SIMULAÇÃO DO CONTATO EM CONECTORES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

GUSTAVO SAAD TERRA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por :

Prof. Nelson Francisco Favilla Ebecken, D. Sc.

Prof. Luiz Landau, D. Sc.

Eng. José Antônio Bogarin Geymayr, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 1995

TERRA, GUSTAVO SAAD

Simulação do Contato em Conectores pelo Método dos Elementos Finitos (Rio de Janeiro) 1995.

vi, 122 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1995)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Contato Estrutural. 2. Análise não - linear.
3. Modelação de um conector.

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Ao nosso Pai e à minha família.

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS DE ENGENHARIA CIVIL-ÊNFASE ESTRUTURA (M. Sc.).

SIMULAÇÃO DO CONTATO EM CONECTORES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.

GUSTAVO SAAD TERRA

MARÇO 1995

ORIENTADOR: NELSON F. FAVILLA EBECKEN

PROGRAMA : ENGENHARIA CIVIL

O problema de contato num conector envolve o tratamento claramente não-linear. O "gap", a própria relação tensão deformação para o atrito aplicada ao passe da rosca e a própria geometria do modelo, evidenciam a complexidade da análise.

Ao analisar um conector intermediário de uma plataforma de pernas atirantadas (**tension-leg plataform**), TLP, pelo método dos elementos finitos surgem problemas de convergência devido aos elementos de contato. Com vistas a solucionar tal problema estudou-se a simulação do contato pelo método dos elementos finitos, modelos, malhas, métodos de análises que levassem a uma melhor compreensão dos fenômenos e a uma melhor modelação do contato.

Analisou-se a modelagem do contato considerando-o como restrição generalizada, elementos sólidos lineares e quadráticos, elementos de treliças lineares e não-lineares e o elemento de contato contínuo.

Neste trabalho compara-se a convergência da solução para os métodos de Newton, Newton com acelerador de Aitkens, BFGS e considera-se a não linearidade geométrica.

Através da comparação entre diversas malhas, procurou-se encontrar a melhor representação para o fenômeno físico em questão, bem como estudar melhor os problemas de convergência.

ABSTRACT OF THE THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL FULLFILMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCES (M. Sc.)

CONTACT SIMULATION OF CONECTORS BY THE FINITE ELEMENT METHOD.

GUSTAVO SAAD TERRA

MARCH 1995

THESIS SUPERVISOR : NELSON F. FAVILLA EBECKEN

DEPARTMENT : CIVIL ENGINEERING

The contact problem in a thread-conectors involves a clearly non linear situation. The gap, the friction stress strain relation and the model geometry emphasizes the complexity of the problem.

Trying to analyse an intermediate conector of a typical tension leg plataform, TLP, many convergence problems were found mainly due to the interface elements themselves. The main purpose of this work is to study models, discretizations and methods of simulations with the FEM in a way to overcome these difficulties. A better understanding of the phenomena and a much better contact modelling were achieved.

The contact modelling was analized using generalized constraints, linear and quadratic solid elements, linear and non linear truss elements and interface elements.

The convergence of the incremental solution using the Aitkens accelerator method and BFGS method is discused. The effects of large displacements are also taken into account.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, nosso Pai, pela oportunidade de concluir esta dificil etapa de minha vida.

Depois agradeço aos meus pais pela educação, formação e dedicação que me dispensaram e aos meus filhos e esposa a compreensão pelo afastamento do lar .

É impossível agradecer a todos que de uma maneira ou de outra contribuiram para a realização deste trabalho, entretanto desejo mencionar algumas pessoas e entidades que foram fundamentais para a sua realização.

O professor Nelson Francisco Favilla Ebecken, pela amizade, orientação, estímulo e contribuição técnica na elaboração deste trabalho.

A COPPE e a seus professores e funcionários, pelo apoio, estímulo e autorização de utilizar seus programas de elementos finitos com os quais facilitou-se a conclusão deste trabalho.

O Engenheiro Álvaro Maia da Costa, pelo auxílio nas discussões técnicas do elemento de contato bidimensional do AEEPECD e por sua permissão em utilizar o SAGE.

A Petrobrás, por permitir a utilização de seu computador de grande porte.

Os Engenheiros Lúcia Carvalho Coelho e Luís Fernando Nunes Mello pelo auxílio na execução dos programas do SAGE.

O Engenheiro Cláudio dos Santos Amaral, pelo apoio e estímulo em todo o tempo em que estive no Cenpes utilizando o sistema SAGE.

Estou grato, por suas vigorosas leituras críticas das versões iniciais da tese, bem como sugestões criativas e construtivas nas revisões de vários capítulos, ao Engenheiro José Ronaldo Ornelas Saad.

O Engenheiro Mecânico Kasuiko Koshi pela contribuição técnica na discussão do contato aço - aço.

Agradeço a especial atenção dada pelo Engenheiro Guilherme Saad Terra à impressão e opnião final a diagramação gráfica.

Aos meus familiares, pelo auxílio em resolver meus problemas domésticos, em especial a minha mãe e meu primo Alexandre.

Aos colegas da Escola Técnica Federal de Campos, em especial aos do curso de Edificações, pela arrumação do meu horário de forma a que eu pudesse me deslocar sempre para o Rio de Janeiro.

Ao amigo João Paulo Sá Granja de Abreu e ao estagiário em informática da Sater Engenharia, Rodrigo Rosselini Julio pela diagramação dos gráficos e tabelas.

A SATER Engenharia, pelo apoio dado nos dois últimos meses de redação da Tese.

ÍNDICE:

	PÁGINA
I. - INTRODUÇÃO	1
II. - FORMULAÇÃO INCREMENTAL	25
III. - ELEMENTO FINITO PARA SOLUÇÃO DE INTERFACE	40
IV. - ESTUDO DOS CASOS	52
V. - CONCLUSÕES	113
VI. - BIBLIOGRAFIA	116

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1 Descrição do problema.

Com a crise mundial do petróleo iniciada em 1973, a humanidade se deu conta de que se novas reservas não fossem imediatamente localizadas, as então existentes se esgotariam nos 20 anos seguintes.

No Brasil, como de resto no mundo, começou a procura incessante de novas jazidas devido ao crescimento acelerado dos preços que passaram a ser praticados pelos produtores da OPEP.

Como as maiores reservas inexploradas do planeta se achavam no mar, o país direcionou seus esforços no sentido de adquirir e desenvolver tecnologia em engenharia OFF SHORE.

Recentemente, a Petrobrás descobriu grandes reservas submarinas de petróleo sob lâminas d'água acima de 500m. Para estas profundidades, uma possível solução estrutural para as instalações de prospecção e produção é a TLP ou PLATAFORMA DE PERNAS ATIRANTADAS, figs. 1.1 e 1.2.

A TLP é constituída por um "deck" onde se acomodam os equipamentos e se executam as obras civis, e é apoiado sobre um casco. Este casco flutuante é aprisionado ao fundo do mar por tendões. Os tendões sofrem um pré-carregamento, que se traduz em uma sobrecarga no casco, obrigando-o a submergir, e que em contra partida provoca um novo empuxo da água que tenderia a emergi-lo para se auto equilibrar, igualando-se com o peso inicial da estrutura. Porém os tendões impedem este retorno. A diferença entre o novo empuxo e o peso da estrutura é exatamente a força de tração atuante nos tendões.

É esta força de tração nos tendões que aumenta a estabilidade da estrutura, diminuindo a amplitude dos movimentos da plataforma e aumentando a sua frequência de oscilação. Sem este amortecimento na sua oscilação ficaria impossível utilizar uma plataforma para exploração do petróleo no mar. Grandes amplitudes além de serem desconfortáveis ao homem, levariam ao rompimento dos "risers".

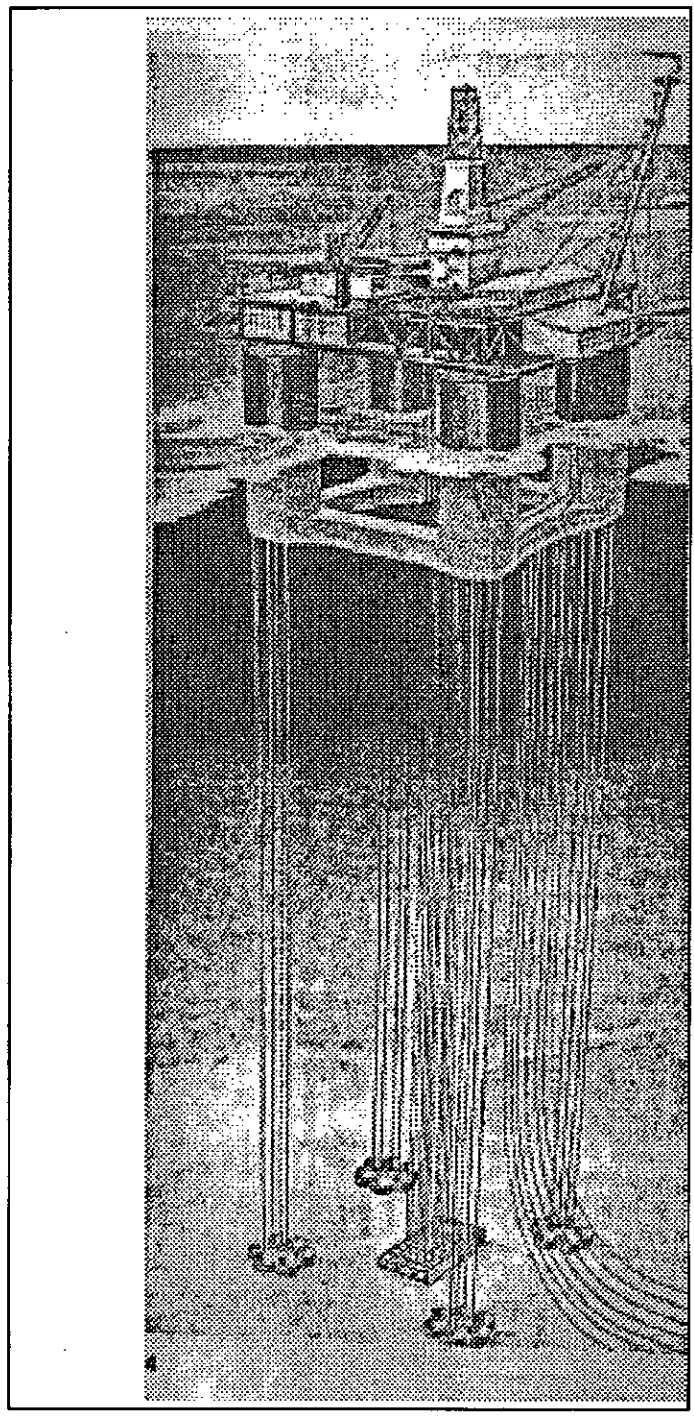


Figura 1.1 - Desenho de uma TLP.

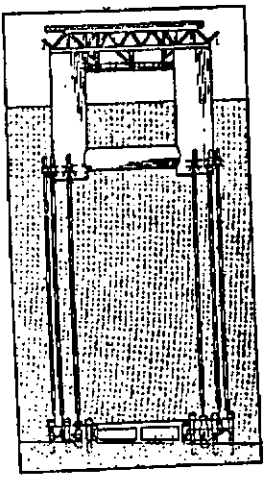
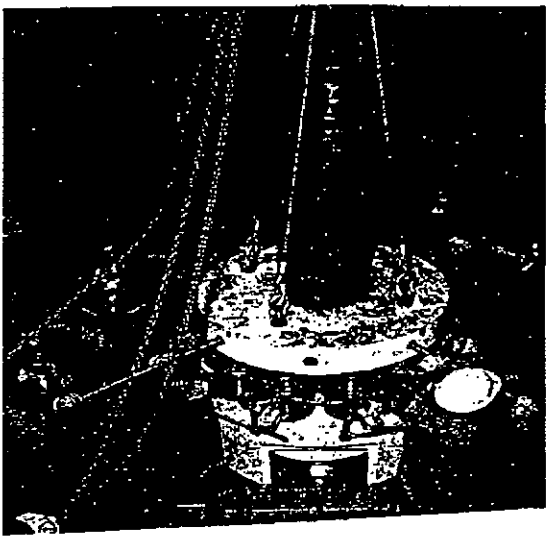


Figura 1.2 - Perfil de uma TLP.



A estabilidade da estrutura está essencialmente ligada aos tendões. São eles tão importantes que além de sofrerem análise rigorosa, jamais se pode admitir o rompimento nas suas interligações. Os conectores, parte crítica dos tendões, para a sua correta especificação necessitam de uma prévia análise de tensões, englobando a otimização estrutural da topologia do conector, a análise limite e a fadiga.

A Exxon através Harding e outros em seu trabalho ref[1] desconsidera a possibilidade do conector ser menos resistente do que o tendão.

Há dois tipos de tendões:

O inteiriço, elemento estrutural único, que vai do "deck" até a fundação (utilizado na plaforma de Jolliet em 1989);

O tendão em tramos, ou tirante seccionado. Utilizado nas TLP's de Hutton e Snorre, com 145 e 310 m de lâmina d'água respectivamente.

Como os tirantes ficam submetidos exclusivamente à tração e também sofrem efeitos dinâmicos, não se pode soldá-los, logicamente. A alternativa da utilização de conectores torna-se imperiosa em tendões de uma TLP.

O tendão em tramos de uma TLP possui basicamente três diferentes tipos de conectores:

O superior, rosqueado, no sistema porca-parafuso, ficando a porca no "deck" da plataforma e o parafuso sendo o próprio conector, fig. 1.3 e 1.4.

O inferior, de engate rápido, Fig. 1.5, 1.6 e 1.7, em que o macho entra por uma ranhura da fêmea presa na fundação, entra num receptáculo, gira, e sobe por outra ranhura que não tem abertura, fixando o tendão na fundação. Traciona-se então o tendão, que não tem assim como se soltar.

O conector intermediário, figs. 1.8 e 1.9, é rosqueado com sistema macho e fêmea.

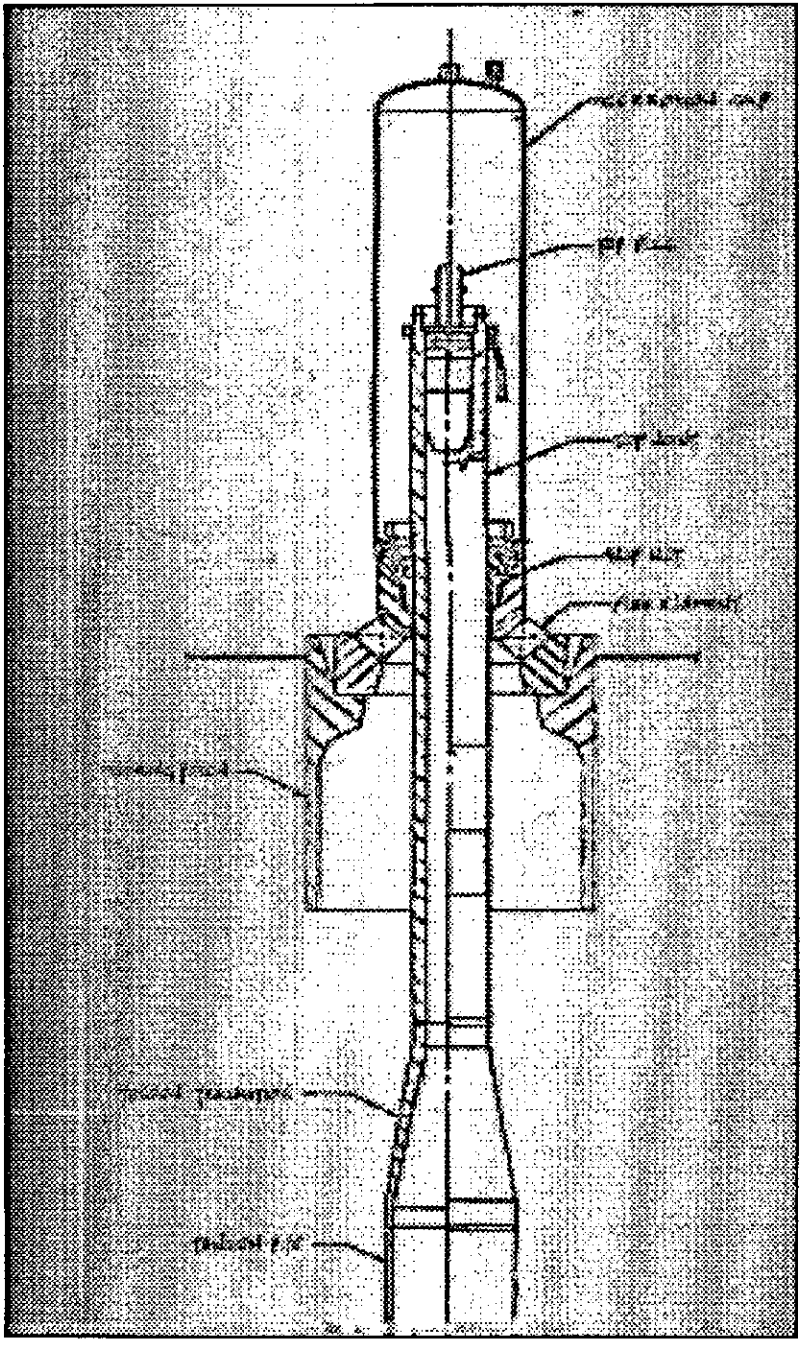


Figura 1.4 - Conector Superior de um tendão de uma TLP.

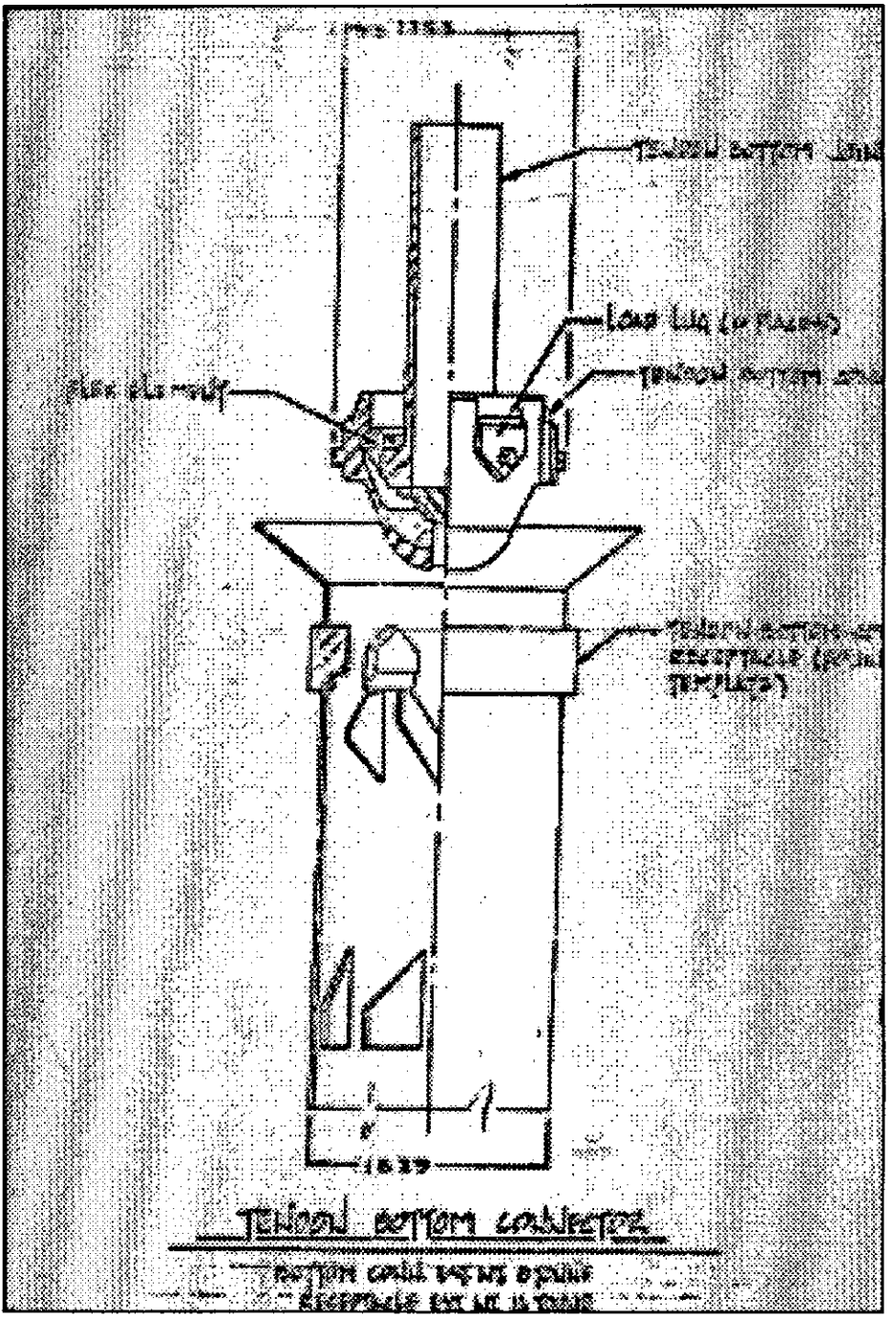


Figura 1.5 - Processo de engate do tendão no conector inferior.

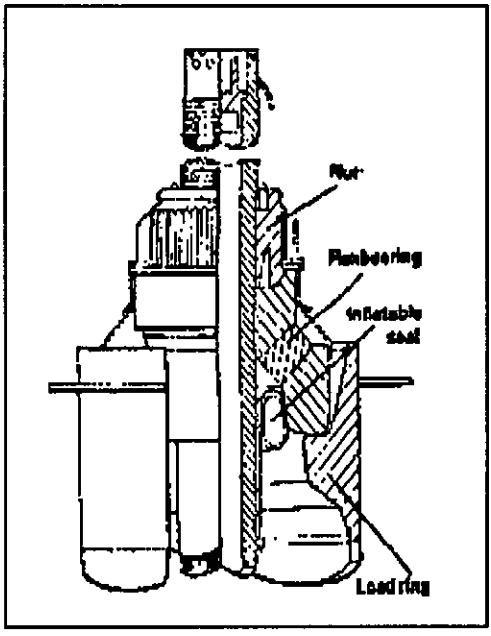


Figura 1.6 - Conector inferior de um tendão de uma TLP.

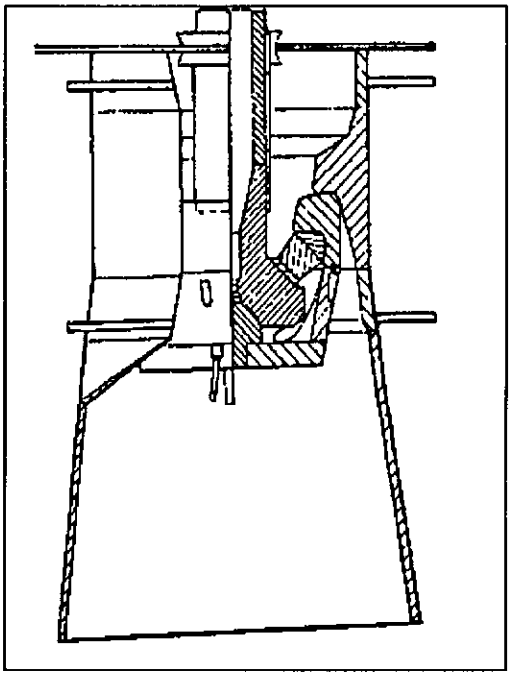


Figura 1.7 - Perfil seccionando a ranhura do conector inferior.

I.2 Referências bibliográficas.

Na estrutura do tendão a peça mais sujeita a concentrações de tensão segundo Glinka [11] são os dentes dos conectores. Quando há combinação de alta concentração de tensão com carga cíclica num determinado ponto, aumenta a possibilidade da estrutura se romper. Dimensionar conectores mais robustoz para evitar o seu rompimento, torna-o mais caros. Por conta disso tenta-se diminuir a concentração de tensões nele. Uma boa solução estrutural e um bom projeto de um conector significa melhor funcionamento da estrutura e evidentemente economia.

Soluções analíticas para determinar tensões locais, vários autores propuseram, mas todas de caráter aproximado, ref[2] e [3]. Para a análise da carga distribuída nos dentes de um conector convencional, ou seja, sem inclinação da rosca, Stromeyer [2] foi o primeiro a pesquisar. Ele afirmou ser irregular essa distribuição nos dentes da rosca. Sopwith [4] não só confirmou como estendeu essas conclusões.

No passado, sem contar com as facilidades computacionais, Hetényl [5] propôs estudar como melhor regularizar este problema através da fotoelasticidade, que foi também objeto de Brown em [6].

Um exemplo deste processo em [4] e [6] consiste em aplicar através de uma prensa uma carga no modelo. Aquecê-lo lentamente durante 3 h até 120 ^{0}C mantendo esta temperatura por mais 4 h. Voltar à temperatura ambiente e esperar 6 h. Este processo congela o nível de tensão e as deformações obtidas a alta temperatura, facilitando a observação dos fenômenos a eles ligados. Em seguida faz-se a imersão da peça em uma solução Halowax RD11-1, que tem o mesmo índice de refração do baquelite do fotoelástico.

A partir desse ponto ele emite uma luz polarizada e com a sua projeção num vidro observam-se as cristas formadas por curvas de mesma tensão. Uma explicação detalhada sobre os princípios físicos e processos mecânicos da fotoelasticidade pode ser encontrada em Pettrucci e outros [9].

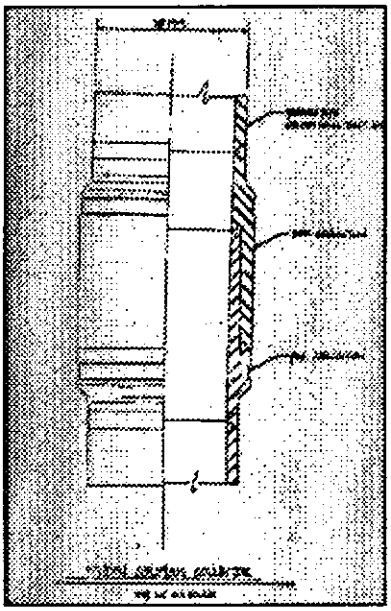


Figura 1.8 - Conector de uma TLP.

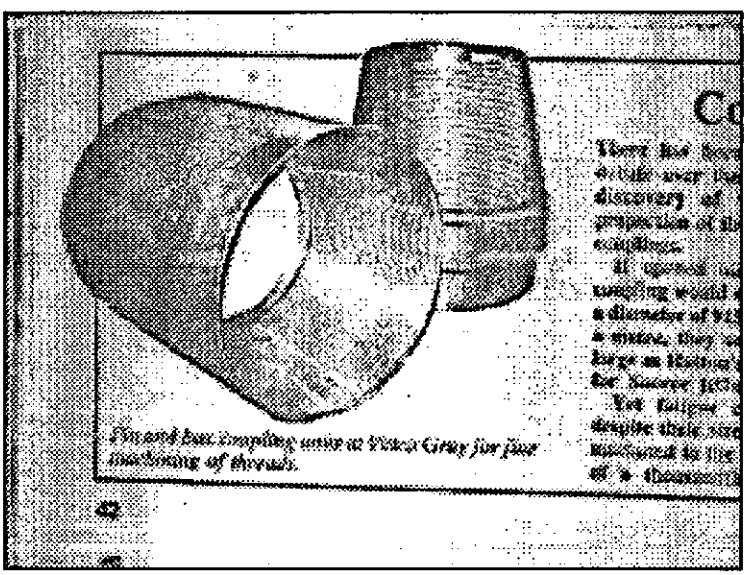


Figura 1.9 - Foto de um conector, tipo macho-fêmea.

É um método com boa precisão mas muito trabalhoso. De difícil aplicação em comparação com os poderosos métodos numéricos atuais, usados principalmente por Pick e outros [7] e Maruyama e outros [8].

No conector intermediário da TLP, a rosca tem uma inclinação em relação ao eixo da peça, para promover o engate com rosqueamento pequeno e distribuir melhor as cargas, como demonstraram Guderson, Buitrego, Fox e Burns, ref [12]. Nas fig. 1.10, 1.11 e 1.12 vê-se a distribuição das cargas de acordo com a inclinação dos dentes. Quanto mais acentuada a inclinação do rosqueamento mais rápido acontece o engate e melhor é a distribuição das cargas no conector. Um conector sem inclinação da rosca teria os seus dentes extremos demasiadamente carregados.

Buitrago e outros, ref.[10], analisou e ensaiou 23 protótipos de conectores sendo 18 em escala reduzida de um para seis e 3 em escala de um para três, sobre os seguintes aspectos: corrosão, fadiga, instalação e carregamento. Mostrou que conectores com relações maiores entre o diâmetro externo (DE) e a espessura da parede (t) conduziriam a um menor peso de aço, levando a menores custos dos tendões. A relação DE/t recomendada é da ordem de 20 a 30. Na TLP de Huton esta relação foi baixa, em torno de 10. O diâmetro era de 10.25 in e a espessura de 1.2 in.

Neste estudo chegam-se às seguintes conclusões em relação a utilização de conectores com maior relação DE/t:

- O custo do conector é de pelo menos 2,4 vezes maior do que o do tendão para uma determinada carga.

- O conector é engatado e rosqueado mais facilmente e em menor tempo.

- O comportamento frente a fadiga é melhorado.

- A relação entre a capacidade de suporte de carga e o peso é maior.

- A resistência a momentos torçores e fletores é maior.

- A conexão não demonstra tendência a "jump-out", desconecção dos dentes.

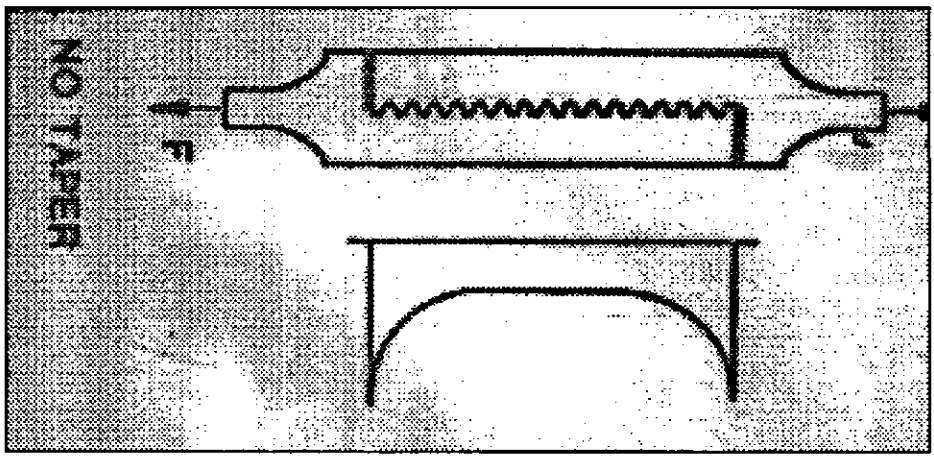


Figura 1.10 - Tensão nos dentes de um conector sem inclinação.

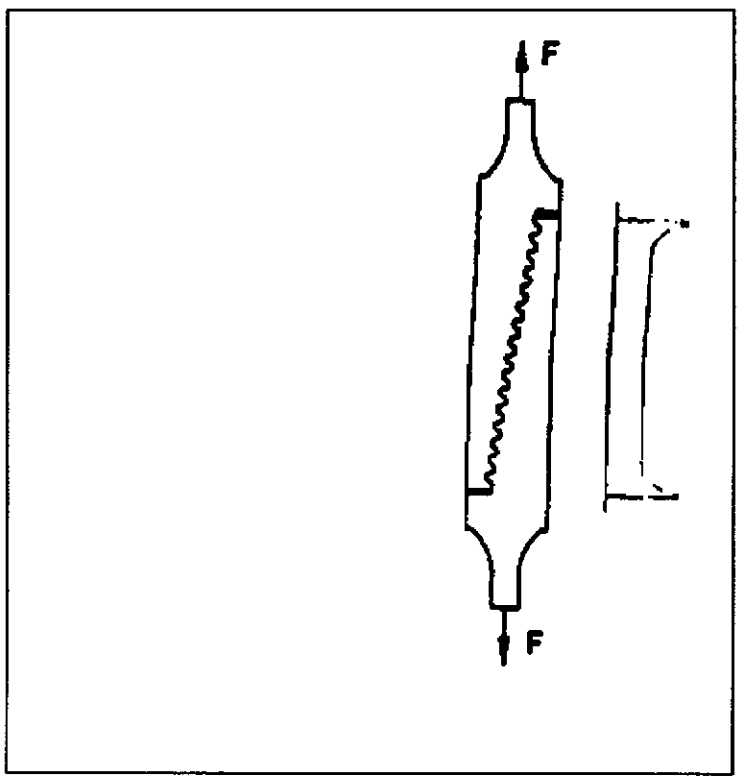


Figura 1.11 - Tensão nos dentes com inclinação parcial.

