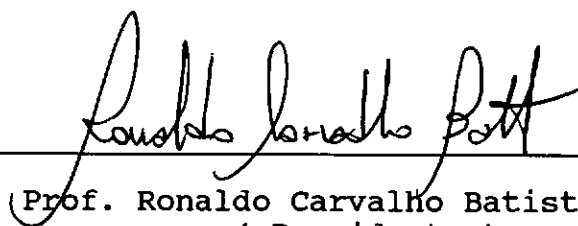


COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR DE "RISER" RÍGIDO

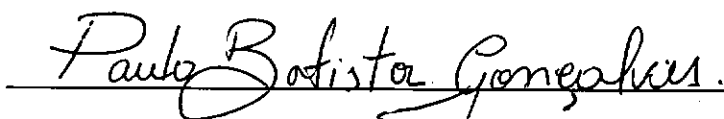
ROSANE MARTINS ALVES

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

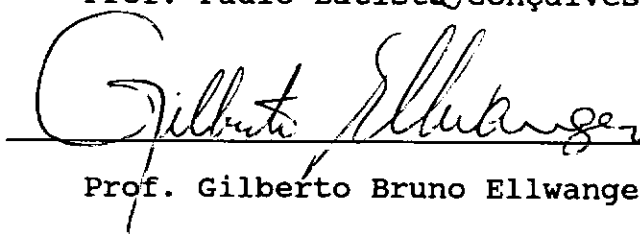
Aprovada por :



Prof. Ronaldo Carvalho Batista, Ph.d.
(Presidente)



Prof. Paulo Batista Gonçalves, D.Sc.



Prof. Gilberto Bruno Ellwanger, D.Sc.



Eng^a Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MAIO DE 1991

ALVES, ROSANE MARTINS

Comportamento Dinâmico Não-Linear de Riser Rígido

[Rio de Janeiro] 1991

XIV,193 p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1991)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. "Riser" Rígido

2. Comportamento não-linear

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

iii

DEDICATÓRIA

Ao Ricardo M.F.,
pelo apoio e incentivo.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Ronaldo Carvalho Batista pela orientação, apoio e amizade em todas as horas.

À Eng^a Eliane M.L. Carvalho, pela co-orientação.

Aos meus pais (José e Marlene), sem os quais esta etapa não seria alcançada.

Ao Eng^o Ricardo Muñoz Freitas, pela colaboração prestada e pelo incentivo profissional.

Aos meus familiares e amigos, em especial, às queridas amigas : Beatriz S.L.P. de Lima e Beatriz M.T. Neitzel, companheiras de todos os momentos.

Ao querido amigo, Prof. Severino F. da Silva Neto, pela valiosa ajuda durante a realização dos créditos.

À Cátia Câmara B. de Figueiredo pelo apoio e colaboração durante os créditos.

Ao amigo, Eng^o Richard Mansur Hine, pelo apoio no desenvolvimento computacional.

Ao Prof. Roberto F. de Oliveira, pela atenção constante.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M .Sc.).

COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR DE "RISER" RÍGIDO

ROSANE MARTINS ALVES

Maio de 1991

Orientador : Prof. Dr. Ronaldo Carvalho Batista

Programa : Engenharia Civil

O presente trabalho analisa o comportamento dinâmico não linear de um riser rígido de produção para águas profundas, acoplado a uma plataforma *offshore* do tipo TLP.

O riser é considerado totalmente imerso estando sujeito ao movimento transversal da TLP e às ações de ondas regulares, correntes e à tração inicial aplicada. Respostas dinâmicas em termos de deslocamentos, esforços e tensões são apresentadas para vários tipos de onda características da Bacia de Campos, Estado do Rio de Janeiro, Brasil.

Ênfase é dada à investigação da ocorrência de instabilidades dinâmicas e comportamentos não-lineares caracterizados por quase-periodicidade e quase-caoticidade desse sistema estrutural complacente.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M .Sc.).

NON LINEAR DYNAMIC BEHAVIOR OF RIGID RISER

ROSANE MARTINS ALVES

May, 1991

Thesis Supervisor : Prof. Ronaldo Carvalho Batista, Ph.D.
Department : Civil Engineering

This work deals with the non linear dynamic behavior of a deep water production riser, tied to a tension leg platform (TLP).

The riser is supposed to be completely immersed in seawater, being subjected to the TLP's sway movement and to wave and current actions plus an initial top-tension.

Dynamic response in terms of displacements, internal forces and stress are presented for several possible wave drives, typical of Campos Basin, offshore, Rio de Janeiro State, Brazil.

Emphasis is given to the investigation of dynamic instabilities and non-linear behaviors characterized by quasi-periodicity and chaos which can be displayed by this complaint structural system.

ÍNDICE

Capítulo I - INTRODUÇÃO

I.1 - Motivação para o Trabalho Realizado.....	1
I.2 - Objetivos Principais.....	1
I.3 - Escopo de Trabalho.....	4

Capítulo II - DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

II.1 - Definição.....	6
II.2 - Geometria.....	8
II.3 - Funcionamento.....	12
II.4 - Cargas e Esforços Atuantes.....	13

Capítulo III - DESCRIÇÃO DAS AÇÕES

III.1 - Introdução.....	19
III.2 - Tração.....	20
III.2.1 - Dinâmica Vertical de Risers.....	21
III.3 - Ondas.....	25
III.3.1 - Mares Regulares.....	25
III.3.2 - Força de Onda.....	26
III.3.3 - Teoria de Airy para Ondas do Mar.....	30
III.3.4 - Equação de Morison	34
III.3.5 - Condições de Mar Adotadas.....	41
III.3.5.1 - Onda Obtida do Modelo Reduzido da TLP.....	41
III.3.5.2 - Ondas Obtidas a partir de Espectros de Mar.....	42
III.3.5.3 - Ações da TLP sobre o Riser.....	47

III.4 - Correntes.....	47
III.4.1 - Desprendimento de Vórtices.....	50
Capítulo IV - MODELO MATEMÁTICO	
IV.1 - Considerações Iniciais.....	55
IV.2 - Modos de Deslocamento.....	55
IV.3 - Funcionais de Energia.....	60
IV.3.1 - Energia Potencial.....	60
IV.3.2 - Energia Cinética do Sistema.....	67
IV.4 - Trabalhos Realizados pelas Forças Externas.....	69
IV.4.1 - Trabalho Realizado pelas Forças de Amortecimento não Conservativas.....	69
IV.4.2 - Trabalho Realizado pelas Forças de Onda.....	70
IV.4.3 - Energia Potencial de Flexão devida a Ação estática de corrente marinha	74
IV.5 - Equações Diferenciais Não-Lineares do Movimento..	75
IV.6 - Cálculo dos Deslocamentos, Momentos, Rotações e Tensões.....	87
IV.6.1 - Hipóteses Adotadas.....	87
IV.6.2 - Expressões para o Deslocamento.....	87
IV.6.3 - Expressões para o Momento Fletor.....	88
IV.6.4 - Expressões para a Rotação.....	89
IV.6.5 - Expressões para as Tensões Atuantes.....	90
IV.7 - Tensão Admissível.....	93
Capítulo V - RESULTADOS OBTIDOS PARA O RISER ANALISADO	
V.1 - Descrição dos Carregamentos Utilizados na Análise.	95
V.1.1 - Forças de Tração Aplicadas ao Riser	95
V.1.2 - Condições de Mar.....	98
V.1.3 - Corrente.....	102

V.1.4 - Movimentos da TLP.....	102
V.1.5 - Casos de Análise.....	103
V.1.5.1 - Resumo das Hipóteses Abordadas na Análise.....	103
V.2 - Frequências Naturais da Estrutura e Taxas de Amortecimento.....	105
V.3 - Verificação para Vibrações por Vorticidade.....	108
V.4 - Respostas para Deslocamentos, Momentos e Tensões.....	109
V.5 - Respostas para Deslocamentos e Rotações.....	110
V.5.1 - Gráficos de Deslocamentos ao Longo do <i>Riser</i>	115
V.5.2 - Envoltórias de Deslocamento ao Longo do <i>Riser</i>	116
V.6 - Respostas para Momentos Fletores.....	131
V.6.1 - Gráficos para Momentos Fletores.....	132
V.7 - Respostas para Tensões.....	142
V.7.1 - Gráficos para Tensões de Flexão.....	147
V.7.2 - Envoltórias de Tensões Normais às Seções ao Longo do <i>Riser</i>	148
 Capítulo VI - ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR	
VI.1 - Introdução.....	155
VI.2 - Análise do Comportamento sob a Ação de Ondas Incidentes sobre o Modelo Reduzido da TLP.....	159
VI.3 - Análise do Comportamento sob a Ação de Mar 1.....	168
VI.4 - Análise do Comportamento sob a Ação de Mar 2.....	175
VI.5 - Análise do Comportamento sob a Ação de Mar 3.....	181

Capítulo VII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

VII.1 - Conclusões.....187

VII.2 - Sugestões.....188

BIBLIOGRAFIA.....189

NOMENCLATURA

- A - área da seção transversal do *riser*
 A_1 - amplitude de resposta da TLP
 a_0 - fator de proporcionalidade
 C_M - coeficiente de inércia
 C_a - coeficiente de massa adicional
 C_d - coeficiente de arrasto
 C_A - coeficiente de amortecimento
 C_i - coeficiente de amortecimento modal
 c - celeridade da onda
 d - lâmina d'água
 D - diâmetro relativo à camisa externa do *riser*
 ds - velocidade relativa entre o fluido e a estrutura
 $DESL$ - deslocamento no plano
 E - módulo de elasticidade da estrutura
 e - espessura do *riser*
 f - frequência natural da estrutura (*riser*)
 f_0 - frequência da onda
 f_R - frequência de resposta
 f_S - frequência do desprendimento de vórtices
 F_0 - força de onda
 F_i - magnitude da resultante da força modal de onda
 F_L - força lateral
 F_A - força de amortecimento viscoso
 F_C - força de corrente
 F_E - força de empuxo
 F_V - força de arrasto
 F_I - força de inércia
 F_t - força de tração variável linearmente ao longo do *riser*

- f_a - tensão admissível
 g = aceleração da gravidade
 H - altura da onda
 I - momento de inércia
 K - número de Keulegan-Karpenter
 k_o - número de onda
 K_R - rugosidade da estrutura
 K_i - coeficiente de rigidez modal
 L - comprimento do riser
 m_T - massa total do riser
 m_e - massa da estrutura propriamente dita
 m_a - massa d'água adicionada
 m_o - massa do óleo
 m_i - parâmetros de massa modal
 M - momento fletor
 n - número do harmônico
 p_{ext} - pressão externa
 R_E - número de Reynolds
 R - rotação
 R_{ext}, R_{med} - raio externo, raio médio
 S - número de Strouhal
 T_o - período da onda
 t - tempo
 Tr - tração de referência
 T_1 - tração externa aplicada à cabeça do riser
 T_c - energia cinética do sistema
 \dot{U}_o - componente vertical da velocidade da onda
 \ddot{U}_o - componente vertical da aceleração da onda
 u^F - componente vertical do deslocamento fundamental da estrutura sob tração

- u^I - componente vertical do deslocamento incremental da estrutura sob tração
- U_{ext} - energia de deformação elástica extensional
- U_f - energia de deformação elástica de flexão
- V - energia potencial do sistema
- V_t - volume total da estrutura por unidade de comprimento
- V_i - volume imerso por unidade de comprimento
- V_c - velocidade da corrente
- V_i - velocidade da corrente na parte inferior do riser
- V_s - velocidade da corrente na parte superior do riser
- W^I - componente transversal do deslocamento incremental do riser
- W_1, W_2, W_3 - amplitudes de deslocamentos modais de flexão do riser
- $\bar{W}_1, \bar{W}_2, \bar{W}_3$ - coordenadas modais, adimensionais
- \dot{W}_0 - componente horizontal da velocidade das partículas de água
- \ddot{W}_0 - componente horizontal da aceleração das partículas de água
- \dot{W} - velocidade da estrutura
- \ddot{W} - aceleração da estrutura
- \dot{W}_m - velocidade relativa média entre o fluido e a estrutura
- \bar{W}_θ - excursão da TLP
- W_θ - deslocamento do modo pendular
- $W_{uc, ext}$ - trabalho realizado pelas forças de amortecimento não conservativas
- $W_{ext, onda}$ - trabalho realizado pelas forças de onda
- $W_{ext, corr}$ - trabalho realizado pela força de corrente
- W_R - momento resistente
- \bar{x} - distância a partir do fundo
- ϵ_x - deformação específica extensional
- φ - ângulo de fase da onda

γ_a - peso específico da água

γ_m - peso específico do material

γ_o - peso específico do óleo

μ - massa específica da estrutura

λ - comprimento de onda

ω_n - freqüências modais para os n harmônicos

ω_θ - freqüência circular de resposta da TLP, ou da
excitação da cabeça do riser

ζ - função de forma para o modo axial

ρ - massa específica do fluido

σ_e - tensão de escoamento

σ_F - tensão de flexão

σ_N - tensão normal

σ_{ru} - tensão de ruptura

σ_y - tensão circunferencial

σ_z - tensão radial

$\theta(x)$ - função de forma para o modo pendular

$\psi_i(x)$ - função de forma para os modos de flexão

ξ - taxa de amortecimento

CAPITULO I

INTRODUÇÃO

I.1 - Motivação para o Trabalho Realizado

Os sistemas estruturais mais promissores para aplicação *offshore* em águas profundas são as estruturas complacentes :(i) torres penduladas com grandes tanques flutuadores (tipo *Gamma Tower*); (ii) torres penduladas estaiadas com tanques flutuadores inerciais (tipo *Lenna Tower*); (iii) *Tension Leg Platforms* - TLP's; (iv) ou mesmo Plataformas Semi-Submersíveis através de cabos em catenárias.

Alguns desses sistemas complacentes têm sido propostos ((i), (ii)) e já mesmo utilizados ((iii) e (iv)) para operações de produção de óleo em lâminas d'água relativamente profundas, em comparação com as profundidades em que se encontram os grandes reservatórios de petróleo recentemente descobertos na Plataforma Continental do Brasil.

Nesses sistemas são utilizados, predominantemente

risers flexíveis para a condução do óleo produzido e de umbilicais e outros dutos auxiliares de operação. Os *risers* flexíveis têm custo bastante elevado e apresentam, naturalmente, um comportamento bastante não-linear geométrico. A utilização de *risers* rígidos, i.e. constituídos de tubos de aço sem costura e de custo bastante menor, se mostram como uma alternativa válida. Entretanto, embora denominados "rígidos" , as grandes profundidades para os quais são destinados, os transformam em componentes bastante flexíveis e, portanto, sujeitos a comportamentos com forte grau de não-linearidade elástico-geométrica.

Assim, pendurado em uma TLP ou numa Semi-Sub, o próprio *riser* rígido se torna uma estrutura complacente. Pesquisas recentes [1-4] têm mostrado que, devido as fortes características não-lineares inerentes a este tipo de estrutura e devido ao severo meio ambiente oceânico, bifurcações de duplo período (ou instabilidades dinâmicas de vários tipos) podem ocorrer, podendo conduzir o sistema a movimentos quase-periódicos tendendo a caóticos. São, portanto, estas questões sobre o comportamento não-linear e instabilidades dinâmicas, possíveis de ocorrência em um *riser* rígido, que constituem a motivação para o presente trabalho de pesquisa.

I.2 -Objetivos Principais

O estudo do comportamento dinâmico não-linear de

estruturas *offshore* complacentes é extremamente complexo, sendo limitado o número de trabalhos de pesquisa nessa área. Por outro lado, pesquisas em dinâmica não-linear e caos, na área de mecânica aplicada, cresceram bastante em número, durante a última década. Alguns resultados dessas pesquisas [1-4], serão aqui utilizados para interpretação e análise do comportamento não-linear de *risers* rígidos para águas profundas.

Os objetivos preliminares deste trabalho são, então, a análise do comportamento dinâmico não-linear e instabilidades de um sistema estrutural complacente : um *riser* rígido. O estudo aqui realizado é dirigido à investigação de possíveis comportamentos não-lineares caracterizados por sub-harmônicos, super-harmônicos, quase-periodicidade e caoticidade desse sistema estrutural complacente. Para isso são variados alguns parâmetros (de um certo *riser* escolhido para análise) como por exemplo a tensão inicial, condições iniciais práticas e cargas de ondas. Um modelo semi-analítico é desenvolvido para este fim, sendo conduzido um estudo paramétrico que, embora limitado, serviu para um ganho de conhecimento inicial sobre o comportamento dinâmico não-linear de *risers* rígidos para águas profundas.

Como segundo objetivo, mas não secundário, procurou-se investigar os valores máximos de tensões alcançadas para diversas condições de análise e, conseqüentemente avaliar a possibilidade prática da utilização alternativa desses

rises em sistemas *offshore* complacentes para produção de óleo em águas relativamente profundas.

I.3 - Escopo de Trabalho

O capítulo II apresenta a definição de um *riser* rígido de produção, descrevendo a sua função e operação, além dos fatores que mais influenciam no seu comportamento, tais como : a geometria, as cargas e os esforços atuantes.

O capítulo III apresenta os esforços estáticos e dinâmicos atuantes sobre o *riser*, descrevendo-os detalhadamente. Os estáticos, provenientes da tração externa aplicada à cabeça do *riser*, do *offset* estático da TLP e da ação de corrente marinha. No que diz respeito aos esforços dinâmicos, apresenta e justifica a teoria de onda utilizada, bem como a consideração de ondas regulares e a sua obtenção.

O capítulo IV apresenta os funcionais de energia, os trabalhos realizados pelas forças externas, bem como os modos de deslocamento do *riser* e as equações diferenciais não-lineares de movimento a eles associadas. Define também o cálculo dos deslocamentos, rotações, momentos e tensões atuantes sobre o *riser*.

O capítulo V descreve todos os casos de análise, apresentando comentários e conclusões para os resultados obtidos em cada uma delas, no que diz respeito a deslocamentos, rotações, momentos fletores, e tensões,

apresentando, também os cálculos das taxas de amortecimento utilizadas.

O capítulo VI analisa as respostas dinâmicas obtidas para os diversos casos de carregamento do *riser* em questão, ressaltando alguns comportamentos característicos do sistema estrutural estudado, ilustrados graficamente.

Finalmente, o capítulo VII reúne algumas conclusões e sugestões baseadas nos estudos desenvolvidos.

CAPITULO II

DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA

II.1 - Definição

Um *riser* marinho para extração de petróleo é essencialmente um tubo conectado entre a plataforma *offshore* fixa ou flutuante e a cabeça do poço no leito marinho. Sua função consiste na condução do óleo misturado à água, gás e sedimentos, desde o poço até a plataforma.

Os *risers* podem ser considerados como a parte crítica de um sistema de produção (ou perfuração) *offshore*, já que, estando continuamente sujeitos à severas condições ambientais, podem ter o seu comportamento afetado pelo grande número de esforços a que estão submetidos. Qualquer falha no sistema pode deteriorar o ambiente marinho e provocar uma interrupção na produção de óleo, onde altos custos estão envolvidos.

Os *risers* quando destinados à águas profundas e conectados à plataformas flutuantes, têm comportamento mecânico caracterizado, em geral, por grandes deslocamentos

do topo e grandes deflexões devido ao grande comprimento e pequena rigidez à flexão.

Serão aqui considerados *risers* de produção conectados a uma TLP (*tension leg platform*), que consiste, como mostrado na Fig.II.1, em uma estrutura flutuante ancorada às fundações por meio de tirantes verticais. A TLP, devido à rigidez desses tirantes (ou tendões) e devido à pré-tensão a que estão submetidos, tem amplitude de movimento predominante no plano horizontal [5].

Como pode-se observar na Fig. II.1, o *riser* é conectado à TLP por uma junta esférica e ao BOP (*blow out preventer*) por outra junta esférica, cujo funcionamento será descrito na Seção II.3.

Visto que a unidade flutuante a que o *riser* está conectado apresenta pequenos movimentos verticais, (em relação ao seu comprimento), sob a ação de ondas, ventos e correntes marinhas, o *riser* pode ser modelado como sendo uma viga bi-rotulada. Conforme pode ser observado na Fig.II.1, a rótula da extremidade inferior é indeslocável e a da extremidade superior, sujeita a movimentos quase-estáticos e dinâmicos no plano horizontal.

A deriva ou *off-set* estático, que consiste na amplitude de movimento horizontal quase-estático da plataforma, é medida em relação ao eixo vertical passando pelo poço. Esta amplitude é, em geral, pequena, mesmo para uma TLP em águas profundas.

Os fatores que mais influenciam o comportamento de *risers*, são : a sua geometria, condições ambientais e fatores operacionais, a serem analisados a seguir.

II.2 - Geometria

Na presente análise, foi utilizado um *riser* rígido de produção para águas profundas. Foi tomado um *riser*, com 0.559 metros (22") de diâmetro externo e comprimento vertical igual a 610 metros.

A seção transversal idealizada de um *riser* de produção é mostrada na Fig.II.2. Ela consiste em uma camisa externa envolvendo o *riser* propriamente dito (por onde haverá subida do óleo produzido), e outros tubos flexíveis de diâmetros menores : os umbilicais e auxiliares. Supõem-se que todos estes dutos e linhas internas, estejam ligados à camisa em pontos discretos ao longo de sua altura, através de suportes flexíveis.

A componente estrutural do *riser* em questão, é então, a camisa tubular constituída de um aço de alta resistência, o API 5LXGr60. Essa camisa externa, com suas extremidades ligadas às juntas esféricas superior e inferior, é que resiste às forças axiais e transversais atuantes.

O diâmetro desta camisa tubular do *riser* marinho, determinará a magnitude das forças hidrodinâmicas que nele atuarão, e, juntamente com a espessura, definirá o peso por unidade de comprimento e o nível de tensões do material.

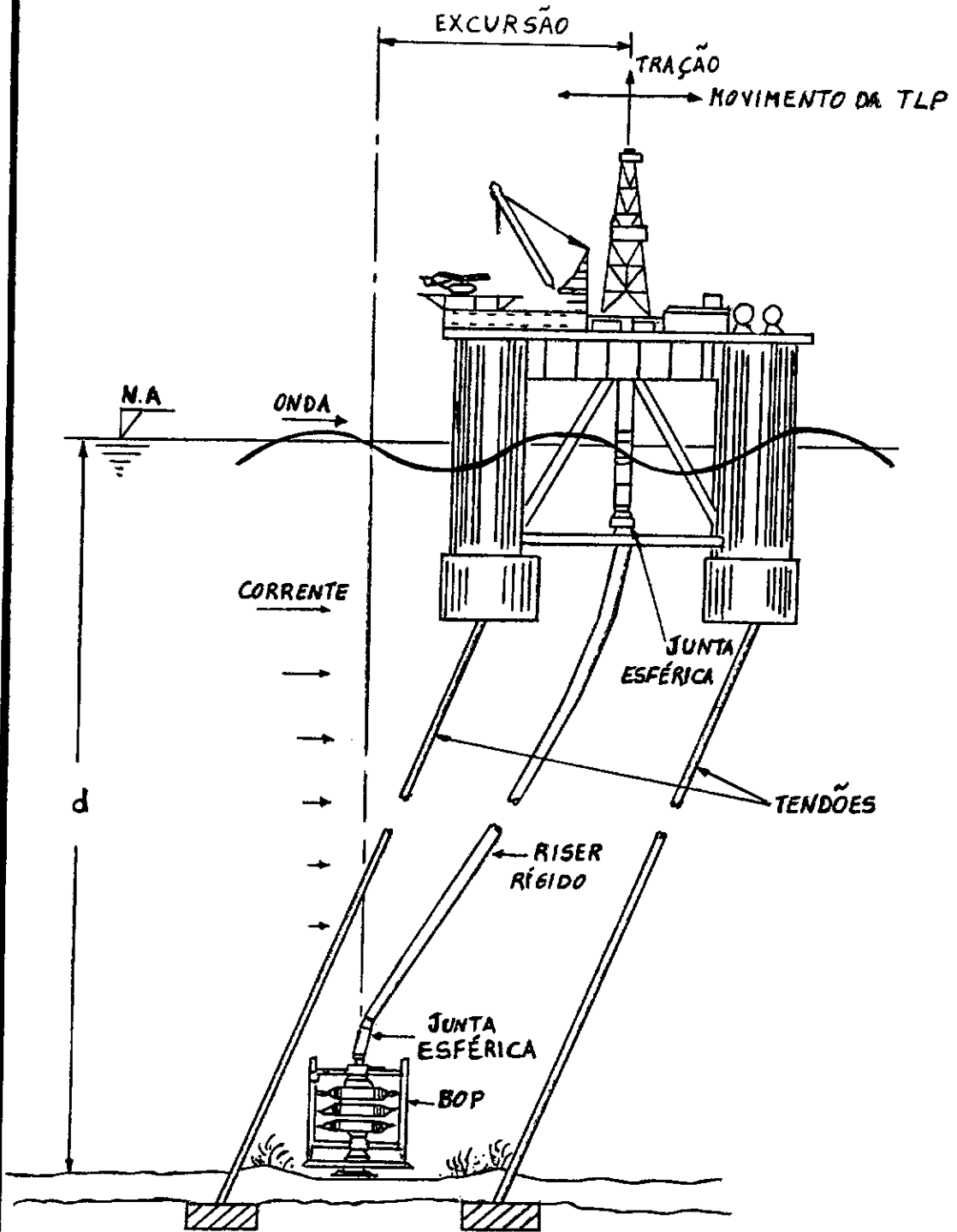


FIGURA II.1 Riser Rígido de Produção em TLP

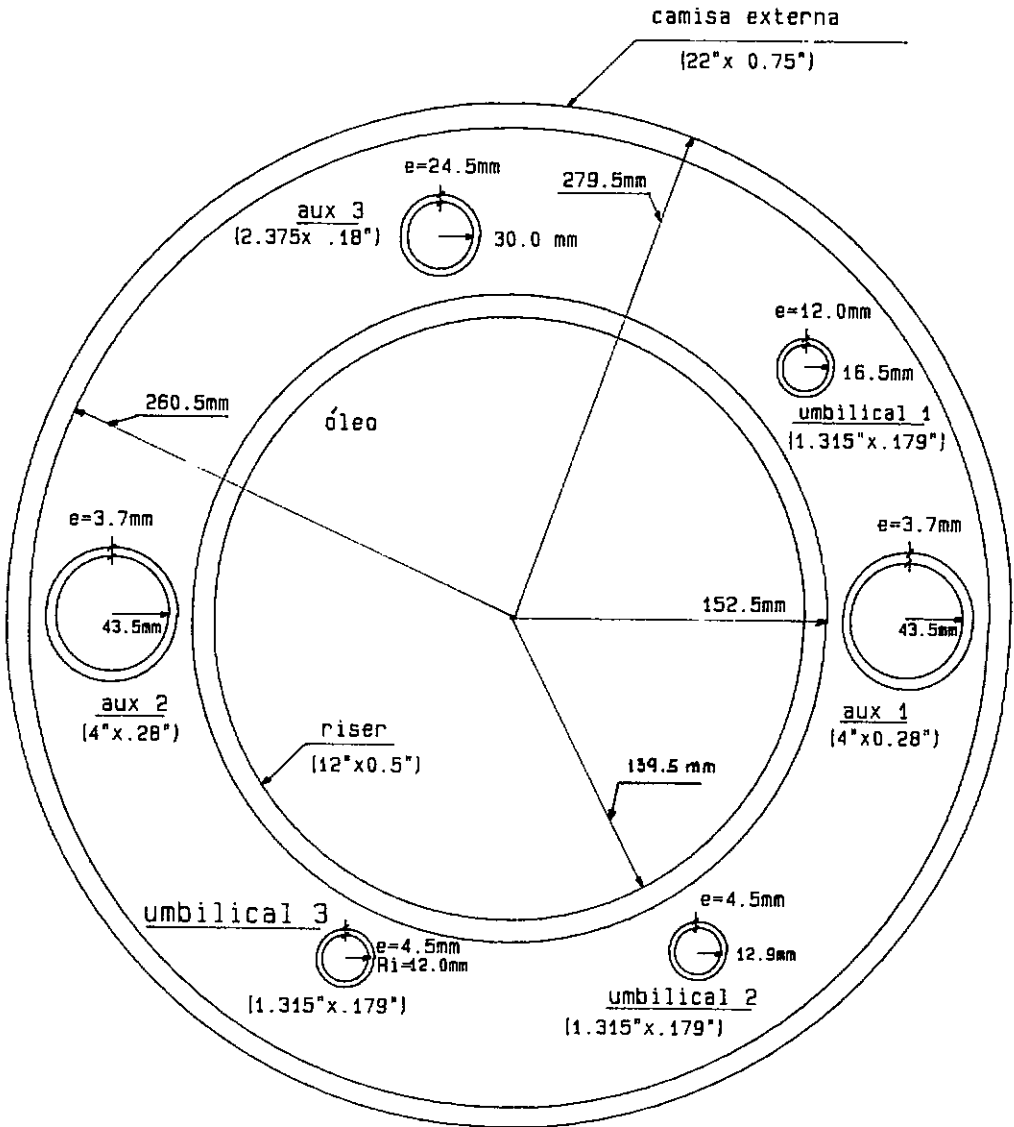


FIGURA II.2 -Seção Transversal do Riser

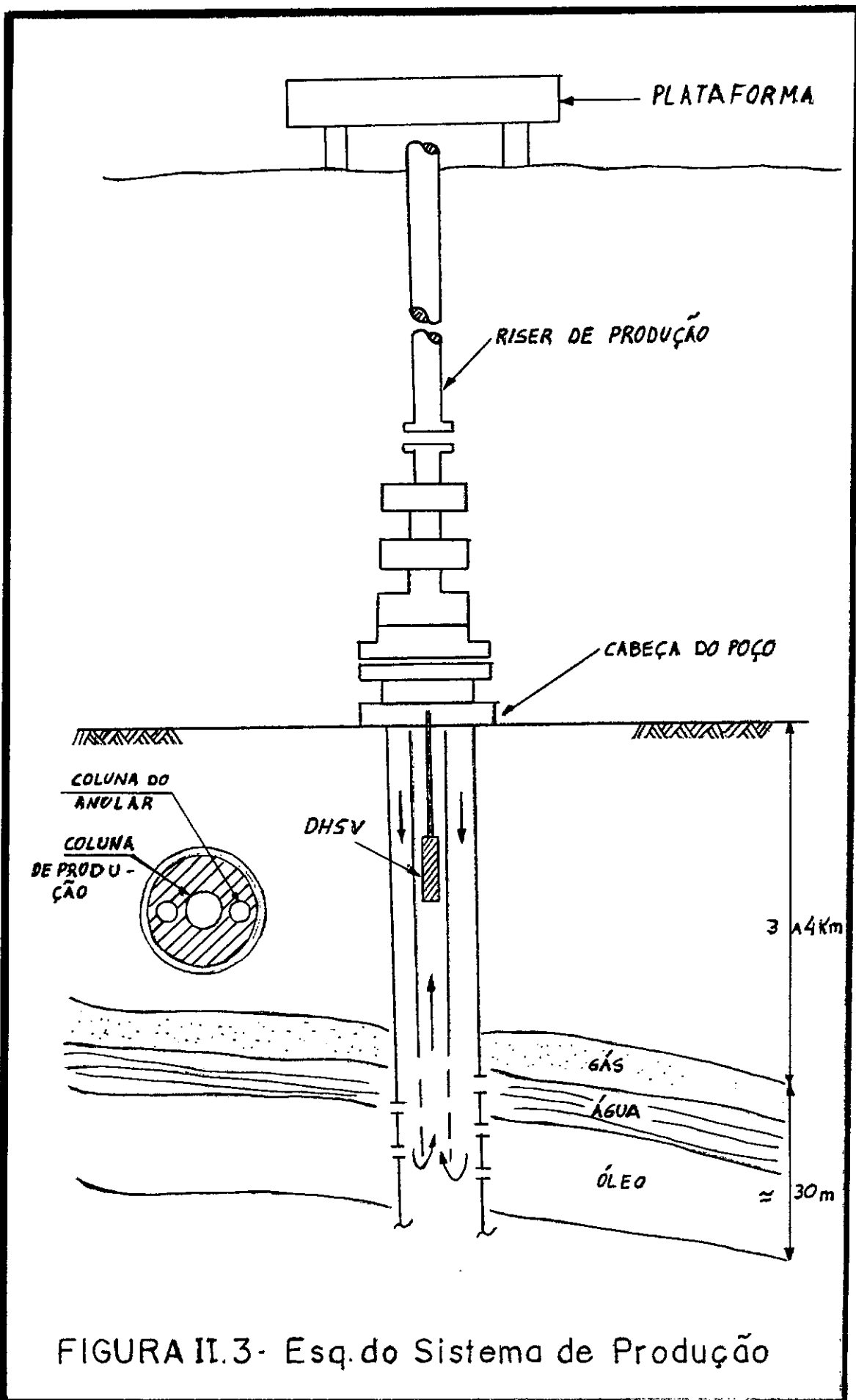


FIGURA II.3- Esq.do Sistema de Produção

II.3 - Funcionamento

O sistema de tracionamento hidráulico a que o *riser* será submetido, atuará sobre a camisa externa, já que, é ela quem recebe o peso próprio dos dutos e linhas internas, a ação de ondas e correntes, os esforços de interação com a TLP, além da pressão hidrostática. Daqui por diante, então, a denominação *riser*, será dada a esta camisa tubular cilíndrica.

Na extremidade superior do *riser*, uma junta esférica faz a sua conexão com a TLP e na extremidade inferior, outra junta esférica faz a conexão do *riser* ao BOP. As juntas esféricas possibilitam os movimentos relativos entre a TLP e o *riser*, além de permitirem que o *riser* na sua interação com a TLP atenua a deriva [6], aliviando as tensões dinâmicas de flexão, sem acréscimo substancial de tensões de flexão até um certo valor limite de rotação. Deve-se atentar para o fato de que para uma rotação superior a 10° na junta esférica (*ball joint*) o aumento da deriva aumenta significativamente o nível de tensões na seção inferior do *riser*, isto porque ela assume o comportamento de um engaste [6].

O BOP consiste em uma válvula que fecha o espaço anular (Fig.II.3), controlando assim a subida do óleo.

Como pode-se observar no esquema da Fig.II.3, a profundidade do solo marinho onde o óleo se encontra é

bastante grande em relação à cabeça do poço de seção circular, chamada coluna de produção, constituída pela coluna do anular ou gás lift e por uma coluna de produção onde encontra-se o *DHSV* (*down hole safety valve*).

Em geral, um sistema de produção é constituído por *risers* e equipamentos de cabeça de poço conectados hidraulicamente a um *template manifold* solidamente fixado ao solo por estacas [7], como mostram as Figs. (II.4), (II.5.a-c), para um sistema isolado. A Fig. (II.5.a) mostra um riser rígido de produção para o Campo de Placid, no Golfo do México.

Esse riser de produção com comprimento de 407 m é uma estrutura rígida modulada, que se estende desde o *template* até um ponto cerca de 50 m abaixo da linha d'água, utilizando ,a partir daí, tubos flexíveis que fazem a transição para a plataforma flutuante. Neste caso, o extremo superior do riser fica pendurado em cabos tensionados.

II.4 - Cargas e esforços atuantes

Como exemplos de esforços ou cargas a que um riser está submetido, pode-se citar a tração externa aplicada no seu topo, o peso próprio da coluna completa, o empuxo sobre a camisa, os esforços devidos aos movimentos da plataforma, cargas de ondas, força de arrasto devido a correntes e

outras forças hidrodinâmicas como aquela devida ao efeito de vorticidade.

A tração externa tem como função reduzir a flexão e as deflexões angulares. Juntamente com os esforços de flexão, a tração compõe o sistema de resistência do riser às cargas.

A ação de peso próprio ao longo do comprimento vertical do riser é aliviada pelo empuxo, o qual produz juntamente com a tração aplicada no topo, um efeito favorável : uma distribuição linear de tração ao longo da altura do riser. O efeito do empuxo pode ser aumentado com a utilização de flutuadores (não considerados nesta análise).

Os flutuadores têm a finalidade de reduzir a tração na parte superior do riser. Contudo, a adoção desta alternativa deve ser analisada com cautela, já que, o uso de flutuadores aumenta a magnitude das forças hidrodinâmicas (de inércia e de arrasto) atuantes. Por isso, os flutuadores não devem ser usados próximos à superfície do mar, onde o efeito das ondas é mais intenso. O riser em questão, foi considerado não vazado, ou seja, não há passagem de água pelo seu interior, aumentando assim o efeito do empuxo.

Outros esforços sobre um riser são provocados pelos movimentos da unidade flutuante tais como : o movimento de heave (deslocamento vertical) e o off-set estático da

plataforma. Como trata-se de *risers* pendulados em TLP, a princípio, o movimento de *heave* não foi considerado, pois além de ser limitado pela rigidez dos tendões, pode ser atenuado pelo sistema de tracionamento hidráulico, instalado na cabeça do *riser*. Numa TLP para 600 metros a amplitude do movimento *heave* é bastante pequeno em relação ao comprimento do *riser* : cerca de 0.2%. Este valor foi obtido experimentalmente do ensaio realizado por ANDRADE [8] em um modelo reduzido, extrapolado para o protótipo.

Os esforços provocados por ondas e correntes, são relativamente complexos em sua determinação, se estas ações são consideradas dinâmicas e atuando de forma combinada com distintas direções. Uma simplificação usualmente feita é a consideração de que ambas as ações atuam na mesma direção e que a ação de corrente pode ser tomada como estática.

A utilização de parâmetros (coeficientes de arrasto e de inércia), determinados experimentalmente e a seleção de uma teoria de onda adequada, se tornam necessários para a análise estrutural de um *riser*.

A força hidrodinâmica decorrente do desprendimento de vórtices pela ação de correntes, torna-se crítica quando adquire uma frequência próxima à frequência natural da estrutura do *riser*, provocando movimentos transversais à direção da corrente e podendo levar a um processo de fadiga precoce.

No estudo aqui realizado foram considerados vários

tipos de ondas incidentes sobre o riser, que ocorrem na Costa Brasileira. Foi também utilizado um tipo de onda obtido através de ensaios experimentais com o modelo reduzido de uma TLP, ensaiado e analisado por ANDRADE [8]. Para este último caso as características da onda foram extrapoladas do modelo reduzido para o protótipo, através da Teoria da Semelhança, conforme explicado na Seção III.3.5.1. Para o caso das ondas típicas da Bacia de Campos, foram usadas Especificações Técnicas fornecidas pelo CENPES/SUPEN - PETROBRÁS [9]. Os movimentos do topo do riser, para estas ondas, foram obtidos a partir de um gráfico resultante de um programa de computador, desenvolvido por ELLWANGER [10], calibrado com dados do modelo reduzido da TLP, extrapolados para o protótipo. Mais detalhes a respeito, serão fornecidos na Seção III.3.5.2.

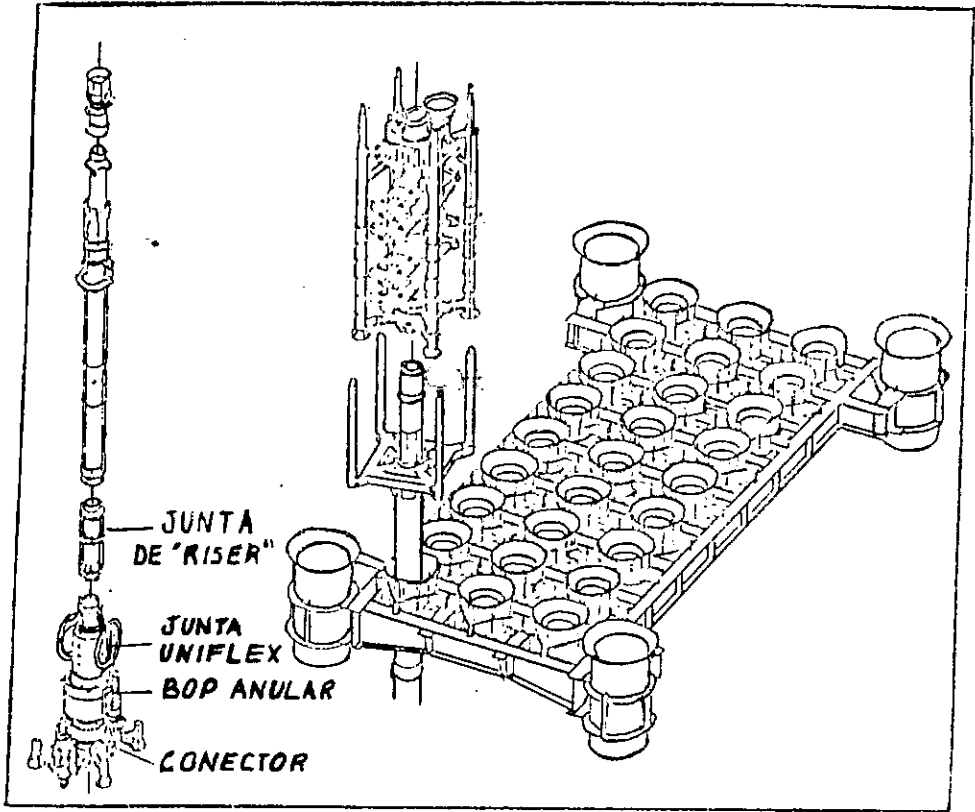


FIGURA II.4 Coluna de Riser e equipamentos

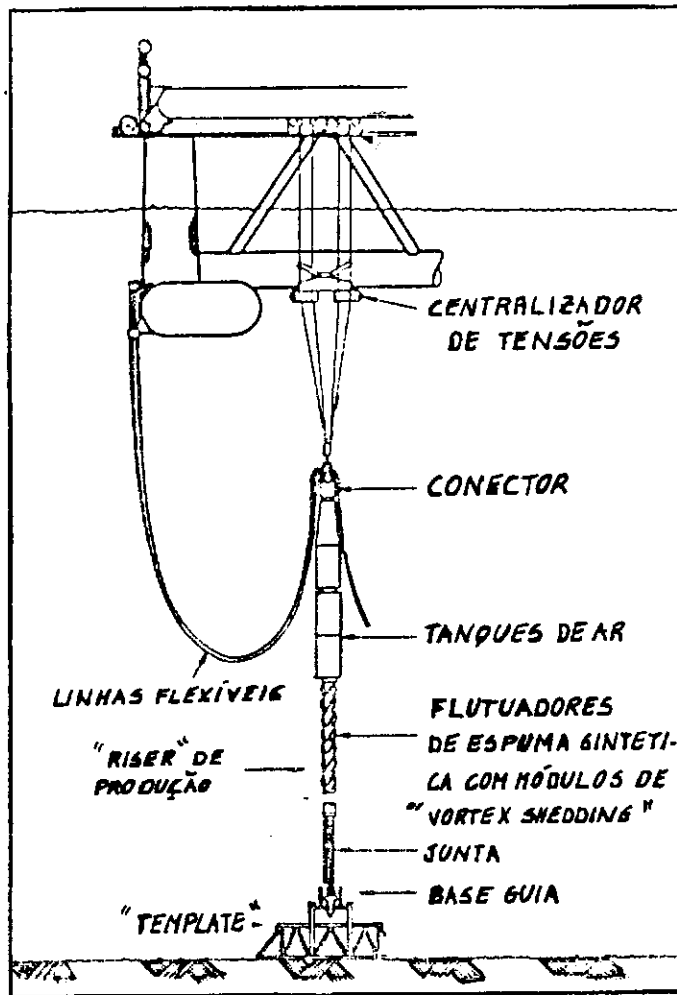


FIGURA 11.5(a)

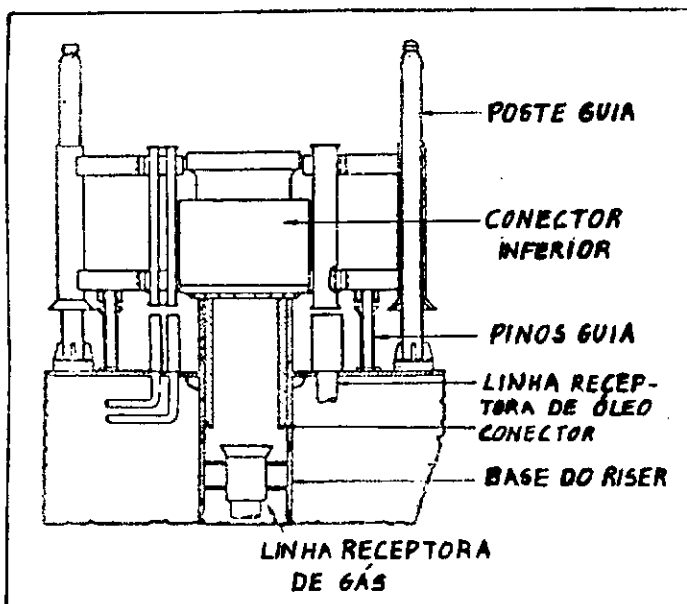


FIGURA 11.5(b)

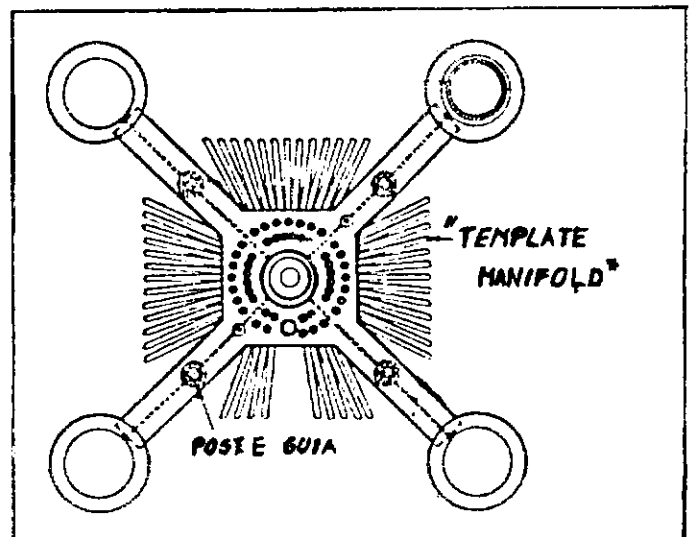


FIGURA 11.5(c)

CAPITULO III

DESCRIÇÃO DAS AÇÕES

III.1 - Introdução

Um *riser* marinho de uma unidade flutuante de produção é uma estrutura importante de ligação operacional com o poço de petróleo [11]. Embora, estruturalmente simples, seus mecanismos de ligação e carregamentos são por vezes complexos para aplicações em águas profundas, sendo o seu comportamento não linear de difícil previsão.

Os esforços atuantes são estáticos e dinâmicos. Os esforços estáticos são causados pela tração aplicada à cabeça do *riser*, e pelo *offset* estático da TLP (ou unidade flutuante). Sob a hipótese de constituírem um carregamento estático equivalente, as correntes marinhas originam esforços internos que se superpõem aos estáticos anteriormente citados. Os esforços dinâmicos, são causados pelo movimento da TLP e pela ação de ondas no *riser*. Estes esforços dinâmicos podem ser atenuados pela tração instalada no topo do *riser*, através da sua ligação com a unidade flutuante.

Em unidades flutuantes tais como uma TLP (*tension leg platform*) ou Semi-Submersível, os esforços axiais dinâmicos atuantes em um riser rígido alcançam valores máximos distintos, principalmente em se tratando de águas profundas. Plataformas Semi-Submersíveis apresentam amplitudes de movimento maiores do que TLP's. A diferença mais importante se dá para o movimento vertical (*heave*), cujas amplitudes em uma TLP são em geral muito menores do que em Semi-Sub's. Essas amplitudes tendem a aumentar com o aumento da profundidade, fazendo com que se torne necessária a instalação de um equipamento de compensação de *heave* no topo do riser.

III.2 - Tração

A tração é o principal parâmetro de controle para minimizar o nível de tensões dinâmicas e suas variações, aumentando a vida útil do riser. A redução substancial da diferença entre as tensões máximas e mínimas, retarda o processo de acúmulo dos danos de fadiga no riser.

Por outro lado, quando o riser é submetido a grandes deflexões, a parede na parte côncava fletida do riser pode ser submetida à compressão, causando um mecanismo de flambagem que se mostra por enrugamento da parede (no caso de paredes finas) ou na forma de uma indentação (no caso de paredes médias e espessas). O ideal é evitar completamente tensões de compressão, através da instalação de tração adequada no topo do riser.

O uso de bóias intermediárias permite a utilização de

uma menor tração operacional.

Como pode-se observar na Fig.II.2, um riser de produção é constituído por uma "camisa" externa, por um tubo através do qual passará o óleo produzido e por tubos de diâmetros menores : os umbilicais e auxiliares. Para o cálculo da resultante das forças axiais atuantes sobre o riser (tubo + encamisamento) foram considerados o peso próprio da camisa externa, do tubo central, do óleo e dos tubos de pequeno diâmetro. Quanto ao empuxo, considerou-se a estanqueidade do sistema tomando-se assim para o seu cálculo o diâmetro relativo à camisa externa.

Se a camisa externa não for considerada estanque, o valor da força axial resultante sobre o riser, torna-se ainda maior resultando, assim, numa situação mais desfavorável para a análise em questão. Quanto maior for a resultante axial sobre o riser maior será o valor da tração inicialmente aplicada na cabeça do mesmo.

Na presente análise a tração inicial será majorada de 50% e de 100%, o que deverá ser encarado com certa cautela, pois além de outros fatores estarem envolvidos, tais como ondas e correntes marinhas, a majoração da tração inicial poderá elevar as tensões acima do limite de ruptura do material de que é constituído o riser. A parcela de tensões devidas ao esforço normal é, na maioria das vezes, geralmente maior do que as devidas ao esforço de flexão e às tensões circunferenciais, como será visto mais adiante no Cap.V.

As considerações anteriores mostram a conveniência de se manter uma tração elevada, observando-se as limitações do sistema hidráulico de tracionamento que deve em operação normal trabalhar no máximo à 75% de sua capacidade. Além disso o sistema de tracionamento hidráulico atenua o deslocamento vertical, (*heave*), da unidade flutuante (plataforma *offshore*), e tenta manter constante o valor da tração aplicada ao topo do *riser*. Por este motivo serão considerados apenas os movimentos laterais (*surge* e *sway*) como ilustrados na Fig.III.1.

Os valores para peso próprio e empuxo dos componentes do *riser* foram calculados para as dimensões mostradas na Fig.(II.2) :

$$pp = \gamma_m \times V_t \quad ; \quad \text{peso próprio} \quad (III.1)$$

$$F_E = \gamma_a \times V_i \quad ; \quad \text{força de empuxo} \quad (III.2)$$

Convém observar que o *riser* está quase totalmente imerso em água, logo , o seu comprimento é equivalente a lâmina d'água . Para águas profundas (cerca de 600.0 metros ou mais) o *riser* pode ser considerado com altura igual a lâmina d'água.

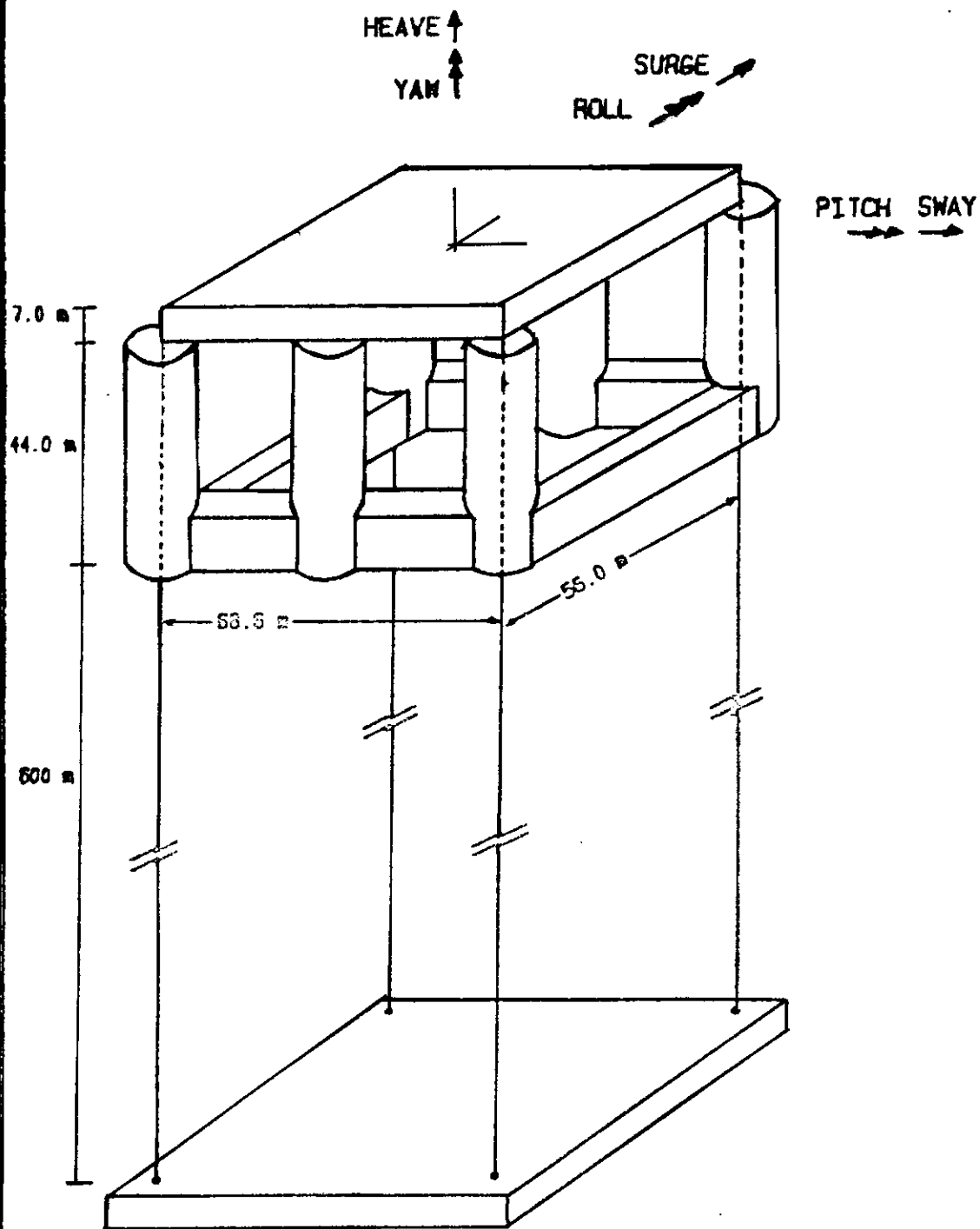


FIGURA III.1- MOVIMENTOS DA TLP [8]

III.2.1 - Dinâmica vertical de risers

O estudo da dinâmica vertical de sistemas de *risers* vem sendo realizado para a determinação da amplitude de forças dinâmicas e deslocamentos, causados pela ação de *heave* (deslocamento vertical) da plataforma flutuante [12].

