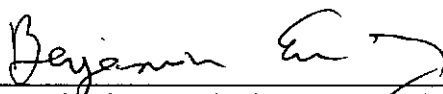


APLICAÇÃO DA TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA AOS
PERFIS RETOS DE CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO.

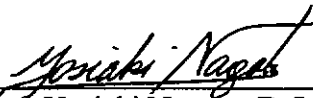
CARLOS ANDRÉ XAVIER VILLELA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:



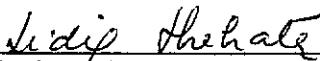
Prof. Benjamin Ernani Diaz, Dr.-Ing. (Presidente)



Prof. Yosiaki Nagato, D.Sc.



Prof. Ibrahim Abd-El Malik Shehata, Ph.D.



Profª. Lídia da Conceição D. Shehata, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 1993

RESUMO DA TESE APRESENTADA À COPPE/UFRJ COMO PARTE DOS REQUISITOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

APLICAÇÃO DA TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA AOS PERFIS RETOS DE CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO.

CARLOS ANDRÉ XAVIER VILLELA

DEZEMBRO, 1993

Orientadores: Benjamin Ernani Diaz e Yosiaki Nagato
Programa: Engenharia Civil

A análise não-linear de peças em concreto armado e protendido, submetidas a esforços transversais cisalhantes, pode ser melhorada com a utilização de equações constitutivas baseadas na teoria do campo de compressão modificada, capazes de considerar os efeitos da contribuição do concreto na resistência à tração ("tension stiffening") e do campo biaxial de tensões atuante nas bielas de concreto ("strain softening due to transversal tension"). Esta consideração é aqui aplicada em um procedimento iterativo para a verificação de seções laminares de concreto armado e protendido, através de uma composição de elementos de chapa, de maneira que seja indiferente a complexidade geométrica da seção para a determinação da solução. Não é investigado, entretanto, o caso das seções fechadas, isto é, seções dotadas de células. É considerado que as solicitações possam ser definidas por: força axial, dois momentos fletores, dois esforços cortantes, torção de empenamento e bimomento. Para cada elemento de chapa é utilizada a teoria do painel microfissurado de concreto armado, em união com as relações constitutivas sugeridas por pesquisadores da Universidade de Toronto. Para a determinação da solução de cada painel, é descrito um procedimento iterativo, através da utilização de uma matriz tangente. O modelo proposto é capaz de reproduzir a evolução das tensões e deformações atuantes na seção, nas fases pré e pós fissuração, assim como prever o aparecimento, a proliferação e a inclinação do campo de fissuras, em função da evolução de um carregamento monotônico. É ainda sugerida, neste trabalho, uma formulação teórica para a consideração de cabos inclinados de protensão, caso mais complexo em que são originados esforços transversais cisalhantes de protensão. Como forma de avaliação prática das teorias aqui apresentadas, são comparados exemplos numéricos com resultados coletados em ensaios experimentais. Várias conclusões são relatadas.

ABSTRACT OF THESIS PRESENTED TO COPPE/UFRJ AS PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (M.Sc.).

APPLICATION OF THE MODIFIED COMPRESSION FIELD THEORY ON REINFORCED AND PRESTRESSED CONCRETE STRAIGHT PROFILES.

CARLOS ANDRÉ XAVIER VILLELA

DECEMBER, 1993

Thesis Supervisors: Benjamin Ernani Diaz and Yosiaki Nagato
Department: Civil Engineering

The non-linear analysis of reinforced and prestressed concrete structural elements, subjected to shear, can be improved with the use of the modified compression field theory, capable of considering the effects of concrete contribution in tension (tension stiffening), and the biaxial stress field in the concrete struts (strain softening due to transversal tension). This consideration is applied in an iterative procedure for the analysis of laminar reinforced or prestressed concrete sections, through modeling with the help of panels, in a such way, that its solution is independent of the geometric complexity of the section. Closed sections, i.e. sections with cells, are not investigated. It is considered that the acting forces are defined by: axial force, two bending moments, two shear forces, as well as warping and torsion moments. The theory of the smeared cracked reinforced concrete panel is used for each panel element, together with the constitutive relationships developed at the University of Toronto. An iterative procedure is described with the use of a tangent matrix, for the determination of the solution for each panel. The proposed model is capable of reproducing the evolution of stresses and strains, acting in the section, for the pre and post cracking phases, as well as, predicting the development and the inclination of the cracking field, as function of a monotonic loading. It is suggested, in this work, a theoretical formulation for the consideration of inclined prestressing cables, a more complex case, for which shear stresses due to prestressing are existent. To validate the procedures presented herein, numerical examples are compared with results obtained from research tests. Conclusions of the work are presented.

VILLELA, CARLOS ANDRÉ XAVIER

Aplicação da Teoria do Campo de Compressão Modificada aos Perfis Retos de Concreto Armado e Protendido [Rio de Janeiro] 1993.

xv, 142 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1993).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Concreto armado

2. Concreto protendido

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

Aos

Meus pais

AGRADECIMENTOS:

Agradeço primeiramente ao Governo da República Federativa do Brasil, que subsidiou este e tantos outros trabalhos de pesquisa, fortalecendo, cada dia mais, a independência da nação.

Agradeço a todos os professores, colegas e funcionários, que de uma forma direta ou indireta, contribuíram para a execução deste trabalho.

Meu especial obrigado aos professores Benjamin Ernani Diaz e Yosiaki Nagato, que, desde cedo, acreditaram na minha capacidade e me ensinaram o amor à engenharia. A estes minha eterna gratidão.

Índice

1 - INTRODUÇÃO	
1.1 - Generalidades	1-1
1.2 - O Modelo de Treliças e a Resistência ao Cisalhamento	1-3
2 - DETERMINANDO A DEFORMADA DA SEÇÃO	2-1
2.1 - Introdução (A Análise Linear)	2-1
2.2 - A Análise Não-Linear	2-5
2.3 - A Redução do Sistema de Equações	2-7
2.4 - Quanto à Determinação da Tensão Longitudinal σ_x e do Termo Etan	2-8
2.5 - O Programa Warping	2-10
2.5.1 - Fluxograma	2-12
3 - A TEORIA DO PAINEL FISSURADO	3-1
3.1 - Introdução	3-1
3.2 - Algumas Considerações Importantes Sobre o Painel Fissurado	3-3
3.2.1 - O Conceito de "Bielas de Compressão"	3-3
3.2.2 - As Direções de um Painel de Concreto Armado	3-4
3.3 - A Teoria do Campo de Compressão	3-4
3.4 - A Teoria do Campo de Compressão, um Enfoque Matemático	3-7
3.4.1 - Encontrando a Solução para o Painel de Concreto Armado	3-10
3.4.2 - Determinando a Matriz de Rigidez Tangente do Painel	3-12
3.5 - Quanto à Determinação da Tensão Longitudinal σ_x e do Termo Etan	3-14
3.6 - O Programa Warping	3-14
3.6.1 - Fluxograma	3-15
4 - A TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA	4-1
4.1 - Introdução	4-1
4.2 - A Colaboração do Concreto Entre as Fissuras ("Tension Stiffening")	4-1
4.2.1 - O Efeito de "Tension Stiffening" Proposto por Collins e Vecchio	4-5
4.2.2 - O Efeito de "Tension Stiffening" Proposto por Bhide	4-9
4.2.3 - O Efeito de "Tension Stiffening" Proposto por Stevens	4-10
4.3 - O Estado Biaxial de Tensões nas Bieladas de Compressão	4-11
4.4 - Alguns Comentários	4-12
4.4.1 - A Dispersão dos Resultados	4-12
4.4.2 - A Equação Constitutiva da Armadura	4-12
4.5 - A Teoria do Campo de Compressão Modificada, Um Enfoque Matemático	4-13

4.6 - O Programa Warping	4-14
5 - A TEORIA LINEAR DE VIGAS DE PAREDES DELGADAS COM SEÇÃO ABERTA	5-1
5.1 - Introdução	5-1
5.1.1 - Hipóteses Fundamentais.....	5-1
5.1.2 - O Bimomento e o Seu Sentido Físico	5-2
5.1.3 - Torção de Saint-Venant e Torção de Empenamento.....	5-3
5.2 - A Teoria dos Perfis Laminares	5-5
5.2.1 - Definição da Coordenada s	5-5
5.2.2 -Definição da Coordenada Setorial, ou Coordenada de Empenamento w	5-6
5.2.3 - Vetor de coordenadas $\{l\}$	5-7
5.2.4 - Vetor de forças solicitantes $\{f\}$	5-7
5.2.5 - Vetor de forças derivadas $\{f'\}$	5-8
5.2.6 - Vetor de deformações $\{\varepsilon\}$:	5-8
5.2.7 - Vetor de deformações derivadas $\{\varepsilon'\}$:	5-9
5.3 -Determinação da Deformação Longitudinal de um Ponto da Seção Transversal	5-9
5.4 - Determinação do Fluxo de Cisalhamento Atuante em um Ponto da Seção Transversal.....	5-10
6 - A TEORIA NÃO LINEAR DE VIGAS DE PAREDES DELGADAS EM CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO	6-1
6.1 - Introdução	6-1
6.2 - O Método da Seção Equivalente	6-2
6.3 - O Método da Seção Equivalente, Um Enfoque Matemático	6-5
6.4 - O Programa Warping	6-8
6.4.1 - Fluxograma.....	6-8
7 - A CONSIDERAÇÃO DAS BARRAS DISCRETAS	7-1
7.1 - Introdução	7-1
7.2 - O Modelo da Barra de Armadura	7-1
7.3 - Os Cabos Inclinados e a Resistência ao Esforço Cortante	7-5
7.4 - O Programa Warping	7-6
7.4.1 - Fluxograma.....	7-6
8 - COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	8-1
8.1 - Introdução	8-1
8.2 - Vigas em Concreto Armado	8-2
8.3 - Viga em Concreto Protendido	8-10
8.4 - Vigas com Cabos Inclinados de Protensão.....	8-14
9 - CONCLUSÕES	9-1
9.1 - Introdução	9-1
9.2 - A Análise Iterativa	9-1
9.3- A implementação da Teoria do Campo de Compressão Modificada.....	9-3

APÊNDICES:

A - O PROGRAMA WARPING	A-1
A.1 - Introdução	A-1
A.2 - Entrada de Dados.....	A-1
A.2.1 - 1ª Parte - Definindo os Nós	A-2
A.2.2 - 2ª Parte - Definindo o Nó Inicial da Seção.....	A-2
A.2.3 - 3ª Parte - Definindo as Propriedades do Concreto	A-3
A.2.4 - 4ª Parte - Definindo as Propriedades dos Aços	A-5
A.2.5 - 5ª Parte - Definindo os Elementos	A-5
A.2.6 - 6ª Parte - Definindo as Barras de Armadura.....	A-7
A.3 - Exemplo de Modelagem.....	A-9
A.4 - Observações Finais.....	A-10
A.4.1 - Quanto às Inércias da Seção.....	A-10
A.5 - Rodando o Programa Warming.....	A-11
A.5.1 - Definindo os Pontos de Carregamento.....	A-12
A.5.2 - Definindo as Forças Solicitantes.....	A-13
A.5.3 - O Quadro de Controle de Convergência (Convergence Control Chart)	A-15
A.6 - Processamento e Convergência.....	A-17
A.7 - Saída de Resultados	A-19
A.8 - Reconfigurando o Programa Warming.....	A-22
A.9 - Mensagens de Execução.....	A-22
A.10 - Mensagens de Erro.....	A-23
A.11 - Mensagens de Advertência:	A-25
 B - O PROGRAMA COPANEL.....	 B-1
B.1 - Introdução.....	B-1
B.2 - Entrada de Dados.....	B-1
B.3 - Rodando o Programa Copanel	B-4
B.4 - Processamento e Convergência.....	B-5
B.5 - Saída de Resultados.....	B-6
B.6 - Mensagens de Erro.....	B-7

Notação

Letras Gregas

σ_{α} -	tensão axial da armadura
α -	ângulo relativo entre a direção da armadura e o eixo longitudinal
θ -	ângulo relativo entre a direção das bielas de compressão e o eixo longitudinal
ε -	deformação
ρ -	taxa geométrica de armadura
ζ' -	deformação axial da seção na origem do sistema XYZ
ξ'' -	curvatura da seção na direção do eixo Y
η'' -	curvatura da seção na direção do eixo Z
θ'' -	variação do ângulo relativo de giro da seção
ε'_x -	derivada longitudinal da deformação longitudinal
σ'_x -	derivada longitudinal da tensão longitudinal
σ'_{xn} -	derivada longitudinal da tensão longitudinal obtida a partir da deformação longitudinal
ε_1 -	maior deformação principal de um painel, ou alongamento transversal das bielas
ε_2 -	menor deformação principal de um painel, ou encurtamento axial das bielas
σ_{c1} -	maior tensão principal do concreto, ou tração transversal das bielas
σ_{c2} -	menor tensão principal do concreto, ou compressão axial das bielas

ε_{CO} - máxima	encurtamento do concreto correspondente à tensão de compressão
ε_{ct} -	alongamento de fissuração do concreto
ε_t -	deformação transversal de um painel
σ_t -	tensão transversal em um painel de concreto armado
ε_x -	deformação longitudinal
σ_x -	tensão longitudinal
σ_{xm} -	tensão longitudinal obtida a partir da deformação longitudinal
γ_{xt} -	distorção angular de um painel
τ_{xt} -	tensão de cisalhamento em um painel de concreto armado

Matrizes e Vetores

$[D]$ -	matriz de rigidez secante da seção
$[D^{\tan}_{\alpha}]_s$ -	matriz de rigidez tangente do aço, orientada segundo a direção dos estribos de um painel de concreto armado
$[D^{\tan}]$ -	matriz de rigidez tangente da seção
$[D^{\tan}]_{bar}$ -	matriz de rigidez tangente da seção, referente a uma barra discreta
$[D^{\tan}]_{seg}$ -	matriz de rigidez tangente da seção, referente a um segmento laminar
$[D^{\tan}_{12}]_c$ -	matriz de rigidez tangente do concreto, orientada segundo a direção das bielas de compressão de um painel de concreto armado
$[D^{\tan}_{xt}]$ -	matriz de rigidez tangente de um painel
$[I]$ -	matriz de propriedades geométricas da seção
$[T_{\phi}]$ -	matriz de transformação de orientação para a direção arbitrária ϕ
$\{\varepsilon'\}$ -	vetor de deformações derivadas da seção
$\{\varepsilon\}$ -	vetor de deformações da seção

- $\{\varepsilon\}^i$ - vetor de deformações da seção, relativo à iteração i
- $\{\varepsilon_{12}\}$ - vetor de deformações principais de um painel de concreto armado
- $\{\sigma_c\}$ - vetor de tensões das bielas de compressão de um painel
- $\{\sigma_s\}$ - vetor de tensões da armadura de um painel
- $\{\varepsilon_{xt}\}$ - vetor de deformações de um painel, orientado em relação ao sistema xt
- $\{\varepsilon_{xt}\}^i$ - vetor de deformações de um painel, relativo à iteração i
- $\{d\varepsilon\}^i$ - vetor incremento de deformações da seção, relativo à iteração i
- $\{df\}^i$ - vetor incremento de forças da seção, relativo à iteração i
- $\{f\}$ - vetor de forças solicitantes derivadas da seção
- $\{f\}$ - vetor de forças solicitantes da seção
- $\{f_{res}\}_{bar}$ - vetor de forças resistentes, referente a uma barra discreta
- $\{f_{res}\}^i$ - vetor de forças resistentes da seção, relativo à iteração i
- $\{f_{res}\}_{seg}$ - vetor de forças resistentes, referente a um segmento laminar
- $\{F_{xt}\}$ - vetor de forças de um painel de concreto armado
- $\{l\}$ - vetor de localização, vetor de posição ou vetor de coordenadas

Letras

- A_{equiv} - área equivalente de uma barra discreta
- A_s - área da seção transversal da armadura
- A_{sr} - área da armadura seccionada pela seção transversal de referência
- B_w - bimomento solicitante
- b_w - largura da seção transversal de referência (seções retangulares)
- B_w^i - bimomento resistente, relativo à iteração i
- $B_w^{i,bar}$ - bimomento resistente, relativo à iteração i , referente a uma barra discreta

D -	elemento da matriz de rigidez secante
D^{\tan} -	elemento da matriz de rigidez tangente
$D^{\tan, bar}$ -	elemento da matriz de rigidez tangente da seção, referente a uma barra discreta
E -	módulo de elasticidade longitudinal secante da seção
E_{ab} -	módulo de elasticidade tangente que relaciona direções ortogonais
E_s -	módulo de elasticidade do aço
E^{\tan} -	módulo de elasticidade longitudinal tangente da seção
f -	fluxo de cisalhamento
f_c -	resistência à compressão do concreto (resistência cilíndrica)
f_{c2max} -	resistência à compressão máxima do concreto
f_{ct} -	resistência à tração máxima do concreto não fissurado
F_t -	força transversal em um painel de concreto armado
F_x -	força longitudinal em um painel de concreto armado
F_{xt} -	fluxo de cisalhamento em um painel de concreto armado
f_y -	tensão de escoamento da armadura
h -	distância entre o pólo P e a tangente a um ponto qualquer da seção transversal
I -	elemento da matriz de propriedades geométricas da seção
i -	índice relativo a uma iteração genérica
L_0 -	nó inicial da seção transversal
M -	momento fletor
M_y -	momento fletor solicitante da seção, atuante em torno do eixo Y
M_y^i -	momento fletor resistente em torno do eixo Y , relativo à iteração i
$M_y^{i, bar}$ -	momento fletor resistente em torno do eixo Y , relativo à iteração i , referente a uma barra discreta

M_z -	momento fletor solicitante da seção, atuante em torno do eixo Z
M_z^i -	momento fletor resistente em torno do eixo Z , relativo à iteração i
$M_z^{i,bar}$ -	momento fletor resistente em torno do eixo Z , relativo à iteração i , referente a uma barra discreta
N_x -	força normal solicitante da seção
N_x^i -	força normal resistente, relativa à iteração i
$N_x^{i,bar}$ -	força normal resistente, relativa à iteração i , referente a uma barra discreta
o -	origem do sistema local de referência xt
O -	origem do sistema principal de coordenadas XYZ
P -	pólo setorial
s -	coordenada s
t -	duplo significado: espessura ou direção transversal de um painel de concreto
t_{equiv} -	espessura equivalente
T_w -	momento torçor
V -	esforço cortante
V_c -	parcela do esforço cortante resistida diretamente pelo concreto
V_p -	parcela do esforço cortante resistida diretamente pelos cabos de protensão
V_s -	esforço cortante solicitante da seção
V_y -	esforço cortante atuante na direção Y
V_z -	esforço cortante atuante na direção Z
w -	coordenada de empenamento
W -	sistema de coordenadas de empenamento
x -	coordenada do sistema principal de referência
X -	eixo do sistema principal de referência
xt -	sistema local de referência para cada painel de concreto armado

- XYZ* - sistema principal de referência da seção
- y* - coordenada do sistema principal de referência
- Y* - eixo do sistema principal de referência
- z* - coordenada do sistema principal de referência
- Z* - eixo do sistema principal de referência

1 Capítulo

INTRODUÇÃO

1.1 - Generalidades

A verificação geral de uma peça qualquer em concreto armado ou protendido pode ser realizada basicamente através de duas etapas fundamentais. Uma etapa de análise pode determinar como as tensões resistentes se distribuem pelo interior da peça, desta forma, uma etapa posterior deve definir como estas tensões se relacionam com as deformações em cada ponto, através das equações constitutivas dos materiais.

Em se tratando de uma análise não-linear, as relações constitutivas dos materiais não são mais representadas por simples retas, mas por curvas que tentam reproduzir o real comportamento dos materiais quando submetidos a uma determinada sollicitação. Sendo assim, a solução não-linear não é direta e nem exata, e exige o uso de uma procura iterativa que deve prosseguir até que seja satisfatoriamente atendida a condição de equilíbrio entre forças resistentes e sollicitantes.

A obtenção destas equações constitutivas é conseguida através de uma análise experimental estatística dos materiais e incorpora, dentro de si, restrições inerentes às condições experimentais de sollicitação e medição dos corpos de prova. A maior parte das curvas constitutivas disponíveis na literatura referem-se ao comportamento uniaxial dos materiais, ou ainda, como as tensões axiais se relacionam com as deformações axiais.

O estudo de uma peça em concreto armado ou protendido fica restrito, desta forma, às estruturas nas quais se consegue adequar as duas etapas da análise, isto é, às estruturas para as quais se consegue formular uma matriz de rigidez, e nas quais se pode aplicar, sem grandes simplificações, as equações constitutivas disponíveis dos materiais. A grande maioria dos modelos desenvolvidos para a análise deste tipo de peças restringe-se a uma abordagem bidimensional, na qual pode ser suposta a predominância de um estado plano de tensões.

Neste trabalho será apresentado um procedimento para a análise não-linear de seções em concreto armado ou protendido. Para a etapa de análise de tensões, será adotada a teoria dos perfis de paredes delgadas, proposta inicialmente por Vlasov (31); enquanto que, para a determinação das relações tensão-deformação, em cada ponto da seção transversal, será utilizada a teoria do painel de concreto microfissurado em

união com as equações constitutivas desenvolvidas na Universidade de Toronto, através dos trabalhos de Collins et al (4/5/6).

A teoria linear de vigas de paredes delgadas e seção aberta, desenvolvida por Vlasov, permite que seja feita uma análise seccional destas peças, considerando que se pode supor um estado plano de tensões, atuando em cada uma de suas paredes. Esta teoria foi estendida para a análise não-linear de peças em concreto armado ou protendido, através dos trabalhos de Schulz (25/26) e Diaz (14/15).

As equações constitutivas do concreto, obtidas por Collins et al, são altamente representativas e capazes de considerar efeitos singulares como a contribuição do concreto na resistência à tração ("tension stiffening") e o campo biaxial de tensões, atuantes nas bielas de compressão ("strain softening due to transversal tension"). A consideração destas equações constitutivas nos painéis de concreto armado microfissurado constitui a chamada **teoria do campo de compressão modificada** e permite, como será mostrado oportunamente, simulações de boa qualidade.

O procedimento iterativo aqui apresentado efetua a verificação de seções de perfis abertos, em concreto armado ou protendido, através de uma composição de elementos de chapa, de maneira que seja indiferente a complexidade geométrica da seção para a determinação de sua solução. É considerado que as solicitações possam ser definidas por: força axial, dois momentos fletores, dois esforços cortantes, torção de empenamento e bimomento.

Para cada elemento de chapa é determinado um vetor de solicitações através da aplicação da teoria não-linear das vigas de paredes esbeltas. Cada painel é então analisado separadamente através de um outro procedimento não-linear iterativo, no qual são introduzidas as relações constitutivas sugeridas pelos pesquisadores da Universidade de Toronto. A solução de cada painel é obtida com a utilização de uma matriz tangente.

Será mostrado que, com a utilização da teoria do campo de compressão modificada, o modelo proposto é capaz de reproduzir a evolução das tensões e deformações atuantes na seção, tanto nas fases pré como pós-fissuração, assim como prever o aparecimento, a proliferação e a inclinação do campo de fissuras, em função da evolução de um determinado carregamento monotônico.

Finalmente, é sugerida neste trabalho uma formulação matemática para a consideração de cabos de protensão inclinados em relação ao eixo longitudinal da peça; caso mais complexo em que são originados esforços transversais cisalhantes devidos à protensão.

Como forma de avaliação prática das teorias aqui apresentadas, são comparados resultados numéricos, obtidos pelo programa de testes, denominado *Warping*, com os coletados em ensaios experimentais.

Ainda no capítulo 1, são discutidos: aspectos referentes aos métodos tradicionais de dimensionamento à flexão com cortante, resultados obtidos com a utilização do

método das treliças e conceitos importantes que serão utilizados nos capítulos seguintes.

No capítulo 2, é apresentado o procedimento iterativo básico deste trabalho, utilizado para a determinação das deformações de uma seção transversal, submetida a um conjunto de solicitações longitudinais.

No terceiro capítulo é apresentado um procedimento para a determinação de como as deformações se relacionam com as tensões, em um ponto qualquer da seção transversal. Para isto é utilizada a teoria do painel microfissurado de concreto armado.

No quarto capítulo, as equações constitutivas desenvolvidas por Collins et al são aplicadas ao painel fissurado de concreto armado. Estas equações constituem a teoria do campo de compressão modificada, como foi denominada por estes autores.

O capítulo 5 apresenta alguns conceitos fundamentais para a compreensão da teoria linear dos perfis de paredes esbeltas, como foi inicialmente desenvolvida por Vlasov.

No sexto capítulo é mostrado como Schulz e Diaz utilizaram a teoria das vigas de paredes esbeltas para a análise não-linear de peças em concreto armado e protendido, com a utilização do método da seção equivalente.

No capítulo sétimo é apresentada a formulação, desenvolvida neste trabalho, para a consideração geral das barras discretas de armadura, incluindo portanto o caso particular das barras ou cabos inclinados em relação à direção longitudinal da peça.

O oitavo capítulo reúne uma série de gráficos comparando o comportamento de vigas de paredes esbeltas, previsto pelo procedimento numérico aqui apresentado, com o verificado através de ensaios experimentais.

No capítulo 9, conclusões são relatadas e são feitas algumas sugestões para futuros trabalhos de pesquisa nesta área.

O apêndice A é o manual de utilização do programa que testa os procedimentos computacionais deste trabalho, o programa Warping.

O apêndice B contém o manual de utilização do programa Copanel, desenvolvido paralelamente ao programa Warping, com a finalidade de analisar o caso particular de um único painel de concreto armado.

Ao final dos capítulos mais importantes, é encontrada uma descrição de como a teoria pode ser aplicada computacionalmente e como esta foi implementada no programa de testes deste trabalho, o programa Warping.

1.2 - O Modelo de Treliças e a Resistência ao Cisalhamento

A formulação tradicional de dimensionamento de peças em concreto armado e protendido considera os esforços longitudinais atuando independentes dos esforços transversais e considera, posteriormente, o seu acoplamento, através do processo de decalagem do diagrama de força de tração na armadura longitudinal. Este método é satisfatório para uma grande quantidade de casos que se pode chamar como casos usuais. São as vigas tradicionais de seção retangular, I ou T, submetidas a um momento fletor e um esforço cortante.

Este método se apresenta sem utilidade quando lidamos com casos um pouco mais complicados como as peças totalmente comprimidas ou tracionadas, as vigas com vários níveis de armadura ou mesmo as peças de seção atípica.

Sendo ele um método de dimensionamento, não fornece nenhuma informação sobre o comportamento mecânico da peça em estágios de utilização, sendo representativo somente para o estágio final de ruptura.

A utilização do modelo em treliça, para a análise de peças em concreto armado, constitui entretanto um grande avanço para a compreensão do funcionamento destas peças quando submetidas a esforço cortante. Este modelo traduz de forma clara e realista o mecanismo resistente que se cria naturalmente após a formação de fissuras no concreto.

Esta teoria prevê que uma viga de concreto armado fissurada diagonalmente se comporta como uma treliça com dois banzos longitudinais paralelos, uma alma composta de bielas de concreto comprimido, dispostas em uma determinada inclinação, e estribos transversais funcionando como tirantes.

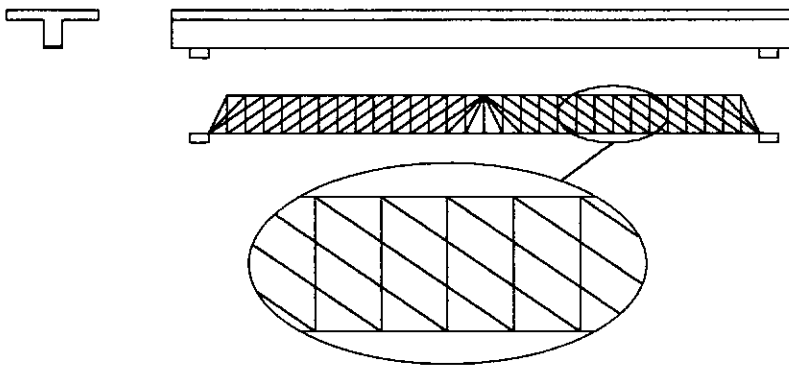


Figura 1.1

A maior dificuldade deste método é justamente a correta determinação da inclinação das bielas a ser usada na modelagem da treliça para uma etapa qualquer de carregamento da estrutura, ou seja, para verificação.

As equações de equilíbrio, por si só, não são suficientes para definir este parâmetro, já que são cinco as incógnitas do problema (a força no banzo de compressão, a força de tração na armadura longitudinal, a tensão nos estribos, a tensão e a inclinação das bielas de compressão).

Para o dimensionamento à ruptura, isto não se torna um impecilho, já que, neste caso, basta-se considerar um modelo estático de ruptura que possa garantir a estabilidade

da estrutura para um determinado carregamento dado (teoria do limite inferior). Desta forma, para fins de dimensionamento, pode-se meramente arbitrar um valor adequado para a inclinação de bielas.

Existem diferentes métodos de dimensionamento. Dentre eles, o mais antigo adota a inclinação das bielas em 45° , contornando assim a presença daquela incógnita.

Apesar de uma longa investigação feita nesta área de estudos nas últimas décadas, as expressões para o dimensionamento ao cortante da maioria das normas de cálculo ainda são baseadas em uma analogia à treliça a 45° , desenvolvida no início do século por Ritter e Morsch, com as devidas adaptações.

Os ensaios demonstram que a consideração desta inclinação (45°) para a modelagem das treliças fornece resultados muito conservadores, principalmente para as vigas com pequena, ou nenhuma, quantidade de armadura transversal. O que é bastante intuitivo, já que se sabe que uma viga desprovida de estribos é capaz de resistir a um certo valor de esforço cortante antes de fissurar e romper.

Desta forma, muitas normas sugerem uma correção à treliça a 45° , como é o caso do Comité Euro-International du Béton (7) que adotava uma parcela relativa à contribuição do concreto na resistência ao cortante (termo V_c), de valor igual ao esforço cortante previsto para o início do processo de fissuração diagonal.

Alguns ensaios têm demonstrado que, em geral, a inclinação das bielas de compressão não é igual a 45° . Sendo assim, são atualmente preconizadas expressões baseadas em treliças de inclinação qualquer, como é também sugerido pelo CEB.

De fato, utilizando-se inclinações menores do que 45° , obtém-se resultados mais realistas para o comportamento das vigas sujeitas a esforço cortante. O principal problema, no entanto, persiste: qual deve ser a inclinação a ser adotada para as bielas de compressão no dimensionamento e na verificação das peças em concreto armado.

A grande vantagem do modelo em treliça é que ele atende diretamente às condições de equilíbrio de forças entre os banzos comprimidos e tracionados, bielas de compressão e estribos, dispensando, desta forma, operações corretivas como a decalagem.

Isto pode ser visualizado através da figura 1.2. Seja uma viga retangular de concreto armado, submetida a um carregamento de flexão pura. Considerando que o concreto não resista à tração, a distribuição das tensões longitudinais ao longo de uma seção transversal será aproximadamente igual à representada pela figura (b). Pode-se, sem grandes simplificações, adotar uma resultante única para as tensões de compressão do concreto e imaginar que a peça funciona como dois banzos longitudinais paralelos, um comprimido e outro tracionado, como mostra a figura (a).

Seja agora a mesma seção também submetida a uma solicitação de esforço cortante V . Pode-se então aplicar o modelo das treliças, incluindo na figura (a) a presença das bielas inclinadas de compressão, como mostra a figura (c).

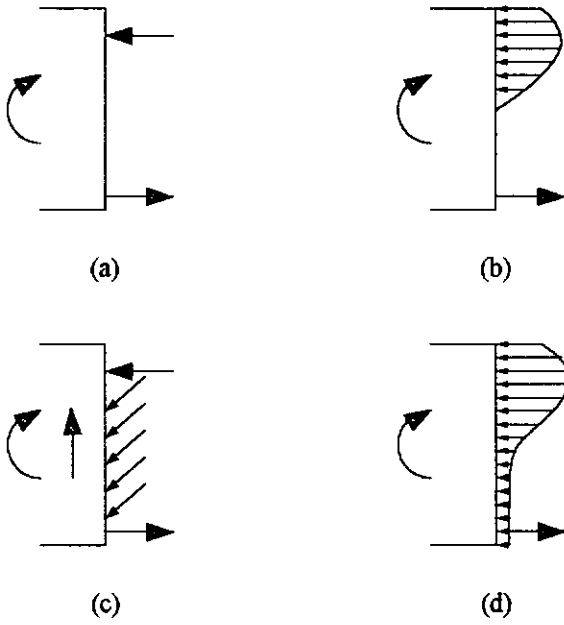


Figura 1.2

É importante observar que, ao se introduzir estas novas forças de compressão, a soma de suas componentes transversais deverá ser igual à força cortante atuante na seção, enquanto que a soma de suas componentes longitudinais deverá ser equilibrada pelas resultantes dos banzos longitudinais de tração e compressão da treliça. Desta forma, uma vez equilibrado o sistema de forças, ficam definitivamente determinados os esforços resistentes ao longo da seção.

Finalmente a figura 1.2 - (d) ilustra como fica o diagrama real de tensões longitudinais, ao longo da seção transversal da viga. É interessante observar que existem tensões longitudinais de compressão em toda a altura da viga, inclusive na região de alongamento longitudinal, abaixo da linha neutra. Pode, a princípio, parecer um paradoxo a combinação de compressão com alongamento, mas é uma singularidade da análise seccional das peças em concreto armado, submetidas a esforços transversais cisalhantes.

Isto mostra como é complexo o problema da determinação destas tensões longitudinais, quando existem forças cisalhantes oriundas de solicitações de torção ou esforço cortante.

Para o caso de flexão pura, pode-se estabelecer uma relação entre as tensões longitudinais e as deformações longitudinais, bastando para isto supor que o comportamento das fibras longitudinais de concreto equivale ao de um cilindro de concreto, carregado axialmente. Desta forma, para o caso da flexão pura, pode-se relacionar tensões e deformações utilizando diretamente as equações constitutivas dos materiais.

$$\sigma_{long} = f(\epsilon_{long}) \quad (1.1)$$

Já para os casos em que se encontram envolvidas solicitações de momento torçor ou esforço cortante (por pequenas que sejam estas), fica invalidado qualquer tipo de

simplificação do tipo acima ou, em outras palavras, a determinação das tensões longitudinais não está mais ligada unicamente às deformações longitudinais.

Obviamente, existe uma transição gradual entre os dois tipos de solicitações, isto é, com e sem a presença de esforços cisalhantes, como será visto oportunamente.

Como foi mostrado acima, o comportamento de uma viga em concreto armado, sob a ação de um momento fletor e um esforço cortante, pode ser analisado simplificadamente como um sistema de bielas e tirantes, posicionado ao longo da alma da peça. Foi também visto que a introdução deste sistema gera uma resultante de compressão longitudinal, que deve ser equilibrada pelas forças longitudinais dos banzos de tração e compressão da treliça, como mostra a figura 1.3.

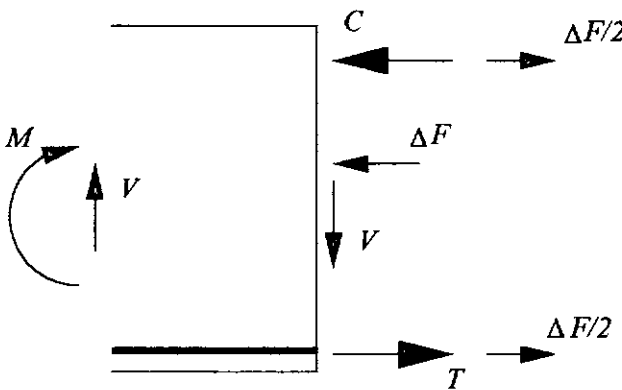


Figura 1.3

É importante ressaltar que, para que seja alcançado o equilíbrio de forças na direção longitudinal, a resultante de compressão do banzo comprimido deve ser reduzida e a resultante de tração da armadura longitudinal aumentada (processo de decalagem), sendo necessário portanto uma diminuição do encurtamento das fibras superiores e um aumento do alongamento das fibras inferiores.

Em outras palavras, pelo modelo de treliças, qualquer solicitação de cisalhamento gera, invariavelmente, uma alteração na altura da linha neutra da seção.

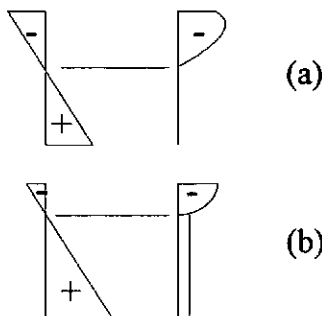


Figura 1.4

Para uma viga submetida a um momento fletor puro de sentido positivo tem-se diagramas de deformações e tensões longitudinais aproximadamente iguais aos apresentados pela figura 1.4 - (a). Na ausência de esforços transversais cisalhantes, a deformada da seção apresenta sempre uma região de encurtamento longitudinal e outra de alongamento longitudinal. Neste exemplo, com a introdução da solicitação

de esforço cortante, ocorre uma elevação da linha neutra independentemente do sentido de aplicação deste esforço transversal, como mostra a figura 1.4 - (b). É importante ressaltar novamente que a introdução da solicitação de esforço cortante altera também o diagrama de tensões longitudinais atuantes ao longo da seção, gerando o aparecimento de tensões longitudinais de compressão inclusive na região de alongamento longitudinal da seção.

O método das treliças considera que a peça em concreto armado está sempre completamente fissurada e que o concreto não tem nenhuma capacidade de resistir a esforços de tração, por este motivo, prevê alongamentos longitudinais sempre maiores que os observados na prática, assim como os valores para a tensão nos estribos e nas bielas de compressão.

O modelo clássico de treliças baseia-se nas seguintes aproximações:

- A. O concreto não resiste a tração.
- B. O concreto está fissurado de forma uniforme e contínua.
- C. Nas regiões "B" (suficientemente distanciadas de apoios ou descontinuidades) é constante a direção das bielas.
- D. A direção das bielas coincide com a direção das fissuras.
- E. Tem-se um campo de compressão uniaxial dentro da biela.

Fazendo-se um estudo de todo o processo de carregamento de uma peça de concreto armado, submetida a um momento fletor e um esforço cortante atuando no plano médio da mesma, pode-se enumerar algumas constatações experimentais importantes:

- sob cargas muito baixas, a estrutura resiste aos esforços sem fissurar, apresentando concreto trabalhando tanto à tração quanto à compressão. Nesta etapa, prevalece um regime elástico de resistência e a distribuição dos esforços internos praticamente independe da quantidade e da posição da armadura.
- a partir do momento em que as tensões de tração no concreto superam as tensões limites do material, começam a se formar as primeiras fissuras e o mecanismo estrutural começa lentamente a procurar novas maneiras de resistir às solicitações. Pode-se constatar então que a direção das primeiras fissuras a aparecerem na peça coincide, aproximadamente, com a direção das tensões principais de compressão, considerando um comportamento elástico dos materiais.
- com a evolução do carregamento ocorre uma propagação generalizada de fissuras. Algumas se originam a partir do flange tracionado e se propagam pela alma, transversalmente ao eixo da peça, são as fissuras de flexão ("flexural cracking"). Outras nascem na alma da viga e se propagam diagonalmente, são as chamadas fissuras por esforço cisalhante ("web-shear cracking"). Finalmente, outras se originam como fissuras de flexão e se propagam diagonalmente pela alma da peça, convertendo-se em fissuras de cortante ("flexure-shear cracking").
- para carregamentos elevados, isto é, para cargas próximas às cargas finais de ruptura, é atingida a menor distância possível entre as fissuras. É dito que se chegou a configuração fissurada definitiva.

Pode-se fazer agora uma análise crítica das simplificações envolvidas no modelo clássico de treliças:

- A - O concreto não resiste a tração.

Para pequenos carregamentos o concreto resiste integralmente à tração. Pode-se dizer, no entanto, que a presença de tensões de tração no concreto tende a diminuir com a evolução do carregamento devido à proliferação das fissuras. Em outras palavras, a desconsideração do concreto resistindo à tração torna-se mais verdadeira à medida que os esforços solicitantes se aproximam dos valores de ruptura. Para as peças em concreto protendido, entretanto, o desenvolvimento de fissuras é extremamente inibido pelos esforços de protensão; o que significa que, quanto maior o grau de protensão, maior será o erro introduzido pela premissa acima.

- B - O concreto está fissurado de forma uniforme e contínua.

A fissuração no concreto se dá de forma gradual, aparecendo inicialmente nas regiões mais solicitadas por tensões de tração. Pode se ter uma situação de fissuração completa (configuração fissurada definitiva) ou mesmo, não se ter fissuração alguma, dependendo do estágio de carregamento.

- C - Nas regiões "B" (suficientemente distanciadas de apoios ou descontinuidades) é constante a direção das bielas.

A consideração de uma inclinação de bielas constante é aceitável, quando se lida com seções com banzo de compressão bem diferenciado, como é o caso das seções I ou T. Já em seções retangulares, por exemplo, deixa de ser adequada esta aproximação, pois, mesmo para as regiões distantes de apoios ou descontinuidades, é grande a variação da inclinação das bielas ao longo da altura.

- D - A direção das bielas coincide com a direção das fissuras.