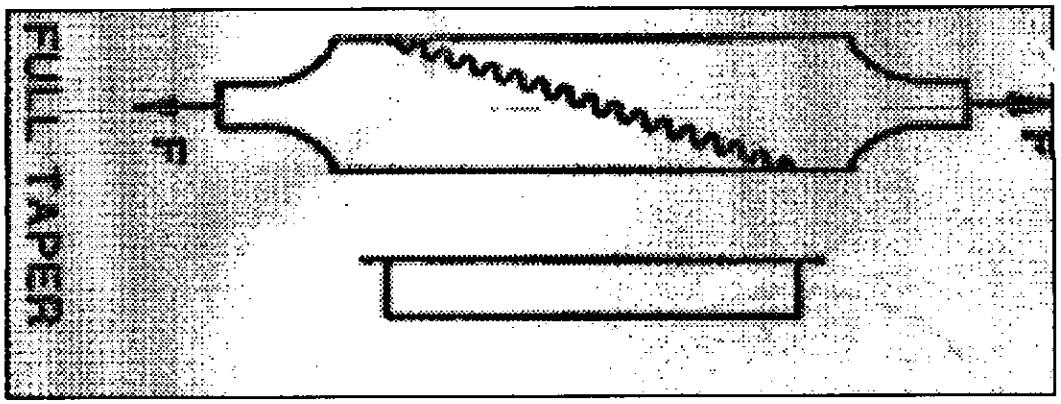


Figura 1.12 - Tensão nos dentes com inclinação total.

Buitrago usou DE/t igual a 30, com diâmetro externo de 1.22m e espessura de parede de 0.041m. O peso por metro do conector foi apenas 2,4 vezes a do conector. Numa emenda conectada o valor mínimo é 2.0 vezes o peso por metro do tendão. E o maior SCF, "stress concentration factor" foi de 1,4.

Além da análise por elementos finitos ele ensaia protótipos para ratificar os resultados computacionais bem como verificar conclusões de outros pesquisadores, como Hetenyl [5].

A TLP de Jolliet em 1989, projetada para funcionar com 12 tendões inteiriços numa profundidade de 536m sofreu um acidente quando do transporte do primeiro par de tendões para o local. Uma tempestade provocou a sua queda no mar. Este foi o principal motivo porque hoje se utiliza tirantes conectados.

Entre os técnicos a tendência é dotar as TLP's com tirantes em tramos, unidas as suas partes por conectores, devido a facilidade de transporte e armazenamento.

A utilização de tirantes com conectores em tramos requer, como se viu acima, o uso de conectores. O uso de conectores obriga a um correto dimensionamento e a uma correta especificação.

Uma rigorosa análise de um conector tem de levar em conta os efeitos dinâmicos com tração.

A fadiga é outro ponto que tem de ser analisado, como fez Chen [13], que estudou o problema da vida útil do equipamento. Os resultados teóricos foram confirmados na prática com protótipos.

Por outro lado, o cálculo de conectores enfrenta grandes dificuldades, como por exemplo aquelas citadas em Bortman e outros [14].

"Conectores são conjuntos estruturais complicados. Um rigoroso cálculo requer considerações como tridimensionalidade com atrito, contato, não linearidade física e geométrica, modos de instalação."

Além dessas citadas pode-se acrescentar a análise de fadiga. A estanqueidade do tirante também tem de ser garantida no conector.

O simples afastamento inicial, "gap", que existe entre os contatos de um conector já demandaria uma análise não linear.

Mas no contato, a não linearidade é causada não só pelo "gap", mas também pelo material e pelo atrito, que pela lei de Coulomb que o governa é uma função eminentemente *não linear*, fig. 1.13. Este mesmo atrito ocorre ao longo de toda a superfície em contato, sendo portanto uma força tridimensional.

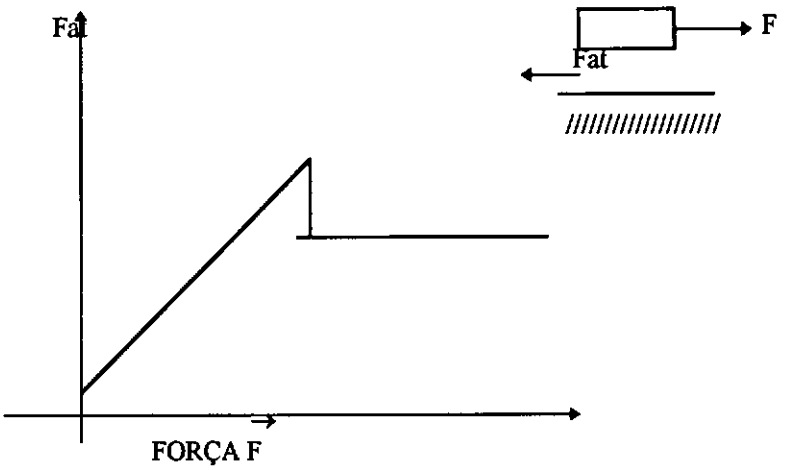


Figura 1.13 - Gráfico da força de atrito

Voltando ao ponto de vista do tipo da análise: o contato das duas superfícies, se dá inicialmente por 3 pontos no mínimo, fig. 1.14. A força de contato aplicada somente nessa área gera uma tensão quase infinita, causando assim a *plastificação* da matéria. Em sequência, mais pontos das duas superfícies entram em contato. Este processo se repete até que a tensão gerada na união das peças, não só leve ao equilíbrio a força de contato como também compatibilize a tensão do material com a sua deformação. Portanto, a análise elastoplástica representa melhor os fenômenos físicos envolvidos. Devido ao contato, uma análise para ser rigorosa deveria ser tridimensional, elasto-plástica e não linear.

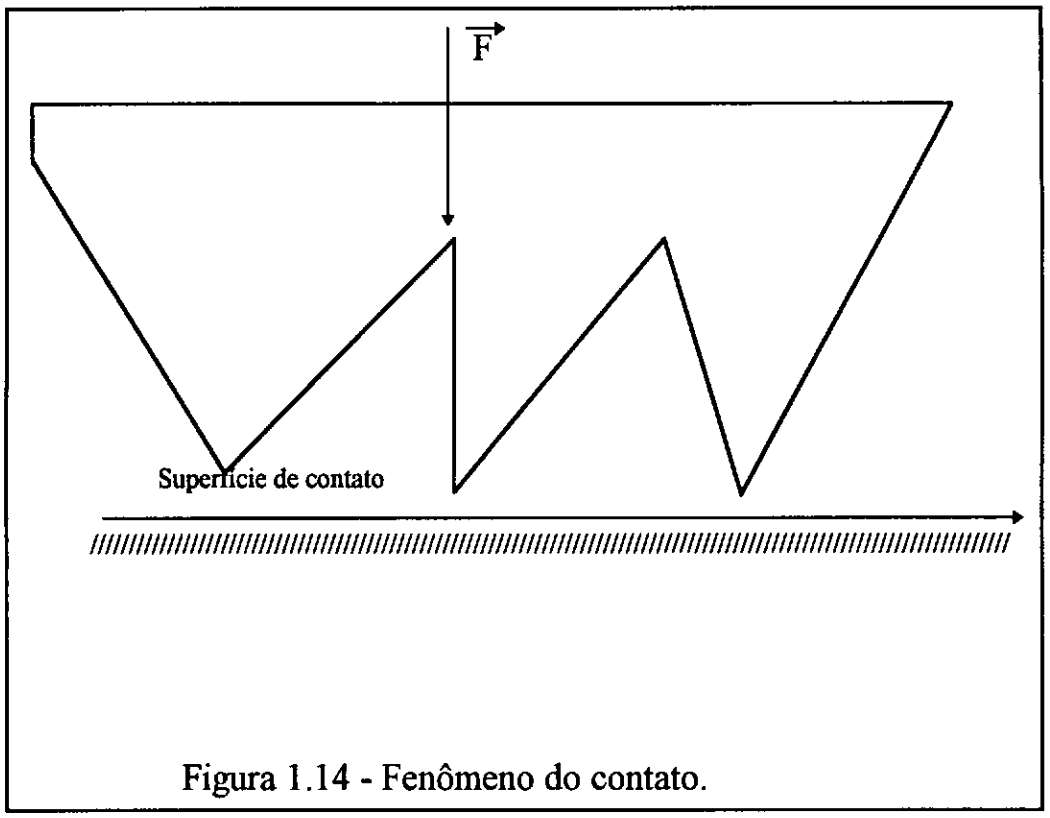


Figura 1.14 - Fenômeno do contato.

Outra característica fundamental do conector é a estanqueidade, que deverá estar garantida quando apenas 70% da área entre as suas faces estiverem em contato.

Para garantir a estanqueidade do tendão na região do conector, quando o rosqueamento de encaixe do macho na fêmea está terminando eles sofrem um torque que promove a plastificação de seus contatos. Esta plastificação não só tem o objetivo de garantir a estanqueidade como o de diminuir o SCF, "stress concentration factor", que ocorre ao se carregar o conector.

Para uniformizar as tensões nos dentes e confirmar a estanqueidade, o conector é submetido a um pré carregamento, que é conseguido mediante tensão dada nos tendões antes da retirada do lastro sobre o casco, e antes da TLP emergir por aumento do esforço.

Desse modo, a análise mais aproximada, dos fenômenos físicos envolvidos seria uma análise dinâmica, elastoplastica e não linear (física e geométrica), num modelo de malha tri-dimensional de elementos de contato não lineares (pelo "GAP" e/ou "HOOK" e pela própria lei que rege o atrito).

Esses problemas estão sendo discutidos por grande parte dos engenheiros projetistas estruturais do setor petrolífero, pois quanto mais o petróleo escassear mais o homem direcionará as suas prospecções para as águas profundas em busca das novas reservas , dependente inexoravelmente das TLP's, dos tendões e dos conectores para tendão.

Historicamente, analisavam-se conectores levando em conta as tensões máximas aplicadas e as máximas deformações permitidas, visto que carregamentos dinâmicos, e consequentemente a fadiga, não eram fatores de primeira grandeza, para não falar na deficiência de "know how" de então. O uso de conectores rosqueados em TLP tem contribuído para mudar este quadro.

Somente nos últimos 10 anos tem-se utilizado conectores para os tirantes de TLP. Sendo um assunto de tão pequena bibliografia não existem normas para cálculo ou especificações para instalação.

Para conectores rosqueados normais tem-se a norma API RP7A1. O mesmo não acontece para os conectores rosqueados para tendões. Fabricados pelas firmas VETCO, CAMERON, REGAL, HUNTING OIL FIELF SERVIVE e HIDRAL, esses fabricantes têm procurado especificar e elaborar normas, mas por enquanto os projetistas utilizam a norma ARMI para vaso de pressão no dimensionamento do conector, visto que a estanqueidade do tendão é também de suma importância para a estabilidade estrutural da TLP.

Trabalhos como o de Harding e outros [1] apoiados pela Exxon demonstram a importância da garantia de que todos estes fatores citados estejam exatamente considerados no cálculo do conector. No referido trabalho fez-se um estudo probabilístico desprezando qualquer possibilidade de ocorrência da rutura no conector, pela simples razão de que não se dimensiona uma emenda para ficar menos resistente do que o restante do conjunto, porquanto a economia aí conseguida seria irrelevante.

No relatório do Projeto Coppetec ET - 150.449, ref. [19], ficou evidenciada a não convergência do processo de solução, devido ao fato de que o elemento de contato inicia o processo sendo tracionado quando na verdade, fisicamente, ele é comprimido (é o caso do elemento 27 da figura 4.7).

I.3 Objetivo :

O trabalho ora apresentado tem por principais objetivos :

- Melhor compreensão do problema do contato em conectores.

- Escolha da melhor modelagem para o problema do contato para conectores.

- Definição de uma estratégia básica para modelagem do contato em conectores pelo método dos elementos finitos.

- Busca da otimização dos valores das propriedades dos materiais na simulação do contato, buscando não só melhor representação para o contato como convergência para a realidade física do fenômeno.

- Comparação das soluções entre os vários modelos adotados para simular o contato.

- Verificação da eficiência da utilização de aceleradores para solução do problema iterativo.

- Verificação da consideração de grandes deslocamentos na análise do contato em conectores.

I.4 Solução mais indicada para o contato estrutural.

Na engenharia, para a solução de contato estrutural tem-se duas alternativas :

i) Técnica de programação baseada em solução matemática dos princípios variacionais que governam o problema, considerado o seu contorno.

ii) Técnica incremental que quase sempre requer alguma forma de processo iterativo introduzindo algum tipo de elemento de contato.

A primeira solução é precisa, mas infelizmente e na maioria das vezes, somente possível para o caso elástico linear com condições de contorno amigáveis.

A geometria dos conectores não é simples de se definir, para não dizer inexequível em termos práticos, dificultando assim adotar-se uma programação exata para o problema.

A segunda solução, além de ser aproximada e não garantir a unicidade da solução, nem sempre converge para uma solução correta.

E ainda mais, tem-se de contar com o "feelling" pessoal do profissional quando da definição dos intervalos de divisão incremental para que ocorra a convergência do problema.

Mas apesar de todas estas desvantagens, ainda é a segunda solução a mais eficiente para esta gama de problemas, visto que se pode resolver questões governadas por leis não lineares, como eminentemente se comporta o atrito. Sendo ainda a elasto-plasticidade mais um complicador para a análise em questão.

Como os computadores hoje disponíveis são capazes de elaborar milhões de operações em poucos segundos, pode-se chegar pelo método das tentativas, erro versus acerto, a resultados próximos do fisicamente correto com precisão tanto maior quanto maior for o trabalho computacional ou/e a aplicação de algoritmos mais eficientes e malhas mais refinadas. O resultado

poderá ser tão exato quanto o profissional desejar e a necessidade de minimizar os custos assim o exigir.

Neste trabalho optou-se por analisar o contato de um conector através de uma malha bidimensional axissimétrica e por um método iterativo-incremental. Maior informação sobre programação matemática vide ref. [20] e [21].

Um forte argumento a favor da análise incremental é que, o fenômeno do contato, em si, é não linear, e sendo a determinação das propriedades dos materiais envolvidos apenas aproximada.

Alcançar uma solução "exata", somente seria possível se desprezássemos o fenômeno mais importante que influencia aqui a análise: a não linearidade do atrito. E a solução candidata a "exata" deixaria de sê-lo em suas premissas básicas.

A engenharia faz opção pela análise que melhor representa os fenômenos físicos aí envolvidos.

Pode-se dividir os modelos de elementos finitos para conectores em 5 grupos:

a)modelos tri-dimensionais - representam melhor os fenômenos físicos envolvidos, mas são muito trabalhosos e custosos. Raramente são utilizados , só o sendo para problemas localizados;

b) modelo bi-dimensional - também preciso. Alguns efeitos não lineares podem ser simulados, tais como atrito e plasticidade no contato. Muitos graus de liberdade também são envolvidos.

c) modelo uni-dimensional - número finito de argolas ligadas em torno do dente. Hsu e outros. [22] utilizam este modelo. Dentes são representados por argolas rígidas conectadas a molas nos dois lados.

d) linha de molas - muito utilizada na indústria aeronáutica. Cada dente é uma mola unidimensional conectada em dois pontos. Kuo e outros na ref.

[23] aplica este modelo. Esta aproximação é inconsistente com a formulação baseada no princípio dos trabalhos virtuais. Logo, os resultados das análises baseadas nesta simplificação fornecem valores totalmente dependentes da discretização dada à malha de elementos finitos.

e) cada dente é simulado por um nó que é incluído nas duas malhas. A aproximação é similar a anterior, obsoleta, Também inconsistente. Tem-se um exemplo de sua aplicação em Moyer e outros [24], no cálculo do "stress concentration factor", SCF, de uma fenda de uma placa.

Rowlands e outros [25] usaram o método dos elementos finitos, material elástico linear, isotrópico ou ortotrópico, para o problema de contato. A modelagem considerou o atrito ao longo da superfície de contato entre os pinos rígidos e a placa ortotrópica.

O carregamento é incremental e o tipo de elemento usado é o quadrilátero isoparamétrico curvo de 8 nós e 16 graus de liberdade.

Wang e outros [15] fizeram uma aproximação similar. Elementos bi-dimensionais de 8 nós modelaram a placa enquanto um elemento particular resistente ao esforço cortante é desenvolvido para simular os dentes. Porém as juntas são assumidas como lineares elásticas, com a não liberação inicial do "Gap", espaço entre os dentes. Admite-se que os dentes não transmitem o esforço cortante puro, momento ou atrito.

Os dentes são modelados como um elemento quase dimensional de elemento cortante.

Dattaguru e outros [16] desenvolveram para a análise local um método de elemento finito híbrido especial para um dente mal assentado em uma placa de dimensões sujeita a uma carga bi-axial. As funções de forma empregadas nestes procedimentos para deslocamentos foram derivadas de solução de séries de funções de tensão satisfazendo a equação diferencial que governa a placa e algumas das condições de contorno desrespeitadas.

Na região da placa em torno deste elemento especial quadrilátero foi usada a técnica inversa. Foi estendida para o método dos elementos finitos. Esta técnica, ou procedimento, é interessante para a análise de detalhes.

Contudo este procedimento não pode ser executado para calcular as cargas distribuídas nos dentes assim como não pode também ser ignorado o atrito da tração.

Tong e outros [26] propuseram um super-elemento para modelar um painel trincado com rebite. O modelo é baseado numa formulação híbrida.

Os rebites são representados por molas, e elementos finitos regulares modelam as partes.

Usa-se o super-elemento desenvolvido em [17] com uma modificação para que o rebite fique no local planejado. Pode-se considerar que o orifício devido ao rebite é muito pequeno em relação ao comprimento da trinca.

Aproxima-se as funções de tensão, como o somatório de cargas concentradas no centro do furo do rebite. Este modelo não conta com a possibilidade de liberação dos dentes e outras não linearidades, tais como a do material e do atrito.

Bortman e outros [18], usando uma poderosa "workstation" implementou uma versão para o problema de contato.

O cerne dos seus estudos foi formulado para estruturas e análise de deformação para duas placas em contato. Elas estão restritas para tentar trabalhar no limite elástico, o material pode ser isotrópico ou ortotrópico. Os dentes podem ser de diversas geometrias e tipos de material. Podem ser instalados com diferentes liberações. O atrito existente entre os dentes e a superfície vazada e entre as placas na vizinhança de cada dente é considerado.

A condição de carregamento é pela aplicação de força ou imposição de deslocamentos. Pode-se resultar uma resposta não linear.

Tensões, deformações e campo de deslocamentos são assumidos como bi-dimensionais dentro da placa, isto é, um estado plano de tensão ou de deformação.

O comportamento esperado é que o comportamento geral da placa responda com um campo de deslocamentos lineares. No interior da placa, no local da carga concentrada o campo de deslocamento é não linear.

Os dentes são moldados por molas presas na malha bidimensional.

Construiu-se um modelo de 10 dentes.

Chegou-se a conclusão de que este modelo e esta análise estão realmente reproduzindo o modelo físico que se aproxima do modelo físico real para represenção do contato.

A maioria dos trabalhos até aqui comentados, simplificam o problema de contato. Como uma grande parte dos seus resultados tem sido satisfatória, pode-se afirmar que: Apesar da análise rigorosa do conector ser a tridimensional, uma solução satisfatória pode ser obtida por uma malha bidimensional.

Graus de liberdade, tempo, custo computacional e trabalho no pré-processamento, processamento e pós-processamento de uma malha bidimensional são muito menores.

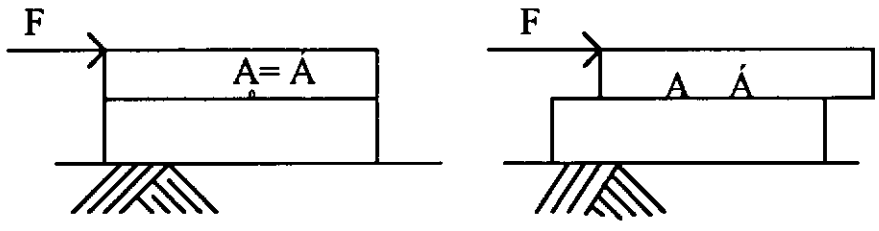
Para tornar este problema tratável em termos práticos deve-se reduzí-lo, pelo menos, a uma análise bidimensional axissimétrica.

Por todos os motivos expostos acima optou-se por analisar o contato de um conector através de uma malha bidimensional e um método iterativo - incremental.

O método de elementos finitos teve uma das primeiras aplicações práticas em engenharia civil na análise do ensaio de uma fundação ortotrópica levada a ruptura.

Segundo G. Beer e outros [27], juntas com espessuras finitas são fáceis de modelar e analisar com o uso de elementos finitos. Porém, em questões de contato infinitesimal o resultado foge totalmente da realidade.

Observe a figura abaixo (com uma carga aplicada no topo e uma junta no meio): após o deslizamento, um ponto no contato A vira $A\,A'$. A técnica de elementos finitos procura obter uma única solução, mas termina por não conseguir representar bem este fenômeno.



Goodman, Taylor e Brekk em 1968, ref. [28] propuseram um elemento linear unidimensional para análise bi-dimensional com elementos de quatro nós e espessura inicialmente zero. Os nós 1 e 4 com os nós 2 e 3 são coincidentes.

Zienkiewicz e outros 1970, propuseram um elemento de 6 nós, com espessura arbitrária para juntas que poderiam ter qualquer forma. A propriedade do material poderia ser isotrópica, E, ν e G seriam iguais para todas as direções do material, ou ortotrópicas, diferentes para duas direções perpendiculares. Quanto menor a espessura, maior o trabalho computacional para solução da análise.

Ghaboussi, Isenberg e outros, 1973, [29] propuseram um elemento para juntas de rochas baseado em conceitos da teoria da plasticidade.

O estudo de contato para juntas, normalmente de espessuras finitas, tem merecido muito mais trabalhos do que o contato aço com espessura infinitesimal.

Métodos de representação do comportamento de juntas foram desenvolvidos por Goodman, Taylor e outros, 1968; Zienkiewicz [30], Valliappan, e outros,1970 e Ghaboussi, Isenberg, e outros,1973 ref[29].

Todavia, eficientes métodos numéricos e tipos de elementos não têm tido grandes avanços na área de contato aço- aço.

G. Gudehus em Finite Elements in Geomechanics ref. [31] propuseram elementos para contato geomecânico que são adotados neste trabalho para contato de duas superficies aço-aço para efeito de comparação com modelo de barras lineares e não linear e solução para a consideração de restrição generalizada.

Esse trabalho está organizado em capítulos que abrangem os seguintes tópicos :

No capítulo II aborda-se resumidamente a formulação incremental com comentários sobre a solução não linear, modelos de contato utilizado, não-linearidade fisica e geométrica e métodos de solução das equações de algoritmos não-lineares.

No capítulo III são apresentados uma pequena revisão bibliográfica sobre elementos finitos para solução de interface e descrição dos elementos de contato utilizados na tese.

No capítulo IV fazem-se os estudos dos casos.

No capítulo V têm-se as conclusões, sugestões e após, as referências bibliográficas no capítulo VI.

CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO INCREMENTAL

No âmbito da engenharia dos sólidos tenta-se simular os fenômenos físicos por uma análise não - linear, física e geométrica com fluência, relaxação, retração, etc. Porém a engenharia tem se desenvolvido no sentido de simplificar os problemas ao máximo, desde que represente corretamente o fenômeno envolvido levando em conta a relação custo benefício.

Por exemplo se uma coluna de aço é comprimida elasticamente, nós utilizamos uma análise elástica linear para representar e analisar o fenômeno. Esta análise linear elástica dará um resultado tão bom quanto uma análise bem mais complexa. Pois temos deslocamentos muito pequenos e material elástico linear, com um carregamento que não ultrapassa a tensão de escoamento do material.

II.1 Análise elástica linear :

$$\underline{\kappa}.\underline{\mu}=\underline{\Re}$$

$\underline{\kappa}$ = > Matriz de rigidez $\underline{\mu}$ => Deslocamento

$\underline{\Re}$ = > Carregamento

Porém nem sempre é possível tal simplificação, fenômenos com carregamento simples, geometria e material bem comportado.

No contato de dentes de conectores, uma formulação mínima aceitável é uma análise não - linear, visto que no contato tem-se situação de plastificação dos elementos envolvidos. E em um conector para TLP,

obrigatoriamente tem-se que plastificar o contato para garantir a estanqueidade do tendão.

Por este e outros problemas desenvolveram-se programas que simulam fenômenos não lineares, fluência e demais fenômenos. Porém tais programas consomem maior gasto computacional além de problemas de convergência da solução.

No presente trabalho foi utilizado um programa para análises não - lineares baseado no Bathe [1]. a seguir descrito.

II.1.1 Equações de equilíbrio do sistema estrutural.

Numa análise linear as equações de equilíbrio de elemento finito são governadas no tempo $t + \Delta t$ por :

$$\underline{K}\,{}^{t+\Delta t}\underline{U} = {}^{t+\Delta t}\underline{R} \qquad (2.1)$$

Numa análise não linear as equações ficam :

$${}^{t}\underline{K}\,\underline{U} = {}^{t+\Delta t}\underline{R} - {}^{t}\underline{F} \qquad (2.2)$$

A notação utilizada na equação (2.1) é a seguinte :

$\underline{K}$ = matriz de rigidez constante.

${}^{t}\underline{K}$ = matriz de rigidez tangente no tempo t

${}^{t}\underline{R} + {}^{t+\Delta t}\underline{R}$ = vetor de carga externa aplicado no tempo t, $t + \Delta t$

${}^{t}\underline{F}$ = vetor da força nodal equivalente às tensões do elemento no tempo t

$\underline{U}$ = vetor de incremento de deslocamento nodal do tempo t, ao tempo $t + \Delta t$, isto é, $\underline{U} = {}^{t+\Delta t}\underline{U} - {}^{t}\underline{U}$.

A solução da equação (2.2) produz, em geral, um acréscimo dos deslocamentos $\underline{U}$. Para melhorar a precisão da solução e em alguns casos para prevenir o desenvolvimento de instabilidade, pode ser necessário utilizar equilíbrio iterativo em cada um dos incrementos de tempo selecionados. Neste caso foram consideradas as equações de equilíbrio como :

$$ {}^{t}\underline{K}\,\Delta\underline{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\underline{R} - {}^{t+\Delta t}\underline{F}^{(i-1)} \qquad i = 1, 2, 3.... \quad (2.3) $$

Onde ${}^{t}\underline{K}$, e ${}^{t+\Delta t}\underline{R}$ foram definidos anteriormente;

${}^{t+\Delta t}\underline{U}^{(i)} = {}^{t+\Delta t}\underline{U}^{(i-1)} + \Delta\underline{U}^{(i)}$ são as aproximações para os deslocamentos obtidos na interação i. A primeira iteração tem-se i = 1 na equação (2.3), corresponde à solução da equação (2) onde $\Delta\underline{U}^{(1)} = \underline{U}$, ${}^{t+\Delta t}\underline{U}^{(0)} = {}^{t}\underline{U}$, ${}^{t+\Delta t}\underline{F}^{(0)} + {}^{t}\underline{F}^{(0)} = {}^{t}\underline{F}$. O vetor das forças nodal , ${}^{t+\Delta t}\underline{F}^{(i-1)}$ é equivalente a tensões no elemento na configuração correspondendo aos deslocamentos , ${}^{t+\Delta t}\underline{U}^{(i-1)}$.

O esquema de solução usado na equação (2.3) corresponde ao método iterativo de Newton modificado. A convergência pode ser acelerada usando o acelerador de AITKEN ou o método BFGS.

Mais a frente teremos os algorítmos para análise estática linear ou não linear. As operações específicas efetuadas durante a solução incremento por incremento são discutidas em seção a frente.

II.1.2 Elemento para matrizes de estrutura e vetores de força.

As matrizes de estrutura na tabela 2.1 são formadas por adição direta das matrizes de elemento e de vetores ; por exemplo

$$\underline{K} = \sum_{m} \underline{K}^{(m)} \tag{2.4}$$

Onde $\underline{K}^{(m)}$ é a matriz de rigidez do enésimo elemento. Embora $\underline{K}^{m)}$ seja formalmente da mesma ordem que $\underline{K}$, só aqueles termos em $K^{(m)}$ que pertencem ao grau de liberdade do elemento são não zero. A adição das matrizes de elemento e de vetores pode por isso ser efetuada utilizando as matrizes de elemento de forma compacta, junto com o arranjo, vetor de identificação que relacionem graus de liberdade do elemento com graus de liberdade da estrutura.

II.1.3 Condições de contorno do deslocamento.

Se a componente de um deslocamento é zero, a equação correspondente não é mantida nas equações de equilíbrio da estrutura e a rigidez correspondente do elemento é desprezada. Para impor deslocamentos não-zero especifica-se equações de contorno.

Resumo da solução passo a passo.

Análise estática.

Cálculos iniciais

1. Monte a matriz de rigidez linear $\underline{K}$,

Calcule as seguintes constantes :

tol $\leq$ 0,01 ; nitem $\geq$ 3;

3. Monte a matriz de coeficiente linear efetiva

$$\hat{\underline{K}} = \underline{K}$$

4. Triangularize $\hat{K}$.

Para cada incremento de tempo

A. Numa análise linear :

(i) Monte o vetor de carga efetivo.

$$^{t+\tau}\hat{\underline{R}} = {}^{t+\Delta t}\underline{R}$$

(ii) Resolva por incrementos de deslocamentos;

$$\hat{\underline{K}}\ {}^{t+\tau}\underline{U} = {}^{t+\tau}\hat{\underline{R}}\ ;\ \underline{U} = {}^{t+\tau}\underline{U} - {}^{t}\underline{U}$$

(i i i) Vá para **C**

B. Numa análise não linear :

(i) Em análise estática ou implícita integração de tempo se uma nova matriz de rigidez está para ser formada atualize $\hat{\underline{K}}$ para efeitos de rigidez não linear para obter $^{t}\hat{\underline{K}}$; triangularize $^{t}\hat{\underline{K}}$.

$$\hat{}^{t}\underline{K} = \underline{L} \cdot \underline{D} \cdot \underline{L}^{t}$$

(i i) Monta o vetor de carga efetivo;

Numa análise estática.

$$^{t+\tau}\hat{\underline{R}} = {}^{t+\Delta t}\underline{R} - {}^{t}\underline{F}$$

(i i i) Resolve por incrementos de deslocamentos :

Numa análise estática usando os ultimos $\underline{D}$ e $\underline{L}$ fatores.

$$\underline{L} \cdot \underline{D} \cdot \underline{L}^{T}\ \underline{U} = {}^{t+T}\hat{}\underline{R}$$

(iv) se necessário itera para equilíbrio estático.

$\underline{U}^{(0)} = \underline{U}$, $i=0$; , então

(a) $i = i + 1$

(b) Calcula a aproximação (i - 1) para deslocamentos :

$$^{t+T}\underline{U}^{(i-1)} = \underline{U}^{(i-1)} + {}^{t}\underline{U}$$

(c) Calcula os (i-1)ésimos carregamentos efetivos fora do equilíbrio

$$^{t+T}\hat{\underline{R}}^{(i-1)} = {}^{t+\Delta t}\underline{R} - {}^{t+T}\underline{F}^{(i-1)}$$

(d) Resolva para i(ésima) correção para incremento de deslocamento usando método iterativo de Newton modificado, o acelerador de Aitken ou o método BFGS. Calcula.

$$\underline{U}^{(i)} = \underline{U}^{(i-1)} + \Delta\underline{U}^{(i)}$$

(e) Checa convergência do processo iterativo:

Se convergir ir para C;

Se não convergir e i < nitem, vai para **(a)**;

Em caso contrário recomeça usando uma nova estratégia de reforma da matriz de rigidez e/ou um menor tamanho para o passo.

C. Calcula novos deslocamentos.

$$^{t+\Delta t}\underline{U} = {}^{t}\underline{U} + \underline{U}$$

Uma condição de contorno para deslocamento dependente pode ser usada para especificar o deslocamento de um nó em vários incrementos de tempos (ou carregamentos) nem para estabelecer uma relação linear entre diferentes deslocamentos. Para especificar um deslocamento dependente as seguintes relações são empregadas:

$$U_{ni} = \text{fact} \cdot f_i(t) \qquad (2.5)$$

Onde:

U_{ni} => o componente do deslocamento especificado;

fact => uma constante

$f_i(t)$ => uma função do tempo em que ambos são impostos.

