ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA TAXA DE AMORTECIMENTO NA MODELAGEM REDUZIDA VIA TEORIA DA SEMELHANÇA

Maria Lúcia Machado Duarte

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Ney Roitman, D.Sc.
(Presidente)

Prof. Ronaldo Carvalho Batista, Ph.D.

Prof. João Luis Pascal Roehl, Ph.D

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 1990

DUARTE, MARIA LÚCIA MACHADO

Estudo da influência da taxa de amortecimento na modelagem reduzida via Teoria da Semelhança (Rio de Janeiro) 1990.

xii, 178 p. 29.7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc, Engenharia Civil, 1990)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Teoria da Semelhança 2. Análise Experimental

3. Amortecimento 4. Estruturas

I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

Dedico este trabalho:

Aos meus pais e meus irmãos, pelo apoio e incentivo.

À Sidney , pelo carinho e compreensão.

AGRADECIMENTO

Ao Ney, pela valiosa orientação e amizade demonstrada durante todos os momentos deste trabalho.

À Carlos Magluta, pelo apoio à orientação e pela atenção dispensada à elaboração desta pesquisa.

Ao Ronaldo, pela contribuição e amizade demonstrados durante este trabalho.

A Seu João Pinto, Vicente e Anísio, pela elaboração dos modelos e protótipos e pela amizade demonstrada.

À Seu Avelino (Laboratório de Soldagem - Escola de Metalurgia/UFRJ), pela valiosa contribuição do seu trabalho.

Aos demais professores e técnicos do Laboratório de Estruturas que participaram, como amigos ou tecnicamente, deste trabalho: Dudu, Dadinho, Nagato, Paulo Chaves, Lídia, Ibrahim, Eliane, Flávio Sarquis, Zé Carlos, Santiago, Oswaldo, Zé Maria e Lisa.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

Aos colegas e amigos da T14, pela amizade e incentivo demonstrados.

Aos amigos, Marcílio, Rafael Ochoa, Assis, Paulinho, Zacarias, Bogarin, por todo o apoio e amizade.

À Gray, pela força e incentivo final deste trabalho.

Resumo da tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc)

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DA TAXA DE AMORTECIMENTO NA MODELAGEM REDUZIDA VIA TEORIA DA SEMELHANCA

Maria Lúcia Machado Duarte

Outubro de 1990

Orientador: Ney Roitman
Programa: Engenharia Civil

Dois tipos de estruturas, diferenciadas pelo número de juntas internas, foram confeccionadas em laboratório e à partir destes protótipos foram projetados e construídos modelos reduzidos de acordo com a Teoria da Semelhança. Estes modelos foram confeccionados com diversos materiais e em distintas escalas geométricas.

Estas variações do tipo de material e de geometria nos modelos, foram realizadas para verificar as suas influências no parâmetro adimensional: taxa de amortecimento.

Observa-se que, para as estruturas estudadas, a taxa de amortecimento depende fortemente do material empregado na sua confecção, sendo praticamente independente da geometria ou número de juntas. É bom ressaltar entretanto, que as estruturas ensaiadas possuem comportamento linear e devido às pequenas amplitudes de deslocamento, nenhuma preocupação houve em realizar um controle do nível de tensões nas juntas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc)

STUDY OF THE INFLUENCE OF DAMPING FACTORS IN THE REDUCED SCALE MODELS, BY SIMILITUDE CONDITIONS

Maria Lúcia Machado Duarte

October 1990

Thesis Supervisor: Ney Roitman
Department: Civil Engineering

Two types of structures were fabricated in laboratory, and for these prototypes, reduced scale models were designed and constructed according to the structural elastic similitude conditions. These models were fabricated with different materials and geometric scales, and the number of joints in these two types of structures were modified.

These variations in the models were imposed so as to verify their influence on the non-dimensional parameter: damping factors.

It was observed that for the studied structures, the damping factors depend strongly on the material used in their fabrication. It is good to notice however, that all the tested structures have linear behaviour and no attempt was made to control the stress level in the joints.

ÍNDICE

Capítulo I) Introdução..... 1

I.1) Considerações gerais..... 1

I.2) Histórico..... 2

I.3) Escopo do trabalho..... 4

Capítulo II) Definição do protótipo e dos modelos simplificados..... 6

II.1) Descrição do protótipo..... 6

II.2) Definição, projeto e construção dos modelos.. 10

II.2.1) Definição dos modelos..... 10

II.2.2) Projeto dos modelos..... 12

II.2.2.1) Parâmetros adimensionais..... 12

II.2.2.2) Fatores de escala..... 15

II.2.3) Construção dos modelos..... 21

Capítulo III) Definição do protótipo e dos modelos reduzidos do tipo pórtico..... 25

III.1) Descrição do protótipo..... 25

III.2) Definição, projeto e construção dos modelos. 30

III.2.1) Definição dos modelos..... 30

III.2.2) Projeto dos modelos..... 30

III.2.3) Construção dos modelos..... 33

Capítulo IV) Ajuste dos modelos..... 40

IV.1) Introdução..... 40

IV.2) Descrição dos ensaios para determinação das frequências naturais..... 40

IV.3) Ajuste dos modelos das estruturas simplificadas..... 44
IV.3.1) Frequências naturais teóricas e experimentais do protótipo..... 44
IV.3.2) Ajuste das frequências naturais dos modelos..... 48
IV.4) Ajuste dos modelos das estruturas aporticadas..... 56
IV.4.1) Frequências naturais teóricas e experimentais do protótipo..... 57
IV.4.2) Ajuste das frequências naturais dos modelos..... 59

Capítulo V) Determinação experimental da taxa de amortecimento associada ao 1º modo de vibração..... 71
V.1) Descrição do ensaio..... 71
V.2) Técnica adotada..... 74
V.3) Resultados de amortecimento..... 76
V.3.1) Estruturas simplificadas..... 76
V.3.2) Estruturas aporticadas..... 80

Capítulo VI) Determinação das frequências naturais e das taxas de amortecimento modais..... 85
VI.1) Descrição da instrumentação utilizada e da técnica adotada..... 85
VI.1.1) Instrumentação utilizada..... 86
VI.1.2) Sistema para controle dos ensaios e aquisição dos dados..... 92

VI.2) Determinação das frequências naturais e taxas de amortecimento modais..... 95

VI.2.1) Estruturas simplificadas..... 95

VI.2.2) Estruturas aporticadas.....123

Capítulo VII) Análise de resultados.....142

VII.1) Sumário das taxas de amortecimento encontradas.....142

VII.2) Verificação final sobre a influência do número de juntas na taxa de amortecimento...146

VII.3) Verificação da influência da relação rigidez/massa.....154

VII.4) Análise da influência da não obediência do parâmetro adimensional taxa de amortecimento na modelagem reduzida, via Teoria da Semelhança.....161

Capítulo VIII) Conclusões.....165

Referências Bibliograficas.....168

Anexo I) Teoria básica para cálculo de parâmetros modais através do método do círculo ajustado.....172

NOMENCLATURA

LETRAS MAIÚSCULAS

A = área da seção transversal

A = amplitude de resposta

A_C = amplitude de resposta do modelo correto

A_D = amplitude de resposta do modelo distorcido

D_C = fator de amplificação dinâmico do modelo correto

D_D = fator de amplificação dinâmico do modelo distorcido

E = módulo de elasticidade

F = força

I = momento de inércia da seção transversal

Im = Imaginário

K_A = escala das áreas

K_d = escala das espessuras de parede

K_E = escala dos módulos de elasticidade

K_{EI} = escala da rigidez flexional

K_F = escala das forças

K_f = escala das frequências

K_g = escala da aceleração da gravidade

K_I = escala dos momentos de inércia

K_L = escala geométrica

K_m = escala das massas

K_T = escala dos tempos

K_ρ = escala das massas específicas

L = comprimento

M = massa

Re = Real

T = período

LETRAS MINÚSCULAS

c = amortecimento

d = espessura da parede

f = força

f_{exp} = frequência natural experimental

f_i = frequência natural do modo "i"

f_{prot} = frequência natural do protótipo

$f_{T.S}$ = frequência natural do modelo segundo a Teoria da Semelhança

$f(t)$ = resposta no tempo

g = aceleração da gravidade

k = rigidez

m = massa

$\overline{m}$ = massa por unidade de comprimento

r = coeficiente de correlação

rBjk = distância entre o ponto diametralmente oposto à frequência natural e a origem dos eixos

t = tempo

x = deslocamento

$\dot{x}$ = velocidade

$\ddot{x}$ = aceleração

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

$\alpha(\omega)$ = receptância

β = razão de frequências

ϕ_{ext} = diâmetro externo

θ = ângulo de fase entre a excitação e a resposta

θ_a = ângulo radial marcado à partir da frequência natural até um determinado ponto posterior à esta.

θ_b = ângulo radial marcado à partir da frequência natural até um determinado ponto anterior à esta.

ρ = massa específica

ρ_{alc} = massa específica alcançada

ρ_{final} = massa específica final

$\rho_{T.S}$ = massa específica segundo a Teoria da Semelhança

ξ = taxa de amortecimento

ξ_C = taxa de amortecimento dos modelos corretos

ξ_D = taxa de amortecimento dos modelos distorcidos

ω = frequência natural circular

ω_a = frequência posterior à frequência natural

ω_b = frequência anterior à frequência natural

ω_d = frequência natural de vibração amortecida

ω_C = frequência natural amortecida dos modelos corretos

ω_D = frequência natural amortecida dos modelos distorcidos

ω_o = frequência natural

$\bar{\omega}$ = frequência de excitação medida na vizinhança de cada frequência natural ω_D

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$A(\omega)$ = inertância

$\Upsilon(\omega)$ = mobilidade

$|\Upsilon(\omega)|$ = módulo da mobilidade

CAPÍTULO I
INTRODUÇÃO

I.1) CONSIDERAÇÕES GERAIS

O amortecimento de sistemas estruturais tem sido alvo de investigação dos cientistas há bastante tempo. Muito pouco se conhece sobre amortecimento estrutural até hoje, e deste modo, estudos mais detalhados a seu respeito são de grande interesse para melhor entendimento do assunto.

Para se estudar este parâmetro, a investigação experimental de modelos e protótipos, realizada em laboratórios, além de ser sensivelmente menos dispendiosa, tem a vantagem de poder isolar, ou pelo menos, pré-fixar os fatores de interesse na análise realizada.

O objetivo deste trabalho é verificar, através do uso de modelos e protótipos ensaiados em laboratório, a influência da taxa de amortecimento na modelagem reduzida de estruturas segundo a Teoria da Semelhança. Para isto foram adotados dois tipos de estruturas diferentes. O primeiro tipo de estrutura projetada, que se convencionou chamar de simplificada, foi uma estrutura composta com o menor número de soldas possível e com condições de contorno bem definidas, de forma que se pudesse verificar neste caso a influência do material na taxa de amortecimento. Estas estruturas foram modeladas em diversas escalas geométricas e com alguns tipos de materiais, para se observar a influência destes parâmetros na taxa de amortecimento. Posteriormente foram projetadas estruturas com diversas juntas, que se convencionou chamar de aporticadas, que

surgiram da necessidade de se verificar a influência localizada de juntas sobre as taxas de amortecimento deste tipo de estrutura. Posterior comparação das taxas de amortecimento obtidas experimentalmente para este último caso com as obtidas para a estrutura simplificada poderiam indicar possíveis alterações nos valores das taxas de amortecimento em função da concentração de tensões que ocorre próximo às juntas.

Procurou-se executar um tipo de apoio nestas estruturas que fosse o mais engastado possível, de forma que o amortecimento de Coulomb, proveniente dos apoios, fosse bastante reduzido.

Nestes estudos realizados, não foram controlados os deslocamentos impostos e o nível de tensões encontrados. Este tipo de controle poderá ser objeto de estudos posteriores.

I.2) HISTÓRICO

A bibliografia que foi encontrada sobre este assunto, trata-se de uma coletânea de trabalhos apresentados no colóquio sobre amortecimento estrutural do encontro anual da ASME realizado em Atlântic City em 1959 [1]. Apesar de ser uma bibliografia bastante antiga, apresenta vários estudos de interesse sobre amortecimento.

No primeiro deles [2], o amortecimento é definido e os vários tipos de materiais e sistemas mecânicos são identificados e classificados. As partes componentes do sistema e a configuração de amortecimento são analisadas considerando certos mecanismos de amortecimento estrutural

que são de interesse particular. Os vários tipos de materiais em vários regimes de testes são esclarecidos. Valores representativos para o amortecimento de vários tipos de materiais e os fatores envolvidos em suas interpretações em engenharia são apresentados.

Um outro estudo apresentado é sobre a dissipação de energia de vibração em juntas de apoio estrutural [3]. Uma teoria simplificada é apresentada na qual é mostrado que se os parâmetros de projeto estrutural são devidamente otimizados, a dissipação de energia nos suportes de um painel pode, em certos casos, exceder ao amortecimento inerente ao material em algumas ordens de grandeza. Os resultados de testes preliminares são também discutidos.

Outro estudo de interesse apresentado é sobre as técnicas de medição de amortecimento [4]. Neste estudo são apresentados os detalhes dos métodos do decremento logarítmico, da meia-potência e do ângulo de fase. O autor conclui que a forma mais simples de se medir a taxa de amortecimento é através do decremento logarítmico, e que se esta técnica for utilizada cuidadosamente, seus resultados se tornam bastante confiáveis.

No presente estudo, utilizou-se o decremento logarítmico para se determinar a taxa de amortecimento do 1^{o} modo de vibração. A meia-potência é um caso particular do método do círculo ajustado utilizado nos ensaios de vibrações forçada. O ângulo de fase é um método que não demonstrou apresentar bons resultados.

I.3) ESCOPO DO TRABALHO

O presente trabalho apresenta os resultados de ensaios experimentais de duas concepções estruturais diferentes, ressaltando-se aqueles obtidos para a taxa de amortecimento, que é o objetivo desta pesquisa.

Os passos adotados até se alcançar o objetivo final, são descritos nos diversos capítulos que se seguem.

O capítulo II apresenta a descrição, projeto e construção do protótipo e dos modelos das estruturas que convencionou-se chamar de simplificada, sendo que no projeto dos modelos, mostra-se o desenvolvimento da Teoria da Semelhança para estruturas vibrando no ar. Através da investigação das condições de semelhança que devem ser obedecidas para satisfazer aos diversos parâmetros adimensionais é que se procede ao projeto e posterior construção dos mesmos.

O capítulo III é semelhante ao anterior, porém agora para as estruturas que convencionou-se chamar de aporticadas.

O capítulo IV apresenta o ajuste das frequências naturais realizado nos dois tipos de estruturas para que os modelos estudados ficassem de acordo com a Teoria da Semelhança. Este ajuste foi feito à partir de resultados experimentais obtidos para o protótipo, obedecendo-se o fator de escala das frequências. É apresentado também neste capítulo uma comparação entre as frequências naturais obtidas teoricamente e experimentalmente para os protótipos e os modelos reduzidos.

O capítulo V apresenta os resultados alcançados para a

taxa de amortecimento para o 1º modo de vibração, obtidos para os dois tipos de estruturas ensaiadas através de ensaios de vibrações livres. Estes resultados foram calculados utilizando-se o método do decremento logarítmico.

O capítulo VI apresenta os resultados obtidos para as taxas de amortecimento modais obtidos através de ensaios de vibração forçada com excitação senoidal. Estes resultados foram calculados utilizando-se na técnica da análise modal, o método do círculo ajustado. Isto foi feito para os dois tipos de estruturas em estudo, sendo que, para elas também foram apresentados os valores das frequências naturais obtidas por esta técnica.

O capítulo VII apresenta a análise dos resultados obtidos para os dois tipos de estruturas, comparando-se também os resultados obtidos entre elas. Neste capítulo apresentam-se dois outros ensaios realizados, de forma a se chegar a uma conclusão mais concreta sobre os resultados apresentados.

Finalmente, o capítulo VIII apresenta as principais conclusões deste trabalho.

No anexo I apresenta-se a teoria básica para o cálculo dos parâmetros modais através do método do círculo ajustado.

CAPÍTULO II

DEFINIÇÃO DO PROTÓTIPO E DOS MODELOS SIMPLIFICADOS

II.1) DESCRIÇÃO DO PROTÓTIPO

O protótipo simplificado, conforme explicado no item I.1 deste trabalho, é uma estrutura com o menor número de soldas possível e com condições de contorno bem definidas. Pensou-se inicialmente na execução de uma barra engastada-livre. Porém devido à dificuldade de serem confeccionadas peças para fixação de uma única barra vertical à placa de reação do Laboratório de Estruturas do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ,optou-se por um protótipo composto de dois tubos metálicos, soldados entre si, em forma de um "T" invertido . A figura II.1 mostra uma vista frontal desta estrutura indicando as suas principais características geométricas e alguns detalhes de como este protótipo é fixado à placa de reação. A foto II.1 mostra uma vista geral desta estrutura e as fotos II.2 e II.3 apresentam detalhes de seu apoio.

As principais características geométricas e mecânicas do protótipo podem ser vistas na Tabela II.1, onde:

L - comprimento do tubo

ϕ_{ext} - diâmetro externo do tubo

d - espessura da parede do tubo

A - Área da seção tranversal do tubo

I - Momento de inércia da seção transversal do tubo

E - Módulo de elasticidade do material

ρ - Massa específica do material

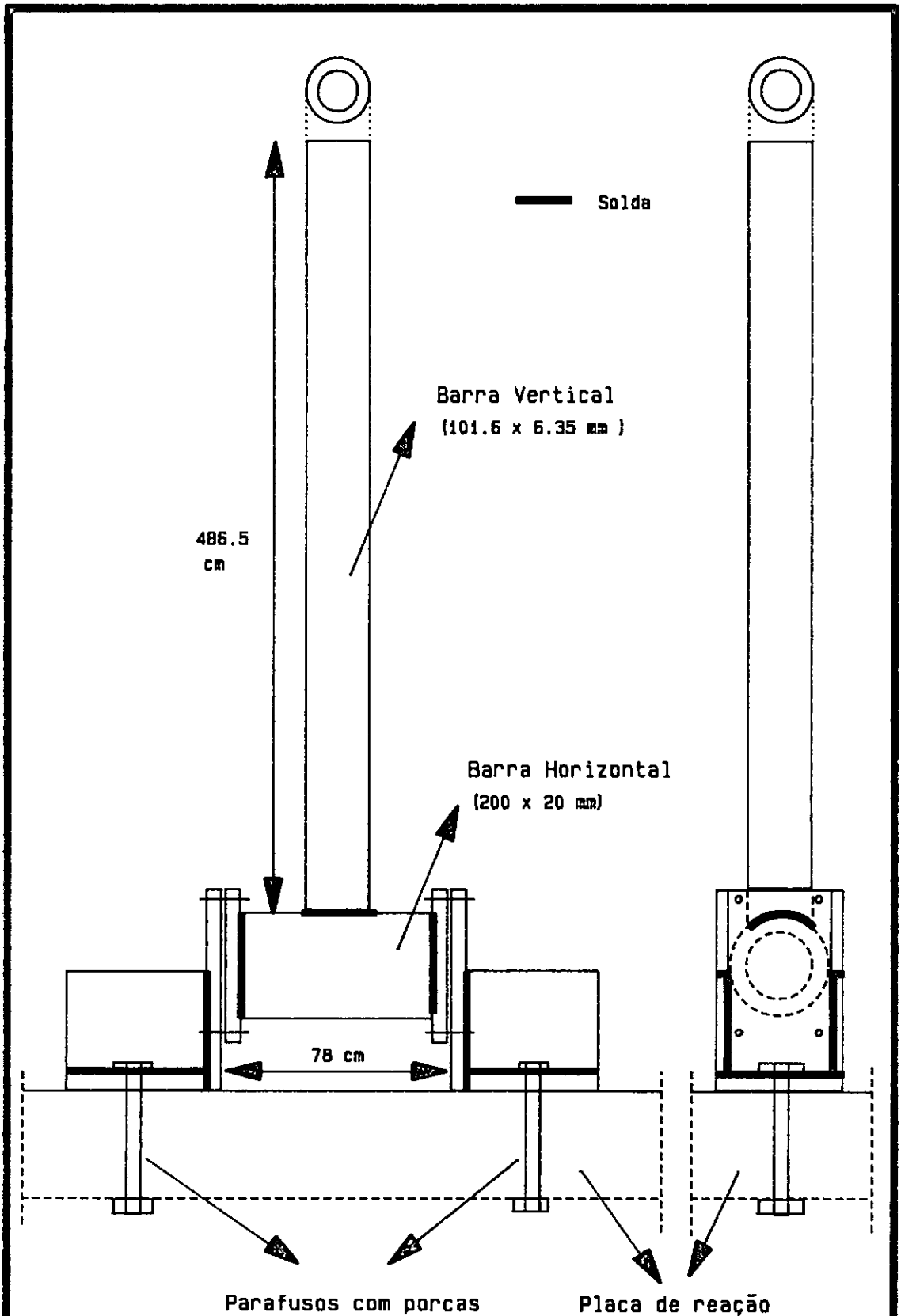
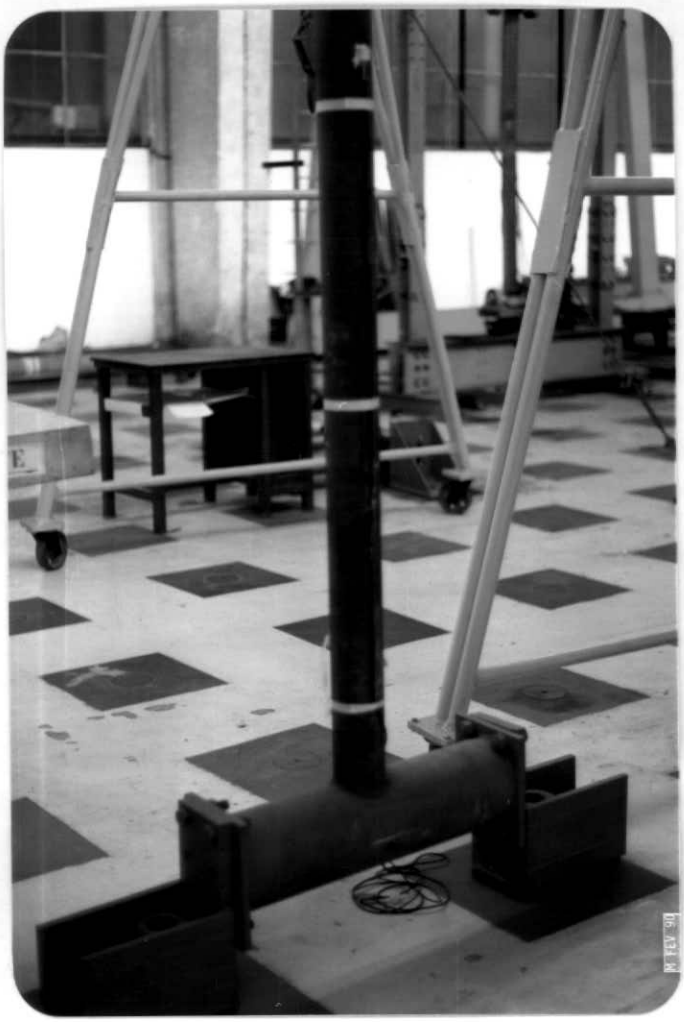


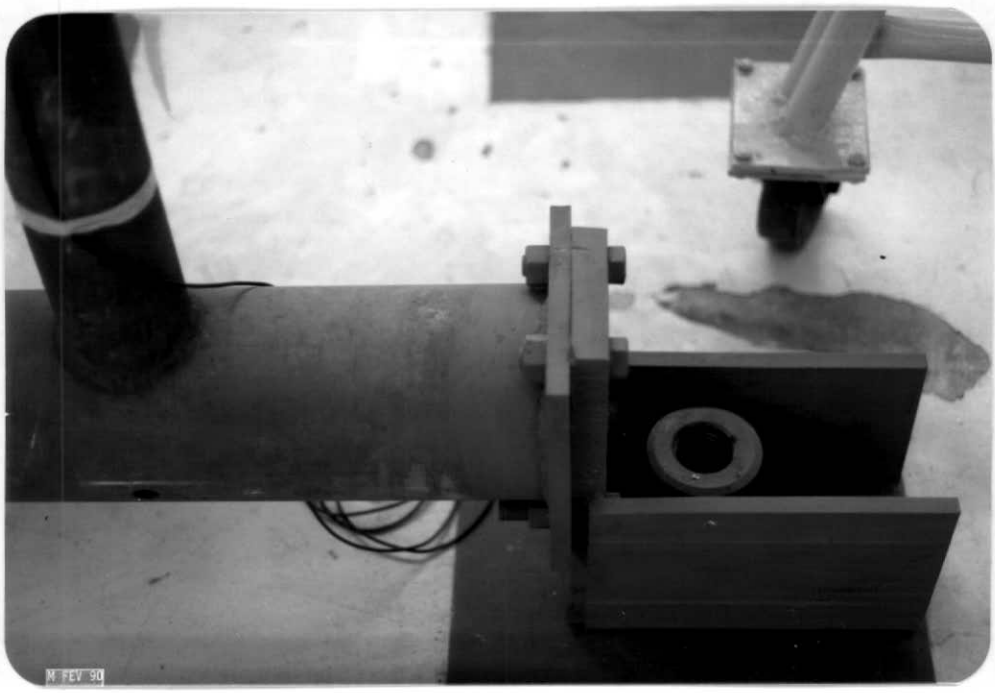
FIGURA II.1 - Características geométricas do protótipo

FOTO II.1 - Vista geral do protótipo



II.2

II.3



FOTOS II.2 e II.3 - Detalhes dos apoios do protótipo da estrutura simplificada

Tabela II.1 - Características geométricas e mecânicas do protótipo simplificado

Características			BARRA VERTICAL	BARRA HORIZONTAL
	Geométricas	L (cm)	486.5	78
		ϕ_{ext} (mm)	101.6	200
		d (mm_2)	6.35	20
		A (mm^2)	1900.15	11309.73
		I (mm^4)	2164E+3	46370E+3
	Mec.	E (GPa)	210	210
		ρ (g/cm^3)	7.86	7.86

II.2) DEFINIÇÃO, PROJETO E CONSTRUÇÃO DOS MODELOS

II.2.1) DEFINIÇÃO DOS MODELOS

Como o objetivo da pesquisa visa a determinação da influência dos materiais na modelagem reduzida de estruturas no que concerne ao parâmetro adimensional taxa de amortecimento, optou-se por se confeccionar inicialmente quatro modelos, sendo dois em escalas iguais e materiais distintos e dois em escalas diferentes e mesmo material. Os materiais e escalas escolhidos foram os seguintes: dois em alumínio e dois em PVC, nas escalas 1/3 e 1/5 de cada material.

Após a realização dos ensaios de vibração livre destes primeiros modelos (ver capítulo V, item V.3.1) verificou-se que as taxas de amortecimento associadas ao 1^{o} modo de flexão assumiram valores distintos para os modelos em metal e em plástico, sendo que para os modelos construídos em escalas diferentes de um mesmo material pequena foi a variação deste parâmetro. Resolveu-se então, para se confirmar esta observação preliminar, confeccionar-se outros modelos em plásticos e metais diferentes daqueles

construídos inicialmente.

O novo metal escolhido foi o aço inox. Foram confeccionados modelos reduzidos nas mesmas escalas que haviam sido confeccionados os de alumínio, a fim de se confirmar a observação inicial de que a taxa de amortecimento para modelos construídos com materiais de mesma natureza (metais, plásticos, etc) independem da escala adotada.

No entanto, quando se foi decidir por outro plástico, e devido à facilidade de já se ter material existente no laboratório, optou-se por confeccionar modelos em ABS. Porém, por causa disto, não foi possível permanecer com as mesmas escalas que estavam sendo utilizadas anteriormente pois o maior comprimento do tubo de ABS disponível no laboratório era de 75 cm e não era desejável emenda na barra vertical da estrutura. Foi necessária então uma redução maior na escala geométrica para a estrutura neste material (escala 1/10). Isto resultou na confecção de uma terceira estrutura em PVC, nesta mesma escala, para que se pudesse comparar os resultados com os de ABS (mesma natureza e mesma escala).

Finalmente, foram construídos os modelos nas seguintes escalas e materiais:

Escala 1/3: - Alumínio
- Aço Inox
- PVC

Escala 1/5: - Alumínio
- Aço Inox
- PVC

Escala 1/10: - ABS

- PVC

II.2.2) PROJETO DOS MODELOS

II.2.2.1) PARÂMETROS ADIMENSIONAIS

O projeto dos modelos reduzidos definidos na seção anterior, foi realizado de acordo com a Teoria da Semelhança.

Apresenta-se a seguir, em detalhes, a marcha para obtenção dos parâmetros adimensionais envolvidos nesse problema dinâmico.

As grandezas físicas envolvidas no problema dinâmico de uma estrutura vibrando no ar são as seguintes:

L - Dimensão característica: por exemplo, comprimento da estrutura, dimensões geométricas, etc.

E - Módulo de elasticidade do material.

ρ - Massa específica do material.

g - Aceleração da gravidade.

T - Tempo: por exemplo, período natural de oscilação.

F - Força: por exemplo, peso da estrutura, força de excitação, etc.

As unidades fundamentais envolvidas são:

L - Comprimento

M - Massa

T - Tempo

A matriz dimensional resultante é:

	L	E	ρ	g	T	F
L	+1	-1	-3	+1	0	+1
M	0	+1	+1	0	0	+1
T	0	-2	0	-2	+1	-2
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6

(II.1)

onde os expoentes das unidades fundamentais que aparecem na definição das grandezas físicas e os α_i constituem respectivamente os coeficientes e as variáveis nos sistemas de equações para a determinação dos parâmetros adimensionais.

O posto da matriz dimensional é r=3 e o número de grandezas físicas é n=6. Assim, o número de parâmetros adimensionais é n-r=3.

De (II.1) tem-se que:

$$\begin{aligned} &\alpha_1 - \alpha_2 - 3\alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_6 = 0 \\ &\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_6 = 0 \\ &-2\alpha_2 - 2\alpha_4 + \alpha_5 - 2\alpha_6 = 0 \end{aligned} \qquad \text{(II.2)}$$

e os três sistemas de equações que determinam os parâmetros adimensionais são obtidos, fazendo-se em (II.2):

a) $\alpha_4 = 1$, $\alpha_5 = \alpha_6 = 0$

$$\begin{aligned} &\alpha_1 - \alpha_2 - 3\alpha_3 + 1 = 0 \\ &\alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ &-2\alpha_2 - 2 = 0 \end{aligned}$$

resultando em:

$\alpha_2 = -1$, $\alpha_3 = 1$ e $\alpha_1 = 1$

$$\pi_1 = \frac{L\,\rho\,g}{E} \qquad \text{(II.3)}$$

b) $\alpha_5 = 1$, $\alpha_4 = \alpha_6 = 0$

$$\alpha_1 - \alpha_2 - 3\alpha_3 = 0$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 = 0$$

$$-2\alpha_2 + 1 = 0$$

resultando em:

$$\alpha_2 = 1/2 \ , \ \alpha_3 = -1/2 \text{ e } \alpha_1 = -1$$

$$\pi_2 = \frac{T}{L}\left(\frac{E}{\rho}\right)^{1/2} \qquad \text{(II.4)}$$

c) $\alpha_6 = 1 \ , \ \alpha_4 = \alpha_5 = 0$

$$\alpha_1 - \alpha_2 - 3\alpha_3 + 1 = 0$$

$$\alpha_2 + \alpha_3 + 1 = 0$$

$$-2\alpha_2 - 2 = 0$$

resultando em:

$$\alpha_2 = -1 \ , \ \alpha_3 = 0 \text{ e } \alpha_1 = -2$$

$$\pi_3 = \frac{F}{E\ L^2} \qquad \text{(II.5)}$$

Além destes três parâmetros adimensionais, existe um outro parâmetro:

$$\pi_4 = \xi \qquad \text{(II.6)}$$

Este quarto parâmetro adimensional é a taxa de amortecimento da estrutura. Quando os modelos são projetados respeitando-se os fatores de escala da rigidez e da massa, tem-se considerado que este parâmetro é satisfeito de forma aproximada [5],[6]. Isto pode não ser verdadeiro já que, por outro lado, a taxa de amortecimento de uma estrutura também deve ser influenciada pelo tipo de material que ela é construída. A verificação da hipótese de que o parâmetro adimensional π_4 é satisfeito, quando são obedecidas as escalas de rigidez e massa, é o objetivo principal desta pesquisa.

II.2.2.2) FATORES DE ESCALA

Para que seja possível a construção de modelos em escala reduzida de acordo com a Teoria da Semelhança é necessário que os parâmetros adimensionais das equações (II.3) à (II.6) assumam os mesmos valores no modelo e no protótipo.

Os fatores de escala K de grandezas físicas definidos pela relação entre seus valores no modelo e no protótipo são:

De π_1, vem:

$$\frac{K_\rho \; K_g \; K_L}{K_E} = 1$$

Como $K_g = 1$, tem-se:

$$K_\rho = \frac{K_E}{K_L} \qquad \text{(II.7)}$$

De π_2, vem:

$$\frac{K_T}{K_L} \left(\frac{K_E}{K_\rho} \right)^{1/2} = 1 \qquad \text{(II.8)}$$

Substituindo (II.7) em (II.8), tem-se:

$$K_T = (K_L)^{1/2} \qquad \text{(II.9)}$$

que resulta em:

$$K_f = \frac{1}{(K_L)^{1/2}} \qquad \text{(II.10)}$$

De π_3, vem:

$$K_F = K_E \; K_L^2 \qquad \text{(II.11)}$$

Para a escala da forças (i.é, pesos e consequentemente massas), chega-se, substituindo (II.7) em (II.11), a:

$$K_F = K_\rho \; K_L^3 \qquad \text{(II.12)}$$

ou, como $K_g = 1$:

$$K_m = K_\rho \; K_L^3 \qquad \text{(II.13)}$$

onde m: é a massa de um elemento da estrutura.

Para a rigidez a flexão da estrutura (EI), onde I é o momento de inércia da seção transversal, chega-se com:

$$K_I = K_L^4 \qquad \text{(II.14)}$$

e com a equação (II.7), a:

$$K_{EI} = K_\rho \; K_L^5 \qquad \text{(II.15)}$$

A equação (II.15) é muito difícil de ser satisfeita, sem se corrigir a massa específica do modelo, mesmo adotando-se escala da espessura das paredes dos tubos (K_d) distorcida, i.é, $K_d \neq K_L$. Isto porque a espessura das paredes dos tubos encontradas comercialmente são bastante maiores do que aquelas calculadas através da Teoria da Semelhança, ocasionando portanto em um momento de inércia maior que o calculado pela equação (II.15).

Pode-se compensar este aumento de rigidez, aumentando-se também a massa do elemento. Isto é feito através da escala da massa específica (K_ρ), obtida substituindo-se a equação (II.13) em (II.15).

Assim, chega-se a:

$$\frac{K_{EI}}{m} = K_L^2 \qquad \text{(II.16)}$$

Sabe-se também que:

$$K_A = K_L^2 \qquad \text{(II.17)}$$

À partir das equações (II.13), (II.16) e (II.17) lpode-se fazer a dedução da escala da massa especifica que foi utilizada no projeto dos modelos:

$$K_\rho = \frac{K_E \; K_I}{K_A \; K_L^3} \qquad \text{(II.18)}$$

Nos quatro modelos iniciais [alumínio (1/3 e 1/5) e

PVC (1/3 e 1/5)] a modelagem foi realizada apenas para a barra vertical não sendo respeitada na barra horizontal, já que esta tem rigidez flexional infinitamente maior que a barra vertical. Para a barra horizontal optou-se apenas em se adotar um diâmetro próximo ao dobro do diâmetro da barra vertical por ser aproximadamente o que ocorria com o protótipo. O seu comprimento também não foi projetado em escala nestes modelos, escolhendo-se o mesmo comprimento para todas as estruturas (274 mm).

Nas barras verticais destas estruturas, além da escala geométrica ter sido respeitada (parâmetro inicial do projeto), a escala da razão da rigidez flexional pela massa eq. (II.16) também foi satisfeita através da correção da massa específica de cada elemento, eq. (II.18). O diâmetro externo destas barras nas estruturas em alumínio foram obedecidos aproximadamente segundo a escala geométrica, sendo que para as estruturas em PVC não foi possível reduzir o diâmetro externo através desta escala já que não existem tubos com tais características.

Nos quatro modelos restantes [aço inox (1/3 e 1/5), PVC (1/10) e ABS (1/10)] a modelagem foi feita tanto para a barra vertical quanto para a horizontal. Nas barras verticais os fatores de escala adotados foram os mesmos dos modelos iniciais tentando-se respeitar também, quando possível, o fator de escala para o diâmetro externo. Isto não foi possível apenas para a estrutura em PVC pelo mesmo motivo já citado anteriormente. Nas barras horizontais, também foram adotados os mesmos fatores de escala sendo que não foram corrigidas as massas específicas. Em apenas uma

das estruturas este parâmetro foi inicialmente obedecido mas se verificou que ele não influenciava a taxa de amortecimento da estrutura, retirando-se posteriormente a massa adicional colocada. O comprimento da barra horizontal destas últimas estruturas também foi respeitado através da escala geométrica.

A tabela II.2 mostra as características mecânicas de cada material.

Tabela II.2 - Características mecânicas dos materiais dos modelos

MATERIAL	MODULO DE ELASTICIDADE (E) [GPa]	MASSA ESPECIFICA (ρ) [g/cm^3]
ALUMÍNIO	69	2.71
AÇO INOX	210	7.97
ABS	3	1.05
PVC	3	1.46

À partir da definição da seção transversal de cada barra foi possível então calcular-se através da eq. (II.18), a massa específica necessária segundo a Teoria da Semelhança ($\rho_{T.S}$). A figura II.2 mostra uma vista frontal esquemática dos modelos e a tabela II.3 apresenta para cada barra (vertical e horizontal) dos 8 modelos construídos, o comprimento, o diâmetro externo, a espessura de parede e a massa específica calculada através da Teoria da Semelhança ($\rho_{T.S}$).