A coincidência da direção das bielas com a direção das fissuras só se realiza efetivamente no exato instante em que está nascendo uma nova família de fissuras. No caso mais genérico, o que ocorre é a degeneração de uma fissura pré-existente, para uma nova direção de fissuração, regida pela inclinação das bielas de compressão que atravessam esta região da alma. Em outras palavras, pelo modelo clássico das treliças, as direções das fissuras são consideradas independentes da história do carregamento, o que não é verdade.

- E - Tem-se um campo de compressão uniaxial dentro da biela.

Devido à aderência entre as bielas de concreto e os estribos que as atravessam, observa-se na realidade um campo biaxial de tensões nestas regiões.

Percebe-se aqui, por meio dos itens A e B, que o modelo clássico de treliças consegue reproduzir com mais precisão os estágios mais avançados de carregamento, especialmente o estado limite último de ruptura. Comparações com dados experimentais confirmam esta asserção teórica e comprovam o melhor desempenho do modelo nas etapas finais de resistência.

A consideração do item D talvez seja por demais simplificadora mas é absolutamente necessária para este tipo de análise. Um tipo de solução alternativa seria a adoção do método de elementos finitos, aplicado a estruturas de duas dimensões, em que, incrementando-se o carregamento a partir da carga zero, tentar-se-ia reproduzir o efeito de propagação das fissuras, ao longo da história do carregamento.

Trabalhos recentes de pesquisadores como Collins (4/5/6), Reineck (23/24), Diaz (14/15), Schulz (25/26) e outros tentam, através de considerações mais realistas, expandir a faixa de validade do modelo de treliças para outros estágios de carregamento.

Resultados bastante satisfatórios têm mostrado que o tradicional método das treliças pode ser melhorado em todas as suas considerações básicas.

Nos próximos capítulos, será mostrado como o uso de painéis de concreto armado, a consideração das tensões de tração no concreto e o efeito biaxial de tensões nas bielas, podem ser adotados para se melhor estimar o comportamento de peças em concreto armado.

2 Capítulo

DETERMINANDO A DEFORMADA DA SEÇÃO

2.1 - Introdução (A Análise Linear)

Seja uma peça estrutural constituída somente por paredes laminares, orientada em relação ao triedro XYZ , de tal forma que seu eixo longitudinal seja paralelo ao eixo X , como mostra a figura a seguir:

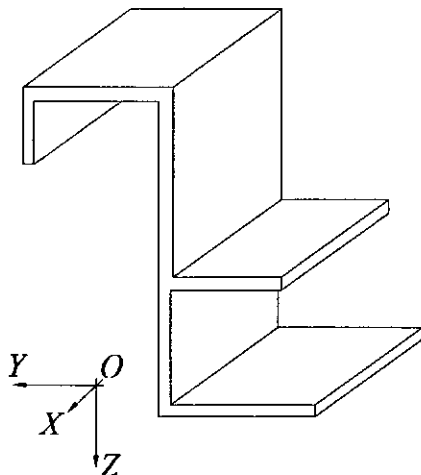


Figura 2.1

Assim, cada um dos pontos da seção transversal de referência possui uma coordenada y , uma coordenada z e uma coordenada de empenamento w . O sistema de coordenadas de empenamento é fundamental para a análise de perfis laminares e será abordado com maior atenção no capítulo 5.

Pode-se assim, definir um vetor de localização $\{I\}$ (ou vetor de posição), para qualquer ponto pertencente a esta seção transversal, como sendo:

$$\{I\} = \{1 \quad y \quad z \quad w\} \quad (2.1)$$

Fica aqui definido que a notação vetorial de elementos envolvidos por parênteses ($\{\}$) refere-se a vetores-coluna, que, por mera conveniência, serão, a partir de agora, representados com seus elementos dispostos em linha.

Seja agora o sistema de coordenadas s , de origem arbitrada no nó L_0 , o qual chamaremos de agora em diante como nó inicial da seção, de forma que s tenha sempre, em qualquer ponto, valor igual ao comprimento percorrido sobre os segmentos, partindo-se do ponto L_0 , como mostra a figura 2.2. O sistema de coordenadas s e o nó inicial da seção serão abordados com maior atenção no capítulo 5.

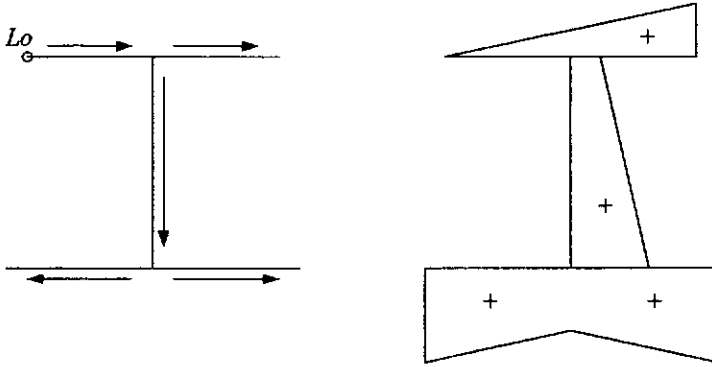


Figura 2.2

Admite-se que a referida seção possua uma espessura t , variável para todos os seus pontos.

Pode-se referenciar esta seção laminar ao sistema de referência global XYZ adotado, através de suas propriedades geométricas (área, momentos estáticos e momentos de inércia):

$$\begin{aligned}
 I_{11} &= \int t ds \\
 I_{1y} &= \int y t ds \\
 I_{1z} &= \int z t ds \\
 I_{1w} &= \int w t ds \\
 I_{yy} &= \int y^2 t ds \\
 I_{yz} &= \int y z t ds \\
 I_{yw} &= \int y w t ds \\
 I_{zz} &= \int z^2 t ds \\
 I_{zw} &= \int z w t ds \\
 I_{ww} &= \int w^2 t ds
 \end{aligned}$$

(2.2)

Pode-se ainda agrupar estas entidades geométricas da seguinte forma, gerando uma matriz de propriedades geométricas $[I]$ para a seção:

$$[I] = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{1y} & I_{1z} & I_{1w} \\ I_{y1} & I_{yy} & I_{yz} & I_{yw} \\ I_{z1} & I_{zy} & I_{zz} & I_{zw} \\ I_{w1} & I_{wy} & I_{wz} & I_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

É necessário lembrar que a matriz $[I]$ é simétrica pela simples observação das integrais relacionadas em (2.2).

Para se obter a matriz de propriedades elásticas $[D]$ (ou ainda, matriz de rigidez), para esta seção do perfil, basta que seja multiplicado o módulo de elasticidade secante do material E , que é constante para todos os pontos da seção, pela sua matriz de propriedades geométricas $[I]$. Desta forma, já que a análise é linear e tem-se um mesmo material para toda a seção, obtém-se que:

$$[D] = E \begin{bmatrix} I_{11} & I_{1y} & I_{1z} & I_{1w} \\ I_{y1} & I_{yy} & I_{yz} & I_{yw} \\ I_{z1} & I_{zy} & I_{zz} & I_{zw} \\ I_{w1} & I_{wy} & I_{wz} & I_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Ou ainda:

$$[D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{1y} & D_{1z} & D_{1w} \\ D_{y1} & D_{yy} & D_{yz} & D_{yw} \\ D_{z1} & D_{zy} & D_{zz} & D_{zw} \\ D_{w1} & D_{wy} & D_{wz} & D_{ww} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Seja $\{f\}$ o vetor de forças solicitantes que representa os esforços longitudinais atuantes na seção transversal de referência:

$$\{f\} = \{N_x \quad -M_z \quad M_y \quad B_w\} \quad (2.6)$$

sendo:

- N_x - Força normal atuante na direção do eixo X
- M_z - Momento fletor atuante **em torno** do eixo Z
- M_y - Momento fletor atuante **em torno** do eixo Y
- B_w - Bimomento (referenciado ao sistema de coordenadas de empenamento adotado)

De sentidos positivos como indicados na figura 2.3.

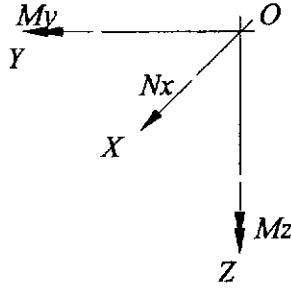


Figura 2.3

Seja agora $\{\varepsilon\}$ o vetor de deformações desta seção:

$$\{\varepsilon\} = \{\zeta' \quad -\xi'' \quad -\eta'' \quad -\theta'\} \quad (2.7)$$

sendo:

- ζ' - Deformação axial na origem do sistema
- ξ'' - Curvatura na direção do eixo Y (gerada por M_z)
- η'' - Curvatura na direção do eixo Z (gerada por M_y)
- θ' - Variação do ângulo relativo de giro

de sentidos positivos coerentes com os da figura 2.3.

Pode-se determinar o vetor de deformações elásticas $\{\varepsilon\}$, correspondente ao vetor de forças solicitantes $\{f\}$ da seção, com a utilização da seguinte operação matricial:

$$\{f\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (2.8)$$

A solução encontrada para o vetor de deformações $\{\varepsilon\}$, ou ainda a deformada da seção transversal, será verdadeira se não for violada nenhuma das hipóteses de linearidade adotadas na análise acima, isto é, se os materiais constituintes da seção não forem solicitados, em nenhum ponto, além de seus limites de proporcionalidade.

Quando se lida com peças em concreto armado, quase sempre são ultrapassados os limites de linearidade do concreto nas regiões de compressão e é constante o aparecimento de fissuras nas regiões de tração, o que invalida os resultados de uma análise linear. Desta forma, torna-se inapropriada a solução elástica para a grande maioria dos casos.

Um procedimento usual entre os projetistas é o de se determinar as propriedades elásticas das seções de concreto armado, sem a consideração da armadura longitudinal. Isto representa uma grande simplificação que não deve ser utilizada para cálculos em que uma maior precisão de resultados seja necessária.

Para a verificação da estabilidade de peças de grande esbelteza, quando existem esforços de segunda ordem, torna-se necessária uma análise mais rigorosa e deve-se recorrer à uma análise não-linear.

2.2 - A Análise Não-Linear

Pode-se determinar o vetor de deformações $\{\varepsilon\}$ de uma seção de concreto armado, submetida a um conjunto de forças longitudinais solicitantes $\{f\}$, analisando-se o problema não-linear com o uso de um procedimento iterativo (ver Galgoul (17)).

Vários métodos iterativos foram desenvolvidos por diferentes autores. A solução que se mostrou mais eficiente foi a do método da matriz tangente, uma adaptação do método iterativo de Newton-Raphson (ver Stark (27)).

A seguinte expressão é utilizada na análise não-linear:

$$\{df\}^i = [D^{tan}]^i \{d\varepsilon\}^i \quad (2.9)$$

Por meio de incrementos $\{d\varepsilon\}^i$ a um vetor de deformações $\{\varepsilon\}^i$, pode-se encontrar a solução para um determinado vetor de solicitações $\{f\}$, com auxílio da expressão:

$$\{\varepsilon\}^{i+1} = \{\varepsilon\}^i + \{d\varepsilon\}^i \quad (2.10)$$

Para isto, torna-se necessário conhecer o valor de $\{df\}^i$, a ser aplicado na equação (2.9), que é a diferença entre o vetor de forças solicitantes $\{f\}$ e o vetor de forças resistentes da iteração i , $\{f_{res}\}^i$:

$$\{df\}^i = \{f\} - \{f_{res}\}^i \quad (2.11)$$

Se for possível se determinar o vetor de forças resistentes $\{f_{res}\}^i$, correspondente a um determinado vetor de deformações $\{\varepsilon\}^i$, estará completo o procedimento iterativo.

De posse da tensão longitudinal σ_x , atuante em todos os pontos da seção transversal, pode-se determinar o vetor de forças resistentes $\{f_{res}\}^i$, desta seção laminar:

$$\{f_{res}\}^i = \left\{ N_x^i \quad -M_z^i \quad M_y^i \quad B_w^i \right\} \quad (2.12)$$

Determinando-se, para isto, as integrais:

$$\begin{aligned} N_x^i &= \int \sigma_x t ds \\ -M_z^i &= \int \sigma_x y t ds \\ M_y^i &= \int \sigma_x z t ds \\ B_w^i &= \int \sigma_x w t ds \end{aligned} \quad (2.13)$$

É suposto pela teoria dos perfis de paredes esbeltas que, ao longo da espessura t , atua uma tensão longitudinal σ_x de valor constante, como será visto oportunamente no capítulo 5.

Quando se trabalha com uma análise pontual discreta, são conhecidos os valores das tensões longitudinais atuantes em um determinado número de pontos ao longo da seção transversal. Pode-se, neste caso, determinar o vetor de forças resistentes $\{f_{res}\}^i$ com a utilização de uma integração numérica.

Para a determinação da matriz de propriedades elásticas tangente de cada iteração $[D^{tan}]^i$, é necessário se introduzir o valor do módulo de elasticidade tangente, que varia agora para cada ponto da seção (análise não-linear), dentro das integrais relacionadas em (2.2).

Devem ser então efetuadas as seguintes integrações:

$$\begin{aligned}
 D_{11}^{tan} &= \int E_{tan} t ds \\
 D_{1y}^{tan} &= \int E_{tan} y t ds \\
 D_{1z}^{tan} &= \int E_{tan} z t ds \\
 D_{1w}^{tan} &= \int E_{tan} w t ds \\
 D_{yy}^{tan} &= \int E_{tan} y^2 t ds \\
 D_{yz}^{tan} &= \int E_{tan} y z t ds \\
 D_{yw}^{tan} &= \int E_{tan} y w t ds \\
 D_{zz}^{tan} &= \int E_{tan} z^2 t ds \\
 D_{zw}^{tan} &= \int E_{tan} z w t ds \\
 D_{ww}^{tan} &= \int E_{tan} w^2 t ds
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

No caso da análise não-linear, a presença das armaduras longitudinais não pode ser desconsiderada e tanto suas contribuições no vetor de forças resistentes $\{f_{res}\}^i$, como na matriz tangente $[D^{tan}]^i$, devem ser incorporadas com o uso das expressões apresentadas adiante.

Seja uma barra de seção transversal de área A_S , referenciada ao sistema de coordenadas da seção por meio de uma coordenada y , uma coordenada z e uma coordenada de empenamento w ; e submetida a uma determinada tensão longitudinal σ_x .

A consideração de uma barra de armadura equivale à de um segmento laminar de comprimento zero, com área A_S concentrada. As equações fornecidas acima, para a

consideração de um segmento laminar infinitesimal ds , em (2.13) e (2.14), simplificam-se.

O vetor de forças resistentes, $\{f_{res}\}_{bar}$, para cada barra, é definido por:

$$\begin{aligned} N_x^{i,bar} &= A_s \sigma_x \\ -M_z^{i,bar} &= A_s \sigma_x y \\ M_y^{i,bar} &= A_s \sigma_x z \\ B_w^{i,bar} &= A_s \sigma_x w \end{aligned} \quad (2.15)$$

E a matriz tangente $[D^{tan}]_{bar}$, por:

$$\begin{aligned} D_{11}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s \\ D_{1y}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s y \\ D_{1z}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s z \\ D_{1w}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s w \\ D_{yy}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s y^2 \\ D_{yz}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s yz \\ D_{yw}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s yw \\ D_{zz}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s z^2 \\ D_{zw}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s zw \\ D_{ww}^{tan,bar} &= E_{tan} A_s w^2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

2.3 - A Redução do Sistema de Equações

As matrizes de rigidez, apresentadas em (2.8) e (2.9), possuem ordem 4×4 e foram deduzidas para o caso mais genérico, isto é, para as peças dotadas de rigidez axial, rigidez à flexão em duas direções ortogonais e rigidez à torção de empenamento.

Para a análise de seções laminares desprovidas de inércia à torção de empenamento, como as vigas T ou L, ou também para aquelas sem inércia à flexão em uma determinada direção (como as vigas retangulares, que aqui são consideradas como chapas delgadas submetidas unicamente a um estado plano de tensões), pode-se recorrer a uma redução no sistema de equações.

Para peças sem inércia à torção, o sistema de equações (2.8) pode ser reduzido para um de ordem 3×3 :

$$\begin{Bmatrix} N \\ -M_z \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{32} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta' \\ -\xi'' \\ -\eta'' \end{Bmatrix} \quad (2.17)$$

Finalmente, para as seções somente dotadas de rigidez axial e de uma rigidez à flexão, o sistema (2.17) pode ser, mais uma vez, reduzido.

$$\begin{Bmatrix} N \\ -M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \zeta' \\ -\xi'' \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Desta forma, os vetores de forças e deformações, as matrizes de rigidez secante e tangente, assim como os sistemas de equações apresentados, podem se adequar para a análise de qualquer tipo de seção laminar.

2.4 - Quanto à Determinação da Tensão Longitudinal σ_x e do Termo E_{tan}

Para uma análise a flexão pura, de uma seção retangular de concreto armado, tem-se uma distribuição de tensões aproximadamente igual à mostrada pela figura 2.4.

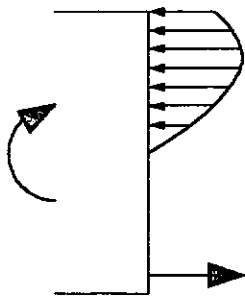


Figura 2.4

Pode-se admitir que as tensões de compressão no concreto e as de tração no aço têm direção coincidente com o eixo longitudinal da peça, isto é, são ortogonais à seção transversal de referência, já que é suposto que a seção investigada tenha geometria constante.

Pode-se supor assim que os comportamentos do concreto e o do aço são equivalentes aos obtidos em ensaios de tração e compressão destes materiais.

A determinação das tensões longitudinais σ_x , a serem utilizadas para a determinação do vetor de forças resistentes da seção, com o uso das integrais relacionadas em (2.13), pode ser conseguida diretamente a partir das deformações longitudinais, pela simples aplicação das equações constitutivas dos materiais:

$$\sigma_x = f(\varepsilon_x) \quad (2.19)$$

Da mesma forma, o módulo de elasticidade longitudinal tangente E_{tan} , de cada ponto da seção transversal, a ser utilizado para a obtenção da matriz de rigidez tangente da seção, com o uso das integrais (2.14), não apresenta qualquer dificuldade para sua determinação; devendo ser adotado diretamente o valor da derivada das mesmas curvas constitutivas, para a deformação correspondente à deformação longitudinal de cada ponto da seção:

$$E_{tan} = \frac{\partial \sigma_x(\varepsilon_x)}{\partial \varepsilon_x} \quad (2.20)$$

Com a introdução dos esforços de cisalhamento na seção, a distribuição das tensões internas assume uma configuração bem diferente. São originadas tensões inclinadas de tração e compressão e principalmente fissuras inclinadas em relação ao eixo longitudinal da peça.

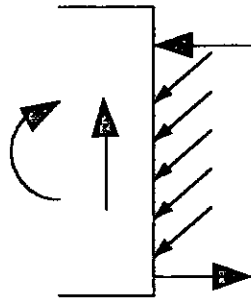


Figura 2.5

O método para a determinação das tensões longitudinais, antes utilizado para a flexão pura, não pode mais ser adotado. As tensões longitudinais no concreto não podem mais ser obtidas a partir da mera aplicação da equação constitutiva deste material. Da mesma forma, o valor de E_{tan} não é mais, simplesmente, a derivada da curva tensão-deformação do concreto, em cada ponto da seção. Enfim, não é mais aceitável a simplificação proposta pela equação (2.19).

Conseguindo-se estabelecer, para cada ponto da seção transversal, uma relação tensão longitudinal-deformação longitudinal, que leve em conta as tensões cisalhantes, originadas pelas solicitações de esforço cortante e momento de torção, pode-se determinar a tensão longitudinal resultante σ_x :

$$\sigma_{long} = f(\varepsilon_{long}, \tau_{trans}, \dots) \quad (2.21)$$

A rigor, esta expressão teórica está intrinsecamente ligada ao histórico do carregamento, isto é, a maneira como a estrutura foi carregada, ou descarregada, até atingir a configuração atual de análise.

A consideração dos esforços de cisalhamento em um cálculo racional de dimensionamento ou mesmo de verificação, de uma peça de concreto armado, tem sido o tema de inúmeros trabalhos de pesquisa nos últimos anos.

Alguns pesquisadores obtiveram um relativo sucesso nesta busca. Baseados em estudos com o auxílio de painéis de concreto armado, Collins (4/5/6), Diaz (14/15) e Schulz (25/26), entre outros, conseguiram desenvolver procedimentos matemáticos capazes de prever com razoável precisão, a componente de tensão longitudinal e sua derivada, a partir da deformação longitudinal e do fluxo de cisalhamento, em uma seção de concreto armado.

Será mostrado no capítulo seguinte que, com a utilização de painéis de concreto armado, a obtenção da tensão longitudinal σ_x e do módulo de elasticidade longitudinal tangente E_{tan} , para a determinação do vetor de forças resistentes e da matriz de rigidez tangente, respectivamente, não fica impossibilitada com a presença dos esforços transversais cisalhantes.

Com um número adequado de painéis de concreto armado, dispersos ao longo da seção transversal de referência, pode-se determinar numericamente o vetor de forças resistentes e a matriz de rigidez tangente da seção. Desta forma, consegue-se estabelecer um procedimento geral de análise para peças constituídas de paredes delgadas, submetidas inclusive a solicitações tangenciais.

2.5 - O Programa Warping

O programa Warping exemplifica como esta teoria pode ser aplicada para a verificação de peças laminares de concreto armado ou protendido, submetidas a esforços longitudinais (força normal, momentos fletores e bimomento) e tangenciais (esforços cortantes e torção de empenamento).

A iteração do tipo Newton-Raphson, sugerida acima, para a determinação da deformada da seção, é utilizada pelo programa Warping e é chamada de Iteração Principal.

Ao fim deste procedimento iterativo, o programa Warping deve ter determinado a deformada da seção (vetor de deformações da seção $\{\epsilon\}$) para um determinado vetor de forças solicitantes $\{f\}$. Em caso de fracasso nesta busca o programa julgará que a seção não consegue resistir às referidas solicitações.

Como inicialização para o vetor de deformações $\{\epsilon\}$, é utilizado o resultado de uma análise linear, feita preliminarmente à análise iterativa.

É feita inicialmente uma discretização da seção em um determinado número de segmentos laminares. O número de segmentos e a sua disposição ao longo da seção são arbitrados pelo usuário e são fornecidos por meio de um arquivo de entrada.

As integrações numéricas são feitas dentro de cada segmento laminar, e é admitido que as tensões longitudinais se distribuem com uma variação linear, dentro deste intervalo.

São somente adotados segmentos laminares retilíneos, como mostrado pela figura 2.1, de forma que todas as integrais apresentadas nos itens acima ficam extremamente simplificadas, pois integram somente produtos de funções do primeiro grau.

Supondo uma seção laminar constituída de n segmentos e m barras longitudinais, as seguintes expressões para o seu vetor de forças resistentes $\{f_{res}\}^i$ e para sua matriz de propriedades elásticas tangentes $[D^{tan}]^i$, são obtidas:

$$\{f_{res}\}^i = \sum_1^n \{f_{res}\}_{seg}^i + \sum_1^m \{f_{res}\}_{bar}^i \quad (2.22)$$

$$[D^{tan}]^i = \sum_1^n [D^{tan}]_{seg}^i + \sum_1^m [D^{tan}]_{bar}^i \quad (2.23)$$

Esta simplificação se torna aceitável se for adotada uma boa discretização de segmentos laminares. Seja uma seção retangular, discretizada como mostra a figura 2.6 - (a). A integração das tensões longitudinais será feita supondo uma variação linear dentro de cada segmento (figura (c)), o que neste caso será bastante satisfatório. A distribuição de esforços cisalhantes também será bastante realista como mostra a figura (b).

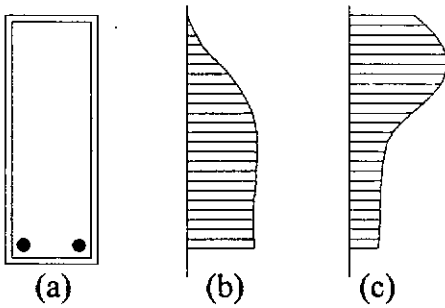


Figura 2.6

Deve-se atentar que a discretização é arbitrada pelo usuário. Se esta for feita de uma forma inapropriada, pode provocar uma falsificação de resultados, como mostra a figura 2.7.

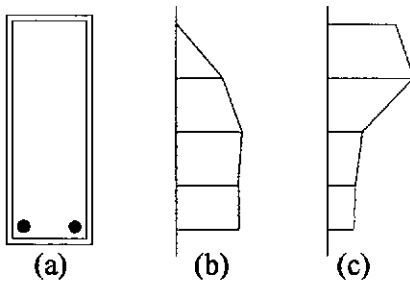


Figura 2.7

A determinação das tensões é feita somente nos pontos extremos de cada segmento, onde é previsto um painel de concreto armado, e a análise destes painéis é realizada de forma iterativa por outras subrotinas do programa Warping, que serão detalhadas nos capítulos seguintes.

A iteração é encerrada quando o programa julgar satisfatória a solução encontrada, ou seja, quando o vetor de forças solicitantes for aproximadamente igual ao vetor de forças resistentes, calculado pela integração das tensões longitudinais.

O erro relativo da iteração é determinado pela comparação dos dois vetores, por meio de uma norma. Se o resultado da norma for inferior a uma determinada tolerância o processo é interrompido e os resultados serão considerados satisfatórios.

No caso contrário, a falha no processo de convergência pode ser detectada pela verificação do número da iteração corrente. O processo deve ser interrompido no caso de um número elevado de iterações.

2.5.1 - Fluxograma

O fluxograma da Iteração Principal é o seguinte:

Begin

{inicialização da análise iterativa - análise linear preliminar}
 Leitura do vetor de forças solicitantes $\{f\}$;
 Cálculo da matriz de rigidez da seção $[D]$; {equação (2.4)}
 Cálculo do vetor de deformações elásticas $\{\varepsilon\}_{inicial}$; {equação (2.8)}

Repeat

For $n:= 1$ **To** Número_de_painéis **Do**

Begin

{determinação das solicitações de cada painel}
 Determinação da deformação longitudinal ε_x e do fluxo de cisalhamento F_{xt} ; {a ser visto nos capítulos 5 e 6}

{resolução de um painel de concreto armado}

Determinação da tensão longitudinal σ_x e de sua derivada em relação a deformação longitudinal, o termo E_{tan} ; {a ser visto nos capítulos 3 e 4}

End;

For $n:= 1$ **To** Número_de_barras **Do**

Consideração de cada barra discreta; {a ser visto no capítulo 7}

Cálculo do vetor de forças resistentes $\{f_{res}\}^i$; {equação (2.22)}

Calculo da matriz de rigidez tangente da seção $[D^{tan}]^i$; {equação (2.23)}

Cálculo de $\{df\}^i$; {equação (2.11)}

If (Erro_relativo < Tolerância) **Then Return**(_Sucesso_);

Cálculo de $\{d\varepsilon\}^i$; {equação (2.9)}

Cálculo de $\{\varepsilon\}^{i+1}$; {equação (2.10)}

Until(Número_de_iterações = Número_máximo_de Iterações);

```
Return( _Fracasso_ );  
End.
```

A TEORIA DO PAINEL FISSURADO

3.1 - Introdução

Como visto no capítulo anterior, é possível desenvolver um procedimento matemático completo para a análise seccional de peças constituídas por paredes esbeltas, submetidas a um conjunto genérico de solicitações.

Foi mostrado que, pelo modelo proposto, a deformada da seção pode ser determinada por meio de um processo iterativo, mas que, para isto, torna-se necessário conhecer como as tensões se relacionam com as deformações longitudinais, em um determinado número de pontos arbitrários ao longo da seção transversal.

Foi visto também que, para a análise à flexão pura, a relação entre as tensões e deformações longitudinais pode ser aproximada com a aplicação direta das equações constitutivas dos materiais. A presença de esforços de cisalhamento, entretanto, não permite que esta simplificação seja sempre adotada e torna necessário se recorrer a um procedimento mais abrangente.

Neste capítulo será mostrado que a teoria do painel fissurado de concreto armado é adequada para a análise de peças laminares, nas quais prevalece um estado plano de tensões, e que, sendo assim, pode ser aplicada com propriedade no procedimento geral para a análise não-linear das peças de paredes delgadas em concreto armado ou protendido, como sugerido neste trabalho.

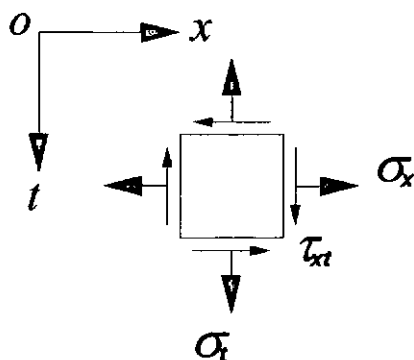


Figura 3.1

A teoria do painel fissurado de concreto armado é uma generalização das teorias desenvolvidas pelo método das treliças, só que trata de analisar um elemento laminar infinitesimal, microfissurado, solicitado por duas tensões axiais (σ_x e σ_f) e uma tensão cisalhante (τ_{xf}) atuando em seu plano médio. Trata-se pois de um elemento de chapa, como mostra a figura 3.1.

Através de uma composição de elementos de chapa, pode-se analisar uma peça de seção laminar qualquer, como o exemplo complexo da figura 3.2. Esta forma de discretização assemelha-se a uma solução por elementos finitos, sendo assim conveniente para a implementação em rotina computacional.

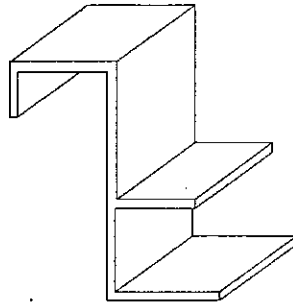


Figura 3.2

Desta forma, a análise de uma seção laminar qualquer se converte em um problema de discretização de malha, tornando desnecessárias várias definições usuais, tais como, definição do banzo comprimido e definição da altura útil. Assim como em elementos finitos, a qualidade dos resultados está ligada, principalmente, ao grau de discretização adotado.

Outra vantagem deste tipo de solução é a possibilidade de se ter uma variação de inclinação de bielas, entre os vários painéis de uma mesma seção, o que representa um avanço significativo sobre o tradicional modelo de treliças (figura 3.3).

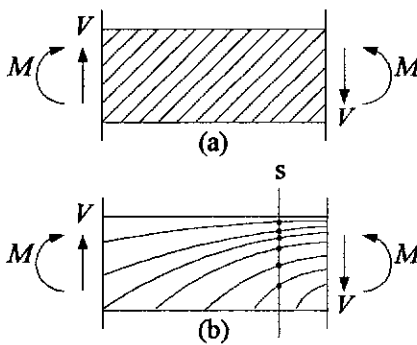


Figura 3.3

A teoria do painel fissurado se baseia no fato de que o concreto armado fissurado passa a ser um material específico, com características próprias. São desprezados quaisquer tipos de efeitos localizados, como o aumento de tensões na armadura nas regiões próximas às fissuras, para que sejam adotados somente valores médios para as tensões e deformações. Diz-se que as tensões, deformações e fissuras estão distribuídas ("smeared"), ao longo do painel.

O problema se converte assim, em definir como as tensões (σ_x , σ_t e τ_{xt}), estão relacionadas com as deformações (ϵ_x , ϵ_t e γ_{xt}) nestes elementos de chapa.

3.2 - Algumas Considerações Importantes Sobre o Painel Fissurado

É importante aqui esclarecer alguns pontos de grande divergência entre alguns autores:

3.2.1 - O Conceito de "Bielas de Compressão"

Alguns autores adotam como biela, uma peça de concreto armado fisicamente delimitada por fissuras que não obrigatoriamente coincidem com a direção da tensão principal de compressão sendo, desta forma, submetida a eventuais esforços de cisalhamento que possam vir a surgir entre as fissuras, como mostra a figura 3.4 - (a).

Outros, consideram a biela como um elemento de concreto, orientado segundo a direção da tensão principal de compressão. Admitem que, desta forma, as bielas de compressão podem eventualmente atravessar as fissuras, como mostra a figura 3.4 - (b).

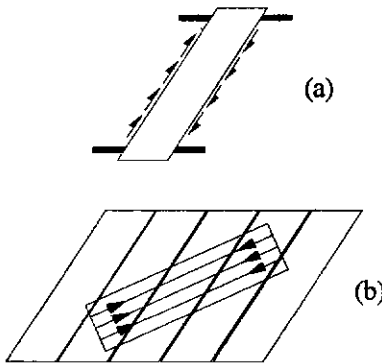


Figura 3.4

Pesquisas desenvolvidas na Universidade de Toronto propõem criar um modelo capaz de analisar o painel de concreto armado em estágios, inclusive, anteriores à formação das fissuras, considerando assim tensões elásticas de tração no concreto.

Sendo assim, parece ser mais apropriado que o conceito de bielas de compressão esteja desvinculado da existência ou não de fissuras. Fica aqui estabelecido para este trabalho que, seguindo a segunda definição, as bielas de compressão têm direção coincidente com a direção da tensão principal de compressão.

O modelo clássico de treliças, quando foi desenvolvido no início do século, por simplicidade, considerou a direção das bielas, das fissuras e da tensão principal de compressão como sendo coincidentes.

A divergência de conceituações veio a surgir posteriormente, quando se começou a investigar a transmissão de tensões cisalhantes através das fissuras e tornou-se necessário desvincular estas entidades mecânicas.

3.2.2 - As Direções de um Painel de Concreto Armado

Pode-se definir três direções de fundamental importância no estudo de um painel de concreto armado, são elas:

- A - Direção da tensão principal de compressão
- B - Direção da deformação principal de compressão
- C - Direção das fissuras

As quais podem vir a ser coincidentes ou não.

Como visto no item anterior, adotaremos a direção das bielas como notação auxiliar para a direção (A), isto é, a direção da tensão principal de compressão.

3.3 - A Teoria do Campo de Compressão

Wagner (32), investigando almas metálicas submetidas a esforço cortante, concluiu que, após a ocorrência da flambagem da alma, esta continuava a resistir aos esforços transversais solicitantes através de um sistema de diagonais tracionadas, ao que chamou de campo de tração diagonal.

Wagner conseguiu determinar a inclinação destas diagonais supondo que a sua direção, ou ainda a direção da tensão principal de tração, coincidiria com a direção da deformação principal de tração.

Como uma analogia, no problema do painel de concreto fissurado, Collins supôs que, como uma aproximação, se poderia adotar a direção das bielas de compressão, ou direção da tensão principal de compressão, como sendo igual à direção da deformação principal de compressão do painel.

Esta condição pode ser definida pela equação:

$$\tan^2 \theta = \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \quad (3.1)$$

Schulz (25) demonstrou que esta equação pode ser obtida por princípios de energia complementar mínima.

Desta forma, para um determinado ângulo θ dado, tem-se uma equação de compatibilidade adicional para as três deformações: ϵ_x , ϵ_t e ϵ_2 ; onde ϵ_2 é a deformação principal de compressão, como mostra a figura 3.5.

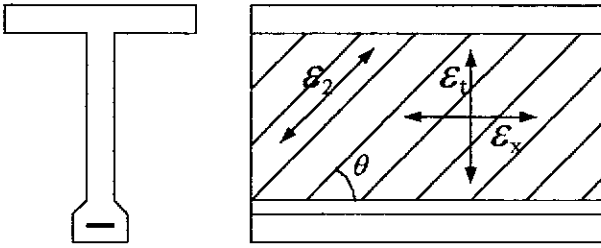


Figura 3.5

Adotando a teoria do painel fissurado submetido a esforços de chapa, incorporando as mesmas aproximações utilizadas no modelo clássico de treliças (o concreto não resiste à tração, etc) e utilizando a equação acima, Collins definiu uma formulação para um modelo estrutural de concreto armado, a que chamou de teoria do campo de compressão.

De fato, estabelecer uma equação de compatibilidade adicional é suficiente para se conhecer o ângulo de inclinação das bielas em qualquer etapa do carregamento de um painel de concreto armado.

Como visto no capítulo 1, o tradicional modelo em treliças fornece uma infinidade de soluções capazes de satisfazer às condições de equilíbrio. Com a consideração da equação (3.1), garante-se a unicidade da solução, já que, além das condições de equilíbrio, é imposta uma condição adicional de compatibilidade de deformações.

É importante ressaltar que não se falou até aqui em direção de fissuras. Foram somente abordados aspectos referentes a tensões e deformações principais.

Na direção da tensão principal de compressão, obtida a partir da direção da deformação principal de compressão, Collins admite um campo uniaxial de compressão, em que pode ser aplicada a equação constitutiva do concreto.

Na direção perpendicular a esta, isto é, na direção da tensão principal de tração, a teoria do campo de compressão admite simplificada que o concreto não resiste à tração, e portanto fissura.

A direção das fissuras fica desta forma ligada à direção da tensão principal de compressão que, por sua vez, também está vinculada à direção da deformação principal de compressão.

A coincidência destas três direções leva a uma incongruência pois leva a crer que, com a evolução das solicitações sobre o mesmo painel, ocorreria uma "rotação" das fissuras.

De fato, os modelos baseados neste tipo de consideração são conhecidos como "rotating crack models".

Como visto, a teoria do campo de compressão envolve duas grandes simplificações, a coincidência das duas direções principais e a sua coincidência com a direção das fissuras (que supostamente pode mudar). Os resultados numéricos, obtidos por este tipo de análise, estão relativamente próximos dos observados experimentalmente. O mais importante é que este modelo propõe uma maneira racional de se considerar os esforços transversais cisalhantes.

De acordo com alguns autores (ver Reineck (23) e Hardjasaputra (24)), a utilização da equação de compatibilidade de deformações (3.1) é por demais simplificadora, já que se obriga a coincidência das três direções independentes de um painel de concreto, apresentadas no item 3.2.2.

Alguns ensaios comprovam que a aproximação sugerida por Collins nem sempre é satisfatória; por isto, trabalhos recentes que estudam a transferência de forças através das fissuras, via fricção e efeitos de engrenamento, já propõem relações mais sofisticadas.

Hardjasaputra sugere, em sua tese, que se abandone definitivamente a simplificação adotada por Collins, de que, a direção das bielas coincide com a das fissuras. Em seu trabalho, ele propõe um modelo cinemático no qual, ao longo das fissuras, se formam "dentes" perpendiculares às inclinações das bielas de compressão. Assim, sugere uma outra equação de compatibilidade de deformações.

Sua expressão, assim como a sugerida por Collins (equação (3.1)), é suficiente para se determinar o ângulo de inclinação das bielas, com a vantagem de poder ser aplicada com propriedade em qualquer etapa do carregamento, a partir do surgimento do campo de fissuras.

O método proposto por Hardjasaputra é mais sofisticado pois o cálculo da resistência das bielas não está mais ligado somente à análise da resistência do material, mas também à capacidade de transmissão de esforços através das fissuras, que é um efeito localizado.

Este método, entre outros, pode vir a ser mais abrangente do que o método simplificado sugerido por Collins, já que permite uma diferenciação entre a direção das fissuras e a direção das bielas de compressão. Modelos propostos nesta linha são designados como "fixed crack models".

A adoção de duas direções independentes, uma para as fissuras e outra para as bielas de compressão que as atravessam, é realista, mas envolve uma análise da história do carregamento. Para se determinar a direção de um campo de fissuras, referente a um determinado carregamento, é necessário determinar que conjunto de solicitações anteriores originou aquela configuração de fissuração. Da mesma forma, descobrir por que a direção das fissuras não é mais coincidente com a direção das bielas de compressão depende de uma análise evolutiva da estrutura, com a consideração da respectiva história do carregamento.

Neste trabalho, não será feita nenhum tipo de análise da história do carregamento utilizando-se o "fixed crack model". Desta forma, seguiremos a simplificação sugerida

por Collins e confrontaremos os resultados obtidos com os de ensaios experimentais, como uma verificação da validade desta teoria.

3.4 - A Teoria do Campo de Compressão, um Enfoque Matemático

Seja o painel de concreto armado microfissurado, de espessura t , como se vê na figura 3.6 - (a), constituído de bielas de compressão com direção $-\theta$ (b) e estribos alinhados na direção α (c). Ambos os ângulos têm valor algébrico e são medidos a partir do eixo x , no sentido horário.