Para estabelecer uma relação linear entre deslocamentos usa-se a seguinte equação :

$$U_{n,m} = \uparrow_j U_{j,k} + \uparrow_l U_{l,i} + \ldots. \tag{2.6}$$

Onde :

$U_{n,m}$ => componente do deslocamento no nó "n", na direção "m";

chamado componente do deslocamento dependente;

$\uparrow$'s => constantes;

$U_{j,k}$ => componente do deslocamento do nó "j", na direção "k",etc.

$U_{j,k}$'s são chamados de deslocamentos independentes.

Esses deslocamentos dependentes são impostos na solução modificando as equações de equilíbrio originais, isto é, expressando todas componentes de deslocamento dependentes em termos das componentes de deslocamentos independentes.

II.2 Análise não linear.

Numa análise não linear a solução do problema do método dos elementos finitos é avaliada usando uma solução incremental para equações de equilíbrio.Os tipos de soluções incrementais que podem ser usados são : o método iterativo de Newton com ou sem aceleração e o método BFGS. Para aumentar a eficiência da solução e para assegurar uma solução precisa o

usuário pode especificar uma solução em passos, ou "steps", na qual uma nova matriz de rigidez é formada e passos no qual se aplica o equilíbrio iterativo e os vetores de carregamento são reunidos e armasenados. Durante a solução incremental, a matriz de rigidez efetiva só é alterada em sistemas onde a não linearidade geométrica é considerada, ou seja, problemas onde os deslocamentos nodais após cada iteração não são desprezíveis, ou seja preciso alterar a matriz de rigidez do sistema.

II.2.1 Análise estática não linear.

Na análise estática não linear são definidos grupos de elementos linear e não linear.

Antes da solução iterativa, a matriz de rigidez linear, correspondente aos elementos lineares do conjunto completo dos elementos, é calculada (ver tabela 1). Usando a opção sub estrutura, graus de liberdade que correspondem aos elementos lineares somente deve ser estaticamente condensados. A matriz de rigidez linear final é então atualizada em incrementos de carregamento pré-selecionados pelas matrizes de rigidez dos elementos não lineares para formar a matriz de rigidez tangente corrente. O intervalo de incrementos de carregamento para formar uma nova matriz de rigidez tangente é opcional.

Dependendo das formulações não lineares e dos modelos de material não lineares usados, e ainda da grandeza dos incrementos de carregamento, a precisão da solução pode ser significativamente aumentada usando iteração para o equilíbrio. O programa de incrementos de carregamento em que as iterações de equilíbrio vão ser executadas pode ser definido também na entrada de dados.

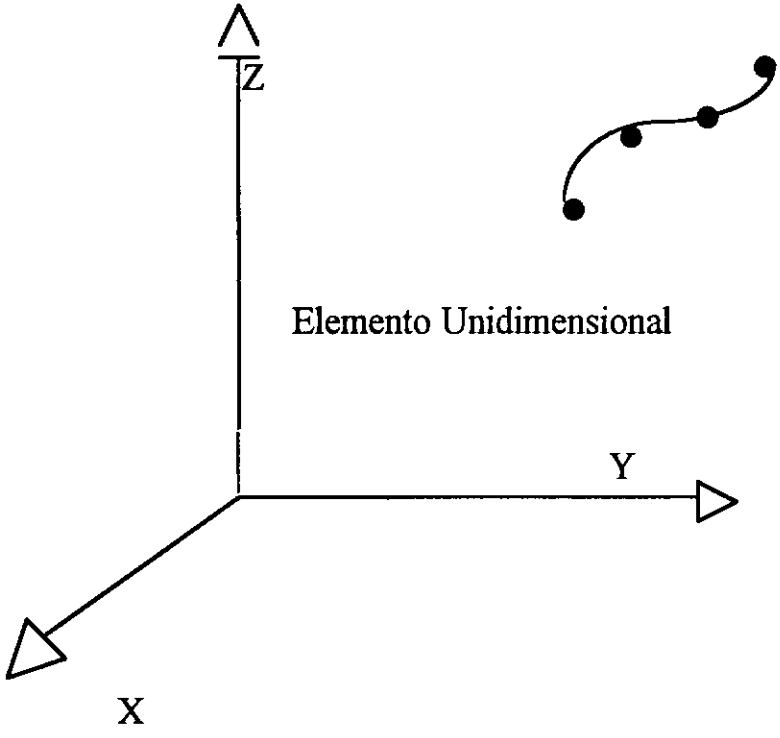
Comenta-se a seguir os elementos e modelos de materiais usados.

II.3 Tipos de elementos.

Um grupo particular de elementos deve consistir de elementos finitos do mesmo tipo, descrito por uma das formulações de elementos a seguir, e deve ser somente um modelo de material.

II.3.1 Elemento de treliça.

É válido um elemento de treliça com número variável de nós de três dimensões, figura 2.1. Assume-se que o elemento tem área constante, e pode ser utilizada uma análise elástica linear, não linearidade física e/ou análise não linear geométrica. Na análise de grandes deslocamentos a formulação atualizada Lagrangiana é usada. O elemento pode ser empregado com um modelo elástico-linear, elástico-não linear, termo-elástico, elastoplástico, termo-elastoplástico e modelagem de fluência, "creep".



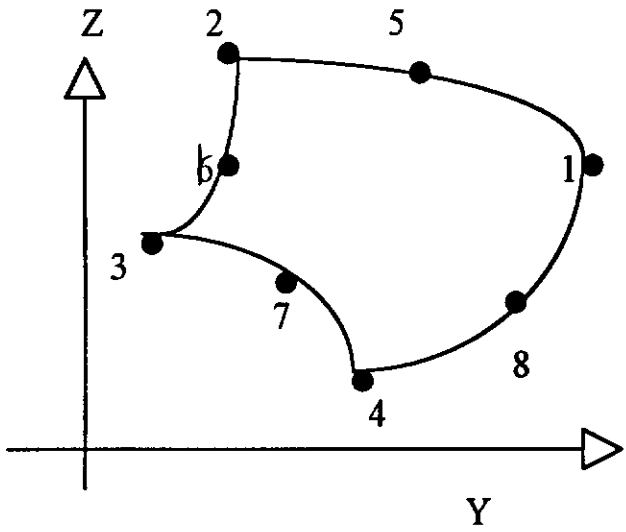
Formulações não-lineares Válidas

a - análise linear
b - não linearidade física.
c - lagrangiana atualizada com grandes deslocamentos mas pequenas deformações

Modelos materiais Válidos

a - elástico linear
b - elástico não-linear
c - elastoplástico

Figura 2.1 - Elemento de treliça



Formulações não-lineares válidas

a - análise linear.
b - não linearidade física.
c - Lagrangeana atualizada.
d - lagrangeana total.

Modelos materiais válidos

a - isotrópico linear elástico.
b - curva de descrição de modelo não-linear para análise de materiais geológicos.
c - modelos de plasticidade isotérmicos, condição de escoamento Von Mises ou condição de escoamento Drucker-Prager.

Figura 2.2 - Tensão plana para estado plano de tensão deformação e sólidos axissimétricos.

II.3.2 Elemento para estado plano de tensão e deformação.

Um elemento finito isoparamétrico, fig. 2.2 com variável número de nós é válido para análises de estado plano de tensões ou deformações. Considera-se que o elemento está no plano de coordenadas globais Y - Z.

O elemento pode ter de 4 a 8 nós, onde alguns dos nós de 5 a 8 podem ser omitidos. Elementos triangulares podem ser formados possuindo um lado coincidente.

A opção com variável número de nós permite na modelação refinar malhas grosseiras de elementos finitos.

O elemento do estado plano de tensão também pode ser empregado no espaço geral tridimensional X - Y - Z, i.e., o elemento não necessita permanecer no plano Y - Z, mas então ele deve ser um elemento achatado (todos os nós permanecem em um plano).

A tensão e deformação plana podem ser usadas em todas as quatro formulações. Os modelos materiais válidos estão resumidos na figura 2.2.

II.3.3 Casca axissimétrica ou elemento sólido.

O elemento com variável número de nós descrito acima é também válido por análise axi-simétrica bi-dimensional de cascas ou sólidos (com carregamento axi-simétrico)

II.4 Os modelos de materiais.

Todos os modelos de materiais utilizados estão sucintamente resumidos abaixo.

II.4.1 Modelos materiais de elemento de treliça.

O comportamento do material de elemento de treliça pode ser descrito através dos modelos.

Material elástico linear

O material pode ser elástico linear definido somente pelo módulo de Young.

Material elástico não linear

O comportamento material elástico não linear é definido especificando a curva não linear em trechos lineares, numa curva tensão-deformação. Assim a tensão total e o módulo tangente são diretamente definidos em termos de deformação total.

II.4.2 Modelos de materiais para elemento bi-dimensional.

A relação tensão-deformação dos elementos bi-dimensionais pode ser descrita por vários modelos materiais lineares e não lineares. Na definição de um modelo material, deve-se considerar que uma formulação não-linear específica é usada. A aplicação de diferentes modelos materiais é possível.

Material elástico linear isotrópico e ortotrópico

As relações tensão-deformação são definidas por meio das razões constantes módulo de Young e de coeficiente de Poisson. Na análise ortotrópica, diferentes eixos de ortotropia podem ser usados para cada elemento.

Material elásto plástico Von Mises.

O material começa a se deformar plasticamente quando o segundo invariante de tensões desviatórias alcança um valor crítico, ref [5].

Para este critério a tensão hidrostática ou esférica não causa escoamento, pois a tensão esférica produz somente energia plastica de compressão em materiais isotrópicos.

Este critério é o mais utilizado para aço, por isto adotado neste trabalho.

Modelo de descrição por curva

O modelo de descrição por curva é válido para a análise de materiais geológicos. No modelo, os módulos instantâneo de cortante é definido por trechos lineares. Uma condição explícita de escoamento não é usada, e se o material é ou não carregado é definido somente pela história da deformação volumétrica.

CAPÍTULO III

ELEMENTO FINITO PARA SOLUÇÃO DE INTERFACE

Neste capítulo apresenta-se resumidamente a formulação do elemento de contato contínuo. O elemento desenvolvido na referência [1] e [2] é a adaptação de um elemento de interface amplamente utilizado na análise de

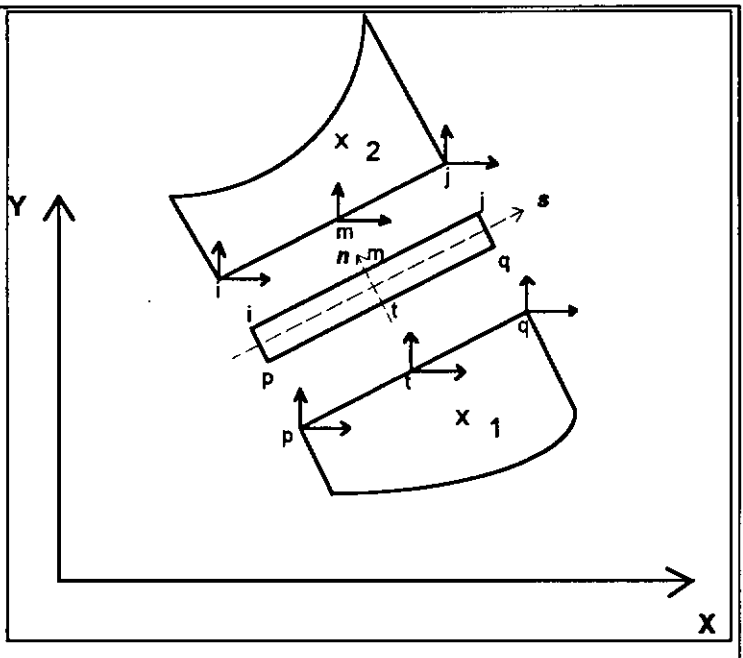


Figura 3.1 - Modelagem para o elemento de contato.

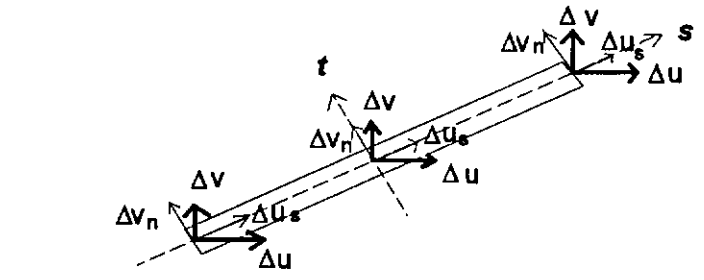
interações solo-estrutura.

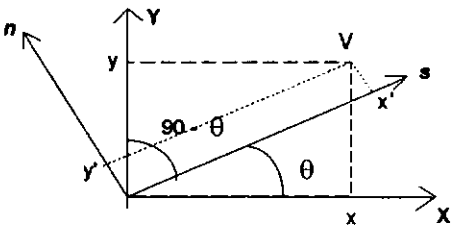
III.1 Modelo de estado plano de tensões e de deformações :

Sejam os deslocamentos nodais relativos de um elemento de contato de estado plano de nós imjptq e sistema local ***sn*** referidos ao sistema de eixos globais **XY** (figura 3.1) definidos por:

$$\begin{aligned}
\Delta u_i &= u_i - u_p \\
\Delta v_i &= v_i - v_p \\
\Delta u_j &= u_j - u_q \\
\Delta v_j &= v_j - v_q \\
\Delta u_m &= u_m - u_t \\
\Delta v_m &= v_m - v_t
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Em termos matriciais fica:





$$\begin{Bmatrix} x' \\ y' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix}$$

Figura 3.2 - Sistemas de eixo locais e globais.

$$\begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_i \\ \Delta u_j \\ \Delta v_j \\ \Delta u_m \\ \Delta v_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_p \\ v_p \\ u_q \\ v_q \\ u_m \\ v_m \\ u_t \\ v_t \end{Bmatrix}$$

ou,

$$(\Delta u_i)_G = T \times u \tag{3.2}$$

Para expressar em termos dos eixos locais basta aplicar a matriz de rotação convencional, figura 3.2:

Tem-se o campo dos deslocamentos relativos ao longo do sentido longitudinal dado por:

$$\Delta u = N_i(\Delta u_i)_L + N_j(\Delta u_j)_L + N_m(\Delta u_m)_L$$

$$\Delta v = N_i(\Delta v_i)_L + N_j(\Delta v_j)_L + N_m(\Delta v_m)_L$$

ou:

$$\Delta u = N(\Delta u)_i \tag{3.3}$$

onde:

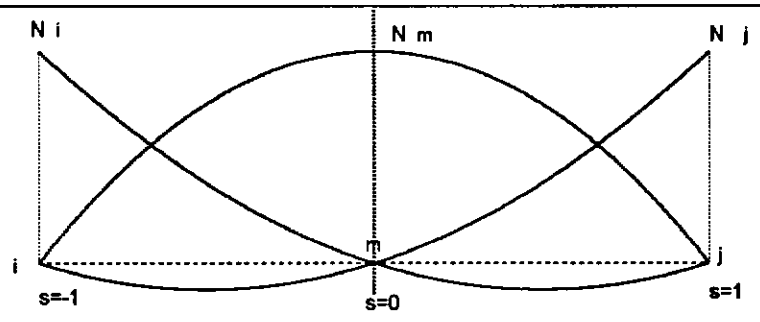


Figura 3.3 Funções de interpolação no sentido longitudinal do elemento de contato.

$$N = \begin{bmatrix} \mathbf{N_i} & \mathbf{0} & \mathbf{N_j} & \mathbf{0} & \mathbf{N_m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{N_i} & 0 & \mathbf{N_j} & 0 & \mathbf{N_m} \end{bmatrix}$$

é a matriz de funções de forma para elementos finitos isoparamétricos, conforme figura 3.3 e equações 3.4.

$$\begin{aligned} N_i &= \frac{1}{2}(1-s) - \frac{1}{2}(1-s^2) \\ N_m &= 1-s^2 \\ N_j &= \frac{1}{2}(1+s) - \frac{1}{2}(1-s^2) \end{aligned} \tag{3.4}$$

Escrevendo o campo dos deslocamentos relativos em termos de eixo passa a ser definido por local, fica:

$$(\Delta u)_L = N \cdot R \cdot (\Delta u_i)_g \tag{3.5}$$

O campo de deformações no contato é definido como sendo igual ao campo dos deslocamentos relativos referidos aos eixos locais, tem-se:

$$(\Delta u)_L = \varepsilon = B.(\Delta u_i)_G, \tag{3.6}$$

onde:

$$B = N.R \tag{3.7}$$

Substituindo 3.2 em 3.6, tem-se:

$$\varepsilon = B.T.u_i, \text{ ou}$$
$$\varepsilon = B_G u_i \tag{3.8}$$

onde:

$$B_G = B.T = \begin{bmatrix} aN_i & bN_i & aN_j & bN_j & -aN_i & -bN_i & -aN_j & -bN_j & aN_m & bN_m & -aN_m & -bN_m \\ -bN_i & aN_i & -bN_j & aN_j & bN_i & -aN_i & bN_j & -aN_j & -bN_m & aN_m & bN_m & aN_m \end{bmatrix}$$

O estado de tensões é definido pela relação constitutiva:

$$\sigma = C\varepsilon \tag{3.9}$$

onde C é a matriz constitutiva, desacoplada para esforços normais e cisalhantes, dada por:

$$C = \begin{bmatrix} C_s & 0 \\ 0 & C_n \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Para diversos tipos de problemas, Coelho, ref. [1], discute em detalhes esta relação. No caso da relação constitutiva não-linear, o tensor de tensões pode ser decomposto em dois: um correspondente ao estado de tensões admitindo-se o comportamento linear elástico do contato, enquanto que o outro corresponde à correção no estado de tensões devido ao comportamento não-linear,como se fosse uma superposição de efeitos.

$$\sigma = \sigma' + \Delta\sigma \tag{3.11}$$

A parcela não-linear $\Delta\sigma$ é definida por:

$$\Delta\sigma = \begin{Bmatrix} \Delta\sigma_s \\ \Delta\sigma_n \end{Bmatrix} \tag{3.12}$$

e os valores de $\Delta\sigma_s$ e $\Delta\sigma_n$ são obtidos iterativamente da curva tensão x deformação para os pontos de integração do elemento.

Substituindo estas expressões na do princípio dos trabalhos virtuais. fica:

$$u_i^T \left[\int_V B_G \sigma \, dV \right] = u_i \left[\int_V N_i f^B \, dV + \int_S N_i f^S \, dS - \sum f \right] \tag{3.13}$$

Seja:

$$R = \left[\int_V N_i f^B \, dV + \int_S N_i f^S \, dS - \sum f \right] \tag{3.14}$$

Substituindo 3.11 e 3.14 em 3.13:

$$\int_V B_G{}^T \sigma' \, dV + \int_V B_G \Delta\sigma \, dV = R \tag{3.15}$$

mas:

$$\sigma' = \mathbf{C}\mathbf{B}_G\mathbf{u} \tag{3.16}$$

portanto:

$$\int_V B_G{}^T . C B_G . u \, dV + \Psi = R \tag{3.17}$$

onde:

Ψ= vetor de forças residuais que provocam o desequilíbrio do sistema.

$$\Psi = \int_V B_G{}^T \Delta\sigma \, dV \tag{3.18}$$

A equação 3.5 pode ser reescrita como:

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{R} - \Psi \tag{3.19}$$

onde:

$$K = \int_V B_G{}^T C B_G \, dV \tag{3.20}$$

é a matriz de rigidez do elemento de contato.

As integrais 3.18 e 3.20 são resolvidas por integração numérica pelo método de Gauss-Legendre, cujas coordenadas são definidas na tabela 3.1.

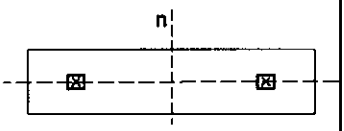
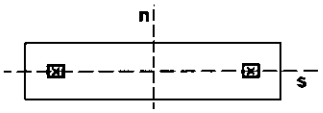
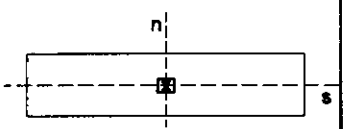
n=2	ûsi	wi
	0.5773502 69189626	1.0000
n=3	**ûsi**	**wi**
	0.7745966 69241483	0.5555556
	0,000000	0.8888889

Tabela 3.1

A matriz Ψ pode ser expressa em função da integração numérica por:

$$\Psi = \frac{h.e.L}{2} \sum_{i=1}^{n_i} w_i B_G{}^T(s_i).\Delta\sigma(s_i) \qquad (3.21)$$

e a matriz **K**:

$$K = \frac{e.L}{2} \sum_{i=1}^{n_i} w_i \, B_G{}^T(r_i) \, C \, B_G(r_i) \qquad (3.22)$$

onde:

e = espessura do elemento na direção normal ao plano;

L = comprimento do elemento na direção longitudinal;

w_i = constante de integração de Gauss-Legendre;

s_i = coordenada natural segundo o eixo longitudinal.

III.2 Modelo para sólidos axissimétricos :

No caso de sólidos axisimétricos, o tensor de deformações inclui a deformação circunferencial:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ \Delta v_n \\ \frac{u}{r} \end{Bmatrix} \tag{3.23}$$

onde:

r = distância do ponto nodal ao eixo de simetria

u = campo dos deslocamentos radiais, dado por:

$$u = u_{base} + \frac{\Delta u}{2} \tag{3.24}$$

O campo dos deslocamentos radiais é expresso por:

$$u=\left(u_p+\frac{\Delta u_i}{2}\right)N_i+\left(u_q+\frac{\Delta u_j}{2}\right)N_j+\left(u_t+\frac{\Delta u_m}{2}\right)N_m \tag{3.25}$$

O campo das deformações é definido matricialmente, por:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_s\\ \varepsilon_n\\ \varepsilon_\theta\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} aN_i & bN_i & aN_j & bN_j & 0 & 0 & aN_m & bN_m & 0\\ -bN_i & aN_i & -bN_j & aN_j & 0 & 0 & -bN_m & aN_m & 0\\ \dfrac{N_i}{2R} & 0 & \dfrac{N_j}{2R} & 0 & \dfrac{N_i}{R} & \dfrac{N_j}{R} & \dfrac{N_m}{2R} & 0 & \dfrac{N_m}{R}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\Delta u_i\\ \Delta v_i\\ \Delta u_j\\ \Delta v_j\\ u_p\\ u_q\\ \Delta u_m\\ \Delta v_m\\ u_t\end{Bmatrix}$$

ou: $\varepsilon = N.R\left(\Delta u_i\right)_G$ (3.26)

O vetor $(\Delta u_i)_G$ é expresso em termos dos deslocamentos nodais:

$$\begin{Bmatrix}\Delta u_i\\ \Delta v_i\\ \Delta u_j\\ \Delta v_j\\ u_p\\ u_q\\ \Delta u_m\\ \Delta v_m\\ u_t\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}u_i\\ v_i\\ u_j\\ v_j\\ u_p\\ v_p\\ u_q\\ v_q\\ u_m\\ v_m\\ u_t\\ v_t\end{Bmatrix}$$

(3.27)

ou:

$$\left(\Delta u_i\right)_G = T \cdot u_i \tag{3.28}$$

Substituindo 3.28 em 3.26:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= B \cdot T \cdot u_l \\ \varepsilon &= B_G \cdot u_l \end{aligned} \tag{3.29}$$

onde:

$$B_G = B \cdot T$$

$$B_G = \begin{bmatrix} aN_i & bN_i & aN_j & bN_j & -aN_i & -bN_i & -aN_j & -bN_j & aN_m & bN_m & -aN_m & -bN_m \\ -bN_i & aN_i & -bN_j & aN_j & bN_i & -aN_i & bN_j & -aN_j & -bN_m & aN_m & bN_m & -aN_m \\ \frac{N_i}{2R} & 0 & \frac{N_j}{2R} & 0 & \frac{N_i}{2R} & 0 & \frac{N_j}{2R} & 0 & \frac{N_m}{2R} & 0 & \frac{N_m}{2R} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

O campo de tensões é definido pela relação constitutiva:

$$\sigma = C\varepsilon, \text{ onde:} \tag{3.31}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_s & 0 & 0 \\ 0 & C_n & 0 \\ 0 & 0 & C_\theta \end{bmatrix}$$

sendo :

C_θ = rigidez circunferencial, considerada linear.

Define-se a matriz de rigidez pela integral :

$$K = \int_V B_G{}^T C B_G \, dV \tag{3.32}$$

e o tensor de tensões residuais é definido :

$$\Psi = \int_V B_G{}^T \Delta\sigma \, dV \tag{3.33}$$

As integrais acima são resolvidas numericamente pelo método de Gauss-Legendre, conforme a tabela 3.1 da seção anterior.

CAPÍTULO IV

ESTUDO DOS CASOS

Na análise do conector real figura 1.8, constante do relatório da COPPETEC ET - 150.449, ref. [I.19], utilizou-se uma malha, figura 4.6, com 4483 nós e 4180 elementos finitos isoparamétricos lineares de 4 nós, adotando-se o modelo estrutural bi-dimensional axissimétrico. Dos 4180 elementos, 3848 são sólidos e 332 são elementos de contato para modelar os espaços entre os dentes. Regra de integração de 2X2. Esta malha foi executada no programa AEEPECD, do sistema SAGE elaborado por Costa e outros ref. [1], em dez incrementos de carregamento para uma carga de tração aplicada nos nós extremos, 20% maior que a tensão de escoamento do tendão, ou seja uma tensão total de 589,92 MPa aplicada em dez carregamentos de 58,992 MPa. Aplica-se uma tensão de tração por que essa é a tensão preponderante atuando num conector de tendão. Esta análise exigiu um computador de grande porte, pois são muitos os graus de liberdade e difícil o processamento.

O problema desta análise é que somente houve convergência quando se considerou os elementos de contato tracionados ou os que deveriam abrir o contato ao tracionar o conector, com rigidez igual a zero. A rigidez dos elementos de contato comprimidos, ou dos que deveriam fechar o contato ao tracionar o conector, foi retroanalisada. O resultado é uma convergência para a solução com carregamento dos elementos de contato "comprimidos" e com descarregamento dos elementos de contato "tracionados". Observe que é necessário o prévio conhecimento do contato que vai abrir ou fechar para se obter a convergência.

Para verificar se o elemento de contato funcionava abrindo o contato, elaborou-se a malha da Fig. 4.1. Onde se tem uma série de elementos sólidos quadráticos dispostos um ao lado do outro entre duas séries de elementos de contato, são os elementos 5,6 e 11, 12. Se a simulação for correta deve abrir o

contato nos elementos 5 e 6 descarregando toda sua faixa de elementos e carregar os elementos 11 e 12 bem como todos os elementos ao seu lado.

Aplicou-se uma carga em forma de pressão externa de 10 KN/m^2 nas superfícies formadas pelos nós 21 a 25 e observou-se o carregamento dos elementos que estão sendo comprimidos e o descarregamento dos elementos tracionados como vemos nas fig. 4.1.

Plota-se a tensão versus a iteração do primeiro incremento de carregamento para observar a convergência do elemento.

O programa converge corretamente como é mostrado nas figuras 4.2 e 4.3, os elementos 13 e 14 carregando e os 3 e 4 descarregando, fig. 4.4 e 4.5.

Com o objetivo de estudar o contato entre duas superfícies no caso de conectores rosqueados, elaborou-se um modelo simplificado de um dente do conector.

Observando a malha do conector, fig.4.6, verifica-se que, em cada dente, um lado está tracionado e o outro comprimido. Seguindo esse raciocínio construiu-se uma malha de elementos finitos que teria o mesmo comportamento, a malha simplificada de um dente de conector, fig. 4.7 numeração dos elementos e fig. 4.8 numeração dos nós, malha esta de elementos finitos, bi-dimensional axissimétrica, onde procurou-se manter uma fidelidade aos fenômenos que envolvem a análise de um conector de uma TLP, obrigando assim que o raio do dente da malha simplificada do dente do conector esteja na mesma escala do conector do tendão do relatório ET - 150.449, ref. [I.19]. Para ambas as malhas, a relação ***raio livre interno/espessura*** encontra para resultado o valor de 3,2886.

Assim, a malha simplificada do dente do conector tem por dimensões raio interno de 197 mm e espessura de 60mm.

Para efeito de apreciar o funcionamento, a convergência das tensões e o comportamento dos fenômenos físicos envolvidos, elegeu-se observar mais

cuidadosamente as tensões no ponto de integração do elemento comprimido, elemento 27, fig. 4.9 e dos pontos de integração dos elementos do corte AA, e do corte BB fig. 4.10 a e b.

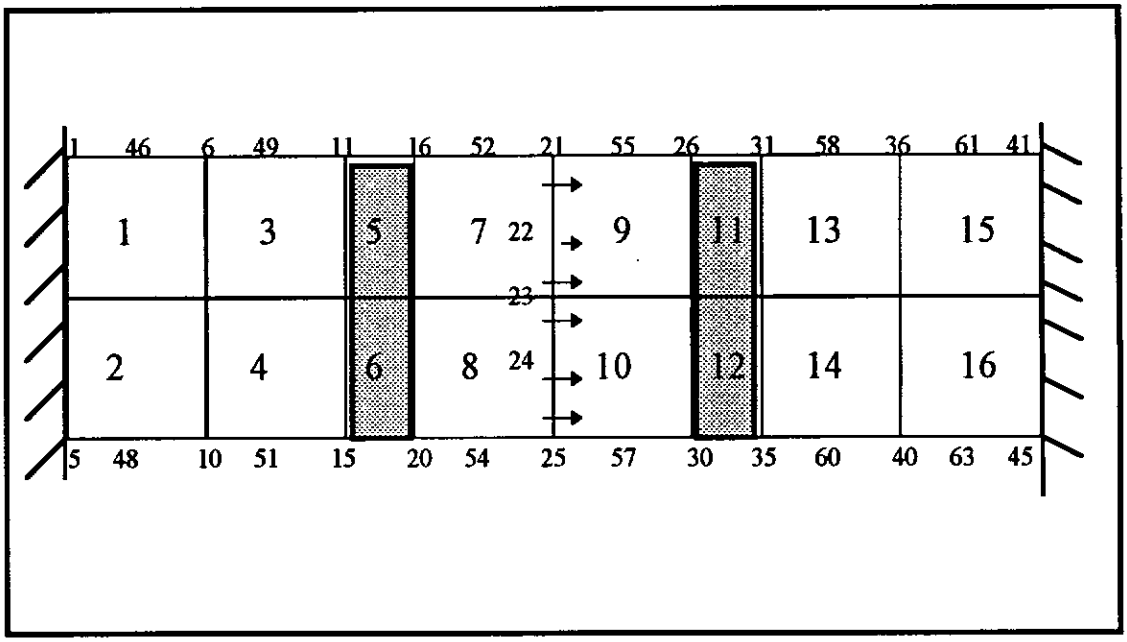


Figura 4.1 - Modelo para verificar funcionamento do contato, em cinza os elementos de contato geotécnicos testados.

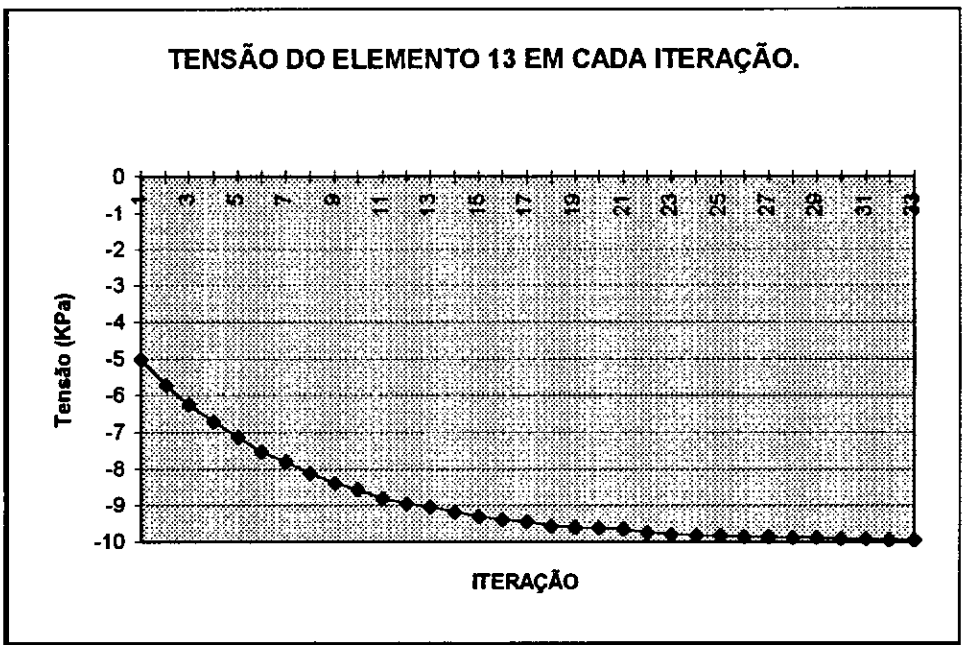


Figura 4.2 - Evolução das tensões no elemento 13.