Devido à sua grande flexibilidade é necessário mantê-lo sob tração, pois uma pequena carga de compressão pode levá-lo à flambagem. A tração inicial aplicada ao *riser* deverá ter o mesmo valor em módulo e direção, porém, sentido contrário à resultante das forças axiais que sobre ele atuam, tais como, o peso próprio, o peso do óleo no interior do tubo e a força de empuxo.

Uma análise vertical dinâmica é necessária para garantir que a amplitude de tensão axial dinâmica seja menor do que a tensão estática. A ocorrência de grandes variações da força axial dinâmica (tração variável no tempo), pode ser devido à frequência de *heave* da plataforma estar próxima da frequência natural de vibração axial do sistema de *risers*.

A causa dos rompimentos, são essencialmente as mesmas para todos os *risers*, ou seja, ela ocorre quando a amplitude de forças dinâmicas excede uma certa fração da tensão estática.

A dinâmica vertical de *risers*, pode ser analisada [12] através de um modelo simplificado reduzido a um sistema de um grau de liberdade para avaliar o efeito do amortecimento,

capacitando a recomendação de operações e estratégias para sistemas de compensação para *risers* de águas profundas.

Resultados mostram que um sistema adequado de compensação de *heave* (sistema de tracionamento hidráulico), pode reduzir a amplitude de esforços dinâmicos a valores aceitáveis. Para tal, deve-se manter constante a tensão de tração aplicada ao *riser* independente da profundidade e condições ambientais.

O API (*American Petroleum Institute*) [13] recomenda que a amplitude máxima de tensões dinâmicas seja limitada a 15% da tensão estática.

III.3 - Ondas

III.3.1 - Mares Regulares

Muito freqüentemente, o estudo do movimento de estruturas *offshore* é baseado na utilização de ondas regulares, (aqui utilizadas), cujas propriedades acredita-se serem equivalentes as de um mar irregular.

Sistemas de ondas irregulares são apenas uma composição de um certo número de sistemas de ondas regulares de vários períodos e pequena amplitude, comparativamente ou individualmente [14]. O efeito desta composição de séries de ondas pode ser maior ou menor do que os efeitos próprios das unidades individuais de tal composição.

No estudo de estruturas flutuantes, há uma preferência

em substituir-se cada mar irregular por uma onda regular com altura e período equivalentes aos de um mar irregular, ou seja, a altura de uma onda regular equivalente é igualada à altura máxima de uma onda mais provável de ocorrer em 1000 ciclos, e o período será correspondente a um período de onda significativo, associado a um terço das ondas mais altas já ocorridas.

Estudos realizados [14] comprovam que a utilização de ondas regulares nem sempre prevê movimentos conservadores, podendo assim, apresentar resultados incorretos e menos conservadores do que para ondas irregulares.

Porém, para o estudo aqui realizado, a aproximação de ondas regulares é suficiente, pois para uma TLP os movimentos de *heave* e as rotações *pitch* e *yaw*, são bastante pequenos.

III.3.2 - Forças de Onda

As ondas do mar quando incidem sobre uma estrutura provocam forças sobre ela, que para serem determinadas requerem o conhecimento detalhado das características da estrutura e da onda. Para o cálculo da interação fluido-estrutura foi utilizada a formulação de Morison. Já que, o diâmetro da estrutura é bastante inferior ao comprimento de onda, admite-se que a presença do corpo não deforma a trajetória das partículas da onda incidente, de modo que, os efeitos da difração da onda são desprezíveis e a força atuante pode ser representada pela Equação de

Morison [15].

Para a determinação da força exercida pelas ondas sobre um *riser*, torna-se necessário o conhecimento dos campos de velocidade e aceleração das partículas de água do mar.

Quando a área do *riser* exposta ao vento é muito pequena em relação à área exposta ao mar, o efeito do vento não é considerado. Supõe-se aqui que o *riser* esteja totalmente imerso.

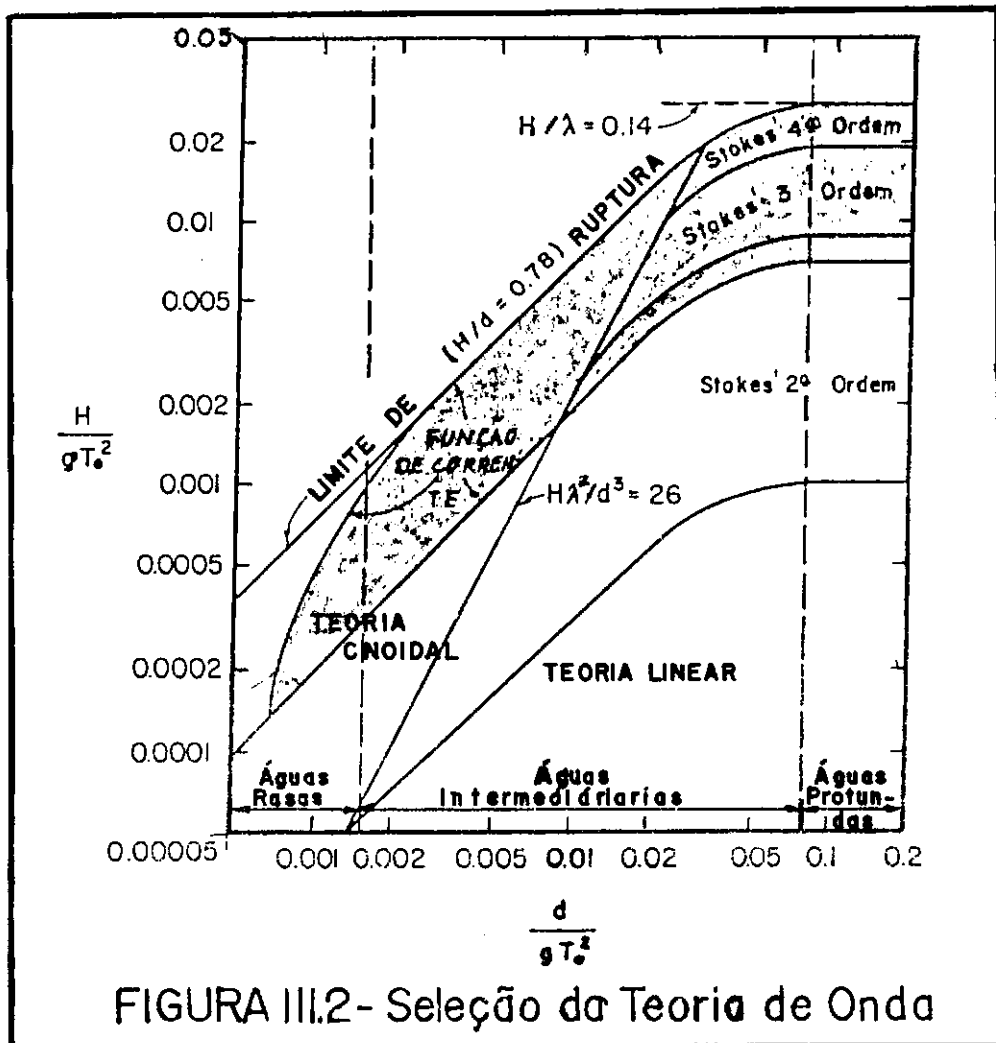
Devido à não linearidade do movimento das partículas de água, existem várias teorias de onda com respectivas expressões para o cálculo das velocidades e acelerações dessas partículas de água. As forças de onda que atuam sobre os *risers* dependem da teoria a elas associada [16], cuja escolha faz-se de acordo com as relações básicas da onda : d/gT_0^2 e H/gT_0^2 , onde os parâmetros envolvidos são :

d = lâmina d'água, em metros

H = altura da onda, em metros

T_0 = período da onda, em segundos

Em função destas relações faz-se, como mostrado no gráfico a seguir, a seleção da teoria de onda a ser empregada na análise.



Para a lâmina d'água aqui considerada (610m), superior a 100 m, as teorias mais adequadas para o cálculo de risers são as de Airy e de Stokes. Substituindo-se os valores de H, T₀ e d, para os casos de mar aqui analisados, tem-se, segundo indicação do gráfico da Fig.III.2, que a Teoria de Onda apropriada seria a de Stokes 3ª ordem. Porém, testes foram realizados utilizando-se as Teorias de Airy e Stokes 3ª ordem [17] obtendo-se para ambas respostas bastante semelhantes, permitindo, assim, a escolha da Teoria de Airy para a obtenção dos campos de velocidade e aceleração, evitando-se a grande complexidade da Teoria de Stokes.

Para uma onda referida ao sistema de eixos coordenados

(x', y) , mostrado na Fig.III.3, considera-se que o fluido é incompressível, irrotacional, a profundidade, d , é constante e o trem de onda bi-dimensional.

O potencial de velocidade do fluido, ϕ , satisfaz à equação de Laplace [16, 21] :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} = 0 \quad (\text{III.3})$$

Sendo assim, pode-se considerar as seguintes condições de contorno :

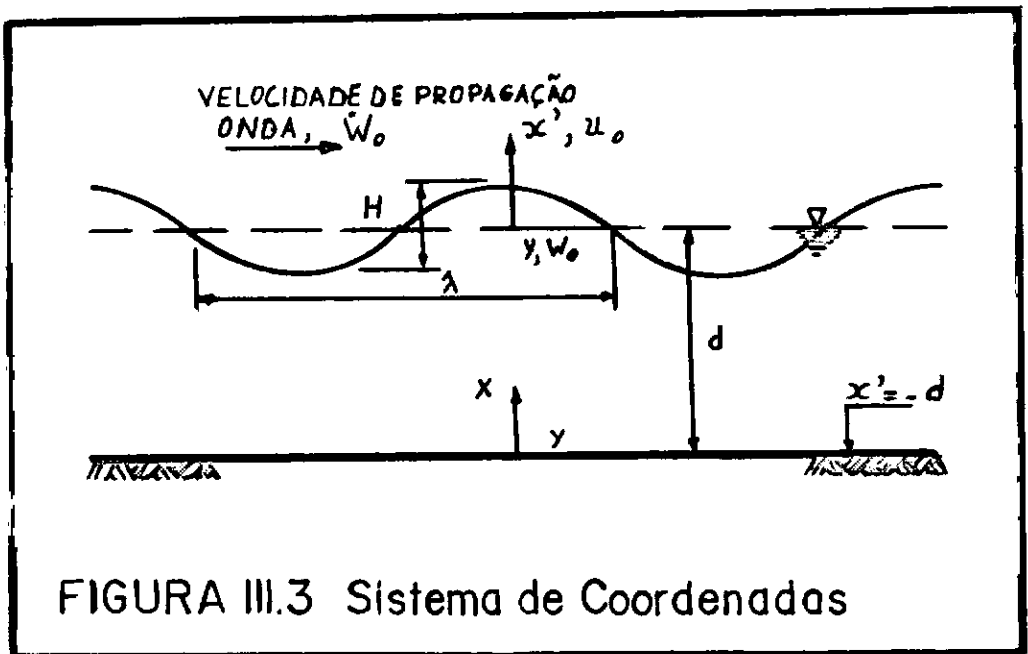
$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad , \text{ em } x' = -d \quad (\text{III.4})$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \phi}{\partial x'} = 0 \quad , \text{ em } x' = \eta \quad (\text{III.5})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial x'} \right)^2 \right] + g \cdot \eta = f(t), \text{ em } x' = \eta \quad (\text{III.6})$$

$$\phi (y, x', t) = \phi (y-ct, x') \quad (\text{III.7})$$

Como as condições de contorno são não lineares e prescritas na superfície livre $x'=\eta$, inicialmente desconhecida, a solução exata da equação de Laplace torna-se difícil de se obter. Sendo assim, a solução mais simples para o problema é procurar uma aproximação linear. Isso é feito na Teoria de Onda conhecida como Teoria de Onda de pequena amplitude, Teoria de Onda linear, Teoria de Onda Sinusoidal ou como Teoria de Airy.



III.3.3 - Teoria de Airy para ondas do Mar

Sendo a mais simples de todas, a Teoria de Airy prevê uma órbita elíptica para as partículas de água [16]. Considera-se que a altura de onda, H , é muito menor do que o comprimento de onda, λ , e a profundidade, d .

Sendo assim, os termos não lineares das equações (III.5) e (III.6) são desprezados em comparação com os termos lineares, e as condições de contorno podem ser diretamente aplicadas no nível $x' = 0$.

Logo, para ondas de pequena amplitude as condições de contorno na superfície livre (equações (III.5) e (III.6)), passam a ser :

$$\frac{\partial \phi}{\partial x'} - \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \quad , \text{em } x' = 0 \quad (\text{III.8})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g \cdot \eta = 0 \quad , \text{em } x' = 0 \quad (\text{III.9})$$

Combinando-se as equações (III.8) e (III.9), chega-se a :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x'} = 0 \quad , \text{em } x' = 0 \quad (\text{III.10})$$

$$\eta = - \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) \quad , \text{em } x' = 0 \quad (\text{III.11})$$

Pela condição de periodicidade dada pela (Eq.III.7), a solução para o problema pode ser obtida pela técnica da separação de variáveis, escrita na forma :

$$\phi = X(x') \Phi (y-ct) \quad (\text{III.12})$$

Substituindo-se a equação (III.12) na equação de Laplace (III.3), obtém-se duas equações diferenciais ordinárias :

$$\frac{\partial^2 X}{\partial x'^2} - K_o^2 \cdot X = 0 \quad (\text{III.13})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + K_o^2 \Phi = 0 \quad (\text{III.14})$$

Resolvendo-se as equações (III.13) e (III.14) e aplicando-se as condições de contorno, chega-se a seguinte expressão para o potencial de velocidade [16]:

$$\phi = \frac{\pi H}{K_0 T_0} \cdot \frac{\cosh [K_0(x'+d)]}{\sinh (k_0 d)} \cdot \text{sen } \varphi \quad (\text{III.15})$$

Onde , $\varphi = K_0(y-ct) = K_0 y - \omega_0 \cdot t$, ângulo de fase da onda.

$$K_0 = \frac{2\pi}{\lambda} = \text{número de onda} ; \quad c = \frac{\lambda}{T_0} = \text{celeridade da onda}$$

Derivando-se ϕ em relação a y e a x' obtem-se respectivamente as expressões das componentes horizontal (\dot{W}_0) e vertical (\dot{U}_0) da velocidade :

$$\dot{W}_0 = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{\cosh [K_0(x'+d)]}{\sinh (K_0 d)} \cdot \cos (K_0 y - \omega_0 t) \quad (\text{III.16})$$

$$\dot{U}_0 = \frac{\partial \phi}{\partial x'} = \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{\sinh [K_0(x'+d)]}{\cosh (K_0 d)} \cdot \text{sen } (k_0 y - \omega_0 t)$$

Derivando-se a velocidade em relação ao tempo, obtem-se as componentes de aceleração :

$$\ddot{W}_0 = \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{\cosh [k_0(x'+d)]}{\sinh (k_0 d)} \cdot \text{sen } (k_0 y - \omega_0 t) \quad (\text{III.17})$$

$$\ddot{U}_0 = - \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{\sinh [k_0(x'+d)]}{\cosh (k_0 d)} \cdot \cos (K_0 y - \omega_0 t)$$

Conhecidos os campos de velocidade e aceleração, pode-se determinar as forças de onda. Para o caso de estruturas verticais, os esforços são máximos quando a velocidade e a aceleração são horizontais, ou seja, quando $\dot{U}_0 = 0$ e $\dot{\ddot{U}}_0 = 0$. Considera-se, por este motivo, apenas as componentes horizontais da velocidade (\dot{W}_0) e da aceleração ($\dot{\ddot{W}}_0$).

Uma das principais características da Teoria de Airy é o decaimento exponencial das velocidades e acelerações com a profundidade, devido à presença dos termos $\cosh [k(x'+ d)]$ e $\sinh [k(x'+ d)]$. Assim, a uma profundidade correspondente à metade do comprimento de onda, os valores máximos das componentes horizontal da velocidade, \dot{W}_0 , e da aceleração, $\dot{\ddot{W}}_0$, são próximos de zero.

Para compatibilizar a Teoria de Onda com o desenvolvimento das equações de movimento é necessário fazer a transferência dos eixos x', y para x, y (ver Fig.III.3), e substituir os valores de k e ω_0 , chegando-se então, às equações das componentes horizontais da velocidade (\dot{W}_0) e aceleração ($\dot{\ddot{W}}_0$):

$$\dot{W}_0 = \frac{\pi H}{T_0} \frac{\cosh \left(\frac{2\pi x}{\lambda} \right)}{\sinh \left(\frac{2\pi d}{\lambda} \right)} \cdot \cos 2\pi \left(\frac{y}{\lambda} - \frac{t}{T_0} \right) \quad (\text{III.18})$$

$$\ddot{W}_O = \frac{2\pi^2 H}{T_o^2} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)} \cdot \sin 2\pi \left(\frac{y}{\lambda} - \frac{t}{T_o}\right) \quad (\text{III.19})$$

Considerando-se a velocidade e a aceleração quando a crista da onda passa pela estrutura, ou seja, quando $y = 0$ (ver Fig. III.3), as equações (III.18) e (III.19) passam a ser escritas da seguinte forma :

$$\dot{W}_O = \frac{\pi H}{T_o} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)} \cos\left(-\frac{2\pi t}{T_o}\right) \quad (\text{III.20})$$

$$\ddot{W}_O = \frac{2\pi^2 H}{T_o^2} \cdot \frac{\cosh\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right)}{\sinh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)} \sin\left(-\frac{2\pi t}{T_o}\right) \quad (\text{III.21})$$

Conhecidos os campos de velocidade e aceleração pode-se então, determinar as forças de onda, mostradas a seguir.

III.3.4 - Equação de Morison

Um fluido em movimento exerce forças variáveis com o tempo sobre os obstáculos que encontra. Esta força depende sobretudo, da velocidade e aceleração relativas do corpo (riser) e do fluido, ocorrendo assim, um acoplamento entre ambos .

Em 1950, MORISON [15] propôs uma fórmula empírica para

o cálculo da força de onda atuante, perpendicular, sobre um cilindro vertical, utilizada até os dias atuais para o cálculo de estruturas *offshore*.

A formulação de Morison, baseada em SARPKEYA [16], será brevemente apresentada :

$$F_o(x,t) = \frac{1}{2} C_d \rho D \dot{W}_o | \dot{W}_o | + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_o \quad (\text{III.22})$$

onde :

C_d = coeficiente de arrasto

C_M = coeficiente de inércia

ρ = massa específica do fluido

D = diâmetro externo do riser

\dot{W}_o = velocidade da onda, (*partícula fluida*)

\ddot{W}_o = aceleração da onda, (*partícula fluida*)

A força de arrasto por unidade de comprimento exercida por um escoamento uniforme unidirecional de um fluido real (viscoso) com aceleração nula incidindo sobre um cilindro estacionário, é dada por :

$$F_v = \frac{1}{2} C_d \rho D \dot{W}_o | \dot{W}_o | \quad (\text{III.23})$$

Para o caso de escoamento uniformemente acelerado, bidimensional de um fluido ideal (não viscoso) incidindo sobre uma seção circular, atuará a força de inércia, por unidade de comprimento resultante das pressões hidrostáticas com intensidade proporcional à aceleração da

massa fluida, dada por :

$$F_I = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_O \quad (\text{III.24})$$

O termo, $C_M \rho \frac{\pi D^2}{4}$, chamado de massa adicional, não representa massa fluida. Ela é o resultado da integração das pressões atuantes no contorno do cilindro. Chama-se massa adicional pelo fato de ter a dimensão de massa.

Fazendo-se agora, a superposição destes dois efeitos, para um escoamento retilíneo acelerado de um fluido real, a força total atuante é conhecida como Equação de Morison, e é dada por:

$$F_o(x,t) = F_v + F_I \quad (\text{III.25})$$

Para estruturas flexíveis onde a velocidade e a aceleração da estrutura possuem valores significantes, a Equação de Morison é modificada usando-se a velocidade e a aceleração relativas entre o fluido e o cilindro. Entretanto, BERGE e PENZIEN [16], propõem a seguinte forma alternativa para a Equação de Morison :

$$F_o(x,t) = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_O + C_a \rho \frac{\pi D^2}{4} (\ddot{W}_O - \ddot{W}) + \frac{1}{2} C_d \rho D (\dot{W}_O - \dot{W}) | \dot{W}_O - \dot{W} | \quad (\text{III.26})$$

Onde :

$$| \dot{W}_O - \dot{W} | = ds = \text{valor absoluto da velocidade relativa entre o fluido e a estrutura}$$

\dot{W}_o = velocidade da onda, (partícula fluida)

\ddot{W}_o = aceleração da onda, (partícula fluida)

\dot{W} = velocidade da estrutura

\ddot{W} = aceleração da estrutura

C_M = coeficiente de inércia

C_a = coeficiente de massa adicional

$C_a = C_M - 1.0$

C_d = coeficiente de arrasto

Os coeficientes de arrasto (C_d) e de inércia (C_M), são obtidos experimentalmente. Eles dependem do tipo de fluido e das características do elemento estrutural, principalmente quanto a sua forma e rugosidade.

SARPKAYA [16] apresenta curvas de C_M e C_d em função do número de Reynolds e de Keulegan-Carpenter, para vários valores de rugosidade da superfície da estrutura.

C_M e C_d , são funções dos seguintes parâmetros [16] :

$$\begin{aligned} C_d &= f_1 (K, Re, Kr/D, t/T_0) \\ C_M &= f_2 (K, Re, Kr/D, t/T_0) \end{aligned} \quad \text{(III.27)}$$

Onde :

K = número de Keulegan-Carpenter

Re = número de Reynolds

Kr = rugosidade da estrutura

Kr/D = rugosidade relativa

t = tempo

T_o = Período da onda

Devido à dificuldade em se trabalhar com as Eqs.III.27, a única alternativa é eliminar o tempo como variável independente e considerar médias adequadas invariantes com o tempo. Sendo assim, C_M e C_d passam a ser funções de :

$$[C_M, C_d] = f_1 (K, Re, Kr/D) \quad (\text{III.28})$$

Para o cálculo de k, e Re, tem-se que :

$$k = \frac{\dot{W}_m \cdot T_o}{D} \quad (\text{III.29})$$

$$Re = \frac{\dot{W}_m \cdot D}{\nu} \quad (\text{III.30})$$

Onde :

\dot{W}_m = velocidade relativa média máxima entre o fluido e a estrutura

T_o = período da onda

D = diâmetro externo do riser

ν = viscosidade cinemática do fluido

Sendo a estrutura em estudo, flexível, os gráficos foram utilizados de forma aproximada, já que são destinados a cilindros rígidos sob a ação de fluxo de fluido com

velocidade constante.

No cálculo dos números de Reynolds e de Keulegan-Carpenter, com os quais se obtém C_M e C_d , a partir dos gráficos das Figs. (III.4) e (III.5), adotou-se a velocidade relativa média máxima entre o fluido e a estrutura como sendo constante com a profundidade, analogamente à situação de fluxo de fluido com velocidade constante.

A velocidade média da onda foi obtida através de perfis de velocidade máxima, usando-se a Teoria de Airy e os parâmetros da onda aqui considerados. A partir dela e dos gráficos das Figs. (III.4) e (III.5), obteve-se os valores: $C_M = 2.0$, (usados para cilindros) e $C_d = 1.2$.

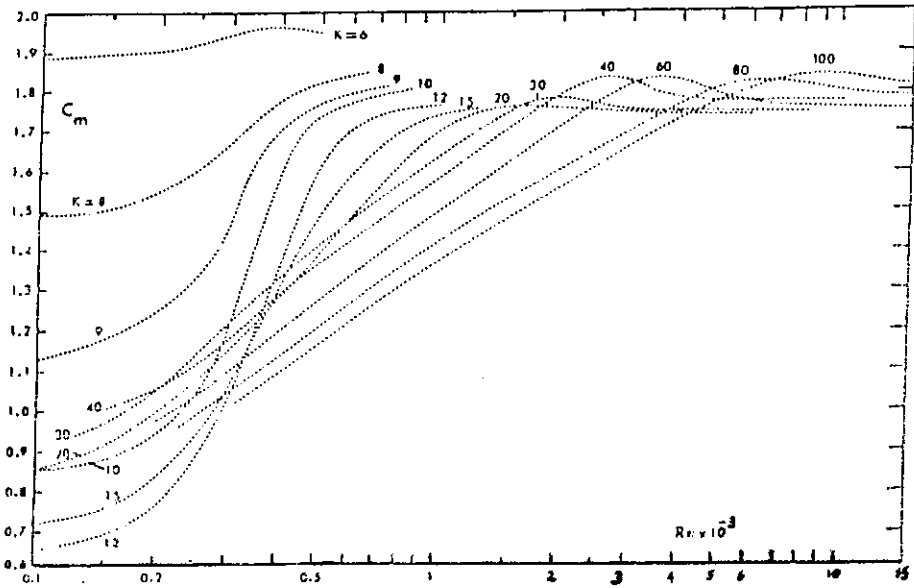


FIGURA III.4 - C_m VERSUS Re PARA VÁRIOS VALORES DE K (CILINDRO LISO) [16]

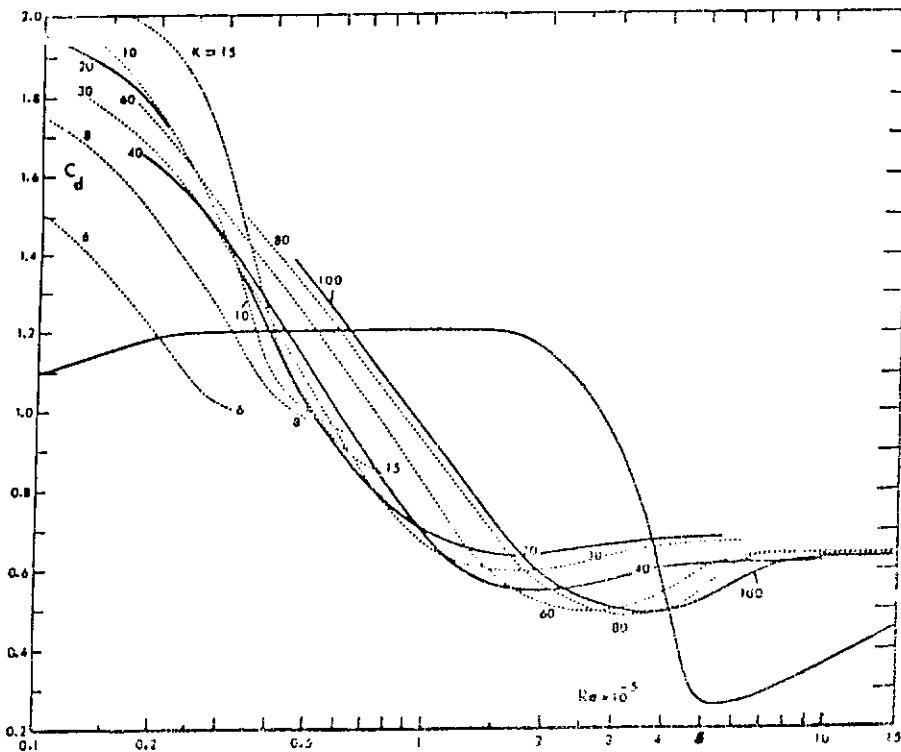


FIGURA III.5 - C_d VERSUS Re PARA VÁRIOS VALORES DE K (CILINDRO LISO) [16]

O API RP-2A recomenda para o cálculo de estruturas marinhas, valores de C_d entre 0.6 e 1.0 e de C_H entre 1.5 e 2.0. A DNV, por sua vez, recomenda valores de C_d acima de 0.7 e de C_H igual a 2.0 [18], o que está compatível com os valores de C_H e C_d aqui utilizados. Do ponto de vista da segurança convém usar os valores mais elevados de C_d .

III.3.5 - Condições de Mar Adotadas

No estudo aqui realizado foram utilizados quatro tipos de ondas incidentes sobre o riser marinho. Na primeira análise, as características da onda foram retiradas de ensaios experimentais onde foi utilizado o modelo reduzido de uma TLP. Nas demais, estas características foram obtidas a partir de espectros de mar.[9]

III.3.5.1 - Onda obtida do modelo reduzido da TLP

Através de ensaios experimentais realizados por ANDRADE [8] com o modelo reduzido de uma TLP para o caso de ação de ondas inclinadas de 0° com a direção sway (ver Fig.(III.1)), foram obtidos os seguintes parâmetros : altura (H), período (T_0), comprimento de onda (λ), além dos parâmetros utilizados na expressão que define o deslocamento do modo pendular do riser (a ser definido posteriormente no Cap.IV), tais como, amplitude de resposta do movimento de TLP (A_1), e sua frequência de excitação (ω_θ).

As características da onda foram extrapoladas do modelo

experimental para o protótipo através da teoria da semelhança, utilizando-se as seguintes escalas :

Escala geométrica :

$$K_L = \frac{l_{\text{MODELO}}}{l_{\text{PROTOTIPO}}} = \frac{1}{169} \quad (\text{III.31})$$

Escala do tempo :

$$K_T = \sqrt{K_L} \quad (\text{III.32})$$

Escala da frequência :

$$K_F = \frac{1}{\sqrt{K_L}} \quad (\text{III.33})$$

Os valores para altura de onda (H), e período de onda (T_0), do modelo reduzido foram retirados da referência [8] pag.71, Fig.IV.35 (A) e (B), e extrapolados para o protótipo utilizando-se (III.31) e (III.32), respectivamente.

III.3.5.2 - Ondas obtidas a partir de Espectros de Mar

Com o objetivo de se pesquisar a influência de diversas ondas típicas da Bacia de Campos sobre o riser aqui estudado, foi obtida a função de transferência para o modo sway da TLP já definida na Seção II.1.

Utilizou-se um programa de computador via método dos elementos finitos, desenvolvido por ELLWANGER [10]. Este programa foi calibrado através do modelo reduzido da TLP. Os

dados do modelo reduzido foram extrapolados para o protótipo obedecendo as condições de semelhança física.

A definição das condições de mar para a Bacia de Campos foi feita a partir de Especificações técnicas de Dados Meteo-oceanográficos do CENPES/SUPEN - PETROBRÁS [9], as quais são descritas a seguir :

Para $T_0 \leq 5.0$ seg :

$$\frac{1}{S} = 1.0 \quad (\text{III.34})$$

Para $5.0 \text{ seg} \leq T_0 \leq 8.0 \text{ seg}$:

$$\frac{1}{S} = \frac{1.56 \cdot T_0^2}{1.782 + 0.42 \cdot T_0} \quad (\text{III.35})$$

Para $T_0 > 8.0$ seg :

$$\frac{1}{S} = \frac{1.56 \cdot T_0^2}{1.914 \cdot T_0 - 10.17} \quad (\text{III.36})$$

Onde :

$$S = \frac{H}{\lambda} = \text{esbeltez da onda} \quad (\text{III.37})$$

$$\lambda = \frac{g \cdot T_0^2}{2\pi} = \text{comprimento de onda} \quad (\text{III.38})$$

H = altura de onda

T_0 = período de onda

Utilizando-se o programa citado anteriormente para as diversas condições de mar obtidas a partir das fórmulas acima, obteve-se a função de transferência para o movimento sway da TLP protótipo cujo gráfico está apresentado na Fig.III.6.

Como pode-se observar na abcissa encontram-se vários valores de períodos de onda (T_0), variando entre 9.0 e 15.0 segundos, a cada 5.0 segundos, e na ordenada, valores resultantes da relação entre amplitude de resposta da TLP (A_1) e altura de onda (H).

Como todos os períodos de onda (T_0) são superiores a 8.0 segundos, utilizou-se a expressão (III.36) para o cálculo da altura de onda (H) em função do período de onda (T_0).

Substituindo-se (III.37) e (III.38) em (III.36), chega-se a seguinte expressão para altura de onda :

$$H = 1.914 \times T_0 - 10.17 \quad (\text{III.39})$$

Na tabela a seguir, encontram-se valores para os períodos de onda (T_0), alturas de onda (H), obtidas de (III.39), comprimentos de onda (λ), obtidos de (III.38), e amplitudes de resposta (A_1), calculadas a partir do gráfico da figura (III.6), entrando-se com o valor do período (T_0) na abcissa e tomando-se o correspondente valor numérico da relação entre a amplitude de resposta da TLP (A_1) e a altura de onda (H), na ordenada.

Desta tabela foram utilizados para análise tres casos. dois extremos e um intermediário indicados na própria tabela por " * ".

TABELA III.1 - Condições de Mar Costa Brasileira e Amplitude de Resposta da TLP

	T_0 (s)	f (Hz)	H (m)	λ (m)	A_1 (m)
MAR 1 *	9.0	0.11	7.06	126.44	0.3530
	9.5	0.105	8.013	140.88	0.7212
	10.0	0.10	8.97	156.10	1.184
	10.5	0.095	9.927	172.10	1.658
	11.0	0.091	10.88	188.88	2.231
	11.5	0.087	11.841	206.41	2.759
MAR 2 *	12.0	0.083	12.798	224.78	3.2379
	12.5	0.080	13.755	243.91	3.9202
	13.0	0.077	14.712	263.81	4.4136
	13.5	0.074	15.669	284.49	5.0924
	14.0	0.071	16.626	305.96	5.736
	14.5	0.069	17.583	328.20	6.242
MAR 3 *	15.0	0.067	18.54	351.23	7.045

Estes casos de análise foram chamados de CASO II, CASO III, e CASO IV, obedecendo a ordem crescente dos períodos de onda (T_0), iguais a 9.0, 12.0 e 15.0 segundos, respectivamente.

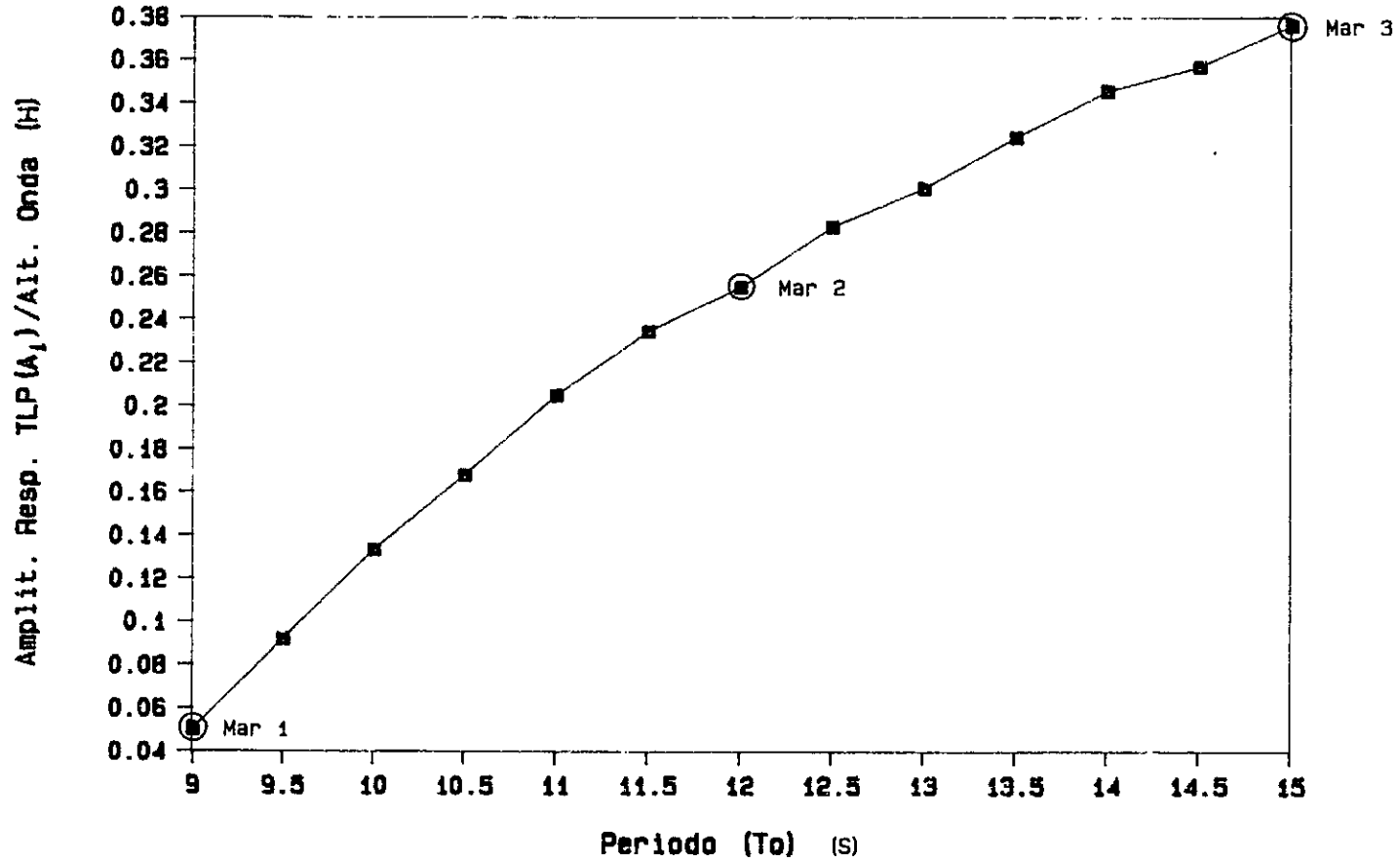


FIGURA III.6 - Espectro de Respostas
para o Mar 1, Mar 2 e Mar 3

III.3.5.3 - Ação da TLP sobre o riser

A ação da TLP sobre o riser é simulada pela imposição de deslocamentos transversais (estático e dinâmico) no seu topo. Os parâmetros para amplitude de movimento da TLP (A_1) e sua frequência de excitação (ω_θ) definem juntamente com a excursão da TLP (\bar{W}_θ), o deslocamento do modo pendular do riser :

$$W_\theta = \bar{W}_\theta + A_1 \text{sen}(\omega_\theta \cdot t) \quad (\text{III.40})$$

A amplitude do movimento, A_1 , é dada por :

$$A_1 = \frac{a_c}{(2\pi f)^2} \quad (\text{III.41})$$

onde, para a condição de mar experimental o valor da frequência (f), e da aceleração (a_c) foram retirados da referência [8], pag.71, Fig.IV.35(B) e pag.72, Fig. IV.36(A), respectivamente. Para as demais condições de mar a amplitude A_1 foi obtida do gráfico da Fig.III.6.

A frequência angular de excitação do riser promovida pela TLP (ω_θ), é dada por :

$$\omega_\theta = 2\pi f \quad (\text{III.42})$$

onde, o valor da frequência, f , para a condição de mar experimental foi extrapolado do modelo reduzido através da Eq.(III.33) e para as outras condições de mar, obtidas das respostas dinâmicas.

III.4 - Correntes

Os esforços provocados pelas correntes, ao contrário dos provocados pelas ondas que limitam-se à parte superior do *riser*, podem se fazer sentir ao longo de todo o seu comprimento [19].

As correntes marinhas podem ser causadas por diversos fatores, tais como, marés, ventos, quedas de pressão barométrica, e diferenças de densidade entre diferentes regiões de mar. Na verdade, o que realmente interessa para o cálculo de um *riser* é o perfil de corrente no local de instalação.

A velocidade da corrente varia com a profundidade e pode inclusive mudar de direção, sendo normalmente maior o seu valor na superfície. A corrente pode também variar ao longo do dia, e o valor de sua aceleração pode ser negligenciado no cálculo dos esforços devidos à ação de corrente. Por este motivo, não considera-se na equação da força de corrente, a parcela correspondente à força inercial.

Sendo assim, a força provocada pela corrente, em sua direção, ou seja, a força de arrasto por unidade de comprimento, é dada por :

$$F_c = \frac{1}{2} C_d \cdot \rho \cdot D \cdot V_c^2 \quad (\text{III.43})$$

Onde :

V_c = velocidade da corrente

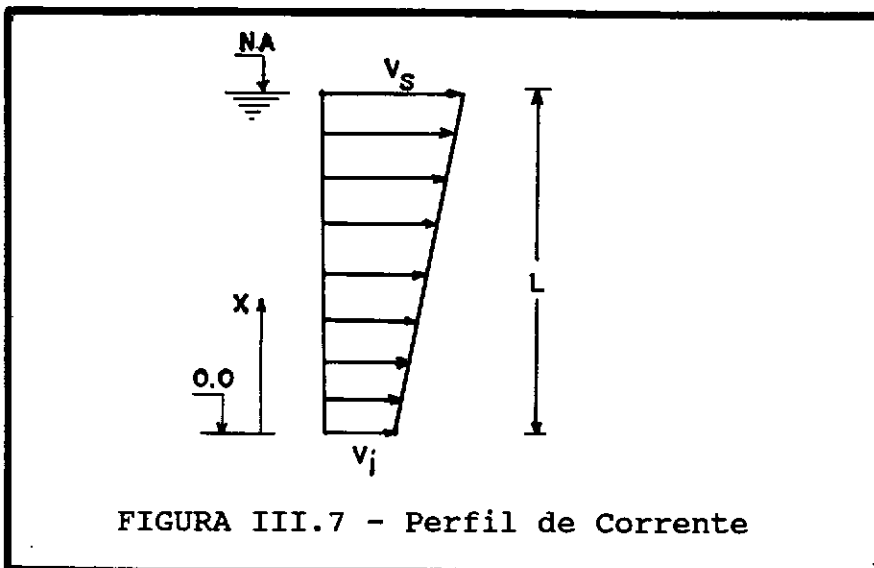
ρ = massa específica da água do mar

D = diâmetro externo do riser

Por se tratar de um fluxo unidirecional (em um determinado ponto), o valor de C_d pode ser tomado da mesma forma que na equação da força de onda, tendo assim o mesmo valor.

A força combinada de ondas e correntes depende naturalmente das respectivas direções e sentido de movimento das partículas fluidas. Numa aproximação, esta combinação será tomada como máxima quando a direção da corrente coincidir com a das ondas.

Podem ser adotados diferentes perfis para correntes, da mesma forma que, podem ser adotados diferentes espectros de mar que dependem de aspectos particulares de cada região. Porém, para simplificação de análise, adotou-se um perfil de corrente variando linearmente até o fundo do mar, sendo seu valor dado por (III.44) como mostrado na Fig.III.7.



De acordo com o perfil mostrado na figura anterior, a variação da velocidade ao longo do riser pode ser representada por :

$$V_c(x) = V_I + (V_S - V_I) \frac{1}{L} x \quad (\text{III.44})$$

que obedece às seguintes condições de contorno :

$$\begin{aligned} x = 0 & \longrightarrow V_c(x) = V_I \\ x = L & \longrightarrow V_c(x) = V_S \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Onde :

V_I = velocidade da corrente na parte inferior do riser

V_S = velocidade da corrente na parte superior do riser

III.4.1 - Desprendimento de vórtices

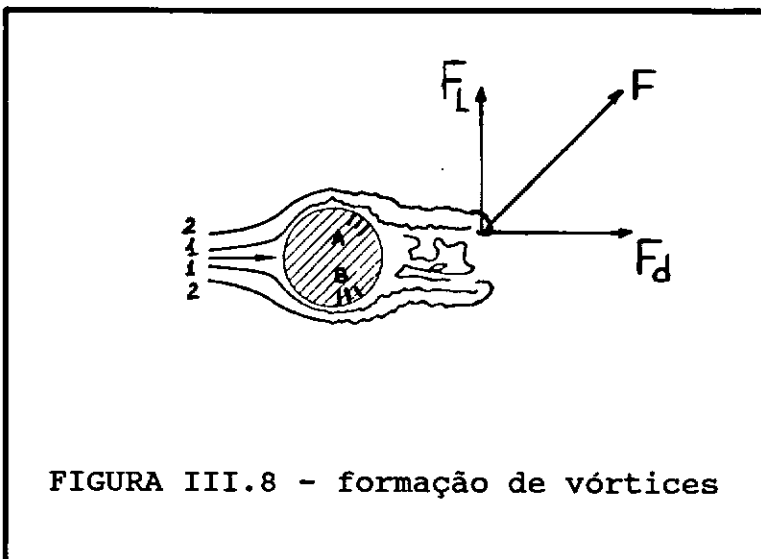
Em áreas de fortes correntezas, risers podem sofrer fortes vibrações provocadas por vórtices [18, 19].

Considere-se um cilindro imerso em fluido com velocidade uniforme, conforme mostra a Fig.III.8. Quando uma partícula de fluido se choca contra o ponto anterior de um corpo não aerodinâmico, como um cilindro, sua pressão atinge o valor da pressão de estagnação. Ao contornar a superfície do cilindro, a partícula vai perdendo energia devido ao atrito cinético. Sendo a camada de fluido mais próxima à superfície do cilindro (camada 1), menos veloz

do que as mais afastadas (camada 2), a velocidade destas últimas se torna maior, havendo um ponto, no qual em virtude do atraso que sofrem, as camadas mais próximas à superfície são obrigadas a se encurvarem em direção ao cilindro, separando-se da sua superfície, formando vórtices.

Com o desprendimento dos vórtices, arrastados pelo fluido em movimento, ocorre uma queda brusca de pressão na superfície do cilindro (região A, por exemplo, Fig.III.8). Com a queda de pressão surge uma força F , decomposta em uma componente paralela a direção do escoamento (força de arrasto, F_d) e outra, perpendicular a esta (força lateral, F_L).

O cilindro tende a se mover em direção a força F_L provocando (ou acelerando) o desprendimento do vórtice na região B, com conseqüente queda de pressão e aparecimento de nova força F_L . Sendo assim, o cilindro tende a entrar em vibração, que crescerá até certo ponto [19].



A frequência de desprendimento de vórtices (f_s), pode ser calculada pela equação de Strouhal :

$$f_s = \frac{S \cdot V_c}{D} \quad (\text{III.46})$$

Onde :

S = número de Strouhal

V_c = velocidade da corrente

D = diâmetro externo do *riser*

O valor do número de Strouhal pode ser retirado da Fig.III.9 [19], em função do número de Reynolds, ou pode ser tomado, para a maioria dos casos práticos, igual a 0.21.

O desprendimento de vórtices provoca maiores problemas, quando a sua frequência (f_s) é próxima ou igual a uma frequência natural do *riser*, ocorrendo o fenômeno de ressonância, o que pode provocar um aumento sensível da força de arrasto, além de causar a ruptura do *riser* por fadiga devido à alternância de tensões elevadas, provenientes do desprendimento de vórtices.

A seguir, será apresentado um gráfico (Fig.III.10), que apresenta as amplitudes de vibração perpendicular ao fluxo de um cilindro circular para dois níveis de amortecimento. Neste gráfico observa-se que, vibrações com grandes amplitudes ocorrem não somente quando $f_s / f \approx 1$.

Observa-se neste caso um "aprisionamento" da frequência de desprendimento de vórtices, f_s , à frequência natural da estrutura, num certo intervalo de variação da velocidade de corrente, V_c .

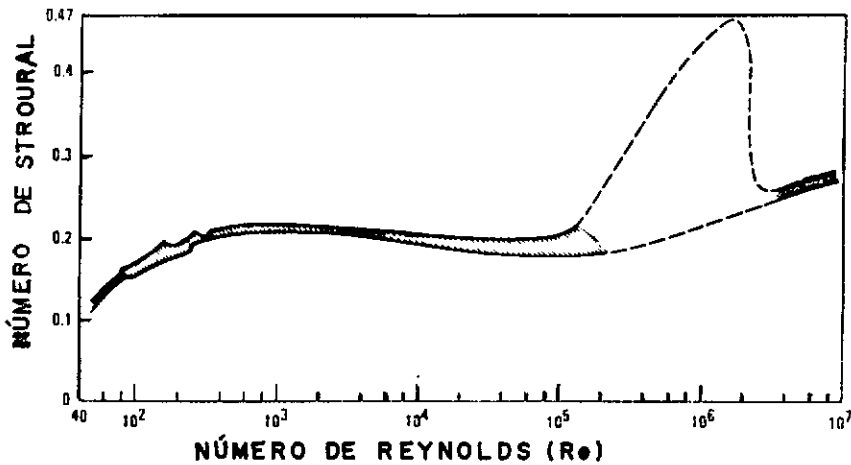


FIGURA III.9 - Relações do Número de Strouhal para Cilindros Circulares

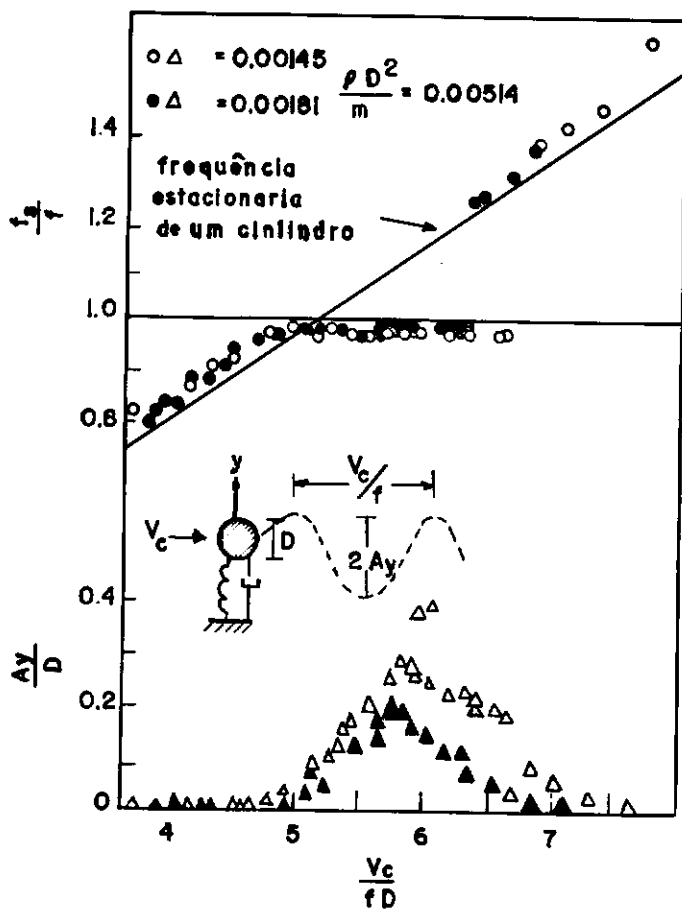


FIGURA III.10- RESSONÂNCIA DE UM CILINDRO COM EFEITO DE VÓRTICE [19]

CAPITULO IV

MODELO MATEMÁTICO

IV.1 - Considerações iniciais

O movimento de um riser no mar é naturalmente tridimensional. Entretanto, com algumas simplificações feitas a seguir, pode-se considerá-lo como bidimensional.

Como já mencionado no Cap.III, o fato das ondas e correntes serem consideradas de mesma direção faz com que o riser vá fletir nesta mesma direção, tornando assim, o movimento bidimensional.

IV.2 - Modos de deslocamento

Tendo em vista nesta análise o movimento do riser ser bidimensional, considera-se no plano três modos de flexão (W_1), (W_2), (W_3), e um modo pendular (W_θ), este último, com amplitude conhecida (ver Fig.IV.1).

Foram adotadas as seguintes soluções para os campos de

deslocamentos. A solução para o deslocamento fundamental, u^F , que ocorre quando o riser está sob ação de uma força axial constante, dada por :

$$u^F = \frac{F_t \cdot x}{EA} \quad (\text{IV.1})$$

e a solução para os deslocamentos incrementais, u^I e W^I , por :

$$u^I(x, t) = \sum_{i=1}^3 u_i(t) \cdot \zeta_i(x)$$

$$W^I(x, t) = \sum_{i=1}^3 W_i(t) \cdot \psi_i(x) + W_\theta(t) \cdot \theta(x) \quad (\text{IV.2})$$

Onde :

u^F = componente vertical do deslocamento fundamental da estrutura sob tração

F_t = força de tração aplicada ao riser

x = distância a partir do fundo

E = módulo de elasticidade da estrutura

A = área da seção transversal do riser

u^I = componente vertical do deslocamento incremental da estrutura sob tração

$\zeta_i(x)$ = função de forma para o modo axial

$\psi_i(x)$ = funções de forma para os modos de flexão

$\theta(x)$ = função de forma para o modo pendular

W^I = componente horizontal do deslocamento incremental da estrutura

W_{θ} = deslocamento do modo pendular

Os deslocamentos vertical, u , e de flexão, W , são escritos da seguinte forma :

$$u = u^F + u^I \quad (\text{IV.3})$$

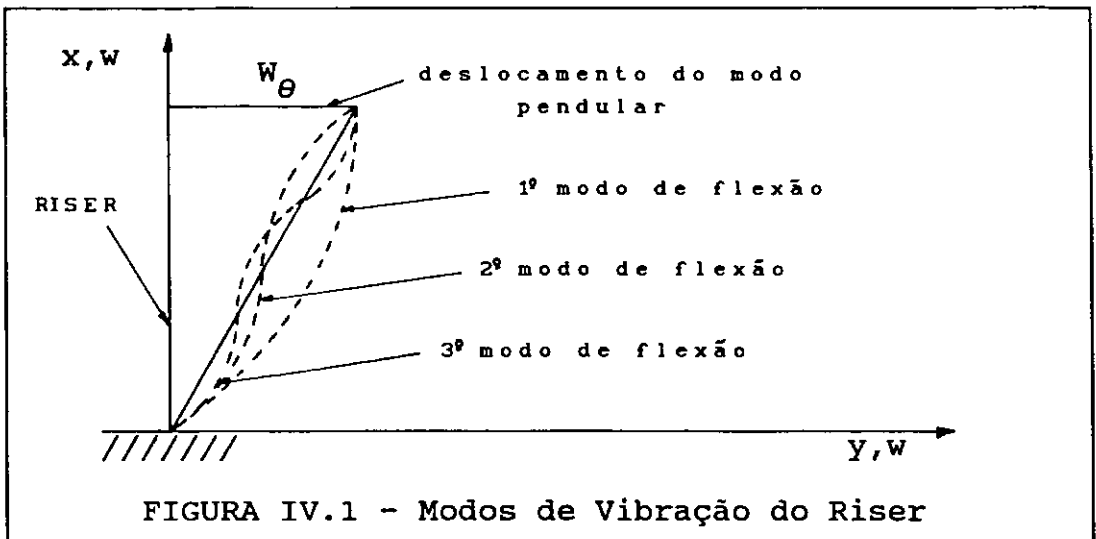
$$W = W^F + W^I$$

Porém, mais adiante, na Seção IV.3, vê-se que a componente vertical do deslocamento, u^I , é igual a zero, resultando em:

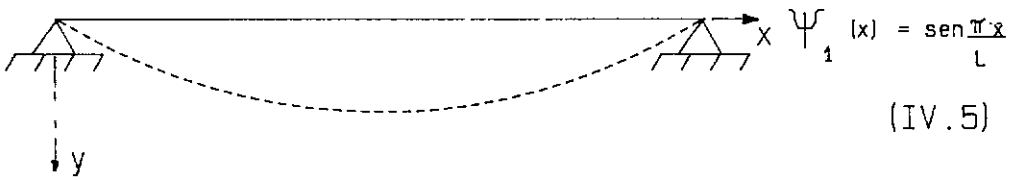
$$u = u^F \quad (\text{IV.4})$$

e u^F , dada por (IV.1)

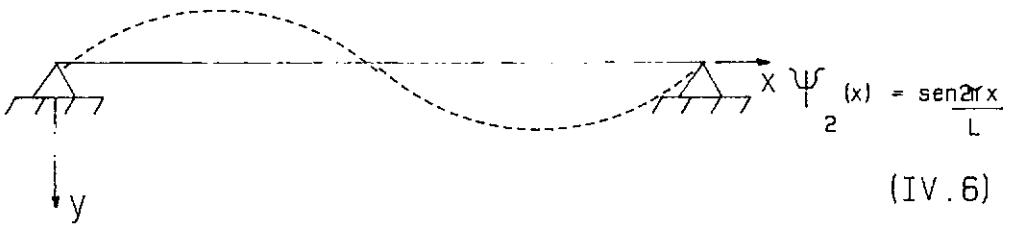
Para o caso de um riser rotulado em seus extremos, as funções de forma para os três primeiros modos de flexão, mais o modo pendular, podem ser consideradas como mostra a Fig.(IV.2), a seguir.