A massa específica calculada através da Teoria da Semelhança foi integralmente respeitada na maioria dos modelos, corrigindo-se a diferença entre o ρ do tubo tabelado e o ρ do tubo pesado, através da alteração da massa adicional necessária. Esta massa adicional necessária

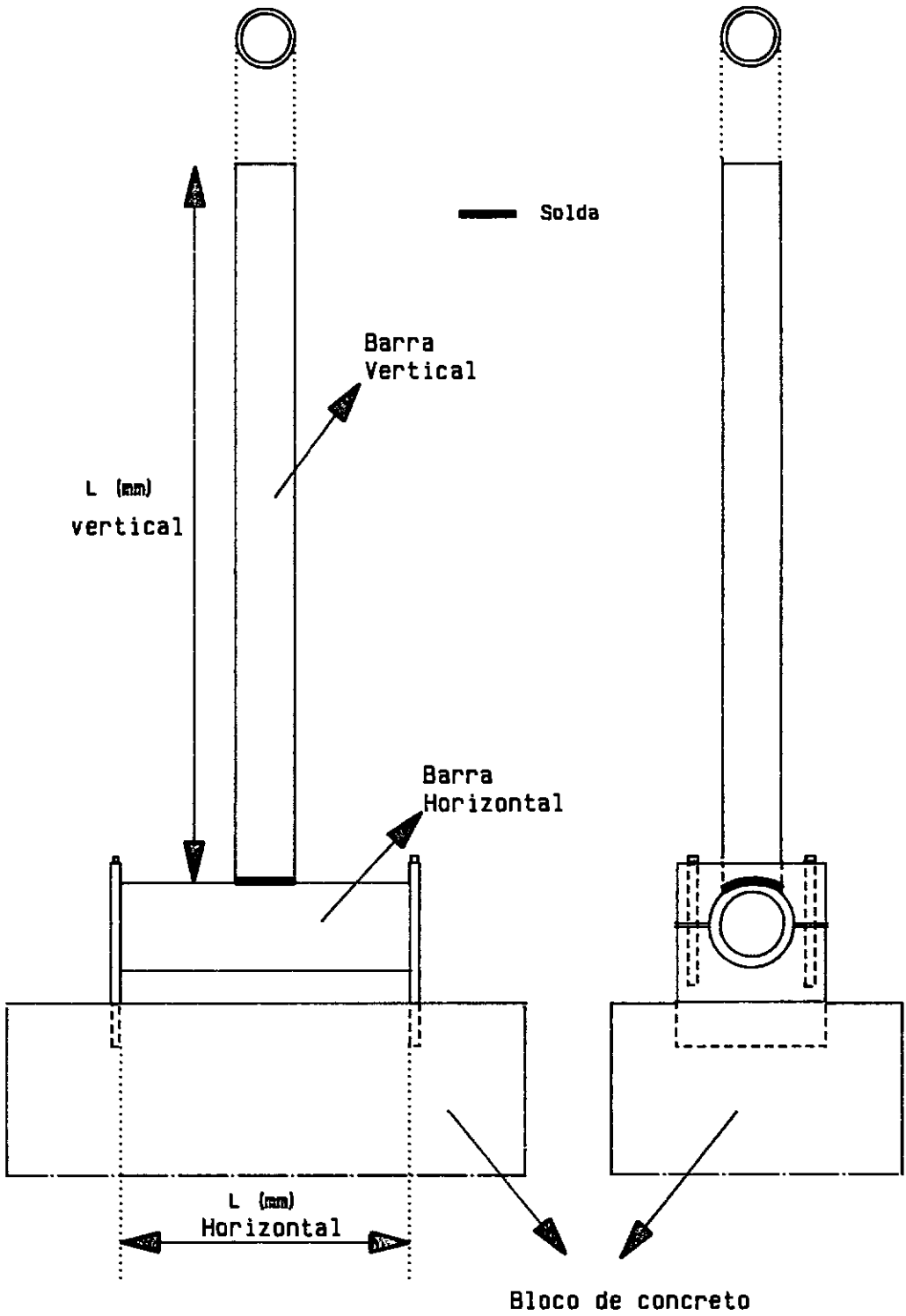


FIGURA II.2 - Vista esquemática dos modelos simplificados

foi distribuida ao longo do tubo vertical. Para a estrutura em ABS, o ρ do tubo pesado (ρ_{final}= 1.18 g/cm^3) ficou maior que o valor calculado através da Teoria da Semelhança (ver tabela IV.2). Isto implicaria em uma diminuição do peso da estrutura, que poderia ser feito através da diminuição da seção transversal da barra vertical ou através de pequenos furos ao longo de seu comprimento, já que nesta estrutura não possuímos massa distribuida adicional. No entanto, isto não foi feito por se considerar esta diferença não muito grande e pelo fato dos dois processos citados causarem diminuição na rigidez flexional dessa barra.

Tabela II.3 - Características geométricas e mecânicas dos modelos projetados

ESC.	MATERIAL	BARRA	L(mm)	ϕ_{ext} (mm)	d(mm)	$\rho_{T.S}$ (g/cm^3)
1/3	ALUMÍNIO	VERT. HOR.	1621.7 274	31.75 88.90	3.175 2.38	6.33 x
	AÇO INOX	VERT. HOR.	1621.7 273	32 63.5	1.25 1.50	22.06 x
	PVC	VERT. HOR.	1621.7 274	75 110	5.75 5.00	1.61 x
1/5	ALUMÍNIO	VERT. HOR.	973 274	15.87 31.75	2.00 3.175	6.96 x
	AÇO INOX	VERT. HOR.	973 153	19.05 38.10	1.00 1.50	35.23 x
	PVC	VERT. HOR.	973 274	40 75	4.125 5.75	2.01 x
1/10	ABS	VERT. HOR.	486.5 63	11.10 25.40	1.60 1.60	1.14 x
	PVC	VERT. HOR.	486.5 63	20 25	3.65 2.975	3.46 x

II.2.3) CONSTRUÇÃO DOS MODELOS

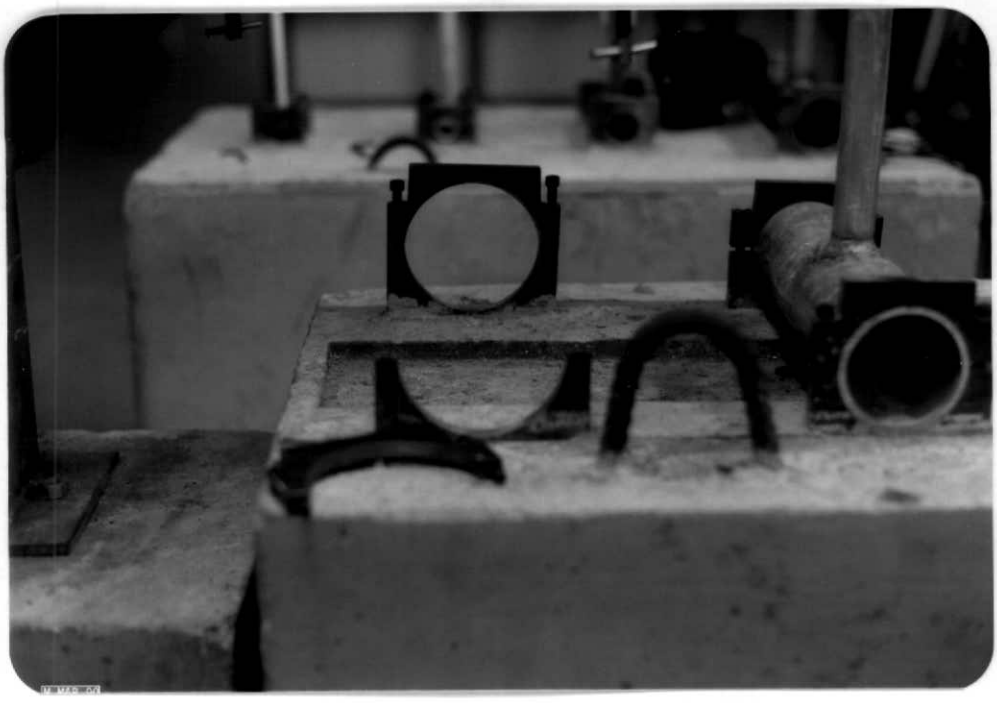
A construção dos modelos simplificados seguiu a mesma metodologia empregada no protótipo, isto é, foram construídos em forma de um "T" invertido, sendo as barras vertical e horizontal constituidas do mesmo material.

A soldagem dos modelos metálicos foi feita pelo Laboratório da Escola de Metalurgia/UFRJ, utilizando eletrodos e tipo de solda apropriados a cada tipo de material. Esta parte não foi alvo de nossa análise. Os modelos em PVC também foram soldados com solda especial para este tipo de material enquanto o modelo em ABS foi colado com cola do próprio material.

O que nos interessava nesta etapa é que a solda ou colagem fossem feitos de forma que não houvessem fissuras de modo a atrapalhar a análise de resultados.

Para se fixar estes modelos foram confeccionadas peças próprias que foram chumbadas em um bloco de concreto bem rígido.

As fotos II.4 e II.5 mostram detalhes destas peças de fixação, a foto II.6 mostra detalhes das soldas dos modelos em alumínio e em PVC (escalas 1/3 e 1/5) e a foto II.7 apresenta uma vista geral de todos os modelos reduzidos.



II.4

II.5

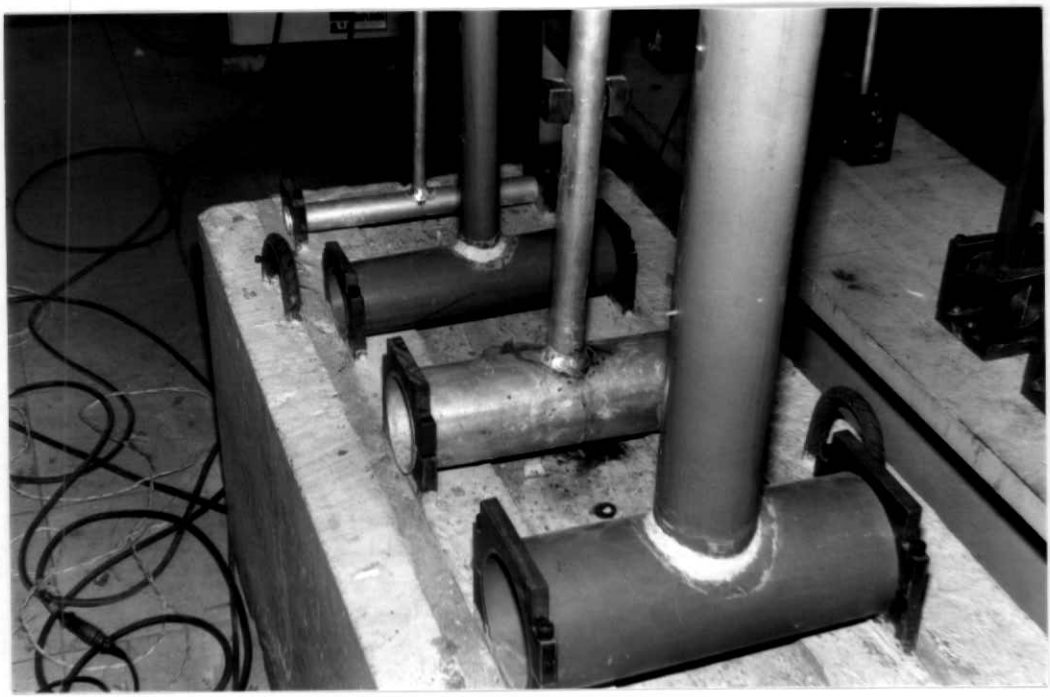


FOTO II.6 - Detalhes das soldas dos modelos em alumínio e em PVC , escalas 1/3 e 1/5

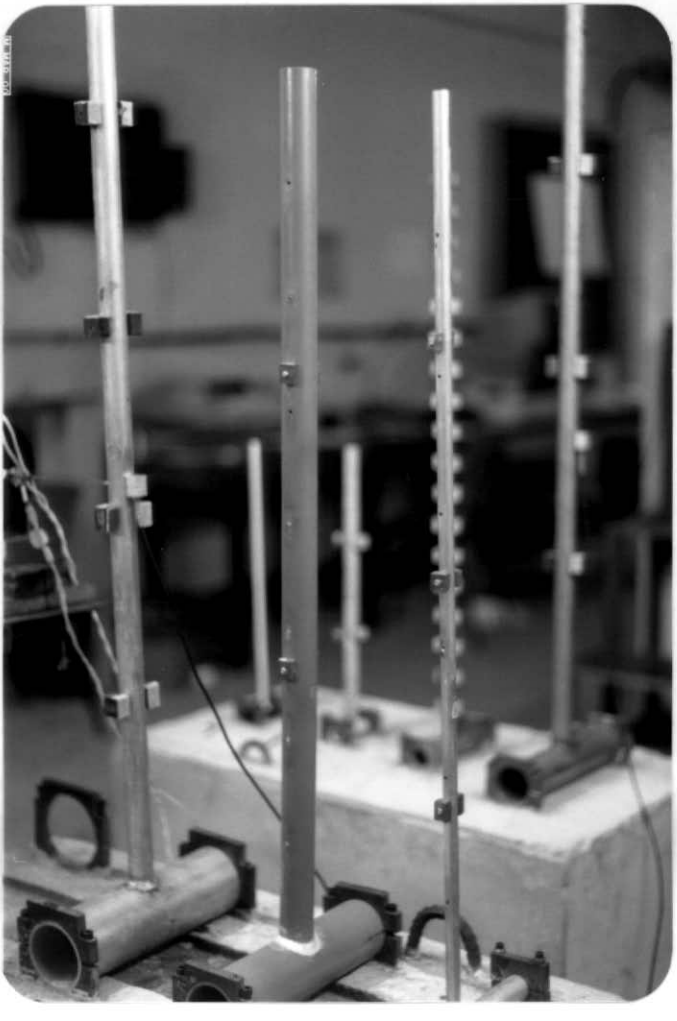


FOTO II.7 - Vista geral dos modelos

CAPÍTULO III
DEFINIÇÃO DO PROTÓTIPO E DOS MODELOS REDUZIDOS DO TIPO PÓRTICO

III.1) DESCRIÇÃO DO PROTÓTIPO

A idéia da construção de um pórtico, conforme explicado no item I.1 deste trabalho, surgiu da necessidade de se verificar a influência da taxa de amortecimento em estruturas com diversas juntas e posterior comparação das taxas de amortecimento obtidas experimentalmente para este caso com as obtidas para a estrutura simplificada.

O protótipo escolhido é do tipo pórtico espacial, engastado na base e livre no topo. Ele é constituido por tubos metálicos, tendo 4 pernas principais e travejamentos horizontais igualmente espaçados conforme ilustrado na figura III.1. Esta figura mostra as principais dimensões do protótipo , inclusive as seções retas das pernas e dos travejamentos horizontais dadas pelo diâmetro externo e espessura.

O pórtico apresenta seção reta retangular para evitar, durante os ensaios, o acoplamento entre frequências naturais nas duas direções principais. A análise dos resultados foi realizada apenas para a direção de menor rigidez (direção y, na figura III.1). As dimensões do protótipo foram adotadas de tal forma que fosse possível a confecção de modelos reduzidos com materiais distintos, de acordo com a Teoria da Semelhança, na escala geométrica K_L= 1/3. No entanto, quando se foi projetar o modelo em ABS, devido a esta escala geométrica escolhida para projeto e as

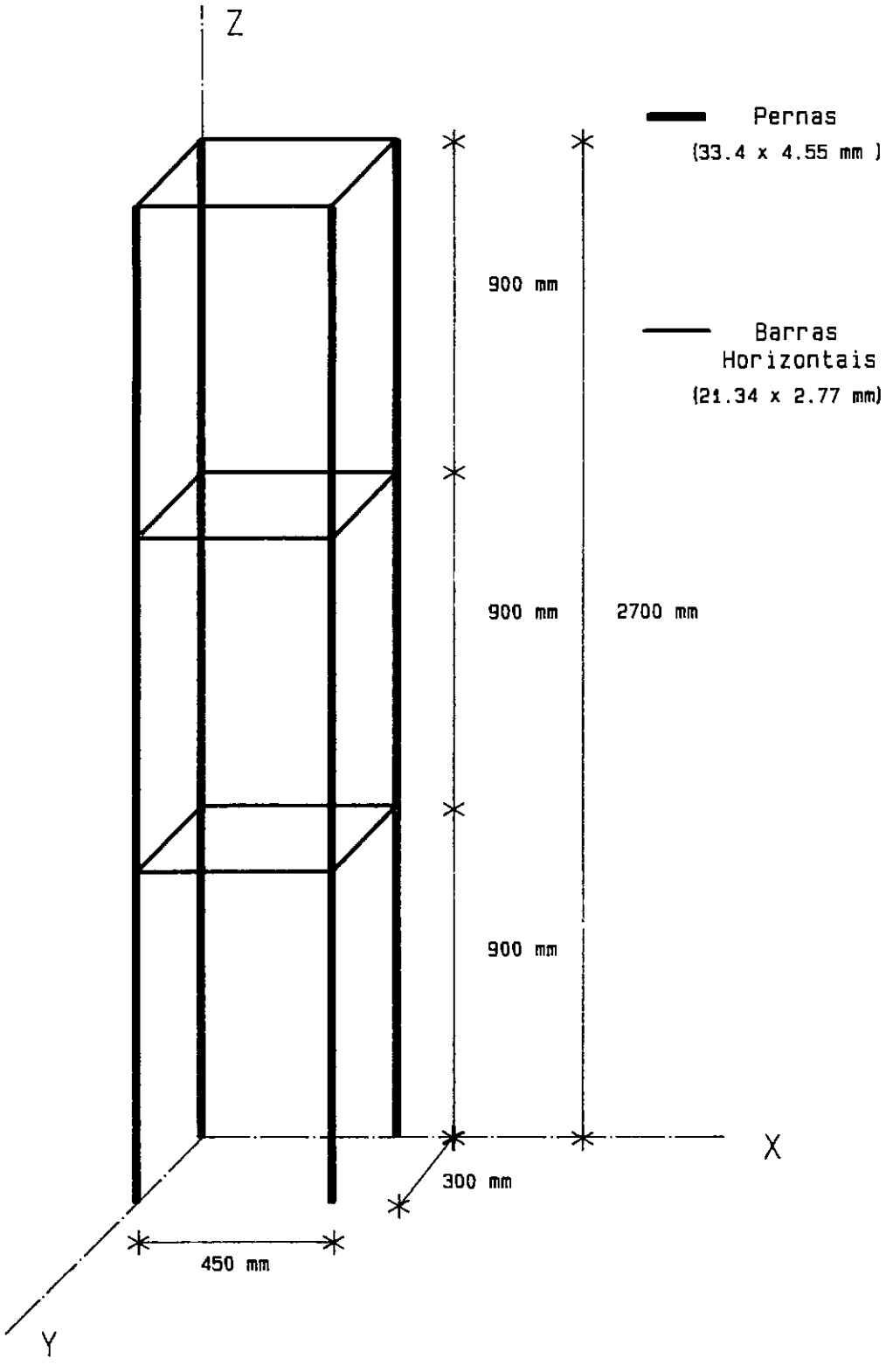


FIGURA III.1 - Protótipo : dimensões e eixos de referência

dimensões dos tubos disponíveis deste material no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, foi necessária adição de massa nas barras horizontais do protótipo. Isto porque o ρ necessário calculado para a estrutura em ABS através da Teoria da Semelhança foi menor que o ρ tabelado. Esta massa adicional no protótipo foi calculada através da escala da massa específica (eq.II.18), para cada barra (em ambas as direções), depois somada e distribuída pelas pernas do mesmo. À partir de então é que foram calculados e confeccionados os modelos. A massa específica do protótipo utilizada nos cálculos dos modelos ficou sendo então de 10.34 g/cm^3 para as barras horizontais e de 7.86 g/cm^3 para as pernas. No entanto, quando se foi pesar o protótipo observou-se que seu peso, devido provavelmente à imperfeições nos diâmetros dos tubos, era bem maior que o calculado considerando-se o ρ tabelado. Esta diferença fez com que não fosse necessário se acrescentar a massa adicional nesta estrutura.

Como o protótipo foi idealizado engastado em sua base, foram confeccionados apoios de forma que este engastamento fosse garantido. A foto III.1 mostra uma vista deste apoio e a foto III.2 mostra a forma de fixação deste apoio à perna do pórtico.

Estes apoios foram fixados em uma estrutura metálica bem rígida de tal forma que esta não influenciasse o comportamento dinâmico do pórtico. A foto III.3 mostra detalhes da fixação dos apoios na estrutura metálica de base.

Na construção do protótipo foram utilizadas pernas sem

FOTO III.1 - Vista dos apoios para fixação do protótipo

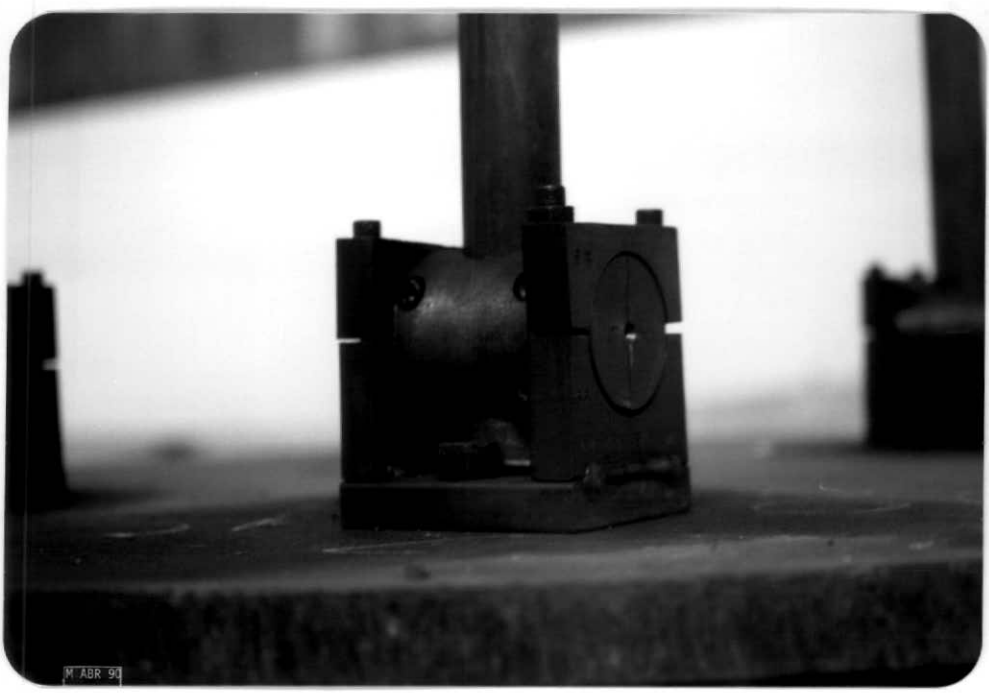


FOTO III.2 - Vista da fixação dos apoios à perna do protótipo

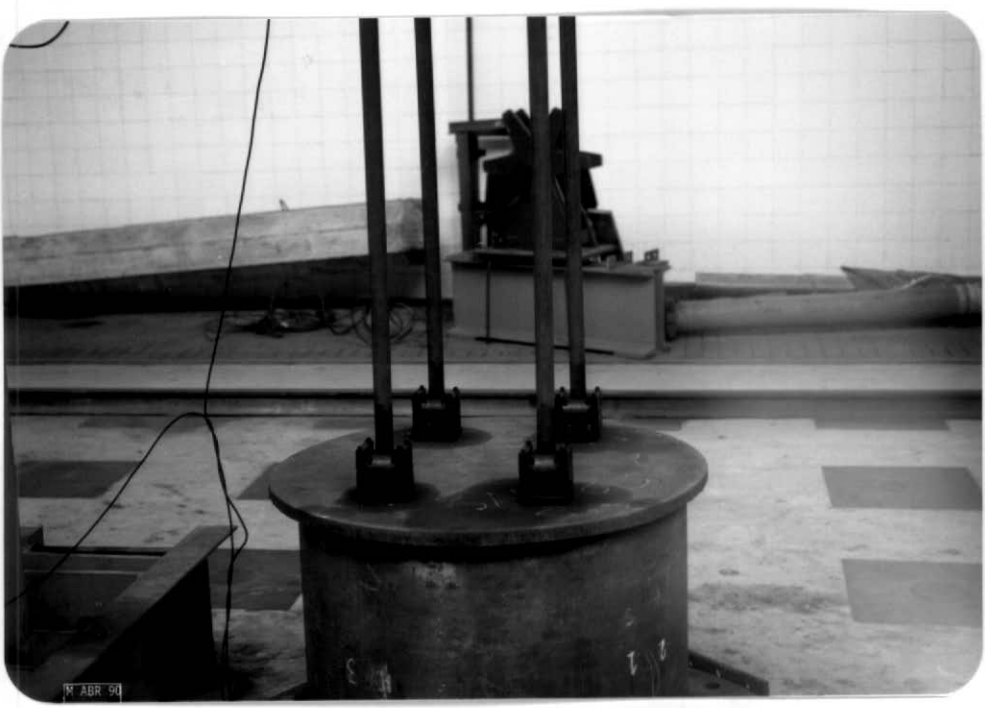


FOTO III.3 - Detalhe da fixação dos apoios na estrutura metálica de base

emenda e as juntas com as barras horizontais foram sempre soldadas. Esta solda foi feita com material adequado, tomando-se o cuidado necessário de forma a não apresentar fissuras, já que estas poderiam influenciar os resultados da taxa de amortecimento. A foto III.4 mostra uma vista geral do protótipo.

III.2) DEFINIÇÃO, PROJETO E CONSTRUÇÃO DOS MODELOS

III.2.1) DEFINIÇÃO DOS MODELOS

Como nas estruturas simplificadas observou-se que, para modelos construídos em escalas distintas de um mesmo material, praticamente não ocorreram variações nos valores obtidos experimentalmente para a taxa de amortecimento, optou-se nas estruturas do tipo pórtico por se confeccionar modelos em apenas uma escala geométrica, $K_L = 1/3$. Porém permaneceu-se com os mesmos materiais em estudo, i.é, alumínio, aço inox, ABS e PVC, para verificar se o aumento do número de juntas provocaria alguma alteração, nas taxas de amortecimento, em relação aos modelos reduzidos das estruturas simplificadas de mesmo material.

III.2.2) PROJETO DOS MODELOS

Para que seja possível a construção dos modelos em escala reduzida de acordo com a Teoria da Semelhança, novamente é necessário que os parâmetros adimensionais das equações (II.3) à (II.6), item II.2.2.1 do capítulo anterior, assumam os mesmos valores no modelo e no protótipo.

Os fatores de escala K de grandezas físicas definidas

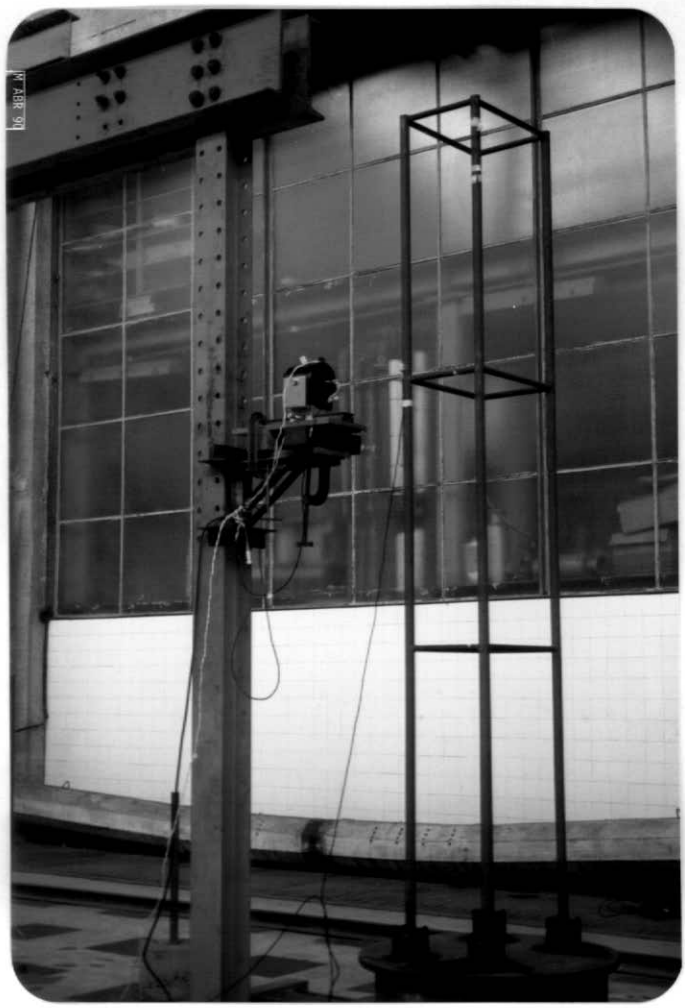


FOTO III.4 - Vista geral do protótipo

pela relação entre seus valores no modelo e no protótipo também já foram definidos no capítulo anterior, item II.2.2.2, assim como as características mecânicas de cada material.

Assim como para os modelos simplificados, no projeto dos modelos dos pórticos, além da escala geométrica ter sido respeitada (parâmetro inicial do projeto), a escala da razão da rigidez flexional pela massa (eq.II.16) também foi satisfeita através da correção da massa específica de cada elemento (eq.II.18). Considerou-se como inércia da estrutura para estes cálculos, a inércia de uma barra isolada. A massa adicional, como já foi dito, foi calculada para cada elemento, i.é, pernas e barras horizontais (direção x e y), porém as massas adicionais das barras horizontais em ambas as direções foram somadas e distribuídas pelas pernas do mesmo. Desta forma, a massa adicional final em cada perna ficou sendo a massa adicional já calculada para ela, somada com a massa adicional que seria correspondente às barras horizontais. Tentou-se respeitar também, quando possível, a escala das áreas e do diâmetro externo. Nestes modelos adotou-se também escala das espessuras de parede dos tubos distorcidas, i.é, $K_d \neq K_L$, para a maioria dos elementos pelos mesmos motivos já citados no capítulo anterior, item II.2.2.2.

A tabela III.1 apresenta, para cada elemento dos modelos dos pórticos construídos, o diâmetro externo, a espessura de parede, a massa específica calculada através da Teoria da Semelhança ($\rho_{T.S}$) e a massa específica alcançada após a colocação da massa adicional das barras

horizontais nas pernas, como citado anteriormente, (ρ_{alc}). As barras horizontais em ambas as direções (x e y) possuem as mesmas características geométricas e mecânicas.

Tabela III.1 - Características geométricas e mecânicas dos modelos projetados

MATERIAL	TUBO	ϕ_{ext} (mm)	d (mm)	$\rho_{T.S}$ (g/cm^3)	$\rho_{alc.}$ (g/cm^3)
ALUMÍNIO	PERNAS	12.70	1.58	10.31	14.55
	BARRA HOR.	9.53	1.59	17.06	2.71
AÇO INOX	PERNAS	12.70	1.00	34.30	40.40
	BARRA HOR.	7.94	0.70	41.90	7.97
PVC	PERNAS	32	3.30	2.97	3.20
	BARRA HOR.	20	1.50	3.90	1.46
ABS	PERNAS	25.40	1.60	2.02	2.01
	BARRA HOR.	11.10	1.60	1.05	1.05

III.2.3) CONSTRUÇÃO DOS MODELOS

Assim como nos modelos simplificados, aqui também se procurou fazer a soldagem ou colagem das barras às pernas de forma que não houvessem fissuras. Os modelos metálicos foram soldados no Laboratório de Metalurgia da UFRJ e os de ABS e PVC no próprio Laboratório de Estruturas. O modelo de PVC foi soldado com solda especial para PVC enquanto que o de ABS foi colado com cola do próprio material. Nos modelos metálicos utilizaram-se eletrodos e tipo de solda adequados para cada tipo de material.

Para se proceder a soldagem dos modelos metálicos, já que as suas pernas possuiam o mesmo diâmetro externo, foram confeccionados gabaritos de madeira, colocados nas extremidades dos modelos, e metálicos, ajustáveis através de sistema de parafusos e porcas, de forma a facilitar o

enquadramento da estrutura, ver fotos III.5 e III.6. Nestas fotos também, podem ser vistos detalhes da soldagem. A foto III.7 mostra um detalhe da colagem das barras da estrutura em ABS.

Para se garantir o engastamento da base, foram confeccionados apoios metálicos especiais, semelhantes aos do protótipo, e para se garantir que não haveria esmagamento das pernas nas estruturas de ABS e PVC que são mais frágeis, procedeu-se à construção de buchas metálicas que tivessem o mesmo diâmetro interno da perna, de forma a reforçar o seu interior. A foto III.8 mostra uma vista destas buchas para a estrutura em ABS.

Os apoios foram posteriormente aparafusados em um perfil metálico bem rígido de tal forma que este não influenciasse o comportamento dinâmico dos pórticos.

A foto III.9 mostra os detalhes dos apoios enquanto a foto III.10 mostra uma vista geral dos modelos e sua fixação ao perfil metálico.

FOTO III.5 - Detalhes construtivos do modelo em aço inox

FOTO III.6 - Detalhes construtivos do modelo em aço inox

FOTO III.7 - Detalhes da colagem das barras da estrutura em ABS

FOTO III.8 - Detalhe das buchas de reforço para a estrutura em ABS

FOTO III.9 - Detalhes dos apoios para fixação dos modelos

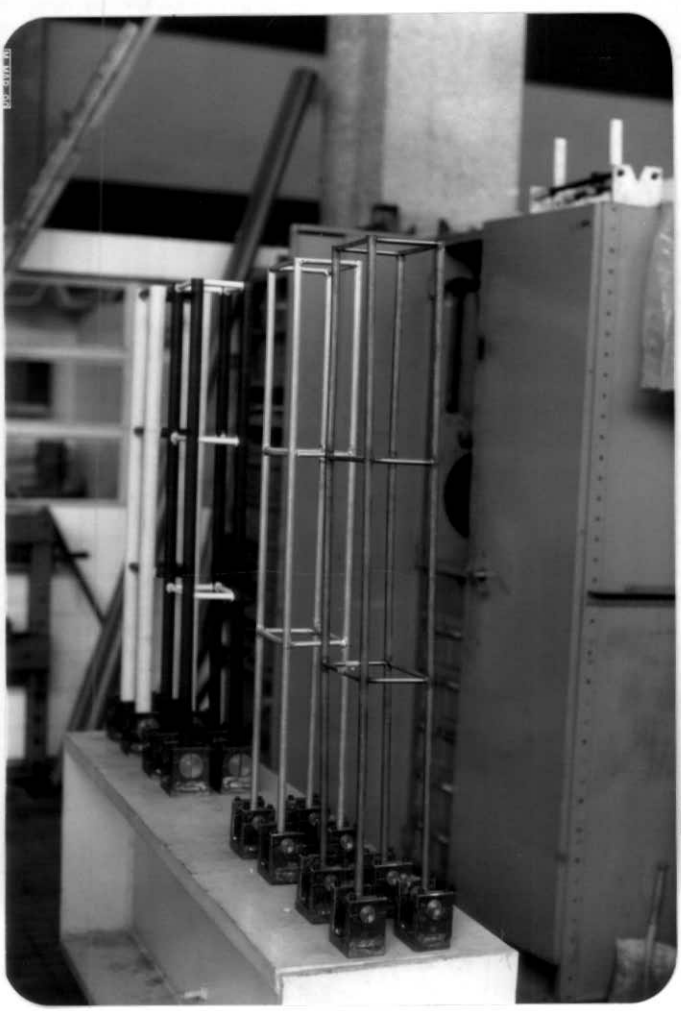


FOTO III.10 - Vista geral dos modelos

CAPÍTULO IV
AJUSTE DOS MODELOS

IV.1) INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o ajuste dos modelos reduzidos das estruturas simplificadas e aporticadas. Este ajuste foi realizado de forma que as frequências naturais dos protótipos obtidas experimentalmente, extrapoladas para os modelos através da Teoria da Semelhança (eq.II.10), se aproximassem o máximo possível das obtidas experimentalmente para as diversos modelos.

Isto foi alcançado, conforme será explicado nos itens IV.3.2 e IV.4.2 deste capítulo, através da alteração da massa adicional inicialmente colocada nos modelos das estruturas simplificadas e aporticadas, indicada nas Tabelas II.3 e III.1 respectivamente.

Para a determinação experimental das frequências naturais dos protótipos e dos modelos foram realizados ensaios de vibrações livres. O item IV.2 a seguir, apresenta uma descrição desses ensaios e da instrumentação utilizada para aquisição e análise destes sinais.

IV.2) DESCRIÇÃO DOS ENSAIOS PARA DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS

As estruturas foram excitadas dando-se impactos com a ponta dos dedos nos seus topos e deixando-as entrar em vibração livre. Apesar destes impactos excitarem principalmente o 1^{o} modo de flexão conseguiu-se captar com boa precisão os picos associados às outras frequências

naturais em estudo conforme poderá ser visto mais adiante nos itens IV.3 e IV.4 deste capítulo.

A instrumentação utilizada para se fazer o ajuste das frequências naturais foi:

a) Sensores e equipamentos para deteção dos dados experimentais:

- Sensores à base de strain-gages:

. Micro-acelerômetros com capacidade de 2 ou 10 G, na faixa de 0 - 240 Hz.

- Condicionadores de sinais para faixa de 50 - 25000 μst, com amplificação de até ± 5 V.

b) Equipamentos para controle, armazenamento e processamento dos sinais:

- Gravador analógico de alta fidelidade.
- Osciloscópio.
- Analisador de espectros - modelo: HP-3582 A.
- Plotter.

Nas estruturas simplificadas estudou-se apenas os 3 primeiros modos de flexão. Para isso colou-se apenas um acelerômetro na estrutura. Nas estruturas em alumínio e PVC (esc. 1/3), alumínio (esc. 1/5), ABS e PVC (esc. 1/10) este acelerômetro foi colado no topo da estrutura. Na estrutura em aço inox (esc. 1/3) este acelerometro foi colado à 50 cm da base, enquanto nas estruturas em aço inox e PVC (esc. 1/5) este acelerômetro foi colado à 30 cm da base. Em todos os modelos foram utilizados acelerômetros de 10 G e no protótipo foi utilizado acelerômetro de 2 G, colado à 350 cm da base.

Nas estruturas aporticadas as frequências naturais

estudadas foram as três primeiras de flexão e as três primeiras de torção. Teve-se então a necessidade de se instrumentar as estruturas com 2 acelerômetros dispostos em extremidades opostas, como mostra a figura IV.1.

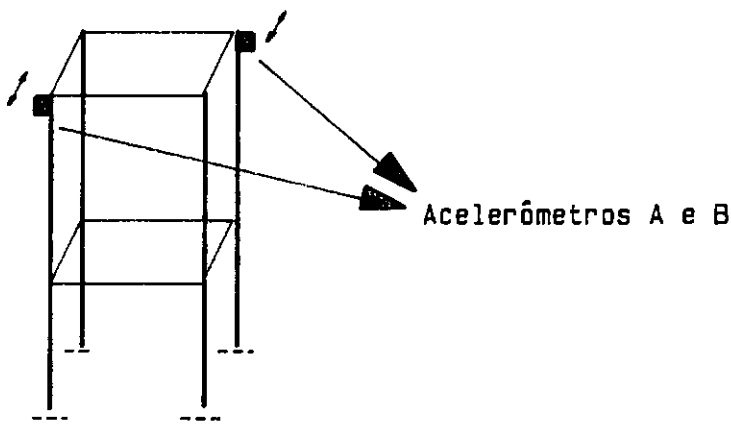


FIGURA IV.1 - Locação dos acelerômetros para ajuste das frequências naturais

Foram utilizados acelerômetros de 2 G no protótipo e de 10 G nos modelos.

Estes acelerômetros foram colados na mesma direção da excitação mantendo-se os seus sinais positivos (ou negativos) no mesmo sentido, pois desta forma, analisando-se as fases relativas nas frequências naturais obtidas através dos espectros destes dois acelerômetros, pode-se determinar se o modo global é de flexão ou de torção. Isto porque, se a fase for próxima a 0° a frequência natural estará associada a um modo de flexão e se a fase for próxima a 180° a frequência natural estará associada a um modo de torção.

O esquema de ligação dos equipamentos para a gravação dos sinais foi o mesmo para os dois tipos de estruturas, variando-se apenas o número de acelerômetros gravados. O esquema é o mostrado na figura IV.2.

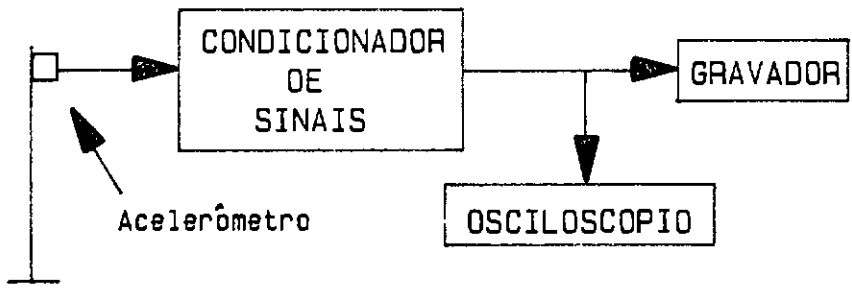


FIGURA IV.2 - Esquema de ligação dos equipamentos para gravação das respostas dos acelerômetros

O sinal gravado é depois processado no analisador de espectros para se obter as frequências naturais. Para tal, este equipamento utiliza a transformada rápida de Fourier (FFT). O esquema para a ligação dos equipamentos é o mostrado na figura IV.3.