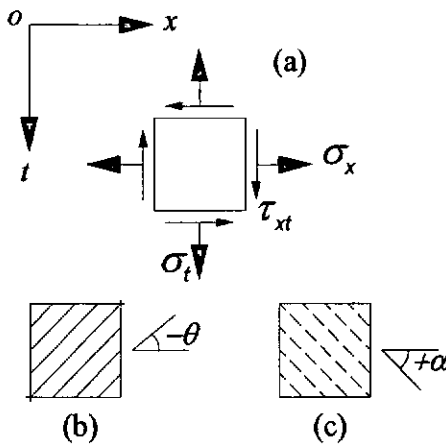


Figura 3.6

Seja o vetor $\{\epsilon_{xt}\}$ o vetor de deformações médias do painel de concreto, no referencial xt . Adota-se aqui, por simplicidade, a notação vetorial para tensões e deformações.

$$\{\epsilon_{xt}\} = \{\epsilon_x \quad \epsilon_t \quad \gamma_{xt}\} \quad (3.2)$$

Pode-se determinar o vetor de deformações para qualquer outro sistema de referência com a utilização da seguinte operação matricial:

$$\{\epsilon_{\phi\phi}\} = [T_\phi] \{\epsilon_{xt}\} \quad (3.3)$$

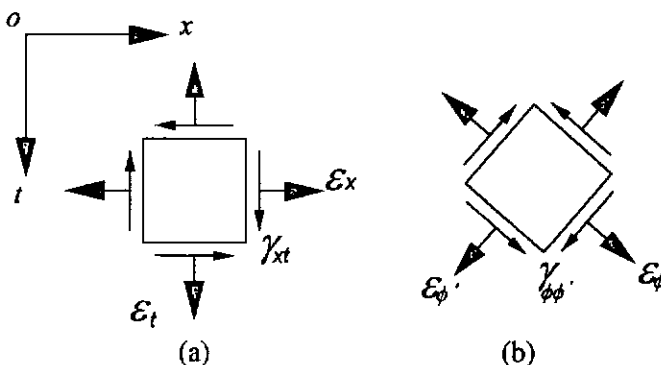


Figura 3.7

onde $[T]$ é a matriz de transformação e ϕ é o ângulo que uma direção arbitrária faz com o eixo x :

$$[T_\phi] = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \sin^2 \phi & \sin \phi \cos \phi \\ \sin^2 \phi & \cos^2 \phi & -\sin \phi \cos \phi \\ -2 \sin \phi \cos \phi & 2 \sin \phi \cos \phi & \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Será adotado aqui, como sugerido por Collins na teoria do campo de compressão, que a direção da tensão principal de compressão, ou direção das bielas, pode ser suposta coincidente com a direção da deformação principal de compressão θ , obtida pela fórmula:

$$\tan^2 \theta = \frac{\epsilon_x - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \quad (3.1)$$

Conhecendo-se a direção das deformações principais de compressão θ , pode-se girar o elemento de forma a orientá-lo neste sistema principal, através da seguinte operação matricial:

$$\{\epsilon_{12}\} = [T_{\theta+90^\circ}] \{\epsilon_{xt}\} \quad (3.5)$$

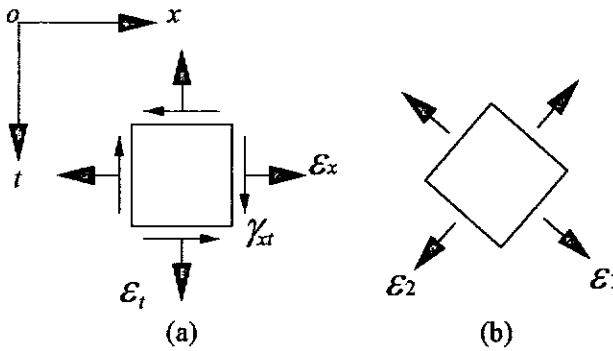


Figura 3.8

Conhecendo-se assim a direção das bielas de compressão θ , pode-se determinar o vetor $\{\epsilon_{12}\}$, vetor de deformações na direção $(\theta + 90^\circ)$:

$$\{\epsilon_{12}\} = \{\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad 0\} \quad (3.6)$$

A rotação do vetor de deformações referenciado ao sistema xt $\{\epsilon_{xt}\}$, para a nova orientação 1-2 $\{\epsilon_{12}\}$, consiste em uma rotação de $(\theta + 90^\circ)$ já que a direção 1 é convencionalmente adotada como a **maior** deformação principal (sendo ela, neste caso, a deformação de alongamento transversal das bielas), como mostra a figura 3.9. A direção θ é a direção da **menor** deformação principal, isto é, do encurtamento axial das bielas.

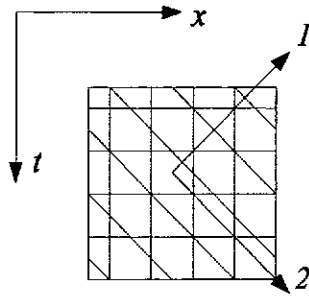


Figura 3.9

Na eventualidade de se considerar que o concreto não resista à tração, hipótese descartada neste trabalho, pode-se, com a utilização da equação constitutiva do concreto, determinar o vetor de tensões na direção θ .

$$\begin{aligned} \{\sigma_c\} &= \{0 \quad \sigma_{c2} \quad 0\} \\ \sigma_{c2} &< 0 \\ \sigma_{c2} &= f(\varepsilon_2) \quad \text{Equação constitutiva do concreto} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Relações constitutivas mais sofisticadas serão introduzidas mais tarde, no capítulo seguinte, com a teoria do campo de compressão modificada.

Da mesma forma, pode-se usar o mesmo procedimento para considerar a presença dos estribos.

Conhecida a direção de orientação dos estribos α , determina-se o vetor de deformações nesta direção, ainda pela multiplicação matricial descrita em (3.3).

$$\{\varepsilon_{\alpha\alpha'}\} = \{\varepsilon_\alpha \quad \varepsilon_{\alpha'} \quad \gamma_{\alpha\alpha'}\} \quad (3.8)$$

Com a deformação $\varepsilon_{\alpha\alpha'}$, isto é a deformação axial dos estribos, pode-se recorrer então à equação constitutiva do aço e determinar o seu vetor de tensões.

$$\begin{aligned} \{\sigma_s\} &= \{\sigma_{\alpha\alpha'}\} = \{\sigma_\alpha \quad 0 \quad 0\} \\ \sigma_\alpha &= f(\varepsilon_\alpha) \quad \text{Equação constitutiva do aço} \end{aligned} \quad (3.9)$$

O desprezo das demais deformações observadas na direção α , para a determinação do vetor de tensões da armadura, equivale a dizer que é considerada nula a rigidez dos estribos ao cisalhamento.

Finalmente, de acordo com o princípio da contravariância (ver Zienkiewicz (33)), pode-se determinar o vetor de tensões resultantes, novamente orientado ao referencial xt , com o uso da expressão:

$$\{\sigma_{xt}\} = [T_\theta]^T \{\sigma_{\theta\theta}\} \quad (3.10)$$

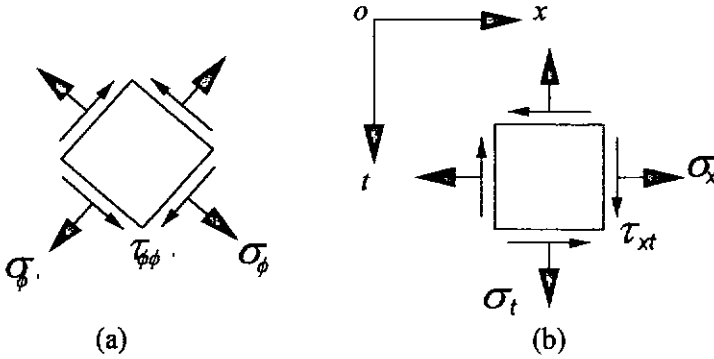


Figura 3.10

Deve-se sobrepor as contribuições de força do concreto e do aço adotando para ambos uma grandeza de força por unidade de comprimento; para isto, multiplica-se a tensão no concreto por t e a tensão na armadura por $t\rho$ (sendo ρ a taxa geométrica de armadura). A partir deste instante, toda a vez que se referenciar às forças nos painéis, subentende-se que estas serão forças por unidade de comprimento.

Aplicando a equação (3.10) e somando as duas parcelas.

$$\{F_{xt}\} = t[T_{\theta+90^\circ}]^T \{\sigma_c\} + t\rho[T_\alpha]^T \{\sigma_s\} \quad (3.11)$$

Caso haja mais de uma família de estribos, seus efeitos devem ser considerados da mesma forma, fazendo com que o segundo termo da equação (3.11) seja um somatório das contribuições de força de cada uma delas.

Estas equações serão completadas mais tarde quando for levado em conta o efeito biaxial nas bielas de concreto, na teoria do campo de compressão modificada.

3.4.1 - Encontrando a Solução para o Painel de Concreto Armado

Como visto no item anterior, de posse das equações de equilíbrio, da equação (3.1) e das relações constitutivas dos materiais, pode-se determinar qual o estado de tensões resultante para um determinado estado de deformações, em um painel de concreto armado.

Pode-se, a esta altura, estabelecer um procedimento matemático para resolver o problema inverso, isto é, conhecendo-se o vetor de forças atuantes em um determinado painel, poder, com a utilização de um processo iterativo, encontrar o vetor solução, ou seja, o vetor de deformações correspondente, e assim encontrar a solução para o painel de concreto armado.

Analogamente ao processo apresentado no capítulo 2, pode-se analisar a não-linearidade do problema com uma busca iterativa do vetor de deformações, neste caso não mais o vetor de deformações da seção, mas do painel.

Da mesma forma, pode-se utilizar como equação fundamental:

$$\{dF_{xt}\}^i = [D_{xt}^{\tan}]^i \{d\varepsilon_{xt}\}^i \quad (3.12)$$

ou, em outra forma:

$$\begin{Bmatrix} dF_x \\ dF_t \\ dF_{xt} \end{Bmatrix}^i = \begin{bmatrix} D_{11}^{\tan} & D_{12}^{\tan} & D_{13}^{\tan} \\ D_{21}^{\tan} & D_{22}^{\tan} & D_{23}^{\tan} \\ D_{31}^{\tan} & D_{32}^{\tan} & D_{33}^{\tan} \end{bmatrix}^i \begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_t \\ d\gamma_{xt} \end{Bmatrix}^i \quad (3.13)$$

sendo neste caso, $\{F_{xt}\}$ o vetor de forças e $\{\varepsilon_{xt}\}$ o vetor de deformações do painel.

$$\{F_{xt}\} = \{F_x \quad F_t \quad F_{xt}\} \quad (3.14)$$

$$\{\varepsilon_{xt}\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_t \quad \gamma_{xt}\} \quad (3.15)$$

No caso da análise seccional das peças em concreto armado submetidas à flexão, é adotada a hipótese de Bernoulli, a qual assume que as seções permanecem planas após a deformação.

O programa *Warping*, preparado com base nas teorias aqui apresentadas, também realiza uma análise seccional. Assume uma configuração deformada para a seção (que não é necessariamente plana, já que permite o empenamento devido à torção e ao bimomento) e verifica os esforços generalizados oriundos desta hipótese de deformações. A deformada da seção é corrigida iterativamente até que os esforços solicitantes e resistentes sejam equilibrados (ver capítulo 2).

Quando se trabalha com uma composição de elementos de chapa, como o tipo de análise que está sendo proposto, a adoção de uma situação deformada para a seção (abordagem tradicional da análise seccional), é equivalente à adoção de deformações longitudinais prescritas para os vários painéis constituintes da seção.

Schulz (25), em sua tese de mestrado, sugere um procedimento misto, extremamente conveniente para este tipo de análise, em que adota como variáveis do problema do painel a deformação longitudinal prescrita ε_x e o fluxo de cisalhamento atuante F_{xt} . O uso de uma tensão e uma deformação como variáveis do sistema de equações (3.13) não gera nenhum tipo de instabilidade no processo iterativo.

Para solucionar o sistema de três equações e três incógnitas, Schulz sugere seja adotado como nulo o valor da força transversal resultante do painel de concreto armado.

$$F_t = 0 \quad (3.16)$$

Este método parte de três valores conhecidos, a deformação longitudinal ε_x , o fluxo de cisalhamento F_{xt} e a força transversal F_t (nula); para se determinar como solução: a força longitudinal F_x , a deformação transversal ε_t e a distorção angular γ_{xt} .

A cada iteração, o vetor de deformações do painel $\{\varepsilon_{xt}\}^i$ é corrigido somente em seus elementos 2 e 3, de forma que a deformação longitudinal ε_x , nunca se altere. Isto é:

$$\{\varepsilon_{xt}\}^i = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_t^i \quad \gamma_{xt}^i\} \quad (3.17)$$

Sendo necessária somente a correção de dois elementos do vetor de deformações (já que a deformação longitudinal é prescrita), Schulz sugere que não seja utilizado o sistema de equações (3.13), mas sim uma versão reduzida, que relacione apenas os elementos que podem variar dentro do vetor $\{\varepsilon_{xt}\}^i$:

$$\begin{Bmatrix} dF_t \\ dF_{xt} \end{Bmatrix}^i = \begin{bmatrix} D_{22}^{\tan} & D_{23}^{\tan} \\ D_{32}^{\tan} & D_{33}^{\tan} \end{bmatrix}^i \begin{Bmatrix} d\varepsilon_t \\ d\gamma_{xt} \end{Bmatrix}^i \quad (3.18)$$

Desta forma, o vetor de deformações do painel é corrigido iterativamente até que satisfaça as condições de que a força transversal resultante seja aproximadamente nula e que o fluxo de cisalhamento resistente seja aproximadamente igual ao fluxo de cisalhamento solicitante:

$$\begin{Bmatrix} F_t \\ F_{xt} \end{Bmatrix}^i \cong \begin{Bmatrix} 0 \\ F_{xt} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

O erro relativo de aproximação pode ser avaliado por meio de uma norma destes dois vetores.

Este método, além de ser extremamente apropriado para a análise seccional, trabalha com um sistema de equações 2×2 , que o torna mais veloz e eficiente.

Como resultados intermediários deste processo iterativo tem-se a obtenção da matriz de rigidez tangente $[D^{\tan}_{xt}]$ e a inclinação das bielas de compressão θ do painel.

A implementação computacional particular deste procedimento foi feita através do segundo programa demonstrativo deste trabalho, que se chamou de Copanel (Concrete Panel, ver apêndice B).

3.4.2 - Determinando a Matriz de Rigidez Tangente do Painel

A solução de um painel de concreto armado é um problema tipicamente não-linear que pode ser resolvido com a utilização de um procedimento iterativo, utilizando-se o método da matriz tangente.

A determinação do vetor de forças resistentes em um painel de concreto, a partir do seu vetor de deformações, foi descrita no início do item 3.4.

A determinação da matriz de rigidez tangente pode ser feita de uma forma bastante semelhante, através de um somatório de contribuições de efeitos do concreto e do aço.

A maioria das formulações matemáticas de modelos em concreto armado determinam a parcela da matriz tangente, referente à presença do concreto, na direção principal de compressão e giram-na posteriormente, por meio de uma transformação de rotação, ao sistema de referência principal.

A matriz de rigidez tangente do concreto, referenciada à direção principal 1-2, pode ser determinada a partir das derivadas da curva tensão-deformação deste material. Podendo-se adotá-la, como sugerida por Stevens (28):

$$[D_{12}^{\tan}]_c = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{21} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{e1} - \sigma_{e2}}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Na eventualidade de se considerar que o concreto não resista à tração e que as deformações em uma direção principal não influenciem as tensões da outra direção, caso em que o coeficiente de Poisson é desconsiderado, pode-se desprezar os termos E_{11} , E_{12} e E_{21} .

Da mesma forma, pode-se determinar a matriz de rigidez tangente do aço, orientada segundo a direção dos estribos α , onde E_s é a tangente da curva tensão-deformação deste material:

$$[D_{\alpha}^{\tan}]_s = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Ainda pelo princípio da contravariância, pode-se retornar a matriz de rigidez, orientada na direção arbitrária ϕ , para o referencial principal xt , com a utilização da seguinte operação matricial:

$$[D_{xt}^{\tan}] = [T_{\phi+90}]^T [D_{\phi+90}^{\tan}] [T_{\phi+90}] \quad (3.22)$$

Finalmente, considerando-se que a matriz de rigidez tangente do painel de concreto armado é a soma das contribuições das matrizes tangentes do concreto e do aço; e adequando-se a compatibilidade dimensional das grandezas em forças por unidade de comprimento, obtém-se:

$$[D_{xt}^{\tan}] = t [T_{\theta+90}]^T [D_{\theta+90}^{\tan}]_c [T_{\theta+90}] + t \rho [T_{\alpha}]^T [D_{\alpha}^{\tan}]_s [T_{\alpha}] \quad (3.23)$$

Caso haja mais de uma família de estribos, seus efeitos devem ser considerados da mesma forma, fazendo com que o segundo termo da equação (3.23) seja um somatório das contribuições de cada uma delas.

3.5 - Quanto à Determinação da Tensão Longitudinal σ_x e do Termo E_{tan}

Como foi visto no capítulo anterior, no item 2.4, o método para a obtenção do vetor de deformações da seção necessitava da solução individual para cada painel de concreto armado. Era necessário desenvolver um procedimento que, a partir da deformação longitudinal ϵ_x e do do fluxo de cisalhamento F_{xt} , atuantes em alguns pontos da seção transversal, retornasse um valor para a tensão longitudinal σ_x , e para o termo E_{tan} .

Estes dois valores constituem o enlace entre as iterações de cada painel e a iteração principal do procedimento global de análise.

De acordo com o procedimento sugerido por Schulz, tem-se como solução do painel de concreto armado: a força longitudinal F_x , a deformação transversal ϵ_t , a distorção angular γ_{xt} , a matriz de rigidez tangente $[D^{tan}_{xt}]$ e o ângulo de inclinação das bielas de compressão θ .

Desta forma, a determinação da tensão longitudinal σ_x , a ser utilizada nas equações (2.13), pode ser feita diretamente, após encontrada a solução do painel, com a aplicação da fórmula:

$$\sigma_x t = F_x \quad (3.24)$$

Para a determinação do termo E_{tan} de cada painel, a ser utilizado nas equações (2.14), pode-se adotar o elemento da matriz de rigidez tangente que relaciona a variação da deformação longitudinal $d\epsilon_x$ com a variação da força longitudinal dF_x , isto é, o termo D_{11} , da matriz de rigidez tangente do painel de concreto armado, orientada no referencial xt :

$$E_{tan} t = D_{11}^{tan} \quad (3.25)$$

3.6 - O Programa Warping

O procedimento é uma variação do tradicional método iterativo de Newton-Raphson, e assim foi utilizado, tanto nas subrotinas do programa Warping, como nas do programa Copanel.

Em se tratando de um método iterativo, variante do método de Newton-Raphson, o procedimento sugerido acima é, na maioria dos casos, extremamente rápido e converge com um número médio de seis iterações, dependendo da complexidade das equações constitutivas dos materiais.

O problema da não-convergência é, entretanto, bastante freqüente e não indica obrigatoriamente que ocorreu a ruptura do painel. Em outras palavras, a ocorrência de falha no processo de Newton-Raphson não é rara. O sucesso do método depende, acima de tudo, de uma boa inicialização para o vetor solução.

O programa Warping soluciona este problema com técnicas de reinicialização do vetor de deformações do painel e com a utilização de curvas intermediárias que substituem temporariamente as equações constitutivas dos materiais, nas iterações iniciais. Tópicos relativos a técnicas de convergência serão apresentados no apêndice A.

Já o programa Copanel contorna esta dificuldade oferecendo ao usuário a opção de inicialização do vetor de deformações (ver apêndice B).

3.6.1 - Fluxograma

O fluxograma a seguir mostra como é feita a análise para o painel de concreto armado. Para maiores informações ver Schulz (25). Por simplificação será mostrado um fluxograma dotado de uma única forma de inicialização.

Dentro do programa Warping, este procedimento recebe o nome de Iteração do Painel.

Begin

{inicialização}

Leitura da deformação longitudinal ϵ_x , o do fluxo de cisalhamento F_{xt} do painel em análise; {a ser visto no capítulo 5}

Inicialização do vetor de deformações $\{\epsilon_{xt}\}$;

Repeat

{consideração do concreto}

Determinação das deformações na direção 1-2; {equação (3.5)}

Determinação do vetor de forças do concreto $\{\sigma_c\}$; {equação (3.7)}

Determinação da matriz $[D^{\tan}]$ do concreto; {equação (3.20)}

{consideração do aço - supondo uma única família de armadura}

Determinação das deformações na direção α ; {equação (3.3)}

Determinação do vetor de forças do aço $\{\sigma_s\}$; {equação (3.9)}

Determinação da matriz $[D^{\tan}]$ do aço; {equação (3.21)}

{somando as duas parcelas}

Determinação do vetor de forças resistentes $\{F_{xt}\}$; {equação (3.11)}

Determinação da matriz $[D^{tan}]$ do painel; {equação (3.23)}

Cálculo do vetor $\{dF_{xt}\}^i$;

If(Erro_relativo < Tolerância) **Return**(F_x e E_{11});

Cálculo de $\{d\varepsilon_{xt}\}^i$; {equação (3.18)}

Cálculo de $\{\varepsilon_{xt}\}^{i+1}$;

Until(Número_de_iterações = Número_máximo_de_iterações);

Return(_Fracasso_);

End.

4 Capítulo

A TEORIA DO CAMPO DE COMPRESSÃO MODIFICADA

4.1 - Introdução

Como visto no capítulo anterior, a teoria do campo de compressão pode ser utilizada para a análise de elementos de chapa em concreto armado, com a utilização da equação 3.1.

Autores da Universidade de Toronto vêm tentando aprimorar a teoria do campo de compressão, através de ensaios experimentais em painéis de concreto armado. Foi constatado que a análise dos painéis pode ser melhorada significativamente com a utilização de equações constitutivas mais sofisticadas para o concreto.

As equações constitutivas para concreto, obtidas por Collins et al, são altamente representativas e capazes de considerar efeitos singulares como a contribuição do concreto na resistência à tração ("tension stiffening") e o campo biaxial de tensões atuante nas bielas de compressão ("strain softening due to transversal tension"). A consideração destas equações constitutivas, nos painéis de concreto armado microfissurado, constitui a chamada **teoria do campo de compressão modificada** e permite, como será mostrado oportunamente, a obtenção de resultados bastante representativos.

No Brasil, esta teoria já foi utilizada nas investigações feitas por Nagato (21) para vigas de concreto armado com seção transversal circular.

4.2 - A Colaboração do Concreto Entre as Fissuras ("Tension Stiffening")

A capacidade do concreto resistir a esforços de tração é conhecida há muito tempo, mas a correta maneira de ser considerada em um problema de dimensionamento ou de análise sempre foi muito discutida. Mörsch simplesmente desprezou-a em suas treliças, mas sabia que uma viga desprovida de estribos era capaz de resistir a uma boa quantidade de esforço cisalhante antes de romper. Constatções experimentais

sempre indicaram que as tensões observadas nos estribos eram inferiores às previstas pela teoria de Morsch, como mostra a figura 4.1.

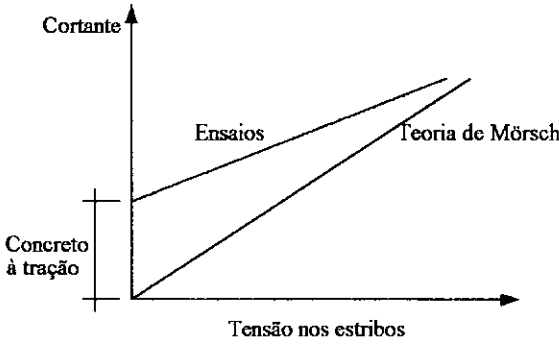


Figura 4.1

Sendo assim, algumas normas consideram que uma parcela do esforço cortante é resistida diretamente pelo concreto, termo V_c , e não precisa ser considerada no dimensionamento dos estribos.

A fim de estudar a resistência à tração de uma peça de concreto armado, pode-se imaginar o caso mais simples: um cilindro de concreto armado com uma única barra de aço em seu interior, submetido a uma solicitação de tração axial simples (ver Leonhardt (20)).

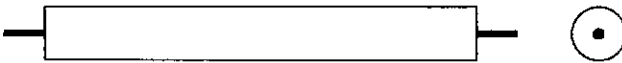


Figura 4.2

A medida que o carregamento aumenta, começarão a aparecer fissuras transversais, mais ou menos distribuídas ao longo da peça.

A primeira fissura conduz a um acréscimo repentino de deformação que dependerá da taxa de armadura, isto é, da variação brusca de tensão na fissura, e da perda parcial de aderência entre o aço e o concreto nas seções adjacentes à fissura.

Com um pequeno aumento da força de tração, surge uma segunda fissura que novamente conduz a um acréscimo de alongamento. O processo de fissuração tende a prosseguir até ser atingida a menor distância possível entre fissuras e portanto, a configuração fissurada definitiva.

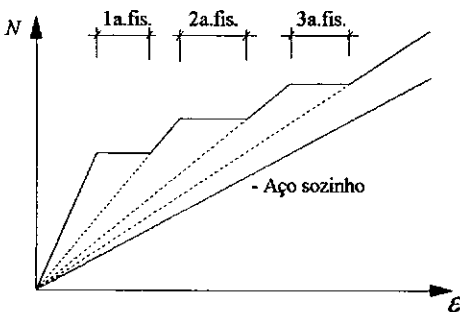


Figura 4.3

Pode-se traçar o diagrama $N-\epsilon$, tendo como ordenadas os valores da força de tração N e como abscissas os alongamentos longitudinais médios ϵ , sendo estes últimos medidos por cima das fissuras, sobre o comprimento total da barra. A figura 4.3 mostra como seria, aproximadamente, este diagrama. Para fins de comparação, representa-se também a parcela resistida apenas pelo aço.

Se a barra for solicitada por um efeito de coação que produza um alongamento ϵ crescente, obtém-se um diagrama basicamente diverso. Observa-se, neste caso, que as fissuras aparecem como descontinuidades verticais da força normal N .

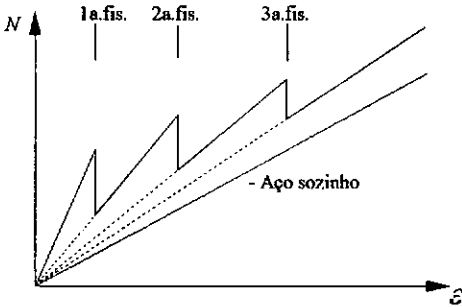


Figura 4.4

Em ambas as curvas, a distância vertical entre a curva $N-\epsilon$ e a curva do aço atuando sozinho representa a colaboração do concreto entre as fissuras, na resistência à tração da peça. Após ser atingida a configuração fissurada definitiva, esta colaboração depende da taxa de armadura, da qualidade da aderência, da distribuição da armadura e da duração ou repetição das cargas.

Para uma aplicação prática qualquer, torna-se necessário quantificar esta parcela de esforço resistido pelo concreto aderido à armadura entre as fissuras e, para isto, deve-se propor critérios que se baseiem na interpretação estatística de valores experimentais.

A quantidade de material experimental coletado permite estabelecer modelos que tentem reproduzir, com adequada precisão, o "tension stiffening" em peças de concreto armado.

Neste intuito, pode-se enumerar alguns comentários sobre os resultados de um ensaio do mesmo cilindro de concreto armado:

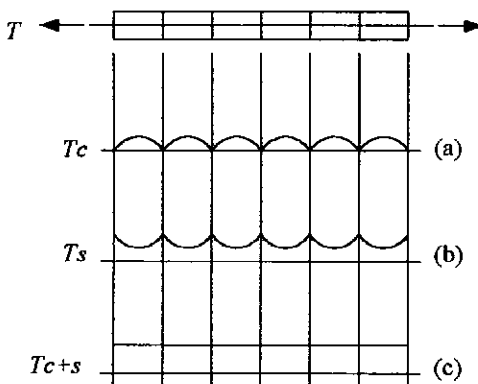


Figura 4.5

- Quanto à força de tração

O esforço solicitante de tração é constante em todo o comprimento da peça. Em algumas seções transversais, este esforço é resistido tanto pelo concreto quanto pelo aço, enquanto que em outras é totalmente resistido pelo aço (caso das seções coincidentes com as fissuras).

Pode-se então afirmar que, em uma seção transversal qualquer, a soma das componentes de tração do concreto e do aço será igual à força de tração atuante na peça, como mostra a figura 4.5 - (c).

- Quanto às tensões no aço

Na eventualidade da barra de aço se apresentar abaixo do seu limite de escoamento, isto é dentro de um regime linear, ao longo de todo o comprimento da peça, inclusive nas fissuras, pode-se afirmar que as tensões e as deformações manterão uma proporcionalidade para qualquer ponto da barra (ver figura 4.5 - (b)).

Da mesma forma, se for utilizada a deformação média da peça, pode-se determinar a tensão média na armadura diretamente com a aplicação do mesmo coeficiente de proporcionalidade, ou o módulo de elasticidade do aço. Esta consideração será rediscutida posteriormente no item 4.4.2.

- Quanto às tensões no concreto

Até a deformação média da peça atingir a deformação de fissuração do concreto não ocorre a formação de nenhuma fissura, o alongamento médio do concreto é igual ao alongamento médio da peça e é válida a equação constitutiva simplificada, deste material para tração em estágios pré-fissuração.

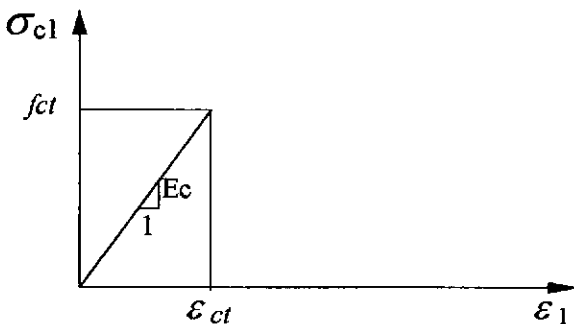


Figura 4.6

A partir do aparecimento da primeira fissura, o concreto se divide em blocos, o que faz com que o alongamento médio do concreto não mais continue igual ao alongamento médio da peça.

A partir deste momento, a tradicional relação tensão-deformação para concreto à tração (figura 4.6) continua parcialmente válida no interior de cada um destes blocos, mas não mais para a peça inteira de concreto armado. O que é fácil de perceber já que o alongamento médio do concreto não pode ser nunca maior do que o seu alongamento de fissuração ϵ_{ct} .

Este enrijecimento à tração, provocado pelo concreto unido às barras de armadura, é um conceito importante pois, após a fissuração completa da peça da figura 4.2, os blocos de concreto ainda permanecem aderidos à barra de aço e lhe conferem assim uma maior rigidez axial.

Deseja-se agora determinar, a partir das deformações axiais médias deste cilindro, a força de tração nele atuante.

Como visto acima, a força atuante pode ser sempre determinada, em qualquer seção, como uma superposição das parcelas relativas ao aço e ao concreto.

De posse do alongamento médio da peça, a parcela de força resistida pelo aço pode ser obtida diretamente pela aplicação de sua equação constitutiva. É suposto aqui que o aço não ultrapassa seu limite de proporcionalidade em nenhum instante (esta consideração será rediscutida posteriormente no item 4.4.2).

A parcela do concreto não é tão simples de ser determinada, pois deve ser obtida a partir de novas equações constitutivas, que relacionem a tensão média do concreto com a deformação média da peça de concreto armado.

Alguns autores obtiveram um relativo sucesso na determinação destas novas relações constitutivas, capazes de simular o real comportamento do concreto resistindo a esforços de tração.

De uma forma geral, estas novas curvas constitutivas para o concreto à tração, como serão mostradas no item seguinte, possuem duas etapas distintas:

1. A primeira, dentro de um regime elástico linear (não fissurado), cujo comportamento pode ser representado através de uma reta, até que seja atingida a tensão de ruptura à tração do concreto (f_{ct}).
2. A segunda, dentro de um regime não-linear (fissurado), cujo comportamento pode ser representado por meio de uma curva decrescente, de tal forma que represente a tensão de tração média do concreto, na direção transversal às bielas de compressão.

4.2.1 - O Efeito de "Tension Stiffening" Proposto por Collins e Vecchio

Collins e Vecchio (29/30), baseados em ensaios experimentais em painéis de concreto armado submetidos a esforços cisalhantes, realizados na Universidade de Toronto,

procuraram desenvolver uma curva tensão-deformação para o concreto submetido à tração que continuasse válida para estágios posteriores à fissuração. Para isto, abandonaram o parâmetro "deformação média do concreto", para utilizar somente a "deformação média da peça de concreto armado".

Desta forma, por meio da análise estatística de resultados experimentais, foi proposta uma expressão com a qual, de posse da deformação média transversal às bielas de compressão ε_1 , pode-se determinar a tensão de tração média no concreto σ_{c1} , nesta direção.

$$\begin{aligned} \sigma_{c1} &= E_c \cdot \varepsilon_1 && \text{para } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{ct} \\ \sigma_{c1} &= \frac{f_{ct}}{1 + \sqrt{200\varepsilon_1}} && \text{para } \varepsilon_1 > \varepsilon_{ct} \end{aligned} \quad (4.1)$$

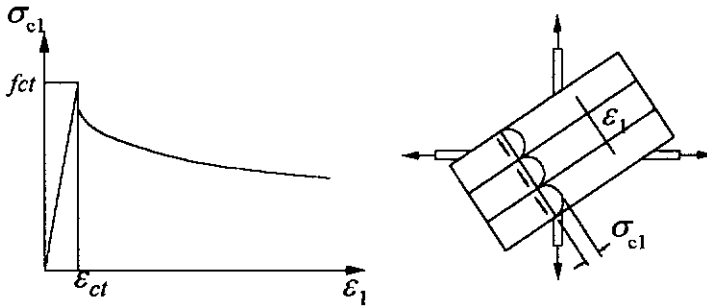


Figura 4.7

onde, f_{ct} é a resistência à tração do concreto e ε_{ct} é a respectiva deformação de alongamento.

Os ensaios confirmam que as tensões observadas experimentalmente nos estribos podem ser previstas com maior precisão se considerados os efeitos de tração no concreto, ou seja o "tension stiffening".

Na peça da figura 4.2, se for conhecido seu alongamento médio pode-se, com o uso das equações constitutivas do aço e do concreto (como a sugerida por Collins), determinar a força de tração a que ela está submetida. Em outras palavras, pode-se finalmente definir relações tensão-deformação representativas para peças de concreto armado, fissuradas ou não, submetidas a esforços de tração.

O modelo acima, sugerido por Collins, utiliza valores médios de tensão e deformação, desprezando desta forma variações locais de tensão. As tensões atuantes em uma fissura vão ser certamente diferentes da tensão média calculada.

Em uma fissura, a tensão de tração no concreto cai a zero, enquanto a tensão de tração na armadura torna-se maior. Neste sentido, a capacidade de resistência ao cortante de uma peça em concreto armado pode ser limitada pela sua capacidade de transmissão de esforços através de uma fissura.

Para pequenos valores de esforço cortante, a tração é transmitida através da fissura por um aumento local na tensão da armadura. Para um determinado valor do esforço

cortante, esta tensão na armadura atingirá seu limite máximo, isto é a tensão de escoamento. Para maiores valores de esforço cortante, a transmissão de esforços através de uma fissura irá exigir o aparecimento de tensões de cisalhamento atuando entre as superfícies da fissura.

Isto pode ser comprovado da seguinte maneira. Sejam as seções 1 e 2, de um painel de concreto armado, ambas paralelas ao sentido de fissuração do painel. Uma delas posicionada entre duas fissuras adjacentes (seção 1) e a outra coincidindo justamente sobre uma fissura (seção 2), como mostra a figura 4.8:

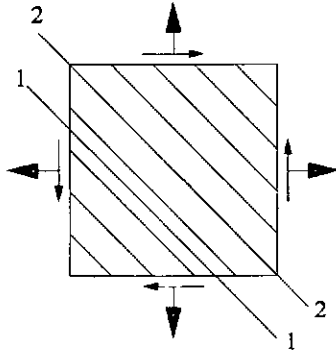


Figura 4.8

Já que os esforços externos sollicitantes são os mesmos para todo o painel de concreto armado, os sistemas de forças atuantes nas duas seções devem ser estaticamente equivalentes.

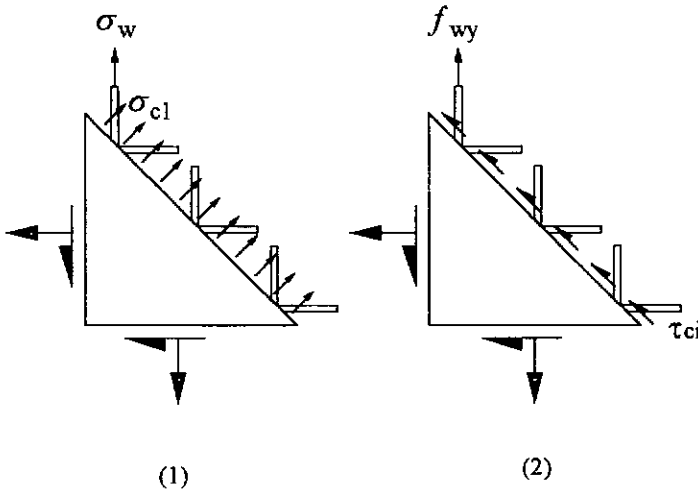


Figura 4.9

Desta forma, a condição de equilíbrio vertical dos dois sistemas é:

$$A_{sw} \sigma_w \left(\frac{z}{s \tan \theta} \right) + \sigma_{c1} \frac{b_w z}{\sin \theta} \cos \theta = A_{sw} f_{wy} \left(\frac{z}{s \tan \theta} \right) + \tau_{ci} b_w z \quad (4.2)$$

e assim, para manter a igualdade, σ_{c1} deve ser limitada a

$$\sigma_{c1} = \tau_{ci} \tan \theta + \frac{A_{sw}}{s b_w} (f_{wy} - \sigma_w) \quad (4.3)$$

onde:

- z - altura do painel
- s - espaçamento entre estribos
- σ_{c1} - tensão principal de tração
- σ_w - tensão atuante nos estribos
- f_{wy} - tensão de escoamento dos estribos
- A_{sw} - área de uma barra de armadura de cisalhamento
- τ_{ci} - tensão cisalhante atuante na fissura

Baseado em trabalhos de diversos autores que estudaram o efeito de engrenamento entre fissuras, Collins sugere um valor limite para as tensões cisalhantes τ_{ci} .

$$\tau_{ci} = \frac{0.18\sqrt{f_c}}{0.3 + \frac{24w}{a+16}} \quad (4.4)$$

onde os valores devem ser introduzidos em MPa e mm, e:

- w - abertura da fissura
- a - tamanho máximo do agregado
- f_c - resistência à compressão do concreto (cilíndrica)

É importante ressaltar que as fórmulas (4.2) a (4.4) foram transcritas a partir dos trabalhos de Collins e Vecchio (29/30), respeitando assim a notação utilizada por estes autores, não correspondendo portanto à notação geral adotada neste trabalho.

Desta forma, Collins sugere que seja feita uma verificação da tensão de tração média do concreto, obtida a partir da equação (4.1). Se esta tensão de tração não puder ser efetivamente transmitida, através de uma fissura, esta deverá ser limitada a seu valor máximo limite, definido pela equação (4.4).

É importante lembrar que a equação (4.1) fornece um valor para a tensão de tração média do concreto, na direção transversal às bielas, independente da quantidade da armadura e da inclinação que esta faz com as bielas de compressão.

A consideração da quantidade de armadura é fundamental para a determinação das tensões de tração originárias no concreto. A demonstração mais elementar disto é o caso extremo de uma peça desprovida de armadura longitudinal, submetida a uma sollicitação de tração longitudinal pura. A partir do aparecimento da primeira fissura transversal, ocorre a ruptura do elemento e não se observa o "tension stiffening".

Neste procedimento, como sugerido por Collins, a quantidade de armadura do painel é levada em consideração na etapa de verificação. A inclinação relativa entre as bielas de compressão e a direção da armadura é completamente desconsiderada.

4.2.2 - O Efeito de "Tension Stiffening" Proposto por Bhide

Estudos posteriores, ainda na Universidade de Toronto, desenvolvidos por Collins e Bhide (3), tentaram incorporar à teoria original a influência da direção de orientação da armadura.

Bhide sugere assim, uma nova equação constitutiva para representar o comportamento do concreto à tração:

$$\begin{aligned} \sigma_{ct} &= E_c \cdot \varepsilon_1 && \text{para } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{ct} \\ \sigma_{ct} &= \frac{f_{ct}}{1 + 1000 \varepsilon_1 / \alpha} && \text{para } \varepsilon_1 > \varepsilon_{ct} \end{aligned} \quad (4.5)$$

onde:

$$\alpha = (90 / |\omega|)^{1.5} \quad (4.6)$$

onde:

- α - influência da inclinação com que os tirantes atravessam as bielas.
- ω - ângulo relativo entre a direção da armadura e a direção das bielas de compressão, medido em graus.

É importante ressaltar que as fórmulas (4.5) e (4.6) foram transcritas, na íntegra, a partir dos trabalhos de Collins e Bhide (3), respeitando assim a notação utilizada por estes autores, não correspondendo portanto à notação geral adotada neste trabalho.

Para diferentes orientações relativas entre armadura e bielas de compressão tem-se curvas independentes, como mostra a figura 4.10.

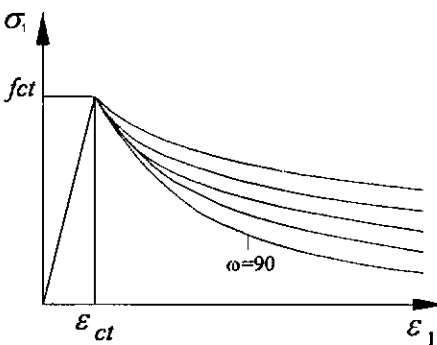


Figura 4.10

Neste tipo de análise, torna-se ainda necessário verificar a validade da tensão de tração, obtida pela fórmula acima. Isto é, a consideração da presença ou não de armadura, assim como a sua quantidade, é introduzida em uma etapa posterior de verificação mecânica das fissuras, com a utilização da mesma equação (4.3). Esta verificação posterior gera uma descontinuidade da solução, criando assim uma certa instabilidade numérica no processo de resolução do painel, principalmente nas etapas próximas à ruptura, nas quais é freqüente o escoamento da armadura.

4.2.3 - O Efeito de "Tension Stiffening" Proposto por Stevens

Finalmente, trabalhos mais recentes da Universidade de Toronto, desenvolvidos por Collins, Uzumeri e Stevens (28), procuraram contornar esta verificação posterior com a adoção de uma curva tensão média-deformação média para o concreto à tração, que já considerasse as influências da quantidade de armadura e de sua orientação com relação à direção das bielas de compressão.