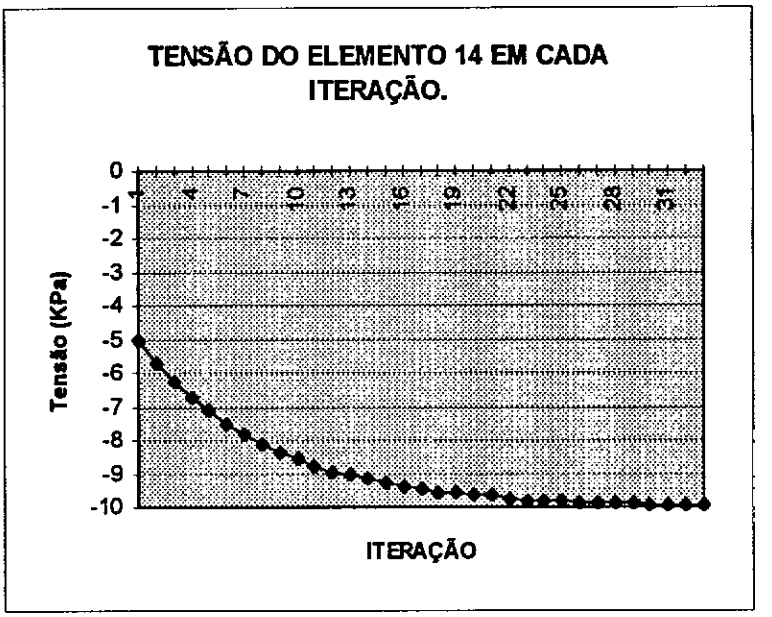


Figura 4.3 - Evolução das tensões no elemento 14.

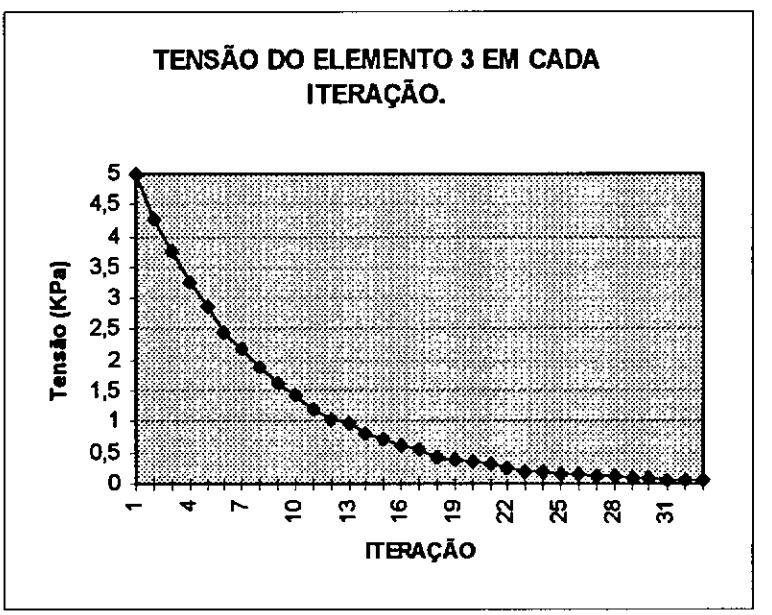


Figura 4.4 - Evolução das tensões no elemento 3.

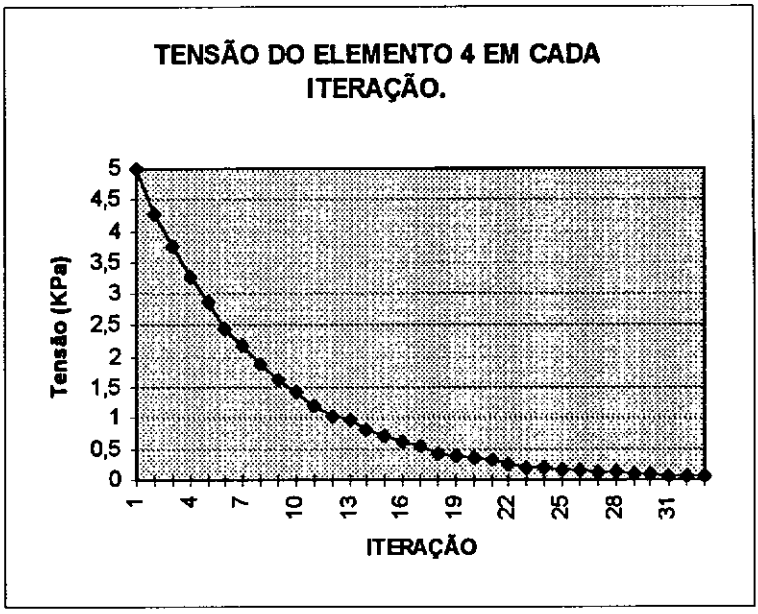


Figura 4.5 - Evolução das tensões no elemento 4.

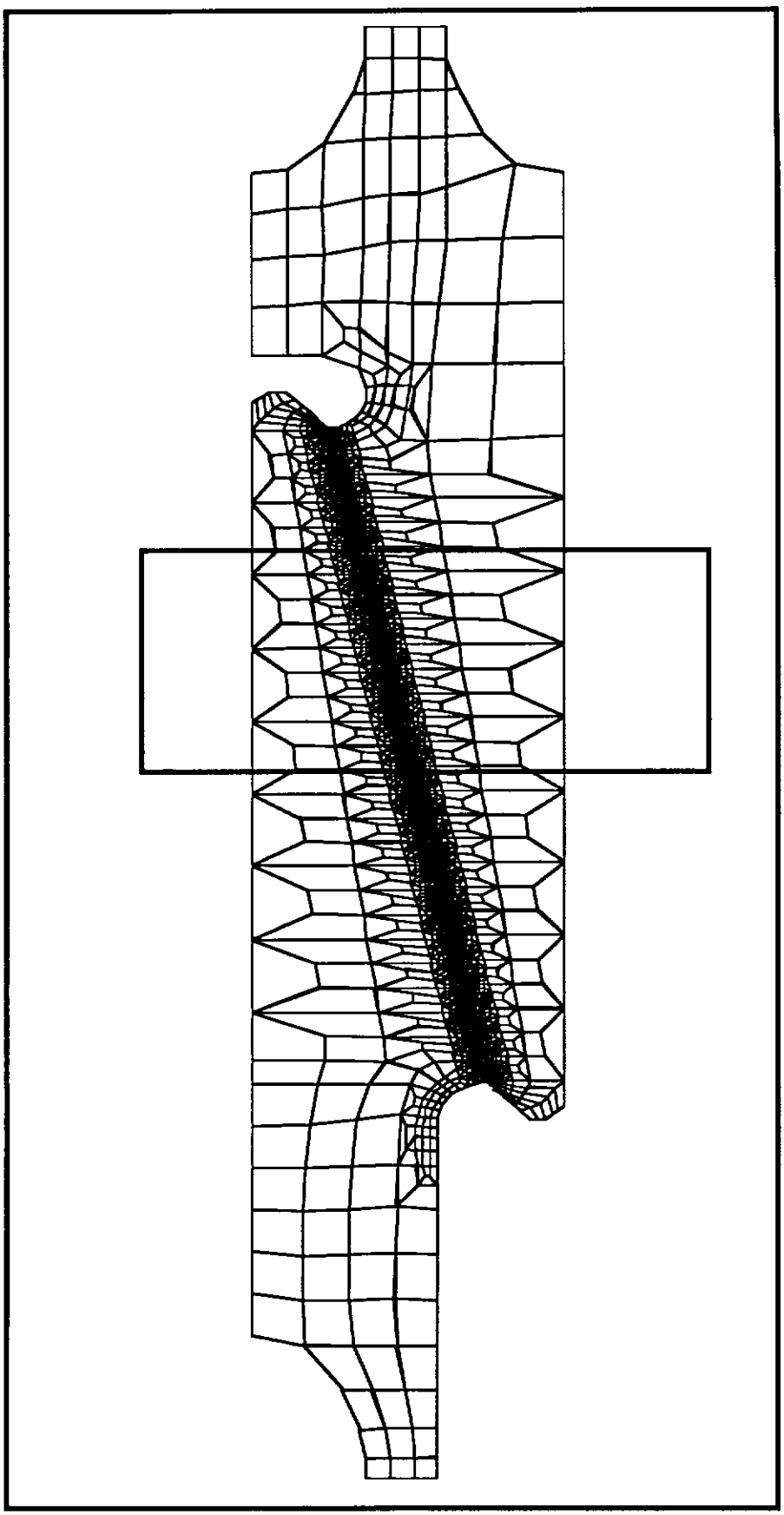


Figura 4.6 a - Malha de elementos finitos do conector.

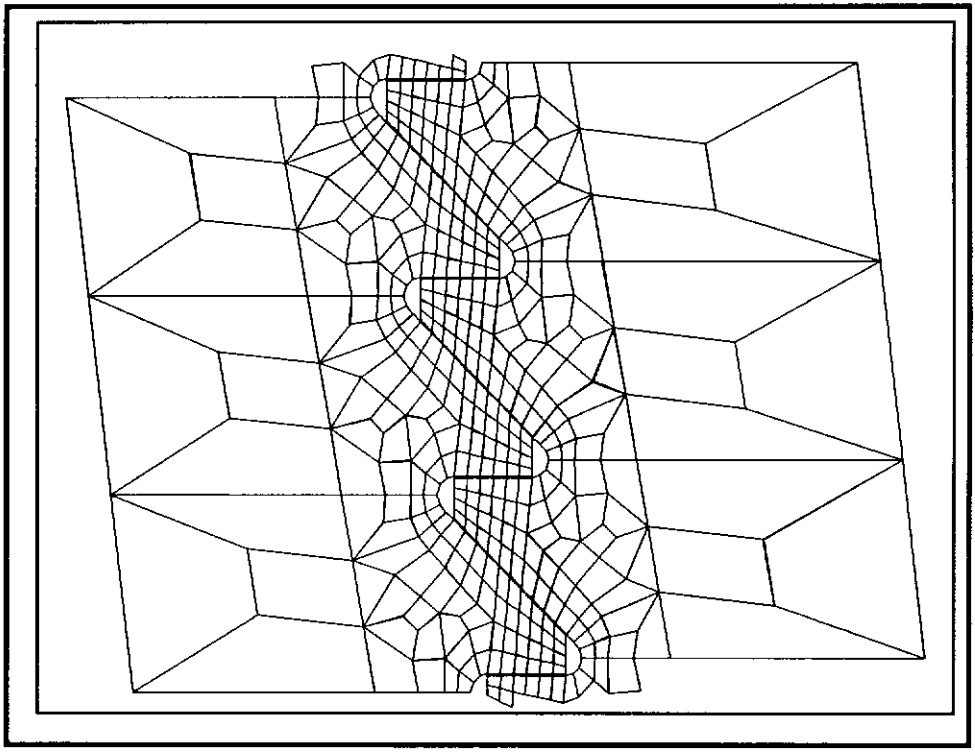


Figura 4.6 b - Detalhe dos dentes da MEF do conector.

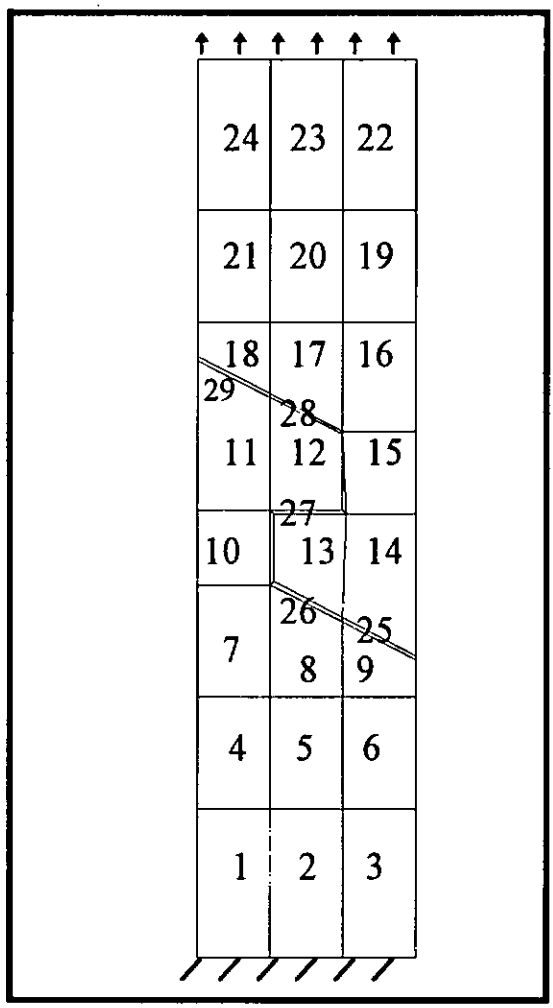


Figura 4.7 - Número dos elementos da malha simplificada de um dente do conector.

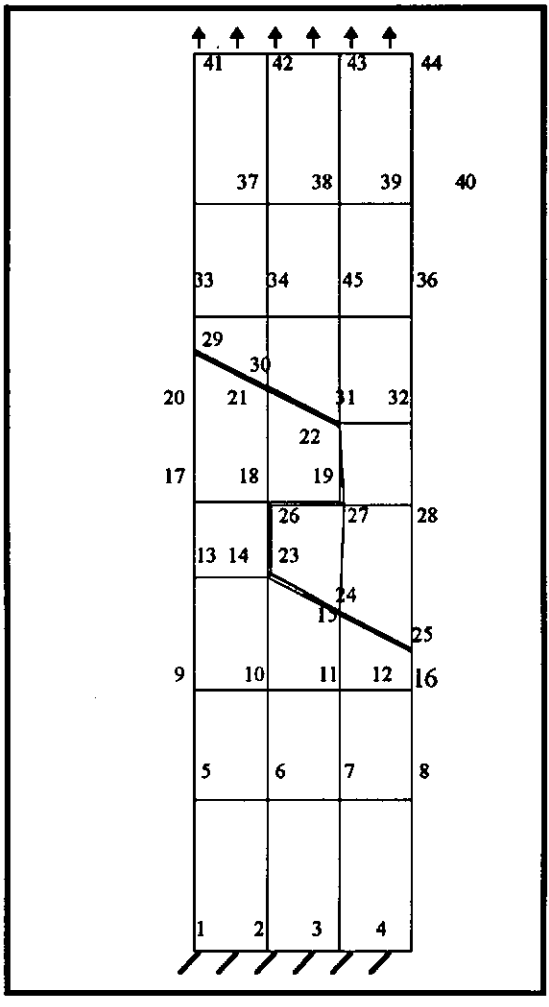


Figura 4.8 - Número dos nós da malha simplificada de um dente do conector.

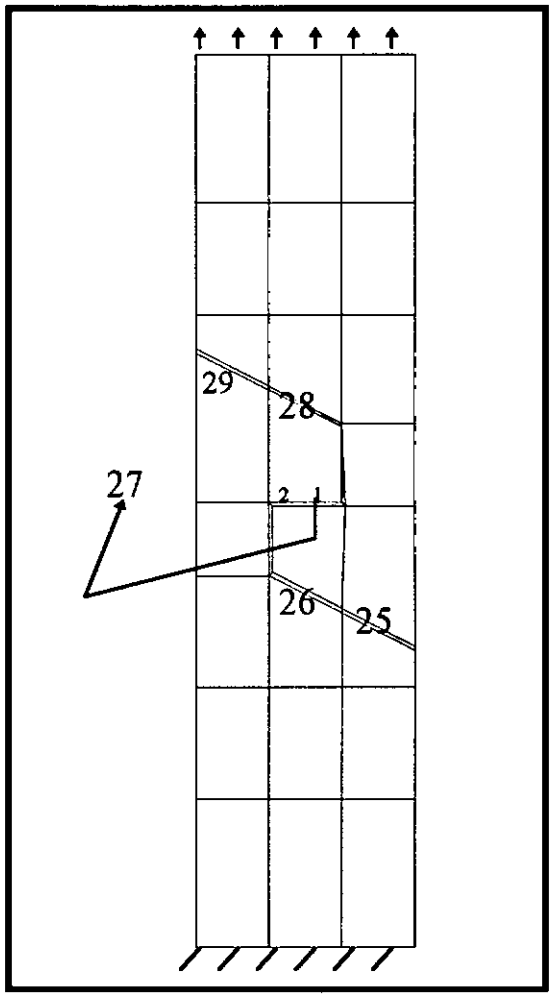


Figura 4.9 - Detalhe dos pontos de integração do elemento 27.

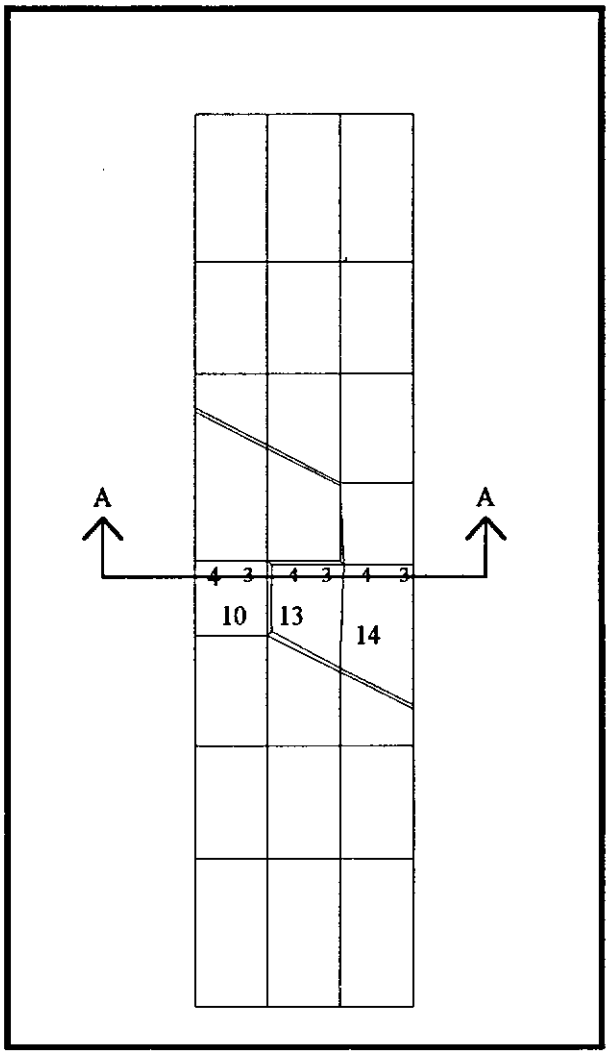


Figura 4.10 a - Detalhe do corte AA e pontos de integração.

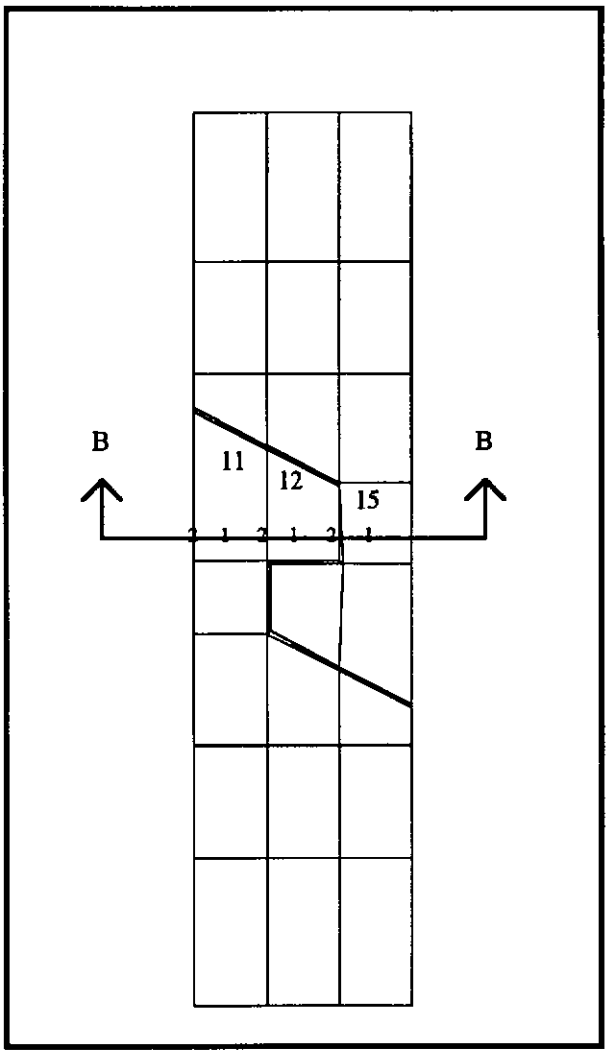


Figura 4.10 b - Detalhe do corte BB e pontos de integração.

IV.1 Modelos :

Dividiu-se esta malha em três modelos básicos :

IV.1.1 Modelo 1.

O MODELO 1 é constituído exclusivamente por elementos finitos isoparamétricos lineares de 4 nós, e tem 41 nós e 29 elementos. Destes elementos, 24 têm a sua forma geométrica quase igual a de um quadrado. Têm coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade longitudinal respectivamente iguais a 0,3 e 210 GPa, tensão de escoamento de 491,6 MPa, e tentam por sua vez modelar a parte contínua e metálica da estrutura.

Os 5 elementos restantes representam a parte do contato, e têm a sua menor dimensão na ordem de um vigésimo da maior, sendo que para o coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade será estudada uma parametrização.

Observa-se nesta malha que existe um elemento, o de número 27, que deverá estar fechado ou carregado ou "comprimido" quando o conector estiver submetido a um carregamento de tração, predominante num tendão de TLP. E os elementos de números 25, 26, 28 e 29 deverão estar abertos ou descarregados ou "tracionados".

A primeira pergunta a que se tentou responder é, como definir um material para representar a camada vazia que simule o contato. Partiu-se da hipótese de que quanto maior a rigidez dada aos elementos de contato 25, 26, 28 e 29, que deveriam funcionar abertos, dificultar-se-ia a convergência, e conseqüentemente a representação do fenômeno físico correspondente a abertura de um contato.

Após algumas discussões e testes onde se variou o coeficiente de Poisson para a malha, adotou-se o valor zero. Uma vez que no contato não existe material, qualquer outro valor ficaria sem significado físico.

O material usado é um aço comum com tensão de escoamento de 491,6 MPa, módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de Poisson de 0,3. O carregamento aplicado foi de 589,92 MPa na superfície formada pelos nós 41, 42, 43 e 44 em 10 incrementos de carregamento.

Neste modelo fez-se também a comparação dos métodos de análise.

IV.1.1.1 Simulação do Contato :

Primeiramente se fez uma série de análises lineares elásticas, onde se considerava o módulo de elasticidade dos elementos 25, 26, 28 e 29 como uma variação percentual do módulo do elemento 27, tentando-se com isso modelar o contato, pois acreditava-se que um módulo muito baixo permitiria grandes deformações com pequeno carregamento no limite, ou seja, com tensões bem próximas a zero ter-se-ia o descarregamento, e por consequência a abertura do contato, representado assim o fenômeno físico dessa abertura do contato. Esta análise teve tambem por objetivo, a aferição do modelo e dos dados. Desta forma, ao invés de se aguardar os outros casos para fazer as comparações devidas, analisaram-se os resultados até aqui obtidos.

Após executar por diversas vezes, sempre depurando o banco de dados, chegou-se finalmente a resultados com indícios de certeza. Desmembrou-se este caso em outros sete sub-ensaios que chamarei de variantes.

Analisaram-se as sete variantes. A diferença entre cada uma destas sete variantes é nas relações entre o módulo de elasticidade dos elementos que representam o contato que vai abrir, 25, 26, 28 e 29 em 10%, 1%, 0,1%, 0,01%, 0,001%, 0,0001% e 0,0000001% do valor do módulo de elasticidade dos elementos sólidos que representavam contínuo bem como o elemento que representava o contato que vai fechar ou "comprimido".

Presumia-se que quanto maior a tensão de escoamento dos elementos 25, 26, 28 e 29, menor seria a transmissão das cargas. Estes elementos demorando mais a se plastificar transfeririam menores cargas para o elemento 27, prejudicando a representação do contato. Porém esta hipótese mostrou-se incorreta como se verá a seguir.

A hipótese correta é de que quanto menor a rigidez, e portanto o módulo de elasticidade dos elementos que representavam o contato a ser aberto, mais próximo estaria o modelo da realidade física. Resolveu-se ir testando várias hipóteses, em que se diminuiria em uma ordem de grandeza a relação *módulo de elasticidade dos elementos "tracionados" / "comprimidos"* até que uma análise chegasse a resultado idêntico a da análise anterior, ou seja, um resultado estável.

Sendo assim executou-se uma análise elástica para as variantes com as relações entre módulos de elasticidade de um décimo a um bilionésimo. Os resultados da tensão em cada ponto de integração do contato comprimido, elemento 27 ponto de integração 4 e 3, bem como sua evolução com estas relações podem ser apreciados nos gráficos da figura 4.11 e na tabela 4.1 para primeiro incremento de carregamento, e da fig. 4.12 e na tabela 4.4 para o quinto incremento de carregamento.

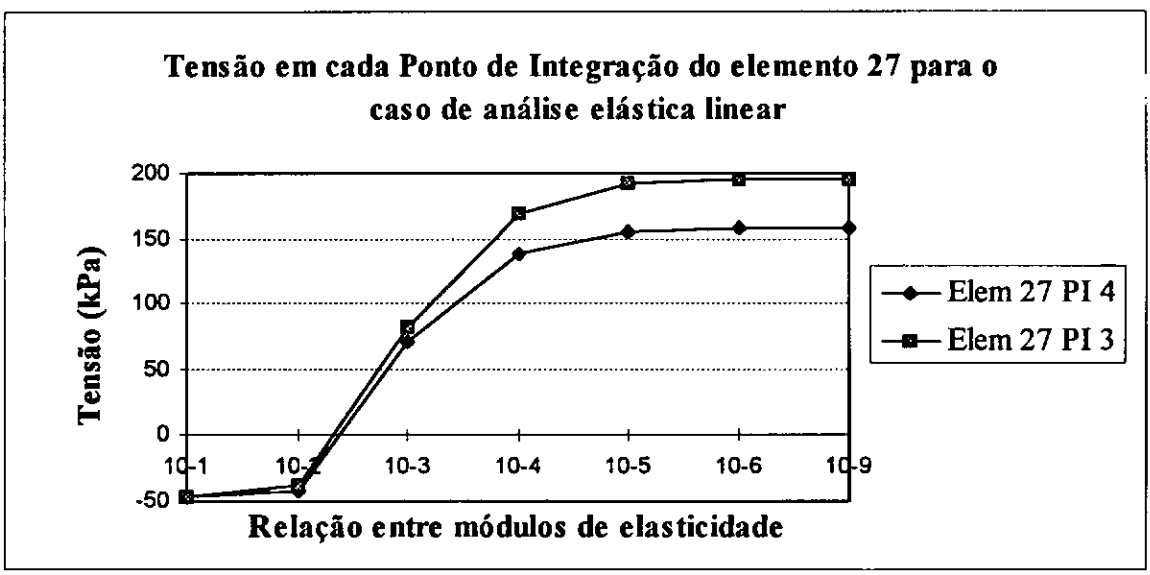


Figura 4.11 - Primeiro Incremento de Carregamento

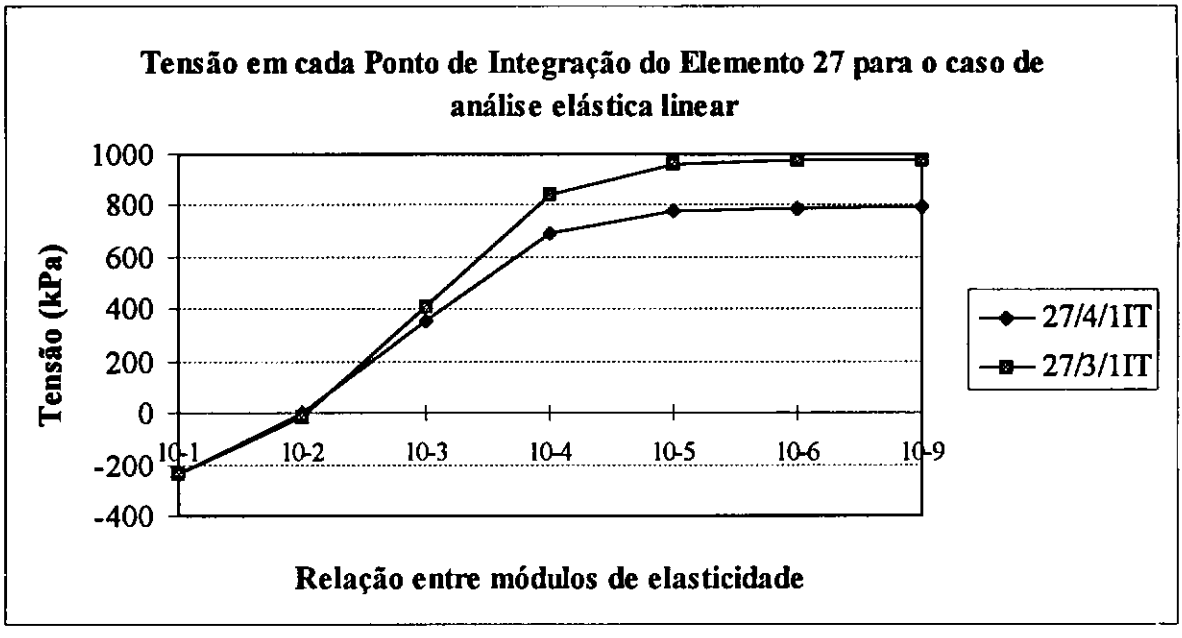


Figura 4.12 - Quinto Incremento de Carregamento

Observa-se na fig. 4.11 e 4.12, que após a quinta variante, relação 10 milionésimos, o resultado fica estável, ou seja, já tende para representar o fenômeno físico de descarregamento total dos contatos tracionados. Todo o esforço de tração é transferido para o elemento 27, que passa a ficar muito comprimido.

Nas figs. 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16, tabela 4.2, 4.3, 4.5 e 4.6, tem-se a tensão nos pontos de integração que representam o corte AA com primeiro e quinto incrementos de carregamento e o corte BB também com primeiro e quinto incrementos de carregamento, ou seja, a tensão nos pontos de integração 4 e 3 dos elementos 10, 13 e 14 e os pontos de integração 2 e 1 dos elementos 11, 12 e 15 e PI, respectivamente. Observa-se mais uma vez que a solução é estável após a relação em questão tomar o valor de 10^{-5} ou menor, e que a tensão nos elementos tracionados para a quinta variante é desprezível, como deve acontecer para a representação do fenômeno físico de abertura do contato.

