leito. Estes sedimentos são também conhecidos como *SEDIMENTOS COESIVOS*.

Nestes sedimentos pelíticos, coesivos, a exemplo das vasas, as matérias orgânicas estão intimamente associadas às argilas, formando o que se chama complexo argilo-humífero, que possui características coloidais acentuadas.

Por outro lado, os sedimentos pelíticos inertes, ou sejam, que não se aglomeram, e os não pelíticos, são constituídos de partículas dispersas, e conhecidos como *SEDIMENTOS NÃO COESIVOS*.

II.1.2 - Classificação dos Sedimentos Segundo a Origem

Conforme sua origem os sedimentos fluviais podem ser classificados como:

• Sedimentos Originários do Leito do Rio

Esses sedimentos são arrancados do leito pelo escoamento líquido e podem ser transportados por arraste junto ao leito do rio ou em suspensão dentro da massa líquida.

A vazão sólida neste caso é função da vazão líquida do rio e os sedimentos desse tipo de transporte dão origem à Carga de Material do Leito do Escoamento ("*BED MATERIAL LOAD*");

• Sedimentos Originários da Bacia Hidrográfica

Esses sedimentos são transportados em suspensão, no interior da massa líquida, ao longo, do escoamento. Em geral, são mais finos que os sedimentos anteriores, pois os sedimentos mais grossos transportados pelas águas pluviais se sedimentam rapidamente quando alcançam os rios, se incorporando ao material do leito.

A vazão sólida, neste caso, não é função da vazão líquida do rio, pois, este transporte resulta das modificações sofridas na bacia, e está diretamente ligado à ocupação, uso e drenagem da bacia hidrográfica. Os sedimentos desse tipo de transporte constituem a Carga de Lavagem da Bacia Hidrográfica (“*WASH-LOAD*”).

II.1.3 - Classificação Segundo o Mecanismo de Transporte dos Sedimentos

Os três modos de transporte dos sedimentos pelo escoamento líquido estão ilustrados na Figura II.1.

• Suspensão de Sedimentos Pelíticos e de Poluentes Fixados ou Dissolvidos

Devido a ação da difusão turbulenta e da convecção diferenciada, esses sedimentos são misturados na seção transversal, e então, transportados com velocidade média aproximadamente igual à do escoamento. É o caso geral do transporte do tipo “*WASH-LOAD*”. As partículas são tão pequenas, as mais grossas não ultrapassando a faixa de 30 a 40 μ m, que o peso não tem uma influência significativa no movimento sedimentar.

• Grãos da Camada Superficial Móvel do Leito

São sedimentos que fazem parte do leito até que as forças hidrodinâmicas do escoamento sejam suficientes para arrancá-los, transportando-os, então, por arraste, segundo uma seqüência aleatória alternada de deslocamentos (saltos, escorregamentos, rolamentos) intercalados por períodos de repouso, quando os sedimentos voltam a fazer parte do leito. Neste caso, as velocidades de transporte são várias ordens de grandeza inferiores às do transporte em suspensão. O movimento resultante constitui a Carga de Transporte por Arraste do Escoamento (“*BED-LOAD*”).

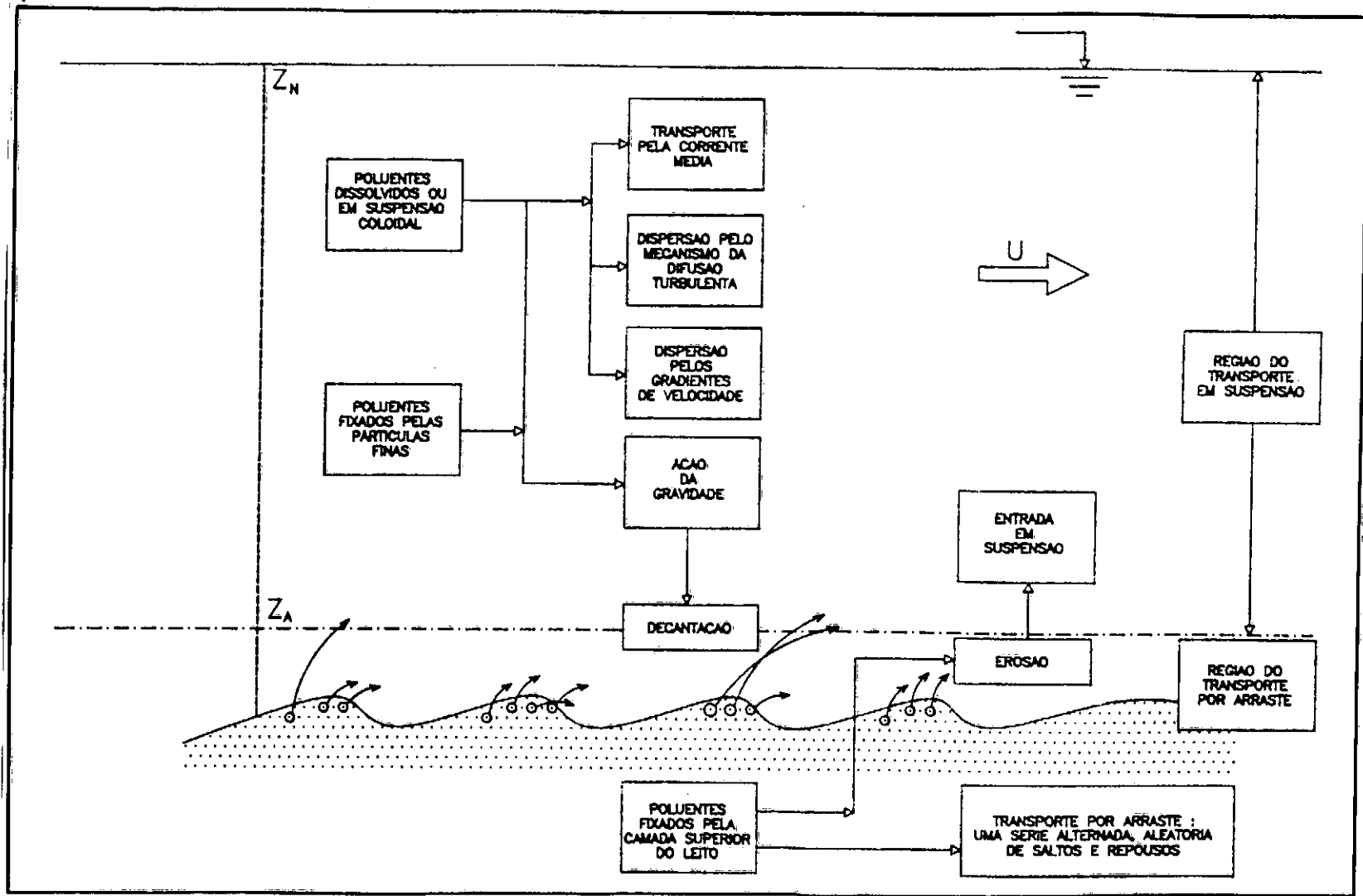


Figura II.1

Transporte e dispersão de sedimentos e de poluentes nos escoamentos a superfície livre. [WILSON Jr., G. (1987)]

• Suspensão de Sedimentos Finos

São sedimentos, tais como areia fina e silte, que são transportados em suspensão pelo mesmo mecanismo de transporte do tipo “*WASH-LOAD*”, onde, porém, a força de gravidade tem uma atuação significativa, fazendo-os depositar sobre o leito. Uma vez depositados, permanecem em repouso ou são transportados por arraste, ou mesmo recolocados em suspensão.

II.2 - DESCRIÇÃO QUALITATIVA DO MOVIMENTO DOS SEDIMENTOS

Não existe um modelo único para a determinação quantitativa do transporte e da dispersão de sedimentos em escoamentos a superfície livre, porém, a descrição qualitativa do movimento vem sendo aceita e comprovada por inúmeros investigadores, como consistindo de uma série alternada e aleatória de deslocamentos no sentido do escoamento líquido, intercalados por intervalos em que a partícula deixa de deslocar neste sentido.

II.2.1 - Transporte por Arraste

A força que o líquido exerce sobre as partículas do leito pode ser decomposta em uma componente paralela à direção do escoamento médio, chamada *FORÇA DE ARRASTE*, e uma componente normal à esta, chamada *FORÇA DE SUSPENSÃO*.

A força de arraste combina a ação do líquido sobre a superfície do grão, devido a viscosidade em torno da partícula, e a força de arraste de forma, devido à diferença de pressão nas partes posterior e anterior da partícula. A força de suspensão é análoga à força de arraste de forma, pois é devida à diferença de pressão acima e abaixo da partícula.

Oposta a estas forças hidrodinâmicas exercidas sobre as partículas, estão o peso aparente das mesmas e a força devido ao contato com as outras partículas do leito.

Esses dois conjuntos de forças, do líquido sobre a partícula e de resistência desta ao deslocamento, regem o movimento por arraste da partícula.

O instante do desprendimento do grão, bem como a distância por ele percorrida até atingir a posição estável seguinte, são indeterminados, pois, dependem:

- do peso aparente do grão, que é função das densidades do líquido e do sedimento;
- da sua posição inicial no leito;
- das forças hidrodinâmicas, as quais variam em intensidade, direção e ponto de aplicação.

O transporte total e a dispersão dos sedimentos em escoamentos a superfície livre resultam deste comportamento indeterminado das partículas individuais.

Considere-se uma partícula movimentando-se por arraste, de tal forma que no instante t esteja na posição x , como ilustrado na Figura II.2.

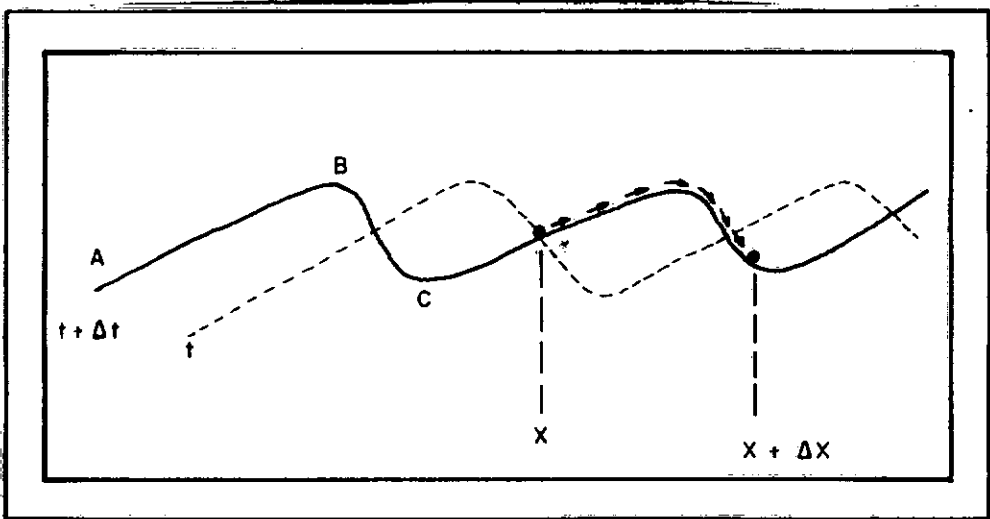


Figura II.2

Transporte por Arraste. [GRIGG, N. S. (1970)]

Com efeito, a partícula em repouso poderá se deslocar ou ser encoberta por outras partículas que se deslocam. Caso seja encoberta, ficará em repouso até ser exposta novamente devido ao deslocamento das outras partículas. Ou seja, somente após um intervalo de tempo Δt a partícula poderá deslocar-se. Este deslocamento será repentino e ocorrerá por saltação, rolamento ou deslizamento.

A nova situação do leito, no instante $t+\Delta t$, também está ilustrada na Figura II.2. Neste instante, a partícula encontra-se novamente na superfície e em condições de deslocar-se para $x+\Delta x$.

Para configurações do leito, tipo dunas e rugas, tais como ilustrado na Figura II.2, os grãos são postos em movimento nos trechos de inclinação positiva (AB) e se depositam nos trechos de inclinação negativa (BC).

O transporte de sedimentos está intimamente relacionado à migração das configurações do leito, e, ambos resultam do movimento aleatório das partículas isoladas.

Os períodos de repouso das partículas são diferentes, pois elas se depositam em lugares diferentes das configurações. Da mesma forma, os comprimentos dos saltos e as velocidades de transporte dos grãos são também diferentes.

A dispersão dos sedimentos deve-se às diferenças das velocidades de transporte das partículas isoladas.

II.2.2 - Configurações do Leito do Escoamento

Uma classificação das formas do leito móvel, obtidas em canais, foi feita por SIMONS, D. B.; RICHARDSON, E. V.; NORDIN, C. F. (1965) considerando o aumento gradativo da velocidade e do número de Froude do escoamento.

A Figura II.3, a seguir, ilustra essa classificação.

No início, o sistema consiste de um escoamento líquido sobre um leito de partículas sólidas em repouso. À medida que se aumenta a velocidade do escoamento, tem-se:

1) Para o Número de Froude $F_r = \frac{U}{\sqrt{g \cdot R_H}} < 0,15$, apenas alguns grãos se movimentam por arraste, com o leito mantendo-se *Plano*;

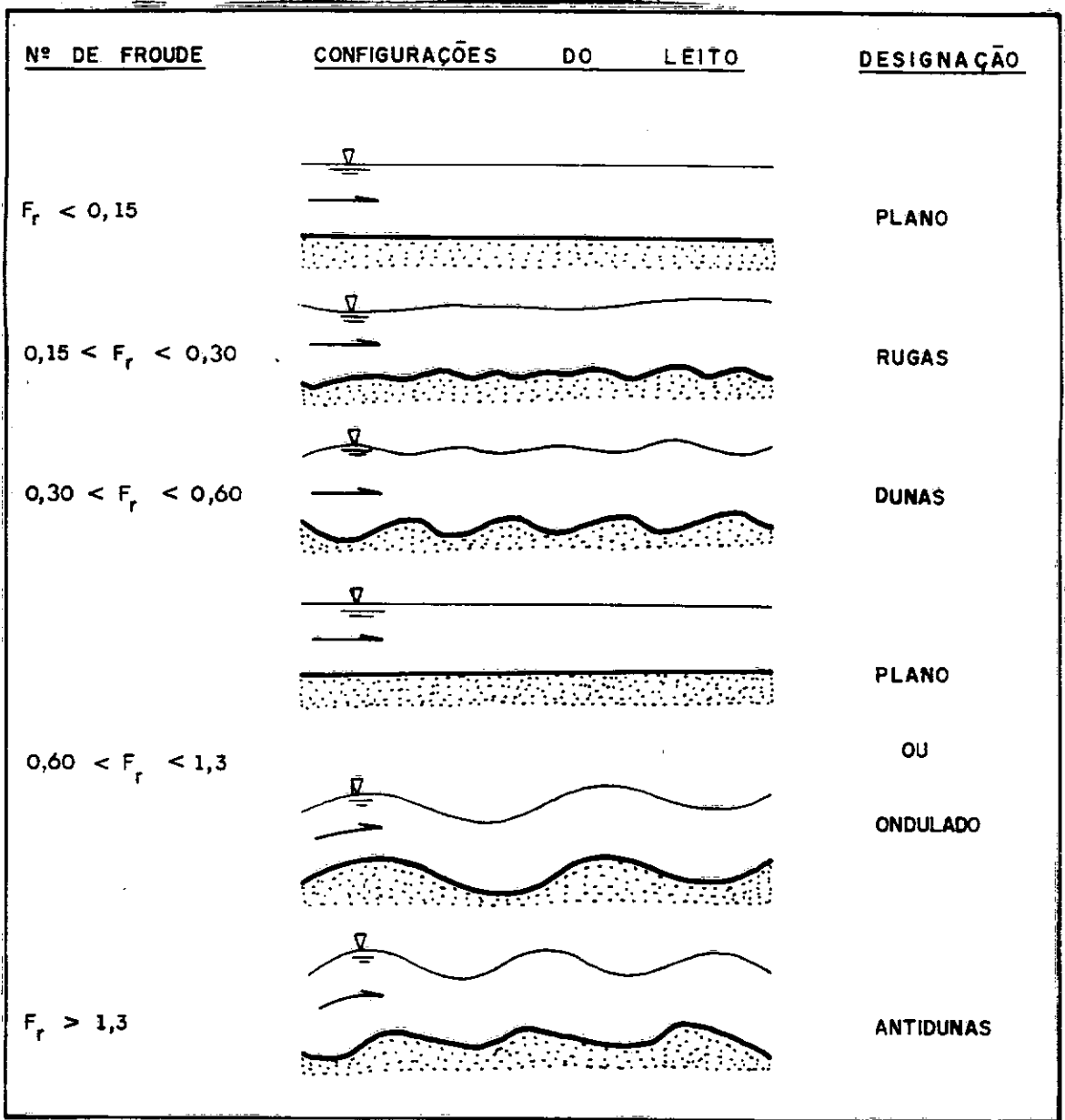


Figura II.3

Classificação das configurações do leito segundo o número de Froude do escoamento.

[SIMONS, D. B.; RICHARDSON, E. V.; NORDIN, C. F. (1965)]

2) Para $0,15 < F_r < 0,30$, o transporte em suspensão é pequeno e o deslocamento por arraste se faz, preferencialmente, por rolamento e deslizamento. Alguns grãos dão pequenos saltos. Aparecem as primeiras *Rugas*;

3) Para $0,30 < F_r < 0,60$, o transporte em suspensão aumenta. Muitos grãos começam a saltar e o comprimento dos saltos também aumenta. As irregularidades do leito começam a ficar periódicas. As pequenas rugas se superpõem e desaparecem dando lugar às *Dunas*;

4) Para $0,60 < F_r < 1,30$, os grãos da camada superior estão em movimento quase contínuo. Os períodos de repouso são extremamente pequenos. O leito torna-se novamente *Plano*, ou então, *Ondulado*;

5) Para $F_r > 1,30$, as formas *Onduladas* transformam-se em *Antidunas*, que, aparentemente, se propagam contra a corrente líquida. O escoamento é muito turbulento e o transporte em suspensão é predominante.

Resumindo, o modo como os grãos se deslocam pode gerar formações diferentes do leito. Conseqüentemente, a formação e migração das configurações do leito do escoamento estão diretamente relacionadas com a movimentação dos grãos individuais que as compõem.

II.2.3 - Transporte em Suspensão

No interior de um escoamento turbulento, a partícula em suspensão está inteiramente sujeita à ação aleatória dos turbilhões. Os deslocamentos podem ser positivos, nulos (deslocamentos verticais e transversais) ou negativos (deslocamentos no sentido contrário ao do escoamento), conforme esquematizado na Figura II.4, a seguir. Entretanto, os períodos de deslocamento positivo são muito maiores que os nulos ou negativos. O transporte resultante é sempre positivo, ou seja, a partícula em suspensão sempre acompanha a corrente líquida.

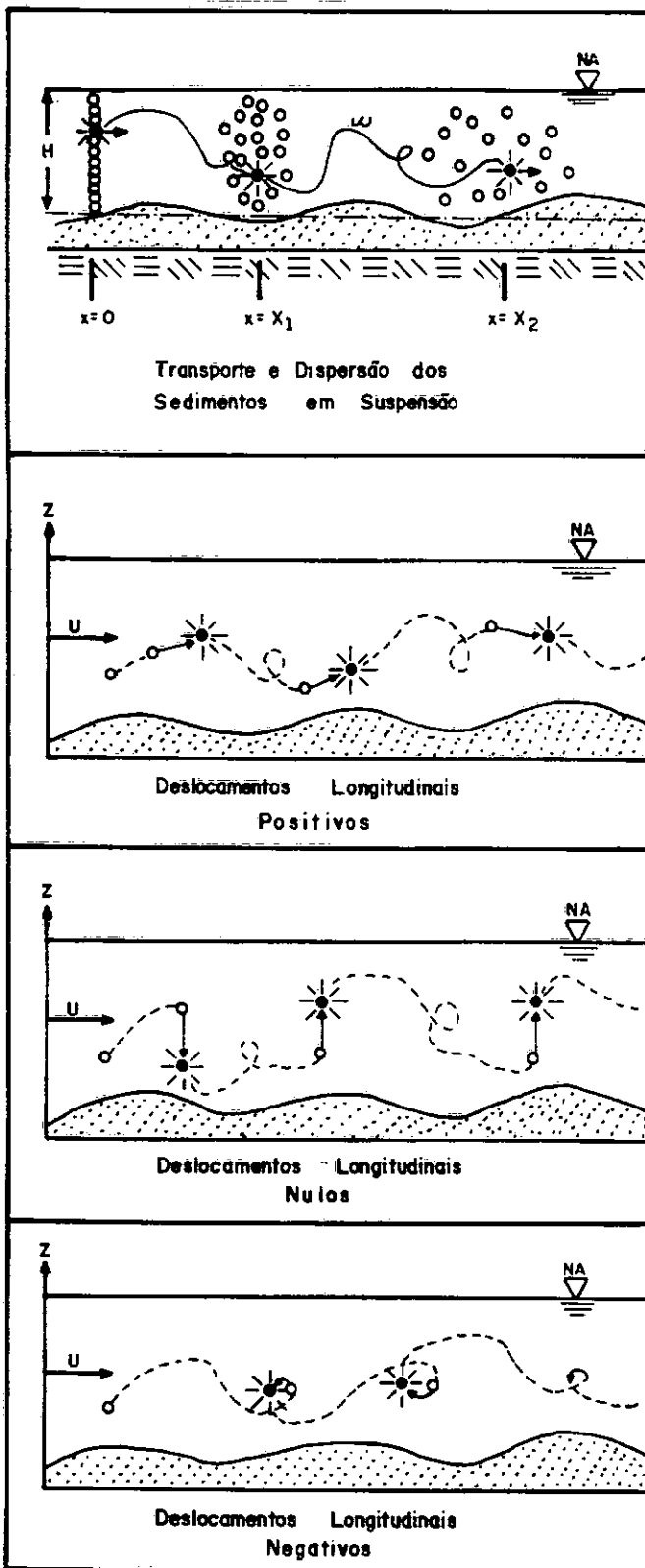


Figura II.4

Transporte em suspensão. [WILSON Jr., G. (1991)]

II.3 - CONSIDERAÇÕES

i) As partículas sólidas e os poluentes fixados por estas partículas são transportados por arraste e em suspensão, nos escoamentos turbulentos a superfície livre, pela ação das forças hidrodinâmicas. Os dois tipos de transporte podem ser abordados através da mesma teoria, pois, ambos podem ser descritos qualitativamente como consistindo de uma série alternada e aleatória de deslocamentos no sentido do escoamento (positivos), intercalados por períodos de deslocamentos nulos (períodos de repouso no caso do transporte por arraste e deslocamentos verticais ou transversais no transporte em suspensão) e deslocamentos no sentido contrário ao escoamento (negativos). [TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976)].

ii) No transporte por arraste os deslocamentos são feitos através de saltos, rolamentos e deslizamentos, de tal modo que há um contato quase que permanente do grão com o leito do escoamento. Esses deslocamentos podem ser positivos, negativos (que ocorrem próximo às irregularidades e configurações do leito) ou nulos. Os períodos de deslocamentos nulos são mais importantes, pois, caracterizam períodos de repouso, ou seja, períodos em que o grão, integrado ao leito do escoamento, deixa de se deslocar.

iii) A movimentação dos grãos individuais pode gerar formações diferentes do leito. Logo, a formação e migração das configurações do leito do escoamento estão diretamente relacionadas com o modo de deslocamento dos grãos.

iv) No transporte em suspensão a partícula sólida acompanha a corrente líquida, desta forma o transporte resultante é sempre positivo. Sendo assim, apesar de haver períodos de deslocamentos nulos (verticais e transversais) e deslocamentos negativos (no sentido contrário ao escoamento), os períodos de deslocamentos positivos são maiores e mais frequentes.

* * *

CAPÍTULO III

ESTUDO DO TRANSPORTE UNIDIMENSIONAL DOS SEDIMENTOS

Os transportes de sedimentos em escoamentos a superfície livre, por arraste e em suspensão, podem ocorrer simultaneamente, ou não, dependendo das características do escoamento e do sedimento. Qualquer que seja o tipo de transporte, ele pode ser abordado como um processo aleatório associado à estrutura turbulenta da fase líquida.

Sendo as partículas sólidas transportadas pela ação das forças hidrodinâmicas, suas trajetórias são séries aleatórias compostas de deslocamentos longitudinais positivos, isto é, no sentido do escoamento, intercalados por períodos em que a partícula deixa de se deslocar neste sentido, ou seja, períodos de deslocamentos nulos e/ou negativos.

III.1 - TRANSPORTE POR ARRASTE

Supondo-se que no instante inicial $t = 0$, a partícula sólida esteja fazendo parte da camada superior do leito, ou seja, esteja em repouso, sua velocidade inicial é nula. A partir daí ela pode, sob ação das forças hidrodinâmicas, vibrar, rodar sobre o mesmo lugar e, bruscamente, ser arrancada de sua posição e posta em movimento. Ela, então, salta, rola ou escorrega até que seja parada pela colisão com outras partículas sólidas ou até que as forças que as puseram em movimento sejam insuficientes para manter seu deslocamento.

A velocidade da partícula sólida cresce, de um valor nulo até atingir valores da mesma ordem de grandeza da velocidade de escoamento do fluido, podendo então decrescer até o valor nulo, como esquematizado na Figura III.1, a seguir.

Normalmente, os períodos de repouso das partículas sólidas são muito maiores que os períodos de deslocamento. Logo, pode-se considerar que os deslocamentos das partículas sólidas são instantâneos e caracterizados por um diagrama simplificado como o da Figura III.2, a seguir.

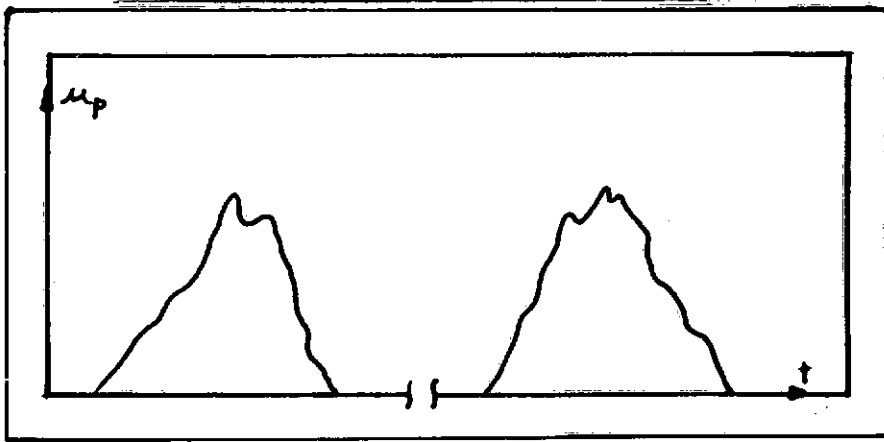


Figura III.1

Variação da velocidade instantânea da partícula sólida em movimento por arraste.

[WILSON Jr., G. (1987)]

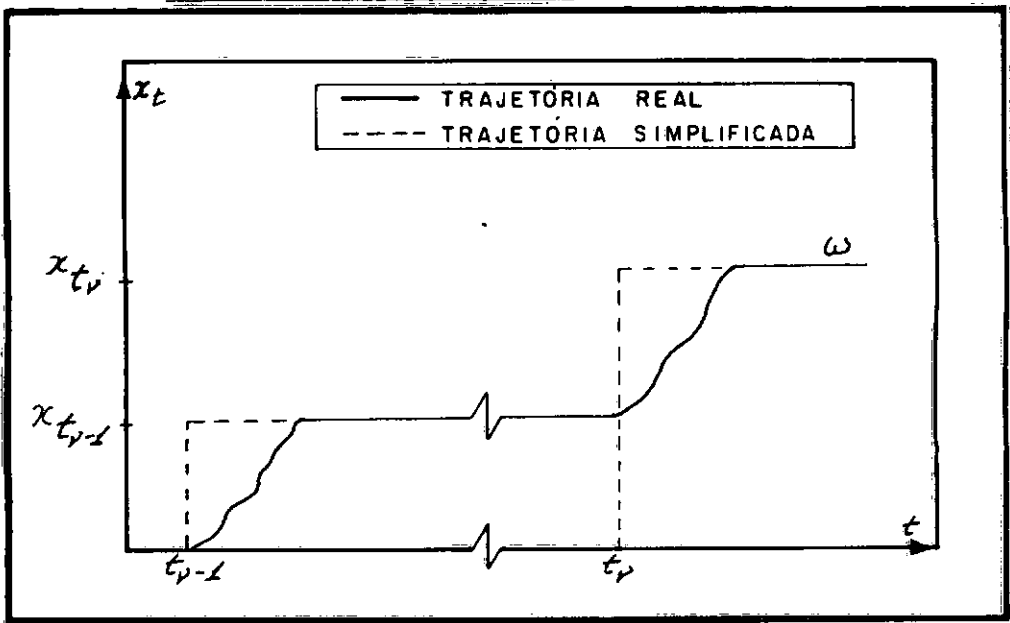


Figura III.2

Esquema do transporte por arraste da partícula sólida.

[TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976)]

Do exposto, resulta ser conveniente abordar o estudo do transporte por arraste através de uma aproximação *LAGRANGEANA*, pois a variável que nos interessa é a posição da partícula sólida sobre o fundo.

III.2 - TRANSPORTE EM SUSPENSÃO

Será considerado o transporte em suspensão de partículas pelíticas, as quais são muito pouco sensíveis ao efeito da gravidade, quando dispersas. Sendo assim, suas trajetórias são influenciadas, unicamente, pelas trajetórias das partículas líquidas.

A velocidade instantânea é da mesma ordem de grandeza que a do fluido e varia continuamente com o tempo, assumindo valores positivos, negativos ou nulos, em torno de um valor médio constante e positivo. Conseqüentemente, a partícula sólida também efetua deslocamentos positivos, negativos ou nulos, como no movimento por arraste.

A distância percorrida em deslocamentos negativos é desprezível em relação à distância percorrida no sentido positivo, sendo adotada a trajetória simplificada, ilustrada no diagrama da Figura III.3, a seguir.

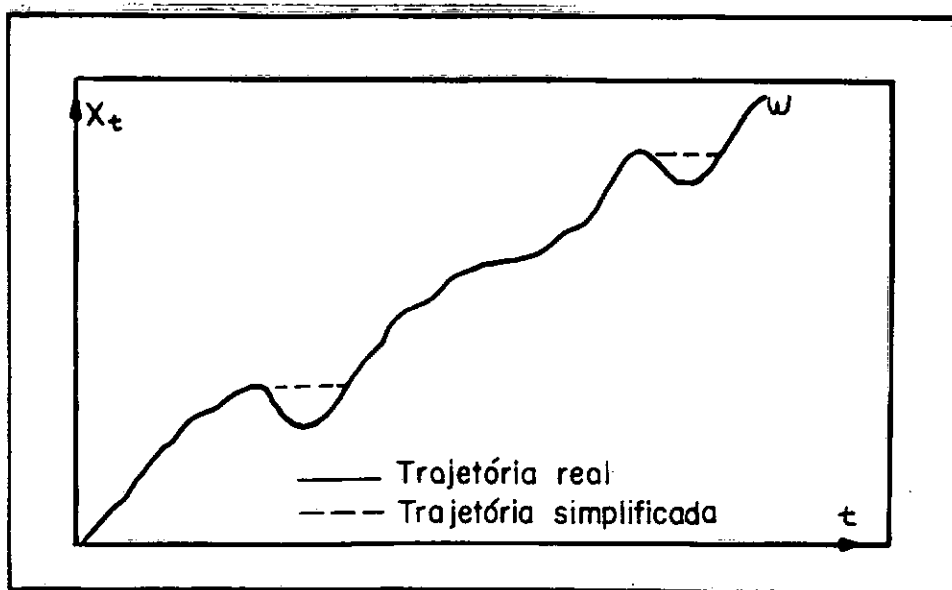


Figura III.3

Esquema do transporte em suspensão.

[TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976)]

Como a duração dos deslocamentos positivos é muito maior que a dos deslocamentos nulos, convém abordar o estudo do transporte em suspensão por uma aproximação

EULERIANA, pois a variável mais significativa é o tempo de passagem das partículas sólidas através de uma seção dada.

III.3 - DESCRIÇÕES LAGRANGEANA E EULERIANA

Considerem-se as situações ilustradas na Figura III.4:

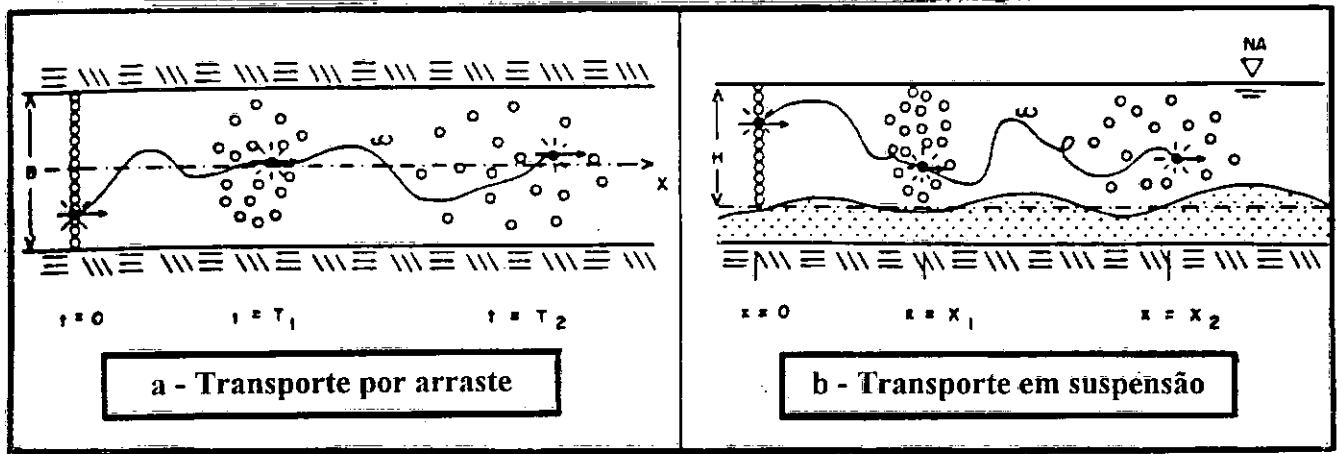


Figura III.4

Dispersão das partículas sedimentares.

[WILSON Jr., G. (1987)]

- a) a dispersão longitudinal por arraste de um grupo de partículas sólidas (marcadas com um traçador, por exemplo) que no instante inicial $t = 0$ estão uniformemente e transversalmente distribuídas sobre a superfície do leito. Seu comportamento dinâmico e suas características físicas (forma, dimensão, densidade, etc.) são idênticas àquelas dos grãos que compõem o leito móvel (Figura III.4.a);
- b) a dispersão longitudinal em suspensão de um grupo de partículas sólidas que no instante inicial $t = 0$ estão uniformemente distribuídas numa seção transversal ao escoamento (Figura III.4.b).

Admitindo-se:

- que o escoamento é turbulento e uniforme;
- que as características da turbulência são homogêneas e isotrópicas;
- que ω represente a trajetória ou realização de uma partícula sólida a partir do instante $t = 0$,

não se pode prever a posição, nem a componente longitudinal da velocidade, $u_p(t)$, da partícula sólida num instante posterior, $t > 0$.

Sua trajetória é definida por um vetor aleatório:

$$\vec{R}(t) = [X(t), Y(t), Z(t)] \quad (3.1)$$

onde:

$X(t)$ - coordenada na direção do escoamento;

$Y(t)$ - coordenada na direção transversal;

$Z(t)$ - coordenada normal a um plano de referência paralelo ao fundo,

A componente longitudinal da velocidade da partícula sólida é dada por: [TODOROVIC, P; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976)]

$$u_p(t) = \bar{u}_p + u'_p(t) = \frac{1}{T} \int_0^T u_p(t) dt + u'_p(t) \quad (3.2)$$

onde:

T é um intervalo de tempo apropriado;

\bar{u}_p é a média temporal de u_p , constante ao longo da trajetória, definida pela equação

(3.2);

u'_p é a componente aleatória dada pela flutuação da velocidade instantânea em torno de seu valor médio.

Tem-se também:

$$\bar{u}'_p = \frac{1}{T} \int_0^T u'_p(t) dt = 0 \quad (3.3)$$

Considerando a equação (3.2), pode-se escrever:

$$X(t) = \int_0^t \bar{u}_p dt + \int_0^t u'_p dt \quad (3.4)$$

ou seja:

$$X(t) = \bar{u}_p \cdot t + \int_0^t u'_p(t) dt \quad (3.5)$$

Como a integral $\int_0^t u'_p(t) dt$, que pode assumir valores positivos, negativos ou nulos, será sempre inferior, em valor absoluto, ao termo $\bar{u}_p \cdot t$, pois se trata de um termo de flutuação em torno desta média, a trajetória resultante do movimento de uma partícula terá sempre a mesma direção do escoamento.

Considerando a equação (3.5), a posição média da partícula no instante t se escreve:

$$E\{X(t)\} = \bar{u}_p \cdot t + \int_0^t E\{u'_p(t)\} dt = \bar{u}_p \cdot t + \int_0^t \bar{u}'_p(t) dt = \bar{u}_p \cdot t \quad (3.6)$$

onde $E\{\cdot\}$ é a *ESPERANÇA MATEMÁTICA* da variável ou processo aleatório considerados.

Na maioria dos casos práticos em escoamentos fluviais, basta conhecer a *FUNÇÃO DE REPARTIÇÃO UNIDIMENSIONAL* do vetor $\vec{R}(t)$, pois, informações sobre os valores médios numa seção transversal, são suficientes para a descrição do movimento do grão.

Neste caso, a fração das partículas de sedimentos que no instante t não ultrapassa uma seção x pode ser determinada pela função de distribuição das partículas ao longo do escoamento, assim definida:

$$F_t(x) = P\{X(t) \leq x\} \quad (3.7)$$

onde:

x é a distância duma seção transversal à origem $x = 0$;

$X(t)$ caracteriza um processo aleatório: a posição média da(s) partícula(s) no tempo.

Seja $T(x)$ o menor tempo de realização do processo $X(t)$, ou seja, $T(x)$ é um processo aleatório que descreve o menor tempo gasto por uma partícula sólida para percorrer a distância desde o ponto de imersão até o ponto x :

$$T(x) = \text{inferior}\{t; X(t) > x\} \quad (3.8)$$

Logo, $T(x)$ será uma função aleatória não decrescente de x , devido à estrutura cinemática dos deslocamentos.

Seja:

$$Q_x(t) = P\{T(x) \leq t\}, \quad t \geq 0 \quad (3.9)$$

a distribuição de probabilidade de ocorrência de $T(x)$. Considerando a equação (3.7) e as Figuras III.2 e III.3, Todorovic mostrou que: [TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976)]

$$\boxed{\begin{array}{l} F_t(x) = 1 - Q_x(t) \\ \forall t > 0 \quad \forall x > 0 \end{array}} \quad (3.10)$$

que é a equação que relaciona as descrições analíticas de Lagrange e Euler.

Trata-se de uma relação universal muito útil, pois permite estudos de processos Lagrangeanos através de coletas de dados do tipo Euleriano e vice-versa, ou seja, relaciona as distribuições longitudinal e temporal das partículas sólidas, em movimento num escoamento líquido.

Suas primeiras derivadas:

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x, t) = \frac{\partial F_1(x)}{\partial x} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_x(t, x) = \frac{\partial Q_x(t)}{\partial t} \end{array} \right. \quad (3.12)$$

representam, respectivamente, as *densidades de probabilidades longitudinais e temporais das partículas*, que se relacionam entre si através da equação:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t} f_1(x, t) = -\frac{\partial}{\partial x} q_x(t, x)} \quad (3.13)$$

obtidas a partir da equação (3.10).

Na Figura III.5, a seguir, representam-se graficamente as descrições Lagrangeanas e Eulerianas, do movimento do grão, através de suas densidades de probabilidades longitudinal e temporal.

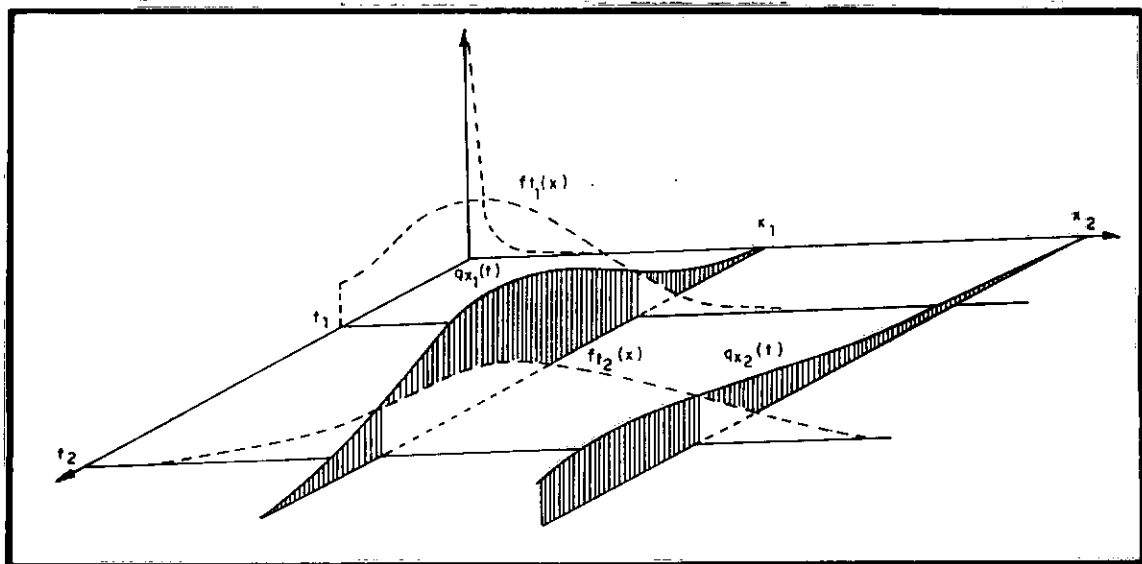


Figura III.5

Representação gráfica das descrições Lagrangeana e Euleriana.

[TODOROVIC, P. (1970)]

* * *

CAPÍTULO IV

EQUACÕES DIFERENCIAIS DO TRANSPORTE E DA DISPERSÃO DOS SEDIMENTOS EM SUSPENSÃO

IV - PROCESSOS ALEATÓRIOS DO TRANSPORTE E DA DISPERSÃO DOS SEDIMENTOS

Consideram-se:

- a dispersão longitudinal em suspensão de um grupo de partículas que no instante $t=0$, como apresentado na Figura III.4.b, estão uniformemente distribuídas numa seção transversal ao escoamento ($x=0$);
- que não há troca entre o escoamento e o leito, ou seja, que não há deposição nem entrada em suspensão de material sólido;
- que o escoamento é apenas longitudinal $\left(\frac{\partial}{\partial y} \equiv 0\right)$;
- que os grãos evoluem no tempo como no diagrama simplificado da Figura III.3.

O movimento dessas partículas pode ser descrito pelos seguintes processos aleatórios:

$$X_t = X_t(t, \omega), \quad (4.1)$$

que é a distância percorrida pelo grão no intervalo de tempo $[0, t]$; e:

$$T_x = T_x(x, \omega), \quad (4.2)$$

que é o menor tempo gasto pelo grão para percorrer a distância $[0, x]$. Sendo ω a trajetória ou realização da partícula sólida a partir do instante $t=0$.

O espaço de probabilidade associado a estes processos aleatórios é uma trilogia ordenada $\{\Omega, \mathcal{A}, P\}$ [TODOROVIC, P.; VUKMIROVIC, V.; VUKOTIC, R.; FILIP, A. (1966)], onde:

$\Omega = \{\omega\}$ é o espaço de definição dos eventos elementares ω ;

\mathcal{A} representa um σ -Álgebra ou classe de Borel, cujos elementos são subconjuntos de Ω formados a partir de seus eventos elementares ω ;

P é a probabilidade de ocorrência dos subconjuntos da família \mathcal{A} , assim formados.

Sabe-se que as distribuições de probabilidade desses processos aleatórios são:

$$F_t(x) = P\{X_t(t) \leq x\} \quad (4.3)$$

e,

$$Q_x(t) = P\{T_x(x) \leq t\} \quad (4.4)$$

que representam, respectivamente, a probabilidade de que a distância média percorrida por uma partícula ou um conjunto de partículas no intervalo de tempo $[0,t]$ não ultrapasse a posição x , e a probabilidade de que o menor tempo gasto por uma partícula ou um conjunto de partículas para ultrapassar a seção x , seja menor ou igual a t .

Pode-se mostrar que: [TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976)]

$$Q_x(t) = 1 - F_t(x) . \quad (4.5)$$

Sejam:

$\eta_{0,t} = v$ o número aleatório de deslocamentos (ciclos) da partícula sólida no intervalo de tempo $[0,t]$;

$\mu_{0,x} = k$ o número aleatório de deslocamentos (ciclos) efetuados no intervalo de comprimento $[0,x]$,

onde deslocamento ou ciclo é o conjunto formado por um movimento da partícula no sentido do escoamento acompanhado de um período de não-deslocamento neste sentido.

Pode-se então abordar dois outros fenômenos aleatórios, subconjuntos de \mathcal{A} , obtidos a partir dos eventos elementares ω de Ω :

$$E_v^{0,t} = \{\eta_{0,t} = v\} \quad (4.6)$$

que representa o conjunto de realizações ou trajetórias de um ou mais grãos, tal que o número de deslocamentos (ciclos) efetuados no intervalo de tempo $[0,t]$, seja igual à v , ($v \geq 0$).

$$G_k^{0,x} = \{\mu_{0,x} = k\} \quad (4.7)$$

que representa o conjunto de realizações ou trajetórias de um ou mais grãos, tal que o número de deslocamentos (ciclos) efetuados no intervalo de comprimento $[0,x]$, seja igual à k , ($k \geq 0$).

$E_v^{0,t}$ e $G_k^{0,x}$ possuem as seguintes propriedades:

$$\forall t > 0, \forall x > 0 \begin{cases} \bigcup_{v=0}^{\infty} E_v^{0,t} = \Omega, & \bigcup_{k=0}^{\infty} G_k^{0,x} = \Omega \\ E_i^{0,t} \cap E_j^{0,t} = \Phi, & G_i^{0,x} \cap G_j^{0,x} = \Phi, \quad \forall i \neq j \end{cases} \quad (4.8)$$

onde Φ é o conjunto vazio.

Sendo esses processos aleatórios *MARKOVIANOS*, suas probabilidades de ocorrência possuem as seguintes propriedades:

$$\begin{cases} P\{E_i^{t, t+\Delta t} | E_v^{0,t}\} = \lambda_1(t, v) \cdot \Delta t + \vartheta(\Delta t), & \Delta t \rightarrow 0; \\ P\{G_i^{x, x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = \lambda_2(x, k) \cdot \Delta x + \vartheta(\Delta x), & \Delta x \rightarrow 0; \end{cases} \quad (4.9)$$

$$\begin{cases} P\{E_i^{t, t+\Delta t} | E_v^{0,t}\} = \vartheta(\Delta t), & \Delta t \rightarrow 0, \quad i > 1; \\ P\{G_i^{x, x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = \vartheta(\Delta x), & \Delta x \rightarrow 0, \quad i > 1; \end{cases} \quad (4.10)$$

$$\begin{cases} P\{E_0^{t, t+\Delta t} | E_v^{0,t}\} = 1 - \lambda_1(t, v) \cdot \Delta t + \vartheta(\Delta t), & \Delta t \rightarrow 0; \\ P\{G_0^{x, x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = 1 - \lambda_2(x, k) \cdot \Delta x + \vartheta(\Delta x), & \Delta x \rightarrow 0; \end{cases} \quad (4.11)$$

$$\begin{cases} P\{E_0^{0,0}\} = 1; \\ P\{G_0^{0,0}\} = 1. \end{cases} \quad (4.12)$$

onde ϑ representa um infinitesimal de 1ª ordem.

IV.2 - FUNÇÕES DE INTENSIDADE DE MUDANÇA DO ESTADO CINEMÁTICO DO GRÃO

As expressões das probabilidades de ocorrência destes processos aleatórios geram duas funções $\lambda_1(t, v)$ e $\lambda_2(x, k)$ denominadas, respectivamente, função de intensidade de mudança temporal e função de intensidade de mudança longitudinal de estado cinemático, definidas pelas seguintes expressões gerais: [TODOROVIC, P.; VUKMIROVIC, V.; VUKOTIC, R.; FILIP, A. (1966)]

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P\{E_v^{0,t} \cap G_k^{0,x} \cap E_r^{t, t+\Delta t}\}}{\Delta t} = \begin{cases} 0 & \text{se } r > 1 \\ \lambda_1(t, v) \cdot P\{E_v^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} & \text{se } r = 1 \end{cases} \quad (4.13)$$

e,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P\{E_v^{0,t} \cap G_k^{0,x} \cap G_r^{x, x+\Delta x}\}}{\Delta x} = \begin{cases} 0 & \text{se } r > 1 \\ \lambda_2(x, k) \cdot P\{E_v^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} & \text{se } r = 1 \end{cases} \quad (4.14)$$

Admitindo-se que os números de deslocamentos realizados durante o intervalo de tempo $[0,t]$ e na distância $[0,x]$ são independentes, isto é, que $E_v^{0,t}$ e $G_k^{0,x}$ sejam independentes, pode-se simplificar as expressões (4.13) e (4.14):

$$\lambda_1(t,v) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P\{E_1^{t,t+\Delta t} | E_v^{0,t}\}}{\Delta t} \quad (4.15)$$

e,

$$\lambda_2(x,k) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P\{G_1^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\}}{\Delta x} \quad (4.16)$$

Logo, $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$ representam as probabilidades instantâneas de movimento da partícula no tempo e na distância, respectivamente.

No próximo capítulo considerar-se-á o caso particular onde as funções $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$ são constantes positivas, o que caracteriza o Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

IV.3 - FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DO PROCESSO ALEATÓRIO $T_x(x,\omega)$

As seguintes expressões envolvendo os subconjuntos do espaço de probabilidades $\{\Omega, \mathcal{A}, P\}$ são válidas:

$$\left\{ G_k^{0,x} \cap \left(\bigcup_{j=k+1}^{\infty} E_j^{0,t} \right) \subseteq G_k^{0,x} \cap (T_x \leq t) \right. \quad (4.17)$$

$$\left. \left\{ G_k^{0,x} \cap (T_x \leq t) \subseteq G_k^{0,x} \cap \left(\bigcup_{j=k}^{\infty} E_j^{0,t} \right) \right. \right. \quad (4.18)$$

Sendo:

$G_k^{0,x} \cap \left(\bigcup_{j=k+1}^{\infty} E_j^{0,t} \right) =$ {toda e qualquer trajetória ω realizada pela partícula, tal que na distância $[0,x]$ tenha executado k ciclos de movimento e no intervalo de tempo $[0,t]$, $(k+1)$ ou mais ciclos};

$G_k^{0,x} \cap (T_x \leq t) =$ {toda e qualquer trajetória ω realizada pela partícula, tal que na distância $[0,x]$ tenha executado k ciclos de movimento, num tempo menor ou igual à t };

$G_k^{0,x} \cap \left(\bigcup_{j=k}^{\infty} E_j^{0,t} \right) =$ {toda e qualquer trajetória ω realizada pela partícula, tal que na distância $[0,x]$ tenha executado k ciclos de movimento e no intervalo de tempo $[0,t]$, k ou mais ciclos.

Em outras palavras:

- 1) Toda e qualquer trajetória ou realização ω da partícula sólida que na distância $[0,x]$ tenha executado k ciclos de movimento e num tempo t tenha executado $(k+1)$ ou mais ciclos, certamente terá executado k ciclos num tempo inferior à t . Desta forma prova-se a relação (4.17).
- 2) Toda e qualquer trajetória ou realização ω da partícula sólida que na distância $[0,x]$ tenha executado k ciclos de movimento e num tempo inferior à t , certamente executará k ciclos ou mais no tempo t . Desta forma prova-se a relação (4.18).

Finalmente, das relações (4.17) e (4.18) resultam as seguintes desigualdades:

$$\begin{cases} P\{G_k^{0,x}\} \cdot \sum_{j=k+1}^{\infty} P\{E_j^{0,t} | G_k^{0,x}\} \leq P\{G_k^{0,x}\} \cdot P\{(T_x \leq t) | G_k^{0,x}\} \\ P\{G_k^{0,x}\} \cdot P\{(T_x \leq t) | G_k^{0,x}\} \leq P\{G_k^{0,x}\} \cdot \sum_{j=k}^{\infty} P\{E_j^{0,t} | G_k^{0,x}\} \end{cases} \quad (4.19)$$

Por outro lado:

$$(T_x \leq t) = (T_x \leq t) \cap \left[\bigcup_{k=0}^{\infty} G_k^{0,x} \right] = \bigcup_{k=0}^{\infty} [(T_x \leq t) \cap G_k^{0,x}] \quad (4.20)$$

Logo;

$$Q_x(t) = P\{T_x \leq t\} = \sum_{k=0}^{\infty} P\{(T_x \leq t) \cap G_k^{0,x}\} = \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x}\} \cdot P\{(T_x \leq t) | G_k^{0,x}\} \quad (4.21)$$

Levando-se em conta que $P\{G_k^{0,x}\} > 0$, para $x \geq 0$, e considerando-se a soma de $k=0$ até $k=\infty$ das expressões (4.19), obtêm-se:

$$\begin{cases} \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x}\} \sum_{j=k+1}^{\infty} P\{E_j^{0,1} | G_k^{0,x}\} \leq \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x}\} P\{(T_x \leq t) | G_k^{0,x}\} \\ \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x}\} P\{(T_x \leq t) | G_k^{0,x}\} \leq \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x}\} \sum_{j=k}^{\infty} P\{E_j^{0,1} | G_k^{0,x}\} \end{cases} \quad (4.22)$$

\therefore

$$0 \leq \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=k+1}^{\infty} P\{E_j^{0,1} \cap G_k^{0,x}\} \leq Q_x(t) \leq \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=k}^{\infty} P\{E_j^{0,1} \cap G_k^{0,x}\}, \quad (4.23)$$

ou seja:

$$0 \leq Q_{x2}(t) \leq Q_x(t) \leq Q_{x1}(t), \quad (4.24)$$

onde:

$$\left\{ Q_{x2}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=k+1}^{\infty} P\{E_j^{0,1} \cap G_k^{0,x}\}, \right. \quad (4.25)$$

$$\left. Q_{x1}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=k}^{\infty} P\{E_j^{0,1} \cap G_k^{0,x}\}, \right. \quad (4.26)$$

que são funções aproximativas inferior e superior de $Q_x(t)$, respectivamente.