Para isto, Stevens sugere as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \sigma_{ct} &= E_c \cdot \varepsilon_1 && \text{para } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_{ct} \\ \sigma_{ct} &= f_{ct} (1 - \alpha) e^{-\lambda(\varepsilon_1 - \varepsilon_{ct})} + \alpha && \text{para } \varepsilon_1 > \varepsilon_{ct} \end{aligned} \quad (4.7)$$

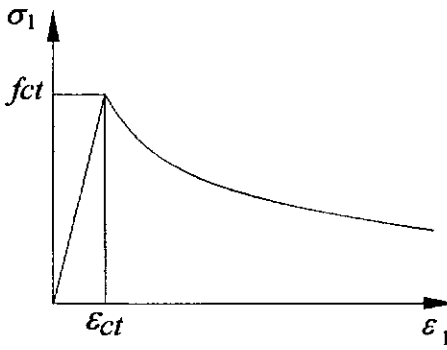


Figura 4.11

sendo:

$$\alpha = \sum_{i=1}^n \left(\cos^2 \Delta\theta_i + \sin^2 \left(\frac{4\Delta\theta_i^2}{\pi} \right) \right) \alpha_i \quad (4.8)$$

$$\lambda_i = \frac{270}{\sqrt{\alpha}} \quad \lambda_i \leq 1000 \quad (4.9)$$

$$\alpha_i = C_t \frac{\rho_{si}}{d_{bi}} \quad (4.10)$$

$$C_t = 75 \text{mm} \quad (4.11)$$

$$\Delta\theta_i = \theta - \theta_i \quad (4.12)$$

onde:

- i - índice relativo a cada família de estribos (com a mesma orientação)
- α_i - contribuição de cada família de estribos no "tension stiffening"
- ρ_{si} - taxa geométrica relativa de armadura de cada família de estribos
- d_{bi} - diâmetro médio de cada família de estribos
- C_t - constante sugerida por Stevens
- θ - direção principal de compressão
- θ_i - direção de cada família de estribos

É importante ressaltar que as fórmulas (4.7) a (4.12) foram transcritas, na íntegra, a partir dos trabalhos de Collins, Uzumeri e Stevens (28), respeitando assim a notação utilizada por estes autores, não correspondendo portanto à notação geral adotada neste trabalho.

As vantagens da formulação proposta por Stevens são que diferentes orientações de estribos podem ser consideradas simultaneamente através de um somatório de influências, e torna-se desnecessária a verificação posterior da tensão de tração obtida pela equação (4.7).

4.3 - O Estado Biaxial de Tensões nas Bielias de Compressão

Collins e Vecchio (29/30), ainda investigando peças laminares submetidas a esforço cortante, observaram que o comportamento do concreto, quando submetido a esforços de compressão, poderia ser melhor estimado com a utilização de curvas constitutivas capazes de considerar a influência do estado biaxial de tensões, atuante nas bielias de compressão.

Observações experimentais mostram que os estribos que atravessam as bielias de concreto, tracionando-as transversalmente, reduzem severamente sua rigidez axial. Estudos destes autores se propõem a quantificar esta parcela de redução da rigidez, estabelecendo relações constitutivas que considerem o alongamento transversal médio das bielias de concreto.

Desta forma, expressões mais complexas são sugeridas para o concreto à compressão:

$$\sigma_{c2} = f_{c2max} \left[2 \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_{co}} \right) - \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_{co}} \right)^2 \right] \quad (4.13)$$

$$f_{c2max} = \frac{f_c}{0.8 + 1.7\lambda} \leq 1.0$$

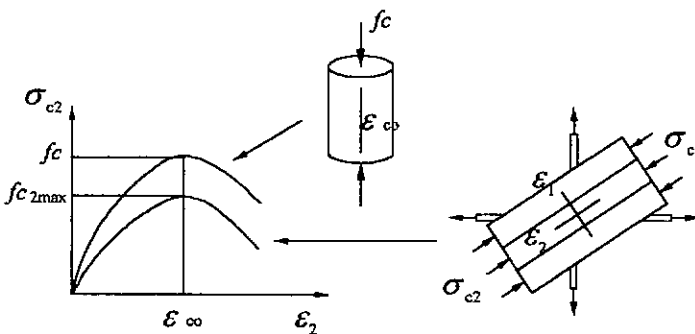


Figura 4.12

4.4 - Alguns Comentários

Com estas inclusões à teoria do campo de compressão, Collins propõe o que designou como a **teoria de campo de compressão modificada**.

Por meio destes acréscimos à tradicional teoria do painel fissurado, tenta-se estabelecer um modelo constitutivo que consiga analisar, de forma contínua, tanto os estágios pré como pós-fissuração. A consideração da real capacidade resistente do concreto, para qualquer estágio de sollicitação, permite a obtenção de resultados representativos inclusive para as peças não fissuradas; podendo-se agora até mesmo rediscutir a propriedade da designação: painel fissurado.

4.4.1 - A Dispersão dos Resultados

Tanto as curvas propostas inicialmente por Collins e Vecchio como as seguintes, sugeridas por Bhide e Stevens, foram obtidas através de uma análise estatística de resultados e incorporam, implicitamente, uma grande dispersão dos valores experimentais coletados. Como visto no item 4.2, a forma de sollicitação (tração ou coação) de um cilindro de concreto armado pode gerar diagramas $N-\epsilon$ bastante diferentes. O que dizer então do caso mais complexo, a tração em um painel de concreto armado parcialmente fissurado.

Desta forma, estas equações constitutivas aqui apresentadas devem ser utilizadas de forma coerente com a sistemática definida pelos seus autores. Isto é, a análise de uma seção através de uma composição de painéis de concreto armado converte o estudo global em um determinado número de sub-análises, para alguns pontos ao longo da seção transversal. Os resultados obtidos para cada um destes pontos, ou painéis, está longe de ser exato, mas os resultados para a seção como um todo devem cair dentro de uma faixa de erro adequada.

4.4.2 - A Equação Constitutiva da Armadura

Como foi visto no exemplo do cilindro de concreto armado, apresentado no item 4.2, a determinação da tensão média da armadura pode ser obtida a partir da deformação média da peça, multiplicada pelo módulo de elasticidade do aço. É suposto portanto que o aço tenha um comportamento elástico linear.

No exato instante em que se inicia o escoamento da armadura, em um ponto qualquer do cilindro, a tensão média do aço para de aumentar. Neste instante, a tensão média da armadura é inferior à tensão de escoamento, já que apenas um ponto realmente atingiu esta tensão limite.

Pode-se considerar portanto que o aço, dentro do concreto, tem um comportamento perfeitamente elasto-plástico e seu patamar de escoamento se dá a uma tensão inferior à tensão de escoamento típica do aço atuando sozinho. A grande dificuldade no

entanto é determinar corretamente esta redução da tensão limite para a armadura imersa dentro do concreto.

Stevens (28) sugere uma formulação simplificada para esta redução da tensão limite. Collins, entretanto, propõe que ela seja desprezada já que, a rigor, o comportamento do aço não é perfeitamente elasto-plástico e assim ocorre um ganho de resistência extra da armadura, após o seu escoamento. Desta forma, por uma compensação de erros, Collins sugere que se deva adotar diretamente a tensão convencional de escoamento.

Em resumo, a vantagem da consideração de uma curva constitutiva para o aço pretensamente mais realista do que a utilização de dois segmentos lineares, supondo-se um comportamento perfeitamente elasto-plástico, será puramente ilusória. O comportamento de uma barra de armadura é diferente quando imersa dentro do concreto.

4.5 - A Teoria do Campo de Compressão Modificada, Um Enfoque Matemático

As alterações introduzidas pela teoria do campo de compressão modificada na formulação matemática do painel fissurado, apresentadas nos itens 4.2 e 4.3, referem-se unicamente à determinação do vetor de forças distribuídas nas bielas de concreto.

A consideração dos esforços de tração transversais às bielas de concreto pode ser incorporada a partir da adoção de um dos três modelos de "tension stiffening" sugeridos no item 4.2.

O efeito do estado biaxial de tensões, dentro das bielas de compressão, mostra-se satisfatório com a utilização do modelo de Collins e Vecchio, descrito no item 4.3.

A determinação do vetor de forças, orientado em relação ao sistema principal 1-2, não deve mais desprezar a resposta à tração do concreto fissurado, assim como a tensão de compressão da biela deve observar a deformação transversal nela atuante; desta forma, ao invés de se utilizar a equação (3.7), tem-se agora:

$$\begin{aligned} \{\sigma_c\} &= \{\sigma_{c1} \quad \sigma_{c2} \quad 0\} \\ \sigma_{c1} &= f(\varepsilon_1) \quad \text{"Tension Stiffening"} \\ \sigma_{c2} &= f(\varepsilon_2, \varepsilon_1) \quad \text{Nova equação constitutiva do concreto} \end{aligned} \quad (4.14)$$

É também importante lembrar aqui que, ao se calcular a matriz tangente apresentada no item 3.4.2,

$$\left[D_{12}^{\text{tan}} \right]_c = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & 0 \\ E_{21} & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_{e1} - \sigma_{e2}}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

os termos E_{11} , E_{12} e E_{21} não mais serão iguais a zero, e a matriz tangente será determinada a partir das tensões e suas derivadas parciais, com a utilização das novas curvas (4.1), (4.5), (4.7) e (4.13).

4.6 - O Programa Warping

Como visto no item 3.6, o método de resolução de cada painel de concreto armado, adotado pelo programa Warping foi o procedimento misto proposto por Schulz que é uma variação do método da matriz tangente.

A determinação das tensões de tração no concreto pode ser feita pelos três métodos aqui apresentados, que foram introduzidos no programa Warping exatamente como propostos por seus criadores.

Uma comparação dos resultados obtidos pelos três métodos para a consideração do "tension stiffening" pode ser encontrada no oitavo capítulo.

A TEORIA LINEAR DE VIGAS DE PAREDES DELGADAS COM SEÇÃO ABERTA

5.1 - Introdução

A teoria aqui apresentada foi desenvolvida por Vlasov (31), que consolidou a formulação linear dos perfis longos de paredes esbeltas e seção aberta.

A seguir, é apresentado um resumo desta teoria. No capítulo seguinte, será mostrado como esta formulação pode ser estendida, de forma coerente com a teoria do painel fissurado, para a análise não-linear de peças em concreto armado.

Como visto nos capítulos anteriores, a aplicação da teoria do painel fissurado, para o estudo de uma seção laminar qualquer de concreto armado, converte a análise global da seção em uma análise pontual discreta. Neste método, a seção a ser analisada deve ser subdividida em um determinado número de segmentos, coerente com a precisão requerida nos resultados. Na extremidade de cada um destes segmentos deve ser posicionado um painel de concreto armado, que define como as tensões se relacionam com as deformações, para cada um destes pontos arbitrários.

Como será mostrado neste capítulo, a teoria de Vlasov se mostra eficiente na determinação das tensões e deformações para cada um destes determinados pontos.

Outra característica importante da teoria de paredes esbeltas é sua aplicabilidade a seções completamente genéricas em termos geométricos, sendo somente exigida a condição de ser aberta a seção em análise.

5.1.1 - Hipóteses Fundamentais

A hipótese de que as seções transversais permanecem planas após a deformação, base da teoria elementar de flexão de barras, não mais se aplica de uma forma geral à teoria dos perfis longos de paredes esbeltas. Surge neste tipo de análise o efeito de empenamento da seção transversal, causado pelas solicitações de torção de empenamento e bimomento.

A teoria se baseia nas seguintes hipóteses:

- a) Um perfil de paredes esbeltas e seção aberta é suposto uma casca cuja seção transversal é considerada indeformável no plano YZ , ou seja, os deslocamentos da seção transversal no plano perpendicular ao eixo da peça podem ser representados como deslocamentos de corpo rígido. Os comprimentos dos elementos que constituem a seção transversal, assim como os ângulos entre os mesmos, não se modificam após a deformação.

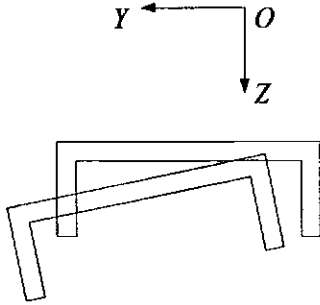


Figura 5.1

- b) As deformações de cisalhamento da superfície média de um perfil de paredes esbeltas e seção aberta, caracterizadas pela mudança do ângulo entre as geratrizes e diretrizes, podem ser consideradas nulas.
- c) Para cada ponto da seção transversal serão considerados apenas dois tipos de tensões: uma tensão normal à seção e uma tensão cisalhante atuando no plano da seção, com direção coincidente com a tangente da seção naquele ponto.

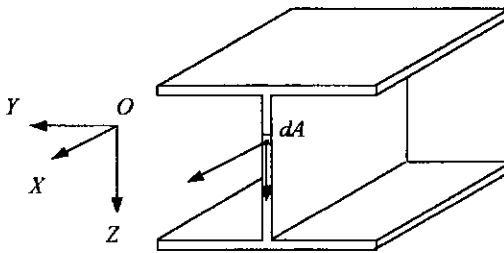


Figura 5.2

Esta teoria não deve ser aplicada nos casos em que as seções transversais sofram grandes deformações.

5.1.2 - O Bimomento e o Seu Sentido Físico

Na figura 5.3 - (a) é apresentado um perfil laminar I submetido a uma carga concentrada F , longitudinal e excêntrica.

Esta solicitação pode ser decomposta em quatro parcelas distintas. A primeira (figura (b)), introduz o esforço normal N_x . A segunda e a terceira (figuras (c) e (d)), ocasionam os momentos fletores M_y e M_z , respectivamente.

A quarta parcela, vista na figura (e), é composta por quatro forças f , de módulo $F/4$, cuja resultante estática é igual a zero. Em cada mesa atua um momento fletor. Como os dois momentos fletores têm a mesma intensidade e sentidos contrários, a resultante total se anula.

Associado a este último estado de tensões atuante na seção, define-se um esforço generalizado denominado bimomento, de dimensão $[F][L]^2$.

Sob a ação deste esforço longitudinal generalizado, a seção transversal não permanece plana após a deformação; diz-se então que ocorre o empenamento da seção transversal.

No caso simples de uma seção I, o bimomento pode ser avaliado como um esforço interno generalizado, igual ao momento fletor atuante em cada mesa multiplicado pelo braço de alavanca que separa os dois planos paralelos dos flanges.

Desta forma, o bimomento é um esforço generalizado cuja resultante física é nula e que representa um estado de tensões correspondente ao empenamento da seção transversal.

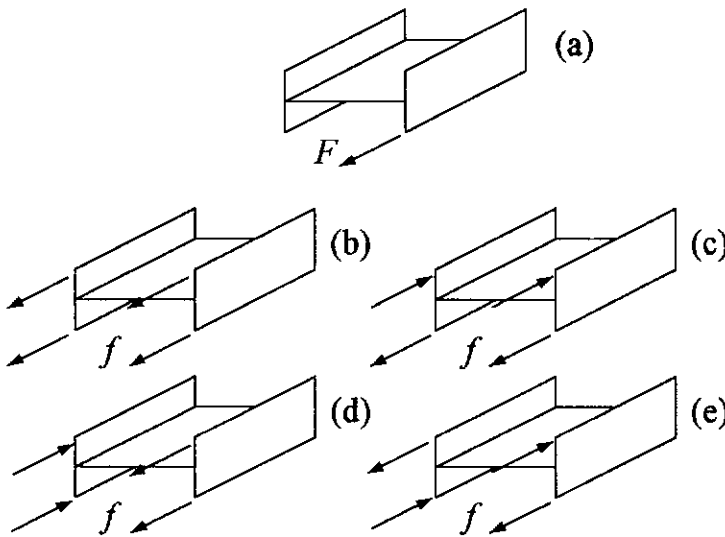


Figura 5.3

5.1.3 - Torção de Saint-Venant e Torção de Empenamento

A diferença fundamental entre a torção de Saint-Venant e a torção de empenamento é que esta última está associada ao desenvolvimento de tensões longitudinais na peça.

A rigor, o termo torção de empenamento não é satisfatório, já que a torção de Saint-Venant também causa, na maioria dos casos, o empenamento da seção transversal.

Um exemplo de um fluxo de tensões de cisalhamento que conduz a uma torção de empenamento, é mostrado na figura 5.4.

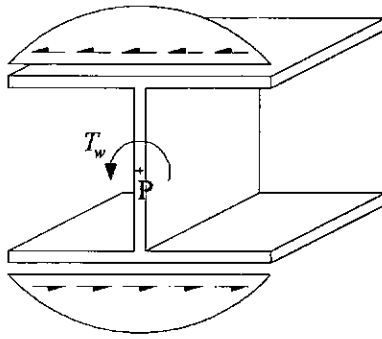


Figura 5.4

As mesas da seção I estão submetidas a um conjunto de tensões tangenciais que, multiplicadas pelo braço de alavanca em relação ao ponto P e integradas ao longo da superfície da seção transversal, fornecem o momento de torção de empenamento T_w .

Pode-se observar que o fluxo de cisalhamento varia ao longo das mesas da seção. Como será mostrado mais adiante, esta variação do fluxo de cisalhamento ao longo da linha do perfil está associada à variação das tensões longitudinais, ao longo das geratrizes.

Como a torção de Saint-Venant não introduz tensões longitudinais no elemento, o fluxo de Saint-Venant se caracteriza por ser constante e fechado como se pode ver nas figuras 5.5 e 5.6.

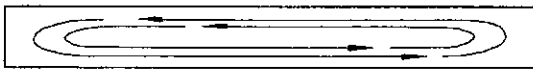


Figura 5.5

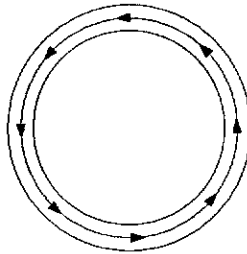


Figura 5.6

Em ambos os casos, as tensões de cisalhamento correspondentes à torção de Saint-Venant conseguem estabelecer um circuito fechado de trajetória.

Devido ao tamanho reduzido do braço de alavanca, disponível nas barras de seção retangular de parede esbelta, tais peças apresentam baixa rigidez à torção (figura 5.5).

As peças de seção celular, ao contrário das anteriores, apresentam elevada rigidez à torção de Saint-Venant.

Neste trabalho, como serão estudadas somente as peças laminares de seção aberta (teoria clássica de Vlasov), será desde já desprezada a contribuição da rigidez à torção de Saint-Venant que, como visto, não invalida os resultados.

Sendo assim, nem todos os tipos de seção poderão ser submetidos a um carregamento de torção, somente aqueles dotados de rigidez à torção de empenamento.

As seções do tipo L ou T não possuem rigidez à torção de empenamento.

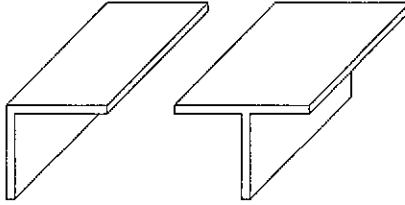


Figura 5.7

As seções do tipo I ou H possuem rigidez à torção de empenamento.

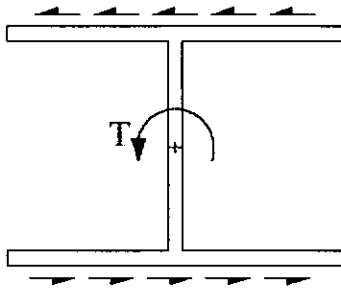


Figura 5.8

5.2 - A Teoria dos Perfis Laminares

Como será visto no capítulo seguinte, a teoria elástica dos perfis laminares será estendida para a análise não-linear e será utilizada para a determinação das deformações longitudinais e dos fluxos de cisalhamento atuantes em cada um dos painéis de concreto armado, posicionados ao longo da seção transversal.

Desta forma, vamos nos resumir aqui a focar somente os pontos de máxima importância na determinação destas variáveis. Preliminarmente à apresentação das equações do problema, algumas entidades matemáticas devem ser definidas.

Para se obter uma apresentação mais completa deste assunto é sugerido que se recorra aos trabalhos de Schulz (26) e Vlasov (31).

5.2.1 - Definição da Coordenada s

Na teoria dos perfis de paredes esbeltas, torna-se necessário definir um sentido positivo para os fluxos de cisalhamento que vêm a surgir na seção, quando esta é solicitada por esforços cortantes ou momento de torção.

Para isto define-se um nó inicial da seção L_0 , a partir do qual percorre-se toda a seção segundo o sentido positivo arbitrado.

Convenciona-se então que, no nó inicial, a coordenada s possui valor zero e seu valor cresce a medida que se caminha ao longo da seção transversal. Seu valor em qualquer ponto equivale ao comprimento caminhado sobre a seção, a partir do nó inicial L_0 .

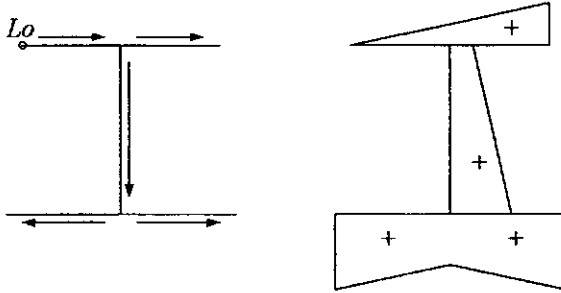


Figura 5.9

5.2.2 - Definição da Coordenada Setorial, ou Coordenada de Empenamento w

Na teoria dos perfis de paredes esbeltas, torna-se necessário definir o ponto de aplicação das cargas transversais (esforços cortantes e momento torçor), ponto este que se chama de pólo das áreas setoriais P .

Sendo h a distância entre o pólo P e a tangente a um ponto qualquer da seção transversal, pode-se definir a coordenada setorial w deste ponto como sendo:

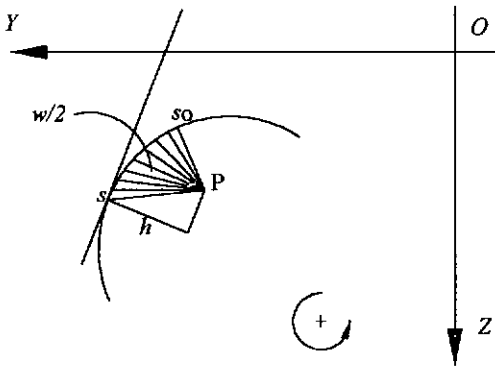


Figura 5.10

$$w(s) = w(s_0) + \int_{s_0}^s h ds \quad (5.1)$$

Para isto, é necessário se conhecer a coordenada de empenamento w_0 do ponto inicial da integral, isto é, o valor de w em um outro ponto qualquer da seção como, por exemplo, o nó inicial L_0 .

A rigor, pode-se meramente arbitrar um valor qualquer para a coordenada w deste ponto inicial sendo que, para isto, o esforço solicitante do bimomento deve ser definido coerentemente com o sistema de coordenadas setoriais adotado.

O bimomento B_w está intimamente ligado ao sistema de coordenadas de empenamento, como pode ser verificado pela sua definição matemática:

$$B_w = \int \sigma_x w t ds \quad (5.2)$$

onde σ_x é a tensão longitudinal e t é a espessura, para cada ponto da seção transversal.

Pode-se adotar como pólo setorial o chamado pólo principal, também conhecido como centro de cisalhamento ou centro de torção. É o ponto no qual, aplicados os esforços transversais de cortante, não ocorre a rotação da seção.

5.2.3 - Vetor de coordenadas $\{l\}$

Como visto no item 2.1, para cada ponto da linha do perfil, pode-se estabelecer um vetor de coordenadas, ou vetor de localização, como sendo:

$$\{l\} = \{1 \quad y \quad z \quad w\} \quad (5.3)$$

5.2.4 - Vetor de forças solicitantes $\{f\}$

Como visto no item 2.1, o vetor de forças solicitantes $\{f\}$ representa os esforços longitudinais generalizados, atuantes na seção, aplicados em relação à origem do sistema de coordenadas XYZ:

$$\{f\} = \{N_x \quad -M_z \quad M_y \quad B_w\} \quad (5.4)$$

sendo:

- N_x - Força normal atuante na direção do eixo X
- M_z - Momento fletor atuante **em torno** do eixo Z
- M_y - Momento fletor atuante **em torno** do eixo Y
- B_w - Bimomento (referenciado ao sistema de coordenadas de empenamento adotado)

de sentidos positivos como indicados na figura 5.11.

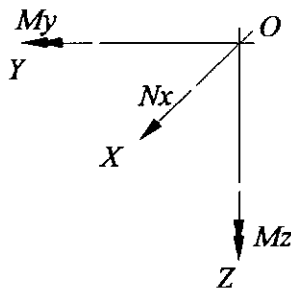


Figura 5.11

5.2.5 - Vetor de forças derivadas $\{f'\}$

O vetor de forças derivadas $\{f'\}$ representa as derivadas dos esforços longitudinais generalizados, atuantes na seção, aplicados ao pólo das áreas setoriais P :

$$\{f'\} = \{0 \quad V_y \quad V_z \quad T_w\} \quad (5.5)$$

sendo:

- V_y - Esforço cortante atuante na direção do eixo Y
- V_z - Esforço cortante atuante na direção do eixo Z
- T_w - Torção de empenamento atuante em torno do eixo X

de sentidos positivos como indicados na figura 5.12.

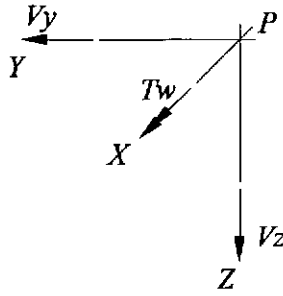


Figura 5.12

5.2.6 - Vetor de deformações $\{\epsilon\}$:

Como visto no item 2.1, a deformada de uma seção transversal pode ser definida através de um vetor de deformações composto de quatro componentes, que são:

$$\{\epsilon\} = \{\zeta' \quad -\xi'' \quad -\eta'' \quad -\theta'\} \quad (5.6)$$

sendo:

- ζ' - Deformação axial na origem do sistema
- ξ'' - Curvatura na direção do eixo Y (gerada por M_z)
- η'' - Curvatura na direção do eixo Z (gerada por M_y)
- θ' - Variação do ângulo relativo de giro

de sentidos positivos coerentes com os da figura 5.11.

O vetor de deformações pode ser determinado, supondo-se um comportamento elástico linear da estrutura, a partir da seguinte equação matricial:

$$\{f\} = [D]\{\epsilon\} \quad (5.7)$$

onde $[D]$ é a matriz de propriedades elásticas (ou ainda, matriz de rigidez) secante da seção, já apresentada no capítulo 2.

5.2.7 - Vetor de deformações derivadas $\{\epsilon'\}$:

Assim como os esforços longitudinais generalizados, atuantes na seção, estão correlacionados à deformada da seção transversal através do vetor de deformações $\{\epsilon\}$, suas derivadas (esforços cortantes e torção de empenamento) estão correlacionadas ao vetor das deformações derivadas da seção $\{\epsilon'\}$.

Para a determinação do fluxo de cisalhamento atuante em qualquer ponto da seção transversal é necessário que seja conhecido o vetor das derivadas das deformações $\{\epsilon'\}$, como será mostrado mais adiante no item 5.4.

$$\{\epsilon'\} = \{\zeta'' \quad -\xi''' \quad -\eta''' \quad -\theta'''\} \quad (5.8)$$

O vetor das deformações derivadas pode ser determinado, supondo-se um comportamento elástico linear da estrutura, a partir da seguinte equação matricial:

$$\{f'\} = [D]\{\epsilon'\} \quad (5.9)$$

onde $[D]$ é a matriz de propriedades elásticas (ou ainda, matriz de rigidez) secante da seção, já apresentada no capítulo 2.

5.3 - Determinação da Deformação Longitudinal de um Ponto da Seção Transversal

Seja um ponto qualquer da seção transversal de referência, determinado pelo seu vetor de coordenadas $\{I\}$:

$$\{I\} = \{1 \quad y \quad z \quad w\} \quad (5.3)$$

Seja agora $\{\epsilon\}$ o vetor de deformações desta mesma seção transversal:

$$\{\epsilon\} = \{\zeta' \quad -\xi'' \quad -\eta'' \quad -\theta''\} \quad (5.6)$$

Pode-se determinar a deformação longitudinal ϵ_x , do referido ponto com a utilização da seguinte multiplicação vetorial:

$$\epsilon_x = \{\epsilon\}^T \{I\} \quad (5.10)$$

De forma semelhante, pode-se também determinar a derivada em relação a x , desta deformação longitudinal. Basta, para isto, que se derive a equação (5.10) em relação a x , obtendo-se a seguinte expressão:

$$\epsilon'_x = \{\epsilon'\}^T \{I\} \quad (5.11)$$

onde $\{\varepsilon'\}$ é o vetor de deformações derivadas da seção.

5.4 - Determinação do Fluxo de Cisalhamento Atuante em um Ponto da Seção Transversal

O fluxo de cisalhamento atuante em um ponto qualquer da seção transversal pode ser determinado, por equilíbrio, a partir da variação das tensões longitudinais atuantes na seção, com a utilização da seguinte expressão:

$$f(s) = f(s_0) - \int_{s_0}^s \sigma' \cdot t ds \quad (5.12)$$

Para isto, é necessário que se conheça o fluxo de cisalhamento no ponto inicial da integral, isto é, o valor do fluxo em um outro ponto qualquer da seção transversal. Pode-se atender a esta condição sempre iniciando o cálculo da integral (5.12) a partir de uma das extremidades da seção transversal, onde é nulo o fluxo de cisalhamento.

No caso dos entroncamentos de mais de dois elementos em um mesmo nó, a distribuição dos fluxos de cisalhamento é única e deve satisfazer a condição de possuir um somatório igual a zero, isto é, o fluxo de cisalhamento que converge para um determinado nó é igual ao fluxo de cisalhamento que parte deste mesmo nó.

Dentro de um regime elástico linear pode-se determinar a derivada da tensão longitudinal, em qualquer ponto da seção transversal, por meio da equação:

$$\sigma' = E \cdot \varepsilon' \quad (5.13)$$

que nada mais é do que a equação (5.9) aplicada a um ponto.

A equação (5.12) pode ser agora expressa em função das equações (5.13) e (5.11); e assume a forma:

$$f(s) = f(s_0) - \int_{s_0}^s (\zeta'' - y \cdot \xi''' - z \cdot \eta''' - w \cdot \theta'') \cdot E \cdot t ds \quad (5.14)$$

Ou ainda:

$$f(s) = f(s_0) - \zeta'' \cdot \int_{s_0}^s 1 \cdot E \cdot t ds + \xi''' \cdot \int_{s_0}^s y \cdot E \cdot t ds + \\ + \eta''' \cdot \int_{s_0}^s z \cdot E \cdot t ds + \theta'' \cdot \int_{s_0}^s w \cdot E \cdot t ds \quad (5.15)$$

É interessante observar que as integrais constituintes de (5.15) são os momentos estáticos multiplicados por E , do segmento de seção compreendido entre s_0 e s , em relação aos eixos Y e Z e ao sistema de coordenadas de empenamento W .

É importante observar também que existe uma analogia entre as equações (5.15) e (5.9). Ambas relacionam o vetor de deformações derivadas, esforços de cisalhamento e propriedades elásticas da seção. De fato, se as duas equações estiverem coerentes entre si, a distribuição das tensões cisalhantes ao longo da seção surgirá naturalmente como solução única, satisfazendo ambas as expressões.

No capítulo seguinte será mostrado como a teoria dos perfis de paredes delgadas pode ser estendida para a análise não-linear dos perfis retos em concreto armado e protendido.

A TEORIA NÃO LINEAR DE VIGAS DE PAREDES DELGADAS EM CONCRETO ARMADO E PROTENDIDO

6.1 - Introdução

Definir como as tensões cisalhantes se distribuem pela seção transversal, dentro de um regime não-linear, sempre foi um obstáculo encontrado na análise de peças em concreto armado, submetidas a solicitações de esforço cortante e momento de torção.

Seguindo a linha da análise seccional de peças em concreto armado, vários métodos foram desenvolvidos para a determinação da real distribuição das tensões cisalhantes.

A maneira encontrada por Mörsch, em 1902, para analisar este problema, foi definir duas seções razoavelmente próximas, cujas distribuições das tensões longitudinais fossem bem conhecidas para ele. As tensões de cisalhamento poderiam ser obtidas por princípios de equilíbrio. Mörsch sugeriu que, para as vigas retangulares, as tensões cisalhantes atingiriam um valor máximo na altura da linha neutra e então permaneceriam constantes deste ponto até a altura da armadura de flexão. Este valor máximo das tensões cisalhantes seria de aproximadamente:

$$\tau = \frac{V}{b_w z} \quad (6.1)$$

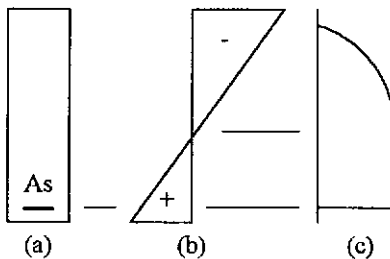


Figura 6.1

sendo V o cortante atuante, b_w a largura da seção e z o braço de alavanca de flexão.

Este resultado implicava que a maior parte do esforço cortante seria resistido pela região fissurada, abaixo da linha neutra, enquanto que apenas cerca de 30% do valor total do cortante seria resistido pela região de compressão, não fissurada. Tal resultado foi relutantemente aceito já que se supunha que a região fissurada não era capaz de resistir a esforços transversais cisalhantes. Somente nos anos sessenta, estudos desenvolvidos por outros pesquisadores vieram a confirmar a estimativa de Mörsch.

A utilização do método das duas seções ("dual-section analysis") para a determinação da distribuição das tensões cisalhantes é, ainda hoje, uma solução recomendada por vários autores.

Outros métodos mais recentes foram experimentados com sucesso como a análise de quatro seções adjacentes (ver Schulz (25)). Neste método, as deformações longitudinais ao longo da altura são aproximadas através de uma expansão polinomial e o ângulo de inclinação das bielas é obtido através da minimização da energia complementar.

Um método de grande valia, graças a sua simplicidade, foi proposto por Diaz (14/15). Este método pode ser aplicado para a análise de uma seção única. Sua grande simplicidade reside no fato de que a análise da distribuição das tensões cisalhantes é feita como uma extensão da distribuição elástica utilizando-se, para isto, uma seção equivalente.

6.2 - O Método da Seção Equivalente

O método da seção equivalente, como inicialmente proposto por Diaz (14/15), é um método simplificado para se calcular a distribuição das tensões cisalhantes ao longo da seção transversal.

Pode-se descrever este método como uma generalização da equação do fluxo de cisalhamento conhecida da resistência dos materiais:

$$f = V_z \frac{S_z}{I_{zz}} \quad (6.2)$$

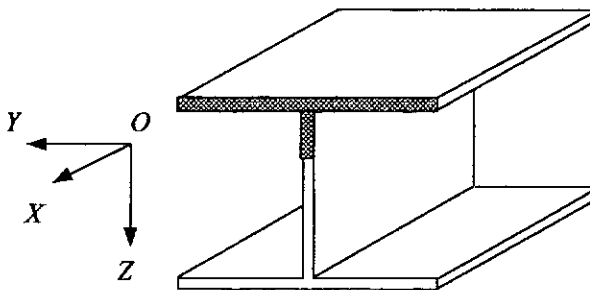


Figura 6.2

Seja uma peça constituída por paredes laminares, orientada em relação ao triedro XYZ , como mostra a figura 6.2. O fluxo de cisalhamento $f(s)$ pode ser determinado para qualquer ponto s , de sua seção transversal, a partir da equação (6.2), onde V_z é o esforço cortante atuante na direção Z , S_z é o momento estático, em relação à linha neutra, da região delimitada pelo ponto s (área tracejada) e I_{zz} é o momento de inércia da seção.

Esta fórmula pode ser utilizada para se calcular a distribuição do fluxo de cisalhamento, dentro de um regime elástico linear, estando S_z e I_{zz} referenciados unicamente às propriedades geométricas da seção.

É fundamental que se observe que esta equação já foi apresentada de uma forma mais genérica e formal no capítulo anterior, pelas equações (5.9) e (5.15).

O método da seção equivalente propõe, como uma simplificação, estender a validade desta equação para o regime não-linear. Para isto, deve-se aplicá-la a uma "seção equivalente", coerente com as propriedades constitutivas dos materiais e com o nível de sollicitação, a cada ponto da seção.

Se a seção equivalente for definida como sendo igual a área da seção original, multiplicada pelo módulo de elasticidade longitudinal tangente, de cada ponto da seção transversal, pode-se estabelecer uma seção específica capaz de considerar as não-linearidades físicas da seção, a partir do aparecimento de regiões em plastificação e fissuração.

Pode-se analisar assim o problema da distribuição do fluxo de cisalhamento em uma viga retangular de concreto armado:

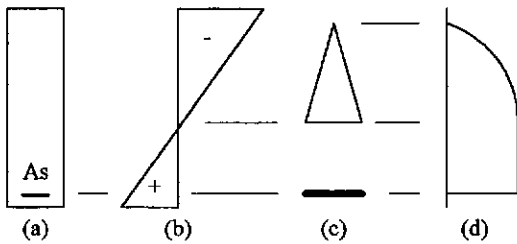


Figura 6.3

utilizando-se, por exemplo, a curva tensão-deformação do concreto, adotada pelo CEB para fins de dimensionamento:

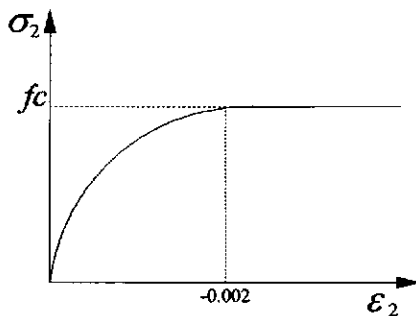


Figura 6.4

Seja uma viga de concreto armado de seção transversal retangular, como mostra a figura 6.3 - (a), submetida a uma configuração deformada representada em (b). Pode-se determinar sua seção equivalente (c), através da multiplicação da área de concreto pela tangente da curva tensão - deformação deste material, para todos os pontos ao longo da altura. Da mesma forma, para a armadura longitudinal, pode-se multiplicar a área de aço pela tangente à sua curva tensão - deformação. Finalmente, o fluxo de cisalhamento (d) pode ser calculado a partir da equação (6.2), da resistência dos materiais, utilizando-se agora a seção equivalente.

É interessante observar que, nas regiões em que o material atingiu o escoamento ou ocorreu a abertura de fissuras, a seção equivalente apresenta valores nulos e não mais interfere na distribuição dos esforços cisalhantes, o que faz sentido.

Sabe-se que o fluxo de cisalhamento se mantém constante onde o módulo de elasticidade tangente do material se anula. Isto ocorre porque, de acordo com as condições de equilíbrio na direção longitudinal, a variação das tensões longitudinais é igual à variação das tensões tangenciais, na direção transversal. Supondo um elemento infinitesimal, tem-se:

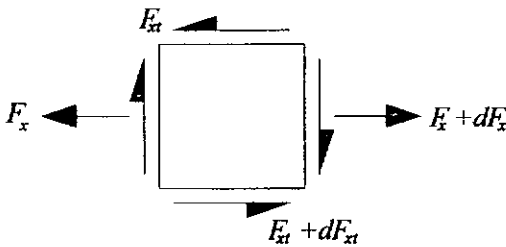


Figura 6.5

Supondo que o material atingiu o escoamento, pode-se também supor um elemento infinitesimal da seguinte forma:

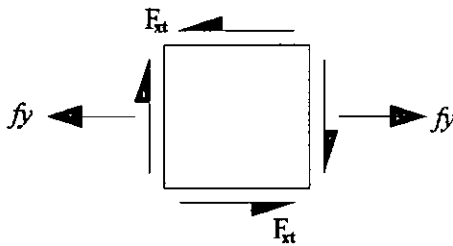


Figura 6.6

onde não é mais possível a variação das tensões longitudinais e, por equilíbrio, é impossível também a variação das tensões transversais. Sendo assim, não há mais a possibilidade de variação do fluxo de cisalhamento nestas regiões.

Nota-se que, devido à multiplicação $E \times A$, a dimensão de cada segmento da seção equivalente tem grandeza [F]. O uso da dimensão de força para a área equivalente não acarreta qualquer tipo de incompatibilidade matemática, já que a equação de fluxo de cisalhamento (6.2) divide os parâmetros geométricos S_z e I_{zz} , ambos referenciados agora à seção equivalente.

Pode-se finalmente estabelecer a generalização proposta pelo método da seção equivalente. Com o artifício da seção equivalente, pode-se utilizar a equação de fluxo de cisalhamento (6.2), sugerida pela resistência dos materiais, tanto no regime elástico como no não-elástico.

Se o material se encontra dentro da faixa elástica da curva tensão-deformação, o uso da seção original ou da seção equivalente levará a resultados rigorosamente iguais já que, nesta etapa, o módulo de elasticidade tangente coincide com o secante. A medida que se aumenta o carregamento, os materiais podem vir a ser solicitados além de seus limites de linearidade, fazendo com que o uso da seção original não seja mais procedente para a análise não-linear.

De uma forma geral, a utilização da seção equivalente é válida dentro de qualquer faixa de solicitação dos materiais constituintes da seção.