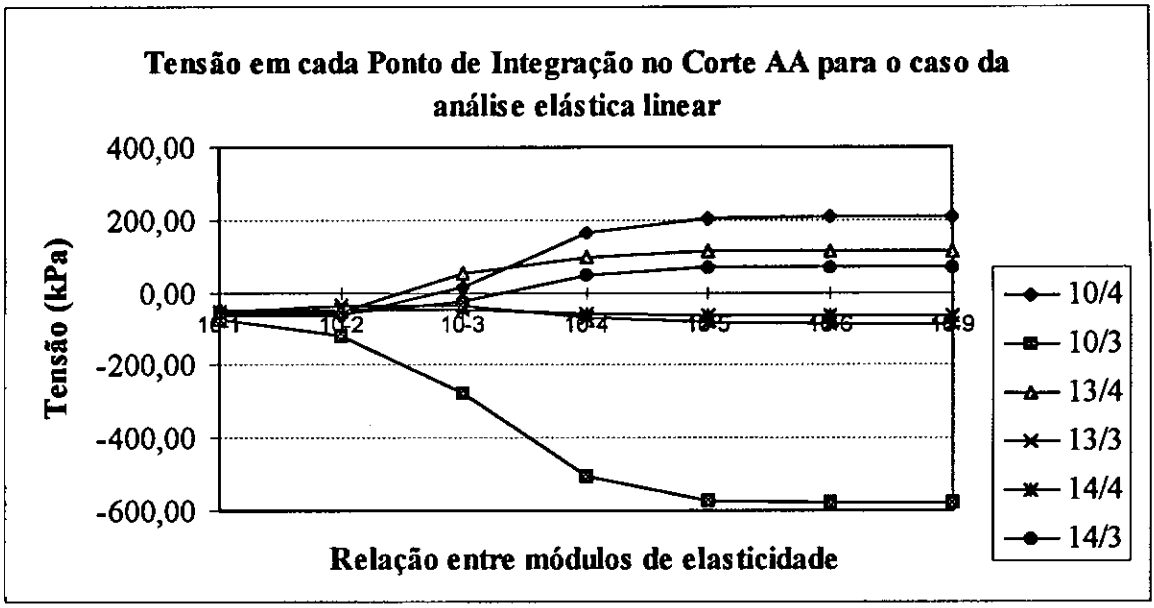


Figura 4.13 - Primeiro Incremento de Carregamento

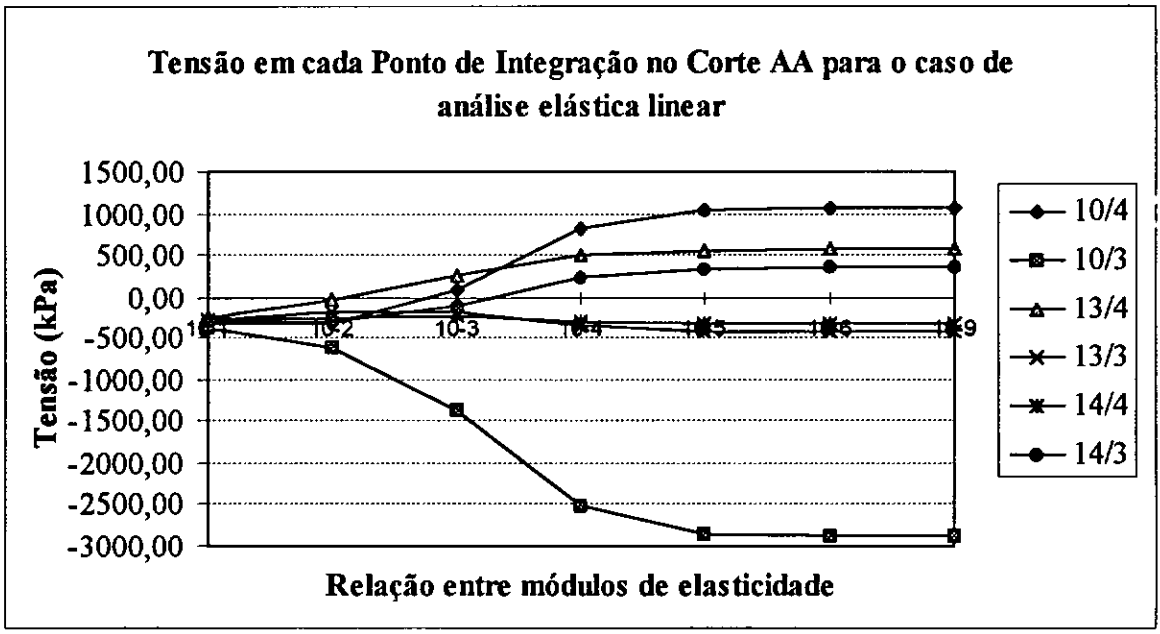


Figura 4.14 - Quinto Incremento de Carregamento

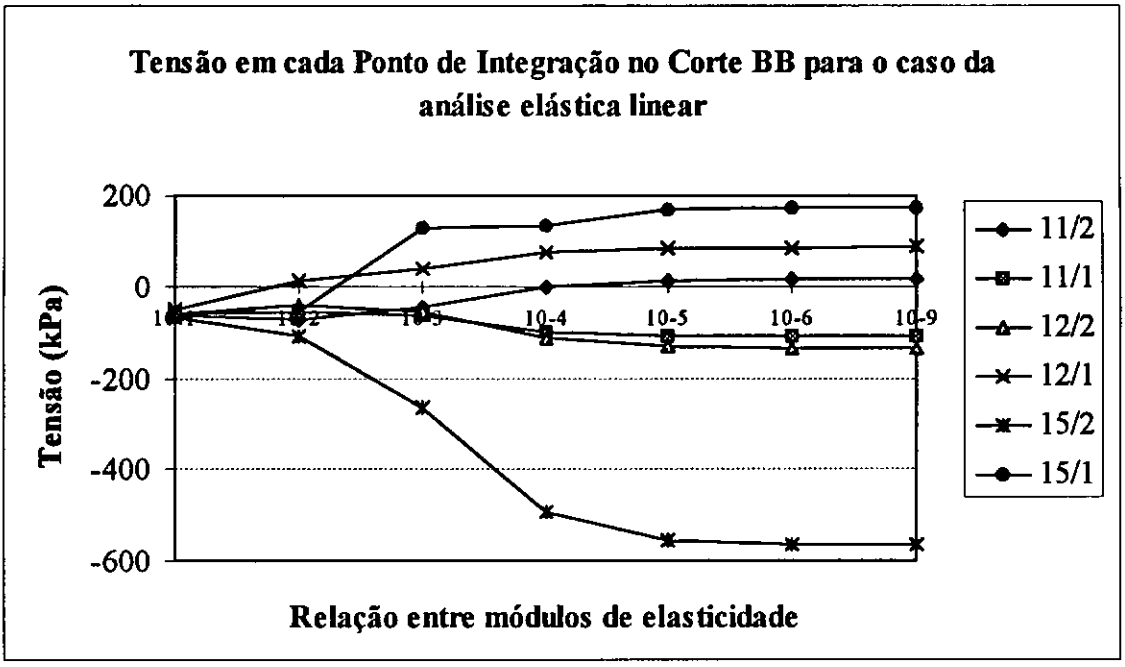


Figura 4.15 - Primeiro Incremento de Carregamento.

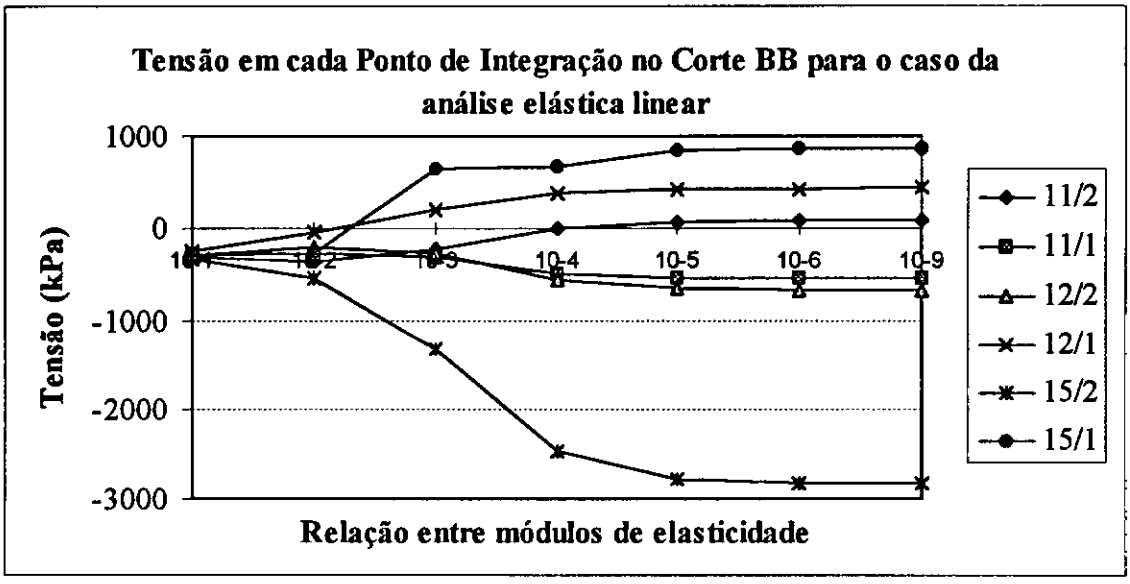


Figura 4.16 - Quinto Incremento de Carregamento.

Com o banco de dados depurados e a primeira série de análises feitas partiu-se para estudar o problema da modelação do contato. Utilizou-se modelos que acreditava-se melhor representar o contato. No estudo do contato e sua modelação estudaram-se seis casos de modelação para o contato. O primeiro, já citado; o segundo, modelo elasto-plástico onde variou-se o módulo de elasticidade dos elementos "tracionados" mantendo a tensão

de escoamento igual para todos os elementos; o terceiro variando a tensão de escoamento ao invés do módulo de elasticidade; o quarto variando ambos; o quinto, adotando restrição generalizada nos dois nós do contato "comprimido"; caso do **modelo 2,** onde utiliza-se treliças lineares e compara-se com um caso de treliça não-linear; e o sexto, **modelo 3** com elementos finito de contato 2D. Ou seja estas séries tem por objetivo estudar estes seis casos de modelação para o problema de contato.

IV.1.2 Módelo 2.

No **modelo 2** a diferença é que ao invés de 5 elementos sólidos onde se tenta representar o contato com o artifício de variar o módulo de elasticidade e o coeficiente de Poisson, adota-se 8 elementos de treliça que modelam a parte de contato.

Utilizando o princípio verificado na primeira série de testes do modelo 1 de que uma pequena rigidez leva a uma boa representação do descarregamento da tensão nos elementos "tracionados", no modelo 2, utilizou-se primeiro molas lineares com pequena rigidez, as molas que representam as interfaces "tracionadas" e com rigidez normal, as interfaces que representam contatos "comprimidos", e num segundo teste a consideração de molas não-lineares abaixo explicada.

Os elementos de treliças reproduzem molas não-lineares, onde a não linearidade é física, ou seja o material representado é não linear. A curva usada é a mostrada na fig. 4.17, sendo sua curva dada por vários segmentos de retas como comentado no capítulo II. Vê-se que na iminência do contato, o módulo de elasticidade deve crescer até o limite plástico que ocorre quando toda a superfície estiver em contato, momento em que o módulo de elasticidade no contato se iguala ao do material, e se na análise os dois bordos da malha de elementos finitos tenderem para interpenetração, o módulo tende para infinito, como mostra a curva, para o valor da tangente em pontos de x maior do que 1,0.

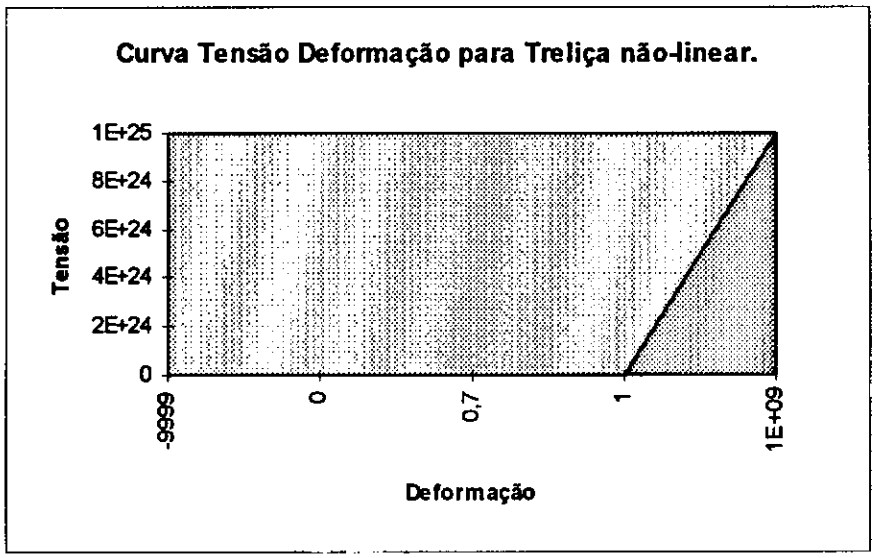


Figura 4.17 - Curva tensão deformação do material para treliça não linear.

Nestas barras, que são elementos de treliça, foi adotado comprimento igual a um vigésimo da largura para se comparar com os resultados obtidos com a representação do contato por elementos sólidos com largura de igual valor.

Os resultados das tensões nos pontos de integração dos cortes AA e BB para primeiro incremento e quinto incremento de carregamento estão nas tabelas 4.7 e 4.8. Os resultados obtidos com a treliça linear com pequena rigidez nas treliças "tracionadas", ou com a curva não linear condizente com contato, ou seja, tensão nenhuma se tracionada, e tensão infinita caso comprimida a quase 100% de deformação, fig. 4.17, produziu resultados próximos dos obtidos com elemento sólido com pequeno módulo de elasticidade nos elementos "tracionados" e do programa com elemento de contato. A variação do resultado da mola linear para a não linear é praticamente desprezível como pode ser observado.

IV.1.3 Modelo 3.

O **modelo** 3 com 41 nós, 24 elementos sólidos e mais cinco de contato executado no Sistema SAGE módulo AEEPECD, é uma malha de elementos finitos bi-dimensional axissimétrica. Executou-se uma análise elastoplástica regra de integração 2 x 2, com Poisson de 0,3 e módulo de elasticidade de 210.000 MPa e "Hardening" de 20% do módulo de elasticidade, 42.000 MPa.

Seu resultado foi tomado como padrão para comparações, pois é a modelagem mais complexa de representação do contato.

O parâmetro de comparação entre malhas, modelos e métodos foi as tensões dos pontos de integração do corte executado no elemento 27 e os cortes executados nos elementos 10, 13 e 14, corte AA e nos elementos 11, 12 e 15, corte BB.

Para todos os casos que utilizaram o **modelo 1, casos** de 1 a 4, executou-se as sete **variantes**, ou seja, variação da propriedade dos elementos que representavam o contato aberto ou "tracionado", em questão de décimos, centésimos, milésimos, etc, do valor dos elementos que representavam o contínuo e o contato fechado ou "comprimido".

Comparando as figuras 4.18 e 4.19. Vê-se que a partir da razão do elemento do contato que irá abrir em relação ao que vai fechar igual a 10^{-5}, os resultados já convergiram para a melhor representação do fenômeno, visto que toda a carga já está no elemento 27.

Nas figuras 4.18 até 4.29 e tabelas 4.1 até 4.6 tem plotado o caso 1 e nas tab. 4.7 e 4.8 casos de 2 a 6, 1°. ou 5°. incremento de carregamento e tensão nos pontos de integração do elemento 27, e dos pontos de integração dos cortes AA e BB.

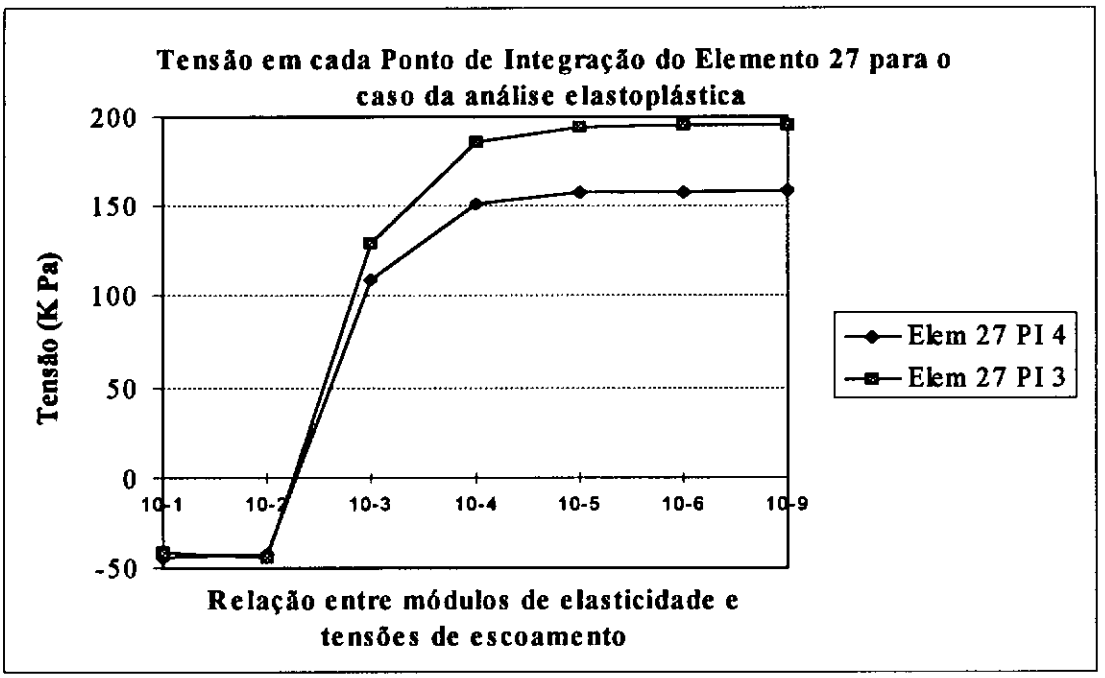


Figura 4.18 - Primeiro Incremento de Carregamento.

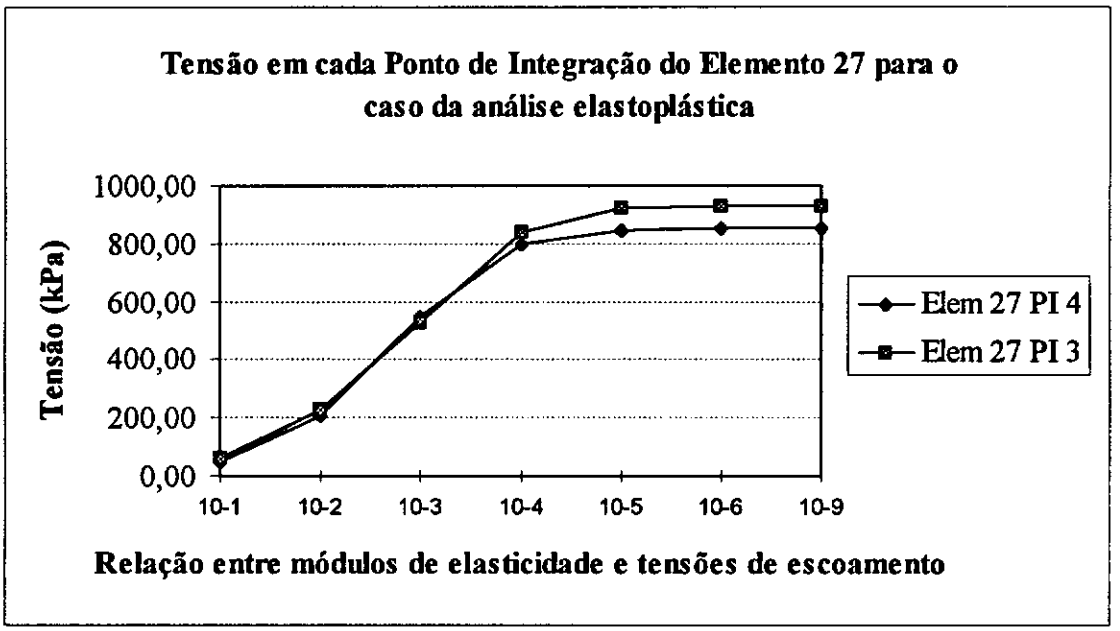


Figura 4.19 - Quinto Incremento de Carregamento.

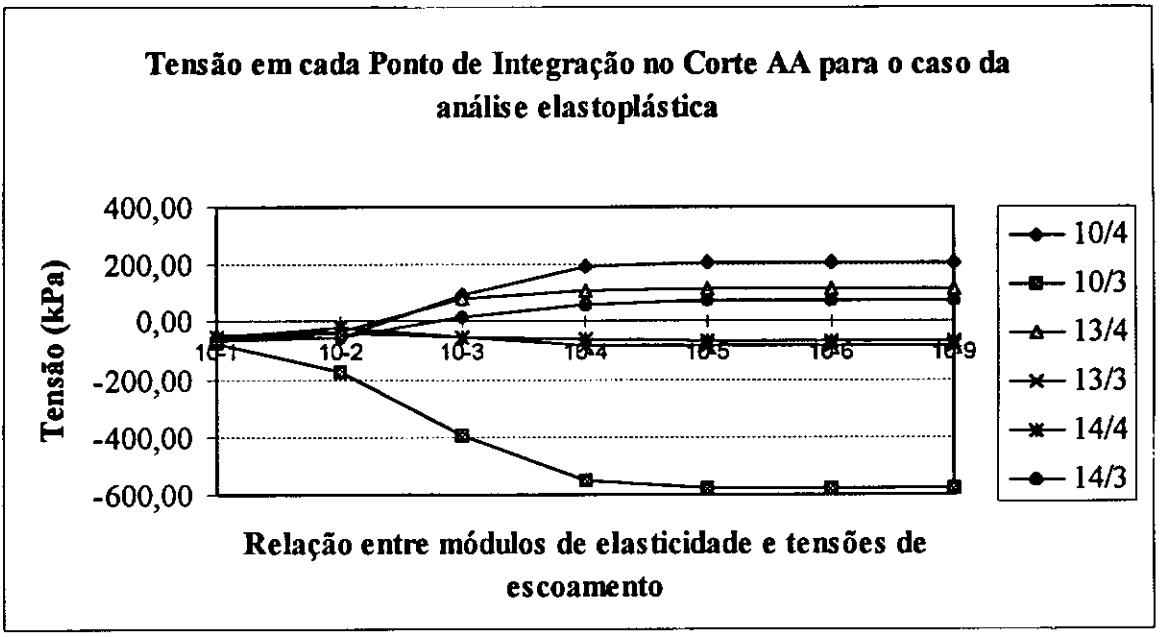


Figura 4.20 - Primeiro Incremento de Carregamento.

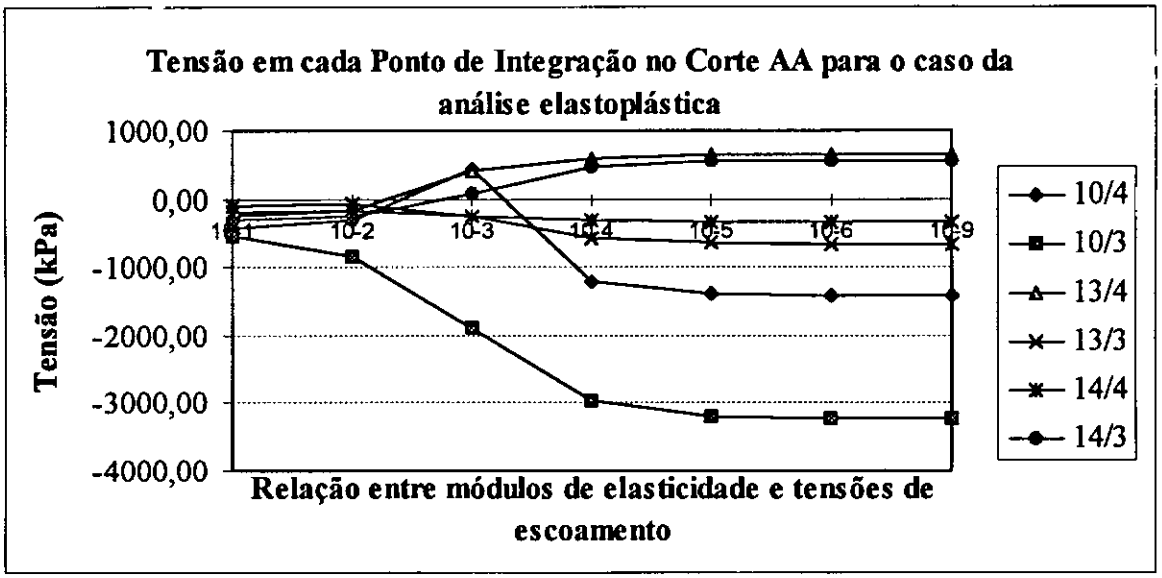


Figura 4.21 - Quinto Incremento de Carregamento.

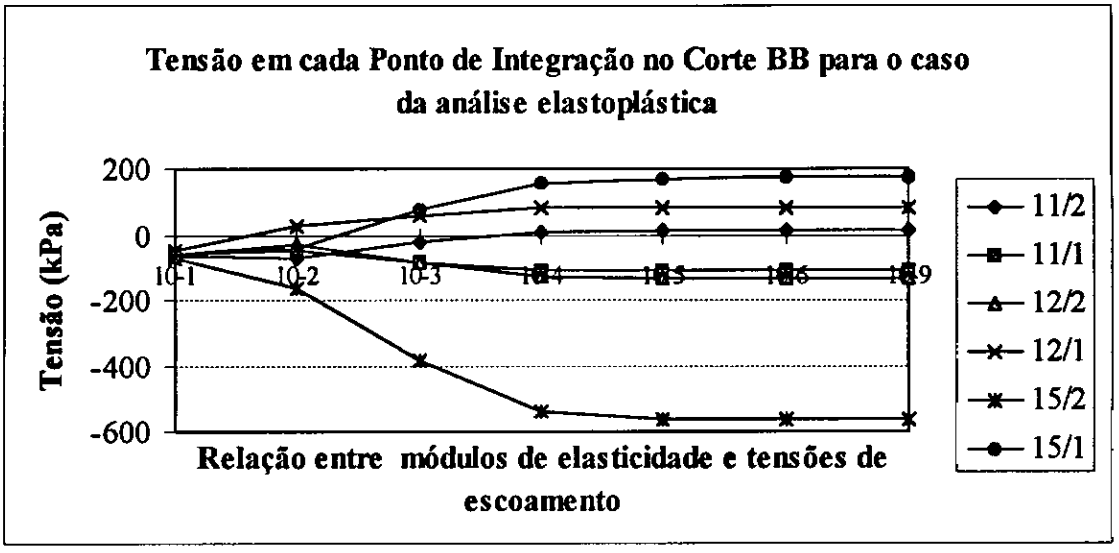


Figura 4.22 - Primeiro Incremento de Carregamento.

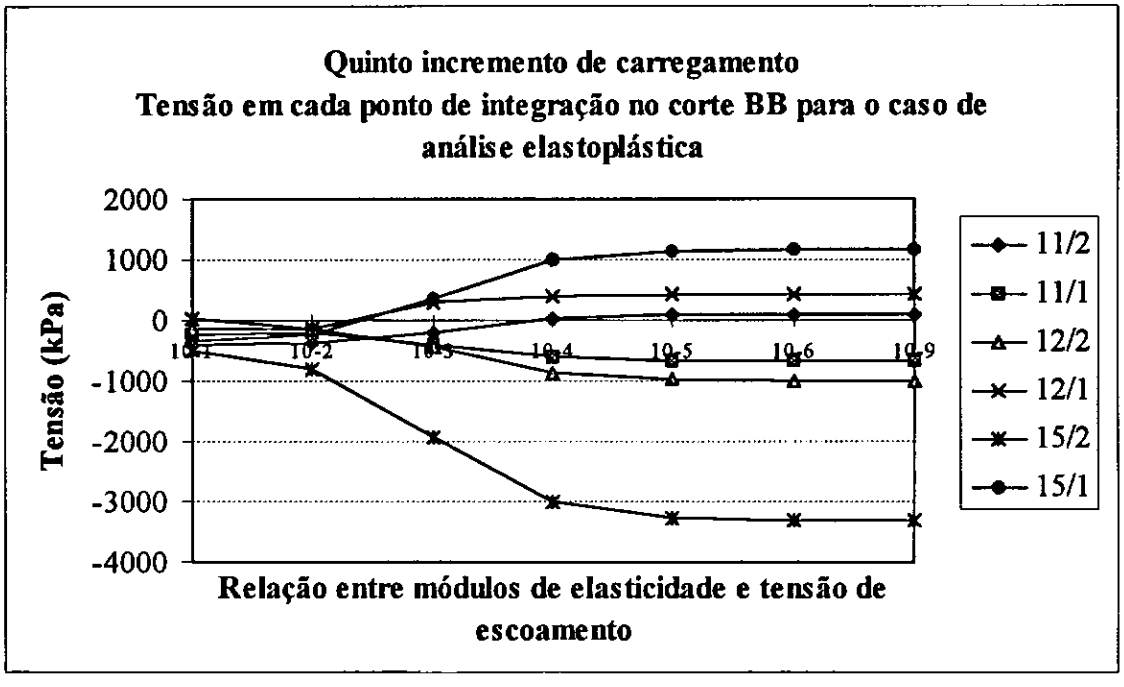


figura 4.23 - Quinto Incremento de Carregamento.

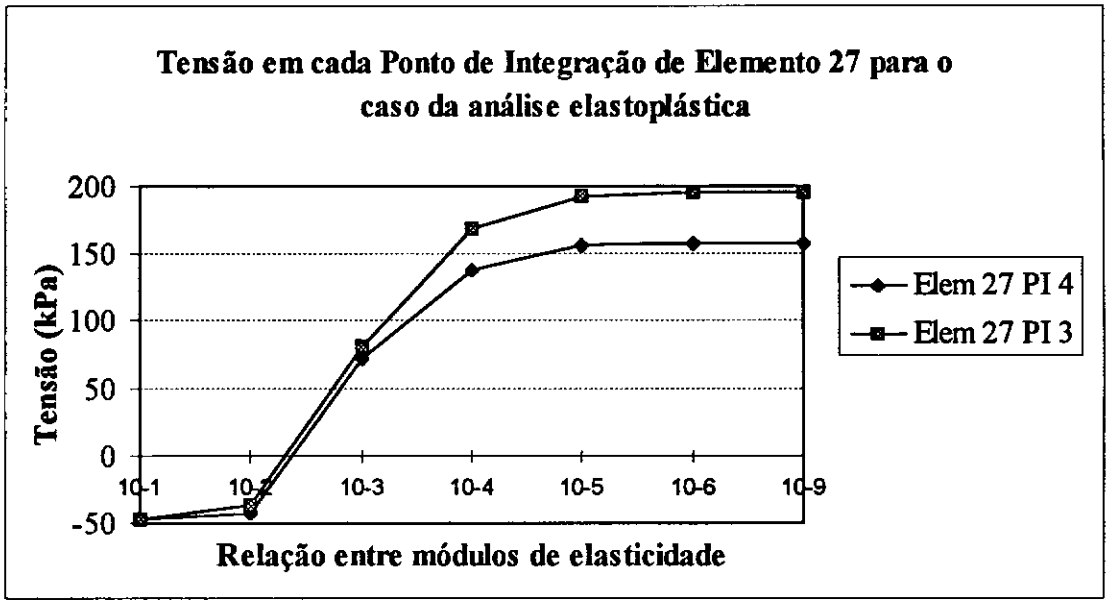


Figura 4.24 - Primeiro Incremento de Carregamento.

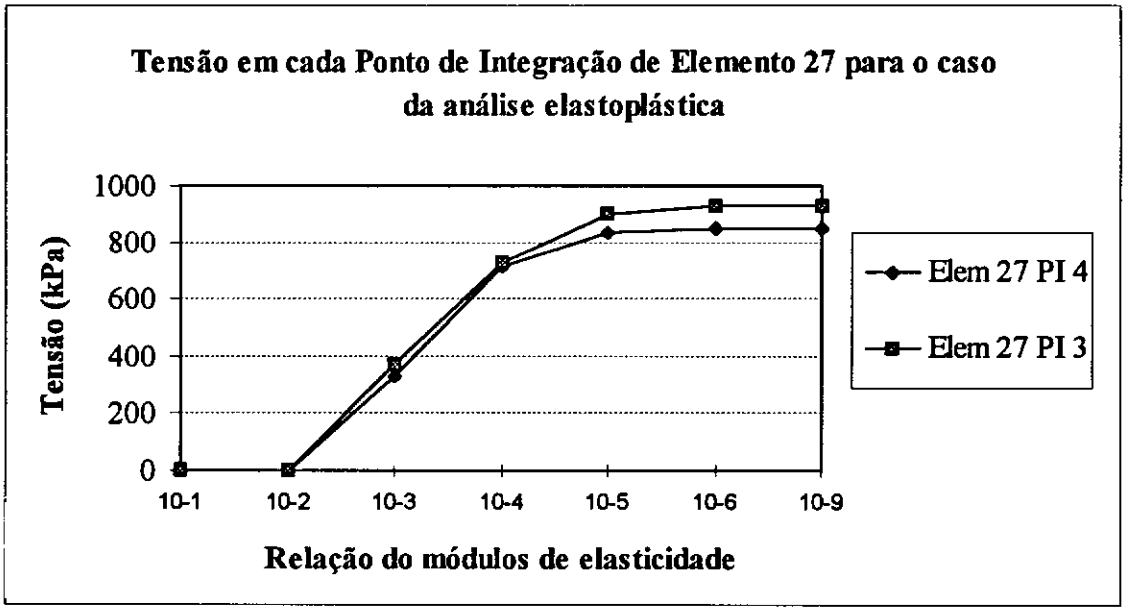


Figura 4.25 - Quinto Incremento de Carregamento.