Levando-se em conta que $P\{G_k^{0,x}\} > 0$, para $x \geq 0$, tem-se:

$$\begin{aligned} Q_{x1}(t) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=k}^{\infty} P\{G_k^{0,x} \cap E_j^{0,t}\} = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x} \cap E_j^{0,t}\} - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{k-1} P\{G_k^{0,x} \cap E_j^{0,t}\} = \\ &= 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{j=0}^{k-1} P\{G_k^{0,x} \cap E_j^{0,t}\} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Logo: [TODOROVIC, P.; VUKMIROVIC, V.; VUKOTIC, R.; FILIP, A. (1966)]

$$0 \leq Q_{x2}(t) \leq Q_x(t) \leq Q_{x1}(t) \leq 1 \quad (4.28)$$

Derivando-se as equações (4.25) e (4.26) em relação à x e t , levando-se em conta as definições de $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$, tem-se, para $x \geq 0$ e $t > 0$:

$$\begin{cases} \frac{\partial Q_{x1}(t)}{\partial t} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_1(t,k) \cdot P\{E_k^{0,t} \cap G_{k+1}^{0,x}\} \\ \frac{\partial Q_{x1}(t)}{\partial x} = - \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_2(x,k) \cdot P\{E_k^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} \end{cases} \quad (4.29)$$

para a função aproximativa superior $Q_{x1}(t)$.

$$\begin{cases} \frac{\partial Q_{x2}(t)}{\partial t} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_1(t,k) \cdot P\{E_k^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} \\ \frac{\partial Q_{x2}(t)}{\partial x} = - \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_2(x,k) \cdot P\{E_{k+1}^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} \end{cases} \quad (4.30)$$

para a função aproximativa inferior $Q_{x2}(t)$.

Das derivadas em relação à t , levando-se em conta a equação (3.12), tem-se:

$$\begin{cases} q_{x1}(t,x) = \frac{\partial Q_{x1}(t)}{\partial t} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_1(t,k) \cdot P\{E_k^{0,t} \cap G_{k+1}^{0,x}\} \\ q_{x2}(t,x) = \frac{\partial Q_{x2}(t)}{\partial t} = \sum_{k=0}^{\infty} \lambda_1(t,k) \cdot P\{E_k^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} \end{cases} \quad (4.31)$$

que são as funções densidade de probabilidade aproximadas da distribuição temporal das partículas sólidas, através de uma seção x transversal ao escoamento.

* * *

*

CAPÍTULO V

MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS DO TRANSPORTE E DA DISPERSÃO DE SEDIMENTOS EM SUSPENSÃO

Pode-se descrever analiticamente o movimento do grão de sedimento em suspensão no escoamento a superfície livre, assim como o movimento das partículas de poluentes líquidos e/ou fixados pelos sedimentos, através das famílias de probabilidade $P\{E_v^{0,t}\}$ e $P\{G_k^{0,x}\}$, associadas às funções de repartição $F_t(x)$ e $Q_x(t)$, e, conseqüentemente, aos processos aleatórios $X_i(t,\omega)$ e $T_x(x,\omega)$.

Sabe-se que as funções $P\{E_v^{0,t}\}$ e $P\{G_k^{0,x}\}$, e, $F_t(x)$ e $Q_x(t)$ estão relacionadas entre si pelas chamadas *FUNÇÕES DE INTENSIDADE DE MUDANÇA DE ESTADO CINEMÁTICO* ou *FUNÇÕES DE MOBILIDADE DO GRÃO*: $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$.

Logo, se as expressões $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$ são conhecidas, todos os conjuntos aleatórios considerados são perfeitamente definidos e os processos $X_i(t,\omega)$ e $T_x(x,\omega)$ inteiramente descritos.

Nesta tese, serão aplicados ao transporte de sedimentos e poluentes em suspensão os modelos mais simples, onde as funções de mobilidade do grão são constantes positivas, o que é característico dos *MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS*.

V.1 - PROBABILIDADE DO NÚMERO DE DESLOCAMENTOS DO GRÃO NUMA DISTÂNCIA DADA, SENDO λ_2 CONSTANTE

Seja:

$$\lambda_2(x,k) = \lambda_2 = \text{Cte} > 0 \quad (5.1)$$

De acordo com esta hipótese, o sistema de equações (4.9) a (4.12) se simplifica. Para o conjunto $G_k^{0,x}$, ele se reduz a:

$$\begin{cases} P\{G_1^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = \lambda_2 \cdot \Delta x + \vartheta(\Delta x), \\ P\{G_i^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = \vartheta(\Delta x), \quad i > 1, \\ P\{G_0^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = 1 - \lambda_2 \cdot \Delta x + \vartheta(\Delta x), \\ P\{G_0^{0,0}\} = 1, \end{cases} \quad \text{para } \Delta x \rightarrow 0. \quad (5.2)$$

Onde se tem:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P\{E_1^{t,t+\Delta t} | E_v^{0,t}\}}{\Delta t} \\ \lambda_2 = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P\{G_1^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\}}{\Delta x} \end{cases} \quad (5.3)$$

Partindo-se dessas equações (5.2) e (5.3), chega-se ao seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\left\{ \frac{\partial P\{G_k^{0,x}\}}{\partial x} = -\lambda_2 \cdot [P\{G_k^{0,x}\} - P\{G_{k-1}^{0,x}\}], \quad k \geq 1 \right. \quad (5.4)$$

$$\left. \frac{\partial P\{G_0^{0,x}\}}{\partial x} = -\lambda_2 \cdot [P\{G_0^{0,x}\}] \right. \quad (5.5)$$

com as seguintes condições de contorno:

$$x = 0 \begin{cases} P\{G_0^{0,x}\} = 1 \\ P\{G_k^{0,x}\} = 0, \quad k \geq 1 \end{cases} \quad (5.6)$$

A solução do sistema é a *LEI DE PROBABILIDADE HOMOGÊNEA DE POISSON*:

$$P\{G_k^{0,x}\} = \frac{(\lambda_2 x)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda_2 x} \quad (5.7)$$

onde:

$$a) P\{G_0^{0,x}\} = e^{-\lambda_2 x} \quad (5.8)$$

b) A *Esperança Matemática* ou o *Número Médio de Etapas Realizadas pelo Grão na Distância* é dada por:

$$E\{\mu_{0,x}\} = E\{P\{G_k^{0,x}\}\} = \sum_{k=1}^{\infty} k \cdot P\{G_k^{0,x}\} = \lambda_2 x \quad (5.9)$$

c) A *Variância*:

$$D_{\mu_{0,x}} = \left[\sum_{k=1}^{\infty} k^2 \cdot P\{G_k^{0,x}\} \right] - [E\{\mu_{0,x}\}]^2 = \lambda_2 x \quad (5.10)$$

d) O *Coefficiente de Variação*:

$$C_{v_x} = \frac{\sqrt{D_{\mu_{0,x}}}}{E\{\mu_{0,x}\}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_2 x}} \quad (5.11)$$

V.2 - PROBABILIDADE DO NÚMERO DE DESLOCAMENTOS DO GRÃO NUM INTERVALO DE TEMPO, SENDO λ_1 CONSTANTE

Seja:

$$\lambda_1(t, v) = \lambda_1 = \text{Cte} > 0 \quad (5.12)$$

Analogamente ao item anterior, obtém-se a *LEI DE PROBABILIDADE HOMOGÊNEA DE POISSON*:

$$P\{E_v^{0,t}\} = \frac{(\lambda_1 t)^v}{v!} \cdot e^{-\lambda_1 t} \quad (5.13)$$

onde:

$$a) P\{E_0^{0,t}\} = e^{-\lambda_1 t} \quad (5.14)$$

b) A *Esperança Matemática* ou o *Número Médio de Etapas Realizadas pelo Grão no tempo* é dada por:

$$E\{\eta_{0,t}\} = E[P\{E_v^{0,t}\}] = \sum_{v=1}^{\infty} v \cdot P\{E_v^{0,t}\} = \lambda_1 t \quad (5.15)$$

c) A *Variância*:

$$D_{\eta_{0,t}} = \left[\sum_{v=1}^{\infty} v^2 \cdot P\{E_v^{0,t}\} \right] - [E\{\eta_{0,t}\}]^2 = \lambda_1 t \quad (5.16)$$

d) O *Coefficiente de Variação*:

$$C_{v_t} = \frac{\sqrt{D_{\eta_{0,t}}}}{E\{\eta_{0,t}\}} = \frac{1}{\sqrt{\lambda_1 t}} \quad (5.17)$$

V.3 - FUNÇÕES DE DISTRIBUIÇÃO TEMPORAL DO MODELO POISSONIANO HOMOGÊNIO UNIDIMENSIONAL

O movimento da partícula é conhecido por “*Sem Memória*” quando o número de deslocamentos no intervalo $[0,x]$ não influi na estimativa da probabilidade de realizações no intervalo $[x,x+\Delta x]$; e, o número de deslocamentos no intervalo $[0,t]$ não influi na estimativa da probabilidade de realizações no intervalo $[t,t+\Delta t]$. Ou seja, o comportamento atual da partícula não é influenciado por suas realizações anteriores.

Seja um movimento, como o descrito anteriormente, no interior de um canal retilíneo, em regime de escoamento permanente e uniforme. As probabilidades de deslocamento do grão

nos intervalos $[x, x+\Delta x]$ e $[t, t+\Delta t]$ não dependem de x nem de t . Elas dependem somente das dimensões Δx e Δt .

As probabilidades do número de deslocamento no tempo e na distância são mutuamente independentes, logo:

$$P\{G_k^{0,x} | E_v^{0,t}\} = P\{G_k^{0,x}\} \quad (5.18)$$

$$P\{E_v^{0,t} | G_k^{0,x}\} = P\{E_v^{0,t}\} \quad (5.19)$$

$$P\{G_k^{0,x} \cap E_v^{0,t}\} = P\{G_k^{0,x}\} \cdot P\{E_v^{0,t}\} \quad (5.20)$$

Substituindo-se as equações (5.7) e (5.13) em (4.25) e (4.26), levando-se em conta as igualdades (5.18) a (5.20) tem-se as funções aproximativas de $Q_x(t)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{x_2}(t) = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{k=v+1}^{\infty} e^{(-\lambda_1 t - \lambda_2 x)} \cdot \frac{(\lambda_2 x)^v}{v!} \cdot \frac{(\lambda_1 t)^k}{k!} \\ Q_{x_1}(t) = \sum_{v=0}^{\infty} \sum_{k=v}^{\infty} e^{(-\lambda_1 t - \lambda_2 x)} \cdot \frac{(\lambda_2 x)^v}{v!} \cdot \frac{(\lambda_1 t)^k}{k!} \end{array} \right. \quad (5.21)$$

Para $x > 0$ e $t = 0$, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{x_2}(0) = 0 \\ Q_{x_1}(0) = e^{-\lambda_2 x} \end{array} \right. \quad (5.22)$$

Desenvolvendo o sistema (4.31) para $\lambda_1(t, v) = \lambda_1 = \text{Cte}$ e $\lambda_2(x, k) = \lambda_2 = \text{Cte}$, ou, derivando-se diretamente (5.21) em relação à t , obtêm-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{x_2}(t) = \frac{\partial Q_{x_2}(t)}{\partial t} = \lambda_1 \cdot e^{(-\lambda_1 t - \lambda_2 x)} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^v}{v!} \cdot \frac{(\lambda_2 x)^v}{v!} \\ q_{x_1}(t) = \frac{\partial Q_{x_1}(t)}{\partial t} = \lambda_1 \cdot e^{(-\lambda_1 t - \lambda_2 x)} \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^v}{v!} \cdot \frac{(\lambda_2 x)^{v+1}}{(v+1)!} \end{array} \right. \quad (5.23)$$

com:

$$\begin{cases} q_{x_2}(0) = \lambda_1 \cdot e^{-\lambda_2 x} \\ q_{x_1}(0) = 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

Em virtude das funções de distribuição temporal obtidas a partir de leis de probabilidade homogênea de Poisson, dadas pelas equações (5.7) e (5.13), o modelo de transporte e dispersão dos sedimentos ou de poluentes, caracterizado pelas equações (5.21) e (5.23) é conhecido por *MODELO POISSONIANO HOMOGÊNEO UNIDIMENSIONAL*.

Levando-se em conta as expressões das funções de Bessel modificadas de 1ª espécie, de ordem n:

$$I_n(u) = \left(\frac{u}{2}\right)^n \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(1/4 u^2)^k}{k! \Gamma(n+k+1)} \quad (5.25)$$

onde $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama; o Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional pode ser escrito da seguinte forma:

$$\begin{cases} q_{x_2}(t) = \lambda_1 \cdot e^{(-\lambda_1 t - \lambda_2 x)} \cdot I_0(2\sqrt{\lambda_1 t \lambda_2 x}) \\ q_{x_1}(t) = \lambda_1 \cdot e^{(-\lambda_1 t - \lambda_2 x)} \cdot \frac{\sqrt{\lambda_2 x}}{\sqrt{\lambda_1 t}} \cdot I_1(2\sqrt{\lambda_1 t \lambda_2 x}) \end{cases} \quad (5.26)$$

V.3.1 - Área Sob as Curvas de $q_{x_i}(t)$; $i=1,2$

A partir de (5.23) ou (5.26) e levando-se em conta (5.8) obtém-se:

$$\begin{cases} \int_0^{\infty} q_{x_2}(t) dt = 1 \\ \int_0^{\infty} q_{x_1}(t) dt = 1 - e^{-\lambda_2 x} = 1 - P\{G_0^{0,x}\} \end{cases} \quad (5.27)$$

onde $P\{G_0^{0,x}\}$ é a probabilidade de não deslocamento ou zero ciclo, dentro da distância $[0,x]$.

A Figura V.1, a seguir, representa $q_{xi}(t)/\lambda_1$, $i=1,2$, em função do tempo adimensional $\lambda_1 t$, para diferentes valores da distância adimensional $\lambda_2 x$. Os cálculos foram realizados a partir do sistema de equações (5.23).

Ainda sobre a Figura V.1, pode-se notar uma assimetria das curvas que representam $q_{xi}(t)/\lambda_1$, $i=1,2$, para pequenos valores de $\lambda_2 x$. A medida que $\lambda_2 x$ cresce, essa assimetria tende a desaparecer.

V.3.2 - Desvio Entre as Funções $Q_{xi}(t)$; $i=1,2$

O desvio entre as funções aproximadas de $Q_x(t)$ pode ser obtido a partir das equações (4.25) e (4.26) ou a partir de (5.21) para os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais.

Tem-se, de um modo geral:

$$Q_{x1}(t) - Q_{x2}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x} \cap E_k^{0,t}\} \quad (5.28)$$

e, para os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais:

$$Q_{x1}(t) - Q_{x2}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} P\{G_k^{0,x}\} \cdot P\{E_k^{0,t}\} \quad (5.29)$$

Neste último caso, levando-se em conta a desigualdade (4.28) e as equações (5.7), (5.13) e (5.29), pode-se também estimar o desvio entre as funções aproximadas $Q_{xi}(t)$ e $Q_x(t)$:

$$\left| Q_x(t) - Q_{xi}(t) \right|_{i=1,2} \leq e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 x} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_2 x)^k}{k!} \cdot \frac{(\lambda_1 t)^k}{k!} \quad (5.30)$$

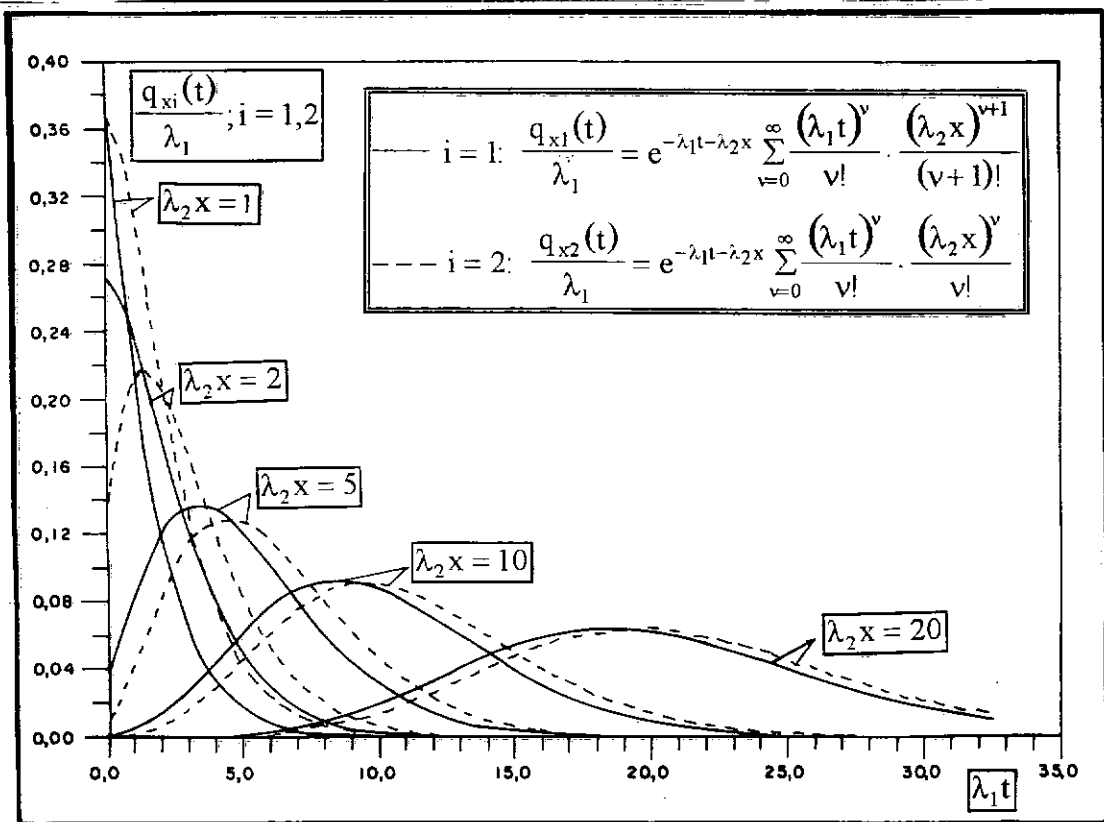


Figura V.1

Função densidade de probabilidade temporal.

Considerando-se, a seguir, a desigualdade de Holder [ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. (1968)], tem-se:

$$\begin{cases} |Q_x(t) - Q_{xi}(t)|_{i=1,2} \leq e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 x} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_2 x)^{2k}}{(k!)^2} \right]^{1/2} \cdot \left[\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^{2k}}{(k!)^2} \right]^{1/2} \\ |Q_x(t) - Q_{xi}(t)|_{i=1,2} \leq e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 x} \cdot \{I_0[2\lambda_2 x]\}^{1/2} \cdot \{I_0[2\lambda_1 t]\}^{1/2} \end{cases} \quad (5.31)$$

E finalmente:

$$|Q_x(t) - Q_{xi}(t)|_{i=1,2} \leq e^{-\lambda_2 x} \cdot \{I_0[2\lambda_2 x]\}^{1/2} \quad (5.32)$$

V.3.3 - Principais Parâmetros Estatísticos das Repartições Temporais

Os momentos de ordem m do processo $T(x)$ podem ser aproximados pelos momentos das funções $Q_{xi}(t)$, que são dados por:

$$E\{Q_{xi}^m(t)\} = \int_0^{\infty} t^m dQ_{xi}(t) = \int_0^{\infty} t^m \cdot q_{xi}(t) dt, \quad i = 1, 2 \quad (5.33)$$

e introduzindo as equações (5.26), obtêm-se:

$$\begin{cases} E\{Q_{x2}^m(t)\} = \frac{1}{\lambda_1^m} \cdot e^{-\lambda_2 x} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_2 x)^k}{(k!)^2} \cdot (k+m)! \\ E\{Q_{x1}^m(t)\} = \frac{1}{\lambda_1^m} \cdot e^{-\lambda_2 x} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 x)^{k+1}}{k! (k+1)!} \cdot (k+m)! \end{cases} \quad (5.34)$$

Logo, tem-se:

a) Momentos de Ordem 1 ou Esperança Matemática:

$$\begin{cases} E\{Q_{x2}(t)\} = \frac{\lambda_2 x}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1} \cdot (\lambda_2 x + 1) \\ E\{Q_{x1}(t)\} = \frac{\lambda_2 x}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_1} \cdot (\lambda_2 x) \end{cases} \quad (5.35)$$

b) Momentos de Ordem 2:

$$\begin{cases} E\{Q_{x2}^2(t)\} = \frac{1}{\lambda_1^2} \cdot [(\lambda_2 x)^2 + 4\lambda_2 x + 2] \\ E\{Q_{x1}^2(t)\} = \frac{1}{\lambda_1^2} \cdot [(\lambda_2 x)^2 + 2\lambda_2 x] \end{cases} \quad (5.36)$$

c) Momentos de Ordem 3:

$$\begin{cases} E\{Q_{x_2}^3(t)\} = \frac{1}{\lambda_1^3} \cdot [(\lambda_2 x)^3 + 9(\lambda_2 x)^2 + 18\lambda_2 x + 6] \\ E\{Q_{x_1}^3(t)\} = \frac{1}{\lambda_1^3} \cdot [(\lambda_2 x)^3 + 6(\lambda_2 x)^2 + 6\lambda_2 x] \end{cases} \quad (5.37)$$

d) Variância:

$$D_{xi} = E\{Q_{xi}^2(t)\} - [E\{Q_{xi}(t)\}]^2, \quad i = 1,2 \quad (5.38)$$

$$\begin{cases} D_{x_2} = \frac{1}{\lambda_1^2} (2\lambda_2 x + 1) \\ D_{x_1} = \frac{1}{\lambda_1^2} (2\lambda_2 x) \end{cases} \quad (5.39)$$

e) Coeficiente de Assimetria:

$$C_{sxi} = E\{Q_{xi}^3(t)\} - 3 \cdot E\{Q_{xi}(t)\} \cdot E\{Q_{xi}^2(t)\} + 2 \cdot [E\{Q_{xi}(t)\}]^3, \quad i = 1,2 \quad (5.40)$$

$$\begin{cases} C_{sx_2} = \frac{1}{\lambda_1^3} (6\lambda_2 x + 2) \\ C_{sx_1} = \frac{1}{\lambda_1^3} (6\lambda_2 x) \end{cases} \quad (5.41)$$

f) Coeficiente de Variação:

$$C_{vxi} = \frac{\sqrt{D_{xi}}}{E\{Q_{xi}(t)\}}, \quad i = 1,2 \quad (5.42)$$

$$\begin{cases} C_{vx2} = \frac{\sqrt{2\lambda_2 x + 1}}{\lambda_2 x + 1} \\ C_{vx1} = \frac{\sqrt{2\lambda_2 x}}{\lambda_2 x} \end{cases} \quad (5.43)$$

O desenvolvimento longitudinal dos parâmetros estatísticos das funções de repartição $Q_{xi}(t)$, $i=1,2$, são apresentados na Figura V.2, a seguir.

Os coeficientes λ_1 e λ_2 podem ser calculados a partir dos parâmetros estatísticos obtidos das expressões gerais (5.34) e, das aplicações de traçadores. Eles são dependentes das condições hidráulicas, morfológicas e sedimentológicas do curso d'água, tais como: a velocidade do escoamento, a rugosidade do fundo, o tirante d'água, as formas das seções transversais do escoamento e das partículas, o diâmetro do grão e a intensidade da turbulência.

V.3.4 - Velocidade Média das Partículas

A velocidade média das partículas é dada por:

$$\bar{u}_p = \frac{1}{\frac{\partial}{\partial x} E\{Q_{xi}(t)\}} \quad (5.44)$$

Considerando-se (5.35), tem-se:

$$\bar{u}_p = \frac{1}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \quad (5.45)$$

ou seja, a velocidade média do grupo de partículas é igual ao comprimento médio de um deslocamento, $1/\lambda_2$, dividido pelo período médio de não deslocamento, $1/\lambda_1$.

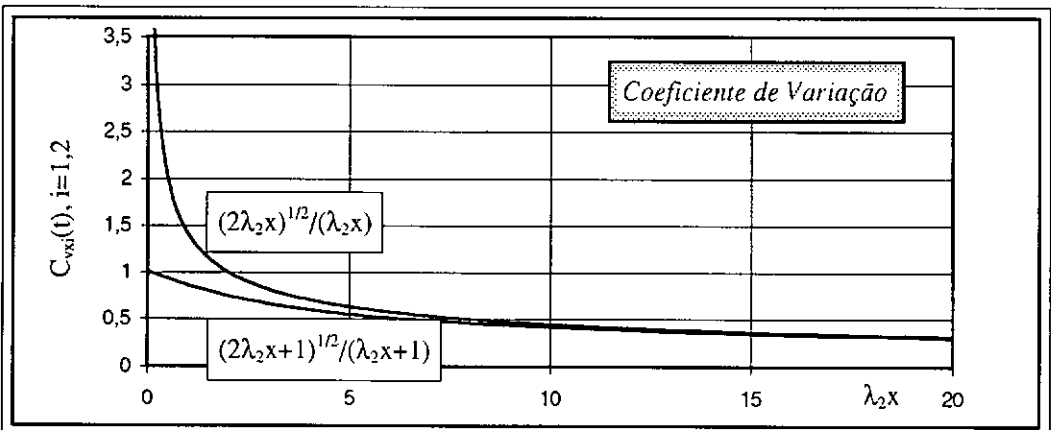
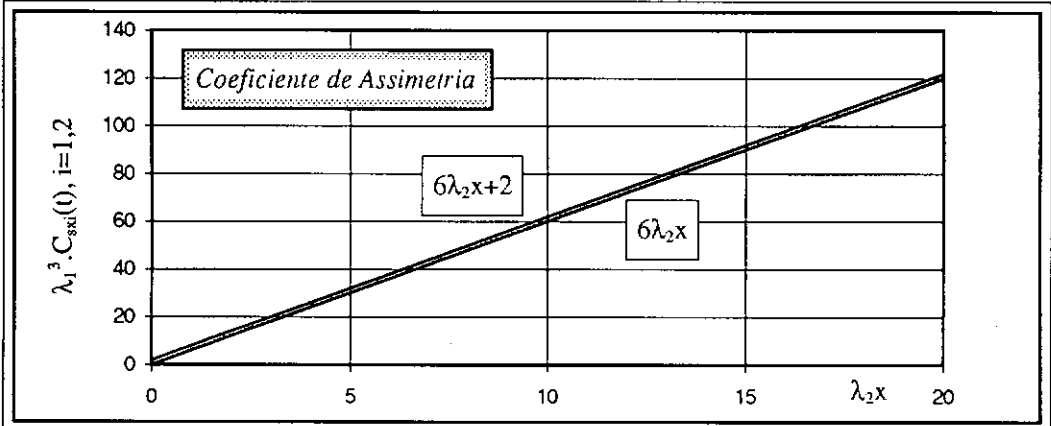
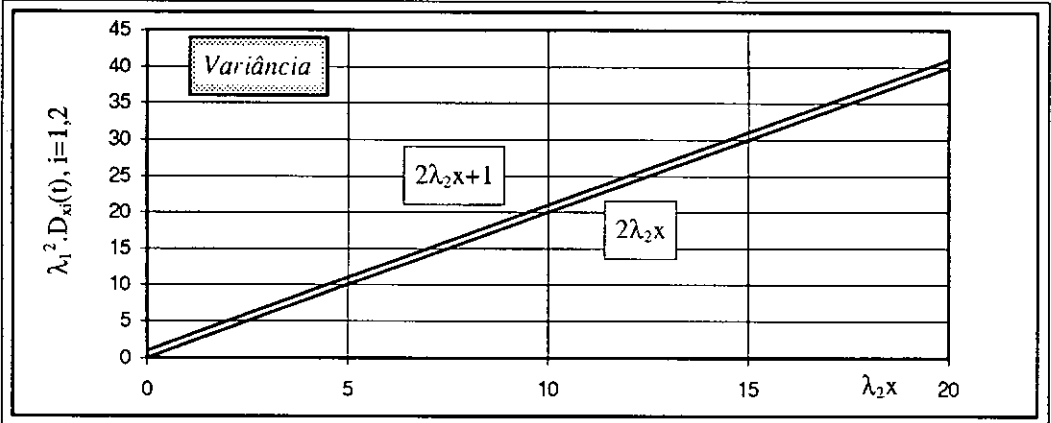
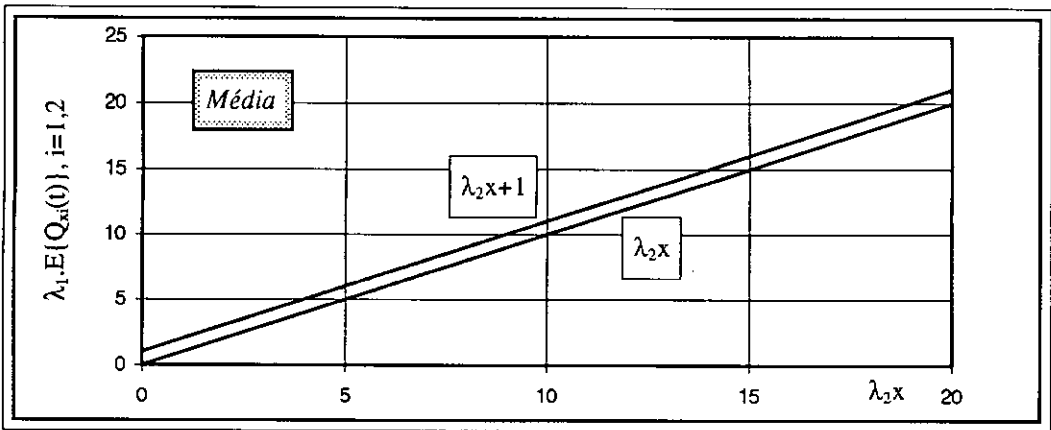


Figura V.2

Parâmetros estatísticos adimensionais das funções de repartição temporal $Q_{xi}(t), i=1,2$.

Dado \bar{u}_p , a descarga sólida dos sedimentos em *suspensão* pode ser estimada por:

$$Q_p = \bar{C}_o \cdot B \cdot h \cdot \bar{u}_p, \quad (5.46)$$

onde: \bar{C}_o é a concentração média das partículas de poluentes, sedimentos ou de traçadores através da seção de imersão;

B é a largura média da seção de transporte; e,

h é o tirante de água.

V.3.5 - Comportamento Assintótico dos Máximos de $q_{xi}(t)$; $i=1,2$

As tendências assintóticas da moda e dos máximos das funções de distribuição temporal $q_{xi}(t)$ são também freqüentemente utilizadas para a determinação dos parâmetros λ_1 e λ_2 .

A moda das funções de distribuição temporal corresponde ao tempo de passagem da concentração máxima na seção distante x do ponto de imersão:

$$t_{mi} = \left\{ t_i; \frac{\partial}{\partial t} q_{xi}(t) = 0 \right\}; \quad i = 1,2 \quad (5.47)$$

Considerando-se (5.26), pode-se escrever:

$$\begin{cases} \frac{\partial q_{x2}(t)}{\partial t} = 0 \rightarrow \sqrt{\lambda_2 x} \cdot I_1 \left[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m2} \lambda_2 x} \right] = \sqrt{\lambda_1 t_{m2}} \cdot I_0 \left[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m2} \lambda_2 x} \right] \\ \frac{\partial q_{x1}(t)}{\partial t} = 0 \rightarrow \sqrt{\lambda_2 x} \cdot I_2 \left[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m1} \lambda_2 x} \right] = \sqrt{\lambda_1 t_{m1}} \cdot I_1 \left[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m1} \lambda_2 x} \right] \end{cases} \quad (5.48)$$

onde $I_n[\cdot]$ é a função de Bessel modificada de 1ª espécie, de ordem n.

Ou ainda:

$$\begin{cases} \frac{I_1[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m2} \lambda_2 x}]}{I_0[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m2} \lambda_2 x}]} = \frac{\sqrt{\lambda_1 t_{m2}}}{\sqrt{\lambda_2 x}} \\ \frac{I_2[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m1} \lambda_2 x}]}{I_1[2 \cdot \sqrt{\lambda_1 t_{m1} \lambda_2 x}]} = \frac{\sqrt{\lambda_1 t_{m1}}}{\sqrt{\lambda_2 x}} \end{cases} \quad (5.49)$$

Conforme as propriedades das funções de Bessel modificadas, tem-se:

$$u \rightarrow \infty : I_n(u) \cong \frac{e^u}{\sqrt{2\pi u}} \quad (5.50)$$

Logo, para grandes distâncias, os valores máximos das funções de Bessel, e, conseqüentemente, de $q_{xi}(t)$, $i=1,2$, confundem-se:

$$\lambda_1 t_{m1} \cong \lambda_1 t_{m2} \cong \lambda_1 t_m \cong \lambda_2 x \quad (5.51)$$

e:

$$\lambda_2 x \gg 1 \begin{cases} t_m = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \cdot x \\ q_{x_{max}} = q_{x1}(t_m) = q_{x2}(t_m) \cong \frac{\lambda_1}{2 \sqrt{\pi \lambda_2 x}} \end{cases} \quad (5.52)$$

Assim, após determinar-se t_m e $q_{x_{max}}$ experimentalmente, pode-se calcular λ_1 e λ_2 através das equações (5.52).

Na prática, grandes valores de x conduzem a grandes valores de t , e a equação dos desvios entre as funções $Q_x(t)$ e $Q_{xi}(t)$, (5.32), pode ser reescrita como:

$$|Q_x(t) - Q_{xi}(t)|_{i=1,2} \leq \frac{1}{\sqrt[4]{4\pi\lambda_2 x}} \quad (5.53)$$

ou seja:

$$\left| Q_x(t) - Q_{x_i}(t) \right|_{i=1,2} \rightarrow 0, \text{ quando } x \rightarrow \infty \quad (5.54)$$

logo, $Q_x(t)$ e $Q_{x_i}(t)$ são convergentes, para $x \rightarrow \infty$.

V.4 - CONSIDERAÇÕES SOBRE OS MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS

i) As funções $\lambda_1(t,v)$ e $\lambda_2(x,k)$ descrevem analiticamente a mobilidade do grão sobre a ação da corrente líquida e caracterizam os modelos aleatórios do transporte em suspensão dos sedimentos e poluentes. Essas funções são definidas pelas expressões gerais (4.13) e (4.14).

ii) Quando as funções de mobilidade do grão forem constantes positivas, os números de deslocamentos efetuados pelo grão na distância e no tempo serão eventos independentes. Suas leis de probabilidades de ocorrência poderão ser expressas por leis homogêneas de Poisson. Diz-se que o movimento das partículas é “*Sem Memória*”.

iii) Neste caso, as probabilidades do grão se movimentar nos intervalos de tempo e de distância, obtidas das expressões (4.15) e (4.16) são dadas pelas equações (5.3), que podem ser escritas, como a seguir:

$$\begin{cases} \lambda_1 = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} P\{E_1^{t,t+\Delta t}\} = \text{Cte} \\ \lambda_2 = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta x} P\{G_1^{x,x+\Delta x}\} = \text{Cte} \end{cases} \quad (5.55)$$

sendo o comprimento médio de um deslocamento longitudinal igual a $1/\lambda_2$ e o período médio em que a partícula deixa de se movimentar no sentido do escoamento igual a $1/\lambda_1$.

iv) As expressões (4.31), que descrevem as funções densidade de probabilidade aproximativas da distribuição temporal das partículas sólidas, se simplificam:

$$\begin{cases} q_{x1}(t, x) = \frac{\partial Q_{x1}(t)}{\partial t} = \lambda_1 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} P\{E_k^{0,t} \cap G_{k+1}^{0,x}\} \\ q_{x2}(t, x) = \frac{\partial Q_{x2}(t)}{\partial t} = \lambda_1 \cdot \sum_{k=0}^{\infty} P\{E_k^{0,t} \cap G_k^{0,x}\} \end{cases} \quad (5.56)$$

Tomando-se as derivadas em relação à x de (5.56) e desenvolvendo os termos de probabilidade, obtém-se as *EQUAÇÕES A DERIVADAS PARCIAIS DO PROCESSO ALEATÓRIO UNIDIMENSIONAL POISSONIANO HOMOGÊNEO* $T_x(x, \omega)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 Q_{x1}(t)}{\partial t \partial x} + \lambda_2 \frac{\partial Q_{x1}(t)}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial Q_{x1}(t)}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial^2 Q_{x2}(t)}{\partial t \partial x} + \lambda_2 \frac{\partial Q_{x2}(t)}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial Q_{x2}(t)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (5.57)$$

v) As expressões gerais do *Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional* (5.21) a (5.24), que correspondem a uma solução de (5.57), definem as funções de repartição Euleriana, $Q_{xi}(t)$, de um grupo de partículas de características hidrossedimentométricas idênticas, injetadas simultaneamente no escoamento.

vi) A função de densidade de probabilidade longitudinal, $f_t(x)$, apresentada no Capítulo III, representa a distribuição longitudinal, no instante t , das partículas injetadas no escoamento, ao passo que a função de densidade de probabilidade temporal, $q_x(t)$, representa a distribuição temporal das partículas através de uma seção transversal, situada à distância x .

Partindo-se da equação (3.10), que relaciona as distribuições longitudinal e temporal das partículas em movimento num escoamento líquido, pode-se mostrar que:

$$\frac{\partial}{\partial t} f_t(x) = -\frac{\partial}{\partial x} q_x(t) \quad (5.58)$$

vii) A partir da Teoria da Transferência, a qual baseia-se no balanço de massa no interior de um volume de controle, definido pelas seções x e $x+\Delta x$, mostra-se facilmente que:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 f_t(x)}{\partial t \partial x} + \lambda_1 \frac{\partial f_t(x)}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial f_t(x)}{\partial t} = 0 \\ \frac{\partial^2 q_x(t)}{\partial x \partial t} + \lambda_2 \frac{\partial q_x(t)}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial q_x(t)}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (5.59)$$

onde $f_t(x)$ e $q_x(t)$ relacionam-se com a concentração média, \bar{C}_m , de sedimentos ou poluentes contidos entre as seções x e $x+\Delta x$, e com o fluxo, ϕ , desse mesmo material, que no intervalo de tempo t e $t+\Delta t$, passam através da seção x , respectivamente, definidos pelas expressões:

$$\begin{cases} \bar{C}_m(x, t) = \frac{M_0}{Bd} f_t(x) \\ \phi(x, t) = \frac{M_0}{Bd} q_x(t), \end{cases} \quad (5.60)$$

sendo:

$q_x(t)$ a função densidade de probabilidade temporal expressa por unidade de tempo;

M_0 a massa temporal de poluentes líquidos, sedimentos ou poluentes fixados pelos grãos de sedimentos;

d o tirante de água;

B a largura do canal.

viii) Os *MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS* obtidos, para os casos onde $\lambda_1(t, v)$ e $\lambda_2(x, k)$ são constantes positivas, através da Teoria dos Processos Aleatórios do transporte dos grãos, são descritos pelas mesmas equações (5.59), oriundas da Teoria da Transferência.

Com efeito, para a função densidade de probabilidade temporal $q_{xi}(t, x)$, a equação é obtida derivando-se as expressões (5.57) em relação à t .

ix) Na Teoria da Dispersão-Difusão, acompanha-se a variação com o tempo, da massa por unidade de volume, de sedimentos ou poluentes, no interior de um domínio \mathcal{D} , definido por uma superfície fechada Σ , que se desloca ao longo do escoamento.

No caso de um poluente conservativo, isto é, no caso em que não há nem desaparecimento, nem geração de matéria dentro desse domínio, tem-se para um escoamento unidirecional:

$$\frac{\partial f_t(x)}{\partial t} + U \frac{\partial f_t(x)}{\partial x} = K_{px} \frac{\partial^2 f_t(x)}{\partial x^2} \quad (5.61)$$

onde:

U é a velocidade média através da seção transversal do escoamento;

K_{px} é o coeficiente de dispersão-advecção longitudinal.

A Função Densidade de Probabilidade Gaussiana:

$$f_t(x) = \frac{1}{\sqrt{4\pi K_{px} t}} \exp\left\{-\frac{(x - \bar{u}_p t)^2}{4K_{px} t}\right\} \quad (5.62)$$

é solução da equação (5.61).

x) As expressões de $f_{it}(x)$ [WILSON Jr., G. (1987)], análogas às expressões (5.23):

$$\begin{cases} f_{i1}(x) = \frac{\partial F_{i1}(x)}{\partial x} = \lambda_2 e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 x} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^v}{v!} \cdot \frac{(\lambda_2 x)^v}{v!} \\ f_{i2}(x) = \frac{\partial F_{i2}(x)}{\partial x} = \lambda_2 e^{-\lambda_1 t - \lambda_2 x} \cdot \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(\lambda_1 t)^{v+1}}{(v+1)!} \cdot \frac{(\lambda_2 x)^v}{v!} \end{cases} \quad (5.63)$$

são soluções da equação (5.59).

Conclui-se que os mesmos perfis de distribuição longitudinal e temporal da partícula, são obtidos por duas teorias diferentes: a Teoria da Transferência e a dos Processos Aleatórios.

xi) Além disto, De Vries [DE VRIES, M. (1966)], comparou a primeira equação (5.63) com a função densidade de probabilidade Gaussiana, dada pela equação (5.62).

Supondo que $U \cong \bar{u}_p = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ e $K_{px} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2^2}$, De Vries, mostrou que os perfis longitudinais descritos por (5.62) e (5.63) são idênticos, para valores elevados de t .

Da mesma forma, pode-se mostrar que, para valores elevados de x , os perfis temporais descritos por (5.23) se confundem com o perfil Gaussiano:

$$q_x(t) = \frac{\bar{u}_p}{\sqrt{4\pi K_{px} t}} \exp\left\{-\frac{(x - \bar{u}_p t)^2}{4K_{px} t}\right\}, \quad (5.64)$$

que é a solução Euleriana da Equação Dispersão-Advecção.

xii) Para pequenos valores de x , o perfil temporal de distribuição das partículas em suspensão é contornado pelas funções $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$ do modelo aleatório, caracterizado pelas equações (5.23).

Para os valores mais elevados de x , isto é, à medida que se afasta do ponto de injeção, as duas funções $q_{xi}(t)$ do Modelo Aleatório Poissoniano Homogêneo Unidimensional aproximam-se do perfil de distribuição Gaussiano, solução do Modelo da Dispersão-Advecção Fickiano.

É provável que o Modelo Aleatório Poissoniano Homogêneo descreva melhor o comportamento da nuvem de sedimentos ou poluentes nas regiões mais próximas da seção de imersão, e tão bem quanto os Modelos Fickianos, nas regiões mais afastadas.

* * *

CAPÍTULO VI

DESCRIÇÕES DAS EXPERIÊNCIAS E TRABALHOS

Neste capítulo, descrevem-se as experiências e trabalhos dos quais extrairam-se os dados para aplicações do Modelo Poissoniano Unidimensional Homogêneo.

VI.1 - EXPERIÊNCIA DE SAYRE E CHANG EM CANAL DE LABORATÓRIO, USA

[SAYRE, W. W.; CHANG, F. M. (1968)]

Sayre e Chang realizaram uma série de experiências para determinação do transporte e da dispersão de suspensões de corante (Rodamina B e Sulforodamina B) e partículas sólidas finas (silte natural e esferas de vidro) em um canal de laboratório de seção retangular, com 2,40m de largura e 46m de comprimento.

O sistema de escoamento líquido é um circuito fechado clássico dotado de duas unidades de bombeamento, de difusores, de reservatório de estabilização, etc... A rugosidade do fundo foi obtida artificialmente através de pequenos paralelepípedos de dimensões iguais a 7,62cm x 1,91cm x 1,59cm, uniformemente distribuídos no fundo do escoamento.

A injeção dos traçadores foi instantânea e distribuída por toda largura da seção transversal, na superfície líquida do canal. Os parâmetros hidráulicos correspondentes aos ensaios estão apresentados na Tabela VI.1, a seguir.

As medições Eulerianas da concentração dos traçadores foram efetuadas em 4 seções distantes da seção de injeção: 10m, 20m, 27m e 35m.

Tabela VI.1

Características hidráulicas dos ensaios de Sayre e Chang.

Ensaio	Dispersante	Características Hidráulicas do Escoamento (Injeção Instantânea e Fundo Artificialmente Rugoso)													
		B (m)	h (m)	L (m)	U (m/s)	Q (l/s)	S (m/m)	θ (°C)	u_* (cm/s)	τ_0 (N/m ²)	ν (m ² /s) $\times 10^{-6}$	Re $\times 10^5$	F_r	$\frac{C}{\sqrt{g}}$	k (m)
D-1	Rodamina B	2,40	0,150	46,0	0,23	82	0,001	20	3,83	1,47	1,00	0,35	0,19	6,00	0,013
D-2	Rodamina B	2,40	0,243	46,0	0,35	203	0,001	20	4,88	2,38	1,00	0,85	0,23	7,17	0,013
D-3	Sulforodamina B	2,40	0,371	46,0	0,48	422	0,001	5	6,03	3,64	1,52	1,17	0,25	7,96	0,013
FS-1	Silte: 15 a 30 μm	2,40	0,150	46,0	0,23	82	0,001	20	3,83	1,47	1,00	0,35	0,19	6,00	0,013
FS-2	Silte: 15 a 30 μm	2,40	0,243	46,0	0,35	203	0,001	20	4,88	2,38	1,00	0,85	0,23	7,17	0,013
CS-1	Silte: 53 a 62 μm	2,40	0,150	46,0	0,23	82	0,001	20	3,83	1,47	1,00	0,35	0,19	6,00	0,013
FG-1	Vidro: < 44 μm	2,40	0,148	46,0	0,23	83	0,001	7	3,81	1,45	1,43	0,24	0,19	6,04	0,013
FG-3	Vidro: < 44 μm	2,40	0,371	46,0	0,48	422	0,001	6	6,03	3,64	1,47	1,21	0,25	7,96	0,013
CG-1	Vidro: 53 a 62 μm	2,40	0,148	46,0	0,23	83	0,001	5	3,81	1,45	1,52	0,22	0,19	6,04	0,013
CG-2	Vidro: 53 a 62 μm	2,40	0,248	46,0	0,34	202	0,001	4	4,93	2,43	1,57	0,54	0,22	6,90	0,013
CG-3	Vidro: 53 a 62 μm	2,40	0,371	46,0	0,48	422	0,001	6	6,03	3,64	1,47	1,21	0,25	7,96	0,013

$$u_* = \sqrt{ghS}; \quad \tau_0 = \gamma hS; \quad Re = \frac{Uh}{\nu}; \quad Fr = \frac{U}{\sqrt{gh}}; \quad \frac{C}{\sqrt{g}} = \frac{U}{u_*}; \quad k \equiv \text{altura característica da rugosidade}; \quad C \equiv \text{coeficiente de Chézy.}$$

A amostragem dos traçadores em cada seção foi feita no eixo do escoamento:

- à meia altura da lâmina d'água, nas experiências com corante;
- à 25%, 50% e 75% da altura da lâmina d'água, nas experiências com partículas de sedimentos e esferas de vidro.

Nas experiências com corante foi utilizado um Fluorímetro Turner Modelo 111 para medir a concentração de traçador, através de uma amostragem contínua. Como possuía-se apenas um aparelho desse tipo, executou-se uma injeção independente, para a determinação da curva de passagem do traçador através de cada uma das seções de medição.

As experiências com sedimento e com esferas de vidro consistiram de uma única injeção, na seção inicial, seguida das amostragens discretas do traçador nas quatro seções de medição. A concentração das partículas foi determinada em laboratório usando um Fluorímetro Turner Modelo 111, associando-se o valor da concentração com a quantidade de luz espalhada pelas partículas dispersas.

Durante a aplicação do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional, fez-se a opção pela curva de passagem medida a 50% da altura da lâmina d'água, no caso das experiências com sedimentos e esferas de vidro, pois assim podiam-se comparar os resultados dessas com os das experiências com corante, nas quais só foram determinadas as curvas de passagem medidas a meia altura da lâmina d'água.

Na Tabela VI.2, a seguir, estão apresentados os principais resultados dos ensaios de Sayre e Chang em canal de laboratório.

As diferenças existentes entre os valores dessa Tabela VI.2 e os calculados e publicados por Sayre e Chang, são devidos à discretização, nesta tese, das curvas de passagem do corante, dos sedimentos e das esferas de vidro.

Maiores detalhes sobre estas experiências podem ser encontrados em SAYRE, W. W.; CHANG, F. M. (1968).

Tabela VI.2

Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas

Eulerianas dos ensaios de Sayre e Chang.

Ensaio	Distância ao Ponto de Injeção (m)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (s)	Variância $Var\{T(x)\}$ (s ²)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (s ⁻¹)	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (s)
D-1	10,0	41,31	54,60	0,0540	0,1789	38,00
	20,0	84,99	103,17	0,0410	0,1195	84,00
	27,0	117,23	135,43	0,0360	0,0993	114,00
	35,0	153,48	167,17	0,0300	0,0842	152,00
		150,87	141,59	0,0340	0,0789	148,00
D-2	10,0	26,04	30,44	0,0810	0,2119	24,00
	20,0	54,23	64,17	0,0470	0,1477	54,00
		57,05	54,88	0,0530	0,1299	54,00
	27,0	78,24	83,03	0,0440	0,1165	78,00
	35,0	97,59	89,83	0,0380	0,0971	98,00
D-3	10,0	20,11	13,28	0,1180	0,1813	20,00
		19,58	14,82	0,1190	0,1967	18,00
	20,0	39,84	34,66	0,0830	0,1478	38,00
		38,41	29,47	0,0700	0,1413	36,00
	27,0	54,13	43,28	0,0550	0,1215	50,00
		53,25	43,67	0,0600	0,1241	52,00
FS-1	35,0	70,27	67,07	0,0480	0,1165	70,00
		71,05	70,21	0,0510	0,1179	70,00
	10,0	48,62	102,94	0,0600	0,2087	46,00
	20,0	87,46	76,27	0,0510	0,1000	86,00
	27,0	114,70	149,43	0,0320	0,1066	114,00
FS-2	35,0	155,71	183,86	0,0320	0,0871	154,00
	10,0	30,69	51,92	0,0700	0,2348	26,00
	20,0	57,64	59,03	0,0520	0,1333	54,00
	27,0	78,03	76,75	0,0440	0,1123	76,00
	35,0	104,97	143,84	0,0385	0,1143	104,00
CS-1	10,0	51,32	137,91	0,0400	0,2288	46,00
	20,0	88,60	107,01	0,0395	0,1166	88,00
	27,0	123,84	163,89	0,0325	0,1034	120,00
	35,0	160,97	274,49	0,0250	0,1029	154,00

Tabela VI.2

Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas

Eulerianas dos ensaios de Sayre e Chang.

(Continuação)

Ensaio	Distância ao Ponto de Injeção (m)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (s)	Variância $Var\{T(x)\}$ (s ²)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (s ⁻¹)	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (s)
FG-1	10,0	45,89	128,07	0,0550	0,2466	42,00
	20,0	86,30	91,16	0,0445	0,1106	84,00
	27,0	116,60	106,03	0,0400	0,0883	116,00
	35,0	154,06	167,46	0,0325	0,0840	150,00
FG-3	10,0	20,85	34,00	0,1100	0,2797	18,00
	20,0	43,86	56,19	0,0605	0,1709	42,00
	27,0	60,43	109,79	0,0465	0,1731	56,00
	35,0	76,98	105,64	0,0412	0,1335	76,00
CG-1	10,0	49,41	251,76	0,0475	0,3211	42,00
	20,0	87,36	153,56	0,0400	0,1418	84,00
	27,0	116,31	121,05	0,0390	0,0946	114,00
	35,0	152,02	221,37	0,0330	0,0978	150,00
CG-2	10,0	32,97	85,02	0,0650	0,2797	28,00
	20,0	64,20	187,27	0,0495	0,2125	58,00
	27,0	84,99	146,64	0,0460	0,1425	78,00
	35,0	110,67	384,15	0,0218	0,1772	100,00
CG-3	10,0	26,90	105,22	0,0610	0,3813	18,00
	20,0	49,25	154,35	0,0465	0,2522	44,00
	27,0	60,48	116,83	0,0430	0,1787	56,00
	35,0	86,09	291,40	0,0275	0,1983	78,00

VI.2 - TRABALHO NO RIO PARAÍBA DO SUL, BRASIL

[ROLDÃO, J. S. F. et all (1988)]

Trabalho efetuado pelo Laboratório de Traçadores - COPPE/UFRJ para a Companhia Siderúrgica Nacional (CSN), visando a determinação "in situ", com a utilização de corantes, das características de transporte e dispersão de poluentes solúveis no rio Paraíba do Sul, no trecho entre as cidades de Volta Redonda e Barra do Piraí, no Estado do Rio de Janeiro, Brasil (Figura VI.1).

Três corantes fluorescentes, Fluoresceína Sódica ou Uranina, Amidorodamina G Extra e Sulforodamina B, foram misturados para simular um poluente solúvel e conservativo. Nesta tese, utilizam-se os dados referentes aos corantes Amidorodamina G Extra e Sulforodamina B, cujos resultados são idênticos aos obtidos com o corante Uranina.