O osciloscópio é opcional, sendo utilizado apenas para se monitorar o sinal.

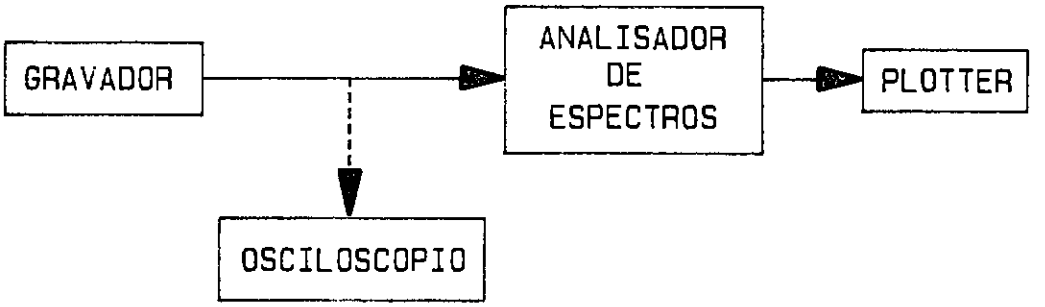


FIGURA IV.3 - Esquema de ligação dos equipamentos para obtenção das frequências naturais

A foto IV.1 mostra um detalhe da ligação representada na figura IV.3, sem o osciloscópio.

IV.3) AJUSTE DOS MODELOS DAS ESTRUTURAS SIMPLIFICADAS

Antes de se iniciar os ensaios de vibração livre e forçada para o cálculo das taxas de amortecimento modais é necessário o ajuste das frequências naturais dos modelos reduzidos à partir do protótipo em estudo.

IV.3.1) FREQUÊNCIAS NATURAIS TEÓRICAS E EXPERIMENTAIS DO PROTÓTIPO

Para determinação das primeiras frequências naturais teóricas do protótipo, procedeu-se ao cálculo do mesmo considerando-o como uma barra engastada e livre. As frequências naturais são dadas pelas expressões [7]:

$$f_1 = \frac{(1.875^2)}{2\pi} \sqrt{\frac{E\,I}{\bar{m}\,L^4}} \qquad \text{(IV.1)}$$

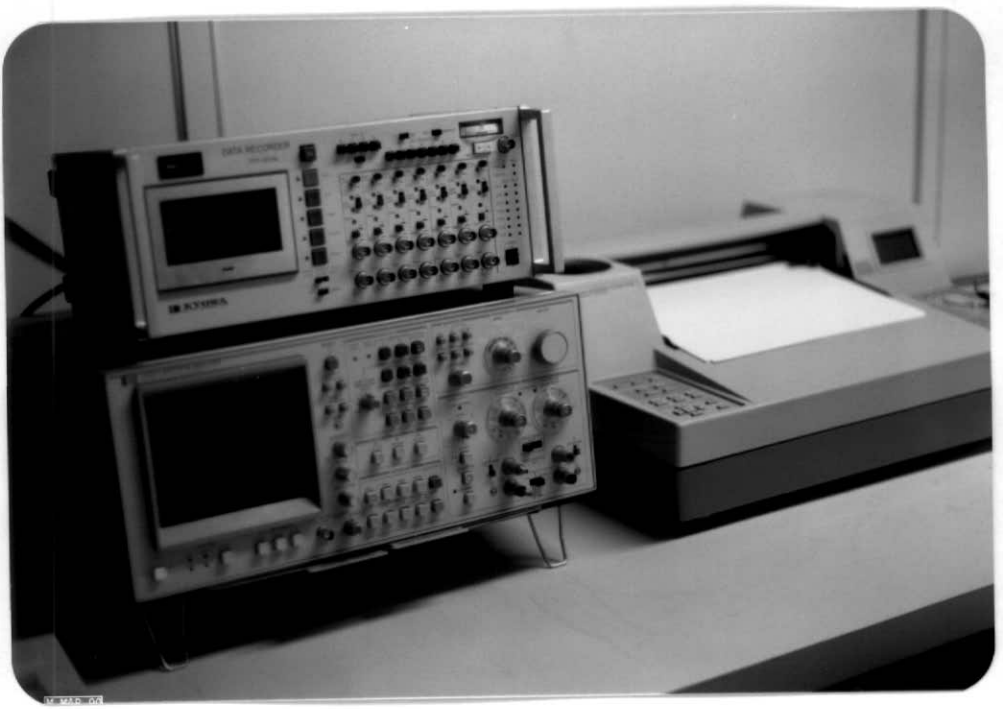


FOTO IV.1 - Esquema de ligação dos equipamentos para obtenção das frequências naturais

$$f_2 = \frac{(4.694^2)}{2\pi}\sqrt{\frac{E\,I}{\bar{m}\,L^4}} \qquad \text{(IV.2)}$$

$$f_3 = \frac{(7.855^2)}{2\pi}\sqrt{\frac{E\,I}{\bar{m}\,L^4}} \qquad \text{(IV.3)}$$

onde: $\bar{m}$ = massa por unidade de comprimento

$\bar{m} = \rho\ A$

f_i = frequência natural do modo "i",dada em Hertz (Hz)

As frequências naturais experimentais do protótipo foram obtidas através de ensaios de vibrações livres, descritos no item IV.2, e a figura IV.4 mostra o espectro de aceleração desta estrutura obtido através destes ensaios.

A Tabela IV.1 mostra a comparação teórica e experimental entre as primeiras frequências naturais associadas aos modos de flexão.

Tabela IV.1 - Frequências naturais teóricas e experimentais (Hz) para o protótipo

FREQ.	TEORICO	EXPERIMENTAL
f_1	4.08	4.8 ± 0.8
f_2	25.60	27.2 ± 0.8
f_3	71.69	66.4 ± 0.8

Devido à boa correlação entre as frequências naturais teóricas e experimentais observada na Tabela IV.1, pode-se considerar que a hipótese adotada no cálculo teórico,de considerar a barra vertical como engastada-livre,é válida. As diferenças encontradas nesta tabela devem-se principalmente às diferenças entre as características

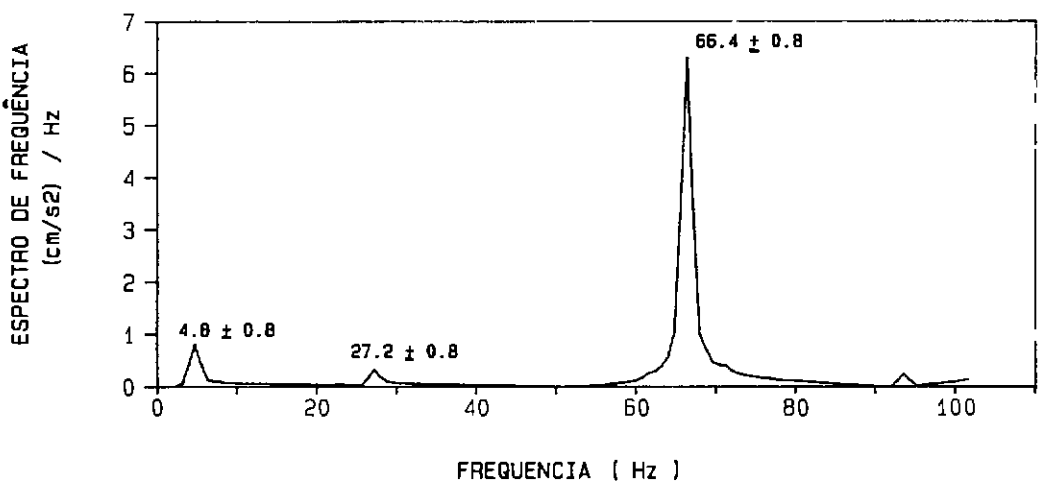


FIG. IV.4 - Espectro de frequência para o protótipo das estruturas simplificadas

geométricas e mecânicas adotadas no cálculo teórico e reais. De qualquer forma, como o maior interesse é no ajuste entre as frequências naturais obtidas experimentalmente para o protótipo e para os diversos modelos, não houve a preocupação de se realizar um melhor ajuste teórico-experimental entre as frequências naturais do protótipo.

IV.3.2) AJUSTE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DOS MODELOS

O ajuste das frequências naturais experimentais dos modelos foi feita respeitando-se o fator de escala das frequências dado pela eq. (II.10). Assim obtem-se:

$$f_{T.S} = f_{prot.} \frac{1}{\sqrt{K_L}} \qquad \text{(IV.4)}$$

onde: f_{prot} = frequência experimental do protótipo

K_L = fator de escala geométrica

Este ajuste foi realizado de forma que a frequência natural obtida experimentalmente para o modelo se aproximasse ao máximo daquela calculada pela equação (IV.4), $f_{T.S}$. Isto foi feito através da alteração da massa adicional necessária em cada modelo.

A Tabela IV.2 mostra a massa específica final, ρ_{final} das barras verticais dos modelos, já que não foi corrigida a massa das barras horizontais. Esta tabela mostra também na sua quarta coluna, apenas para efeito de comparação, a massa específica necessária segundo a Teoria da Semelhança, (ver Tabela II.3).

Tabela IV.2 - Massa específica final nas barras verticais dos modelos

ESC.	MATERIAL	ρ_{final} (g/cm^3)	$\rho_{T.S}$ (g/cm^3)
1/3	ALUMÍNIO	4.97	6.33
	AÇO INOX	13.30	22.06
	PVC	1.18	1.61
1/5	ALUMÍNIO	4.53	6.96
	AÇO INOX	34.23	35.23
	PVC	1.23	2.01
1/10	ABS	1.18	1.14
	PVC	3.56	3.46

Pode-se observar nesta tabela que a massa específica final (ρ_{final}) em praticamente todos os casos é menor que aquela alcançada ($\rho_{T.S}$) segundo a Teoria da Semelhança. Isto se deve principalmente a dois fatores:

a) As diferenças nas características geométricas e mecânicas entre os valores tabelados e reais dos tubos dos modelos e do protótipo. Estas variações são intrínsecas à fabricação dos tubos, podendo ser causadas por diâmetros irregulares, misturas diferentes dos ingredientes componentes, etc.

b) A dificuldade de se conseguir modelar estruturas que respeitem ao mesmo tempo a rigidez flexional e a rigidez axial. No nosso caso foi respeitada apenas a primeira delas. As figuras IV.5 à IV.12 mostram os espectros de aceleração dos oito modelos construídos, já ajustados, obtidos experimentalmente através de ensaios de vibrações livres. Destas figuras é possível obter-se as três primeiras frequências naturais associadas aos modos de

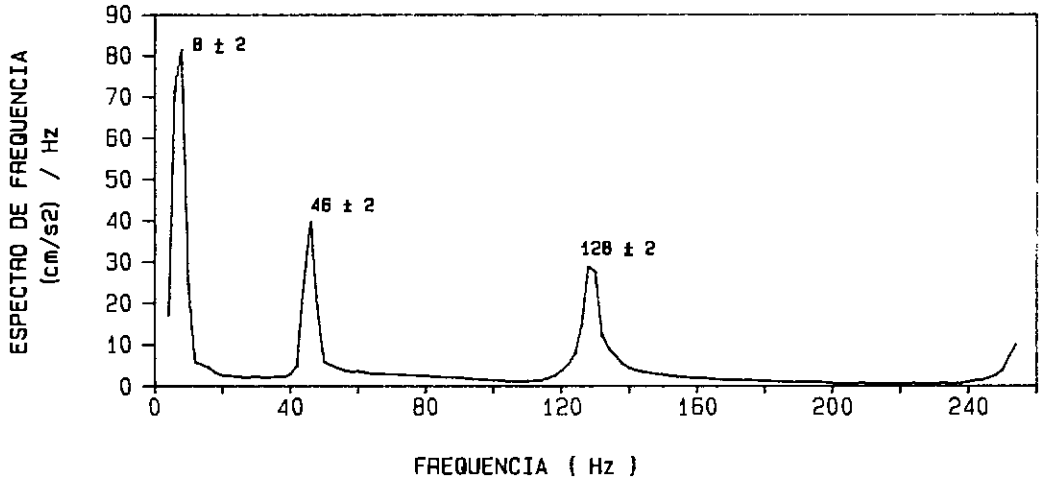


FIG. IV.5 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em alumínio , escala 1/3

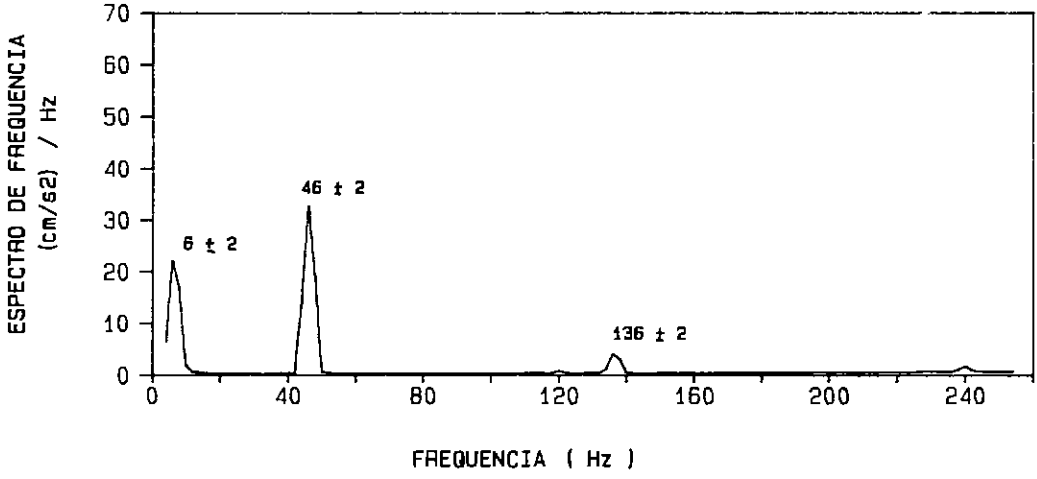


FIG. IV.6 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em aço inox , escala 1/3

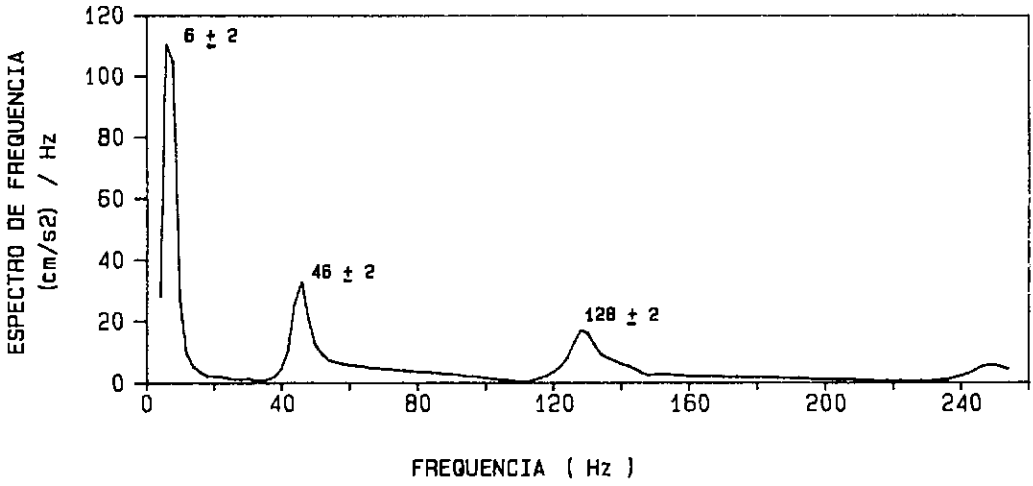


FIG. IV.7 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em PVC , escala 1/3

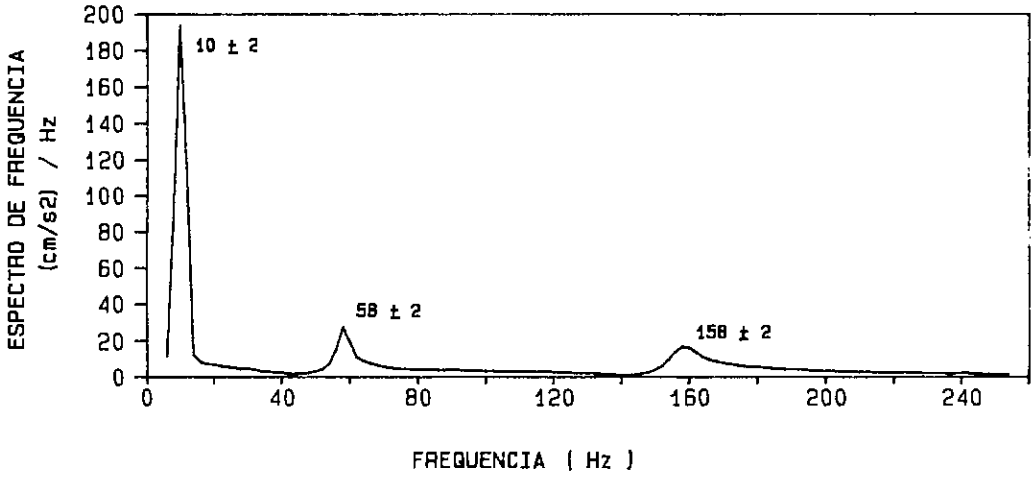


FIG. IV.8 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em alumínio , escala 1/5

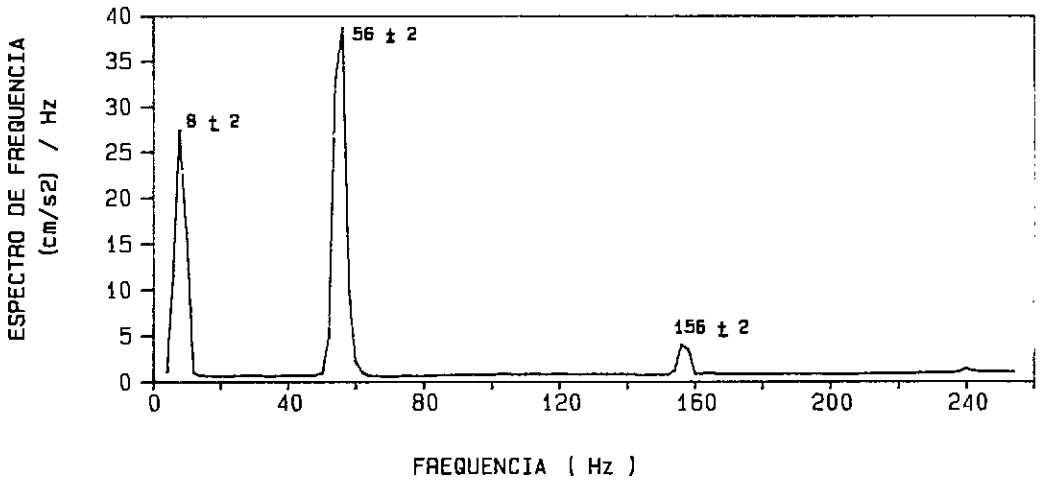


FIG. IV.9 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em aço inox , escala 1/5

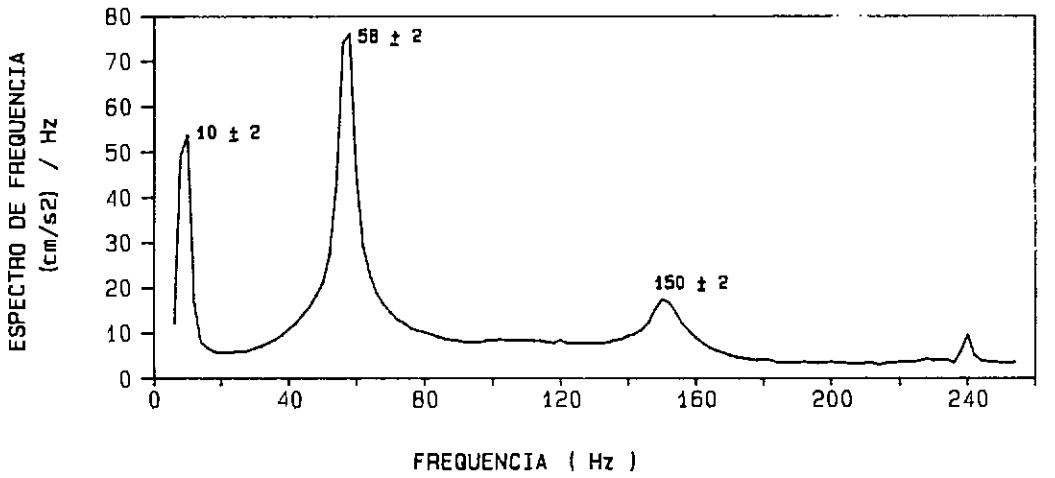


FIG. IV.10 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em PVC , escala 1/5

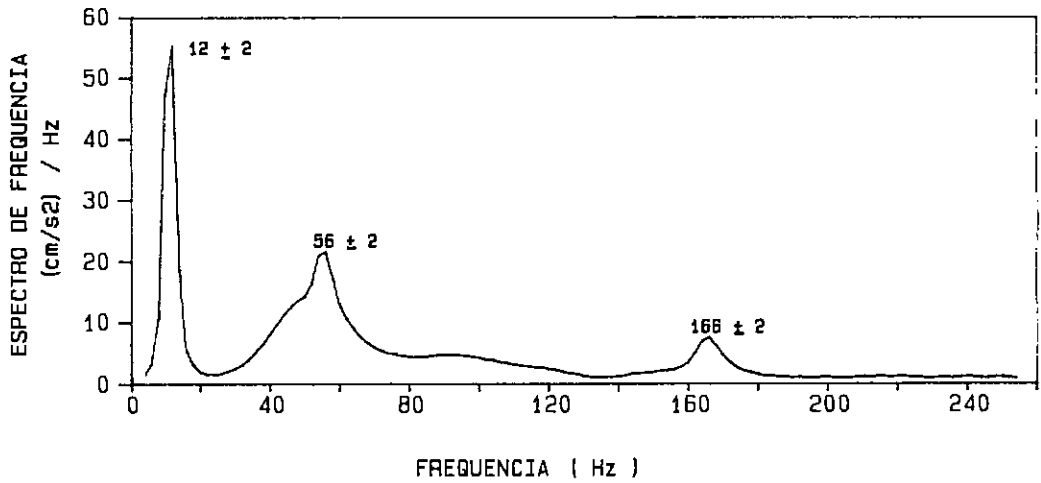


FIG. IV.11 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em ABS , escala 1/10

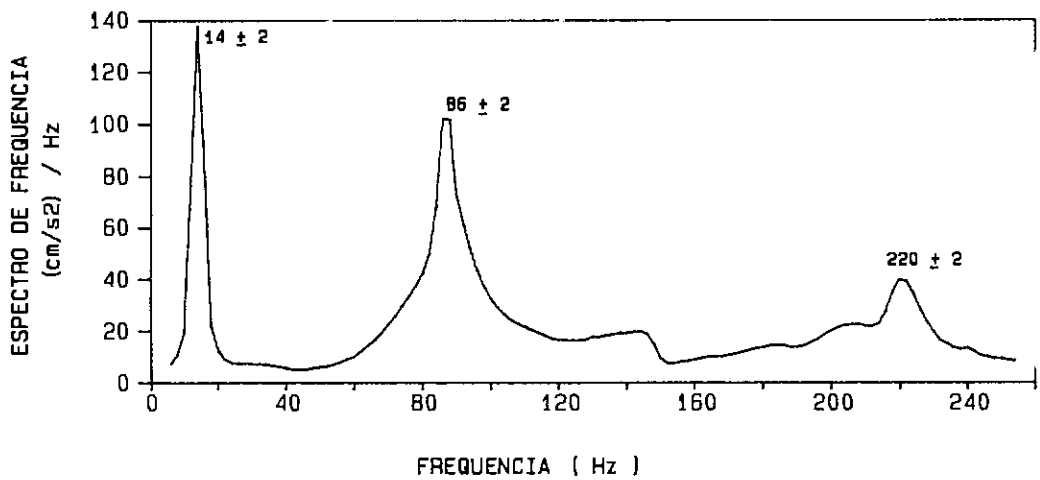


FIG. IV.12 - Espectro de frequência para a estrutura simplificada em PVC , escala 1/10

flexão para cada um dos modelos.

A Tabela IV.3 mostra os valores das frequências naturais calculadas através da Teoria da Semelhança (eq.IV.4), e os valores das frequências naturais obtidas experimentalmente.

Tabela IV.3 - Frequências naturais (Hz) obtidas pela Teoria da Semelhança e experimentalmente

ESC.	MAT.	f_1		f_2		f_3	
		$f_{T.S}$	$f_{exp.}$	$f_{T.S}$	$f_{exp.}$	$f_{T.S}$	$f_{exp.}$
1/3	ALU.	8.3± 0.1	7.2± 0.4	47.1± 0.1	45.2± 0.4	115.0± 0.1	129± 1
	AÇO INOX	8.3± 0.1	7± 1	47.1± 0.1	46± 1	115.0± 0.1	136± 1
	PVC	8.3± 0.1	7.2± 0.4	47.1± 0.1	44.8± 0.4	115.0± 0.1	129± 1
1/5	ALU.	10.7± 0.2	9.6± 0.4	60.8± 0.2	55.6± 0.4	148.5± 0.2	158± 1
	AÇO INOX	10.7± 0.2	8± 1	60.8± 0.2	55± 1	148.5± 0.2	157± 1
	PVC	10.7± 0.2	8.8± 0.8	60.8± 0.2	56.0± 0.8	148.5± 0.2	148± 2
1/10	ABS	15.2± 0.3	11± 1	86.0± 0.3	54± 1	210.0± 0.3	166± 1
	PVC	15.2± 0.3	14± 1	86.0± 0.3	88± 1	210.0± 0.3	220± 1

Observando os resultados apresentados na Tabela IV.3, verifica-se um bom ajuste das frequências naturais dos modelos à partir da frequência experimental do protótipo. Isto garante que os modelos reduzidos construídos são semelhantes fisicamente ao protótipo. A única estrutura onde este ajuste não foi possível foi na estrutura de ABS onde apenas a 1ª frequência natural ficou ajustada de forma aproximada. Um melhor ajuste deste modelo seria impossível,

já que seria necessário retirar massa da estrutura conforme citado no item II.2.2.2 do capítulo II.

Finalmente após o ajuste das frequências, os valores teóricos das frequências naturais foram recalculados considerando-se a massa específica final da estrutura. Estes cálculos teóricos foram feitos utilizando-se as equações (IV.1) à (IV.3).

A Tabela IV.4 mostra os valores das frequências naturais experimentais após o ajuste e os valores das frequências naturais teóricas, recalculadas considerando-se a massa específica final da estrutura.

Tabela IV.4 - Frequências naturais (Hz) teóricas e experimentais para os modelos

ESC.	MAT.	f_1		f_2		f_3	
		f_{Teor}	$f_{exp.}$	f_{Teor}	$f_{exp.}$	f_{Teor}	$f_{exp.}$
1/3	ALU.	7.3	7.2± 0.4	45.7	45.2± 0.4	127.9	129± 1
	AÇO INOX	8.1	7± 1	51.1	46± 1	143.0	136± 1
	PVC	7.4	7.2± 0.4	46.3	44.8± 0.4	129.6	129± 1
1/5	ALU.	10.1	9.6± 0.4	63.4	55.6± 0.4	177.7	158± 1
	AÇO INOX	9.3	8± 1	58.1	55± 1	162.6	157± 1
	PVC	10.4	8.8± 0.8	65.4	56.0± 0.8	183.2	148± 2
1/10	ABS	11.4	11± 1	71.3	54± 1	199.6	166± 1
	PVC	13.4	14± 1	83.7	88± 1	234.3	220± 1

Estes valores teóricos apresentados foram recalculados tentando-se ajustar o valor do módulo de elasticidade (E)

utilizado,já que normalmente o seu valor não é coincidente com o valor tabelado. Este ajuste permitiu se chegar a uma melhor correlação teórico-experimental.

Este procedimento descrito, só não foi necessário para a estrutura em aço inox (esc. 1/5) onde houve pouca variação entre o $\rho_{T.S}$, que foi o valor da massa específica conseguida mais próxima a calculada através da Teoria da Semelhança, e o ρ_{final}, que foi o valor da massa específica atingida após o ajuste das frequências naturais, (ver Tabela IV.2). Isto porque, para esta estrutura, as características mecânicas se encontram aproximadamente dentro dos valores tabelados.

Para a estrutura em ABS (esc.1/10), apenas a primeira frequência natural experimental ficou bem ajustada com o valor teórico. As outras duas frequências naturais experimentais não ficaram bem ajustadas com os valores teóricos já que foram muito influenciadas pela massa do acelerômetro. A influência da massa do acelerômetro pode ser verificada também na estrutura de PVC (esc. 1/5).

Em função dos valores apresentados na Tabela IV.4 pode-se concluir que as frequências naturais experimentais estão se correlacionando de forma satisfatória com as calculadas teoricamente.

IV.4) AJUSTE DOS MODELOS DAS ESTRUTURAS APORTICADAS

Como nas estruturas simplificadas, aqui também, antes de se iniciarem os ensaios de vibração livre e forçada para o cálculo da taxa de amortecimento, é necessário o ajuste das frequências naturais à partir do protótipo em estudo.

IV.4.1) FREQUÊNCIAS NATURAIS TEÓRICAS E EXPERIMENTAIS DO PROTÓTIPO

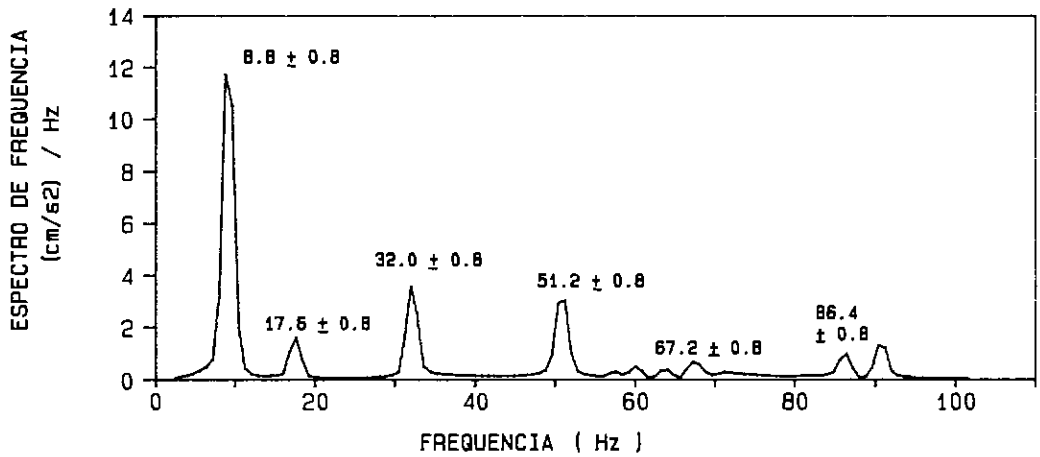
Para determinação das primeiras frequências naturais teóricas desta estrutura, utilizaram-se dois programas - SAFE [8] e OMEGA [9] - desenvolvidos utilizando-se o Método dos Elementos Finitos e implantados em micro-computadores do tipo PC-XT disponíveis no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ. O primeiro calcula a estrutura estaticamente. Seus dados e resultados são inseridos no segundo que calcula a estrutura dinamicamente fornecendo as frequências naturais e os modos de vibração. Uma desvantagem deste segundo programa é o fato de que ele só é executável em micro-computadores do tipo PC-XT e que para um grande número de modos de vibração exige grande tempo de processamento.

A discretização desta estrutura foi feita considerando-se como nós para o programa os nós reais da estrutura.

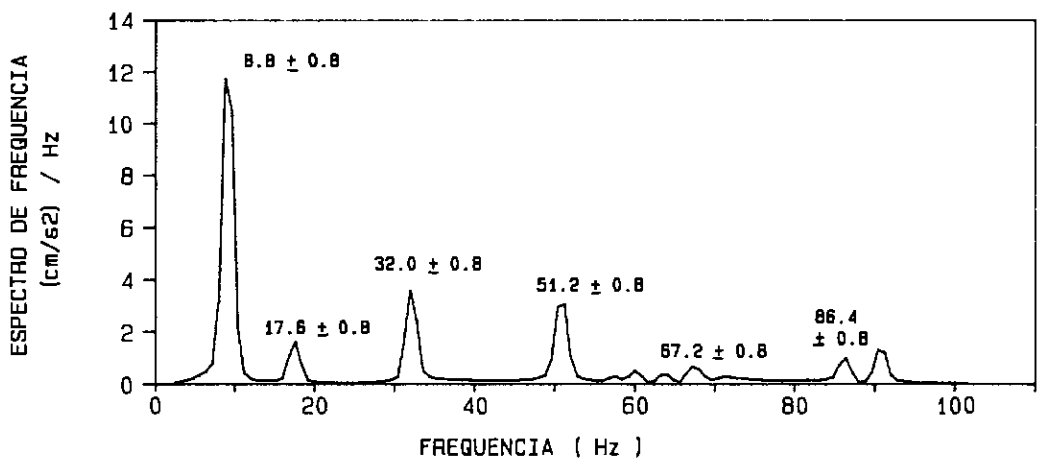
Estes valores teóricos foram posteriormente comparados aos resultados experimentais. Estes últimos foram obtidos através de ensaios de vibrações livres, segundo a metodologia descrita no item IV.2.

As figuras IV.13 (a e b), mostram os espectros de aceleração desta estrutura, obtidos através destes ensaios, para acelerômetros colados como indicado na figura IV.1. A figura IV.13 (c), mostra as fases relativas entre estes acelerômetros.

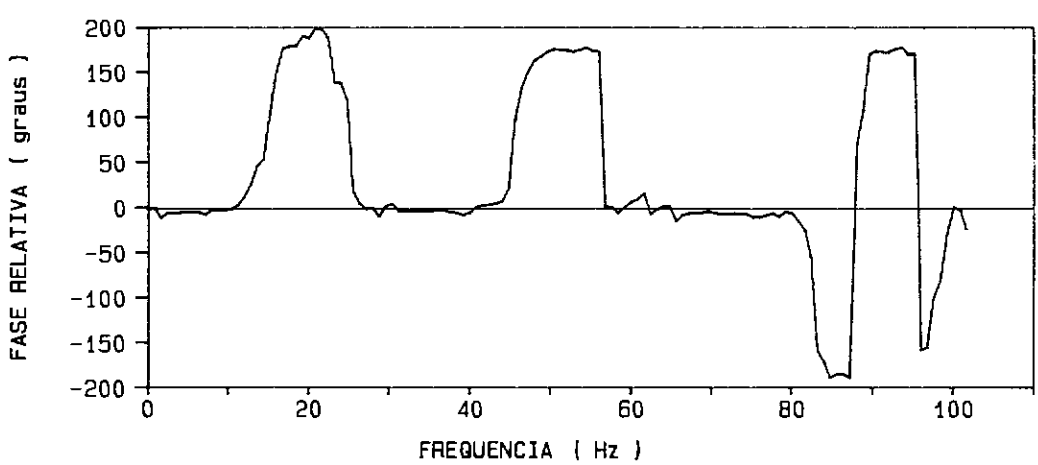
A Tabela IV.5 mostra uma comparação dos resultados teóricos e experimentais para esta estrutura.



a) Espectro de frequência para o acelerômetro A



b) Espectro de frequência para o acelerômetro B



c) Fase relativa entre os acelerômetros A e B

FIG. IV.13 - Espectro de frequência para o protótipo das estruturas aporticadas

Tabela IV.5 - Frequências naturais teóricas e experimentais (Hz) para o protótipo

FREQUENCIA	TEORICO	EXPERIMENTAL
1ª de flexão	9.12	9.12 ± 0.08
1ª de torção	15.08	17.6 ± 0.40
2ª de flexão	30.12	32.0 ± 0.40
2ª de torção	42.19	51.2 ± 0.80
3ª de flexão	53.32	67.2 ± 0.80
3ª de torção	62.82	86.4 ± 0.80

Observando os resultados da Tabela IV.5, verificou-se uma boa correlação entre os valores das frequências naturais experimentais e teóricas para os modos mais baixos de flexão e torção, sendo que para os modos mais altos as frequências naturais se distanciavam, provavelmente devido a imprecisão numérica no cálculo destes modos mais elevados. Como o que nos interessa mais são os modos mais baixos e para os quais ajustamos as frequências naturais, não nos preocupamos em fazer um melhor ajuste da estrutura.

De qualquer forma, isto não invalida concluir que a hipótese de considerar o pórtico como engastado-livre e as juntas como engastes perfeitos é válida, e sim, garante uma boa execução na confecção do pórtico e seus apoios.

IV.4.2) AJUSTE DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS DOS MODELOS

O ajuste das frequências experimentais dos modelos foi feito respeitando-se o fator de escala das frequências, sendo este considerado da forma exposta na equação (IV.4).

Como no item IV.3.2, o ajuste das frequências naturais experimentais dos modelos foi feito através da alteração da

massa adicional necessária em cada estrutura de forma que a frequência natural obtida experimentalmente para o modelo se aproximasse ao máximo daquela calculada pela equação (IV.4). A massa específica final (ρ_{final}) das pernas, já que foi neste elemento que distribuimos a massa adicional da estrutura, ficou como mostrado na tabela IV.6. Esta tabela mostra também na sua quarta coluna, apenas para efeito de comparação, a massa específica alcançada (ρ_{alc}), necessária segundo a Teoria da Semelhança, (ver tabela III.2). A massa específica das barras horizontais foi considerada com o valor tabelado e dado na tabela III.2.

Tabela IV.6 - Massa específica final nas pernas dos modelos

ESC.	MATERIAL	ρ_{final} (g/cm^3)	ρ_{alc} (g/cm^3)
1/3	ALUMÍNIO	16.45	14.55
	AÇO INOX	23.27	40.40
	ABS	1.13	2.01
	PVC	4.26	3.20

Aqui também, a massa específica final (ρ_{final}) em todos os casos ficou diferente daquele alcançado (ρ_{alc}) segundo a Teoria da semelhança. Isto se deve principalmente aos fatores já citados no item IV.3.2:

a) As diferenças nas características geométricas e mecânicas entre os valores tabelados e reais dos tubos dos modelos e do protótipo. Estas variações são intrínsecas à fabricação dos tubos, podendo ser causadas por diâmetros irregulares, misturas diferentes dos ingredientes componentes, etc.

b) A dificuldade de se conseguir modelar estruturas que respeitem ao mesmo tempo a rigidez flexional e a rigidez axial. No nosso caso respeitamos apenas a primeira delas.

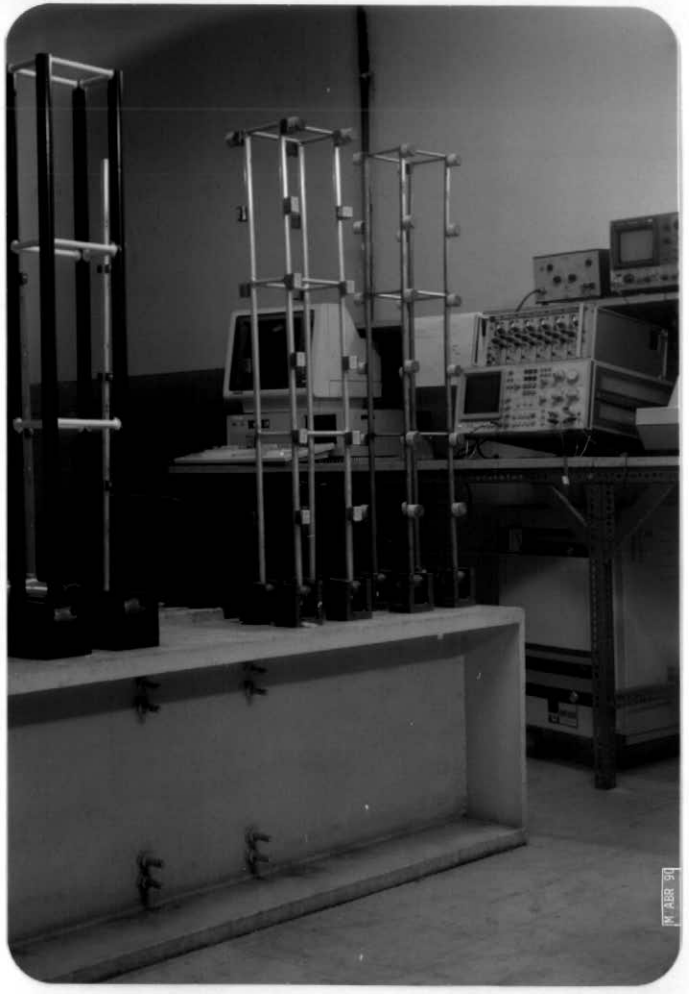
As fotos IV.2, IV.3 e IV.4 mostram uma vista dos modelos após o ajuste de frequências com as massas adicionais nas posições finais.