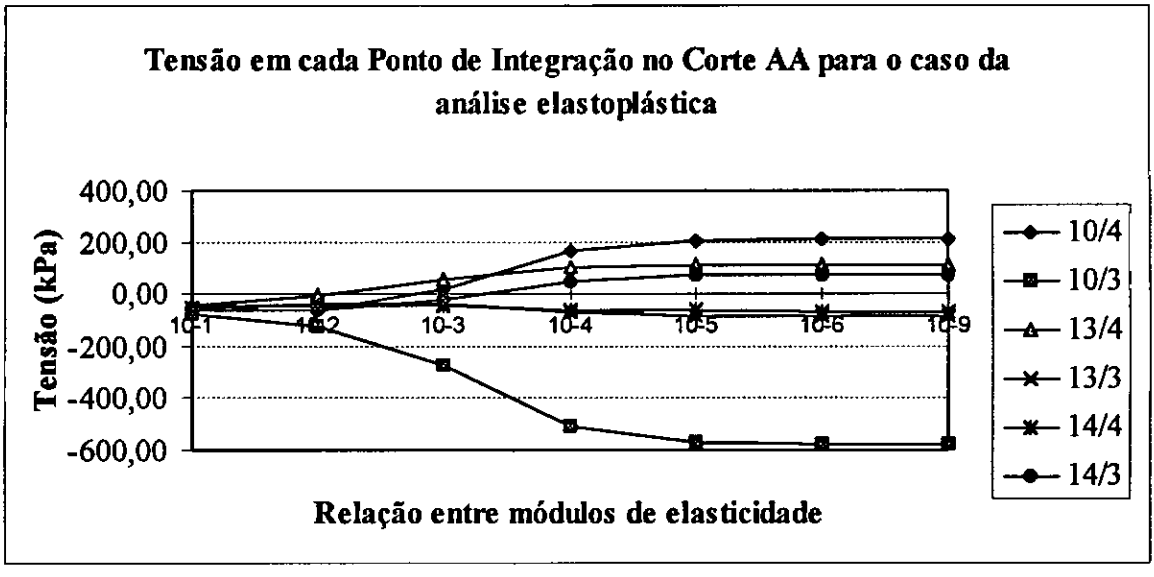


Figura 4.26 - Primeiro Incremento de Carregamento.

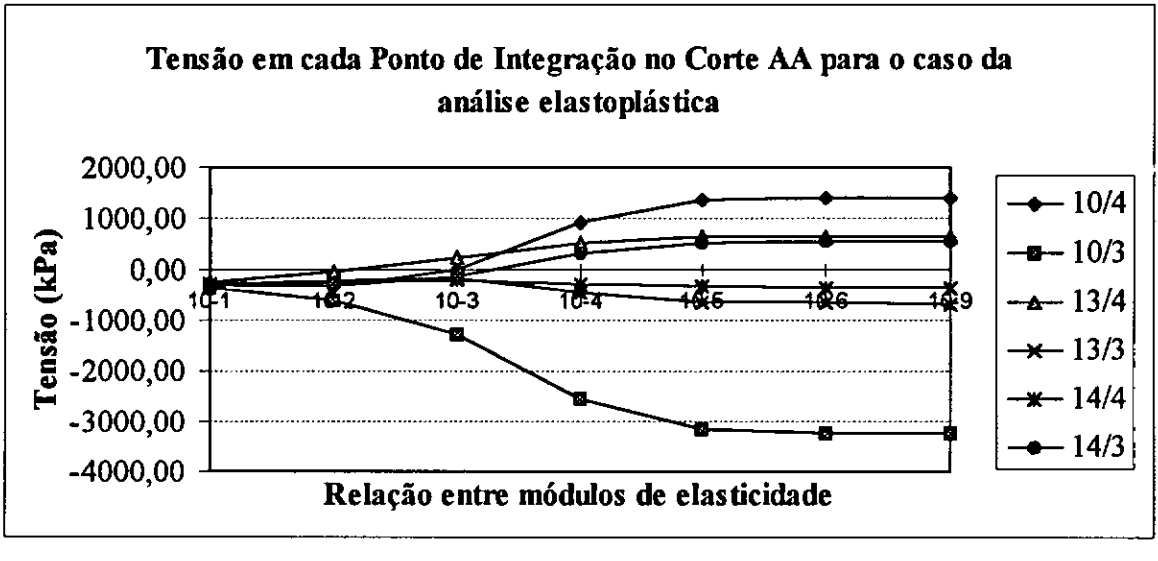


Figura 4.27 - Quinto Incremento de Carregamento.

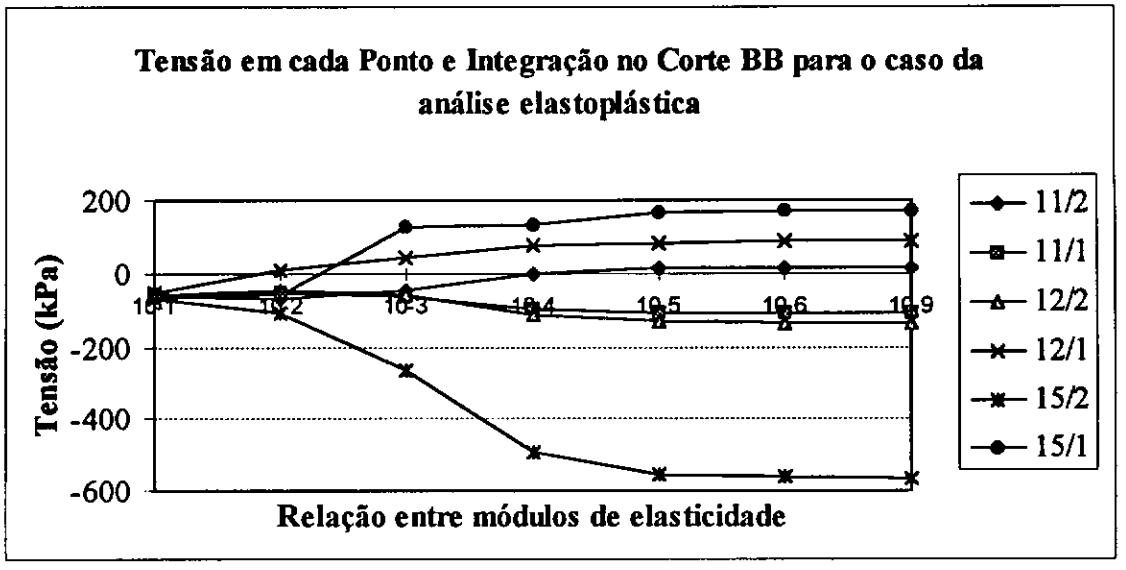


Figura 4.28 - Primeiro Incremento de Carregamento.

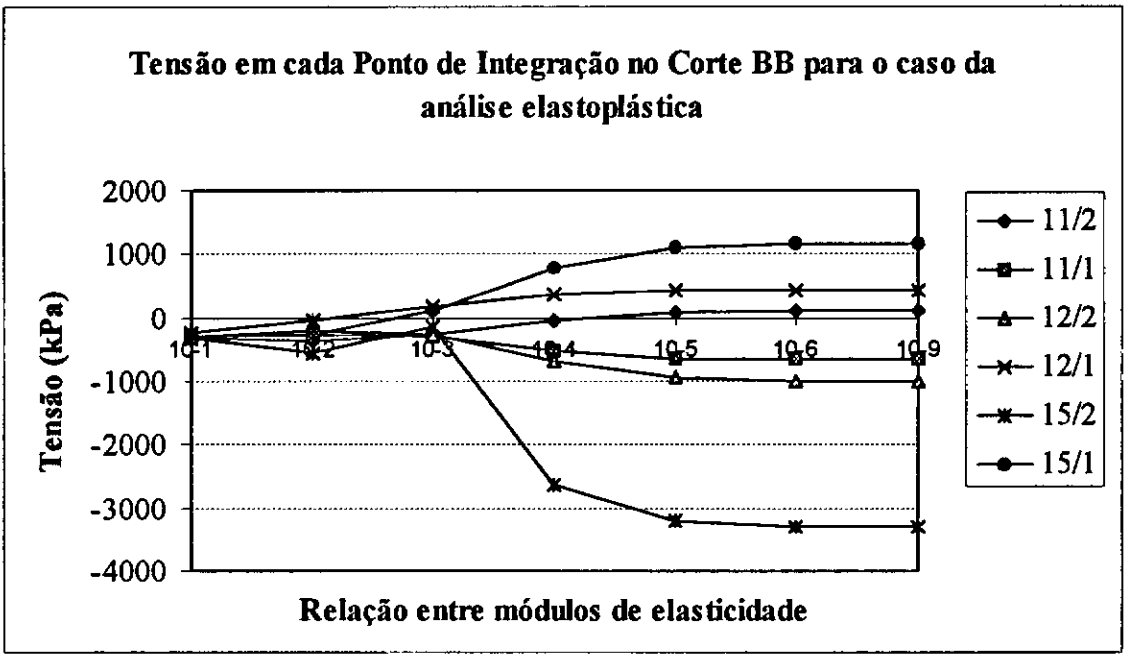


Figura 4.29 - Quinto Incremento de Carregamento.

Nas tabelas de 4.1 a 4.9 onde estiver o **escrito em negrito** leia-se o que está a frente :

10/4 é o elemento 10 ponto de integração 4.
10/3 é o elemento 10 ponto de integração 3.
11/2 é o elemento 11 ponto de integração 2.
11/1 é o elemento 11 ponto de integração 1.
12/2 é o elemento 12 ponto de integração 2.
12/1 é o elemento 12 ponto de integração 1.
13/4 é o elemento 13 ponto de integração 4.
13/3 é o elemento 13 ponto de integração 3.
14/4 é o elemento 14 ponto de integração 4.
14/3 é o elemento 14 ponto de integração 3.
15/2 é o elemento 15 ponto de integração 2.
15/1 é o elemento 15 ponto de integração 1.

RELAÇÃO A é a relação entre módulo de elasticidade e tensão de escoamento do elemento que representa o contato abrindo pelo elemento que representa o contato fechando ou elemento sólido.

RELAÇÃO B é a relação entre módulo de elasticidade do elemento que representa o contato abrindo pelo elemento que representa o contato fechando ou do elemento sólido.

MAIOR e MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO são respectivamente a maior e a menor tensão de tração dos elementos de contato.

ELEM é elemento.

PI é ponto de integração.

TABELA 4.1

PRIMEIRO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

ELEMENTO 27.

RELAÇÃO A	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3	MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI	MAIOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI
1.0E-01	-44.31	-41.21	-44.63	28	1	-61.42	29	2
1.0E-02	-42.48	-44.18	-14.62	26	2	-51.31	29	2
1.0E-03	108.55	128.78	-5.53	26	4	-22.74	29	2
1.0E-04	150.82	185.33	-8.3e-1	26	4	-3.5e+0	29	2
1.0E-05	157.62	194.58	-8.9E-2	26	4	-3.7E-1	29	2
1.0E-06	158.33	195.57	-9.0E-3	26	4	-3.7E-2	29	2
1.0E-09	158.42	195.68	-9.0E-6	26	4	-3.7E-5	29	2

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 26 - PI 3	MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI	MAIOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI
1.0E-01	-47.05	-46.73	-42.60	26	4	-59.43	29	2
1.0E-02	-16.74	-3.70	-20.61	26	4	-56.60	29	2
1.0E-03	71.32	81.73	-7.41	26	4	-32.39	29	2
1.0E-04	138.29	169.11	-1.53	26	4	-7.3E+0	29	2
1.0E-05	156.08	192.59	-1.8E-1	26	4	-8.5E-1	29	2
1.0E-06	158.18	195.36	-1.8E-2	26	4	-8.6E-2	29	2
1.0E-09	158.42	195.68	-1.8E-5	26	4	-8.7E-5	29	2

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 26 - PI 3	MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI	MAIOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI
1.0E-01	-47.05	-46.73	-3.17	26	2	-7.31	29	2
1.0E-02	-16.74	-3.70	-1.84	26	2	-14.30	29	2
1.0E-03	71.32	81.73	-7.41	26	4	-32.39	29	2
1.0E-04	138.29	169.11	-1.03	26	4	-3.87	29	2
1.0E-05	156.08	192.59	-1.8E-1	26	4	-8.5E-1	29	2
1.0E-06	158.18	195.36	-1.8E-2	26	4	-8.6E-2	29	2
1.0E-09	158.42	195.68	-1.8E-5	26	4	-8.6E-5	29	2

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elástica.

TABELA 4.2

PRIMEIRO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

CORTE AA.

RELAÇÃO A	TENSÃO SZZ 10/4	TENSÃO SZZ 10/3	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 14/4	TENSÃO SZZ 14/3
1.0E-01	-65.33	-75.92	-47.19	-52.78	-55.01	-59.26
1.0E-02	-51.66	-175.55	-31.49	-18.59	-37.19	-53.46
1.0E-03	94.00	-397.43	78.77	-54.31	-52.79	14.39
1.0E-04	193.92	-550.39	108.54	-79.91	-63.52	62.44
1.0E-05	210.05	-575.18	113.37	-84.00	-65.22	70.23
1.0E-06	211.77	-577.81	113.87	-84.44	-65.40	71.07
1.0E-09	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 10/4	TENSÃO SZZ 10/3	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 14/4	TENSÃO SZZ 14/3
1.0E-01	-64.37	-73.25	-47.85	-55.11	-56.81	-58.92
1.0E-02	-63.09	-121.50	-5.34	-37.69	-48.60	-60.53
1.0E-03	15.61	-275.59	52.61	-36.12	-45.21	-23.09
1.0E-04	163.53	-504.38	100.06	-71.70	-59.99	47.82
1.0E-05	206.29	-569.49	112.32	-82.98	-64.78	68.43
1.0E-06	211.39	-577.23	113.77	-84.34	-65.35	70.88
1.0E-09	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 10/4	TENSÃO SZZ 10/3	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 14/4	TENSÃO SZZ 14/3
1.0E-01	-64.37	-73.25	-47.85	-55.11	-56.81	-58.92
1.0E-02	-63.09	-121.50	-53.44	-37.69	-48.60	-60.53
1.0E-03	15.61	-275.59	52.61	-36.12	-45.21	-23.09
1.0E-04	163.53	-504.38	100.06	-71.70	-59.99	47.82
1.0E-05	206.29	-569.49	112.32	-82.98	-64.78	68.43
1.0E-06	211.39	-577.23	113.77	-84.34	-65.35	70.88
1.0E-09	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elástica.

TABELA 4.3

PRIMEIRO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

CORTE BB.

RELAÇÃO A	TENSÃO SZZ 11/2	TENSÃO SZZ 11/1	TENSÃO SZZ 12/02	TENSÃO SZZ 12/1	TENSÃO SZZ 15/2	TENSÃO SZZ 15/1
1.0E-01	65.77	58.55	55.48	46.85	70.99	58.55
1.0E-02	70.13	47.25	28.70	25.70	161.79	41.29
1.0E-03	22.12	80.96	84.79	60.49	385.55	76.67
1.0E-04	10.31	105.94	125.91	82.16	536.58	158.50
1.0E-05	15.55	109.99	132.56	85.72	561.03	171.76
1.0E-06	16.11	110.42	133.27	86.09	563.63	173.18
1.0E-09	16.17	110.47	133.35	86.13	563.92	173.34

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 11/2	TENSÃO SZZ 11/1	TENSÃO SZZ 12/2	TENSÃO SZZ 12/1	TENSÃO SZZ 15/2	TENSÃO SZZ 15/1
1.0E-01	65.09	59.48	57.20	49.99	67.23	58.33
1.0E-02	71.23	54.14	43.54	11.48	108.33	55.34
1.0E-03	47.94	63.04	55.11	41.03	263.82	126.35
1.0E-04	0.38	98.21	113.06	76.38	491.34	133.78
1.0E-05	14.32	109.03	130.96	85.01	555.44	168.71
1.0E-06	15.98	110.33	133.10	86.02	563.06	172.87
1.0E-09	16.17	110.47	133.35	86.13	563.92	173.34

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 11/2	TENSÃO SZZ 11/1	TENSÃO SZZ 12/2	TENSÃO SZZ 12/1	TENSÃO SZZ 15/2	TENSÃO SZZ 15/1
1.0E-01	65.09	59.48	57.20	49.99	67.23	58.33
1.0E-02	71.23	54.14	43.54	11.48	108.33	55.34
1.0E-03	47.94	63.04	55.11	41.03	263.82	12.64
1.0E-04	0.38	98.21	113.06	76.38	491.34	133.78
1.0E-05	14.32	109.03	130.96	85.01	555.44	168.71
1.0E-06	15.98	110.33	133.10	86.02	563.06	172.87
1.0E-09	16.17	110.47	133.35	86.13	563.92	173.34

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elástica.

TABELA 4.4

QUINTO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

ELEMENTO 27.

RELAÇÃO A	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 26 - PI 3	MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI	MAIOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI
1.0E-01	46.16	60.81	-106.65	26	4	-310.23	29	2
1.0E-02	205.37	227.59	-65.01	26	2	-267.16	29	2
1.0E-03	545.83	529.91	-32.47	26	4	-139.02	29	2
1.0E-04	796.06	841.09	-6.67	26	4	-28.70	29	2
1.0E-05	847.28	921.14	-7.6E-1	26	4	-3.25	29	2
1.0E-06	853.14	930.40	-7.7E-2	26	4	-0.33	29	2
1.0E-09	853.80	931.45	-7.7E-5	26	4	-3.3E-4	29	2

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 26 - PI 3	MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI	MAIOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI
1.0E-01	-235.26	-233.63	212.98	26	2	-297.13	29	2
1.0E-02	-270.89	-185.43	-103.83	26	4	-282.99	29	2
1.0E-03	325.97	366.85	-41.50	26	4	-175.46	29	2
1.0E-04	714.27	727.22	-11.27	26	4	-53.92	29	2
1.0E-05	834.73	902.54	-1.49	26	4	-7.29	29	2
1.0E-06	851.82	928.43	-0.15	26	4	-0.76	29	2
1.0E-09	853.80	931.45	-1.6E-4	26	4	-7.6E-4	29	2

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 26 - PI 3	MENOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI	MAIOR TENSÃO DE TRAÇÃO	ELEM	PI
1.0E-01	-235.25	-233.63	-212.98	26	4	-297.13	29	2
1.0E-02	-0.84	-18.50	-103.04	26	4	-283.01	29	2
1.0E-03	356.61	408.63	-37.04	26	4	-161.96	29	2
1.0E-04	691.41	845.56	-7.66	26	4	-36.66	29	2
1.0E-05	780.39	962.94	-0.88	26	4	-4.25	29	2
1.0E-06	790.89	976.82	-8.9E-2	26	4	-4.3E-1	29	2
1.0E-09	792.08	978.39	-8.9E-5	26	4	-4.3E-4	29	2

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elástica.

TABELA 4.5

QUINTO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

CORTE AA.

RELAÇÃO A	TENSÃO SZZ 10/4	TENSÃO SZZ 10/3	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 14/4	TENSÃO SZZ 14/3
1.0E-01	-416.13	-552.29	-259.32	-101.32	-188.56	-322.08
1.0E-02	-301.50	-849.04	-160.95	-81.68	-162.42	-260.25
1.0E-03	429.09	-1875.6	414.41	-240.35	-251.02	79.95
1.0E-04	-1212.7	-2943.8	595.75	-567.70	-317.91	455.53
1.0E-05	-1395.0	-3205.0	633.97	-651.36	-339.08	550.36
1.0E-06	-1415.9	-3235.1	638.25	-660.86	-341.75	561.15
1.0E-09	-1418.2	-3238.5	638.74	-661.93	-342.06	562.36

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 10/4	TENSÃO SZZ 10/3	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 14/4	TENSÃO SZZ 14/3
1.0E-01	-321.86	-366.26	-239.23	-275.56	-284.04	-294.61
1.0E-02	-318.03	-600.89	-28.08	-189.04	-243.33	-302.88
1.0E-03	6.24	-1287.2	243.82	-166.64	-188.40	-115.32
1.0E-04	921.16	-2541.1	535.50	-426.62	-290.13	301.88
1.0E-05	1349.6	-3140.3	625.41	-629.94	-332.80	527.09
1.0E-06	1411.1	-3228.3	637.38	-658.61	-341.08	558.69
1.0E-09	1418.2	-3238.5	638.74	-661.93	-342.06	562.35

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 10/4	TENSÃO SZZ 10/3	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 13/4	TENSÃO SZZ 14/4	TENSÃO SZZ 14/3
1.0E-01	-321.86	-366.26	-239.23	-275.56	-284.04	-294.61
1.0E-02	-315.44	-607.51	-26.72	-188.47	-243.02	-302.64
1.0E-03	78.06	-1377.9	263.04	-180.59	-226.03	-115.46
1.0E-04	817.65	-2521.9	500.30	-358.52	-299.96	239.10
1.0E-05	1031.5	-2847.4	561.62	-414.91	-323.89	342.12
1.0E-06	1056.9	-2886.2	568.84	-421.68	-326.77	354.40
1.0E-09	1059.8	-2890.5	569.66	-422.45	-327.10	355.79

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elástica.

TABELA 4.6

QUINTO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

CORTE BB.

RELAÇÃO A	TENSÃO SZZ 11/2	TENSÃO SZZ 11/1	TENSÃO SZZ 12/2	TENSÃO SZZ 12/1	TENSÃO SZZ 15/2	TENSÃO SZZ 15/1
1.0E-01	-390.11	-219.75	-127.55	25.12	502.41	331.54
1.0E-02	-350.34	-216.31	-137.00	134.33	800.52	229.43
1.0E-03	-184.01	-404.97	-426.21	289.80	-1929.5	374.20
1.0E-04	45.31	-601.21	-867.63	407.50	-3015.0	1005.0
1.0E-05	99.49	-652.93	-977.49	437.64	-3277.7	1144.3
1.0E-06	105.7	-659.00	-990.15	441.13	-3308.1	1160.2
1.0E-09	106.40	-659.68	-991.58	441.52	-3311.5	1162.0

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 11/2	TENSÃO SZZ 11/1	TENSÃO SZZ 12/2	TENSÃO SZZ 12/1	TENSÃO SZZ 15/2	TENSÃO SZZ 15/1
1.0E-01	-325.44	-297.41	-285.98	249.95	336.16	291.65
1.0E-02	-355.93	-269.51	-217.31	57.63	541.81	276.82
1.0E-03	-272.87	-301.41	-252.39	186.29	126.33	115.82
1.0E-04	-43.45	-520.78	-692.59	365.06	2621.7	783.77
1.0E-05	85.98	-639.60	-949.50	431.52	3213.4	1110.3
1.0E-06	104.28	-657.57	-987.19	440.48	3301.3	1156.6
1.0E-09	106.40	-659.68	-991.58	441.52	3311.5	1162.0

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elastoplástica.

RELAÇÃO B	TENSÃO SZZ 11/2	TENSÃO SZZ 11/1	TENSÃO SZZ 12/2	TENSÃO SZZ 12/1	TENSÃO SZZ 15/2	TENSÃO SZZ 15/1
1.0E-01	-325.44	-297.41	-285.98	249.95	336.16	292.14
1.0E-02	-356.15	-270.70	-217.72	57.38	541.65	276.71
1.0E-03	-239.70	-315.18	-275.57	205.15	1319.1	631.77
1.0E-04	1.91	-491.05	-565.30	381.89	2456.7	668.88
1.0E-05	71.62	-545.14	-654.79	425.04	2777.2	843.53
1.0E-06	79.92	-551.63	-665.52	430.09	2815.3	864.33
1.0E-09	80.86	-552.36	-666.73	430.66	2819.6	866.68

Tensão SZZ em cada ponto de integração para uma análise elástica.

Apresenta-se na tabela 4.7, o **caso** 2 onde se variou somente o módulo de elasticidade; **caso** 3 onde se variou só a tensão de escoamento; e, no **caso** 4, ambos. Os **casos** 2, 3 e 4 se valem de análise elastoplástica. Observa-se que nos **casos** 2 e 4 para a menor relação, 10^{-9}, consegue-se convergência para um mesmo patamar de tensões, sendo que no **caso** 4 a convergência é mais rápida. Observe que com relação 10^{-4} já se tem um valor próximo do estável enquanto só com a relação 10^{-5} no **caso** 2 que se consegue este patamar de solução. No **caso** 3 não se obtem convergência, comprovando-se ser essencial baixa rigidez nos elementos "tracionados". Para acelerar a convergência pode-se reduzir também a tensão de escoamento.

O **caso** 5, restrição generalizada, teve resultados próximos do modelo 1, nos **casos** 1, 2 e 4 e do elemento de contato.

O mesmo pode ser observado ao comparar as fig. 4.11, 4.18 e 4.24 e também 4.13, 4.20 e 4.26, tabelas 4.7 e 4.8. Todos os gráficos relativos ao 1°. incremento de carregamento, aos casos 2, 3 e 1 respectivamente.

Comparando as fig. 12, 19 e 25 , e tab. 4, no 5°. incremento de carregamento, nota-se que no **caso** 4, na quinta variante (tensão de escoamento dos elementos "tracionados" (25,26,28 e 29) e módulo de elasticidade ambos iguais a 0.001% do valor dos comprimidos) as tensões internas já estão praticamente estabilizadas. Ou seja, a diferença entre os resultado da quinta variante para a sexta deu menor do que 1%. Sendo este ponto o de maior proximidade com a realidade física. Temos a tensão zz elemento 27 ponto de integração 4 847,28 KN/m^2 para um estável de 853,80 KN/m^2 para o ponto de integração 3 de 921,14 KN/m^2 para 931,45 KN/m^2. O **caso** 2 ainda está com diferenças de 3%, 834,73 KN/m^2 / 853,80 KN/m^2 para ponto de integração 4 e 902,54 KN/m^2 para 931,14 KN/m^2 para o 3, porém o caso 1 nem na sétima variante 792,08 KN/m^2 e 978,38 KN/m^2.

Observa-se que a metodologia adotada no **caso** 4 é a que melhor representa o contato. Vê-se que, se por um lado é imperioso adotar pequena rigidez onde se vai abrir contato, por outro é aconselhável adotar também baixa tensão de escoamento para os mesmos.

O **caso** 1 tem resultado diferente na última variante, ou seja, não convergiu para os mesmos valores dos caso 2 e 4, por ser uma análise elástica, ou seja, não considerar a elastoplasticidade.

O mesmo fenômeno se observa nas fig. 4.14, 4.20 e 4.26 e 4.16, 4.22 e 4.28 tabelas 4.5 e 4.6.

No **caso** 3, tabs 4.7 e 4.8 módulo de elasticidade do contato invariável porém com tensão de escoamento de um bilionésimo dos elementos sólidos, não há convergência. Por mais que o programa itere, ele não consegue convergir. A alta rigidez no contato "tracionado" impossibilita que durante o processo iterativo o programa consiga descarregar toda a carga do contato. Em outras análises em que se divide o incremento de carregamento em intervalos de um milésimo do carregamento, ele consegue convergir só no primeiro incremento, mas os resultados convergem para valores completamente fora do obtido por modelos que tem a metodologia do **caso** 4, ou seja, converge para um ponto sem significação física.

Os **casos** 4, 5 são os que melhor representam o contato, quase tão bom quanto o elemento de contato, tab. 4.7 e 4.8. Ou seja, ou adota-se restrição generalizada ou elemento sólido para representar o contato com baixa tensão de escoamento e rigidez para os elementos "tracionados", sendo portanto os que melhor representam a realidade física do contato.

Sabendo-se que a modelagem 2D, **modelo 3**, com elemento de contato é de todas a aproximação mais rigorosa do fenômeno de contato. Partiu-se para observar como as outras modelagens se portavam em relação a ele.

Contudo observando a tab. 4.7 onde temos os dados para o primeiro incremento de carregamento do exemplo executado com elemento de interface das tensões nos pontos de integração do elementos 27 e cortes AA e BB, comparados com a treliça linear, não linear ou elemento sólido com baixa rigidez e baixa tensão de escoamento, igual a um bilionésimo dos valores dos outros elementos, tem-se que constatar a pequena diferença de resultados obtidos entre o elemento de contato, elemento sólido com metodologia de entrada dos dados do caso 4 e restrição generalizada.

Porém observando a tab 4.8 quinto incremento vemos que esta diferença aumenta para uns 10 a 15%, devido a plasticidade. Mesmo assim não podemos considerar ruins as simulações visto que 15 % de diferença nos resultados num fenômeno não linear de dificil estipulação dos esforços envolvidos é aceitável.

Enquanto a tensão no elemento finito de interface, **caso** 5, que representa o contato comprimido , elemento 27 ponto de integração 1 e 2, tem 182,0 KN/m^2 e 171 KN/m^2 respectivamente tensão representando o contato o contínuo mais próxima da realidade.

Concluiu-se que eventuais discrepançias são oriundos de modelagem pobre das malhas.

TABELA 4.7

ELEMENTO 27, CORTE AA e CORTE BB.

PRIMEIRO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

RELAÇÃO A ou B = 10^{-9}

ELEMENTO 27	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3
CASO 2	158.42	195.68
CASO 3	32.27	25.74
CASO 4	158.42	195.68
CASO 5	------	------
CASO 6	182.0	171.7

CORTE AA	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 3
CASO 2	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16
CASO 3	-90.00	-125.05	25.11	-5.83	-30.54	-66.34
CASO 4	211.96	113.93	-84.49	-65.42	71.16	170.19
CASO 5	203.67	-570.74	107.67	-82.61	-61.84	68.97
CASO 6	196.8	-63.8	-107.7	-83.73	-52.29	63.69

CORTE BB	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 1
CASO 2	16.17	-110.47	-133.35	86.13	-563.92	173.34
CASO 3	-86.24	-38.35	-11.78	22.82	-103.02	-71.86
CASO 4	201.72	-326.02	-272.72	405.35	-1279.3	510.28
CASO 5	15.17	-105.17	-129.58	80.53	-557.24	167.93
CASO 6	13.91	-100.8	-124.0	77.49	-558.4	194.4

TABELA 4.8

ELEMENTO 27, CORTE AA e CORTE BB.

QUINTO INCREMENTO DE CARREGAMENTO. RELAÇÃO A ou B = 10^{-9}

ELEMENTO 27	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3
CASO 2	792.08	978.39
CASO 3	------	------
CASO 4	853.80	931.45
CASO 5	------	------
CASO 6	1413.	328.9

CORTE AA	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 3
CASO 2	1059.8	-2890.5	569.66	-422.45	-327.1	355.79
CASO 3	-90.00	-125.05	25.11	-5.83	-30.54	-66.34
CASO 4	1418.2	-3233.9	638.7	-661.93	-342.06	562.36
CASO 5	1696.4	-3904.1	-750.51	-781.7	-390.64	686.95
CASO 6	1735.	-3742.	354.5	-356.9	589.7	-387.9

CORTE BB	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 1
CASO 2	80.86	-552.36	-666.73	430.66	-2819.6	866.68
CASO 3	-383.97	-183.86	-77.90	118.15	-521.00	-358.70
CASO 4	106.40	-659.68	-991.58	441.52	-3311.5	1162.0
CASO 5	96.03	-615.80	-946.32	403.55	-3255.0	1120.7
CASO 6	527.2	-727.8	-1899.	1244.	-3026.	1040.4

IV.2 Pesquisa para verificação do problema iterativo.

IV.2.1 Caso para pequeno número de iterações :

Elegeu-se o **modelo** 1 **caso** 4 para pesquisar a solução do problema iterativo. São quatro tipos. Para tanto analisou-se o modelo 1 caso 4 para a sétima variante. Quando os parâmetros em questão, módulo de elasticidade e

tensão de escoamento para as interfaces "tracionadas" serão de 10^{-9}, das interfaces "comprimidas" numa análise elastoplástica. Esta análise seria uma análise igual ao **caso** 4 somente substituindo o método de solução do problema iterativo e considerando em um dos casos a não linearidade geométrica. São eles **caso A**, solução do problema iterativo pelo método de Newton, **caso B**, solução pelo método BFGS, **caso C**, método Newton com aceleração de Aitken e **caso D**, consideração da não linearidade geométrica no **caso B**.

Esta consideração conduz a pequena quantidade de iterações pois o elemento tracionado atrai pouca carga para ele, logo converge mais rápido.

Observando a figura 4.30 a tabela 4.9 vê-se que a não linearidade geométrica, quando considerada, **caso D**, sempre acelera a convergência. Newton, **caso A** é o mais lento, necessitando portanto de mais iterações para convergir. O BFGS, **caso B**, é também muito eficiente, convergindo com um pouco mais de iterações do que quando se considera a não linearidade. Com acelerador de Aitkens, **caso C**, a solução é um pouco mais rápida do que no método de Newton porém mais lento que os **casos B** e **D**, BFGS e consideração da não linearidade. Ficando em ordem ascendente de velocidades de convergência :

i. Newton, caso A;

ii. Acelerador de Aitkens, caso C;

iii.BFGS, caso B;

iv.Consideração da não - linearidade, caso D.