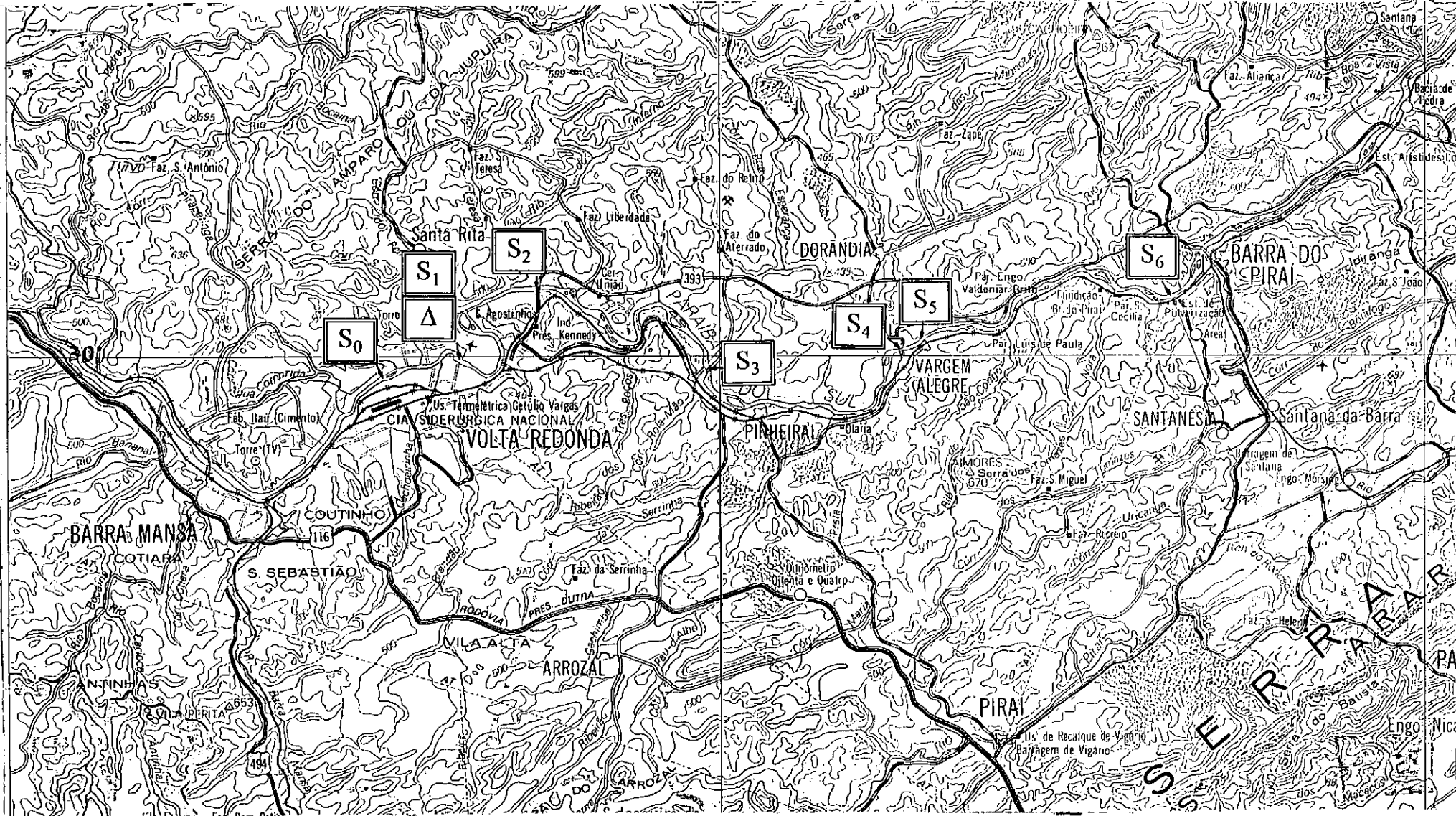
Executaram-se quatro campanhas de coletas de dados, cada uma delas para uma vazão líquida diferente, obtida no posto fluviométrico V-80, da LIGHT S. A., na cidade de Volta Redonda e no horário mais próximo da injeção do traçador. A Tabela VI.3 mostra as condições relativas à cada uma das campanhas.

Tabela VI.3

Condições relativas à cada uma das campanhas de coletas de dados no rio Paraíba do Sul.

Campanha	Data	Período	Vazão (m ³ /s)
1	09/09/86	Seco	272
2	08/01/87	Chuvoso	342
3	29/01/87	Chuvoso	639
4	15/12/87	Seco	294

A injeção de traçadores foi pontual e instantânea, no emissário geral da CSN, o qual deságua na margem do rio Paraíba do Sul (Seção S₀).



S₀ - Seção de Injeção; S₁ - Seção de Detecção; Δ - Seção de Medição de Vazão

Figura VI.1

Seis seções foram utilizadas para a medição Euleriana das curvas de concentração do corante, através da coleta discreta de amostras e posterior análise em laboratório. A Tabela VI.4, a seguir, apresenta a localização, a distância à seção de injeção e o número de verticais de cada seção de medição.

Tabela VI.4

Localização e número de verticais de detecção do corante nas seções de medição no rio Paraíba do Sul.

Seção (número)	Localização	Número de Verticais	Distância à Seção de Injeção (km)
0	Confluência do Emissário Geral da CSN com o rio Paraíba do Sul.	Injeção	0,0
1	Ponte na cidade de Volta Redonda.	6	2,6
2	Ponte rodoviária (BR-393) de acesso ao bairro São Luís.	6	9,8
3	Tubulação de sucção da captação de Pinheiral.	1	19,3
4	Ponte rodoviária de acesso a Vargem Alegre.	3	28,3
5	Tubulação de Sucção da captação de Vargem Alegre.	1	28,6
6	Sucção da Elevatória de Santa Cecília (Barra do Pirai).	1	39,6

Devido ao desconhecimento da forma das seções de medição, considerou-se a vertical mais central como sendo representativa da seção, mesmo quando havia mais de uma vertical de medição.

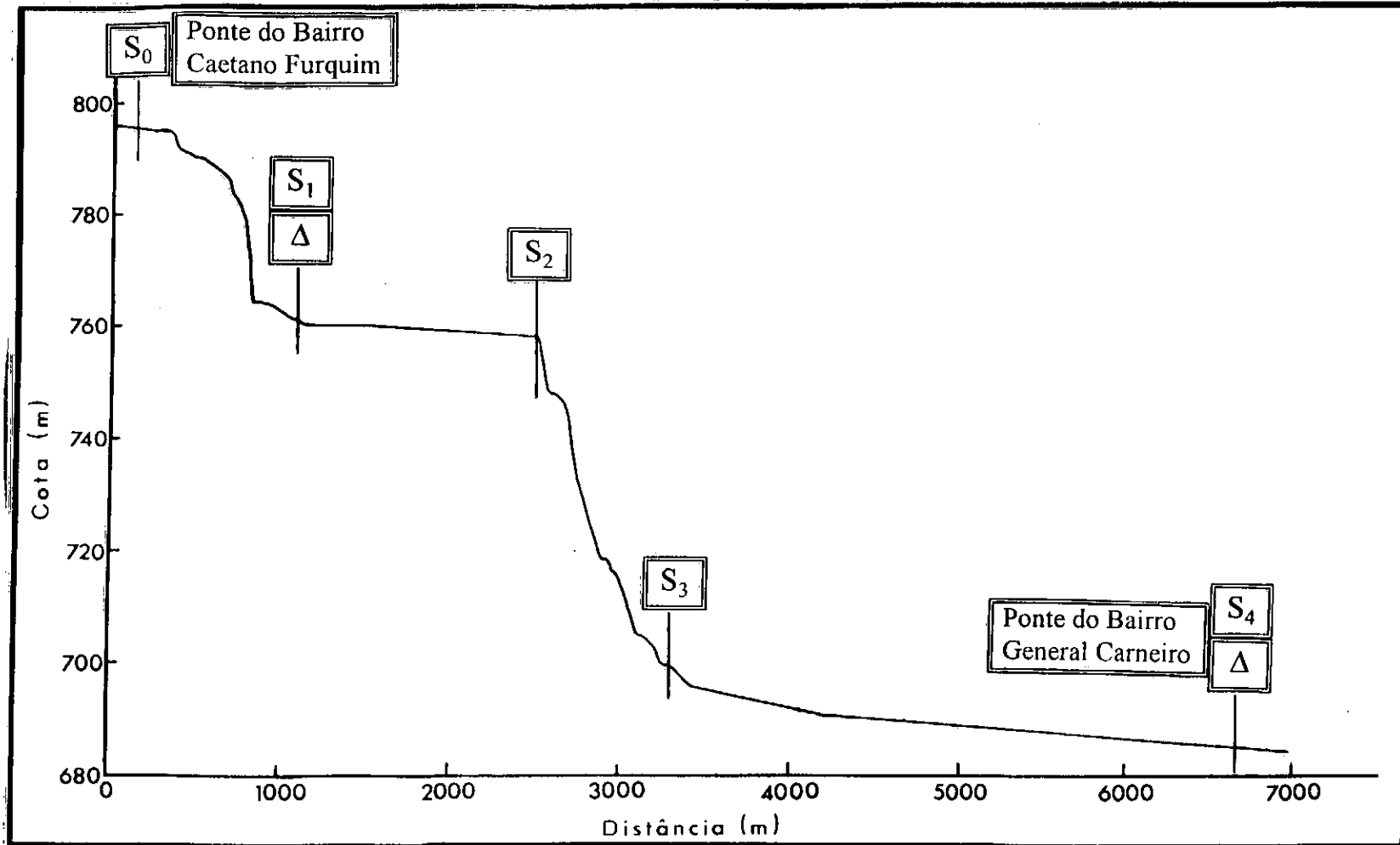
Na Tabela VI.5, a seguir, apresentam-se os principais resultados das campanhas no rio Paraíba do Sul.

Informações adicionais sobre este trabalho podem ser encontradas em ROLDÃO, J. S. F. et all (1988).

Tabela VI.5

Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas
Eulerianas no Rio Paraíba do Sul.

Campanha	Distância ao Ponto de Injeção (km)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (h)	Variância $Var\{T(x)\}$ (h ²)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (h ⁻¹)	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (h)
1	2,6	1,09	0,0280	3,200	0,1533	1,00
	9,8	4,00	0,2031	1,250	0,1127	3,70
	19,3	8,78	0,5657	0,642	0,0857	8,50
	28,3	12,31	0,8624	0,502	0,0753	11,90
	28,6	12,79	0,9525	0,474	0,0763	12,30
	39,6	17,96	1,2971	0,409	0,0634	17,50
2	2,6	0,99	0,0190	3,725	0,1387	0,90
	9,8	3,24	0,0760	1,526	0,0851	3,05
	19,3	-	-	-	-	-
	28,3	9,36	0,2631	0,834	0,0546	9,25
	28,6	-	-	-	-	-
	39,6	13,20	0,4336	0,649	0,0500	13,05
3	2,6	1,03	0,0116	4,853	0,1049	0,95
	9,8	2,77	0,0502	1,937	0,0809	2,65
	19,3	-	-	-	-	-
	28,3	7,63	0,1667	1,043	0,0538	7,40
	28,6	-	-	-	-	-
	39,6	10,72	0,3686	0,831	0,0567	10,45
4	2,6	1,00	0,0192	4,068	0,1388	0,90
	9,8	3,51	0,1297	1,286	0,1027	3,30
	19,3	7,27	0,2399	0,898	0,0678	7,00
	28,3	10,18	0,3239	0,712	0,0559	10,05
	28,6	-	-	-	-	-
	39,6	14,98	0,8082	0,550	0,0602	14,55



S₀ - Seção de Injeção; S₁ - Seção de Detecção; Δ - Seção de Medição de Vazão.

Figura VI.2

Perfil do ribeirão Arrudas, trecho em estudo.

Tabela VI.6

Localização e características das seções do ribeirão Arrudas.

Seção de Detecção	Distância ao ponto de injeção (km)	Características da Seção
0 (Injeção)	0,0	Ponte (Caetano Furquim)
1	0,960	Pedra
2	2,360	Barragem
3	3,160	Barranco
4	6,470	Ponte (Gen. Carneiro)

Na Tabela VI.7, a seguir, apresentam-se os principais resultados das campanhas de medição no ribeirão Arrudas.

Tabela VI.7

Parametros estatísticos experimentais resultantes das medidas Eulerianas realizadas no ribeirão Arrudas.

Campanha (27/03/80)	Distância ao Ponto de Injeção (km)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (h)	Variância $Var\{T(x)\}$ (h^2)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\max}$ (h^{-1})	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (h)
Manhã	0,960	0,62	0,0169	3,820	0,2100	0,53
	2,360	1,19	0,0294	3,871	0,1446	1,10
	3,160	1,81	0,0380	2,216	0,1076	1,75
	6,470	3,34	0,0603	1,860	0,0735	3,25
Tarde	0,960	0,55	0,0127	4,039	0,2048	0,50
	2,360	1,07	0,0186	3,309	0,1271	1,00
	3,160	1,67	0,0302	2,434	0,1041	1,60
	6,470	3,13	0,0756	1,815	0,0877	3,05

Maiores informações sobre este trabalho podem ser encontradas em MOREIRA, R. M. et all (1980).

VI.4 - TRABALHO NO RIO LOIRE, FRANÇA

[TOLA, F. et all (1981)]

Este trabalho foi executado pelo “Service d’Applications des Radioéléments du Commissariat à l’Energie Atomique” e teve lugar no rio Loire, na França, entre as barragens de Grangent e a cidade de Villerest, como apresentado na Figura VI.3, a seguir. O seu objetivo foi determinar a capacidade de transporte e dispersão de sedimentos em suspensão entre a barragem de Grangent e a cidade de Villerest.

Utilizou-se uma marcação dupla simultânea: da água, através de um corante (Rodamina B) e dos sedimentos finos naturais, através da marcação superficial do grão, com um radioisótopo (Au^{198}). Os sedimentos marcados e o corante foram injetados instantânea e simultaneamente no escoamento, num mesmo ponto, à jusante da barragem de Grangent.

As medidas Eulerianas de concentração de traçadores foram feitas de cinco pontes ao longo do rio, chamadas de seções de medição, com:

- coleta de amostras discretas, para posterior análise em laboratório, no caso de corante;
- amostragem contínua, através de detectores de radiação submersos, para o caso de sedimentos.

As Tabelas VI.8 e VI.9, a seguir, apresentam a localização destas seções bem como o número de pontos de medidas Eulerianas, por seção.

Para a geração de uma curva única de passagem do traçador (fluorescente ou radioativo) por seção de medição, fez-se, no caso do trabalho no rio Loire, o cálculo de uma média ponderada, levando-se em conta a área de influência de cada amostrador e/ou detector.

Na Tabela VI.10, a seguir, apresentam-se os principais resultados dos ensaios no rio Loire, na França.

Maiores informações podem ser encontradas em TOLA, F. et all (1981).

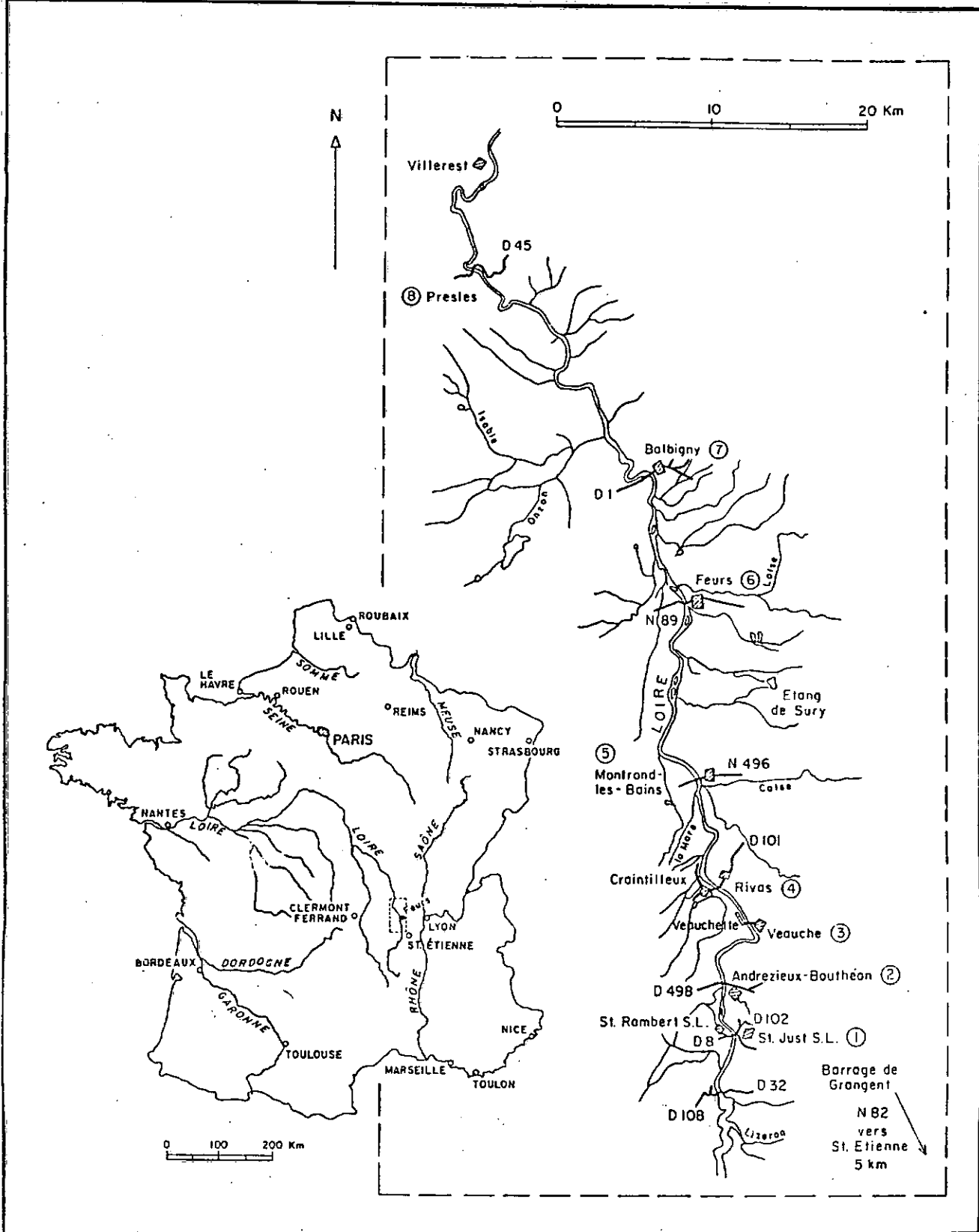


Figura VI.3

Rio Loire, entre a barragem de Grangent e a cidade de Villerest.

Tabela VI.8

Localização e número de detectores nas seções de medição dos sedimentos no rio Loire.

Seção de Medição	Localização (pontes)	Distância ao ponto de Injeção (km)	Número de Verticais
1	St. Just - St. Rambert	3,5	5
2	Andrézieux - Bouthéon	6,5	4
3	Veauche - Veauchete	12,0	4
4	Craintilleux - Rivas	15,2	4
5	Montrond - les - Bains	22,8	4

Tabela VI.9

Número de verticais de coletas de dados nas seções de medição do corante no rio Loire.

Seção de Medição	Localização (pontes)	Distância Relativa à Margem Esquerda				
		0,10	0,30	0,50	0,70	0,90
1	St. Just - St. Rambert	x	x	x	x	x
2	Andrézieux - Bouthéon	x	x	x	x	x
3	Veauche - Veauchete		x		x	
4	Craintilleux - Rivas				x	
5	Montrond - les - Bains			x		

Tabela VI.10

Parâmetros estatísticos experimentais resultantes das medidas Eulerianas no rio Loire.

Campanha 07/05/81	Distância ao Ponto de Injeção (km)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (h)	Variância $Var\{T(x)\}$ (h ²)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (h ⁻¹)	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (h)
Corante	3,5	1,77	0,20	1,475	0,2514	1,50
	6,5	3,56	0,60	0,890	0,2170	3,00
	12,0	6,07	1,07	0,577	0,1706	5,25
	15,2	7,39	2,11	0,452	0,1965	6,50
	22,8	11,50	5,80	0,294	0,2094	10,00
Radioisótopo	3,5	2,35	1,51	1,077	0,5234	1,75
	6,5	3,80	0,89	0,847	0,2482	3,25
	12,0	6,14	1,14	0,562	0,1744	5,50
	15,2	8,40	4,14	0,415	0,2423	7,00
	22,8	12,06	6,52	0,292	0,2118	10,25

CAPÍTULO VII

APLICAÇÕES DO MODELO POISSONIANO HOMOGÊNEO UNIDIMENSIONAL

Neste capítulo são descritas as aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aos dados das experiências e trabalhos descritos no Capítulo VI.

VII.1 - METODOLOGIA

VII.1.1 - Determinação da Função Densidade de Probabilidade Teórica

A aplicação do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional foi feita através das equações (5.23), que representam as funções densidade de probabilidade temporal aproximativas de $q_x(t)$ derivadas de $Q_{x1}(t)$ e $Q_{x2}(t)$, utilizando-se, para isto, um programa em linguagem Pascal, denominado POISHOM, apresentado no Anexo A.

O programa POISHOM calcula os valores de $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$ através da resolução das equações (5.23), tendo como dados de entrada os parâmetros λ_1 e λ_2 , e a distância x , da seção considerada ao ponto de injeção. Este programa gera um arquivo de dados tipo texto, possível de ser acessado por diversos “softwares”. Maiores detalhes sobre este programa são apresentados no Anexo A.

Sayre e Chang apresentam as curvas de densidade de probabilidade temporal, $q_x(t)$, em função do tempo, ao passo que, nos trabalhos do rio Paraíba do Sul, ribeirão Arrudas e rio Loire, são apresentadas as curvas de concentração, $C(x,t)$, em função do tempo. Para que os resultados dos trabalhos na natureza pudessem ser comparados com os de laboratório, as curvas de concentração $C(x,t)$ em função do tempo foram normalizadas, determinando-se $q_x(t)$ através da seguinte expressão:

$$q_x(t_i) = \frac{C(x, t_i)}{\int_0^{\infty} C(x, t_i) dt} \equiv \frac{C(x, t_i)}{\sum_{i=0}^n C(x, t_i) \cdot \Delta t} \quad (7.1)$$

onde $q_x(t_i)$ e $C(x, t_i)$ são, respectivamente, os valores da densidade de probabilidade temporal e da concentração do traçador, na seção x e no tempo t_i , e n é o número total de pontos considerados.

VII.1.2 - Determinação dos Parâmetros λ_1 e λ_2

A determinação dos parâmetros λ_1 e λ_2 é normalmente feita através das expressões da média e da variância das funções aproximativas $Q_{xi}(t)$, dadas pelas equações (5.35) e (5.39).

Porém, esses parâmetros, principalmente a variância, são muito sensíveis às superfícies situadas nas extremidades das curvas experimentais de distribuição, que no caso de estudos do tipo Euleriano, apresentam uma cauda muito longa de níveis baixos de concentração.

Com o intuito de minimizar essa influência da cauda, são utilizados no lugar das expressões da média e da variância, as expressões que descrevem o comportamento assintótico da moda e da concentração máxima, dadas pelas expressões (5.52), já que a moda e a concentração máxima são propriedades facilmente mensuráveis, que introduzem erros menores de cálculo [TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976) e HANNO, H. A. (1979)].

Nas primeiras tentativas de ajuste das funções densidade de probabilidade $q_x(t_i)$, verificou-se que a utilização de um único par de valores para λ_1 e λ_2 em toda a extensão do canal ou rio estudado, nem sempre satisfaz todos os trechos do escoamento. Procurou-se, então, determinar pares de valores para λ_1 e λ_2 válidos para cada sub-trecho definido pela seção de injeção e a seção de medição considerada.

Com efeito, seja \bar{t} o tempo médio de passagem da nuvem de poluentes ou sedimentos através da seção x :

$$\bar{t} = \frac{\int_0^{\infty} t \cdot q_x(t) dt}{\int_0^{\infty} q_x(t) dt} \cong \frac{\sum_{i=0}^n t_i \cdot q_x(t_i) \cdot \Delta t}{\sum_{i=0}^n q_x(t_i) \cdot \Delta t} \quad (7.2)$$

A determinação de λ_1 e λ_2 para cada sub-trecho foi feita utilizando-se o sistema obtido das equações (5.45) e (5.52):

$$\begin{cases} \bar{u}_p(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \\ q_{x_{\max}} = \frac{\lambda_1}{2\sqrt{\pi \cdot \lambda_2 \cdot x}} \end{cases} \quad (7.3)$$

variando-se a velocidade média do transporte, $\bar{u}_p(t)$, em torno dos valores das velocidades da média, dada por:

$$\bar{u} = \frac{x}{t}, \quad (7.4)$$

e da velocidade da moda:

$$u_m = \frac{x}{t_m}. \quad (7.5)$$

Os valores de λ_1 e λ_2 considerados aceitáveis foram aqueles que conduziram ao menor valor do desvio $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$, quantificado pela soma dos quadrados das diferenças entre a resposta medida e a calculada pela equação (5.23):

$$f_i(\lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^n [q_x(t) - q_{x_i}(t)]^2, \quad i = 1, 2 \quad (7.6)$$

Esse desvio foi automaticamente calculado pelo programa POISHOM. Os valores de $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$ são apresentados na tela do computador para que se possa decidir rapidamente sobre os valores de λ_1 e λ_2 . Como os valores de $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$ tendem rapidamente para um valor mínimo, a determinação do melhor par de valores de λ_1 e λ_2 é também rápida e muito fácil.

Levando-se em conta que a diferença entre as curvas $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$ é muito pequena, que os menores valores de $f_1(\lambda_1, \lambda_2)$ e $f_2(\lambda_1, \lambda_2)$ foram sempre obtidos para o mesmo par de valores λ_1 e λ_2 , e, em benefício da clareza do texto, apresentam-se nas figuras desse capítulo, apenas as curvas teóricas de $q_{x1}(t)$.

VII.1.3 - Determinação dos Parâmetros Estatísticos em Função da Distância

Alguns parâmetros estatísticos foram calculados para que se pudesse comparar os resultados teóricos e experimentais dos casos estudados nesta tese. Os parâmetros escolhidos foram:

- o tempo médio de passagem dos traçadores através das seções de medição;
- a moda ou o tempo correspondente ao valor máximo de concentração;
- a variância da função densidade de probabilidade do tempo de passagem através das seções de medição;
- o coeficiente de variação do tempo de passagem;
- e o valor do máximo da função densidade de probabilidade temporal.

A média, a variância e o coeficiente de variação foram calculados através das expressões de suas definições. Posteriormente, verificou-se para cada caso estudado, se os valores obtidos satisfizeram as equações (5.35), (5.39) e (5.43). Estas comparações serão apresentadas no decorrer deste capítulo.

Com base nesses parâmetros estatísticos é possível analisar o desempenho do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional, no que diz respeito à descrição do transporte e da dispersão de poluentes e sedimentos finos em suspensão, nos escoamentos à superfície livre em canais de laboratório e na natureza.

VII.1.4 - Casos Analisados

A seguir serão apresentados os resultados das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional às experiências e aos trabalhos considerados nesta tese. São apresentados, também, tabelas com os valores dos parâmetros de ajuste do modelo, curvas de passagem dos traçadores pelas seções de medição, tabelas com os principais parâmetros estatísticos das curvas teóricas de passagem e gráficos onde se relacionam os parâmetros estatísticos experimentais e teóricos, em função das distâncias das seções de medidas ao ponto de injeção.

O comportamento linear da média e da variância em função da distância à seção de injeção, descritos pelas equações (5.35) e (5.39), foi adotado para todos os casos, determinando-se um único par de parâmetros λ_1 e λ_2 para todo canal ou rio estudado. Além disto, determinaram-se, com estes valores de λ_1 e λ_2 , curvas do coeficiente de variação, C_{v_x} , e do valor máximo, $q_{x\text{máx}}$, da função densidade de probabilidade temporal, utilizando-se as equações (5.43) e (5.52).

Desta forma, pode-se comparar os desempenhos do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional para:

- λ_1 e λ_2 constantes ao longo de todo o canal ou rio estudados;
- λ_1 e λ_2 determinados para cada sub-trecho definido pela seção de injeção até a seção de detecção considerada.

Os gráficos das curvas de passagem dos traçadores foram desenhados a partir dos dados dos arquivos de $q_x(t)$ experimentais e teóricos, utilizando, para tanto, um aplicativo chamado GRAPHER.

VII.2 - EXPERIÊNCIAS DE SAYRE E CHANG EM CANAL DE LABORATÓRIO, USA

Na Tabela VII.1, a seguir, estão apresentados os principais parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aplicado aos dados das experiências de Sayre e Chang em canal de laboratório.

Tabela VII.1

Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para as experiências de Sayre e Chang.

(Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))

Ensaio	Seção	\bar{u} (m/s)	u_m (m/s)	\bar{u}_p (m/s)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)	
D-1	1	0,242	0,263	0,246	1,50	6,06	
	2	0,235	0,238	0,237	1,78	7,52	
	3	0,230	0,237	0,232	1,90	8,17	
	4	0,228	0,230	0,228	1,74	7,61	
			0,232	0,236	0,234	2,17	9,29
D-2	1	0,384	0,417	0,401	2,06	5,13	
	2	0,369	0,370	0,369	1,50	4,05	
		0,350	0,370	0,355	1,99	5,60	
	3	0,345	0,346	0,349	1,88	5,39	
	4	0,358	0,357	0,360	1,76	4,90	
D-3	1	0,497	0,500	0,506	3,46	6,83	
		0,511	0,556	0,534	3,33	6,24	
	2	0,502	0,526	0,518	3,34	6,45	
		0,521	0,556	0,525	2,35	4,47	
	3	0,499	0,540	0,504	2,04	4,04	
		0,507	0,519	0,513	2,38	4,64	
	4	0,498	0,500	0,500	2,03	4,05	
		0,493	0,500	0,499	2,29	4,59	
	FS-1	1	0,206	0,217	0,217	2,08	9,61
		2	0,229	0,233	0,231	2,83	12,25
3		0,235	0,237	0,236	1,47	6,24	
4		0,225	0,227	0,227	1,98	8,74	
FS-2	1	0,326	0,385	0,355	1,73	4,98	
	2	0,347	0,370	0,352	1,93	5,48	
	3	0,346	0,355	0,349	1,88	5,39	
	4	0,333	0,337	0,341	1,91	5,61	

Tabela VII.1

Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para as experiências de Sayre e Chang.

(Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))

(Continuação)

Ensaio	Seção	\bar{u} (m/s)	u_m (m/s)	\bar{u}_p (m/s)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
CS-1	1	0,195	0,217	0,209	0,96	4,60
	2	0,226	0,227	0,225	1,74	7,75
	3	0,218	0,225	0,220	1,63	7,40
	4	0,217	0,227	0,221	1,24	5,63
FG-1	1	0,218	0,238	0,232	1,64	7,06
	2	0,232	0,238	0,234	2,13	9,09
	3	0,232	0,233	0,233	2,33	10,00
	4	0,227	0,233	0,229	2,03	8,86
FG-3	1	0,480	0,556	0,517	2,94	5,69
	2	0,456	0,476	0,471	1,95	4,15
	3	0,447	0,482	0,459	1,60	3,48
	4	0,455	0,461	0,461	1,62	3,51
CG-1	1	0,202	0,238	0,234	1,21	5,18
	2	0,229	0,238	0,234	1,72	7,34
	3	0,232	0,237	0,234	2,21	9,42
	4	0,230	0,233	0,233	2,06	8,82
CG-2	1	0,303	0,357	0,335	1,58	4,73
	2	0,312	0,345	0,337	1,83	5,42
	3	0,318	0,346	0,332	2,16	6,51
	4	0,316	0,350	0,328	0,64	1,94
CG-3	1	0,372	0,556	0,435	1,07	2,47
	2	0,406	0,455	0,441	1,23	2,79
	3	0,446	0,482	0,459	1,37	2,98
	4	0,407	0,449	0,430	0,77	1,80

Conforme abordado anteriormente, os valores de λ_1 e λ_2 foram determinados para cada sub-trecho do escoamento, a partir do sistema de equações (7.3), procurando-se uma velocidade média de transporte (\bar{u}_p) que gerasse o melhor ajuste, ou seja, o menor valor de $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$, mas de tal forma que \bar{u}_p se mantivesse compreendida entre as velocidades da média (\bar{u}) e da moda (u_m).

Pode-se observar na Tabela VII.1 que apenas 5 dos 50 valores calculados ficaram fora deste intervalo, porém, foram aceitos, porque não se distanciaram mais do que 1,2% do valor mais próximo.

Para os valores de λ_1 e λ_2 assim estimados, aplicou-se o Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

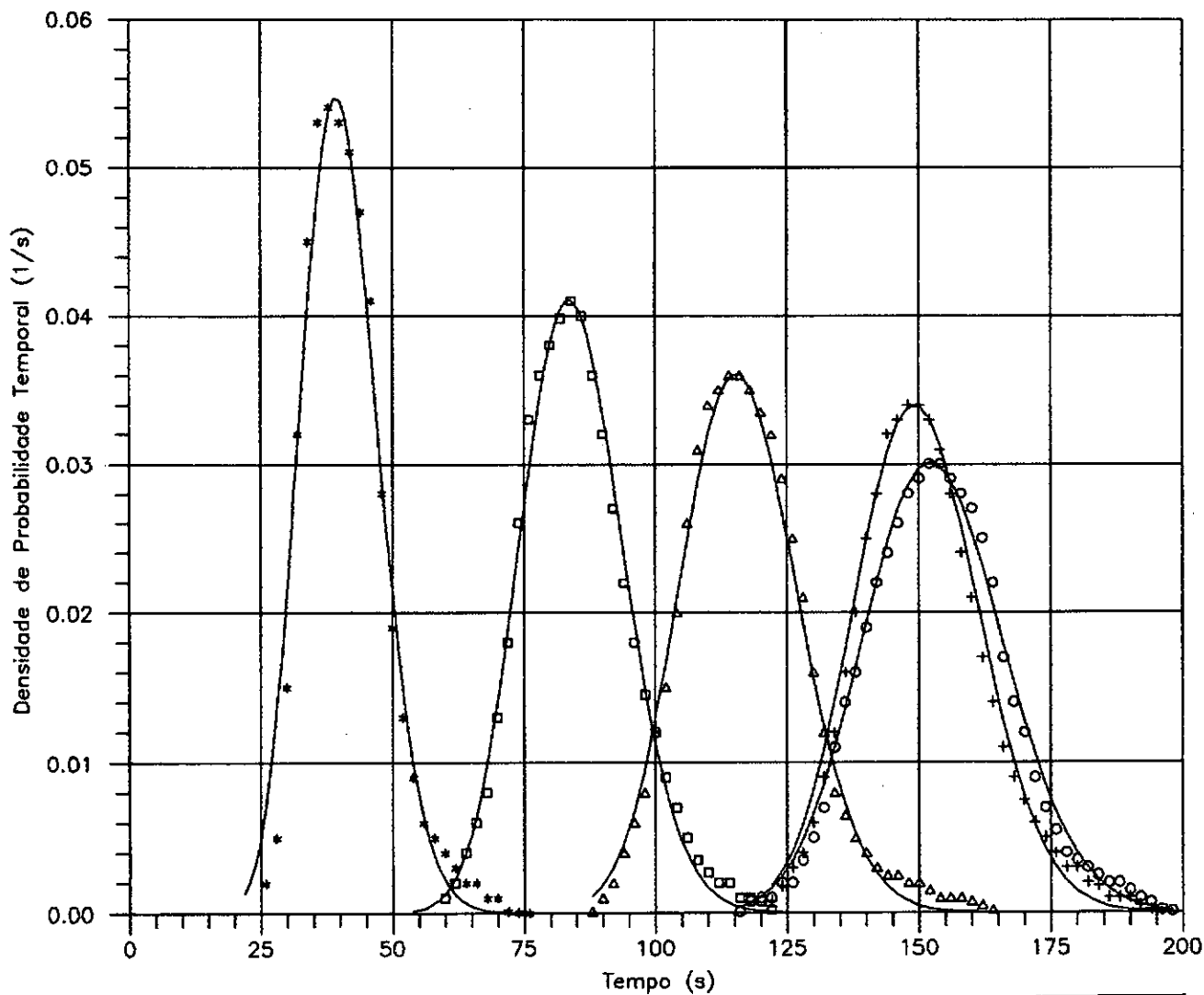
A geração, através do modelo, das curvas de passagem dos traçadores nas seções de medição, foi realizada com a utilização do programa de computador em linguagem Pascal, POISHOM, apresentado no Anexo A, o qual elabora um arquivo de dados tipo texto com os valores das densidades de probabilidades temporais teóricas, $q_{xi}(t)$.

Com os arquivos de dados, experimental e teórico, ilustrados no Anexo A, das curvas de passagem dos traçadores, e com a utilização do “software” para geração de gráficos chamado GRAPHER, desenhou-se as Figuras VII.1 a VII.11, apresentadas a seguir.

As figuras relacionam a densidade de probabilidade temporal $q_{xi}(t)$, no eixo das ordenadas, com o tempo (t), nas abscissas. Nestas figuras:

- a discretização das curvas experimentais de passagem, obtidas do trabalho de Sayre e Chang, são representadas por símbolos diferentes para melhor evidenciar as medições;
- as curvas de passagem geradas pelas aplicações do modelo, para os pares λ_1 e λ_2 apresentados na Tabela VII.1, são representadas por linhas contínuas.

É oportuno salientar que, em algumas seções de medição dos ensaios com corantes, foram levantadas mais de uma curva de passagem. No caso do ensaio D-3, com sulforodamina B, foram determinadas duas curvas para cada seção, para a mesma vazão líquida $Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$. Estas curvas estão apresentadas nas Figuras VII.3.a e VII.3.b.



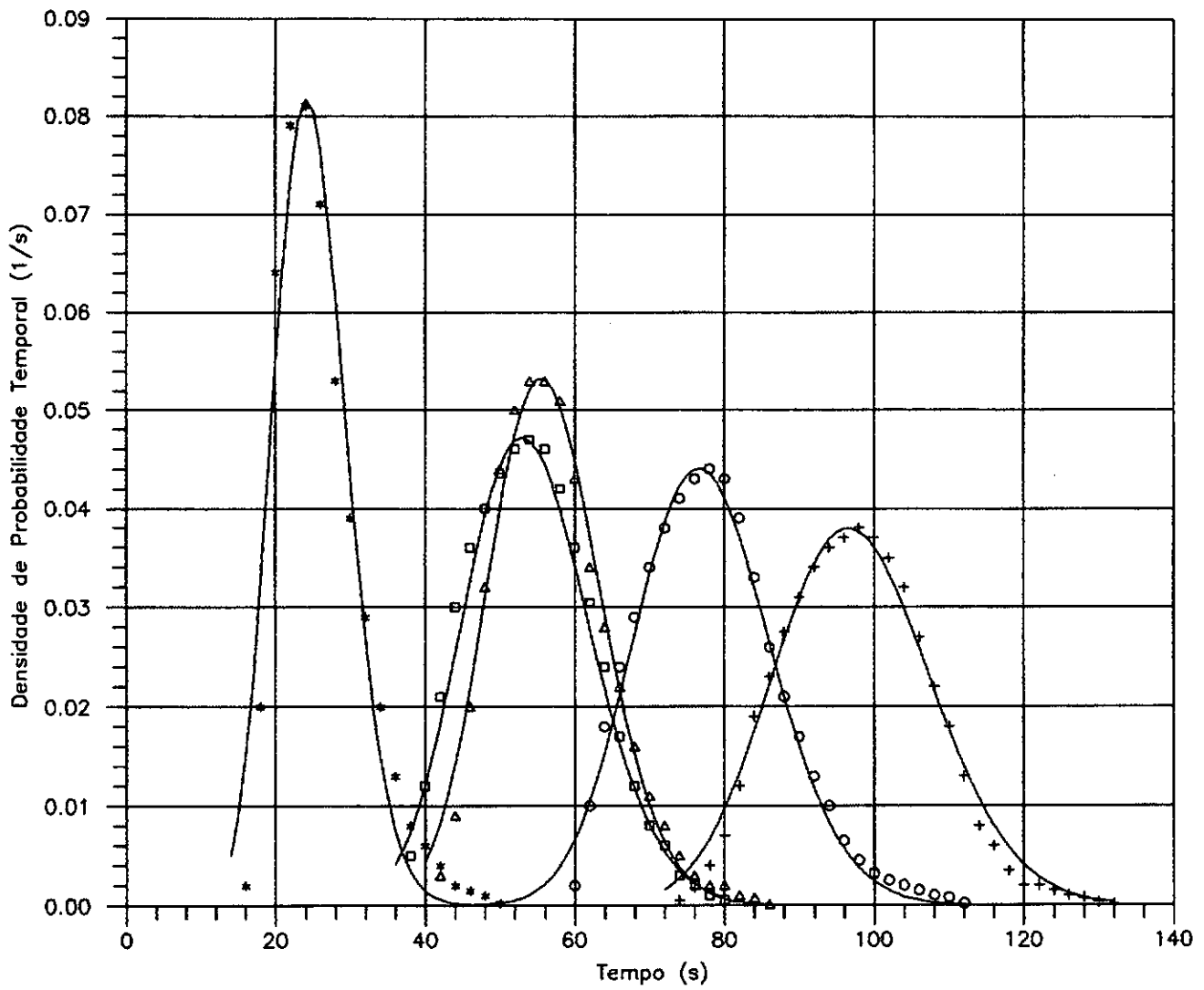
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	1,50	6,06
□□□□	20,00	1,78	7,52
△△△△	27,00	1,90	8,17
○○○○	35,00	1,74	7,61
++++	35,00	2,17	9,29

$$Q = 0,082 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.1

Curvas de passagem do corante da experiência D-1 de Sayre e Chang.

(Rodamina B)



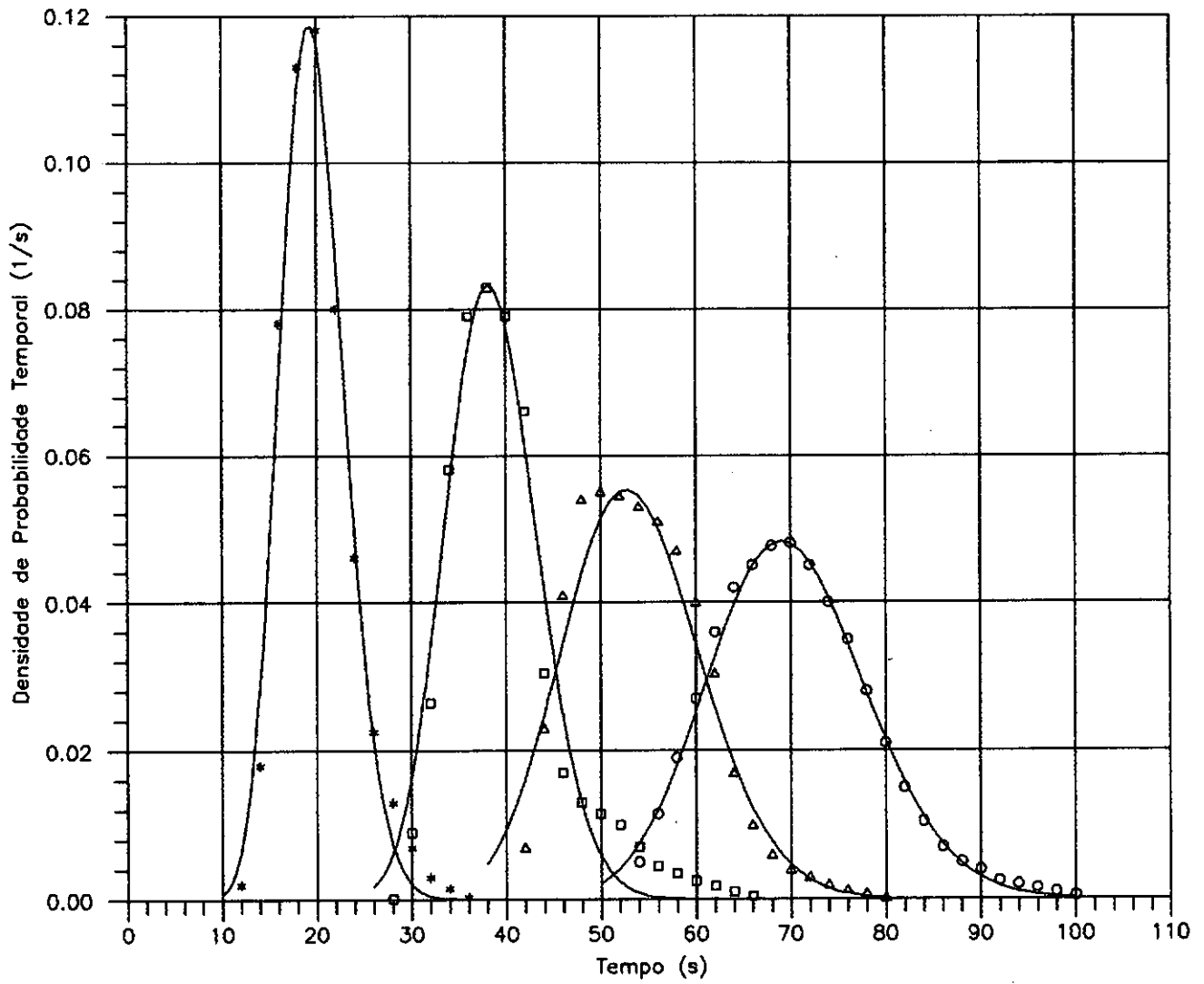
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	2,06	5,13
□□□□	20,00	1,50	4,05
ΔΔΔΔ	20,00	1,99	5,60
oooo	27,00	1,98	5,39
++++	35,00	1,76	4,09

$$Q = 0,203 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.2

Curvas de passagem do corante da experiência D-2 de Sayre e Chang.

(Rodamina B)



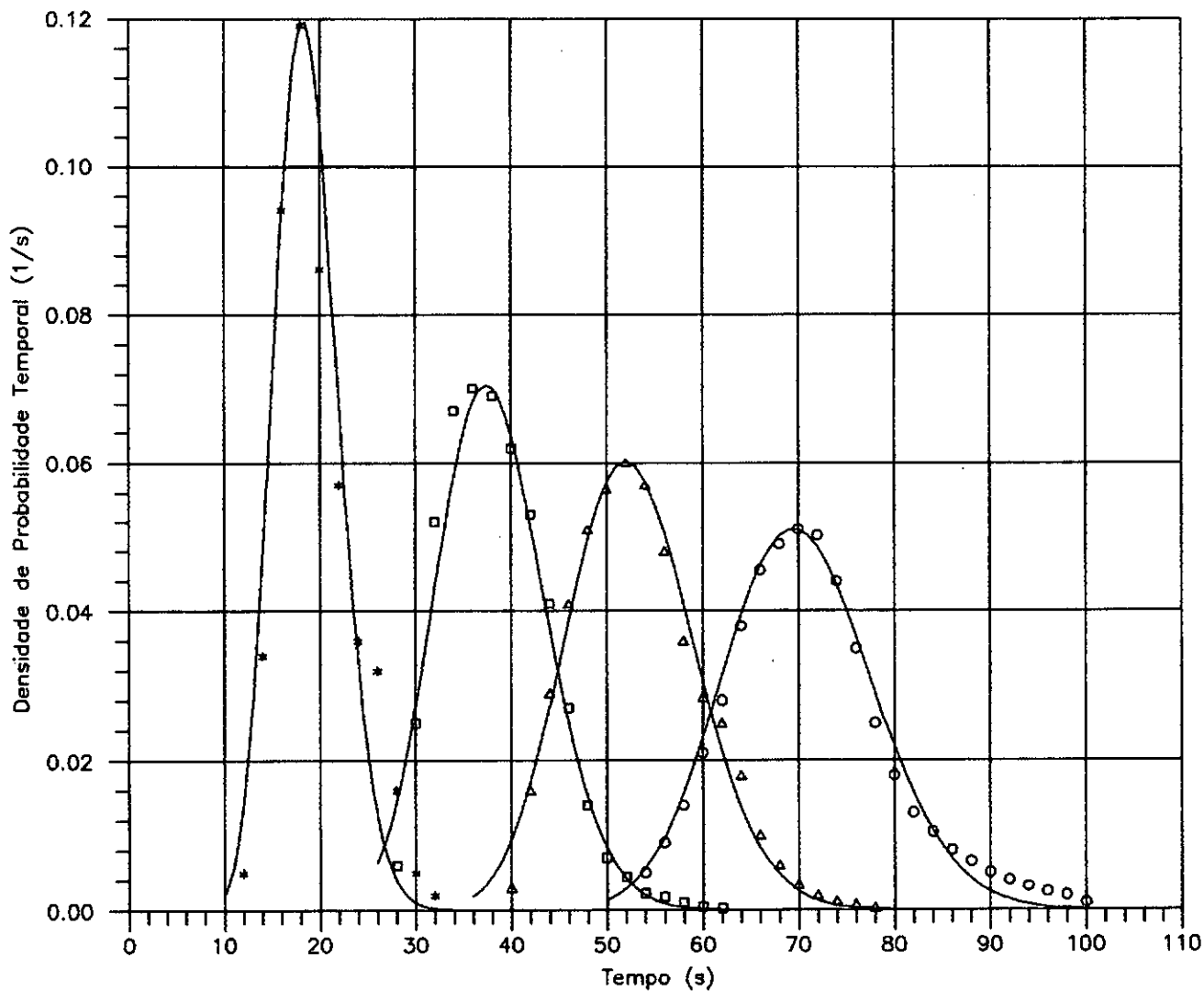
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	3,46	6,83
□□□□	20,00	3,34	6,45
△△△△	27,00	2,04	4,04
oooo	35,00	2,03	4,05

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.3.a

Curvas de passagem do corante da experiência D-3 de Sayre e Chang.

(Sulfurodamina B)



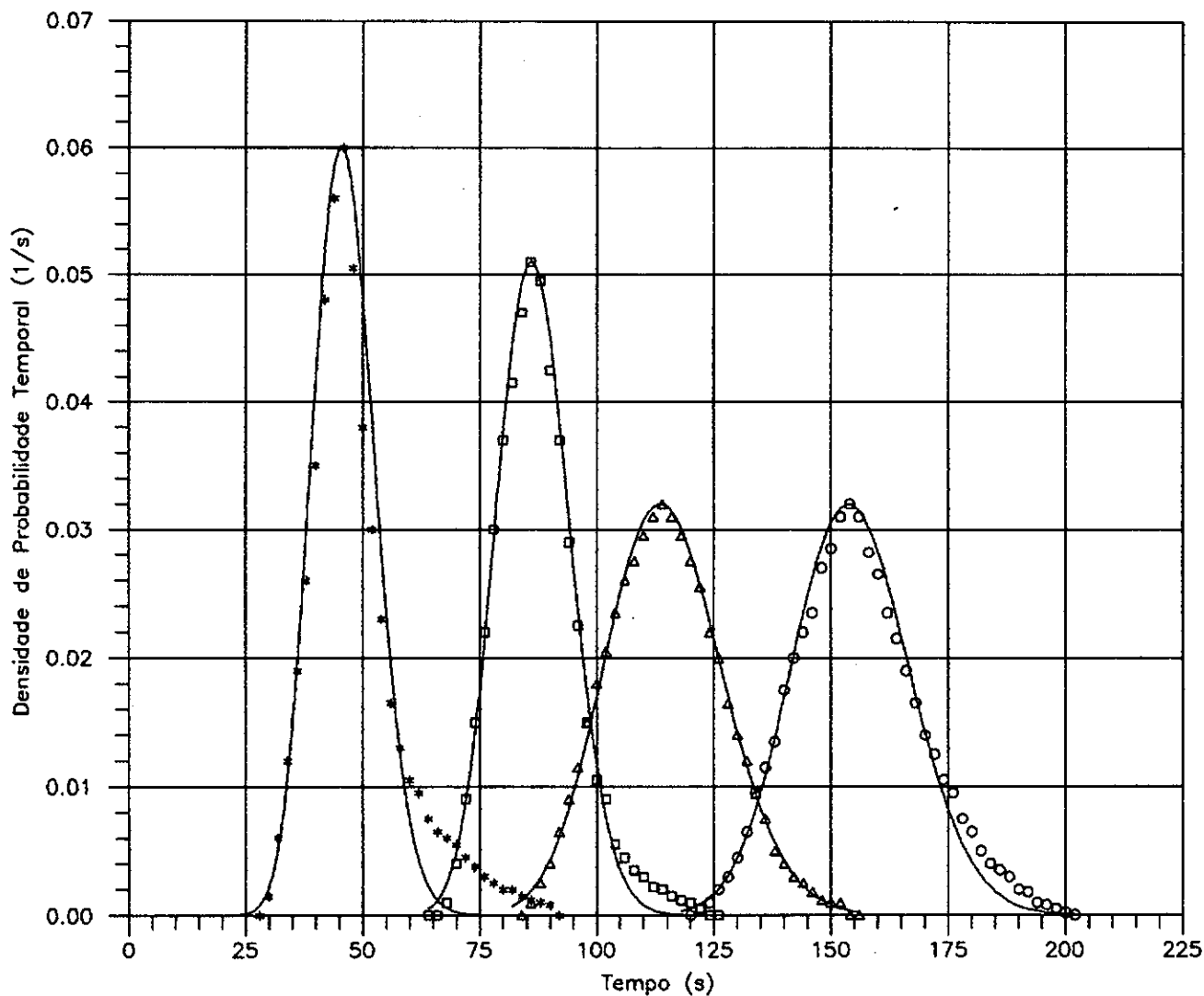
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	3,33	6,24
□□□□	20,00	2,35	4,47
△△△△	27,00	2,38	4,64
oooo	35,00	2,29	4,59

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.3.b

Curvas de passagem do corante da experiência D-3 de Sayre e Chang.

(Sulforodamina B)



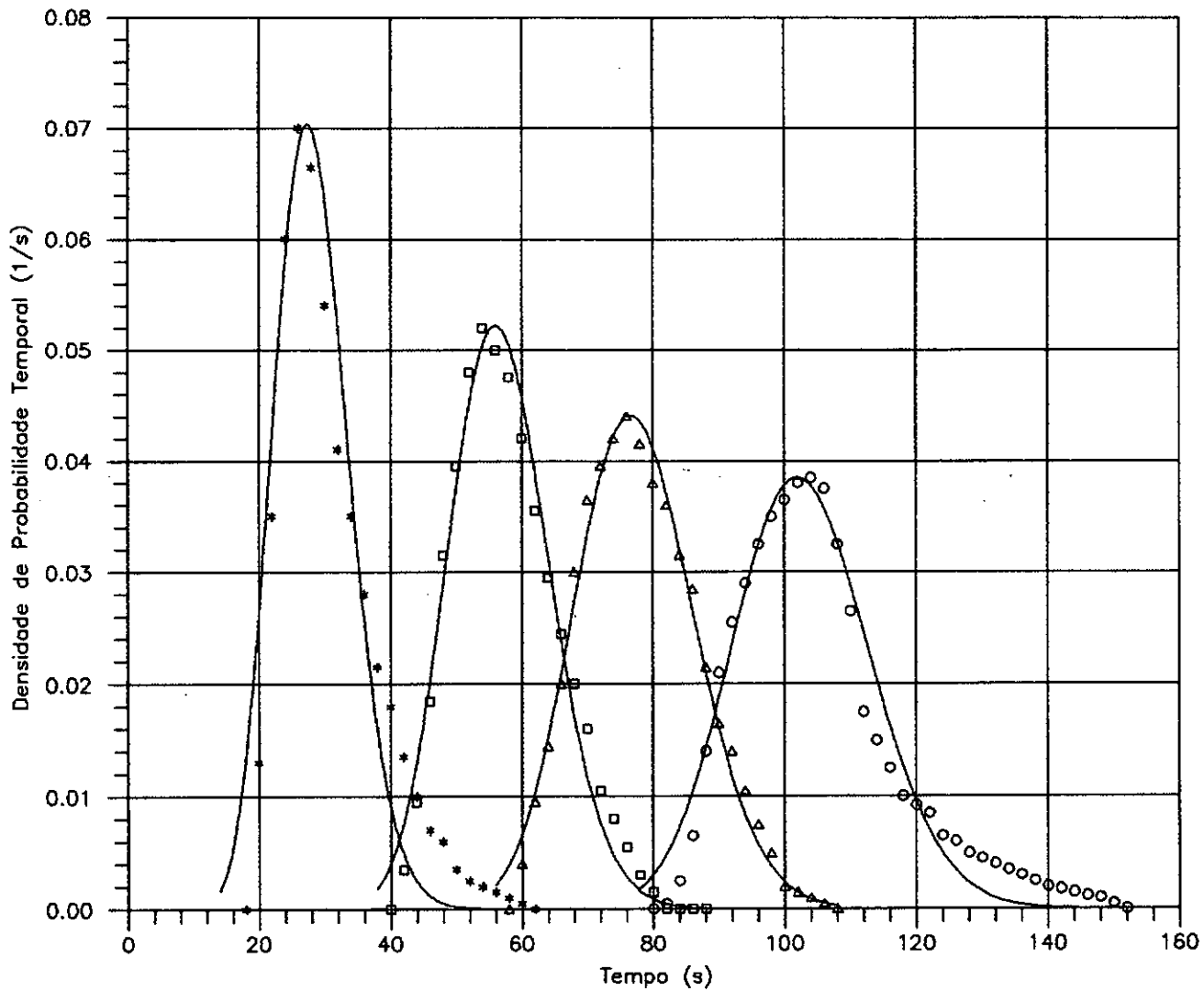
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	2,08	9,61
□□□□	20,00	2,83	12,25
ΔΔΔΔ	27,00	1,47	6,24
oooo	35,00	1,98	8,74

$$Q = 0,082 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.4

Curvas de passagem do sedimento da experiência FS-1 de Sayre e Chang.