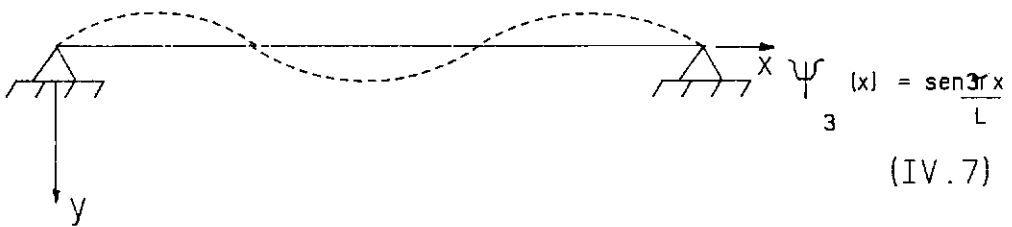
1º modo de flexão



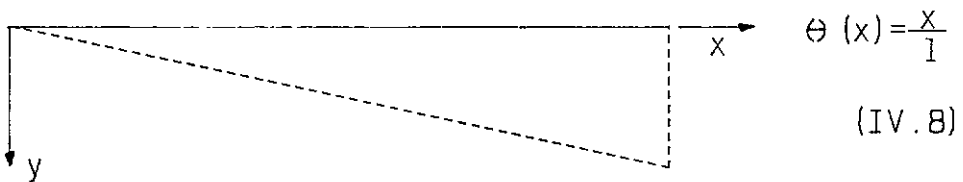
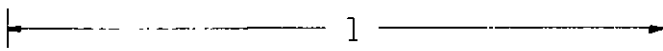
2º modo de flexão



3º modo de flexão



modo pendular



x = posição definida ao longo do riser

FIGURA IV.2-Formas Modais dos três Primeiros Modos de Flexão de uma Viga Bi-Rotulada, mais o Modo Pendular

A amplitude do modo pendular, W_{θ} , provocado pelo movimento *sway* da TLP na cabeça do *riser*, é conhecida. O movimento *sway* da TLP pode ser considerado como sendo uma superposição de harmônicos em torno de uma configuração de equilíbrio inicial, alcançada após excursão lateral da TLP.

$$W_{\theta}(t) = \bar{W}_{\theta} + Y_h(t) \quad (\text{IV.9})$$

$$Y_h(t) = \sum_1^n A_n \text{sen}(n\omega_{\theta}t) \quad (\text{IV.10})$$

Onde :

W_{θ} = deslocamento do modo pendular

\bar{W}_{θ} = excursão da TLP, devido ao vento, corrente, e *slow drift*. (termo constante)

$Y_h(t)$ = resposta *sway* em regime da TLP sob ação de ondas

$n = 1$ (considerando-se que o 1^o harmônico seja suficiente para descrever a resposta em regime $Y_h(t)$)

$A_n = A_1$ = amplitude de movimento para o 1^o harmônico

ω_{θ} = freqüência de resposta (*sway*) da TLP sob ação de ondas

De (IV.9) e (IV.10), A_1 e ω_{θ} , são termos conhecidos, cujos valores foram obtidos, como já indicado na Seção III.3.5.3, para todos os tipos de onda incidentes.

A excursão da TLP, \bar{W}_{θ} , foi estimada para uma pequena rotação na junta inferior do *riser*, baseado no fato de que a unidade flutuante a que ele está pendulado é uma TLP,

e por isso sujeita a pequenos deslocamentos.

Finalmente, substituindo-se as funções de forma (IV.5), (IV.6), (IV.7), (IV.8) e as expressões (IV.9) e (IV.10) em (IV.2), tem-se $W^I(x,t)$, sob a forma :

$$W^I(x,t) = \left[\bar{w}_\theta + A_1 \text{sen}(\omega_\theta t) \right] \cdot \left(\frac{x}{L} \right) + \left[\text{sen} \left(\frac{\pi x}{L} \right) W_1(t) + \text{sen} \left(\frac{2\pi x}{L} \right) \cdot W_2(t) + \text{sen} \left(\frac{3\pi x}{L} \right) \cdot W_3(t) \right] \quad (\text{IV.11})$$

IV.3 - Funcionais de Energia

IV.3.1 - Energia Potencial do Sistema

A energia potencial total do sistema é dada por :

$$V = U_{\text{ext}} + U_f \quad (\text{IV.12})$$

Onde :

U_{ext} = energia de deformação elástica extencional

U_f = energia de deformação elástica de flexão

No cálculo da energia de deformação elástica extencional (U_{ext}), os efeitos associados às deformações de cisalhamento, são desprezados. A energia de deformação, é dada por [21] :

$$U = \frac{1}{2} \int_v \sigma_x \cdot \epsilon_x \, dv \quad (\text{IV.13})$$

onde :

σ = tensões

ε = deformações

Considerando-se que a estrutura é constituída de material elástico e isotrópico satisfazendo a Lei de Hooke :

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x \quad (\text{IV.14})$$

onde:

σ_x = tensões axiais

ε_x = deformação específica extensional, ε_{ext}

Substituindo-se (IV.14) em (IV.13), tem-se para a energia de deformação extensional :

$$U = \frac{1}{2} \int_v E \cdot \varepsilon_x^2 \, dv \quad (\text{IV.15})$$

A deformação extensional pode ser dada aproximadamente por :

$$\varepsilon_{\text{ext}} \approx \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W^I}{\partial x} \right)^2 \quad (\text{IV.16})$$

Considerando-se ε_{ext} constante ao longo do riser, seu valor médio é igual a :

$$\bar{\epsilon}_{\text{ext}} = \frac{1}{L} \int_0^L \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 \right] dx \quad (\text{IV.17})$$

Como já foi visto na seção em (IV.2), $W^F = 0$, $u = u^F + u^I$, $W^I = W$, que substituídos em (IV.17), fornecem para $\bar{\epsilon}_{\text{ext}}$ [21] :

$$\bar{\epsilon}_{\text{ext}} = \frac{1}{L} \left[\int_0^L \frac{\partial u^F}{\partial x} dx + \int_0^L \frac{\partial u^I}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial W^I}{\partial x} \right)^2 dx \right] \quad (\text{IV.18})$$

Substituindo-se (IV.18) em (IV.15), chega-se a seguinte expressão para a energia potencial extensional :

$$U_{\text{ext}} = \frac{E}{2} \int_v \frac{1}{L^2} \left[\int_0^L \frac{\partial u^F}{\partial x} dx + \int_0^L \frac{\partial u^I}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial W^I}{\partial x} \right)^2 dx \right]^2 dv \quad (\text{IV.19})$$

Fazendo-se a integral sobre a área, tem-se que :

$$U_{\text{ext}} = \frac{EA}{2L^2} \int_0^L \left[\int_0^L \frac{\partial u^F}{\partial x} dx + \int_0^L \frac{\partial u^I}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial W^I}{\partial x} \right)^2 dx \right]^2 dx \quad (\text{IV.20})$$

A segunda integral da equação (IV.20) se anula, pois as derivadas das funções $\psi_1(x)$, são iguais nos contornos $x = 0$ e $x = L$. Sendo assim, a energia potencial extensional, passa a ser :

$$U_{\text{ext}} = \frac{EA}{2L^2} \int_0^L \left[\int_0^L \frac{\partial u^F}{\partial x} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{\partial W^I}{\partial x} \right)^2 dx \right]^2 dx \quad (\text{IV.21})$$

Substituindo-se (IV.1) e (IV.11) em (IV.21), tem-se :

$$U_{\text{ext}} = \frac{EA}{2L^2} \int_0^L \left\{ \int_0^L \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{F_t \cdot x}{EA} \right) dx + \frac{1}{2} \int_0^L \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(W_1 \text{sen} \frac{\pi x}{L} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(W_2 \text{sen} \frac{2\pi x}{L} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(W_3 \text{sen} \frac{3\pi x}{L} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(W_\theta \frac{x}{L} \right) \right]^2 dx \right\} dx \quad (\text{IV.22})$$

Resolvendo-se as derivadas e os termos elevados ao quadrado, tem-se a expressão para a energia de deformação elástica extensional :

$$U_{\text{ext}} = \frac{EA}{2L^2} \int_0^L \left\{ \frac{F_t^2 \cdot L^2}{E^2 \cdot A^2} + \frac{F_t \cdot \pi^2}{2EA} W_1^2 + \frac{\pi^4}{16L^2} W_1^4 + \frac{2F_t \pi^2}{EA} W_2^2 + \frac{\pi^2}{2L^2} W_1^2 \cdot W_2^2 + \frac{\pi^4}{L^2} W_2^4 + \frac{9 F_t \pi^2}{2EA} W_3^2 + \frac{F_t}{EA} W_\theta^2 + \frac{9 \pi^4}{8 L^2} W_1^2 \cdot W_3^2 + \frac{\pi^2}{4L^2} W_1^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{9 \pi^4}{2L^2} W_2^2 \cdot W_3^2 + \frac{\pi^2}{L^2} W_2^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{81 \pi^4}{16L^2} W_3^4 + \frac{9 \pi^2}{4L^2} W_3^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{1}{4L^2} W_\theta^4 \right\} dx \quad (\text{IV.23})$$

A força de tração , F_t , que faz parte de (IV.23), é variável ao longo da altura do riser, e obedece a seguinte expressão :

$$F_t = F_t \text{ (FUNDO)} + \left(F_t \text{ (TOPO)} - F_t \text{ (FUNDO)} \right) \frac{x}{L} \quad (\text{IV.24})$$

e os seguintes valores extremos :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{em } x = 0 \longrightarrow F_t = F_t \text{ (FUNDO)} \\ \text{em } x = L \longrightarrow F_t = F_t \text{ (TOPO)} \end{array} \right.$$

Resolvendo-se separadamente a integral de F_t , ao longo do riser, tem-se :

$$\begin{aligned} \int_0^L F_t dx &= \int_0^L \left[F_t \text{ (FUNDO)} + \left(F_t \text{ (TOPO)} - F_t \text{ (FUNDO)} \right) \frac{x}{L} \right] dx \\ &= \frac{L}{2} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.25})$$

Finalmente, substituindo-se (IV.25) em (IV.23) e integrando-se separadamente todos os termos de 0 a L, chega-se a seguinte expressão para a energia potencial elástica extensional :

$$\begin{aligned}
U_{\text{ext}} = & \frac{F_t^2 \cdot L}{2EA} + \frac{\pi^2}{8L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_1^2 + \\
& \frac{\pi^2}{2L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_2^2 + \\
& \frac{9\pi^2}{8L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_3^2 + \\
& \frac{F_t}{2L} W_\theta^2 + \frac{EA\pi^4}{32L^3} W_1^4 + \frac{EA\pi^4}{4L^3} W_1^2 \cdot W_2^2 + \\
& \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_2^4 + \frac{9EA\pi^4}{16L^3} W_1^2 \cdot W_3^2 + \frac{9EA\pi^4}{4L^3} W_2^2 \cdot W_3^2 + \\
& \frac{81EA\pi^4}{32L^3} W_3^4 + \frac{EA\pi^2}{8L^3} W_1^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{EA\pi^2}{2L^3} W_2^2 \cdot W_\theta^2 + \\
& \frac{9EA\pi^2}{8L^3} W_3^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{EA}{8L^3} W_\theta^4 \quad \text{(IV.26)}
\end{aligned}$$

Para o cálculo da energia de deformação elástica de flexão, u_f , a deformação devida à mudança de curvatura é dada por [21] :

$$\varepsilon_f = -y \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad \text{(IV.27)}$$

Substituindo-se (IV.27) em (IV.15), e sabendo-se que $W = W^I$, tem-se que :

$$U_f = \frac{E}{2} \int_v Y^2 \left(\frac{\partial^2 W^I}{\partial x^2} \right)^2 dv \quad \text{(IV.28)}$$

Fazendo-se a integral sobre a área, chega-se a :

$$U_f = \frac{EI}{2} \int_0^L Y^2 \left(\frac{\partial^2 W^I}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (IV.29)$$

Substituindo-se (IV.11) em (IV.29), tem-se :

$$U_f = \frac{EI}{2} \int_0^L \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(W_1 \text{sen} \frac{\pi x}{L} + W_2 \text{sen} \frac{2\pi x}{L} + W_3 \text{sen} \frac{3\pi x}{L} + W_\theta \frac{x}{L} \right) dx \quad (IV.30)$$

Deve-se notar que, o termo relativo ao modo pendular, W_θ , não aparecerá na expressão final de U_f , já que, W_θ é conhecido, definindo o modo pendular de corpo rígido.

Sendo assim, resolvendo-se (IV.30), tem-se para a expressão final da energia de deformação elástica de flexão:

$$U_f = \frac{EI\pi^4}{4L^3} W_1^2 + \frac{4EI\pi^4}{L^3} W_2^2 + \frac{81EI\pi^4}{4L^3} W_3^2 \quad (IV.31)$$

Agora, então, substituindo-se (IV.26) e (IV.31) em (IV.12), tem-se para a energia potencial total do sistema, a seguinte expressão :

$$V = U_{\text{ext}} + U_f =$$

$$\begin{aligned} & \frac{F_t^2 \cdot L}{2EA} + \frac{\pi^2}{8L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_1^2 + \\ & \frac{\pi^2}{2L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_2^2 + \\ & \frac{9\pi^2}{8L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_3^2 + \\ & \frac{F_t}{2L} W_\theta^2 + \frac{EA\pi^4}{32L^3} W_1^4 + \frac{EA\pi^4}{4L^3} W_1^2 \cdot W_2^2 + \\ & \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_2^4 + \frac{9EA\pi^4}{16L^3} W_1^2 \cdot W_3^2 + \frac{9EA\pi^4}{4L^3} W_2^2 \cdot W_3^2 + \\ & \frac{81EA\pi^4}{32L^3} W_3^4 + \frac{EA\pi^2}{8L^3} W_1^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{EA\pi^2}{2L^3} W_2^2 \cdot W_\theta^2 + \\ & \frac{9EA\pi^2}{8L^3} W_3^2 \cdot W_\theta^2 + \frac{EA}{8L^3} W_\theta^4 + \frac{EI\pi^4}{4L^3} W_1^2 + \\ & \frac{4EI\pi^4}{L^3} W_2^2 + \frac{81EI\pi^4}{4L^3} W_3^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.32})$$

IV.3.2 - Energia cinética do sistema

A energia cinética, T_c , é composta por dois termos. O primeiro representa a energia cinética devida ao movimento de translação na direção y . O segundo termo representa a energia cinética devida à rotações de flexão do riser [22] :

$$T_c = \int_0^L \frac{\mu A}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial t} \right)^2 dx + \int_0^L \frac{\mu I}{2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial t \partial x} \right)^2 dx \quad (\text{IV.33})$$

Onde :

μ = massa específica do material de que é constituído o riser

$W = W^I$ (como foi visto na Seção IV.2)

Substituindo-se os valores de W^I em (IV.33), tem-se :

$$\begin{aligned} T_c = & \int_0^L \frac{\mu A}{2} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(W_1 \text{sen } \frac{\pi x}{L} + W_2 \text{sen } \frac{2\pi x}{L} + W_3 \text{sen } \frac{3\pi x}{L} + W_\theta \frac{x}{L} \right) \right]^2 dx \\ & + \int_0^L \frac{\mu I}{2} \left[\frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left(W_1 \text{sen } \frac{\pi x}{L} + W_2 \text{sen } \frac{2\pi x}{L} + W_3 \text{sen } \frac{3\pi x}{L} + W_\theta \frac{x}{L} \right) \right]^2 dx \end{aligned} \quad (\text{IV.34})$$

Resolvendo-se as respectivas derivadas e integrais da equação (IV.34), tem-se para a energia cinética do sistema, a seguinte expressão :

$$\begin{aligned} T_c = & \left(\frac{\mu A L}{4} + \frac{\mu I \pi^2}{4L} \right) \dot{W}_1^2 + \left(\frac{\mu A L}{4} + \frac{\mu I \pi^2}{L} \right) \dot{W}_2^2 + \\ & \left(\frac{\mu A L}{4} + \frac{9\mu I \pi^2}{4L} \right) \dot{W}_3^2 + \left(\frac{\mu A L}{6} \right) \dot{W}_\theta^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.35})$$

Como já mencionado anteriormente, o modo pendular, W_θ , é um termo cujos valores são conhecidos. Deste modo a expressão para a energia cinética reduz-se a :

$$\begin{aligned} T_c = & \left(\frac{\mu A L}{4} + \frac{\mu I \pi^2}{4L} \right) \dot{W}_1^2 + \left(\frac{\mu A L}{4} + \frac{\mu I \pi^2}{L} \right) \dot{W}_2^2 + \\ & \left(\frac{\mu A L}{4} + \frac{9\mu I \pi^2}{4L} \right) \dot{W}_3^2 \end{aligned} \quad (\text{IV.36})$$

IV.4 - Trabalhos realizados pelas forças externas

Nesta seção serão mostradas as expressões relativas ao trabalho realizado pelas forças externas variáveis no tempo, tais como as forças de amortecimento não conservativas, as forças de onda e as forças de corrente.

IV.4.1 - Trabalho realizado pelas forças de amortecimento não conservativas

Considera-se que a energia do sistema durante sua resposta dinâmica, é dissipada por amortecimento viscoso, que surge da interação riser-fluido.

Essas forças não conservativas, são limitadas a um carregamento transversal distribuído, $F_A(x,t)$, e a variação do trabalho executado por este carregamento é dado por [23]:

$$\delta W_{uc,ext} = - \int_0^L F_A(x,t) \cdot \delta W(x,t) dx \quad (IV.37)$$

onde ,

$F_A(x,t)$ = força de amortecimento viscoso

$W = W^I$ = componente horizontal do deslocamento incremental

Tem-se que F_A , é definida por :

$$F_A = C_A \cdot \dot{W}^I(x,t) \quad (IV.38)$$

Onde :

C_A = coeficiente de amortecimento

\dot{W}^I = velocidade incremental

Substituindo-se (IV.38) em (IV.37), chega-se a :

$$\delta W_{uc,ext} = - \int_0^L C_A \dot{W}^I(x,t) \delta W^I(x,t) dx \quad (IV.39)$$

Substituindo-se (IV.11) em (IV.39), passa-se a ter :

$$\begin{aligned} \delta W_{uc,ext} = & - C_A \int_0^L \left\{ \left[\dot{W}_1 \sin \frac{\pi x}{L} + \dot{W}_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + \dot{W}_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + \dot{W}_\theta \frac{x}{L} \right] \cdot \right. \\ & \left. \delta \left[W_1 \sin \frac{\pi x}{L} + W_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + W_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + W_\theta \frac{x}{L} \right] \right\} dx \end{aligned} \quad (IV.40)$$

Resolvendo-se (IV.40) e observando-se que W_θ é um parâmetro conhecido em qualquer tempo t , tem-se para o trabalho realizado pelas forças de amortecimento não conservativas, a seguinte expressão :

$$\delta W_{uc,ext} = - \left(C_A \frac{L}{2} \dot{W}_1 \delta W_1 + C_A \frac{L}{2} \dot{W}_2 \delta W_2 + C_A \frac{L}{2} \dot{W}_3 \delta W_3 \right) \quad (IV.41)$$

IV.4.2 - Trabalho realizado pela força de onda

A força de onda, $F_o(x,t)$ por unidade de comprimento, é

dada pela Equação de Morison, modificada para estruturas flexíveis, conforme Eq.(III.26).

O trabalho realizado pelas forças de onda, é dado por :

$$\delta W_{\text{ext,onda}} = - \int_0^L F_0(x,t) \delta W^I(x,t) dx \quad (\text{IV.42})$$

Substituindo-se (III.26) e (IV.11) em (IV.42), tem-se :

$$\begin{aligned} \delta W_{\text{ext,onda}} = - \int_0^L \left[C_H \rho \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_0 + C_a \rho \frac{\pi D^2}{4} (\ddot{W}_0 - \ddot{W}) + \right. \\ \left. \frac{1}{2} C_D \rho D (\dot{W}_0 - \dot{W}) ds \right] \delta \left[W_1 \text{sen} \frac{\pi x}{L} + \right. \\ \left. W_2 \text{sen} \frac{2\pi x}{L} + W_3 \text{sen} \frac{3\pi x}{L} + W_\theta \frac{x}{L} \right] dx \quad (\text{IV.43}) \end{aligned}$$

Ainda substituindo-se as expressões correspondentes a \dot{W}_0 , \ddot{W}_0 , \dot{W} , \ddot{W} , dadas em (III.20), (III.21), (IV.11), respectivamente, passa-se a ter :

$$\begin{aligned}
\delta W_{\text{ext, onda}} = & - \int_0^L \left\{ \left(C_H \rho \frac{\pi D^2}{4} \left[\frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{\cosh \frac{2\pi x}{\lambda}}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \right] + \right. \right. \\
& C_a \rho \frac{\pi D^2}{4} \left[\frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{\cosh \frac{2\pi x}{\lambda}}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \right] - \\
& C_a \rho \frac{\pi D^2}{4} \left[\ddot{W}_1 \text{sen} \frac{\pi x}{L} + \ddot{W}_2 \text{sen} \frac{2\pi x}{L} + \ddot{W}_3 \text{sen} \frac{3\pi x}{L} \right. + \\
& \left. \ddot{W}_0 \frac{x}{L} \right] + \frac{1}{2} C_d \rho D d s \left[\frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{\cosh \frac{2\pi x}{\lambda}}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \right] - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho D d s \left[\dot{W}_1 \text{sen} \frac{\pi x}{L} + \dot{W}_2 \text{sen} \frac{2\pi x}{L} + \dot{W}_3 \text{sen} \frac{3\pi x}{L} \right. + \\
& \left. \dot{W}_0 \frac{x}{L} \right] \left. \right\} \delta \left[W_1 \text{sen} \frac{\pi x}{L} + W_2 \text{sen} \frac{2\pi x}{L} + W_3 \text{sen} \frac{3\pi x}{L} \right. + \\
& \left. W_0 \frac{x}{L} \right] \left. \right\} dx \quad \text{(IV.44)}
\end{aligned}$$

Resolvendo-se (IV.44) e desprezando-se os termos onde δW_0 (variação do modo pendular) está presente, já que tem valor nulo, por ser W_0 um termo conhecido, tem-se para o trabalho da força de onda, a seguinte expressão :

$$\delta W_{\text{ext, onda}} =$$

$$\left\{ (C_M + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right.$$

$$\left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} \delta W_1 - \left\{ (C_M + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right.$$

$$\frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \left. \right\} \delta W_2 + \left\{ (C_M + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \right.$$

$$\frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \left. \right\} \delta W_3 -$$

$$C_a \rho \frac{D^2}{4} L \ddot{W}_\theta \delta W_1 - C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_1 \delta W_1 + C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{2} \ddot{W}_\theta \delta W_2 +$$

$$- C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_2 \delta W_2 - C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{3} \ddot{W}_\theta \delta W_3 - C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_3 \delta W_3 +$$

$$\left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right.$$

$$\left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} \delta W_1 - \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right.$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \left\} \delta W_2 + \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D ds \cdot \frac{\pi H}{T_0} \right. \\
& \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \left\} \delta W_3 - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{\pi} D ds \dot{W}_\theta \delta W_1 - \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D ds \dot{W}_1 \delta W_1 + \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2\pi} D ds \dot{W}_\theta \delta W_2 - \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D ds \dot{W}_2 \delta W_2 - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{3\pi} D ds \dot{W}_\theta \delta W_3 - \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D ds \dot{W}_3 \delta W_3
\end{aligned}$$

(IV.45)

Convém lembrar que, as amplitudes de velocidade e aceleração do modo pendular, \dot{W}_θ e \ddot{W}_θ , respectivamente, serão substituídas por valores numéricos obtidos por derivações de (IV.9) e (IV.10).

IV.4.3 - Energia Potencial de Flexão devida a Ação estática de corrente marinha

F_c , dada pela Eq. (III.43),

$$\delta W_{\text{ext, corr}} = - \int_0^L \left(F_c(x) \delta W^I(x) \right) dx \quad (\text{IV.46})$$

Substituindo-se (III.43) e (IV.11) em (IV.46), tem-se

$$\delta W_{\text{ext, corr}} = - \int_0^L \left\{ \left[\frac{1}{2} C_d \rho D \left(v_s + (v_I - v_s) \frac{x}{L} \right)^2 \right] \delta \left[W_1 \sin \frac{\pi x}{L} + W_2 \sin \frac{2\pi x}{L} + W_3 \sin \frac{3\pi x}{L} + W_\theta \frac{x}{L} \right] \right\} dx \quad (\text{IV.47})$$

Resolvendo-se (IV.47) e lembrando que $\delta W_\theta = 0$, obtém-se para o trabalho realizado pela força de corrente, a seguinte expressão :

$$\delta W_{\text{ext, corr}} = - \frac{1}{2} C_d \rho D \left\{ \left[\left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) v_s^2 + \left(\frac{8L}{\pi^3} \right) v_I v_s + \left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) v_I^2 \right] \delta W_1 + \left[\left(\frac{L}{2\pi} \right) v_s^2 - \left(\frac{L}{2\pi} \right) v_I^2 \right] \delta W_2 + \left[\left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) v_s^2 + \left(\frac{8L}{27\pi^3} \right) v_I v_s + \left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) v_I^2 \right] \delta W_3 \right\} \quad (\text{IV.48})$$

IV.5 - Equações Diferenciais Não-Lineares de Movimento

Para se obter as equações acopladas de movimento, partindo-se de quantidades escalares, é comum usar-se o princípio variacional de Hamilton [16], que é expresso por :

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta (\overline{T_c - V}) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta \overline{W_{ext}} dt = 0 \quad (IV.49)$$

O princípio variacional de Hamilton estabelece que a variação da energia cinética, $\overline{T_c}$, e potencial, \overline{V} , mais a variação do trabalho realizado pelas forças externas variáveis no tempo, durante o intervalo de tempo entre t_1 e t_2 , deve ser igual a zero.

O termo δ em (IV.49), é a variação tomada durante o intervalo de tempo indicado.

O termo : $\overline{T_c - V} = \overline{L}$, é conhecido como o Lagrangeano do sistema. Sendo assim, a equação (IV.49), toma a forma geral:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \overline{L} dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta \overline{W_{ext}} dt = 0 \quad (IV.50)$$

Onde, $\overline{W_{ext}}$, é a soma dos trabalhos realizados pelas forças de amortecimento, forças de onda e de corrente, expressas por (IV.41), (IV.45), (IV.48), respectivamente.

Substituindo-se as expressões relativas à: energia cinética, $\overline{T_c}$, (IV.36), energia potencial, \overline{V} , (IV.32), e os trabalhos realizados pelas forças externas no princípio variacional de Hamilton, (IV.49), chega-se a :

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \delta \left\{ \left(\frac{\mu AL}{4} + \frac{\mu I \pi^2}{4L} \right) \dot{W}_1^2 + \left(\frac{\mu AL}{4} + \frac{\mu I \pi^2}{L} \right) \dot{W}_2^2 + \right. \\
& \left. \left(\frac{\mu AL}{4} + \frac{9\mu I \pi^2}{4L} \right) \dot{W}_3^2 - \frac{F_t^2 \cdot L}{2EA} - \frac{\pi^2}{8L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + \right. \right. \\
& \left. \left. F_t \text{ (TOPO)} \right) W_1^2 - \frac{\pi^2}{2L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_2^2 - \right. \\
& \left. \frac{9\pi^2}{8L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_3^2 - \right. \\
& \left. \frac{F_t}{2L} W_\theta^2 - \frac{EA\pi^4}{32L^3} W_1^4 - \frac{EA\pi^4}{4L^3} W_1^2 \cdot W_2^2 - \right. \\
& \left. \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_2^4 - \frac{9EA\pi^4}{16L^3} W_1^2 \cdot W_3^2 - \frac{9EA\pi^4}{4L^3} W_2^2 \cdot W_3^2 - \right. \\
& \left. \frac{81EA\pi^4}{32L^3} W_3^4 - \frac{EA\pi^2}{8L^3} W_1^2 \cdot W_\theta^2 - \frac{EA\pi^2}{2L^3} W_2^2 \cdot W_\theta^2 - \right. \\
& \left. \frac{9EA\pi^2}{8L^3} W_3^2 \cdot W_\theta^2 - \frac{EA}{8L^3} W_\theta^4 - \frac{EI\pi^4}{4L^3} W_1^2 - \right. \\
& \left. \frac{4EI\pi^4}{L^3} W_2^2 - \frac{81EI\pi^4}{4L^3} W_3^2 - C_A \frac{L}{2} \dot{W}_1 \delta W_1 - \right. \\
& \left. C_A \frac{L}{2} \dot{W}_2 \delta W_2 - C_A \frac{L}{2} \dot{W}_3 \delta W_3 \right\}
\end{aligned}$$

$$\left\{ (C_H + C_A) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right.$$

$$\begin{aligned}
& \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \left\{ \delta W_1 - \left(C_H + C_a \right) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
& \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \left. \right\} \delta W_2 + \left\{ \left(C_H + C_a \right) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \right. \\
& \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \operatorname{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \left. \right\} \delta W_3 - \\
& C_a \rho \frac{D^2}{4} L \ddot{W}_\theta \delta W_1 - C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_1 \delta W_1 + C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{2} \ddot{W}_\theta \delta W_2 - \\
& C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_2 \delta W_2 - C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{3} \ddot{W}_\theta \delta W_3 - C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_3 \delta W_3 + \\
& \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right. \\
& \left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} \delta W_1 - \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
& \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \left. \right\} \delta W_2 + \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s \cdot \frac{\pi H}{T_0} \cdot \right. \\
& \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \left. \right\} \delta W_3 - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{\pi} D d s \dot{W}_\theta \delta W_1 - \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D d s \dot{W}_1 \delta W_1 + \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2\pi} D d s \dot{W}_\theta \delta W_2 - \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D d s \dot{W}_2 \delta W_2 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{3\pi} Dds \dot{W}_\theta \delta W_3 \quad - \quad -\frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} Dds \dot{W}_3 \delta W_3 \quad - \\
& -\frac{1}{2} C_d \rho D \left\{ \left[\left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) V_s^2 + \left(\frac{8L}{\pi^3} \right) V_I V_s + \left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) V_I^2 \right] \delta W_1 - \right. \\
& \left[\left(\frac{L}{2\pi} \right) V_s^2 - \left(\frac{L}{2\pi} \right) V_I^2 \right] \delta W_2 \\
& \left. \left[\left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) V_s^2 + \left(\frac{8L}{27\pi^3} \right) V_I V_s + \left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) V_I^2 \right] \delta W_3 \right\} = 0
\end{aligned}$$

(IV.51)

Aplicando-se o cálculo variacional e integrando-se por partes os tres primeiros termos, tem-se :

$$\begin{aligned}
& \int_{t_1}^{t_2} \left\{ - \left(\frac{\mu AL}{2} + \frac{\mu I \pi^2}{2L} \right) \ddot{W}_1 \delta W_1 - \left(\frac{\mu AL}{2} + \frac{2\mu I \pi^2}{L} \right) \ddot{W}_2 \delta W_2 \quad - \right. \\
& \left(\frac{\mu AL}{2} + \frac{9\mu I \pi^2}{2L} \right) \ddot{W}_3 \delta W_3 \quad - \quad \frac{\pi^2}{4L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} \quad + \right. \\
& F_t \text{ (TOPO)} \left. \right) W_1 \delta W_1 - \frac{\pi^2}{L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_2 \delta W_2 - \\
& \frac{9\pi^2}{4L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) W_3 \delta W_3 \quad - \\
& \frac{EA\pi^4}{8L^3} W_1^3 \delta W_1 - \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_1 W_2^2 \delta W_1 - \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_1^2 W_2 \delta W_2 - \\
& \frac{2EA\pi^4}{L^3} W_2^3 \delta W_2 - \frac{9EA\pi^4}{8L^3} W_1^2 W_3 \delta W_3 - \frac{9EA\pi^4}{8L^3} W_1 W_3^2 \delta W_1 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{9EA\pi^4}{2L^3} W_2 W_3^2 \delta W_2 - \frac{9EA\pi^4}{2L^3} W_2^2 W_3 \delta W_3 - \frac{81EA\pi^4}{8L^3} W_3^3 \delta W_3 - \\
& \frac{EA\pi^2}{4L^3} W_1 W_\theta^2 \delta W_1 - \frac{EA\pi^4}{L^3} W_2 W_\theta^2 \delta W_2 - \\
& \frac{9EA\pi^2}{4L^3} W_3 W_\theta^2 \delta W_3 - \frac{EI\pi^4}{2L^3} W_1 \delta W_1 - \\
& \frac{8EI\pi^4}{L^3} W_2 \delta W_2 - \frac{81EI\pi^4}{2L^3} W_3 \delta W_3 - C_A \frac{L}{2} \dot{W}_1 \delta W_1 - \\
& C_A \frac{L}{2} \dot{W}_2 \delta W_2 - C_A \frac{L}{2} \dot{W}_3 \delta W_3 + \\
& \left\{ (C_H + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right. \\
& \left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} \delta W_1 - \left\{ (C_H + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
& \left. \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \right\} \delta W_2 + \left\{ (C_H + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \right. \\
& \left. \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} \delta W_3 - \\
& C_a \rho \frac{D^2}{4} L \ddot{W}_\theta \delta W_1 - C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_1 \delta W_1 + C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{2} \ddot{W}_\theta \delta W_2 - \\
& C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_2 \delta W_2 - C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{3} \ddot{W}_\theta \delta W_3 - C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \ddot{W}_3 \delta W_3 + \\
& \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s_1 \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \delta W_1 - \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s_2 \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
& \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \delta W_2 + \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s_3 \cdot \frac{\pi H}{T_0} \cdot \right. \\
& \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \delta W_3 - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{\pi} D d s_4 \dot{W}_\theta \delta W_1 \quad - \quad \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D d s_1 \dot{W}_1 \delta W_1 \quad + \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2\pi} D d s_4 \dot{W}_\theta \delta W_2 \quad - \quad \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D d s_2 \dot{W}_2 \delta W_2 \quad - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{3\pi} D d s_4 \dot{W}_\theta \delta W_3 \quad - \quad \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D d s_3 \dot{W}_3 \delta W_3 \quad - \\
& \frac{1}{2} C_d \rho D \left\{ \left[\left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) V_s^2 + \left(\frac{8L}{\pi^3} \right) V_I V_s + \left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) V_I^2 \right] \delta W_1 - \right. \\
& \left[\left(\frac{L}{2\pi} \right) V_s^2 - \left(\frac{L}{2\pi} \right) V_I^2 \right] \delta W_2 \quad - \\
& \left. \left[\left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) V_s^2 + \left(\frac{8L}{27\pi^3} \right) V_I V_s + \left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) V_I^2 \right] \delta W_3 \right\} = 0
\end{aligned}$$

Como δW_1 , δW_2 , δW_3 , são arbitrários, pode-se fazer δW_2 e δW_3 nulos, obtendo-se a primeira equação de movimento. Em seguida faz-se δW_1 , δW_3 nulos e resulta a segunda equação de movimento. E finalmente, fazendo-se δW_1 , δW_2 nulos obtém-se a terceira equação de movimento. Deste procedimento resultam três equações diferenciais não-lineares acopladas de movimento.

Equação de Movimento associada ao primeiro modo de vibração

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{\mu AL}{2} + \frac{\mu I \pi^2}{2L} + C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \right) \dot{W}_1 \right] = - \left(C_a \rho \frac{D^2}{4} L \right) \dot{W}_\theta - \\
 & \left(\frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{\pi} D d s_4 \right) \dot{W}_\theta - \left(C_A \frac{L}{2} + \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D d s_1 \right) \dot{W}_1 - \\
 & \left[\frac{\pi^2}{4L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) + \frac{EA\pi^2}{4L^3} W_\theta^2 + \frac{EI\pi^4}{2L^3} \right] W_1 - \\
 & \frac{EA\pi^4}{8L^3} W_1^3 - \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_1 W_2^2 - \frac{9EA\pi^4}{8L^3} W_1 W_3^2 + \\
 & \left\{ (C_M + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \right. \\
 & \left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} + \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D d s_1 \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
 & \left. \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{\pi}{L} \cdot \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} - \\
 & \frac{1}{2} C_d \rho D \left[\left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) V_s^2 + \left(\frac{8L}{\pi^3} \right) V_I V_s + \left(\frac{\pi^2 L - 4L}{\pi^3} \right) V_I^2 \right]
 \end{aligned}$$

(IV.53)

Equação de Movimento associada ao segundo modo de vibração

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{\mu AL}{2} + \frac{2\mu I \pi^2}{L} + C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \right) \ddot{W}_2 \right] = \left(C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{2} \right) \dot{W}_\theta + \\
 & \left(\frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2\pi} D ds_4 \right) \dot{W}_\theta - \left(C_A \frac{L}{2} + \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} D ds_2 \right) \dot{W}_2 - \\
 & \left[\frac{\pi^2}{L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) + \frac{EA\pi^2}{L^3} W_\theta^2 + \frac{8EI\pi^4}{L^3} \right] W_2 - \\
 & \frac{2EA\pi^4}{L^3} W_2^3 - \frac{EA\pi^4}{2L^3} W_1^2 W_2 - \frac{9EA\pi^4}{2L^3} W_2 \cdot W_3^2 - \\
 & \left\{ (C_H + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot \right. \\
 & \left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \right\} - \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho D ds_2 \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
 & \left. \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{4\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{2\pi}{L} \cdot \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} - 1 \right) \right\} - \\
 & \frac{1}{2} C_d \rho D \left[\left(\frac{L}{2\pi} \right) V_s^2 - \left(\frac{L}{2\pi} \right) V_I^2 \right]
 \end{aligned}$$

(IV.54)

Equação de Movimento associada ao terceiro modo de vibração

$$\begin{aligned}
 & \left[\left(\frac{\mu AL}{2} + \frac{9\mu I\pi^2}{2L} + C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4} \right) \ddot{W}_3 \right] = - \left(C_a \rho \frac{D^2}{4} \frac{L}{3} \right) \ddot{W}_\theta - \\
 & \left(\frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{3\pi} Dds_4 \right) \dot{W}_\theta - \left(C_A \frac{L}{2} + \frac{1}{2} C_d \rho \frac{L}{2} Dds_3 \right) \dot{W}_3 - \\
 & \left[\frac{9\pi^2}{4L} \left(F_t \text{ (FUNDO)} + F_t \text{ (TOPO)} \right) + \frac{9EA\pi^2}{4L^3} W_\theta^2 + \frac{81EI\pi^4}{2L^3} \right] W_3 - \\
 & \frac{81EA\pi^4}{8L^3} W_3^3 - \frac{9EA\pi^4}{8L^3} W_1^2 W_3 - \frac{9EA\pi^4}{2L^3} W_2^2 W_3 + \\
 & \left\{ (C_M + C_a) \rho \frac{\pi D^2}{4} \cdot \frac{2\pi^2 H}{T_0^2} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \text{sen} \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \right. \\
 & \left. \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} + \left\{ \frac{1}{2} C_d \rho Dds_3 \frac{\pi H}{T_0} \cdot \frac{1}{\sinh \frac{2\pi d}{\lambda}} \cdot \cos \frac{2\pi t}{T_0} \cdot \right. \\
 & \left. \frac{1}{\frac{4\pi^2}{\lambda^2} + \frac{9\pi^2}{L^2}} \cdot \frac{3\pi}{L} \cdot \left(\cosh \frac{2\pi L}{\lambda} + 1 \right) \right\} - \\
 & \frac{1}{2} C_d \rho D \left[\left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) V_s^2 + \left(\frac{8L}{27\pi^3} \right) V_I V_s + \left(\frac{9\pi^2 L - 4L}{27\pi^3} \right) V_I^2 \right]
 \end{aligned}$$

(IV.55)

Onde :

$$C_a = C_M - 1.0$$

C_M = coeficiente de inércia

C_d = coeficiente de arrasto

d = lâmina d'água

V_I = velocidade da corrente na parte inferior do riser

V_s = velocidade da corrente na parte superior do riser

λ = comprimento de onda

ds_1 = valor absoluto da velocidade relativa entre o fluido e a estrutura

L = comprimento do riser

\ddot{W}_1 = aceleração para os três modos

\dot{W}_1 = velocidade para os três modos

W_1 = deslocamento para os três modos

Pode-se observar que as equações de movimento, são acopladas em termos de deslocamentos.

Nas equações anteriores, o termo $C_a \rho \frac{L}{2} \frac{\pi D^2}{4}$, representa a massa d'água adicionada, e o termo $\frac{1}{2} C_d \rho D ds_1$, é interpretado como sendo o coeficiente de amortecimento hidrodinâmico.

As equações de movimento aqui apresentadas foram resolvidas numericamente utilizando-se o algoritmo de Runge-Kutta [24], o qual transforma as n equações diferenciais de 2ª ordem em $2n$ equações de 1ª ordem.

Também foi utilizado um processo iterativo, considerando-se a velocidade relativa entre a estrutura (em um determinado ponto) e as partículas de fluido, no movimento da onda (ver Eq.(III.26)).

Como ponto de partida desse processo iterativo, considera-se que a velocidade da estrutura tenha valor inicial nulo.

IV.6 - Cálculo dos Deslocamentos, Momentos, Rotações e Tensões

IV.6.1 - Hipóteses adotadas

Foram adotados três modos de flexão correspondentes a deslocamentos, momentos, rotações e tensões. Considerou-se, em todas as análises aqui realizadas, a soma dos três modos de flexão acrescidos, ainda, do modo pendular (termo conhecido).

IV.6.2 - Expressões para Deslocamentos Resultantes

Os deslocamentos modais num certo tempo $t = \bar{t}$ são representados nas equações abaixo, por W_1, W_2, W_3 . Estes deslocamentos são obtidos por processo iterativo, como já foi mencionado, para cada modo de vibração. A partir deles pode-se obter a velocidade e aceleração, para este mesmo tempo \bar{t} .

As expressões para os deslocamentos da estrutura para

até tres modos de vibração, variáveis a cada intervalo de tempo , são dadas por :

$$\text{DESL 1} = \bar{W}_1 \times \text{sen} \frac{\pi x}{L} \quad (\text{IV.56})$$

$$\text{DESL 2} = \bar{W}_2 \times \text{sen} \frac{2\pi x}{L} \quad (\text{IV.57})$$

$$\text{DESL 3} = \bar{W}_3 \times \text{sen} \frac{3\pi x}{L} \quad (\text{IV.58})$$

Onde, x , é uma posição arbitrária ao longo do riser, em relação a qual, deseja-se saber o comportamento da estrutura.

IV.6.3 - Expressões para os Momentos Fletores

Considerando-se o riser como uma viga bi-apoiada, o momento fletor dado por [25] :

$$M = EI W_1'' , \quad i = 1,2,3 \quad (\text{IV.59})$$

onde, W_1'' , é a segunda derivada dos deslocamentos para os tres modos de vibração, dados por (IV.56), (IV.57), (IV.58), como mostrado a seguir :

$$W_1''' = - \frac{\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} \cdot \bar{W}_1 \quad (\text{IV.60})$$

$$W_2''' = - \frac{4\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{L} \cdot \bar{W}_2 \quad (\text{IV.61})$$

$$W_3''' = - \frac{9\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{3\pi x}{L} \cdot \bar{W}_3 \quad (\text{IV.62})$$

Logo, substituindo-se, (IV.60), (IV.61), (IV.62) em (IV.59), tem-se as expressões dos momentos fletores para os tres modos de vibração:

$$M_1 = - EI \frac{\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{L} \cdot \bar{W}_1 \quad (\text{IV.63})$$

$$M_2 = - EI \frac{4\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{2\pi x}{L} \cdot \bar{W}_2 \quad (\text{IV.64})$$

$$M_3 = - EI \frac{9\pi^2}{L^2} \operatorname{sen} \frac{3\pi x}{L} \cdot \bar{W}_3 \quad (\text{IV.65})$$

IV.6.4 - Expressões para as Rotações

Foram obtidas as rotações no fundo ($x = 0$), e no topo ($x = L$), do riser. Elas são obtidas pela primeira derivada dos deslocamentos, como mostrado a seguir :

$$R = W_1' \quad , \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{IV.66})$$

Onde, W_1' , são mostrados a seguir :

$$W_1' = - \frac{\pi}{L} \cos \frac{\pi x}{L} \cdot \bar{W}_1 \quad (\text{IV.67})$$

$$W_2' = - \frac{2\pi}{L} \cos \frac{2\pi x}{L} \cdot \bar{W}_2 \quad (\text{IV.68})$$

$$W_3' = - \frac{3\pi}{L} \cos \frac{3\pi x}{L} \cdot \bar{W}_3 \quad (\text{IV.69})$$

Substituindo-se, (IV.67), (IV.68), (IV.69), em (IV.66), tem-se para as rotações no fundo do riser ($x = 0$) :

$$R_1 = - \frac{\pi}{L} \cdot \bar{W}_1 \quad (\text{IV.70})$$

$$R_2 = - \frac{2\pi}{L} \cdot \bar{W}_2 \quad (\text{IV.71})$$

$$R_3 = - \frac{3\pi}{L} \cdot \bar{W}_3 \quad (\text{IV.72})$$

E para as rotações no topo do riser ($x = L$) :

$$R_1 = \frac{\pi}{L} \cdot \bar{W}_1 \quad (\text{IV.73})$$

$$R_2 = \frac{2\pi}{L} \cdot \bar{W}_2 \quad (\text{IV.74})$$

$$R_3 = \frac{3\pi}{L} \cdot \bar{W}_3 \quad (\text{IV.75})$$

IV.6.5 - Expressões para as Tensões Atuantes

As tensões atuantes sobre o riser, são as tensões normais (σ_N), causadas pela força de tração, as tensões de flexão (σ_F), e as tensões circunferenciais (σ_y) causadas pelo diferencial de pressões (externa-interna). As tensões radiais (σ_z), não serão consideradas, devido à pequena espessura da camisa do riser a qual é aqui considerada estanque.

A tensão circunferencial, σ_y , será calculada no fundo do riser e também na altura onde ocorreu o maior valor de tensões normais acrescidas das de flexão.

Chamou-se, σ_x , as tensões devidas a soma das tensões normais com as tensões de flexão.

São as seguintes as expressões para as tensões atuantes :

$$\sigma_x = \frac{F_t}{A} + \frac{M}{W_R} \quad (\text{IV.76})$$

$$\sigma_y = \frac{\bar{p} \cdot R_{med}}{e} \quad (\text{IV.77})$$

Onde,

$$W_R = \frac{I}{R_{ext}} = \text{momento resistente}$$

I = momento de inércia

R_{ext} = raio externo do riser

F_t = força de tração

M = momento fletor

A = área da seção transversal do riser

\bar{p} = pressão externa, resultante do diferencial de pressões

$p_{ext} = \gamma_a \times h$; para \bar{p} = pressão externa hidrostática

γ_a = peso específico da água do mar

R_{med} = raio médio

e = espessura do riser

As tensões de flexão, (σ_{F1}), podem ser obtidas substituindo-se (IV.63), (IV.64), (IV.65), na segunda parcela da equação (IV.76), (referente às tensões de flexão), resultando as expressões mostradas a seguir :

$$\sigma_{F1} = - E \frac{\pi^2}{L^2} R_{ext} \cdot \text{sen} \frac{\pi x}{L} \cdot \bar{W}_1 \quad (\text{IV.78})$$

$$\sigma_{F2} = - E \frac{4\pi^2}{L^2} R_{ext} \cdot \text{sen} \frac{2\pi x}{L} \cdot \bar{W}_2 \quad (\text{IV.79})$$

$$\sigma_{F3} = - E \frac{9\pi^2}{L^2} R_{ext} \cdot \text{sen} \frac{3\pi x}{L} \cdot \bar{W}_3 \quad (\text{IV.80})$$

Convém observar que a área foi tomada sempre, em relação a dimensão mais externa do riser (tubo + encamisamento), já que, a tração é aplicada na parte mais externa.

Para o momento de inércia, I , foi considerado um valor médio, levando-se em conta todos os tubos que compõem o riser.

IV.7 - Tensão Admissível

A tensão efetiva , (σ_c) , em qualquer seção transversal da camisa externa do riser é dada pela seguinte expressão, de acordo com o critério de escoamento de Henchy-Von Mises [26] :

$$\sigma_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

(IV.81)

Onde :

σ_x = soma das tensões axiais e de flexão

σ_y = tensões circunferenciais

σ_z = tensões radiais

Como σ_z , é aproximadamente igual a zero, a Eq.(IV.81) será reescrita da seguinte formma :

$$\sigma_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[2(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (IV.82)$$

A tensão admissível máxima, f_a , é adotada como sendo 60% da razão entre a tensão de escoamento, σ_e , e um coeficiente de segurança, cs , tomado igual a 2.0, como mostrado a seguir [25] :

$$f_a = 0.6 \times \frac{\sigma_e}{cs} \quad (IV.83)$$

As tensões efetivas combinadas, σ_c , deverão ser menores ou iguais à tensão admissível, f_a , para garantir a segurança estrutural.

CAPITULO V

RESULTADOS OBTIDOS PARA O "RISER" ANALISADO

V.1 - Descrição dos Carregamentos Utilizados na Presente Análise

Apresentam-se a seguir as magnitudes e descrições dos carregamentos aplicados ao *riser* aqui analisados, cujas características são dadas no Cap.III.

V.1.1 - Forças de Tração Aplicadas ao Riser

O *riser* foi submetido à tração axial, aplicada à sua cabeça, com valores iguais a uma vez, uma vez e meia e duas vezes o valor inicialmente calculado. No cálculo da tração inicial foi considerado o peso próprio de todos os componentes do *riser* e o empuxo sobre a camisa externa, desprezando-se o empuxo sobre os tubos de pequeno diâmetro. A tração inicial é igual em módulo e direção e de sentido contrário à resultante das forças axiais sobre o *riser*, cujos valores mostrados nas Tabelas V.1 e V.2, foram calculados com base nas características da seção transversal do *riser*, mostrada na Fig.II.2.

O valor da tração inicial, (ou tração de referência) foi obtido com a seguinte seqüência de cálculo : somando-se os valores de peso próprio para o tubo externo, tubo central tubos auxiliares e umbilicais acrescentando-se o peso do óleo; subtraindo do resultado desta soma o valor do empuxo sobre a camisa externa, apenas.

TABELA V.1 - Esforços Axiais

FORÇAS	CAMISA EXTERNA	TUBO CENTRAL	AUXILIA-RES 1, 2, 3	UMBILICAIS 1, 2, 3
EMPUXO (kN)	1468.63	-	-	-
PESO PRÓPRIO (kN)	1512.01	559.41	247.07	56.70

TABELA V.2 - Tração de Referência

PESO DA ESTRUTURA (kN)	PESO DO ÓLEO (kN)	PESO TOTAL (kN)	PESO APARENTE (kN)	TRAÇÃO DE REFERÊNCIA (kN)
2375.19	313.26	2688.45	1219.82	1219.82

Onde : $\gamma_a = 9.81 \text{ kN/m}^3$, peso específico da água

$\gamma_m = 76.9 \text{ kN/m}^3$, peso específico do material (aço)

$\gamma_o = 8.4 \text{ kN/m}^3$, peso específico do óleo

A seguir são mostradas tabelas com os valores encontrados para as forças de tração e tensões axiais no fundo e no topo do riser, para a tração de referência (Tr) e para as trações majoradas : 1.5 Tr e 2.0 Tr. Mais adiante na Fig. V.1, são mostrados os gráficos das distribuições lineares de tração ao longo do comprimento do riser.