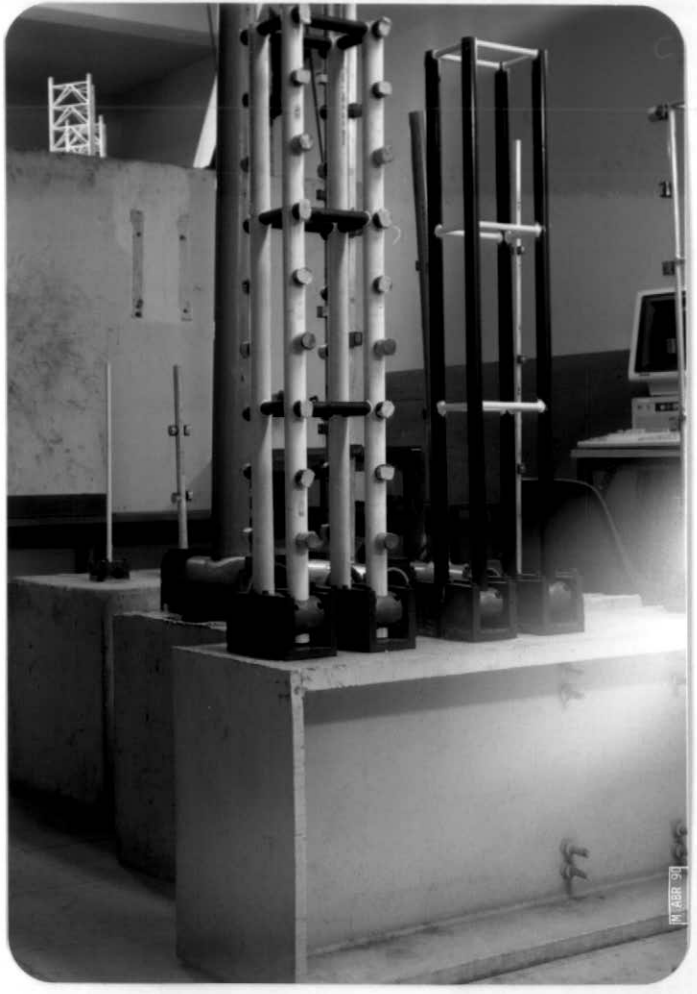
As figuras IV.14 à IV.17 (a e b), mostram os espectros de aceleração destas estruturas, obtidos através de ensaios de vibrações livres, para acelerômetros colados como dispostos na figura IV.1. As figuras IV.14 à IV.17 (c), mostram as fases relativas entre estes acelerômetros.

A Tabela IV.7 mostra os valores das frequências naturais calculadas através da Teoria da Semelhança (eq.IV.4) e os valores das frequências naturais obtidas experimentalmente.

Tabela IV.7 - Frequências naturais experimentais (Hz) dos modelos

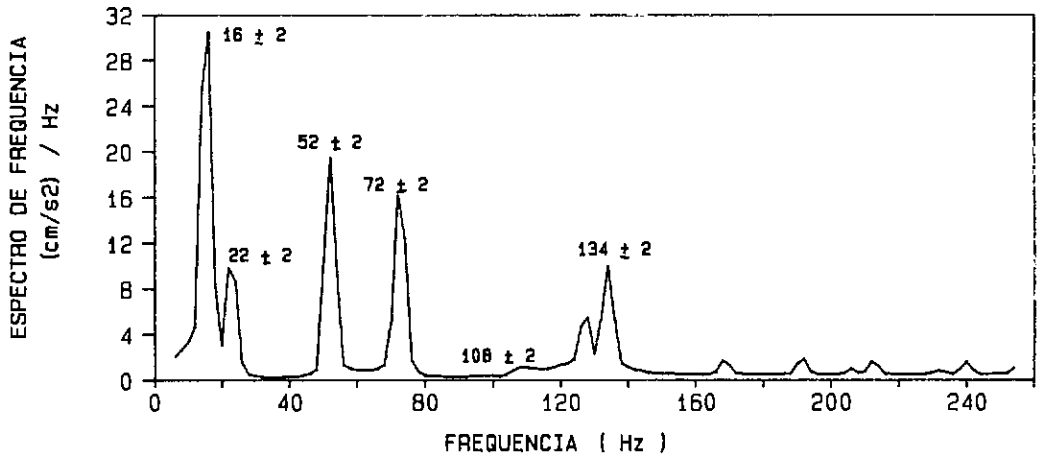
f	TIPO	MODELOS				
		$f_{T.S}$	ALUMINIO	ACO INOX	ABS	PVC
1ª	FLEXÃO	15.8 ± 0.1	15.2 ± 0.8	15.2 ± 0.8	13.6 ± 0.8	15.2 ± 0.8
	TORÇÃO	30.5 ± 0.7	23.2 ± 0.8	28.0 ± 0.8	31.2 ± 0.8	28.8 ± 0.8
2ª	FLEXÃO	55.4 ± 0.7	52.0 ± 0.8	54.4 ± 0.8	59.2 ± 0.8	59.2 ± 0.8
	TORÇÃO	88.7 ± 1.4	72.8 ± 0.8	80.8 ± 0.8	87.2 ± 0.8	88.0 ± 0.8
3ª	FLEXÃO	116.4± 1.4	108 ± 2	122 ± 2	142 ± 2	128 ± 2
	TORÇÃO	149.6± 1.4	134 ± 2	146 ± 2	166 ± 2	158 ± 2



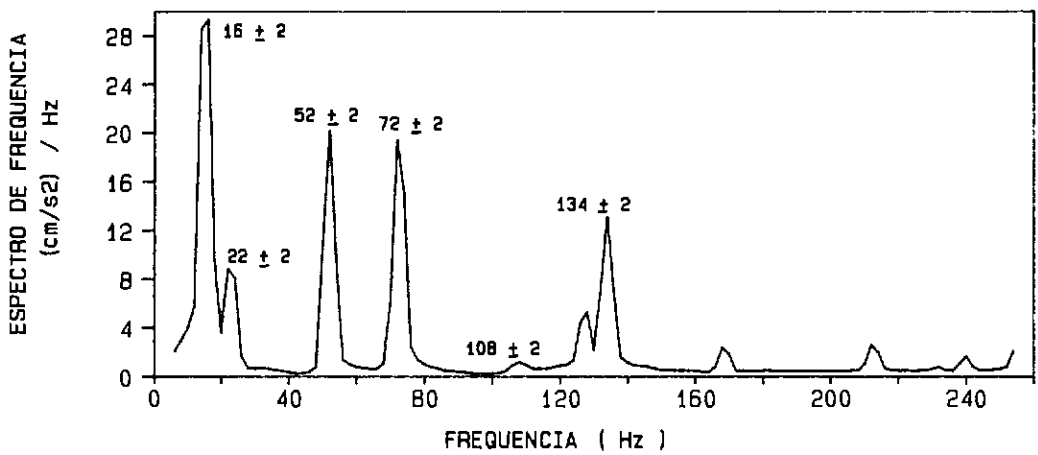


FOTOS IV.2 e IV.3 - Vista dos modelos após o ajuste das frequências naturais

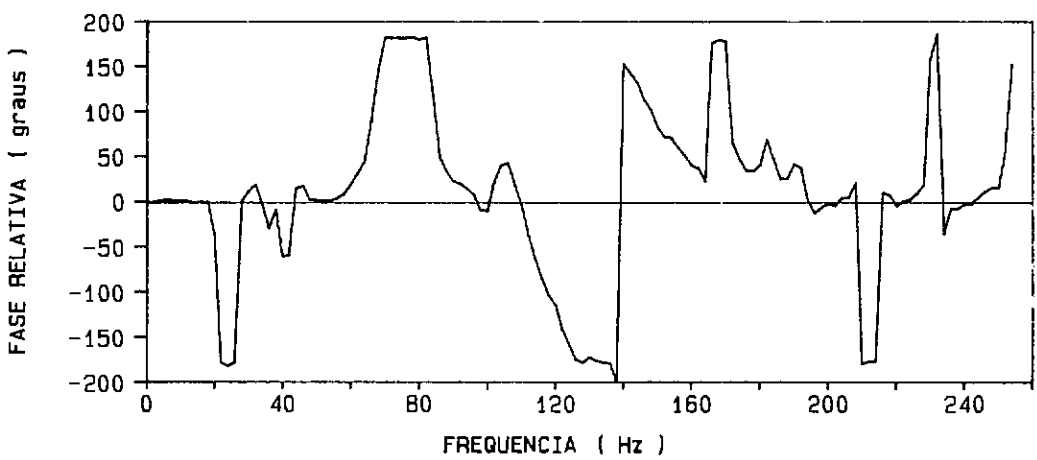
FOTO IV.4 - Vista geral dos modelos após o ajuste das frequências naturais



a) Espectro de frequência para o acelerômetro A

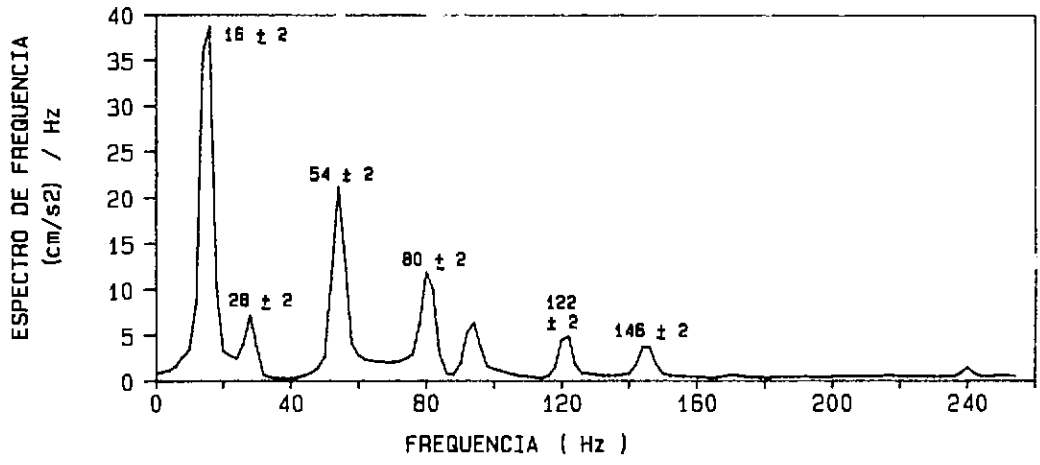


b) Espectro de frequência para o acelerômetro B

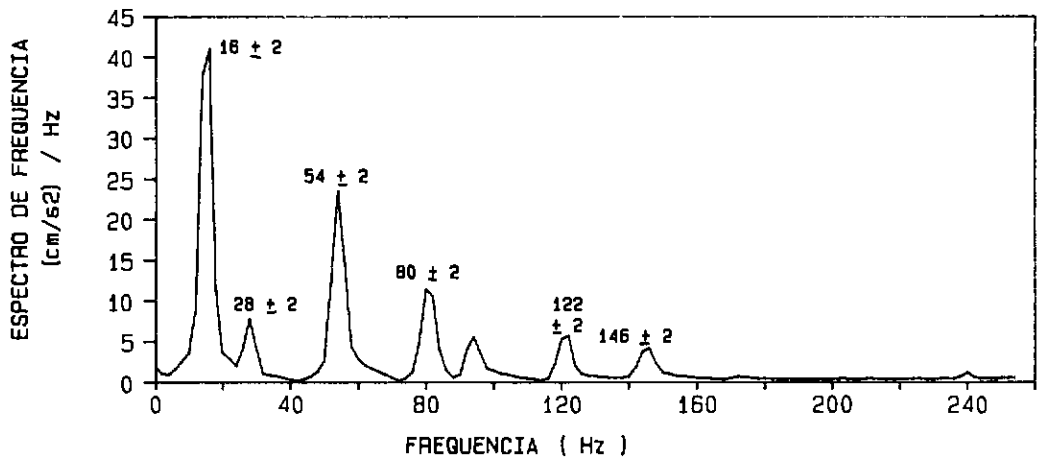


c) Fase relativa entre os acelerômetros A e B

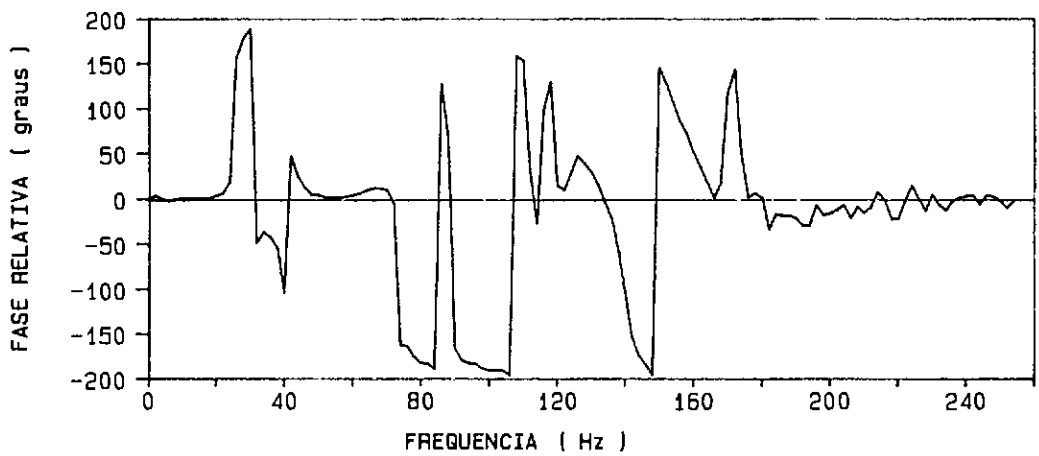
FIG. IV.14 - Espectro de frequência para o pórtico em alumínio , escala 1/3



a) Espectro de frequência para o acelerômetro A

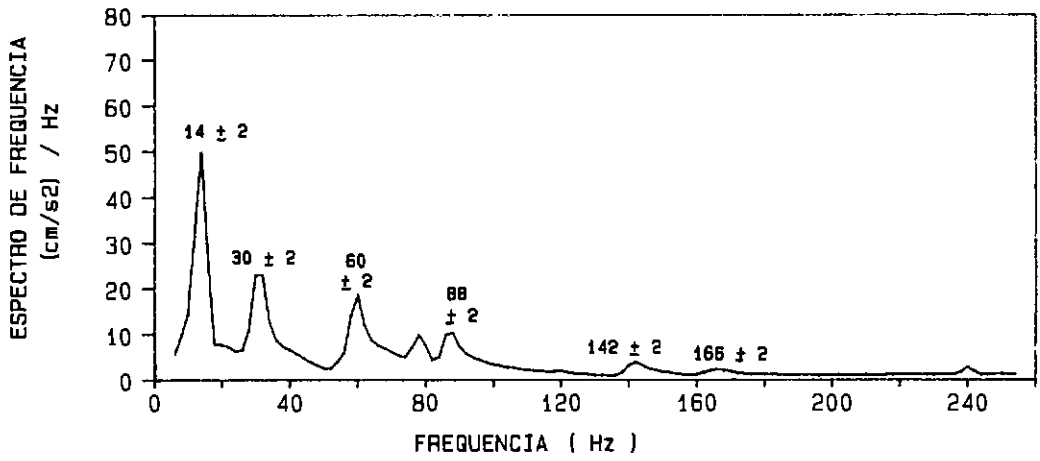


b) Espectro de frequência para o acelerômetro B

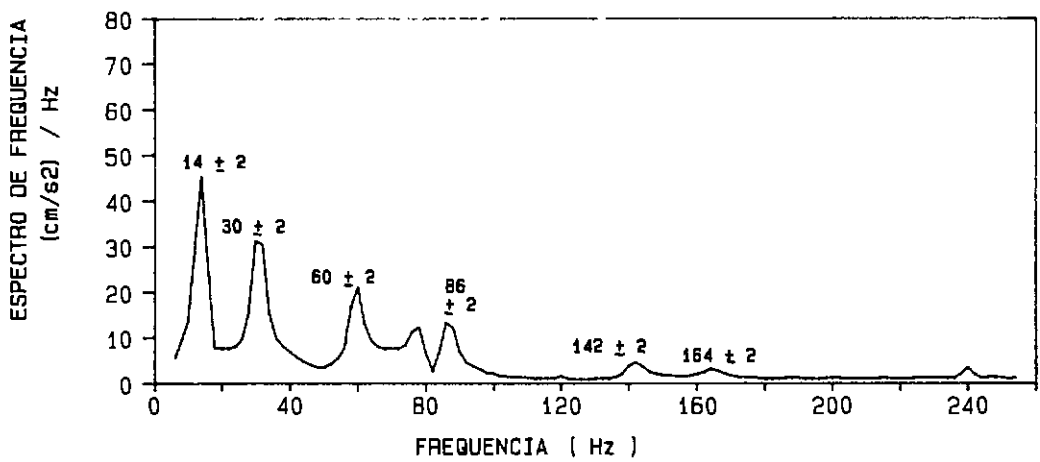


c) Fase relativa entre os acelerômetros A e B

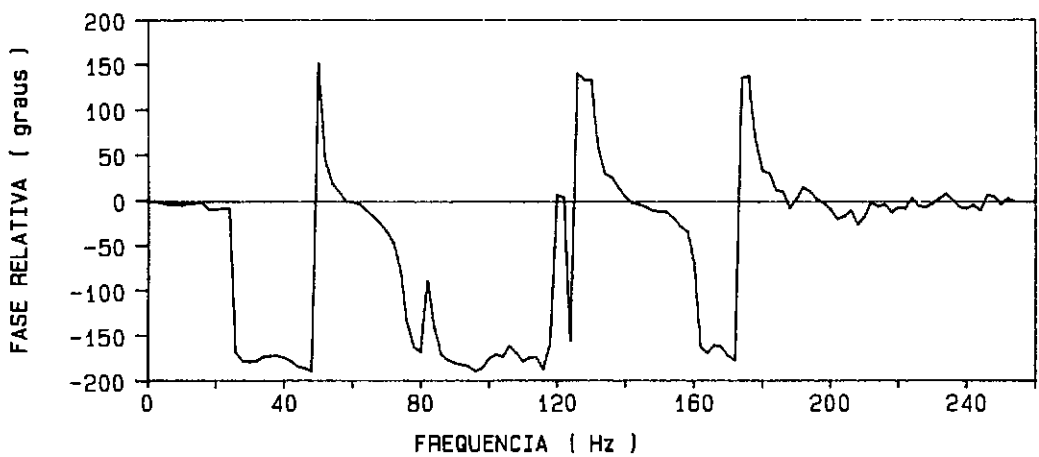
FIG. IV.15 - Espectro de frequência para o pórtico em aço inox , escala 1/3



a) Espectro de frequência para o acelerômetro A

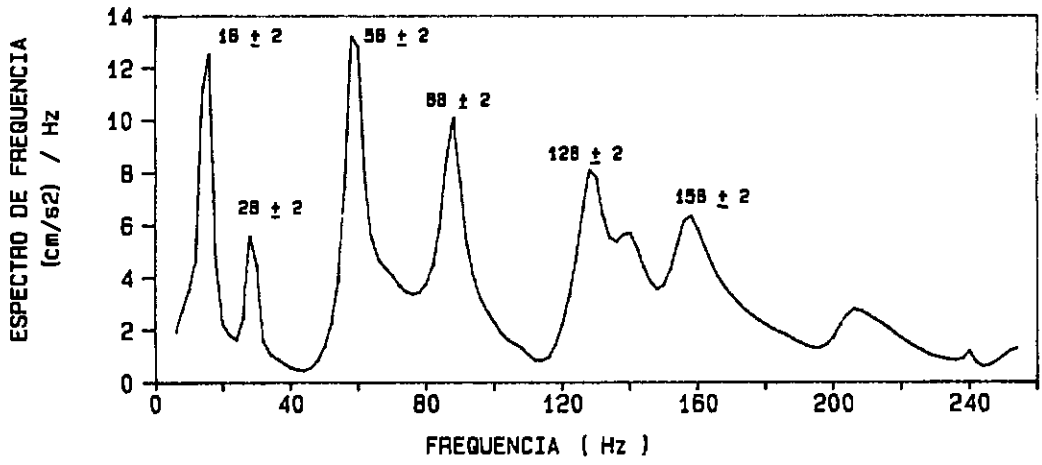


b) Espectro de frequência para o acelerômetro B

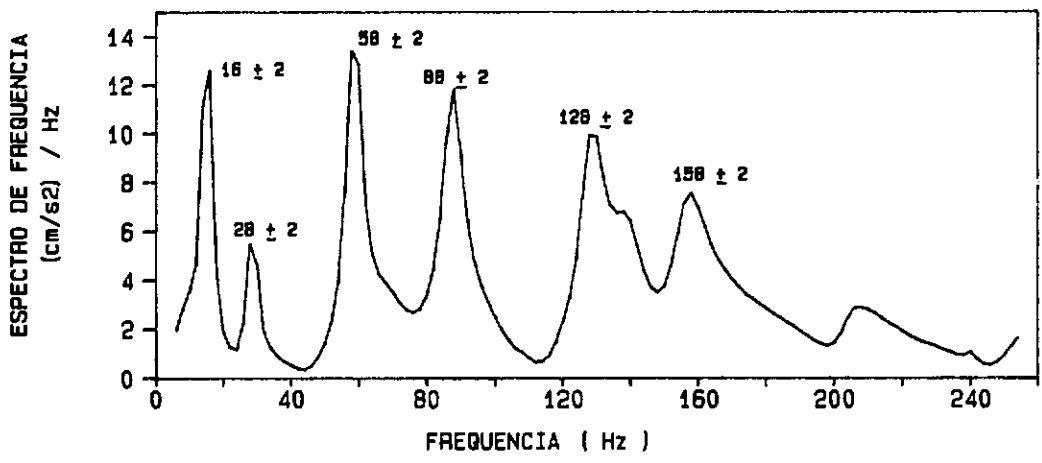


c) Fase relativa entre os acelerômetros A e B

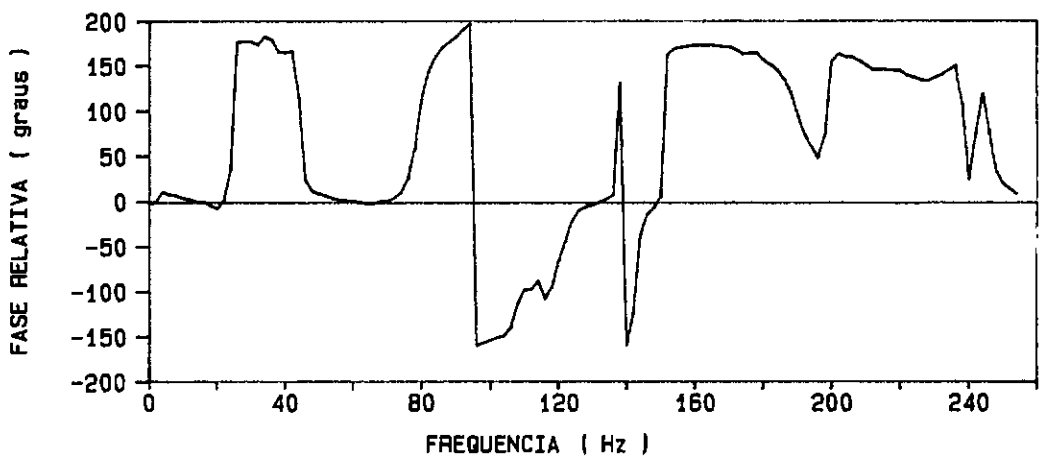
FIG. IV.16 - Espectro de frequência para o pórtico em ABS , escala 1/3



a) Espectro de frequência para o acelerômetro A



b) Espectro de frequência para o acelerômetro B



c) Fase relativa entre os acelerômetros A e B

FIG. IV.17 - Espectro de frequência para o pórtico em PVC , escala 1/3

Observando os resultados apresentados na tabela IV.7 verifica-se um bom ajuste das frequências naturais dos modelos à partir das frequências naturais experimentais do protótipo. Isto garante que os modelos reduzidos construídos são semelhantes fisicamente ao protótipo.

Finalmente após o ajuste das frequências naturais, pode-se proceder ao cálculo teórico das mesmas, agora considerando-se a massa específica final (ρ_{final}), dada pela tabela IV.6, para se fazer uma comparação teórico-experimental das frequências naturais das estruturas. Este cálculo teórico é feito utilizando-se os dois programas citados no item IV.4.1 deste capítulo. Para entrada no programa considerou-se o valor da massa específica final como perfeitamente distribuída nas pernas da estrutura.

A Tabela IV.8 mostra os valores das frequências naturais experimentais após o ajuste das frequências e os valores das frequências naturais teóricas calculadas como descrito anteriormente.

Tabela IV.8 - Frequências naturais experimentais e teóricas (Hz), para os modelos das estruturas aporticadas

FREQ.	MODELOS							
	ALUMÍNIO		AÇO INOX		ABS		PVC	
	TEOR.	EXP.	TEOR.	EXP.	TEOR.	EXP.	TEOR.	EXP.
1ª flexão	16.92	15.2± 0.8	17.66	15.2± 0.8	16.44	13.6± 0.8	14.34	15.2± 0.8
1ª torção	24.37	23.2± 0.8	32.80	28.0± 0.8	33.27	31.2± 0.8	24.05	28.8± 0.8
2ª flexão	52.28	52.0± 0.8	58.22	54.4± 0.8	60.50	59.2± 0.8	50.11	59.2± 0.8
2ª torção	68.98	72.8± 0.8	88.72	80.8± 0.8	87.99	87.2± 0.8	68.65	88.0± 0.8
3ª flexão	83.75	108± 2	102.1	122± 2	119.2	142± 2	94.56	128± 2
3ª torção	99.54	134± 2	126.3	146± 2	122.8	166± 2	106.1	158± 2

Tentando-se fazer um melhor ajuste teórico destas estruturas e sabendo-se que o valor do módulo de elasticidade (E) pode ser um pouco diferente daquele tabelado procurou-se ajustar o valor do mesmo de forma a se chegar a uma melhor correlação teórico-experimental. Este ajuste não foi necessário apenas para as estruturas em aço inox e PVC.

Para todas as estruturas analisadas, verifica-se que para os modos mais baixos de flexão e torção as frequências naturais ficaram bem ajustadas enquanto para os modos mais altos estas frequências se distanciavam, devido provavelmente a imprecisão numérica no cálculo destes modos mais elevados. No entanto, como o que nos interessa são os modos mais baixos, não nos preocupamos em realizar um melhor ajuste teórico-experimental. Mesmo assim, podemos

garantir uma boa execução dos pórticos e seus apoios, garantindo assim que tanto as juntas soldadas e coladas bem como os apoios dos modelos podem ser considerados engastados.

CAPÍTULO V

DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DA TAXA DE AMORTECIMENTO ASSOCIADA AO 1º MODO DE VIBRAÇÃO

V.1) DESCRIÇÃO DO ENSAIO

A forma de excitação nestes ensaios foi do tipo "puxar-largar", i.é, puxar a estrutura até uma determinada deformada e depois largar, deixando-a entrar em vibração livre. Esta excitação foi sempre imposta no topo dos protótipos e modelos, sendo que no caso das estruturas aporticadas sempre na direção de menor rigidez.

A instrumentação utilizada nestes ensaios para o cálculo da taxa de amortecimento associado ao 1º modo de vibração foi praticamente a mesma adotada para o ajuste das frequências naturais, já que este também foi realizado através de testes de vibração livre. Descreve-se a seguir os principais sensores e equipamentos utilizados nesta fase.

a) Sensores e equipamentos para deteção dos dados experimentais:

- Sensores à base de strain-gages:

. Micro-acelerômetros com capacidade de medir 1, 2 ou 10 G.

- Condicionadores de sinais para faixa de 50 - 25000 μst, com amplificação de até ± 5 V.

b) Equipamentos para leitura, armazenamento e análise das informações:

- Gravador analógico de alta fidelidade.

- Osciloscópio.

- Filtros passa-baixa.

- Placa conversora Analógica-Digital (A/D) de 10 bits, podendo digitalizar sinais de até ± 5 V, portanto, sensibilidade de 10 mV.

- Micro-computador compatível IBM PC/XT/AT de 16 bits.

- Plotter.

A locação dos acelerômetros nas estruturas simplificadas agora foi à 150 cm da base no protótipo e na posição correspondente a redução segundo a escala geométrica em cada modelo. Foram utilizados acelerômetros de 1 G para se gravar o sinal no tempo tanto para o protótipo quanto para os modelos.

Para as estruturas aporticadas aproveitou-se os acelerômetros já colados para o ajuste das frequências naturais (figura IV.1, do item IV.2), que foram de 10 G para os modelos e 2 G para o protótipo, e colou-se mais um na posição indicada na figura V.1, agora de 1 G.

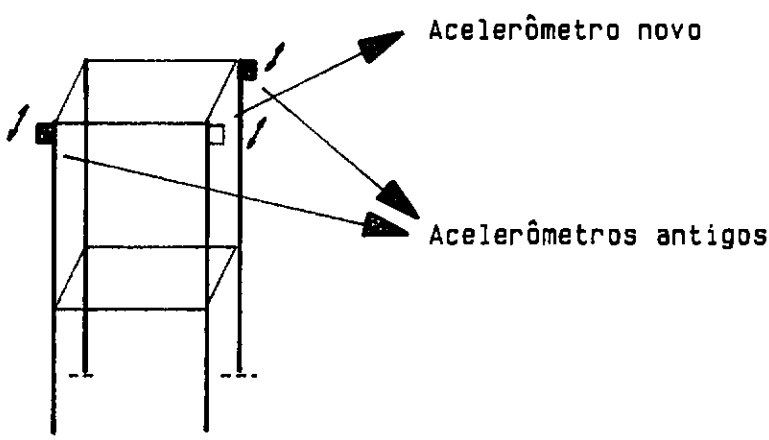


FIGURA V.1 - Locação dos acelerômetros para determinação da taxa de amortecimento associada ao 1º modo de flexão

Nestas estruturas apesar de todos os acelerômetros terem sido gravados, apenas o de 1 G é que foi processado para se conseguir o sinal no tempo, já que este tem sensibilidade maior que os demais.

O esquema de aquisição dos sinais é o mesmo mostrado na figura IV.2 do item IV.2.

No processamento do sinal gravado para se obter o sinal no tempo necessário para o cálculo da taxa de amortecimento pela técnica do decremento logarítmico, é necessária a utilização de uma placa conversora A/D instalada em um micro-computador, e para que o sinal no tempo fique mais perfeito, tirando-se possíveis acoplamentos de frequência que por ventura possam ocorrer, é recomendável antes de se digitalizar o sinal, filtra-lo com frequências de corte imediatamente acima da frequência natural associada ao 1º modo de vibração. Estes filtros são chamados filtros passa-baixa pois só permitem passar frequências abaixo da frequência de corte. O esquema das ligações para isto é o mostrado na figura V.2.

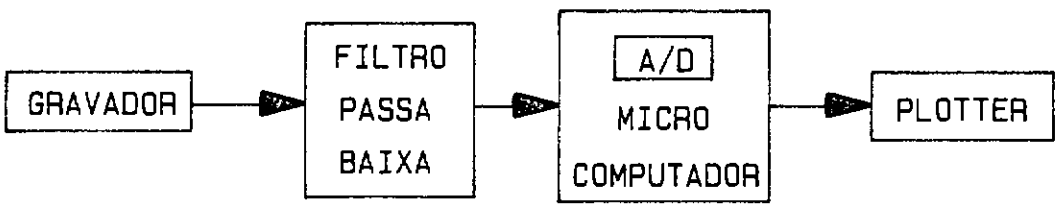


FIGURA V.2 - Esquema de ligação dos equipamentos para processamento dos sinais

Mesmo assim, nas estruturas de metal que possuiam taxas de amortecimento muito baixas, nem sempre o artifício deste filtro foi suficiente para se desacoplar o sinal no tempo, pois frequências mais baixas acopladas ao sinal não ficavam filtradas com este processo. Tentou-se construir um filtro analógico para se solucionar este problema mas este não agiu de forma eficiente. Além do mais sabe-se que a introdução de filtros causam erros no sinal, principalmente defasagem do sinal no tempo [10]. Por este motivo, abandonou-se esta idéia e adotou-se o procedimento de se ajustar, através do método dos mínimos quadrados [11], a melhor exponencial que representasse a envoltória da curva de amortecimento experimental descrito no item que se segue.

V.2) TÉCNICA ADOTADA

A técnica adotada para determinação da taxa de amortecimento associada ao 1º modo de vibração, através da resposta da aceleração no tempo, em estruturas submetidas a testes de "puxar-largar", foi a do decremento logarítmico. Porém em alguns ensaios, principalmente nas estruturas de metal que apresentam taxas de amortecimento muito baixas, o sinal no tempo ficou acoplado com frequências mais baixas que a 1ª frequência natural. Por este motivo foi necessário se ajustar a envoltória da resposta no tempo obtida experimentalmente. Este ajuste foi realizado através do método dos mínimos quadrados conforme descrito a seguir.

Sabe-se que a resposta no tempo de sistemas de um grau de liberdade submetidos a vibrações livres, para estruturas

amortecidas, é da seguinte forma [7]:

$$f(t) = A\, e^{-\xi\omega t} \text{ sen } (\omega t+\theta) \qquad (V.1)$$

onde: f(t) = resposta no tempo

A = amplitude do pico inicial da resposta

ξ = taxa de amortecimento do sistema

$\omega = 2\pi f$ = frequência natural circular do sistema

t = tempo

θ = ângulo de fase entre a excitação e a resposta do sistema.

Fazendo-se:

$$b = -\xi\omega \qquad (V.2)$$

onde b é sempre negativo, e sabendo-se que na envoltória:

$$\text{sen } (\omega t+\theta) \cong 1 \qquad (V.3)$$

tomando-se o logarítmo neperiano em ambos os lados da equação V.1, chega-se a:

$$\ln [f(t)] = \ln A + bt \qquad (V.4)$$

A expressão (V.4) é equação de uma reta. Isto significa que é possível se ajustar os pontos obtidos experimentalmente através de uma simples regressão linear, determinando-se assim os valores de "A" e "b". A substituição desses parâmetros na equação (V.1), permite então se obter a envoltória do sinal no tempo que melhor se ajusta aos resultados experimentais.

Para obtenção do valor da taxa de amortecimento, ξ , substitui-se ($\omega = 2\pi f$) na equação (V.2), chegando-se a:

$$\xi(\%) = \frac{-b}{2\pi f}\, 100 \qquad (V.5)$$

V.3) RESULTADOS DE AMORTECIMENTO

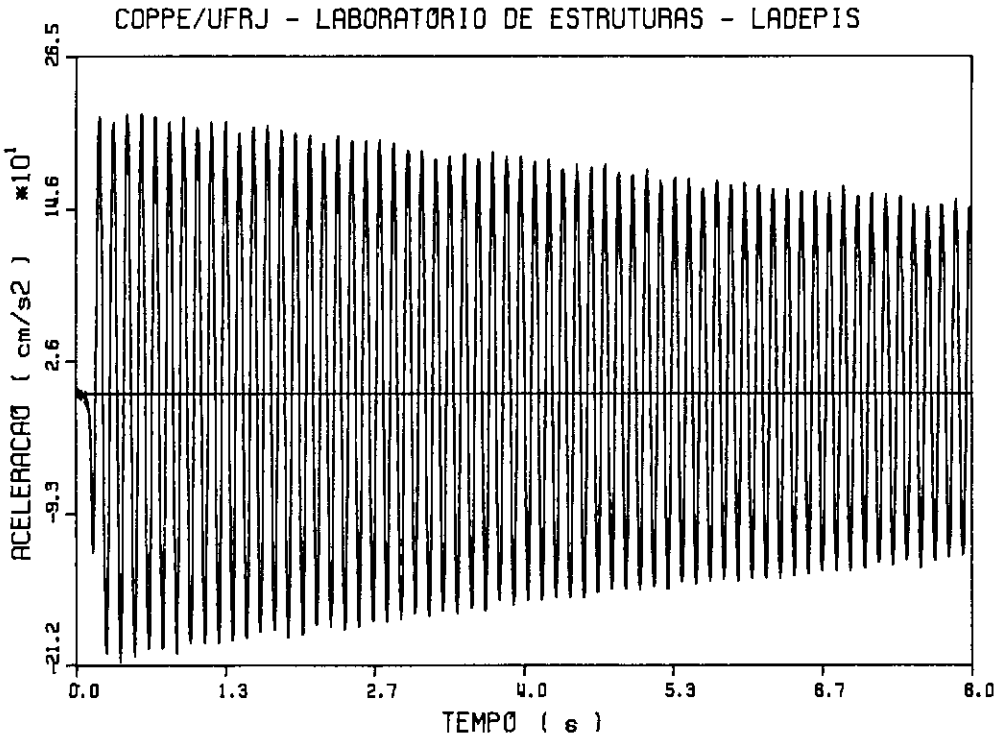
Os valores da taxa de amortecimento associados ao 1º modo de flexão foram calculados através da técnica do decremento logarítmico, ajustando-se o sinal da envoltória experimental, pelo método dos mínimos quadrados, conforme descrito na seção anterior deste capítulo. No entanto, como sabe-se que ensaios experimentais são passíveis de imprecisões inerentes ao próprio processo, optou-se por calcular a taxa de amortecimento através da média de pelo menos três sinais no tempo. Estas imprecisões que podem ocorrer são devidas à sensibilidade dos sensores e equipamentos utilizados, mas principalmente devidas à resolução da placa conversora analógica/digital.

O desvio padrão médio da taxa de amortecimento encontrado para as estruturas em estudo ficou em torno de 0.01% para as estruturas simplificadas e em torno de 0.02% para as estruturas aporticadas.

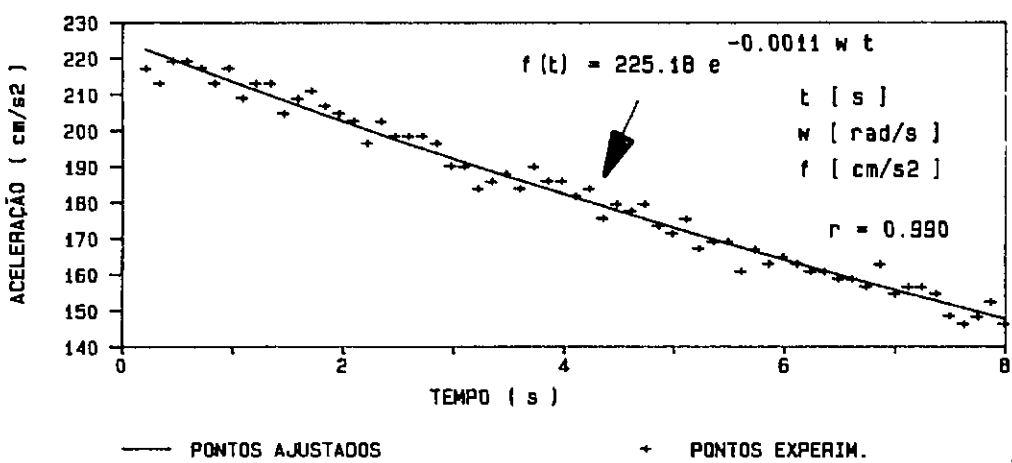
V.3.1) ESTRUTURAS SIMPLIFICADAS

A figura V.3.a mostra a resposta da aceleração no tempo para a estrutura de aço inox (esc. 1/5), enquanto a figura V.3.b mostra a comparação das envoltórias entre este mesmo sinal experimental e o ajustado por mínimos quadrados. Observa-se nesta última figura que, apesar do acoplamento de frequências, a envoltória obtida por mínimos quadrados ficou bem ajustada à experimental, apresentando um coeficiente de correlação linear (r), igual a 0.990.