(Silte: 15 a 30 μm)



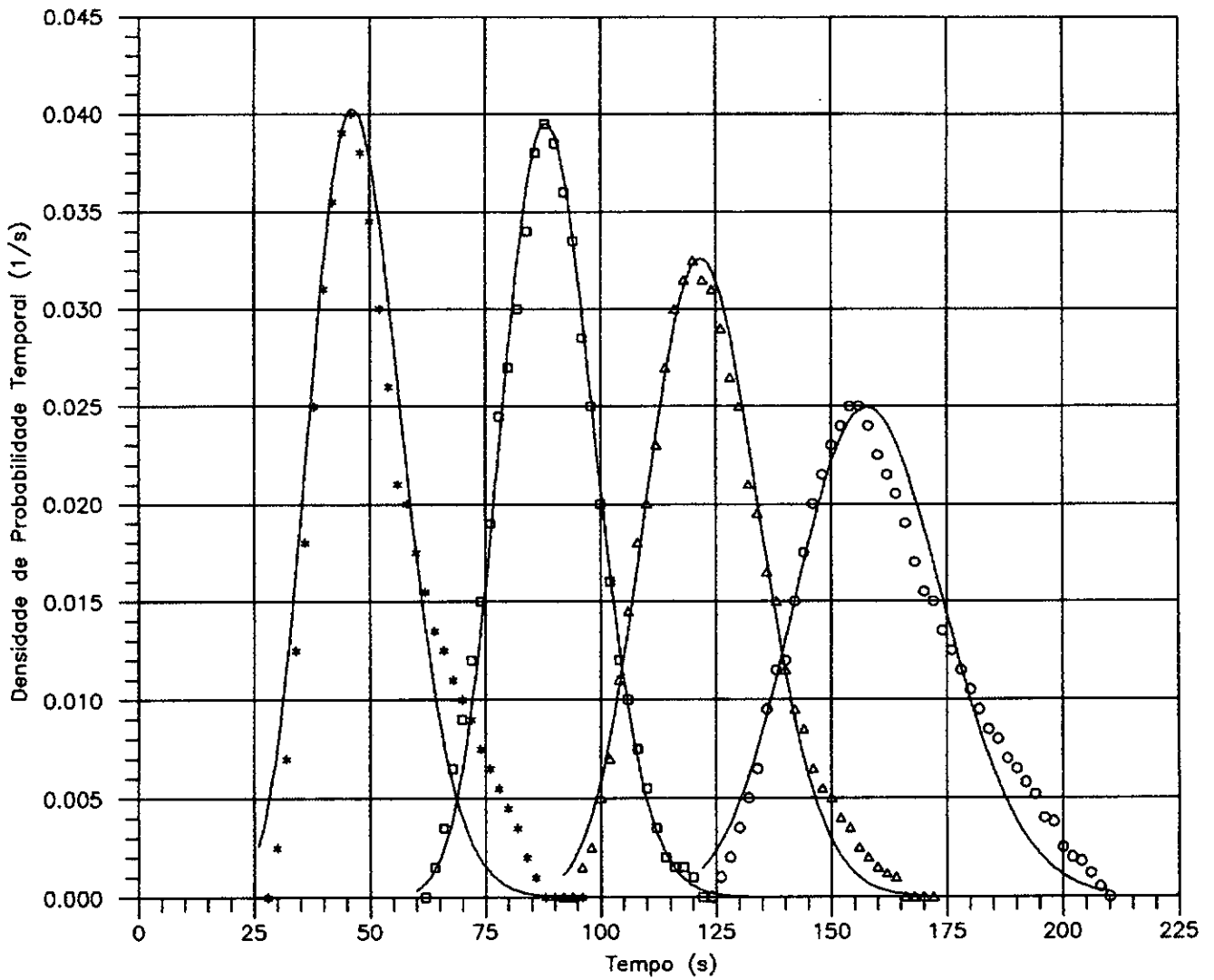
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	1,73	4,89
□□□	20,00	1,93	5,48
△△△	27,00	1,88	5,39
oooo	35,00	1,91	5,61

$$Q = 0,203 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.5

Curvas de passagem do sedimento da experiência FS-2 de Sayre e Chang.

(Silte: 15 a 30 μm)



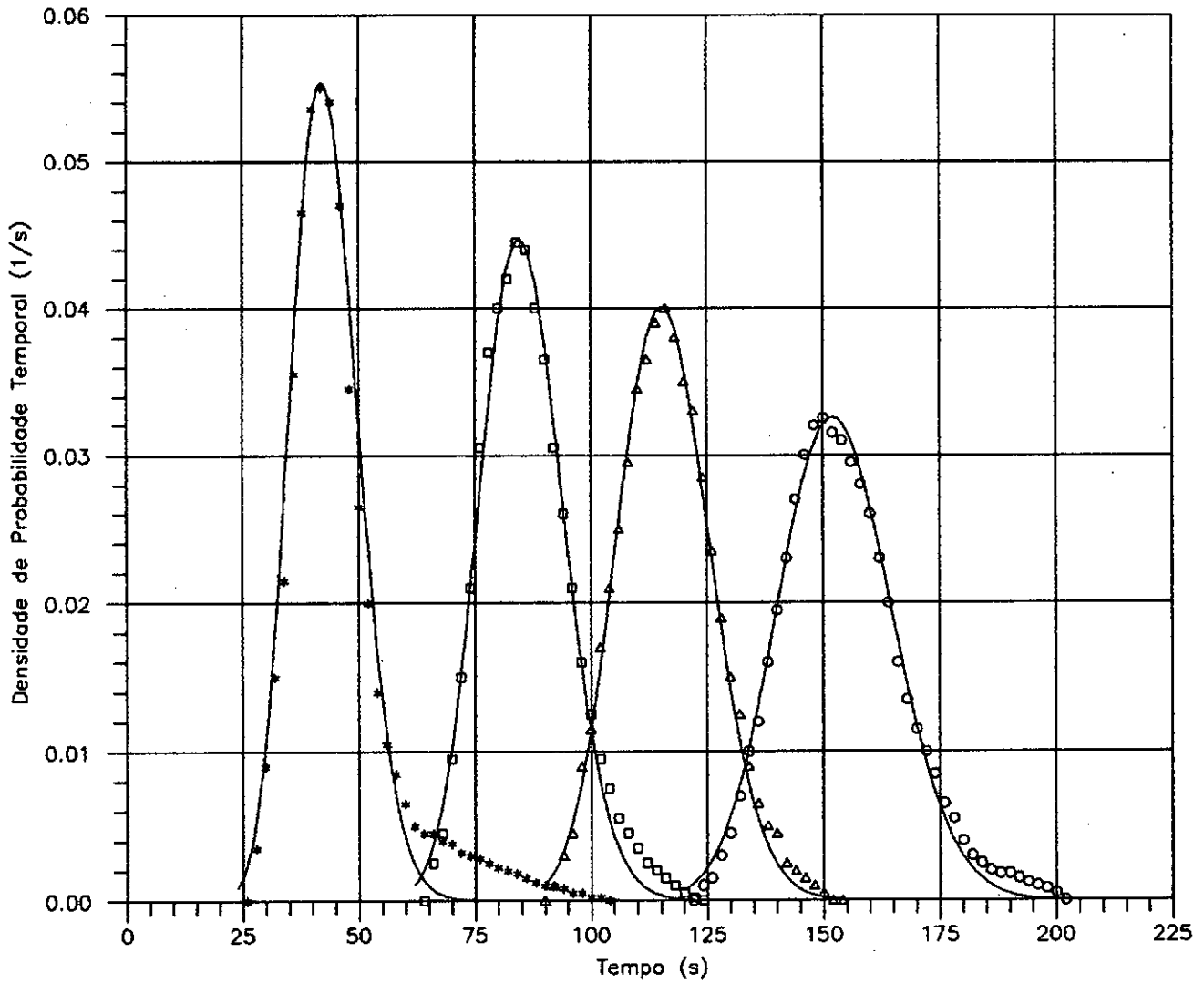
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	0,96	4,60
□□□□	20,00	1,74	7,75
△△△△	27,00	1,63	7,40
oooo	35,00	1,24	5,63

$$Q = 0,082 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.6

Curvas de passagem do sedimento da experiência CS-1 de Sayre e Chang.

(Silte: 53 a 62 μm)



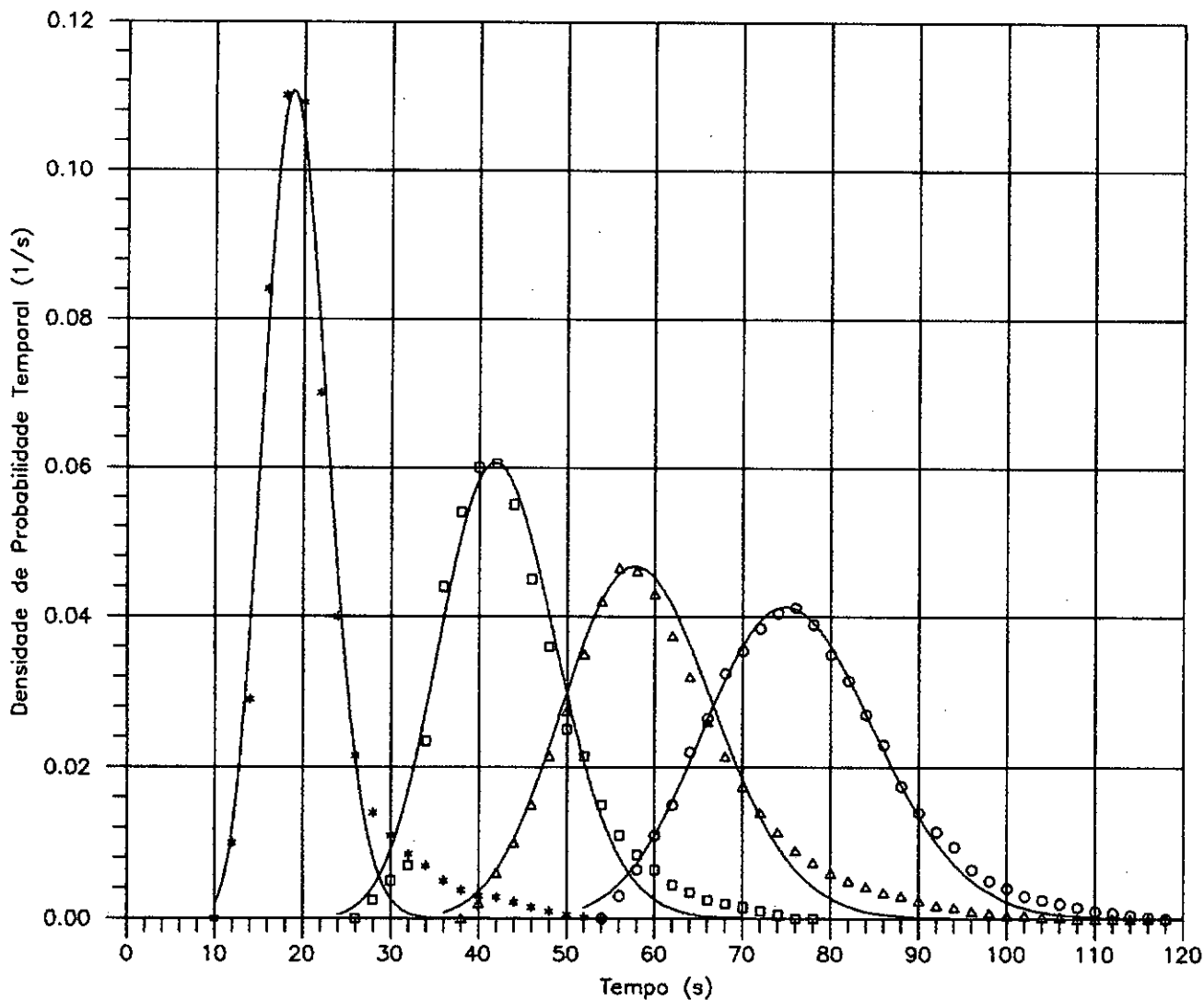
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	1,64	7,06
□□□□	20,00	2,13	9,09
ΔΔΔΔ	27,00	2,33	10,00
oooo	35,00	2,03	8,86

$$Q = 0,083 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.7

Curvas de passagem do sedimento da experiência FG-1 de Sayre e Chang.

(Esferas de vidro: $D < 44 \mu\text{m}$)



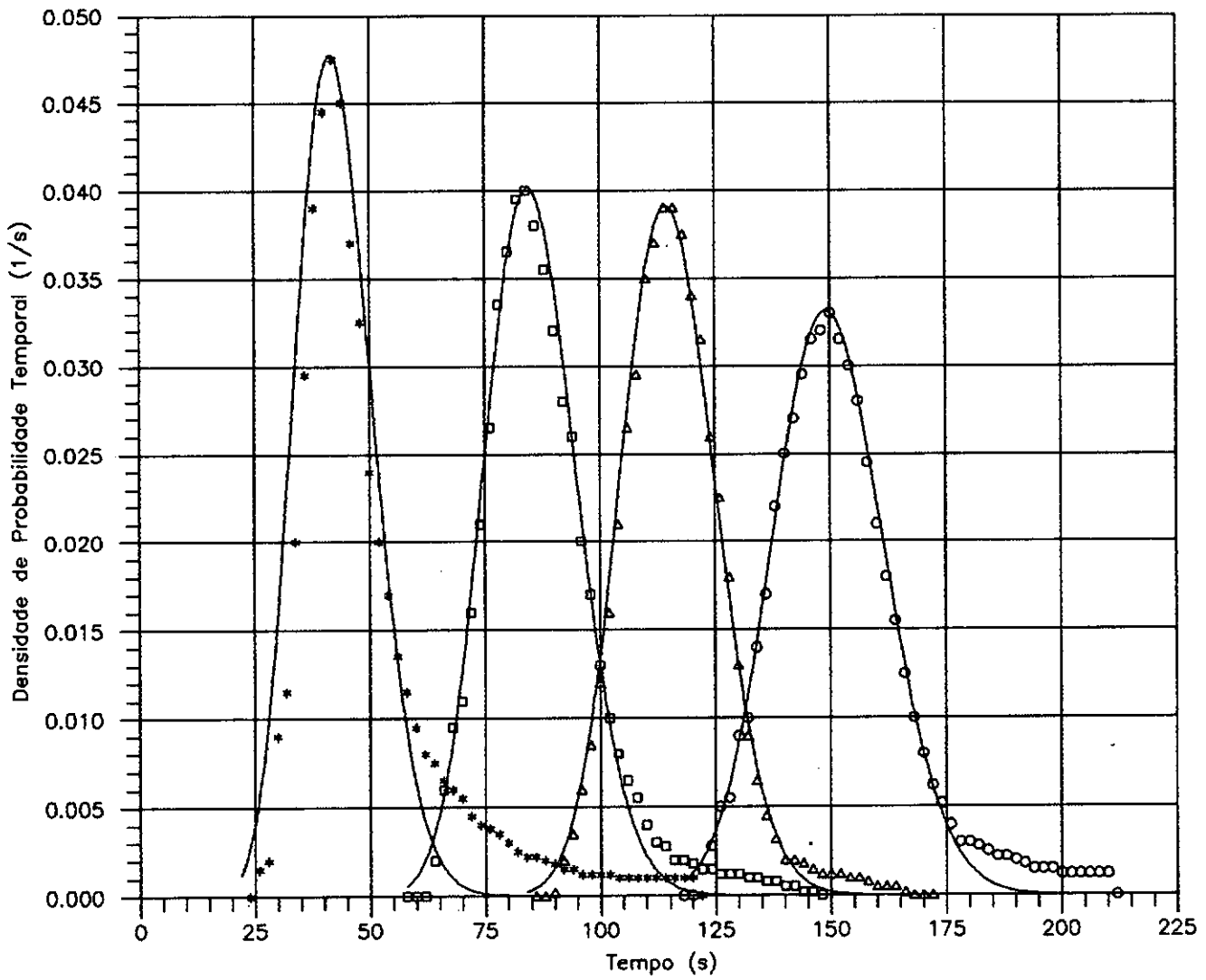
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	2,94	5,69
□□□□	20,00	1,95	4,15
△△△△	27,00	1,60	3,48
oooo	35,00	1,62	3,51

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.8

Curvas de passagem do sedimento da experiência FG-3 de Sayre e Chang.

(Esferas de vidro: $D < 44 \mu\text{m}$)



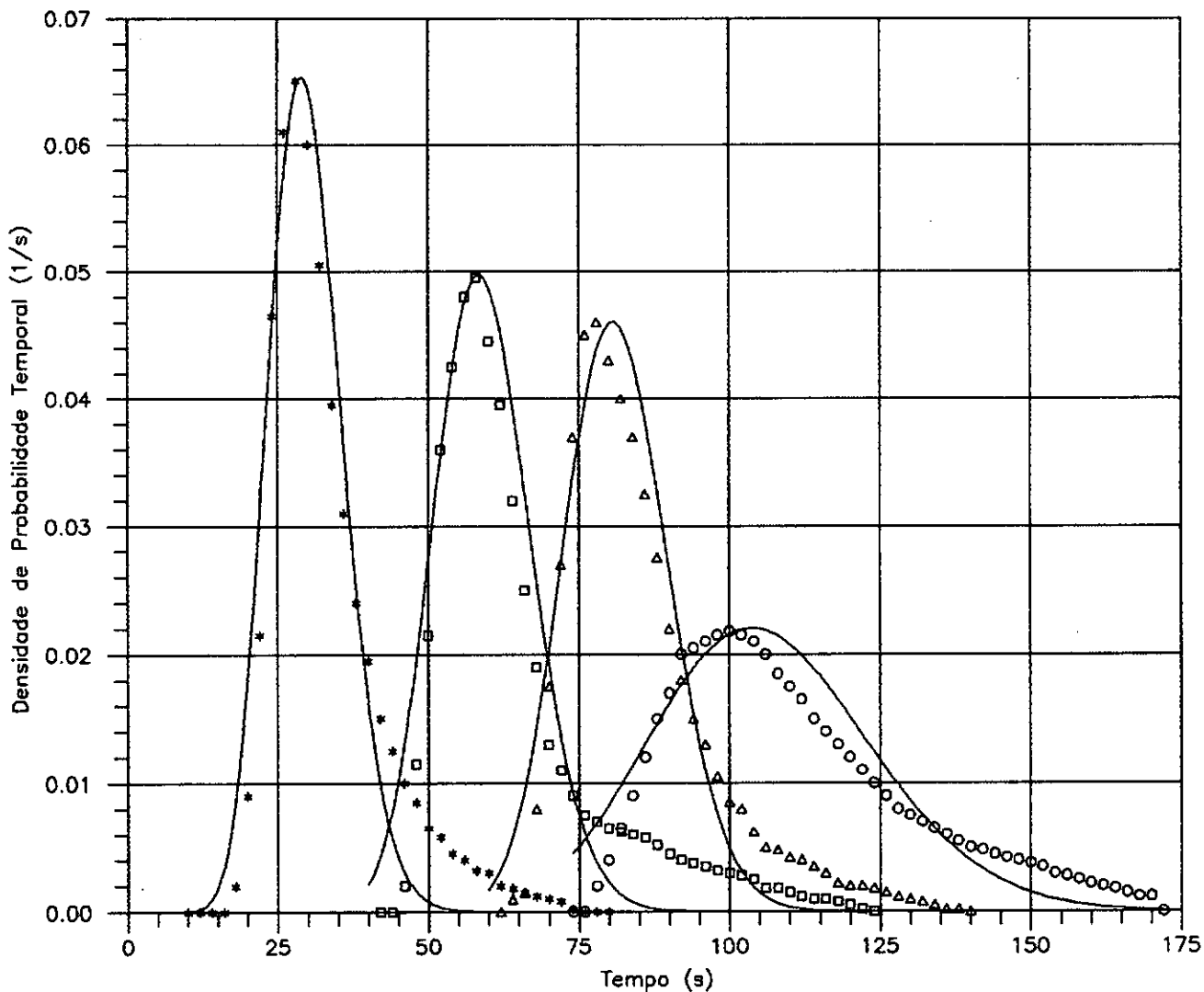
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	1,21	5,18
□□□□	20,00	1,72	7,34
△△△△	27,00	2,21	9,42
oooo	35,00	2,06	8,82

$$Q = 0,083 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.9

Curvas de passagem do sedimento da experiência CG-1 de Sayre e Chang.

(Esferas de vidro: 53 a 62 μm)



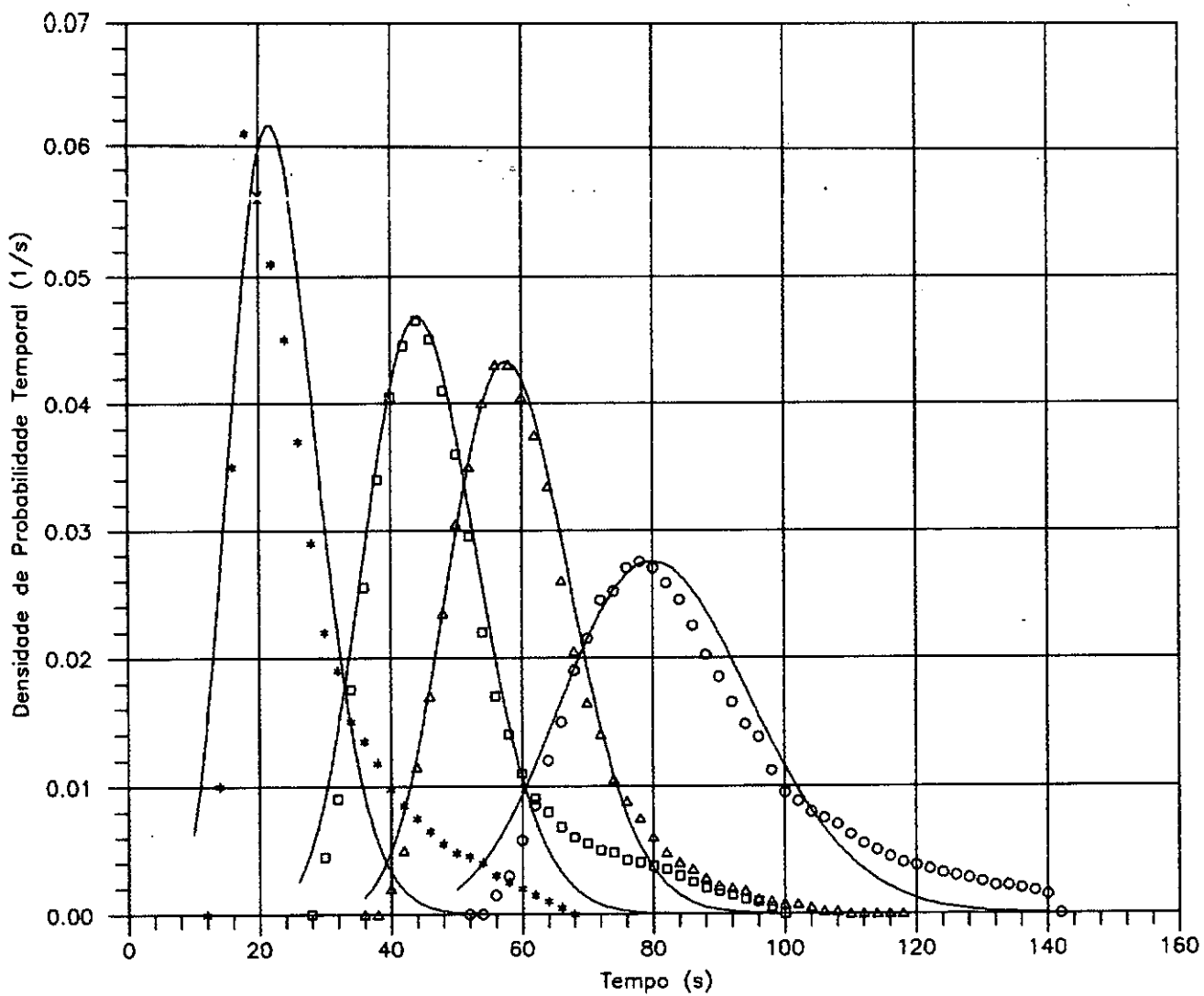
Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	1,58	4,73
□□□□	20,00	1,83	5,42
△△△△	27,00	2,16	6,51
○○○○	35,00	0,64	1,94

$$Q = 0,202 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.10

Curvas de passagem do sedimento da experiência CG-2 de Sayre e Chang.

(Esferas de vidro: 53 a 62 μm)



Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)
****	10,00	1,07	2,47
□□□□	20,00	1,23	2,79
ΔΔΔΔ	27,00	1,37	2,98
oooo	35,00	0,77	1,80

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.11

Curvas de passagem do sedimento da experiência CG-3 de Sayre e Chang.

(Esferas de vidro: 53 a 62 μm)

A partir dos arquivos de dados das curvas de passagem teóricas dos traçadores, ilustrado no Anexo A, resultantes da aplicação do programa POISHOM, calcularam-se os parâmetros estatísticos teóricos através de suas definições.

Estes parâmetros, juntamente com as funções densidade de probabilidade temporal $q_{ki}(t)$, são os principais resultados teóricos das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional. Os valores dos parâmetros estatísticos teóricos relativos aos ensaios de Sayre e Chang, estão mostrados na Tabela VII.2, a seguir.

Tabela VII.2

Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aos ensaios de Sayre e Chang.

Ensaio	Distância ao Ponto de Injeção (m)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (s)	Variância $Var\{T(x)\}$ (s^2)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (s^{-1})	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (s)
D-1	10,0	40,43	53,22	0,0546	0,1804	39,00
	20,0	84,50	94,55	0,0410	0,1151	84,00
	27,0	116,18	119,82	0,0361	0,0942	116,00
	35,0	153,09	172,90	0,0301	0,0859	152,00
	150,00	133,20	0,0339	0,0769	150,00	
D-2	10,0	24,96	23,54	0,0817	0,1944	24,00
	20,0	54,12	66,88	0,0472	0,1511	53,00
		56,44	53,85	0,0531	0,1300	56,00
	27,0	77,40	82,03	0,0440	0,1170	77,00
	35,0	97,53	106,27	0,0380	0,1057	97,00
D-3	10,0	19,74	11,38	0,1186	0,1708	19,50
		18,75	11,16	0,1194	0,1782	18,50
	20,0	38,65	22,82	0,0831	0,1236	38,00
		38,18	30,74	0,0704	0,1452	37,50
	27,0	53,62	49,62	0,0553	0,1314	53,00
		52,68	43,37	0,0602	0,1250	52,00
	35,0	69,91	66,54	0,0482	0,1167	69,00
70,19		60,05	0,0510	0,1104	69,00	
FS-1	10,0	46,20	44,40	0,0601	0,1442	45,50
	20,0	86,59	60,73	0,0511	0,0900	86,00
	27,0	114,65	151,78	0,0320	0,1074	114,00
	35,0	154,52	154,45	0,0320	0,0804	154,00

Tabela VII.2

Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aos ensaios de Sayre e Chang.

(Continuação)

Ensaio	Distância ao Ponto de Injeção (m)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (s)	Variância $Var\{T(x)\}$ (s^2)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (s^{-1})	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (s)
FS-2	10,0	28,29	32,29	0,0703	0,2008	27,50
	20,0	56,86	57,38	0,0522	0,1332	56,00
	27,0	77,50	78,98	0,0440	0,1147	77,00
	35,0	102,94	104,23	0,0385	0,0992	102,00
CS-1	10,0	48,07	96,60	0,0403	0,2045	46,50
	20,0	89,11	101,66	0,0395	0,1132	88,00
	27,0	122,69	146,33	0,0326	0,0986	122,00
	35,0	159,13	242,02	0,0250	0,0978	158,00
FG-1	10,0	43,08	52,00	0,0553	0,1674	42,00
	20,0	85,41	78,66	0,0447	0,1038	84,50
	27,0	115,95	97,27	0,0400	0,0851	115,00
	35,0	152,83	147,75	0,0326	0,0795	152,00
FG-3	10,0	19,37	13,04	0,1106	0,1864	18,75
	20,0	42,58	43,40	0,0607	0,1574	41,75
	27,0	58,76	72,68	0,0467	0,1451	58,00
	35,0	75,92	91,51	0,0414	0,1260	75,00
CG-1	10,0	42,86	69,82	0,0478	0,1950	41,50
	20,0	85,39	98,19	0,0401	0,1160	84,50
	27,0	115,10	103,68	0,0391	0,0885	114,00
	35,0	149,94	142,82	0,0331	0,0797	149,00
CG-2	10,0	29,94	37,89	0,0653	0,2056	29,00
	20,0	59,33	62,99	0,0498	0,1338	58,50
	27,0	81,46	73,51	0,0460	0,1052	81,00
	35,0	107,16	293,80	0,0220	0,1600	104,00
CG-3	10,0	23,21	41,59	0,0617	0,2778	21,50
	20,0	45,48	71,61	0,0468	0,1861	44,00
	27,0	58,80	84,21	0,0433	0,1561	58,00
	35,0	82,07	203,67	0,0275	0,1739	80,00

A partir desse momento, pode-se comparar os parâmetros estatísticos experimentais e teóricos, que estão resumidos nas Tabelas VI.2 e VII.2, respectivamente. Para facilitar as comparações foram criados quatro gráficos que relacionam:

- o tempo médio de passagem (média) e a moda do tempo de passagem (moda) da nuvem de traçador;
- a variância do tempo de passagem (variância);
- o coeficiente de variação do tempo de passagem (coeficiente de variação);
- e a densidade de probabilidade temporal máxima ($q_{x\text{máx}}$),

com a distância ao ponto de injeção do traçador.

Esses gráficos foram criados através do aplicativo EXCEL 5.0 para ambiente Windows e encontram-se nas Figuras VII.12 a VII.22, apresentadas a seguir, onde os símbolos (+, x) representam os valores experimentais e os símbolos (o, □) os valores teóricos.

As retas que aparecem nos primeiros e segundos gráficos dessas figuras, foram ajustadas através do método dos mínimos quadrados, aos valores experimentais da média e da variância, respectivamente.

Com os valores das inclinações dessas duas retas e considerando-se as expressões (5.35) e (5.39), da média e da variância das funções aproximativas $Q_{xi}(t)$, determinaram-se pares de valores de λ_1 e λ_2 válidos para todo trecho do canal.

Analogamente, as curvas que aparecem nos terceiros e quartos gráficos das Figuras VII.12 a VII.22, representam, respectivamente, a evolução dos coeficientes de variação (C_{vx}) e dos picos de densidade de probabilidade temporal ($q_{x\text{máx}}$), obtidos das equações (5.43) e (5.52), para os valores de λ_1 e λ_2 determinados anteriormente.

Desta forma, compararam-se os valores dos parâmetros estatísticos das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aos dados de Sayre e Chang, considerando-se:

- um único par de valores de λ_1 e λ_2 constantes ao longo de todo o trecho do escoamento (linhas contínuas);

- diferentes pares de valores λ_1 e λ_2 , para cada sub-trecho compreendido entre a seção de injeção e a seção de medição considerada (O, □).

Estas últimas aplicações se ajustaram melhor aos dados experimentais (+,×) para todas as experiências de Sayre e Chang (Figuras VII.12 a VII.22).

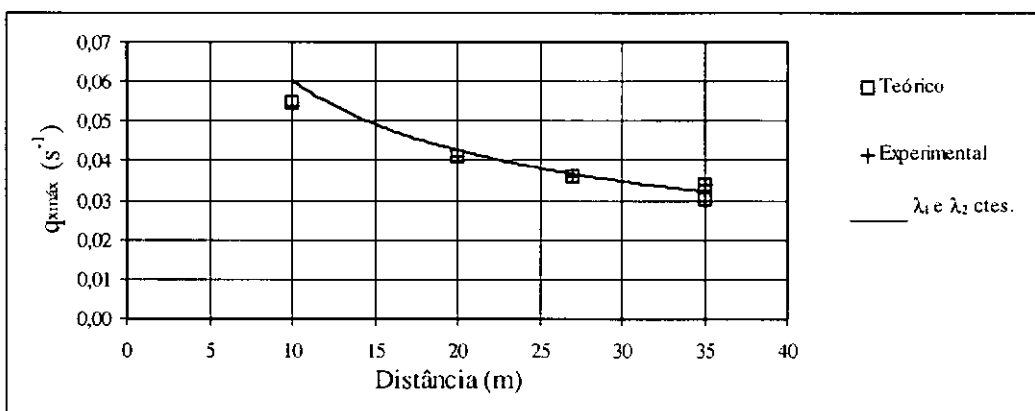
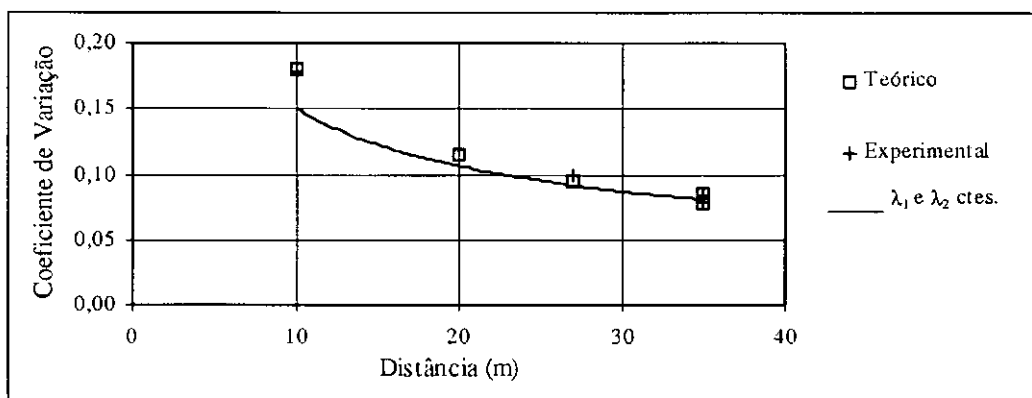
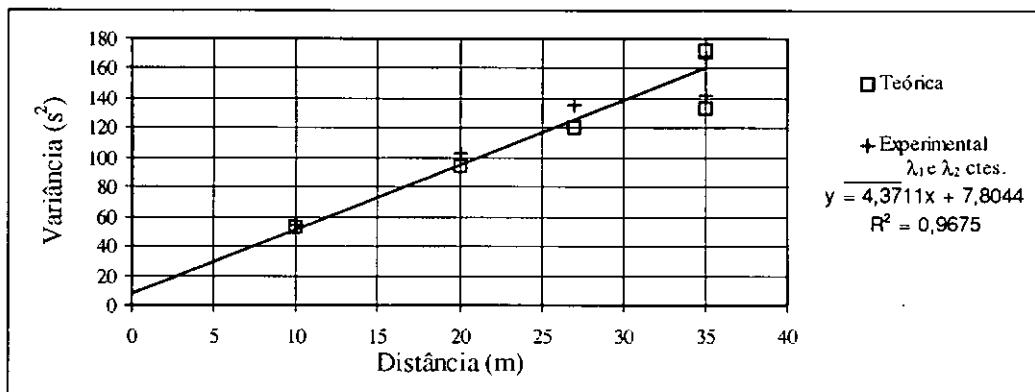
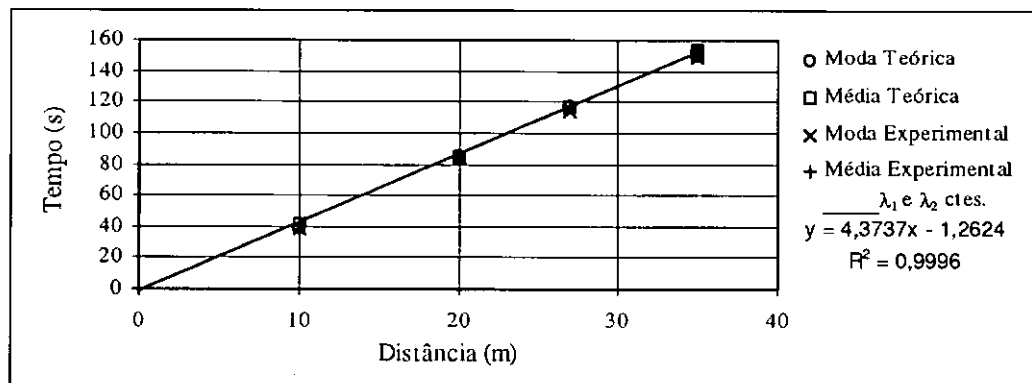


Figura VII.12

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência D-1 de Sayre e Chang (Rodamina B).

$$Q = 0,082 \text{ m}^3/\text{s}$$

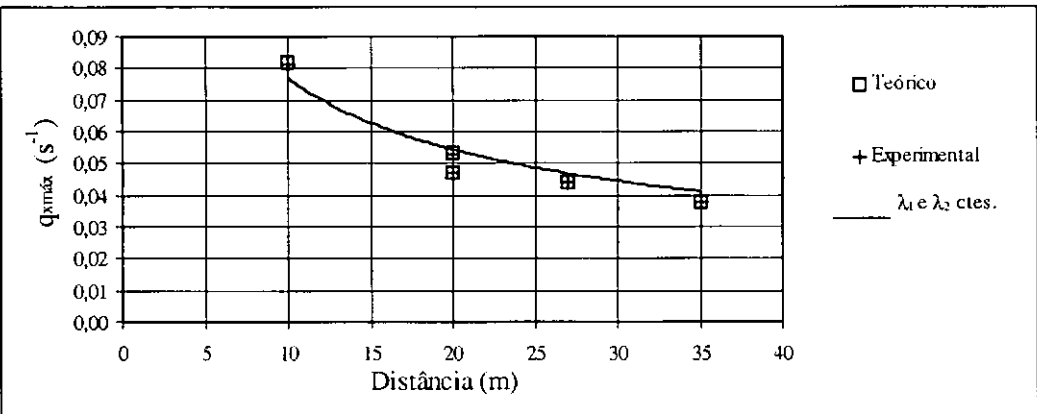
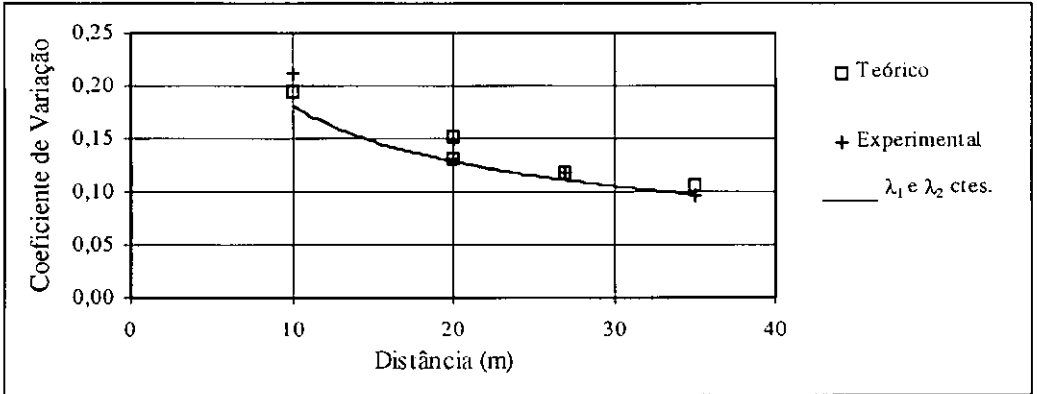
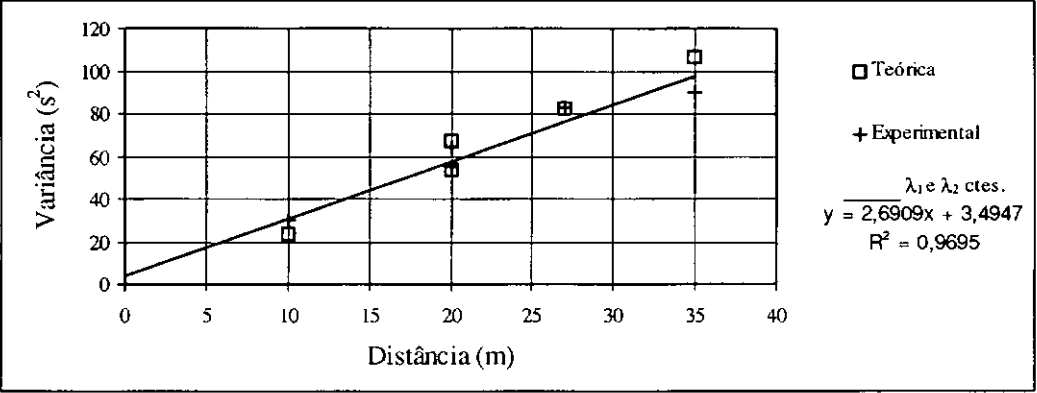
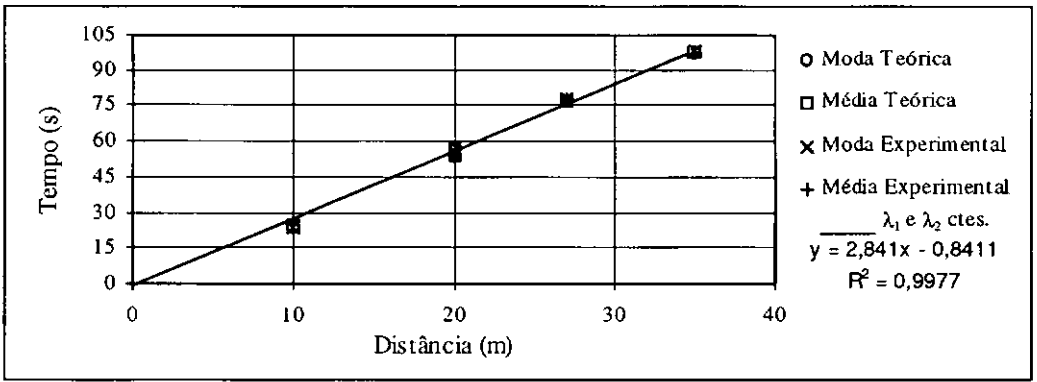


Figura VII.13

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência D-2 de Sayre e Chang (Rodamina B).

$$Q = 0,203 \text{ m}^3/\text{s}$$

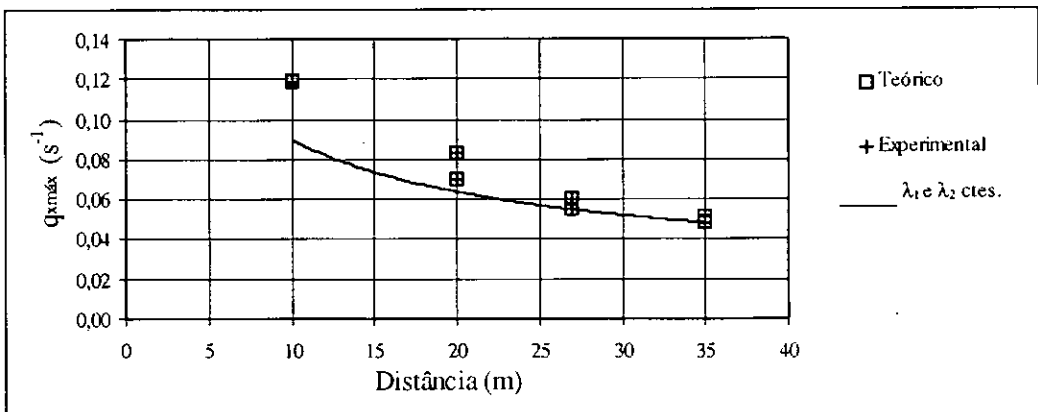
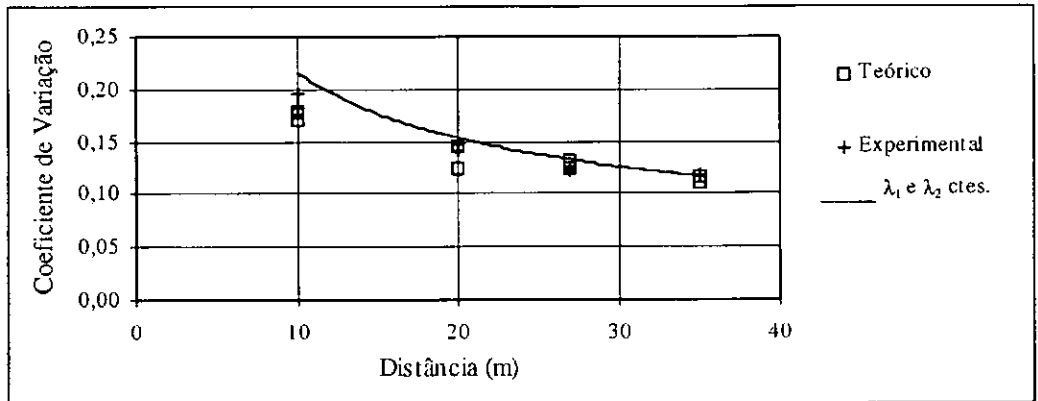
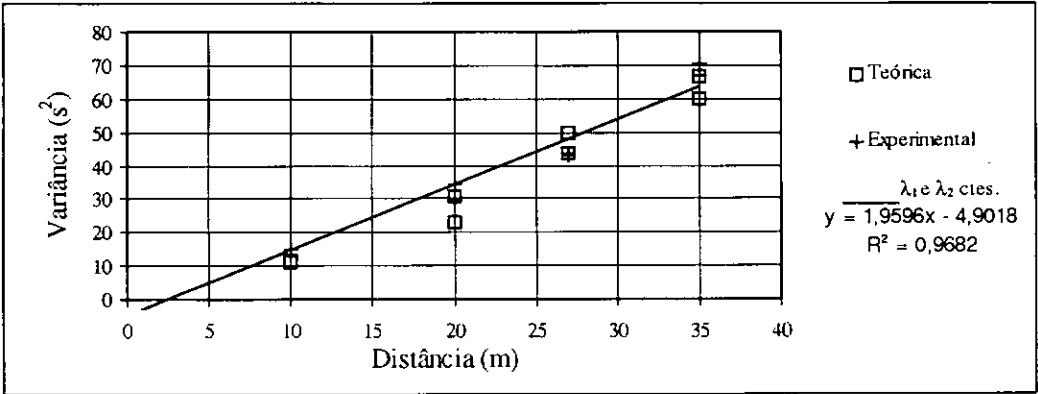
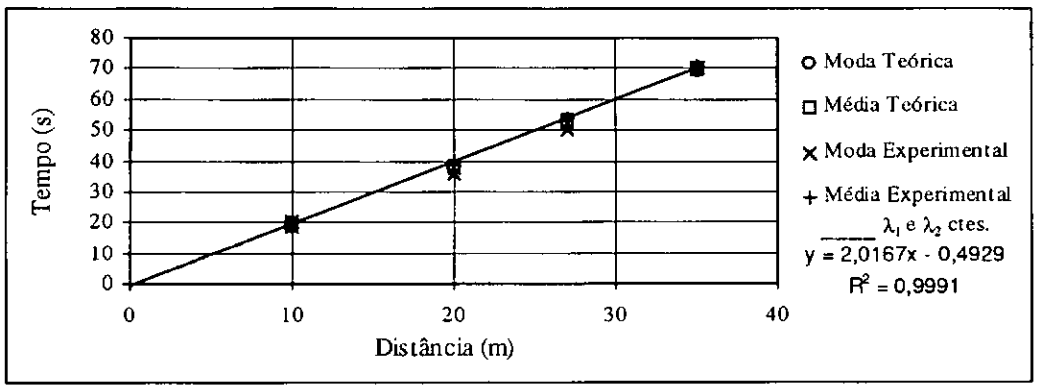


Figura VII.14

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência D-3 de Sayre e Chang (Sulforodamina B).