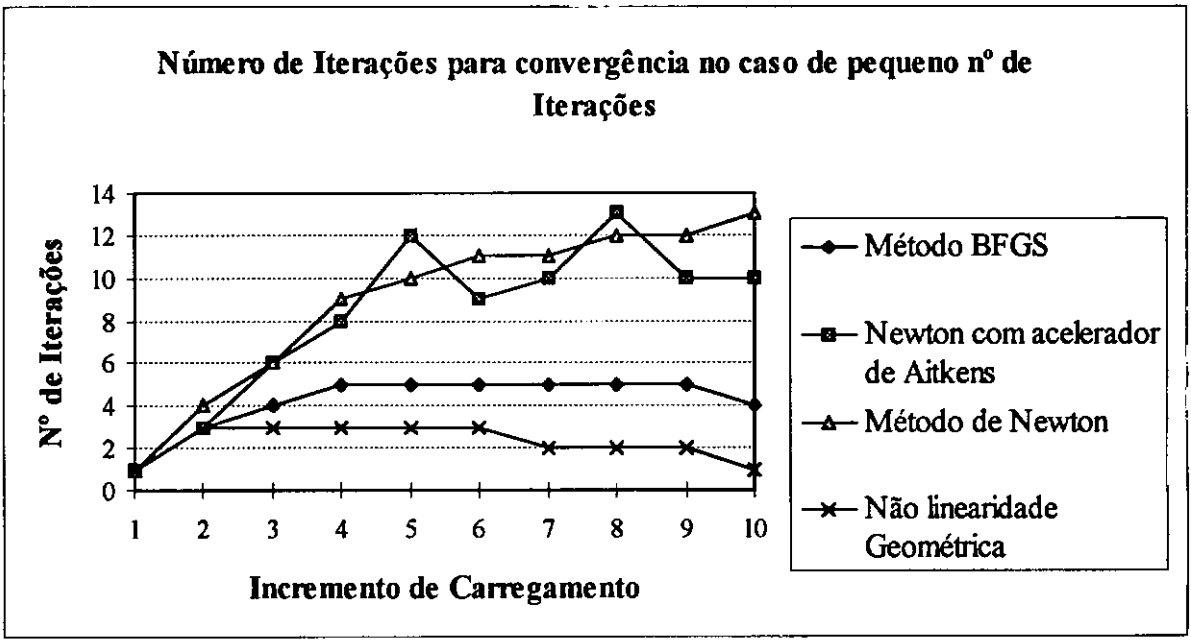


Figura 4.30 - Comparação dos Métodos.

Quanto a precisão dos resultados, tem-se na tabela 4.10 os mesmos valores de tensões no primeiro incremento de carregamento, onde o contato ainda está submetido a tensões não plásticas, na tab. 4.11 a uma pequena diferença de tensões no terceiro algarismo significativo dando no máximo 0,3% de variação. Vemos que o método de análise não produz variação nos resultados, porém uns convergem mais rápido para a solução como foi visto.

De todos os exemplos analisados e em todos os incrementos de carregamento, só para o incremento 5 e 8 e para o **caso** C, acelerador Aitkens e **caso A**, método de Newton houve inversão desta ordem de aceleração de convergência, ficando invertida a ordem destes dois incrementos.

Em nenhum caso houve alteração considerável dos resultados.

TABELA 4.9

CASO PARA PEQUENO NÚMERO DE ITERAÇÕES.

INCREMENTO	CASO A	CASO B	CASO C	CASO D
1	1	1	1	1
2	4	3	3	3
3	6	4	6	3
4	8	5	8	3
5	12	5	12	3
6	9	5	9	3
7	10	5	10	2
8	13	5	13	2
9	10	5	10	2
10	10	4	10	1

CASO PARA GRANDE NÚMERO DE ITERAÇÕES.

INCREMENTO	CASO A	CASO B	CASO C	CASO D
1	45	9	45	9
2	193	16	193	9
3	173	16	173	10
4	179	16	177	12

TABELA 4.10

ELEMENTO 27, CORTE AA e CORTE BB, PRIMEIRO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

PESQUISA PARA VERIFICAÇÃO DO PROBLEMA ITERATIVO, PEQUENO NÚMERO DE ITERAÇÕES.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3
Método BFGS.	158.42	158.42
Método de Newton	158.42	158.42
Newton com acelerador de Aitkens	158.42	158.42
Não linearidade geométrica	158.42	158.42

CORTE AA.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 3
Método BFGS.	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16
Método de Newton	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16
Newton com acelerador de Aitkens	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16
Não linearidade geométrica	211.96	-578.11	113.93	-84.49	-65.42	71.16

CORTE BB.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 1
Método BFGS.	16.17	-110.47	-133.35	86.13	-563.92	173.34
Método de Newton	16.17	-110.47	-133.35	86.13	-563.92	173.34
Newton com acelerador de Aitkens	16.17	-110.47	-133.35	86.13	-563.92	173.34
Não linearidade geométrica	16.17	-110.47	-133.35	86.13	-563.92	173.34

TABELA 4.11

ELEMENTO 27, CORTE AA e CORTE BB, QUINTO INCREMENTO DE CARREGAMENTO.

PESQUISA PARA VERIFICAÇÃO DO PROBLEMA ITERATIVO, PEQUENO NÚMERO DE ITERAÇÕES.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3
Método BFGS.	853.80	931.45
Método de Newton	850.44	931.34
Newton com acelerador de Aitkens	855.69	948.72
Não linearidade geométrica	852.53	932.80

CORTE AA.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 3
Método BFGS.	1418.2	-3238.5	638.7	-661.93	-342.06	562.36
Método de Newton	1416.4	-3233.9	637.58	-657.43	-339.44	559.59
Newton com acelerador de Aitkens	1420.1	-3239.2	638.62	-661.98	-341.29	561.50
Não linearidade geométrica	1419.7	-3240.4	638.81	-662.63	-342.40	561.96

CORTE BB.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 1
Método BFGS.	106.40	-659.68	-991.58	441.52	-3311.5	1162.0
Método de Newton	107.48	-658.34	-987.43	439.97	-3307.1	1161.6
Newton com acelerador de Aitkens	106.92	-661.53	-992.59	441.43	-3311.4	1161.8
Não linearidade geométrica	107.03	-660.66	-992.54	442.67	-3312.8	1163.1

IV.2.2 Casos com grande número de iterações.

Elaboraram-se também com o mesmo objetivo, um exemplo para cada um dos casos acima citados. Cada exemplo tinha a malha do modelo 1, numa análise elastoplástica com tensão de escoamento dos elementos 25, 26, 28 e 29 de 10% do valor dos outros elementos enquanto o módulo de elasticidade permanecia o mesmo. Por conseqüência o esforço computacional seria aumentado necessitando mais iterações. Sendo o percentual da tensão de escoamento era de 10%, teria de iterar até descarregar as tensões migradas para os elementos "tracionados", até descarregá-los. Com isto se esperava observar mais iterações para verificar o problema de convergência de cada método. Foi o que ocorreu, como pode ser visto na figura 4.31.

Quanto maior o número de iterações para atingir o equilíbrio em cada um incremento de carregamento, menor a eficiência do método de solução da matriz. Com isto observava-se quem era mais rápido entre eles.

Nestes, o carregamento foi aplicado em 4 incrementos. No primeiro incremento a carga era de 70% da tensão máxima, no segundo, 80, 90 e 100%.

Estas análises não tentam resolver o problema físico, apenas estudar a aceleração da convergência. Em todos os exemplos a malha de elementos finitos se comporta como um corpo rígido. Não transmiti cargas dos elementos "tracionados" para os "comprimidos". Porém é útil para ver a convergência de cada método em situações adversas, tendo que fazer um grande esforço computacional para convergir.

Apesar de se ter um módulo de elasticidade idêntico para todos os elementos, os "tracionados" , 25, 26, 28 e 29 têm baixa tensão de escoamento, exigindo um esforço computacional. Na tabela 4.9, gráfico 4.31, observa-se que a não linearidade geométrica, quando considerada, acelera consideravelmente o processo iterativo, e que entre os **casos** em que não considera a não linearidade geométrica, o **caso B**, BFGS é o mais rápido,

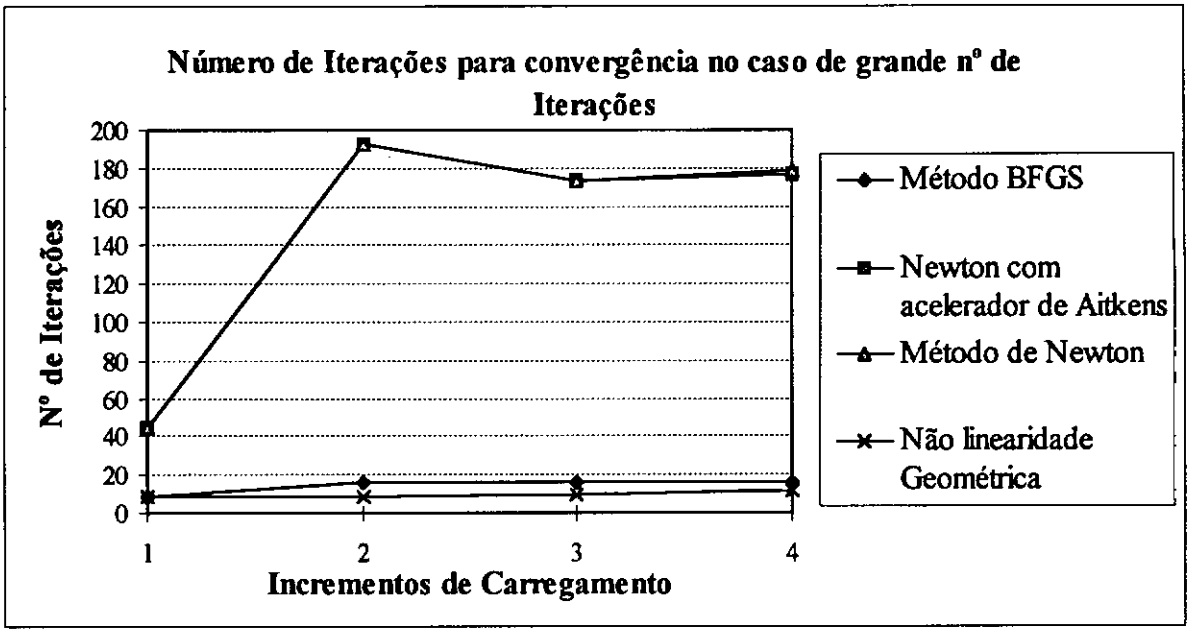


Figura 4.31 - Comparação dos Métodos.

A aceleração de Aitkens quando considerada acelerou pouco. Só no quarto incremento de carregamento houve uma redução de duas iterações para um total de 177 com aceleração e 179 sem aceleração. Enquanto nas outras 3, não houve variação do número de iterações para a convergência ficando em 45, 193 e 173 iterações, primeiro, segundo e terceiro incremento de carregamento respectivamente.

Como era esperado nestas análises não foi possível observar o fenômeno de descarregamento das tensões de tração atuantes nos elementos 25, 26, 28 e 29, tracionados, e redistribuição desta carga para o 27, que deveria estar comprimido, para representar os fenômenos físicos envolvidos.

A evolução dos deslocamentos médios nos nós 41 a 44, extremos da malha simplificada do conector, é proporcional ao carregamento, não acontecendo deslocamentos diferenciados como ocorre quando há descarregamento dos elementos que representam o contato "tracionado". Ou seja, ao aumentar o carregamento, todos os 4 nós, 41, 42, 43 e 44 aumentam igualmente seus deslocamentos.

A tensão no elemento 25 aumenta proporcionalmente a carga, sem acréscimo ou decréscimo devido ao fenômeno de distribuição das cargas.

É de se esperar que quanto menor a tensão de escoamento dos elementos 25, 26, 28 e 29 maior o número de iterações para convergência. Por isto fizemos esta série particular que não contribui para representar o fenômeno físico do contato mas itera diversas vezes antes de chegar a convergência.

No geral pode-se afirmar que a análise que menos iterações necessita para chegar ao equilíbrio foi a que considera a não linearidade geométrica, seguida do método BFGS, método de Newton com aceleração de Aitken e por último a do método de Newton modificado sem acelerador.

Pode-se notar que a cada incremento de carregamento de um modo geral aumenta o número de iterações.

IV.3 Refinando a malha para as simulações não usuais :

Neste texto denota-se por simulação não usual qualquer simulação para o contato que não utilize o elemento de contato do SAGE.

Foram utilizadas duas malhas de refinamento, a primeira, fig 4.32 onde transformamos os elementos finitos isoparamétricos lineares em elementos finitos isoparamétricos quadráticos e a segunda, fig 4.37 com subdivisão da malha de 29 elementos sólidos em 172, onde em média o volume de cada elemento caiu a 1/6, sendo que na região que representa o contato comprimido o refinamento fez cair o volume médio dos elementos para 1/12 da antiga malha. Esta região representada na fig. 4.7 pelo elemento 13 tem agora 12 elementos, na figura 4.37.

IV.3.1 Utilização de elementos quadráticos.

Ao utilizar elementos quadráticos melhora-se a representação das tensões no dente, conseguindo com isto resultados mais próximos da distribuição real de tensões nos dentes do conector.

Com objetivo de melhor conhecer a distribuição real das tensões nos dentes e comparar se os modelos ainda dariam resultados próximos ou divergiriam. Elaborou-se uma malha mais refinada. Testou-se o modelo 1, só elementos sólidos, com análise elastoplástica, modelo 2, elemento de treliça e caso 5, restrição generalizada,

Para o **modelo** 1 executou-se o **caso** em que a tensão de escoamento e módulo de elasticidade dos elementos "tracionados" com 10^{-9} vezes o valor dos outros elementos. Como não foi notado na treliça linear resultado diferente ao ocorrido na não linear, adota-se dois tipos de treliça linear, um composto de molas com áreas proporcionais àquela que representaria o valor da reação de apoio de uma viga contínua carregada com carga unitária nos

pontos em que elas estão e outro exemplo com todas as treliças tendo a mesma área.

Os resultados podem ser vistos, na tab 4.12 e 4.13, para primeiro e quinto incremento de carregamento, tensão no elemento 27 e nos pontos de integração dos cortes AA e BB respectivamente, figuras 4.33, 4.34, 4.35 e 4.36, tensão nos pontos de integração do corte AA e BB para primeiro e quinto incremento de carregamento, onde se observa que os resultados do **caso** 5, restrição generalizada e modelo 1, ficam um pouco afastados dos outros. Tem-se uma variação mínima das duas treliças devido a alteração entre suas áreas. Alterada a rigidez, consequentemente altera-se a distribuição de carga no contato.

Através das figuras vê-se que todas as quatro considerações: treliças lineares com áreas de cada treliça igual, treliças lineares com área proporcional a reação de apoio de uma viga carregada uniformemente considerando os vãos como a distância de cada treliça, elemento de contato e retrição generalizada, fornecem praticamente a mesma distribuição de tensões.

Ou seja, todos os resulatados foram mais ou menos próximos porém os resultados da análise de uma treliça linear com outra não linear forneceu valores praticamente iguais.

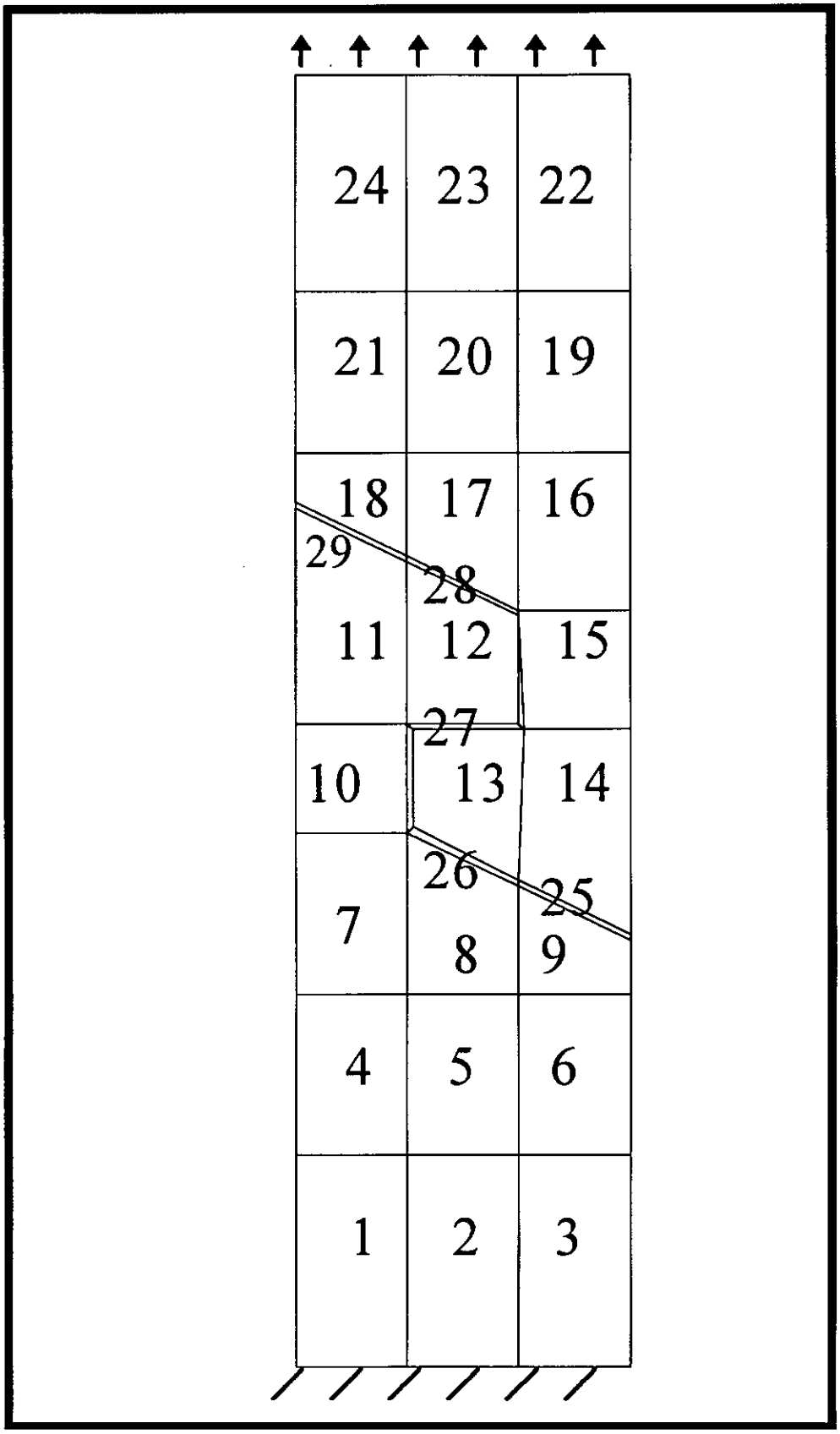


Figura 4. 32 a - Número dos elementos da malha de elementos finitos quadráticos de um dente simplificado de um conector.

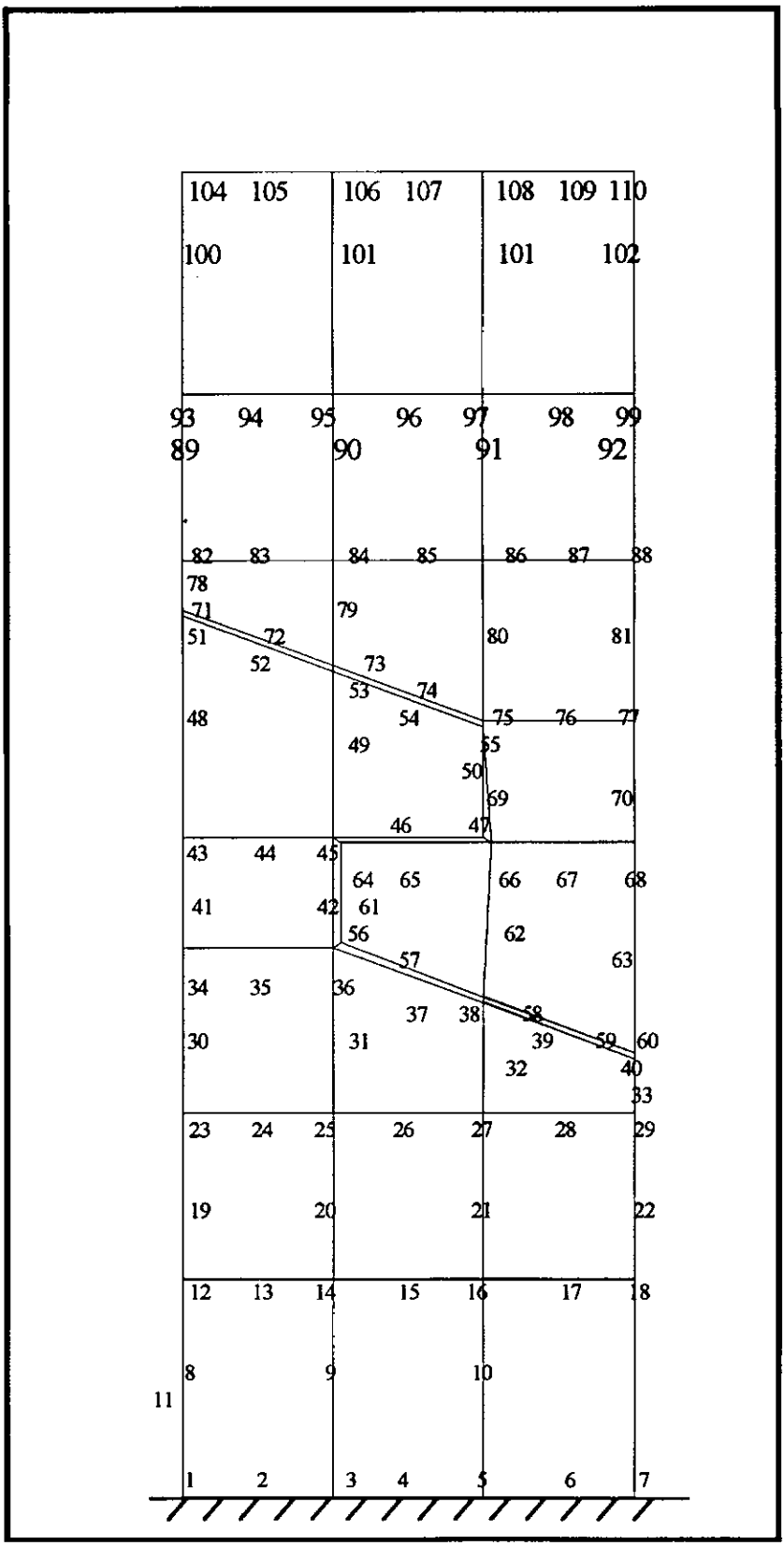


Figura 4. 32 b - Numeração nodal da malha de elementos finitos quadráticos de um dente do conector.

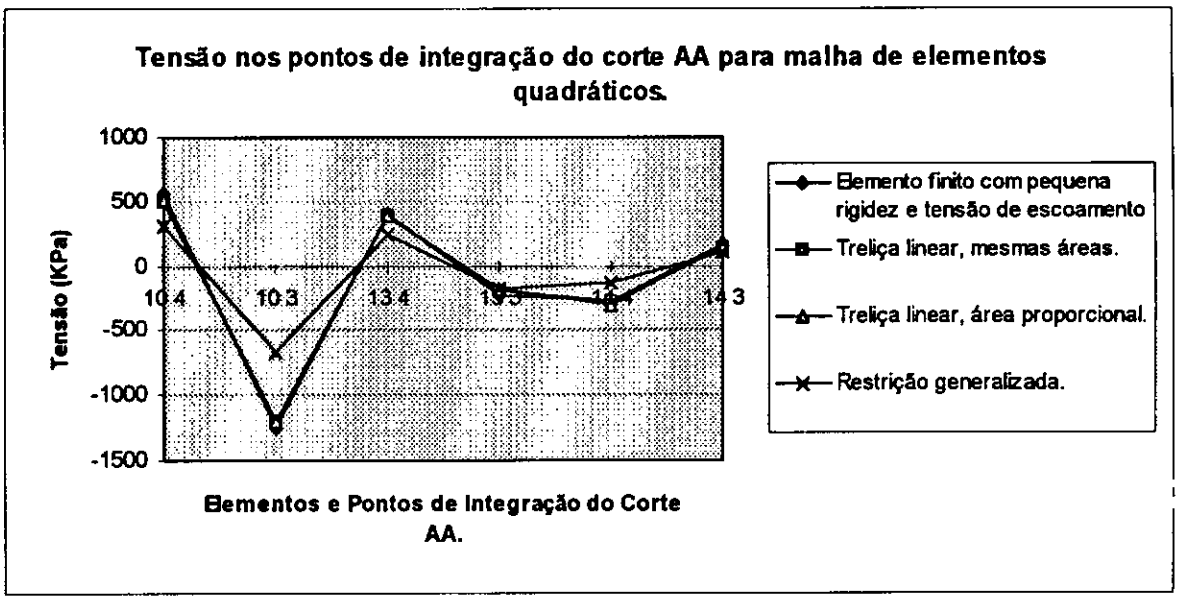


Figura 4.33 - Curva de tensão no corte AA para primeiro incremento de carregamento.

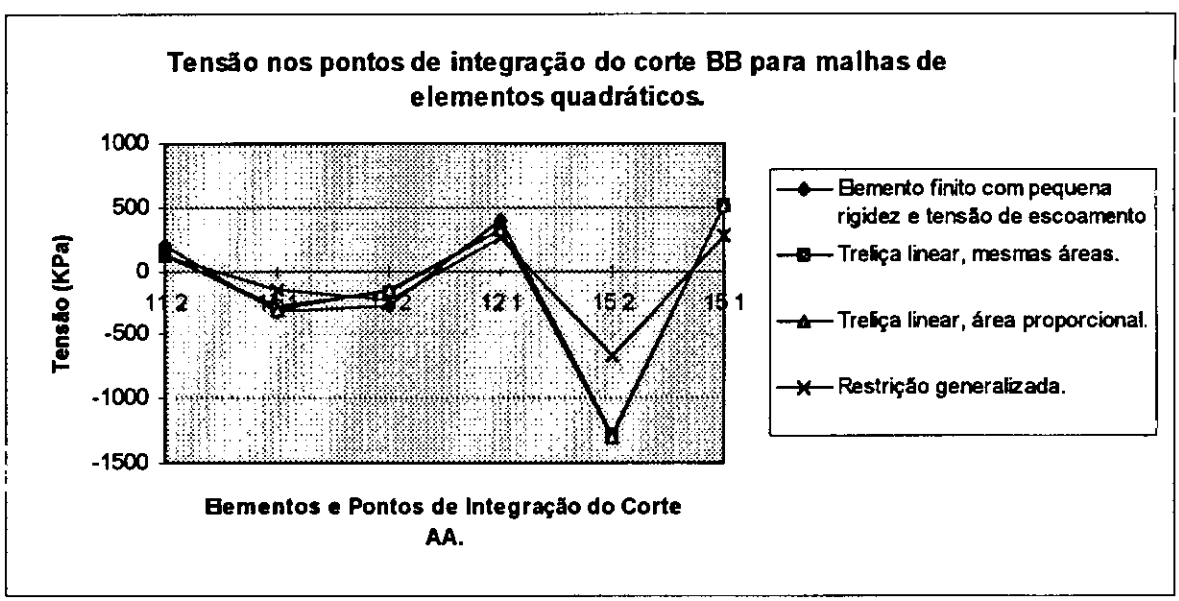


Figura 4.34 - Curva de tensão no corte BB para primeiro incremento de carregamento.

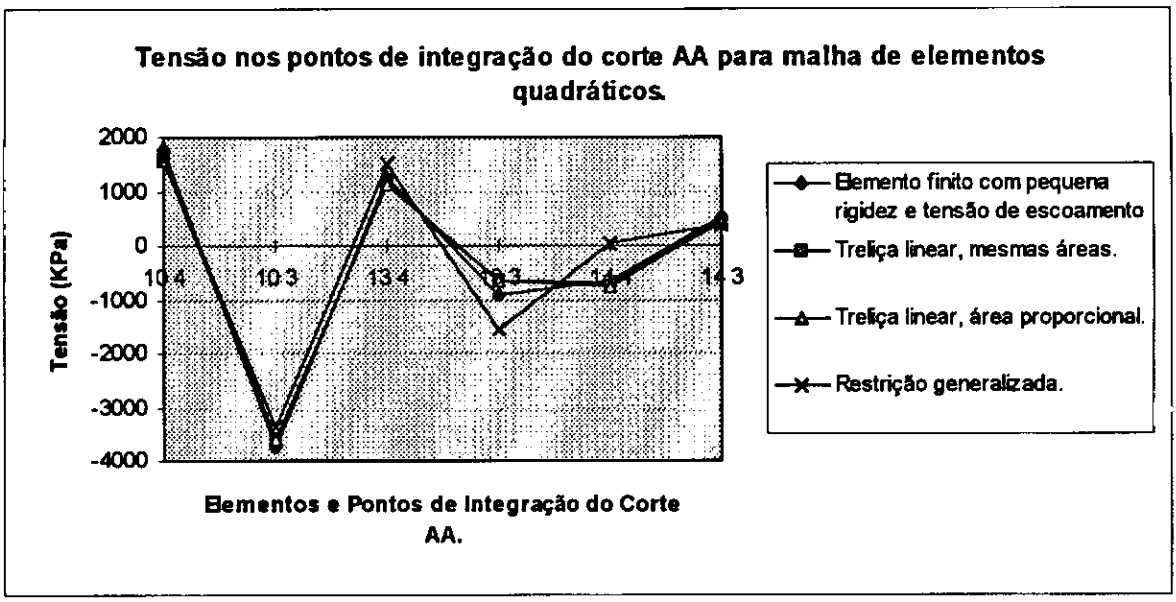


Figura 4.35 - Curva de tensão no corte AA para quinto incremento de carregamento.

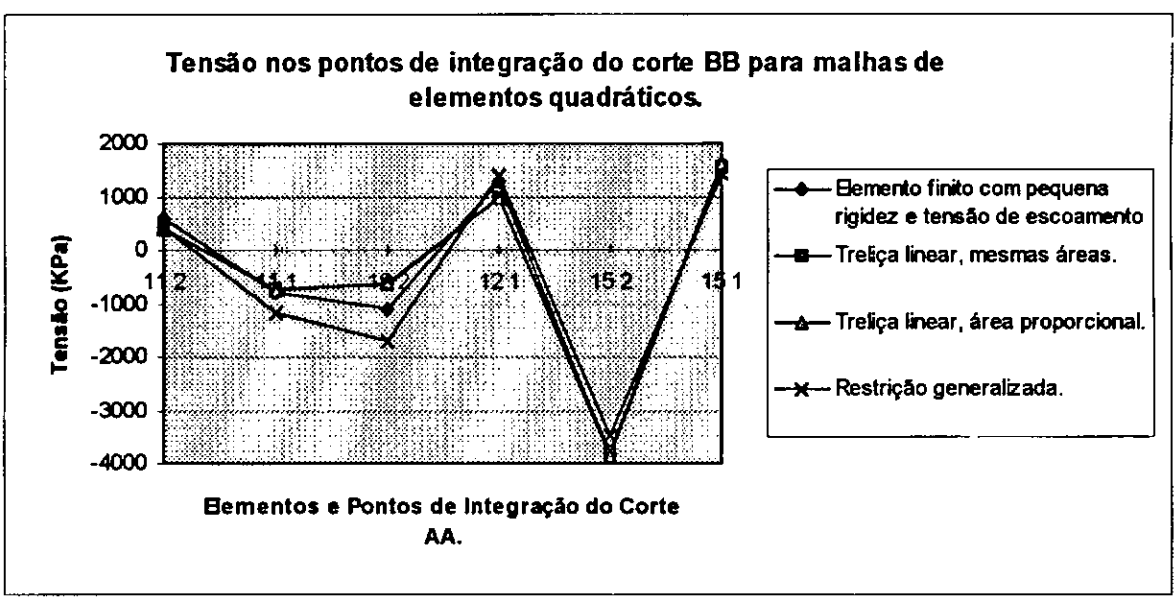


Figura 4.36 - Curva de tensão no corte BB para quinto incremento de carregamento.