6.3 - O Método da Seção Equivalente, Um Enfoque Matemático

O método da seção equivalente tem comprovação matemática como será visto a seguir.

Na figura 6.7 - (b) são apresentadas as tensões longitudinais de compressão σ_x , de uma seção submetida a um momento fletor e um esforço cortante. As tensões longitudinais σ_{xm} , apresentadas pela figura (c), são aquelas obtidas para as mesmas deformações longitudinais mas esforço cortante nulo.

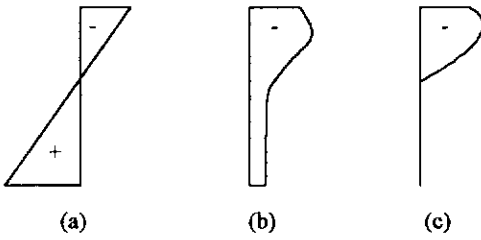


Figura 6.7

Em outras palavras, as tensões σ_{xm} são obtidas em função unicamente de ϵ_x (analogia à flexão pura).

$$\sigma_{xm} = f(\epsilon_x) \quad \text{Equação constitutiva do material} \quad (6.3)$$

A simplificação proposta pelo método da seção equivalente, como inicialmente proposto por Diaz (14/15), sugere que as derivadas longitudinais das tensões σ_x e as derivadas longitudinais das tensões σ_{xm} , sejam consideradas iguais.

$$\sigma'_x = \sigma'_{xm} \quad (6.4)$$

Desta forma, com o uso da regra da cadeia, obtém-se:

$$\sigma'_x = \frac{\partial \sigma_{xn}(\varepsilon_x)}{\partial \varepsilon_x} \cdot \varepsilon'_x = E_{\tan} \cdot \varepsilon'_x \quad (6.5)$$

onde E_{\tan} é o módulo de elasticidade longitudinal tangente à curva tensão - deformação do material, qualquer que seja ele, referente à deformação ε_x .

A obtenção da derivada da tensão longitudinal, em função da derivada da deformação longitudinal define, em resumo, o método da seção equivalente.

Sabe-se, a partir do item 5.4, que o fluxo de cisalhamento é definido por:

$$f(s) = f(s_0) - \int_{s_0}^s \sigma'_x \cdot t ds \quad (6.6)$$

No capítulo anterior, foi admitido um comportamento elástico linear para a estrutura e a derivada da tensão longitudinal foi determinada a partir da seguinte equação:

$$\sigma' = E \cdot \varepsilon' \quad (6.7)$$

Dentro do regime não-linear, a equação (6.7) deixa de ter validade.

Considerando a simplificação proposta pelo método da seção equivalente, isto é, introduzindo-se a equação (6.5) em (6.6), obtém-se que:

$$f(s) = f(s_0) - \int_{s_0}^s E_{\tan} \cdot \varepsilon'_x \cdot t ds \quad (6.8)$$

Pode-se aqui definir uma nova entidade matemática, coerente com a teoria da seção equivalente, a que se chamará de "espessura equivalente" e será definida como:

$$t_{\text{equiv}} = t \cdot E_{\tan} \quad (6.9)$$

A determinação da derivada da deformação longitudinal, apresentada no item 5.3, continua válida para o regime não-linear:

$$\varepsilon'_x = \{\varepsilon'\}^T \{l\} \quad (6.10)$$

Sendo assim, a equação (6.8) adquire a forma:

$$f(s) = f(s_0) - \zeta'' \cdot \int_{s_0}^s 1 \cdot E_{\tan} \cdot t ds + \xi''' \cdot \int_{s_0}^s y \cdot E_{\tan} \cdot t ds + \eta''' \cdot \int_{s_0}^s z \cdot E_{\tan} \cdot t ds + \theta''' \cdot \int_{s_0}^s w \cdot E_{\tan} \cdot t ds \quad (6.11)$$

Pode-se ressaltar aqui a semelhança entre a formulação linear para o fluxo de cisalhamento apresentada no capítulo anterior, através da equação (5.15), e a formulação não-linear, proposta pelo método da seção equivalente, através da equação (6.11).

De fato, a diferença entre as duas equações é bastante sutil. Como visto no item anterior deste capítulo, a utilização do método da seção equivalente nada mais é do que a utilização do módulo de elasticidade tangente, em lugar do módulo secante.

Pode-se determinar agora como seria esta seção equivalente, para uma seção de paredes delgadas, pela integração de suas espessuras equivalentes ao longo de toda seção:

$$\begin{aligned}
 D_{11}^{\tan} &= \int E_{\tan} t ds \\
 D_{1y}^{\tan} &= \int E_{\tan} y t ds \\
 D_{1z}^{\tan} &= \int E_{\tan} z t ds \\
 D_{1w}^{\tan} &= \int E_{\tan} w t ds \\
 D_{yy}^{\tan} &= \int E_{\tan} y^2 t ds \\
 D_{yz}^{\tan} &= \int E_{\tan} y z t ds \\
 D_{yw}^{\tan} &= \int E_{\tan} y w t ds \\
 D_{zz}^{\tan} &= \int E_{\tan} z^2 t ds \\
 D_{zw}^{\tan} &= \int E_{\tan} z w t ds \\
 D_{ww}^{\tan} &= \int E_{\tan} w^2 t ds
 \end{aligned}
 \tag{6.12}$$

Como se pode observar, a matriz de rigidez da seção equivalente nada mais é do que a matriz de rigidez tangente da seção original, como foi definida no capítulo 2 deste trabalho.

Finalmente, o método da seção equivalente sugere que o vetor de deformações derivadas deva ser determinado, como na análise elástica, por meio do vetor de forças derivadas e da matriz de rigidez, desta vez não mais a matriz secante, mas a matriz de rigidez tangente da seção:

$$\{f'\} = [D^{\tan}] \{\epsilon'\}
 \tag{6.13}$$

Da mesma forma que para a análise elástica, as equações (6.13) e (6.11) guardam entre si uma compatibilidade tal que garante a unicidade da distribuição das tensões cisalhantes, ao longo da seção.

Para maiores detalhes sobre o método da seção equivalente sugere-se consultar Schulz (26).

6.4 - O Programa Warping

Pode-se concluir agora como é conveniente, dentro do procedimento computacional que está sendo proposto, a utilização do método da seção equivalente.

Como foi mostrado no capítulo 2, a determinação da deformada da seção pode ser obtida com a utilização de um procedimento iterativo, baseado na utilização da matriz de rigidez tangente da seção.

Foi mostrado, neste capítulo, que a mesma matriz de rigidez tangente pode ser utilizada também para a determinação da distribuição não-linear do fluxo de cisalhamento ao longo da seção.

De posse do vetor de forças derivadas, que agrupa os esforços transversais cisalhantes de cortantes e momento de torção, pode-se determinar o vetor de deformações derivadas, através da equação (6.13). Uma vez determinado este vetor, a obtenção do fluxo de cisalhamento atuante em qualquer ponto da seção transversal pode ser conseguida com a aplicação direta da equação (6.11).

Finalmente, pode-se determinar para cada um dos painéis de concreto armado a deformação longitudinal ϵ_x (ver item 5.3) e o fluxo de cisalhamento atuante F_{xt} .

6.4.1 - Fluxograma

O fluxograma a seguir é apenas um melhoramento do apresentado pelo item 2.5.1, em que são incluídos, com maiores detalhes, passos referentes à determinação das solicitações individuais em cada painel de concreto armado.

Begin

Leitura da matriz de rigidez tangente da estrutura; {já calculada pela última iteração principal}

Leitura do vetor de forças derivadas; {introduzido pelo usuário no início do programa}

Cálculo do vetor de deformações derivadas; {equação (6.13)}

For n:= 1 **To** Número_de_painéis **Do**

Begin

{determinação das solicitações de cada painel}

Determinação da deformação longitudinal ϵ_x ; {equação (5.10)}

Determinação do fluxo de cisalhamento F_{xt} ; {equação (6.11)}

{resolução de cada painel}

Determinação da tensão longitudinal σ_x e de sua derivada em relação a deformação longitudinal, o termo E_{tan} ; {visto no capítulo 3};

End;

End.

7 Capítulo

A CONSIDERAÇÃO DAS BARRAS DISCRETAS

7.1 - Introdução

Como visto no capítulo 2, a presença das barras de armadura não pode ser desconsiderada em uma análise não-linear.

No capítulo 3, foi mostrado que as armaduras distribuídas (armadura de costela e armadura de estribos) podem e devem ser consideradas embutidas no que foi definido como os painéis de concreto armado. Naquele capítulo, foi mostrado que o painel de concreto armado é um modelo, resultante de uma sobreposição de dois materiais que atende simultaneamente a duas condições básicas, uma de equilíbrio e outra de compatibilidade de deformações.

Assim, o painel de concreto armado passa a ser considerado como um único material, com propriedades elásticas próprias, tais que as tensões se relacionam com as deformações de forma específica. Foi mostrado, nos capítulos 3 e 4, que estas relações não são explícitas e são obtidas numericamente por meio de uma análise não-linear, com solução obtida de forma iterativa.

A fim de se definir um modelo completo para a análise de seções laminares, torna-se necessário criar um modelo específico para a consideração das barras, cabos de protensão ou outras formas de concentração pontual de armadura.

Foi desenvolvido neste trabalho um procedimento para a consideração de barras ou cabos inclinados de armadura que será mostrado nos itens seguintes.

7.2 - O Modelo da Barra de Armadura

Será considerado neste trabalho, que o modelo das barras discretas de armadura pode ser definido a partir de uma degeneração do tradicional modelo do painel de concreto armado. O modelo aqui proposto para as barras discretas seria, a grosso modo, um painel de concreto armado "sem concreto".

Em outras palavras, será suposto aqui que pode se dar o mesmo tratamento tanto à armadura imersa dentro de um painel, como à que está externa a ele.

A consideração da armadura distribuída, constituinte de um painel de concreto armado, é feita da seguinte forma.

Seja o vetor $\{\varepsilon_{xt}\}$ o vetor de deformações médias do painel de concreto no referencial xt (adota-se aqui novamente, por simplicidade, a notação vetorial para tensões e deformações).

$$\{\varepsilon_{xt}\} = \{\varepsilon_x \quad \varepsilon_t \quad \gamma_{xt}\} \quad (7.1)$$

Pode-se determinar o vetor de deformações para qualquer outro sistema de referência, através da operação matricial:

$$\{\varepsilon_{\phi\phi'}\} = [T_\phi] \{\varepsilon_{xt}\} \quad (7.2)$$

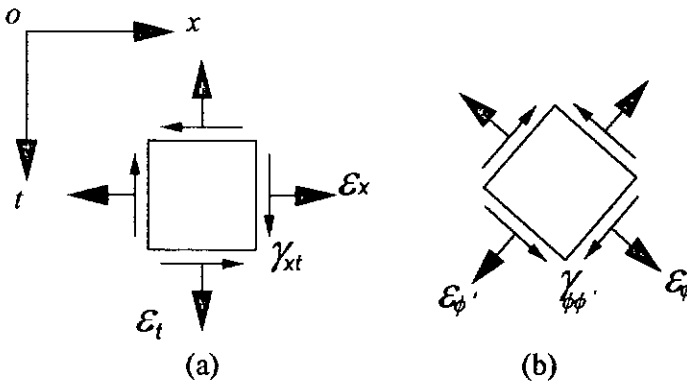


Figura 7.1

onde $[T]$ é a matriz de rotação e ϕ é o ângulo que uma direção arbitrária faz com o eixo x :

$$[T_\phi] = \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \sin^2 \phi & \sin \phi \cos \phi \\ \sin^2 \phi & \cos^2 \phi & -\sin \phi \cos \phi \\ -2 \sin \phi \cos \phi & 2 \sin \phi \cos \phi & \cos^2 \phi - \sin^2 \phi \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

Conhecida a direção de orientação dos estribos α , determina-se o vetor de deformações nesta direção, ainda pela multiplicação matricial descrita em (7.2).

$$\{\varepsilon_{\alpha\alpha'}\} = \{\varepsilon_\alpha \quad \varepsilon_{\alpha'} \quad \gamma_{\alpha\alpha'}\} \quad (7.4)$$

De posse da deformação $\varepsilon_{\alpha\alpha'}$, isto é, a deformação axial dos estribos, pode-se recorrer então à equação constitutiva do aço e determinar o seu vetor de tensões.

$$\{\sigma_s\} = \{\sigma_{\alpha\alpha}\} = \{\sigma_\alpha \ 0 \ 0\} \quad (7.5)$$

$$\sigma_\alpha = f(\epsilon_\alpha) \quad \text{Equação constitutiva do aço}$$

Da mesma forma, conhecido o vetor de deformações $\{\epsilon_{xt}\}$ de uma barra discreta, pode-se aplicar o mesmo conjunto de fórmulas para uma barra única de armadura, orientada segundo a direção α .

De posse das deformações na direção α , pode-se determinar o vetor de tensões para a barra de armadura a partir da aplicação direta de sua equação constitutiva. Assim como feito para os estribos, a deformação transversal da barra pode ser desprezada já que o concreto circundante não possui aderência suficiente para tracioná-la transversalmente. Da mesma maneira, a distorção angular não gera esforço significativo na barra de armadura, pois são desprezados qualquer tipo de efeitos de pino nas barras de armadura.

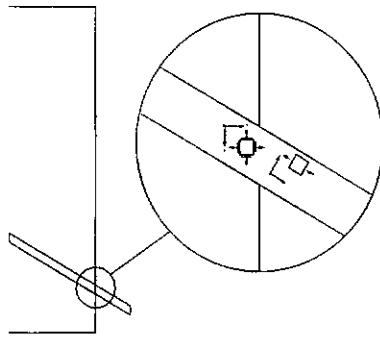


Figura 7.2

De acordo com o princípio da contravariância (ver Zienkiewicz (33)), pode-se determinar o vetor de tensões resultantes, orientado em relação ao referencial xt , através da expressão:

$$\{\sigma_{xt}\} = [T_\phi]^T \{\sigma_{\phi\phi}\} \quad (7.6)$$

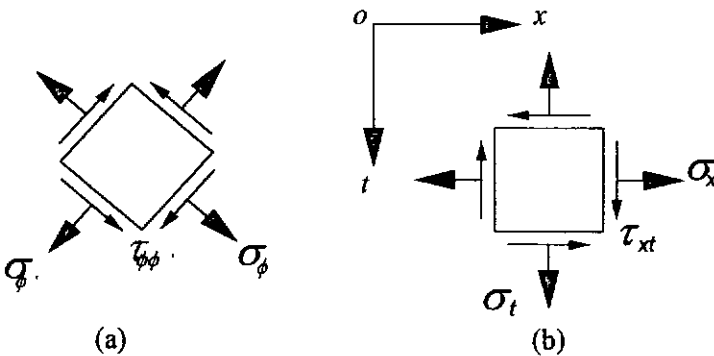


Figura 7.3

Finalmente pode-se determinar as parcelas de força longitudinal e transversal pela multiplicação das tensões atuantes, pela área da barra seccionada pela seção de referência - A_{sr} .

$$\begin{aligned} F_x &= \sigma_x \cdot A_{sr} \\ F_{xt} &= \tau_{xt} \cdot A_{sr} \end{aligned} \quad (7.7)$$

Se forem explicitados σ_x , τ_{xt} e A_{sr} em função da tensão axial σ_α e da área transversal da barra A_s , obtêm-se:

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_\alpha \cdot \cos^2 \alpha \\ \tau_{xt} &= \sigma_\alpha \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ A_{sr} &= A_s / \cos \alpha \end{aligned} \quad (7.8)$$

O que leva ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned} F_x &= \sigma_\alpha \cdot A_s \cdot \cos \alpha = F_{axial} \cdot \cos \alpha \\ F_{xt} &= \sigma_\alpha \cdot A_s \cdot \sin \alpha = F_{axial} \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (7.9)$$

onde F_x e F_{xt} são as componentes longitudinais e transversais da força axial da barra, respectivamente.

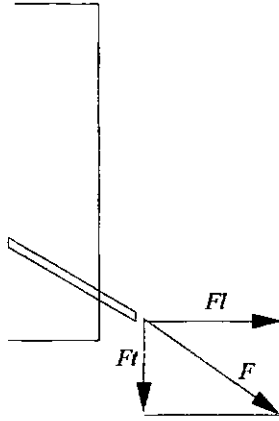


Figura 7.4

Um procedimento semelhante deve ser aplicado para a determinação da matriz de rigidez tangente da barra inclinada. Pode-se adotar a matriz de rigidez tangente da barra, orientada em relação à direção α , como sendo:

$$[E_{tan}^s]_\alpha = \begin{bmatrix} E_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

Através da seguinte operação matricial pode-se retornar a matriz de rigidez tangente, orientada na direção arbitrária ϕ , para a direção de referência global x .

$$[E_{tan}]_{xt} = [T]_\phi^T [E_{tan}]_\phi [T]_\phi \quad (7.11)$$

De uma forma equivalente ao painel de concreto armado, visto no item 3.5, o termo 11 da matriz tangente, referenciada ao sistema xt , relaciona a tensão longitudinal com a deformação longitudinal. Multiplicando-se este termo 11, pela área da barra seccionada pela seção de referência, obtêm-se a "área equivalente" da barra de armadura.

$$A_{equiv} = E_{tan}^{11} \cdot \frac{A_s}{\cos \alpha} \quad (7.12)$$

A análise das barras de armadura não é um procedimento iterativo como a do painel de concreto armado. De posse das deformações atuantes sobre a barra, é direta a determinação de suas componentes de forças resistentes.

A determinação das deformações atuantes em uma barra de armadura pode ser obtida através das deformações dos dois painéis adjacentes de concreto armado, justapostos à barra em questão. Como foi feito na análise dos painéis, pode-se admitir que concreto e aço se deformam da mesma forma, isto é, possuem o mesmo vetor de deformações.

No caso de uma barra discreta, a adoção da média das deformações dos painéis vizinhos é uma consideração bastante razoável e não envolve grandes simplificações, já que a deformação longitudinal, que é a mais influente nas deformações dos cabos, é rigorosamente a mesma para dois painéis adjacentes à barra. É importante lembrar, no entanto, que para isto deve-se analisar todos os painéis de concreto armado antes de se analisar os cabos ou barras inclinadas.

7.3 - Os Cabos Inclinados e a Resistência ao Esforço Cortante

Seja uma seção retangular, dotada de estribos e um cabo inclinado de protensão, e seja V_s o esforço cortante solicitante desta seção transversal, como mostra a figura 7.5.

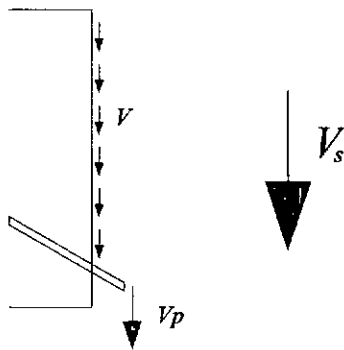


Figura 7.5

Sabe-se que a distribuição dos esforços transversais resistentes a esta força cortante, se dividirá em duas parcelas. Uma parte do esforço será resistida diretamente pelo cabo inclinado de protensão, em vista da sua componente vertical de força, enquanto

uma segunda parcela será resistida por um sistema de bielas inclinadas de compressão, situadas ao longo da altura da seção.

A rigor, a divisão dos esforços resistentes entre estas duas parcelas se dará a partir de um complicado sistema hiperestático, regido pelas diferentes rijezas dos materiais.

A primeira parcela é o chamado esforço cortante de protensão V_p e é supostamente determinável, caso se conheçam o pré-alongamento e a deformação axial do cabo, para um determinado carregamento.

Sendo assim, será adotado que o esforço cortante V , absorvido pelo sistema de bielas de compressão de concreto, possa ser determinado pela diferença entre o esforço cortante atuante na seção V_s e o esforço resistido diretamente pelo cabo inclinado V_p :

$$V = V_s - V_p \quad (7.13)$$

Finalmente utilizando a notação vetorial, o vetor de forças derivadas, a ser utilizado na fórmula (6.13), deve ser determinado a partir da seguinte equação:

$$\{f'\} = \{f_s'\} - \{f_p'\} \quad (7.14)$$

7.4 - O Programa Warping

O procedimento proposto para a análise das barras discretas de armadura é semelhante ao procedimento de análise de um painel de concreto armado, como foi apresentado no item 3.6, só que mais simples, já que não é iterativo mas de solução imediata.

7.4.1 - Fluxograma

O fluxograma a seguir mostra como é feita a análise de uma barra discreta de armadura, pelo programa Warping.

Begin

Leitura das deformações no referencial xt ; {a partir dos painéis justapostos à barra}

{análise na direção α }

Determinação das deformações na direção α ; {equação (7.2)}

Determinação do vetor de forças do aço $\{\sigma_s\}$; {equação (7.5)}

Determinação da matriz $[D^{\tan}]$ do aço; {equação (7.10)}

{retorno ao referencial xt }

Determinação do vetor de forças resistentes; {equação (7.9)}

Determinação da área equivalente da barra A_{equiv} ; {equação (7.12)}

End.

COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

8.1 - Introdução

Foi desenvolvido, como aplicação das teorias aqui apresentadas, um programa de computador que se propõe a verificar peças laminares de concreto armado e protendido submetidas a esforços generalizados longitudinais e tangenciais, via análise não linear, ao que se chamou de Warming (ver apêndice A).

O programa Warming adota o mesmo tipo de abordagem de seu antecessor o programa Arcpro, isto é, utiliza uma análise seccional, juntamente com uma discretização com o uso de painéis de concreto armado.

O programa Arcpro foi desenvolvido por Schulz (26), em sua tese de doutorado na Universidade Federal do Rio de Janeiro, e lançou as bases da análise, agora estendida pelo programa Warming. Aquele programa utilizava a teoria do campo de compressão e a tradicional curva de dimensionamento parabólica-retangular, definida pelo CEB-FIP de 1978 (7).

A fim de se avaliar os melhoramentos introduzidos pelas recentes teorias, aqui relacionadas, foram coletados resultados obtidos pelos dois programas (Warming e Arcpro), e comparados com resultados verificados experimentalmente.

Para isto, foram escolhidas peças em concreto armado e protendido, de seção composta por segmentos laminares, relativamente esbeltos, de forma que, em cada chapa constituinte da seção, predominasse efetivamente um estado plano de tensões.

Foram também escolhidas para a análise seções suficientemente distanciadas de regiões de descontinuidades como apoios ou cargas concentradas, a fim de que se pudesse aplicar a hipótese de Bernoulli, isto é, de que as seções permanecem planas após a deformação.

A partir de ensaios experimentais realizados por Leonhardt (18/19) na Universidade de Stuttgart, foram escolhidas quatro vigas de concreto armado e três vigas de concreto protendido, sendo duas destas dotadas de cabos inclinados de protensão.

Ao fim de cada análise são apresentados gráficos comparativos e comentários a respeito da qualidade dos resultados obtidos, a partir das teorias aqui apresentadas.

Nestes gráficos serão indicadas as origens de cada um dos resultados, a partir da seguinte convenção:

Tabela 8.1:

Curva	Resultados obtidos com a utilização dos seguintes procedimentos:
Mörsch	Treliça de Ritter & Mörsch (treliça a 45°)
CEB	Curva parabólica-retangular, com o programa Arcpro de Schulz
Collins	Curvas sugeridas nos trabalhos de Collins & Vecchio (ver 4.2.1) *
Bhide	Curvas sugeridas por Bhide (ver 4.2.2) *
Stevens	Curvas sugeridas por Stevens (ver 4.2.3) *
Ensaio	Observação experimental

* - As curvas de Collins, Bhide e Stevens diferem quanto à maneira de considerar os esforços de tração no concreto ("tension stiffening"). Para o comportamento à compressão do concreto é adotada, para os três modelos constitutivos, a formulação proposta por Collins & Vecchio como apresentada no item 4.3.

8.2 - Vigas em Concreto Armado

A fim de se avaliar o desempenho do programa Warping na simulação do comportamento de vigas em concreto armado, foram escolhidas as vigas TA1, TA2, TA3 e TA4. Estas peças fazem parte de um programa de ensaios experimentais, realizado por Leonhardt e Walther (19), com a finalidade de estudar a resistência ao esforço cortante.

Nelas serão analisadas quatro seções transversais.

Em cada uma destas vigas foi selecionada uma seção, distante 45.2 cm do apoio esquerdo, a que se denominou de Seção B5. Desta forma, todas as seções em análise estão submetidas ao mesmo carregamento de esforço cortante e momento fletor, como mostra a figura 8.2.

Foram escolhidas, para a comparação, seções suficientemente distanciadas dos apoios e das cargas concentradas a fim de satisfazer as condições prescritas pela teoria.

As quatro seções transversais possuem a mesma geometria, mesma armadura longitudinal e diferem apenas em sua armadura transversal.

A geometria das seções pode ser vista nas figuras 8.1 e 8.2.

Suas armaduras longitudinais são constituídas por quatro barras de $\phi 10$ mm, posicionadas na mesa, e seis barras de $\phi 24$ mm, posicionadas na extremidade inferior da alma, como mostrado na figura 8.1.

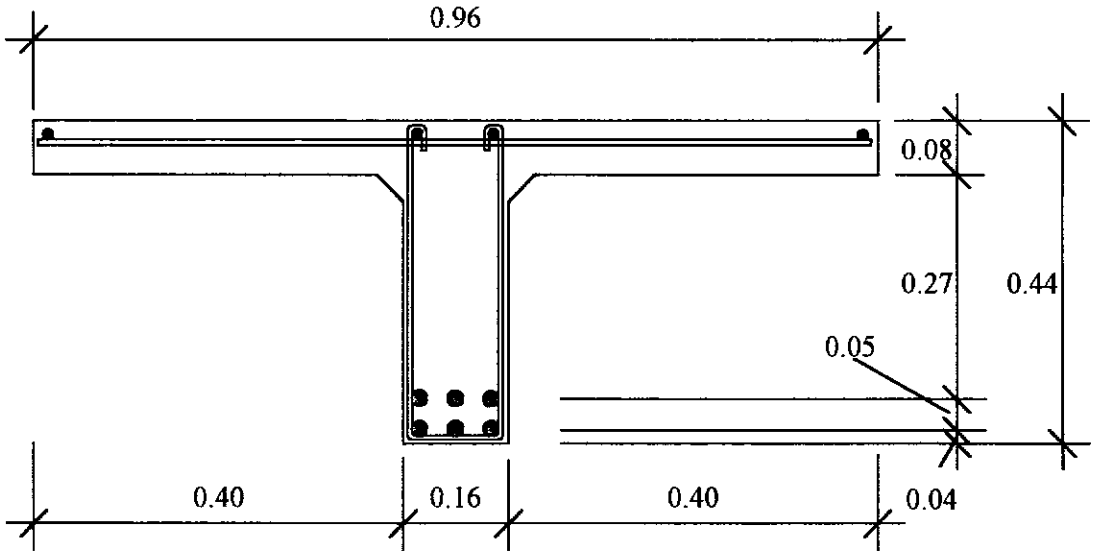


Figura 8.1

Suas armaduras transversais são compostas por pares de estribos, espaçados uniformemente a cada 11,3 cm, tanto na alma quanto na mesa, e o diâmetro dos estribos varia conforme apresentado na tabela 8.2.

Tabela 8.2:

Viga	ϕ do estribo (mm)
TA1	12
TA2	10
TA3	8
TA4	6

As propriedades mecânicas dos materiais foram determinadas experimentalmente e estão relacionadas nas tabelas 8.3 e 8.4.

Tabela 8.3 - Propriedades da armadura

ϕ (mm)	Área (mm ²)	$f_{0,2}$ (MPa)	f_{st} (MPa)	E (GPa)
6	31	449	581	195
8	53	426	536	210
10	78	434	548	210
12	117	435	547	210
24	440	417	546	205

O carregamento é aplicado por duas cargas concentradas de valor $P/2$, posicionadas como mostra a figura 8.2.

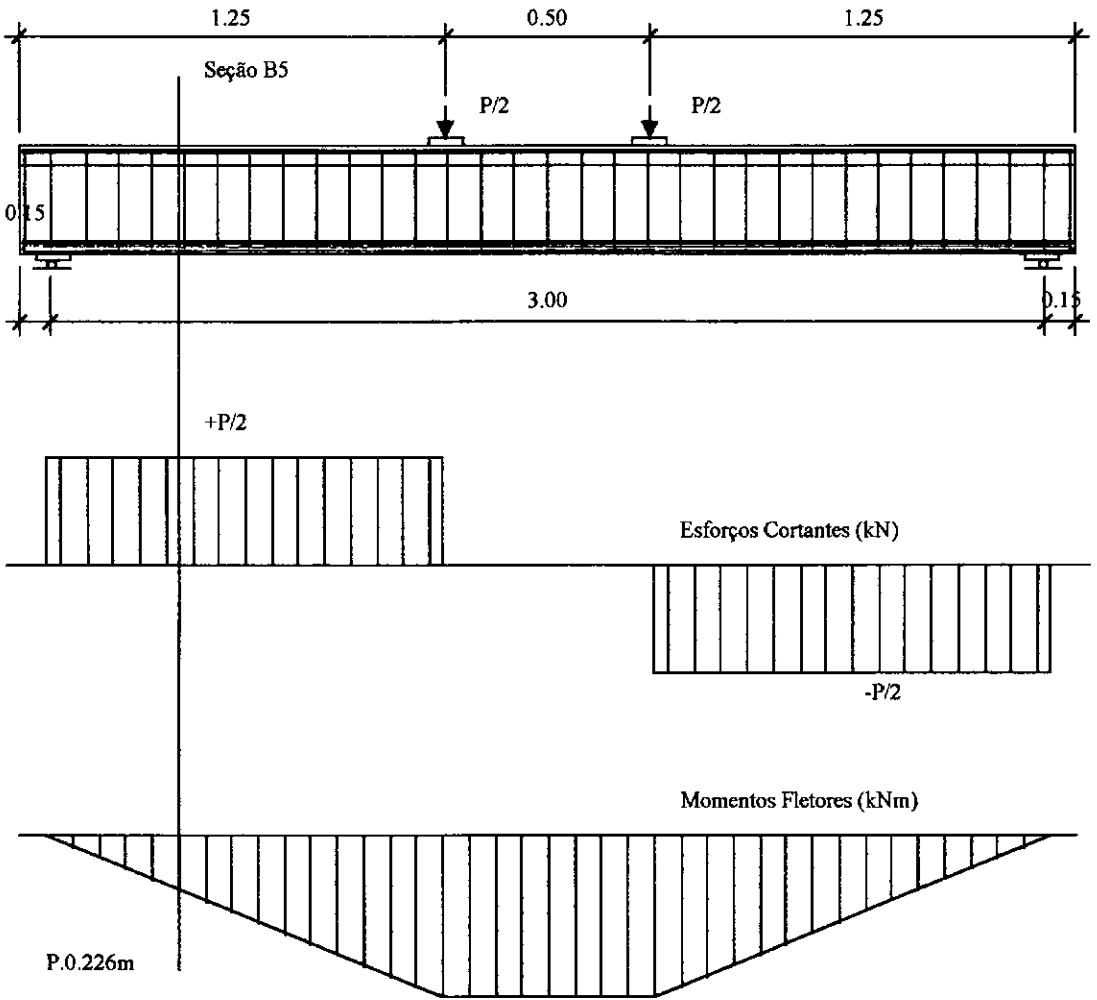


Figura 8.2

Foi utilizada, como resistência do concreto, a resistência do corpo de prova cilíndrico por compatibilidade com a formulação teórica, apresentada neste trabalho.

A resistência de tração do concreto pode ser determinada, como sugerido por Collins e Mitchell (4), a partir da fórmula a seguir, onde f_c e f_{ct} estão em MPa:

$$f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c} \quad [\text{MPa}] \quad (8.1)$$

Tabela 8.4 - Propriedades do concreto

Viga	f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)
TA1, TA2	15.5	1.3
TA3, TA4	15.4	1.3

O modelo computacional adotado pode ser visto na figura 8.3. Nele foram utilizados oito nós representando os pontos singulares da seção e os principais elementos foram divididos em dez segmentos cada.

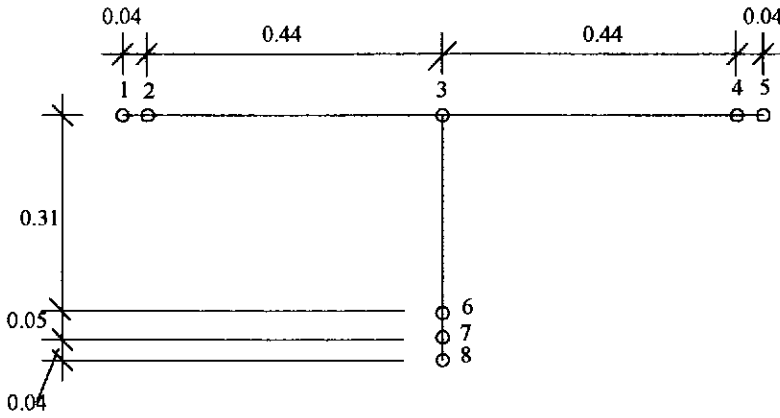


Figura 8.3

O carregamento foi sendo elevado gradualmente para uma carga P , variando de zero até 600 kN, com intervalos de 50 kN. Desta forma, tentou-se traçar uma curva representativa do comportamento da estrutura com relação à evolução do carregamento.

A consideração do campo de compressão modificada, através das relações constitutivas propostas por Collins et al, se manifesta de uma forma mais evidente quando se analisa a resistência ao cisalhamento de uma peça em concreto armado.

A maneira mais direta de se avaliar como está sendo resistido o esforço cortante é sem dúvida o acompanhamento das tensões na armadura transversal. Através dos gráficos 8.1 a 8.4, pode-se acompanhar o mecanismo resistente de cisalhamento que se cria naturalmente na estrutura.

Foi acompanhado o comportamento de um painel situado à meia altura da alma das vigas.

Estes gráficos possuem bastantes características comuns.

Pode-se observar que a curva de Mörsch é uma reta que parte da origem. É uma reta porque o ângulo de inclinação das bielas é fixo em 45° e parte da origem porque despreza se completamente a participação do concreto na resistência à tração.

A curva determinada por Schulz (CEB) analisa a seção através de uma composição de painéis de concreto armado e utiliza uma curva de dimensionamento para simular o comportamento do concreto, desta forma, também parte da origem, pois negligencia a participação do concreto na resistência à tração.

As curvas referentes às análises efetuadas pelo programa Warping, com as relações constitutivas sugeridas a partir dos trabalhos de Collins, Bhide e Stevens, tentam de maneiras diferentes quantificar a parcela de tração resistida pelo concreto, por isto

não partem de origem e mantêm-se sempre abaixo das demais, exceto quando aproximam-se da carga de ruptura em que ocorre uma confluência de resultados.

As curvas de Collins e Bhide não se afastam muito em nenhum ponto, isto é, levam praticamente ao mesmo resultado.

Viga TA1

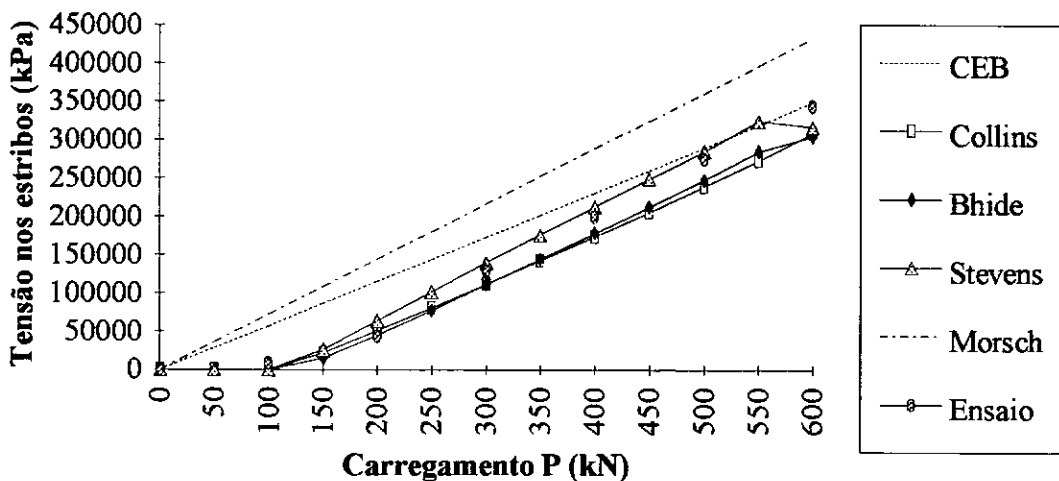


Gráfico 8.1

No gráfico da viga TA1, observa-se que os valores experimentais, obtidos no ensaio, situam-se dentro de uma região delimitada pelas curvas de Collins, Bhide e Stevens.

Viga TA2

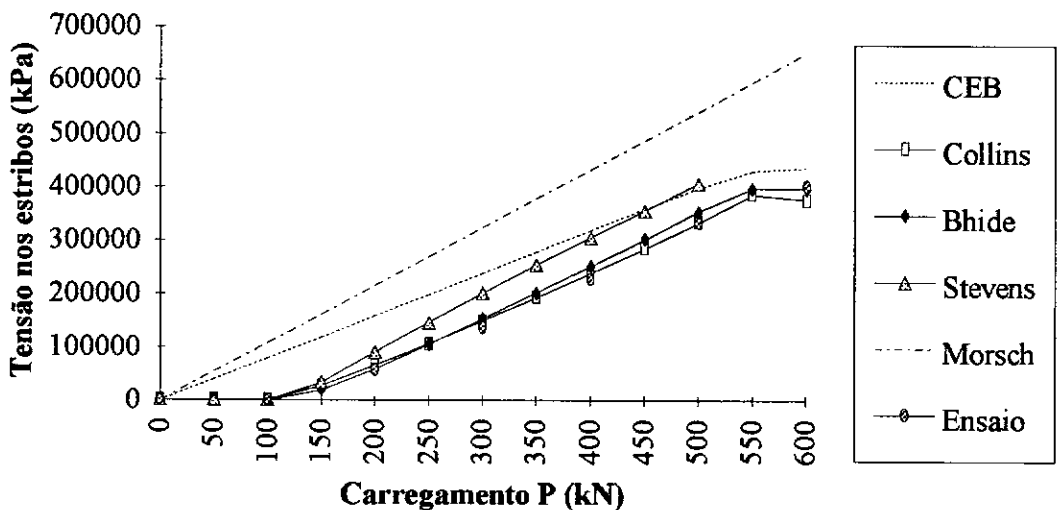


Gráfico 8.2

A reta de Mörsch prevê tensões nos estribos consideravelmente maiores, para a carga de ruptura, unicamente pela consideração mal feita do ângulo de inclinação das bielas, e não pela desconsideração do concreto à tração, já que a curva CEB também a faz e consegue bons resultados para aquela etapa do carregamento.

A curva CEB assemelha-se a uma reta pois praticamente não varia o ângulo de inclinação de bielas, com o crescimento do carregamento, como mostra o gráfico 8.5.

A partir da viga TA2, e com a progressiva diminuição da taxa de armadura transversal das vigas TA3 e TA4, começa-se a observar o fenômeno de escoamento da armadura de estribos, para as cargas mais elevadas.

Na viga TA2 ocorreu uma coincidência perfeita entre as curvas Collins e Bhide com os pontos experimentais obtidos por Leonhardt. Considerando-se o erro estatístico, envolvido neste tipo de análise, pode-se julgar extremamente satisfatória a qualidade destes resultados.

A curva de Stevens, entretanto, sofreu visivelmente problemas de convergência próximo à região de escoamento da armadura transversal.

Viga TA3

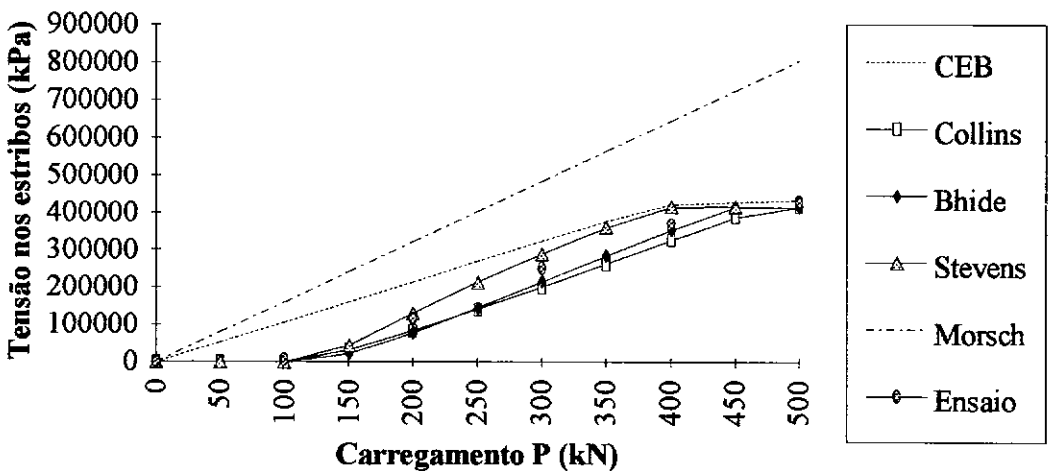


Gráfico 8.3

Nas vigas TA3 e TA4, intensifica-se o fenômeno do escoamento da armadura transversal, assim como os problemas de convergência do método de Stevens, nas regiões de maior carregamento.

Novamente observa-se que os valores experimentais situam-se dentro de uma região delimitada pelas curvas de Collins, Bhide e Stevens.