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

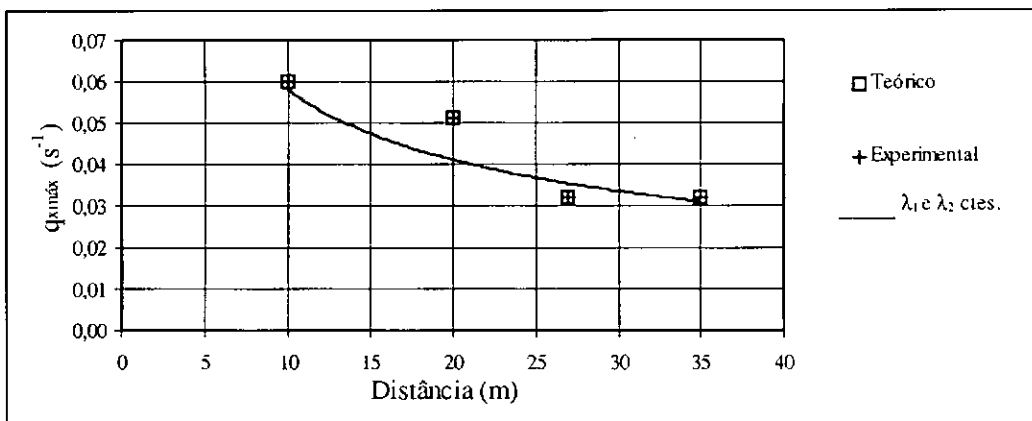
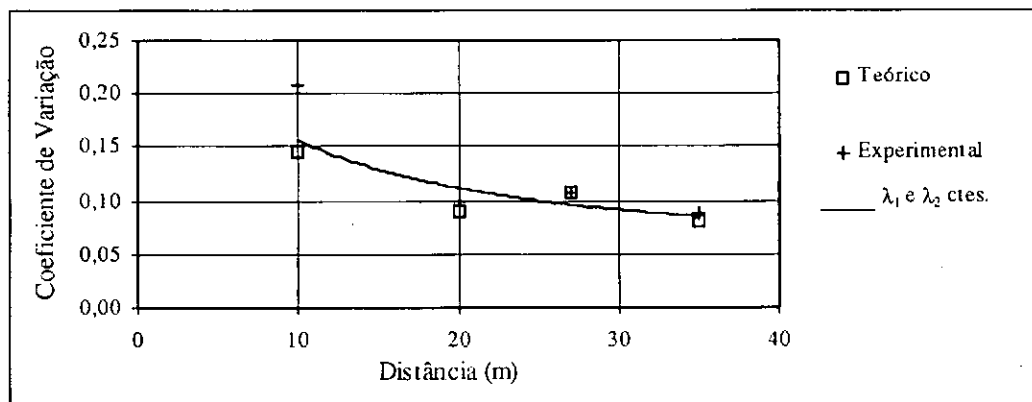
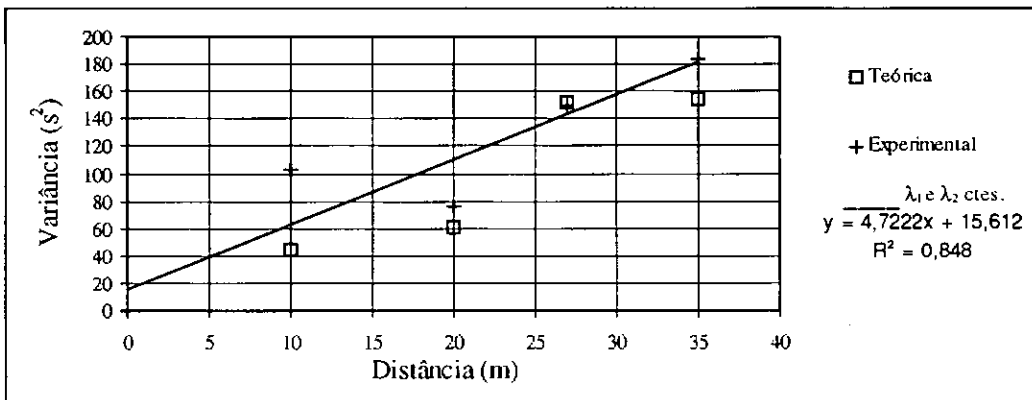
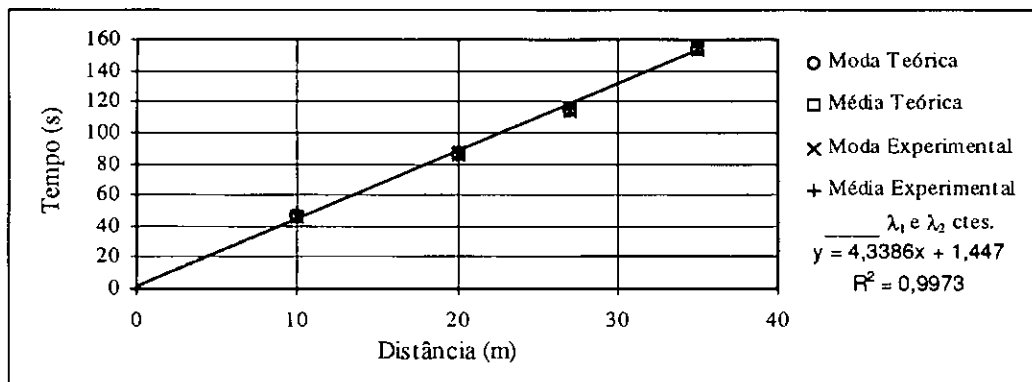


Figura VII.15

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência FS-1 de Sayre e Chang (Silte: 15 a 30 μm).

$$Q = 0,082 \text{ m}^3/\text{s}$$

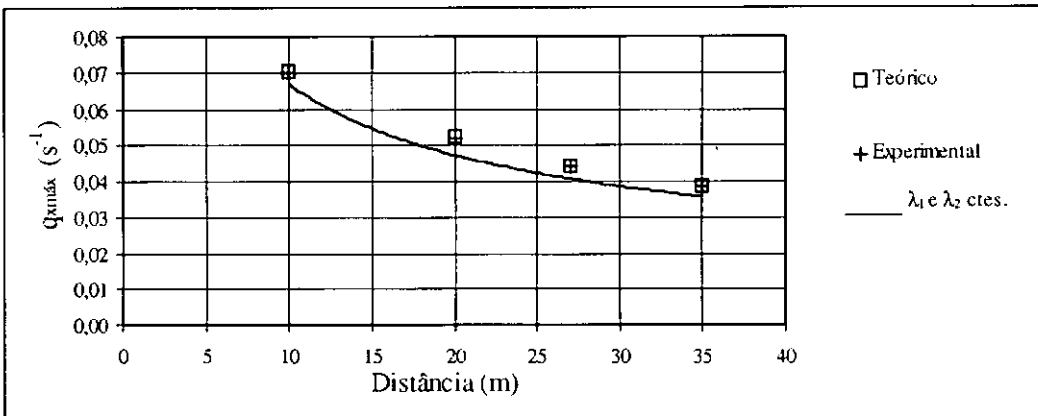
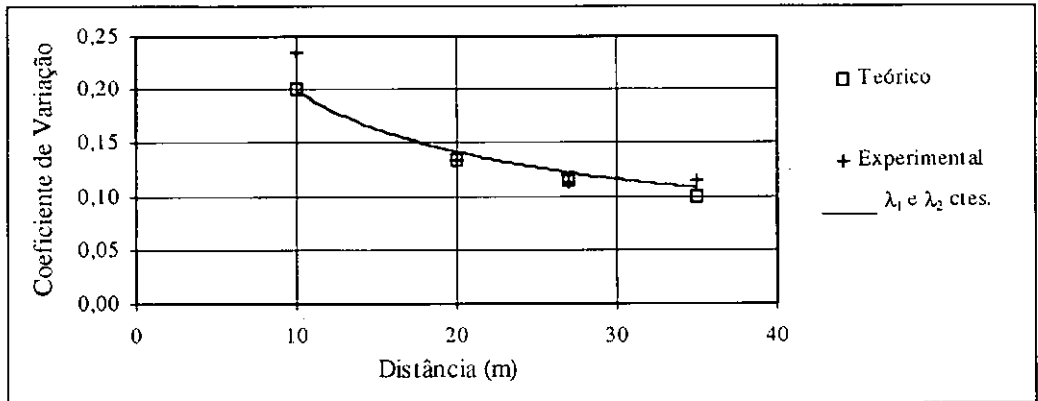
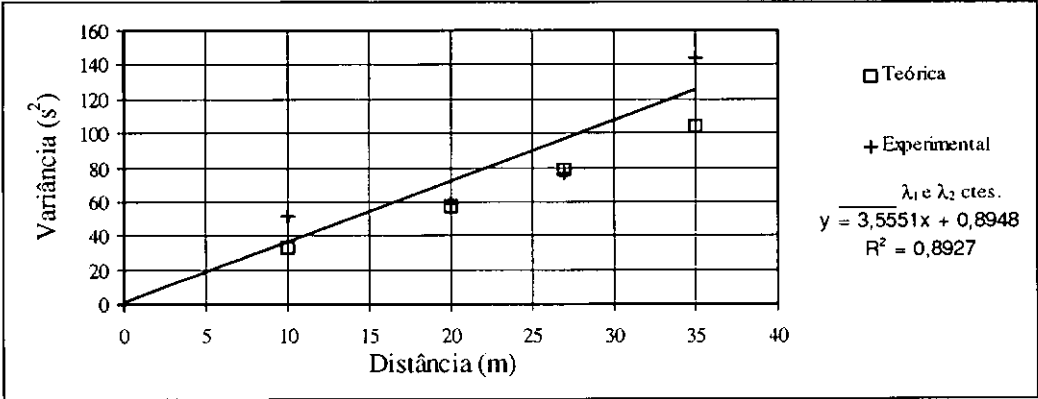
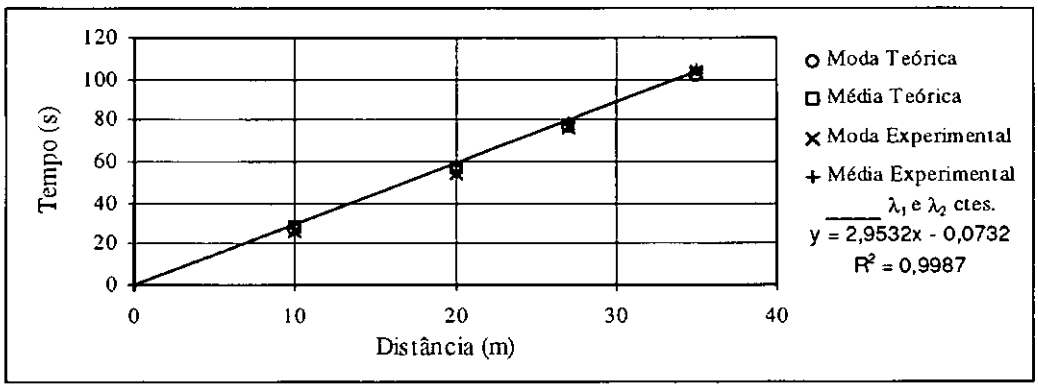


Figura VII.16

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência FS-2 de Sayre e Chang (Silte: 15 a 30 μm).

$$Q = 0,203 \text{ m}^3/\text{s}$$

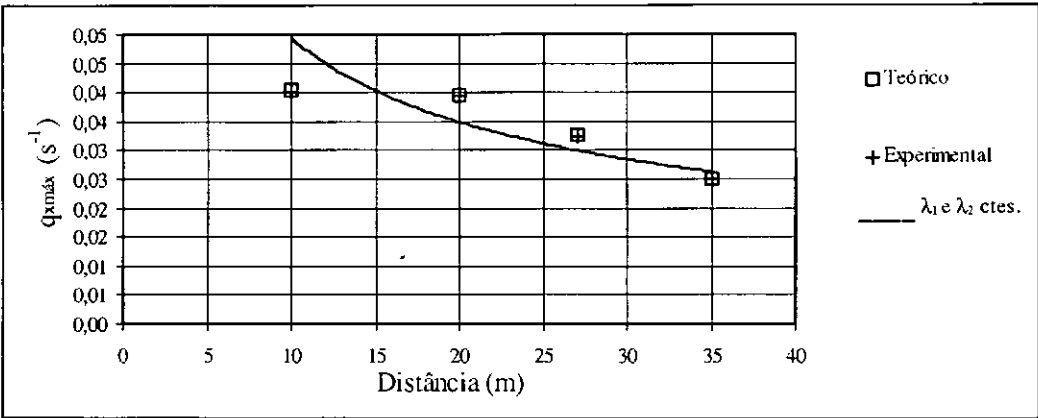
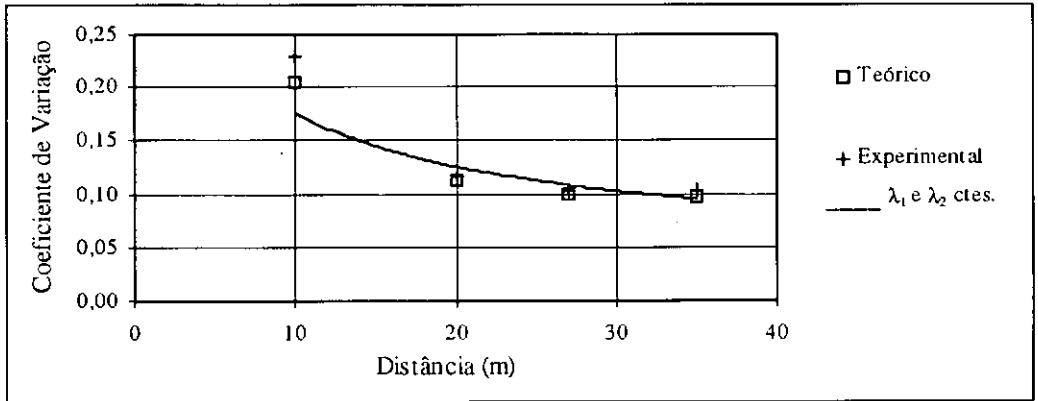
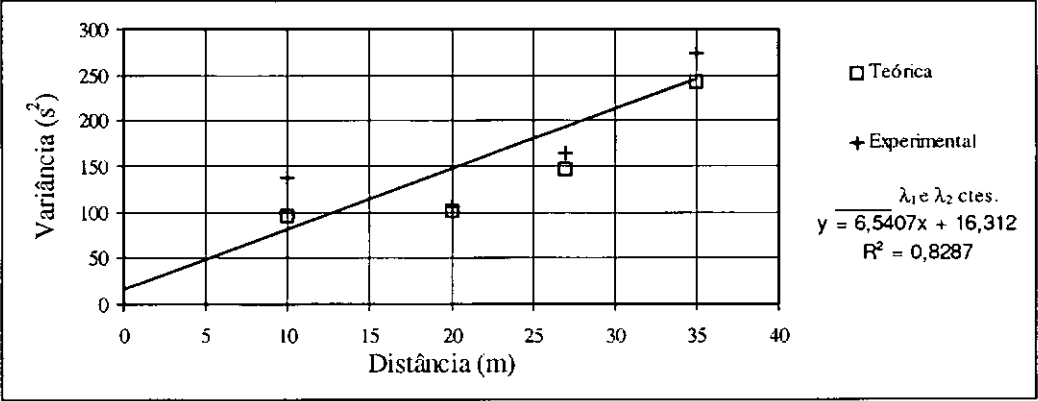
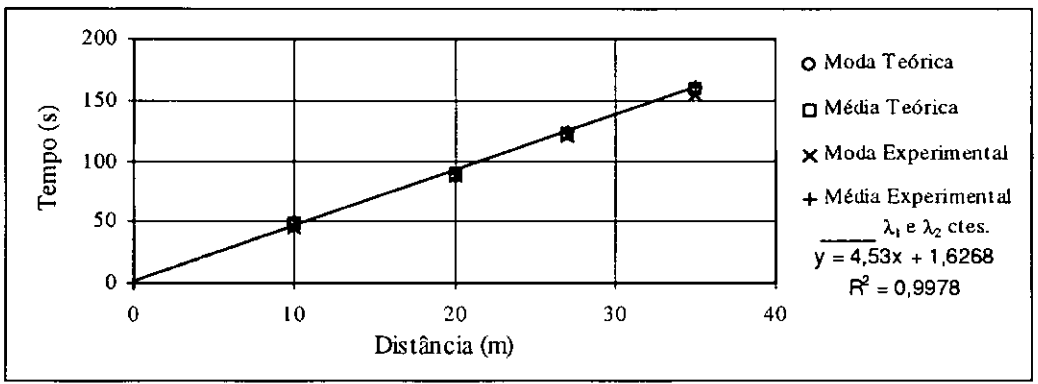


Figura VII.17

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência CS-1 de Sayre e Chang (Silte: 53 a 62 μm).

$$Q = 0,082 \text{ m}^3/\text{s}$$

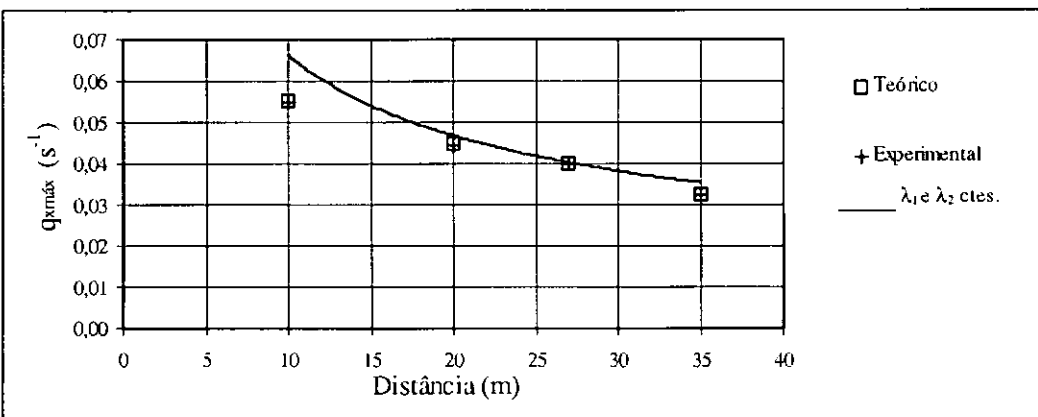
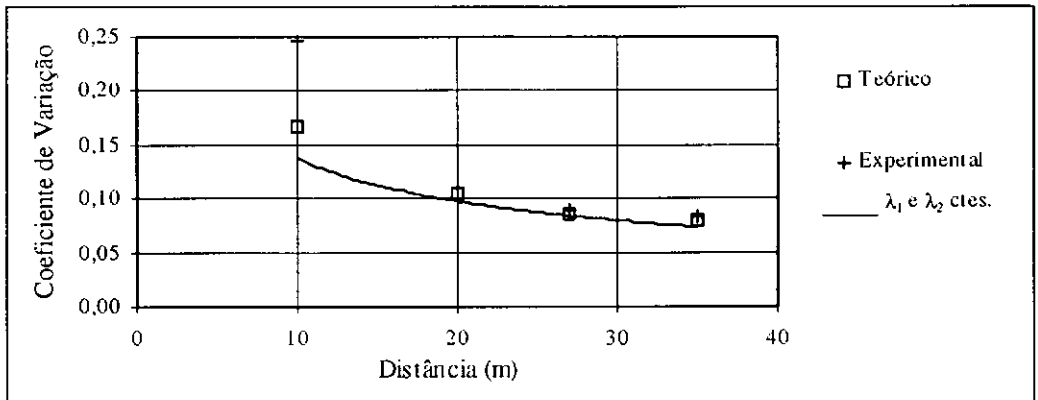
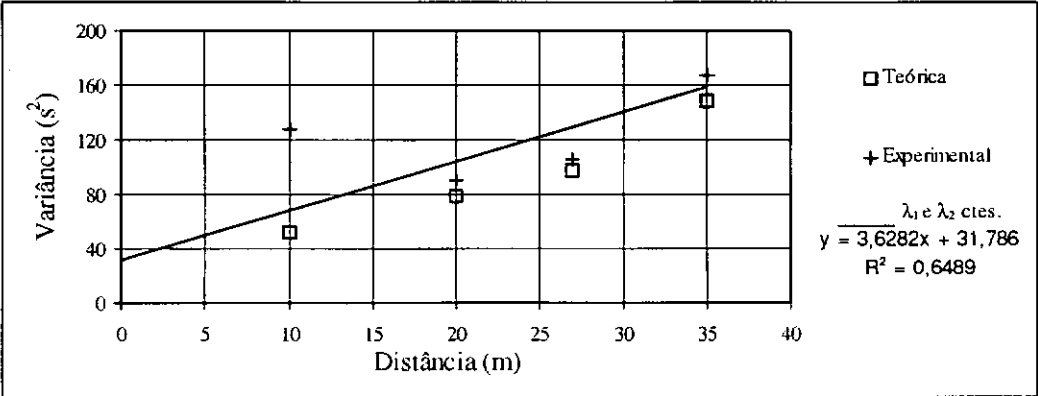
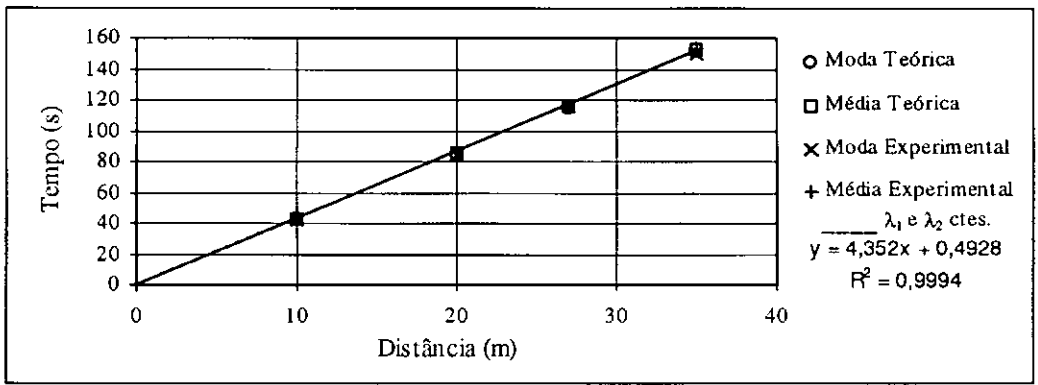


Figura VII.18

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência FG-1 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: $D < 40 \mu\text{m}$).

$$Q = 0,083 \text{ m}^3/\text{s}$$

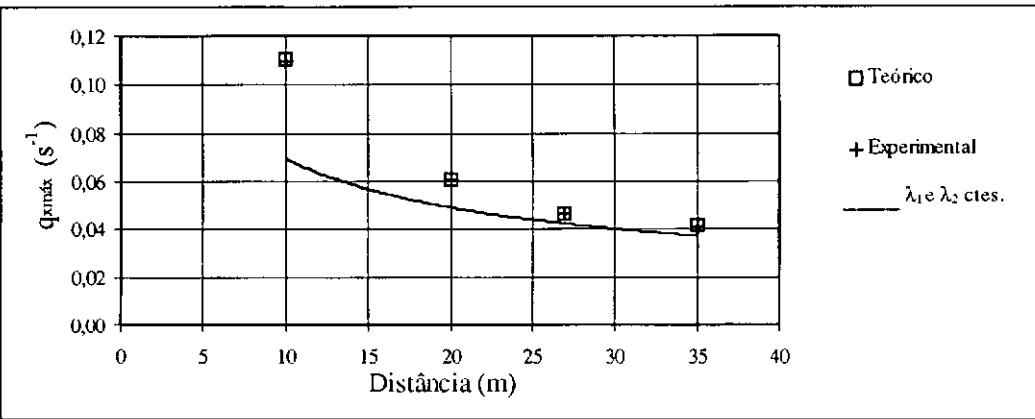
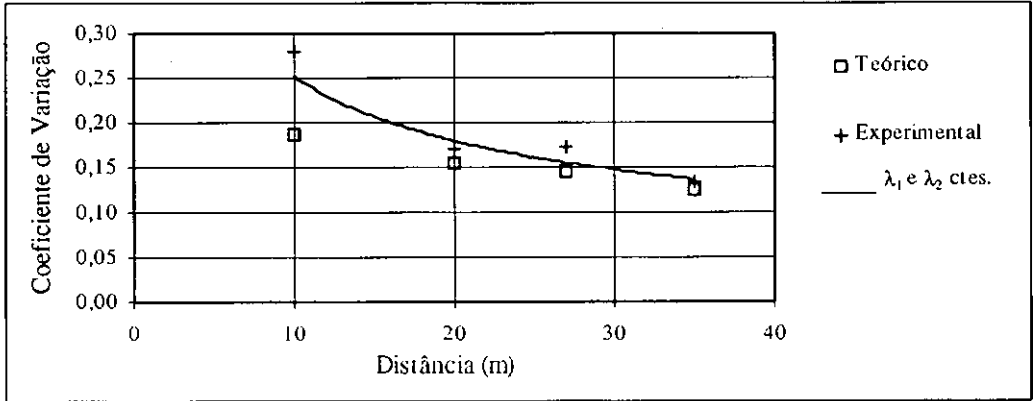
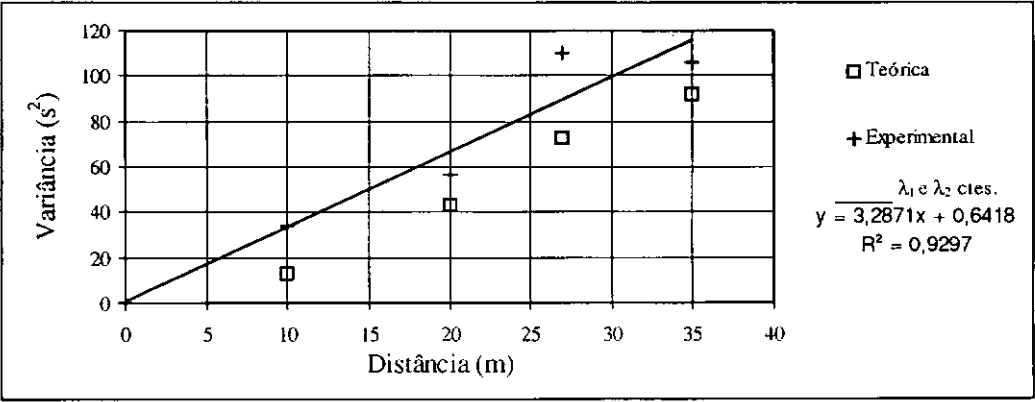
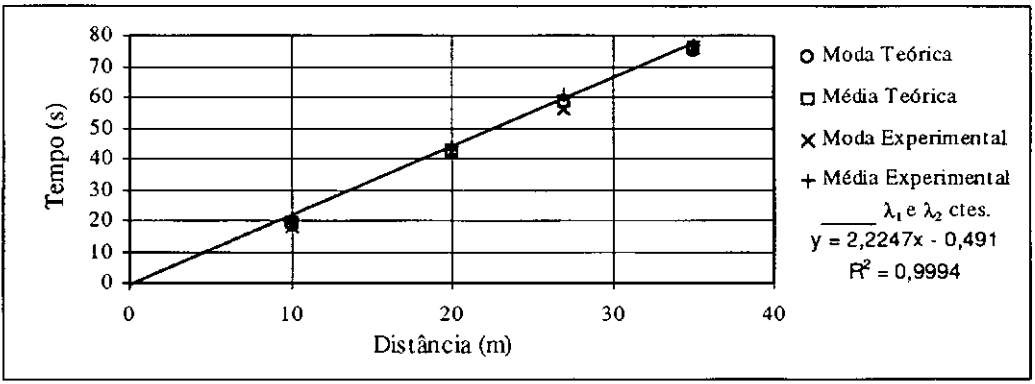


Figura VII.19

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência FG-3 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: $D < 40 \mu\text{m}$).

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

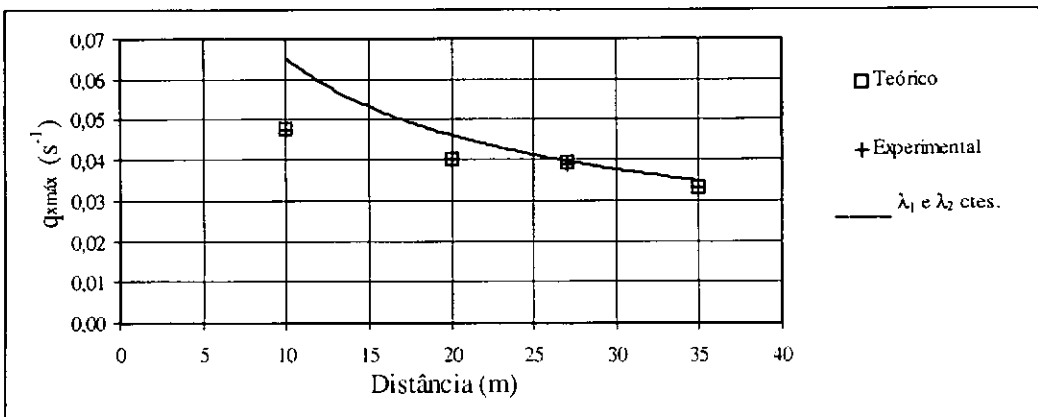
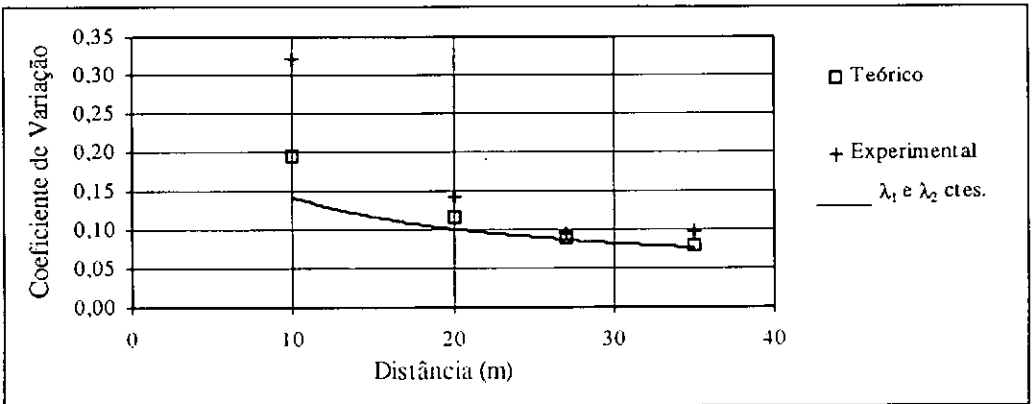
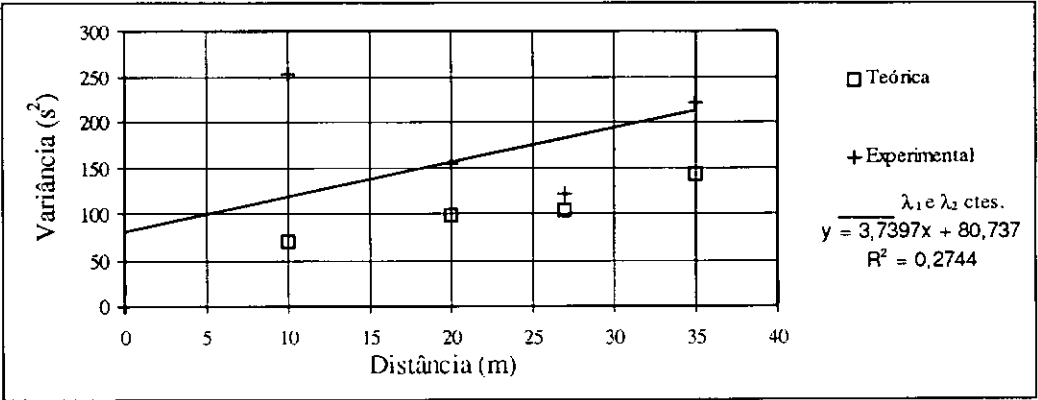
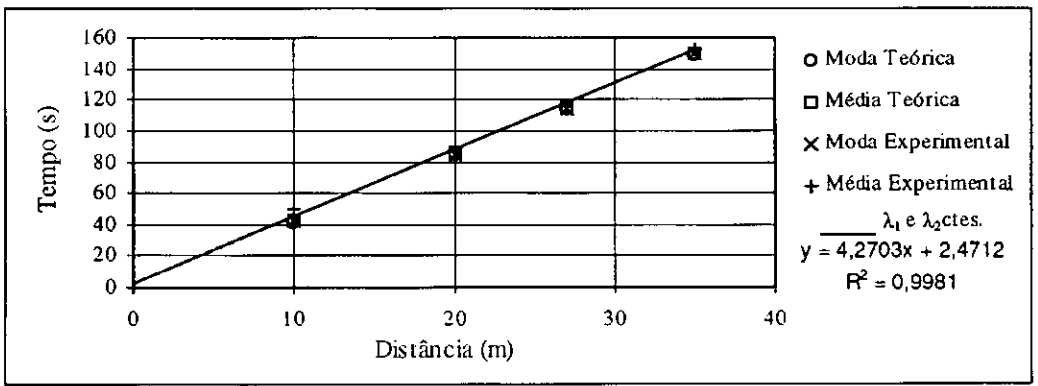


Figura VII.20

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência CG-1 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: 53 a 62 μm).

$$Q = 0,083 \text{ m}^3/\text{s}$$

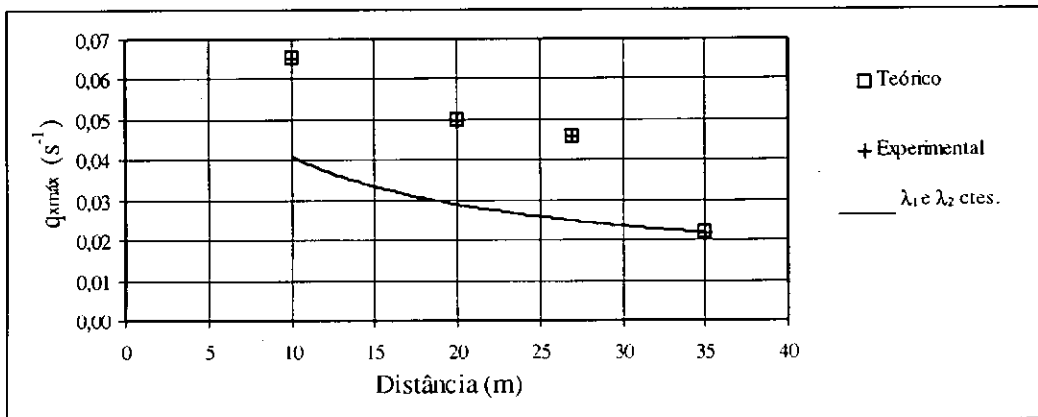
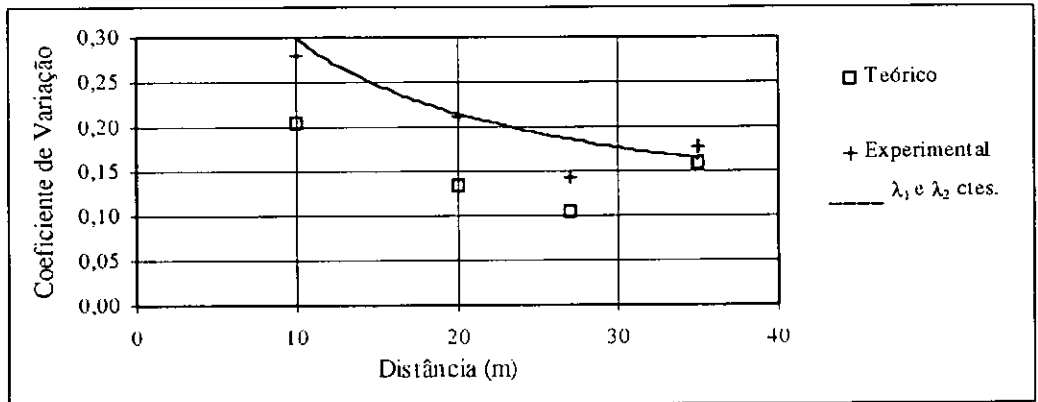
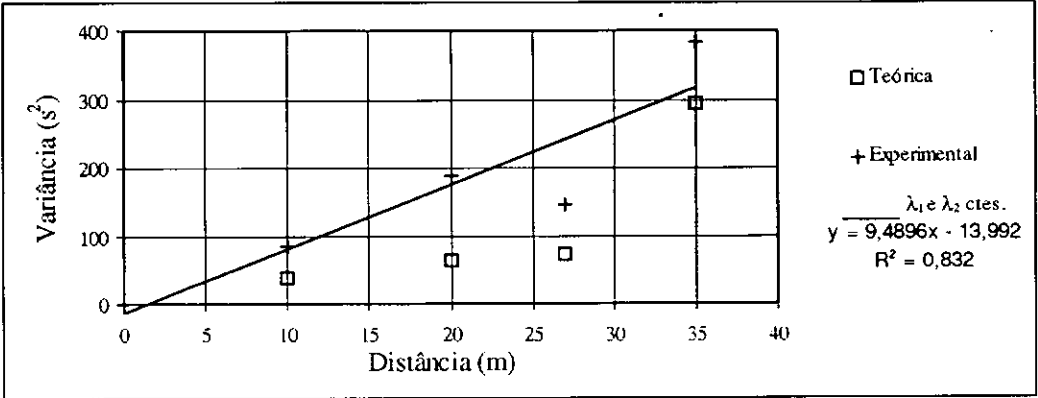
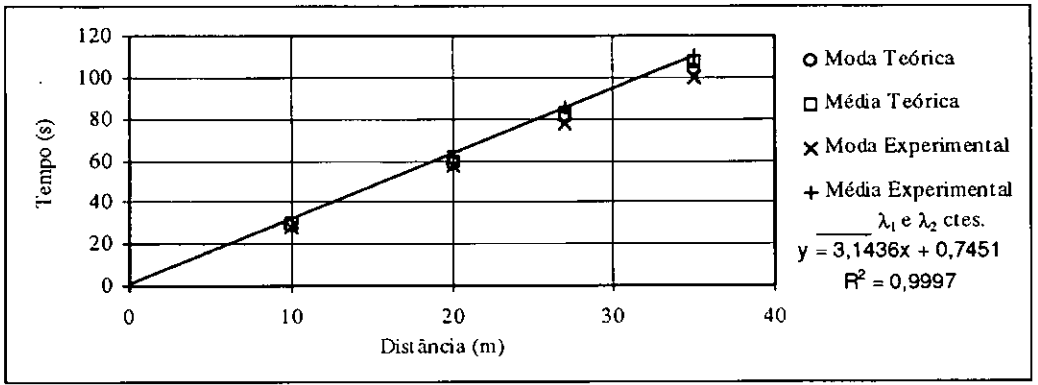


Figura VII. 21

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência CG-2 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: 53 a 62 μm).

$$Q = 0,202 \text{ m}^3/\text{s}$$

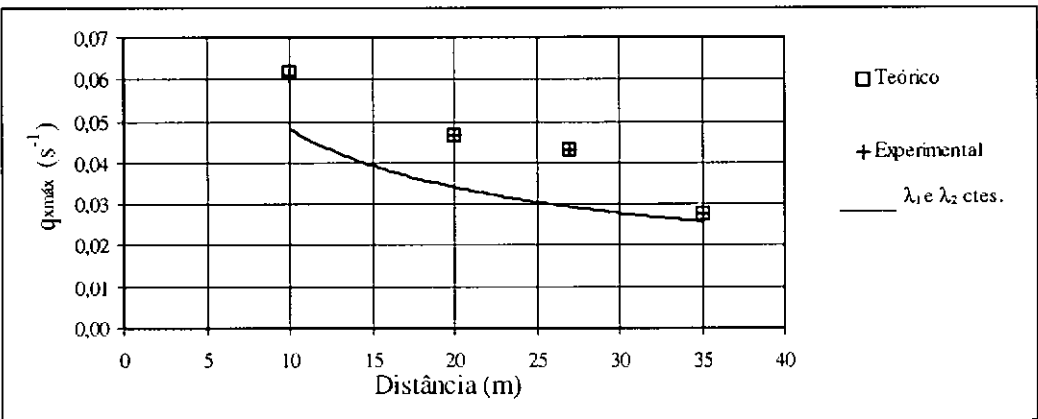
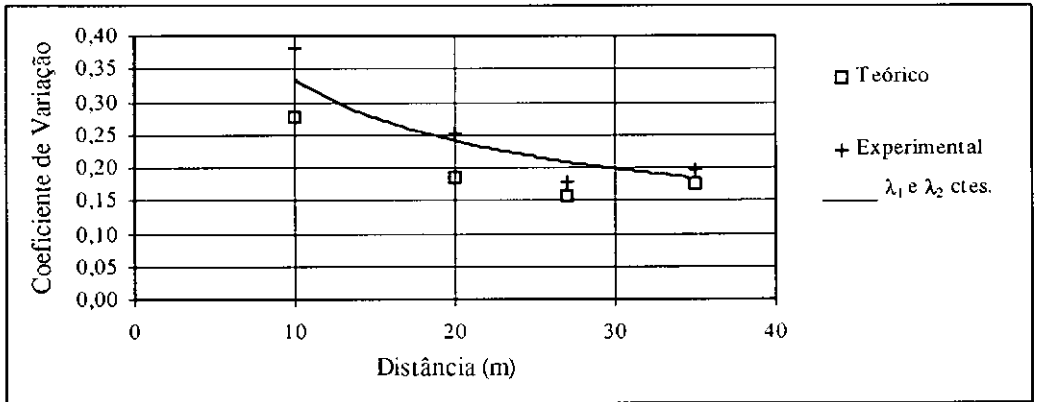
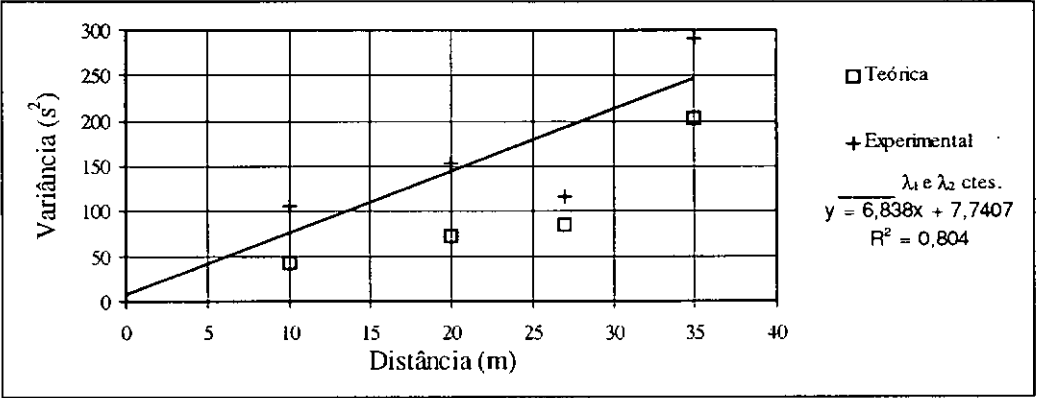
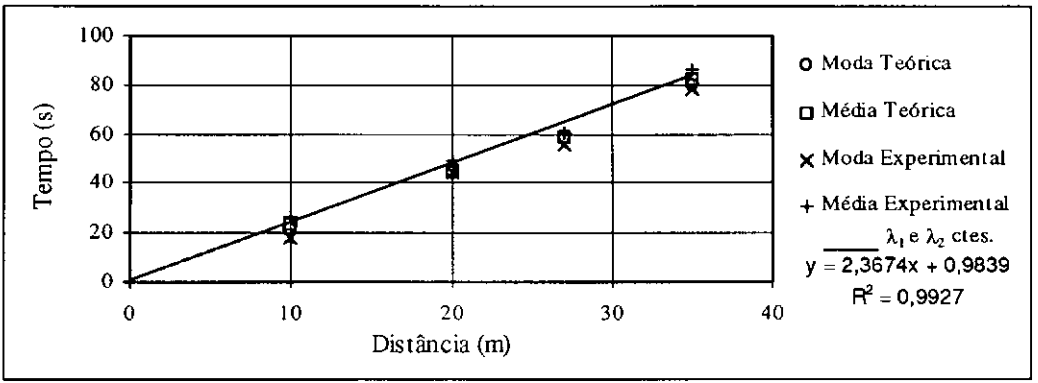


Figura VII.22

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Experiência CG-3 de Sayre e Chang (Esferas de vidro: 53 a 62 μm).

$$Q = 0,422 \text{ m}^3/\text{s}$$

VII.3 - TRABALHO NO RIO PARAÍBA DO SUL, BRASIL

Na Tabela VII.3, a seguir, estão apresentados os principais parâmetros do Modelo Poissoniano Unidimensional Homogêneo aplicado aos dados do trabalho no rio Paraíba do Sul, realizados pelo Laboratório de Traçadores da COPPE/UFRJ.

Tabela VII.3

Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para o trabalho do rio Paraíba do Sul.

(Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))

Campanha	Seção	\bar{u} (km/h)	u_m (km/h)	\bar{u}_p (km/h)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
1	1	2,39	2,60	2,51	133,27	53,10
	2	2,45	2,65	2,54	75,72	29,81
	3	2,20	2,27	2,24	46,13	20,59
	4	2,30	2,38	2,33	38,41	16,48
	5	2,24	2,33	2,27	35,53	15,65
	6	2,20	2,26	2,23	37,41	16,78
2	1	2,63	2,88	2,75	164,82	59,93
	2	3,02	3,21	3,08	93,15	30,25
	3	-	-	-	-	-
	4	3,02	3,06	3,05	81,07	26,58
	5	-	-	-	-	-
	6	3,00	3,03	3,02	70,51	23,35
3	1	2,52	2,74	2,62	293,73	112,11
	2	3,54	3,70	3,60	128,39	35,66
	3	-	-	-	-	-
	4	3,71	3,82	3,74	103,36	27,64
	5	-	-	-	-	-
	6	3,69	3,79	3,74	95,90	25,64
4	1	2,60	2,89	2,74	197,38	72,03
	2	2,79	2,97	2,88	70,72	24,56
	3	2,65	2,76	2,68	72,99	27,23
	4	2,78	2,82	2,80	65,50	23,39
	5	-	-	-	-	-
	6	2,64	2,72	2,67	59,63	22,23

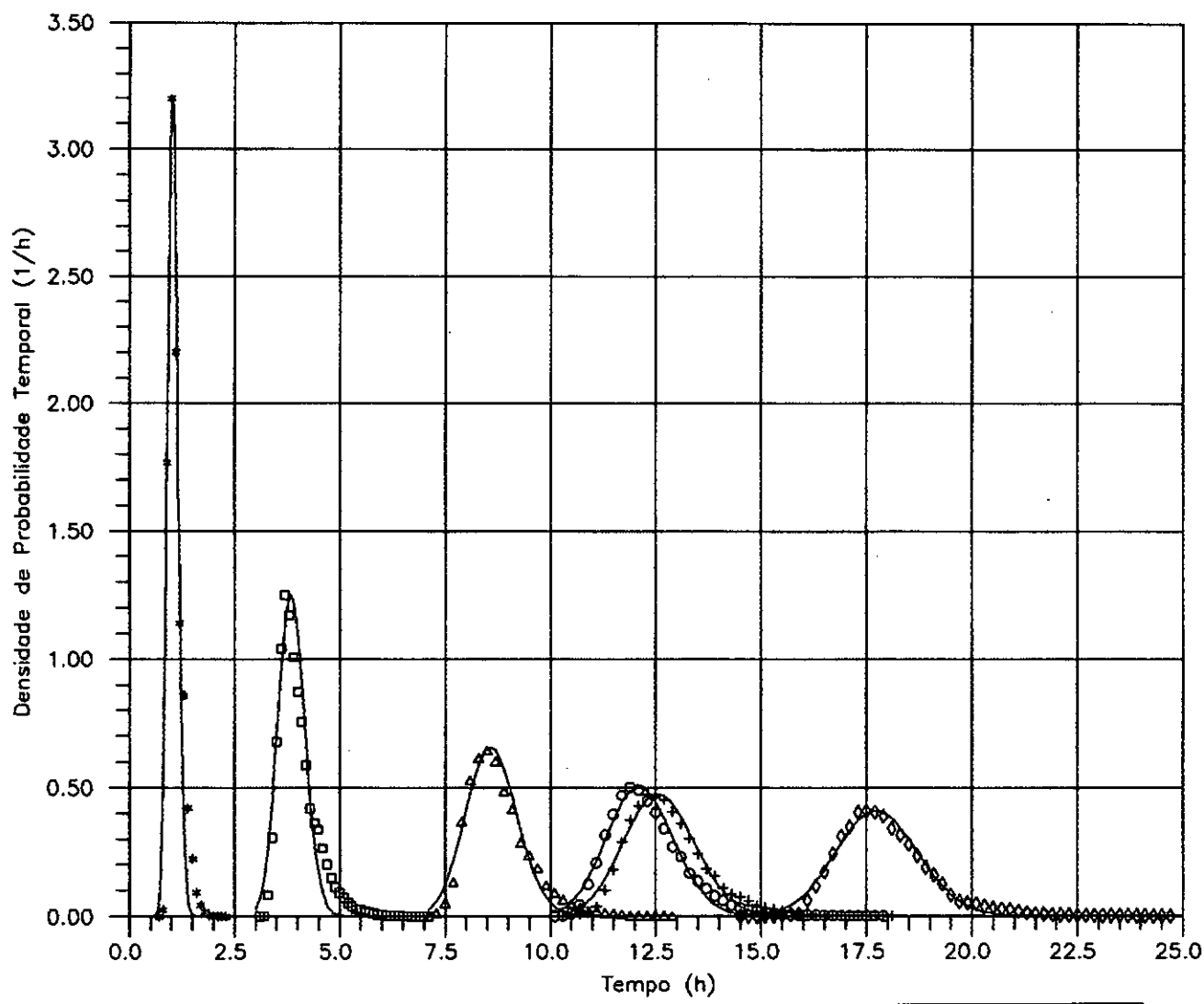
Da observação da Tabela VII.3 vê-se que nenhum dos valores de \bar{u}_p ficou fora do intervalo entre as velocidades da média (\bar{u}) e da moda (u_m).

De posse dos valores dos parâmetros λ_1 e λ_2 , apresentados na Tabela VII.3, utilizou-se o programa POISHOM, para gerar os arquivos de dados de $q_x(t)$ teórico, análogo ao apresentado no Anexo A.

Com auxílio do programa de geração de gráficos, GRAPHER, desenhou-se as curvas de passagem do traçador, experimental e teórica, através das seções de medição do rio Paraíba do Sul. Estes gráficos constituem as Figuras VII.23 a VII.26, apresentadas a seguir.

Essas curvas relacionam a densidade de probabilidade temporal $q_x(t)$, no eixo das ordenadas, com o tempo (t), no eixo das abscissas. Analogamente ao caso precedente:

- a discretização das curvas experimentais de passagem, são representadas por símbolos diferentes para melhor evidenciar cada uma das seções de medição;
- as curvas de passagem geradas pelas aplicações do modelo, para os pares λ_1 e λ_2 apresentados na Tabela VII.3, são representadas por linhas contínuas.

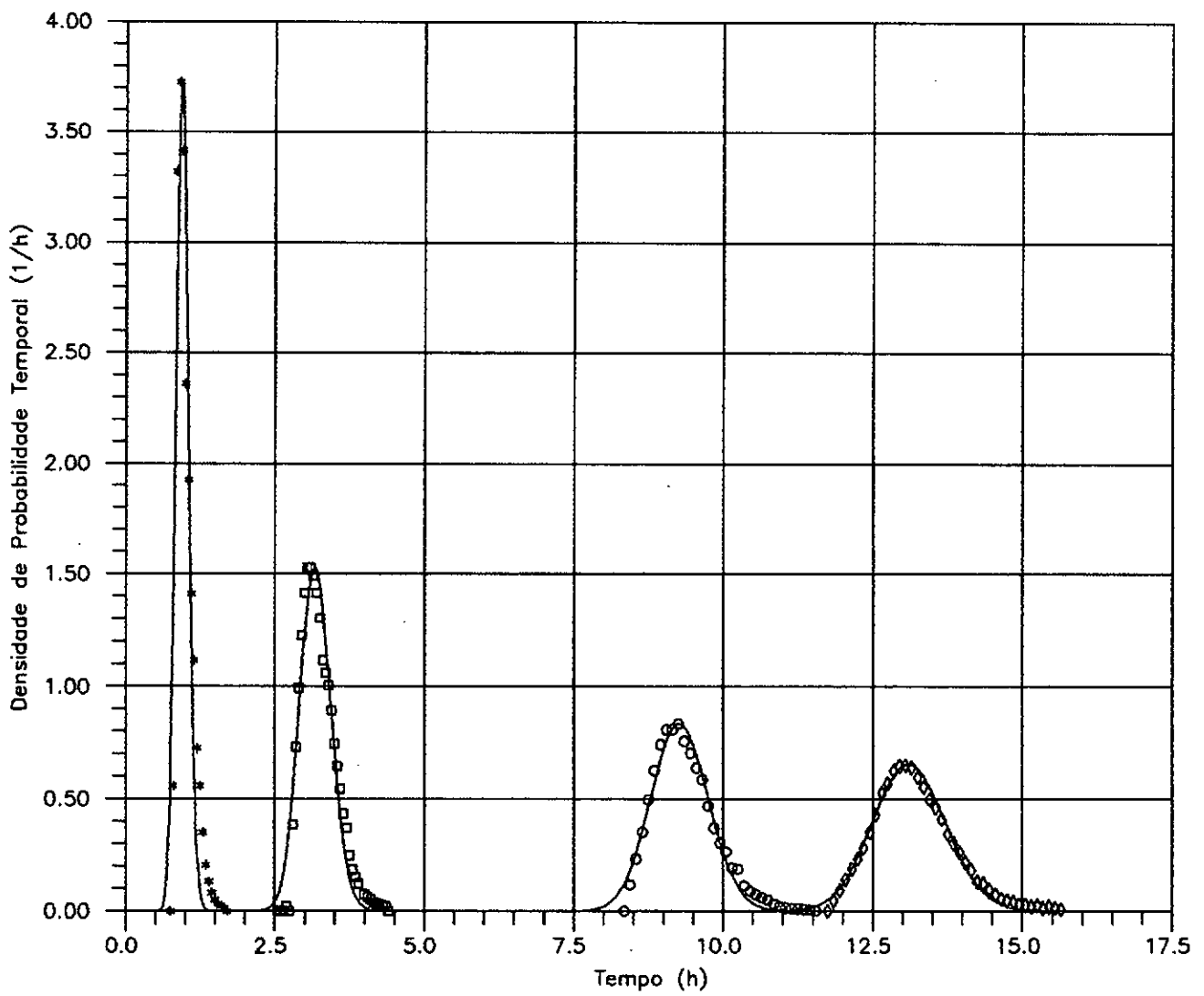


Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
****	2,6	133,27	53,10
□□□□	9,8	75,72	29,81
△△△△	19,3	46,13	20,59
oooo	28,3	38,41	16,48
++++	28,6	35,53	15,65
◇◇◇◇	39,6	37,41	16,78

$Q = 272 \text{ m}^3/\text{s}$

Figura VII.23

Curvas de passagem do corante da campanha nº 1 no rio Paraíba do Sul.

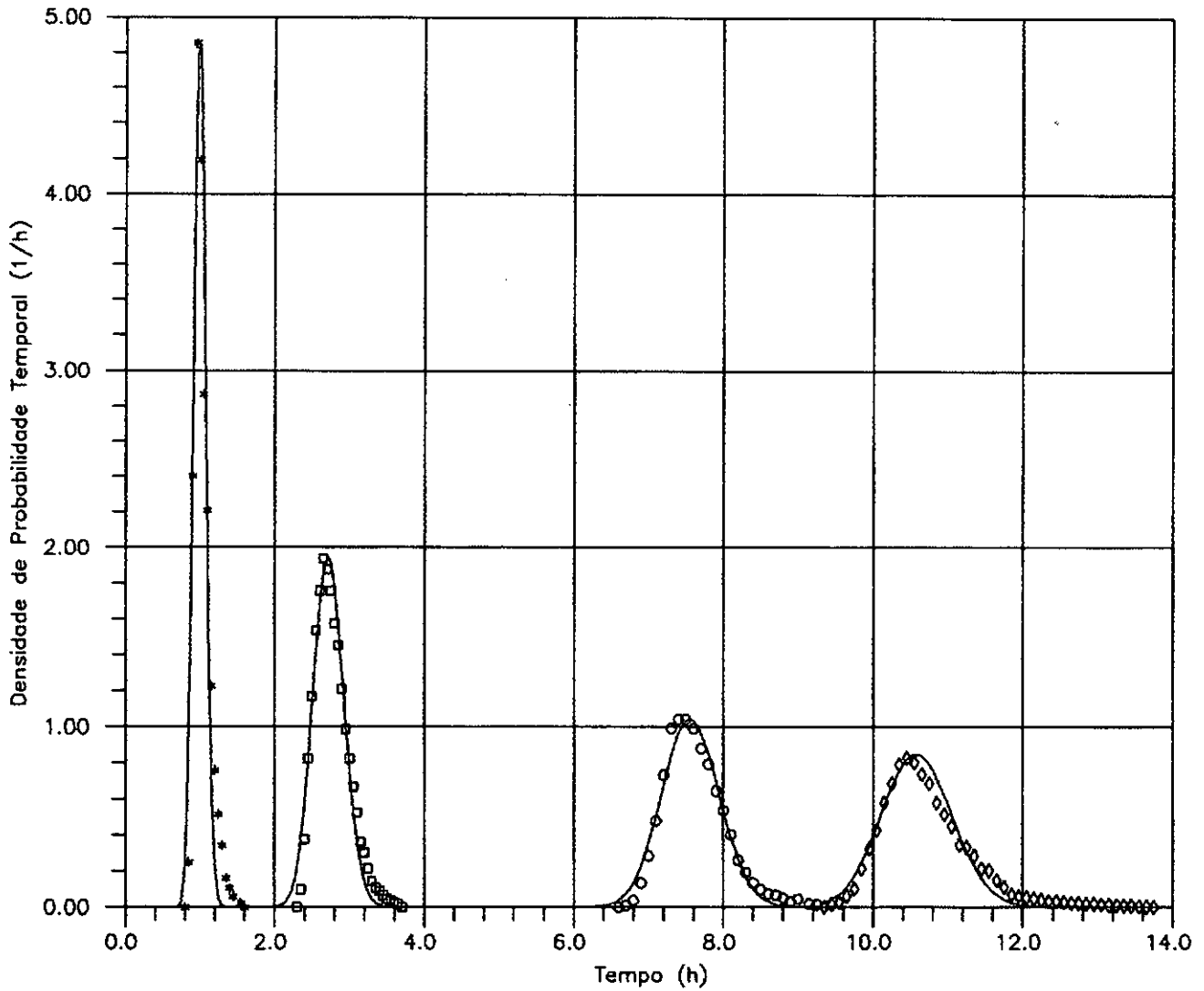


Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
****	2,6	164,82	59,93
□□□□	9,8	93,15	30,25
oooo	28,3	81,07	26,58
◇◇◇◇	39,6	70,51	23,35

$$Q = 342 \text{ m}^3/\text{s}$$

Figura VII.24

Curvas de passagem do corante da campanha nº 2 no rio Paraíba do Sul.