TABELA 4.12

ELEMENTO 27, CORTE AA e CORTE BB.

RESULTADOS DA MALHA COM ELEMENTOS QUADRÁTICOS, PRIMEIRO INCREMENTO.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3
Elemento de contato	149.10	502.25

CORTE AA.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 3
Elemento de contato	557.29	-1246.7	401.51	-225.56	-277.72	166.72
Treliça linear com área igual	502.75	-1194.3	384.66	-187.21	266.51	138.87
Treliça linear com área proporcional.	506.78	-1199.5	384.33	-181.61	-298.00	157.95
Restrição Generalizada	303.11	-663.22	249.58	-175.94	-127.79	97.94

CORTE BB.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 1
Elemento de contato	201.72	-326.02	-272.72	405.35	-1279.3	510.28
Treliça linear com área igual	118.72	-269.13	-161.93	323.01	-1276.9	507.10
Treliça linear com área proporcional.	136.71	-297.82	-145.29	316.95	-1294.2	519.77
Restrição Generalizada	116.27	-150.78	-220.36	255.58	-669.54	269.64

TABELA 4.13

ELEMENTO 27, CORTE AA e CORTE BB.

RESULTADOS DA MALHA COM ELEMENTOS QUADRÁTICOS, QUINTO INCREMENTO.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 27 - PI 4	TENSÃO (SZZ) ELEM 27 - PI 3
Elemento de contato	352.93	1525.70

CORTE AA.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 10 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 13 - PI 3	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 4	TENSÃO (SSZ) ELEM 14 - PI 3
Elemento de contato	1761.3	-3743.5	1236.0	-904.62	-650.34	520.31
Treliça linear com área igual	1582.9	-3576.6	1114.5	-648.86	-694.94	424.48
Treliça linear com área proporcional.	1589.4	-3582.0	1120.9	-652.66	-752.05	464.66
Restrição Generalizada	1568.8	-3371.0	1510.0	-1551.1	44.91	363.38

CORTE BB.

SIMULAÇÃO	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 11 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 12 - PI 1	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 2	TENSÃO (SSZ) ELEM 15 - PI 1
Elemento de contato	597.66	-786.24	-1081.3	1273.7	-3852.4	1609.3
Treliça linear com área igual	381.24	-724.04	-632.66	996.38	-3789.5	1559.0
Treliça linear com área proporcional.	404.00	-751.14	-613.96	978.52	-3845.1	1605.1
Restrição Generalizada	415.79	-1169.5	-1689.5	1396.4	-3481.3	1446.8

IV.3.2 Refinamento da Malha

Ao utilizar elementos quadráticos melhoramos a representação das tensões no dente, conseguindo com isto uma melhor avaliação. Observa-se que com um pouco mais de refinamento os resultados ficavam um pouco mais dispersos, por isto resolveu-se fazer esta malha da fig 4.37, muito refinada e ver se o padrão de resultados se repete ao aumentar o refinamento. As mesmas análises da seção anterior foram efetuadas.

Temos os resultados das tensões nos pontos de integração que estão no corte AA e corte BB, nas figuras 4.38, 4.39, 4.40 e 4.41, sendo tensão no corte AA, BB, AA e BB para primeiro, primeiro, quinto e quinto incremento de carregamento respectivamente nesta simulação. Nas tabelas 4.14, 4.15, 4.16 e 4.17 tem-se os resultados numéricos e observa-se que mesmo os dois exemplos de treliças com única diferença nas áreas de cada treliça têm resultados diferentes, porém se vê que o formato da curva de tensões é a mesma para todos os exemplos, para os dois incrementos de carregamento.

Observe que se em cada ponto de integração a tensão para cada exemplo quando não há valores próximos, ao menos acompanha o formato das outras.

Como nos resultados anteriores os casos de elemento de contato com baixa rigidez e tensão de escoamento dos contatos que terão de abrir, **caso** 4, **modelo** 1; treliça linear com mesma premissa, **modelo** 2; **caso** 5 restrição generalizada deram próximas do **caso** 6, elemento de contato geotécnico, é de se esperar que estes resultados próximos visto nas fig. 4.38 a 4.41 mostrem que é possível simular o contato por estas premissas. Pois é improvável que todos os resultados convirjam agora para um resultado diferente do contato geotécnico.

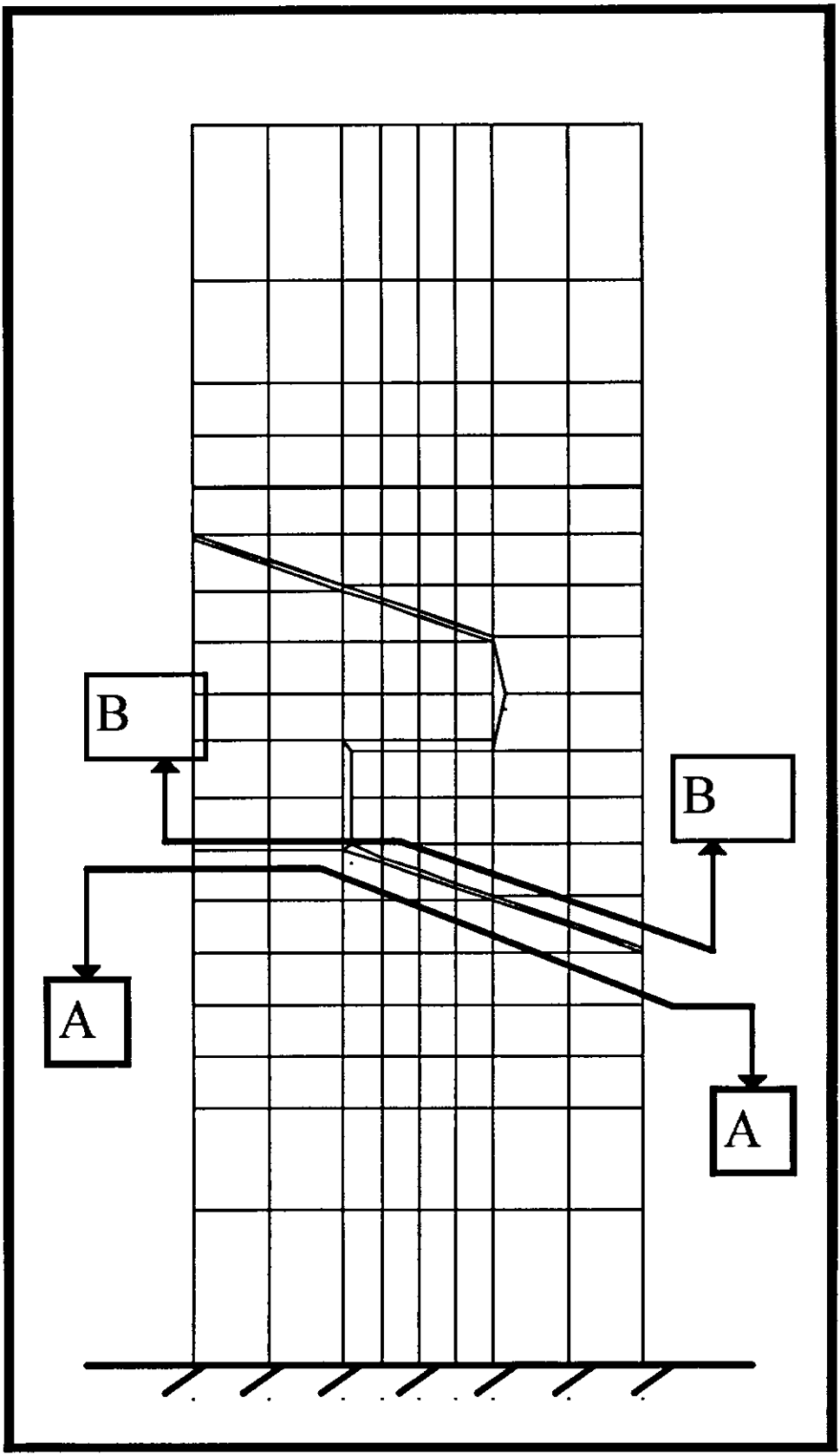


Figura 4.37 - Refinamento da malha do modelo simplificado do conector. Detalhe dos cortes AA e BB.

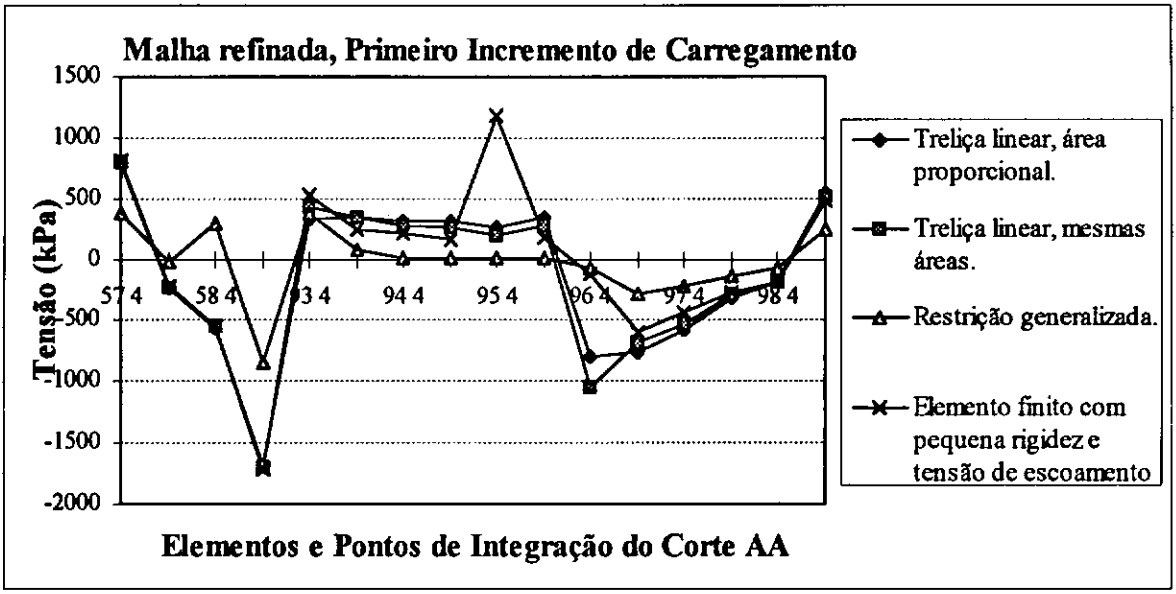


Figura 4.38 - Curva de tensão no Corte AA para primeiro incremento de carregamento.

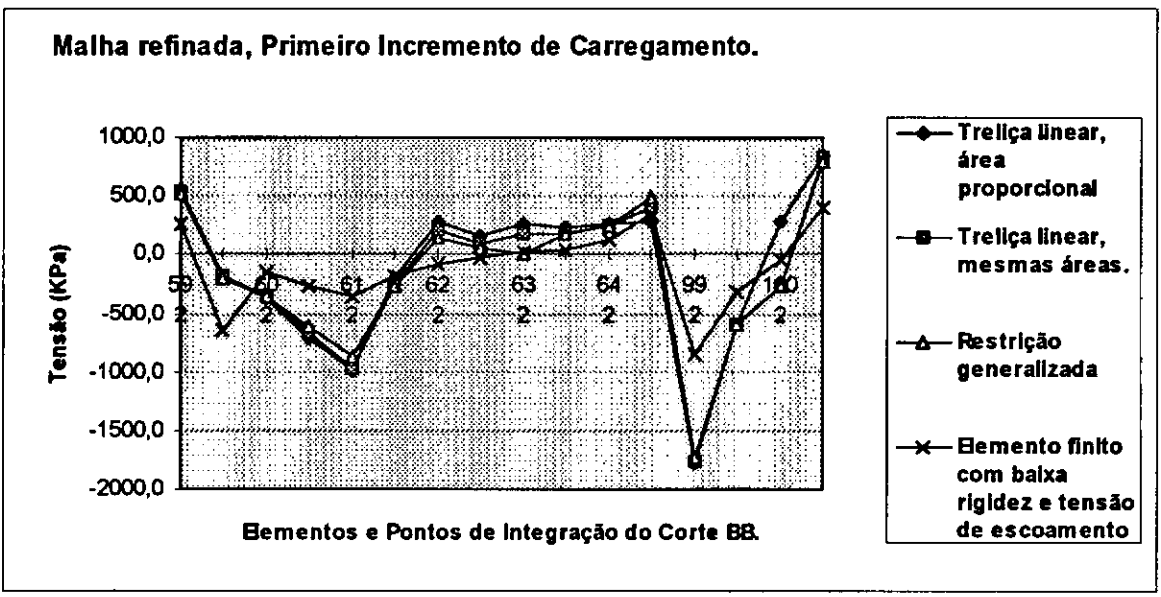


Figura 4.39 - Curva de tensão no Corte BB para primeiro incremento de carregamento.

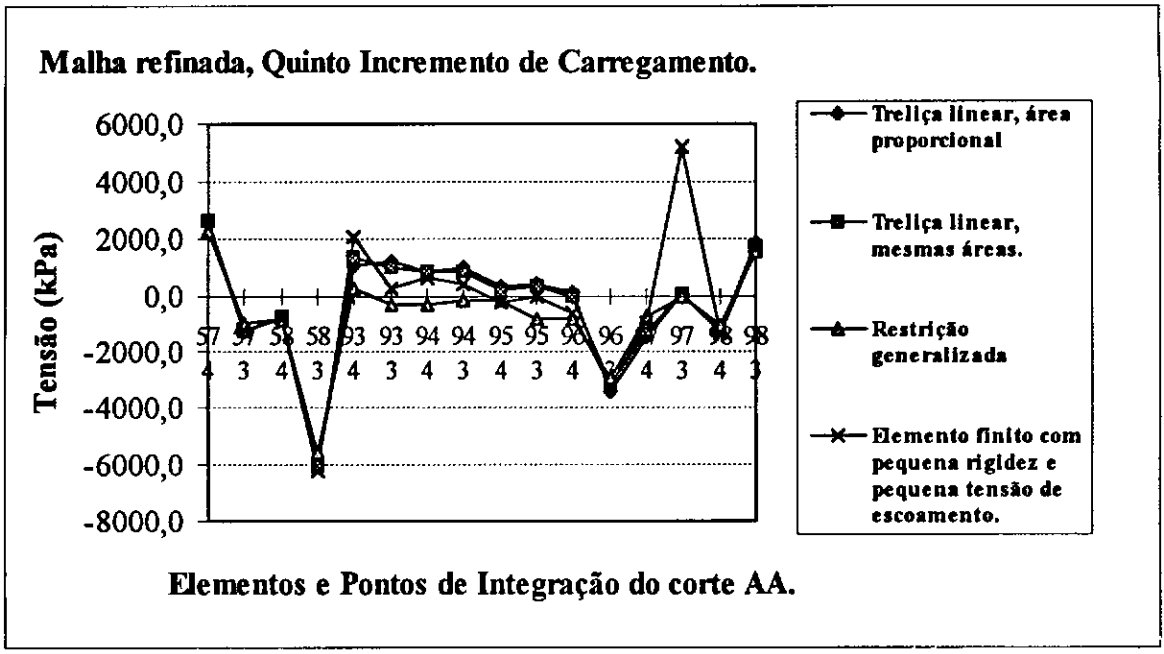


Figura 4.40 - Curva de tensão no Corte AA para quinto incremento de carregamento.

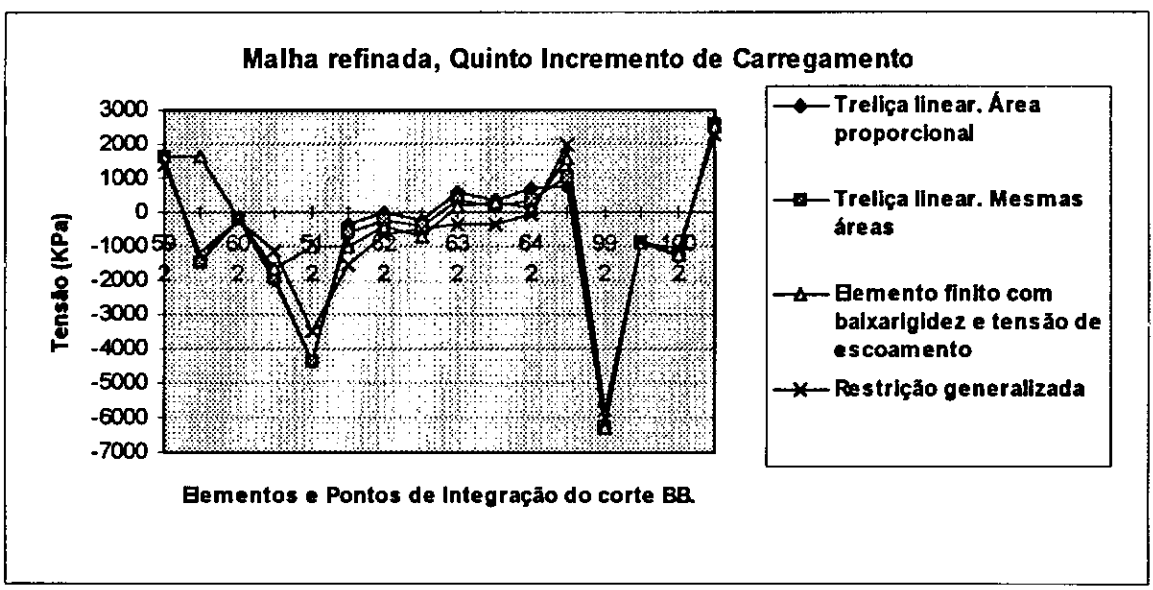


Figura 4.41 - Curva de tensão no Corte BB para quinto incremento de carregamento.

TABELA 4.14

CORTE AA PRIMEIRO INCREMENTO	Treliça com área proporcional	Treliça com área igual.	Restrição generalizada	Elemento sólido
57 4	796,9	806,6	389,8	816,9
57 3	-241,0	-235,3	-12,4	-224,6
58 4	-558,5	-554,4	301,2	-554,8
58 3	-1683,0	-1697,5	-855,8	-1721,6
93 4	338,4	432,5	383,3	539,6
93 3	354,2	351,2	87,3	252
94 4	324,6	287,1	23,5	209,7
94 3	319,1	267,8	21,2	167,2
95 4	261,8	207,2	24,8	1178,9
95 3	356,8	288,1	19,2	189,8
96 4	-797,2	-1045,8	-66,6	-122,4
96 3	-769,1	-688,1	-282	-598,6
97 4	-589,7	-526,1	-215	-432,8
97 3	-312,3	-288,3	-136	-258,8
98 4	-178,8	-179,1	-63,2	-180,6
98 3	545,9	517,3	254,0	481,1

TABELA 4.15

CORTE BB PRIMEIRO INCREMENTO	Treliça com área proporcional	Treliça com área igual.	Restrição generalizada	Elemento sólido
59 2	546,7	539,7	520,7	260,8
59 1	-185,5	-187,5	-196,7	-638,8
60 2	-370,1	-356,2	-346,9	-155,4
60 1	-712,5	-659,0	-605,4	-272,0
61 2	-991,9	-976,5	-860,2	-360,4
61 1	-196,0	-252,2	-263,8	-175,0
62 2	273,8	204,1	137,0	-77,3
62 1	155,3	95,8	51,8	-21,0
63 2	256,4	185,2	12,2	17,0
63 1	234,0	175,3	170,4	46,2
64 2	267,0	249,9	243,9	120,5
64 1	282,2	400,9	485,6	352,4
99 2	-1781,9	-1759,9	-1725,2	-851,3
99 1	-595,2	-595,6	-592,8	-327,3
100 2	283,0	-273,8	-262,9	-42,9
100 1	849,1	827,9	800,3	391,6

TABELA 4.16

CORTE AA QUINTO INCREMENTO	Treliça com área proporcional	Treliça com área igual.	Restrição generalizada	Elemento sólido
57 4	2604,0	2650,8	2277,9	2628,8
57 3	-1253,3	-1226,9	-971,6	-1181,6
58 4	-758,0	-739,3	-825,9	-795,3
58 3	-6037,2	-6097,1	-5586,9	-6207,5
93 4	1050,0	1343,4	266,2	2037,1
93 3	1161,6	1000,9	-303,6	252,1
94 4	859,1	797,8	-326,3	646,7
94 3	974,7	835,7	-209,2	387,9
95 4	294,7	197,6	-141,9	-255,0
95 3	420,8	305,8	-823,1	-54,8
96 4	134,5	-13,2	-829,3	-612,9
96 3	-3395,7	-3128,2	-2933,1	-3225,0
97 4	-1477,2	-1268,5	-755,0	-947,7
97 3	47,2	50,9	-10,8	5201,0
98 4	-1244,0	-1217,8	-1031,9	-1292,9
98 3	1804,6	1725,6	1551,7	1709,0

TABELA 4.17

CORTE BB QUINTO INCREMENTO	Treliça com área proporcional	Treliça com área igual.	Restrição generalizada	Elemento sólido
59 2	1636,4	1623,5	1621,7	1409,1
59 1	-1437,9	-1449,3	1621,7	-1192,5
60 2	-182	-154,1	-179,4	-210,2
60 1	-2006,7	-1859,6	-1664,9	-1106,4
51 2	-4353,5	-4342,5	-972,4	-3455,8
61 1	-349,3	-563,8	-972,4	-1504,2
62 2	-20,5	-231,8	-411,5	-674,9
62 1	-215,5	-410,6	-678,1	-466,9
63 2	612,4	370,7	152,5	-366,1
63 1	362,5	194,5	298,9	-328,7
64 2	692,5	368,5	94,7	-32
64 1	750,2	1086,5	1609,8	1981,3
99 2	-6296,3	-6220,2	-6319,9	-5754,6
99 1	-856	-870,3	-903,8	-888,9
100 2	-1309,4	-1262,4	-1211,6	-1052,1
100 1	2622,0	2559,5	2555,4	2319,6

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

1. Conclusões :

A aplicação de métodos numéricos em problemas de contato utilizando formulações incrementais necessita experiência e muitos testes antes de definir a estratégia de solução para o problema existente.

Para o problema analisado, quanto mais refinada a malha próxima ao dente do conector, menor o erro de avaliação das tensões locais.

Não havendo necessidade de uma análise rigorosa pode-se utilizar elementos sólidos para representar o contato, desde que se adote para o elemento que simule a abertura do contato módulo de elasticidade e tensão de escoamento da ordem de 10^{-9} a 10^{-12} dos outros elementos. Com isto ele recebe muito pouca carga, converge e obtem-se uma resposta qualitativamente correta, ou seja, próxima do resultado da solução com elemento de contato, ou da realidade física. Deve-se ressaltar a importância de utilização de dupla precisão no programa.

No caso simulação com molas, basta que no local onde irá abrir o contato as molas tenham baixas rigidezes, 10^{-9} a 10^{-12}. A área adotada para estas molas, ou treliças, altera a distribuição de tensões locais, e devido a treliça ser uma carga pontual na estrutura, gera resultados com tendência a provocar maior concentração de tensões.

Na região onde ocorre o contato em conectores há acentuada concentração de tensões. Para cargas pequenas existem pontos que escoam, visto que há áreas que não carregam, áreas "tracionadas". Todo contato é um fenômeno plástico pois começa sempre por apenas três pontos e plastifica e

aumenta a superfície de contato, ou seja, é um fenômeno não linear por natureza.

Para acelerar ou mesmo garantir a convergência dos programas de elementos finitos é essencial a baixa rigidez dos contatos que vão abrir, ou seja que apresentam numa primeira análise tração. Por estimativa em todo o trabalho chama-se de elementos "tracionados", os que estão abertos. Adotar rigidez não muito baixa, resulta em não convergência, ou convergência para solução errada.

O coeficiente de Poisson adotado para materiais que representem o contato não altera muito o resultado, mas por coerência o contato aço/aço é sem material de interstício, diferente de contato geológico, logo não tem sentido se falar em coeficiente de Poisson para contato, por isso o adotado foi zero.

A restrição generalizada é outra sugestão para modelar o contato, ficando também a ressalva que resulta numa análise não rigorosa.

Para análises não rigorosas os exemplos executados demonstraram ser viável utilizar no contato molas lineares ou elemento sólido com pequena rigidez e tensão de escoamento e treliças não lineares, bem como restrição generalizada.

A diferença dos resultados produzidos pela treliça não linear em comparação com a linear com pequena rigidez no contato aberto foi desprezível.

A eficiência das soluções dos casos analisados foi maior com a utilização de métodos de aceleração de convergência : BFGS e Aitkens.

A consideração da não linearidade geométrica fornece uma solução mais realista e de melhor convergência.

Finalmente como trabalhos futuros sugere-se :

- Análisar o modelo real com esta metodologia para o contato e tentar melhorar e pesquisar novos modelos de conetores, bem como contribuir para a padronização dos princípios e metodologia do cálculo de conectores para tendões de uma TLP.

- Comparar resultados com experimentos em laboratório e protótipos com vista ao pleno domínio do problema de contato em conectores.

BIBLIOGRAFIA DO CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

[1] HARDING, S. J., BANON, H. : "Reliability of TLP Tethers Under Maximum and Minimum Lifetime Loads". Offshore Technology Conference N° 5935 pp 519 - 528 (1988).

[2] STROMEYER, C. E., : "Stress distribution in bolts and nuts". Trans. Inst. N. A., n° 60, pp 112 - 122 (1918).

[3] STOECKLY, E. E, MACKE, H. J. : "The effect of taper on screw thread load distribution", Trans ASME, n° 74, pp 103 - 112 (1952).

[4] SOPWITH, D. G., : "The distribution of load in screw threads", proc. inst. mech . Eng., n° 159, pp 373 - 383 (1948).

[5] HETENYI,M. : "The distribution of stress in threaded connections", Expl Stress Analysis, pp - 147 - 156 (1943).

[6] BROWN, A. P. C., HICSON, C. W., "A photoelastic study of stresses in screw threads", Proc. Inst. mech. Engrs, n° 1B, pp 605 - 608 (1952).

[7] PICK , R. J., BURNS, D. J., : "Finite element analysis of threaded end closures of thick-walled vessels", Solid Mecanics Division, University of Waterloo, Report n°. 71 (1971).

[8] MARUYAMA, K, : "Stress analisys of a nut - bolt joint by the finite element method and the cooper - electroplating method", Bull JMSE n° 17, pp 442 - 250 (1974).

[9] PETRUCCI, E. E OUTROS : "Manual do Engenheiro", 2° volume pp284 - 393 (1977).

[10] GUNDERSON, R. H., BUITRAGO, J., FOX, S. A., E OUTROS : "A Large - Diameter Threaded Connector for Tension Leg Platform Tendons". Offshore Technology Conference n°. 5937 pp 537-546 (1987).

[11] GLINKA, A., TOPP, D. A. E NEWPORT, A. : "The Analysis of Elastic Stress Distribution in Threaded Tether Connections". Journal Of Strain Analysis Vol 22 n°. 4 pp 229-235 (1989).

[12] GUNDERSON, R. H., BUITRAGO, J. : "Experimental Validation of a Large - Diameter Tether Connector". Offshore Technology Conference n°. 5939 pp 555-565 (1989).

[13] CHEN, W. C. : "Fadigue - Life for Predictions for Threaded TLP Tether Connector". Offshore Technology Conference n°. 5938 pp 547-554 (1989).

[14] BORTMAN, J. E SZABÓ, B. A. : "Nonlinear Models For Fastened Structural Connections". Computers & Structures Vol. 43, n°. 5 pp 909-923 (1992).

[15] WANG, S., HAN, Y. : "Finite element analysis or load distribution of multifastener joints.". J. Compos. Mater. n° 22, pp 124 - 135 (1988).

[16] DATTAGURU, B., NAIDU, A. C. B., KRISHNAMRETHY, T., RAMAMURTHY, T. S. : "Development of special fastener elements". Comput. Struct. n° 24 , pp 127 - 134 (1986).

[17] TONG, P., "A hybrid finite element method for damage tolerance analysis". Comput Struct n° 19, pp 263 - 269 (1984).

[18] BORTMAN, J. : "Nonlinear models for fastened structural connection based on the p-version of the finite element method". Ph.D thesis, Washington University, St. Louis (1991).

[19] TERRA, G. S., CUNHA, G. G., E OUTROS. : "Análise do Comportamento do Conector Intermediário do Tendão de uma TLP". Relatório Coppetec ET -150.449 (1991).

[20] BARBOSA, H. J. C. E FEIJÓO, R. A. : "Numerical Algorithms for friction - less contact problems in linear elastostatics". 2nd International Conference on Variational Methods in Engineering, Southampton, Inglaterra (1985).

[21] BARBOSA, H. J. C. E FEIJÓO, R. A. : "Um algorítmo para o problema de Signorini com atrito de Coulomb". VIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, São José dos Campos, Brasil (1985).

[22] KATHIRESAN, K., HSU, T. M. : "Advance life analysis methods crack growth". Technical report AFWALTR - 84 - 3080, Lockheed - Georgia Company, September (1984).

[23] KUO, A., YASGUR, D. ,LEVY, M. : "Assesment of damage tolerance requirements and analyses--task I report". Technical report AFWAL - TR - 86 - 3003, Fairchild Republic Company, March (1986).

[24] SCHKARAYEV, S. V. AND MOYER, E. T. : "Edge crack in stiffened plates". Eng. Fracture Mech. N° 27, pp 127 - 134 (1987).

[25] ROWLANDS, R. E., RAHMAN, M. U., WILKINSON, T. L. AND CHIANG, Y. I. : "Single and multi bolted joints in orthotropic materials". Composites pp 273 279 (1982).

[26] TONG, P., GREIF, R. AND CHEN, L. : "Application of hibrid finite element method to aircraft repairs" (1990).

[27] PANDE, G. N., BEER, G., WILLIAMS, J. R. : "Numerical in Rock Mechanics". Departament of civil engineering University Swanse. , Division of geomechanics., Commonwealth Scientifc and Industrial Research Organization - Austrália., Departament of civil engineering - Massachusetss Institute Technology - USA

[28] GOODMAN, R. E., TAYLOR, R. L. AND BREKKE, T. L. : "A model for the mechanics of jointed rock". J. Soil Mech. Dn. A.S.C.E. N° 94, SM3 (1968).

[29] CHABOUSSI, I., WILSON, E. L. AND ISENBERG, J. : "Finite elements for rock joints and interfaces". Soil Mech. Dn. A.S.C.E. (1973).

[30] ZIENKIEWICZ , O. C., BEST, B., DULLAGE, C. AND STAGG, K. G. : "Analysis of non-linearproblems in rock mechanics with particular reference to jointed rock systems". Proc. 2nd Intl. Congress on Rock Mechanics, Belgrade (1970).

[31] GUDEHUS, G. E WILSON, E. L. : "Finit Element in Geomechanics". Cap. 10 pp 319-349 (1982).

BIBLIOGRAFIA DO CAPÍTULO II

FORMULAÇÃO INCREMENTAL

[1] BATHE, K. J. : "FINITE ELEMENT PROCEDURES IN ENGINEERING ANALYSIS". Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. J. (1982).

[2] ZIENKIEWICZ, O. C. : "The Finite Element Method". McGraw Hill Book Company (UK) Limited. (1977).

[3] BREBBIA, C. A. E FERRANTE, A. J. : "The Finite Element Technique". S. L., UFRGS (1975).

[4] ODEN, J. T. E REDDY, J. N. A. J. : "An Introduction to the Mathematical Theory of Finite Element". J. Wiley (1976).

[5] HILL, R. : "The Mathematical Theory of Plasticity". Oxford Univ. Press, London (1950).

[6] MENDELSON, A. : "Plasticity, Theory and Application". The Mac Millan Co., New York (1968).

[7] HENCKY, H. : "Zeits. Ang. Math. Mech.". Vol. 4, pp 323 (1924).

BIBLIOGRAFIA DO CAPÍTULO III

ELEMENTO FINITO PARA SOLUÇÃO DE INTERFACE

[1] COELHO, L. C. : "Simulação da iteração Solo - Estrutura em fundações de Plataformas Marítimas". Tese Mestrado COPPE/UFRJ Engenharia Civil (1994).

[2] COSTA, A. M. : "Uma aplicação de métodos computacionais e princípios de mecânica das rochas no projeto e análise de escavações destinadas a mineração subterrânea.". Tese Doutorado COPPE/UFRJ Engenharia Civil (1984).

BIBLIOGRAFIA DO CAPÍTULO IV

ESTUDO DOS CASOS

[1] COSTA, A. M, TROINA, L. M., MELLO, L. F. E OUTROS. : "SAGE: uma Nova Opção para Análise do Contínuo". Relatório SEDEM 020-90. Petrobrás (1990).