Pode-se também traçar um gráfico da evolução da direção das bielas de compressão com o aumento do carregamento, para o mesmo painel, situado à meia altura da alma.

Viga TA4

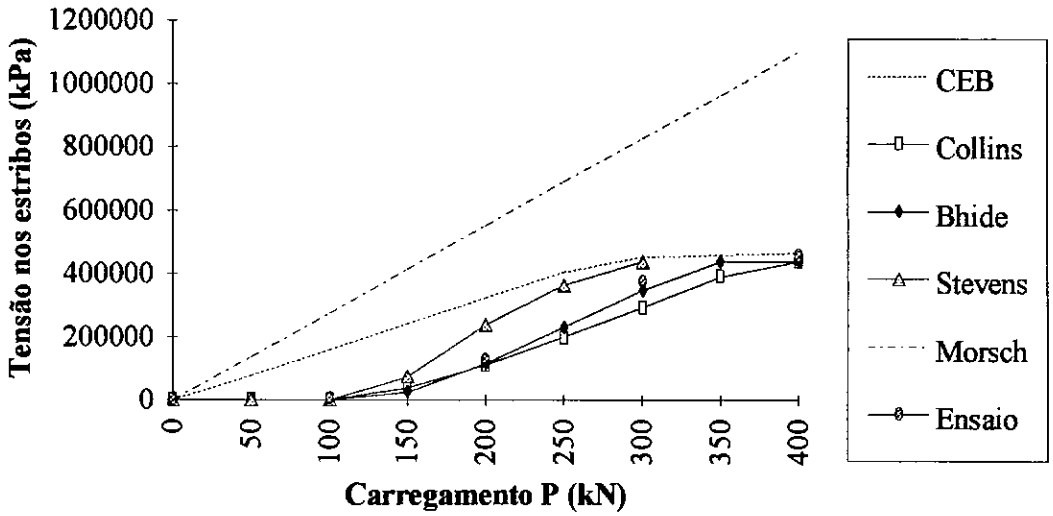


Gráfico 8.4

Utilizando-se a curva de dimensionamento do CEB, tem-se o gráfico 8.5.

Sem a consideração do "tension stiffening"

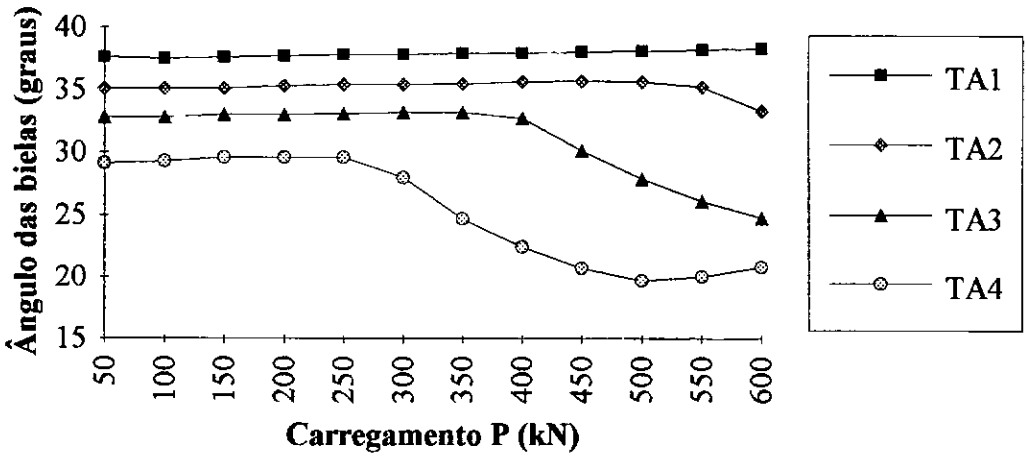


Gráfico 8.5

Com a utilização das curvas propostas por Collins tem-se um resultado bastante diferente para o mesmo tipo de acompanhamento, como se pode constatar pelo gráfico 8.6.

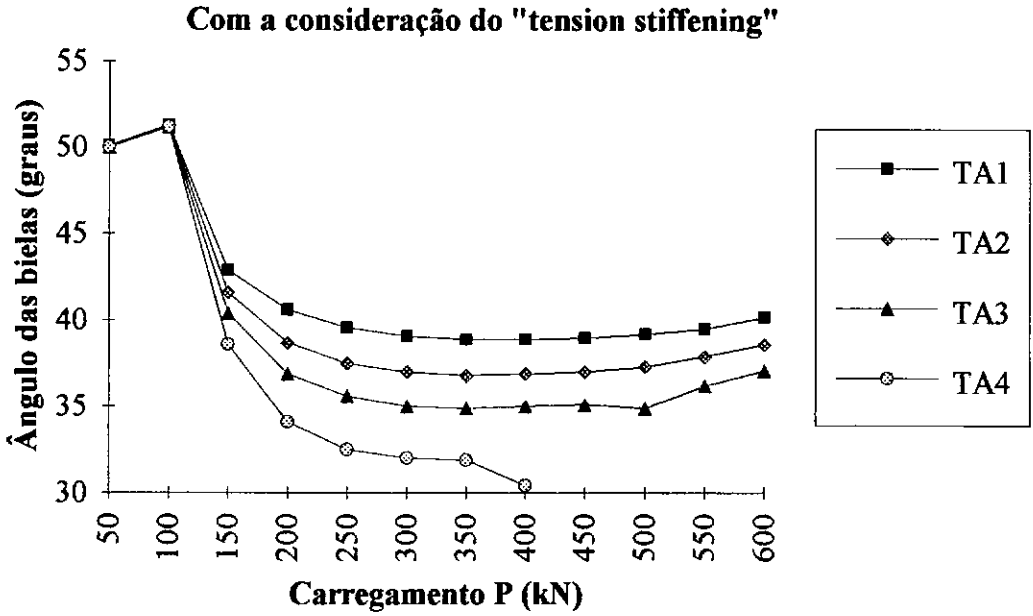


Gráfico 8.6

Pode-se observar dois aspectos importantes:

- Primeiramente, as curvas de Collins coincidem completamente até a carga aproximada de 100 kN, quando então começam a se diferenciar, decaindo abruptamente até se estabilizarem em diferentes patamares.
- Os valores de estabilização do segundo gráfico são sensivelmente maiores que os do primeiro, isto é, os painéis das vigas encontram uma solução de equilíbrio com uma inclinação de bielas menos abatida.

O que é evidente já que, como foi discutido, dentro de um regime elástico as diferentes percentagens de armadura pouco interferem nas direções principais de tensões, dentro de uma peça de concreto armado.

O valor de aproximadamente 50° de inclinação para as bielas de compressão (ver a definição de biela de compressão no item 3.2.1), dentro da fase elástica, é também coerente já que o painel escolhido para a análise situa-se um pouco abaixo da linha neutra elástica, onde é de aproximadamente 45° aquela inclinação.

A estabilização em ângulos de bielas menos abatidos pelas curvas de Collins pode ser explicada pela resistência à tração do concreto após a fissuração, o "tension stiffening", que permite com que as bielas necessitem de menor inclinação para satisfazerem a condição de equilíbrio.

A maior divergência dos dois gráficos, entretanto, é a queda da inclinação das bielas no primeiro gráfico, quando começa a ocorrer o escoamento da armadura transversal. Pode-se observar que, com a utilização da curva de dimensionamento do CEB, a inclinação das bielas se mantém praticamente constante, até o início da plastificação

da armadura transversal, quando estas procuram uma orientação mais horizontalizada. Este fenômeno não se observa com a utilização das curvas de Collins.

8.3 - Viga em Concreto Protendido

A fim de se avaliar o desempenho do programa Warping na simulação do comportamento de vigas em concreto protendido, foi escolhida a viga IP1. Esta peça faz parte de um programa de ensaios experimentais, realizado por Leonhardt, Koch e Rostásy (18), com a finalidade de estudar a resistência ao cortante de peças dotadas de cabos de protensão.

Nesta peça serão analisadas duas seções transversais, as quais chamou-se de A e B, distantes de 2.4 m, uma da outra, equidistantes do eixo central de simetria; estando, desta forma, submetidas às mesmas solicitações de esforço cortante (valor em módulo) e momento fletor, como mostra a figura 8.5.

Foram escolhidas para a análise seções suficientemente distanciadas dos apoios e da carga concentrada central, a fim de satisfazer as condições prescritas pela teoria.

As duas seções transversais possuem a mesma geometria, mesma armadura longitudinal e diferem apenas em sua armadura transversal.

As geometrias das seções, do meio do vão e sobre os apoios, são respectivamente mostradas nas figuras 8.4 - (a) e (b).

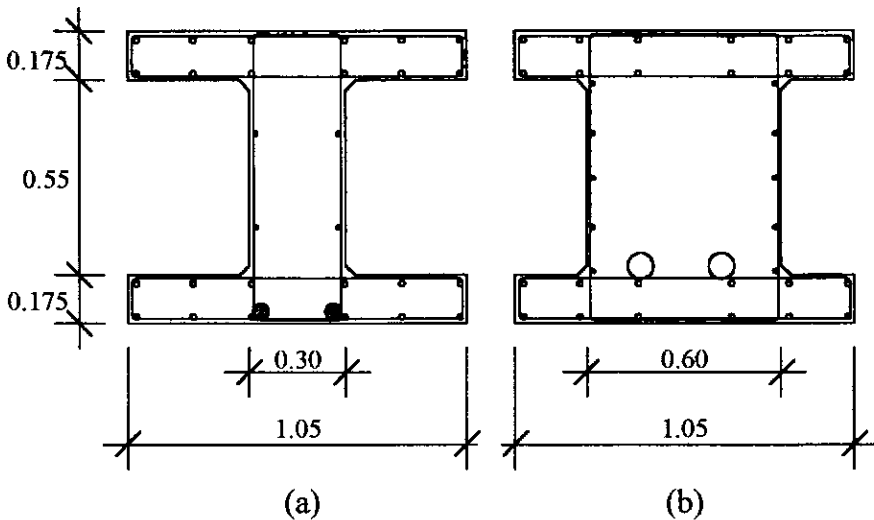


Figura 8.4

As seções A e B possuem a mesma geometria da seção central, mostrada na figura 8.4 - (a). Suas armaduras longitudinais são constituídas por doze barras de $\phi 14$ mm posicionadas na mesa superior, doze barras de $\phi 8$ mm posicionadas na mesa inferior, e quatro barras de $\phi 8$ mm distribuídas na alma.

Suas armaduras transversais são compostas por pares de estribos espaçados uniformemente a cada 14 cm, tanto na alma como nas mesas, e o diâmetro dos estribos varia conforme apresentado pela tabela 8.5.

Tabela 8.5:

Viga/Seção	ϕ do estribo (mm)
IP1A	12
IP1B	16

O carregamento é aplicado através de uma carga P , posicionada no meio do vão, como mostra a figura 8.5.

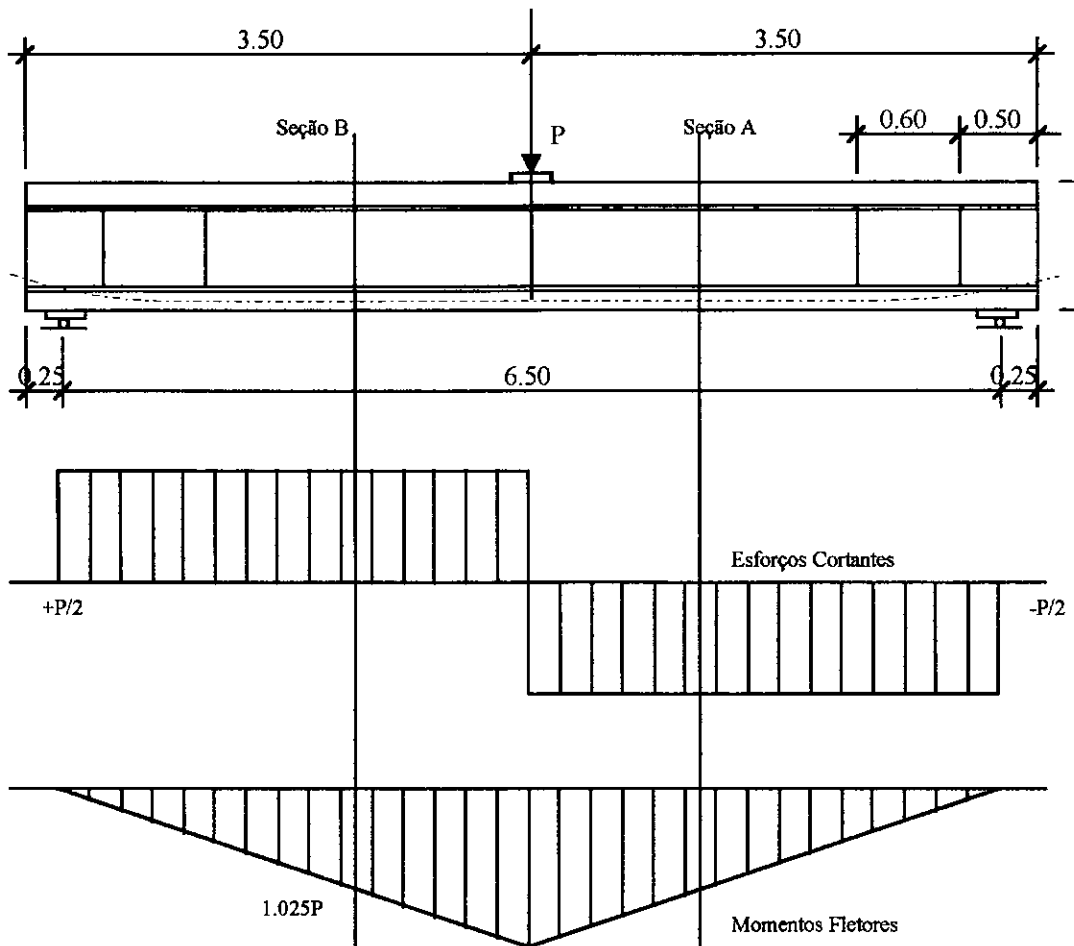


Figura 8.5

Cada seção é atravessada horizontalmente por dois cabos de protensão, a uma distância de 7,5 cm em relação ao seu bordo inferior. Cada cabo é formado por doze fios de $\phi 12,2$ mm. Os cabos são tensionados com um pré-alongamento de 0,00313.

Tabela 8.6 - Propriedades da armadura passiva

ϕ (mm)	Área (cm ²)	$f_{0,2}$ (MPa)	f_{st} (MPa)	E (GPa)
8	0.49	460	567	197
12	1.14	500	611	203
14	1.52	397	517	207
16	2.01	400	512	195

Tabela 8.7 - Propriedades da armadura de protensão

ϕ (mm)	Área (cm ²)	$f_{0,2}$ (MPa)	f_{st} (MPa)	E (GPa)
12.2	1.167	1225	1363	207

Foi utilizada, como resistência do concreto, a resistência do corpo de prova cilíndrico por compatibilidade com a formulação teórica, apresentada neste trabalho.

A resistência de tração do concreto pode ser determinada, como sugerido por Collins e Mitchell (4), a partir da fórmula a seguir, onde f_c e f_{ct} estão em MPa:

$$f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c} \quad [\text{MPa}] \quad (8.1)$$

Tabela 8.8 - Propriedades do concreto

Viga/Seção	f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)
IP1A e IP1B	23.4	1.7

O modelo computacional adotado pode ser visto na figura 8.6. Nele foram utilizados seis nós representando os pontos singulares da seção e cinco elementos, divididos em cinco segmentos cada, com exceção do elemento da alma no qual foram adotadas subdivisões.

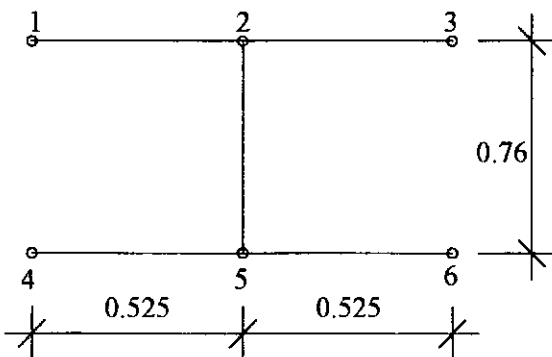


Figura 8.6

O carregamento foi sendo elevado gradualmente para uma carga P, variando de zero até 1800 kN, com intervalos de 200 kN. Desta forma, tentou-se traçar uma curva

representativa do comportamento da estrutura com relação à evolução do carregamento.

Através dos gráficos 8.7 e 8.8, pode-se acompanhar, mais uma vez, a evolução das tensões na armadura transversal. Foi escolhido, novamente, o comportamento de um painel situado à meia altura da alma da viga.

Viga IP1A

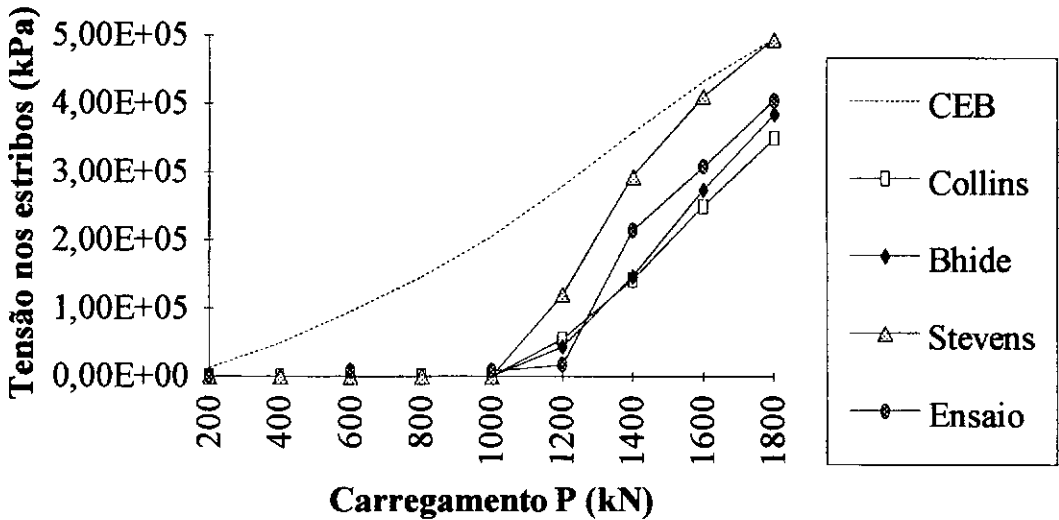


Gráfico 8.7

Pode-se observar que os valores obtidos pela análise experimental situam-se sempre abaixo dos valores previstos pela curva de dimensionamento do CEB e, de uma forma geral, dentro de uma região delimitada pelas curvas de Collins, Bhide e Stevens. O que coincide com a análise anterior, para o caso das vigas em concreto armado.

A curva sem a consideração do enrijecimento à tração, definitivamente, não dá bons resultados para a predição do comportamento de peças em concreto protendido. O que é evidente já que se sabe que as peças protendidas estão menos sujeitas à fissuração do que as peças em concreto armado.

As curvas baseadas na teoria do campo de compressão modificada são capazes de reproduzir com melhor precisão o comportamento do concreto em etapas anteriores à fissuração, o que reduz significativamente a tensão nos estribos das peças em concreto protendido.

Através dos gráficos 8.7 e 8.8, pode-se perceber que o painel em análise fissa para uma carga P, atuando dentro de uma faixa de 1200 a 1400 kN aproximadamente. As curvas de Collins, Bhide e Stevens prevêem o início da fissuração para uma carga P de cerca de 1000 kN, isto é, um valor 30% mais baixo.

Viga IP1B

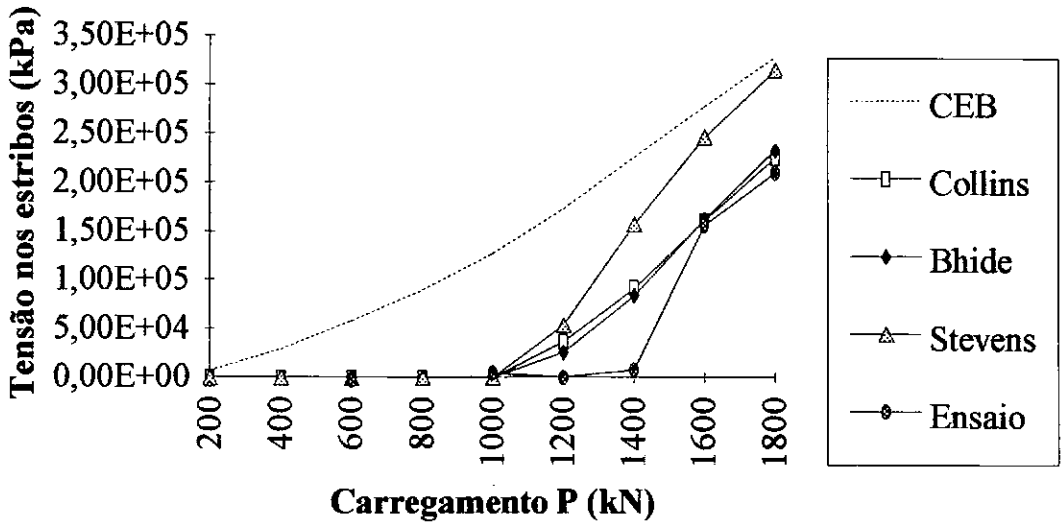


Gráfico 8.8

Isto não deve ser considerado como uma falha da teoria, já que a tensão de ruptura à tração do concreto, f_{ct} , é introduzida pelo usuário, como um dos dados de entrada. Neste trabalho foi adotada a sugestão de Collins e Mitchell, com a utilização da fórmula 8.1. A melhor solução seria a determinação direta experimental deste parâmetro de resistência.

Os valores das tensões finais de ruptura estão situados dentro de uma faixa bastante satisfatória, tanto para a curva de Bhide como para a de Collins. Infelizmente, o mesmo não pode ser dito para as curvas de dimensionamento e de Stevens, que prevêem resultados maiores do que os observados pelo ensaio.

8.4 - Vigas com Cabos Inclinados de Protensão

A fim de se avaliar o desempenho do programa Warping na simulação do comportamento de vigas com cabos inclinados de protensão, foram escolhidas as vigas TG1 e TG2. Estas peças fazem parte de um programa de ensaios experimentais, realizado por Leonhardt, Koch e Rostásy (18), com a finalidade de estudar a resistência ao cortante de peças dotadas de cabos de protensão.

Nelas serão analisadas quatro seções transversais.

Em cada uma destas vigas, foram selecionadas duas diferentes seções as quais chamamos de A e B, distantes de 2.4 m uma da outra, equidistantes do eixo central de simetria, estando, desta forma, submetidas às mesmas solicitações de esforço cortante (valor em módulo) e momento fletor, como mostra a figura 8.8.

Foram escolhidas para a análise seções suficientemente distanciadas dos apoios e da carga concentrada central, a fim de satisfazer as condições prescritas pela teoria.

As quatro seções transversais possuem a mesma geometria, mesma armadura longitudinal e diferem apenas em sua armadura transversal.

As geometrias das seções, do meio do vão e sobre os apoios, são respectivamente mostradas nas figuras 8.7 - (a) e (b).

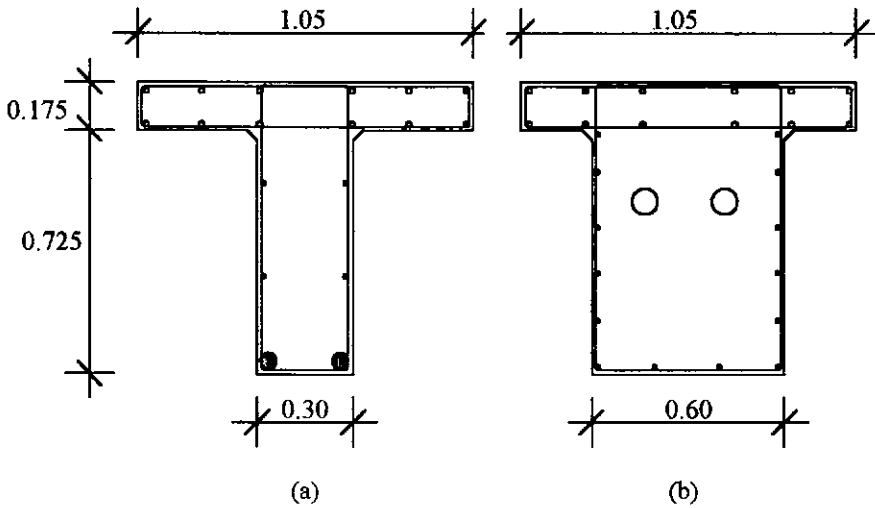


Figura 8.7

As seções A e B possuem a mesma geometria da seção central, mostrada na figura 8.7 - (a). Suas armaduras longitudinais são constituídas por doze barras de $\phi 14$ mm, posicionadas na mesa, e seis barras de $\phi 8$ mm distribuídas na alma.

Suas armaduras transversais são compostas por pares de estribos, espaçados uniformemente, tanto na alma como na mesa, conforme apresentado pela tabela 8.9.

Tabela 8.9:

Viga/Seção	ϕ do estribo (mm)	espaçamento (cm)
TG1A	8	30
TG1B	10	30
TG2A	10	20
TG2B	12	20

O carregamento é aplicado através de uma carga concentrada de valor P, posicionada no meio do vão, como mostra a figura 8.8.

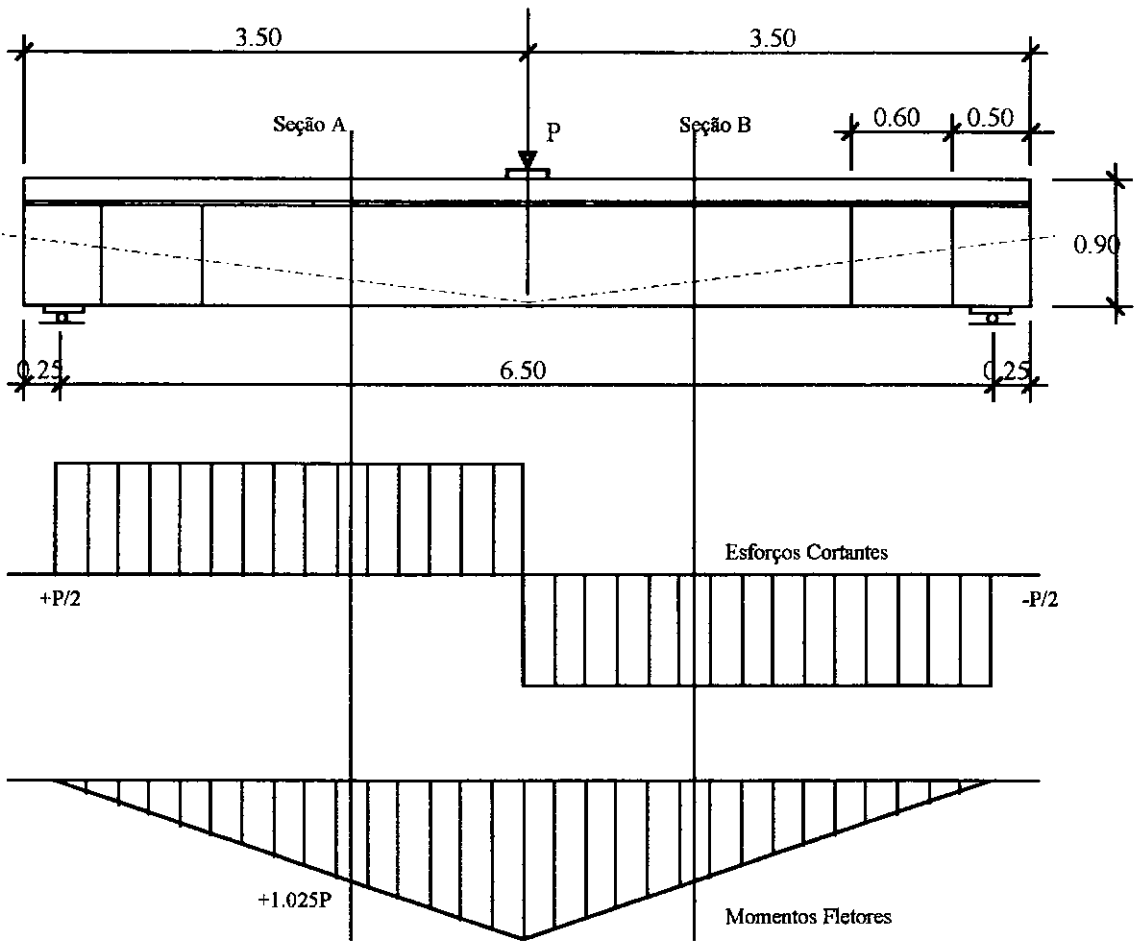


Figura 8.8

Tabela 8.10 - Propriedades da armadura passiva

ϕ (mm)	Área (cm ²)	$f_{0.2}$ (MPa)	f_{st} (MPa)	E (GPa)
8	0.49	454	567	198
10	0.77	463	561	203
12	1.09	480	623	205
14	1.52	397	517	207

Cada seção é dotada de dois cabos de protensão que a atravessa inclinadamente, a uma altura de 0.219 m em relação ao seu bordo inferior. Cada cabo é formado por doze fios de $\phi 12.2$ mm. Os cabos são tensionados como mostra a tabela 8.11.

Tabela 8.11 - Forças de protensão e pré-alongamentos

Viga/Seção	F^0 (kN)	ϵ^0	Inclinação (graus)
TG1A e TG1B	1681	0.00290	6.9
TG2A e TG2B	1708	0.00307	6.9

Tabela 8.12 - Propriedades da armadura de protensão

ϕ (mm)	Área (cm ²)	$f_{0,2}$ (MPa)	f_{st} (MPa)	E (GPa)
12.2	1.167	1225	1363	207

Foi utilizada, como resistência do concreto, a resistência do corpo de prova cilíndrico por compatibilidade com a formulação teórica, apresentada neste trabalho.

A resistência de tração do concreto pode ser determinada, como sugerido por Collins e Mitchell (4), a partir da fórmula 8.1, onde f_c e f_{ct} estão em MPa:

$$f_{ct} = 0.33\sqrt{f_c} \quad [\text{MPa}] \quad (8.1)$$

Tabela 8.13 - Propriedades do concreto

Viga/Seção	f_c (MPa)	f_{ct} (MPa)
TG1A e TG1B	31.2	1.8
TG2A e TG2B	27.3	1.7

O modelo computacional adotado pode ser visto na figura 8.9. Nele foram utilizados cinco nós, representando pontos singulares da seção e quatro elementos, divididos em cinco segmentos cada.

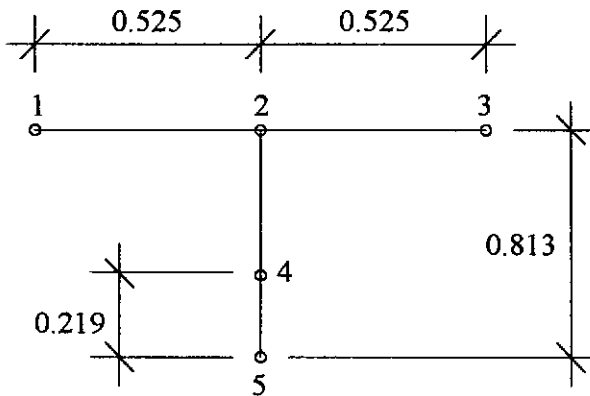


Figura 8.9

O carregamento foi sendo elevado gradualmente para uma carga P , variando de zero até 1800 kN, com intervalos de 200 kN. Desta forma, tentou-se traçar uma curva representativa do comportamento da estrutura com relação à evolução do carregamento.

Fazendo um acompanhamento das tensões nas armaduras transversais, através dos gráficos 8.9 a 8.12, pode-se acompanhar o mecanismo resistente ao cisalhamento que se cria naturalmente nestas estruturas.

Foi acompanhado, portanto, o comportamento de um painel posicionado entre os nós 2 e 4 das almas das vigas, isto é, acima do cabo inclinado de compressão (ver figura 8.9).

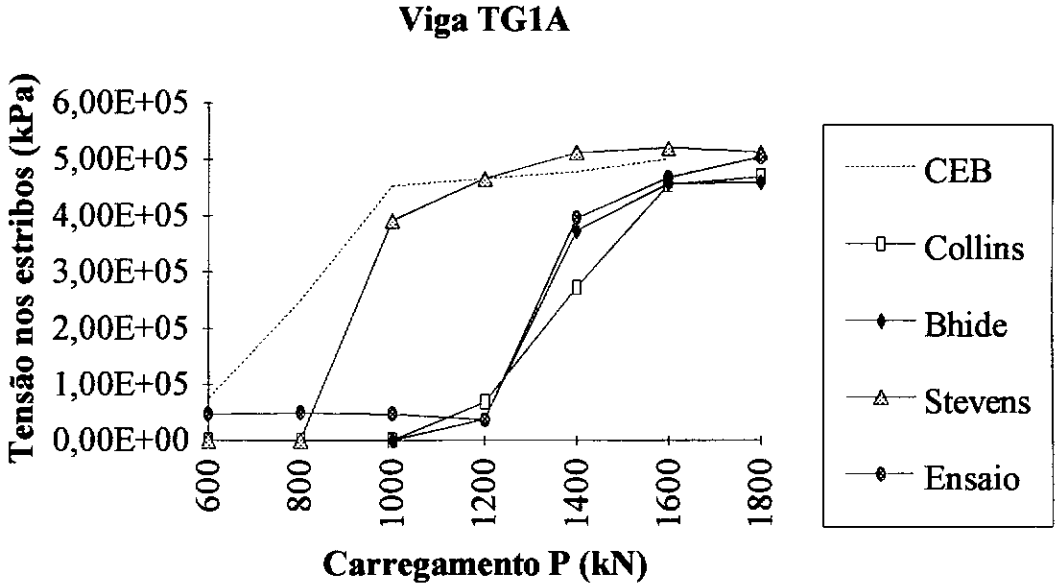


Gráfico 8.9

Pode-se observar que, mais uma vez, a curva experimental encontra-se sempre abaixo da curva determinada por Schulz, com base na curva de dimensionamento do CEB, e dentro de uma região formada pelas curvas de Collins, Bhide e Stevens.

Para o caso da viga TG1, a curva de Bhide conseguiu uma excelente aproximação com a curva obtida experimentalmente. Considerada a margem de erro envolvida em uma análise como esta, pode-se julgar como bastante satisfatórios os resultados assim obtidos.

O que é peculiar neste grupo de gráficos é que as curvas experimentais possuem uma determinada tensão inicial de tração que não é prevista pela análise numérica, em nenhuma das curvas.

Esta tensão inicial dos estribos é provavelmente proveniente do histórico do carregamento, neste caso, decorrente da forma como foi aplicada a protensão dos cabos. As vigas foram carregadas por uma carga P de 36 kN, antes de ser dada a protensão da armadura, a fim de serem evitados danos devidos a uma contra-flecha excessiva.

Observa-se, novamente, que a curva de dimensionamento do CEB não é aconselhável para a análise das peças protendidas. Seus resultados computados são completamente diferentes dos observados na prática, com exceção daqueles obtidos para as cargas finais de ruptura.

Viga TG1B

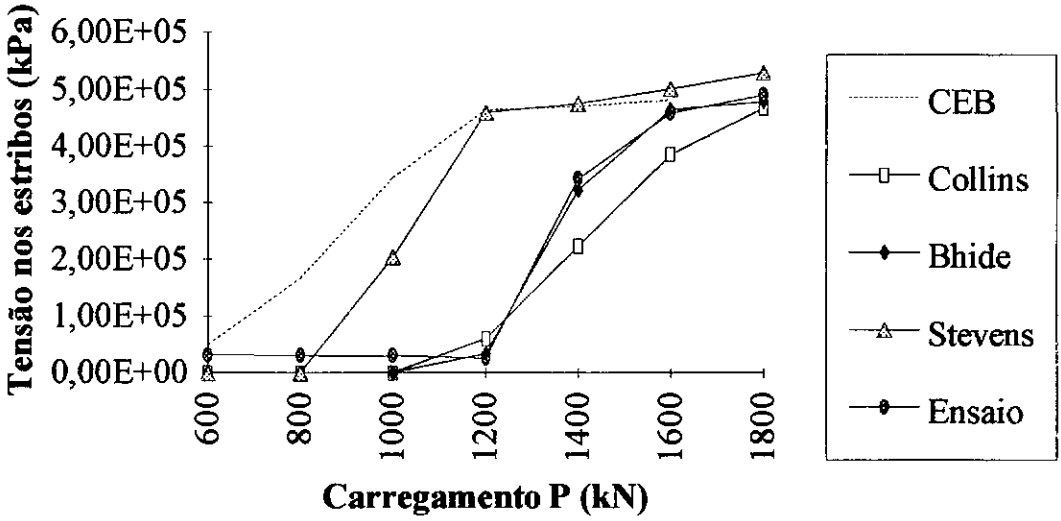


Gráfico 8.10

A curva de Bhide parece se distanciar um pouco mais da curva de Collins, sugerindo inclusive melhores resultados.

A curva de Stevens não mais apresentou problemas de convergência mas, ainda assim, não demonstrou ser de grande precisão.

Viga TG2A

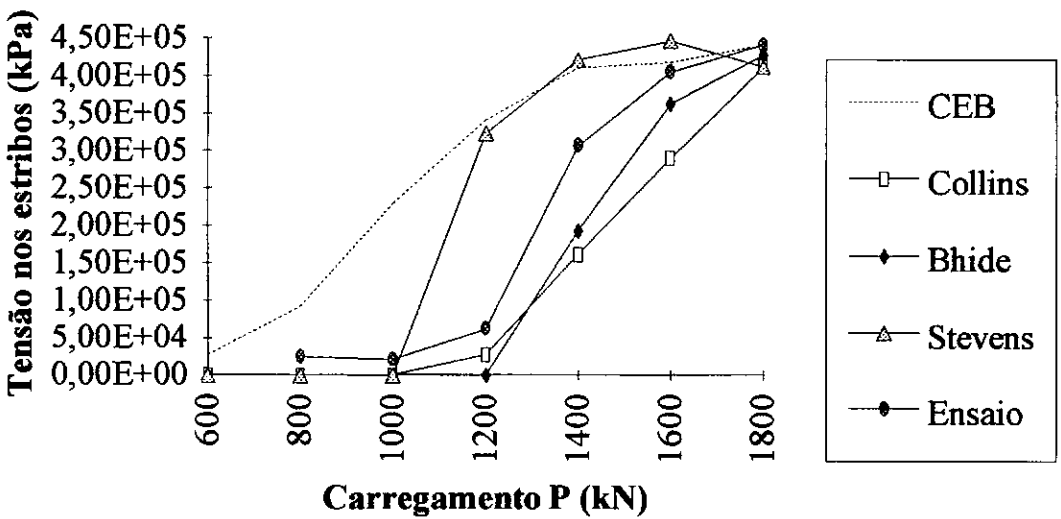


Gráfico 8.11

Nos carregamentos próximos às cargas de ruptura é sempre observada uma confluência dos resultados.

A análise numérica para a viga TG2 não foi tão bem sucedida como o foi para a viga TG1. Esta diferença na qualidade dos resultados não é surpreendente e é, de certa forma, comum em aferições de análises computacionais.

Viga TG2B

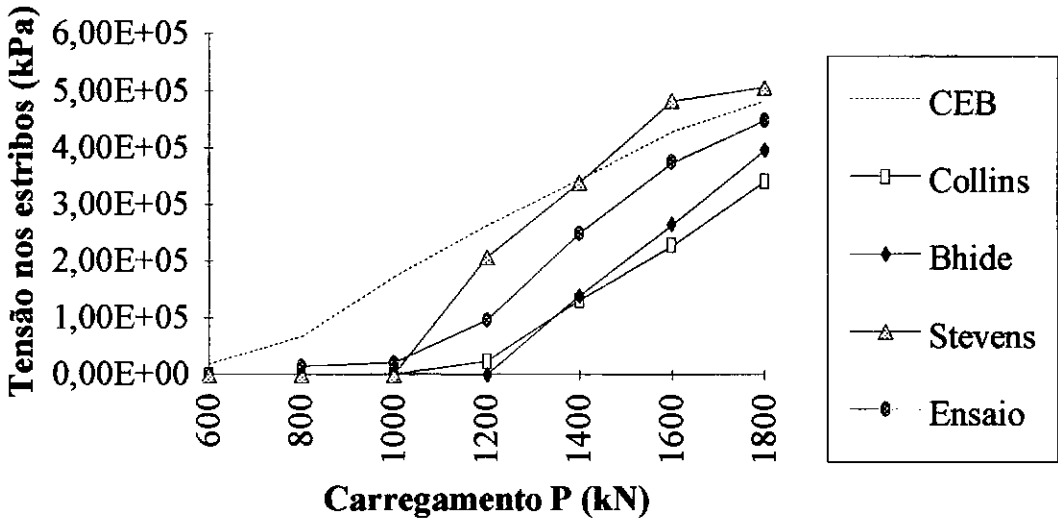


Gráfico 8.12

Com os resultados obtidos para as vigas dotadas de cabos inclinados de protensão, pode-se fazer ainda um outro tipo de análise comparativa bastante representativo para este tipo de estruturas. Pode-se verificar como variam as inclinações das bielas de compressão, ao longo da altura destas peças.

Com a utilização dos cabos inclinados, nas peças TG1 e TG2, a altura útil d diminui, a medida que as seções transversais se aproximam dos apoios extremos.