TABELA V.3 - Tração inicial aplicada ao riser

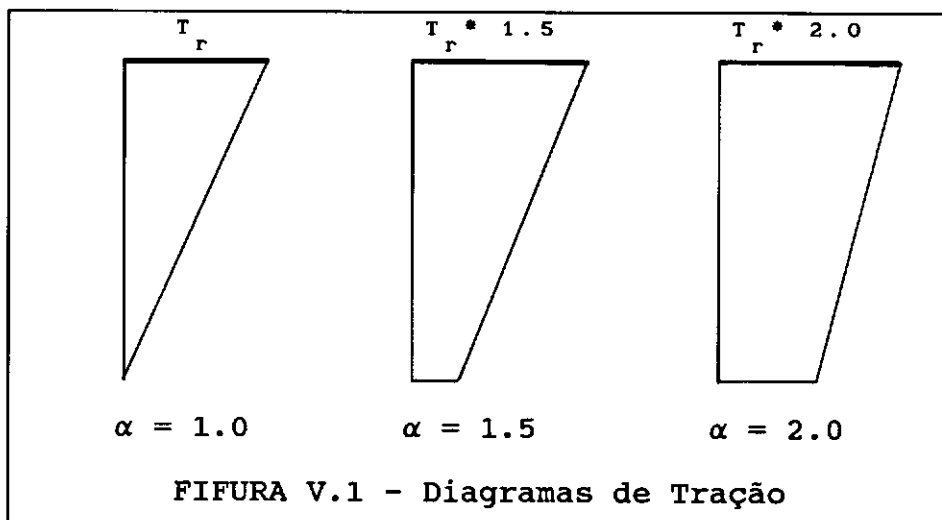
LEITURA	TRAÇÃO DE REFERÊNCIA (T_r)	
	FORÇA DE TRAÇÃO (kN)	TENSÃO AXIAL (kN/m ²)
TOPO	1219.82	37844.1
FUNDO	0.0	0.0

TABELA V.4 - Tração inicial majorada em 50%

LEITURA	TRAÇÃO DE REFERÊNCIA (T_r) * 1.5	
	FORÇA DE TRAÇÃO (kN)	TENSÃO AXIAL (kN/m ²)
TOPO	1829.73	56766.14
FUNDO	609.91	18922.05

TABELA V.5 - Tração inicial majorada em 100%

LEITURA	TRAÇÃO DE REFERÊNCIA (T_r) * 2.0	
	FORÇA DE TRAÇÃO (kN)	TENSÃO AXIAL (kN/m ²)
TOPO	2439.64	75688.19
FUNDO	1219.82	37844.1



Para o cálculo das tensões axiais a área utilizada foi a da camisa externa, já que é ela quem será tracionada. Para o momento de inércia, da seção transversal composta mostrada na Fig. II.2, foi tomado um valor médio, \bar{I} , entre os valores de I_y e I_z , como consta da tabela V.6.

TABELA V.6 - Propriedades Geométricas

I_y (m ⁴)	I_z (m ⁴)	\bar{I} (m ⁴)	A (m ²)
0.001503	0.001396	0.001436	0.0032

V.1.2 - Condições de Mar

Foram realizadas análises para três condições de mar e para a onda batida no tanque de ensaios sobre o modelo reduzido de uma TLP. Os parâmetros da onda (λ , T_0 , H), para o caso do modelo experimental, foram extrapolados para o protótipo através da Teoria da Semelhança. Aos valores de λ e H foi aplicado o fator de escala geométrica (III.31), e a T_0 , o fator de escala do tempo (III.32).

As condições de mar foram obtidas, arbitrando inicialmente valores de períodos de ondas, T_0 , comuns na costa brasileira. A partir destes, foram obtidos os valores para altura de onda, H , pela Eq.(III.39), e para o comprimento de onda, λ , dado pela Eq.(III.38).

A Tab.V.7 apresenta estes parâmetros para os casos aqui analisados.

TABELA V.7 - Parâmetros de Onda

PARAMETROS DE ONDA	MODELO EXPERIM.	MAR 1	MAR 2	MAR 3
λ (m)	210.45	126.44	224.78	351.23
T_0 (s)	11.61	9.0	12.0	15.0
H(m)	11.0	7.06	12.798	18.54

A Tabela V.8, mostra os valores das relações : d/gT_0^2 e H/gT_0^2 , para os quatro casos analisados. Estes valores são utilizados como parâmetros de entrada, no gráfico da Fig.III.2 para a seleção da Teoria de Onda, mostrando, assim, que a Teoria de Stokes de 3ª ordem seria a mais indicada nos casos presentes.

A Fig.V.2, apresenta a comparação entre as respostas de aceleração versus tempo de análise do riser, obtidos a partir de um programa desenvolvido por CARVALHO et al [17], utilizando tanto a Teoria de Airy quanto a Teoria de Stokes de 3ª ordem. Chama-se atenção para o fato de que nesta análise não foi considerado o deslocamento do topo do riser. Na Fig. V.2, observa-se que essas duas teorias de onda fornecem no presente caso praticamente os mesmos resultados, confirmando assim a validade da utilização da Teoria de Airy.

TABELA V.8 - Escolha da Teoria de Onda

	MODELO EXPERIM.	MAR 1	MAR2	MAR 3
d/gT_0^2	0.461	0.767	0.432	0.276
H/gT_0^2	0.008	0.009	0.009	0.008

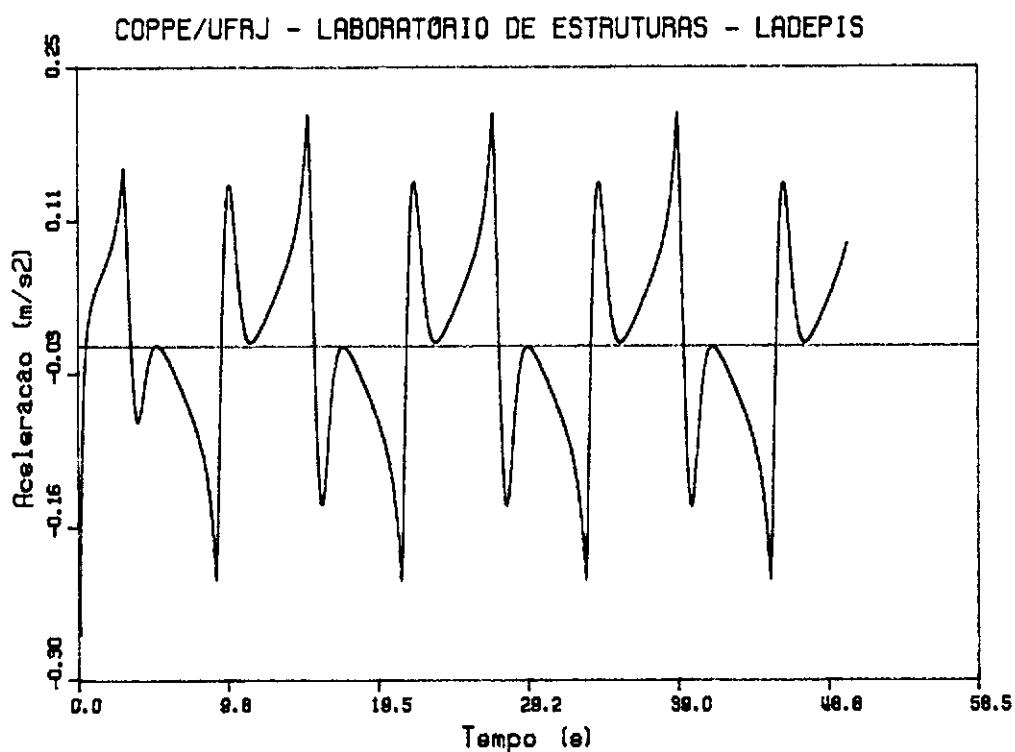


FIGURA V.2 (A) - Riry

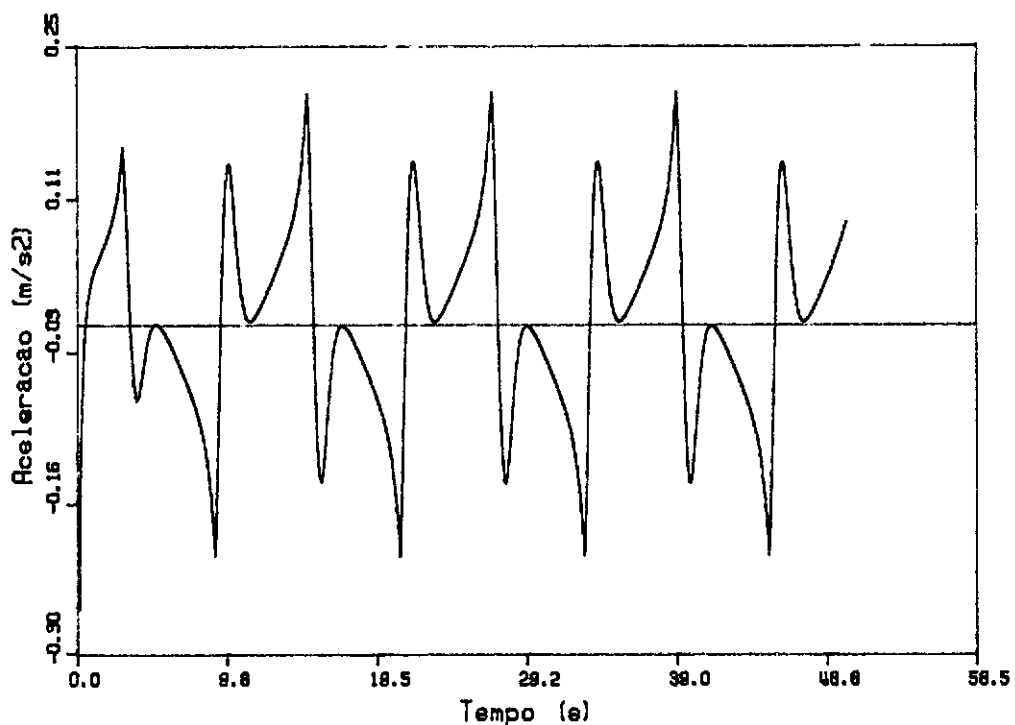


FIGURA V.2 (B) - Stokes III

FIGURA V.2 (A) - Resposta para Teoria de Riry

FIGURA V.2 (B) - Resposta para Teoria de Stokes III

V.1.3 - Correntes

O perfil de corrente utilizado foi o da Fig.III.7, onde a velocidade no fundo é igual a zero e no topo igual a 1.68 m/s.

A ação de correntes provoca o desprendimento de vórtices, cuja frequência obtida por (III.46) é igual a 0.6311 Hz. O número de Strouhal (S), foi tomado igual a 0.21, como na maioria dos casos práticos.

V.1.4 - Movimentos da TLP

A amplitude de movimento da TLP (A_1), para os dados do modelo experimental foi obtida pela Eq.(III.41), conforme procedimento indicado na Seção (III.3.5.3). Para as outras condições de mar, as amplitudes de movimento foram calculadas utilizando-se o gráfico da Fig. III.6, a partir de valores para período (T_0) e altura de onda (H), conforme descrito na Seção III.3.5.2. A Tab.V.9 apresenta esses valores de amplitude de movimento transversal da TLP, ou da cabeça do *riser*.

TABELA V.9 - Amplitudes de Movimento da TLP

AMPLITUDE DE MOVIMENTO	MODELO EXPERIMENTAL	MAR 1	MAR 2	MAR 3
A_1 (m)	2.554	0.353	3.2379	7.045

V.1.5 - Casos de Análise

A Tab. V.10 apresenta todas as situações analisadas no presente trabalho. Foram considerados quatro tipos de ondas incidentes sobre o *riser* : uma obtida dos ensaios do modelo reduzido da TLP e as demais, de um espectro de mar cujos parâmetros estão definidos na Seção V.1.2. Para cada tipo de onda incidente sobre o *riser* :

M (modelo experimental),

1 (cond. de mar 1),

2 (cond. de mar 2),

3 (cond. de mar 3).

Foram aplicadas à cabeça do mesmo os seguintes valores de tração :

tração de referência ($\alpha = 1.0$),

tração de referência $\times 1.5$ ($\alpha = 1.5$),

tração de referência $\times 2.0$ ($\alpha = 2.0$),

e para cada um desses casos a análise foi feita com e sem ação de corrente.

TABELA V.10 - Casos Analisados

CASOS DE ANALISE	ONDAS				FATOR α			CORRENTE	
	M	1	2	3	1.0	1.5	2.0	SEM	COM
I.A	x				x			x	
I.B	x					x		x	
I.C	x						x	x	
I.D	x				x				x
I.E	x					x			x
I.F	x						x		x
II.A		x			x				x
II.B		x				x			x
II.C		x					x		x
II.D		x			x			x	
II.E		x				x		x	
II.F		x					x	x	
III.A			x		x				x
III.B			x			x			x
III.C			x				x		x
III.D			x		x			x	
III.E			x			x		x	
III.F			x				x	x	
IV.A				x	x				x
IV.B				x		x			x
IV.C				x			x		x
IV.D				x	x			x	
IV.E				x		x		x	
IV.F				x			x	x	

V.1.5.1 - Resumo das Hipóteses Adotadas na Presente Análise Estrutural

Todas as análises foram realizadas sob as seguintes hipóteses :

a) o deslocamento de *heave* da TLP não foi considerado, por ser pequeno em relação ao comprimento do *riser*.

b) dos demais deslocamentos e rotações da TLP foram considerados apenas os movimentos de *surge* ou *sway* , já que, os extremos do *riser* são rotulados.

c) a cabeça do *riser* é submetida a pequenos

deslocamentos transversais (relativamente ao seu comprimento), já que, está pendulada em uma TLP.

d) não é considerada a interação hidroelástica entre *riser* e TLP em movimento. Isto é, as análises são feitas isoladamente.

e) portanto a amplitude de movimento do modo pendular do *riser* é fornecida pelos resultados obtidos na análise isolada da TLP sob ação de ondas e correntes.

f) foram consideradas ondas regulares.

g) as ondas e correntes têm a mesma direção.

h) a ação da corrente marinha sobre o *riser* é tomada como estática, exceto na verificação do efeito de vorticidade.

i) o *riser* tem sua extremidade superior, rotulada, na linha d'água.

j) não são considerados flutuadores e a tração externa aplicada à cabeça do *riser* é tomada como constante (como se utilizado um sistema de tracionamento hidráulico ou de compensação de *heave*).

V.2 - Frequências Naturais da Estrutura e Taxas de Amortecimento

As frequências naturais e taxas de amortecimento, para os três modos de flexão, foram determinadas levando-se em conta a influência da força de tração.

A seguinte equação de frequência é utilizada para o riser bi-rotulado :

$$\left[EI \left(\frac{n\pi}{L} \right)^4 + T_1 \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2 \right] - \omega_n^2 \cdot m_T = 0 \quad (V.1)$$

onde :

E = módulo de elasticidade da estrutura

I = momento de inércia

n = número do harmônico

L = comprimento do riser

T_1 = tração externa aplicada à cabeça do riser

ω_n = frequências modais para os n harmônicos (rad/s)

m_T = massa total da estrutura

O valor da massa total da estrutura, ($m_T = P_T/g$), é obtida somando-se a massa da estrutura propriamente dita, (m_e), a massa do óleo, (m_o), e a massa d'água adicionada, (m_a).

$$m_e = P_e / g = 2375.19 \text{ (kN)} / g \text{ (m/s}^2\text{)} = 242.119 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$

(vide Tab.V.2)

$$m_o = P_o / g = 311.82 \text{ (kN)} / g \text{ (m/s}^2\text{)} = 31.927 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$

(vide Tab.V.2)

$$m_a = \gamma_a \cdot \pi D^2 / 4 \cdot L / g \text{ (kN.s}^2/\text{m)} = 149.71 \text{ kN.s}^2/\text{m}$$

onde:

$g = 9.81 \text{ m/s}^2$, é a aceleração da gravidade

$D = 0.559 \text{ m}$, é o diâmetro da camisa externa do riser

$\gamma_a = 8.81 \text{ kN/m}^3$, é o peso específico da água
 sendo, $m_T = m_e + m_o + m_a = 423.75 \text{ kN.s}^2/\text{m} = 423.75 \text{ t}$
 ou ainda, $m_T = 0.695 \text{ t/m}$

Explicitando-se ω_n em (V.1), tem-se :

$$\omega_n = n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{EI}{m_T L^4}} + n^2 \pi^2 \sqrt{\frac{T_1}{m_T L^2}} \quad (\text{V.2})$$

O segundo termo da equação (V.2), representa o efeito do valor médio da força axial de tração, sobre as frequências naturais do riser bi-rotulado submerso.

Para cada valor de tração são obtidos, com a equação (V.2), valores para os três primeiros modos de flexão; estes valores são mostrados na Tabela V.11.

TABELA V.11 - Frequências e Períodos Naturais do riser bi-rotulado

T_1 (kN)	ω (rad/s)		f (Hz)		T (s)	
(Tr) 1219.82	ω_1	0.2331	f_1	0.0371	T_1	27.0
	ω_2	0.5	f_2	0.0797	T_2	12.55
	ω_3	0.803	f_3	0.1278	T_3	7.82
(Tr*1.5) 1829.73	ω_1	0.2816	f_1	0.0448	T_1	22.31
	ω_2	0.5978	f_2	0.0951	T_2	10.51
	ω_3	0.9486	f_3	0.1509	T_3	6.62
(Tr*2.0) 2439.64	ω_1	0.3224	f_1	0.0513	T_1	19.5
	ω_2	0.6794	f_2	0.1081	T_2	9.25
	ω_3	1.071	f_3	0.1701	T_3	5.90

A taxa de amortecimento modal proporcional à massa, é dada por :

$$\xi = \frac{a_0}{2 \omega_n} \quad (V.3)$$

onde :

ξ = taxa de amortecimento

a_0 = fator de proporcionalidade

ω_n = frequência modal para os n harmônicos

A taxa de amortecimento estrutural para o 1º modo, foi tomada igual a 1%. A partir dela, calculou-se o fator de proporcionalidade, a_0 , que foi utilizado para o cálculo da taxa de amortecimento para os demais modos. Este procedimento foi feito para cada caso de tração, e as taxas de amortecimento obtidas são mostradas na Tabela V.12.

TABELA V.12 - Taxas de Amortecimento

TAXAS DE AMORTECIM.	Tr	Tr * 1.5	Tr * 2.0
ξ_1	0.01	0.01	0.01
ξ_2	0.00466	0.00471	0.00475
ξ_3	0.0029	0.00297	0.00301

V.3. - Verificações para Vibrações por Vorticidade

A frequência de despreendimento de vórtices ($f_s = 0.6311$ Hz), calculada pela Eq.(III.46), não está próxima de nenhuma das frequências naturais do riser, como pode-se observar na Tab.V.11.

V.4 - Respostas para Deslocamentos, Momentos e Tensões

As respostas para deslocamentos, rotações, momentos e tensões, foram obtidas para o modo global, ou seja, para a soma dos três modos de flexão com o modo pendular, para cada caso de tração aplicada no topo do riser, e considerando-se duas hipóteses : apenas a ação de ondas, e a ação combinada de ondas e correntes marinhas. Testes foram realizados, sob estas duas hipóteses de ação dinâmica com o intuito de se descobrir a que altura do riser ocorria maior deslocamento. Os resultados obtidos para o riser analisado demonstraram que para a ação isolada de ondas o maior deslocamento (W_1), ocorre mais próximo à superfície da água, em torno de 457.5 metros, enquanto que para a ação combinada de ondas e corrente, o maior deslocamento (W_2), ocorre aproximadamente a meia altura do riser, em torno de 305.0 metros; isto é ilustrado pela Fig.V.3.

As respostas dinâmicas em termos de deslocamentos, correspondentes a pontos nestas seções do riser foram, portanto, utilizadas para se analisar o comportamento não linear sob ação combinada de ondas, corrente, movimento da TLP e forças de tração aplicadas à cabeça do riser. A análise do comportamento não linear será apresentada no Cap.VI.

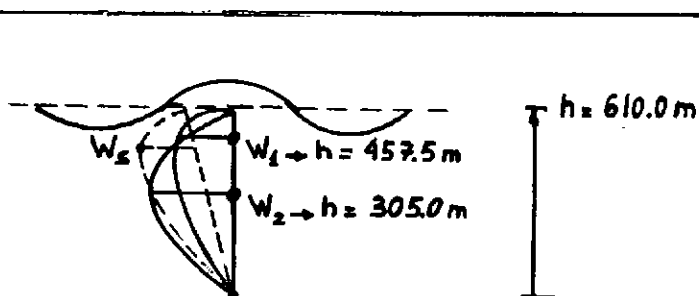


FIGURA V.3 - Deformadas em um certo instante t, e Deslocamentos máximos

Neste capítulo serão apresentadas tabelas resumo com resultados numéricos obtidos para vários casos de análise, variando-se as características da onda (H/T_0), as trações externas (T_1), e considerando-se ou não a ação de corrente sobre o *riser*.

Serão apresentados resultados para rotações, e deslocamentos, incluindo os deslocamentos modais, os deslocamentos variáveis no tempo e ao longo do *riser*, além dos momentos fletores e tensões atuantes.

V.5 - Respostas para Deslocamentos e Rotações

Apresentam-se a seguir, as rotações e os deslocamentos máximos observados durante as respostas dinâmicas, indicando para estes últimos o tempo e a seção ao longo do *riser* onde esses máximos ocorrem. Estas seções são indicadas nas Tabs.V.14.a-c por : W_1 (altura onde houve maior deslocamento para ação de ondas), W_2 (altura onde houve o maior deslocamento para ação combinada de ondas e corrente) e W_3 (altura correspondente a deformada final do *riser* onde o deslocamento foi máximo). Antes disso, porém, apresentam-se as coordenadas modais das três funções de forma modal de flexão utilizadas na modelagem matemática, com o intuito de estimar a contribuição de cada um destes modos para a resposta dinâmica do *riser*. As Tabs.V.13.a, V.13.b e V.13.c, mostram os valores adimensionais dessas coordenadas modais, obtidas para cada um dos valores de tração aplicada e para os casos de análise onde foram observados os maiores valores de deslocamentos.

TABELA V.13.a - Coordenadas Modais
para a Tração de Referência

CASOS	Tr= 1219.82 kN		\bar{W}_1	\bar{W}_2	\bar{W}_3
I.A	SEM CORRENTE	M. EXP.	3.1514	-1.16168	0.94748
II.D		MAR 1	0.2761	-0.17495	0.16295
III.D		MAR 2	4.064	-1.4295	1.3188
IV.D		MAR 3	20.641	-2.9405	1.2743
I.D	COM CORRENTE	M. EXP.	-2.01818	-0.68458	-0.227912
II.A		MAR 1	-2.9431	-0.46816	-0.12834
III.A		MAR 2	-15.129	0.70313	-0.4376
IV.A		MAR 3	21.2066	-2.5737	0.6740

TABELA V.13.b - Coordenadas Modais para a
Tração de Referência * 1.5

CASOS	Tr= 1829.73 kN		\bar{W}_1	\bar{W}_2	\bar{W}_3
I.B	SEM CORRENTE	M. EXP.	-0.94145	0.32818	0.016031
II.E		MAR 1	0.27516	-0.17294	0.14325
III.E		MAR 2	3.7822	-1.37018	1.1920
IV.E		MAR 3	20.7979	-2.8973	1.16099
I.E	COM CORRENTE	M. EXP.	-1.68615	-0.59937	-0.20479
II.B		MAR 1	-2.6873	-0.4228	-0.11609
III.B		MAR 2	-14.9052	0.7852	-0.44171
IV.B		MAR 3	21.1102	-2.4964	0.6404

TABELA V.13.c - Coordenadas para a
Tração de Referência * 2.0

CASOS	Tr= 2439.64 kN		\bar{W}_1	\bar{W}_2	\bar{W}_3
I.C	SEM CORRENTE	M. EXP.	-0.92704	0.255164	0.09246
II.F		MAR 1	0.2189	-0.16799	0.134798
III.F		MAR 2	3.8855	-1.3929	0.973397
IV.F		MAR 3	20.3768	-2.9378	1.1977
I.F	COM CORRENTE	M. EXP.	-1.41166	-0.52103	-0.190
II.C		MAR 1	-2.46851	-0.38525	-0.10563
III.C		MAR 2	14.037	-1.48728	0.27871
IV.C		MAR 3	20.9186	-2.5298	0.67935

Pode-se observar nestas tabelas que a contribuição do primeiro modo de flexão, é sempre maior do que as dos outros dois modos, tornando-se mais importante para ondas com maiores períodos e acentuadamente mais importante quando a ação de corrente é considerada. Observa-se, também que o efeito da tração aplicada sobre estas contribuições modais é praticamente desprezível, pelo menos para a faixa de valores utilizados.

O que estes valores parecem indicar é que :

- a modelagem com apenas três modos de flexão é perfeitamente adequada para análise dinâmica de *risers* rígidos sob ação de grandes ondas regulares e suficiente para a análise sob ação combinada de ondas mais corrente ;

- no caso de ação isolada de pequenas ondas regulares o acoplamento não linear entre modos é mais pronunciado (já que as contribuições dos segundo e terceiro modos se tornam importantes), e conseqüentemente, os erros cometidos com esta aproximação devem ser estimados com a inclusão de mais

dois modos;

- para condições extremas de mar e corrente, esta aproximação é válida para fins práticos, já que o primeiro modo se torna dominante.

TABELA V.14.a - Deslocamentos e Rotações para a Tração de Referência

CASOS	Tr=1219.82 KN	DESLOCAMENTOS MÁXIMOS				ROTAÇÕES		
		NO TEMPO		NO COMPRIMT ²		R _{fun} ^(o)	R _{topo} ^(o)	
		t(s)	W ₁ ^{max} (m)	h(m)	W _S ^{max} (m)	R _{fun} ^(o)	R _{topo} ^(o)	
I.A	SEM CORRENTE	M.EXP	3104.	2.145	457.5	4.06	1.08	-2.45
II.D		MAR 1	102.6	0.244	457.5	0.485	0.12	-0.33
III.D		MAR 2	147.6	3.005	457.5	5.236	1.52	-3.21
IV.D		MAR 3	181.0	15.364	366.0	20.610	5.50	-8.90
		t(s)	W ₂ ^{max} (m)	h(m)	W _S ^{max} (m)	R _{fun} ^(o)	R _{topo} ^(o)	
I.D	COM CORRENTE	M.EXP	603.3	2.784	183.0	2.354	-1.2	0.40
II.A		MAR 1	108.0	2.638	244.0	3.0	-1.3	0.71
III.A		MAR 2	223.0	13.22	335.0	14.726	-4.5	5.30
IV.A		MAR 3	76.7	18.61	366.0	21.285	5.3	-8.3

TABELA V.14.b - Deslocamentos e Rotações para a Tração de Referência x 1.5

		DESLOCAMENTOS MÁXIMOS					ROTAÇÕES	
		NO TEMPO		NO COMPRIMT.				
CASOS	Tr=1829.73 KN	t(s)	W_1^{\max} (m)	h(m)	W_S^{\max} (m)	$R_{fun}^{(o)}$	$R_{topo}^{(o)}$	
I.B	SEM CORRENTE	M. EXP	399.0	0.8681	396.5	1.107	-0.1	0.46
II.E		MAR 1	102.4	0.217	457.5	0.469	0.09	-0.31
III.E		MAR 2	147.3	2.841	457.5	4.888	1.36	-2.98
IV.E		MAR 3	181.0	15.34	366.0	20.798	5.46	-8.87
			t(s)	W_2^{\max} (m)	h(m)	W_S^{\max} (m)	$R_{fun}^{(o)}$	$R_{topo}^{(o)}$
I.E	COM CORRENTE	M. EXP	591.6	2.579	183.0	2.0	-1.0	0.33
II.B		MAR 1	107.0	2.396	244.0	2.736	-1.2	0.65
III.B		MAR 2	223.0	13.02	335.5	14.571	-4.3	5.2
IV.B		MAR 3	76.7	18.55	366.0	21.168	5.3	-8.3

TABELA V.14.c - Deslocamentos e Rotações para a Tração de Referência x 2.0

		DESLOCAMENTOS MÁXIMOS					ROTAÇÕES	
		NO TEMPO		NO COMPRIMT.				
CASOS	Tr=2439.64 KN	t(s)	W_1^{\max} (m)	h(m)	W_S^{\max} (m)	$R_{fun}^{(o)}$	$R_{topo}^{(o)}$	
I.B	SEM CORRENTE	M. EXP	283.0	0.96	366.0	1.09	-0.1	0.34
II.E		MAR 1	147.4	0.188	457.5	0.418	1.52	-0.28
III.F		MAR 2	147.3	2.782	457.5	4.829	1.19	-2.83
IV.F		MAR 3	181.0	15.357	366.0	20.402	5.34	-8.81
			t(s)	W_2^{\max} (m)	h(m)	W_S^{\max} (m)	$R_{fun}^{(o)}$	$R_{topo}^{(o)}$
I.F	COM CORRENTE	M. EXP	580.0	2.412	183.0	1.696	-0.9	0.3
II.C		MAR 1	107.0	2.191	244.0	2.512	-1.1	0.6
III.C		MAR 2	217.0	12.24	335.5	14.075	-3.5	5.3
IV.C		MAR 3	76.7	18.48	366.0	20.982	5.3	-8.3

Os resultados apresentados nas Tabs. V.14.a, V.14.b e V.14.c., demonstram que os valores máximos das amplitudes de deslocamento transversal são também encontrados para ondas maiores (Mar 3). Pode-se observar, ainda, que os maiores deslocamentos ocorreram no terço superior do riser, para o caso da ação isolada de ondas. Já para o caso da ação combinada de ondas e corrente, os maiores deslocamentos ocorreram no terço inferior do riser, para as Condições de Mar Experimental e Mar 1, enquanto que para as Condições de Mar 2 e 3, os maiores deslocamentos ocorreram no terço médio do riser. Isso foi observado em todos os casos de variação de tração externa. Há em geral uma pequena redução nos valores das rotações tanto no fundo quanto no topo na maior parte dos casos de análise, a medida que a tração externa é aumentada. Nota-se, assim, como já era esperado, o efeito benéfico da tração, mantendo-se as rotações abaixo do valor limite (10°).

V.5.1 - Gráficos de Deslocamentos ao longo do "Riser"

Tendo em vista o grande número de casos de análise, como mostra a Tab.V.10, foram selecionados alguns desses para a elaboração de gráficos. Cada um desses gráficos representa a deformada do riser num certo instante de tempo t para o qual os deslocamentos W_1 ou W_2 , alcançam o seu valor máximo, observado durante uma resposta dinâmica.

Foram selecionados para apresentação, os gráficos que representam os valores máximos obtidos dentre todas as análises. Para os três primeiros tipos de onda foram

selecionados os gráficos (Figs.V.4 à V.6) correspondentes a tração de referência ($\alpha = 1.0$). Porém, para a onda correspondente à Condição de Mar 3 (tendo em vista ser o caso mais crítico), apresentam-se gráficos (Figs.V.7.a a V.7.f) para todos os casos de análise, ou seja, todos os casos de tração, com e sem ação de corrente.

V.5.2 - Envoltórias de Deslocamentos ao longo do "Riser"

As Figs. V.8.a e V.8.b, mostram as envoltórias de deslocamentos máximos obtidos de todas as análises sob Condições de Mar 1, 2 e 3, respectivamente.

Observa-se que as envoltórias sofrem influência predominante dos resultados obtidos para a Condição de Mar 3 ; i.e. para maiores ondas.

CASO I.A

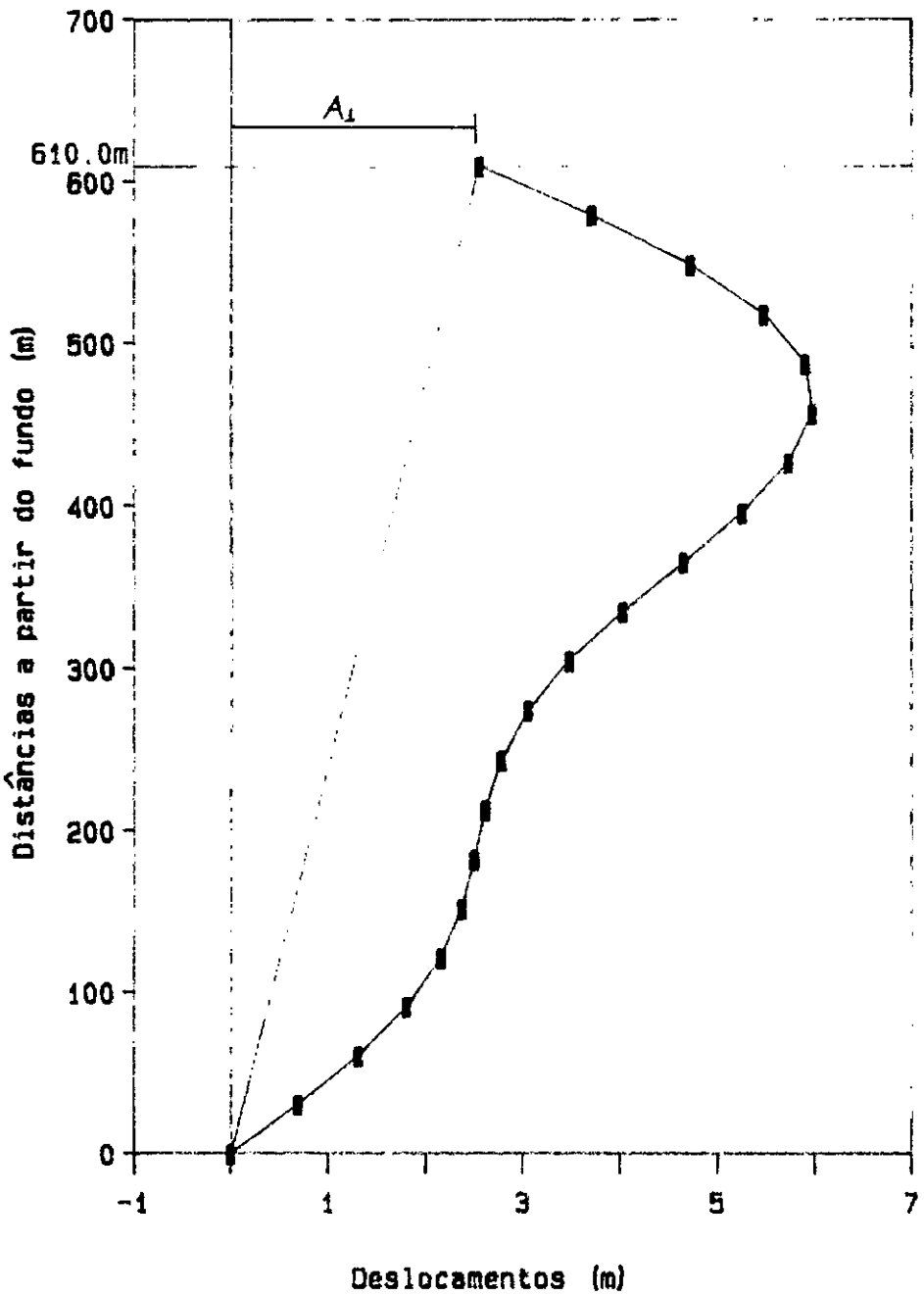


FIGURA V.4.a- Deslocamento Modo Global
 Onda Mod Experimental
 $\alpha = 1.0$, sem corrente
 $A_1 = 2.554$ m

CASO I.D

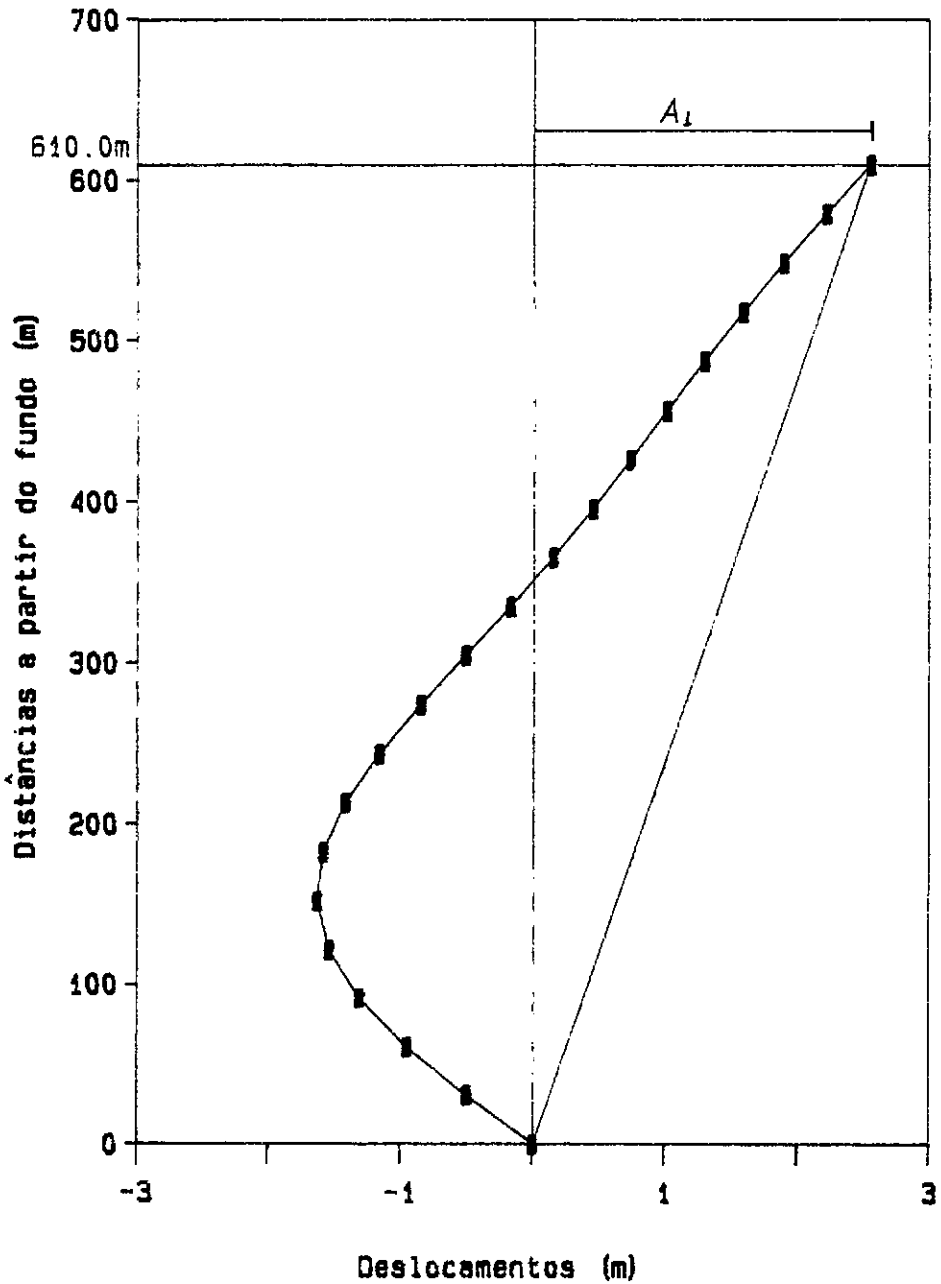


FIGURA V.4.b - Deslocamento Modo Global
 Onda Mod. Experimental
 alfa = 1.0, com corrente
 $A_1 = 2.554$ m

CASO II.D

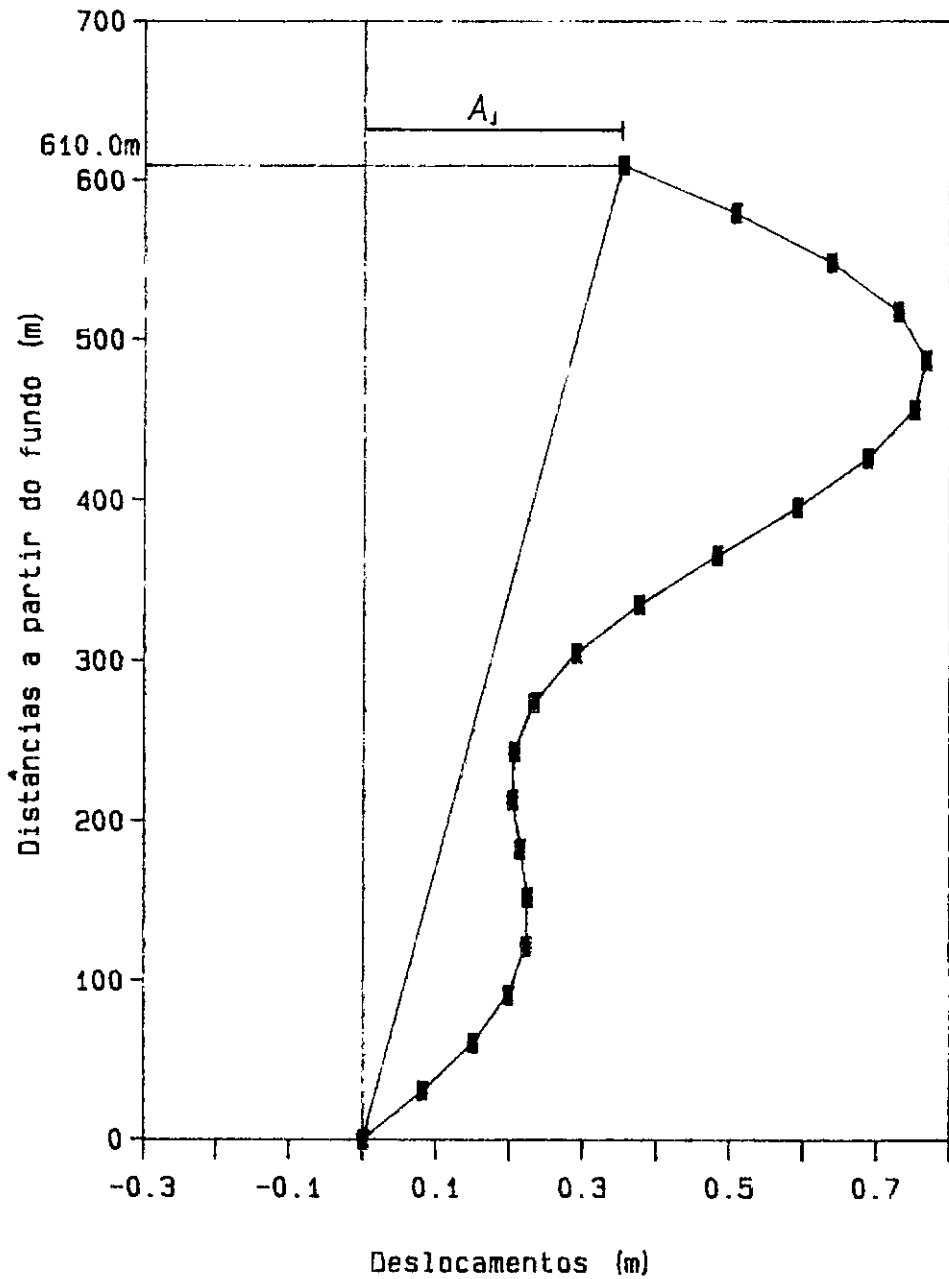


FIGURA V.5.a - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 1
 alfa = 1.0, sem corrente
 $A_1 = 0.353$ m

CASO II.A

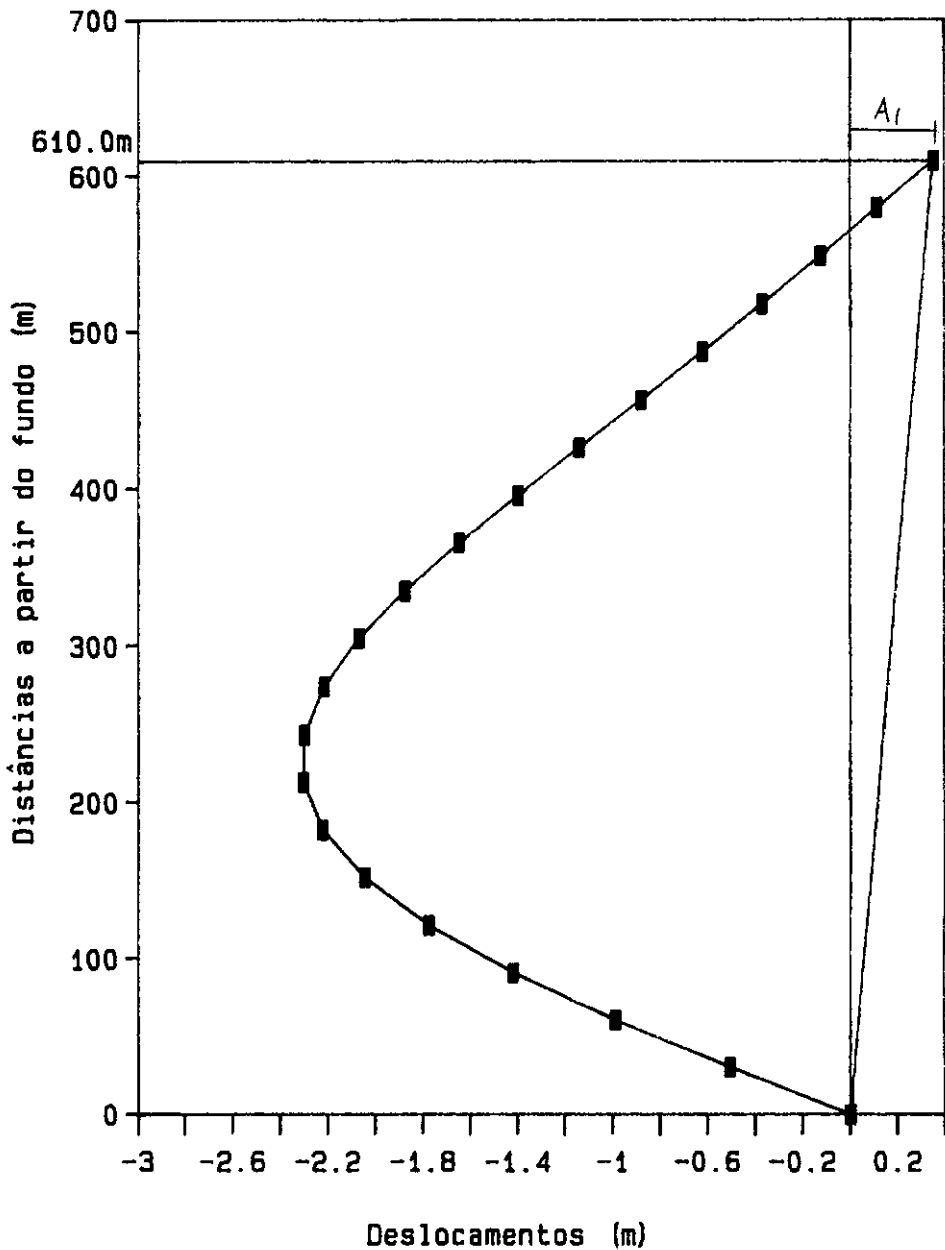


FIGURA V.5.b - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 1
 $\alpha = 1.0$, com corrente
 $A_1 = 0.353$ m

CASO III.D

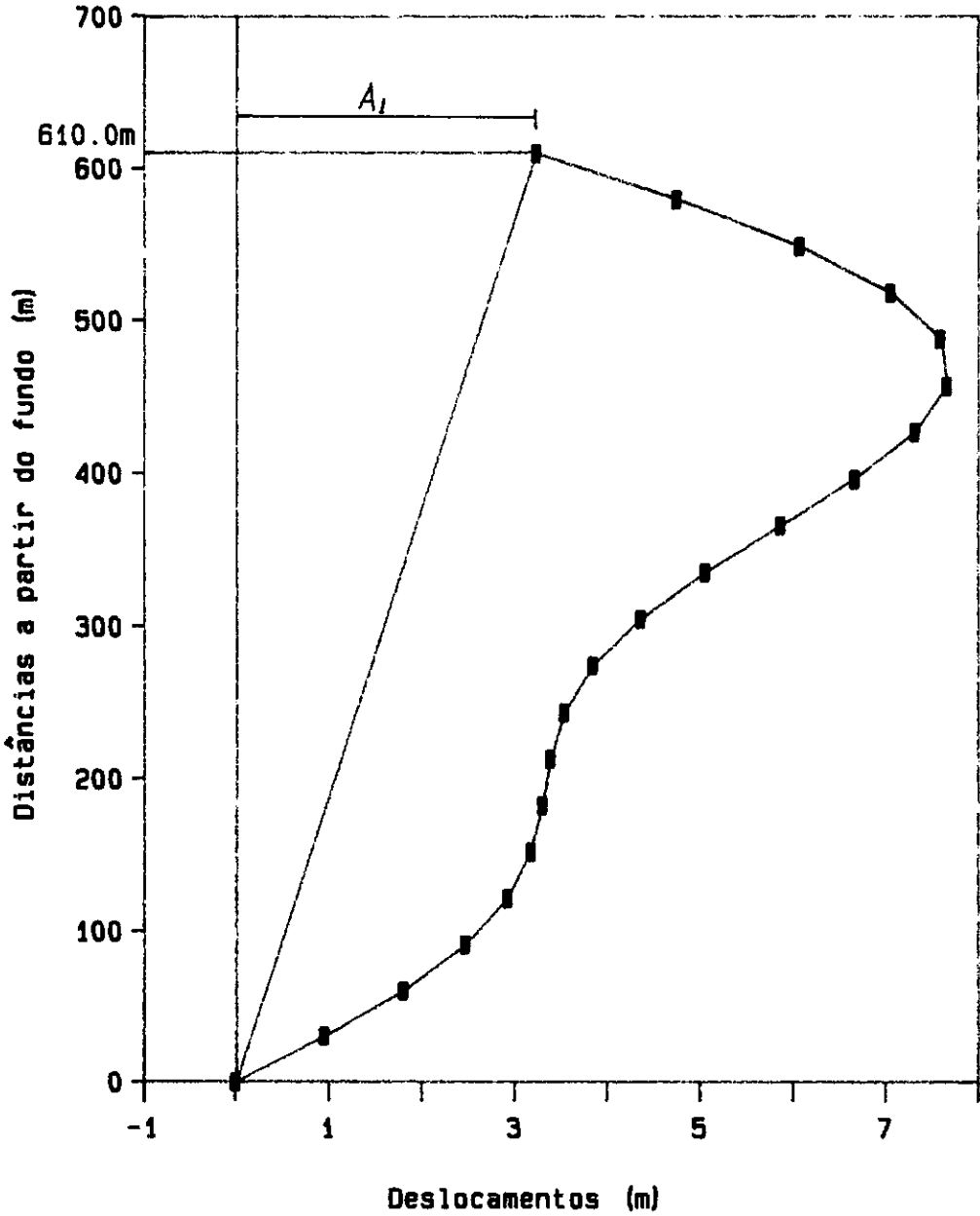


FIGURA V.6.a - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 2
 $\alpha = 1.0$, sem corrente
 $A_1 = 3.2379$ m

CASO III.A

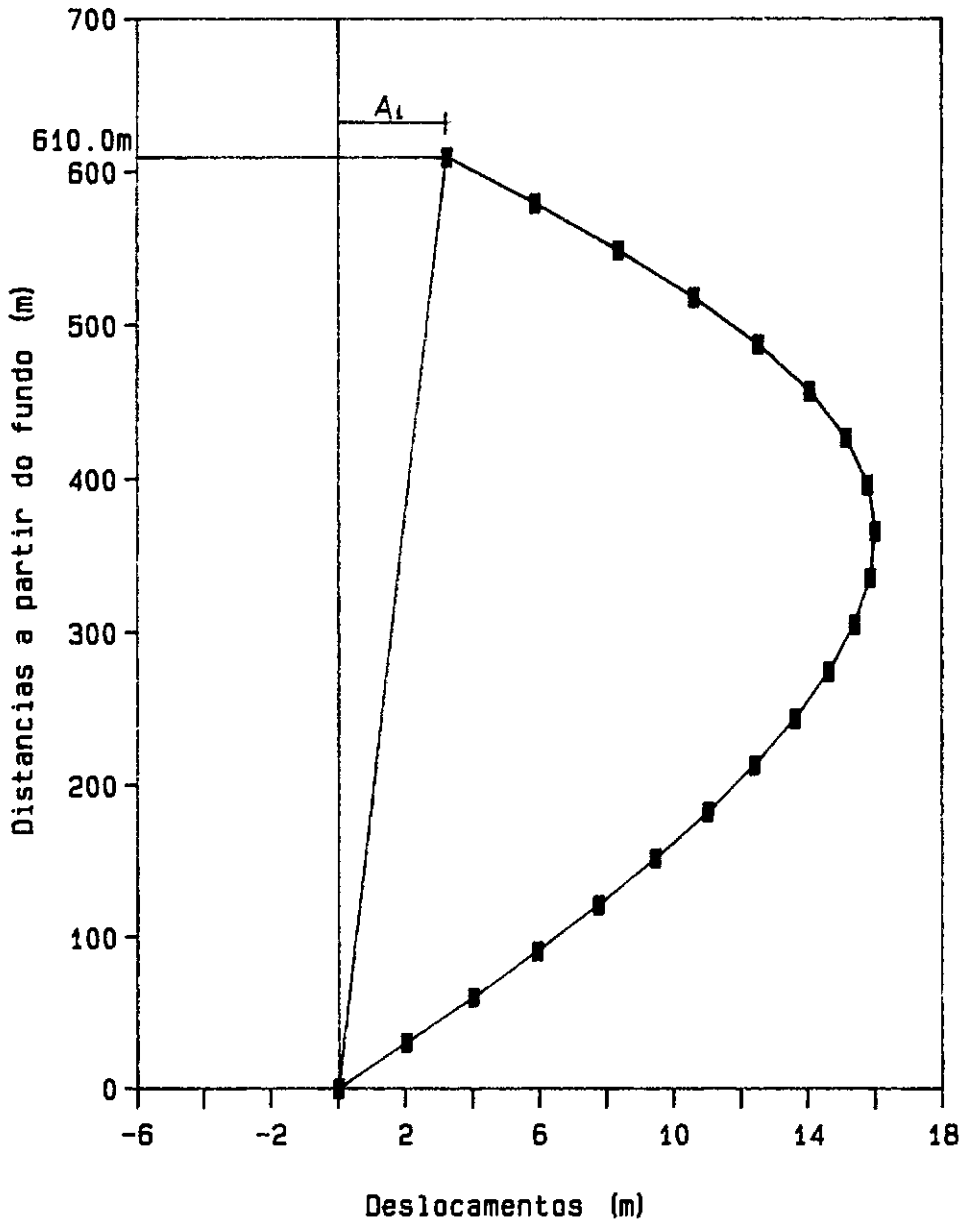


FIGURA V.6.b - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 2
 alfa = 1.0, com corrente
 $A_1 = 3.2379$ m