A figura V.4.a mostra a resposta da aceleração no tempo para a estrutura em ABS (esc.1/10), enquanto a figura

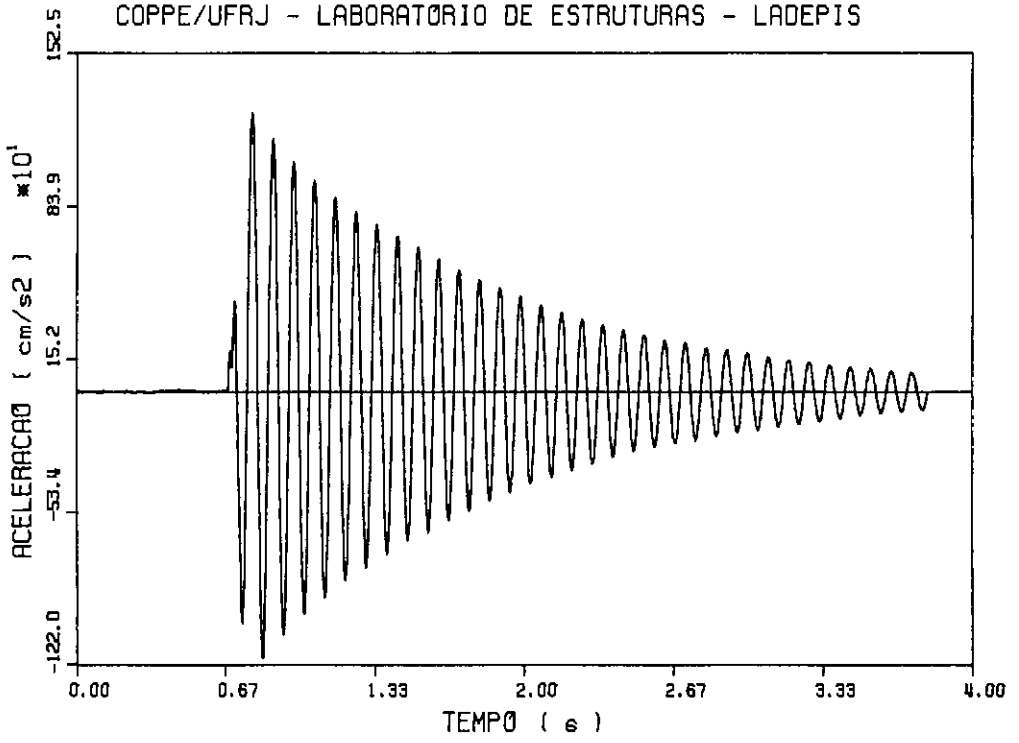


a) Resposta de aceleração no tempo

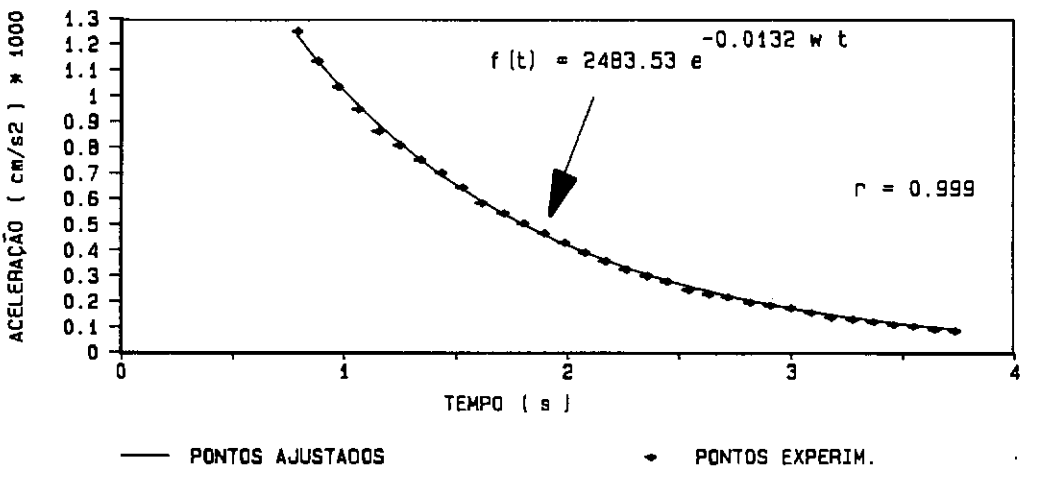


b) Ajuste da envoltória de amortecimento por mínimos quadrados

FIG. V.3 - Estrutura em aço inox , escala 1/5



a) Resposta de aceleração no tempo



b) Ajuste da envoltória de amortecimento por mínimos quadrados

FIG. V.4 - Estrutura em ABS , escala 1/10

V.4.b mostra a mesma comparação da figura V.3.b. A resposta desta estrutura não apresentou acoplamento de frequência e o ajuste da envoltória ficou bastante bom, apresentando um coeficiente de correlação (r), igual a 0.999.

A fim de se avaliar o nível de correlação conseguido com a técnica descrita no item V.2, apresenta-se na tabela V.1, para todas as estruturas simplificadas ensaiadas, o coeficiente de correlação (r).

Tabela V.1 - Valores do coeficiente de correlação (r) para as estruturas simplificadas ensaiadas

ESTRUTURAS ENSAIADAS			r
PROTÓTIPO			0.995
MODELOS	ESC. 1/3	ALUMÍNIO	0.986
		AÇO INOX	0.997
		PVC	0.999
	ESC. 1/5	ALUMÍNIO	0.989
		AÇO INOX	0.990
		PVC	0.998
	ESC. 1/10	ABS	0.999
		PVC	0.998

Pode-se observar pelos resultados apresentados na tabela V.1 que o ajuste da envoltória de amortecimento feito pelo método dos mínimos quadrados, em todas as estruturas, ficou muito bom, tendo o valor de (r) se aproximando bastante do valor ideal que seria igual a 1 (envoltória com todos os pontos experimentais coincidindo com a curva ajustada).

A Tabela V.2 mostra o valor das taxas de amortecimento

médias (%), calculadas para as estruturas simplificadas, através dos sinais das respostas de aceleração no tempo para ensaios de vibrações livres.

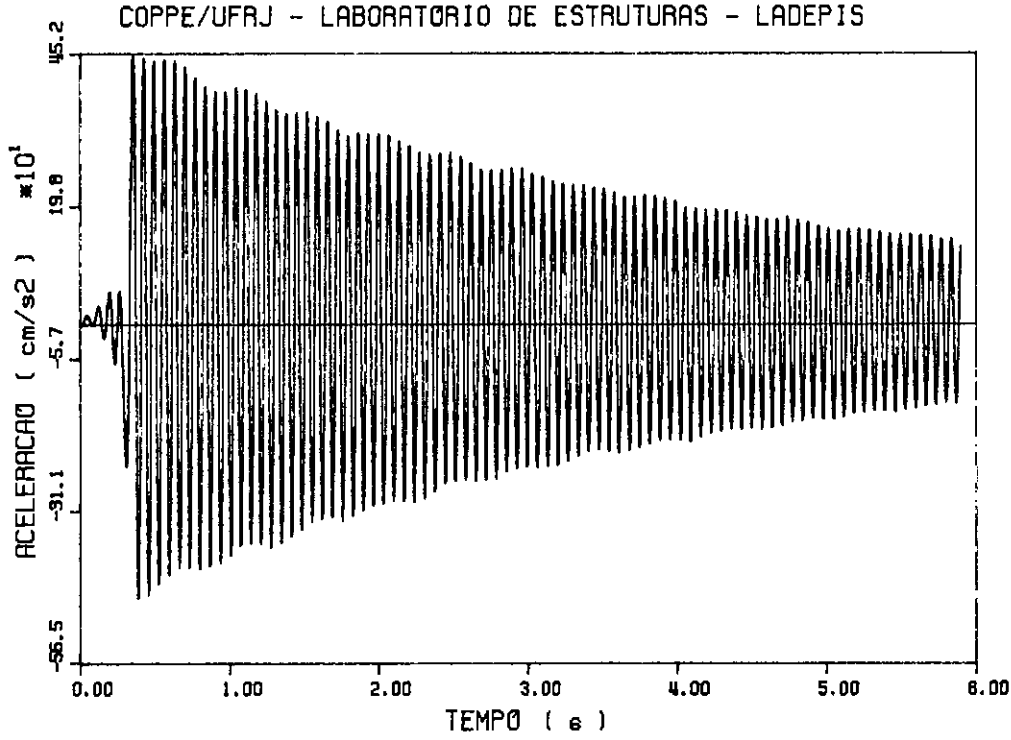
Tabela V.2 - Taxas de amortecimento médias (%) para as estruturas simplificadas

PROTÓTIPO	MODELOS		
TAXA DE AMORTECIMENTO	ESC.	MATERIAL	TAXA DE AMORTECIMENTO
0.12	1/3	ALUMÍNIO	0.06
		AÇO INOX	0.06
		PVC	0.88
	1/5	ALUMÍNIO	0.15
		AÇO INOX	0.11
		PVC	1.16
	1/10	ABS	1.32
		PVC	1.11

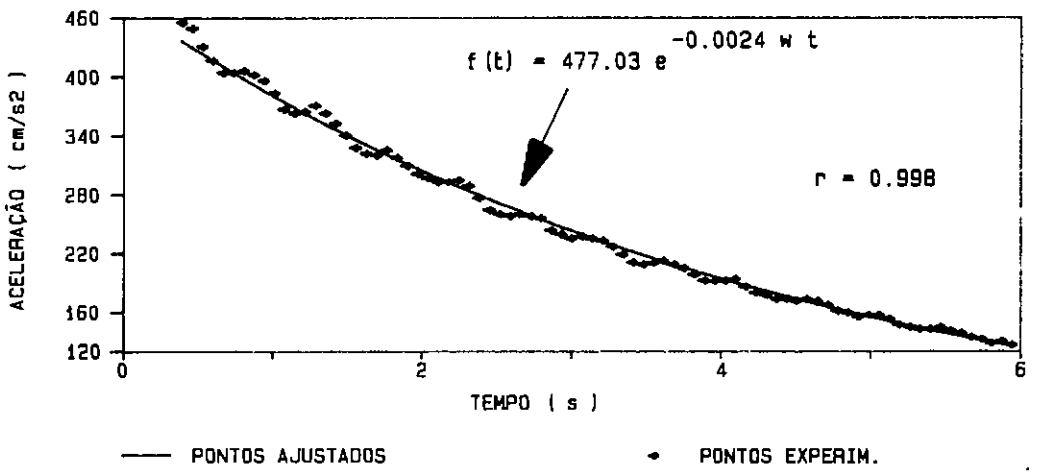
Observando os resultados da tabela V.2 vemos que as taxas de amortecimento das estruturas em metal são bem distintas das taxas de amortecimento das estruturas em plástico. As primeiras variam de 0.06% à 0.15%, enquanto as últimas variam de 0.88% à 1.32% . Estes resultados iniciais parecem indicar que a taxa de amortecimento depende fortemente do material, e que independe dos fatores de escala obtidos através da Teoria da Semelhança.

V.3.2) ESTRUTURAS APORTICADAS

A figura V.5.a mostra a resposta da aceleração no tempo para a estrutura em aço inox, enquanto a figura V.5.b mostra a comparação das envoltórias entre este mesmo sinal



a) Resposta de aceleração no tempo



b) Ajuste da envoltória de amortecimento por mínimos quadrados

FIG. V.5 - Estrutura aporticada em aço inox , escala 1/3

experimental e o ajustado por mínimos quadrados. Aqui também houve acoplamento de frequ ncias, mas a envoltória obtida por mínimos quadrados ficou bem ajustada à experimental, apresentando um coeficiente de correlação (r), igual a 0.998.

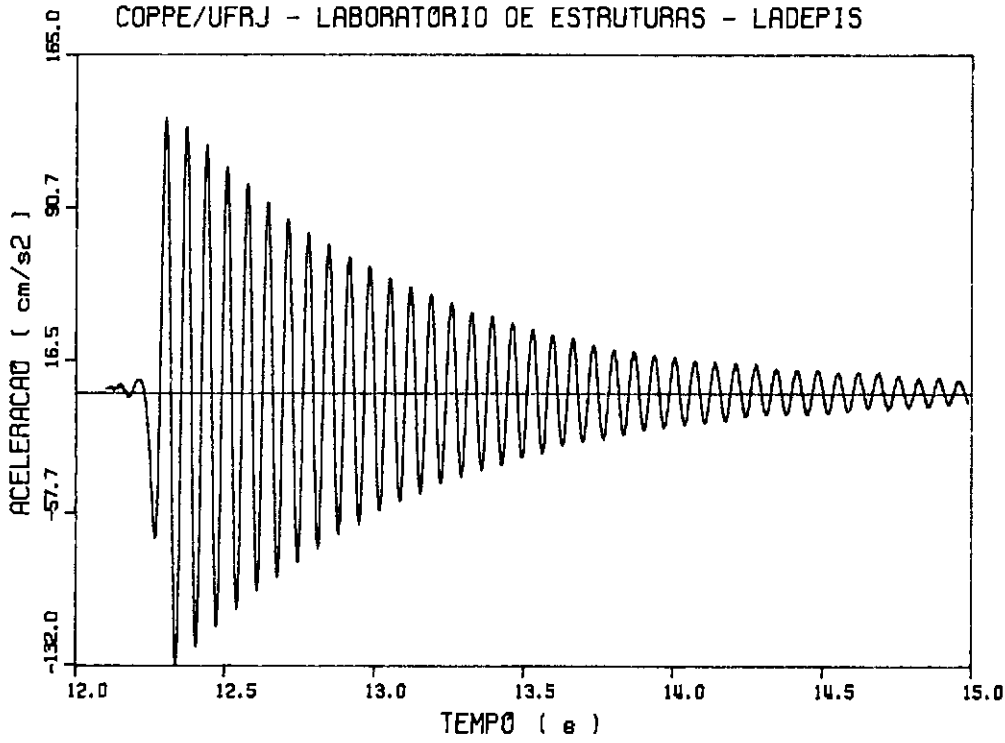
A figura V.6.a mostra a resposta de aceleração no tempo para a estrutura em PVC, enquanto a figura V.6.b mostra a mesma comparação da figura V.5.b. Para esta estrutura não houve acoplamento de frequências e o ajuste da envoltória ficou bastante bom, apresentando um coeficiente de correlação (r), igual a 0.999.

A fim de se analisar o nível de correlação conseguido com a técnica descrita no item V.2, apresenta-se na tabela V.3, para todas as estruturas aporticadas ensaiadas, o coeficiente de correlação (r).

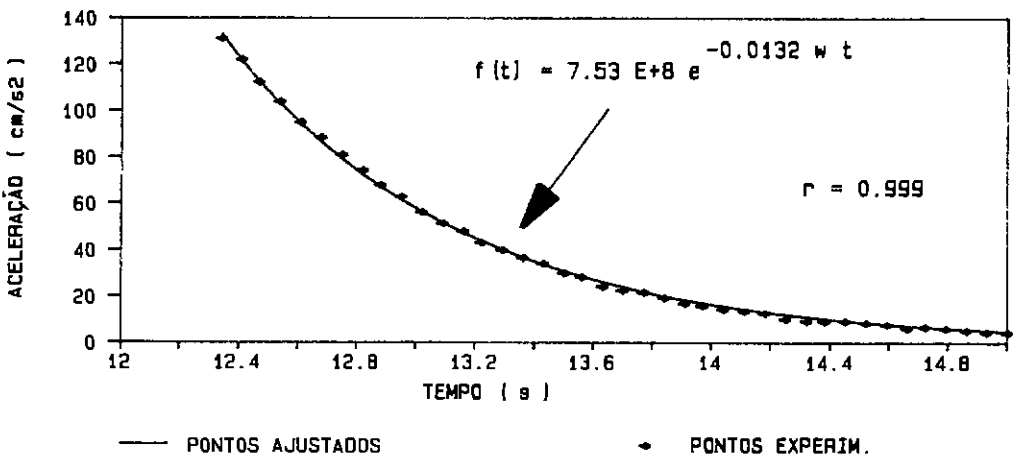
Tabela V.3 - Valores do coeficiente de correlação (r) para as estruturas aporticadas ensaiadas

ESTRUTURAS ENSAIADAS		r
PROTÓTIPO		0.988
MODELOS	ALUMÍNIO	0.971
	AÇO INOX	0.998
	ABS	0.997
	PVC	0.999

Também nesta tabela, pode-se observar pelos resultados apresentados, que o ajuste da envoltória de amortecimento feito pelo método dos mínimos quadrados, em todas as estruturas, ficou muito bom, tendo o valor de (r) se aproximado bastante do valor ideal que seria igual a 1



a) Resposta de aceleração no tempo



b) Ajuste da envoltória de amortecimento por mínimos quadrados

FIG. V.6 - Estrutura aporticada em PVC , escala 1/3

(envoltória com todos os pontos experimentais coincidindo com a curva ajustada).

A Tabela V.4 mostra os valores das taxas de amortecimento médias (%) calculadas para os pórticos, através dos sinais da resposta de aceleração no tempo para ensaios de vibrações livres.

Tabela V.4 - Taxas de amortecimento mêdias (%) para as estruturas aporticadas

PROTÓTIPO	MODELOS	
TAXA DE AMORTECIMENTO	MATERIAL	TAXA DE AMORTECIMENTO
0.12	ALUMÍNIO	0.18
	AÇO INOX	0.24
	ABS	1.83
	PVC	1.32

Aqui também, observando-se os resultados da tabela V.4, vemos que as taxas de amortecimento das estruturas em metal são bem distintas das taxas de amortecimento das estruturas em plástico. As primeiras variam de 0.12% à 0.24%, enquanto as últimas variam de 1.32% à 1.83%. Observa-se ainda, se compararmos os resultados da tabela V.4 com os da tabela V.2, que a taxa de amortecimento do pórtico de um determinado material é sempre um pouco maior que a taxa de amortecimento das estruturas simplificadas deste mesmo material.

CAPÍTULO VI
DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E DAS TAXAS DE AMORTECIMENTO MODAIS

VI.1) DESCRIÇÃO DA INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA E DA TÉCNICA ADOTADA

Para determinação das frequências naturais e das taxas de amortecimento modais foi utilizada a técnica denominada análise modal. Esta técnica é baseada na determinação das funções de resposta em frequência (F.R.F), sendo que a força de excitação foi aplicada em um único ponto e a resposta da estrutura foi lida nesse mesmo ponto. Em todas as estruturas ensaiadas a excitação foi do tipo senoidal, sendo que em alguns casos também aplicou-se excitação randômica do tipo ruído branco. Para a obtenção das F.R.F é necessária a utilização de uma série de equipamentos sofisticados e um sistema para controle automático dos ensaios. Uma descrição dos equipamentos utilizados e do sistema desenvolvido [12] é mostrado nos itens VI.1.1 e VI.1.2, respectivamente.

Uma vez obtidas as funções de resposta em frequência (F.R.F) é possível a obtenção das características modais das estruturas. Isto é realizado através do método do círculo ajustado, obtido através do ajuste dos pontos experimentais das parcelas Real e Imaginária da mobilidade (Círculo de Nyquist). Uma descrição suscinta deste processo para sistemas com 1 grau de liberdade é apresentada no Anexo I.

A obtenção do ajuste do círculo de Nyquist e das

características modais é realizada automaticamente através de um programa desenvolvido pelo Laboratório de Análise Dinâmica e Processamento de Imagens e Sinais (LADEPIS) [13].

VI.1.1) INSTRUMENTAÇÃO UTILIZADA

A figura VI.1 apresenta o esquema de ligação dos equipamentos utilizados nos ensaios de vibração forçada do tipo senoidal. Estes equipamentos podem ser divididos em três grupos:

a) Equipamentos para excitação:

- Gerador de funções senoidal com amplitude e frequência controlada.
- Amplificador de potência.
- Excitador magnético com capacidade para 45 N.

b) Sensores e equipamentos para deteção dos dados experimentais:

- Sensores à base de strain-gages:

. Micro-acelerômetros com capacidade para medir de 1, 2 ou 10 G na faixa de 0 - 240 Hz.

. Célula de carga fabricada no laboratório de estruturas com sensibilidade de 1.5×10^{-4} N/μst e capacidade de 45 N.

- Condicionadores de sinais para faixa de 50 -25000 μst, com amplificação de até ± 5 V.

c) Equipamentos para controle, leitura e armazenamento das informações:

- Micro-computador compatível IBM PC/XT/AT de 16 bits.

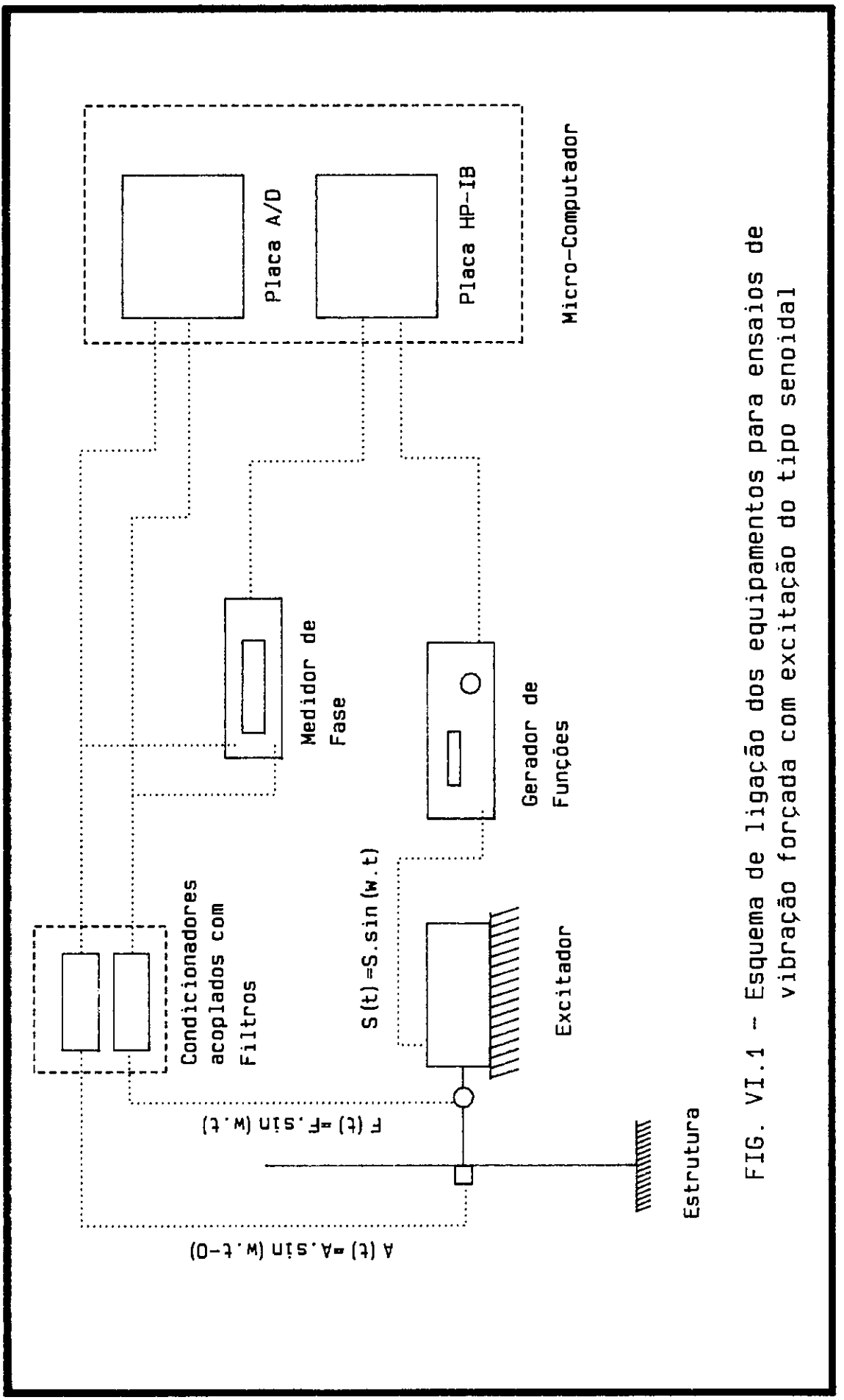


FIG. VI.1 - Esquema de ligação dos equipamentos para ensaios de vibração forçada com excitação do tipo senoidal

- Placa conversora Analógica/Digital (A/D) de 10 bits, até ± 5 V, portanto sensibilidade de 10 mV.

- Placa controladora HP-IB.

- Medidor de fase para dois canais, sensibilidade 0.01 graus.

- Osciloscópio.

A foto VI.1 mostra uma vista dos equipamentos utilizados para a aquisição automática dos dados e controle dos ensaios.

Nas estruturas simplificadas, a locação dos acelerômetros foi à 150 cm da base no protótipo e na posição correspondente à redução segundo a escala geométrica em cada modelo. A única estrutura onde isto não foi possível foi na de ABS, pois como esta era muito flexível e o peso do acelerômetro era relativamente significativo em relação ao peso da estrutura, tivemos de cola-lo mais próximo à base (5 cm desta), de forma que este não influenciasse no comportamento do modelo.

Nas estruturas aporticadas, os acelerômetros foram colados ao nível da 2ª mesa, a contar de cima para baixo, i.é, aproximadamente 60 cm da base nos modelos e 180 cm da base no protótipo.

A foto VI.2 mostra um detalhe do excitador e do acelerômetro na posição de ensaio para o protótipo da estrutura simplificada, enquanto a foto VI.3 mostra o mesmo detalhe para a estrutura em alumínio esc. 1/3.

A foto VI.4 mostra uma vista do protótipo do tipo pórtico para o ensaio de excitação senoidal.

O sistema desenvolvido, totalmente automatizado, para

FOTO VI.1 - Equipamentos utilizados para a aquisição automática dos dados e controle dos ensaios

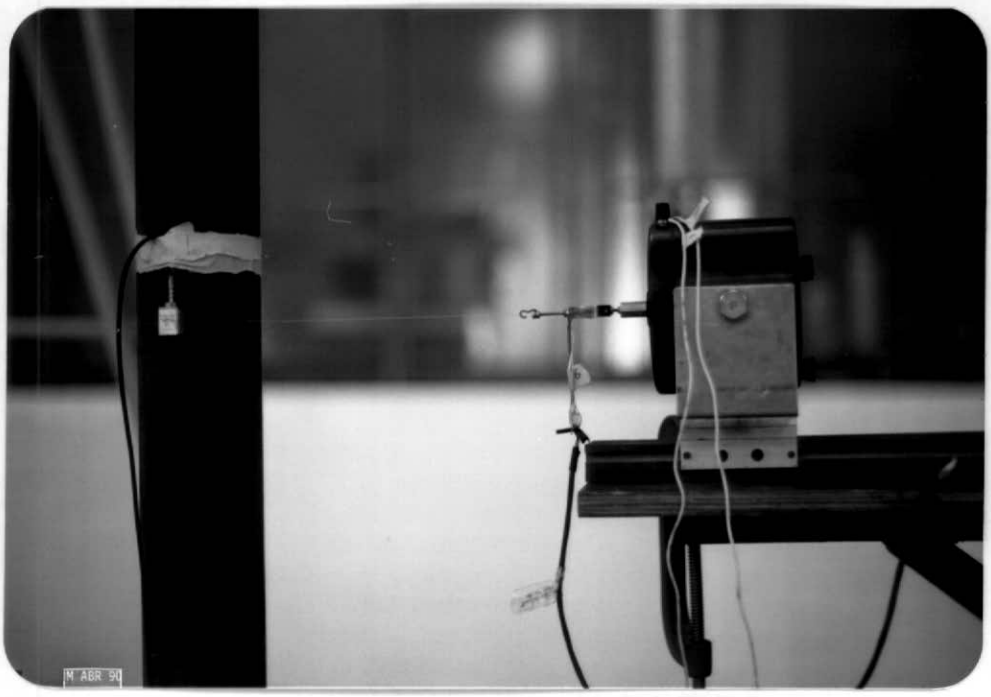


FOTO VI.2 - Detalhe do excitador e do acelerômetro na posição de ensaio para o protótipo da estrutura simplificada

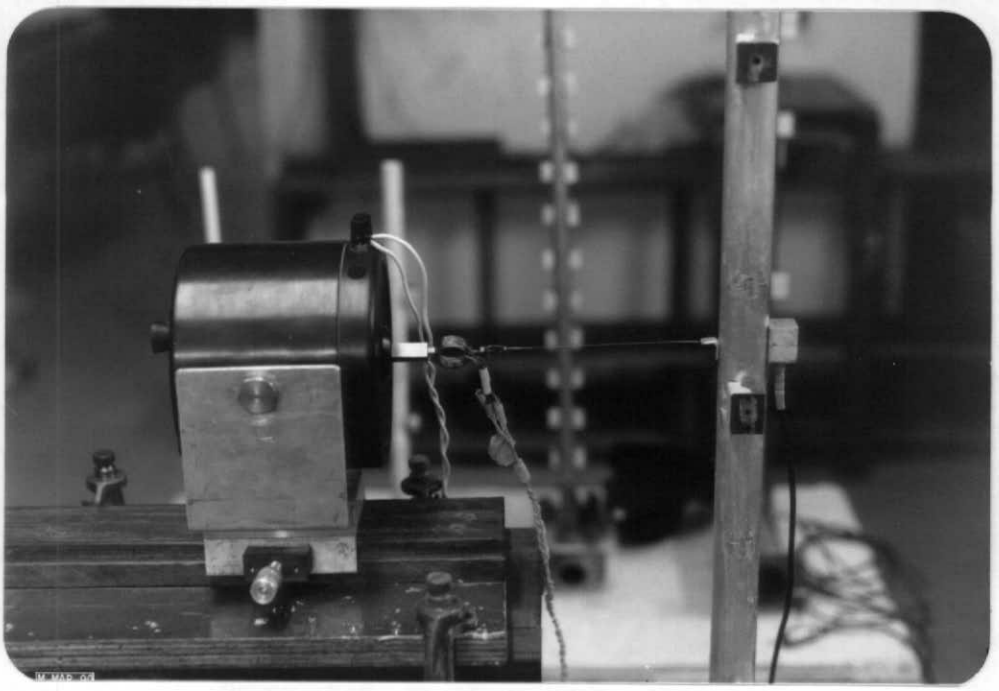


FOTO VI.3 - Detalhe do excitador e do acelerômetro na posição de ensaio para a estrutura em alumínio , escala 1/3

FOTO VI.4 - Vista do protótipo da estrutura aporticada , para ensaio com excitação senoidal

controle dos ensaios e aquisição dos dados é descrito a seguir [12].

VI.1.2) SISTEMA PARA CONTROLE DOS ENSAIOS E AQUISICAO DOS DADOS

A técnica adotada para se obter as F.R.F consiste em se excitar a estrutura com uma força senoidal de amplitude constante e com frequências bem definidas, e medir simultaneamente, para cada frequência de excitação, a força de excitação, a resposta da estrutura e a fase relativa entre a resposta e a excitação.

O ensaio é baseado em se dar incrementos à frequência de excitação. Para cada frequência deve-se esperar que a estrutura entre em regime permanente e então se realizar as medições. Devido ao tempo de espera do transiente e dependendo do incremento de frequência utilizado, um ensaio pode demorar muito tempo, sendo imprescindível a sua automatização. Isto foi feito através de um programa de aquisição de dados e controle de ensaio desenvolvido pelo LADEPIS - COPPE/UFRJ [14].

Este programa faz a varredura em frequência num intervalo de interesse, com incrementos pré-estabelecidos. O programa calcula a força de excitação e controla a sua amplitude através da realimentação do sistema de excitação. Próximo à frequência natural, sabe-se que a força de excitação diminui. Isto faz com que muitas vezes esta realimentação do sistema de excitação fique muito instável próximo a esta faixa, principalmente devido à precisão dos equipamentos de leitura. Nesta faixa também a aceleração

tende a crescer muito. Para se obter a melhor calibração dos sensores, optou-se então por se fazer os ensaios próximos aos picos de ressonância.

A aceleração e a força são lidos através da placa conversora A/D que calcula então as suas amplitudes. A fase entre estes dois sinais é calculada pelo medidor de fase e enviada para o micro através da placa HP-IB. A leitura de fase que é dada como saída do programa é uma média de pelo menos três leituras do medidor de fase mais uma média de pelo menos três leituras do próprio programa. Estas médias do programa são feitas tanto para os valores de fase, quanto para os valores das amplitudes de força e aceleração. O número de médias é uma variável do programa.

Após o cálculo das médias é verificado se o desvio padrão da força e consequentemente da massa de dados, está dentro dos limites pré-estabelecidos. Em caso contrário, o sistema faz novas leituras tentando impedir com isto que qualquer distorção ocasional possa vir a afetar a análise.

Um fluxograma explicativo deste programa de aquisição de dados é mostrado na figura VI.2.

Para cada estrutura foi feita uma série de pelo menos 3 ensaios, variando-se em cada um, apenas o incremento de frequência. Estes ensaios além de serem demorados, como já mencionado, podem dar problemas durante a aquisição dos resultados.

Um dos problemas é devido à instabilidade do sinal próximo à frequência natural que faz com que, em algumas vezes, a voltagem máxima que pode ser mandada para o excitador seja ultrapassada. Quando isto ocorre o programa

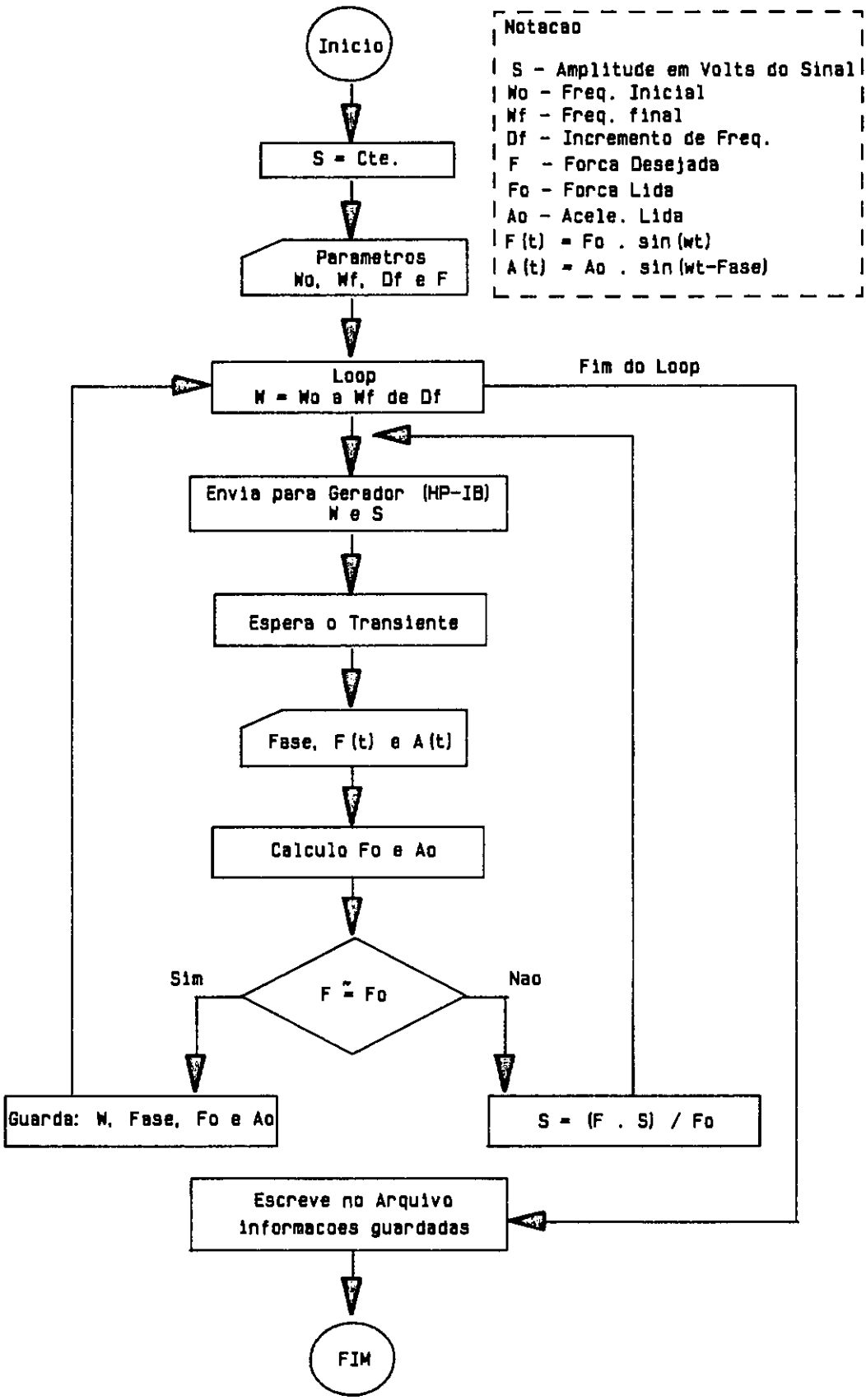


FIG. VI.2 - Fluxograma do programa de aquisicao de dados para o ensaio de vibracao forcada com excitacao senoidal

é abortado. Outro problema é o incremento de frequência dado ser tão pequeno que as leituras feitas fiquem dentro da faixa de precisão dos equipamentos. O maior problema e de mais difícil solução [15] é o fato de em estruturas com baixas taxas de amortecimento, o 1º modo de flexão ficar com os sinais no tempo de força ou aceleração acoplados com outras frequências. Dependendo da amplitude do acoplamento, a análise dos resultados é inviabilizada pois para a técnica do círculo ajustado é necessário que a resposta esteja desacoplada em torno das frequências naturais.

Porém, quando não for possível determinar a taxa de amortecimento associado ao 1º modo de flexão por este método, pode-se adotar o valor já calculado através da técnica do decremento logarítmico obtido dos ensaios de vibração livre (ver Capítulo V).

VI.2) DETERMINAÇÃO DAS FREQUÊNCIAS NATURAIS E TAXAS DE AMORTECIMENTO MODAIS

VI.2.1) ESTRUTURAS SIMPLIFICADAS

As figuras VI.3 à VI.13 (a) mostram os gráficos de inertância x frequência para os modelos reduzidos e protótipo das estruturas simplificadas, respectivamente. Inertância é a razão da amplitude de aceleração da estrutura pela amplitude de força de excitação imposta a mesma. Este valor foi apresentado para cada incremento de frequência dado.

As figuras VI.3 à VI.13 (b) mostram os gráficos do ângulo de fase x frequência para estas mesmas estruturas

sendo este ângulo de fase obtido entre a força de excitação imposta a estrutura e a resposta em aceleração da mesma.