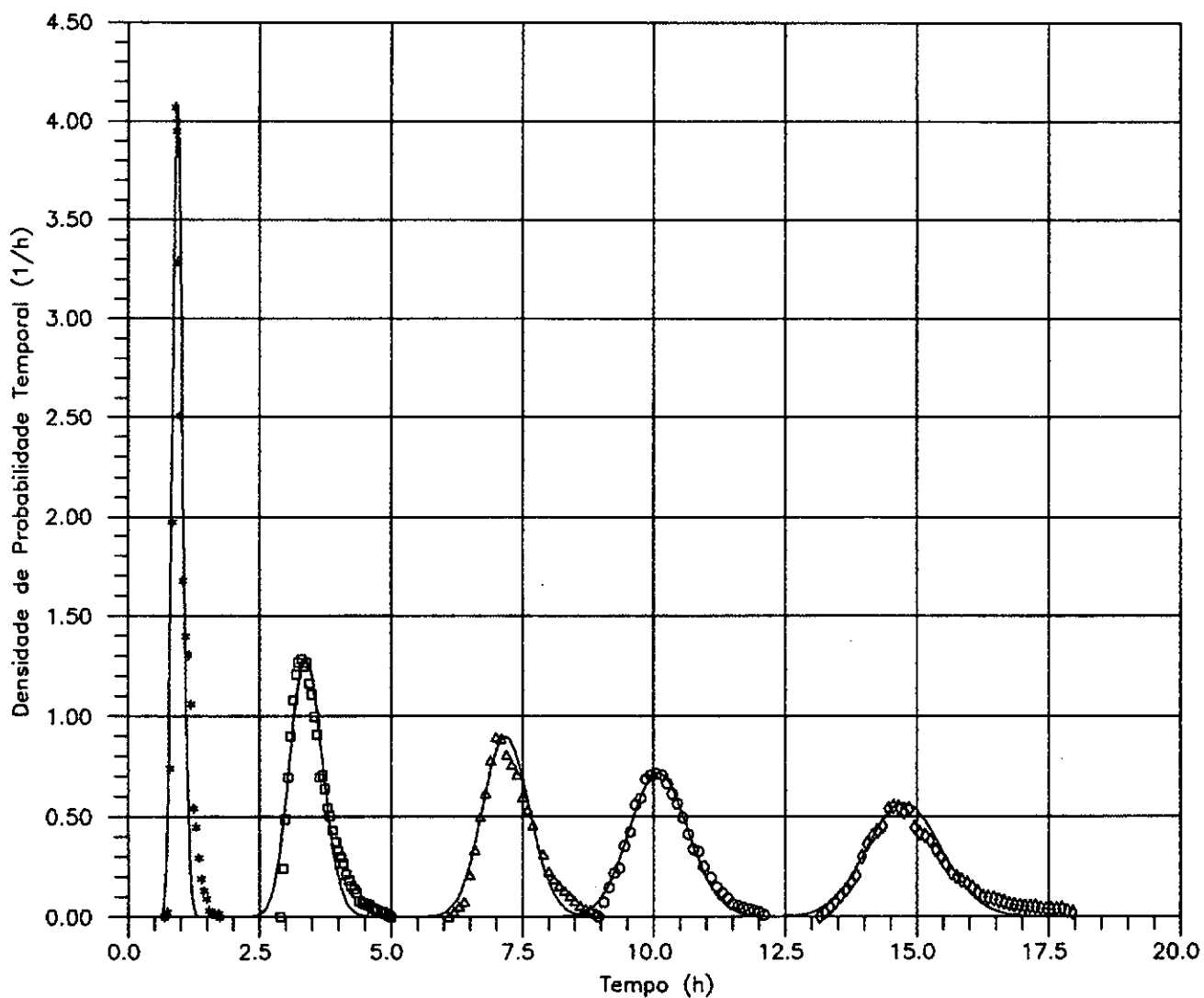


Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
****	2,6	293,73	112,11
□□□□	9,8	128,39	35,66
○○○○	28,3	103,36	27,64
◇◇◇◇	39,6	95,90	25,64

$Q = 639 \text{ m}^3/\text{s}$

Figura VII.25

Curvas de passagem do corante da campanha nº 3 no rio Paraíba do Sul.



Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
****	2,6	197,38	72,03
□□□□	9,8	70,72	24,56
ΔΔΔΔ	19,3	72,99	27,23
oooo	28,3	65,50	23,39
◇◇◇◇	39,6	59,63	22,23

$Q = 294 \text{ m}^3/\text{s}$

Figura VII.26

Curvas de passagem do corante da campanha nº 4 no rio Paraíba do Sul.

Com os valores de $q_{xi}(t)$ dos arquivos de dados gerados pelo programa POISHOM, determinaram-se os principais parâmetros estatísticos teóricos das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional, que são mostrados na Tabela VII.4, a seguir.

Tabela VII.4

Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no rio Paraíba do Sul.

Campanha	Distância ao ponto de injeção (km)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (h)	Variância $Var\{T(x)\}$ (h^2)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\max}$ (h^{-1})	Coefficiente de Variação C_v	Moda t_m (h)
1	2,6	1,04	0,0155	3,2083	0,1203	1,03
	9,8	3,86	0,1005	1,2505	0,0821	3,85
	19,3	8,62	0,3634	0,6531	0,0699	8,60
	28,3	12,15	0,6176	0,5021	0,0647	12,10
	28,6	12,60	0,6989	0,4734	0,0663	12,60
	39,6	17,76	0,9475	0,4095	0,0548	17,70
2	2,6	0,95	0,0115	3,7335	0,1133	0,94
	9,8	3,18	0,0683	1,5273	0,0821	3,18
	19,3	-	-	-	-	-
	28,3	9,28	0,2289	0,8341	0,0516	9,25
	28,6	-	-	-	-	-
	39,6	13,11	0,3712	0,6543	0,0456	13,10
3	2,6	0,99	0,0068	4,8600	0,0828	0,99
	9,8	2,72	0,0424	1,9370	0,0756	2,70
	19,3	-	-	-	-	-
	28,3	7,57	0,1460	1,0430	0,0505	7,55
	28,6	-	-	-	-	-
	39,6	10,59	0,2158	0,8480	0,0439	10,55
4	2,6	0,95	0,0096	4,0740	0,1033	0,94
	9,8	3,40	0,0962	1,2880	0,0912	3,38
	19,3	7,20	0,1969	0,8980	0,0616	7,20
	28,3	10,11	0,3070	0,7180	0,0548	10,10
	28,6	-	-	-	-	-
	39,6	14,76	0,4931	0,5670	0,0476	14,75

Analogamente ao estudo em canal de laboratório, compararam-se os parâmetros estatísticos experimentais e teóricos, que estão resumidos nas Tabelas VI.5 e VII.4, respectivamente.

Para essas comparações foram criados os gráficos apresentados nas Figuras VII.27 a VII.30, a seguir, através do aplicativo EXCEL 5.0 para ambiente Windows, onde:

- os símbolos (+,×) representam os valores experimentais obtidos da Tabela VI.5;
- os símbolos (O,□) representam os valores teóricos considerando-se os parâmetros λ_1 e λ_2 para cada sub-trecho de rio, compreendido entre a seção de injeção e a seção de medição considerada (Tabela VII.4);
- a linha contínua representa os valores teóricos considerando-se os parâmetros λ_1 e λ_2 constantes para todo o trecho do rio estudado.

Essas linhas contínuas foram obtidas considerando-se as inclinações das retas da média e da variância experimental (primeiros e segundos gráficos), utilizando-se as equações (5.35) e (5.39), para o cálculo dos pares λ_1 e λ_2 constantes para todo o trecho do rio estudado. Levando-os, a seguir, nas equações (5.43) e (5.52), foram obtidas as curvas de C_{vx} e $q_{x\max}$ teóricas (terceiros e quartos gráficos).

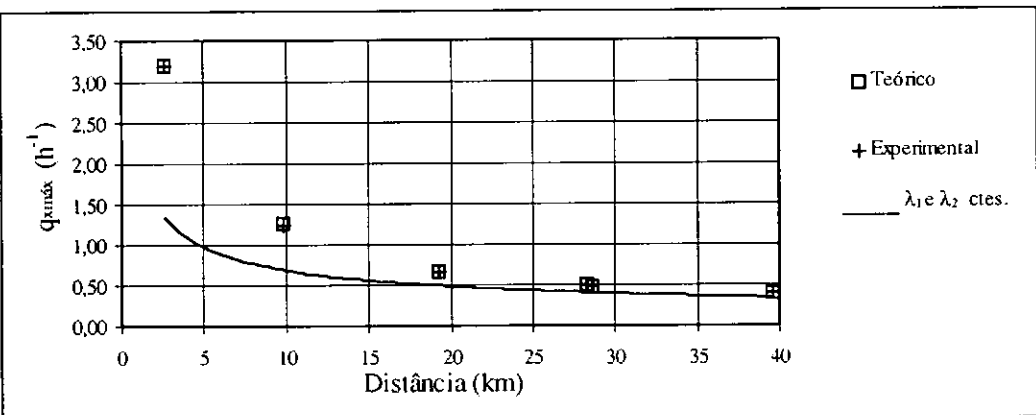
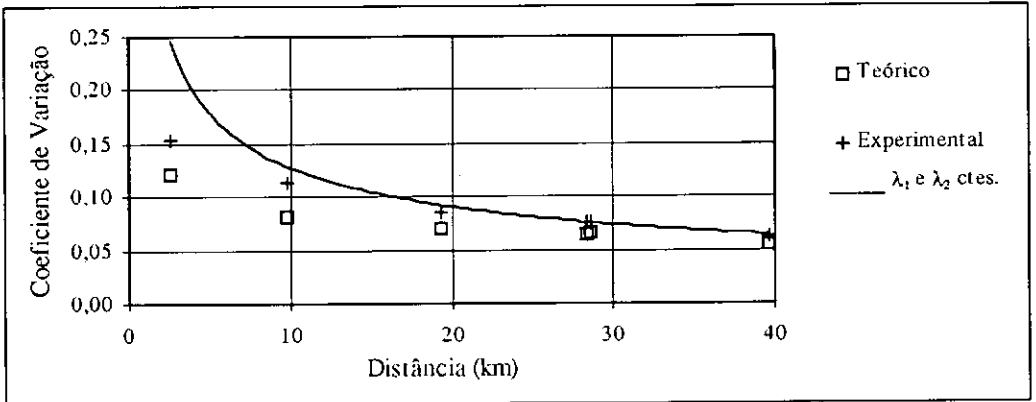
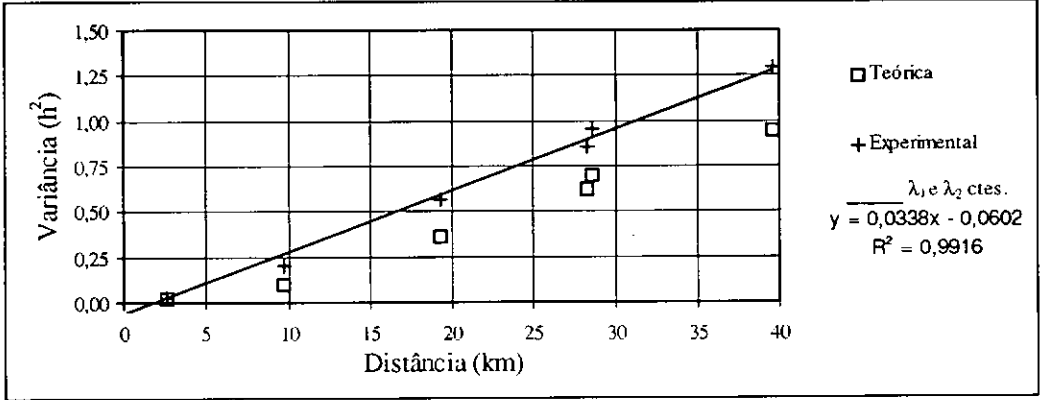
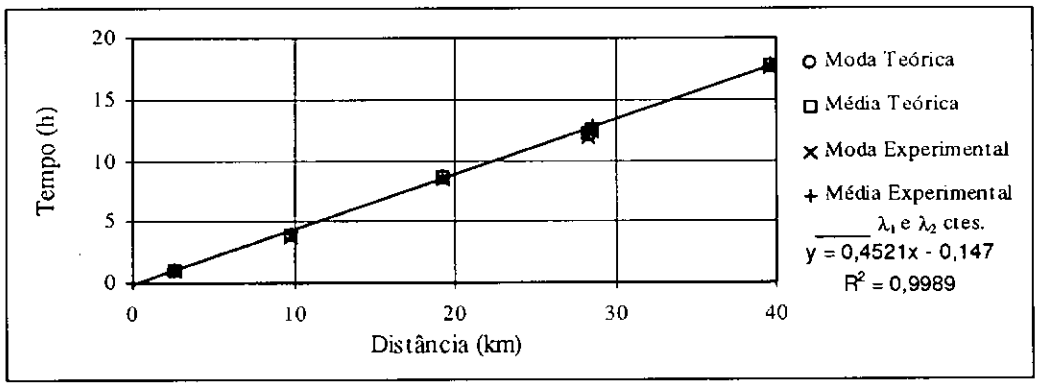


Figura VII.27

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha nº 1 no rio Paraíba do Sul.

$Q = 272 \text{ m}^3/\text{s}$

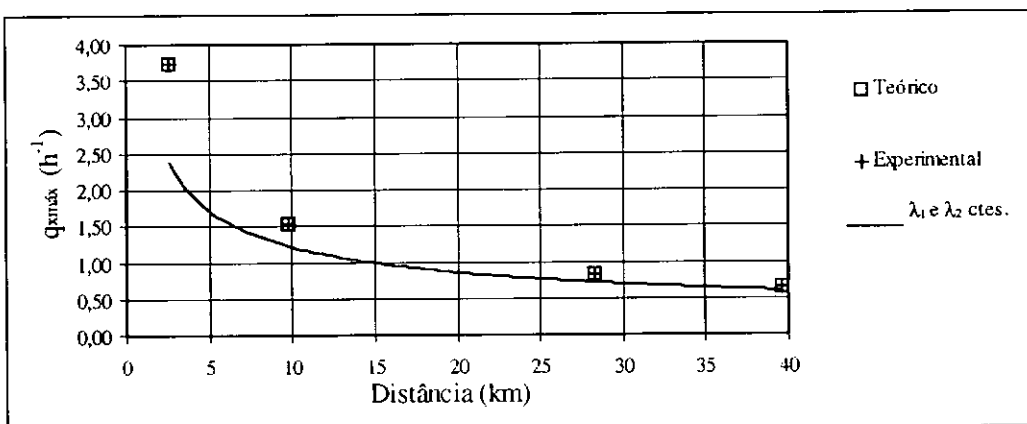
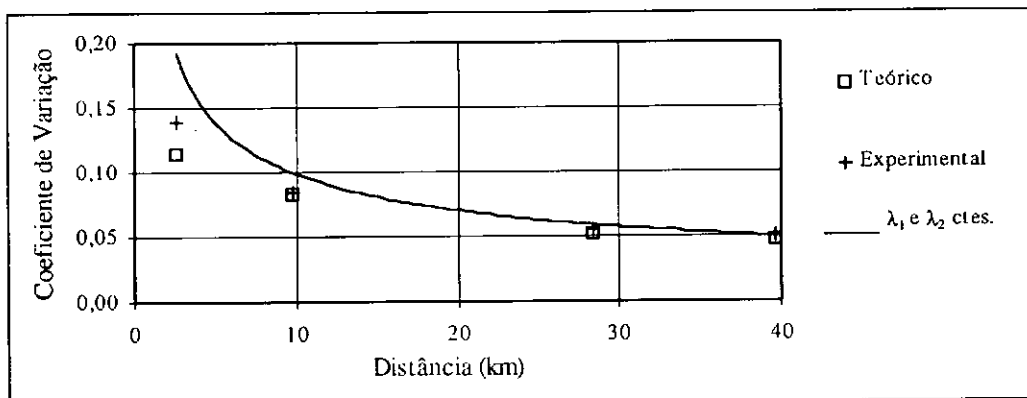
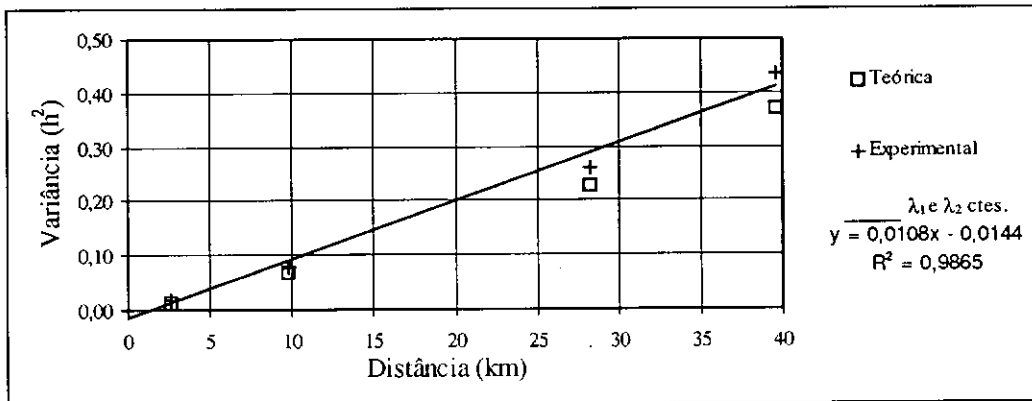
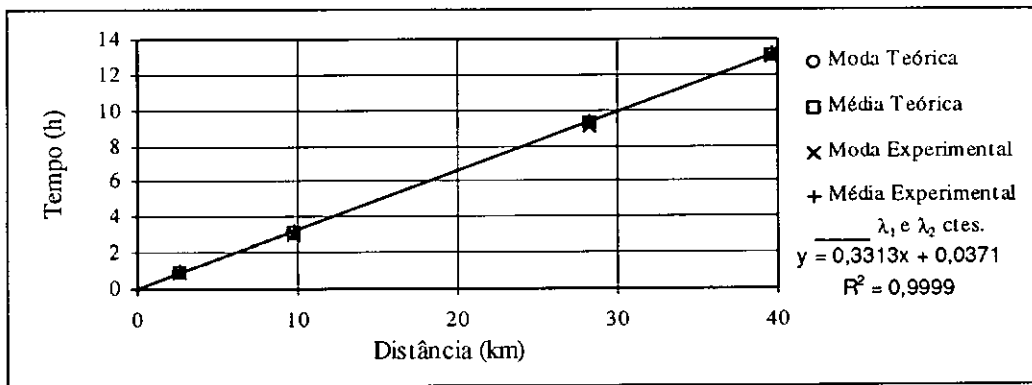


Figura VII.28

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha nº 2 no rio Paraíba do Sul.

$$Q = 342 \text{ m}^3/\text{s}$$

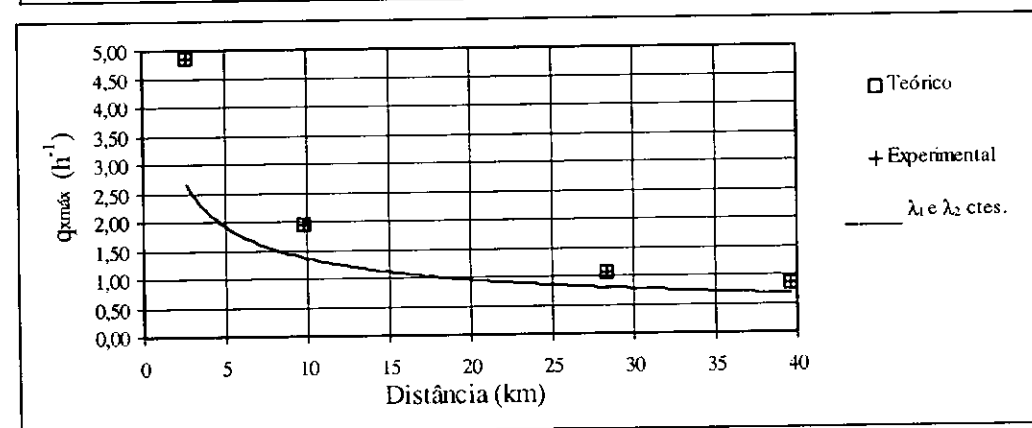
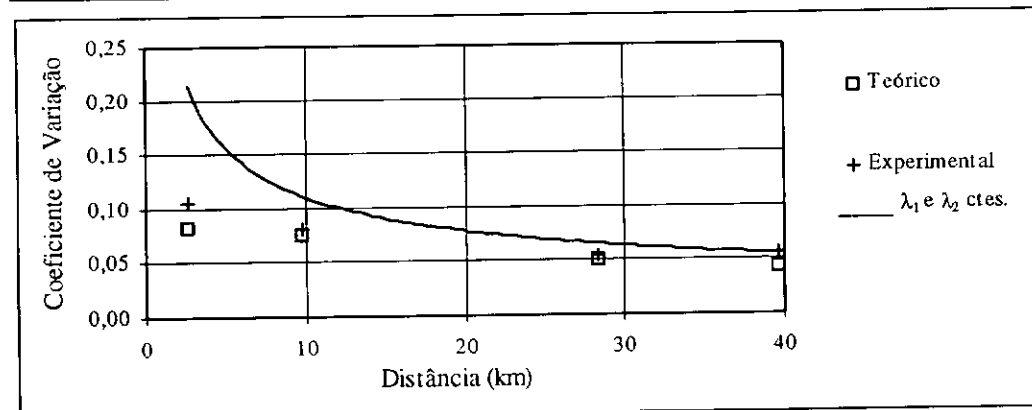
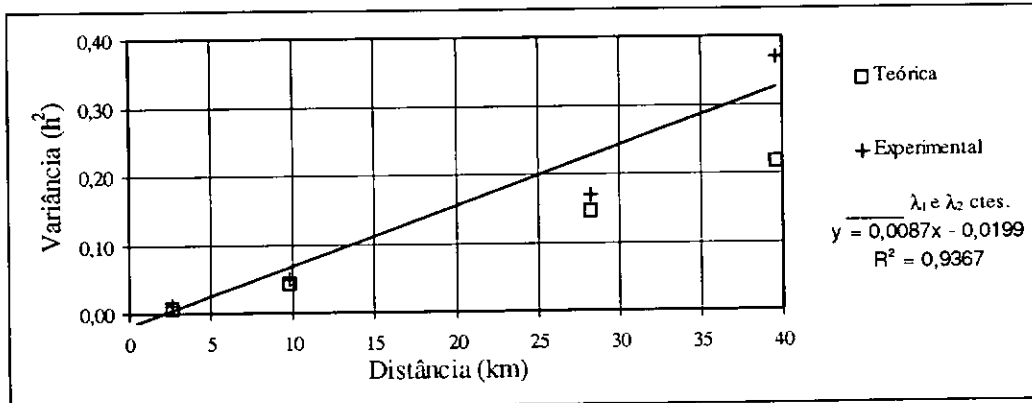
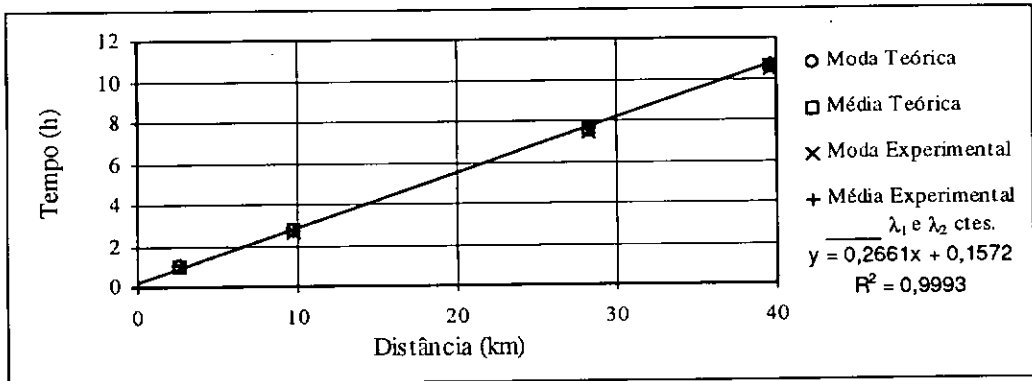


Figura VII.29

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha nº 3 no rio Paraíba do Sul.

$$Q = 639 \text{ m}^3/\text{s}$$

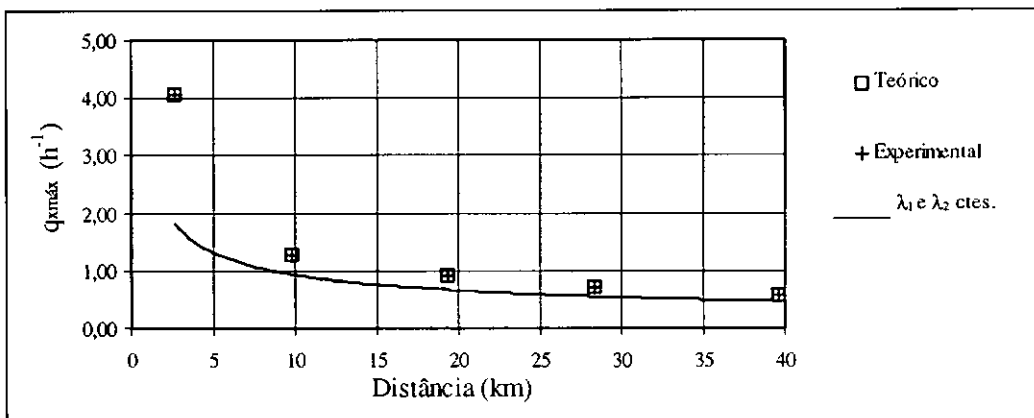
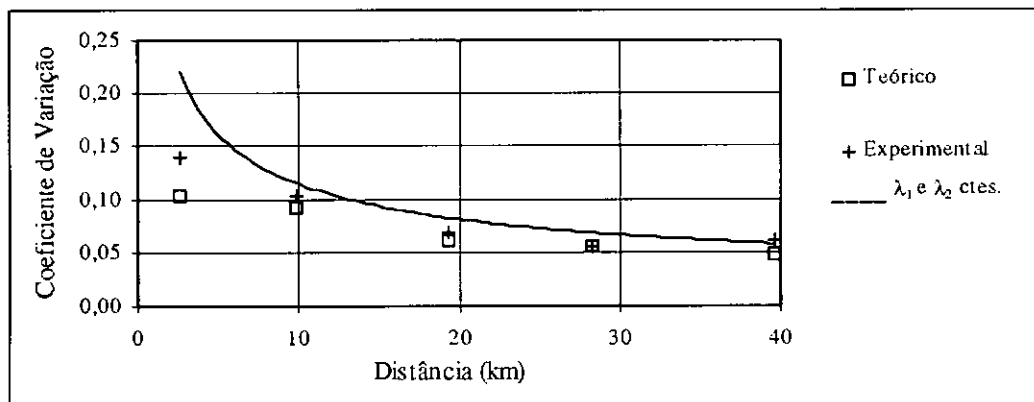
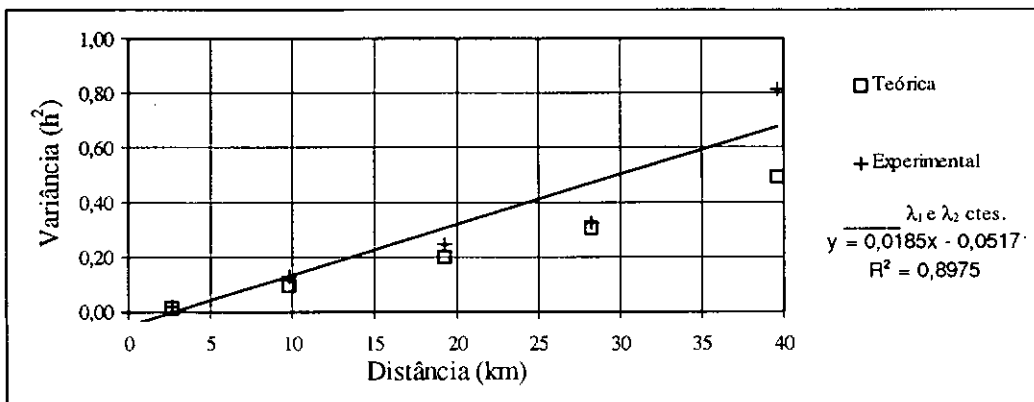
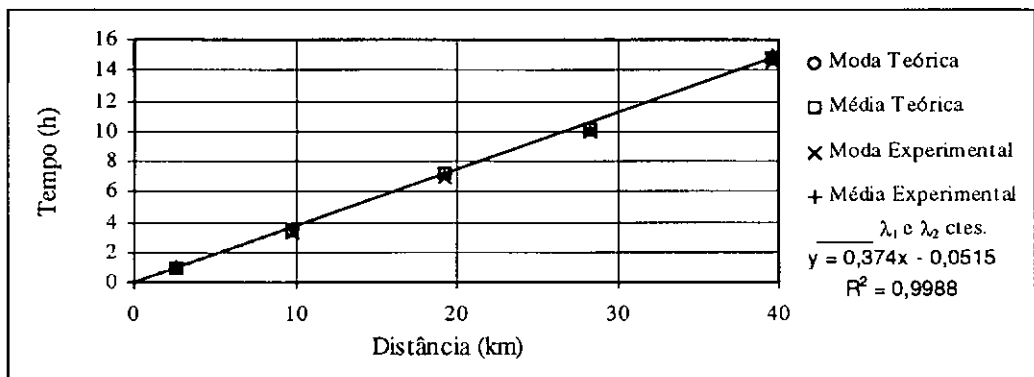


Figura VII.30

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha nº 4 no rio Paraíba do Sul.

$$Q = 294 \text{ m}^3/\text{s}$$

VII.4 - TRABALHO NO RIBEIRÃO ARRUDAS, BRASIL

Na Tabela VII.5, a seguir, estão apresentados os principais parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aplicado aos dados do trabalho realizado no ribeirão Arrudas, pelo CDTN da NUCLEBRÁS.

Tabela VII.5

Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para o trabalho do ribeirão Arrudas.

(Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))

Campanha (27/03/80)	Seção	\bar{u} (km/h)	u_m (km/h)	\bar{u}_p (km/h)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
Manhã	1	1,55	1,83	1,65	106,69	64,66
	2	1,98	2,15	2,07	118,59	57,29
	3	1,75	1,81	1,77	110,17	62,24
	4	1,94	1,99	2,04	143,64	70,41
Tarde	1	1,75	1,92	1,82	108,13	59,41
	2	2,21	2,36	2,27	143,66	63,28
	3	1,89	1,98	1,92	122,53	63,82
	4	2,07	2,12	2,20	126,82	57,68

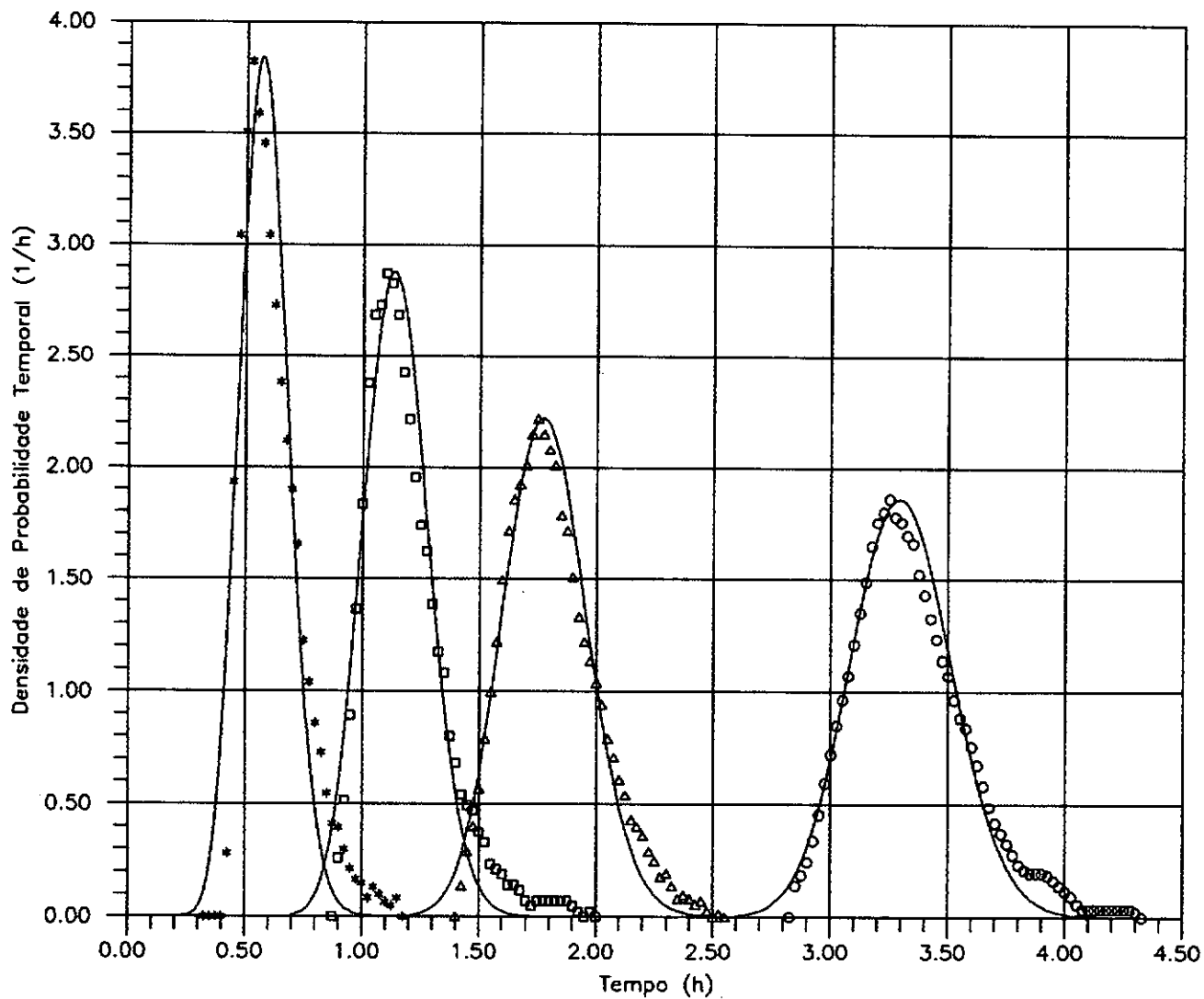
Dois valores de velocidade média de transporte (\bar{u}_p) excederam o intervalo formado pelas velocidades da média (\bar{u}) e da moda (u_m). Somente os valores da seção 4, mais distante, não estiveram contidos neste intervalo. O afastamento máximo de \bar{u}_p além do intervalo foi de 3,8%, porém aceitaram-se estas velocidades por se tratar de um escoamento natural, não uniforme em alguns trechos, onde as características da turbulência não são homogêneas, nem isotrópicas.

Com os valores dos parâmetros λ_1 e λ_2 da tabela anterior, geraram-se os arquivos de dados teóricos, de $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$, através do programa POISHOM.

Esses dados, juntamente com os dados dos arquivos de $q_x(t)$ experimental, deram origem aos gráficos das curvas de passagem do traçador pelas seções de medição, que são apresentados nas Figuras VII.31 e VII.32, a seguir. Estas curvas de passagem relacionam as densidades de probabilidade temporal experimental e teórica com o tempo. Os símbolos representam a discretização das curvas experimentais de passagem para cada uma das seções

de medição; ao passo que as linhas contínuas representam as curvas teóricas de passagem, $q_{x1}(t)$, para os pares λ_1 e λ_2 da Tabela VII.5.

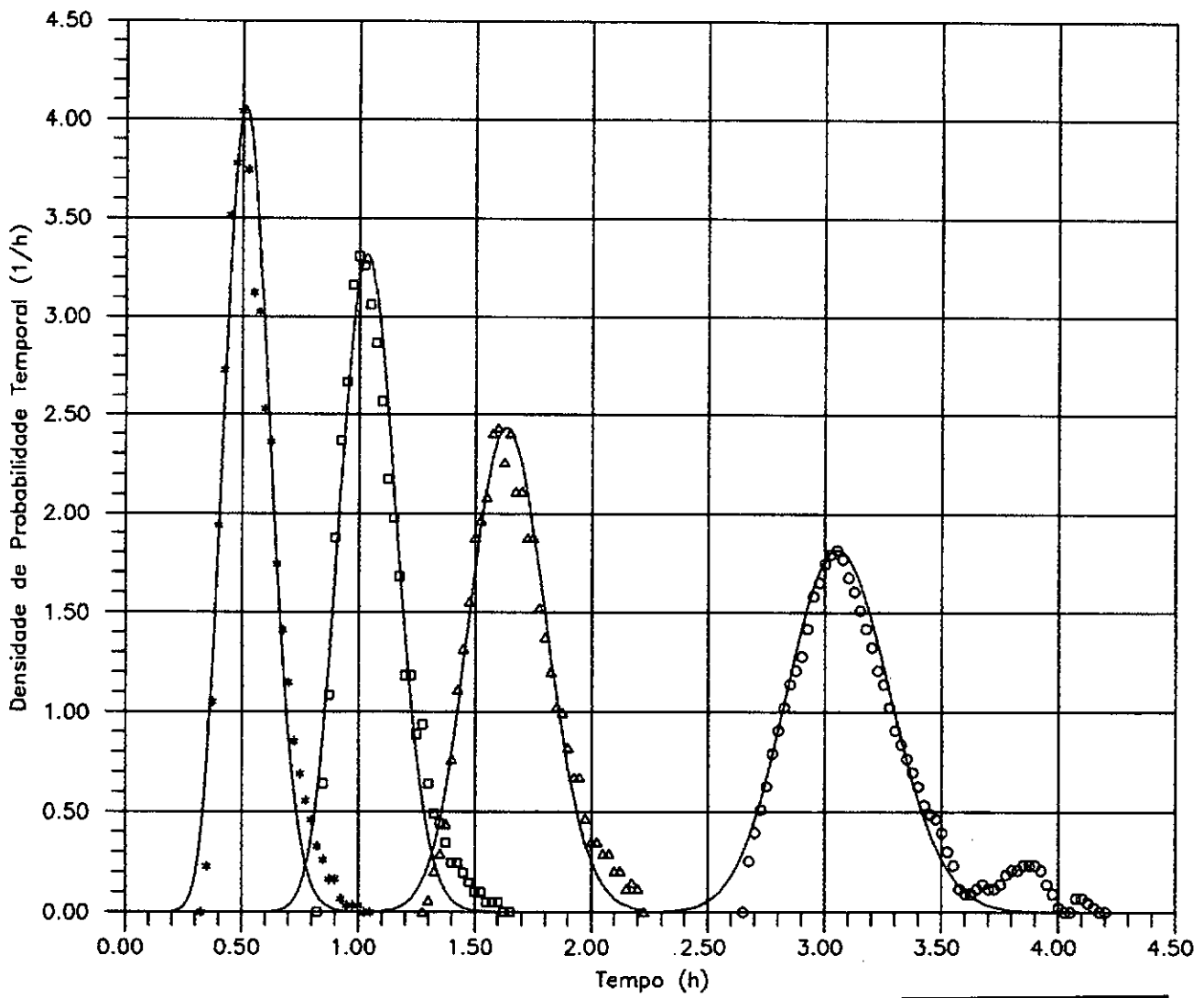
Nas Figuras VII.31 e VII.32, são apresentados, também, os valores das vazões líquidas medidas na primeira e na última seções de detecção.



Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	Q (m ³ /s)
****	0,960	106,69	64,66	5,5
□□□□	2,360	118,59	57,29	-
△△△△	3,160	110,17	62,24	-
oooo	6,470	143,64	70,41	5,6

Figura VII.31

Curvas de passagem do Br⁸² durante a campanha da manhã no ribeirão Arrudas.



Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	Q (m ³ /s)
****	0,960	108,13	59,41	6,0
□□□□	2,360	143,66	63,28	-
△△△△	3,160	122,53	63,82	-
oooo	6,470	126,82	57,68	6,2

Figura VII.32

Curvas de passagem do Br⁸² durante a campanha da tarde no ribeirão Arrudas.

Os parâmetros estatísticos teóricos foram determinados a partir dos arquivos de $q_{xi}(t)$. Na Tabela VII.6, a seguir, são apresentados os parâmetros estatísticos obtidos com a aplicação do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional aos dados do trabalho no ribeirão Arrudas.

Tabela VII.6

Parâmetros estatísticos teóricos resultantes das aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no ribeirão Arrudas.

Campanha (27/03/80)	Distância ao Ponto de Injeção (km)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (h)	Variância $Var\{T(x)\}$ (h ²)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (h ⁻¹)	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (h)
Manhã	0,960	0,58	0,0109	3,839	0,1795	0,56
	2,360	1,15	0,0193	2,877	0,1213	1,14
	3,160	1,79	0,0323	2,220	0,1007	1,78
	6,470	3,30	0,0459	1,861	0,0648	3,30
Tarde	0,960	0,53	0,0098	4,066	0,1872	0,51
	2,360	1,04	0,0145	3,316	0,1155	1,04
	3,160	1,65	0,0267	2,435	0,0993	1,63
	6,470	3,07	0,0483	1,816	0,0717	3,05

Os parâmetros apresentados na tabela anterior podem ser comparados com os valores experimentais apresentados na Tabela VI.7. Estas comparações estão ilustradas nas Figuras VII.33 e VII.34, a seguir. Os gráficos obtidos com o auxílio do "software" EXCEL 5.0 para ambiente Windows, relacionam os valores da média, moda, coeficiente de variação e pico de densidade de probabilidade com a distância à seção de injeção. Da mesma forma que nos casos precedentes:

- os valores experimentais são representados pelos símbolos (+,×);
- os valores teóricos, considerando-se os parâmetros λ_1 e λ_2 adequados a cada sub-trecho do rio compreendido entre a seção de injeção e a seção de medição considerada, são representados pelos símbolos (o,□).

Considerando-se as inclinações experimentais das retas de evolução da média e da variância, apresentadas nos primeiros e segundos gráficos das Figuras VII.33 e VII.34, calculou-se um par de valores λ_1 e λ_2 a ser aplicado em todo o trecho do rio. Com a utilização das equações (5.43) e (5.52) pôde-se, então, calcular as curvas C_{vx} e $q_{xmáx}$, teóricas, que estão apresentadas nos terceiros e quartos gráficos das Figuras VII.33 e VII.34.

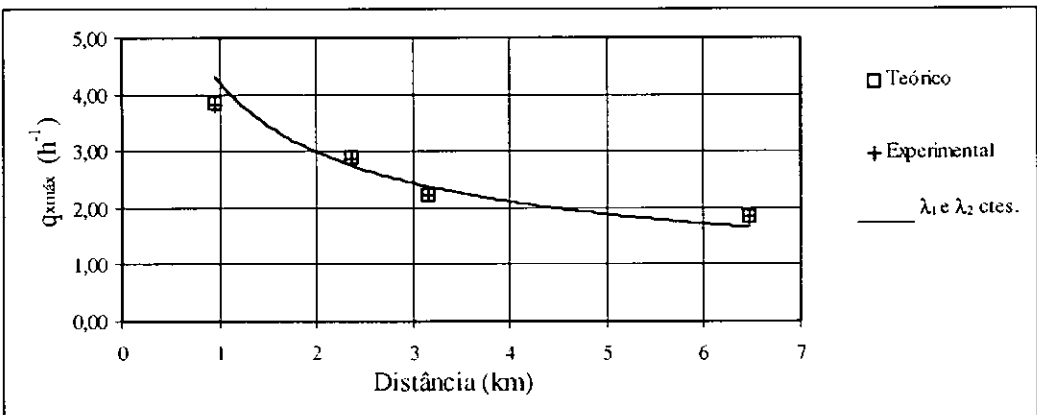
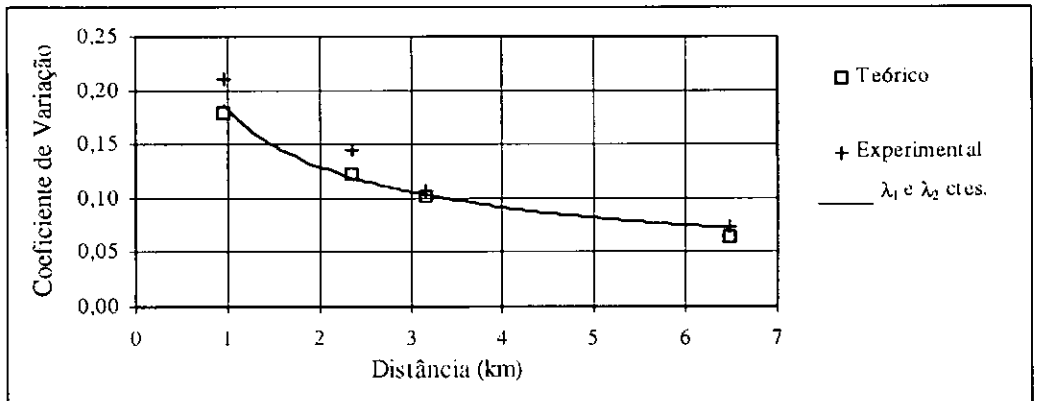
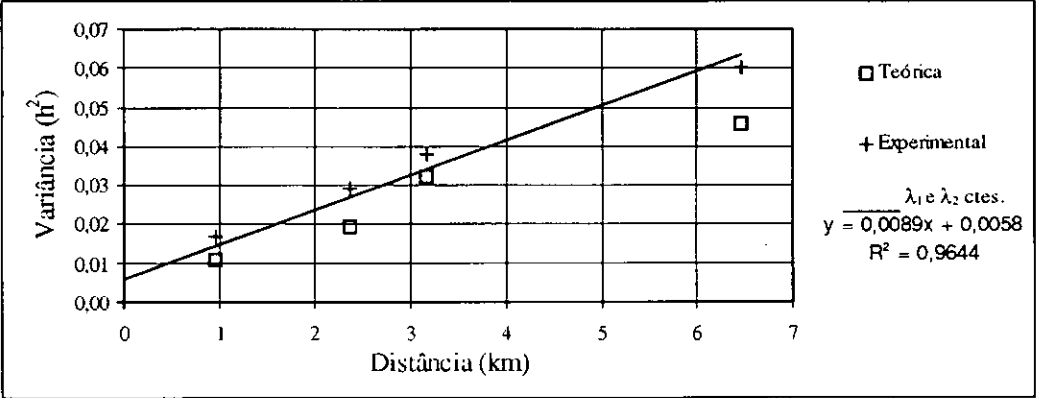
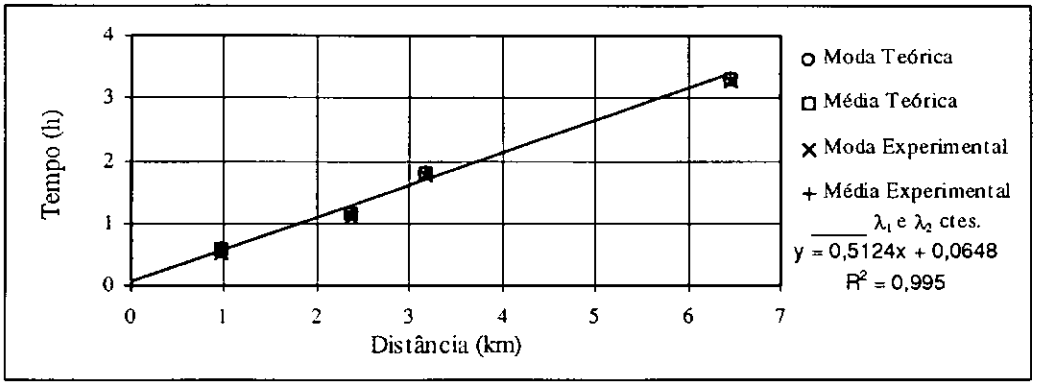


Figura VII.33

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha da manhã no ribeirão Arrudas.

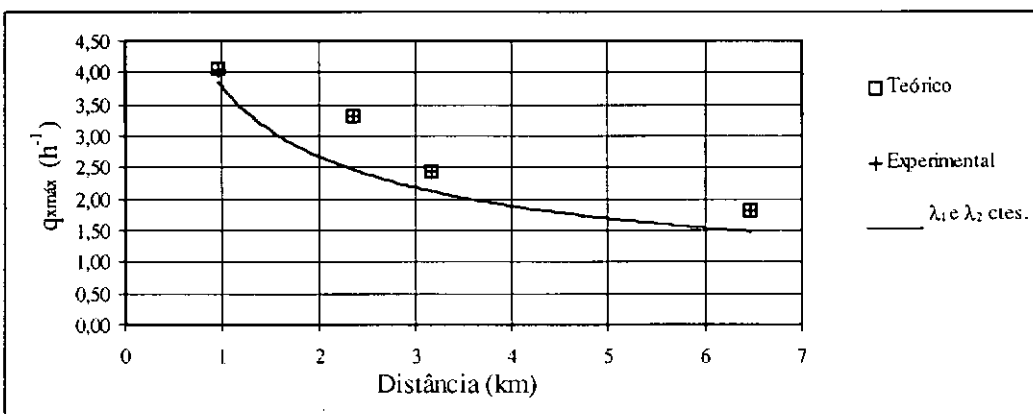
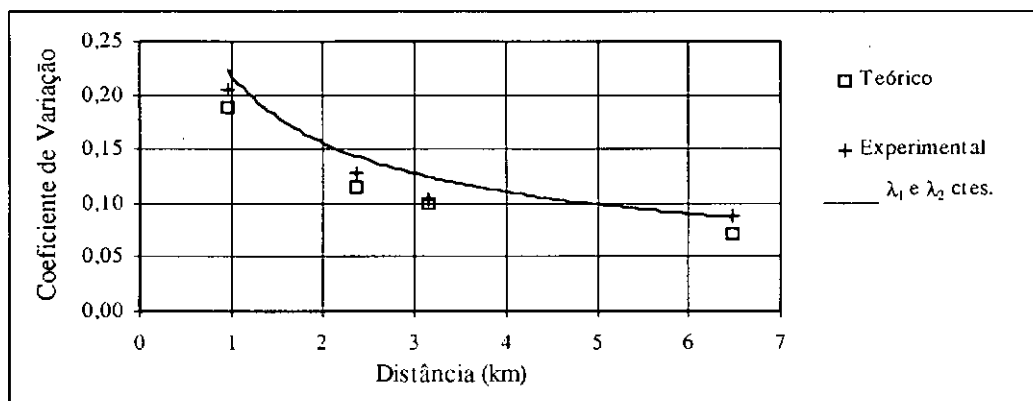
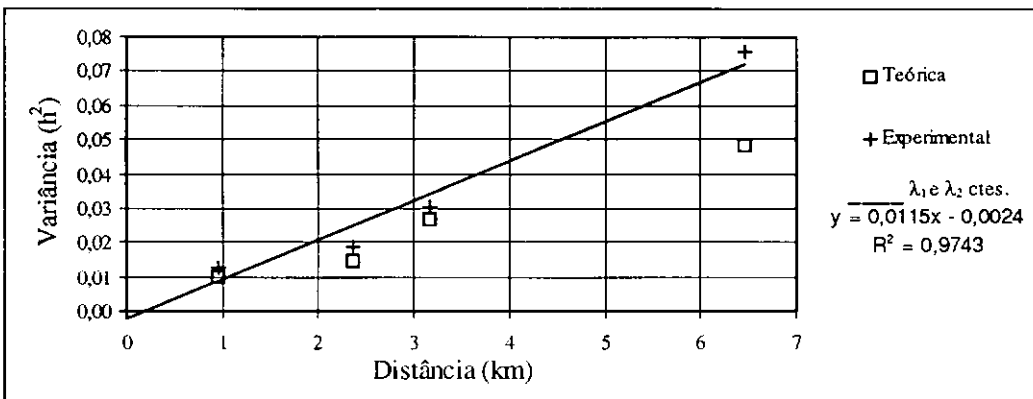
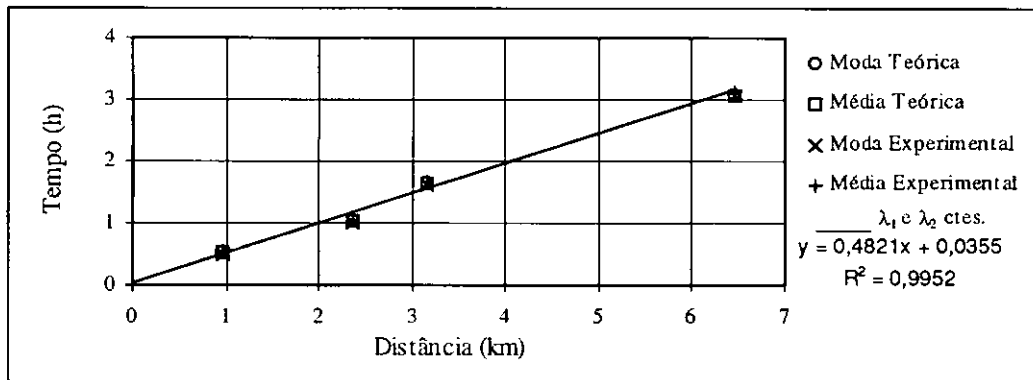


Figura VII.34

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha da tarde no ribeirão Arrudas.

VII.5 - TRABALHO NO RIO LOIRE, FRANÇA

Na Tabela VII.7, a seguir, estão apresentados os principais parâmetros do Modelo Poissoniano Unidimensional Homogêneo aplicado aos dados do trabalho efetuado no rio Loire, pelo CENS do CEA.

Tabela VII.7

Valores estimados dos parâmetros λ_1 e λ_2 para o trabalho do rio Loire.

(Utilização das equações (7.3), (7.4) e (7.5))

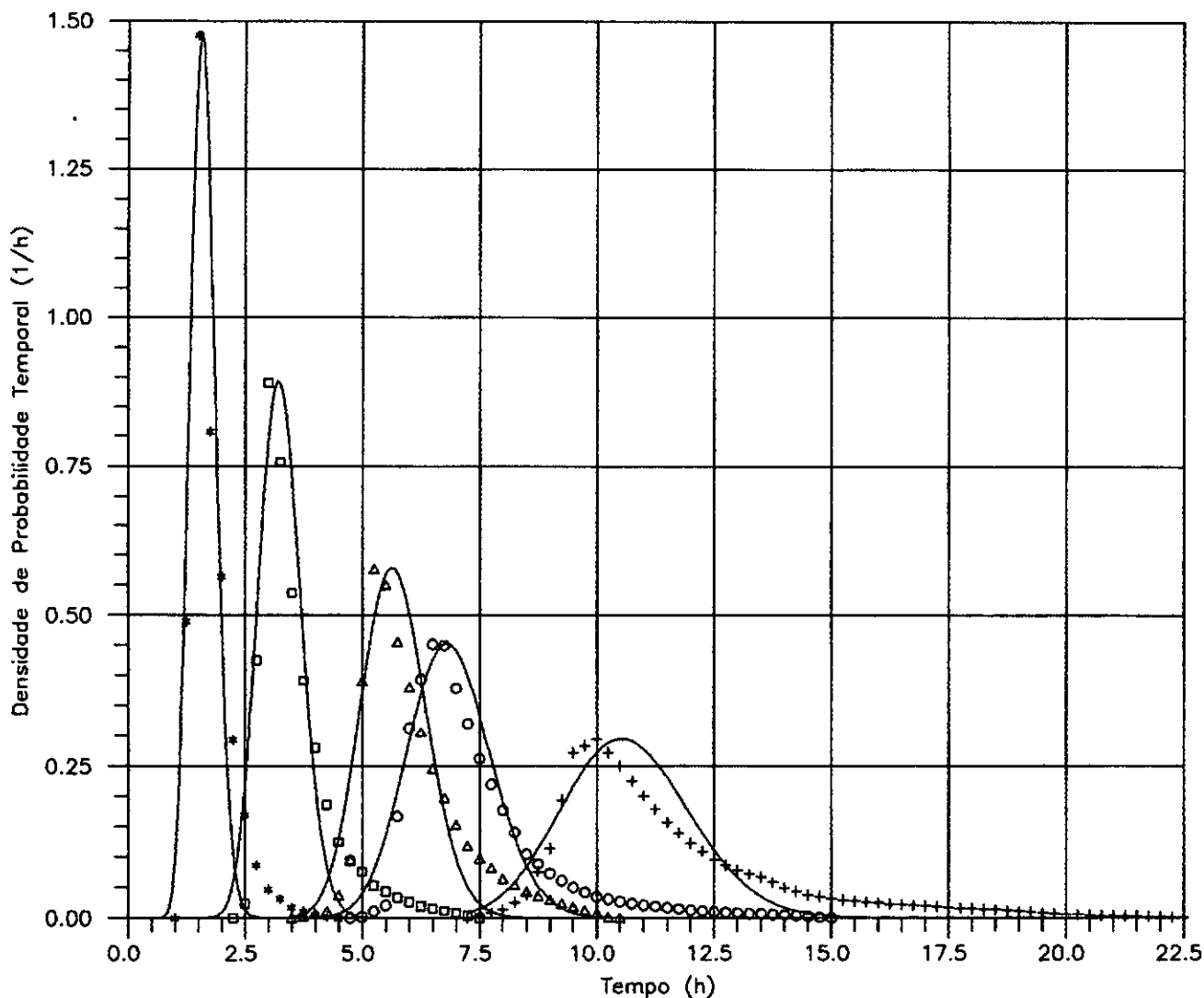
Traçador	Seção	\bar{u} (km/h)	u_m (km/h)	\bar{u}_p (km/h)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)
Corante	1	1,98	2,33	2,18	43,90	20,14
	2	1,83	2,17	2,00	32,35	16,18
	3	1,98	2,28	2,11	23,82	11,29
	4	2,06	2,34	2,21	17,65	7,99
	5	1,98	2,28	2,14	11,61	5,43
Radioisótopo	1	1,49	2,00	1,88	27,12	14,42
	2	1,71	2,00	1,90	30,85	16,23
	3	1,95	2,18	2,11	22,59	10,71
	4	1,81	2,17	2,06	15,94	7,74
	5	1,89	2,22	2,12	11,51	5,43

Todos os valores de velocidade média de transporte (\bar{u}_p) estão compreendidos no intervalo formado pelas velocidades da média (\bar{u}) e da moda (u_m) conforme abordado no subitem VII.1.2.