CASO IV.D

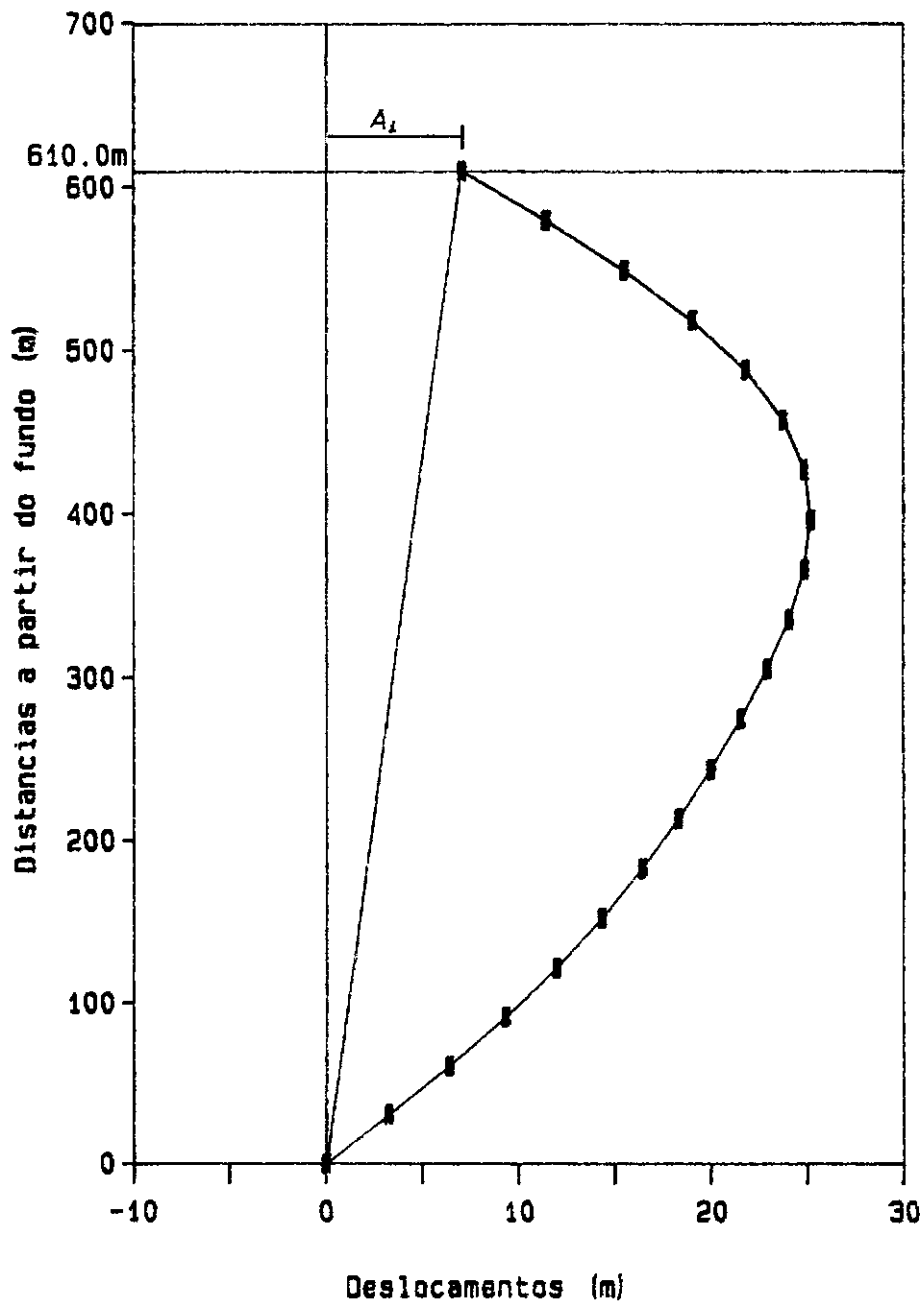


FIGURA V.7.a - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 3
 $\alpha = 1.0$, sem corrente
 $A_1 = 7.045$

CASO IV.A

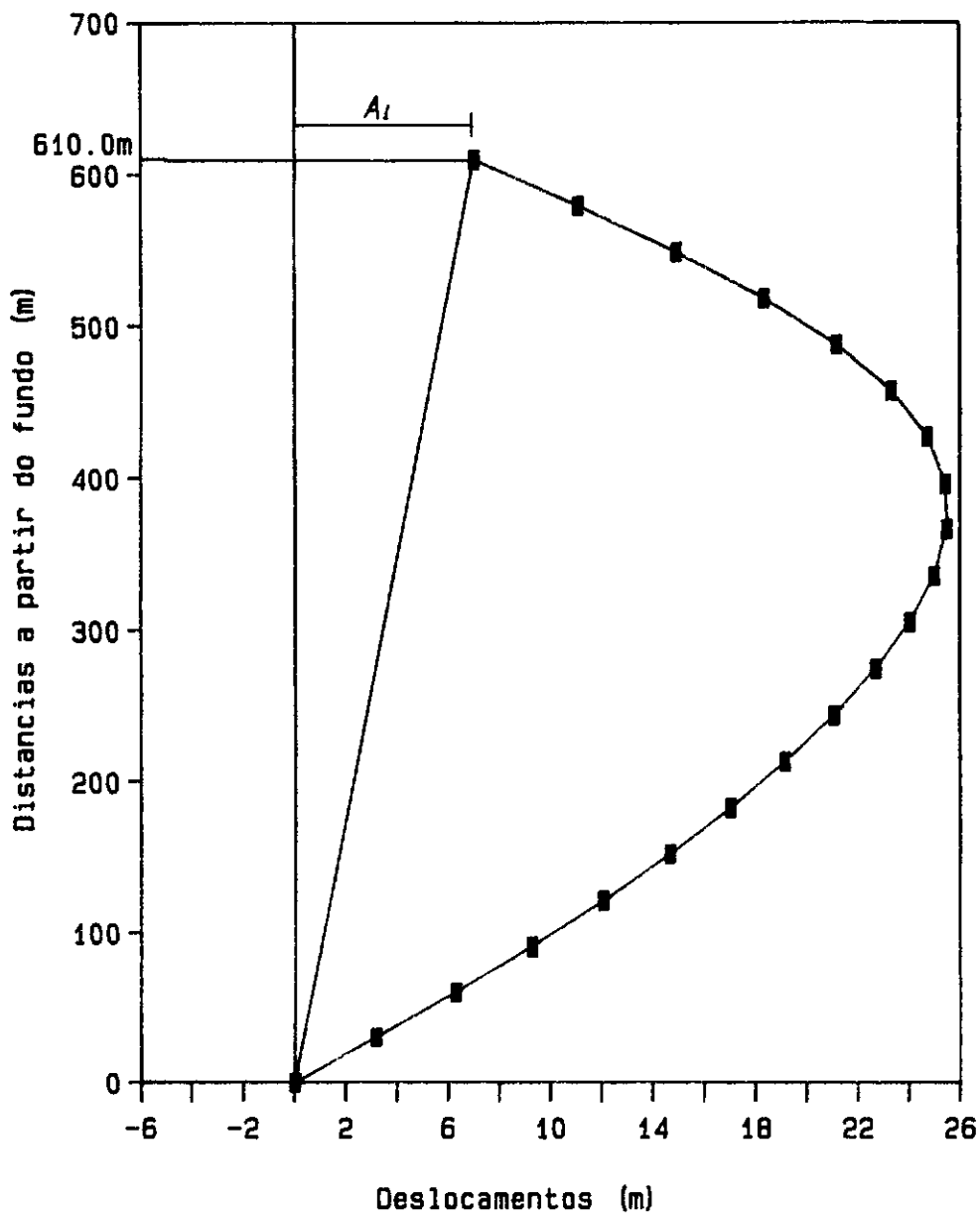


FIGURA V.7.b - Deslocamento Modo Global
 Onda - mar 3
 alfa = 1.0, com corrente
 $A_l = 7.045$ m

CASO IV.E

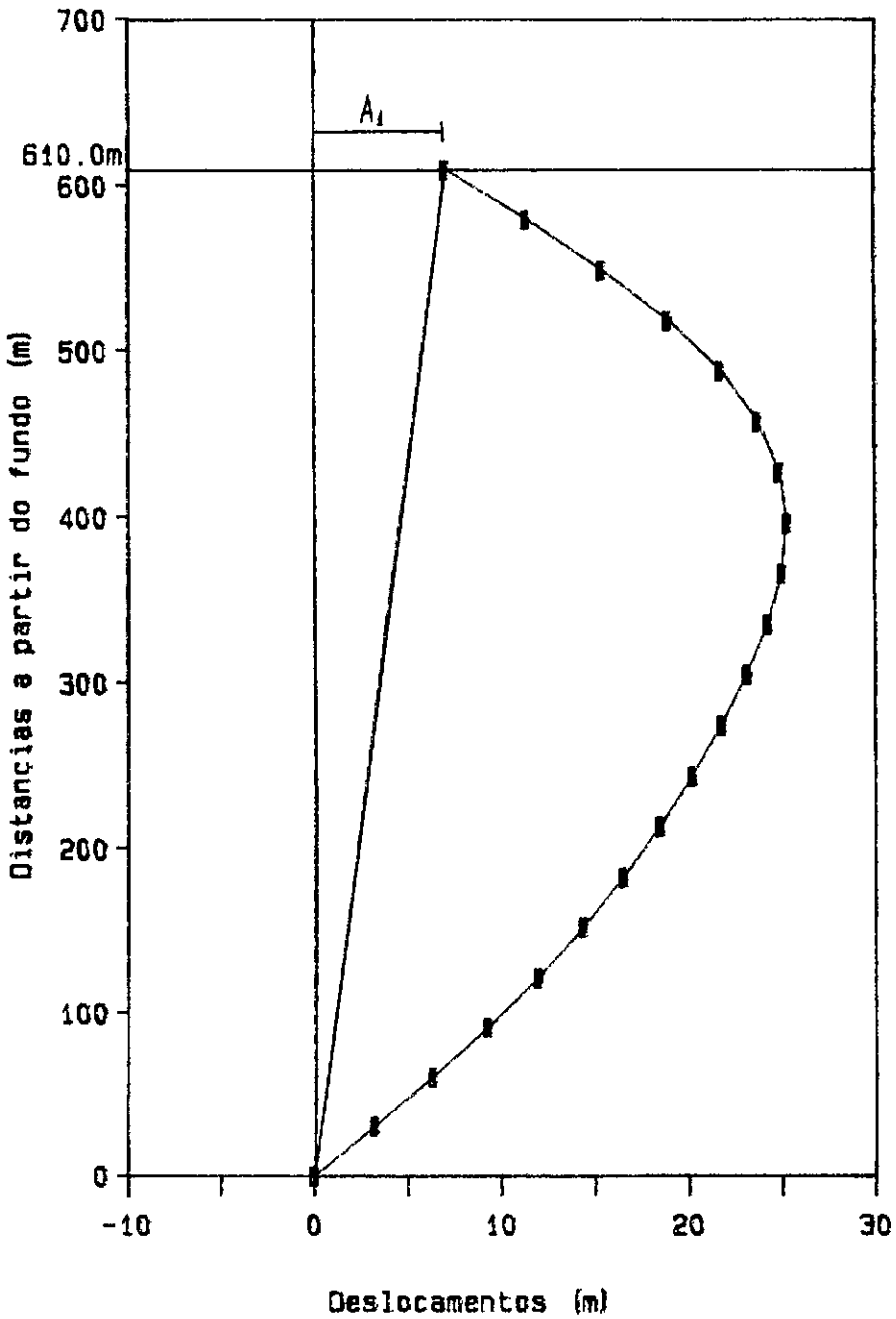


FIGURA V.7.c - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 3
 $\alpha = 1.5$, sem corrente
 $A_1 = 7.045$

CASO IV.B

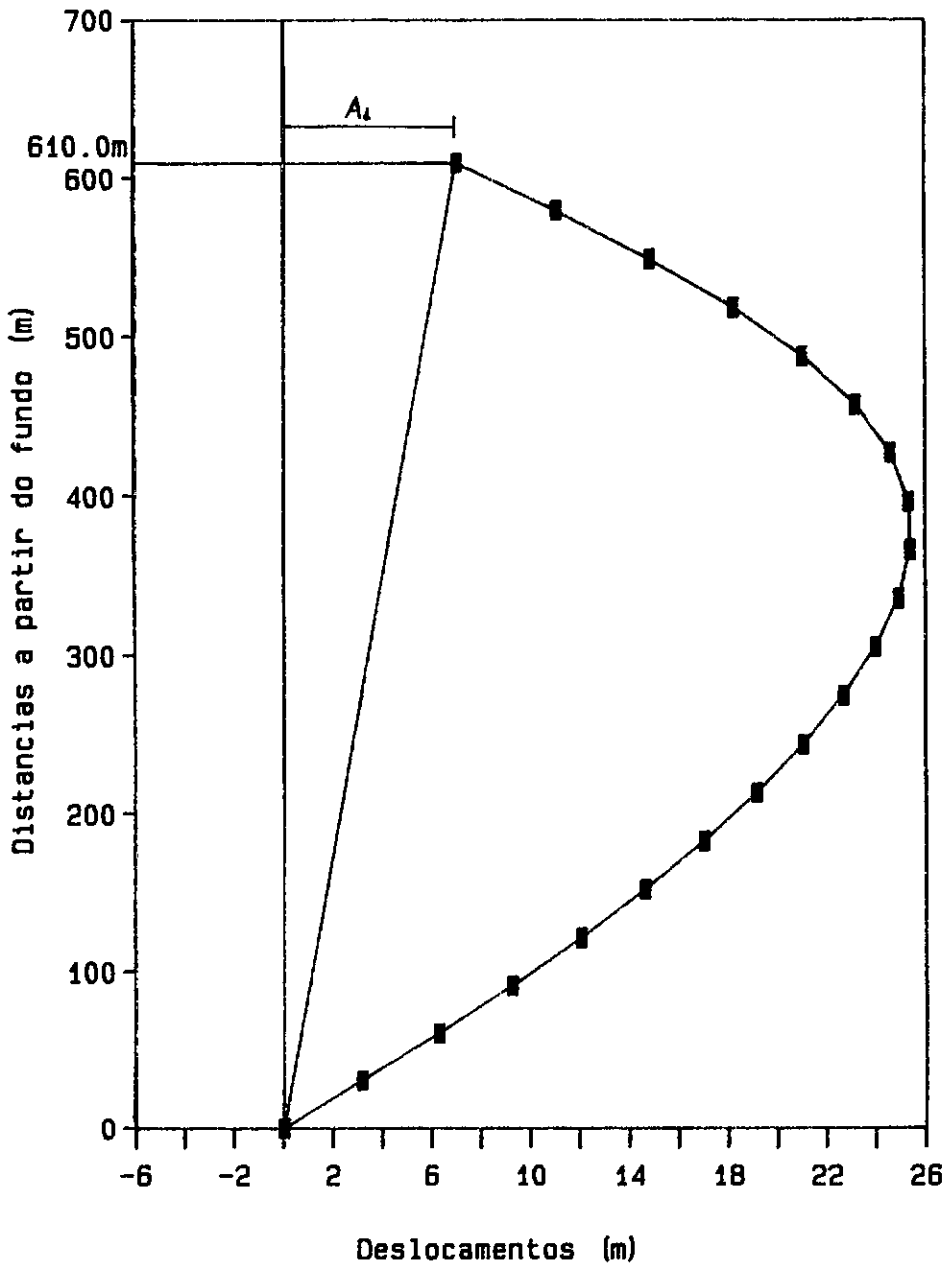


FIGURA V.7.d - Deslocamento Modo Global
 Onda - mar 3
 alfa = 1.5, com corrente
 $A_1 = 7.045$ m

CASO IV.F

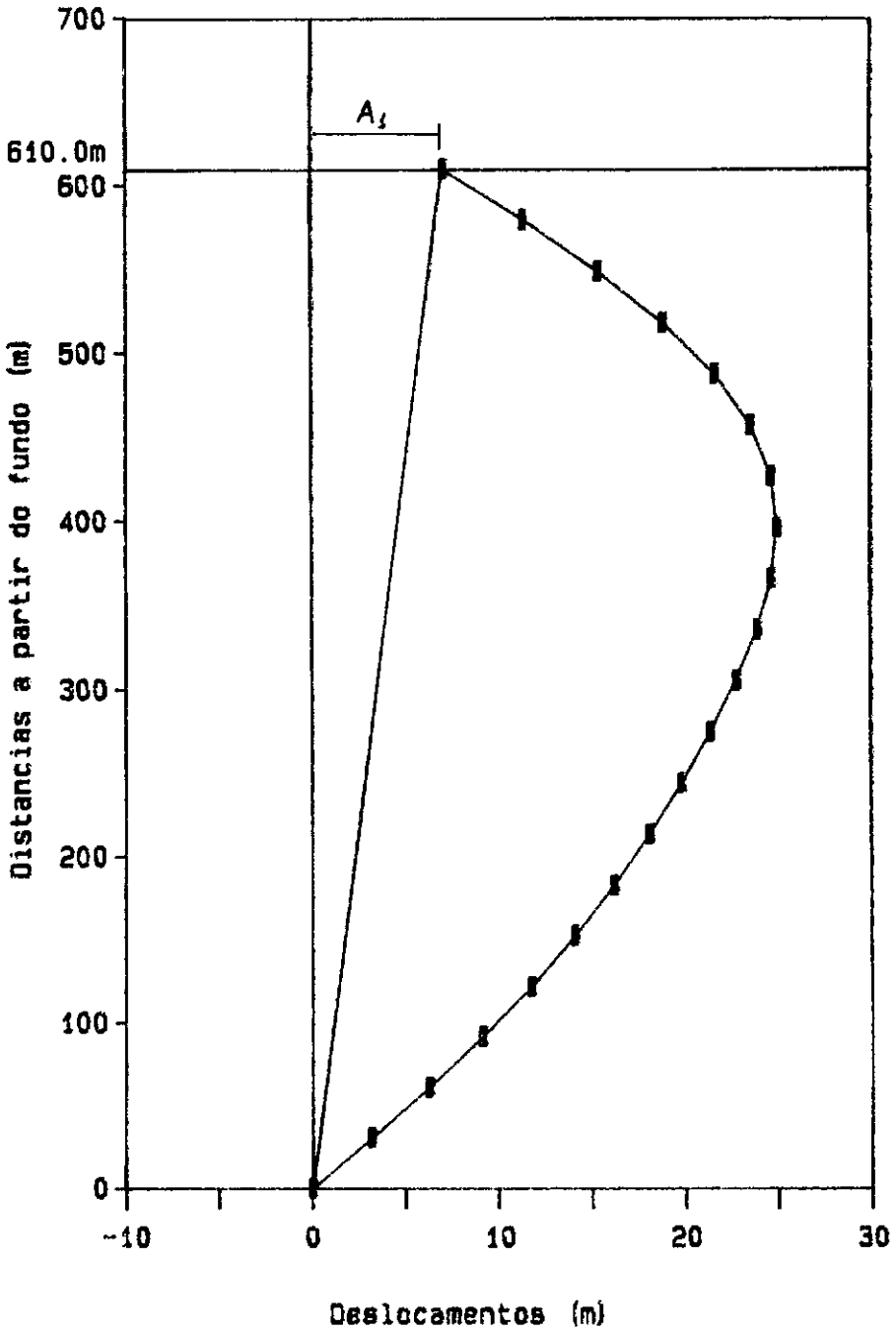


FIGURA V.7.e - Deslocamento Modo Global
 Onda - Mar 3
 $\alpha = 2.0$, sem corrente
 $A_1 = 7.045$

CASO IV.C

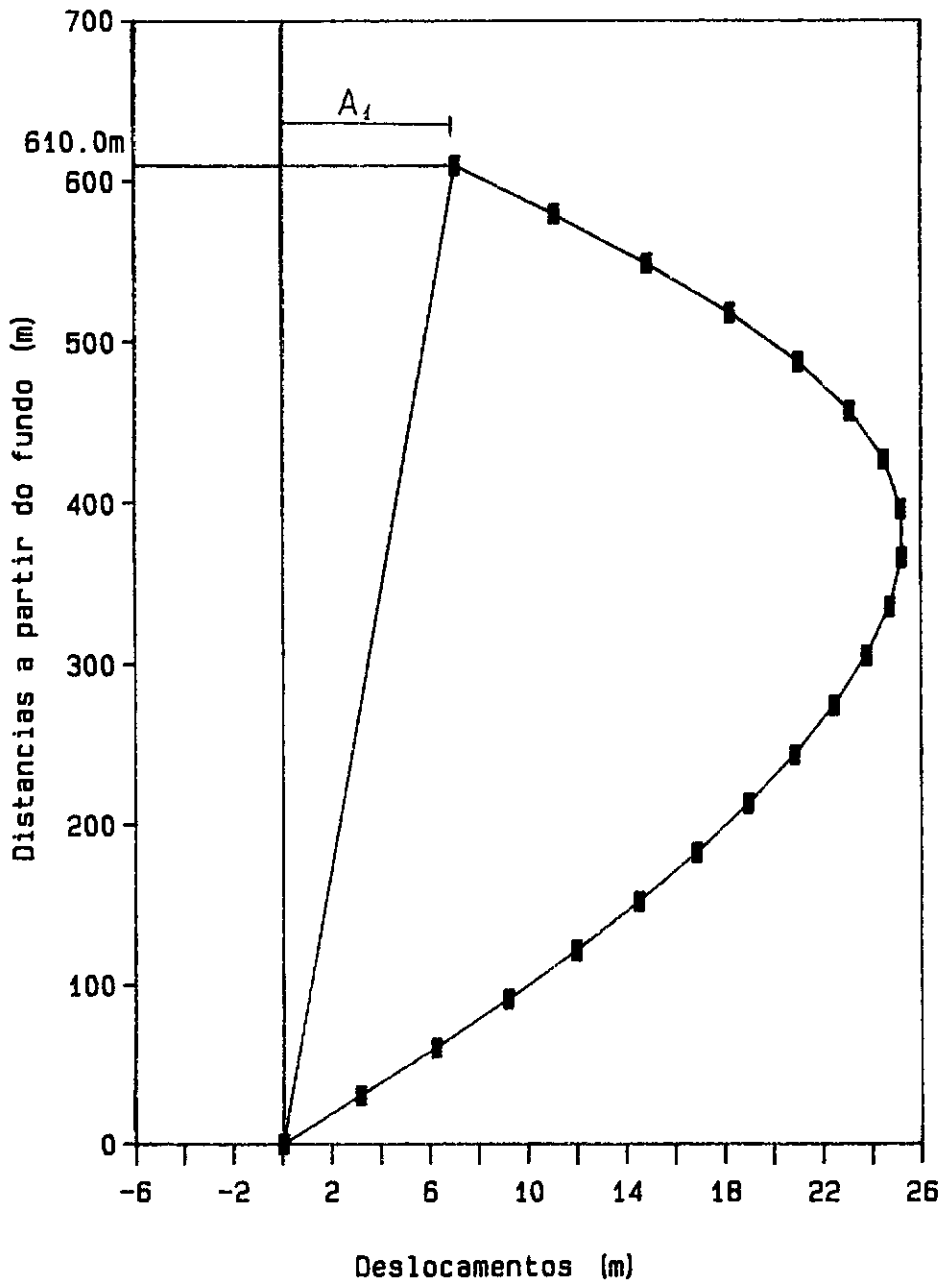


FIGURA V.7.f - Deslocamento Modo Global
 Onda - mar 3
 alfa = 2.0, com corrente
 $A_1 = 7.045$ m

ENVOLTÓRIA
sem corrente

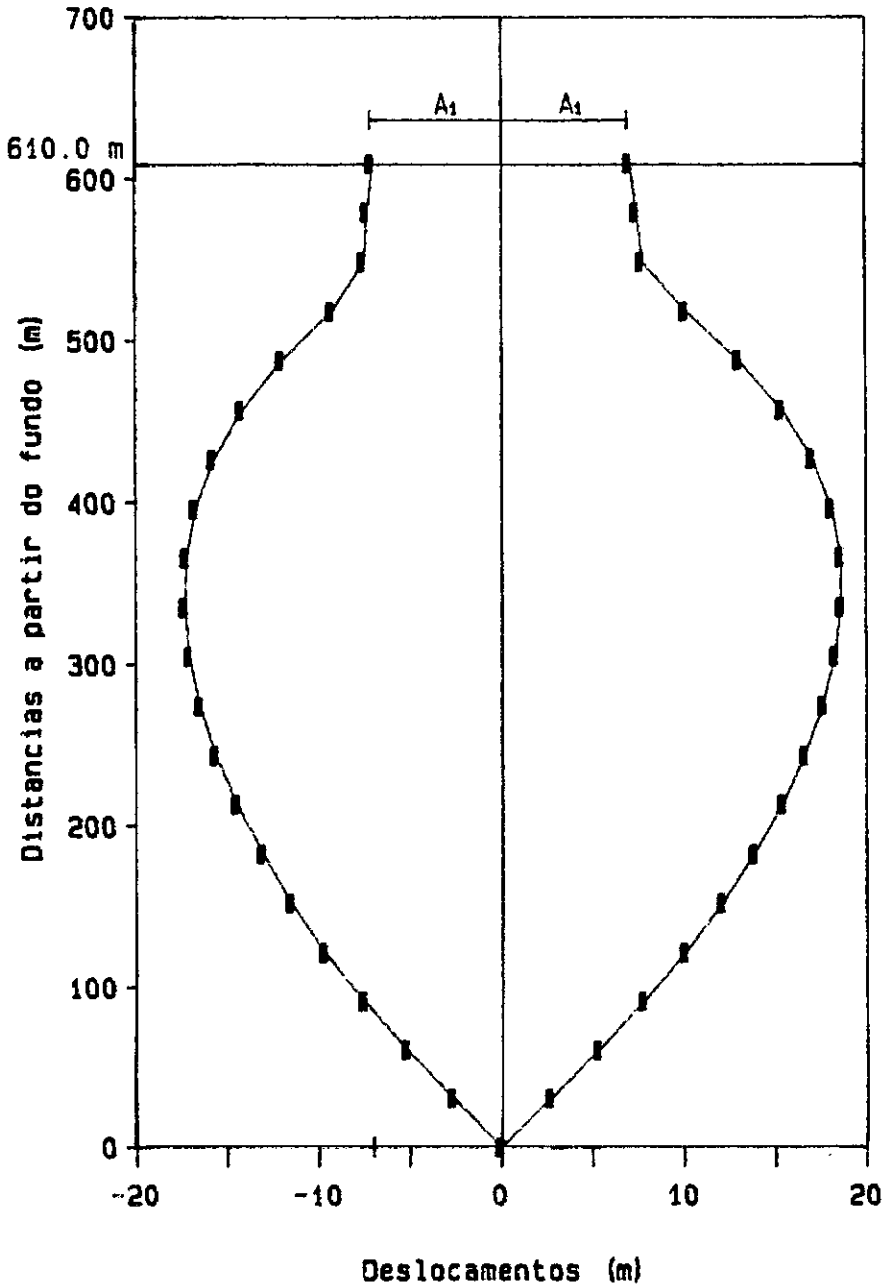


FIGURA V.8.a - Envoltória de Deslocamentos
Sem acao de Corrente
 $A_1 = 7.045$ m

ENVOLTÓRIA com corrente

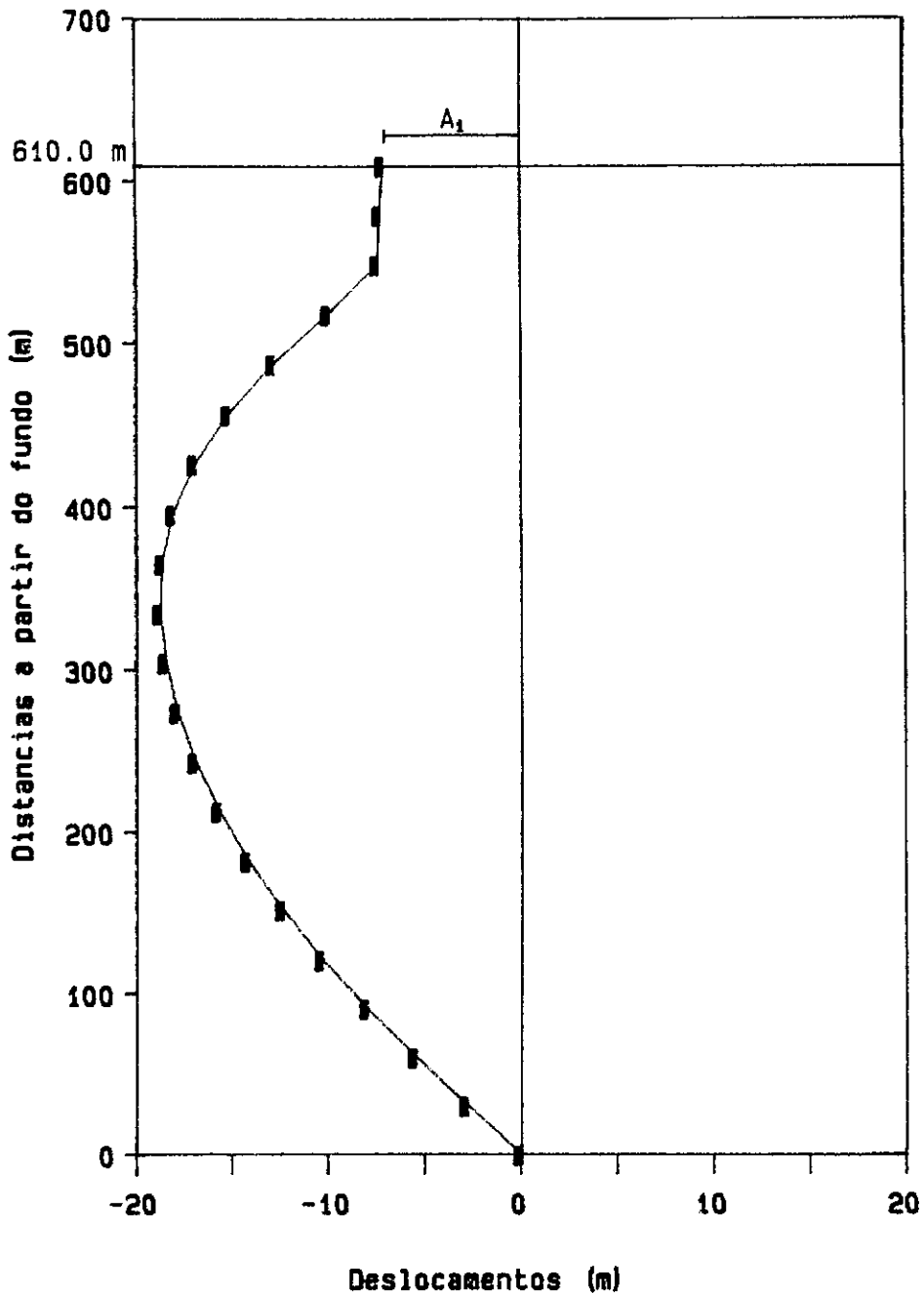


FIGURA V.8.b- Envoltória de Deslocamentos
Com acao de corrente
 $A_1 = 7.045 \text{ m}$

V.6 - Respostas para Momentos Fletores

Os momentos fletores para várias seções ao longo da altura do riser foram calculados para os três casos de tração, para cada tipo de onda, com e sem ação de corrente. A Tab. V.15 mostra os valores máximos obtidos para os casos de análise lá indicados.

TABELA V.15 - Momentos Máximos ao longo do riser para as Trações :de Referência, Tr, 1.5×Tr, 2.0×Tr

CASOS	ANÁLISES		MOMENTOS FLETORES MÁXIMOS (KN.m)					
			item	Tr	item	Tr*1.5	item	Tr*2.0
I	SEM CORRENTE	M. EXP	A	112.84	B	15.722	C	15.78
II		MAR 1	D	17.778	E	16.3630	F	15.370
III		MAR 2	D	152.898	E	141.084	F	127.30
IV		MAR 3	D	275.690	E	269.310	F	270.21
I	COM CORRENTE	M. EXP	D	45.923	E	40.186	F	35.500
II		MAR 1	A	38.157	B	34.637	C	31.664
III		MAR 2	A	132.890	B	131.909	C	142.29
IV		MAR 3	A	236.590	B	231.870	C	233.83

Na maioria dos casos os valores máximos dos momentos fletores foram obtidos para a tração de referência, sofrendo em geral uma pequena redução, à medida que a tração era aumentada. Essa redução é substancial no caso da ação de onda sem corrente do modelo experimental. Casos de excessão foram encontrados, por exemplo, para a ação combinada de Mar 2 com corrente, onde o valor do momento para a tração de referência majorada em 100% foi superior ao obtido para a tração inicialmente adotada. A explicação

para este resultado pode ser dada em função da instabilidade dinâmica que ocorre durante a resposta; estes aspectos serão discutidos e analisados no Capítulo VI.

Em outros casos, tais como : para a onda do modelo experimental sem ação de corrente e para a Condição de Mar 3 com e sem corrente, o momento sofreu um pequeno acréscimo para a tração inicial majorada em 100%, em relação àquele relativo à tração majorada em 50%.

V.6.1 - Gráficos para Momentos Fletores

São apresentados a seguir gráficos (Figs.V.9 a V.12) referidos casos de análise, que forneceram os maiores valores de momento, para cada tipo de onda.

Assim como para os deslocamentos ao longo do riser, os gráficos aqui apresentados representam os diagramas de momentos fletores em certos instantes de tempo t , para os quais os deslocamentos W_1 e W_2 alcançaram seus valores máximos ao longo da resposta dinâmica do riser.

CASO I.A

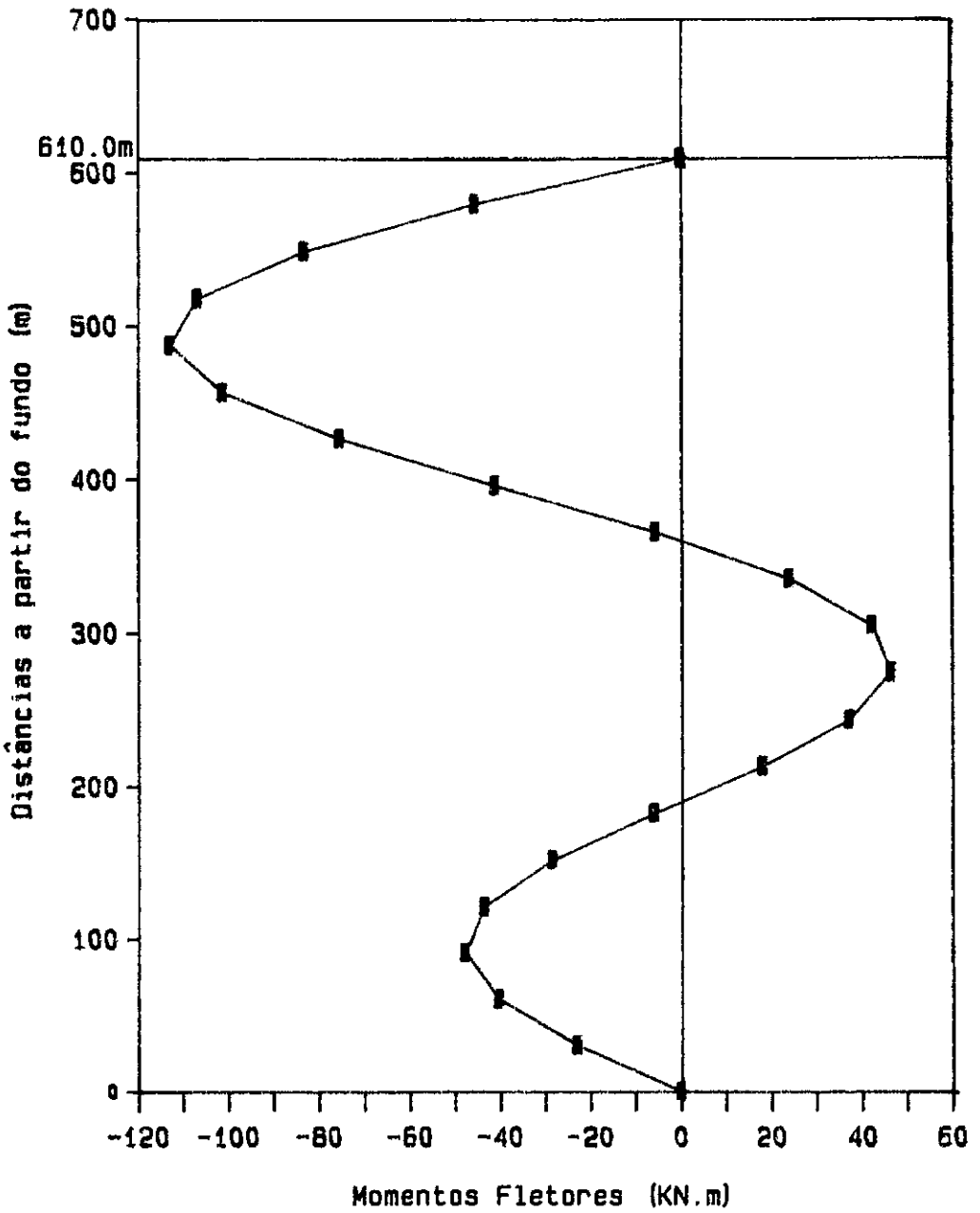


FIGURA V.9.a - Momentos Modo Global
 Onda Mod. Experimental
 alfa = 1.0, sem corrente

CASO I.D

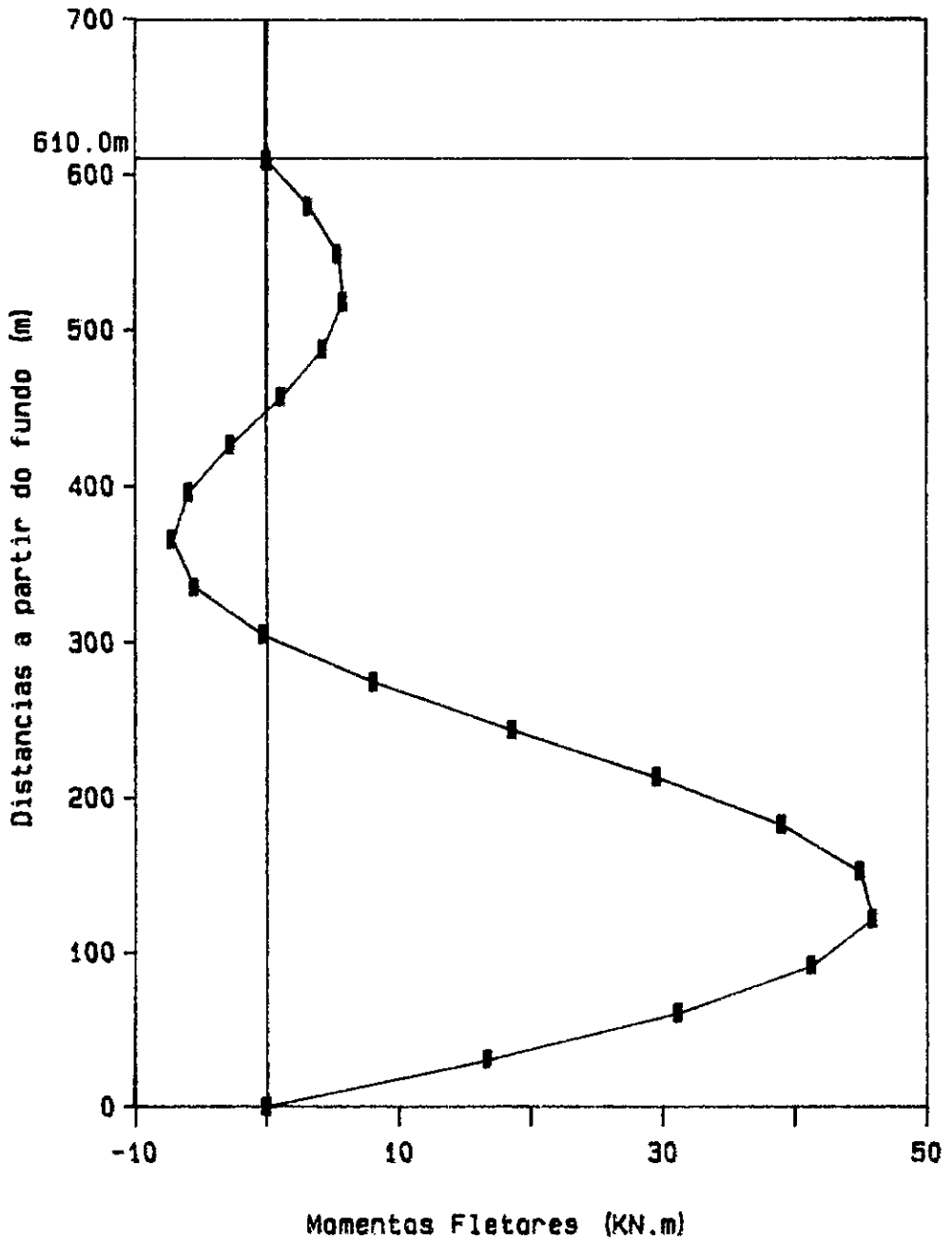


FIGURA V9.b -Momentos Modo Global
 Onda Mod. Experimental
 alfa = 1.0, com corrente