Como foi visto pelo estudo das treliças no capítulo 1, as bielas inclinadas de compressão, principais responsáveis pela resistência ao cisalhamento, ligam os banzos longitudinais de tração e compressão das vigas. Com a redução da altura útil observa-se uma diminuição da região efetivamente resistente ao cisalhamento da seção, isto é, acima da armadura de protensão; e cria-se, no restante da alma, uma região praticamente sem utilidade dentro deste mecanismo resistente.

No ensaio, estas vigas foram levadas até a ruptura quando foi constatado que a configuração final de fissuração seguia um padrão aproximadamente como o mostrado pela figura 8.10, isto é, as fissuras diagonais partiam do banzo comprimido, com uma determinada inclinação, até encontrarem a armadura de protensão, quando então mudavam abruptamente de direção, assumindo um abatimento quase nulo.

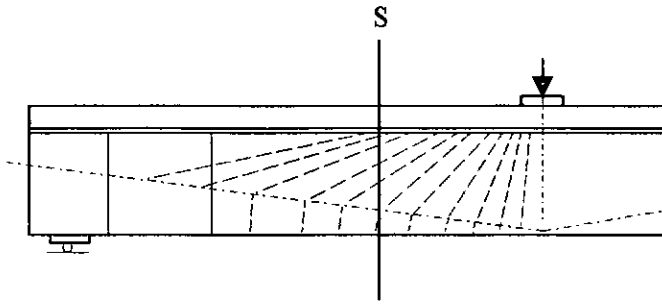


Figura 8.10

A fim de se avaliar a validade dos resultados obtidos pelo programa Warping, para a consideração dos cabos inclinados de protensão, foram investigados resultados referentes à inclinação das bielas de compressão. Para isto, foi escolhida a análise da seção TG1A com a utilização da formulação de Bhide, caso que apresentou satisfatória coincidência com os resultados experimentais, como mostrado pelo gráfico 8.9. Os resultados obtidos para uma carga P igual a 1800 kN podem ser observados na tabela 8.14.

Tabela 8.14 - Inclinação das bielas ao longo da altura, para a seção TG1A e P = 1800 kN.

Elemento	Painel	Inclinação (graus)
4	0	09.668
4	1	25.230
4	2	21.811
4	3	20.698
4	4	20.727
4	5	20.442
5	0	89.102
5	1	89.007
5	2	89.359
5	3	89.567
5	4	88.562
5	5	90.000

Pode-se constatar que o abatimento das bielas de compressão é significativo apenas na região da alma acima da armadura de protensão (elemento 4), e suas inclinações são da ordem de 20° em relação ao eixo longitudinal da peça.

Na região abaixo dos cabos de protensão (elemento 5), é praticamente nulo o abatimento das bielas de compressão, isto é, as bielas são quase ortogonais ao eixo longitudinal da peça e colaboram muito pouco para a resistência ao cisalhamento.

CONCLUSÕES

9.1 - Introdução

Foi proposto um procedimento computacional para a análise de uma seção de concreto armado e protendido, com geometria qualquer, submetida a um conjunto de esforços generalizados composto por: esforço axial, dois momentos fletores, dois esforços cortantes, bimomento e torção de empenamento.

É somente exigido que a peça seja constituída por paredes delgadas, paralelas ao seu eixo longitudinal, e que a seção transversal a ser analisada seja desprovida de células fechadas, o que originaria uma torção de Saint-Venant.

As armaduras passiva e de protensão podem apresentar inclinações em relação ao eixo longitudinal da peça. Esta teoria tenta completar, em certos aspectos, o trabalho de pesquisa apresentado por Schulz (26), em 1988.

Serão apresentados a seguir comentários pertinentes à análise iterativa, a implementação da teoria do campo de compressão modificada (como sugerida por Collins et al) e a análise de seções dotadas de cabos inclinados de protensão.

9.2 - A Análise Iterativa

Qualquer tipo de análise iterativa está sujeita a problemas de convergência.

Vários métodos de convergência foram estudados durante este trabalho. Para a implementação computacional destas teorias, várias sugestões de diferentes autores foram experimentadas com maior ou menor sucesso.

Os métodos baseados na utilização de matrizes secantes não trouxeram nenhuma vantagem significativa para a análise iterativa, mas sim um gasto maior de tempo computacional. De fato, a singularidade da matriz de rigidez tangente é um problema fatal em uma iteração do tipo Newton-Raphson, mas pode ser contornada com a adoção de curvas constitutivas que nunca atinjam uma derivada nula (horizontal).

O rastreamento iterativo de curvas com ramos descendentes é ainda mais difícil de ser executado. A adoção de uma solução via matriz secante, nestes casos, torna-se muito mais trabalhosa pois requer a inversão do passo iterativo quando é encontrado o ramo descendente, do outro lado do ponto máximo. Desta forma, este método requer uma constante avaliação da primeira derivada das curvas, não oferecendo portanto nenhum tipo de vantagem ou simplificação, em comparação com a formulação tangente.

Na análise não linear de peças laminares em concreto armado, submetidas a esforço cortante, a solução dos painéis de concreto armado se mostrou ser o ponto nevrálgico do problema. As demais iterações, constituintes do procedimento aqui proposto, não mais apresentaram problemas de convergência, após a eliminação dos trechos de derivada nula, nas equações constitutivas dos materiais.

Desta forma, todo o esforço foi dedicado a se conseguir um procedimento estável para a determinação das soluções dos vários painéis de concreto armado, distribuídos ao longo da seção transversal. As sugestões de Stevens (28) e Schulz (26) foram muito apreciadas e de grande utilidade. O formalismo matemático seguido por estes autores, assim como a matriz de rigidez tangente do concreto por eles preconizada, foram integralmente aproveitados nos programas Warping e Copanel.

Na falta de um método sempre convergente para a determinação da solução de um painel de concreto armado, foi necessário recorrer a soluções alternativas que satisfizessem, de forma adequada, as necessidades do procedimento computacional aqui proposto.

O método da matriz tangente mostrou-se extremamente rápido e eficiente quando inicializado em uma região próxima à solução. Baseado nesta observação, tentou-se contornar a não-convergência de um determinado teste iterativo, com a substituição de seu método de inicialização.

Dentro desta idéia, o processo deve ser inicializado, mais uma vez, sempre que não for conseguida a convergência para a solução.

De fato, as técnicas de reinicialização mostraram ser de grande utilidade e fazem com que o problema da não-convergência possa ser resolvido por meio de um estudo preliminar adequado do vetor de inicialização.

Outro melhoramento importante, introduzido no programa Warping, foi a adoção de soluções aproximadas de erro relativo minimizado, para os casos dos painéis que não possuem solução. Este procedimento mostrou ser de grande valia no contexto em que foi utilizado. Na falta de uma solução suficientemente aproximada para estes painéis, é adotada uma solução tampão que impede que seja interrompida a execução do programa, permitindo uma posterior correção automática do processo.

Finalmente, a adoção de curvas intermediárias foi também uma solução alternativa extrema, para os casos não-convergentes. Muitas vezes as equações constitutivas dos materiais possuem pontos de descontinuidades de derivada, ou ramos descendentes, que dificultam ou, até mesmo, impossibilitam a localização da solução.

Com a utilização de uma convergência preliminar, adotando-se uma curva constitutiva fictícia livre de descontinuidades, com derivada contínua para todo o domínio e sem ramos descendentes, pode-se determinar um vetor solução suficientemente próximo da solução real, de forma que possa ser utilizado como vetor de inicialização para o procedimento iterativo usual. Isto, a rigor, seria uma técnica de pré-inicialização.

Através da utilização simultânea de todas estas técnicas, tentou-se garantir a convergência para a grande maioria dos casos.

Com a utilização do programa Warping, nos problemas selecionados, pode-se afirmar que se conseguiu atingir satisfatoriamente este objetivo. Tentou-se, principalmente, mostrar que a análise iterativa pode ser melhorada.

9.3 - A implementação da Teoria do Campo de Compressão Modificada

Neste trabalho, tentou-se conjugar diversos trabalhos teóricos; de um lado, a análise de seções laminares desenvolvida por Vlasov, Diaz e Schulz, e de outro as recentes investigações quanto ao comportamento de peças em concreto armado, desenvolvidos pela Universidade de Toronto, por Collins, Vecchio, Bhide e Stevens.

Procurou-se selecionar o melhor de cada uma delas para que fosse atingido o objetivo proposto. Na falta de informações para se concluir qual a mais adequada, como no caso da avaliação do "tension stiffening", foram apresentadas as sugestões dos diferentes autores, e assim, implementadas nos códigos do programa Warping.

Os resultados foram apresentados comparativamente através de gráficos, de forma que estes devem responder se são permissíveis as simplificações impostas pelo modelo e se são representativas as equações constitutivas adotadas para os materiais.

Verificou-se que a consideração da teoria do campo de compressão não é aceitável, exceto para as cargas próximas à ruptura. Em outras palavras, a desconsideração do concreto resistindo à tração, só deve ser aceita para o estado limite último, com finalidade única de dimensionamento.

A consideração da teoria do campo de compressão modificada é aceitável para qualquer etapa do carregamento e reproduz com propriedade o comportamento da peça dentro, obviamente, de uma dispersão estatística sempre presente em análises experimentais de materiais heterogêneos como o concreto armado.

As três relações constitutivas sugeridas para a consideração do "tension stiffening" mostraram-se bastante satisfatórias. A relação sugerida por Stevens pareceu ser mais sensível à problemas de convergência, quando aplicada próxima à cargas de ruptura, o que não deve ser encarado como um julgamento definitivo, já que pode ter ocorrido uma má interpretação do material bibliográfico.

A análise de estruturas submetidas a esforço cortante, com a utilização de painéis de concreto armado, mostrou-se também bastante aceitável. Apesar das restrições impostas pela teoria (seções distantes de apoios e cargas concentradas e hipótese de Bernoulli) os resultados são, inegavelmente, bastante representativos.

A consideração dos esforços transversais é imprescindível em uma pretensa análise não-linear e, desta forma, este trabalho vem sugerir e exemplificar diversas formas de como este efeito pode ser incorporado à análise. Schulz mostrou que, com a própria curva de dimensionamento, pode-se precariamente simular o mecanismo de resistência ao cisalhamento. Este trabalho vem reforçar ainda mais o que foi dito, mostrando que é possível não só considerar o cisalhamento mas inclusive reproduzi-lo de uma maneira racional e significativa para qualquer estágio de carregamento.

Outros tipos de análises ainda ficarão para serem investigadas em trabalhos posteriores. A adoção do "rotating crack model" e a suposição da coincidência entre as direções das bielas e a das fissuras, foram consideradas em prol da simplicidade do modelo.

Sugere-se, para outros trabalhos, que se estude formulações e implementações referentes ao "fixed crack model", para o qual a direção das fissuras, uma vez formadas, se mantenha constante com a evolução do carregamento. Neste caso, é fundamental um conhecimento mais profundo quanto à resistência de bielas de compressão que atravessam as fissuras, assim como o efeito de engrenamento do agregado e o efeito de pino das armaduras.

Outras sugestões referem-se à implementação destes conceitos à teoria dos elementos finitos, permitindo assim que seja abandonada a teoria das seções planas (hipótese de Bernoulli), e a conversão deste procedimento de verificação em um programa de dimensionamento simultâneo ótimo das armaduras longitudinais e transversais.

9.4 - A Análise dos Cabos Inclinados de Protensão

Em uma peça qualquer de concreto protendido, é freqüente a utilização de cabos inclinados de protensão devido ao enorme ganho de eficiência na resistência ao cisalhamento e a outros tipos de vantagens, como a redução da excentricidade dos cabos nas regiões de momento fletor atuante nulo.

Um procedimento computacional que se proponha a analisar qualquer seção laminar de concreto armado ou protendido deve portanto englobar a análise das barras ou cabos inclinados em relação ao eixo longitudinal da peça. Neste intuito, foi desenvolvido neste trabalho uma extensão da teoria do painel fissurado, capaz de considerar a presença deste tipo de armadura e a sua resistência direta ao esforços cisalhantes atuantes na seção.

A determinação da distribuição dos esforços cisalhantes, ao longo da seção, torna-se mais complexa com presença dos cabos inclinados. Dependendo da orientação do

cabo, e da força de protensão nele aplicada, pode-se ter uma redução ou mesmo uma majoração das tensões cisalhantes atuantes diretamente sobre o concreto e os estribos. Em outras palavras, os cabos inclinados de protensão introduzem tensões cisalhantes sobre a seção transversal que podem ter sentido igual ou contrário às solicitações cisalhantes externas, oriundas do carregamento da estrutura; é o chamado cortante de protensão.

Outro fator que dificulta a análise, na consideração dos cabos inclinados, é que a variação de uma configuração deformada para a seção transversal deve causar uma variação da força atuante no cabo de protensão que, neste caso, causará uma variação do cortante de protensão da seção. Desta forma, a correção das deformações longitudinais da seção gera um desequilíbrio de forças na direção transversal da mesma. A solução final deve atender ao equilíbrio em ambas as direções.

Devido a estes fatores, a análise das peças dotadas de cabos inclinados de protensão está obviamente mais sujeita aos fenômenos de não-convergência do método iterativo e requer, por isto, uma inicialização mais aprimorada, que já considere estes esforços de protensão.

Apesar da maior instabilidade do método, com a utilização dos cabos inclinados de protensão, não foi constatado nenhum caso de não-convergência. O que foi observado foi um número um pouco maior de iterações necessárias para a determinação da solução.

Com a observação dos gráficos comparativos entre os resultados numéricos obtidos pelo programa Warping, e os valores coletados experimentalmente por Leonhardt et al, apresentados no capítulo 8, pode-se concluir que é satisfatória a formulação apresentada para as barras ou cabos inclinados de protensão.

Referências Bibliográficas

- (01) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR-6118, Projeto e execução de obras de concreto armado*. 29,7 cm. 76 p. 1978.
- (02) ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR-7187, Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido*. 29,7 cm. 75 p. 1987.
- (03) BHIDE, S.B. & COLLINS, M.P. *Reinforced concrete elements in shear and tension*. Publication No. 87-02, University of Toronto, Department of Civil Engineering. ISBN 0-7727-7089-1. 27 cm. 308 p. Jan.1987.
- (04) COLLINS, M.P. & MITCHELL, D. *Prestressed concrete structures*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. sec. 7. 1990.
- (05) COLLINS, M.P. *Shear and torsion design of prestressed and non-prestressed concrete beams*. Journal of the Prestressed Concrete Institute, Chicago. n. 25. p.32-100. 1980.
- (06) COLLINS, M.P. *Towards a rational theory for RC members in shear*. Journal of the Structural Division, ASCE, New York, n. 104. p.649-666. Apr.1978.
- (07) COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton - 1978*. Paris. 1978.
- (08) COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code - 1990*. Lausanne, 1991.
- (09) DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 1045, Beton und Stahlbeton. Bemessung und Ausführung*. Berlin. Dez.1978.
- (10) DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG. *DIN 4227, Spannbeton Bauteile aus Normalbeton mit beschränkter oder voller Vorspannung*. Berlin. Dez.1979.
- (11) DIAZ, B.E. & SCHULZ, M. *Design of reinforced concrete based on mechanics*. In: IABSE Colloquium on Advanced Mechanics on Reinforced Concrete, Final report. Delft. 1981.
- (12) DIAZ, B.E. & SCHULZ, M. *Design of reinforced concrete members based on structural mechanics*. In: Conference on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, Proceedings. Porto Alegre. v. 1. p.143-148. 1984.

- (13) DIAZ, B.E. & SCHULZ, M. *The analysis of RC sections formed by laminar walls using the cracked panel theory*. In: Computer aided analysis and design of concrete structures, Second International Conference held in Zell am See, Austria. Proceedings. Pineridge Press, Swansea, U.K. 23x15,5cm. v. 1. p.189-200. 1990.
- (14) DIAZ, B.E. *Dimensionamento a esforço cortante*. Revista Estrutura, Rio de Janeiro. n. 92. p.36-43. Set.1980.
- (15) DIAZ, B.E. *Uma proposta prática para o dimensionamento à força cortante de uma seção de concreto armado de forma qualquer*. In: XXI Jornadas Sul Americanas de Engenharia Estrutural, Anais. Rio de Janeiro. v. 1. p.1-19. Maio1981.
- (16) DYNGELAND, T. *Behavior of reinforced concrete panels*. NTH 1989:19, University of Trondheim, Norway. 25cm. 184 p. 1989.
- (17) GALGOUL, N.S. *Dimensionamento de seção qualquer à flexão composta*. Revista Estrutura. Rio de Janeiro. n. 86. p.99-112. 1979.
- (18) LEONHARDT, F; KOCH R. & ROSTÁSY F.S. *Schubversuche an Spannbetonträgern*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton. Berlin. ISBN 3-433-00629-6. 29,7cm. 187p. 1973.
- (19) LEONHARDT, F. & WALTHER, R. *Schubversuche an Plattenbalken mit unterschiedlicher Schubbewehrung*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Berlin. 29,7cm. 84p. 1963.
- (20) LEONHARDT, F. *Construções de concreto*. Tradução de: V.L.E. Merino. Rio de Janeiro, Interciência. v. 4. 1979.
- (21) NAGATO, Y. *Resistência ao esforço cortante combinado com compressão e flexão de peças de concreto armado com seção transversal circular*. Tese de doutorado, COPPE/UFRJ. 303 p. 29.7 cm. nov.1987.
- (22) REGIS, P.A. *Resistência ao esforço cortante combinado com compressão e flexão de peças de concreto armado com seção transversal circular vazada*. Tese de mestrado, COPPE/UFRJ. 90 p. 29,7 cm. jun.1990.
- (23) REINECK, K. *Theoretical considerations and experimental evidence on web compression failures of high strength concrete beams*. Bulletin d'Information n°193, Design Aspects of High Strength Concrete, CEB. p.59-73. Dez.1989.
- (24) REINECK, K. & HARDJASAPUTRA, H. *Zum Dehnungszustand bei der Querkraftbemessung profilierter Stahlbeton und Spannbetonträger*. Bauingenieur n.65. p.73-82. 1990.
- (25) SCHULZ, M. *Análise de tensões em peças lineares de concreto armado baseada na mecânica das estruturas*. Rio de Janeiro. Tese de mestrado, COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro. 29,7cm. 1981.

- (26) SCHULZ, M. *Verificação geral de peças de concreto armado baseada no modelo da chapa fissurada*. Rio de Janeiro. Tese de doutorado, COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro. 29,7cm. 405p. ago.1989.
- (27) STARK, P.A. *Introdução aos métodos numéricos*. Tradução de: J.B.Pitombeira de Carvalho, Rio de Janeiro, Ed. Interciência. 22,5 cm. 338 p. c.3-4. 1979.
- (28) STEVENS, N.J.; UZUMERI, S.M. & COLLINS, M.P. *Analytical modelling of reinforced concrete subjected to monotonic and reverse loadings*. Publication No. 87-1, University of Toronto, Department of Civil Engineering. ISBN 0-7727-7088-3. 27 cm. Jan.1987.
- (29) VECCHIO, F.J. & COLLINS, M.P. *The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear*. ACI Journal. n. 83. p.219-231, Mar-Apr.1986.
- (30) VECCHIO, F.J. & COLLINS, M.P. *The response of reinforced concrete to in-plane shear and normal stresses*. Publication No. 82-03, University of Toronto, Department of Civil Engineering. ISBN 0-7727-7029-8. 27 cm. Mar.1982.
- (31) VLASOV, B.Z. *Pièces longues en voiles minces*. Tradução de: G. Smirnoff. Paris, Eyrolles. 1962.
- (32) WAGNER, H. *Ebene Blechwandträger mit sehr dünnem Stegblech*. Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, Berlin. v. 20, p.8-12. 1929.
- (33) ZIENKIEWICZ, O.C. *The finite element method*. McGraw-Hill, U.K. p.17-19. 25 cm. 1977.

O PROGRAMA WARPING

A.1 - Introdução

O programa Warping tem como finalidade a verificação de seções de peças laminadas de concreto armado e protendido, submetidas a esforços transversais e longitudinais generalizados. Sua teoria foi detalhadamente descrita ao longo deste trabalho.

Foi desenvolvido apenas como uma aplicação dos conceitos aqui apresentados, não possuindo portanto a solução computacional otimizada.

Sua utilização pode ser feita em qualquer equipamento compatível com o sistema PC/IBM, de preferência com os modelos mais velozes, dotados de co-processador aritmético, já que sua análise pode eventualmente se prolongar por alguns minutos, dependendo da complexidade do modelo em questão.

Nele foram utilizadas rotinas de alocação dinâmica de memória, de forma que a sua capacidade máxima de manipulação de dados é bastante grande; não devendo isto ser, portanto, fator limitador para sua aplicação.

As unidades a serem adotadas devem seguir o Sistema Internacional de Unidades, usando-se sempre: m (metro) e kN (quilonewton), para as grandezas de comprimento e força, respectivamente.

A.2 - Entrada de Dados

Sua entrada de dados é feita através de um arquivo de dados, padrão de texto ASCII, em que são introduzidas as características geométricas e a descrição dos diversos materiais constituintes da seção.

As características geométricas da seção são introduzidas através de uma matriz de coordenadas nodais e uma matriz de incidência de elementos, exatamente como em uma análise de estruturas reticuladas.

A.2.1 - 1ª Parte - Definindo os Nós

A primeira parte do arquivo de dados destina-se à definição dos nós da seção.

Devem ser indicados como nós, pontos singulares da geometria da seção como, por exemplo, pontos extremos, pontos de interseção de dois ou mais elementos, pontos de descontinuidade de espessura e posição das barras de armadura.

Para cada nó, é somente necessária a definição das suas coordenadas nodais em relação aos eixos Y e Z , nesta ordem:

Coordenada Y
Coordenada Z

sendo o sentido dos eixos definidos como mostra a figura A.1.

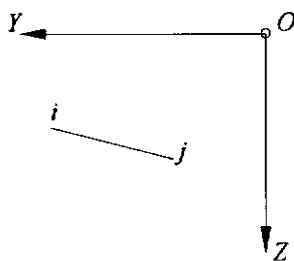


Figura A.1

Deve-se notar que fica implicitamente definido como eixo X , ou eixo longitudinal, um eixo que parte da origem O , de direção ortogonal aos eixos Y e Z , e sentido positivo saindo do plano do papel.

Deve-se indicar, antes de introduzir as coordenadas, o número de nós da estrutura, como mostra o exemplo do próximo item.

A.2.2 - 2ª Parte - Definindo o Nó Inicial da Seção

Para a análise de seções laminares desenvolvida por Vlasov (31), torna-se necessário, antes de tudo, definir-se um sentido positivo para os esforços cisalhantes atuantes, ao longo da seção (ver item 5.2.1). Sendo assim, o programa Warping pede que um dos nós seja definido como nó inicial da seção, a fim de estabelecer este sistema de referência.

Nó inicial da seção (L_0)

É usual que, para este nó, seja arbitrado um nó extremo da seção, apesar de não haver nisto nenhuma obrigatoriedade.

Exemplo:

```

3           - numero de nos
0.00  0.00 - no 1 - coordenadas Y e Z
0.45  0.00 - no 2 - coordenadas Y e Z
0.50  0.00 - no 3 - coordenadas Y e Z
1           - no inicial = no numero 1

```

São desprezadas quaisquer informações excedentes nas linhas do arquivo de dados. Desta forma, estes espaços livres podem ser utilizados para acomodar comentários quando houver necessidade, como mostra o exemplo acima.

A.2.3 - 3ª Parte - Definindo as Propriedades do Concreto

O programa Warping assume que toda a seção é composta do mesmo tipo de concreto e, para defini-lo, necessita dos seguintes parâmetros:

- Módulo de elasticidade (E_c)
- Resistência à compressão (cilíndrica) (f_c)
- Resistência à tração (f_{ct})
- Tipo de curva
- Teoria (relação constitutiva do concreto à tração)

O valor a ser introduzido como tipo de curva poderá ser arbitrado pelo usuário a partir das opções oferecidas pelo programa:

Curva 1:

Curva tradicionalmente usada para o dimensionamento, sugerida pelo CEB-FIP de 1978 (7), conhecida como curva parábola-retângulo.

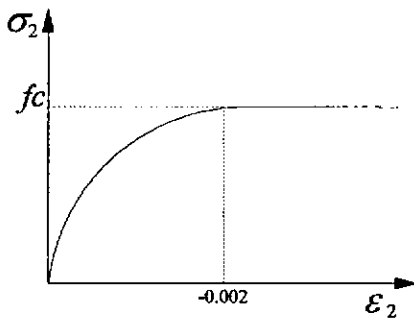


Figura A.2

Curva 2:

Relações sugeridas por Collins. Preferida por considerar o efeito biaxial nas bielas, assim como os efeitos de tração do concreto, o "tension stiffening" (ver itens 4.2 e 4.3).

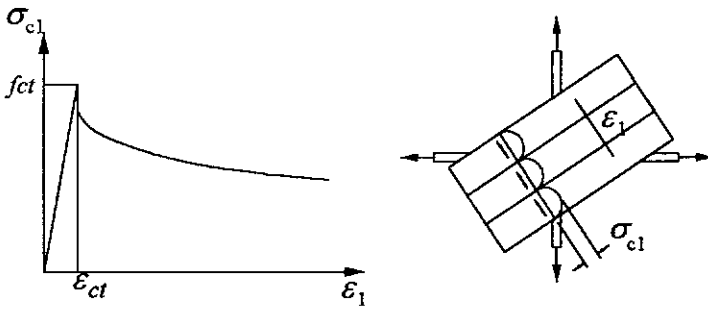


Figura A.3

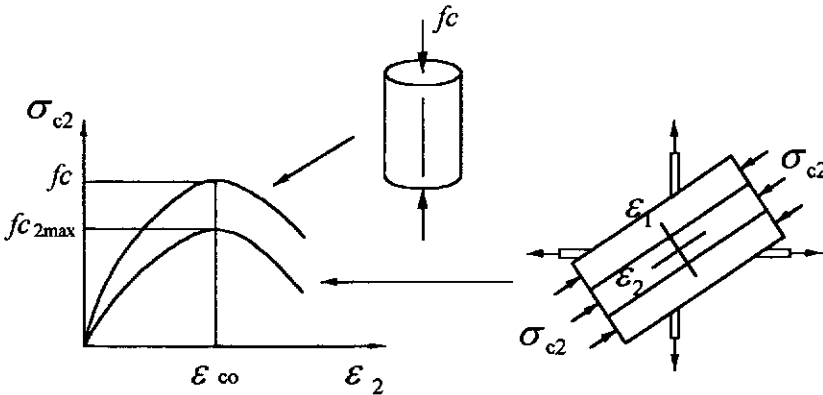


Figura A.4

O valor a ser introduzido como teoria poderá ser arbitrado pelo usuário a partir das opções oferecidas pelo programa.

A opção acima relaciona qual teoria deverá ser adotada para a consideração do "tension stiffening", e seu valor poderá ser igual a 1, 2 ou 3. Sendo adotada a seguinte convenção:

1. "Tension Stiffening" por Collins & Vecchio - ver item 4.2.1.
2. "Tension Stiffening" por Collins & Bhide - ver item 4.2.2.
3. "Tension Stiffening" por Collins & Stevens - ver item 4.2.3.

Nota-se que a curva de concreto nº1, curva parábola-retângulo, não está preparada para receber nenhuma das teorias de "tension stiffening", de forma que, quando esta curva for utilizada, a variável teoria será desprezada, devendo no entanto ser introduzido um valor inteiro qualquer, de forma a preencher este campo no arquivo de dados de entrada.

Os valores dos parâmetros do concreto devem ser introduzidos na ordem dada acima.

Exemplo:

30e6 18e3 1.4e3 1 0 - Ec, fc, fcr, curva, teoria

A.2.4 - 4ª Parte - Definindo as Propriedades dos Aços

O programa Warping assume que a seção de concreto armado possa ser dotada de vários tipos de armadura. Para isto, cada um destes grupos deverá ser definido pelos seguintes parâmetros:

- Módulo de elasticidade (E_s)
- Tensão de escoamento (f_y)
- Tipo de curva

O valor a ser introduzido como tipo de curva poderá ser arbitrado pelo usuário a partir das opções oferecidas pelo programa.

Curva 1 (única):

Curva tradicionalmente usada para aço tipo A, isto é, com patamar de escoamento bem definido, a partir da tensão f_y .

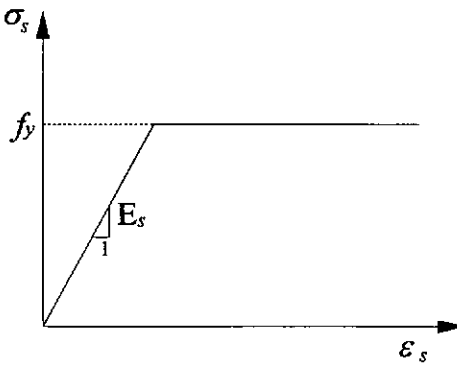


Figura A.5

Os valores dos parâmetros do aço devem ser introduzidos na ordem dada acima.

Deve-se indicar, antes de introduzir as características dos tipos de aço, o número de tipos de aço existentes na estrutura.

Exemplo:

2			- numero de tipos de aço
210e6	500e3	1	- tipo 1 - aço tipo CA 50 A
195e6	1710e3	1	- tipo 2 - aço de protensao

A.2.5 - 5ª Parte - Definindo os Elementos

Devem ser indicados como elementos os trechos da seção transversal que ligam dois nós.

Para uma boa discretização, valem os mesmos princípios da análise de estruturas reticuladas, isto é, cada elemento deve ser definido de acordo com suas características particulares médias.

Para a análise do programa Warping, cada elemento deve possuir:

- Nó inicial (i)
- Nó final (j)
- Espessura (t)
- Variação de espessura em relação ao eixo X (dt)
- Área de aço distribuída na direção longitudinal (as_x)
- Área de aço distribuída na direção transversal (as_t)
- Diâmetro médio das barras de armadura
- Tipo do aço
- Número de segmentos (subdivisões)

A ordem de introdução dos nós i e j é indiferente e não precisa ser coerente com o sistema de referência para os esforços cisalhantes. A notação aqui utilizada como "nó inicial" e "nó final" não tem nenhuma relação com a definição do "nó inicial da seção", descrito no item A.2.2.

A consideração da variação da espessura do elemento permite um cálculo mais rigoroso mas não é de forma alguma fundamental, podendo-se atribuir-lhe o valor zero.

As áreas de aço distribuídas nas direções longitudinal (armadura de costela) e transversal (armadura de estribos) devem ter dimensão de área por comprimento ([L]), isto é, m^2/m .

O tipo de aço deve ser relacionado dentro dos tipos de aço definidos no item A.2.4.

O número de segmentos define o número de subdivisões que se deseja aplicar para um determinado elemento. O programa Warping coloca automaticamente um elemento de chapa na extremidade de cada subdivisão.

O número de subdivisões dos elementos deve ser definido de forma a permitir uma boa discretização da seção garantindo, desta forma, uma boa qualidade de resultados.

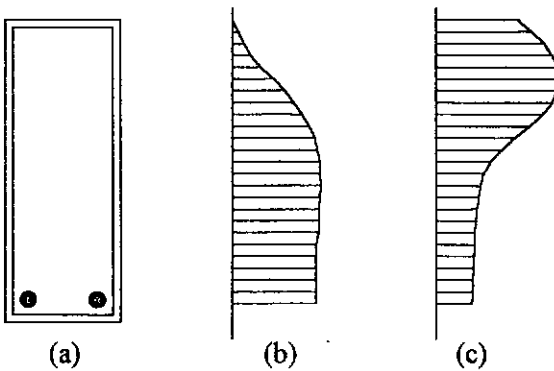


Figura A.6

As características de cada um dos elementos de concreto armado devem ser introduzidas na ordem dada acima.

Deve-se indicar, antes de introduzir os elementos, o número de elementos existentes na estrutura.

Exemplo:

2										- numero de elementos
1	2	0.25	0.0	0.0	0.0004	0.0063	1	10		- elemento 1 - 10 segms.
2	3	0.25	0.0	0.0	0.0004	0.0063	1	3		- elemento 2 - 3 segms.

A.2.6 - 6ª Parte - Definindo as Barras de Armadura

Devem ser indicadas como barras, as barras discretas da armadura, ou seja, as barras de aço importantes da seção, os feixes de barras e os cabos de protensão, caso existam.

Para a análise do programa Warping, cada barra deve possuir:

- Nó
- Elemento
- Área de aço (A_s)
- Pré-alongamento (ϵ_{x_0})
- Ângulo de inclinação do cabo ou barra (em graus)
- Diâmetro médio da(s) barra(s) de armadura
- Tipo do aço

A definição do nó tem como única finalidade definir a posição da barra na seção.

A definição do elemento, a cuja extremidade está posicionada a barra de armadura, tem como finalidades:

- Estabelecer como se darão as descontinuidades no fluxo de cisalhamento nas regiões de intersecção de vários elementos. Como exemplo, observa-se a figura A.7. Sejam os três elementos laminares (1,2 e 3) que concorrem ao mesmo nó, no qual também se localiza uma barra de armadura. Seja o fluxo de cisalhamento atuante como mostra a figura (a). Se a modelagem da peça seguir o esquema apresentado em (b), isto é, se a barra de armadura for considerada pertencente ao elemento 1, o fluxo de cisalhamento (proveniente do elemento 1), se dividirá em duas partes iguais nos elementos 2 e 3, satisfazendo a simetria do problema. Já o caso de uma modelagem errônea é apresentado na figura (c), onde a barra é considerada pertencente ao elemento 3, provocando uma assimetria irreal da peça, e assim, do fluxo de cisalhamento. No caso de dificuldade em se avaliar como se dará o sentido dos esforços cisalhantes, é um bom procedimento supor, para fins de modelagem, que a área da barra de armadura pode ser dividida igualmente para cada um dos elementos concorrentes ao nó, sempre garantindo-se assim a simetria do modelo.

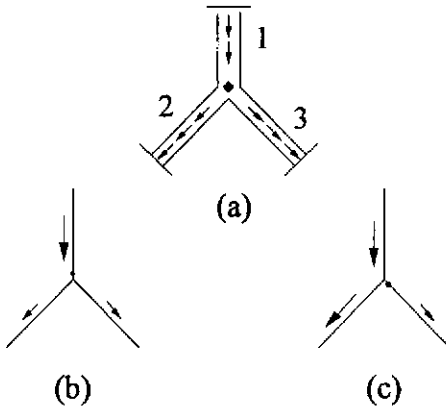


Figura A.7

- Estabelecer um referencial para definir o ângulo de inclinação do cabo ou barra. O ângulo θ , será sempre referenciado como mostra a figura A.8, de forma que seja medido a partir do eixo longitudinal da peça x , em direção ao eixo transversal do painel, eixo t , que coincide com o sistema de coordenadas s , arbitrado para toda a seção. Pode-se assim definir um sistema de medida para o ângulo de inclinação do cabo: com ângulo zero, a barra coincidente com a direção longitudinal da peça e, com ângulo positivo, a barra inclinada no sentido da coordenada s . A partir da definição do nó inicial da seção, fica automaticamente estabelecido um sistema s de referência global para o fluxo de cisalhamento. Desta feita, cada elemento adquire um sentido positivo, como foi definido no item A.2.2.

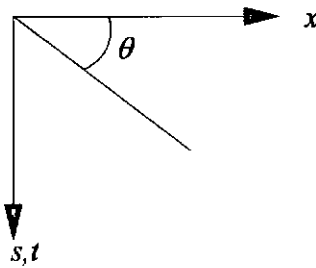


Figura A.8

O pré-alongamento não tem dimensão já que se trata de uma deformação. Para a armadura passiva, é necessário lembrar que se deve introduzir o valor nulo.

O ângulo de inclinação da barra deve ser introduzido em graus.

O tipo de aço deve ser relacionado dentro dos tipos de aço definidos no item A.2.4.

Não são permitidas barras inclinadas posicionadas em nós extremos, o que acarretaria uma incompatibilidade geométrica da seção. Para ilustrar o que foi dito pode-se recorrer a figura A.9. Observa-se que, na figura, a barra central está inclinada em direção ao elemento laminar superior, que é vertical, entretanto não existe nenhum elemento laminar inferior, que seja também vertical, o que obrigaria o cabo a sair da seção.

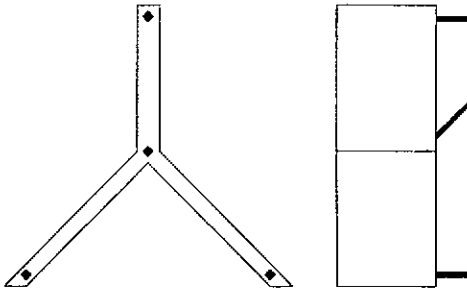


Figura A.9

Se for necessário, pode-se criar um elemento extraordinário de recobrimento do cabo ou barra (ver próximo exemplo), sendo somente necessário que os cabos inclinados estejam posicionados entre dois segmentos laminares colineares.

As características de cada um dos cabos ou barras de aço devem ser introduzidas na ordem dada acima.

Deve-se indicar, antes de introduzir as barras discretas, o número de barras existentes na seção. No caso da ausência de barras discretas, é obrigatória a colocação do número zero.

Exemplo:

1										- numero de barras
2	1	12.7e-4	0.002	-10.0	0.012	2				- barra no.1- unica

A.3 - Exemplo de Modelagem

Seja, por exemplo, uma viga retangular de concreto protendido, dotada de armadura longitudinal de tração na sua face inferior, inclinada a 3°, pré-alongada a 0.002, e armadura transversal como mostra a figura A.10:

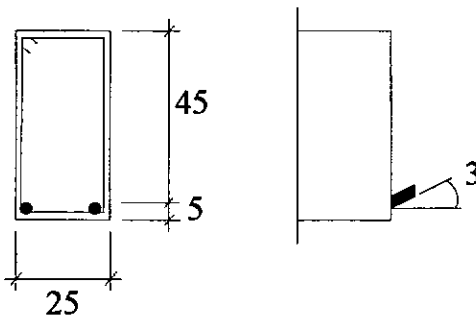


Figura A.10

$b = 0.25 \text{ m}$	$A_s = 0.127 \text{ cm}^2$	(aço de protensão)
$h = 0.50 \text{ m}$	$as_x = 0 \text{ cm}^2 / \text{m}$	(sem armadura de costela)
$d = 0.45 \text{ m}$	$as_y = 4 \text{ cm}^2 / \text{m}$	(estribos)

Materiais:	Concreto	Aço 1	Aço 2 (especial)
	E = 30 GPa	E = 210 GPa	E = 195 GPa
	$f_c = 18$ MPa	$f_y = 500$ MPa	$f_y = 1710$ MPa
	$f_{ct} = 1.4$ MPa	curva nº 1	curva nº 1
	curva nº 2		

Uma boa malha seria:



Figura A.11

Para isto ter-se-ia o seguinte arquivo de entrada:

```

3 Nos
0 0
0.45 0
0.5 0
1

30e6 18e3 1.4e3 2 0 - Concreto
2 Acos
210e6 500e3 1
195e6 1710e3 1

2 Elementos
1 2 0.25 0.0 0.0 0.0004 0.0063 1 10
2 3 0.25 0.0 0.0 0.0004 0.0063 1 3

1 Cabo
2 1 12.7e-4 0.002 -3.0 0.012 2

```

As linhas em branco, assim como os comentários no exemplo acima, não são obrigatórias podendo ser suprimidas.

A.4 - Observações Finais

A.4.1 - Quanto às Inércias da Seção

Fica aqui estabelecido uma hierarquia de importância entre os três eixos de referência do programa: X de maior importância, e Z de menor.

O programa Warping foi desenvolvido para analisar uma seção laminar aberta qualquer, dotada de área, inércia na direção Y , inércia na direção Z e inércia à torção.

No caso da seção ser do tipo T ou L, isto é, sem rigidez à torção de empenamento (ver torção de empenamento - item 5.1.3), serão automaticamente desprezados os carregamentos de torção e bimomento, e será impressa no arquivo de saída, a seguinte mensagem:

WARNING: Zero torsional inertia, warping and torsion moments discarded

No caso da seção ser do tipo retangular, isto é, sem rigidez à torção e sem rigidez lateral, a seção deve ser obrigatoriamente orientada segundo a direção Y , para que a análise na direção Z seja suprimida.

Assim, os carregamentos de torção, bimomento, momento fletor na direção Z e esforço cortante na direção Z serão automaticamente desprezados e serão impressas, no arquivo da saída, as seguintes mensagens:

```
WARNING: Zero torsional inertia, warping and torsion moments discarded
WARNING: Zero flexural inertia in z-direction, My and Vz discarded
```

É importante ressaltar que, se a seção retangular for orientada segundo a direção Z , o programa não conseguirá suprimir a análise na direção Y (de maior importância do que Z) e será obrigado a interromper a execução.

A.5 - Rodando o Programa Warping

Para executar o programa deve ser digitado o comando de execução:

```
WARPING
```

A seguir será solicitado o nome do arquivo de dados, através da mensagem:

```
Enter the input file name:
```

Será então solicitado o nome do arquivo de saída, através da mensagem:

```
Enter the output file name: (PRN/CON/NUL/<path/filename>)
```

A saída pode então ser direcionada diretamente para a impressora (PRN), para o monitor (CON), para o arquivo vazio (NUL), ou para um arquivo de saída em disco (<path/filename>).