Com utilização do programa POISHOM foram gerados os arquivos de dados dos valores de $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$, funções aproximativas teóricas de $q_x(t)$, a partir dos parâmetros λ_1 e λ_2 apresentados na Tabela VII.7.

Em seguida foram desenhadas as curvas de passagem do traçador através das seções de medição, adotando-se as mesmas convenções apresentadas nos casos anteriores.

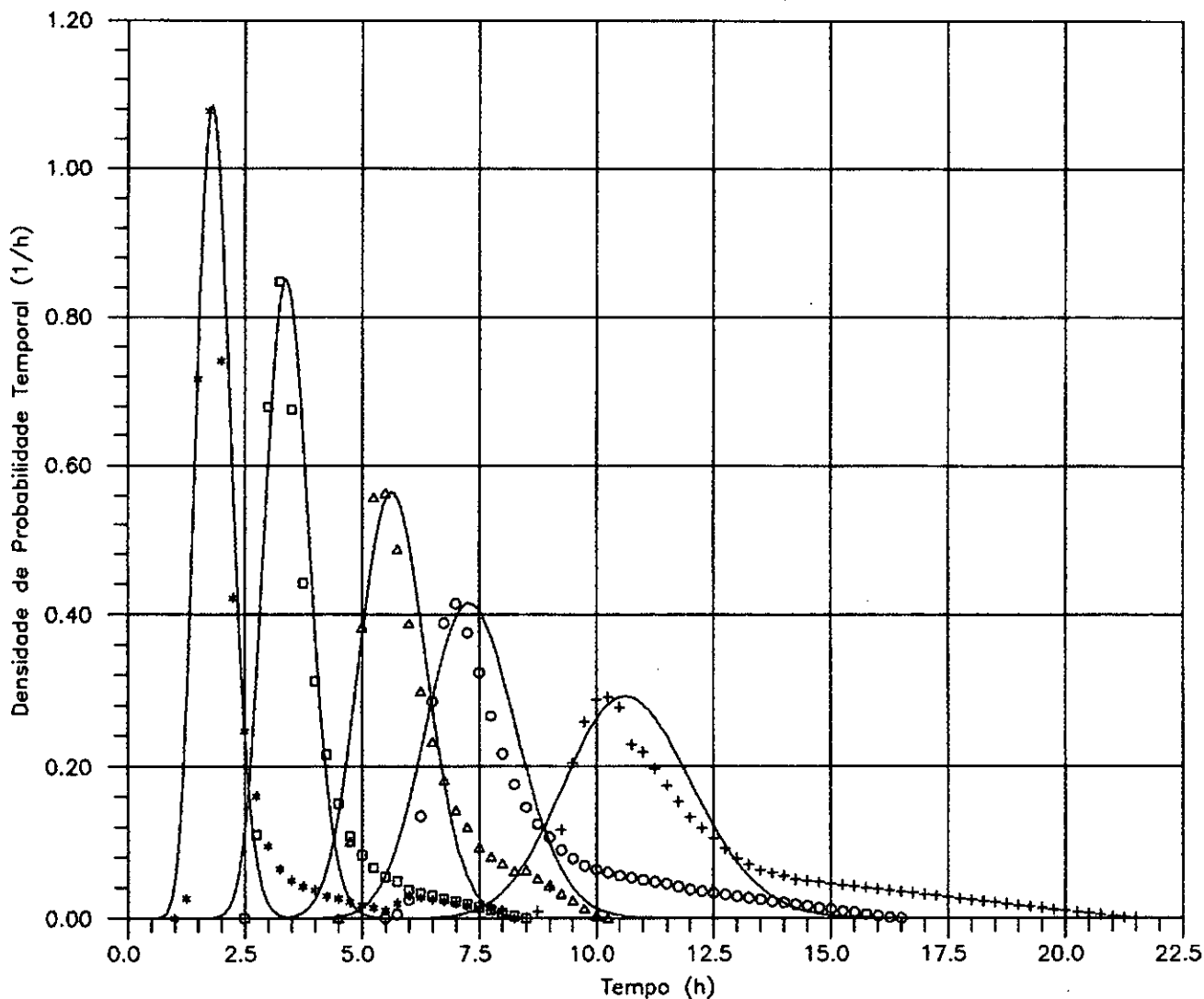
Essas curvas estão apresentadas nas Figuras VII.35 e VII.36, a seguir, onde foram também relacionados os valores das vazões líquidas medidas através das seções de detecção.



Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	Q (m ³ /s)
****	3,5	43,90	20,14	65
□□□□	6,5	32,35	16,18	74
ΔΔΔΔ	12,0	23,82	11,29	77
oooo	15,2	17,65	79,9	89
++++	22,8	11,61	5,43	97,5

Figura VII.35

Curvas de passagem do corante nas seções do rio Loire.



Símbolo da Curva Experimental	Distância à Seção 0 (km)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	Q (m ³ /s)
****	3,5	27,12	14,42	65
□□□□	6,5	30,85	16,23	74
ΔΔΔΔ	12,0	22,59	10,71	77
oooo	15,2	15,94	7,74	89
++++	22,8	11,51	5,43	97,5

Figura VII.36

Curvas de passagem do sedimento marcado com traçador radioativo nas seções do rio Loire.

A partir dos valores de $q_{x1}(t)$, que se encontram nos arquivos de dados gerados pelo programa POISHOM, determinaram-se os valores dos parâmetros estatísticos teóricos relativos às aplicações do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no rio Loire. Estes parâmetros estão apresentados na Tabela VII.8, a seguir.

Tabela VII.8

Parâmetros estatísticos teóricos resultantes da aplicação do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional no rio Loire.

Campanha	Distância ao ponto de injeção (km)	Tempo Médio de Passagem $E\{T(x)\}$ (h)	Variância $Var\{T(x)\}$ (h^2)	Pico de Densidade de Probabilidade $q_{x\text{máx}}$ (h^{-1})	Coefficiente de Variação C_{vx}	Moda t_m (h)
Corante	3,5	1,61	0,0732	1,482	0,1684	1,56
	6,5	3,25	0,2010	0,892	0,1379	3,19
	12,0	5,69	0,4767	0,579	0,1214	5,63
	15,2	6,88	0,7790	0,453	0,1283	6,75
	22,8	10,67	1,8025	0,295	0,1258	10,50
Radio-isótopo	3,5	1,86	0,1372	1,085	0,1991	1,81
	6,5	3,42	0,2217	0,850	0,1377	3,38
	12,0	5,69	0,5037	0,564	0,1247	5,63
	15,2	7,38	0,9260	0,416	0,1304	7,25
	22,8	10,76	1,8650	0,293	0,1270	10,63

Com os valores teóricos e experimentais dos parâmetros estatísticos apresentados nas Tabelas VI.10 e VII.8, respectivamente, foram gerados os gráficos das Figuras VII.37 e VII.38, através do aplicativo EXCEL 5.0 para ambiente Windows, onde:

- os símbolos (+,×) representam os valores experimentais;
- os símbolos (o,□) representam os valores teóricos, considerando-se pares de valores de λ_1 e λ_2 para cada sub-trecho de rio compreendido entre a seção de injeção e a seção de medição considerada;
- as linhas contínuas representam os valores teóricos, considerando-se os parâmetros λ_1 e λ_2 constantes para todo o trecho do rio estudado, obtidos a partir das equações lineares que representam as variações da média e da variância experimental em função da

distância (primeiros e segundos gráficos). Considerando-se, então, as equações (5.43) e (5.52), foram obtidas as curvas de C_{vx} e $q_{smáx}$ (terceiros e quartos gráficos).

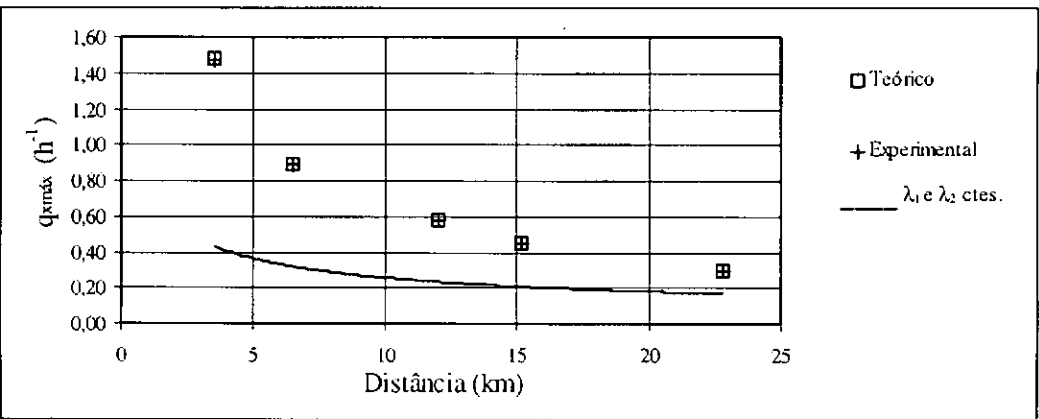
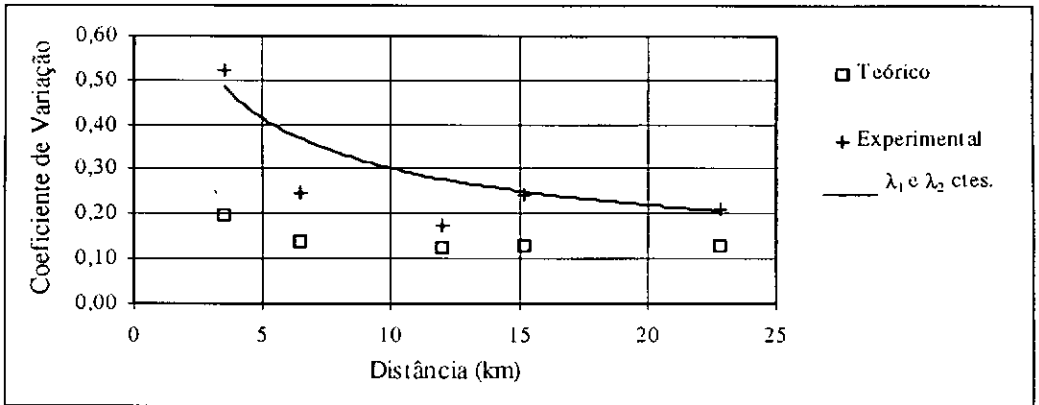
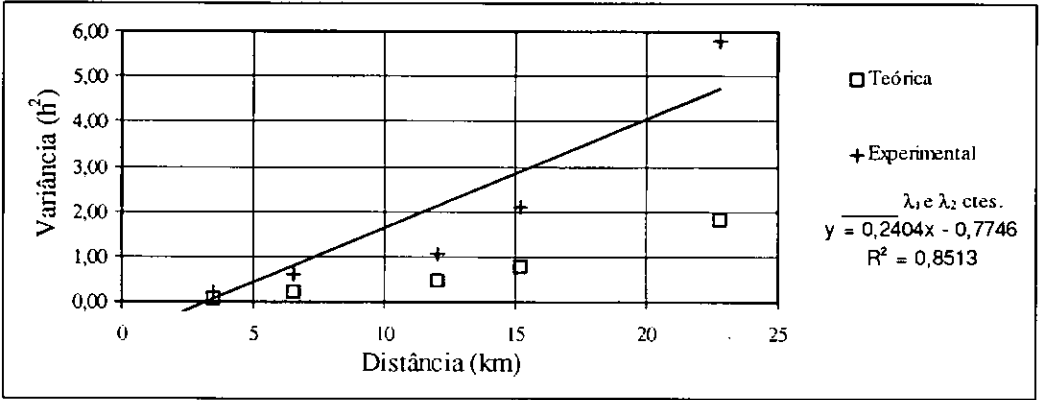
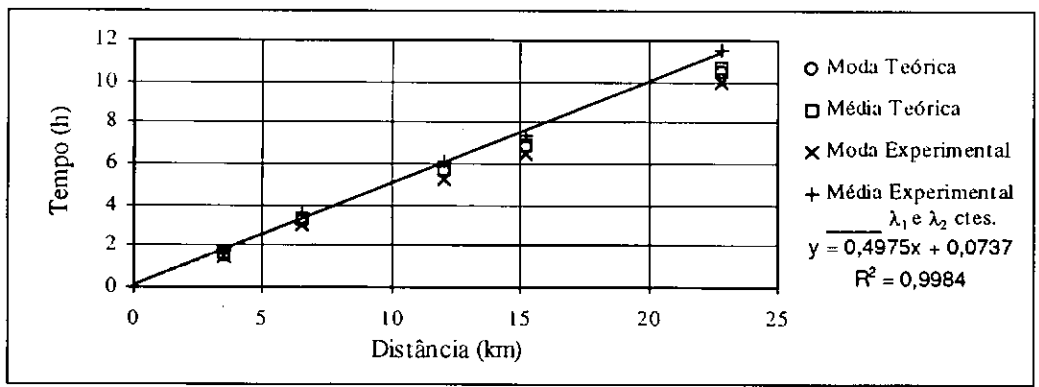


Figura VII.37

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha com corante no rio Loire.

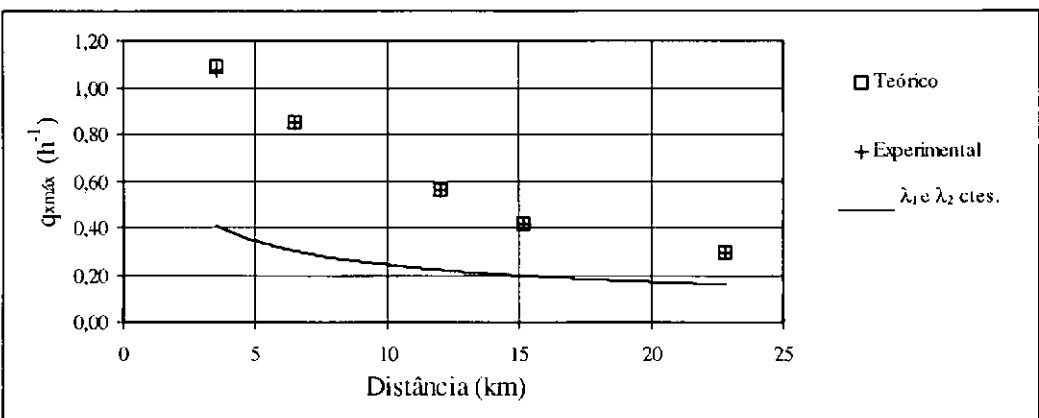
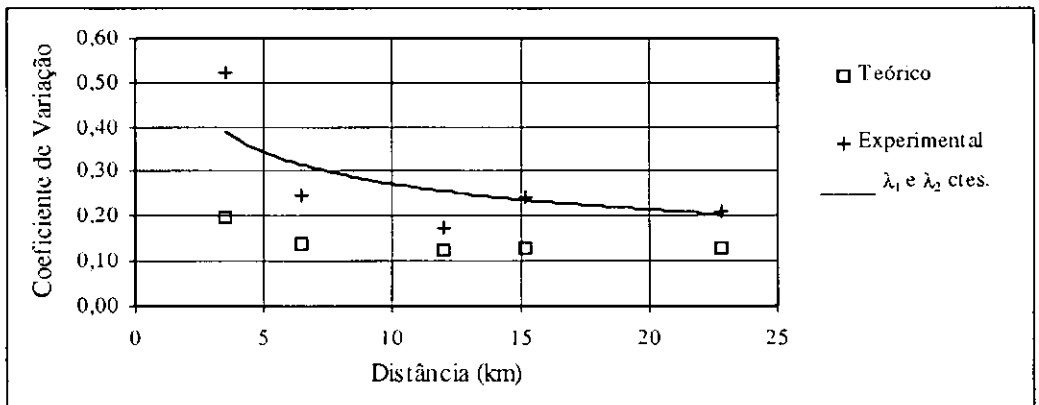
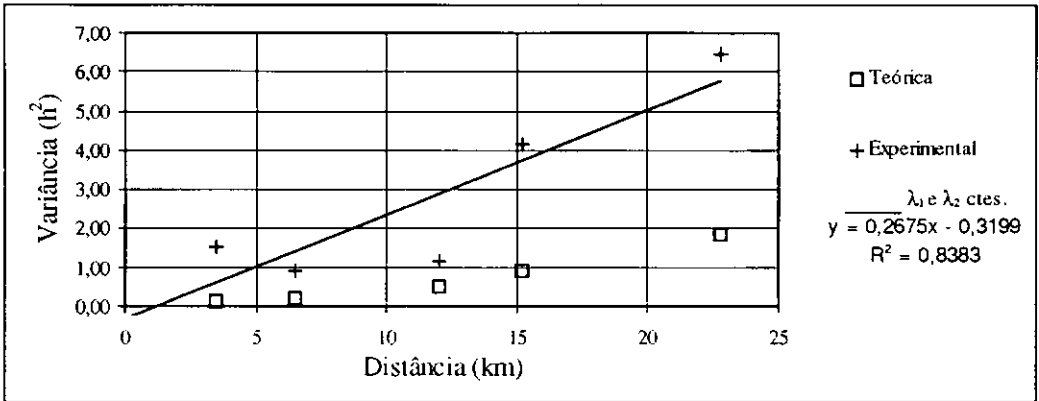
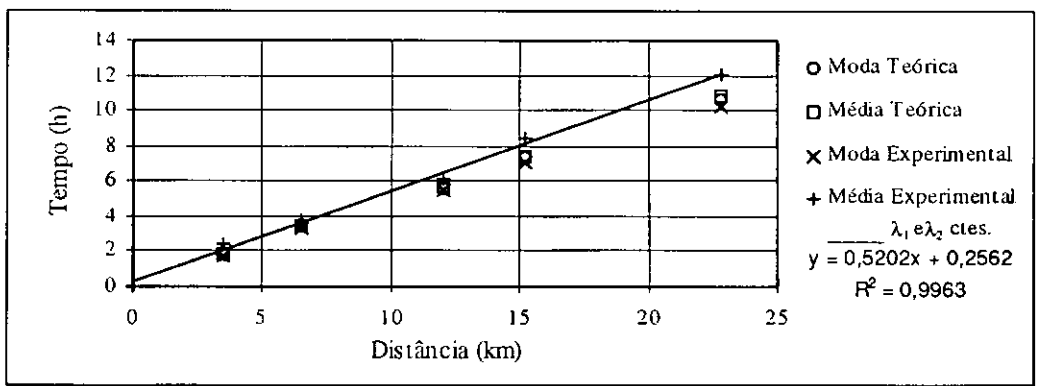


Figura VII.38

Parâmetros estatísticos teóricos e experimentais em função da distância.

Campanha com radioisótopo no rio Loire.

VII.6 - VALORES DOS PARÂMETROS λ_1 E λ_2

Nas Tabelas VII.9, VII.10, VII.11 e VII.12, a seguir, apresentam-se os valores dos parâmetros λ_1 e λ_2 ajustados aos resultados das experiências e trabalhos considerados nesta dissertação. São relacionados os valores dos parâmetros λ_1 e λ_2 , válidos para todo o canal ou rio estudado, e os valores calculados para cada sub-trecho compreendido entre as seções de injeção e medição.

Nessas tabelas, aparecem, ainda, os valores dos comprimentos médios de um deslocamento no sentido do escoamento e dos períodos médios de não-deslocamento neste sentido.

Tabela VII.9

Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

Experiências de Sayre e Chang em canal de laboratório.

Ensaio	x (m)	Parâmetros constantes para todo o canal				Parâmetros independentes para cada sub-trecho do canal				Q (m ³ /s)
		λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	
D-1	10	2,00	8,75	0,50	0,114	1,50	6,06	0,67	0,165	0,082
	20	"	"	"	"	1,78	7,52	0,56	0,133	"
	27	"	"	"	"	1,90	8,17	0,53	0,122	"
	35	"	"	"	"	1,74	7,61	0,57	0,131	"
	35	"	"	"	"	2,17	9,29	0,46	0,108	"
D-2	10	2,11	6,00	0,47	0,167	2,06	5,13	0,49	0,195	0,203
	20	"	"	"	"	1,50	4,05	0,67	0,247	"
	20	"	"	"	"	1,99	5,60	0,50	0,179	"
	27	"	"	"	"	1,88	5,39	0,53	0,186	"
	35	"	"	"	"	1,76	4,90	0,57	0,204	"
D-3	10	2,06	4,15	0,49	0,241	3,46	6,83	0,29	0,146	0,422
	10	"	"	"	"	3,33	6,24	0,30	0,160	"
	20	"	"	"	"	3,34	6,45	0,30	0,155	"
	20	"	"	"	"	2,35	4,47	0,43	0,224	"
	27	"	"	"	"	2,04	4,04	0,49	0,248	"
	27	"	"	"	"	2,38	4,64	0,42	0,216	"
	35	"	"	"	"	2,03	4,05	0,49	0,247	"
	35	"	"	"	"	2,29	4,59	0,44	0,218	"

Tabela VII.9

Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

Experiências de Sayre e Chang em canal de laboratório.

(Continuação)

Ensaio	x (m)	Parâmetros constantes para todo o canal				Parâmetros independentes para cada sub-trecho do canal				Q (m ³ /s)
		λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	λ_1 (1/s)	λ_2 (1/m)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	
FS-1	10	1,84	7,97	0,54	0,125	2,08	9,61	0,48	0,104	0,082
	20	"	"	"	"	2,83	12,25	0,35	0,082	"
	27	"	"	"	"	1,47	6,24	0,68	0,160	"
	35	"	"	"	"	1,98	8,74	0,51	0,118	"
FS-2	10	1,66	4,91	0,60	0,204	1,73	4,98	0,58	0,201	0,203
	20	"	"	"	"	1,93	5,48	0,52	0,182	"
	27	"	"	"	"	1,88	5,39	0,53	0,186	"
	35	"	"	"	"	1,91	5,61	0,52	0,151	"
CS-1	10	1,39	6,28	0,72	0,159	0,96	4,60	1,04	0,217	0,082
	20	"	"	"	"	1,74	7,75	0,57	0,129	"
	27	"	"	"	"	1,63	7,40	0,61	0,135	"
	35	"	"	"	"	1,24	5,63	0,81	0,178	"
FG-1	10	2,40	10,44	0,42	0,096	1,64	7,06	0,61	0,142	0,083
	20	"	"	"	"	2,13	9,09	0,47	0,110	"
	27	"	"	"	"	2,33	10,00	0,43	0,100	"
	35	"	"	"	"	2,03	8,86	0,49	0,113	"
FG-3	10	1,35	3,01	0,74	0,332	2,94	5,69	0,34	0,176	0,422
	20	"	"	"	"	1,95	4,15	0,51	0,241	"
	27	"	"	"	"	1,60	3,48	0,63	0,287	"
	35	"	"	"	"	1,62	3,51	0,62	0,285	"
CG-1	10	2,28	9,75	0,44	0,103	1,21	5,18	0,82	0,193	0,083
	20	"	"	"	"	1,72	7,34	0,58	0,136	"
	27	"	"	"	"	2,21	9,42	0,45	0,106	"
	35	"	"	"	"	2,06	8,82	0,49	0,113	"
CG-2	10	0,66	2,08	1,52	0,481	1,58	4,73	0,63	0,211	0,202
	20	"	"	"	"	1,83	5,42	0,55	0,185	"
	27	"	"	"	"	2,16	6,51	0,46	0,154	"
	35	"	"	"	"	0,64	1,94	1,56	0,515	"
CG-3	10	0,69	1,64	1,45	0,610	1,07	2,47	0,93	0,405	0,422
	20	"	"	"	"	1,23	2,79	0,81	0,358	"
	27	"	"	"	"	1,37	2,98	0,73	0,336	"
	35	"	"	"	"	0,77	1,80	1,30	0,556	"

Tabela VII.10

Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

Trabalho no rio Paraíba do Sul.

Campanha	x (km)	Parâmetros constantes para todo o escoamento				Parâmetros independentes para cada sub-trecho do escoamento				Q (m ³ /s)
		λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	
1	2,6	26,75	12,09	134,58	82,71	133,27	53,10	27,01	18,83	272
	9,8	"	"	"	"	75,72	29,81	47,54	33,55	SM
	19,3	"	"	"	"	46,13	20,59	78,04	48,57	"
	28,3	"	"	"	"	38,41	16,48	93,73	60,68	"
	28,6	"	"	"	"	35,53	15,65	101,32	63,90	"
	39,6	"	"	"	"	37,41	16,78	96,23	59,59	"
2	2,6	61,35	20,33	58,68	49,19	164,82	59,93	21,84	16,69	342
	9,8	"	"	"	"	93,15	30,25	36,65	33,06	SM
	28,3	"	"	"	"	81,07	26,58	44,41	37,62	"
	39,6	"	"	"	"	70,51	23,35	51,06	42,83	"
3	2,6	61,17	16,28	58,85	61,43	293,73	112,11	12,26	8,92	639
	9,8	"	"	"	"	128,39	35,66	28,04	28,04	SM
	28,3	"	"	"	"	103,36	27,64	34,83	36,18	"
	39,6	"	"	"	"	95,90	25,64	37,54	39,00	"
4	2,6	40,43	15,12	89,04	66,14	197,38	72,03	18,24	13,88	294
	9,8	"	"	"	"	70,72	24,56	50,90	40,72	SM
	19,3	"	"	"	"	72,99	27,23	49,32	36,72	"
	28,3	"	"	"	"	65,50	23,39	54,96	42,75	"
	39,6	"	"	"	"	59,63	22,23	60,37	44,98	"

SM - Sem Medida.

Tabela VII.11

Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

Trabalho no ribeirão Arrudas.

Campanha	x (km)	Parâmetros constantes para todo o escoamento				Parâmetros independentes para cada sub-trecho do escoamento				Q (m ³ /s)
		λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	
Manhã	0,960	115,15	59,00	31,26	16,95	106,69	64,66	33,74	15,47	5,5
	2,360	"	"	"	"	118,59	57,29	30,36	17,46	SM
	3,160	"	"	"	"	110,17	62,24	32,68	16,07	SM
	6,470	"	"	"	"	143,64	70,41	25,06	14,20	5,6
Tarde	0,960	83,84	40,42	42,94	24,74	108,13	59,41	33,29	16,83	6,0
	2,360	"	"	"	"	143,66	63,28	25,06	15,80	SM
	3,160	"	"	"	"	122,53	63,82	29,38	15,67	SM
	6,470	"	"	"	"	126,82	57,68	28,39	17,34	6,2

SM - Sem Medida.

Tabela VII.12

Parâmetros do Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional.

Trabalho no rio Loire.

Traçador	x (km)	Parâmetros constantes para todo o escoamento				Parâmetros independentes para cada sub-trecho do escoamento				Q (m ³ /s)
		λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	λ_1 (1/h)	λ_2 (1/km)	$1/\lambda_1$ (s)	$1/\lambda_2$ (m)	
Corante	3,5	4,14	2,06	869,57	485,44	43,90	20,14	82,00	49,65	65,0
	6,5	"	"	"	"	32,35	16,18	111,28	61,80	74,0
	12,0	"	"	"	"	23,82	11,29	151,13	88,57	77,0
	15,2	"	"	"	"	17,65	7,99	203,97	125,16	89,0
	22,8	"	"	"	"	11,61	5,43	310,08	184,16	97,5
Radio- isótopo	3,5	3,89	2,02	925,45	495,05	27,12	14,42	132,74	69,35	65,0
	6,5	"	"	"	"	30,85	16,23	116,69	61,61	74,0
	12,0	"	"	"	"	22,59	10,71	159,36	93,37	77,0
	15,2	"	"	"	"	15,94	7,74	225,85	129,20	89,0
	22,8	"	"	"	"	11,51	5,43	312,77	184,16	97,5

A seguir, serão analisados os resultados apresentados nos gráficos e tabelas deste capítulo.

CAPÍTULO VIII

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Para as conclusões enumeradas a seguir, foram analisadas:

- as curvas de passagem dos traçadores através das seções de detecção;
- os gráficos relacionando a média e a moda com a distância ao ponto de injeção;
- os gráficos relacionando a variância com a distância ao ponto de injeção;
- os coeficientes de variação com a distância ao ponto de injeção;
- os gráficos relacionando a densidade de probabilidade temporal máxima com a distância ao ponto de injeção;
- os coeficientes de dispersão-advecção;
- os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais adotados.

VIII.1 - CURVAS DE PASSAGEM

A Tabela VIII.1, a seguir, apresenta a lista das figuras analisadas neste item.

Tabela VIII.1

Lista de figuras das curvas de passagem.

Experiência ou Trabalho	Figuras
Canal de Laboratório	VII.1 a VII.11
Rio Paraíba do Sul	VII.23 a VII.26
Ribeirão Arrudas	VII.31 e VII.32
Rio Loire	VII.35 e VII.36

1) Os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais descreveram bem o movimento de poluentes e sedimentos finos em todos os escoamentos considerados nesta dissertação, com os parâmetros λ_1 e λ_2 calculados para cada sub-trecho compreendido entre a seção de injeção e a seção de medição considerada.

A determinação de um único par λ_1 e λ_2 para todo trecho de escoamento foi também testada, porém sem que se conseguisse ajustar, simultaneamente, as evoluções do pico de densidade de probabilidade temporal e a dispersão da curva de passagem com o tempo, em todas as seções de medição.

2) O método adotado para a determinação dos parâmetros λ_1 e λ_2 do modelo, quando aplicado a cada sub-trecho, considera os valores experimentais do máximo de $q_x(t)$. Sendo assim, em todos os casos considerados, os picos das curvas de passagem dos traçadores, experimental e teórica, coincidiram.

3) A assimetria nas proximidades da seção de injeção é uma característica das curvas de passagem descritas pelos Processos Aleatórios Poissonianos Homogêneos, como foi visto na Figura V.1. Esta assimetria tende a desaparecer quando a distância ao ponto de injeção aumenta e as funções aproximativas de $q_x(t)$, do modelo, aproximam-se do perfil de distribuição Gaussiano, como apresentado no Capítulo V.

Entretanto, experimentalmente, foram observados novos tipos de assimetrias, causadas por caudas acentuadas das curvas de passagem, principalmente nas primeiras seções, tanto para poluentes líquidos quanto para sedimentos finos.

Devido a essas caudas serem propagadas, na maioria das vezes, para as demais seções, os modelos teóricos não conseguiram descrever as partes finais das curvas de passagem experimentais.

4) As caudas das curvas de passagem mostraram-se mais acentuadas:

- na natureza, do que em canal de laboratório, uma vez que as condições naturais nem sempre preencheram as hipóteses de escoamento uniforme e de turbulência homogênea e isotrópica dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais;
- nos ensaios com sedimentos finos do que nos ensaios com poluentes líquidos, devido à sedimentação e à deposição dos primeiros, podendo até acarretar um movimento por arraste, o qual se caracteriza por velocidades de transporte várias ordens de grandeza mais baixas do que no transporte em suspensão;
- nos escoamentos morfologicamente mais irregulares (ribeirão Arrudas e rio Loire) do que nos rios de trechos retilíneos e uniformes (rio Paraíba do Sul).

Apesar disso, o Modelo Poissoniano Homogêneo Unidimensional descreve bem o transporte do traçador ou poluente injetado, embora não levando em conta as perdas e atrasos desses ao longo do escoamento, devido às imperfeições, variações das seções transversais, existência de obstáculos, zonas de estagnação, etc.

Quando as caudas são constatadas na primeira seção de medição, geradas devido às imperfeições na injeção dos traçadores, elas, ou se propagam para as outras seções ao longo do escoamento, ou são atenuadas com o aumento da distância à seção de injeção, como pode ser visto nas Figuras VII.4, VII.7 e VII.8, relativas aos ensaios em canal de laboratório.

5) Entre as irregularidades constatadas nos trechos de rios considerados neste trabalho, capazes de originar caudas prolongadas nas curvas de passagem dos traçadores, têm-se:

- zonas de estagnação a jusante de quedas d'água e corredeiras, no ribeirão Arrudas;
- considerável quantidade de pontes históricas, com pilares trabalhados resultantes de diferentes projetos arquitetônicos, ao longo de todo o trecho estudado do rio Loire, dando origem a fluxos preferenciais do escoamento, através das seções de detecção dos traçadores;
- variações das características hidráulicas e morfológicas das seções transversais de todos os sub-trechos dos escoamentos naturais considerados neste trabalho, devido à vegetação, ao

uso do solo, à erosão, ao depósito de sedimentos, de detritos e de lixos ao longo das margens e das calhas dos rios, principalmente, dos brasileiros.

- 6) É interessante salientar que em algumas experiências de W. W. Sayre e F. M. Chang não houve atenuação do pico de densidade de probabilidade temporal, $q_x(t)$, entre duas seções consecutivas, como observado nas Figuras VII.4, VII.6 e VII.9. Fisicamente, isto significa que a nuvem de traçador foi transportada, entre essas duas seções, sem que houvesse dispersão longitudinal.

Entretanto, esta ausência de dispersão é pouco provável de ter ocorrido, principalmente, por se tratar de curvas de passagem de sedimentos com caudas acentuadas. Provavelmente essas curvas foram alteradas devido a normalização dos dados, adotada por esses autores.

Cabe lembrar que essas experiências foram realizadas em canal de laboratório, onde todos os sub-trechos apresentam as mesmas características hidráulicas, sedimentológicas e morfológicas, não se justificando a existência de comportamentos diferenciados ao longo do escoamento. Além do mais, este transporte não dispersivo ocorreu em sub-trechos diferentes, para cada experiência.

VIII.2 - GRÁFICOS DA MÉDIA E DA MODA

As figuras analisadas neste item estão apresentadas na Tabela VIII.2, a seguir. Nessas figuras a seguinte simbologia é respeitada:

- os símbolos (+,×) correspondem aos valores experimentais;
- os símbolos (O,□), aos valores teóricos, obtidos a partir dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, considerando-se os parâmetros λ_1 e λ_2 para cada sub-trecho do escoamento e os valores experimentais do pico das funções densidade de probabilidade temporal;
- a linha cheia (—) corresponde aos valores teóricos, considerando-se os parâmetros λ_1 e λ_2 únicos para todo o trecho de escoamento, calculados a partir dos valores da média e da variância dos tempos de passagem.

Tabela VIII.2

Lista dos gráficos relacionando a média e a moda com a distância ao ponto de injeção.

Experiência ou Trabalho	Figuras
Canal de Laboratório	VII.12 a VII.22
Rio Paraíba do Sul	VII.27 a VII.30
Ribeirão Arrudas	VII.33 e VII.34
Rio Loire	VII.37 e VII.38

7) As médias e as modas do tempo de passagem dos traçadores pelas seções de detecção variaram linearmente com a distância ao ponto de injeção, em todos os ensaios considerados, tanto para poluentes líquidos quanto para partículas de sedimentos, verificando-se, assim, as equações (5.35) e (5.52), independentemente do modo como os pares λ_1 e λ_2 foram estimados:

$$\begin{cases} \bar{t}_1 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} x + \frac{1}{\lambda_1} \\ \bar{t}_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} x \end{cases} \quad (5.35)$$

e,

$$t_m = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} x \quad (5.52)$$

8) De acordo com a teoria dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, as assimetrias das funções densidade de probabilidade temporal implicam em uma velocidade maior de deslocamento da moda em relação à média, para as distâncias menores. A medida que a distância aumenta esta assimetria tende a desaparecer. Experimentalmente, isto foi comprovado para a maioria dos casos tanto em canal de laboratório quanto na natureza.

Entretanto, nas experiências em canal de laboratório com esferas de vidro de diâmetros compreendidos entre 53 a 62 μ m (Figuras VII.10, VII.11, VII.21 e VII.22), e no trabalho do rio Loire, com corantes e sedimentos (Figuras VII.35, VII.36 VII.37 e VII.38), as assimetrias se mantiveram até as últimas seções.

A partir das equações (5.35) e (5.52) pode-se estimar que o desvio máximo entre a média e a moda dos tempos de passagem dos traçadores seja igual a $1/\lambda_1$.

Na prática este limite foi ultrapassado em todos os casos. Entre os fatores que contribuíram para estes desvios mais acentuados, podem ser citados:

- as incorporações mais demoradas dos traçadores ao escoamento durante a injeção;
- os desvios de comportamento das partículas sólidas em relação ao líquido, durante o trajeto;
- as irregularidades dos trechos do escoamento,

o que acarretou velocidades de transportes mais lentas dos traçadores, gerando uma assimetria experimental maior do que a prevista pelo modelo.

- 9) Os maiores desvios entre a média e a moda dos tempos de passagem foram observados nas Figuras VII.21 e VII.22, das experiências com esferas de vidro em canal de laboratório, e nas Figuras VII.37 e VII.38, do trabalho no rio Loire.

Nas experiências em canal de laboratório, o retardo da média em relação à moda pode ser atribuído à dificuldade das partículas de vidro acompanharem o escoamento líquido, devido à sedimentação e, eventualmente, a algum depósito no fundo do canal.

No caso do rio Loire, os retardos da média são causados pela retenção dos traçadores devido às irregularidades, já citadas em 5) dessas conclusões, nos trechos e nas seções de medição.

- 10) Para se comparar os interceptos das retas de regressão, na origem, calculou-se a distância a partir da qual os valores desses interceptos seriam menores ou iguais a 10% do valor da média. Pode-se considerar que a partir desta distância a influência da imersão dos traçadores torna-se desprezível em relação ao transporte.

Em canal de laboratório essas distâncias estiveram em torno de 3,00m, com os valores variando de 0,30m no ensaio FS-2 (Figura VII.16), 1,00m no ensaio FG-1 (Figura VII.18) até valores de 5,20m no ensaio CG-1 (Figura VII.20).

Na natureza, teve-se:

- No trabalho no Paraíba do Sul, distâncias que variaram desde 1,00km na campanha nº 1, até 5,30km na campanha nº 3;
- No ribeirão Arrudas, as distâncias foram de 1,15km e 0,65km nas campanhas da manhã e da tarde, respectivamente;
- No rio Loire, as distâncias foram de 1,30km no transporte de poluentes líquidos, e de 4,40km no transporte de sedimentos finos.

De outra forma, pode-se dizer que na maioria dos ensaios em canal de laboratório, em especial nos ensaios FS-2 e FG-1 (Figuras VII.16 e VII.18), e no rio Paraíba do Sul, campanhas nºs 2 e 4 (Figuras VII.28 e VII.30), os valores dos interceptos das retas de regressão das médias experimentais, tiveram menor importância em relação aos valores dessa mesma média, ou seja, nestes ensaios, a incorporação do traçador ao meio foi rápida e a influência da imersão no transporte pequena.

- 11) Os valores teóricos da média e da moda dos tempos de passagem calculados com os parâmetros λ_1 e λ_2 independentes para cada sub-trecho de rio ou de canal, também variam linearmente com a distância ao ponto de injeção e, praticamente, de acordo com as mesmas equações obtidas para um único par de valores de λ_1 e λ_2 para todo o escoamento, exceto nos casos mencionados em 9), o que não invalida a conclusão 7).
- 12) Em quase todas as experiências e trabalhos considerados nesta dissertação, os valores da média e da moda dos tempos de passagem teóricos (símbolos \circ e \square), calculados para λ_1 e λ_2 independentes para cada sub-trecho de rio ou canal, estiveram compreendidos entre os valores da média e da moda dos tempos de passagem experimentais (símbolos $+$ e \times). Da mesma forma, quase todas as velocidades teóricas de transporte relativos à média e à

moda estiveram compreendidas no intervalo entre as velocidades experimentais de transporte relativas à média e à moda (Tabelas VII.1, VII.3, VII.5 e VII.7).

Cabe ressaltar que os valores teóricos, da média e da moda dos tempos de passagem, se aproximam mais da moda experimental do que da média experimental. Isto ocorre porque, além do cálculo dos pares λ_1 e λ_2 serem feitos a partir das equações do máximo das funções de densidade de probabilidade temporal e reajustados para cada seção, a média dos tempos de passagem é mais sensível à não uniformidade do escoamento, não previstas pelo modelo teórico.

VIII.3 - GRÁFICOS DA VARIÂNCIA

Na Tabela VIII.3, a seguir, apresenta-se a lista das figuras analisadas neste item.

Tabela VIII.3

Lista dos gráficos relacionando a variância com a distância ao ponto de injeção.

Experiência ou Trabalho	Figuras
Canal de Laboratório	VII.12 a VII.22
Rio Paraíba do Sul	VII.27 a VII.30
Ribeirão Arrudas	VII.33 e VII.34
Rio Loire	VII.37 e VII.38

- 13) Da mesma forma que para a média, os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais prevêm um desenvolvimento linear da variância dos tempos de passagem com a distância à seção de injeção, como mostram as equações (5.39).

$$\begin{cases} D_{x_2} = \frac{1}{\lambda_1^2} (2\lambda_2 x + 1) \\ D_{x_1} = \frac{1}{\lambda_1^2} (2\lambda_2 x) \end{cases} \quad (5.39)$$

A linearidade da variância dos tempos de passagem com a distância ao ponto de injeção foi verificada nos trabalhos que melhor preencheram as hipóteses do modelo: escoamento

longitudinal e uniforme, turbulência homogênea e isotrópica, e ausência de trocas entre o leito e o escoamento. Desvios do comportamento linear da variância dos tempos de passagem com a distância foram observados, tanto em canal de laboratório, quanto na natureza, sempre que estas hipóteses não se verificaram inteiramente.

Desta forma, as equações lineares das variâncias, se ajustaram melhor aos dados com corante do que com sedimentos e melhor aos dados obtidos em canal de laboratório do que na natureza. Como os pares λ_1 e λ_2 constantes ao longo de todo o escoamento foram obtidos das expressões teóricas da média e da variância, as equações lineares das variâncias correspondentes aos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais resultantes (—), se ajustaram melhor aos dados experimentais (+), do que aos pontos (□) correspondentes aos ajustes de pares λ_1 e λ_2 para cada sub-trecho do escoamento.

- 14) Nos ensaios com corantes em canal de laboratório, Figuras VII.12, VII.13 e VII.14, verificaram-se ajustes perfeitamente lineares da variância dos tempos de passagem dos traçadores.

Considerando-se os trabalhos com corante na natureza, verificou-se que os ajustes lineares da variância dos tempos de passagem aos dados do rio Paraíba do Sul, foram melhores na 1ª e na 2ª campanhas, Figuras VII.27 e VII.28, do que na 3ª e na 4ª campanhas, Figuras VII.29 e VII.30.

No ribeirão Arrudas, os ajustes lineares da variância foram da mesma qualidade que os melhores do rio Paraíba do Sul. Entretanto, no rio Loire, as correlações obtidas, tanto nas detecções do corante quanto nas detecções do radioisótopo foram inferiores aos casos anteriores.

Os gráficos das Figuras VII.29 e VII.30, referentes a 3ª e 4ª campanhas no rio Paraíba do Sul, e a Figura VII.37, referente à campanha com corante no rio Loire, mostram uma boa concordância e desenvolvimentos lineares das variâncias teórica e experimental dos tempos de passagem com a distância (símbolos + e □), limitados:

- aos 30 primeiros quilômetros do trecho considerado no rio Paraíba do Sul; e,
- aos 15 primeiros quilômetros do trecho considerado no rio Loire.

15) No caso do transporte de sedimentos finos, a relação linear da variância com a distância ao ponto de injeção não teve a mesma qualidade da linearidade da média dos tempos de passagem dos traçadores.

A variância mostrou-se muito sensível:

- às imersões dos traçadores;
- aos movimentos iniciais da nuvem de traçadores;
- às características hidráulicas e morfológicas dos trechos dos escoamentos; e,
- às diferenças da dinâmica dos movimentos das partículas de sedimentos em relação ao líquido.

De um modo geral, todos esses fatores contribuíram para o retardamento do deslocamento das partículas de sedimentos ao longo do escoamento. Com isto, surgiram caudas nas curvas de passagem desses traçadores através das seções de medição, o que as tornaram assimétricas.

16) Nota-se que as características apontadas no item anterior tendem a aumentar a dispersão da nuvem e/ou manter, ao longo do escoamento, as assimetrias da função densidade de probabilidade temporal observadas nas proximidades da injeção.

Não é de se estranhar que os valores das variâncias dadas pelos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, quando seus parâmetros λ_1 e λ_2 são calculados para cada sub-trecho compreendido entre a seção de injeção e a seção de medição considerada, tenham sido menores que os valores experimentais e que aqueles obtidos da reta, característica do modelo ajustado com um único par de parâmetros λ_1 e λ_2 para todo o escoamento. Isto deve-se ao fato de que, nesse último caso, os parâmetros λ_1 e λ_2 foram calculados a partir dos valores experimentais da média e da variância dos tempos de passagem, enquanto no primeiro caso, os parâmetros foram calculados a partir dos valores do pico de densidade de probabilidade temporal, como enunciado em 2).

Esse comportamento pode ser verificado nas figuras da variância dos tempos de passagem em função da distância, apresentadas no Capítulo VII e relacionadas na Tabela VIII.3, principalmente nos trabalhos realizados na natureza.

- 17) Tudo leva a crer que nos ensaios em canal de laboratório a injeção dos traçadores exerça uma maior influência no comportamento da variância do que na natureza.

Em quase todas as experiências em canal de laboratório observou-se uma grande dispersão na primeira seção de medição do traçador. Em alguns casos, essa dispersão foi tão grande que influenciou todo o comportamento da nuvem de traçador ao longo do canal.

Por exemplo, as Figuras VII.18 e VII.20 apresentaram uma dispersão tão acentuada na primeira seção (10m) que os coeficientes de correlação obtidos, para a evolução da variância ao longo do canal, foram inferiores a todos os demais casos. Isto só pode ser explicado pela não observância das condições previstas para a injeção:

- imersão instantânea;
- imersão uniformemente distribuída na seção transversal.

VIII.4 - GRÁFICOS DO COEFICIENTE DE VARIAÇÃO

A Tabela VIII.4, a seguir, apresenta a lista das figuras analisadas neste item.

Tabela VIII.4

Lista dos gráficos relacionando o coeficiente de variação com a distância ao ponto de injeção.

Experiência ou Trabalho	Figuras
Canal de Laboratório	VII.12 a VII.22
Rio Paraíba do Sul	VII.27 a VII.30
Ribeirão Arrudas	VII.33 e VII.34
Rio Loire	VII.37 e VII.38

- 18) O coeficiente de variação dos tempos de passagem dos traçadores é um número adimensional que relaciona o desvio padrão e a média, ou seja, é a razão entre as medidas da dispersão e do transporte médio.

Como o comportamento linear da média foi verificado para todos os casos considerados nesse trabalho, o coeficiente de variação mostrou-se particularmente sensível às alterações da variância ao longo do escoamento.

- 19) Os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais prevêem um desenvolvimento decrescente do coeficiente de variação dos tempos de passagem com o aumento da distância ao ponto de injeção, como pode ser verificado na Figura V.2.

Esse caráter geral decrescente foi verificado para todos os casos analisados, tanto em canal de laboratório quanto na natureza. Entretanto, nos ensaios FS-1, FG-3, CG-2 e CG-3 em canal de laboratório (Figuras VII.15, VII.19, VII.21 e VII.22), e na campanha no rio Loire (Figuras VII.37 e VII.38), o comportamento decrescente do coeficiente de variação não foi verificado para alguns sub-trechos dos escoamentos.

- 20) Na maioria dos casos analisados, tanto em canal de laboratório quanto na natureza, os valores experimentais dos coeficientes de variação (+) foram maiores que os teóricos (\square), considerando-se os parâmetros do modelo, λ_1 e λ_2 , independentes para cada sub-trecho do escoamento.

Isto ocorreu devido aos parâmetros do modelo terem sido calculados a partir dos valores experimentais do pico de densidade de probabilidade temporal. Desta forma, esse modelo não consegue acompanhar, com precisão, as maiores assimetrias determinadas experimentalmente.

- 21) De um modo geral, nas experiências em canal de laboratório, os valores teóricos do coeficiente de variação dos tempos de passagem ajustaram-se bem aos valores experimentais, independentemente da forma como os parâmetros λ_1 e λ_2 foram calculados.

Para os casos do transporte de sedimentos em canal de laboratório, verificou-se que os valores experimentais da 1ª seção de medição (+) foram sempre maiores que os teóricos (\square). Para os ensaios CG-2 e CG-3 (Figuras VII.21 e VII.22), os coeficientes de variação teóricos, calculados com um único par de λ_1 e λ_2 para todo o canal, ajustaram-se melhor aos valores experimentais, que é uma comprovação do que foi mencionado em 16) e 20).

- 22) Na natureza não se pode dizer que haja um comportamento comum, do coeficiente de variação, para todos os casos analisados. Isto é devido, principalmente, às diferenças de comportamento da variância nesses casos.

Nas campanhas no rio Paraíba do Sul (Figuras VII.27 a VII.30), verificou-se um ajuste melhor dos coeficientes de variação teóricos aos experimentais, quando os parâmetros λ_1 e λ_2 do modelo foram calculados para cada sub-trecho de rio (\square). Com o par λ_1 e λ_2 único para todo o trecho do rio (—), os valores teóricos do coeficiente de variação foram sempre maiores que os experimentais.

Para as duas campanhas no ribeirão Arrudas (Figuras VII.33 e VII.34), os ajustes dos coeficientes de variação teóricos aos valores experimentais, foram semelhantes, considerando-se tanto os parâmetros λ_1 e λ_2 calculados para cada sub-trecho do rio quanto um único par para todo o escoamento.

No rio Loire (Figuras VII.37 e VII.38) os coeficientes de variação teóricos não se ajustaram aos experimentais, independentemente da forma de determinação dos parâmetros λ_1 e λ_2 dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais.

- 23) Apesar do desvio padrão da nuvem de traçadores aumentar ao longo do escoamento, o tempo médio de transporte foi cada vez mais predominante. Com efeito, as diferenças entre os coeficientes de variação experimental (+) e teórico (\square) diminuíram com o aumento da distância à seção de injeção, em todos os casos analisados. Isto ficou bem evidente nas campanhas no rio Paraíba do Sul, onde as Figuras VII.27 a VII.30 ilustram claramente a diminuição da diferença entre os valores experimentais e teóricos do coeficiente de variação ao longo do escoamento.

VIII.5 - GRÁFICOS DO MÁXIMO DE $q_x(t)$

Na Tabela VIII.5, a seguir, apresenta-se a lista das figuras analisadas neste item.

Tabela VIII.5

Lista dos gráficos relacionando a densidade de probabilidade máxima com a distância ao ponto de injeção.

Experiência ou Trabalho	Figuras
Canal de Laboratório	VII.12 a VII.22
Rio Paraíba do Sul	VII.27 a VII.30
Ribeirão Arrudas	VII.33 e VII.34
Rio Loire	VII.37 e VII.38

24) Atenuações do pico das funções densidade de probabilidade temporal, ou das concentrações dos traçadores, ao longo do escoamento, correspondem a diluições desses traçadores, e, conseqüentemente, das concentrações de poluentes e material sólido em suspensão.

Os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais prevêem uma atenuação do pico de concentração das curvas de passagem dos traçadores, ou da função densidade de probabilidade temporal correspondente, a medida que se afasta da seção de injeção, conforme pode ser observado na Figura V.1.

Desta forma, a diluição da nuvem de traçadores ao longo do escoamento foi verificado experimentalmente em todos os ensaios, considerados nesta dissertação, e ajustadas, com precisão, pelos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, para parâmetros λ_1 e λ_2 calculados para os sub-trechos.

25) Com efeito, em todos os casos estudados, verificou-se um ajuste quase que perfeito dos valores do máximo das funções densidade de probabilidade experimentais (+) e teóricas (\square), quando os parâmetros λ_1 e λ_2 , dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, foram calculados para cada sub-trecho do escoamento, pois o cálculo desses parâmetros foi feito a partir das equações (7.3):

$$\begin{cases} \bar{u}_p = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \\ q_{x_{\max}} = \frac{\lambda_1}{2\sqrt{\pi \cdot \lambda_2 \cdot x}} \end{cases} \quad (7.3)$$

Isto mostra que os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, com os parâmetros λ_1 e λ_2 calculados para cada sub-trecho, descrevem muito bem a diluição de poluentes líquidos e de sedimentos finos em suspensão, nos escoamentos a superfície livre.

VIII.6 - COEFICIENTE DE DISPERSÃO-ADVECÇÃO

26) A variação longitudinal da variância dos tempos de passagem com a distância ao ponto de injeção relaciona-se diretamente com a dispersão dos traçadores nos escoamentos a superfície livre, por exemplo, através da expressão de Sayre-Yotsukura [SAYRE, W. W.; CHANG, F. M. (1968)]:

$$K_{px} = \frac{U^3}{2} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{d}{dx} \{ \text{Var } T(x) \}, \quad (8.1)$$

onde K_{px} é o coeficiente de dispersão longitudinal.