CASO II.D

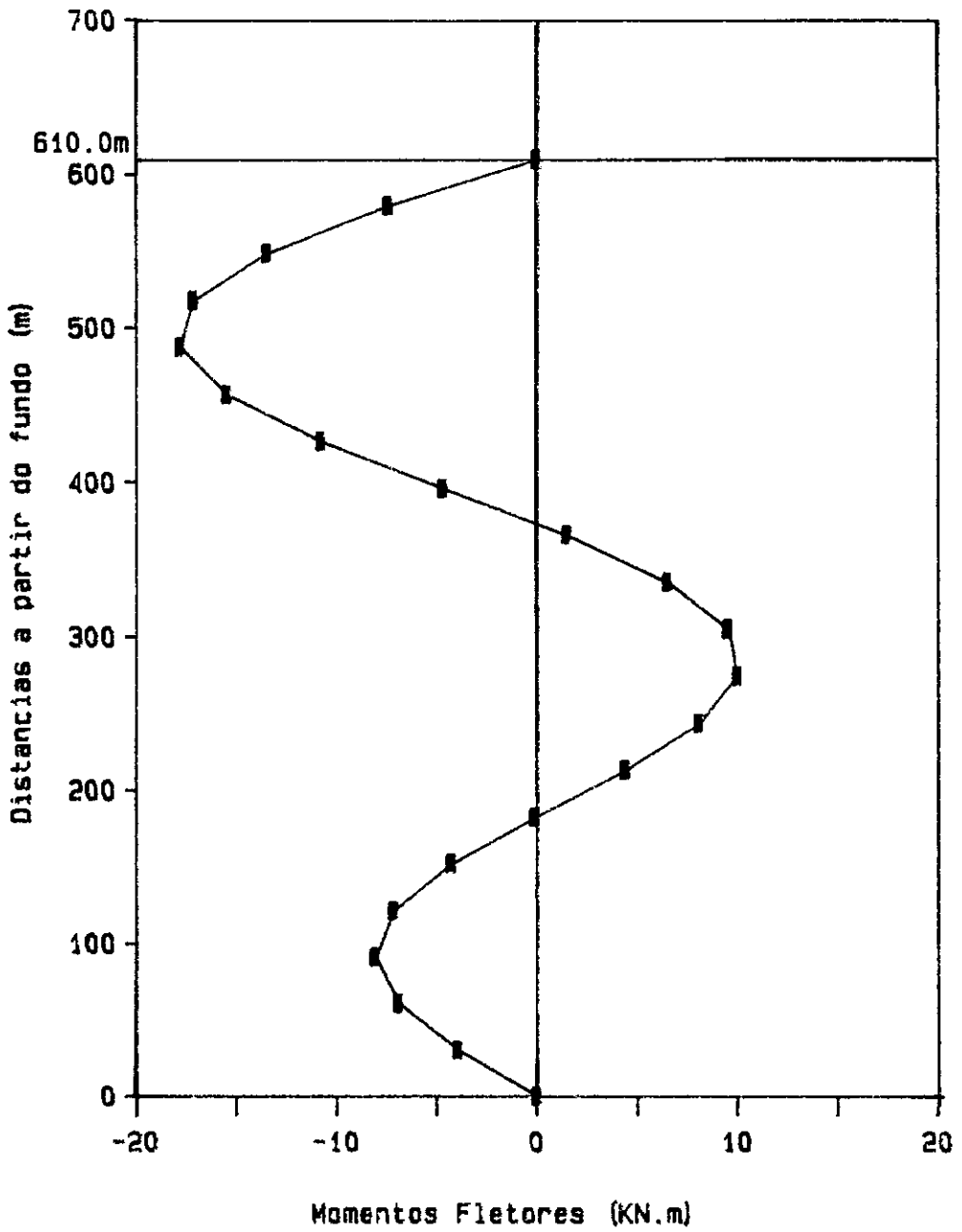


FIGURA V.10.a -Momentos Modo Global

Onda - Mar 1

alfa = 1.0, sem corrente

CASO II.A

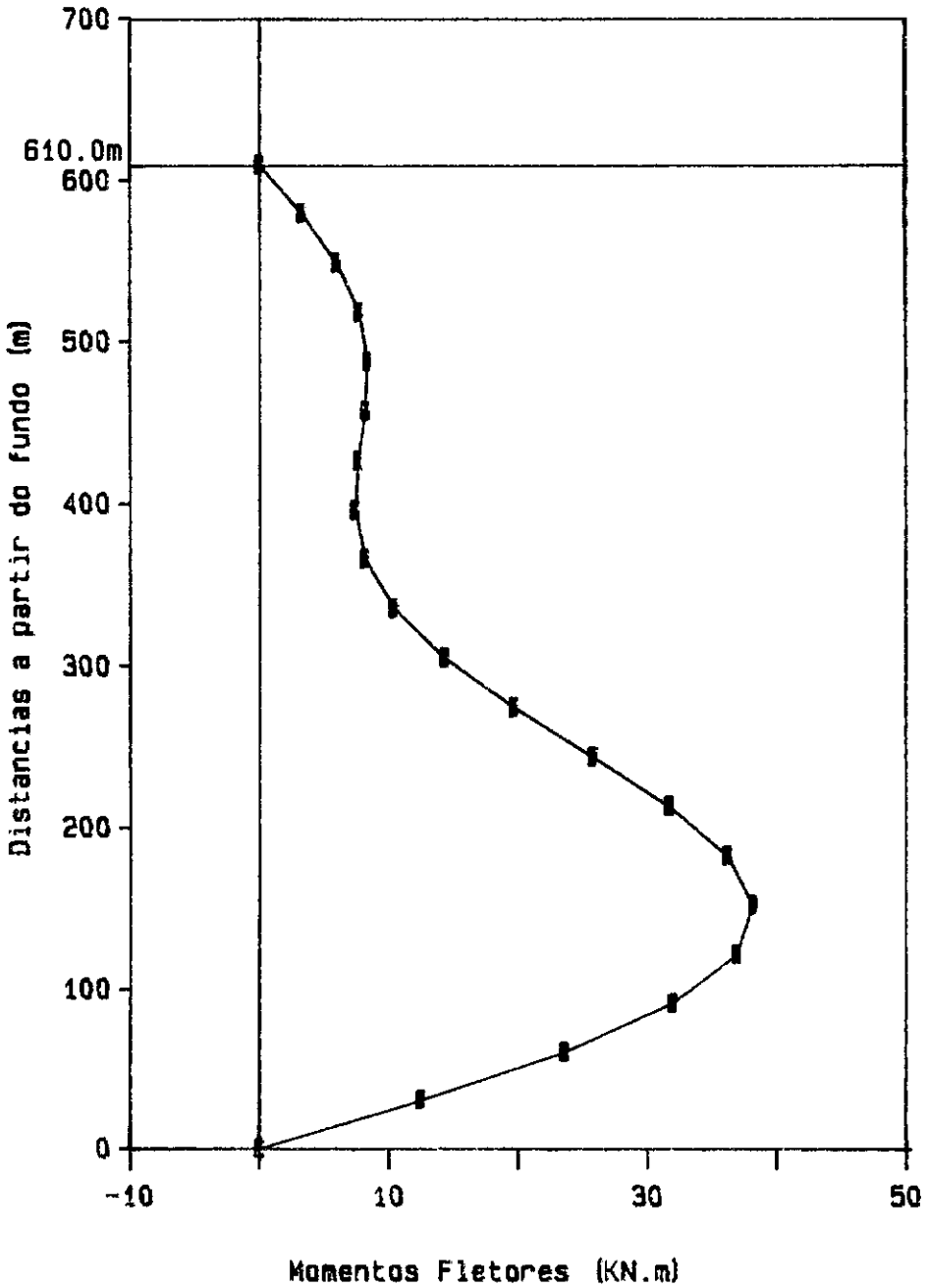


FIGURA V.10.b-Momentos Modo Global

Onda - Mar 1

alfa = 1.0, com corrente

CASO III.D

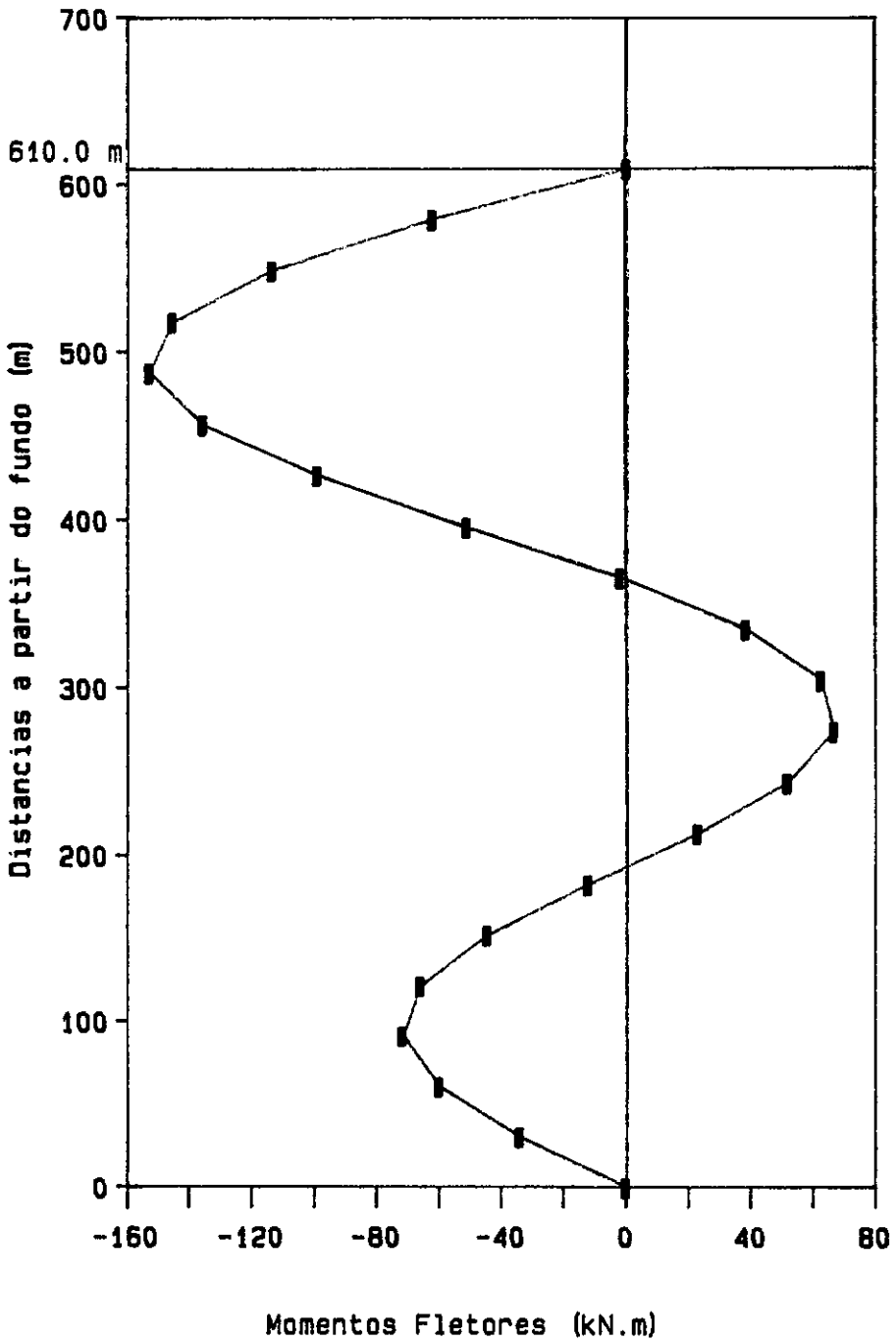


FIGURA V.11.a -Momentos Modo Global

Onda - Mar 2

alfa = 1.0, sem corrente

CASO III.A

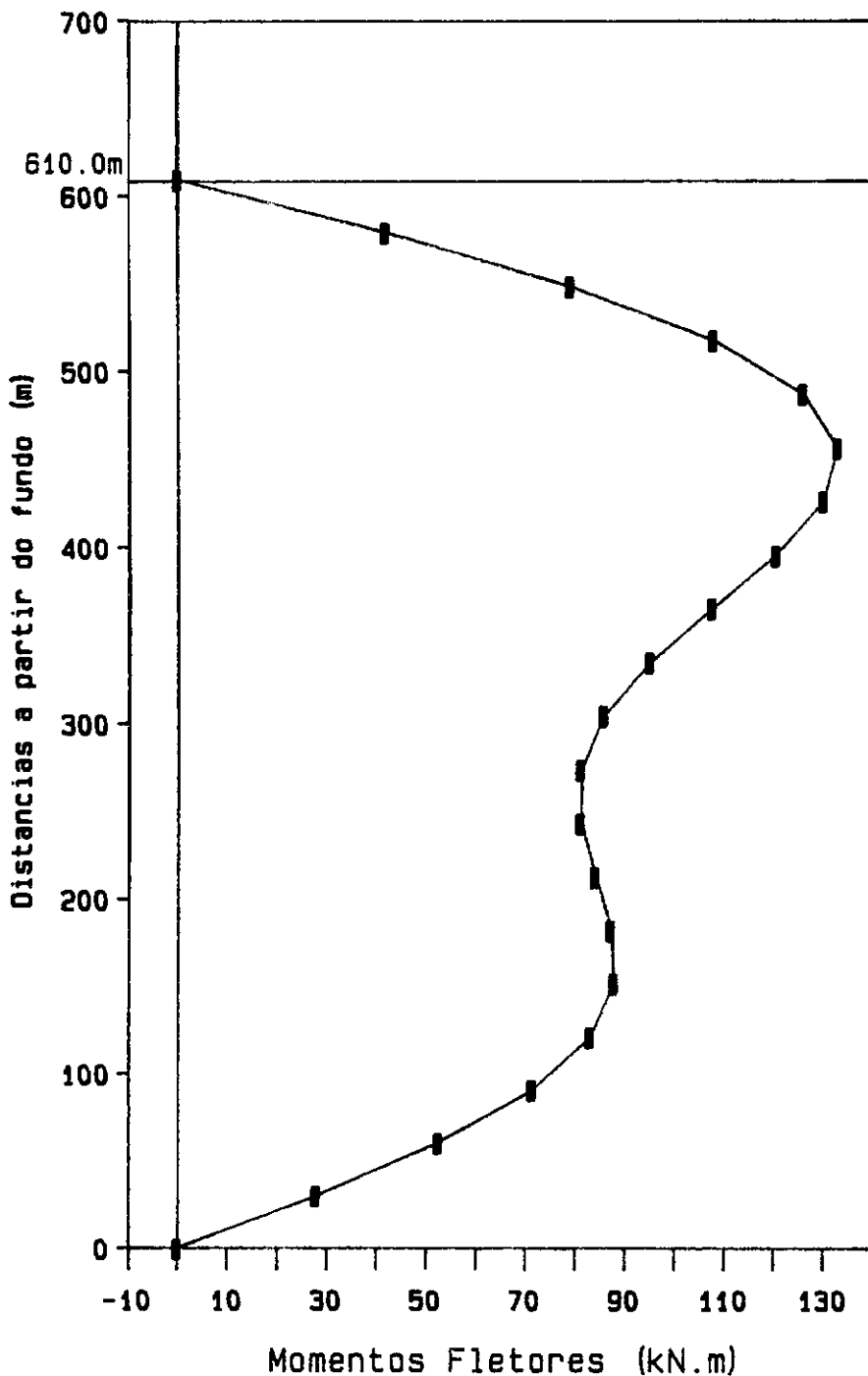


FIGURA V.11.b -Momentos Modo Global

Onda - Mar 2

alfa = 1.0, com corrente

CASO III.C

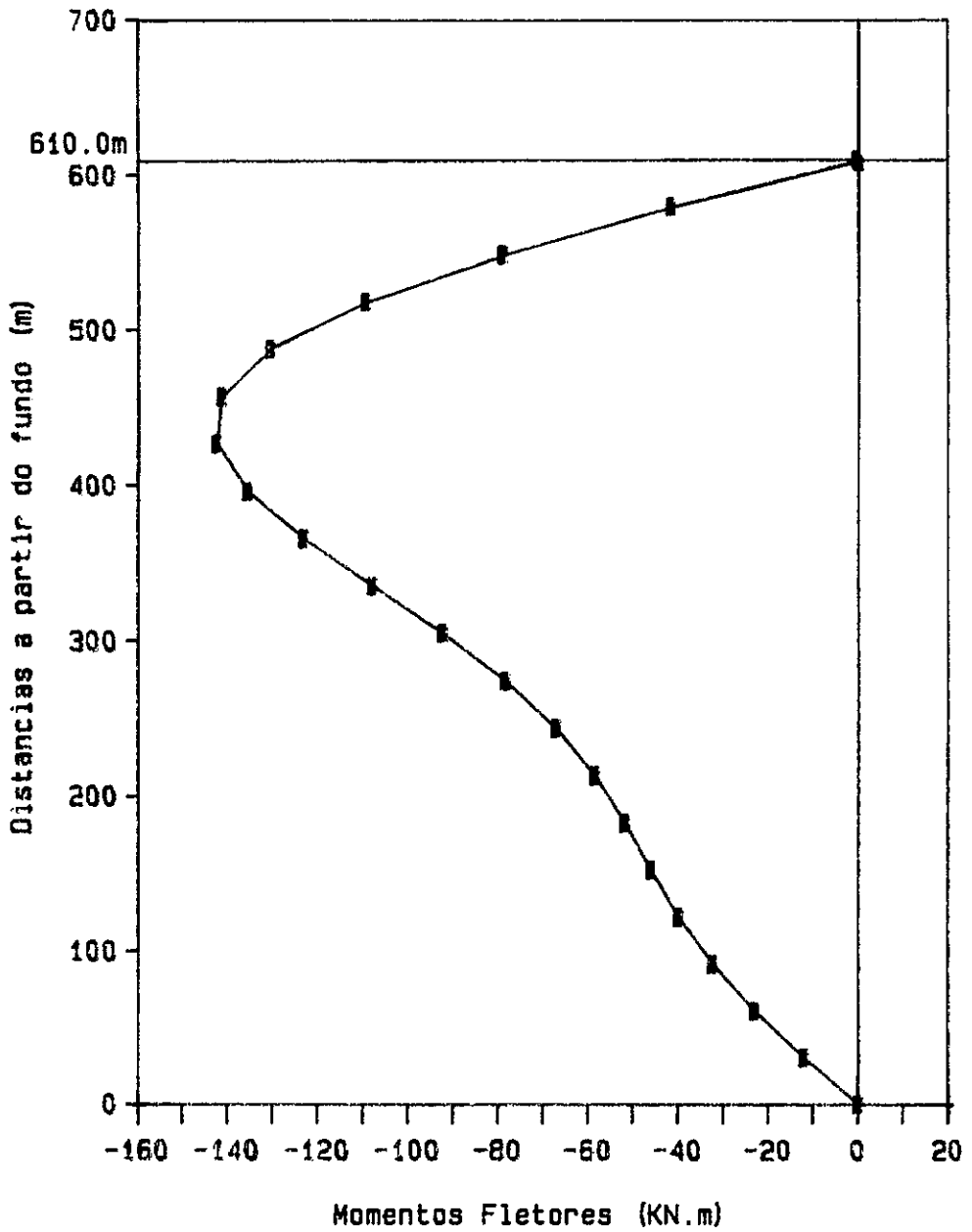


FIGURA V11.c -Momentos Modo Global

Onda - Mar 2

alfa = 2.0, com corrente

CASO IV.D

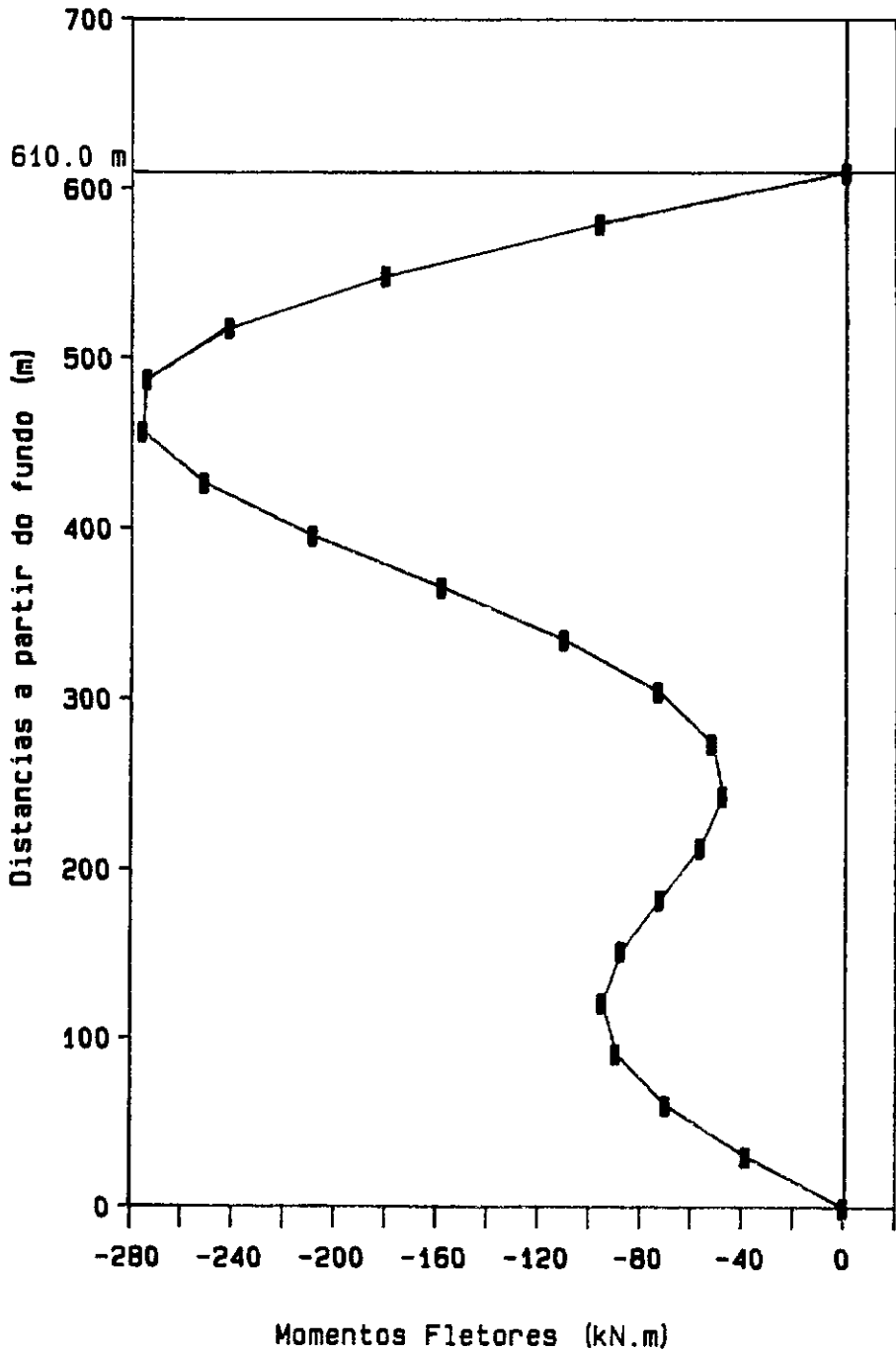


FIGURA V.12.a -Momentos Modo Global
 Onda - Mar 3
 alfa = 1.0, sem corrente

CASO IV.A

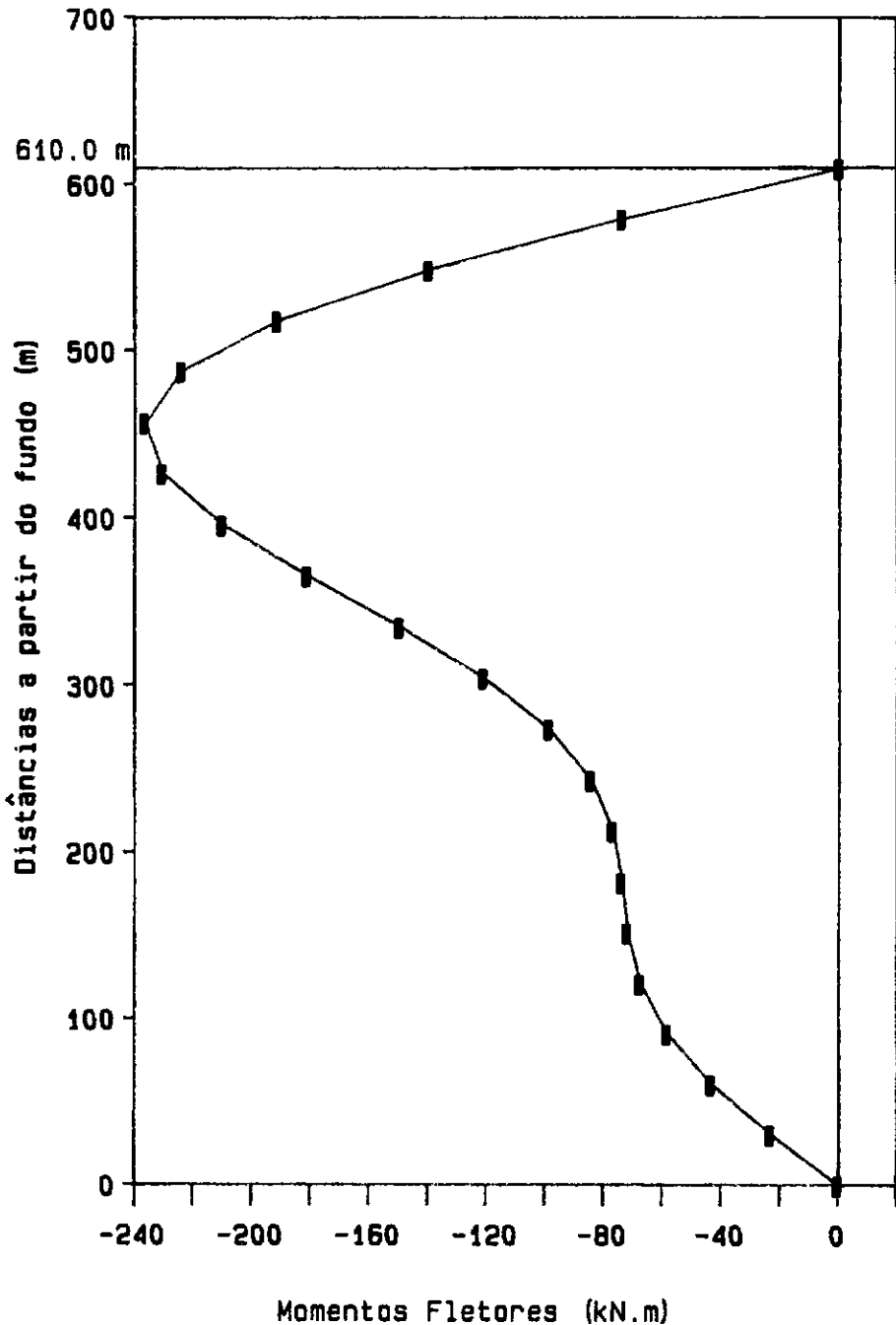
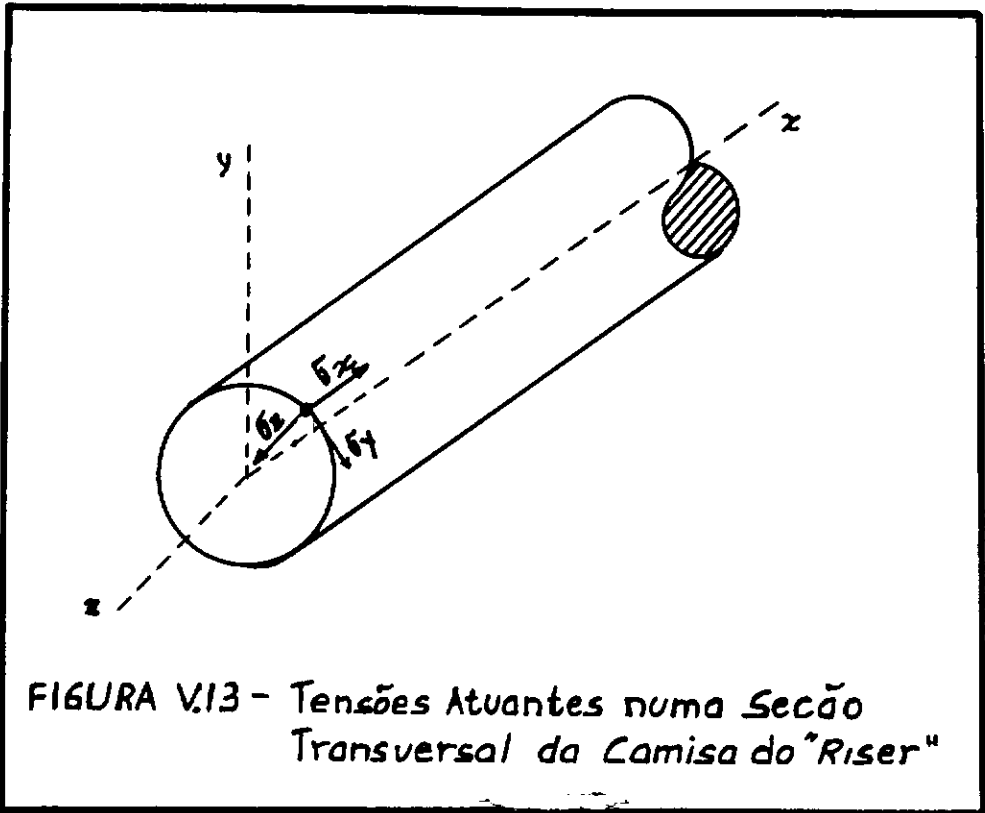


FIGURA V.12.b -Momentos Modo Global
Onda - Mar 3
alfa = 1.0, com corrente

V.7 - Respostas para tensões

As tensões atuantes em uma seção transversal da camisa externa do riser são : as tensões axiais (σ_x), iguais a soma das tensões normais devidas à tração externa com as tensões de flexão, as tensões circunferenciais (σ_y), e as tensões radiais (σ_z), conforme mostrado na Fig.V.13.



A tensão radial (σ_z), será desprezada, já que a camisa do riser é considerada não inundada e sua espessura é pequena em relação ao diâmetro. A ação combinada das

tensões axiais e circunferenciais são dadas pelas tensões efetivas (σ_c), cujo cálculo é feito através da Eq.(IV.82).

Nas tabelas V.16.a-c apresentam os valores máximos de tensões na seção transversal devidas à tração externa (σ_{T_1}), às tensões de flexão (σ_f), às tensões axiais (σ_x), calculadas por (IV.76), às tensões circunferenciais (σ_y), calculadas por (IV.77), e às tensões efetivas (σ_c), calculadas por (IV.82). As tensões foram calculadas na seção transversal correspondente ao maior deslocamento observado em cada análise.

A tabela V.17 apresenta as tensões na seção transversal a 610.0 metros de profundidade e no nível d'água (onde a tração é máxima), cujos valores valem para todos os casos de análise, já que, $\sigma_f = 0$ nos dois extremos. Estes valores de tensões valem, então, para os vários tipos de onda incidentes sobre o riser, sob ação das variações de tração externa e da ação de corrente.

Para o aço aqui utilizado (5LXGr 60), a tensão de escoamento (σ_e) e de ruptura (σ_{ru}), são :

$$\begin{aligned} \sigma_e &= 412.0 \text{ MPa} \\ \sigma_{ru} &= 510.0 \text{ MPa} \end{aligned} \tag{V.4}$$

A tensão admissível, f_a , é calculada por (IV.83), e seu valor numérico é igual a :

$$f_a = 123.0 \text{ MPa} \tag{V.5}$$

TABELA V.16.a - Tensões Atuantes para a Tração de Referência

Tr= 1219.82 kN			PROFUNDIDADE/	TENSÕES ONDE O DESLOCAMENTO É MÁXIMO (M Pa)				
CASOS DE ANÁLISE			h(m)	σ_{T1}	σ_F	σ_x	σ_y	σ_c
I.A	SEM CORRENTE	M. EXP	152.5	28.38	21.96	50.34	21.26	58.24
II.D		MAR 1	152.5	28.38	3.46	31.84	21.26	56.14
III.D		MAR 2	152.5	28.38	29.76	58.14	21.26	61.16
IV.D		MAR 3	244.0	22.71	53.66	76.37	34.01	67.37
I.D	COM CORRENTE	M. EXP	427.0	11.35	8.94	20.29	59.52	23.34
II.A		MAR 1	366.0	15.14	7.43	22.57	51.02	29.97
III.A		MAR 2	274.5	20.81	25.86	46.67	38.2	46.72
IV.A		MAR 3	244.0	22.71	46.05	68.76	34.01	61.83

TABELA V.16.b - Tensões Atuantes para Tração de Referência majorada em 50%

Tr= 1829.73 kN			PROFUNDIDADE/	TENSÕES ONDE O DESLOCAMENTO É MÁXIMO (M Pa)				
CASOS DE ANÁLISE			h(m)	σ_{T1}	σ_F	σ_x	σ_y	σ_c
I.B	SEM CORRENTE	M. EXP	213.5	43.52	3.06	46.58	29.76	40.86
II.E		MAR 1	152.5	47.31	3.19	50.59	21.26	44.0
III.E		MAR 2	152.5	47.31	27.46	71.17	21.26	63.28
IV.E		MAR 3	244.0	41.63	52.42	94.05	34.01	82.48
I.E	COM CORRENTE	M. EXP	427.0	30.28	7.82	38.10	59.52	52.22
II.B		MAR 1	366.0	34.06	6.74	40.8	51.02	46.76
III.B		MAR 2	274.5	39.74	25.67	65.41	38.2	56.91
IV.B		MAR 3	244.0	41.63	45.13	86.76	34.01	75.72

TABELA V.16.c - Tensões Atuantes para a a Tração de Referência majorada em 100%

Tr= 2439.64 kN			PROFUNDIDADE	TENSÕES ONDE O DESLOCAMENTO É MÁXIMO (M Pa)				
CASOS DE ANÁLISE			h(m)	σ_{T1}	σ_F	σ_x	σ_y	σ_c
I.C	SEM CORRENTE	M. EXP	244.0	60.55	3.07	63.62	34.01	55.14
II.F		MAR 1	152.5	66.23	2.99	69.22	21.26	61.41
III.F		MAR 2	152.5	66.23	24.78	91.01	21.26	82.46
IV.F		MAR 3	244.0	60.55	52.59	113.14	34.01	100.55
I.F	COM CORRENTE	M. EXP	427.0	49.20	6.91	56.11	59.52	57.89
II.C		MAR 1	366.0	52.98	6.16	59.14	51.02	55.53
III.C		MAR 2	274.5	58.66	27.65	86.31	38.02	74.92
IV.C		MAR 3	244.0	60.35	45.51	106.06	34.01	93.80

TABELA V.17 - Tensões Máximas a 610.0 metros e no nível d'água

VALORES PARA TRAÇÕES EXTERNAS Tr (kN)	TENSÕES MÁXIMAS		
	A 610M DE PROFUNDIDADE		NO NÍVEL D'ÁGUA
	$\sigma_x = \sigma_{T1}$ (MPa)	σ_c (MPa)	$\sigma_c = \sigma_x = \sigma_{T1}$ (MPa)
Tr	0.0	9.22	37.844
Tr*1.5	18.922	77.34	56.766
Tr*2.0	37.844	73.80	75.688

Por (V.5), a tensão máxima admissível numa seção da camisa do riser é de 123.0 MPa. Este valor bastante conservador deve ser comparado ao das tensões efetivas (σ_c), mostradas nas Tabs. V.16.a, V.16.b, V.16.c.

Fazendo estas comparações, o que pode ser observado nessas tabelas (para os maiores valores das tensões

efetivas) é que :

- a condição de Mar 3, quando combinada com o valor máximo de tração imposta ($2.0 \times Tr$), acarreta os maiores valores para as tensões efetivas , porém menores do que a tensão admissível f_a .

- o valor da tração aplicada à cabeça do riser é, como já esperado, determinante para o valor da tensão efetiva ; acarretando valores de σ_c inferiores a f_a . As tensões efetivas mais altas ocorreram para as condições de Mar 2 e 3, sem ação de corrente. Deve-se chamar atenção, que para o Mar 2, ocorre o fenômeno de instabilidade dinâmica, resultando em acréscimos súbitos de deslocamentos e, conseqüentemente, de tensões de flexão durante a resposta do riser. Estes aspectos serão discutidos no próximo capítulo.

Verificação do Colapso Hidrostático da Camisa do "Riser"

Para evitar o colapso hidrostático da camisa externa, é necessário que a pressão hidrostática máxima (a 610 m) seja menor do que a pressão crítica, por unidade de comprimento, dada por [28] :

$$p' = \frac{3EI}{(R_{med})^3} \times (1m) = 2.744 \times 10^6 \text{ kN/m}^2 > 6100.0 \text{ kN/m}^2, \text{ (V.6)}$$

não apresentando, portanto, risco de colapso hidrostático.

Desses resultados numéricos, pode-se tirar algumas conclusões parciais, para o riser analisado :

- as dimensões da seção transversal da camisa externa e as características do aço utilizado são adequadas para a lâmina d'água desejada ;
- a tração aplicada à cabeça do riser pode chegar a $2.0 \times Tr$, já que os deslocamentos laterais, rotações e tensões se mantêm em níveis admissíveis ;
- entretanto deve-se ter cuidado quando a tração aplicada é $Tr \times 2.0$, já que podem ocorrer comportamentos dinamicamente instáveis, que resultariam em acréscimos substanciais de tensões. Para isto, outras condições de Mar vizinhas ao Mar 2 devem ser analisadas.

V.7.1 - Gráficos de Tensões de Flexão

São apresentados a seguir os gráficos (Figs.V.14.a e V.14.b), correspondentes à condição de Mar 3 com e sem ação de corrente. Visto que, a forma da variação de tensões de flexão ao longo do riser, é aproximadamente a mesma para os três valores de tração externa aplicada, optou-se por mostrar apenas os casos mais desfavoráveis : tração de referência aplicada com e sem ação de corrente.

Assim como para os momentos fletores, os gráficos apresentados nas Figs. V.14, representam os diagramas de variação de tensões de flexão em certos instantes de tempo t , para os quais os deslocamentos W_1 ou W_2 (vide Fig.V.3) alcançaram seus valores máximos ao longo da resposta dinâmica sob ação de Mar 3. As Figs.V.14.a e V.14.b devem

ser correlacionadas, respectivamente, com as Figs.V.12.a e V.12.b e também com as Figs. V.7.a e V.7.b.

V.7.2 - Envoltórias de Tensões Normais às Seções ao Longo do "Riser"

As Figs. V.15.a e V.15.b mostram as envoltórias de tensões máximas de flexão obtidas de todas as análises sob as Condições de Mar 1, 2 e 3, respectivamente para os casos : sem e com ação de corrente.

As Figs. V.16.a e V.16.b mostram as envoltórias de tensões normais (tração + flexão) máximas obtidas para as mesmas análises e casos citados no parágrafo anterior.

Observa-se que as envoltórias sofrem influência predominante dos resultados obtidos para a Condição de Mar 3 e da tração aplicada.

CASO IV.D

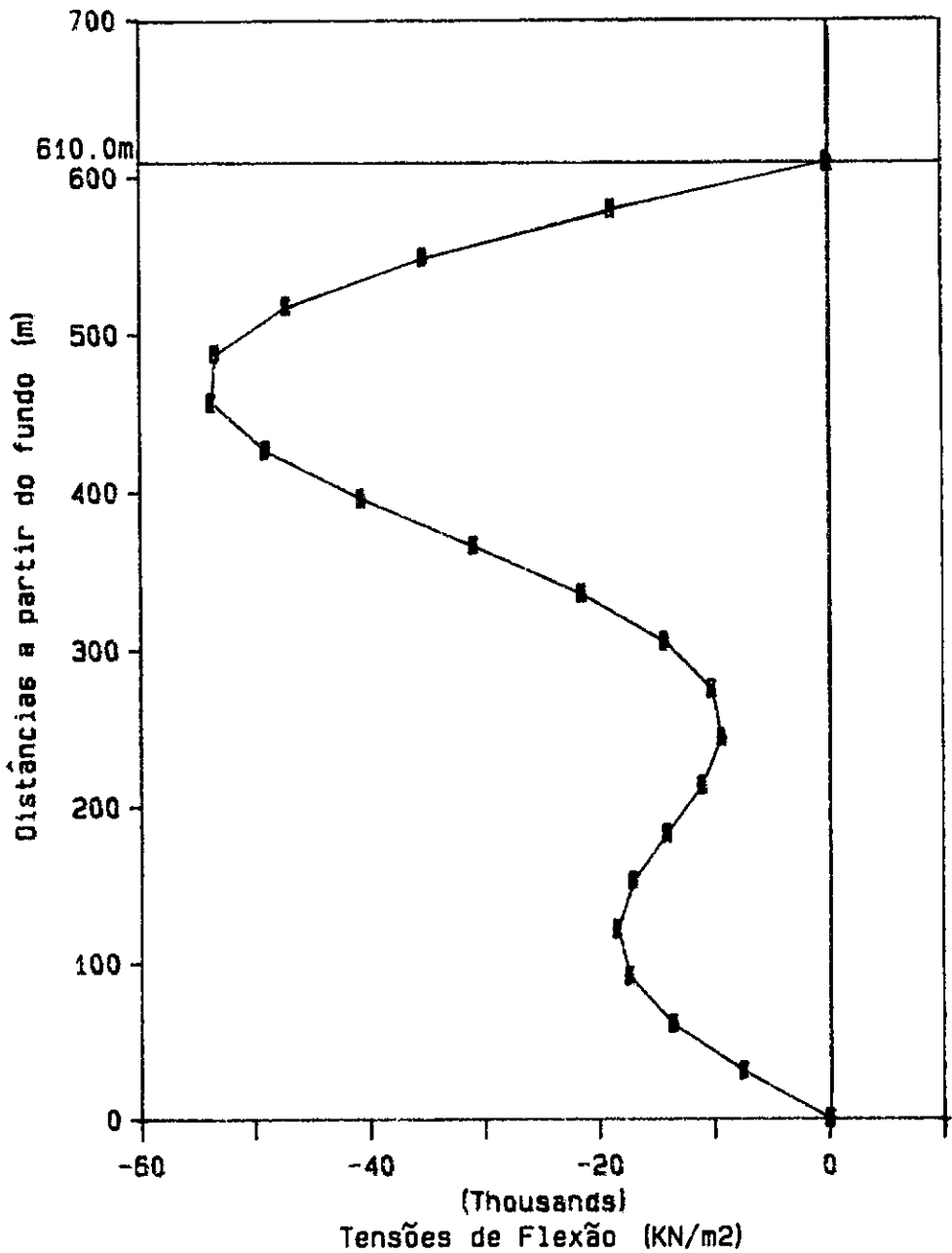


FIGURA V.14.a - Tensões de Flexão Modo Global
 Onda - Mar 3
 alfa = 1.0, sem corrente

CASO IV.A

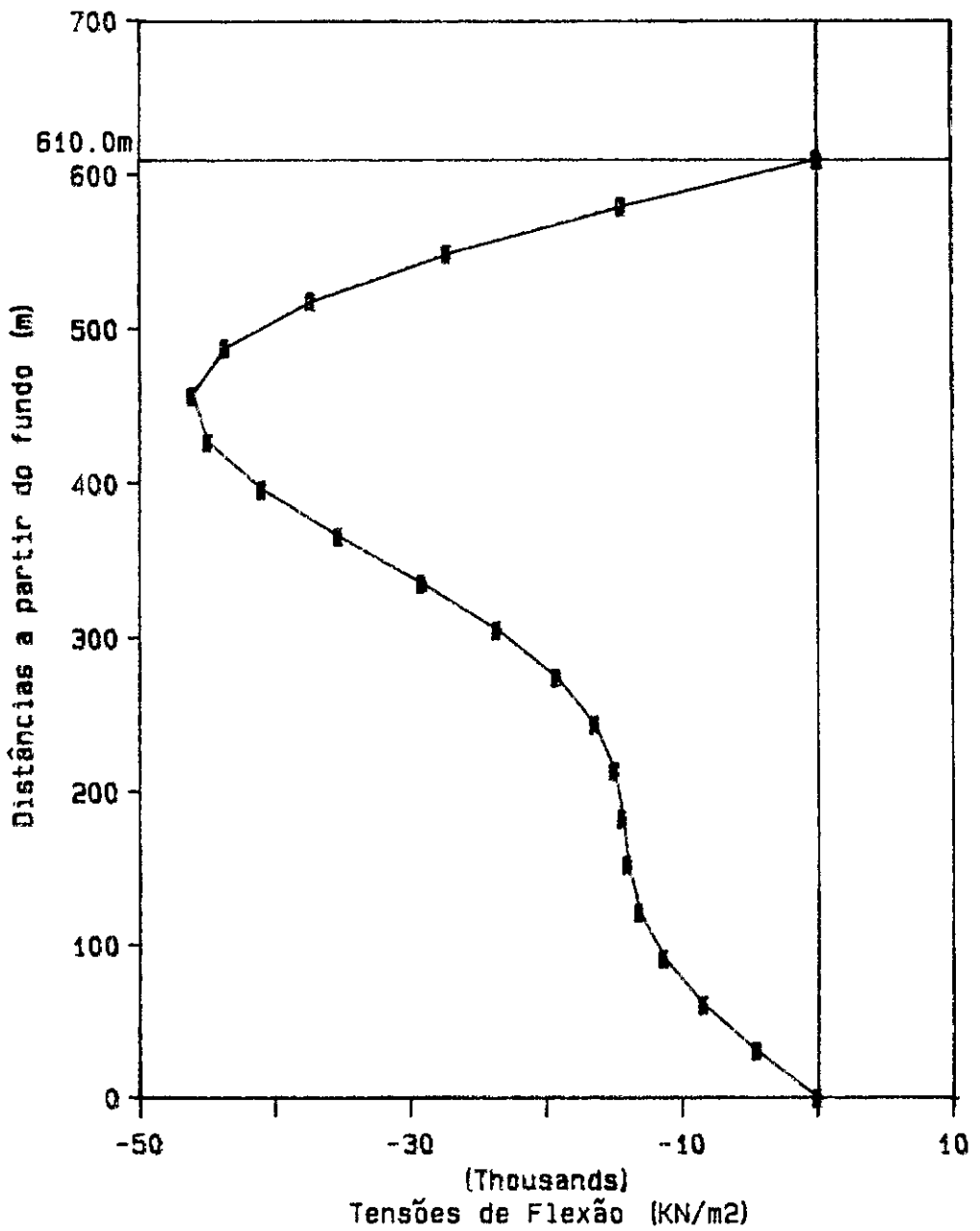


FIGURA V.14.b -Tensões de Flexão Modo Global
 Onda - Mar 3
 alfa = 1.0, com corrente

ENVOLTÓRIA sem corrente

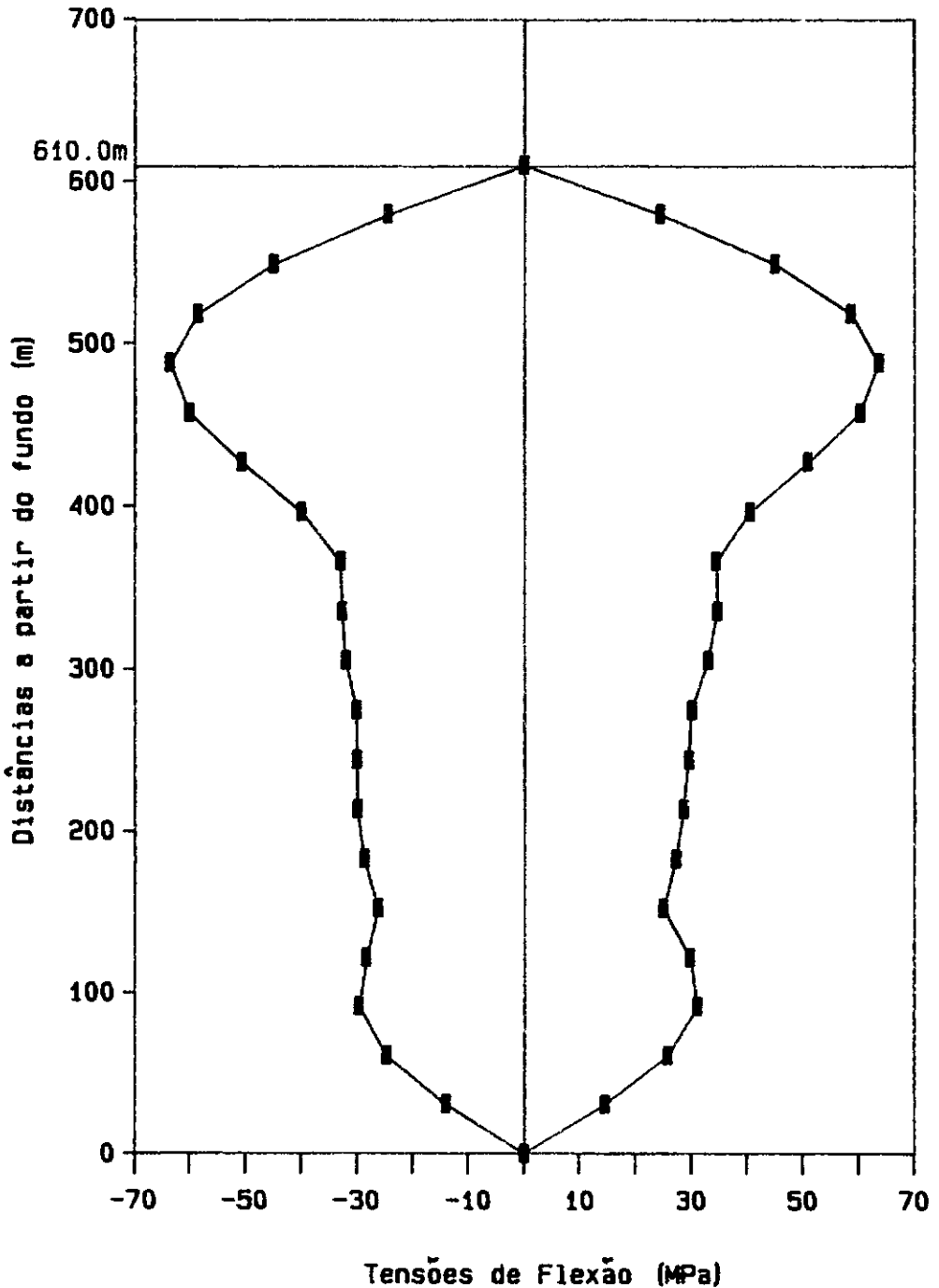


FIGURA V.15.a -Envoltória de Tensões de Flexão
Sem ação de corrente

ENVOLTÓRIA com corrente

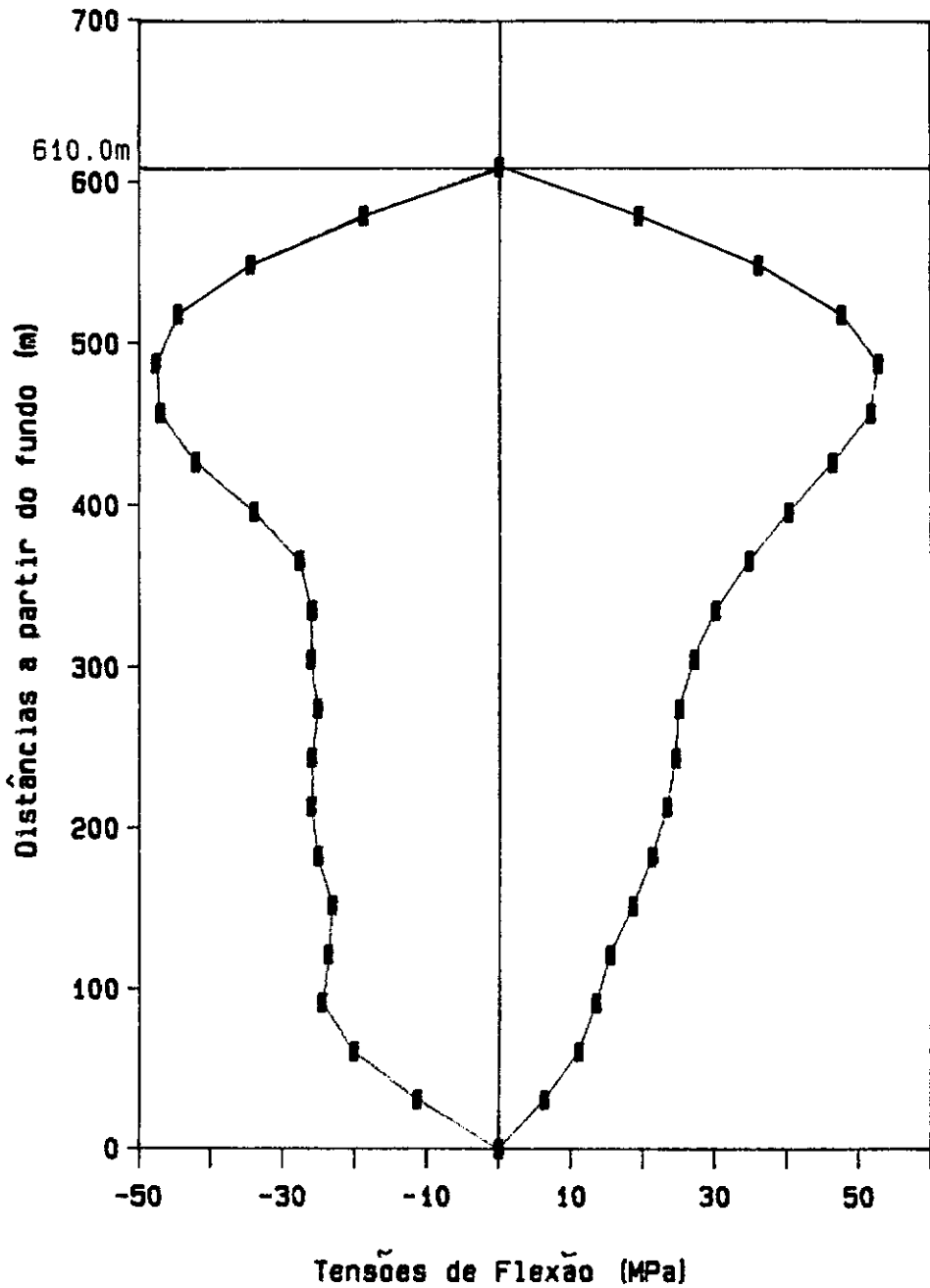


FIGURA V.15.b-Envoltória de Tensões de Flexão
Com ação de corrente

ENVOLTÓRIA
sem corrente

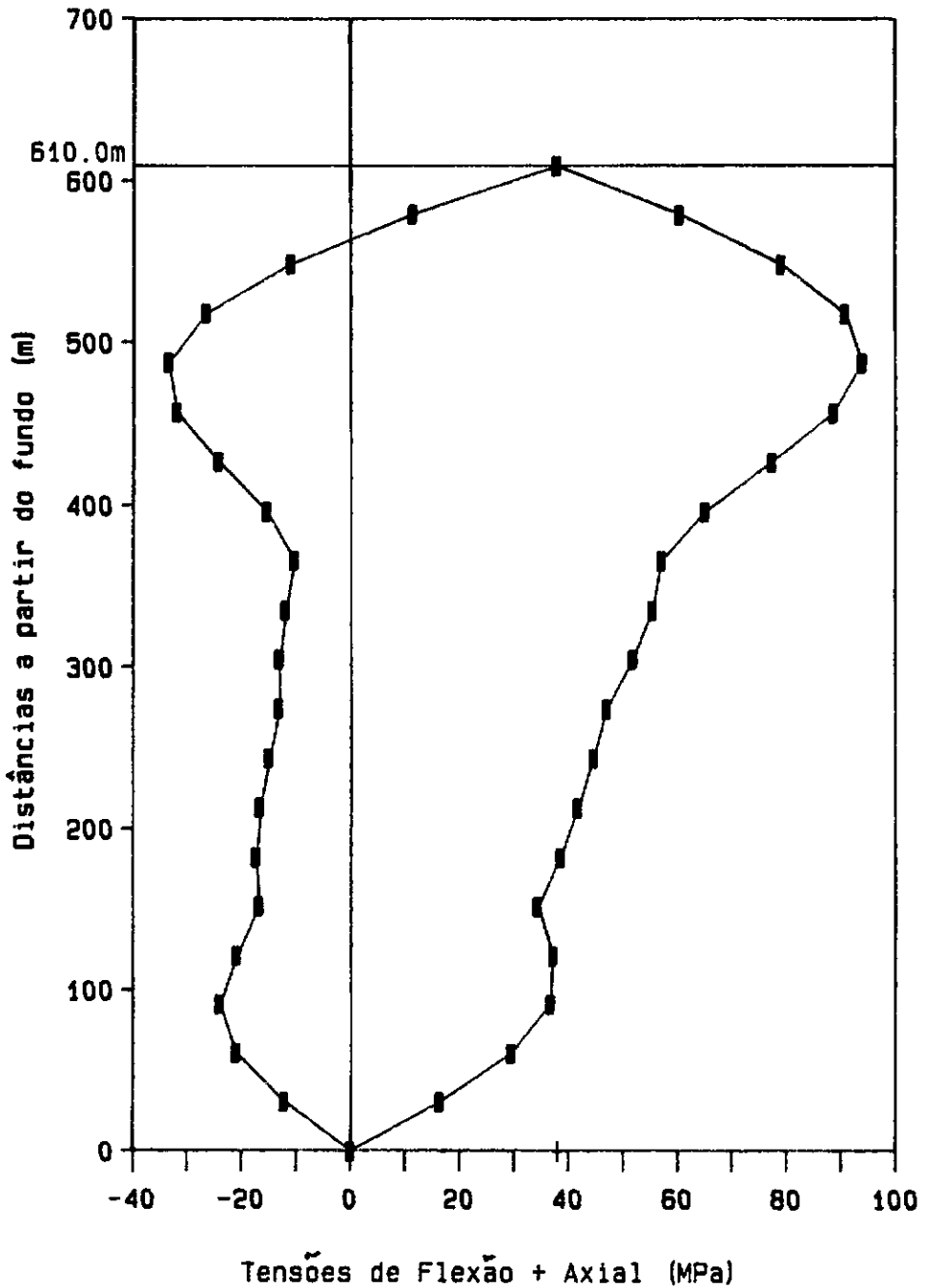


FIGURA V.16.a -Envoltória de Tensões de Flexão
Sem ação de corrente mais a devida
à Tração de Referência

ENVOLTÓRIA com corrente

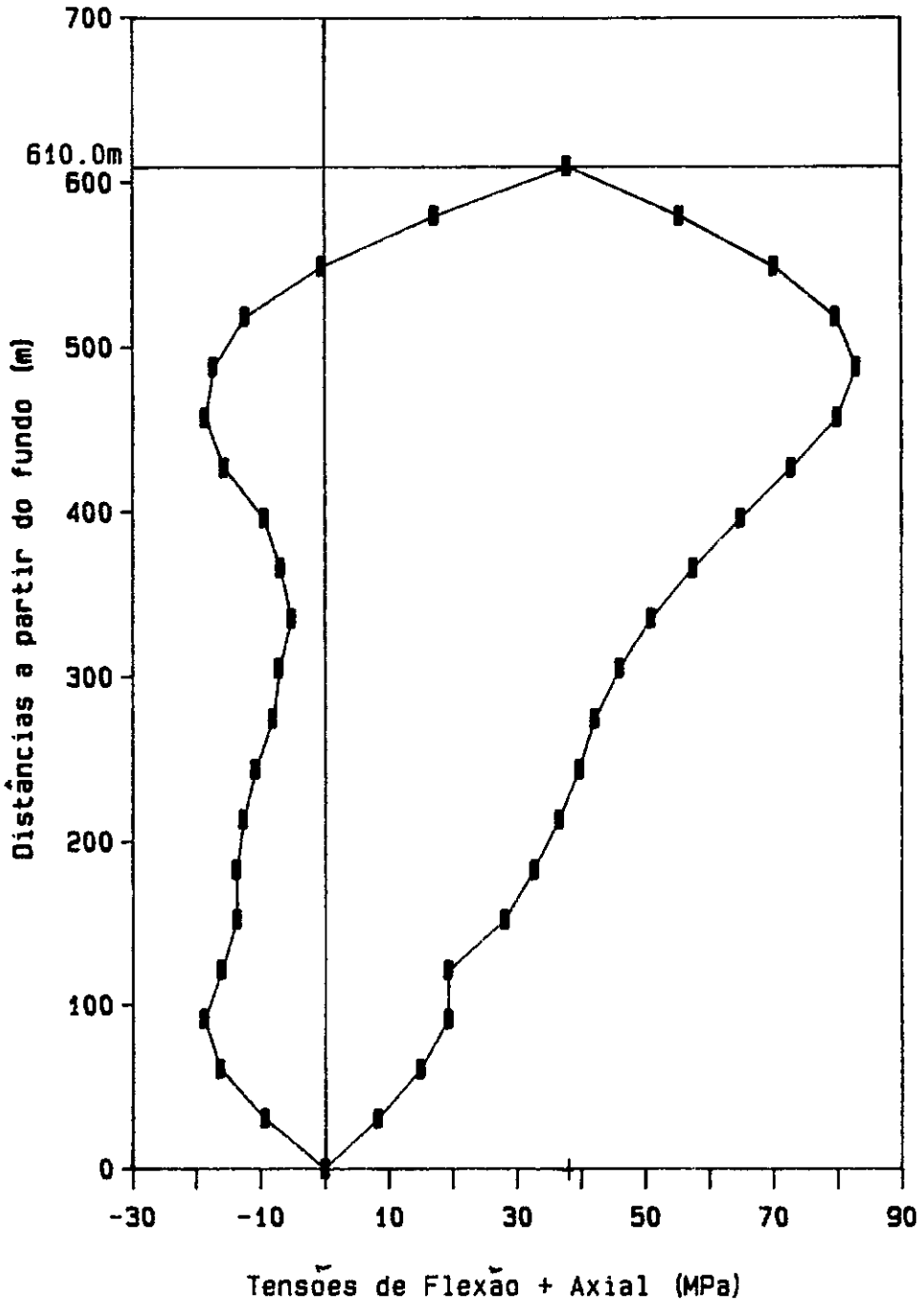


FIGURA V.16.b -Envoltória de Tensões de Flexão
Com ação de corrente mais a devida
à Tração de Referência

CAPITULO VI

ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DINÂMICO NÃO-LINEAR

VI.1 - Introdução

O objetivo principal deste capítulo é o da análise das respostas dinâmicas obtidas para os diversos casos de carregamento do *riser* em questão.

Procurou-se, nesta análise, ressaltar alguns comportamentos característicos do sistema estrutural estudado, tomando-se como referência os comportamentos típicos de osciladores não lineares amortecidos sob excitação forçada. Para a interpretação dos comportamentos característicos do sistema estrutural utilizou-se, então, conforme feito na literatura sobre o assunto [1,27], a teoria geométrica para sistemas dinâmicos não-lineares.

Pra cada uma das condições de mar usadas, os comportamentos dinâmicos do *riser*, são ilustrados graficamente através de :

(i) Respostas Deslocamentos x Tempo; apresentadas para os

deslocamentos característicos, W_1 e W_2 , referidos na Fig.V.3, respectivamente aos casos :de ação isolada de onda e de ação combinada de onda + corrente.

(ii) Espectros de freqüência; obtidos com a aplicação da transformada rápida/discreta de Fourier (FFT) nas respostas deslocamento x tempo.

(iii) Trajetórias nos Planos-fase; obtidos a partir das respostas deslocamento x tempo e velocidade x tempo, com o tempo implícito.

Este conjunto de gráficos parece demonstrar que o comportamento do sistema estrutural analisado é análogo ao de um Oscilador Não-Linear do tipo *Duffing*, sob amplitude de movimento harmônico forçado,

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 |\dot{x}_1| + k_1 (x_1 + x_1^3) - k_1 A_1 \cos(\omega_\theta \cdot t) = F_0 \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (\text{VI.1})$$

onde, como ilustrado na Fig. VI.1,

A_1 = amplitude conhecida do movimento da cabeça do riser

ω_θ = freqüência circular de resposta da TLP sob ação de ondas de período $T_0 = 2\pi/\omega_0$

F_0 = magnitude da resultante da força modal de onda de período T_0

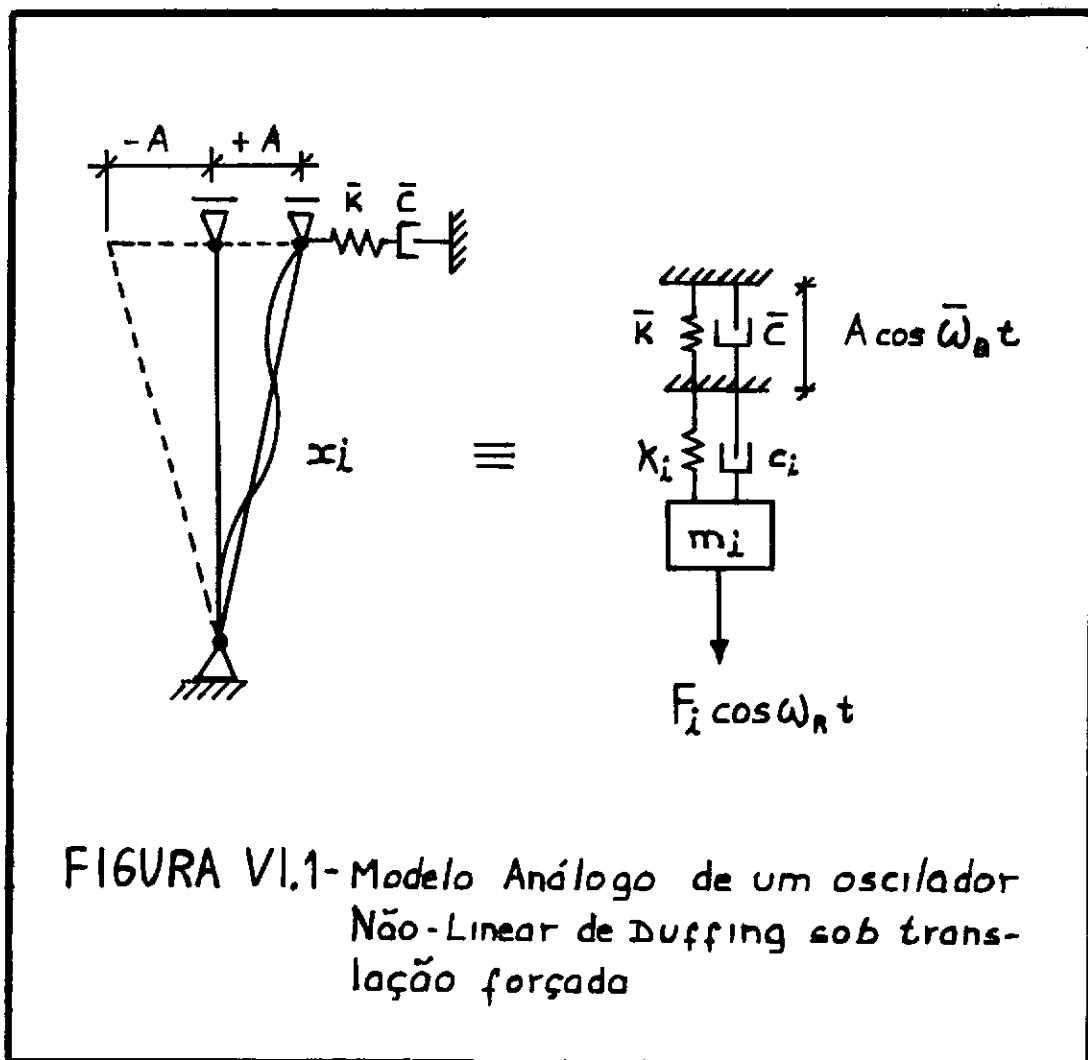
ω_0 = freqüência circular da resultante da força de onda com $T_0 = 2\pi/\omega_0$

C_1 = coeficiente de amortecimento modal do riser

m_1 = parâmetro de massa modal do riser

k_1 = coeficiente de rigidez modal

\bar{k} , \bar{c} = rigidez e amortecimento da TLP



O riser flexível de grande comprimento sob tração inicial, pendurado em uma TLP, submetido a ação estática de forças de corrente e sujeito à movimento harmônico de translação de sua cabeça, é um modelo dinâmico não-linear elástico, viscoso, sob excitação forçada, acoplado a um modelo quase bi-linear, elástico viscoso referente a interação com o movimento de translação da TLP.