De uma forma mais objetiva, pode-se suprimir esta etapa de interação digitando diretamente o nome do programa, seguido do nome do arquivo de entrada e do nome do arquivo de saída:

```
WARPING <Arquivo de Entrada> <Arquivo de Saída>
```

Como procedimento de segurança em caso de substituição acidental de arquivo preexistente, ele pode emitir a seguinte mensagem:

```
Output file already exists! Overwrite? (y/n)
```

A etapa seguinte é a de leitura e verificação do arquivo de dados. Em caso de detecção de irregularidades, nesta fase, a execução do programa será

instantaneamente interrompida e será impressa uma mensagem de erro (ver item A.10 - Mensagens de Erro).

Caso não seja detectada nenhuma incongruência, a seção será então exibida na tela, como foi interpretada pelo programa a partir do arquivo de dados.

Nesta fase, são também mostrados os centros de gravidade e de cisalhamento da seção de concreto, em regime elástico, desconsiderada a presença da armadura.

Em caso de alguma falha na geometria do arquivo de dados, o erro será facilmente detectado e o programa poderá ser interrompido através do comando <Ctrl><Break>.

A.5.1 - Definindo os Pontos de Carregamento

A seguir é feito um pequeno relatório a partir de uma análise elástica da seção onde são mostrados o ângulo da direção principal de inércia em relação ao eixo Y (em graus, com sentido anti-horário), as coordenadas do centro de gravidade, as coordenadas do centro de cisalhamento e a coordenada principal de empenamento do nó inicial:

```
Section analysis:
Principal inertia direction angle: alpha =
Gravity center coordinates:   Y =           Z =
Shear center coordinates:    Y =           Z =
Principal warping coordinate at the initial node: W =
```

Estes dados são oferecidos ao usuário para que este possa arbitrar os pontos de carregamento da seção, que em geral, são coincidentes com o centro de gravidade e com o centro de cisalhamento, não havendo, portanto, nenhuma obrigatoriedade para isto.

Para definir o carregamento da seção são requisitados a seguir dois pontos:

- 1) Ponto de aplicação da força normal e dos momentos fletores.
- 2) Ponto de aplicação dos esforços cortantes e do momento de torção.

Estes dois pontos são arbitrados pelo usuário, podendo inclusive serem coincidentes.

Para a introdução dos pontos de carregamento, será perguntado:

```
Enter the loading point for N and M: ( Y and Z )
Enter the loading point for V and T: ( Y and Z )
```

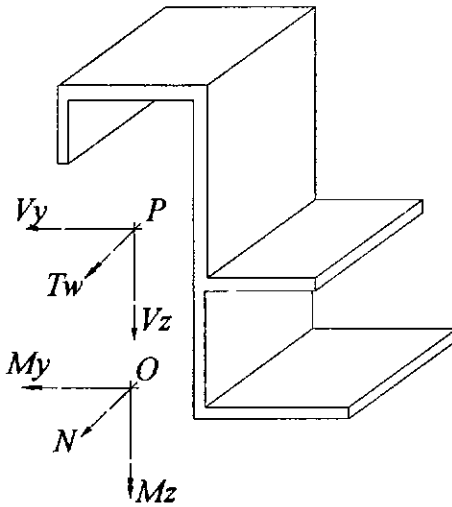


Figura A.12

Caso não se queira utilizar o centro de cisalhamento da seção para as solicitações de esforços cortantes, será perguntado se deve ser usado o sistema principal de coordenadas de empenamento ou se este também será abandonado (ver item 5.2.2):

Will principal warping coordinate system be used? (y/n)

Caso se queira adotar um outro sistema de coordenadas de empenamento, será perguntado o valor da coordenada w para o nó inicial da seção:

Enter the w value at the initial node:

A.5.2 - Definindo as Forças Solicitantes

A seguir, devem ser fornecidos os esforços solicitantes da seção:

Enter N , M_y , M_z , B_w , V_y , V_z , T_w .

onde:

- N - Força normal (a tração é positiva)
- M_y - Momento fletor **em torno** do eixo Y
- M_z - Momento fletor **em torno** do eixo Z
- B_w - Bimomento (associado às coordenadas de empenamento W)
- V_y - Esforço cortante na direção e sentido do eixo Y
- V_z - Esforço cortante na direção e sentido do eixo Z
- T_w - Torção de empenamento na direção e sentido do eixo X

A ordem de introdução destes valores é fundamental. Dependendo do tipo de seção, alguns destes valores do carregamento podem ser sumariamente desprezados na análise (ver item A.4.1 - Quanto às Inércias da Seção).

A figura abaixo mostra como os esforços são referenciados aos eixos do sistema.

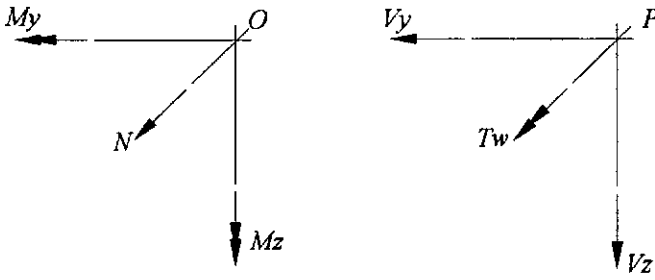


Figura A.13

Finda a análise, com ou sem sucesso, o programa pergunta se deve prosseguir com a análise para um outro carregamento:

One more analysis? (y/n)

Caso negativo, é encerrada a execução.

No caso de sucesso nos processos iterativos e desejando prosseguir com a análise para um outro carregamento, pode-se reduzir o tempo de processamento partindo-se dos resultados da análise anterior.

O programa Warping oferece a opção:

Using last results? (y/n)

Desta forma, consentindo-se com esta opção, todos os vetores de deformação, encontrados na última iteração, serão utilizados como uma inicialização para a próxima.

É obvio lembrar que este procedimento é somente vantajoso quando se está lidando com solicitações muito semelhantes, isto é, esforços do mesmo tipo que aumentam ou diminuem sem inversão de sinais. De outra forma, a utilização dos últimos resultados pode e deve provocar a não convergência do processo.

Na dúvida se os resultados encontrados podem, ou não, ser utilizados como inicialização para a próxima investigação, estes devem ser desprezados. O programa Warping tem sub-rotinas calibradas para se obter a melhor inicialização e garantir a convergência para a solução (se ela existir), com um maior consumo de tempo naturalmente.

Em testes realizados com o programa Warping, observou-se enormes reduções nos tempos de processamento devidas à utilização de resultados anteriores.

Em caso de não-convergência, utilizando-se esta modalidade de inicialização, é sugerido que se insista novamente com o mesmo conjunto de solicitações, utilizando-se então o procedimento completo, mais demorado, como uma confirmação de resultados.

A.5.3 - O Quadro de Controle de Convergência (Convergence Control Chart)

A partir da definição dos esforços solicitantes da seção, são iniciados os processos iterativos descritos nas seções anteriores deste trabalho.

O programa Warping apresenta então na tela um painel de acompanhamento das principais etapas do processamento dos dados a que se chamou de **quadro de controle de convergência**:

```

+-----+-----+-----+-----+-----+
|WARPING - Convergence Control Chart | Elapsed Time : 0000 s
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Acting Forces | +0.00e+00 | +0.00e+00 | +0.00e+00 | +0.00e+00|
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Resistant Forces | +0.00e+00 | +0.00e+00 | +0.00e+00 | +0.00e+00|
+-----+-----+-----+-----+-----+
| Main Iteration | Shear Iteration | Panel Iteration
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Iterat.No. | 00 | Iterat.No. | 00 | Element | 00
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Max. Iterat. | 00 | Max. Iterat. | 00 | Panel | 00
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Iterat.Error | 1.00e+00| Iterat.Error | 1.00e+00 | Method 1 |
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Admis. Error | 0.00e+00| Admis. Error | 0.00e+00 | Method 2 |
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Convergence | Normal | Convergence | Normal | Method 3 |
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Panel Analysis | Integration | Tangent Matrix
+-----+-----+-----+-----+-----+
|Message: Proceeding non-linear analysis. Press <Esc> to resume
+-----+-----+-----+-----+-----+
    
```

O quadro de controle de convergência é composto dos seguintes campos:

- **Elapsed Time: 0000 s**

Neste campo é apresentado o tempo de processamento, em segundos, transcorrido a partir do início da análise não-linear.

- **Acting Forces / Resistant Forces**

Possui ainda, um quadro de comparação entre as forças atuantes (Acting Forces) e as forças resistentes (Resistant Forces), ambas apresentadas em suas formas vetoriais de armazenamento, como sugerido no item 5.2.4.

$$\{f\} = \{N_x \quad -M_z \quad M_y \quad B_w\} \quad (A.1)$$

- **Main Iteration - Shear Iteration - Panel Iteration**

Estes quadros permitem uma visualização completa da situação dos três processos iterativos constituintes do programa, que são:

Iteração principal (Main Iteration)

Controladora das deformações da seção - $\{\varepsilon\}$

Possui as seguintes informações:

Número da iteração (Iterat.No.)

Número de iterações máximo (Max. Iterat.)

Erro da iteração (Iterat.Error)

Erro admissível (Admis. Error)

Situação do processo de convergência (Convergence)

Iteração do cortante (Shear Iteration)

Controladora das derivadas das deformações da seção - $\{\varepsilon'\}$

Possui as seguintes informações:

Número da iteração (Iterat.No.)

Número de iterações máximo (Max. Iterat.)

Erro da iteração (Iterat.Error)

Erro admissível (Admis. Error)

Situação do processo de convergência (Convergence)

Iteração do painel (Panel Iteration)

Controladora das deformações de cada painel - $\{\varepsilon_{xt}\}$

Possui as seguintes informações:

Elemento em análise (Element)

Painel em análise (Panel)

Método de inicialização em uso (Method)

O quadro relativo à iteração do painel apresenta três métodos de inicialização (Method 1/2/3). A medida que um destes mostra-se ineficaz na determinação da solução do painel de concreto, o processo é automaticamente reinicializado, através do método seguinte, e a mensagem "BAD" é posicionada na tela, no campo correspondente ao método abandonado. Eventualmente, todos os métodos de inicialização podem não dar bons resultados e, ainda assim, não será interrompida a execução do programa (este caso será discutido detalhadamente no item A.6 - Processamento e Convergência).

- **Panel Analysis - Integration - Tangent Matrix**

Estes campos são marcados, um por vez, com o símbolo "*" (asterisco), à medida que vão sendo executadas as três etapas principais do processamento, que são respectivamente:

- a) A análise dos painéis de concreto armado

- b) A determinação das forças resistentes
- c) A determinação da matriz de rigidez tangente da seção

- **Message:**

Finalmente, é deixado um campo livre para mensagens referentes ao processo de convergência. (ver item A.9 - Mensagens de Execução). A medida que o processo iterativo vai se desenvolvendo, pode-se acompanhar, via monitor, sua convergência, ou não, para a solução.

Caso se deseje interromper a execução, basta que seja pressionada a tecla <Escape> para que esta seja finalizada imediatamente, sem a opção de poder ser retomada posteriormente.

A.6 - Processamento e Convergência

A análise não-linear da seção é feita, como visto nos capítulos anteriores, através de um circuito de iterações que pode ou não convergir para um resultado.

Como visto, a não convergência pode ser originada a partir de duas causas fundamentais:

- a. A seção procura uma configuração de deformações para que possa resistir aos esforços externos solicitantes. A procura não tem sucesso simplesmente porque tal solução não existe, isto é, a seção não tem condições de resistir aos esforços solicitantes, portanto rompe.
- b. Problemas nos procedimentos numéricos impedem, por algum motivo, a determinação da solução do problema (looping perpétuo no processo de Newton-Raphson, por exemplo).

O desenvolvimento do programa Warming se concentrou na tentativa de garantir uma estabilidade numérica dos seus processos iterativos e de soluções alternativas em caso de fracasso nas convergências, tais como técnicas de reinicialização.

Desta forma, tentou-se minimizar a ocorrência da causa (b), não se podendo infelizmente garantir que esta não venha a acontecer.

Fica então subentendido que a não convergência, após um determinado número de tentativas, deve provavelmente significar a ruptura da seção para um determinado carregamento.

A seguir vão algumas indicações para melhor se utilizar o programa Warming:

1. A fim unicamente de se reduzir o tempo de processamento do programa, pode-se dividir um determinado carregamento em duas etapas de investigação. Uma etapa preliminar, em que só são introduzidos os esforços generalizados de força normal, momentos fletores e bimomento, para a determinação da deformada sem os esforços cisalhantes; e uma etapa posterior com o carregamento completo, utilizando-se os últimos resultados como inicialização.
2. Para cargas próximas às de ruptura, agravam-se os problemas de convergência. É sugerido nestes casos que se divida o carregamento em três ou quatro etapas intermediárias (simulação da evolução do carregamento) e que não se utilize a redução de tempo, sugerida no item 1.
3. Situações quase imprevisíveis podem vir a acontecer em uma investigação iterativa como esta de forma que é altamente aconselhável o acompanhamento simultâneo do processo através do quadro de controle de convergência, apresentado no item A.5.3, deste manual.
4. Para casos extraordinários, os parâmetros de controle das iterações (erros admissíveis e número máximo de iterações) podem ser alterados a critério do usuário. Quando necessário for, isto pode ser realizado através do arquivo de configuração warping.cfg, descrito no item A.8.

A não convergência para um determinado conjunto de solicitações pode se manifestar através de duas formas:

- O número de tentativas da iteração principal extrapola seu valor limite.
- O número de tentativas da iteração do cortante extrapola seu valor limite.

O segundo tipo de manifestação é extremamente raro e significa a total instabilidade do fluxo de cisalhamento atuante na seção. Geralmente ocorre devido à má calibragem do erro admissível da iteração do cortante. Nestes casos, é sugerido que se relaxe um pouco este erro admissível, através do arquivo warping.cfg (ver item A.8 - Reconfigurando o Programa Warping).

Sendo assim, quase que a totalidade dos casos de não-convergência se manifesta da primeira forma.

Como visto no item A.5.3, a não convergência da iteração do painel não causa interrupção na execução do programa. Primeiramente são experimentadas três formas de inicialização, que devem ser suficientes para que seja encontrada a solução do painel, caso ela realmente exista. Finalmente, após o fracasso dos três métodos é adotada a solução que, a partir dos três tipos de inicialização, chegou mais perto da solução almejada, ou seja, a de menor erro relativo.

Este tipo de solução aproximada é muito conveniente para o tipo de análise feita pelo programa Warping. Sendo esta uma análise iterativa, muitas hipóteses de deformação da seção levam os painéis de concreto a situações fisicamente impossíveis de serem resistidas, ou seja, a casos em que os materiais são solicitados além de suas capacidades resistentes.

Adotando-se uma solução aproximada para os painéis que, a rigor, não possuem solução, é dada à seção a possibilidade de recalcular a hipótese de deformação, e assim, reduzi-la na próxima iteração.

Desta forma, é comum o fracasso dos três métodos de inicialização, para os primeiros passos da análise iterativa, o que não deve mais ocorrer com a evolução do processo.

Quando as solicitações da seção estão muito próximas das cargas de ruptura, é comum o programa voltar a recorrer ao método aproximado. Nestes casos, a tendência será contrária à anterior, isto é, com a evolução do processamento não serão mais encontradas soluções exatas para os painéis de concreto. Ainda assim pode ser encontrada uma solução que satisfaça às solicitações da seção e, neste caso, fica a critério do usuário se este resultado deve ser desprezado ou não.

Como visto nos capítulos 3 e 4, o estudo do painel de concreto não considera uma série de fatores que aumentariam a sua resistência final, como os efeitos de pino e o ganho de resistência da armadura após o escoamento. Desta forma, neste trabalho vamos adotar como procedentes os casos em que houve convergência com a adoção de soluções aproximadas para os painéis, e confrontaremos os resultados obtidos pelo programa com constatações experimentais no capítulo 8.

A.7 - Saída de Resultados

A saída de resultados é feita na forma de um arquivo texto, padrão ASCII, de nome a ser especificado pelo usuário.

Sua primeira parte consiste em um relatório dos dados lidos e interpretados a partir do arquivo de dados de entrada:

```

WARPING
For reinforced or prestressed concrete laminar section analysis

File: <path/filename>

Node      Y      Z
  0  +0.0000  +0.0000

Initial node : 0

Concrete properties:
E = 0.0e+00  fc = 0.0e+00  fcr = 0.0e+00  curve_type = 0  theory = 0

Steel      E      fy      curve_type
  0  +0.0e+00  +0.0e+00  0

Elemnt  i  j      t      dt      asx      ast  diam  steel_type  n_segms
  0    0  0    0.0e+00  0.0e+00  0.0e+00  0.0e+00  0.0e+00  0      00

Bar Node Elemnt      as      exo  angle(deg.)  diam  steel_type
  0    0    0  +0.0e+00  0.0e+00  0.0e+00  +0.0e+00  0

```

A seguir, é emitido um relatório dos pontos arbitrados como pontos de carregamento da seção:

```
Normal and moment loading point: Y = +0.0000 Z= +0.0000
Shear and torsion loading point: Y = +0.0000 Z = +0.0000
Warping coordinate at the initial node: W = +0.0000
```

Finalmente, a solução obtida pela análise não linear:

```
Loading:
      N      My      Mz      Bw      Vy      Vz      Tw
0.00e+00 0.00e+00 0.00e+00 0.00e+00 0.00e+00 0.00e+00 0.00e+00

Non-linear analysis required 0 iterations

Deformations:
      Eo      Ky      Kz      Kw      DKy      DKz      DKw
0.00e-00 0.00e+00 0.00e-00 0.00e+00 0.00e-00 0.00e+00 0.00e+00
```

A seguir é impresso um relatório da situação final de convergência, de cada um dos painéis de concreto armado, contendo as seguintes informações:

x_strain - deformação longitudinal do painel (direção x)
t_strain - deformação transversal do painel (direção t)
distor - distorção angular do painel
x_force - força na direção x
shear_flow - fluxo de cisalhamento (coerente com o sentido da coordenada s)
strut_stres - tensão nas bielas de compressão
lbar_stres - tensão na armadura longitudinal
stirup_stres - tensão na armadura transversal
equiv_t - espessura equivalente (ver capítulo 6)
struts_angle - ângulo de inclinação das bielas

As tensões e deformações estão orientadas ao referencial de cada painel de concreto, isto é, com relação às direções x e s (ou t) de cada um dos painéis. Desta forma tem-se:

- alongamento e tração são sempre grandezas positivas.
- o sentido positivo para a distorção e o fluxo de cisalhamento estão referidos ao referencial local de cisalhamento, coordenada s , definida a partir da escolha do nó inicial (ver item A.2.2).
- o ângulo de inclinação das bielas de compressão é referenciado a partir do eixo x e cresce na direção da coordenada s , assim como foi definido o ângulo de inclinação dos cabos e barras, e como mostra a figura A.8:

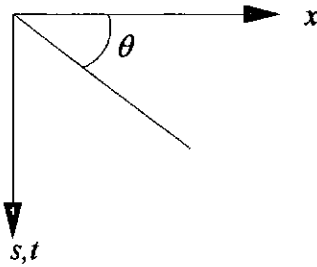


Figura A.8

O ângulo de inclinação das bielas poderá aparecer eventualmente seguido de um símbolo "*" (asterisco), o que significará que o campo de compressão diagonal estará fissurado, isto é, a teoria prevê que ocorrerá a formação de um campo de fissuração no referido painel de concreto armado.

É importante lembrar que, de acordo com o que foi discutido no item 3.2.1, a direção das bielas de compressão refere-se aqui à direção das tensões principais de compressão e não deve ser considerada como a direção do campo de fissuras a aparecer na peça.

Um relatório semelhante é emitido para cada uma das barras da seção, contendo os seguintes resultados finais:

stress	- tensão longitudinal da barra
x_force	- força longitudinal da barra (direção x)
t_force	- força transversal da barra (direção t)
flow_step	- descontinuidade no fluxo de cisalhamento
equiv_as	- área equivalente (ver capítulo 7)

Observações:

- O sentido da força transversal da barra está ligado ao sentido positivo da coordenada s . Isto é, será positivo se for uma força de tração coincidente com o sentido de s .
- A descontinuidade no fluxo de cisalhamento será sempre apresentada aqui com seu valor em **módulo**.

Em caso de fracasso no processo de convergência, não serão apresentados obviamente os relatórios de resultados, sendo impresso, em seus lugares, uma das seguintes mensagens:

```
Probable failure - fault on shear iteration
Probable failure - fault on main iteration
```

No caso da interrupção forçada de processamento, através do uso da tecla <Escape>, serão apresentados os relatórios de resultados daquela etapa iterativa, em suas formas parciais, relativas ao justo momento em que foi interrompida a análise. É importante lembrar que estes resultados não têm validade, já que não satisfazem o equilíbrio de esforços da seção. Será portanto impressa a seguinte mensagem:

```
Non-linear analysis interrupted at iteration 0
```

A.8 - Reconfigurando o Programa Warping

Como foi mostrado no item A.5.3, o quadro de controle de convergência apresenta o desenvolvimento geral dos processos iterativos, mostrando parâmetros de acompanhamento, como a redução dos erros à cada etapa de iteração.

Neste quadro ainda podem ser encontrados os limites para o número máximo de iterações e o erro mínimo admissível, para as iterações principal e do cortante. Onde seus valores implícitos ("default") são:

<u>Main Iteration:</u>		<u>Shear Iteration:</u>	
Max. Iterat.	15	Max. Iterat.	15
Admis. Error	5e-2	Admis. Error	1e-2

O programa Warping permite que sejam alterados estes parâmetros de controle, por meio do arquivo de configuração warping.cfg, que deve ser criado no diretório corrente, a fim de ser encontrado pelo programa quando este for executado.

O formato do arquivo warping.cfg deve ser como mostra o seguinte exemplo:

```
20 - Numero maximo de iteracoes para a iteracao principal
2e-2 - Erro minimo admissivel para a iteracao principal
30 - Numero maximo de iteracoes para a iteracao do cortante
3e-3 - Erro minimo admissivel para a iteracao do cortante
```

Da mesma forma que para o arquivo de dados de entrada, são desprezadas quaisquer informações excedentes nas linhas do arquivo. Desta forma, estes espaços livres podem ser utilizados para acomodar comentários, quando houver necessidade como no exemplo acima.

Caso seja encontrado o arquivo warping.cfg no diretório corrente, o programa adotará imediatamente os novos limites e apresentará na tela a seguinte mensagem:

```
Reading new config file...
```

Os valores originais podem ser restituídos com a exclusão do arquivo warping.cfg do diretório corrente.

A.9 - Mensagens de Execução

As mensagens do campo inferior do quadro de controle de convergência (ver item A.5.3) servem para orientar o usuário em que situação se encontra o processo de convergência, e podem ser as seguintes:

```
Processing non-elastic analysis. Press <Esc> to resume
```

Processamento normal. Aguarde.

Increasing error in main iteration - probable failure

Falha na iteração principal. A seção parece não resistir. É provável o fracasso da investigação.

Problems in shear iteration - please read the manual

Falha na iteração do cortante. A seção parece não resistir. É provável o fracasso da investigação (ver item A.6 - Processamento e Convergência)

Success - Press any key to continue.

O processamento foi interrompido com sucesso.

Failure - Press any key to continue.

O processamento foi interrompido sem sucesso.

A.10 - Mensagens de Erro

A seguir, encontra-se a lista das possíveis mensagens de erro. As mensagens de erro só aparecem na tela e são elas:

Error 0 - cannot open file: <path/filename>

O arquivo de dados de entrada não existe, não está no diretório especificado, ou foi introduzido com nome incorreto. O arquivo de saída não pôde ser criado, ver memória disponível do disco.

Error 1 - Not enough memory available

O modelo da seção é demasiadamente grande para ser processado ou o espaço de memória do computador está ocupado com programas residentes. É conveniente, neste caso, desativar todos os programas residentes e, se ainda necessário, reduzir o número de subdivisões (segmentos) dos elementos da seção, ou seja, reduzir o tamanho do modelo.

Error 2 - Closed section

O programa Warping não é capaz de analisar peças de seção fechada, como esta.

Error 3 - graphics error: <error message>

Não foi possível acionar o módulo gráfico. Razão: ler <error message>. Provavelmente não encontrou o driver do monitor (cga.bgi, egavga.bgi).

Error 4 - element discontinuity or closed section

Há algum elemento desligado dos demais ou trata-se de uma seção dotada de célula(s), casos não permitidos pelo programa.

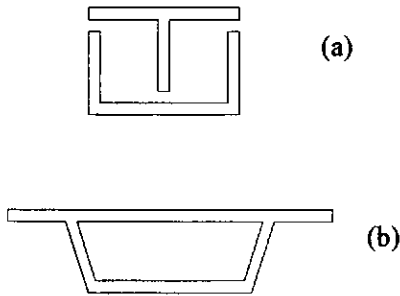


Figura A.14

Error 5 - non defined type of concrete ou
Error 5 - non defined type of steel

Nas descrições dos materiais, foi escolhida uma curva tensão-deformação inexistente para o programa Warping.

Error 6 - unexpected end of file

O arquivo de dados de entrada, ou o arquivo de configuração warping.cfg, termina de forma irregular, isto é, sem que todos os dados necessários tenham sido introduzidos.

Error 7 - inertia zero in y-direction. Hint: Rotate section

A seção possui inércia à flexão na direção do eixo Z mas não possui na direção do eixo Y , mais importante. É possível analisar esta seção, modificando o arquivo de dados, orientando-a com relação ao eixo Y , girando-a 90° (ver item A.4.1 - Quanto às Inércias da Seção).

Error 8 - invalid data in the input file

Foi encontrado um valor impróprio no arquivo de dados. Pode ser uma referência a um nó, a um elemento ou a um tipo de aço que não foi definido. Pode ainda ser um valor negativo onde não é permitido.

Error 9 - wrong connectivity

Falha na conectividade dos elementos. Casos como nó inicial e nó final de um elemento referidos ao mesmo nó da seção, ou então, barras de aço posicionadas em nós e elementos que não possuem conectividade, isto é, que não estão ligados.

Error 10 - unacceptable inclined bar

Barra ou cabo de aço posicionado de forma inaceitável, isto é, em um nó extremo ou entre dois elementos não colineares como na figura abaixo.

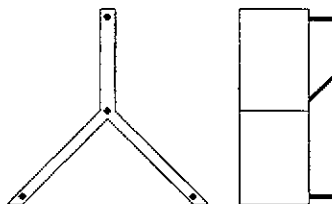


Figura A.15

A.11 - Mensagens de Advertência:

A seguir, encontra-se a lista das possíveis mensagens de advertência. As mensagens de advertência só aparecem no arquivo de saída e são:

WARNING: Zero torsional inertia, warping and torsion moments discarded

A seção não tem inércia à torção e, sendo assim, as solicitações associadas a esta propriedade geométrica (B_w e T_w) foram desprezadas.

WARNING: Zero flexural inertia in z-direction, M_y and V_z discarded

A seção não tem inércia à flexão na direção Z e, sendo assim, as solicitações associadas a esta propriedade geométrica (M_y e V_z) foram desprezadas.

WARNING: Previous analysis results were used to initialize

Foram adotados como valores iniciais para a análise corrente os resultados obtidos na investigação imediatamente anterior. Logo, o número de iterações exigido pela análise não-linear pode ter sido reduzido graças a esta pré-inicialização.

WARNING: Warping's config file was found - new limits were adopted

Foi encontrado o arquivo de configuração warping.cfg no diretório corrente, de forma que os parâmetros de iteração: número de iterações máximo e erro admissível, foram alterados em relação aos seus valores implícitos.

O PROGRAMA COPANEL

B.1 - Introdução

O programa Copanel (Concrete Panel) tem como finalidade analisar como um painel de concreto armado resiste a um determinado conjunto de solicitações. Sua teoria foi detalhadamente descrita nos capítulos 3 e 4.

Pode-se dizer que este programa faz uma análise intermediária do programa Warping, o qual é muito mais complexo. Sendo, a resolução de um painel de concreto armado, a célula básica de toda a análise não linear de peças laminares submetidas a esforço cortante, e sendo este assunto de extremo interesse, resolvemos torná-lo independente da análise global, convertendo suas subrotinas em um programa a que chamamos de Copanel.

Foi desenvolvido apenas como exemplo dos procedimentos aqui apresentados, não possuindo portanto, a solução computacional otimizada.

Sua utilização pode ser feita em qualquer equipamento compatível com o sistema PC/IBM.

As unidades a serem adotadas devem seguir o Sistema Internacional de Unidades, usando-se sempre: m (metro) e kN (quilonewton), para as grandezas de comprimento e força, respectivamente.

B.2 - Entrada de Dados

Sua entrada de dados é feita através de um arquivo de dados, padrão de texto ASCII, em que são introduzidas as características geométricas e a descrição dos diversos materiais constituintes do painel de concreto armado.

Os dados necessários para a sua execução são os seguintes:

- Espessura do painel (t)
- Área de aço distribuída na direção longitudinal (as_x)
- Área de aço distribuída na direção transversal (as_t)
- Diâmetro médio dos estribos
- Módulo de elasticidade do concreto (E_c)
- Resistência à compressão do concreto (cilíndrica) (f_c)
- Resistência à tração do concreto (f_{ct})
- Tipo de curva do concreto
- Teoria a ser adotada
- Módulo de elasticidade do aço (E_s)
- Tensão de escoamento do aço (f_y)
- Tipo de curva do aço

As áreas de aço distribuídas nas direções longitudinal (armadura de costela) e transversal (armadura de estribos) devem ter dimensão de área por comprimento ($[L]$), isto é, m^2/m .

O valor a ser introduzido como tipo de curva do concreto poderá ser arbitrado pelo usuário a partir das opções oferecidas pelo programa.

Curva 1:

Curva tradicionalmente usada para o dimensionamento, sugerida pelo CEB-FIP 1978, conhecida como curva parábola-retângulo.

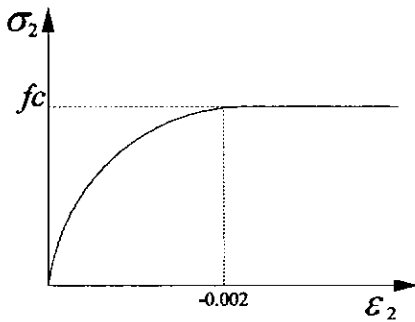


Figura B.1

Curva 2:

Sugerida por Collins e Vecchio, preferida por considerar o efeito biaxial nas bielas assim como os efeitos de tração do concreto ("tension stiffening") (ver item 4.2 e 4.3).

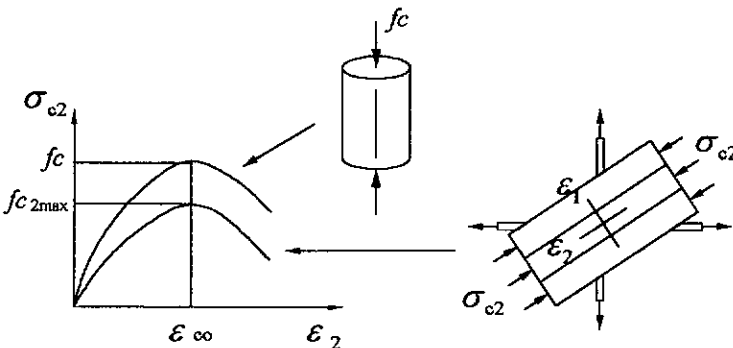


Figura B.2

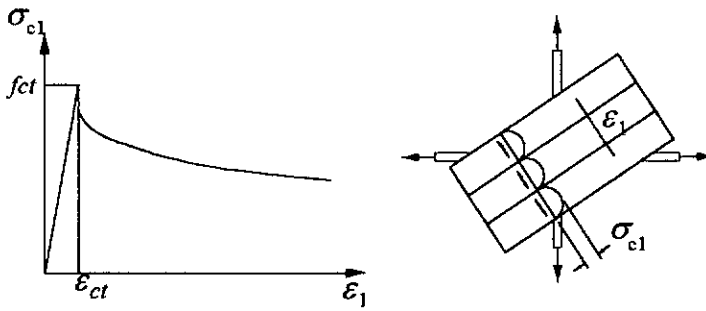


Figura B.3

O valor a ser introduzido como tipo de curva do aço poderá ser arbitrado pelo usuário a partir das opções oferecidas pelo programa.

Curva 1: (única)

Curva tradicionalmente usada para aço tipo A, isto é, de patamar de escoamento bem definido, a partir da tensão f_y .

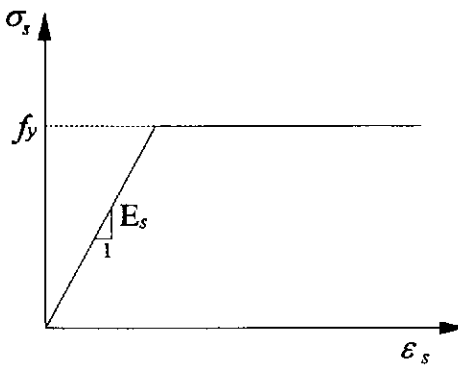


Figura B.4

As curvas do programa Copanel são rigorosamente iguais às oferecidas pelo programa Warping (ver apêndice A).

Os dados referentes ao painel de concreto devem ser introduzidos um a cada linha e, obrigatoriamente, na ordem dada acima.

Exemplo de modelagem:

```

1.6e-1 - t
0.0 - asx
5.49e-4 - ast
6e-3 - diametro medio dos estribos
3e7 - Ec
15.4e3 - fc
1.3e3 - fcr
2 - curva do concreto
1 - teoria
1.95e8 - Es
4.49e5 - fy
1 - curva do aço
    
```

São desprezadas quaisquer informações excedentes nas linhas do arquivo de dados. Desta forma, estes espaços livres podem ser utilizados para acomodar comentários, quando houver necessidade (ver exemplo acima).

B.3 - Rodando o Programa Copanel

Para executar o programa deve ser digitado o comando de execução:

```
COPANEL
```

A seguir será solicitado o nome do arquivo de dados, através da mensagem:

```
Enter the input file name:
```

Será então solicitado o nome do arquivo de saída, através da mensagem:

```
Enter the output file name: (PRN/CON/NUL/<path/filename>)
```

A saída pode então ser direcionada diretamente para a impressora (PRN), para o monitor (CON), para o arquivo vazio (NUL), ou para um arquivo de saída em disco (<path/filename>).

De uma forma mais objetiva, pode-se suprimir esta etapa de interação digitando diretamente o nome do programa, seguido do nome do arquivo de entrada e do nome do arquivo de saída:

```
COPANEL <Arquivo de Entrada> <Arquivo de Saída>
```

Como procedimento de segurança em caso de substituição acidental de arquivo preexistente, ele pode emitir a seguinte mensagem:

```
Output file already exists! Overwrite? (y/n)
```

A etapa seguinte é a de leitura e verificação do arquivo de dados. Em caso de detecção de irregularidades, nesta fase, a execução do programa será instantaneamente interrompida e será impressa uma mensagem de erro (ver item B.6 - Mensagens de Erro).

A seguir, serão requisitadas as solicitações prescritas do painel,

```
Enter the long_strain and the shear_flow:
```

quando deverão ser fornecidos os valores da deformação longitudinal ϵ_x e do fluxo de cisalhamento F_{xt} , impostos sobre o painel.

Esta definição de solicitações impostas sobre o painel foi arbitrada em harmonia com o desenvolvimento do programa Warping, por uma questão de conveniência (ver capítulo 3).

É importante lembrar aqui os sentidos positivos a serem adotados para as deformações:

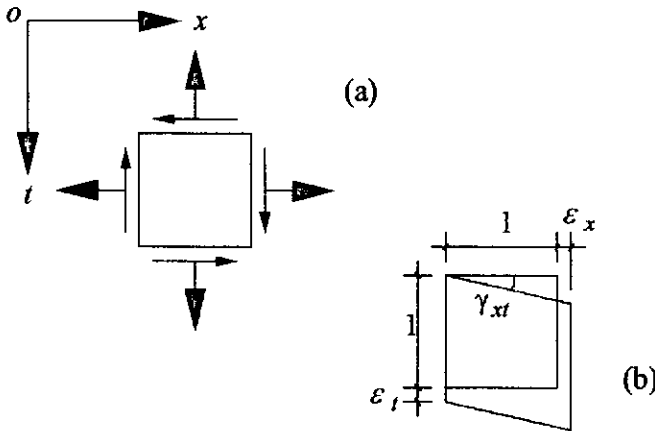


Figura B.5

B.4 - Processamento e Convergência

A análise não-linear de um painel de concreto armado é feita, como visto nos capítulos anteriores, através de uma série de iterações que pode, ou não, convergir para uma solução.

Como visto, a não convergência pode ser causada a partir de duas causas fundamentais:

- O painel procura uma configuração de deformações para que possa resistir aos esforços externos solicitantes. A procura não tem sucesso, simplesmente pelo motivo de que, tal solução não existe, isto é, a seção não tem condições de resistir aos esforços solicitantes, portanto rompe.
- Problemas nos procedimentos numéricos impedem, por algum motivo, a determinação da solução do problema (looping perpétuo no processo de Newton-Raphson, por exemplo).

O desenvolvimento do programa Copanel se concentrou na tentativa de garantir uma estabilidade numérica dos seus procedimentos iterativos. Desta forma, tentou-se minimizar a ocorrência da causa (b), não podendo-se, infelizmente, garantir que esta não venha a acontecer.

Nos processos iterativos, baseados no método de Newton-Raphson, como o utilizado por este programa, é fundamental que as iterações sejam inicializadas com valores relativamente próximos à provável solução. Por este motivo, a grande dificuldade do

método, na maioria das vezes é, justamente, descobrir qual seria esta provável solução.

Sendo assim, a escolha dos valores para uma boa inicialização é a chave para a convergência do método de Newton-Raphson.

O programa Copanel possui um procedimento de inicialização que mostrou-se bastante eficiente nos testes realizados; não possuindo, no entanto, rotinas de reinicialização em caso de panes do processo, como o programa Warping.

Em contra partida o programa oferece ao usuário a opção deste poder sugerir uma inicialização para a iteração que se segue:

Any suggestion? (y/n)

Em caso de uma resposta afirmativa, a seguinte mensagem aparecerá na tela:

Enter ext[2] e ext[3]:

O usuário deve então entrar com sua sugestão para os valores restantes do vetor de deformações do painel de concreto. É importante lembrar que o vetor $\{\epsilon_{xt}\}$ é o vetor de deformações referenciado segundo o sistema da figura B.5 (a notação dos eixos x e t coincide com a dos eixos l e s , respectivamente).

Deste forma, ext[2] é a deformação transversal ϵ_t (deformação dos estribos) e ext[3] é a distorção angular γ_{xt} , do painel de concreto armado.

Findo o processo, com ou sem sucesso, o programa pergunta se deseja-se prosseguir com a análise para um outro carregamento:

One more analysis? (y/n)

Caso negativo, é encerrada a execução.

B.5 - Saída de Resultados

A saída de resultados é feita na forma de um arquivo texto, padrão ASCII, de nome a ser especificado pelo usuário.

Sua primeira parte consiste em um relatório dos dados lidos e interpretados a partir do arquivo de dados de entrada:

```
COPANEL
For reinforced concrete panel analysis

File: copanel.dat
```

```

element t = 1.600e-01
element asx = 0.000e+00
element asy = 5.490e-04
element diam = 6.000e-03
concrete E = 3.000e+07
concrete fc = 1.540e+04
concrete fcr = 1.300e+03
concrete curve = 2
concrete theory = 1
steel E = 1.950e+08
steel fy = 4.490e+05
steel curve = 1

```

Observe que as tensões e deformações estão orientadas aqui, no referencial do painel de concreto, isto é, com relação às direções x e t (ou s) do painel. Desta forma tem-se:

- Alongamento e tração são sempre grandezas positivas.
- O sentido positivo para a distorção e o fluxo de cisalhamento estão ligados ao referencial local de cisalhamento, coordenada s .
- O ângulo de inclinação das bielas de compressão é referenciado a partir do eixo x e cresce na direção da coordenada s , assim como foi definido o ângulo de inclinação dos cabos e das barras (ver item A.8 - Definindo as Barras de Armadura).

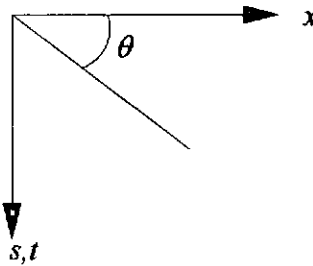


Figura B.6

A seguir, é apresentado um relatório detalhado de cada passo do procedimento iterativo. Após 30 iterações sem sucesso, a execução é interrompida e é suposto que o painel não é capaz de resistir ao referido conjunto de solicitações.

B.6 - Mensagens de Erro

A seguir, encontra-se a lista das possíveis mensagens de erro. As mensagens de erro só aparecem na tela e são elas:

```
Error - cannot open file: <path/filename>
```

O arquivo de dados de entrada não existe, não está no diretório especificado, ou foi introduzido com nome incorreto. O arquivo de saída não pôde ser criado, ver memória disponível do disco.

Error - undefined type of steel

Nas descrições dos materiais, foi escolhida uma curva tensão - deformação para o aço, inexistente para o programa Copanel.

Error - undefined type of concrete

Nas descrições dos materiais, foi escolhida uma curva tensão x deformação para o concreto, inexistente para o programa Copanel.

Error - unexpected end of file

O arquivo de dados de entrada termina de forma irregular, isto é, sem que todos os dados necessários tenham sido introduzidos.