A partir de (8.1), considerando-se as equações da variância dos tempos de passagem dadas pelos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, equações (5.39):

$$\begin{cases} D_{x2} = \frac{1}{\lambda_1^2} (2\lambda_2 x + 1) \\ D_{x1} = \frac{1}{\lambda_1^2} (2\lambda_2 x) \end{cases} \quad (5.39)$$

e como a velocidade média das partículas, dada pela equação (5.45), é aproximadamente igual a velocidade do escoamento:

$$U \equiv \bar{u}_p = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}, \quad (5.45)$$

obtém-se a expressão (8.2) apresentada, primeiramente, por DE VRIES, M. (1966):

$$K_{px} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2^2} \quad (8.2)$$

As funções densidade de probabilidade temporais das partículas em suspensão são contornadas pelas aproximações $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$ dos modelos aleatórios (equações (5.23)), para uma dada distância x ao ponto de injeção. Pode-se mostrar que para valores elevados de x , as funções aproximativas se confundem e tornam-se iguais às funções Gaussianas. Com efeito, os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais aproximam-se dos Modelos Dispersão-Advecção Fickianos a medida que se afasta do ponto de injeção. Assim sendo, os parâmetros λ_1 e λ_2 dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais podem ser utilizados para o cálculo do coeficiente de dispersão-advecção longitudinal, K_{px} , válido para regiões afastadas do ponto de injeção.

27) Na Figura VIII.1, a seguir, apresentam-se os coeficientes de dispersão-advecção longitudinal, K_{px} , em função da distância x ao ponto de injeção, para todos os casos considerados nesta dissertação.

Com a finalidade de mostrar a tendência do comportamento de K_{px} em função de x , ajustou-se uma equação do tipo $K_{px} = a \cdot x^b$, que permite uma avaliação preliminar da ordem de grandeza do coeficiente de dispersão-advecção longitudinal.

Na Tabela VIII. 6, a seguir, mostram-se as faixas de variação de K_{px} com a distância ao ponto de injeção, observadas neste trabalho.

Tabela VIII.6

Faixas de variação do coeficiente de difusão-dispersão com a distância ao ponto de imersão.

Distância x (m)	K_{Px} (m^2/s)
10 - 40	0,02 - 0,30
900 - 10.000	6 - 40
10.000 - 40.000	20 - 150

28) Apesar de se constatar um crescimento de K_{Px} com a distância ao ponto de injeção, esses coeficientes tiveram comportamentos diferentes de acordo com o tipo de experiência e/ou trabalho empreendido.

No caso do trabalho no ribeirão Arrudas, para distâncias entre 960m e 6500m, observou-se um ligeiro crescimento de K_{Px} , de $7,1m^2/s$ e $10,6m^2/s$.

No rio Paraíba do Sul, notou-se um crescimento acentuado da 1ª para a 2ª seção de medição. O coeficiente de difusão-dispersão longitudinal variou de $6,5m^2/s$ a $13,1m^2/s$, para $x=2,6km$, até valores de $23,7m^2/s$ a $32,6m^2/s$, para $x=9,8km$. A partir daí, as variações de K_{Px} foram menos acentuadas, chegando-se a valores de $30,9m^2/s$ a $40,5m^2/s$, para $x=40,0km$.

Os valores do coeficiente de difusão-dispersão longitudinal no rio Loire permaneceram constantes no trecho de 3km compreendido entre as duas primeiras seções de medição. A partir da 2ª seção, 6,5km após a injeção até a distância de 22,8km, o crescimento de K_{Px} foi acentuado e aproximadamente igual à tendência dada pela reta apresentada na Figura VIII.1.

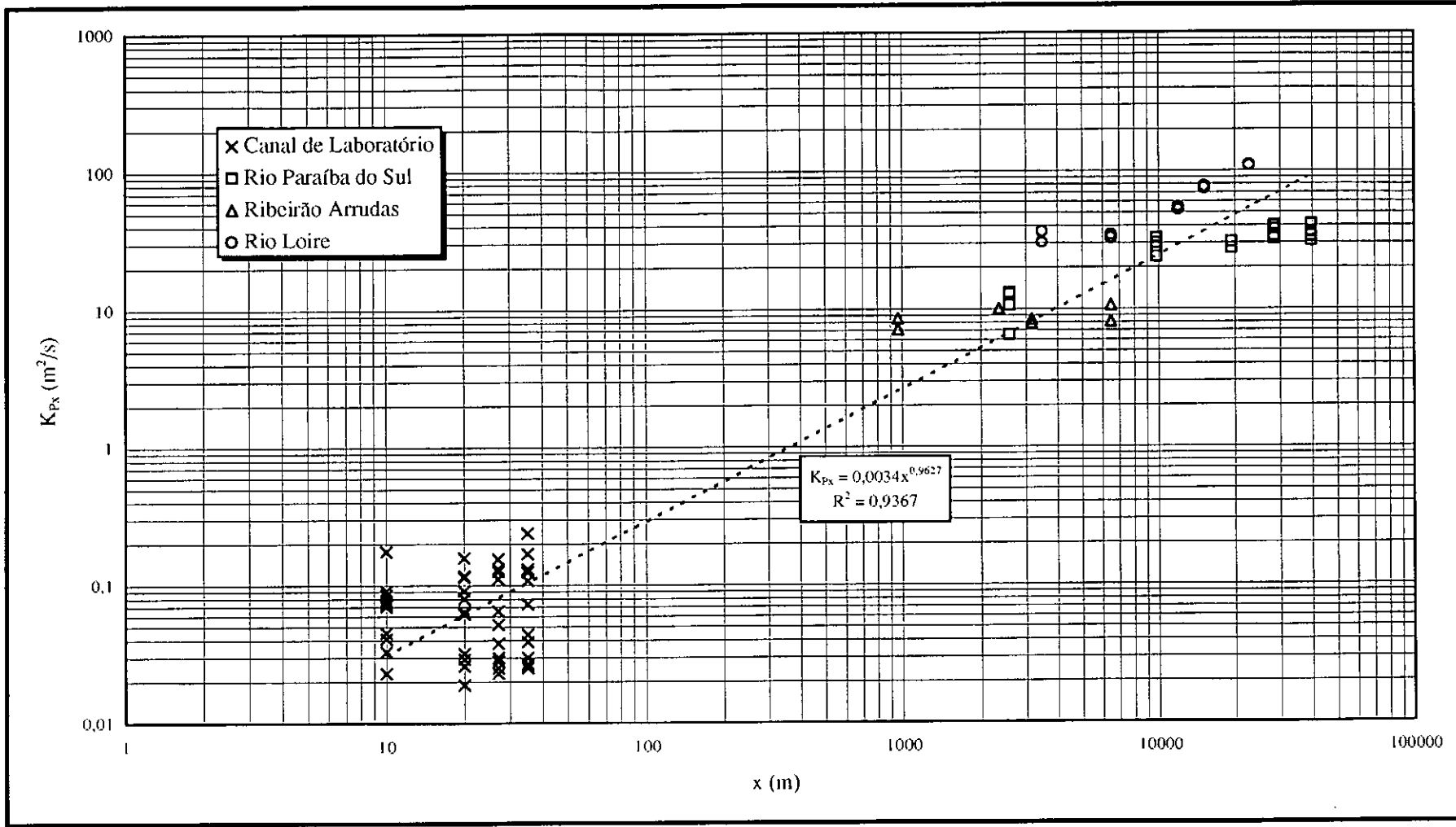


Figura VIII.1

Valores do coeficiente de dispersão-advecção longitudinal em função da distância ao ponto de injeção dos traçadores.

Na Tabela VIII.7, a seguir, estão apresentadas as variações longitudinais do crescimento de K_{px} para os diversos casos analisados. Essas variações foram obtidas considerando-se os limites inferior e superior de K_{px} para os trechos de escoamentos estudados.

Tabela VIII.7

Variações Longitudinais de K_{px} .

Ensaio ou Trabalho	Tremos			K_{px} (m ² /s)		Variação de K_{px} (m ² /s/m)
	Seção inicial (m)	Seção final (m)	Distância (m)	inicial	final	
Canal de Laboratório	10	40	30	0,0192 0,0254	e 0,1764 0,2378	0,0002 e 0,0020
Paraíba do Sul	2.600	9.800	7.200	6,49 23,68	e 13,13 32,58	0,0024 e 0,0027
	9.800	39.600	29.800	23,68 33,51	e 32,58 40,52	0,0003 e 0,0003
Ribeirão Arrudas	960	6.470	5.510	7,09 8,04	e 8,51 10,59	0,0002 e 0,0004
Rio Loire	3.500	6.500	3.000		33,14 33,43	constante
	6.500	22.800	16.300		33,43 108,9	0,0047

VIII.7 - MODELOS POISSONIANOS HOMOGÊNEOS UNIDIMENSIONAIS

29) As funções densidade de probabilidade temporais Poissonianas homogêneas $q_{xi}(t)$, $i=1,2$, são soluções particulares das equações gerais de Todorovic apresentadas no Capítulo IV, quando as condições seguintes são respeitadas:

- As partículas líquidas e de sedimentos finos possuem as mesmas características de transporte, movimento sem memória, e suas funções de intensidade de mudança de estado cinemático, λ_1 e λ_2 , são constantes positivas. Desta forma, os comprimentos de deslocamento no sentido do escoamento e os períodos de não deslocamento nesse sentido são variáveis aleatórias independentes.

- Os processos $E_v^{0,t} = \{\eta_{0,t} = v\}$ e $G_k^{0,x} = \{\mu_{0,x} = k\}$ são fenômenos aleatórios mutuamente independentes.

- A probabilidade de que a partícula efetue um deslocamento no intervalo de tempo ou de distância é proporcional à dimensão desse intervalo, quando este tende para zero:

$$\begin{cases} P\{G_1^{x,x+\Delta x} | G_k^{0,x}\} = P\{G_1^{x,x+\Delta x}\} = \lambda_2 \cdot \Delta x + \vartheta(\Delta x); & \Delta x \rightarrow 0 \\ P\{E_1^{t,t+\Delta t} | E_v^{0,t}\} = P\{E_1^{t,t+\Delta t}\} = \lambda_1 \cdot \Delta t + \vartheta(\Delta t); & \Delta t \rightarrow 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Essas condições foram bem aproximadas nos ensaios e trabalhos considerados nesta dissertação. Quando isto acontece, a velocidade média de transporte das partículas ($\bar{u}_p = \lambda_1/\lambda_2$) e o coeficiente de dispersão-advecção longitudinal ($K_{px} = \lambda_1/\lambda_2^2$), só dependem das características hidráulicas do escoamento e das propriedades físicas dos traçadores [FORTIER, A. (1975)]. Eles são independentes das condições de contorno e, para seções de medição distantes da injeção, das condições iniciais de imersão dos traçadores. Nestas condições, é possível comparar entre si, os parâmetros dos Modelos Aleatórios obtidos e ajustados aos dados dos ensaios e trabalhos considerados.

30) As condições hidráulicas de realização dos trabalhos não foram bem definidas nos relatórios disponíveis. Isto dificultou a comparação dos parâmetros do modelo com as características hidráulicas do escoamento no qual as experiências foram conduzidas.

Desta forma, só foi possível comparar os valores de λ_1 , λ_2 e K_{px} com as descargas líquidas através de algumas seções de medição dos traçadores.

Nas Figuras VIII.2, VIII.3 e VIII.4, a seguir, relacionam-se o comprimento médio de deslocamento no sentido do escoamento, $1/\lambda_2$, o tempo médio de não deslocamento nesse sentido, $1/\lambda_1$, e o coeficiente de dispersão-advecção longitudinal, K_{px} , com as descargas líquidas medidas através das seções de detecção dos traçadores, respectivamente.

No trabalho no ribeirão Arrudas as medições de vazão foram efetuadas apenas na 1ª e na última seção de medição e no rio Paraíba do Sul apenas na 1ª seção. Como nos trechos

desses rios as hipóteses do modelo sobre as características morfológicas não foram verificadas, nas figuras apresentadas nesse item só foram lançados os valores referentes às seções onde houve medição de vazão.

- 31) Da análise das Figuras VIII.2 e VIII.3, verifica-se que os valores dos comprimentos médios de deslocamento no sentido do escoamento e os períodos médios de não deslocamento nesse sentido aumentam com a descarga líquida. Se em canal de laboratório, os valores obtidos para essas grandezas, tal como apresentado na Tabela VII.9, são razoáveis, na natureza esses valores são aparentemente muito elevados (Tabelas VII.10, VII.11 e VII.12). No rio Loire, por exemplo, com o escoamento bastante turbulento e contorno irregular, é difícil de se acreditar que as partículas líquidas ou sólidas tenham se deslocado, em média, 200m no sentido do escoamento, sem que tenham ocorrido, durante essa distância, deslocamentos transversais causados pela sedimentação ou pelos turbilhões. Além disso, é pouco provável que as partículas em suspensão consigam movimentar-se no sentido transversal ou vertical ao escoamento durante um período médio de até 300s (5min) (Tabela VII.12).
- 32) Na Figura VIII.4, verifica-se o crescimento dos valores de K_{px} com o aumento da vazão líquida, para os ensaios em canal de laboratório e trabalhos no ribeirão Arrudas e rio Loire. Porém, no rio Paraíba do Sul, esses coeficientes não seguiram a tendência dos outros casos, provavelmente por se dispor somente dos valores relativos à 1ª seção de medição dos traçadores. Da mesma forma, os valores do comprimento médio de deslocamento ao longo do escoamento e dos períodos médios de não deslocamento observados no rio Paraíba do Sul, não seguiram o comportamento geral dos demais casos (Figuras VIII.2 e VIII.3).
- 33) Os resultados teóricos da média e da moda dos tempos de passagem ajustaram-se bem aos resultados experimentais, podendo-se concluir que os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais descrevem com precisão o transporte de poluentes e sedimentos finos, tanto em canal de laboratório quanto em escoamentos naturais.

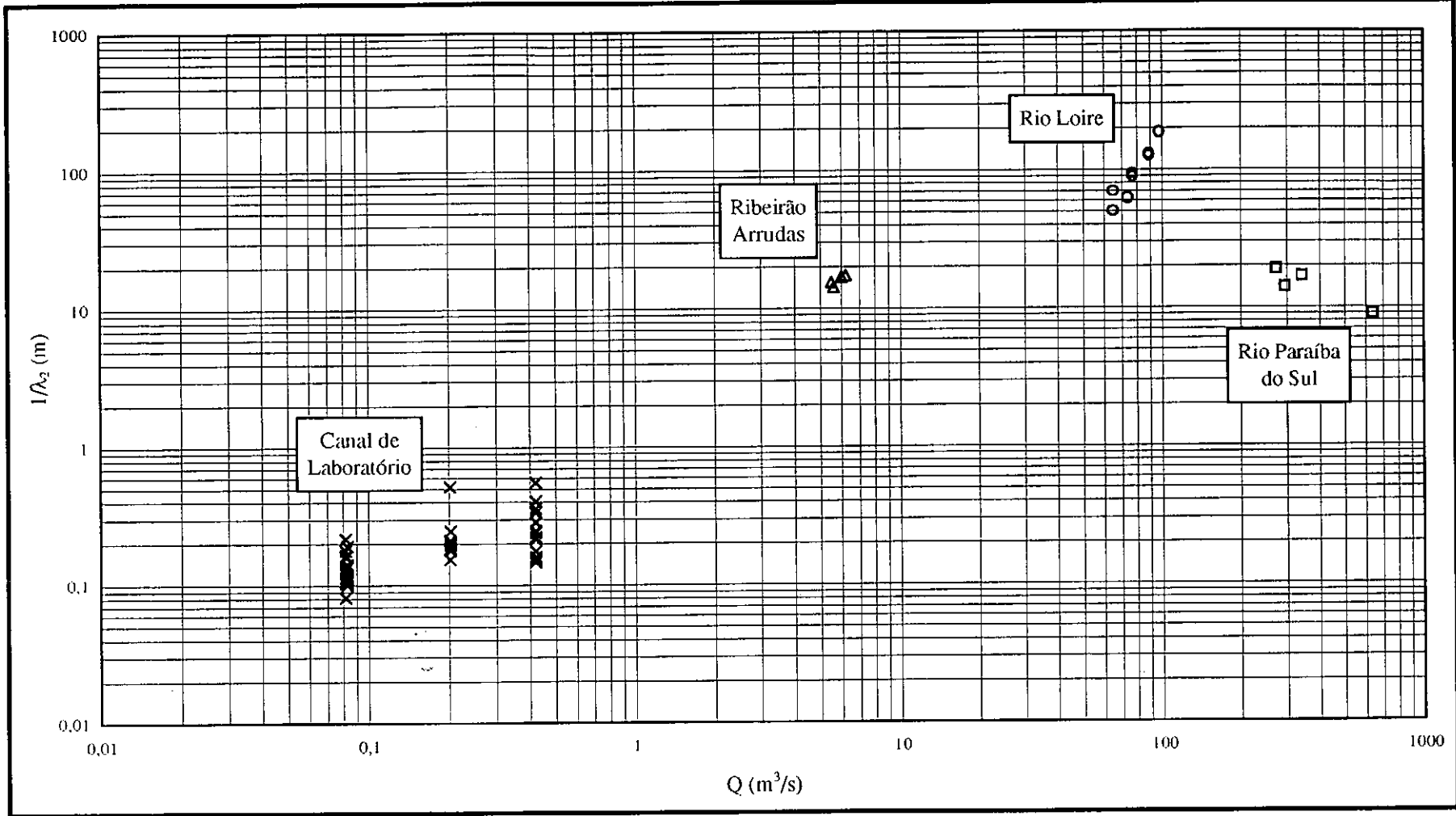


Figura VIII.2

Comprimento médio de deslocamento no sentido do escoamento em função da descarga líquida.

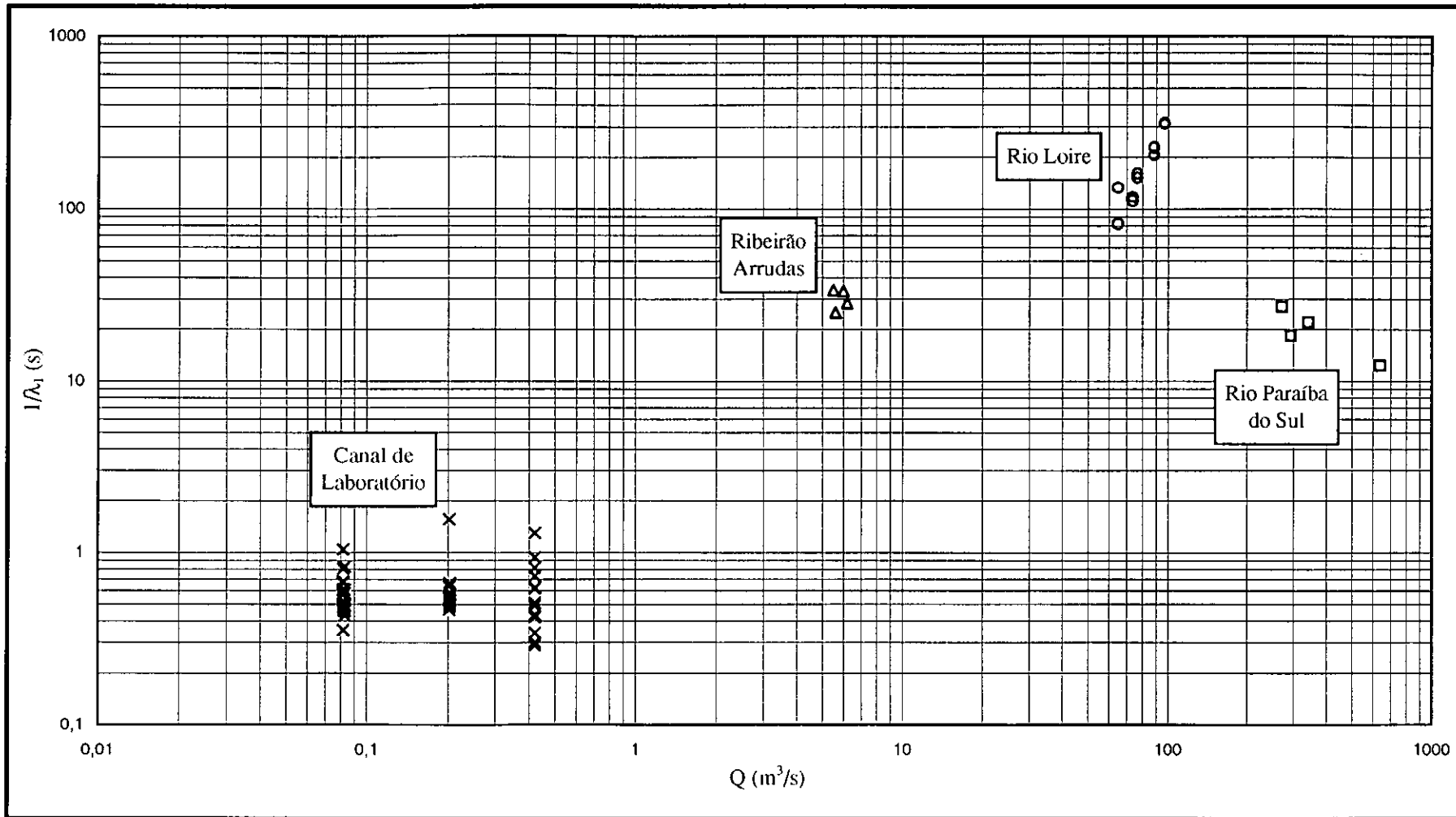


Figura VIII.3

Tempo médio de não deslocamento no sentido do escoamento em função da descarga líquida.

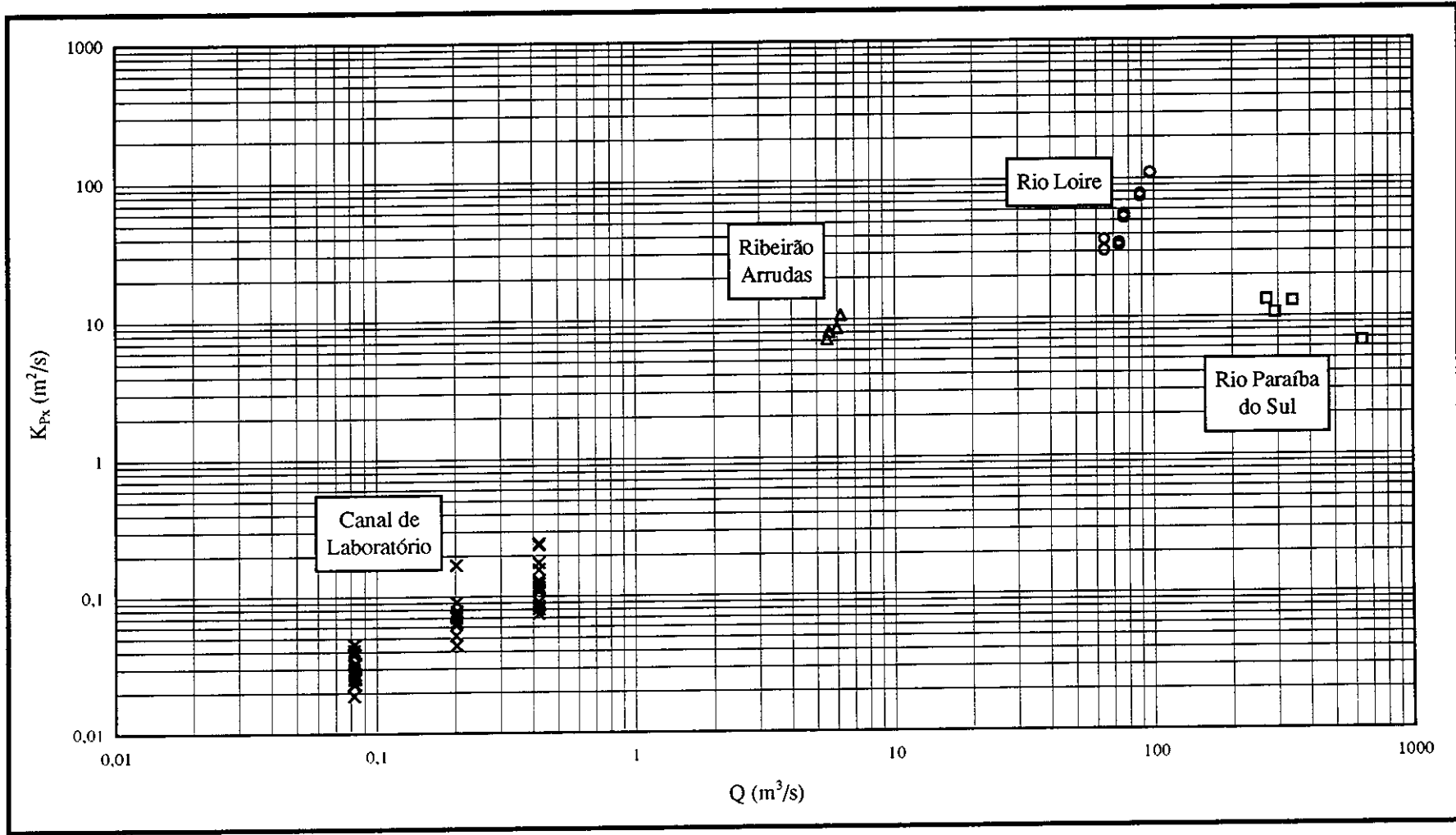


Figura VIII.4

Coeficiente de dispersão-advectação em função da descarga líquida.

34) Analogamente, os resultados teóricos da variância ajustaram-se aos dados experimentais, principalmente nos ensaios em canal de laboratório, no rio Paraíba do Sul e ribeirão Arrudas, relativos ao transporte em suspensão de poluentes líquidos.

No rio Loire, as variâncias observadas para poluentes líquidos foram superiores às previstas pelos modelos, provavelmente devido às características irregulares das seções de medição e da morfologia dos trechos do escoamento.

Para os casos de sedimentos finos considerados neste trabalho, não houve ajuste dos valores experimentais e teóricos das variâncias, independentemente da maneira como foram calculados os parâmetros λ_1 e λ_2 do modelo. Isto deve-se aos motivos já mencionado em 15).

Pode-se concluir que os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais descrevem a dispersão de poluentes líquidos em suspensão, nos escoamentos a superfície livre, quando os parâmetros λ_1 e λ_2 são calculados a partir dos valores experimentais da média e da variância dos tempos de passagem.

Entretanto, os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, independente do modo como λ_1 e λ_2 são calculados, não conseguem ajustar e simular, simultaneamente, a dispersão e o comportamento do pico de densidade de probabilidade ao longo do escoamento.

35) Os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais prevêem um comportamento assintótico das funções $q_x(t)$ para grandes valores de x , e, de acordo com a equação (5.51), prescreve:

$$\lambda_1 t_{m1} \cong \lambda_1 t_{m2} \cong \lambda_1 t_m \cong \lambda_2 x \quad (5.51)$$

Experimentalmente, verificou-se esta relação para todos os casos, mesmo para distâncias curtas, a partir da 1ª seção (10m) em canal de laboratório, como pode ser visto na Figura VIII.5, a seguir. Nesta figura, relacionam-se os parâmetros adimensionais $\lambda_1 t_m$ e $\lambda_2 x$, com os parâmetros do modelo calculados para cada sub-trecho de escoamento.

Na Figura VIII.5, os símbolos (\times , \square , Δ , \circ) representam os valores experimentais das relações entre $\lambda_1 t_m$ e $\lambda_2 x$, e as duas retas correspondem às regressões lineares dessas relações considerando-se os valores experimentais (—) e teóricos (- · -) da moda dos tempos de passagem.

- 36) Cabe salientar, ainda, baseado nas Figuras VII.12 a VII.22, VII.27 a VII.30, VII.33, VII.34, VII.37, VII.38 e VIII.5, que os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, com os parâmetros λ_1 e λ_2 calculados para cada sub-trecho de escoamento, descreveram muito bem a atenuação do pico da função densidade de probabilidade temporal com a distância ao ponto de injeção, ou seja, esses modelos são ótimos para as previsões da diluição de uma nuvem de poluentes ao longo do escoamento.
- 37) A aplicação simultânea dos traçadores e métodos clássicos de medidas é recomendável para o estudo do transporte em suspensão, nos escoamentos a superfície livre.

Os traçadores respondem a três gêneros de estudo: quantidade do transporte, trajetória e dispersão, ao passo que as medidas hidráulico-sedimentológicas determinam as propriedades do escoamento e das partículas líquidas ou sólidas.

Sendo assim, no transporte em suspensão de poluentes líquidos ou de sedimentos finos, nos escoamentos a superfície livre, a utilização de traçadores permite a determinação dos parâmetros dos Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais, enquanto as medidas hidráulico-sedimentológicas servem para relacionar esses parâmetros com as características físicas do escoamento e das partículas envolvidas.

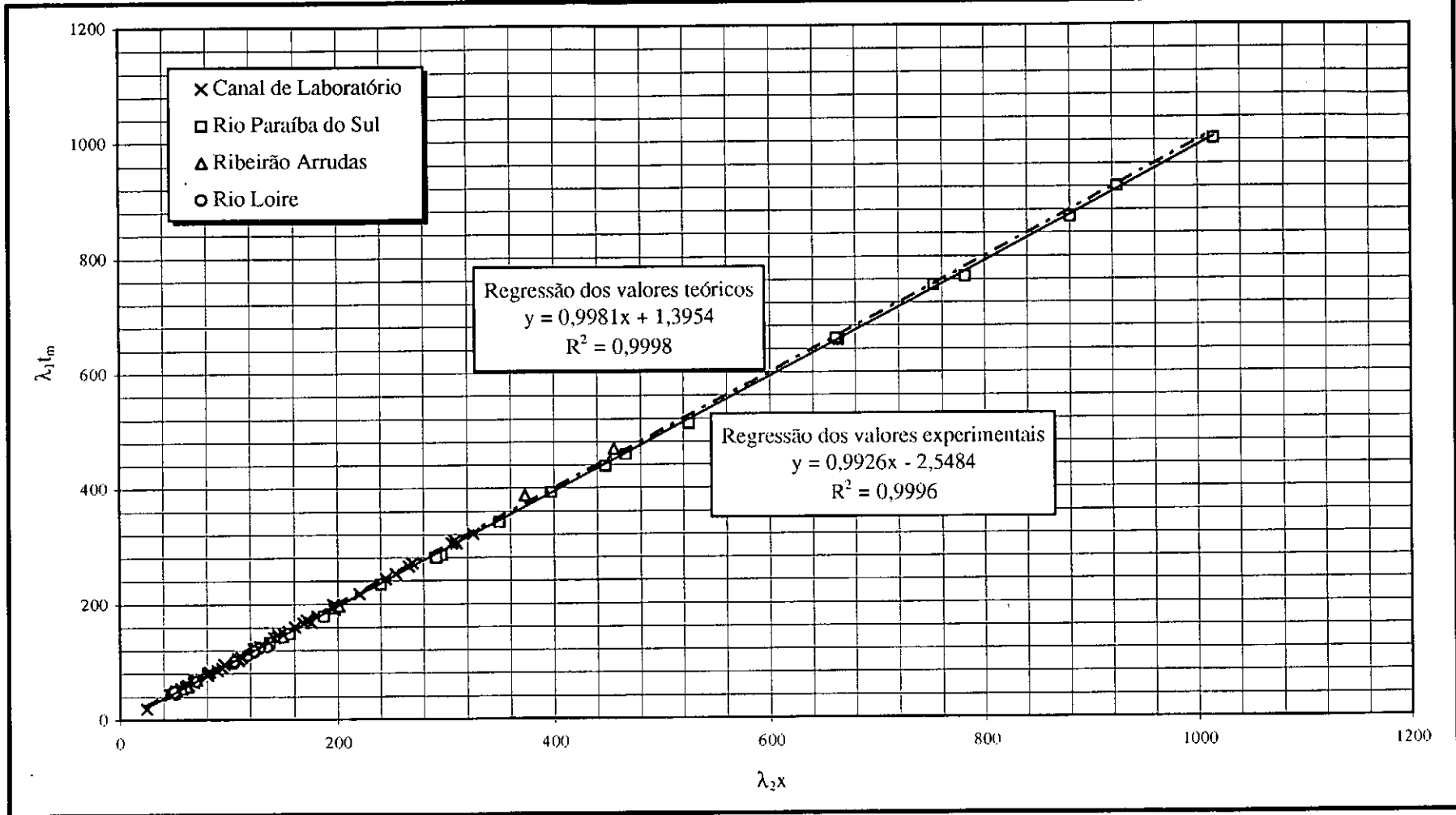


Figura VIII.5

Relação entre $\lambda_1 t_m$ e $\lambda_2 x$.

38) Os Modelos Poissonianos Homogêneos Unidimensionais são recomendados para os seguintes estudos:

- transporte de poluentes líquidos e de sedimentos finos em suspensão, nos escoamentos a superfície livre, em geral;
- dispersão de poluentes líquidos em suspensão, nos escoamentos a superfície livre, com os parâmetros λ_1 e λ_2 calculados a partir da média e da variância dos tempos de passagem, equações (5.35) e (5.39);
- atenuação ao longo do escoamento e do tempo, da concentração de poluentes líquidos e de sedimentos finos em suspensão, nos escoamentos a superfície livre, utilizando-se parâmetros λ_1 e λ_2 , calculados para cada sub-trecho do escoamento, a partir do pico das curvas de passagem experimentais, equações (5.52).

* * *

CAPÍTULO IX

BIBLIOGRAFIA

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. (1968), Handbook of Mathematical Function with Formulas, Graphs and Mathematical Tables. Dover Publications, Inc. New York.
- BRITISH ASSOCIATION FOR THE ADVANCEMENT OF SCIENCE (1958), Mathematical Tables - Volumes VI e VII. Bessel Function. Prepared by the Committee for the Calculation of Mathematical Tables. Published for The Royal Society at the University Press Cambridge.
- DE VRIES, M. (1966), Applications of luminophores in sand transport studies. Delft Hydraulics Laboratory. Publication nº 39.
- FORTIER, A. (1975), Mécanique des Fluides et Transferts de Chaleur et de Masse par Convection. Masson et Cie Editeurs.
- GRIGG, N. S. (1970), Motion of Single Particles in Alluvial Channels. In: Journal of the Hydraulics Division. ASCE. Vol. 96, nº HY12, p. 2501-2518, December.
- HANNO, H. A. (1979), Etude de la Dispersion Longitudinale des Sédiments de Fond. Tese apresentada para obtenção do grau de “Docteur ès Sciences Appliquées”. 161 p. Université de Montréal. Canadá.
- MOREIRA, R. M. et all (1980), Distribuição de Tempos de Residência e Desenvolvimento de Modelos para o Ribeirão Arrudas no Trecho Compreendido entre as Pontes da Rua Itamar e de General Carneiro. DERL.PD-026/80. Divisão de Radioisótopos, CDTN, NUCLEBRÁS. Belo Horizonte, Brasil.
- PINTO, N. L. S.; HOLTZ, A. C. T.; MARTINS, J. A.; GOMIDE, F. L. S. (1976), Hidrologia Básica. Editora Edgard Blücher Ltda. MEC. São Paulo, Brasil.

- ROLDÃO, J. S. F. et al (1988), Determinação da Capacidade de Transporte e Dispersão do Rio Paraíba do Sul (RJ): Trecho Volta Redonda - Santa Cecília. Projeto COPPETEC ET-15296. Relatórios Parciais nºs 1, 2, 3, 4 e Relatório Final. Rio de Janeiro, Brasil.
- ROLDÃO, J. S. F.; SOARES, J. H. P. (1989), Determinação "In Situ" da Capacidade de Transporte e Dispersão do Rio Paraíba do Sul no Trecho Volta Redonda - Barra do Piraf. In: IV Simpósio Luso Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos. p. 572-585. Lisboa, Portugal.
- SAYRE, W. W.; CHANG, F. M. (1968), Transport of Radionuclides by Streams: A Laboratory Investigation of Open-Channel Dispersion Processes for Dissolved, Suspended, and Floating Dispersants. In: Geological Survey Professional Paper 433-E. United States Government Printing Office. Washington, USA.
- SIMONS, D. B.; RICHARDSON, E. V.; NORDIN, C. F. (1965), Bed-Load Equation for Ripples and Dunes. In: Geological Survey Professional Paper 462-H. United States Government Printing Office. Washington, USA.
- SOARES, J. F.; FARIAS, A. A.; CESAR, C. C. (1991), Introdução à Estatística. Editora Guanabara Koogan S.A. Rio de Janeiro, Brasil.
- SPIEGEL, M. R. (1968), Mathematical Handbook of Formulas and Tables. Schaum's Outline Series. McGraw-Hill Book Co.
- SPIEGEL, M. R. (1969), Estatística. Coleção Schaum. Ao Livro Técnico S.A. Rio de Janeiro, Brasil.
- TODOROVIC, P.; VUKMIROVIC, V.; VUKOTIC, R.; FILIP, A. (1966), A Contribution to the Kinetic Theory of Bed-Material Discharge. In: Symposium on the Use of Isotopes in Hydrology. IAEA, SM-83/19, p. 271-290. Viena.
- TODOROVIC, P. (1970), A Mathematical Model for Longitudinal Diffusion in Porous Media. In: Water Resources Research. Vol. 6, nº 1, p. 211-222. February.

- TODOROVIC, P.; SIMONS, D. B.; LI, R. M. (1976), Deterministic and Stochastic Approaches for Modelling of Longitudinal Dispersion in a Turbulent Open Channel Flow. Stochastic Approaches to Water Resources. Vol. II, p. 27.1-27.17. Editado e Plublicado por H. W. Shen.
- TOLA, F. et all (1981), Etude des Propriétés de Transport en Suspension et Dispersion de Sédiments Fins en Aval du Barrage de Grangent, au Moyen de Traceurs Radioactifs et Colorés. Première Partie: Expériences de Mai 1981. Rapport ORIS/SAR/S/81-18/T 16/FT. CEA, França.
- WILSON Jr., G. (1972), Transporte e Dispersão de Areia em Canais de Laboratório. Volumes I e II. Tese apresentada para a obtenção do título de “Mestre em Ciências e Técnicas Nucleares”. Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, Brasil.
- WILSON Jr., G.; AUN, P. E.; BANDEIRA, J. V.; VUKMIROVIC, V. (1972), Transporte e Dispersão de Suspensão em Canais de Laboratório. In: V Congresso Latino Americano de Hidraulica. Lima, Peru.
- WILSON Jr., G.; VUKMIROVIC, V. (1980), Sediment Transport on the Ivai River - Brazil. In: Simposium on River Engineering and Its Interaction with Hydrological and Hydraulic Research. IARH. Belgrado, Iugoslávia.
- WILSON Jr., G.; CAILLOT, A. (1982), Mesure et Analyse des Transports Sédimentaires en Canaux Hydrauliques au Moyen de Traceurs Radioactifs. In: XI^{ème} Congrès International de Sedimentologie. Association Internationale des Sédimentologues. Hamilton, Ontário, Canadá.
- WILSON Jr., G.; CAILLOT, A.; VUKMIROVIC, V. (1986), O Estudo do Transporte, da Dispersão dos Sedimentos e da Acumulação de Poluentes nos escoamentos a Superfície Livre. 1ª Parte: Estudo em Canais de Laboratório. In: XII Congresso Latino Americano de Hidráulica. São Paulo, Brasil.

WILSON Jr., G. (1987), Etude du Transport et de la Dispersion des Sédiments en tant que Processus Aléatoires. Tese apresentada para obtenção do grau de “Docteur D’Etat ès Sciences Physiques”. Université Pierre et Marie Curie. Paris.

WILSON Jr., G.; VUKMIROVIC, V.; TOLA, F.; CAILLOT, A. (1989), O Transporte, a Dispersão dos Sedimentos e a Acumulação de Poluentes nos Escoamentos a Superfície Livre. 2ª Parte: O Estudo dos Processos Aleatórios. In: XIII Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos. Foz do Iguaçu, Brasil.

WILSON Jr., G. (1991), O Transporte, a Dispersão dos Sedimentos e a Acumulação de Poluentes nos Escoamentos a Superfície Livre. 3ª Parte: Aplicações dos Processos Aleatórios. In: IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos. Rio de Janeiro, Brasil.

* * *

ANEXO A

DESCRIÇÃO DO PROGRAMA PARA O CÁLCULO DAS FUNÇÕES APROXIMATIVAS DE $q_x(t)$ E SELEÇÃO DOS VALORES DE λ_1 E λ_2

Neste anexo apresenta-se o programa em linguagem Pascal, POISHOM, para computador tipo PC, usado para o cálculo dos valores teóricos de $q_x(t)$, bem como a sua utilização e os seus resultados.

Este programa baseia-se nas equações (5.23), para o cálculo das funções aproximativas teóricas, $q_{xi}(t)$, $i=1,2$, e na equação (7.6), para o cálculo dos desvios entre as respostas experimentais e teóricas, $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$, $i=1,2$.

Na Figura A.1, a seguir, apresenta-se a listagem do programa POISHOM.

```
PROGRAM POISHOM; [1/4]
{ Programa para o Cálculo das Curvas Teóricas  $q_{xi}(t)$  em função de t }
{ Por: Márcio Ferreira de Araujo Mendes }

USES crt;

type vetor1=array[1..2] of extended;
      vetor2=array[0..100] of extended;
      matriz=array[1..2,0..100] of extended;

var saidaT,      { Arquivo de Saída Teórico Tipo Texto }
    saidaE:     { Arquivo de Saída Experimental Tipo Texto }
        text;
    saiT,      { Arquivo de Saída Teórico Tipo String }
    saiE,      { Arquivo de Saída Experimental Tipo String }
    gerar:
        string;
    ni,        { Número Médio de deslocamentos em [0,t] }
    nif,      { v Final }
    num,      { Contador Auxiliar }
    i,        { Contador }
    ifim:     { i Final }
        Integer;
```

Figura A.1

Listagem do Programa POISHOM.

```

x,          { Distância }
t,          { Tempo }
L1,        {  $\lambda_1$  }
L2,        {  $\lambda_2$  }
L1t,       {  $\lambda_1.t$  }
L2x,       {  $\lambda_2.x$  }
tf,        { Tempo Final }
inct:      { Incremento do Tempo }
extended;

qxL1,      {  $q_x(t_i).\lambda_1$  }
qxL1a,     {  $q_x(t_i).\lambda_1$  (auxiliar) }
PL1t,      { Produtório de  $\lambda_1.t$  }
PL2x,      { Produtório de  $\lambda_2.x$  }
fL1L2:     { Soma dos Quadrados das Diferenças entre as Respostas
             Experimentais e Teóricas }

vetor1;

tS,        { Tempo dos Dados Experimentais }
qSE:       { Resposta Experimental }

vetor2;

qx:        { Resposta Teórica }

matriz;

begin      { INÍCIO DO PROGRAMA }
clrscr;

{ Entrada de Dados }

write('Nome do Arquivo Experimental: ');
readln(saiE);
saiT:=saiE;
saiE:=concat(saiE, '.dat');
assign(saidaE,saiE); reset(saidaE);
write('Lambda1 = '); readln(L1);
write('Lambda2 = '); readln(L2);
write('Distancia = '); readln(x);
write('Deseja Gerar Saida? (s/n) '); readln(gerar);

{Leitura dos Dados de Saida do Trecho }

repeat
  readln(saidaE,tS[i],qSE[i]);
  i:=i+ 1;
until(EOF(saidaE));

{ Inicialização das Variáveis }

ifim:=i-1;
inct:=tS[2]-tS[1];
t:=tS[1];
tf:=tS[ifim];
i:=1;
L2x:=L2*x;

```

Figura A.1

Listagem do Programa POISHOM.

```
qxL1a[2]:=10000;
qxL1a[1]:=10000;
```

```
{ Looping para o calculo de  $q_{xi}(t)$  }
```

```
repeat
```

```
  L1t:=L1*t;
```

```
  for ni:=0 to 10000 do
```

```
    begin
```

```
      if ni=0
```

```
      then
```

```
      begin
```

```
        if ((-L1t-L2x)<-11355)
```

```
        then
```

```
        begin
```

```
          qxL1[2]:=0;
```

```
          qxL1[1]:=0;
```

```
        end
```

```
        else
```

```
        begin
```

```
          qxL1[2]:=exp(-L1t-L2x);
```

```
          qxL1[1]:=qxL1[2]*L2x;
```

```
        end;
```

```
      end
```

```
      else
```

```
      begin
```

```
        PL1t[2]:=1;
```

```
        PL1t[1]:=1;
```

```
        PL2x[2]:=1;
```

```
        PL2x[1]:=L2x;
```

```
        for num:=1 to ni do
```

```
          begin
```

```
            PL1t[2]:=PL1t[2]*L1t/(ni-num+1);
```

```
            PL1t[1]:=PL1t[2];
```

```
            PL2x[2]:=PL2x[2]*L2x/(ni-num+1);
```

```
            PL2x[1]:=PL2x[1]*L2x/(ni-num+2);
```

```
          end;
```

```
          if (((-L1t)<-11355) or ((-L2x)<-11355))
```

```
          then
```

```
          begin
```

```
            qxL1[2]:=0;
```

```
            qxL1[1]:=0;
```

```
          end
```

```
          else
```

```
          begin
```

```
            qxL1[2]:=qxL1[2]+(exp(-L1t)*PL1t[2])*(exp(-L2x)*PL2x[2]);
```

```
            qxL1[1]:=qxL1[1]+(exp(-L1t)*PL1t[1])*(exp(-L2x)*PL2x[1]);
```

```
          end;
```

```
        end;
```

Figura A.1

Listagem do Programa POISHOM.

```
{ Condicional para verificação de parada do Looping }
```

[4/4]

```
if ((ni>50) and ((qxL1[2]-qxL1a[2])=0) and ((qxL1[1]-qxL1a[1])=0)) then  
begin  
  nif:=ni;  
  ni:=10000;  
end;  
qxL1a[2]:=qxL1[2];  
qxL1a[1]:=qxL1[1];  
end;
```

```
{ Finalização do Looping }
```

```
qx[2,i]:=qxL1[2]*L1;  
qx[1,i]:=qxL1[1]*L1;  
t:=t+inct;  
i:=i+1;  
until(t>tf);
```

```
{ Condicional para Geração de Arquivo de Saída }
```

```
if (gerar='s') or (gerar='S')  
then  
begin  
  saiT:=concat(saiT,'t.dat');  
  assign(saidaT,saiT); rewrite(saidaT);  
  for i:=1 to ifim do  
  begin  
    writeln(saidaT,tS[i],qx[1,i],qx[2,i]);  
  end;  
  close(saidaT);  
end;
```

```
{ Cálculo dos Parâmetros  $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$  }
```

```
fL1L2[1]:=0;  
fL1L2[2]:=0;  
for i:=1 to ifim do  
begin  
  fL1L2[1]:=fL1L2[1]+SQR(qSE[i]-qx[1,i]);  
  fL1L2[2]:=fL1L2[2]+SQR(qSE[i]-qx[2,i]);  
end;  
writeln;  
writeln(' f1(L1,L2) = ',fL1L2[1]:20:18);  
writeln(' f2(L1,L2) = ',fL1L2[2]:20:18);
```

```
{ Finalização }
```

```
close(saidaE);  
sound(1000);  
delay(1000);  
nosound;  
end.           { FIM DO PROGRAMA }
```

Figura A.1

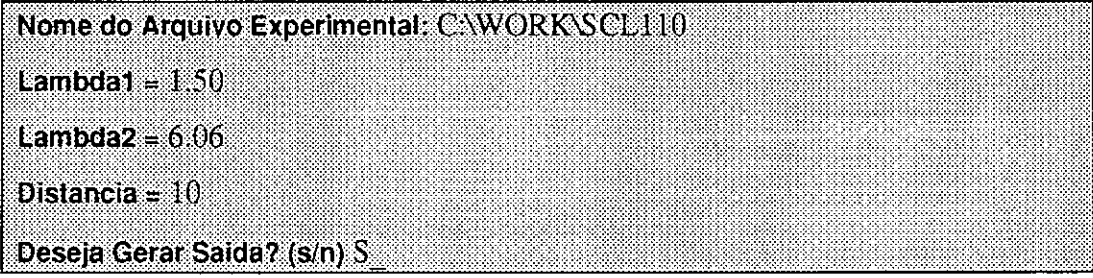
Listagem do Programa POISHOM. (Continuação)

Para a utilização deste programa é necessário um micro computador tipo PC-286, ou mais avançado, com co-processador aritmético, no qual executa-se o programa POISHOM.EXE que está no disquete ao final deste Anexo.

Quando da execução do programa, este gera uma tela inicial análoga a apresentada na Figura A.2, a seguir, na qual são solicitados os dados de entrada do programa. Esses dados são:

- arquivo de $q_x(t)$ experimental da seção de medição estudada;
- valores dos parâmetros λ_1 e λ_2 ;
- distância entre a seção de injeção ou origem e a seção de medição considerada.

Na Figura A.2, que se segue, está representada a tela de entrada de dados do programa POISHOM para a geração da curva de passagem teórica relativa à primeira seção de medição de corante, do ensaio D-1 de Sayre e Chang em canal de laboratório.



The image shows a screenshot of a text-based interface for the POISHOM program. It contains the following text:

```
Nome do Arquivo Experimental: C:\WORK\SCL110
Lambda1 = 1.50
Lambda2 = 6.06
Distancia = 10
Deseja Gerar Saida? (s/n) S
```

Figura A.2

Tela de entrada de dados para o programa POISHOM.

Os arquivos de dados de $q_x(t)$ experimentais devem ter nomes de no máximo 7 (sete) dígitos e extensão .dat. Estes devem ser montados com duas colunas de números sendo usado o ponto (.) no lugar da vírgula (,), com pelo menos um espaço em branco separando essas colunas. Na primeira coluna são escritos os valores do tempo (t_i) e na segunda coluna os valores da densidade de probabilidade temporal ($q_x(t_i)$) correspondente.

Na Figura A.3, a seguir, apresenta-se, como exemplo, o arquivo de $q_x(t)$ experimental, SCL110.DAT, da primeira seção de medição do ensaio D-1 de Sayre e Chang.

26	2.000000E-003
28	5.000000E-003
30	1.500000E-002
32	3.200000E-002
34	4.500000E-002
36	5.300000E-002
38	5.400000E-002
40	5.300000E-002
42	5.100000E-002
44	4.700000E-002
46	4.100000E-002
48	2.800000E-002
50	1.900000E-002
52	1.300000E-002
54	9.000000E-003
56	6.000000E-003
58	5.000000E-003
60	4.000000E-003
62	3.000000E-003
64	2.000000E-003
66	2.000000E-003
68	1.000000E-003
70	1.000000E-003
72	1.000000E-004
74	5.000000E-005
76	0.000000E+000

Figura A.3

Arquivo de $q_x(t)$ experimental, SCL110.DAT, da primeira seção de medição do ensaio D-1 de Sayre e Chang.

Ao final da execução do programa POISHOM é apresentado, na tela do computador, os valores dos desvios quadráticos, $f_1(\lambda_1, \lambda_2)$ e $f_2(\lambda_1, \lambda_2)$, entre $q_x(t)$ e $q_{xi}(t)$, $i=1,2$, para que se possa tomar a decisão sobre a aceitação dos valores de λ_1 e λ_2 ou uma nova execução, conforme é mostrado na Figura A.4, a seguir.

Como resultado, o programa POISHOM gera um arquivo de $q_{xi}(t)$, $i=1,2$, do tipo texto, com o mesmo nome do arquivo de $q_x(t)$ experimental, acrescido da letra t de teórico, no qual constam o tempo (t_i) e os valores de $q_{x1}(t_i)$ e $q_{x2}(t_i)$, em três colunas distintas. O acréscimo desta letra t ao nome do arquivo de $q_x(t)$, limita a sete dígitos, o nome inicial do arquivo experimental.

Nome do Arquivo Experimental: C:\WORK\SCL110

Lambda1 = 1.50

Lambda2 = 6.06

Distancia = 10

Deseja Gerar Saida? (s/n) S

f1(L1,L2) = 0.000209267882580818

f2(L1,L2) = 0.000261167211342978

C>_

Figura A.4

Tela final com os valores de $f_i(\lambda_1, \lambda_2)$, $i=1,2$.

Para os dados de entrada apresentados na Figura A.2, foi gerado, através do programa POISHOM, um arquivo de dados chamado SCL110T.DAT apresentado na Figura A.5, a seguir.

Por cortesia, apresenta-se no final desta dissertação, um disquete de computador, tamanho 5 1/4", com o programa POISHOM.EXE e os arquivos SCL110.DAT e SCL110T.DAT.

Os Arquivos de dados experimentais e teóricos são do tipo texto e podem ser acessados por diversos programas geradores de gráficos e para cálculos adicionais que se fizerem necessário.

26	7.04176608792374E-0003	5.67835480294870E-0003
28	1.30233654628198E-0002	1.08961839987416E-0002
30	2.12540691511586E-0002	1.84035331012621E-0002
32	3.09840552378168E-0002	2.77041663383264E-0002
34	4.07662630315150E-0002	3.75674344403039E-0002
36	4.88396076663018E-0002	4.63061926325236E-0002
38	5.36872013357016E-0002	5.22910252503208E-0002
40	5.45113284194218E-0002	5.44670910430911E-0002
42	5.14227589647612E-0002	5.26445824733238E-0002
44	4.53017669960785E-0002	4.74651021063371E-0002
46	3.74416036390685E-0002	4.01077465693443E-0002
48	2.91506988206608E-0002	3.18954598659792E-0002
50	2.14581522744175E-0002	2.39609009141772E-0002
52	1.49837710313165E-0002	1.70614961027184E-0002
54	9.95487688799157E-0003	1.15504086447434E-0002
56	6.30984104952090E-0003	7.45502123149449E-0003
58	3.82513215551894E-0003	4.59907233098893E-0003
60	2.22282898077747E-0003	2.71810461708964E-0003
62	1.24080125407607E-0003	1.54226318720704E-0003
64	6.66603980646307E-0004	8.41773761692199E-0004
66	3.45280273018488E-0004	4.42750797864367E-0004
68	1.72712977975869E-0004	2.24788528875061E-0004
70	8.35578030934567E-0005	1.10334352675228E-0004
72	3.91535210941215E-0005	5.24315424466110E-0005
74	1.77929216474217E-0005	2.41546258204789E-0005
76	7.85143535685573E-0006	1.08012844114491E-0005

Figura A.5

Arquivo de $q_{x1}(t)$ e $q_{x2}(t)$, SCL110T.DAT, da primeira seção de medição do ensaio D-1 de Sayre e Chang.



Disquete com o programa POISHOM.EXE e os arquivos SCL110.DAT e SCL110T.DAT.