Uma observação que pode ser feita a respeito destes gráficos é em relação a contribuição dos outros modos de vibração no modo analisado. Uma indicativa desta contribuição é o valor do ângulo de fase medido na frequência onde é atingido o máximo valor de inertância. Se não houver contribuição dos outros modos, este ângulo deve ser próximo a 90°, no entanto, a recíproca não é verdadeira [16]. Para se verificar com certeza se existe ou não contribuição dos outros modos, deve-se analisar o círculo de Nyquist. De qualquer forma, o método do círculo ajustado corrige de forma aproximada a influência dos outros modos sobre o modo analisado, considerando-a constante.

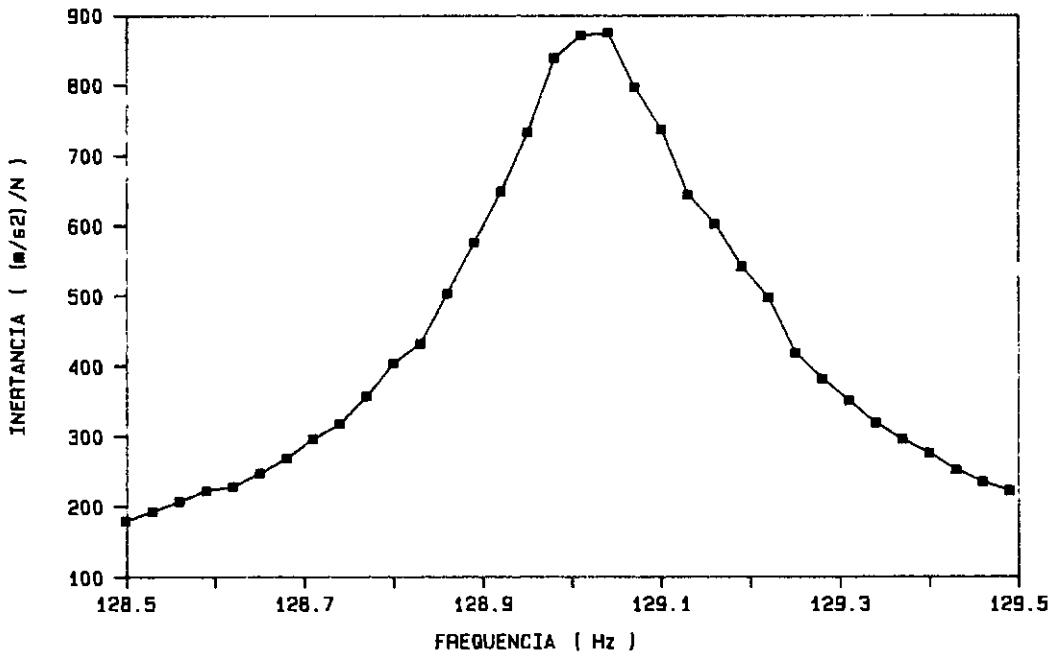
Em todas as figuras que apresentam os gráficos relativos à 3ª frequência natural (i.é, todas exceto as figuras VI.5, VI.6, VI.10 e VI.11) observa-se que o ângulo de fase ficou distante de 90° na frequência associada ao pico de inertância. Isto indica contribuição dos modos mais baixos no modo analisado. Nas figuras VI.6, VI.10 e VI.11 que apresentam os gráficos relativos à 2ª frequência natural, o ângulo de fase é próximo de 90°, e na figura VI.5, que é relativa à 1ª frequência natural, o ângulo de fase é aproximadamente 90° na frequência relativa ao pico de inertância. A contribuição ou não dos outros modos pode ser verificada realmente nas figuras que se seguem.

As figuras VI.3 à VI.13 (c) mostram os círculos de Nyquist destas estruturas obtidos como descrito no anexo I. Em todas elas, observa-se um bom ajuste do círculo aos

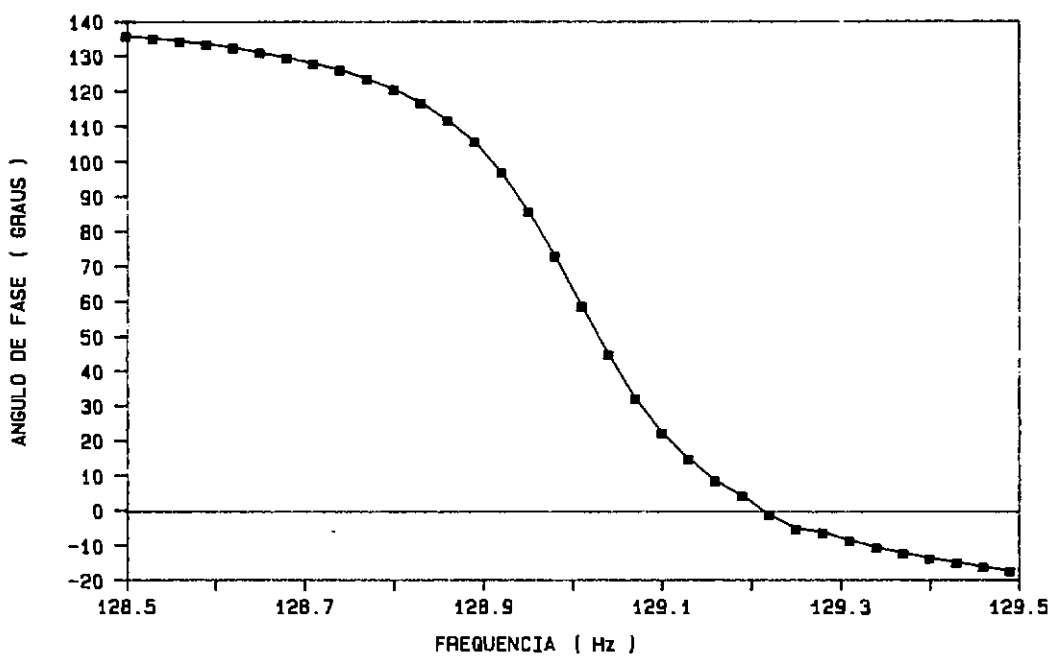
pontos obtidos experimentalmente. Isto pode ser observado através do coeficiente de correlação (r), mostrado em cada figura. Nesta técnica adotada, se houver contribuição dos outros modos sobre o modo analisado, ela é considerada, porém de forma constante, como já citado anteriormente, e quantificada através da razão da distância entre o ponto diametralmente oposto à frequência natural e a origem dos eixos (rBjk), pelo raio do círculo [15].

Finalmente as figuras VI.3 à VI.13 (d) mostram os gráficos tri-dimensionais da estimativa das taxas de amortecimento obtidos também como descrito no anexo I. Nestas figuras apresenta-se também os valores máximos para ω_a e ω_b (frequências posterior e anterior à frequência natural, respectivamente) utilizados na análise, e o valor da taxa de amortecimento média calculada por este processo. Em todas elas, exceto na figura VI.13.d, este gráfico apresenta-se como um plano paralelo aos eixos de frequência, o que indica que a frequência natural foi calculada de forma correta [16]. Deste modo, este gráfico vem a reforçar a confiabilidade no valor da taxa de amortecimento calculada através deste processo.

Os gráficos apresentados para a $3^{\underline{a}}$ frequência natural do protótipo (figuras VI.13) são passíveis de alguns comentários. Apesar do gráfico de inertância x frequência (figura VI.13.a), que deve ser simétrico em relação à frequência onde se encontra o máximo valor de inertância, apresentar um decaimento menor no ramo posterior a este pico do que no ramo anterior, o círculo de Nyquist (figura VI.13.c) ficou bem ajustado aos pontos experimentais.

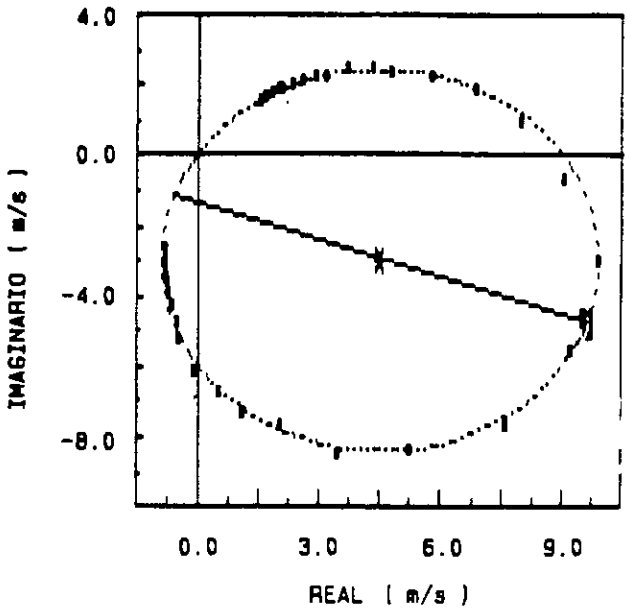


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



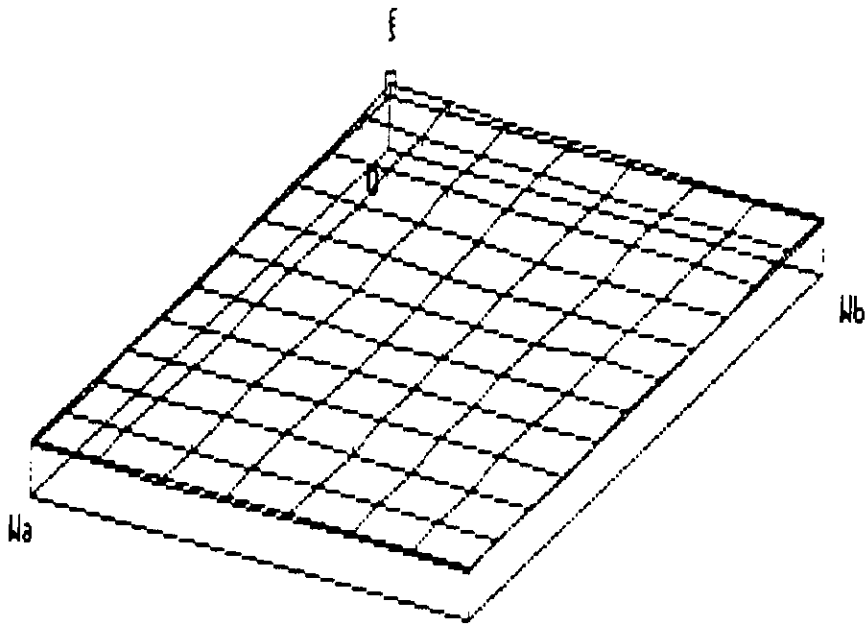
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.3 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência natural da estrutura em alumínio , escala 1/3



FREQ. NAT. = 129.00 Hz
RAIO = 5.409 m/s
rBjk = 1.30 m/s
r = 1.000

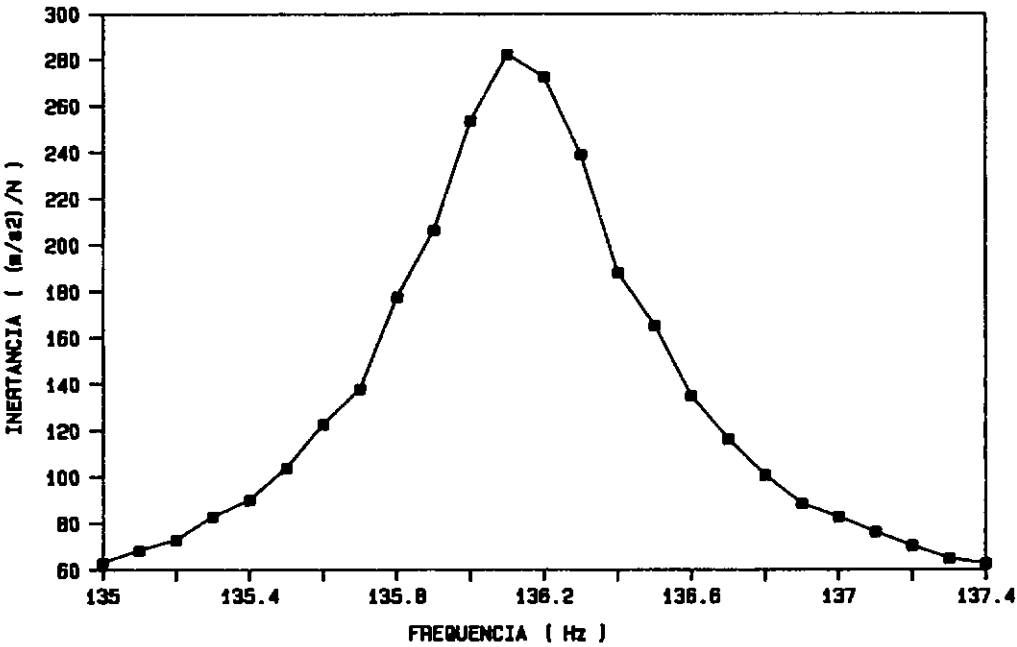
c) CÍRCULO DE NYQUIST



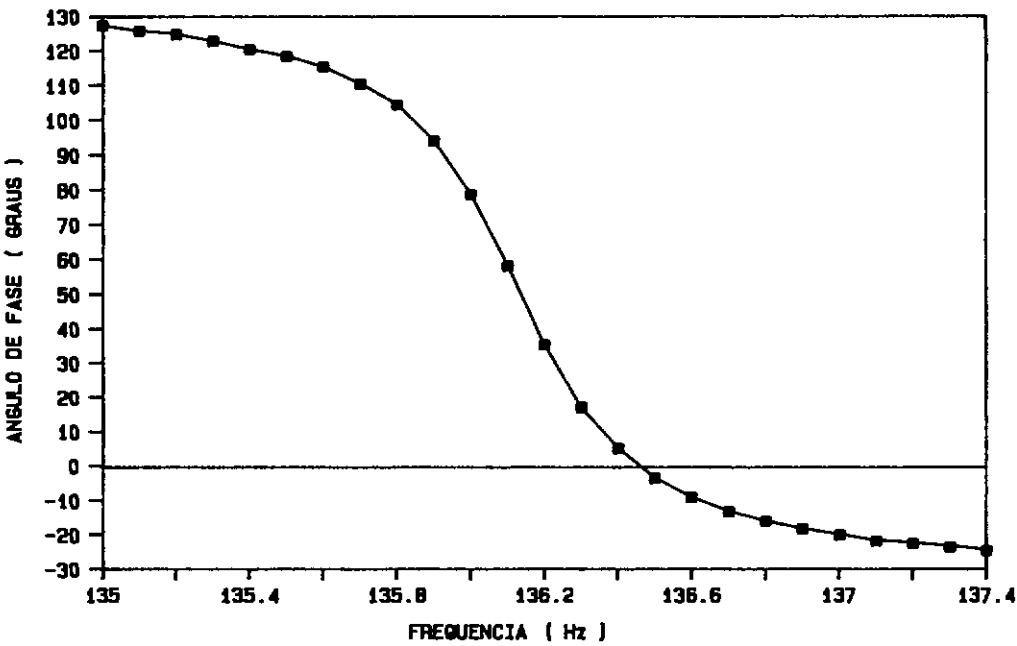
Wa = 128.98 Hz AMORT. = 0.10 ± 0.01 %
Wb = 129.22 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.3 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural da estrutura em alumínio , escala 1/3

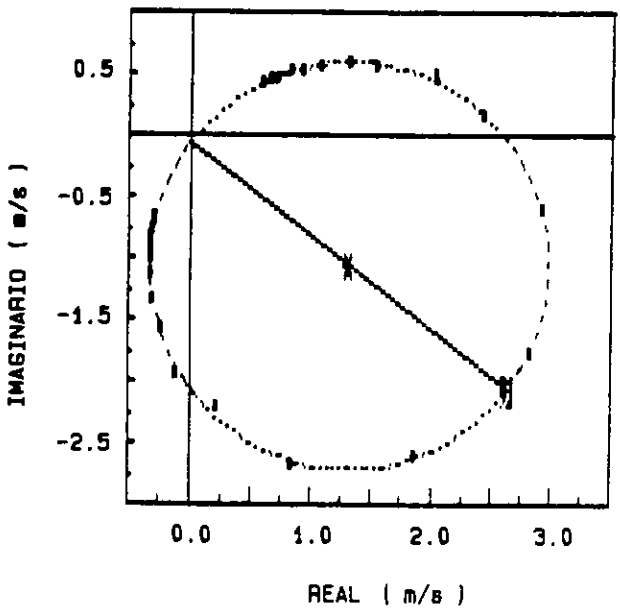


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



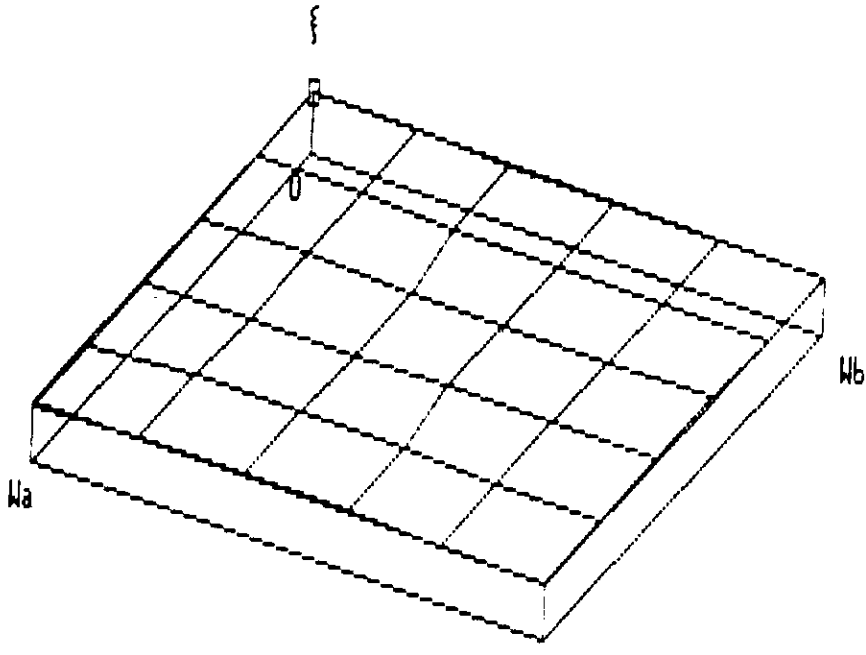
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.4 - Inertancia e angulo de fase para a 3ª frequencia natural da estrutura em aco inox , escala 1/3



FREQ. NAT. = 136.13 Hz
RAIO = 1.655 m/s
rBjk = 0.0409 m/s
r = 1.000

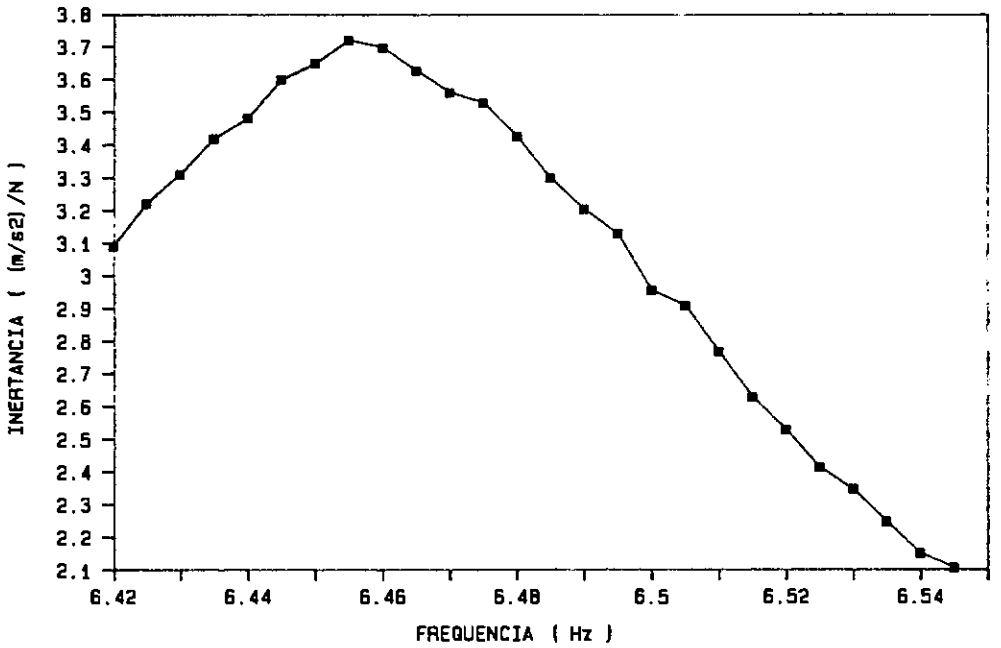
c) CÍRCULO DE NYQUIST



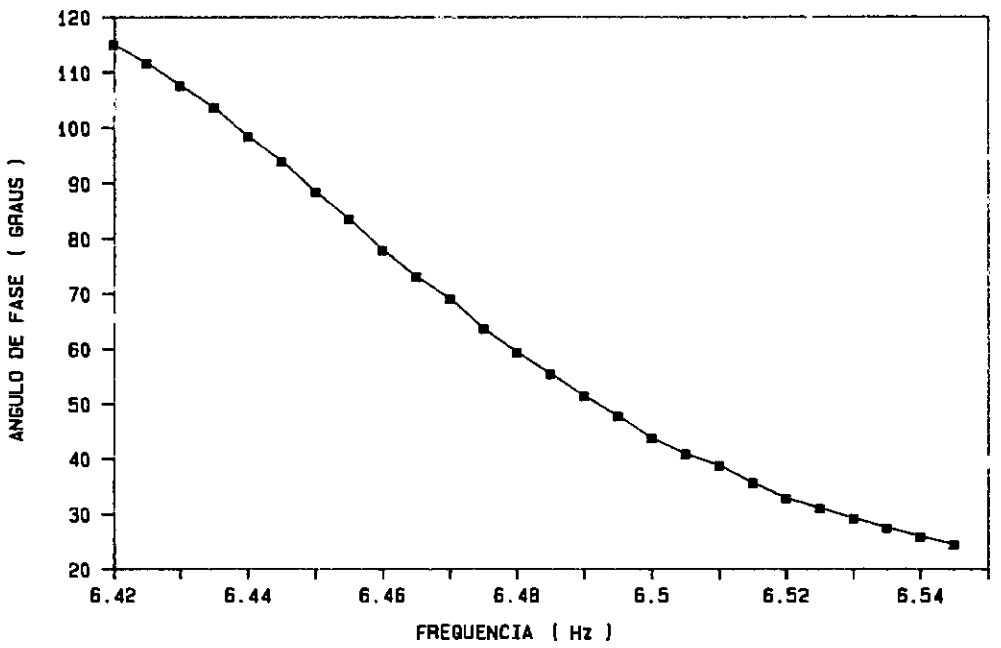
Wa = 136.10 Hz AMORT. = 0.18 ± 0.003 %
Wb = 136.70 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.4 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural da estrutura em aço inox , escala 1/3

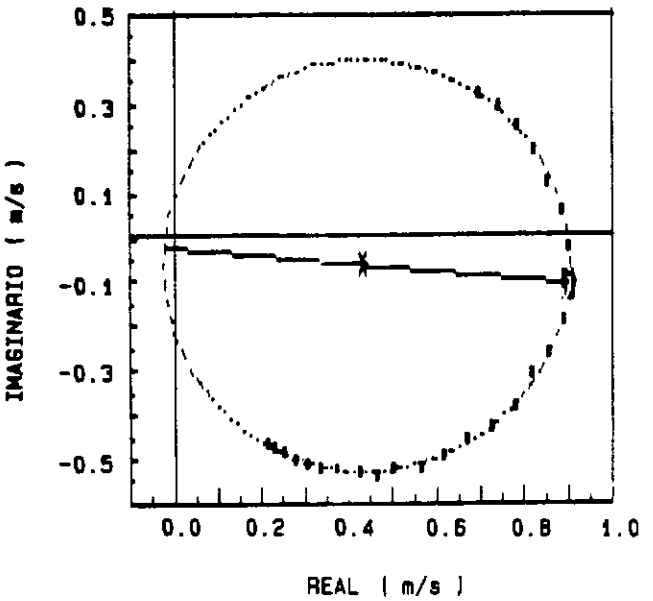


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



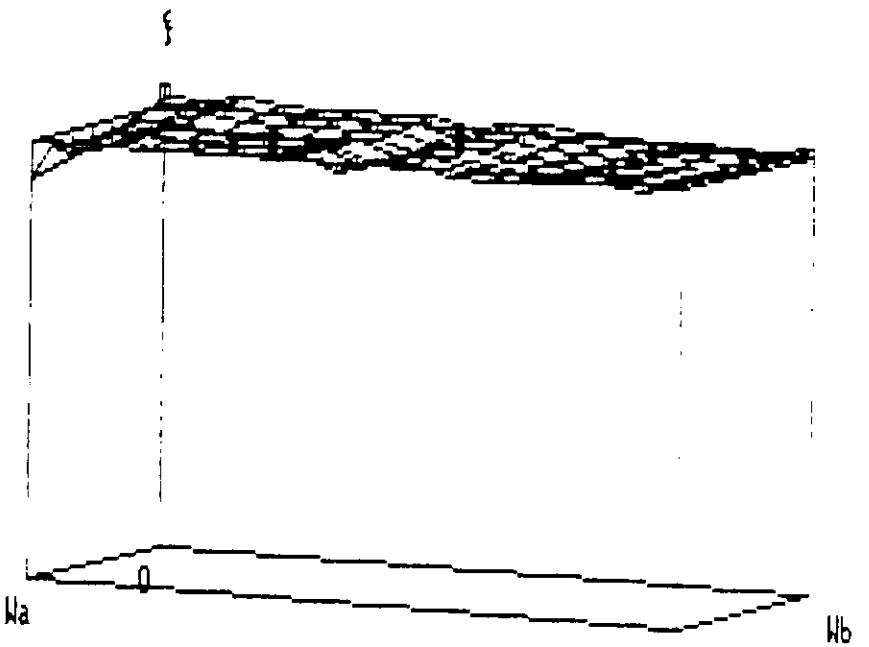
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.5 - Inertância e ângulo de fase para a 1ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/3



FREQ. NAT. = 6.46 Hz
RAIO = 0.464 m/s
rBjk = 0.0317 m/s
r = 1.000

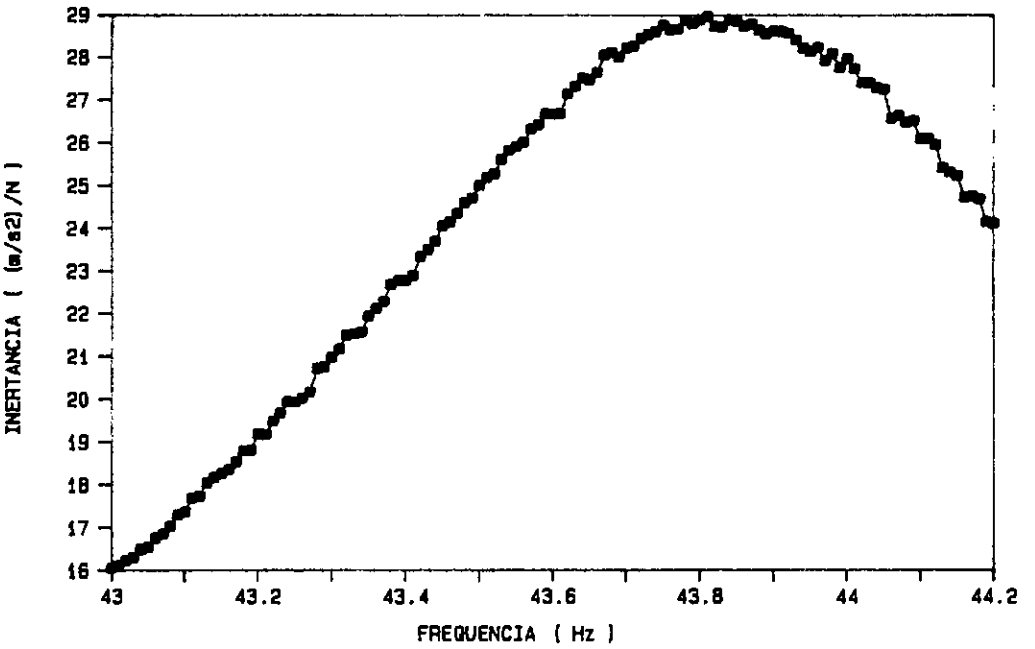
c) CÍRCULO DE NYQUIST



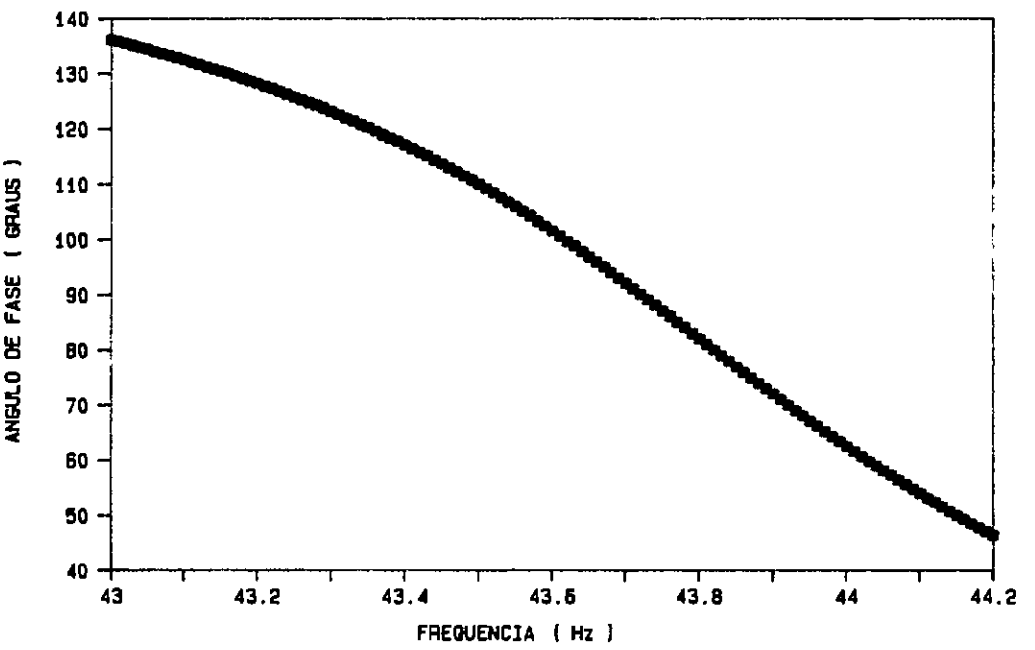
Wa = 6.46 Hz AMORT. = 0.88 ± 0.01 %
Wb = 6.55 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.5 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 1ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/3

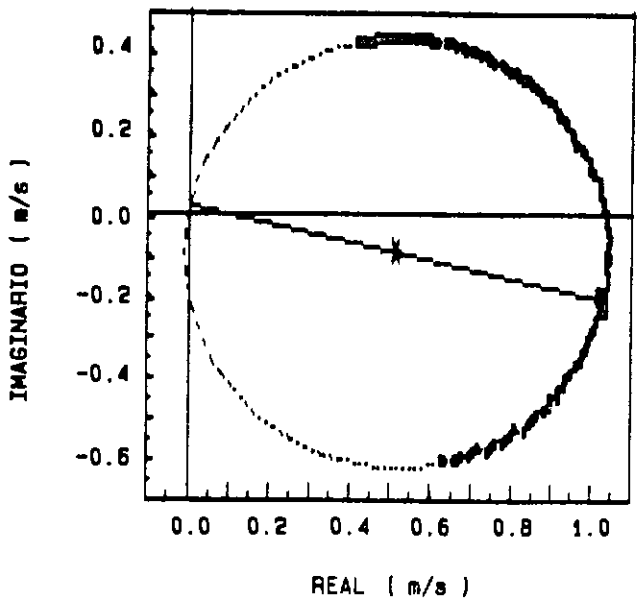


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



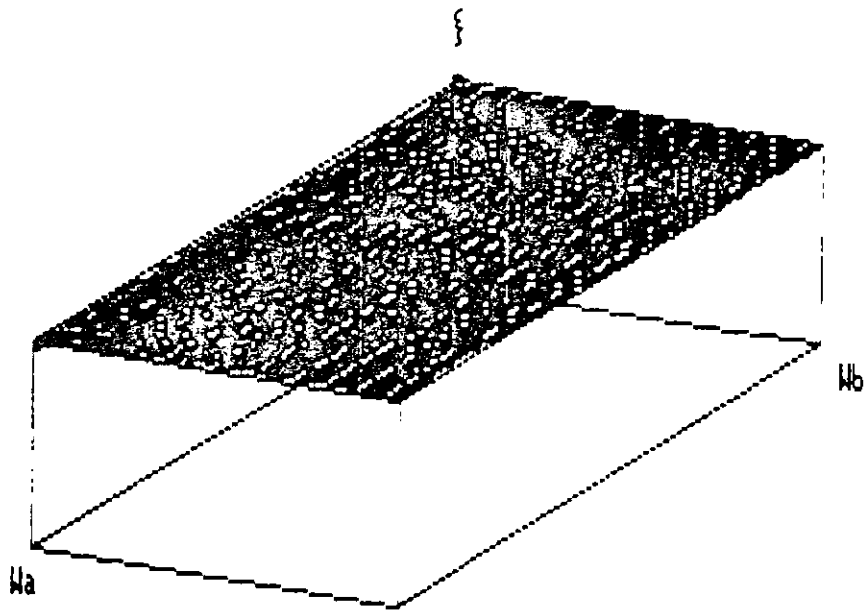
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.6 - Inertância e ângulo de fase para a $2^{\underline{a}}$ frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/3



FREQ. NAT. = 43.83 Hz
RAIO = 0.525 m/s
rBjk = 0.0268 m/s
r = 1.000

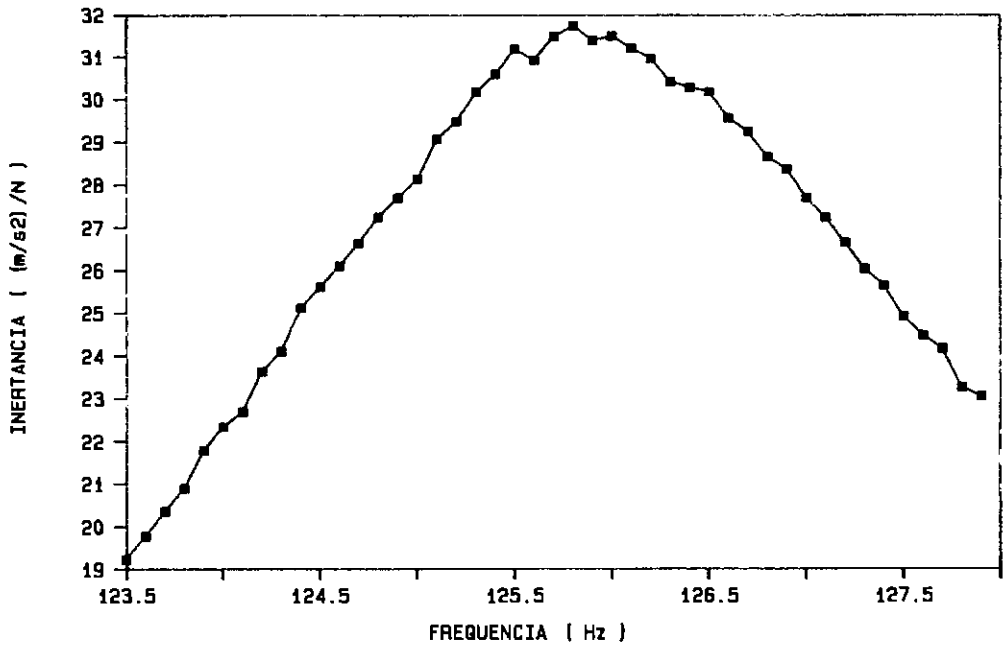
c) CÍRCULO DE NYQUIST



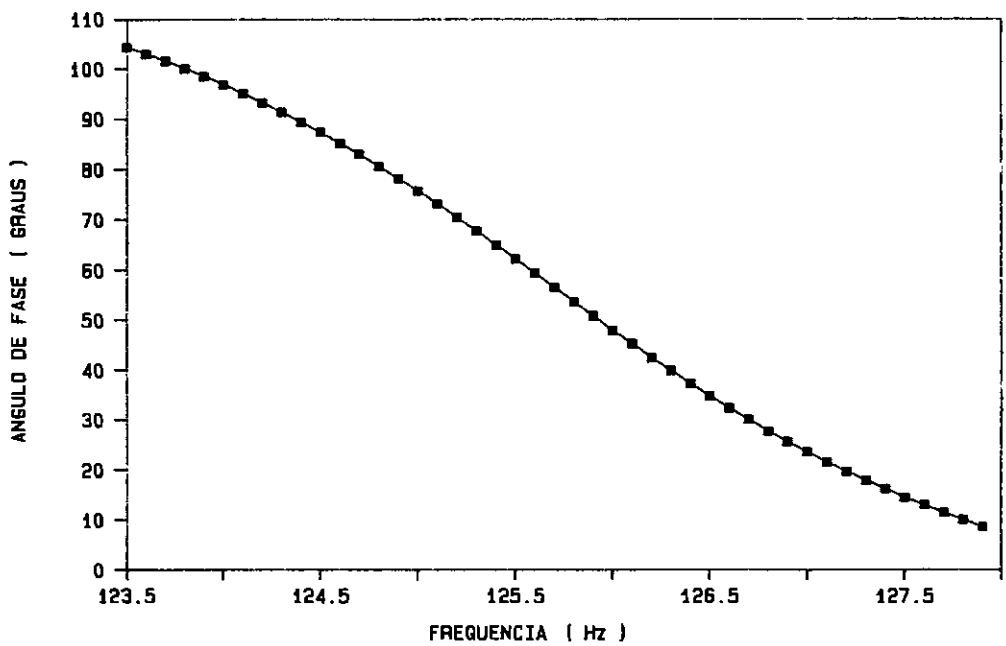
Wa = 43.83 Hz AMORT. = 1.28 ± 0.02 %
Wb = 44.20 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.6 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 2ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/3

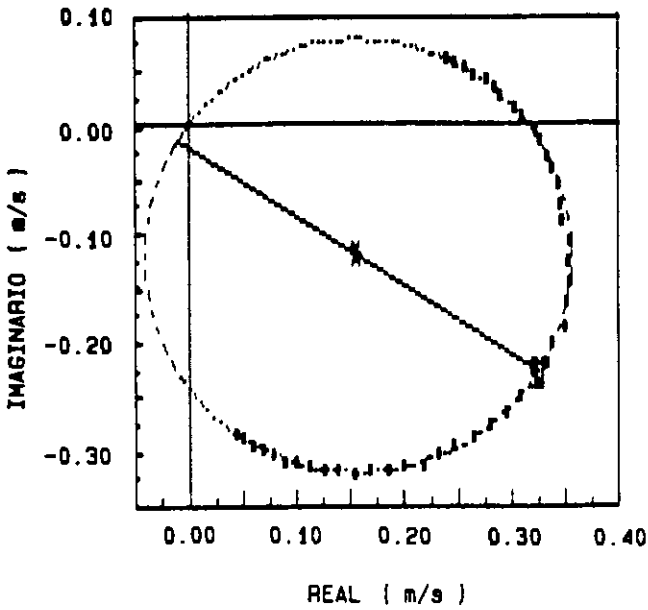


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



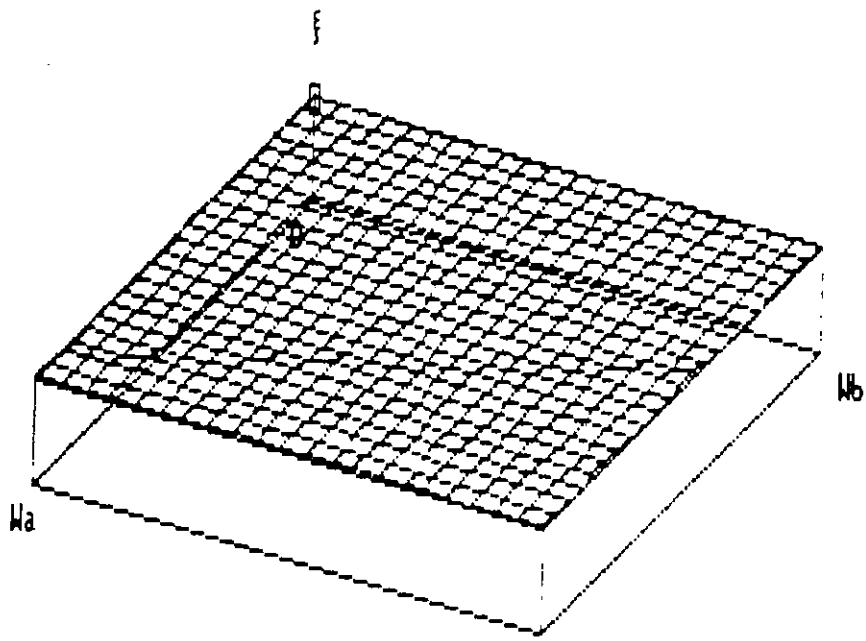
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.7 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/3