Deve-se notar com relação a esta interação que o

movimento da TLP é caracterizado por : (i) uma força de restauração (representada pela mola de rigidez \bar{k} na Fig.VI.1) devida aos tendões e às forças hidrostáticas; (ii) uma força de amortecimento (representada pelo amortecedor viscoso \bar{c} , na Fig.VI.1). Conseqüentemente, para a ação de corrente num certo sentido (no plano considerado) coincidente com o da ação de ondas, o riser fica sujeito à forças de restauração desiguais em cada sentido de movimento lateral. Além disso, o movimento de sua cabeça sofre inversões de sentido que independem das oscilações não-lineares próprias, constituindo-se os pontos extremos : +A e -A em "batentes" visco-elásticos, sem introdução de repiques ou impactos.

Conforme é aqui descrito, esse modelo idealizado pode apresentar comportamento bastante complexo, abrangendo aqueles típicos de osciladores bi-lineares, osciladores lineares com impactos e osciladores não-lineares do tipo *Duffing*.

O sistema de equações (VI.1) é acoplado em termos elásticos e representa apenas o riser sujeito a movimentos de flexão e pendular invertido, devido à translação da cabeça.

Com a finalidade de facilitar as comparações entre frequências e amplitudes de resposta e interpretar os resultados das análises espectrais, rerepresentam-se a seguir, três tabelas resumo: VI.1, VI.2, VI.3.

TABELA VI.1 - Frequências Naturais da Estrutura

TRACAO EXTERNA	f_1 (Hz)	f_2 (Hz)	f_3 (Hz)
Tr	0.0371	0.0797	0.1278
Tr*1.5	0.04482	0.0951	0.15097
Tr*2.0	0.05131	0.1081	0.1701

TABELA VI.2 - Características da Onda

TIPOS DE ONDA	H (m)	T_0 (s)	f_0 (Hz)
MOD. EXPER.	11.0	11.61	0.086
MAR 1	7.06	9.0	0.11
MAR 2	12.08	12.0	0.083
MAR 3	18.54	15.0	0.067

TABELA VI.3 - Amplitudes de Movimento da TLP

AMPLITUDE DE MOVIMENTO	MODELO EXPERIMENTAL	MAR 1	MAR 2	MAR 3
A_1 (m)	2.554	0.353	3.2379	7.045

VI.2 - Análise do Comportamento sob Ação de Ondas Incidentes sobre o Modelo Reduzido

As Figs.VI.2.a e VI.2.b mostram, respectivamente, as respostas deslocamento x tempo para o riser sem ação de corrente e com esta ação aplicada estáticamente. Notam-se aí regimes periódicos, sendo que no primeiro caso, da Fig.VI.2.a, a resposta é pseudo divergente com retardo

crescente para alcançar a amplitude máxima de deslocamento dinâmico de flexão.

Os espectros de frequência, f_R dessas respostas no tempo são mostrados, respectivamente, nas Figs.VI.3.a e VI.3.b. Notam-se aí, além do pico de ressonância fundamental na frequência de excitação, f_0 , outros pequenos picos de ressonância para combinações lineares entre a frequência de excitação e uma das frequências naturais; as frequências resultantes destas combinações são conhecidas como frequências de batimento. O aparecimento destes pequenos picos, nas frequências de batimento, caracterizam um regime "fracamente" quase-periódico. No primeiro caso, da Fig.VI.3.a, envolvendo o modo de vibração por flexão antissimétrico (2 meias ondas) do riser e no segundo caso, da Fig.VI.3.b, por estar o riser sob ação estática de corrente, envolvendo o primeiro modo de vibração por flexão; aparece aí, também um pequeno pico de ressonância super-harmônica (com frequência igual ao dobro de f_0).

Observa-se que os comportamentos ilustrados por todas estas figuras (VI.2 à VI.3), correspondem ao riser sobre força de tração de referência T_r ($\alpha = 1$), mas representam as características básicas encontradas para os outros dois casos de tração.

A trajetória do plano-fase, correspondente à resposta do riser sem ação de corrente e sob força de tração T_r , é mostrada na Fig.VI.4.a. Observam-se neste plano-fase dois ciclos limite estáveis, separados por um ciclo instável.

O que parece ocorrer é uma bifurcação dinâmica de Hopf: um foco estável tendendo ao ciclo interno, bifurcando num foco instável contornado por um ciclo limite estável, crescente.

A trajetória no plano-fase, correspondente a resposta do riser sob ação estática de corrente e sob tração de referência Tr , é mostrada na Fig.VI.4.b. Observa-se, agora, uma mudança de comportamento da trajetória, após excursão desde a origem, tendo um único ciclo limite como atrator neste espaço-fase : um Ciclo Nodal Torcido ou um Cinturão de Mobius.

Este tipo de ciclo limite torna-se mais evidente na Fig.VI.4.c, que representa a trajetória para o caso de tração máxima adotada sobre o riser sujeito à ação estática de corrente. O Cinturão de Mobius representa uma órbita bi-periódica que ocorre sob uma bifurcação do tipo *flip*, significando a perda de estabilidade do ciclo central (ou intermediário). Os períodos desses ciclos são os períodos de batimento.

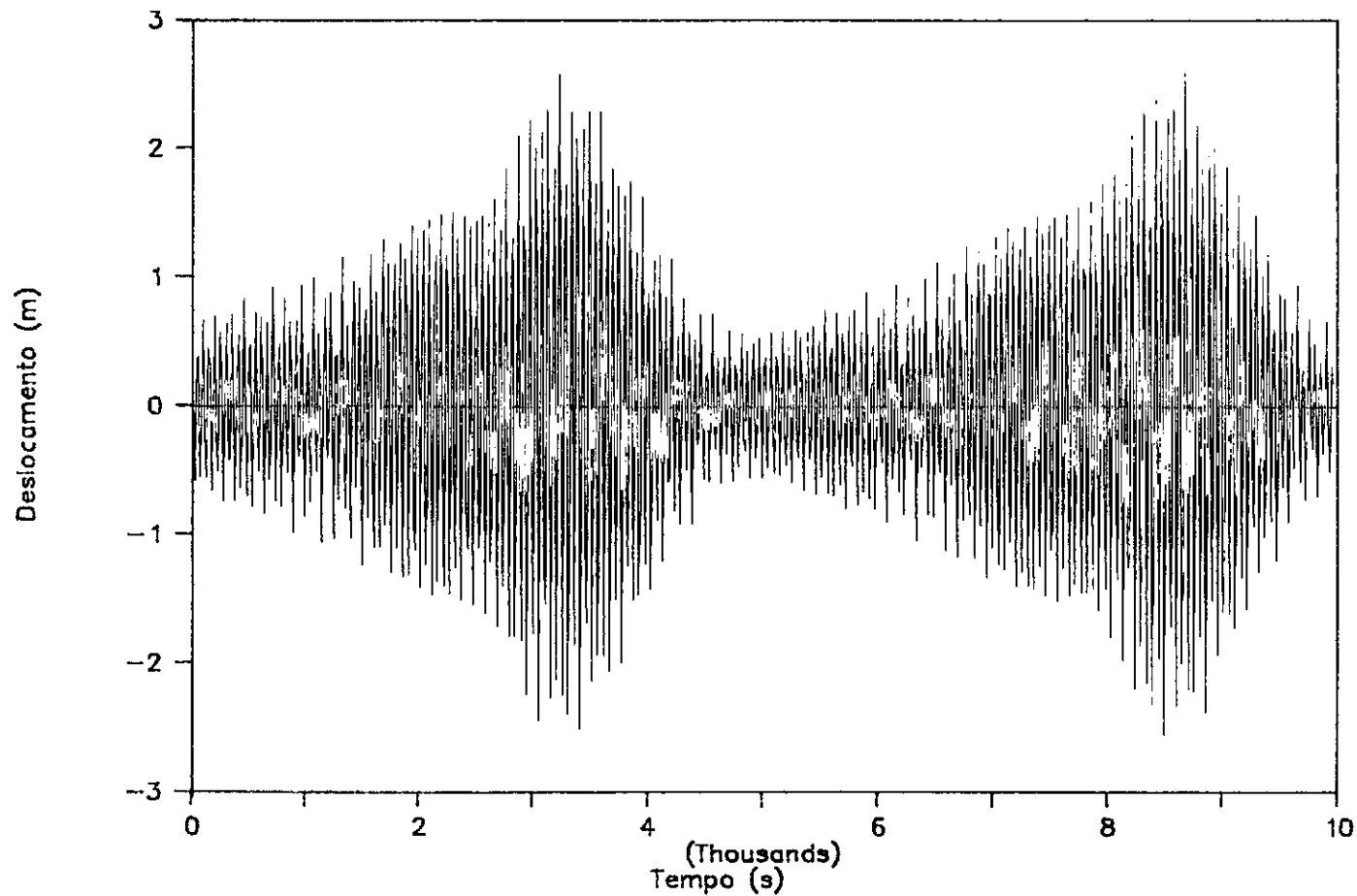


FIGURA VI.2.a - Deslocamento no Tempo - CASO I.D

Onda Mod. Exper., $\alpha = 1.0$, sem corrente

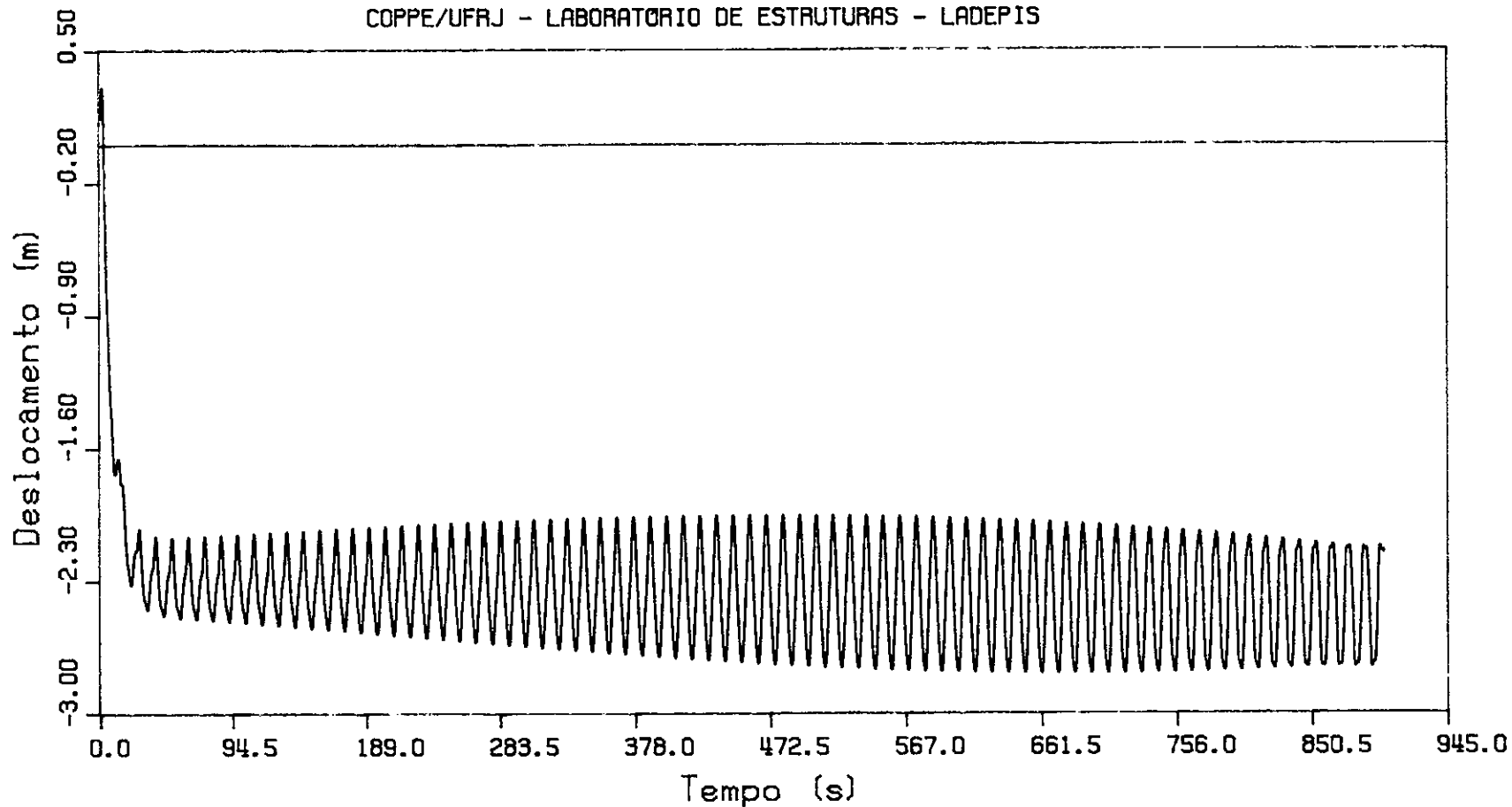


FIGURA VI.2.b - Deslocamento no Tempo - CASO I.D

Onda Mod. Exper., alfa = 1.0, com corrente

COPPE/UFRJ - LABORATÓRIO DE ESTRUTURAS - LADEPIS

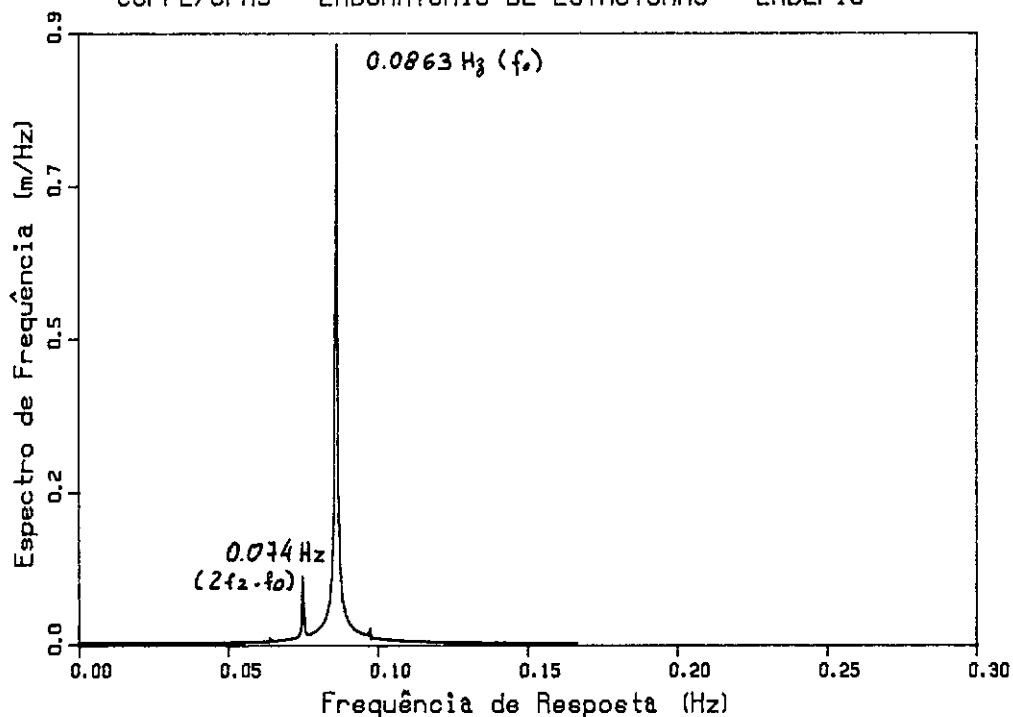


FIGURA VI.3.a - Análise Espectral - CASO I.A

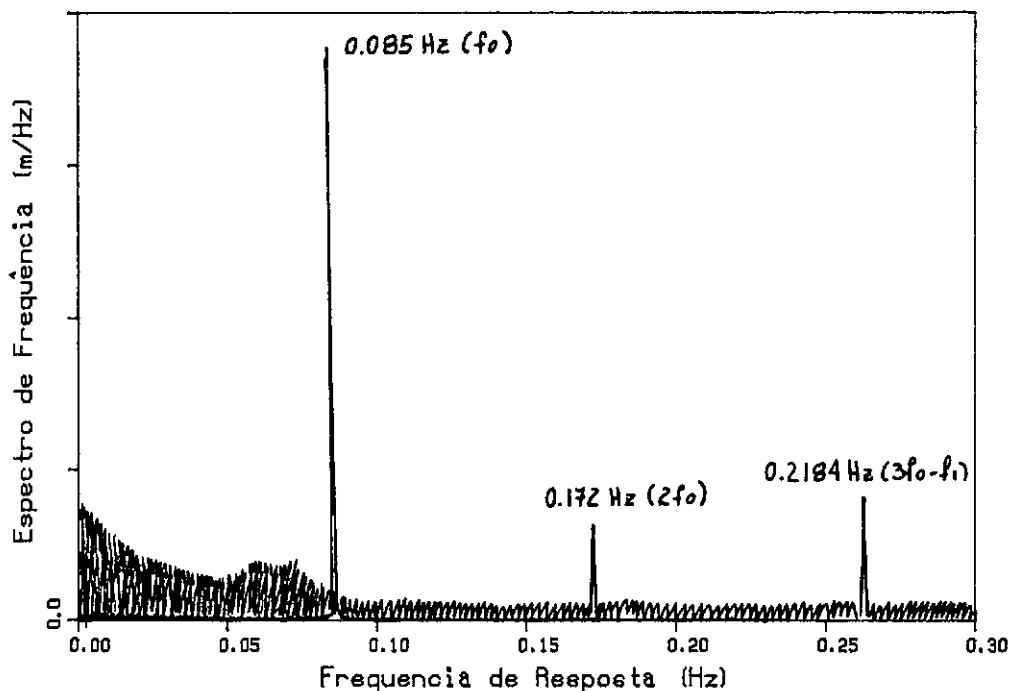


FIGURA VI.3.b - Análise Espectral - CASO I.D

- FIGURA VI.3.a - Análise Espectral - CASO I.A
M.Exp. - $\alpha = 1.0$, sem corrente
- FIGURA VI.3.b - Análise Espectral - CASO I.D
M.Exp. - $\alpha = 1.0$, com corrente

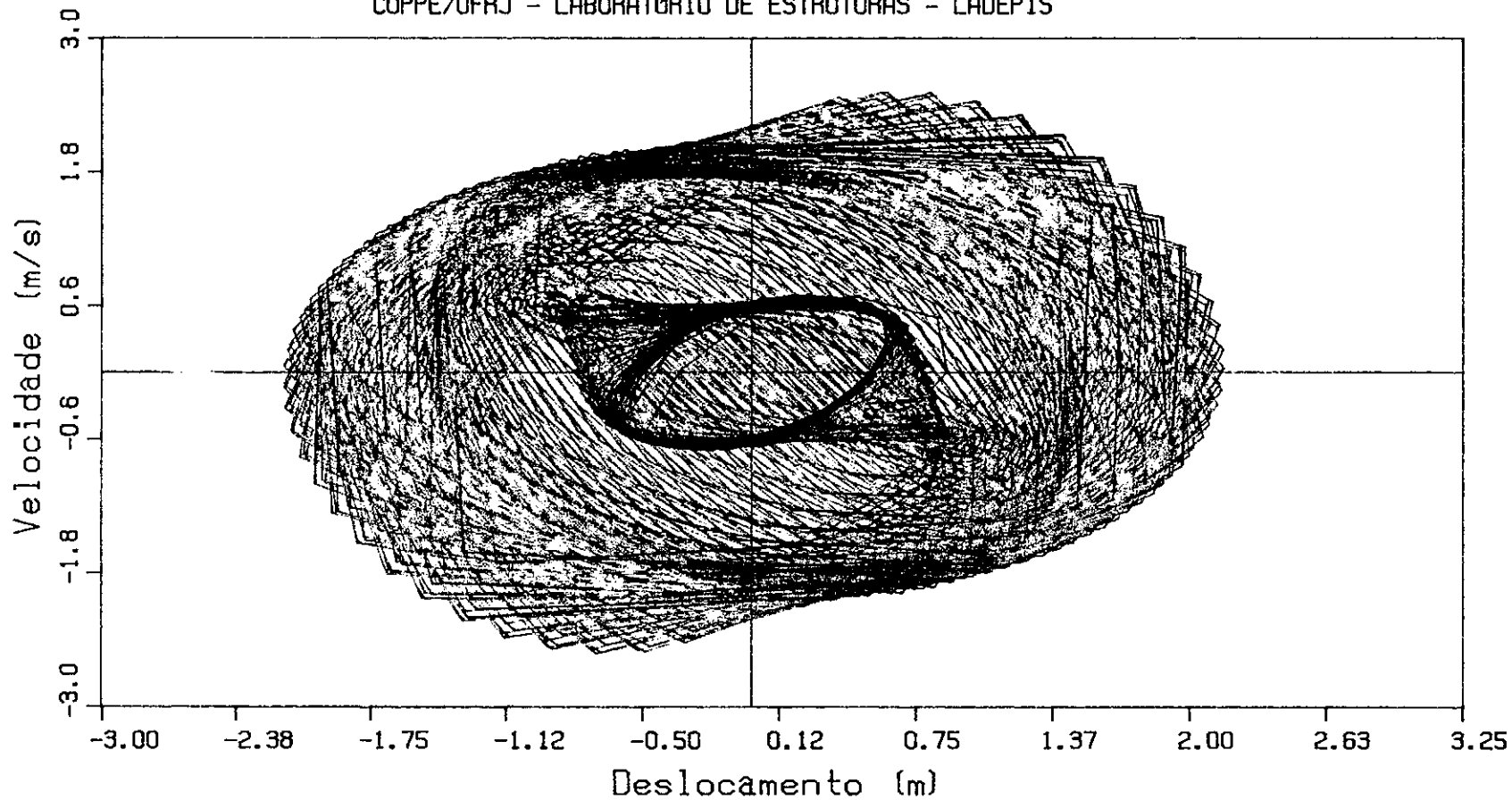


FIGURA VI.4.a- Plano-Fase para - 3200 s - CASO I.A
Onda Mod.Exp., alfa = 1.0, sem corrente

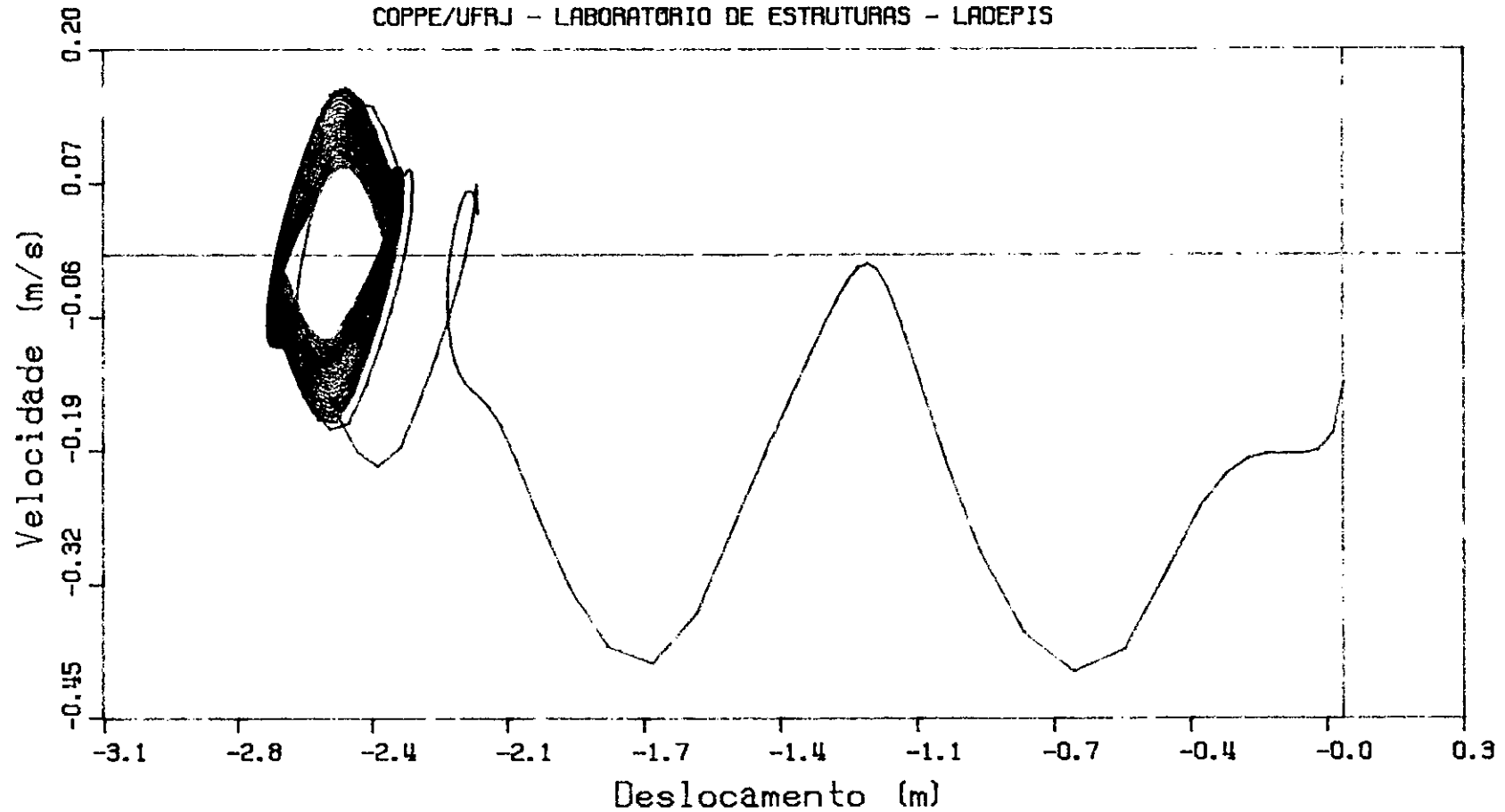


FIGURA VI.4.b- Plano-Fase para - 900 s - CASO I.D
 Onda Mod.Exp., alfa = 1.0, com corrente

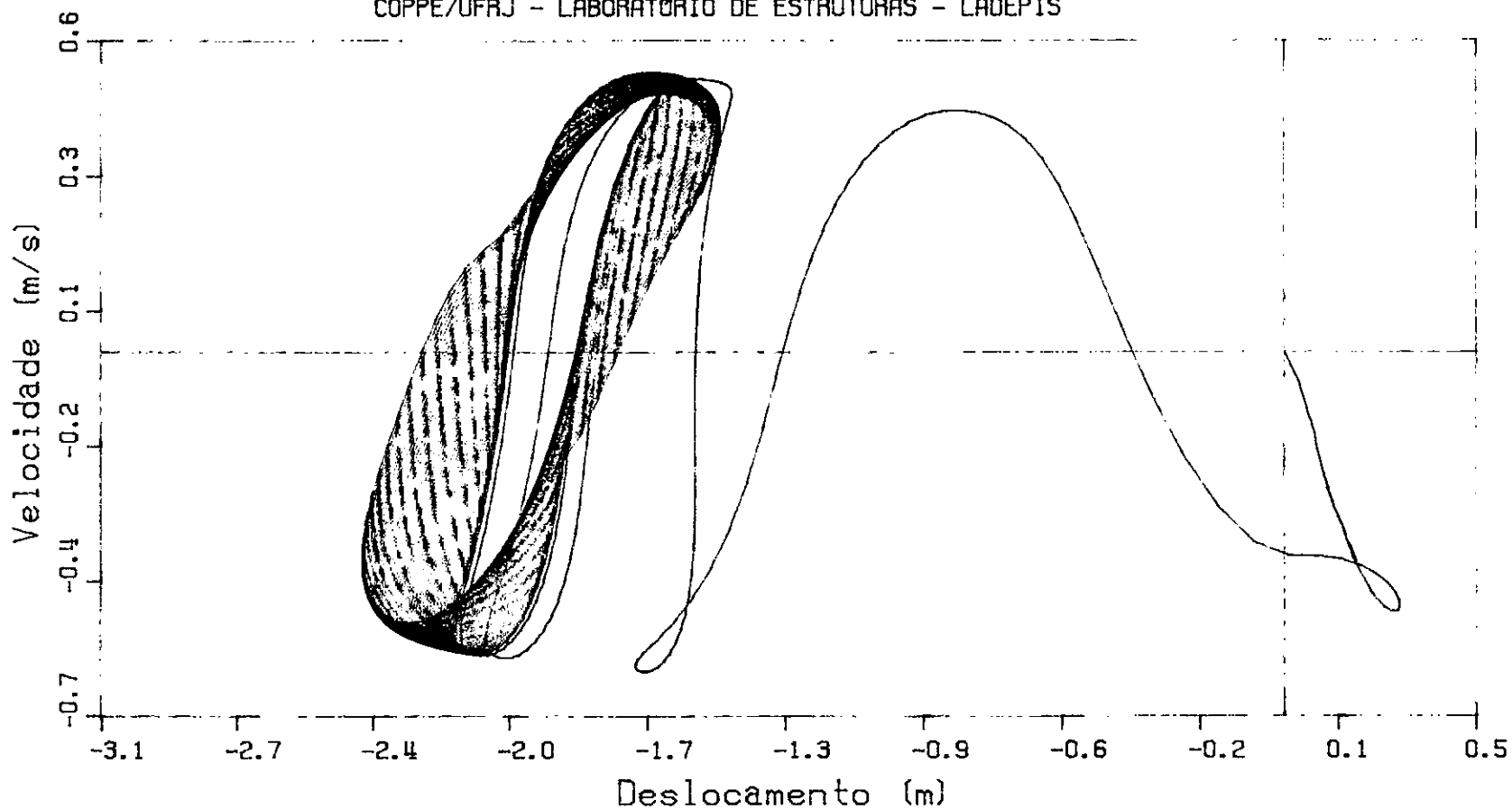


FIGURA VI.4.c -Plano-Fase para - 600 s - CASO I.F
 Onda Mod.Exp., alfa = 2.0, com corrente

VI.3 - Análise do Comportamento sob Ação do Mar 1

As Figs.VI.5.a e VI.5.b mostram respectivamente, as respostas deslocamento x tempo para o riser sem e com ação estática de corrente sob força de tração de referência Tr ($\alpha = 1$). Notam-se aí, regimes quase-periódicos, tendendo a um regime caótico, principalmente para o segundo caso, da Fig.VI.5.b.

Esta caoticidade é melhor visualizada pelos típicos espectros de frequência, mostrados nas Figs.VI.6.a e VI.6.b, respectivamente. Pode-se notar nessas figuras que aparecem predominantemente dois picos de ressonância (uma na frequência de resposta $f_R \approx f_2$ natural, outra na frequência de excitação f_0) e uma banda larga de ruídos, inerentes ao processo numérico de cálculo. Além desses dois picos aparece um outro pequeno pico de ressonância numa frequência igual ao triplo de f_0 .

As trajetórias no plano-fase são ilustradas, respectivamente pelas Figs.VI.7.a e VI.7.b, que mostram imagens típicas de regimes caóticos, para os quais as trajetórias se assemelham a "novelos de lã", sem jamais se interceptarem. A Fig.VI.7.c mostra com maior detalhe esta característica.

Observa-se que os comportamento ilustrados por todas estas figuras, são também típicos daqueles associados aos outros dois valores da tração aplicada, i.e. $1.5 \times Tr$ e $2.0 \times Tr$.

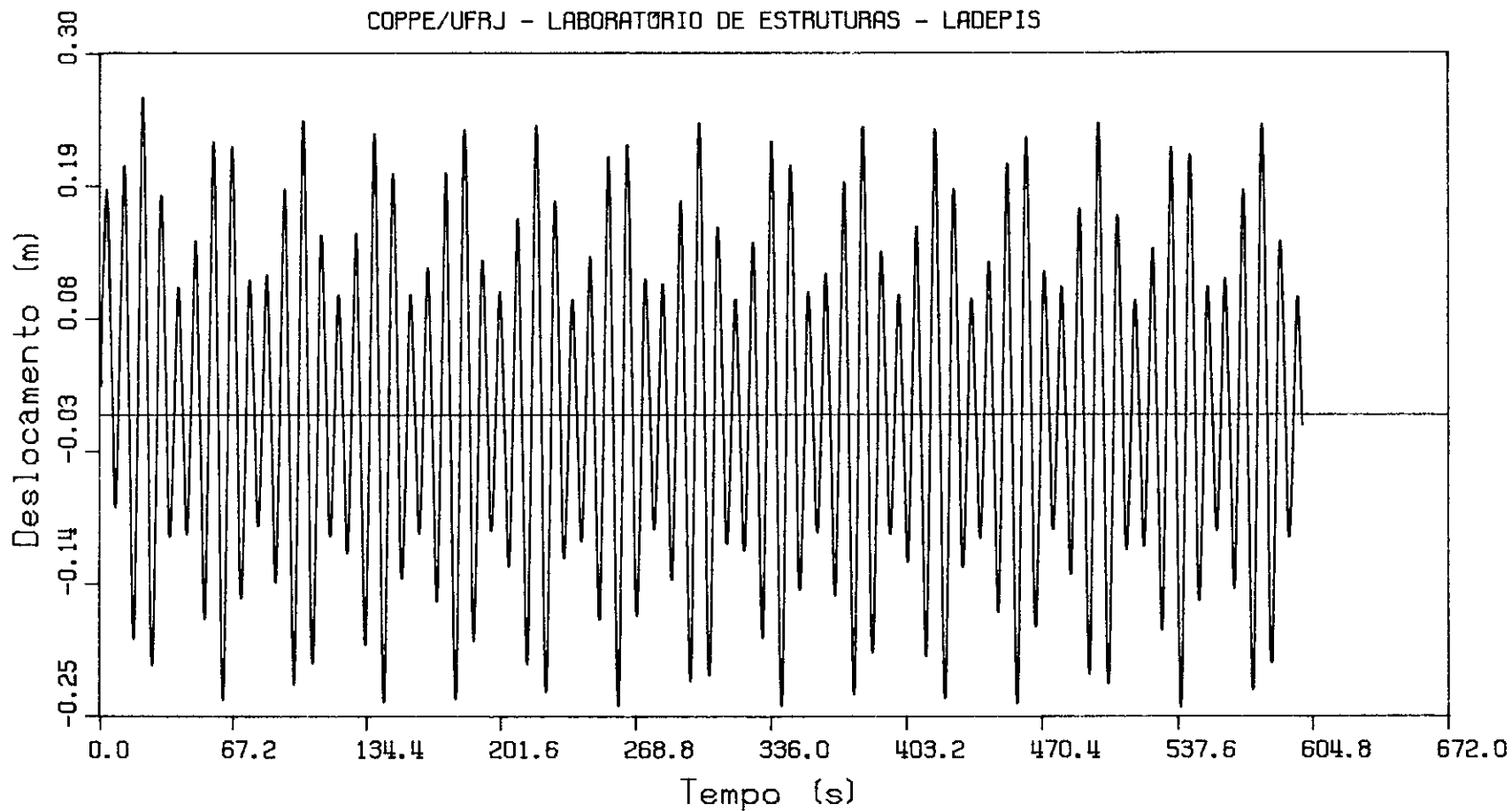


FIGURA VI.5.A - Deslocamento no Tempo - CASO II.D
Mar 1 , alfa = 1.0, sem corrente

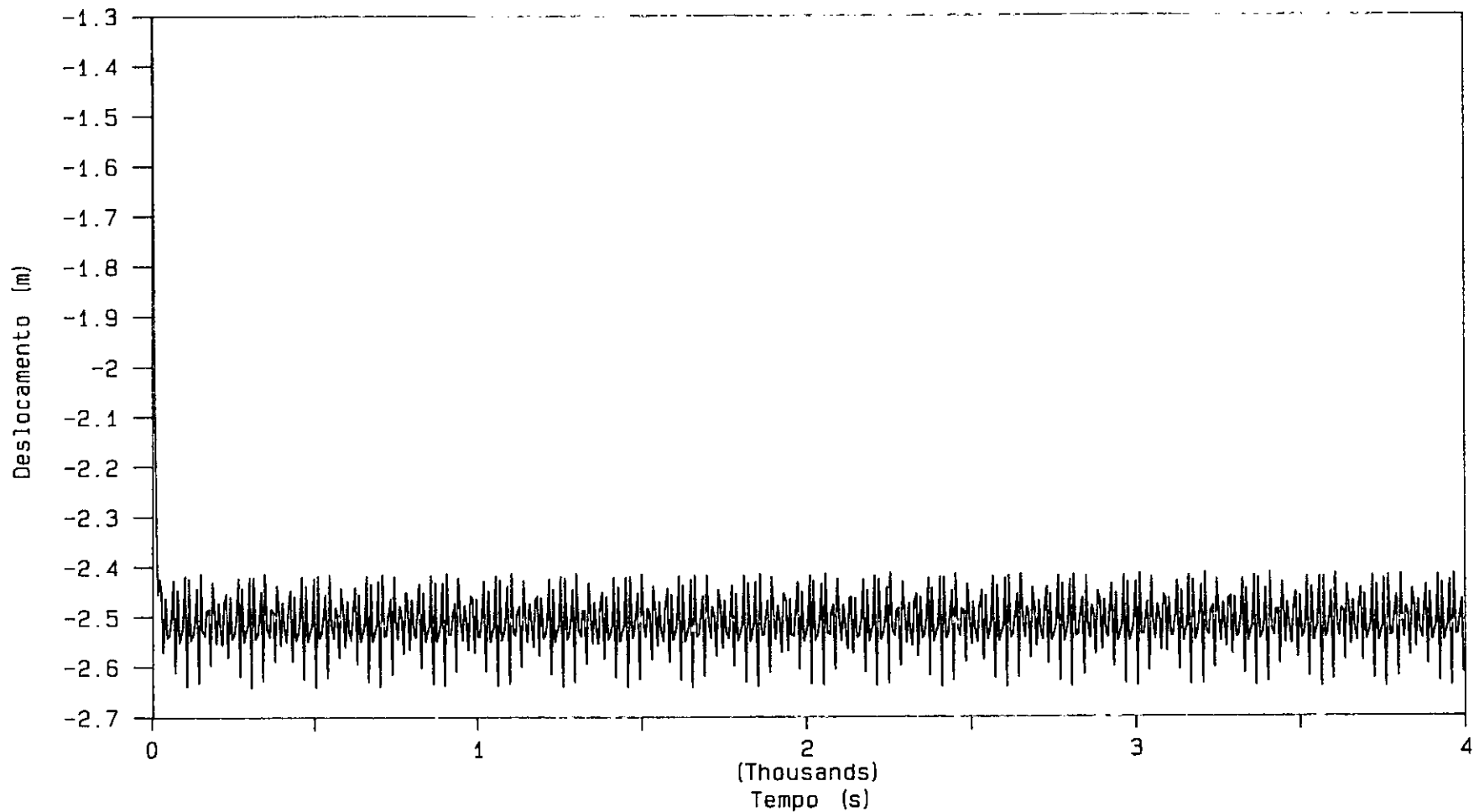


FIGURA VI.5.b -Deslocamento no Tempo - CASO II.A
Onda Mar 1, alfa = 1.0, com corrente

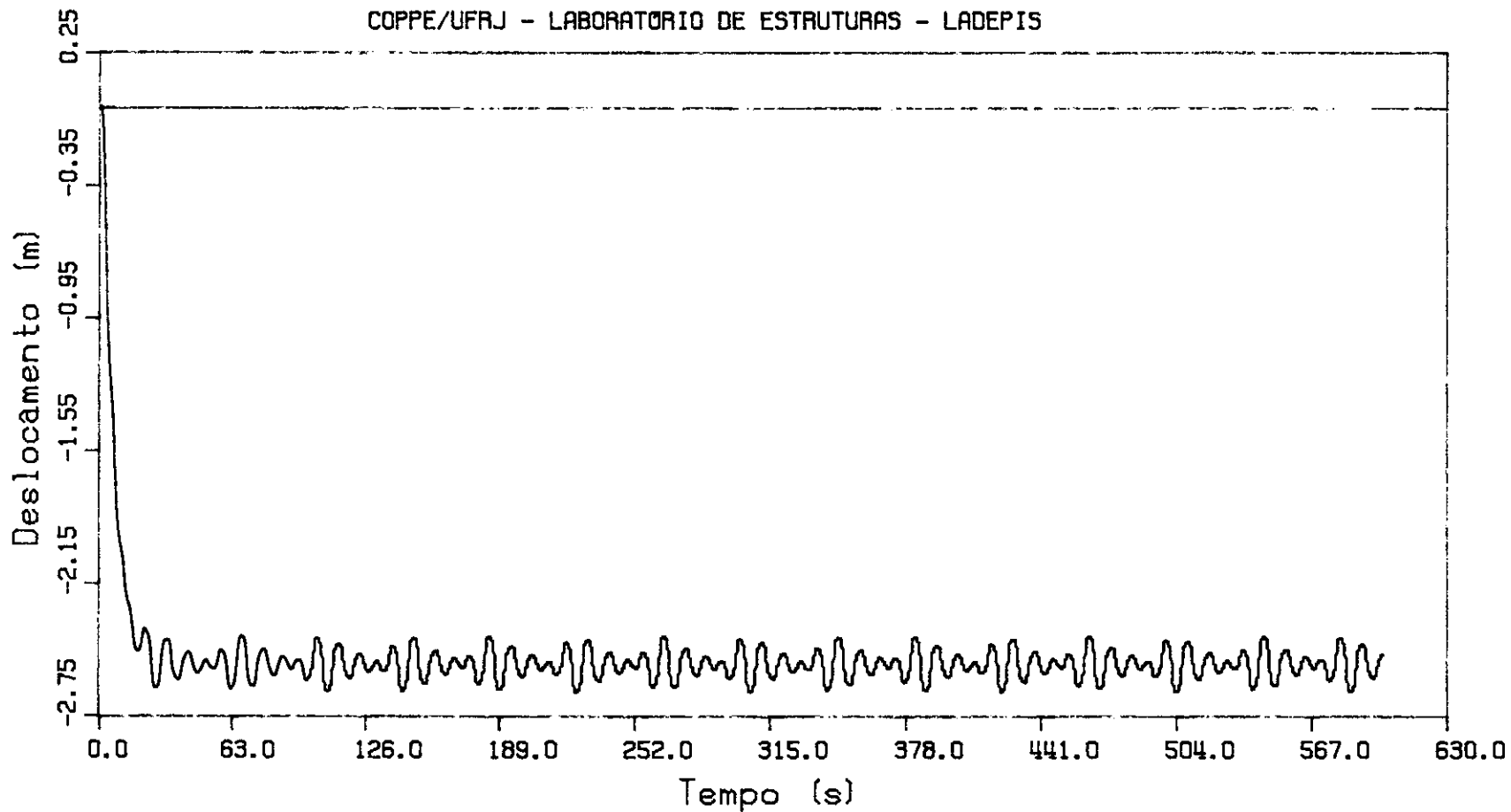


FIGURA VI.5.c - Deslocamento no Tempo - CASO II.A
Mar 1 , alfa = 1.0, com corrente

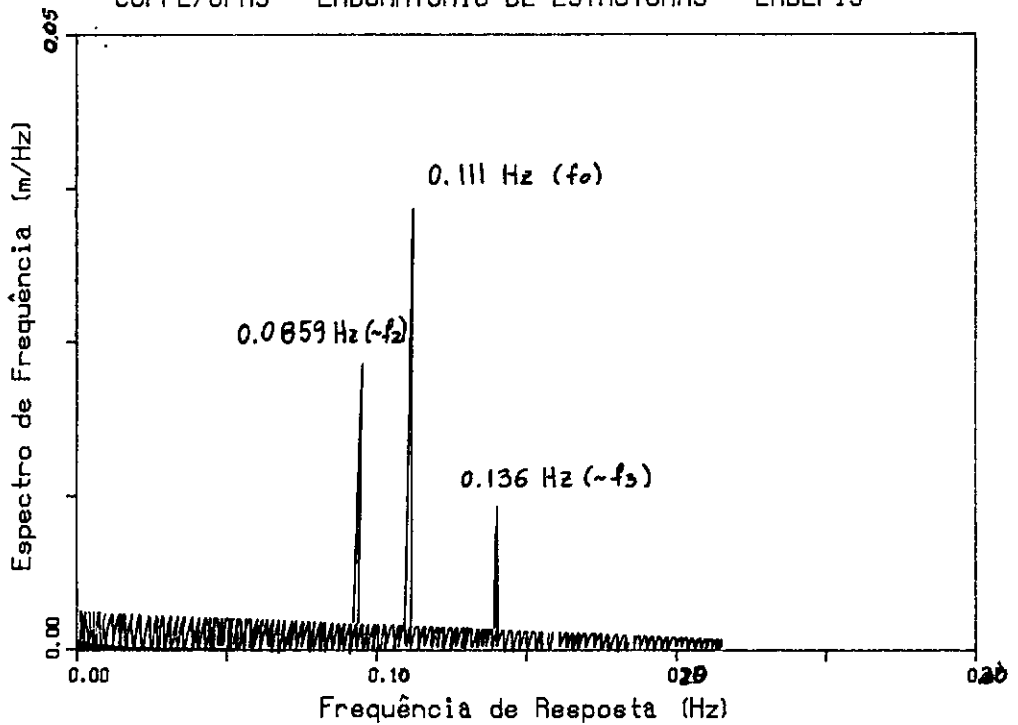


FIGURA VI.6.a - Análise Espectral - CASO II.A

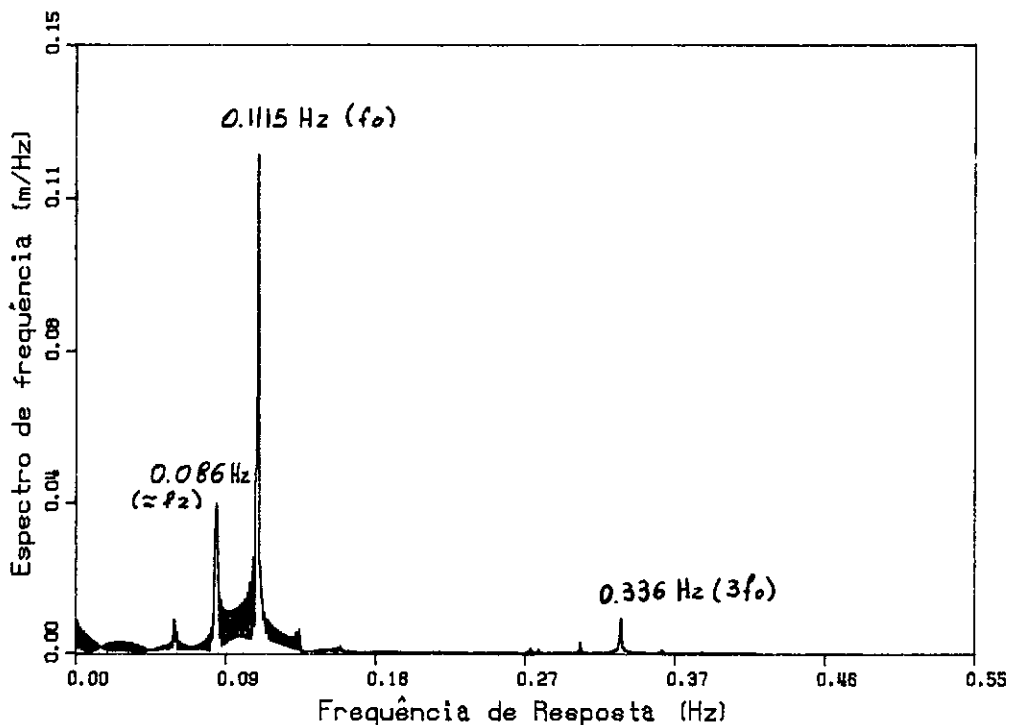


FIGURA VI.6.b - Análise Espectral - CASO II.D

- FIGURA VI.6.a - Análise Espectral - CASO II.A
 Mar 1 - alfa = 1.0, com corrente
- FIGURA VI.6.b - Análise Espectral - CASO II.D
 Mar 1 - alfa = 1.0, sem corrente

Velocidade (m/s)

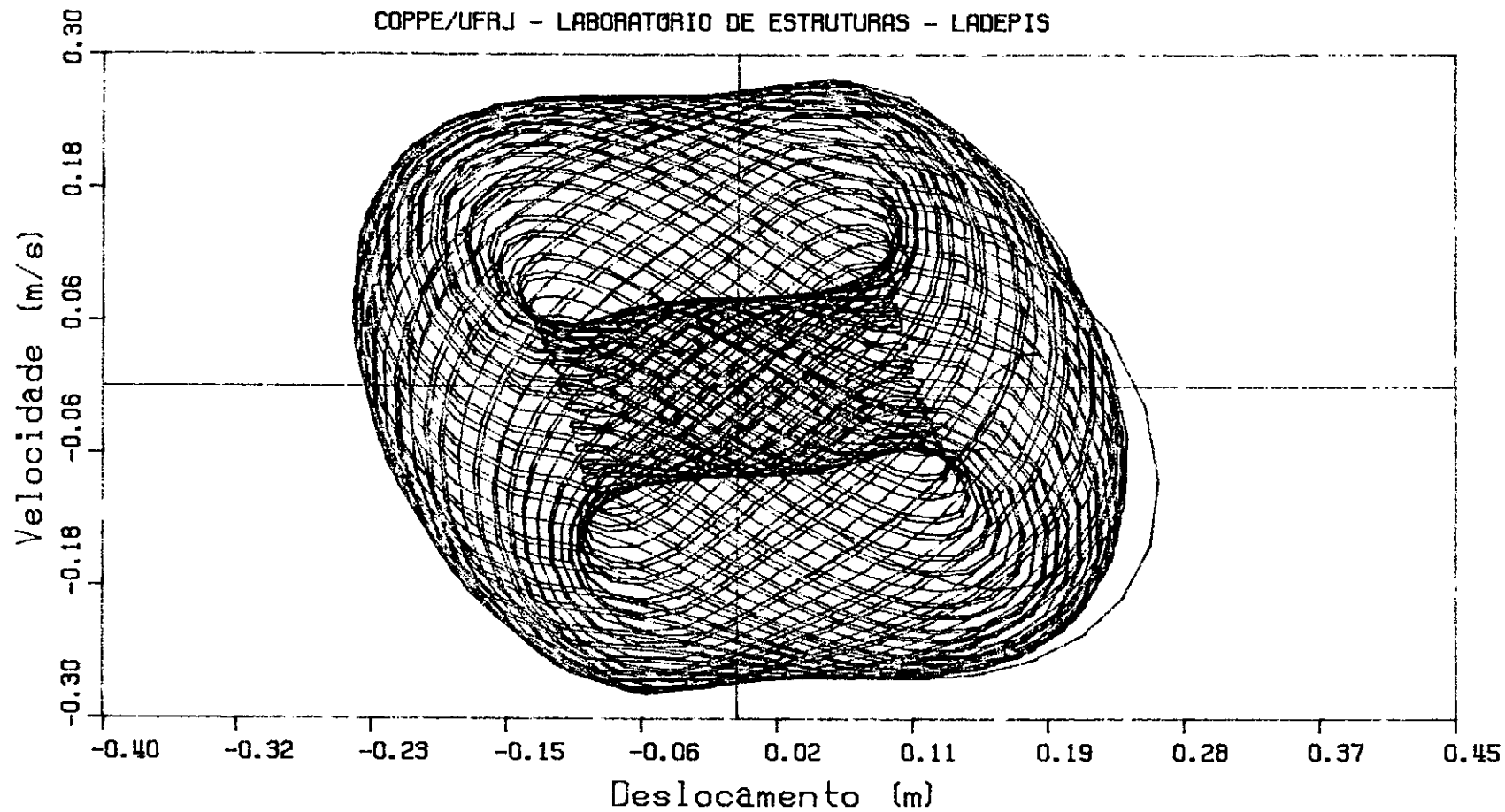


FIGURA VI.7.a - Plano-Fase para - 900 s - CASO II.D
Mar 1 , alfa = 1.0, sem corrente

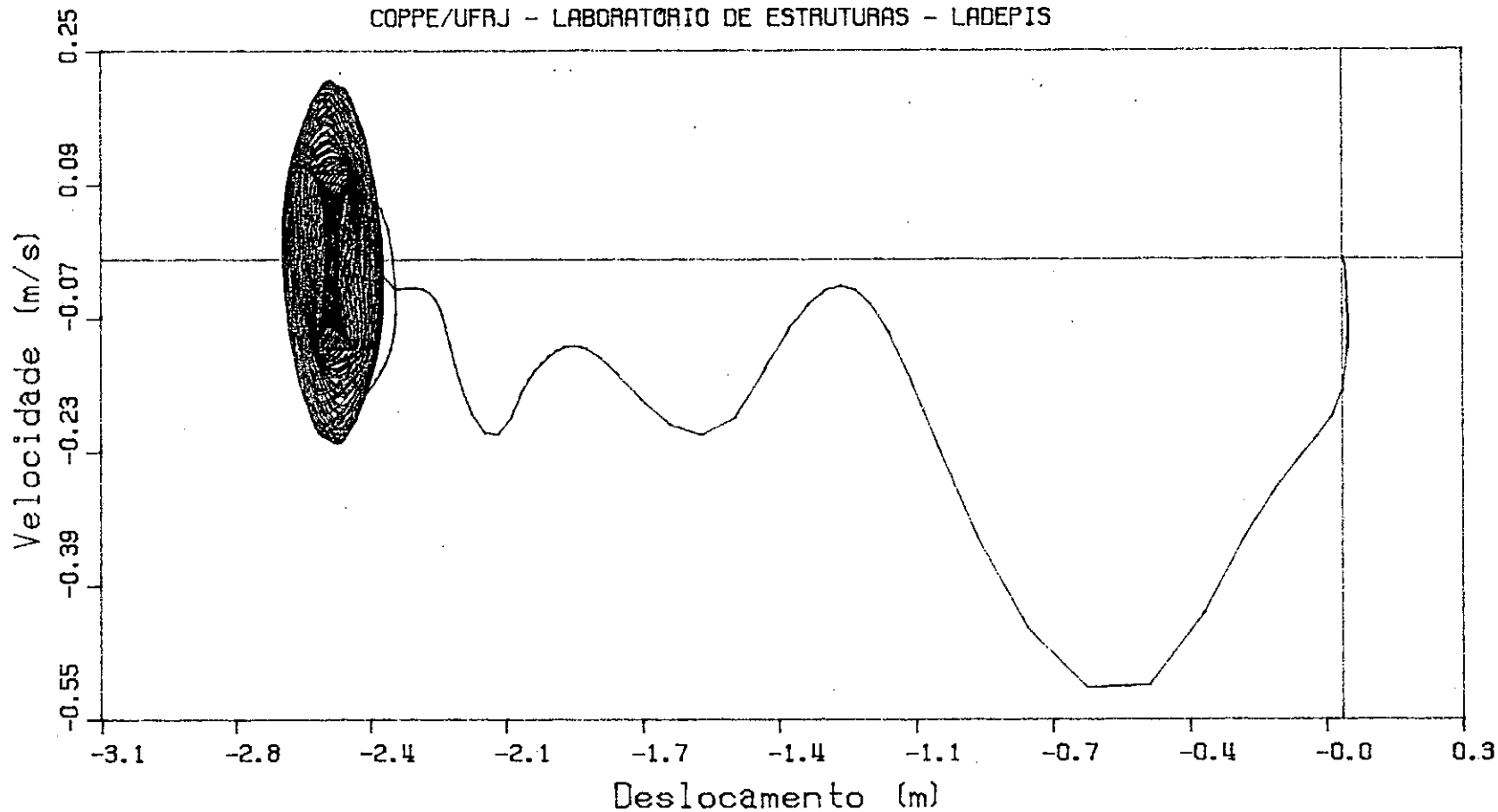


FIGURA VI.7.b - Plano-Fase para - 600 s - CASO II.A
Mar 1 , alfa = 1.0, com corrente

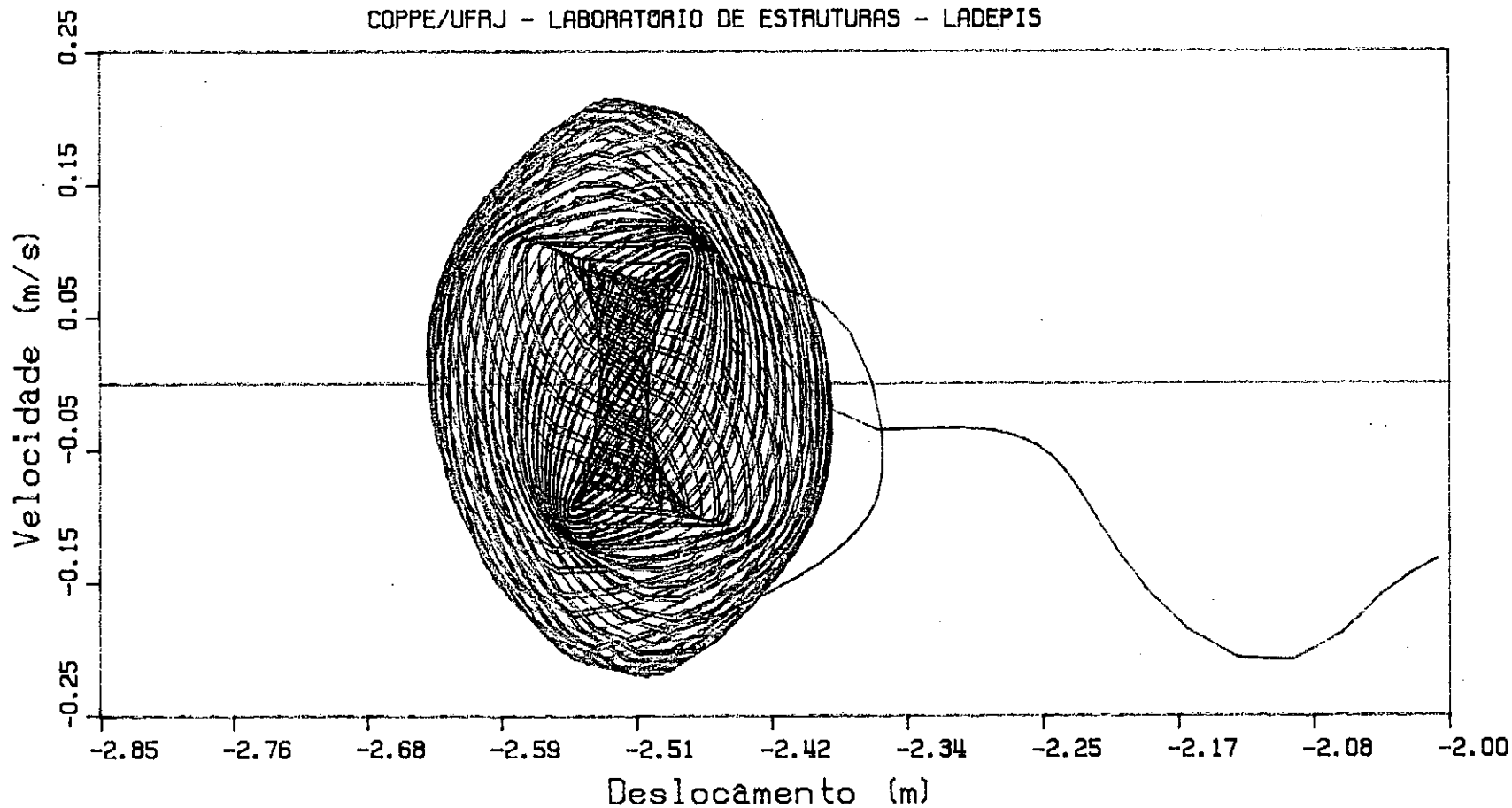


FIGURA VI.7.c - Plano-Fase para - 600 s - CASO II.A
Mar 1 , alfa = 1.0, com corrente

VI.4 - Análise do Comportamento sob Ação de Mar 2

As Figs.VI.8.a e VI.8.b mostram, respectivamente, as respostas deslocamento x tempo para o riser sem e com ação de corrente, sob força de tração Tr .

Notam-se aí, regimes periódicos com crescimento acentuado de amplitude de resposta. No caso da Fig.VI.8.b, para o riser sob ação estática de corrente, o regime periódico apresenta instabilidade dinâmica do tipo salto catastrófico (ou súbito), típico de osciladores não-lineares descritos pela equação de *Duffing*.

A ocorrência desta instabilidade súbita fica explicada pela grande proximidade entre frequências de excitação e de resposta, conforme mostrado pelos espectros das Fig.VI.9.a e VI.9.b. Nestes casos as respostas não-lineares no domínio da frequência (i.e. relação não-linear amplitude de resposta x razão de frequências) mostrariam o fenômeno do Salto Dinâmico.

As trajetórias no plano-fase são mostradas nas Figs.VI.10.a e VI.10.b, ilustrando focos instáveis partindo de um ciclo limite estável mais interno, retomando após isso, ao mesmo ciclo.

Observa-se que os comportamentos ilustrados em todas essas figuras são também típicos daqueles associados aos outros dois valores de tração aplicada.

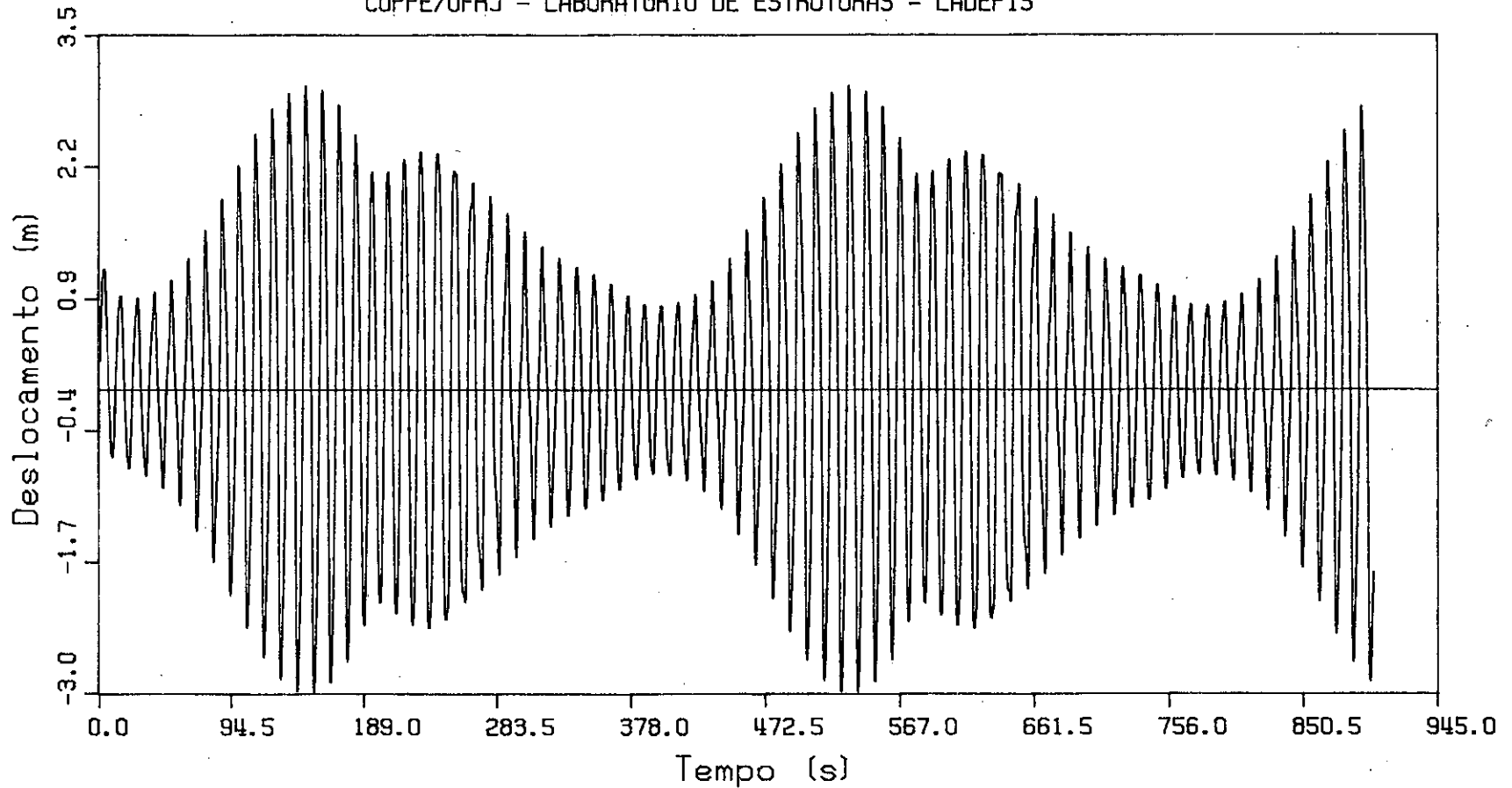


FIGURA VI.8.a - Deslocamento no Tempo - CASO III.D
Mar 2 , alfa = 1.0, sem corrente

177

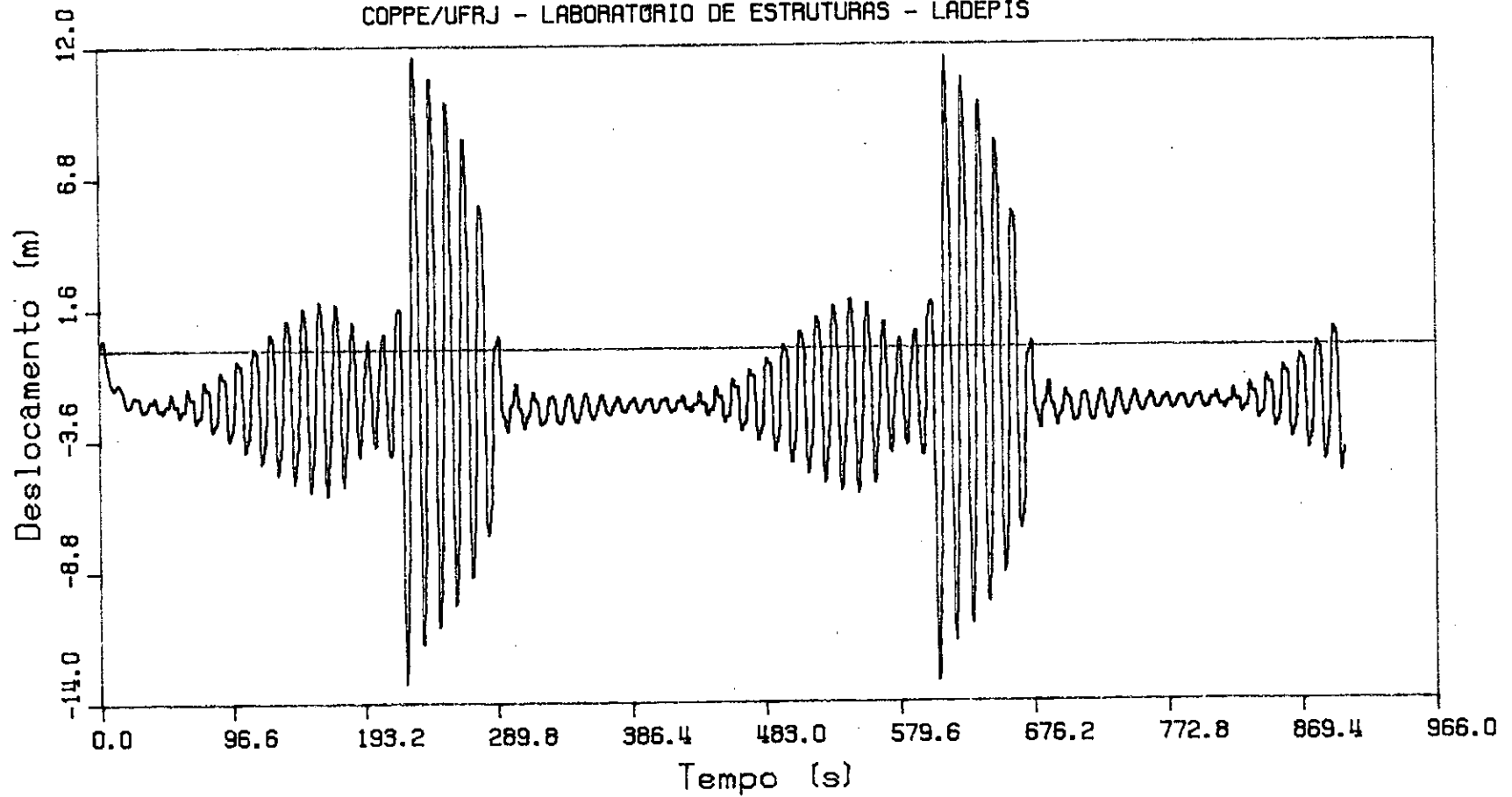


FIGURA VI.8.b - Deslocamento no Tempo - CASO III.A
 Mar 2 , alfa = 1.0, com corrente

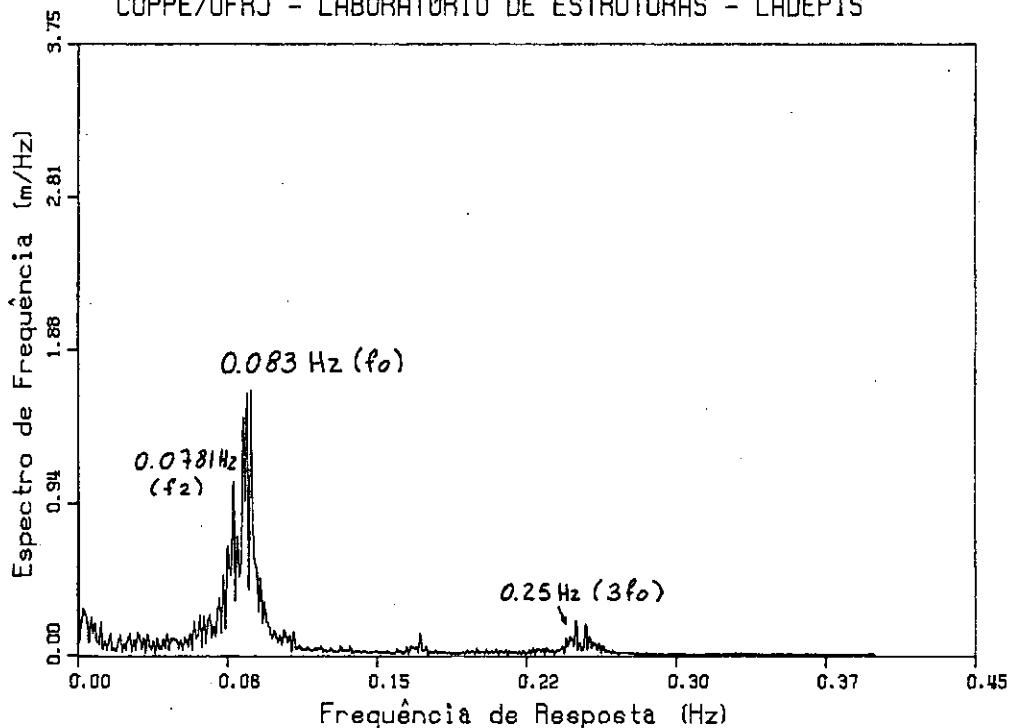


FIGURA VI.9.a - Análise Espectral - CASO III.A

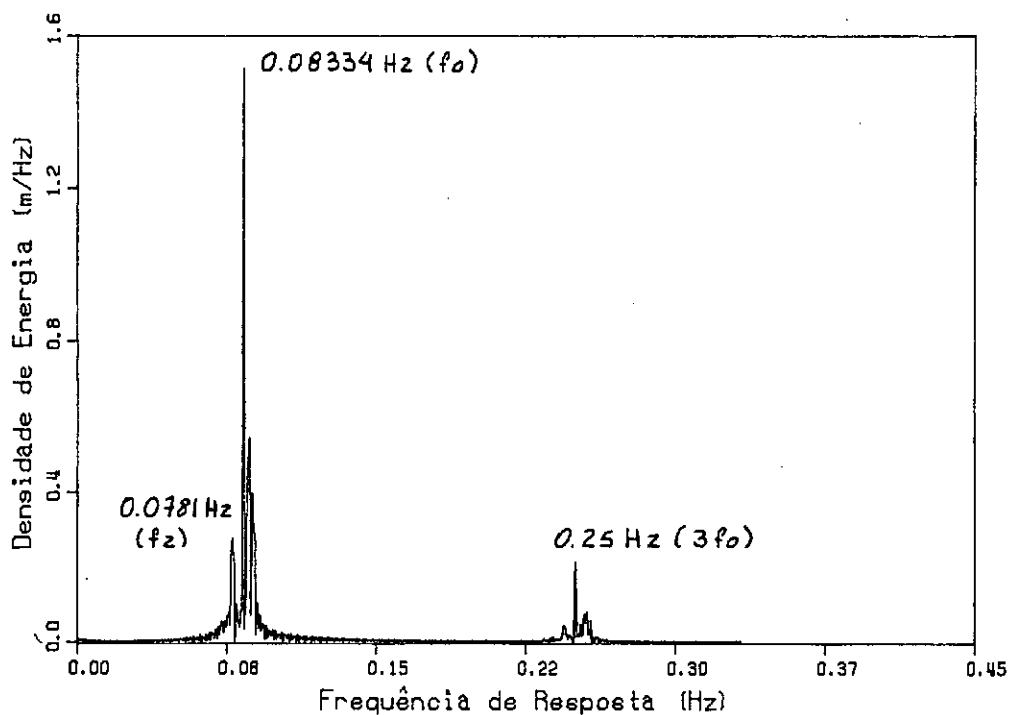


FIGURA VI.9.b - Análise Espectral - CASO III.D

- FIGURA VI.9.a - Análise Espectral - CASO III.A
Mar 2 - $\alpha = 1.0$, com corrente
- FIGURA VI.9.b - Análise Espectral - CASO III.D
Mar 2 - $\alpha = 1.0$, sem corrente

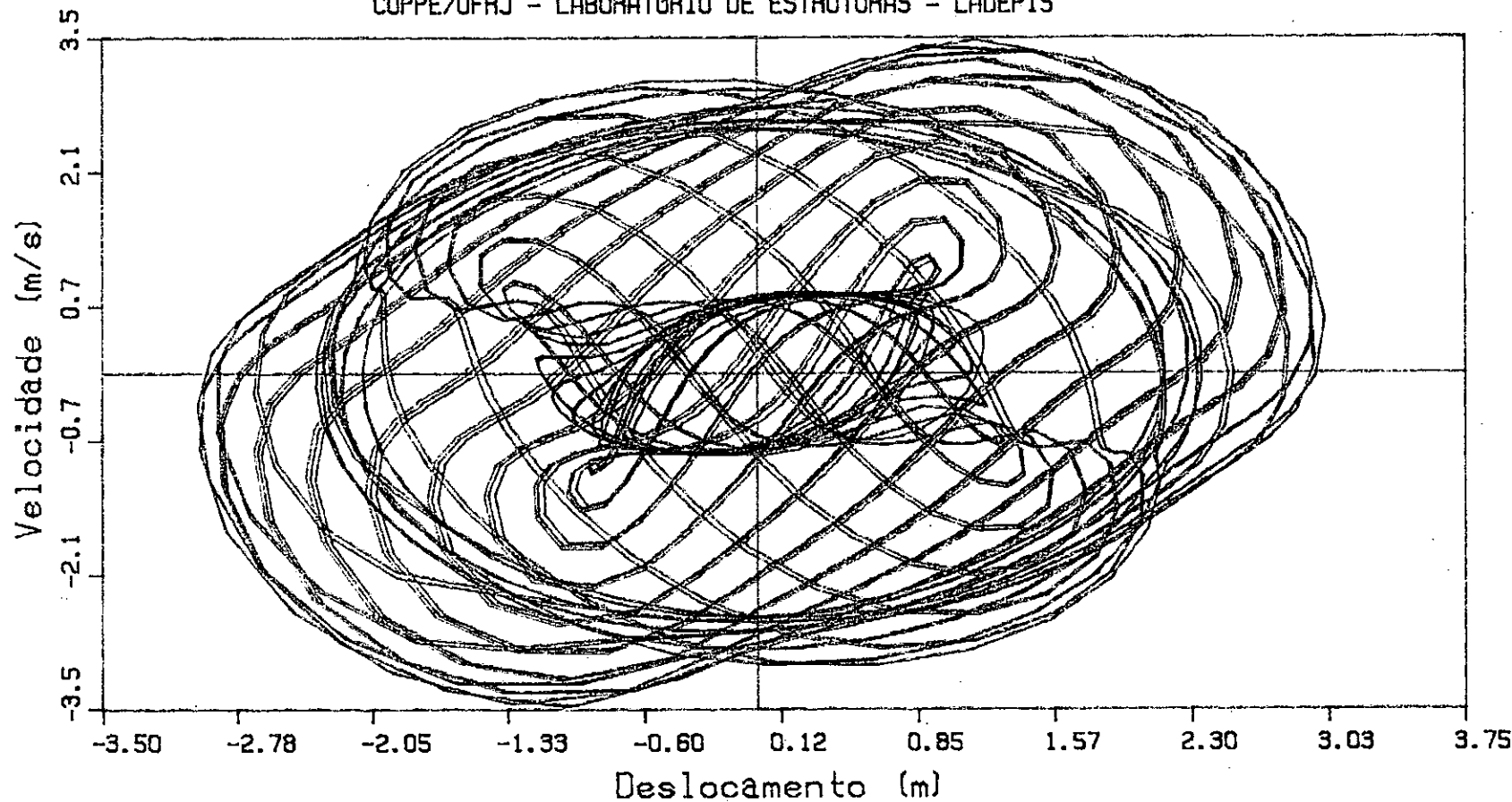


FIGURA VI.10.a- Plano-Fase para - 900 s - CASO III.D
Mar 2, alfa = 1.0, sem corrente

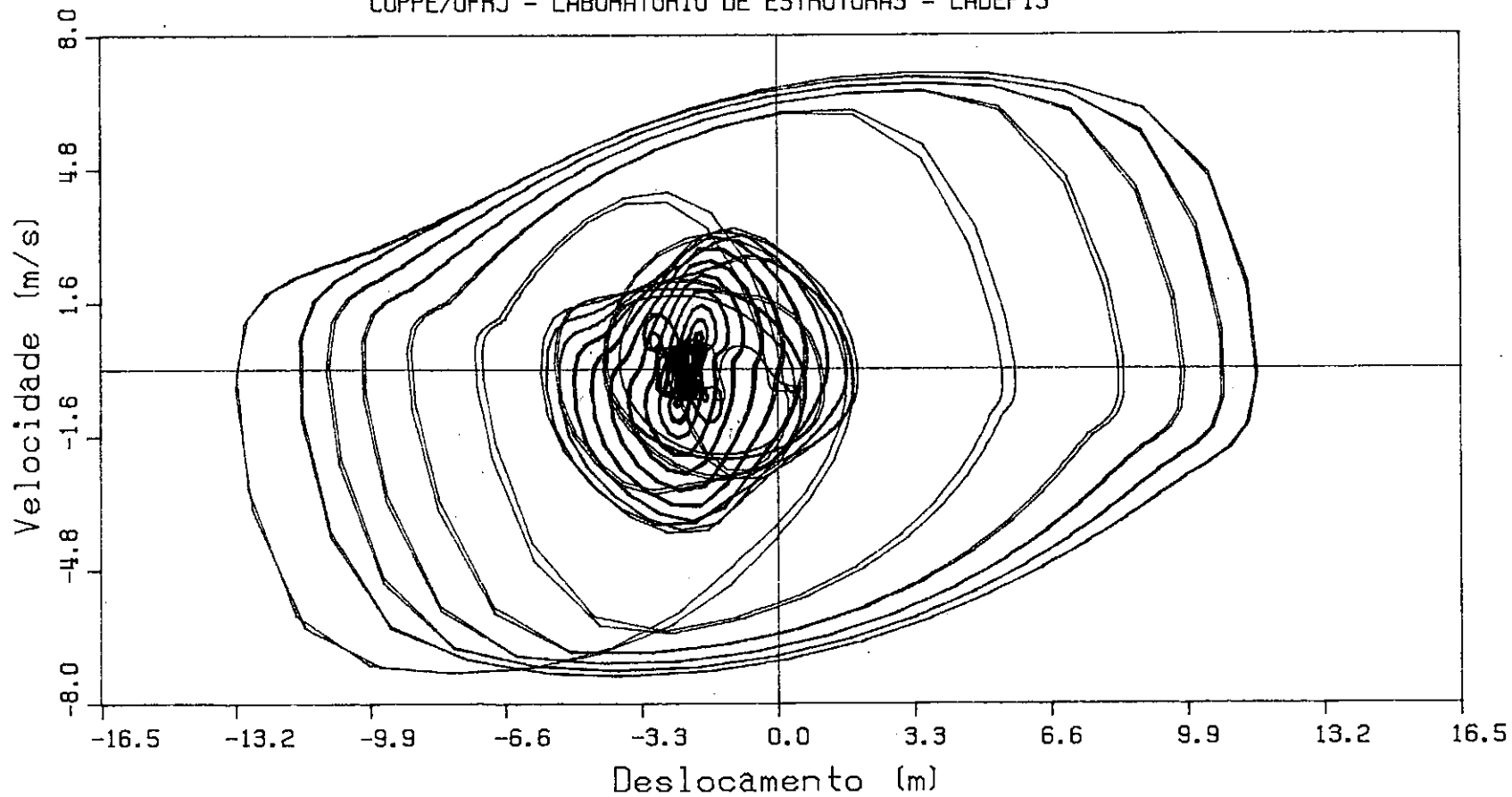


FIGURA VI.10.b- Plano-Fase para - 900 s - CASO III.A
Mar 2, $\alpha = 1.0$, com corrente

VI.5 - Análise do Comportamento sob Ação de Mar 3

As Figs.VI.11.a e VI.11.b mostram, respectivamente, as respostas deslocamento x tempo para o riser sem e com ação de corrente, sob tração Tr .

Notam-se aí, respostas dinâmicas em regimes quase-periódicos, apresentando, como mostrado nos espectros das Figs.VI.12.a e VI.12.b, ressonâncias irregulares (não-múltiplos da frequência de resposta f_R) e regulares (múltiplos das frequências de resposta $f_R \approx f_n$ naturais e múltiplos da frequência de excitação f_0), além de combinações lineares entre essas frequências, i.e. frequências de batimento.

Observa-se que o grau de quase-periodicidade é igual a 4, mostrando que este oscilador tem comportamento bastante complexo.

As trajetórias no plano-fase são ilustradas pelas Figs.VI.13.a e VI.13.b.

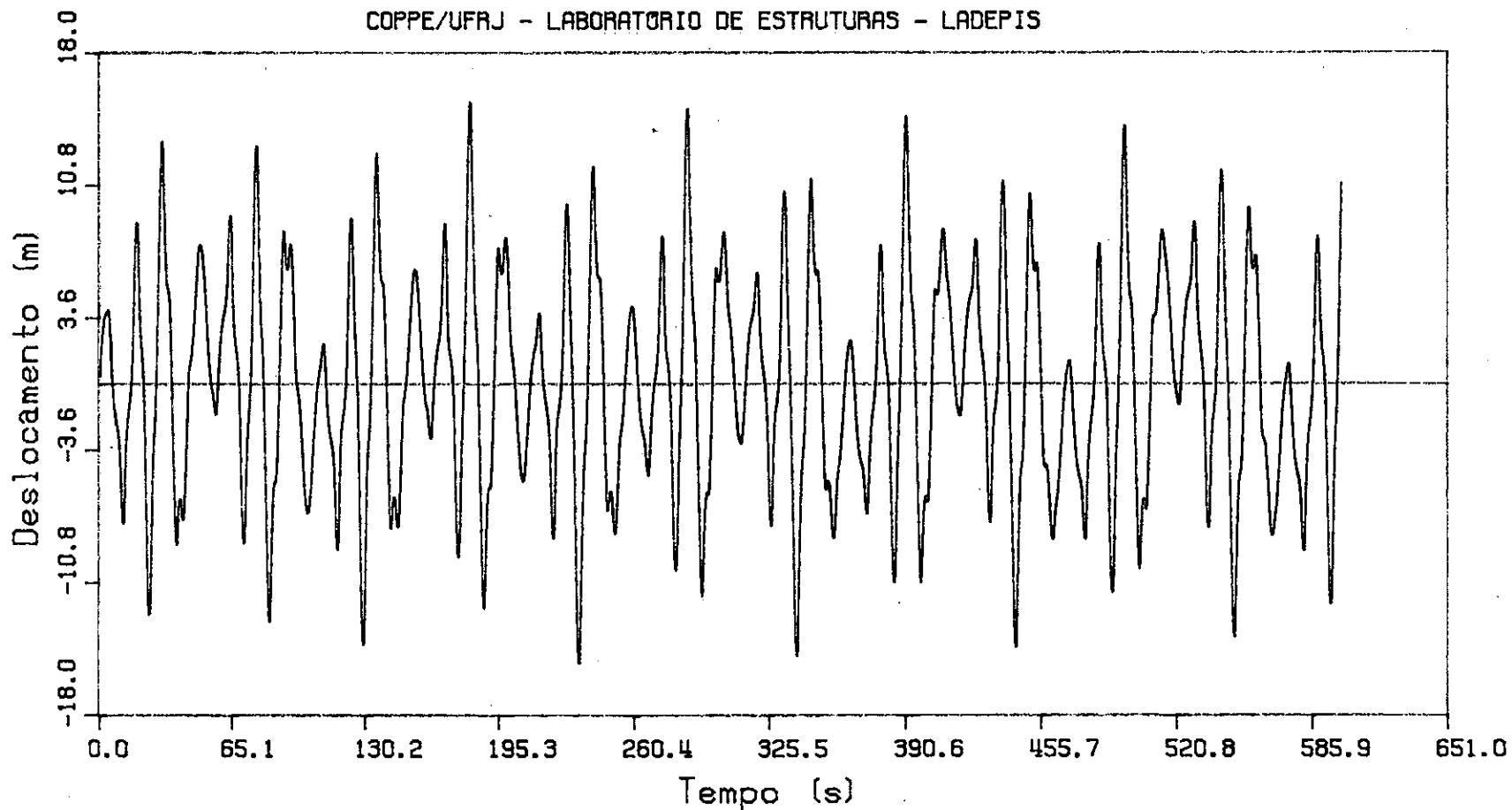


FIGURA VI.11.a- Deslocamento no Tempo - CASO IV.D

Mar 3 , alfa = 1.0, sem corrente

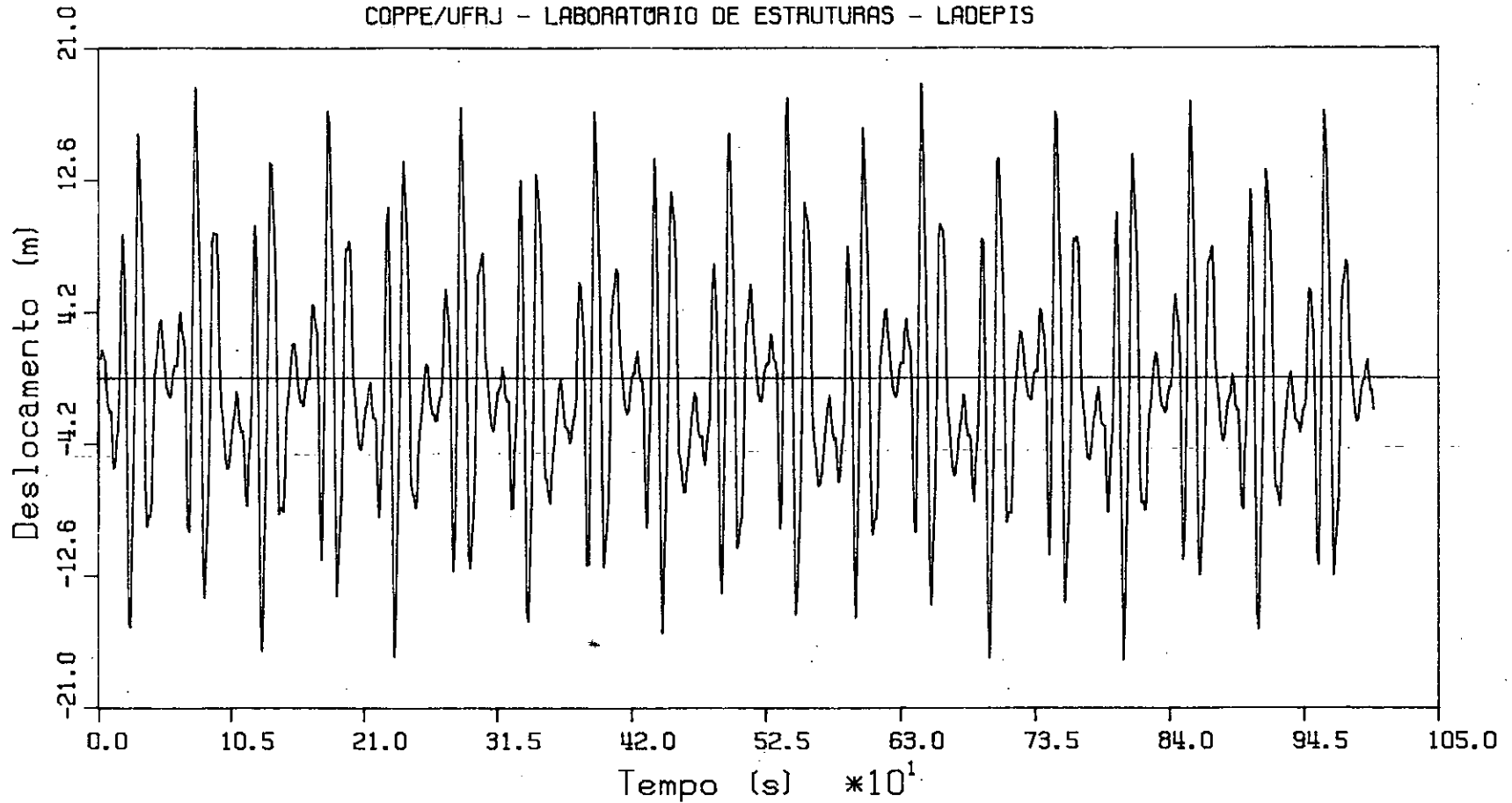


FIGURA VI.11.b - Deslocamento no Tempo - CASO IV.A
Mar 3 , alfa = 1.0, com corrente

COPPE/UFRAJ - LABORATÓRIO DE ESTRUTURAS - LADEPIS

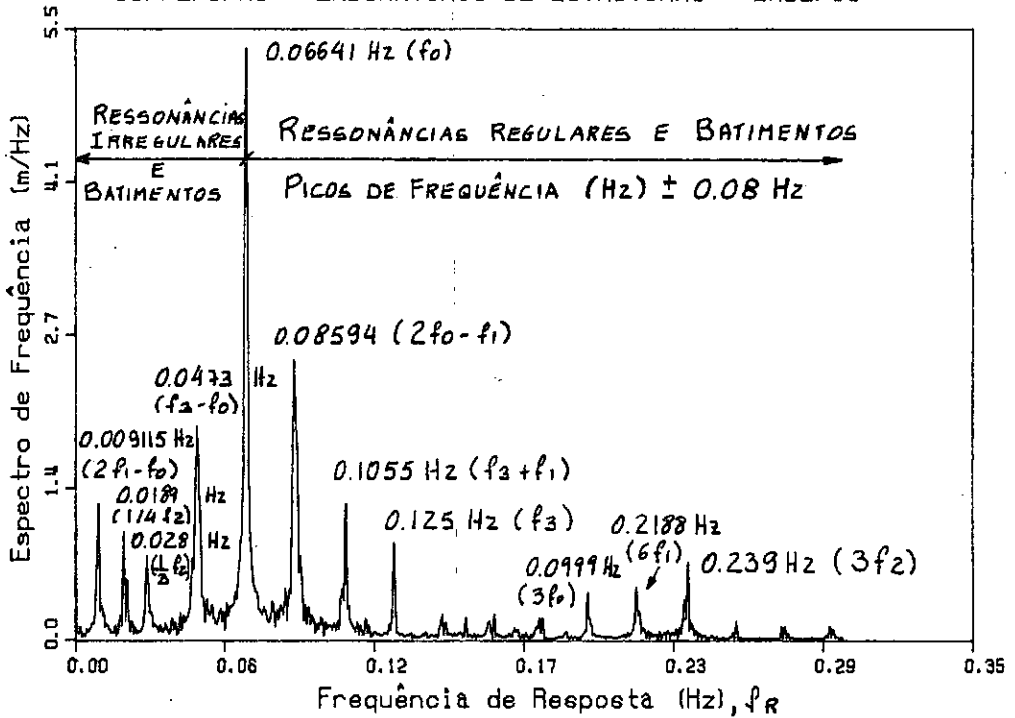


FIGURA VI.12.a - Análise Espectral - CASO IV.A

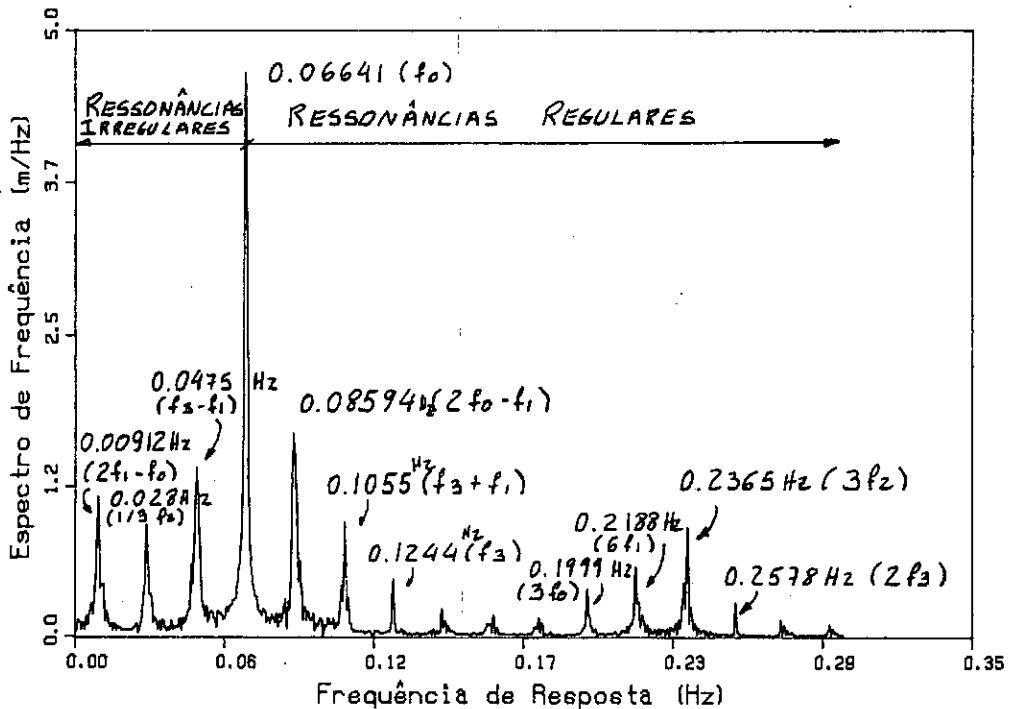


FIGURA VI.12.b - Análise Espectral - CASO IV.D

FIGURA VI.12.a - Análise Espectral - CASO IV.A

Mar 3 - alfa = 1.0, com corrente

FIGURA VI.12.b - Análise Espectral - CASO IV.D

Mar 3 - alfa = 1.0, sem corrente

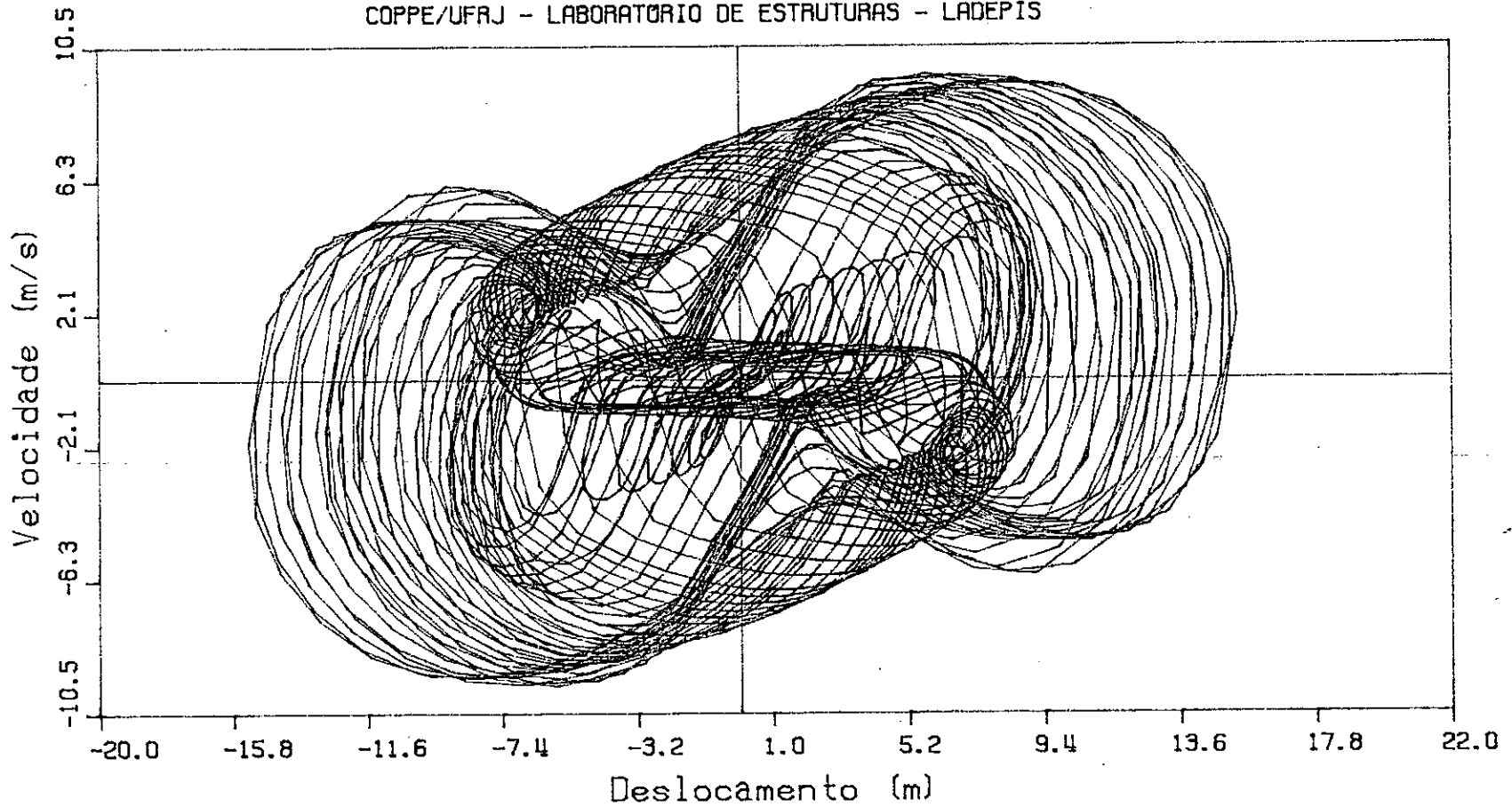


FIGURA VI.13.a- Plano-Fase para - 900 s - CASO IV.D
 Mar 3, alfa = 1.0, sem corrente

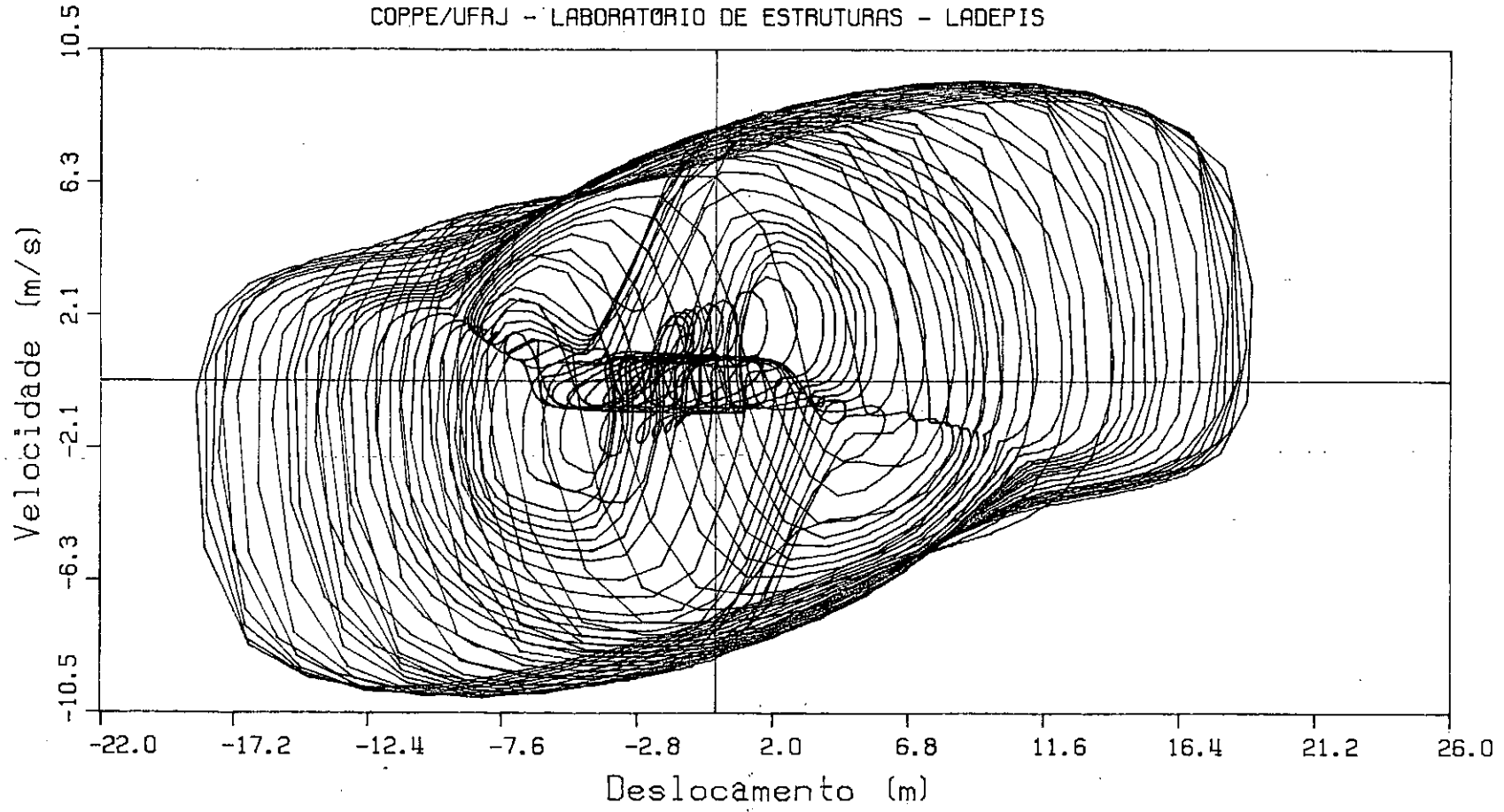


FIGURA VI.13.b- Plano-Fase para - 900 s - CASO IV.A
Mar 3, alfa = 1.0, com corrente

CAPITULO VII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

VII.1 - Conclusões

As principais conclusões obtidas deste trabalho são resumidas a seguir :

a) A modelagem com apenas 3 modos de flexão , mostrou-se adequada para a análise dinâmica de risers rígidos sob ação de grandes ondas regulares e suficiente para a análise sob ação combinada de ondas mais corrente. No entanto, para condições extremas de mar e corrente, esta aproximação é válida para fins práticos, já que, o primeiro modo se torna dominante;

b) As respostas dinâmicas para risers rígidos apresentaram, dependendo das condições de mar :

- Regimes Periódicos, Quase-Periódicos e Caóticos;
- Instabilidades de Hopf, Flip e Catastróficas.

Estas respostas dinâmicas têm importância prática :

- quando ocorre instabilidades com acréscimo súbito de deslocamento e conseqüentemente de tensões no *riser*;
- quando ocorre um acréscimo lento e gradual de amplitude de resposta como na pseudo divergência;
- quando em regime caótico, o *riser* sofrer a ação evolutiva de mar, isto é, variável no tempo; etc.

VII.2 - Sugestões

Em relação ao prosseguimento de outras pesquisas associadas a esse trabalho, fica como sugestão :

- a) um estudo paramétrico com variação das características geométricas e físicas do *riser* e das condições de mar;
- b) a variação de parâmetros de controle do processo dinâmico: amortecimento, relação entre forças elásticas no *riser* e de restauração na TLP;
- c) a análise de *risers* no domínio da frequência, com o objetivo de completar a análise dos problemas de instabilidade estrutural aqui detectados.
- d) a análise de *risers* no domínio da frequência, sob ação de mar aleatório.

BIBLIOGRAFIA

- [1] THOMPSON, J.M.T. and STEWART, H.B., Nonlinear Dynamics and Chaos, John Wiley and Sons, Great Britain, 1988.
- [2] BISHOP, S.R. and VIRGIN, L.N., Complex Dynamics and Chaotic Responses in the Time Domain Simulations of a Floating Structure, Ocean Engineering, Vol. 15, pp 71-90, 1988.
- [3] LOU, J.Y.K. and NOAH, S., Dynamic Behavior of Nonlinear Offshore Systems, in the First Annual Report Offshore Technology Research Center - OTRC, Texas, USA, May, 1989.
- [4] BISHOP, S.R. and VIRGIN, L.N., The Onset of Chaotic Motions of a Moored Semi-Submersible, Proceedings of the Sixth International Offshore Mechanics and arctic Engineering Symposium, Vol. 2, Houston, pp 319-323, 1987.
- [5] KIRK, C.L., and ETOK, E.U., Dynamic and Static Analises of a Marine Riser, Offshore Structures Group, Cranfield Institute of Technology, Cranfield, Belford, MK430AI, UK, 1987.
- [6] SANTOS, A.B.dos, Comportamento Estrutural de Risers de Perfuração, Relatório Interno, Petrobrás, CENPES, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.

- [7] O conceito de Barreira de Segurança e sua confiabilidade em um poço de Petróleo, Boletim Técnico, Petrobrás, Rio de Janeiro, 1989.
- [8] ANDRADE, R.F.M.de, Análise da Resposta Dinâmica de um Modelo em Escala Reduzida de Plataforma Offshore, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
- [9] Especificações Técnicas de Dados Meteo-Oceanográficos, CENPES/SUPEN, Petrobrás, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.
- [10] ELLWANGER, G.B., Alguns aspectos da Análise e do Projeto de Plataformas Marítimas, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.
- [11] YOUNG, R.D., FOWLER, J.R., FISHER, E.A. and LUKE, R.R., Dynamic Analysis as an Aid to the Design of a Marine Risers, Journal of Pressure Vessel Technology, Transactions of the ASME, vol. 100, May, 1978.
- [12] AZPIAZU, W., Design Criteria for Heave Compensator Equipment, CE Vetco Offshore inc., 1983.
- [13] API, (American Petroleum Institute), Recommended Practice for Design and Operation of Marine Drilling Risers Systems, RP-2Q, 1982.
- [14] MINKENBERG, H.L., and GIE, T.S., "Will the Regular Wave Concept Yield Meaningful Motion Predictions for Offshore Structures?", Offshore Technology Conference,

Houston, 1974.

- [15] MORISON, J.R., JONHSON, J.W., O'BRIEN, M.P., and SCHAFF, S.S., The Force Exerted by Surface and Waves on Piles, Petrol. Trans. AIME, 1950.
- [16] SARPKEYA, T., and ISAACSON, M., Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures, Van Nostrand Reinhold Company, 1981.
- [17] CARVALHO, E.M.L., e BATISTA, R.C., Respostas Dinâmicas de Risers Rígidos, COPPE/UFRJ, 1991.
- [18] FARIAS, F.M., Risers de Perfuração, Seminário de D.Sc., COPPE/UFRJ, 1983.
- [19] BLEVINS, R.D., Flow-Induced Vibration, Van Nostrand Reinhold Company, 1977.
- [20] BROWN, D., and BARTLE, M., The Cause and Cure of Vibration-Induced Failure of Drill Casing in Hight Tidal Currents, England, 1982.
- [21] CARVALHO, E.M.L., Um Modelo Teórico Simplificado para Análise do Comportamento Dinâmico de um "Riser" Rígido, Seminário D.Sc., COPPE/UFRJ, 1987.
- [22] DYN, C.L., SHAMES, J.H., Solid Mechanics, McGraw Hill, 1973.

- [23] CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J., Dynamics of Structures, McGraw Hill, 1975.
- [24] CARNAHAM, B., LUTHER, H.A. and WILKES, J.D., Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc., 1969.
- [25] TIMOSHENKO, J.M.G., Mechanics of Materials, D. Van Nostrand Company, London, 1972.
- [26] MARSH, G.L., DENISON, E.B., and PEKERA, S.I., Marine Riser System for 7500-ft Water Depth, Shell Offshore Inc., Houston, Texas, 1984.
- [27] MEIROVITCH, L., Elements of Vibration Analysis, McGraw Hill Kogakusha. LTD, 1975.
- [28] ROARK, R.J., Formulas for Stress and Strain, Mc Graw Hill, Book Company, Inc., London, 1954.