FREQ. NAT. = 125.75 Hz
RAIO = 0.199 m/s
rBjk = 0.0164 m/s
r = 1.000

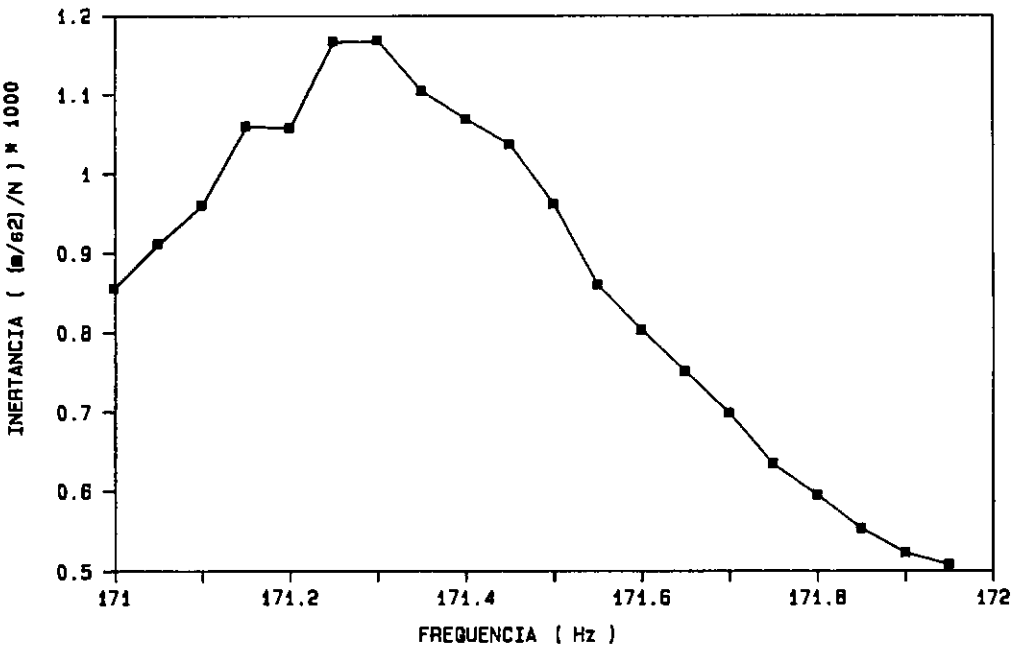
c) CÍRCULO DE NYQUIST



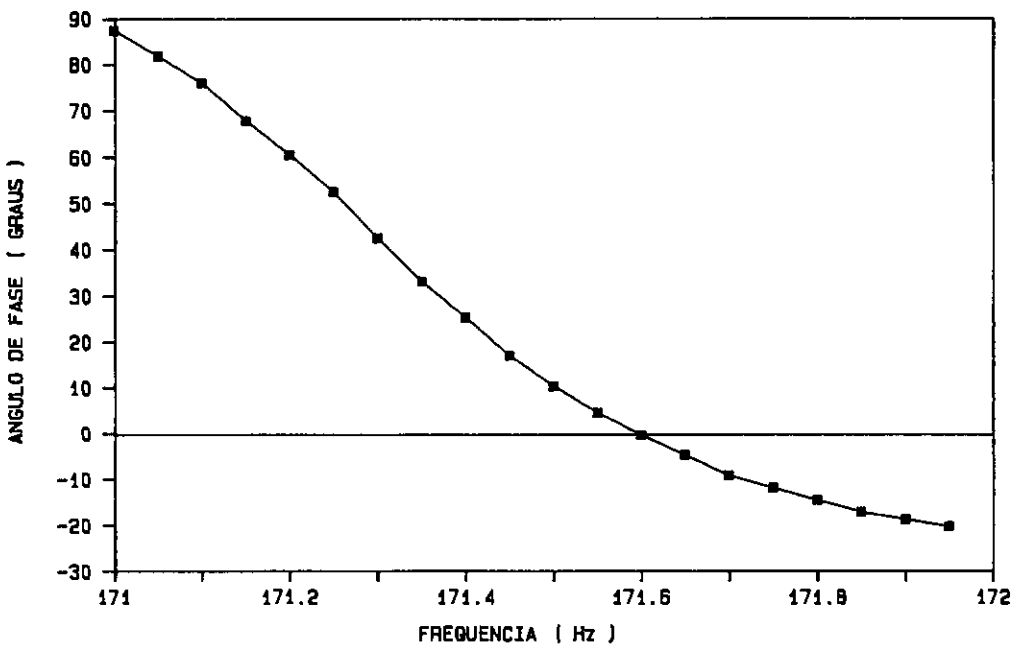
Wa = 125.70 Hz AMORT. = 1.60 ± 0.01 %
Wb = 127.90 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.7 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/3

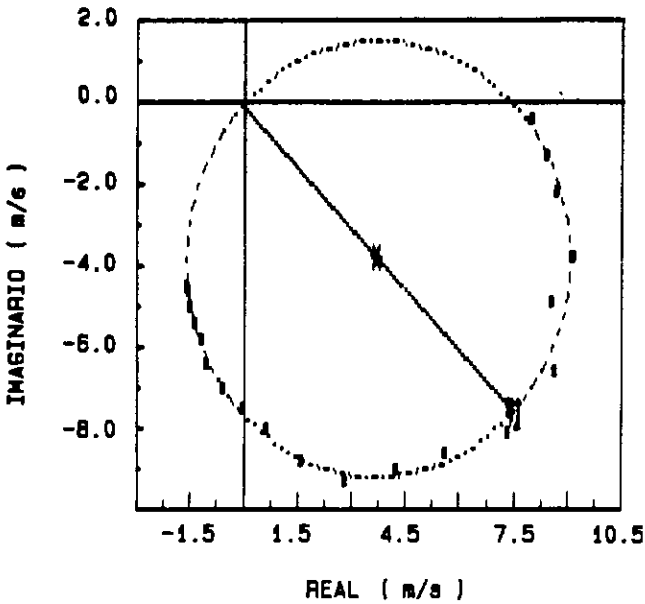


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



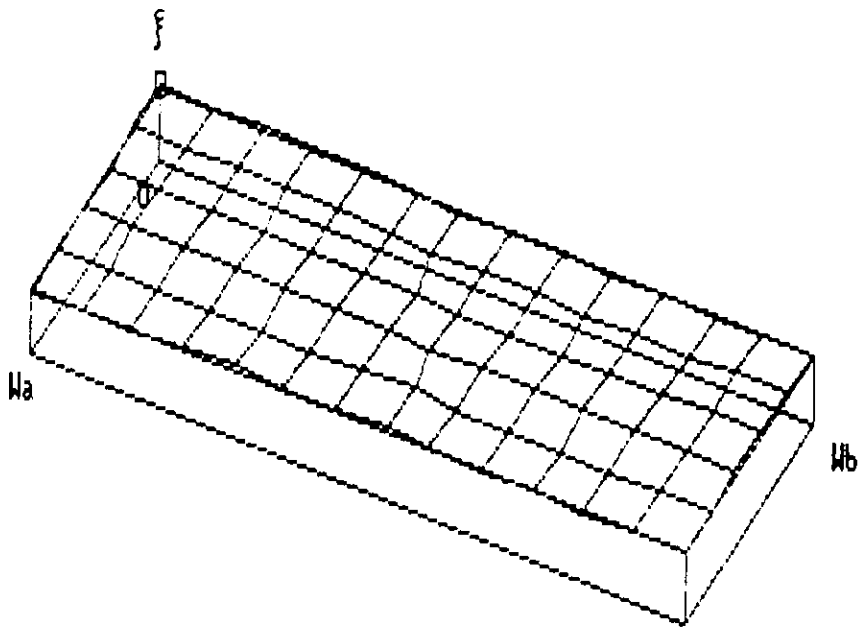
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.8 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência natural da estrutura em alumínio , escala 1/5



FREQ. NAT. = 171.29 Hz
RAIO = 5.34 m/s
rBjk = 0.0443 m/s
r = 0.999

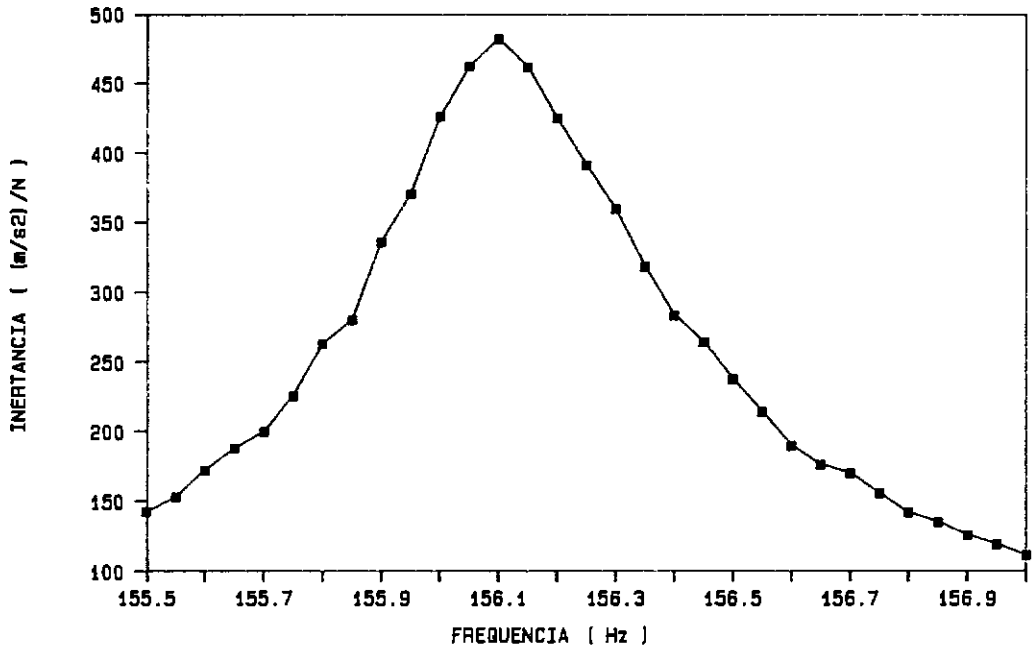
c) CÍRCULO DE NYQUIST



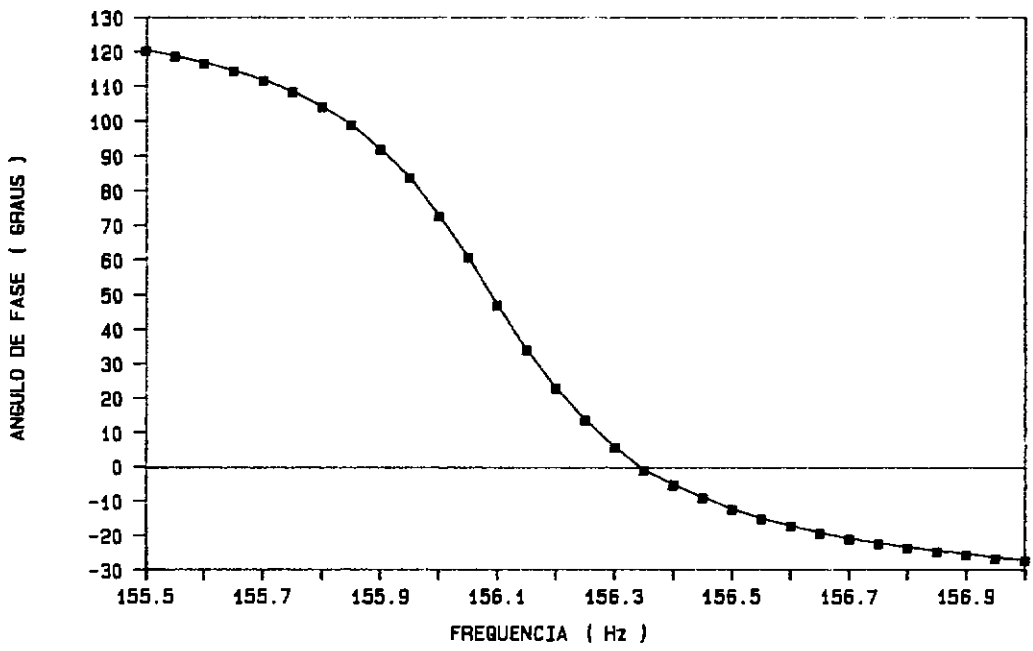
Wa = 171.25 Hz AMORT. = 0.18 ± 0.004 %
Wb = 171.95 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.8 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural da estrutura em alumínio , escala 1/5

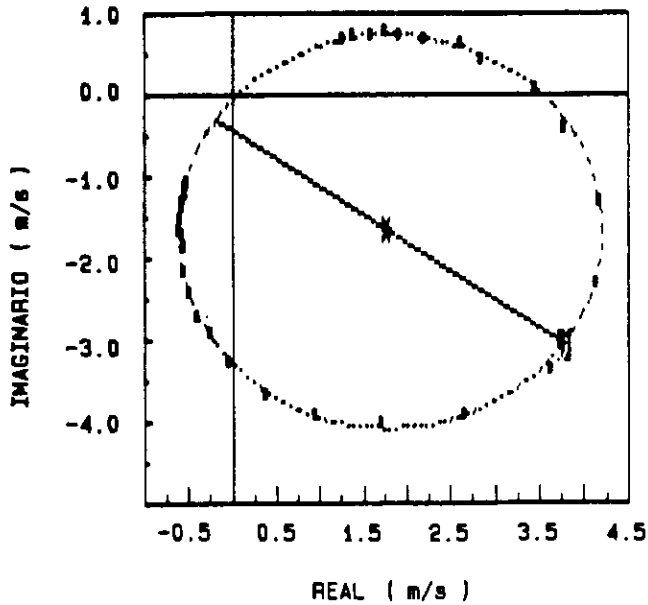


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



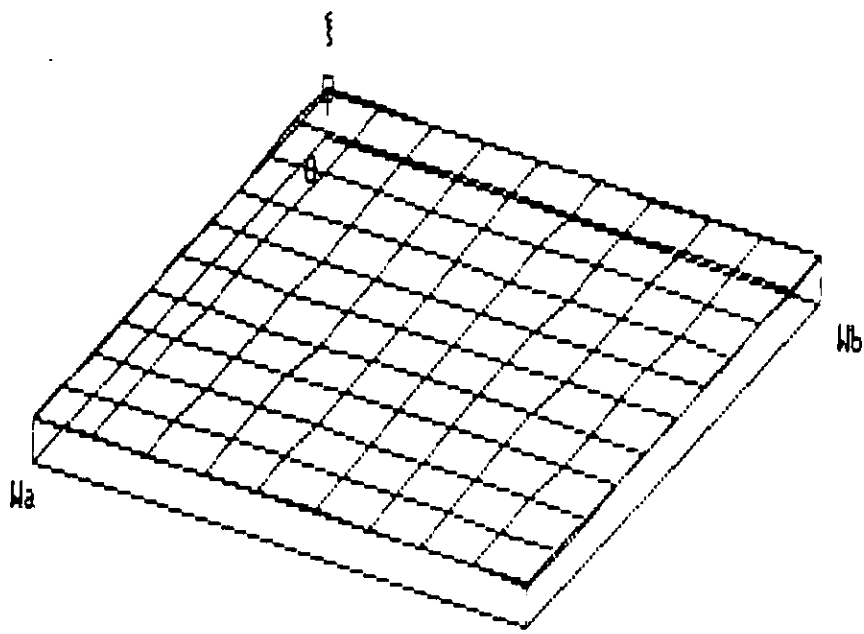
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.9 – Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência natural da estrutura em aço inox , escala 1/5



FREQ. NAT. = 156.08 Hz
RAIO = 2.410 m/s
rBjk = 0.338 m/s
r = 1.000

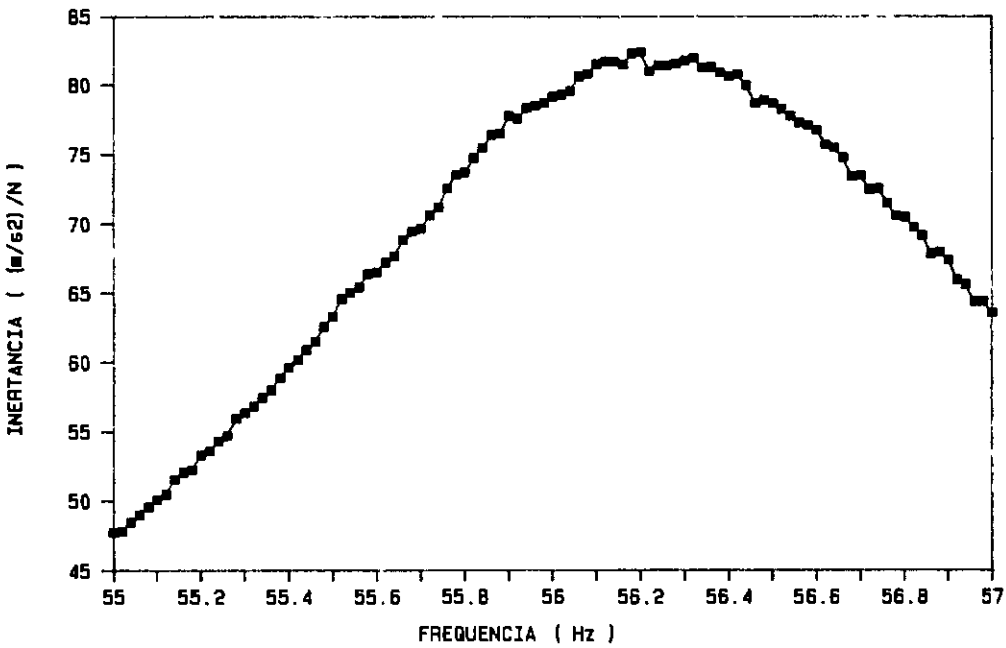
c) CÍRCULO DE NYQUIST



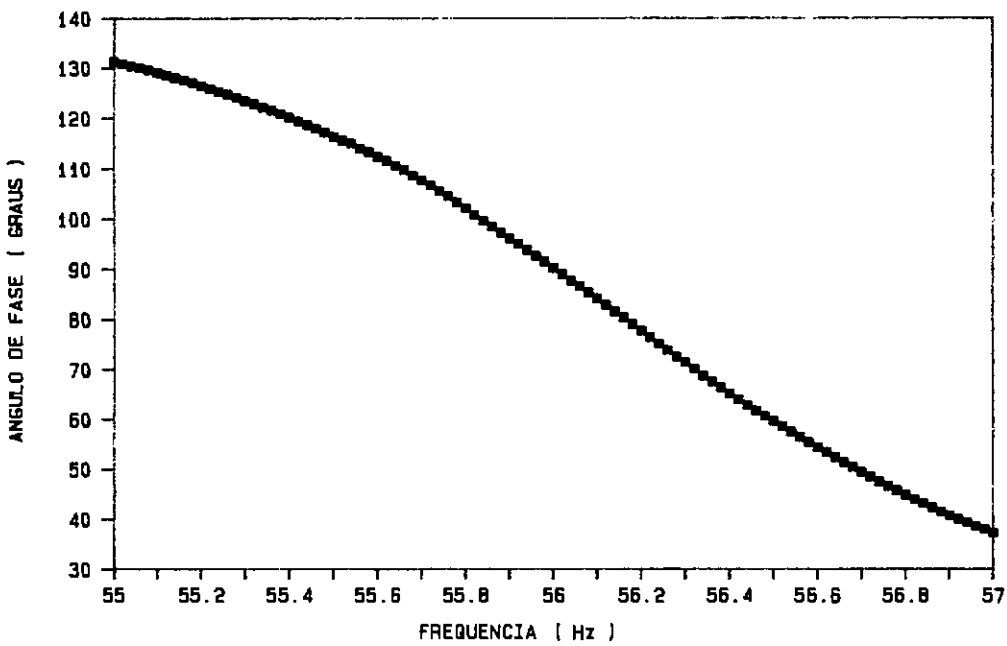
Wa = 156.05 Hz AMORT. = 0.14 ± 0.004 %
Wb = 156.55 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.9 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural da estrutura em aço inox , escala 1/5

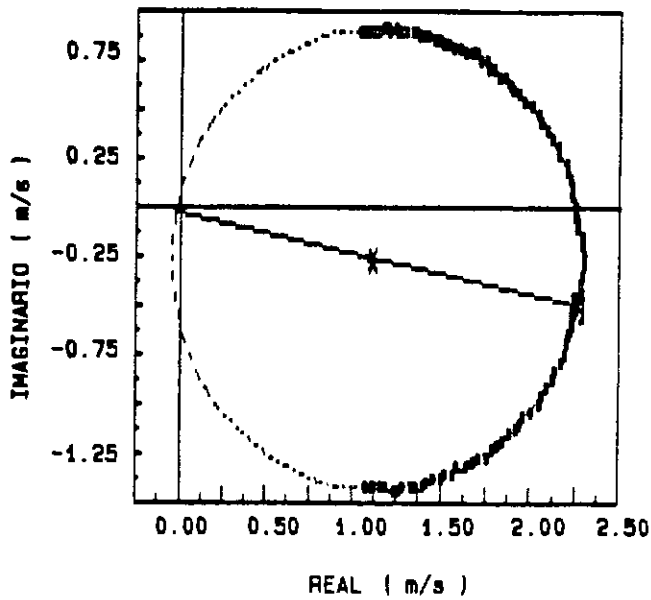


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



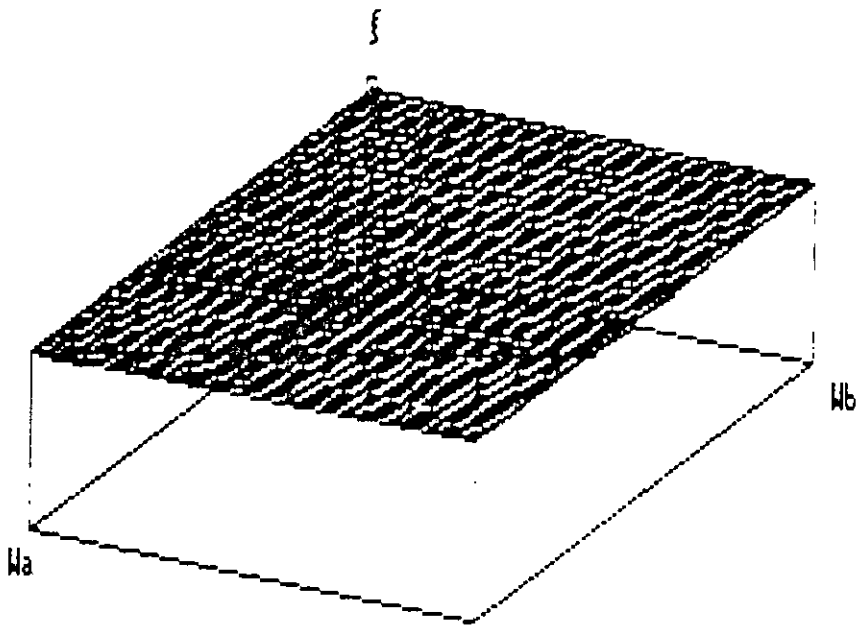
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.10 - Inertância e ângulo de fase para a 2ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/5



FREQ. NAT. = 56.20 Hz
RAIO = 1.169 m/s
rBjk = 0.0288 m/s
r = 1.000

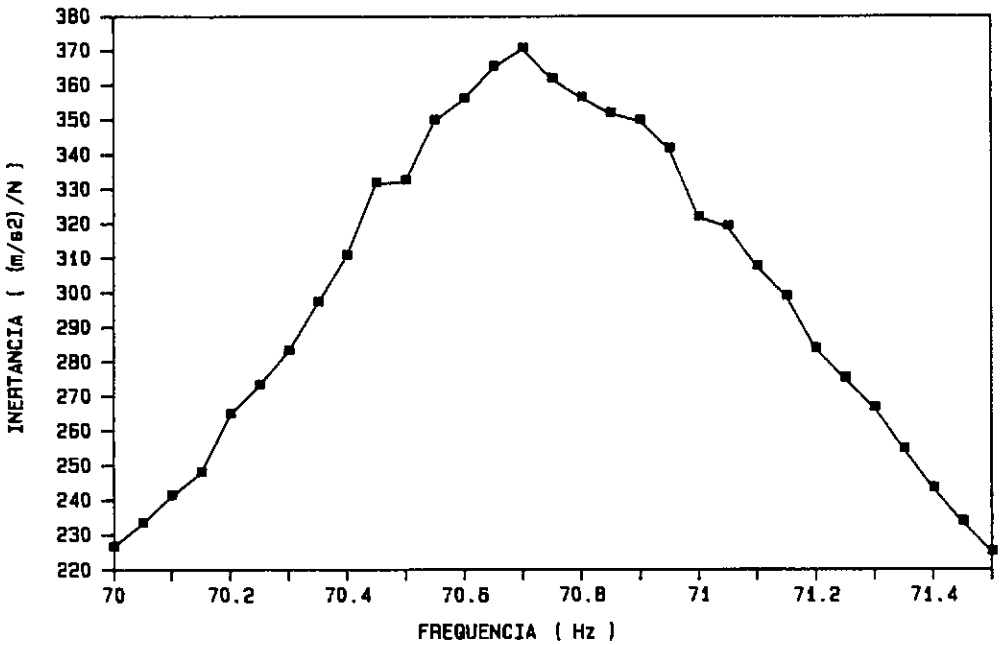
c) CÍRCULO DE NYQUIST



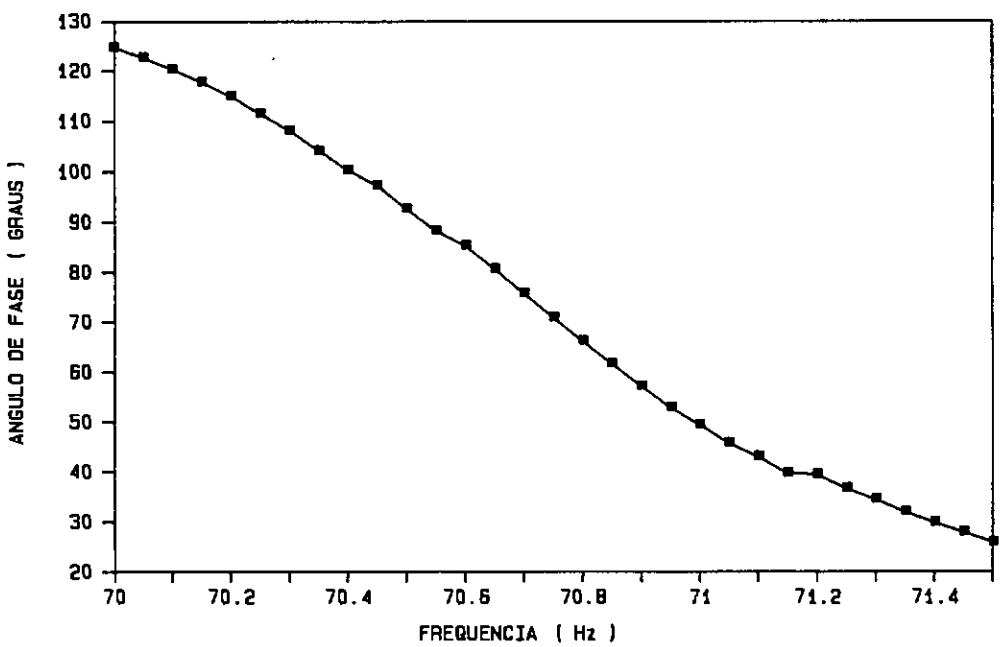
Wa = 56.18 Hz AMORT. = 1.62 ± 0.02 %
Wb = 57.00 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.10 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 2ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/5

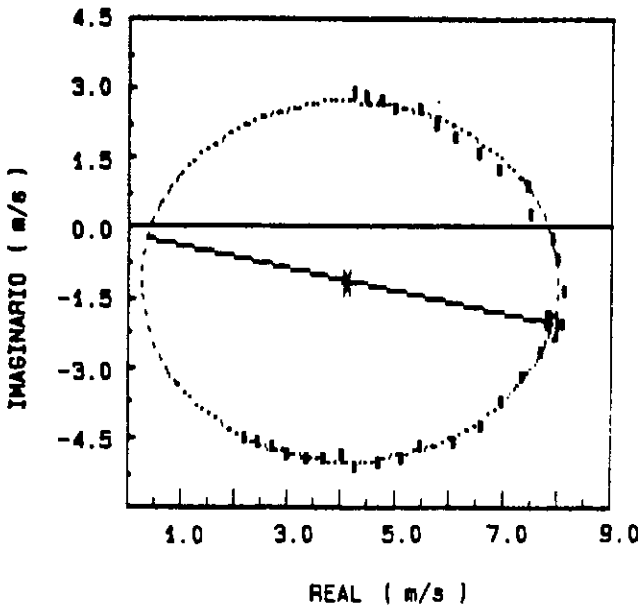


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



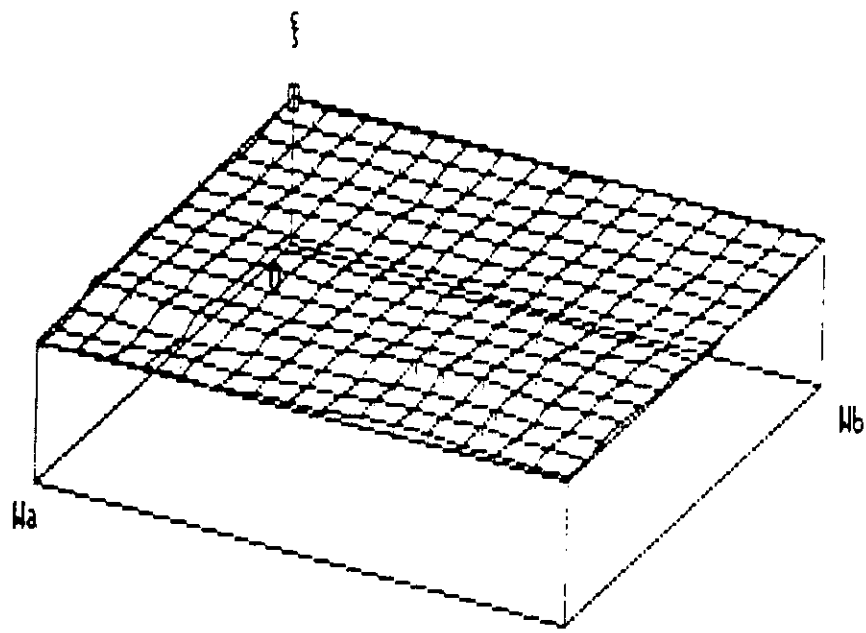
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.11 - Inertância e ângulo de fase para a 2ª frequência natural da estrutura em ABS , escala 1/10



FREQ. NAT. = 70.71 Hz
RAIO = 3.875 m/s
rBjk = 0.421 m/s
r = 0.999

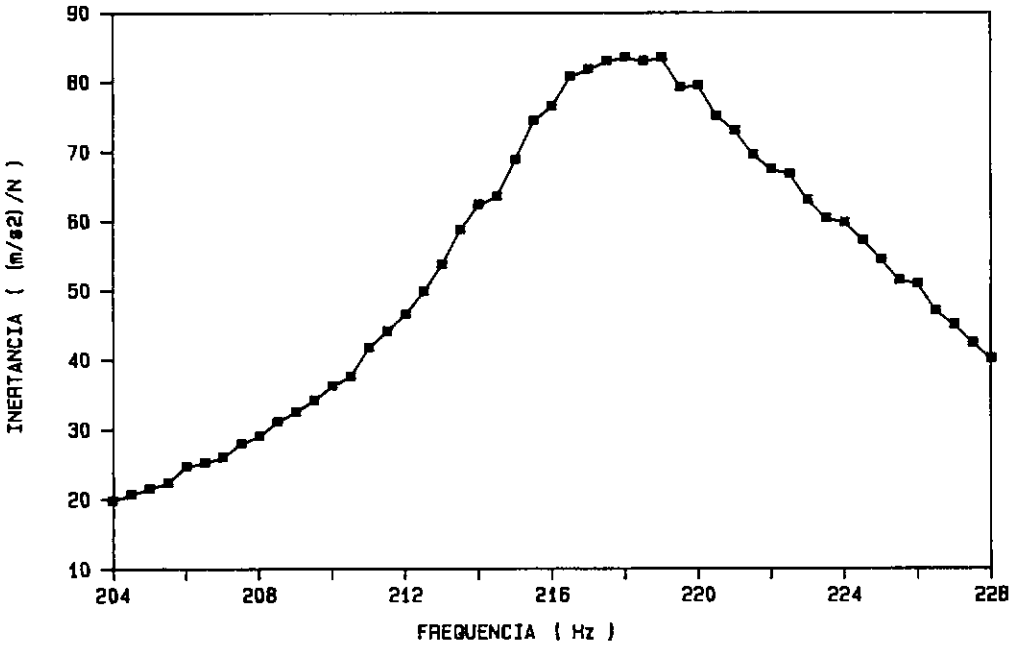
c) CÍRCULO DE NYQUIST



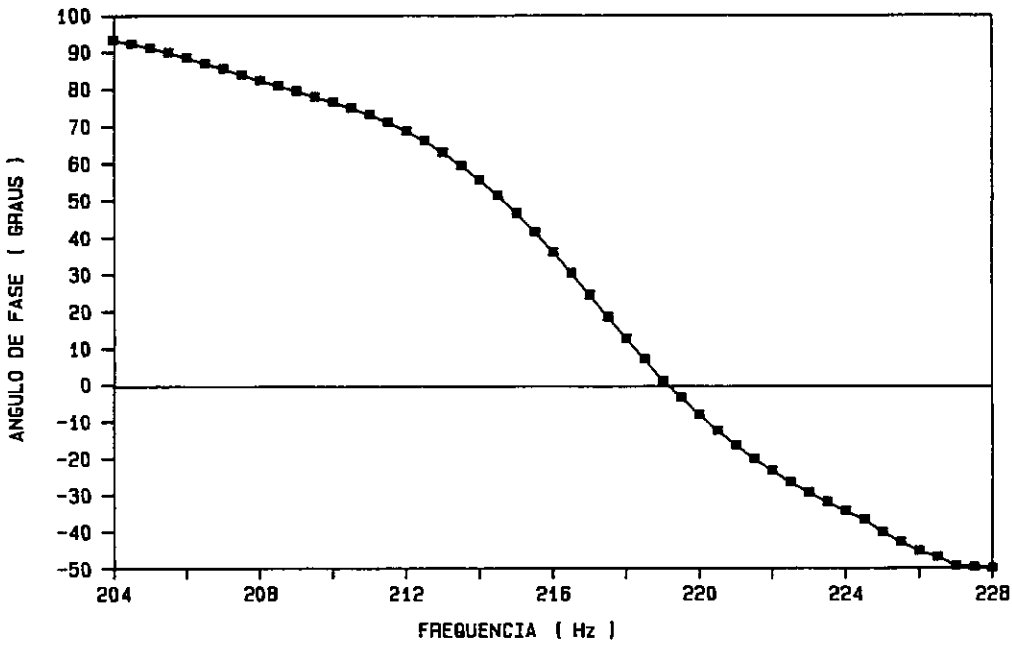
Wa = 70.70 Hz AMORT. = 0.82 ± 0.02 %
Wb = 71.50 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.11 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 2ª frequência natural da estrutura em ABS , escala 1/10

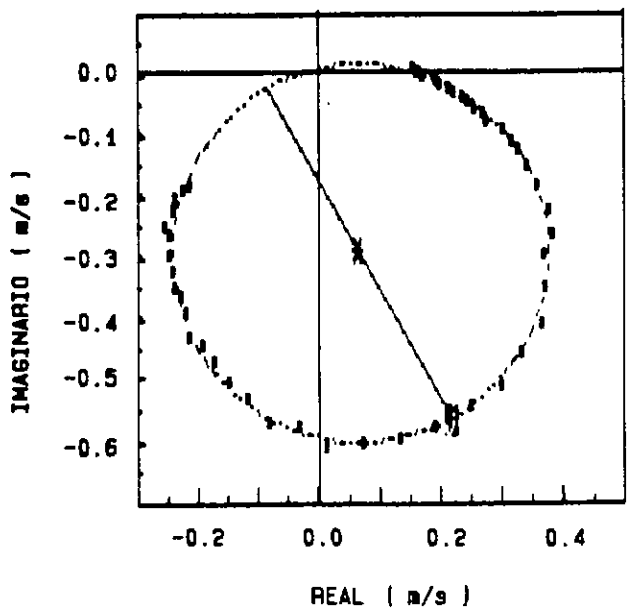


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



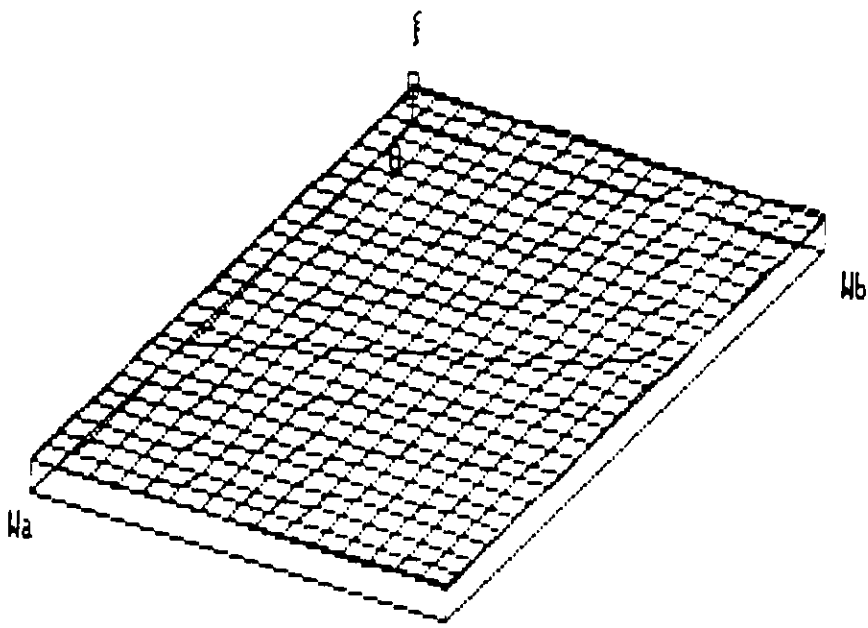
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.12 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/10



FREQ. NAT. = 217.27 Hz
RAIO = 0.309 m/s
rBjk = 0.0858 m/s
r = 0.999

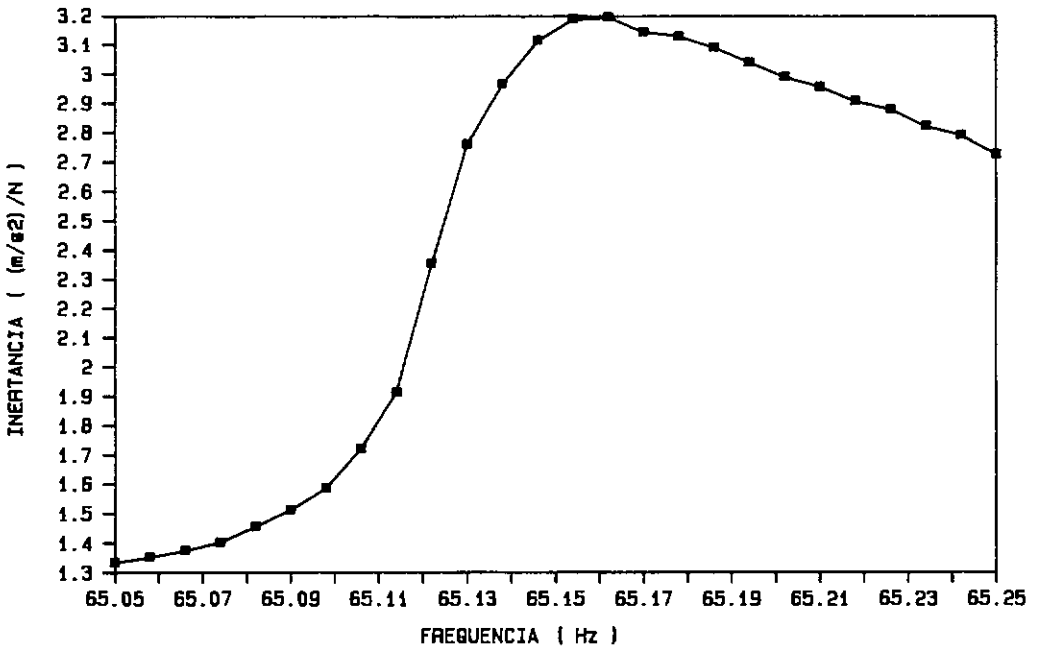
c) CÍRCULO DE NYQUIST



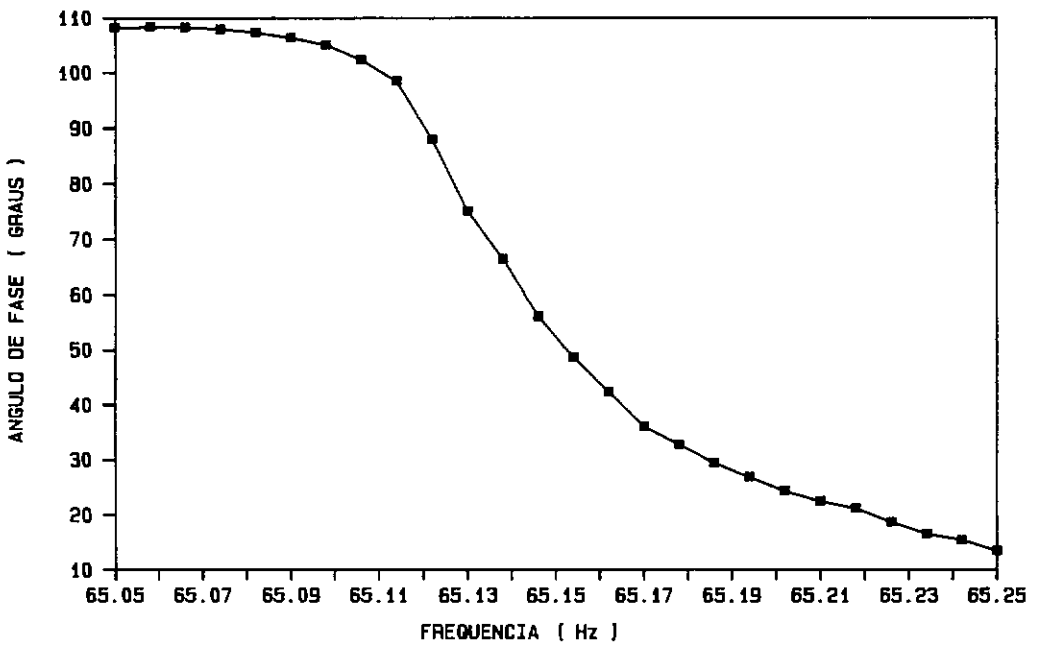
Wa = 217.00 Hz AMORT. = 2.33 ± 0.11 %
Wb = 225.00 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.12 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural da estrutura em PVC , escala 1/10

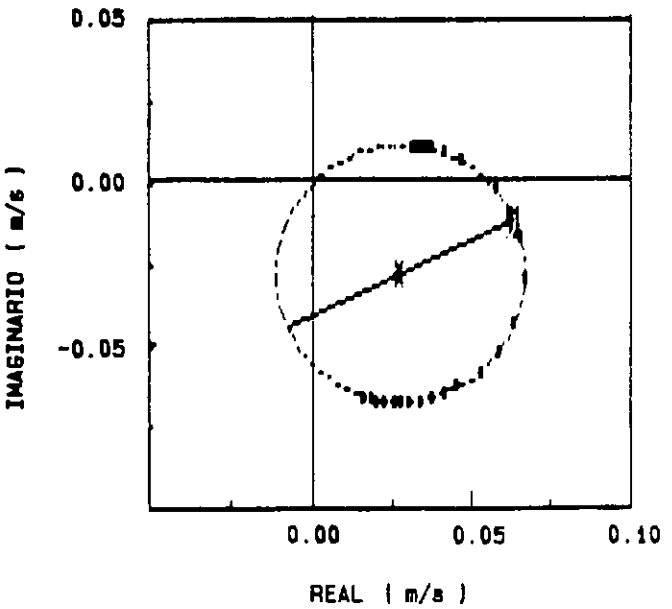


a) INERTANCIA x FREQUENCIA

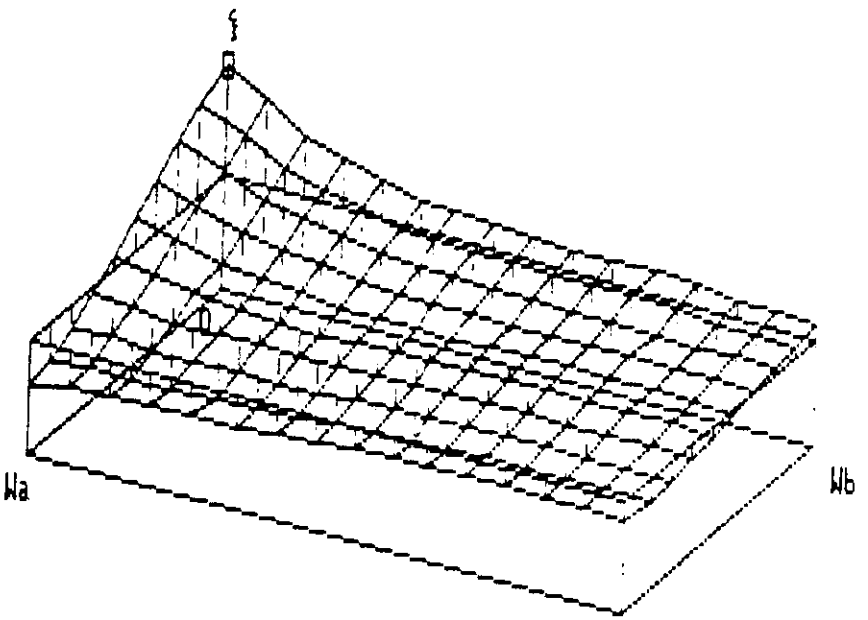


b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.13 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência natural do protótipo da estrutura simplificada



c) CÍRCULO DE NYQUIST



Wa = 65.12 Hz AMORT. = 0.10 ± 0.02 %
Wb = 65.25 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.13 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência natural do protótipo da estrutura simplificada

Medindo-se o valor do ângulo de fase (figura VI.13.b) na frequência onde se atingiu o pico de inertância, observa-se que este ângulo é bem distante de 90°. Isto indica que existe uma contribuição dos outros modos, que pode ser observada no círculo de Nyquist, através da razão da distância entre o ponto diametralmente oposto à frequência natural e a origem dos eixos (rBjk), pelo raio do círculo, como descrito anteriormente. A diferença existente na simetria do gráfico de inertância introduziu um pequeno pequeno erro no cálculo da frequência natural que pode ser verificada através do gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento [16]. No entanto, pode-se ver que este erro foi pequeno se compararmos o valor desta frequência natural com a obtida através de ensaios de vibrações livres. De qualquer forma, é bom salientar que este pequeno erro na avaliação da frequência natural, pode introduzir um pequeno erro também na taxa de amortecimento deste 3º modo de flexão do protótipo.

A tabela VI.1 mostra os valores das frequências naturais obtidas para o protótipo e os modelos efetuando-se a análise descrita no item anterior e no Anexo I.

Tabela VI.1 - Resultados de frequência das estruturas simplificadas (Hz), para ensaios com excitação senoidal

	ESC.	MATERIAL	FREQUENCIAS NATURAIS (Hz)		
			1ª FLEXAO	2ª FLEXAO	3ª FLEXAO
MODELOS	1/3	ALUMÍNIO	*	46.53	129.00
		AÇO INOX	*	46.14	136.13
		PVC	6.46	43.83	125.75
	1/5	ALUMÍNIO	*	62.22	171.29
		AÇO INOX	8.23	55.18	156.08
		PVC	8.98	56.20	148.02
	1/10	ABS	12.03	70.71	158.01
		PVC	14.17	86.90	217.27
PROTÓTIPO			*	27.88	65.13

onde: * - Não foi possível a realização do ensaio pois houve acoplamento entre as frequências naturais de modos transversais.

Comparando-se os resultados da tabela VI.1 com aqueles obtidos através de ensaios de vibração livre e apresentados nas tabelas IV.1 e IV.3 (f_{exp}), observa-se que em geral, para as duas técnicas de ensaios, as frequências obtidas ficaram com valores bem próximos. A única estrutura onde houve uma maior discrepância foi na estrutura em ABS (esc.1/10). Esta discrepância encontrada foi causada pela modificação nos dois ensaios, da posição de colagem do acelerômetro. Como já foi dito anteriormente, a massa deste é muito significativa quando comparada a massa total da estrutura.

A tabela VI.2 mostra os valores das taxas de amortecimento modais para as mesmas estruturas, obtidas

através da aplicação do método do círculo ajustado. Esta tabela mostra também o desvio padrão encontrado em cada ensaio.

Tabela VI.2 - Taxas de amortecimento modais (%), para ensaios de vibração forçada com excitação senoidal:

	ESC.	MATERIAL	TAXAS DE AMORTECIMENTO (%)		
			1ª FLEXAO	2ª FLEXAO	3ª FLEXAO
MODELOS	1/3	ALUMÍNIO	*	0.07 ± 0.01	0.10 ± 0.01
		AÇO INOX	*	0.11 ± 0.01	0.18 ±0.003
		PVC	0.88 ± 0.01	1.28 ± 0.02	1.60 ± 0.01
	1/5	ALUMÍNIO	*	0.22 ± 0.03	0.18 ±0.004
		AÇO INOX	0.15 ± 0.04	0.06 ± 0.01	0.14 ±0.004
		PVC	1.44 ± 0.22	1.62 ± 0.02	2.08 ± 0.01
	1/10	ABS	1.14 ± 0.14	0.82 ± 0.02	1.91 ± 0.09
		PVC	1.16 ± 0.14	1.99 ± 0.04	2.33 ± 0.11
PROTÓTIPO			*	0.07 ± 0.03	0.10 ± 0.02

onde: * - Não foi possível a realização do ensaio pois houve acoplamento entre as frequências naturais de modos transversais.

Os resultados apresentados na tabela VI.2 podem ser analisados sobre vários aspectos diferentes.

Inicialmente, comparando-se os resultados da taxa de amortecimento para o 1º modo de flexão apresentados nesta tabela com os valores da taxa de amortecimento para este mesmo modo, obtidos através de ensaios de vibrações livres e apresentados na tabela V.2, observa-se uma boa correlação dos resultados. Desta forma, nas estruturas onde não foi possível se obter o valor da taxa de amortecimento através dos ensaios de vibração forçada, pode-se considerar o valor

obtido por vibração livre.

Verificando-se também, para cada estrutura, a variação da taxa de amortecimento à medida que se aumenta o modo de vibração, observa-se que para a maioria das estruturas, com o aumento da frequência natural, aumenta-se também o valor da taxa de amortecimento. Em apenas duas estruturas isto não ocorreu [ABS (esc.1/10) e aço inox (esc.1/5)]. Para se concluir algo mais concreto a este respeito, seria necessário um número maior de pontos, pois sabe-se que, quando esta variação é linear e crescente, há uma tendência do amortecimento ser proporcional a rigidez. Se fosse, linear e decrescente, há uma tendência do amortecimento ser proporcional a massa. Caso o amortecimento diminuisse e depois aumentasse com o aumento da frequência natural, indicaria uma tendência a ser proporcional a uma combinação de rigidez e massa [7]. No nosso caso, nenhuma conclusão pode ser tirada concretamente devido a se possuir apenas 3 pontos.

Também nesta tabela, pode-se observar que as estruturas em metal e em plásticos apresentam valores bastante distintos para a taxa de amortecimento. Nas primeiras, o valor está entre 0.07% e 0.22% enquanto nas últimas, o valor está entre 0.82% e 2.33%, semelhante ao já observado nos resultados de vibrações livres (item V.3.1).

VI.2.2) ESTRUTURAS APORTICADAS

Para cada frequência natural estudada neste tipo de estrutura, procurou-se mostrar os gráficos relativos a uma determinada estrutura.

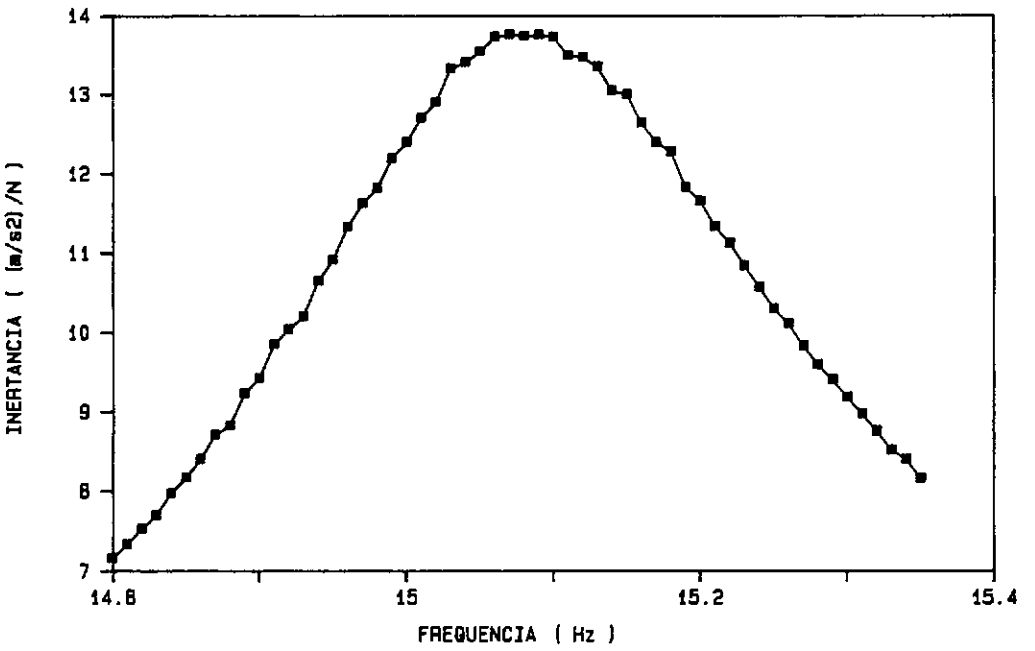
As figuras VI.14 à VI.19 (a) mostram os gráficos de inertância x frequência para as estruturas aporticadas obtidos como descrito no item anterior (VI.2.1).

As figuras VI.14 à VI.19 (b) mostram os gráficos do ângulo de fase x frequência para estas mesmas estruturas obtidos também como descrito no item anterior.

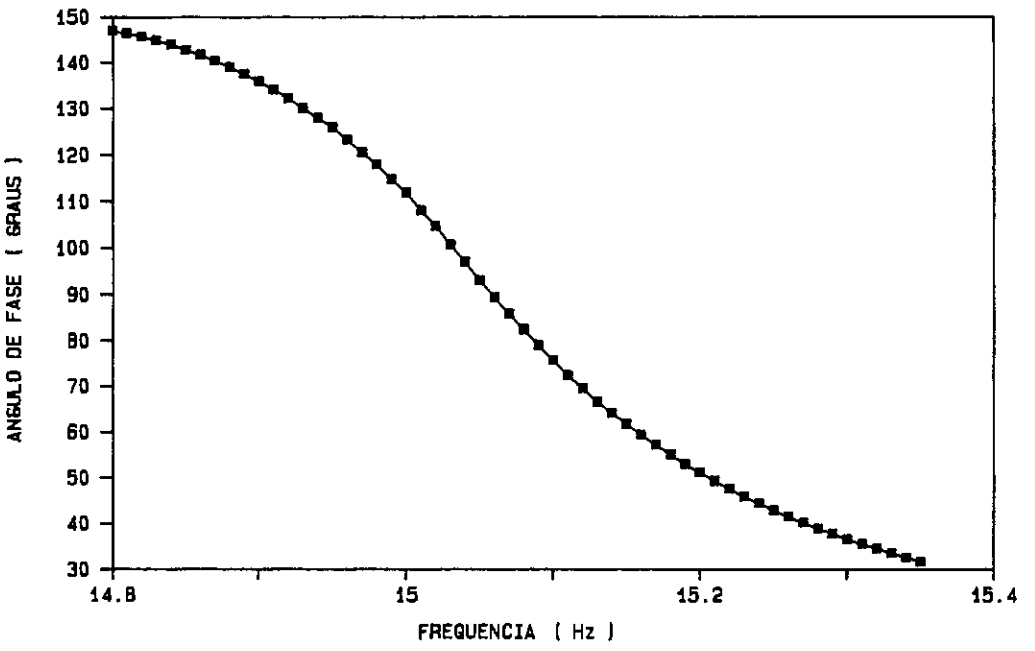
Aqui também à medida que se aumenta o modo de vibração analisado, o ângulo de fase se distancia de 90° em relação ao pico de inertância. Esta defasagem indica que há possibilidade de uma contribuição dos outros modos no modo analisado, que pode ser posteriormente confirmada através do círculo de Nyquist. Em todas as figuras apresentadas esta defasagem ocorreu.

As figuras VI.14 à VI.19 (c) mostram os círculos de Nyquist destas estruturas obtidos como descrito no anexo I. Em todas elas pode-se observar um bom ajuste do círculo aos pontos obtidos experimentalmente. Isto pode ser observado através do coeficiente de correlação (r) mostrado em cada figura. Em todas elas pode-se verificar que houve contribuição dos outros modos no modo analisado, que pode ser observada através da razão da distância entre o ponto diametralmente oposto à frequência natural e a origem dos eixos (rBjk), pelo raio do círculo, como já descrito no item anterior.

Finalmente, as figuras VI.14 à VI.19 (d) mostram os gráficos tri-dimensionais da estimativa das taxas de amortecimento obtidos também como descrito no anexo I. Nestas figuras apresenta-se também os valores máximos para ω_a e ω_b (frequência posterior e anterior à frequência

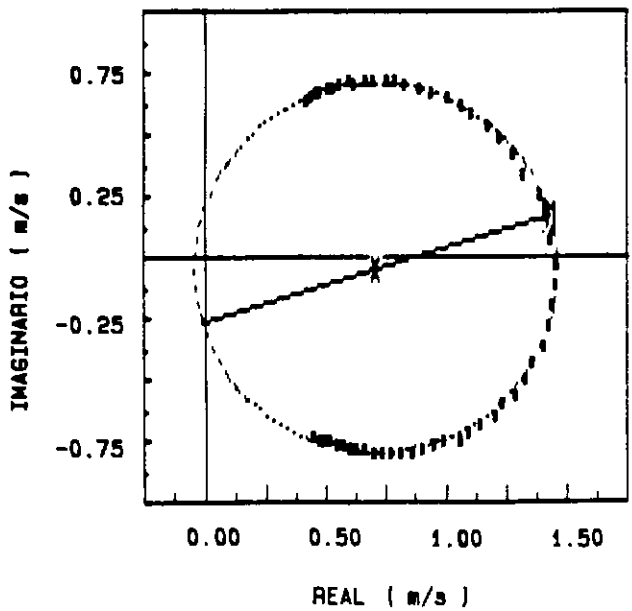


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



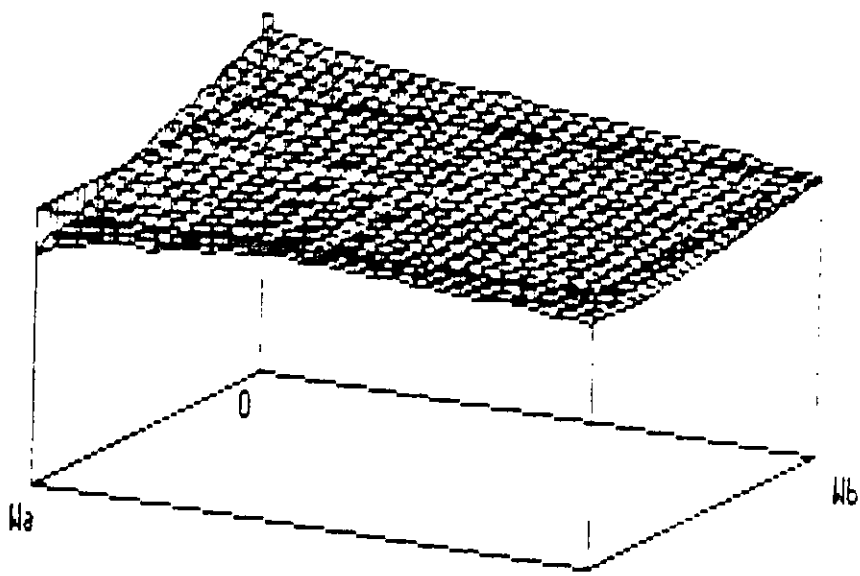
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.14 - Inertância e ângulo de fase para a 1ª frequência de flexão do modelo de pórtico em PVC



FREQ. NAT. = 15.04 Hz
RAIO = 0.752 m/s
rBjk = 0.253 m/s
r = 1.000

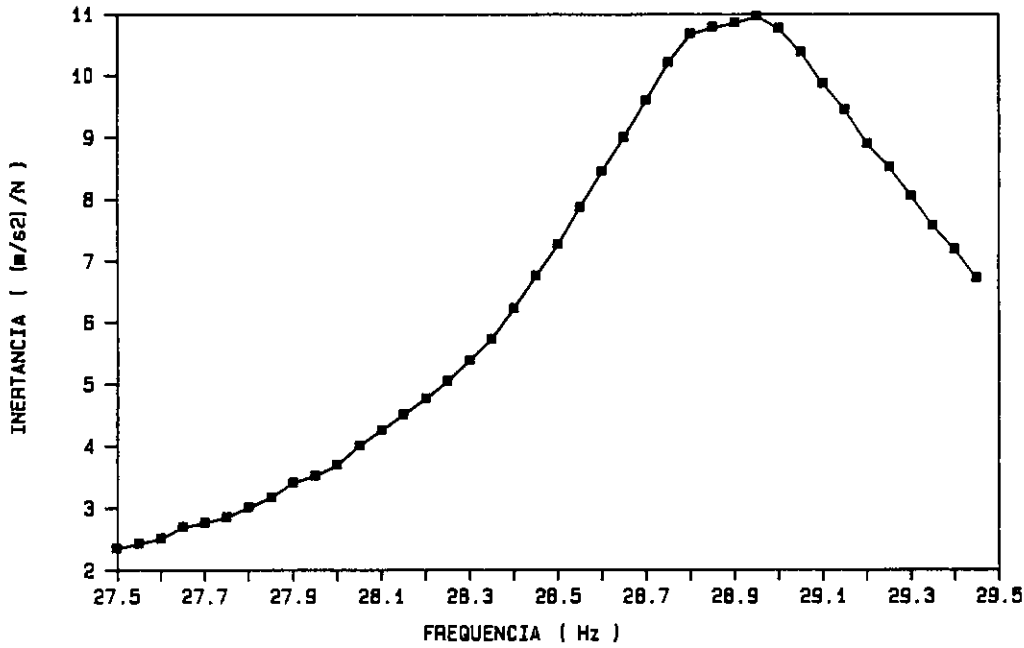
c) CÍRCULO DE NYQUIST



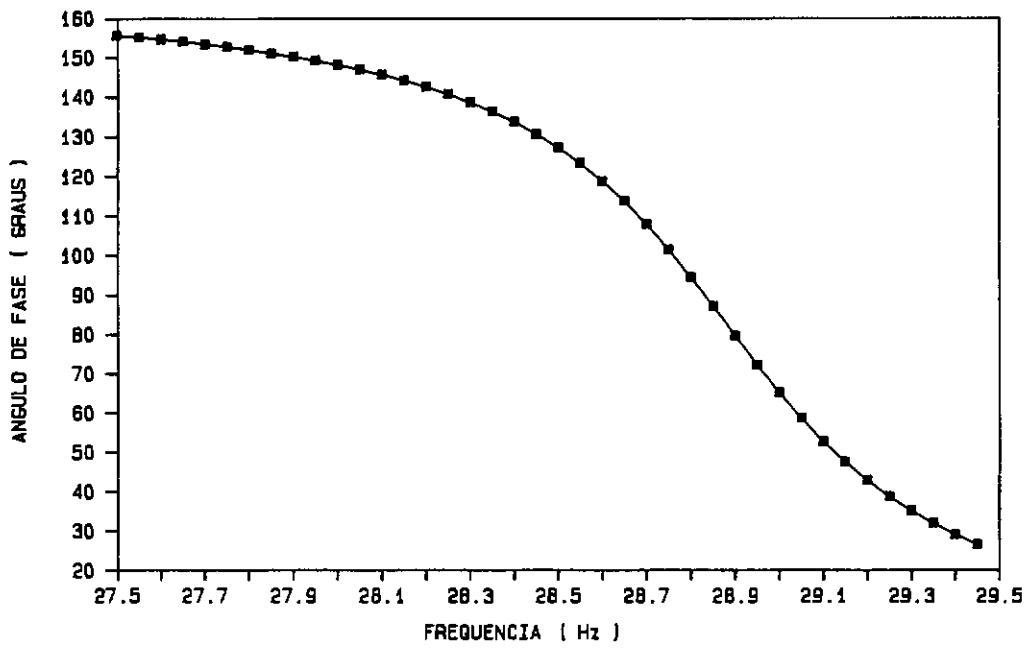
Wa = 15.04 Hz AMORT. = 1.13 ± 0.08 %
Wb = 15.35 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.14 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 1ª frequência de flexão do modelo de pórtico em PVC

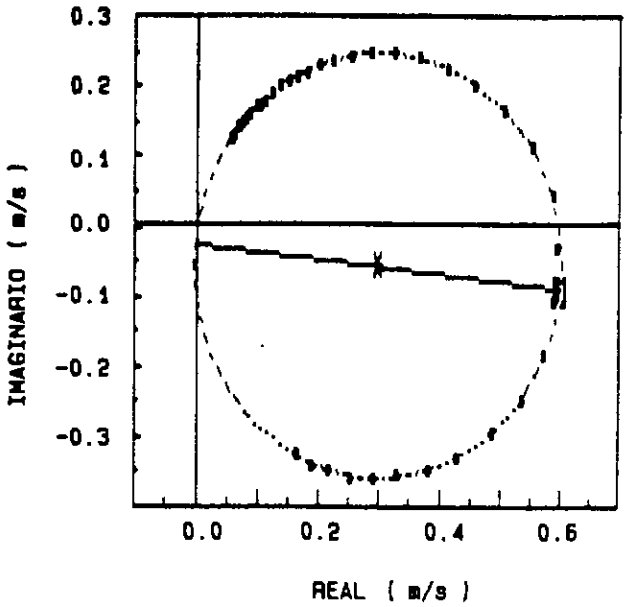


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



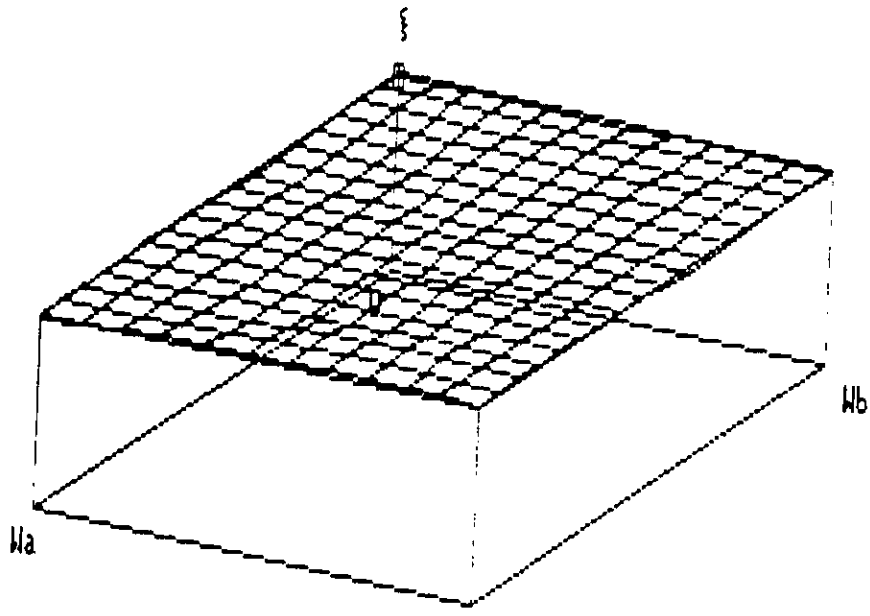
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.15 - Inertância e ângulo de fase para a 1ª frequência de torção do modelo de pórtico em PVC



FREQ. NAT. = 28.89 Hz
RAIO = 0.302 m/s
rBjk = 0.0237 m/s
r = 1.000

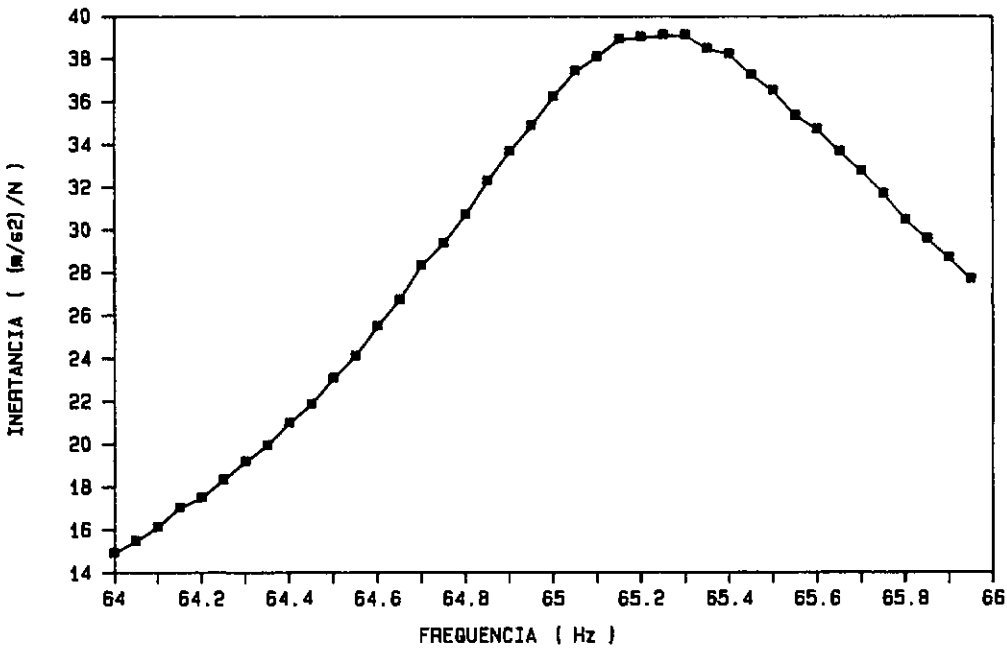
c) CÍRCULO DE NYQUIST



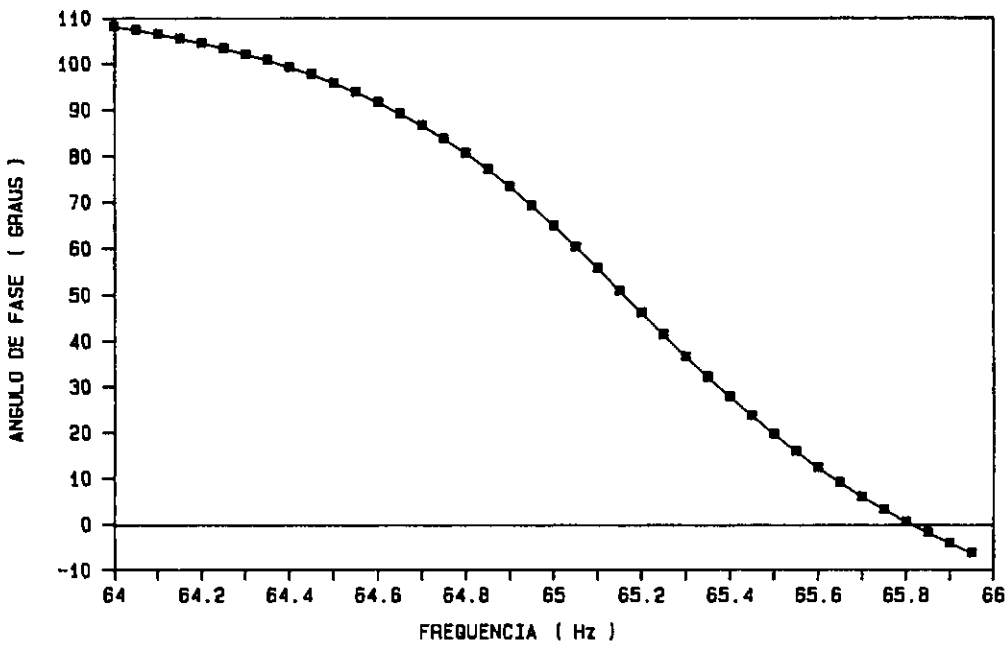
Wa = 28.85 Hz AMORT. = 1.32 ± 0.01 %
Wb = 15.35 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.15 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 1ª frequência de torção do modelo de pórtico em PVC

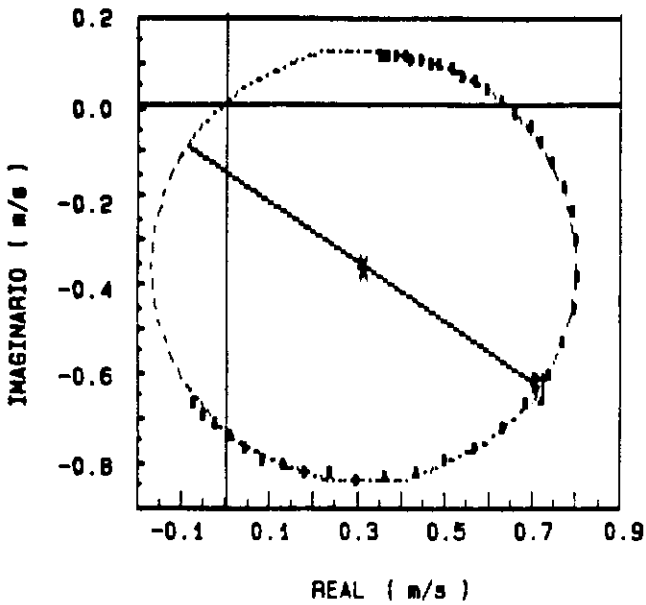


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



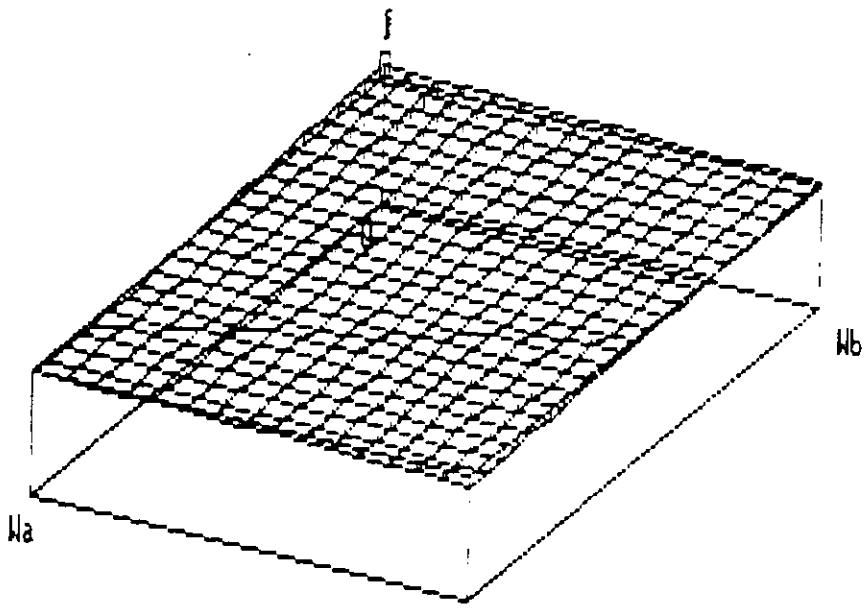
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.16 - Inertância e ângulo de fase para a 2ª frequência de flexão do modelo de pórtico em ABS



FREQ. NAT. = 65.17 Hz
RAIO = 0.484 m/s
rBjk = 0.119 m/s
r = 1.000

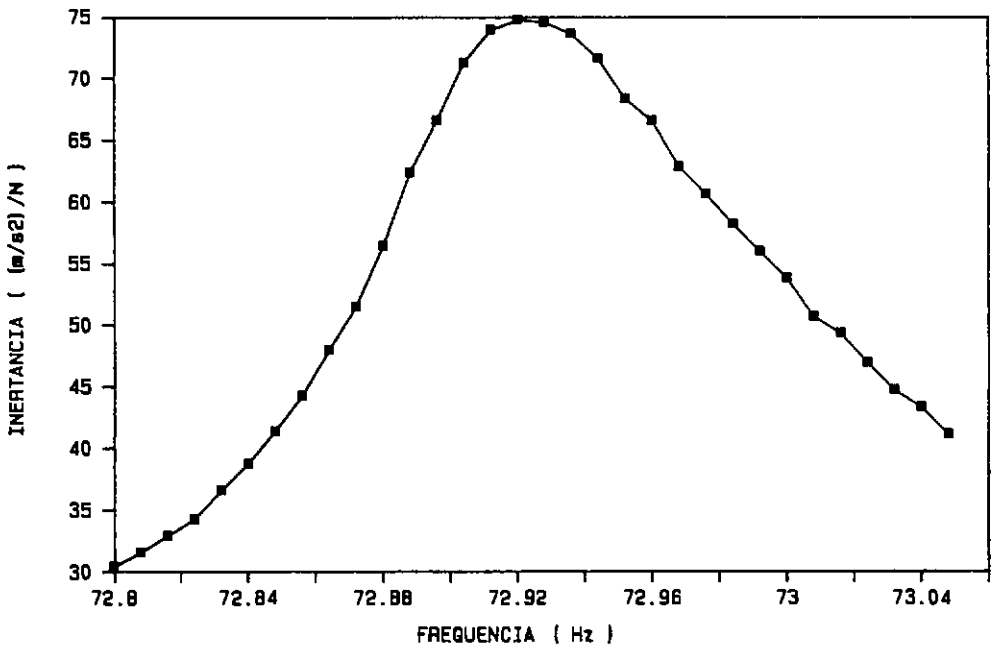
c) CÍRCULO DE NYQUIST



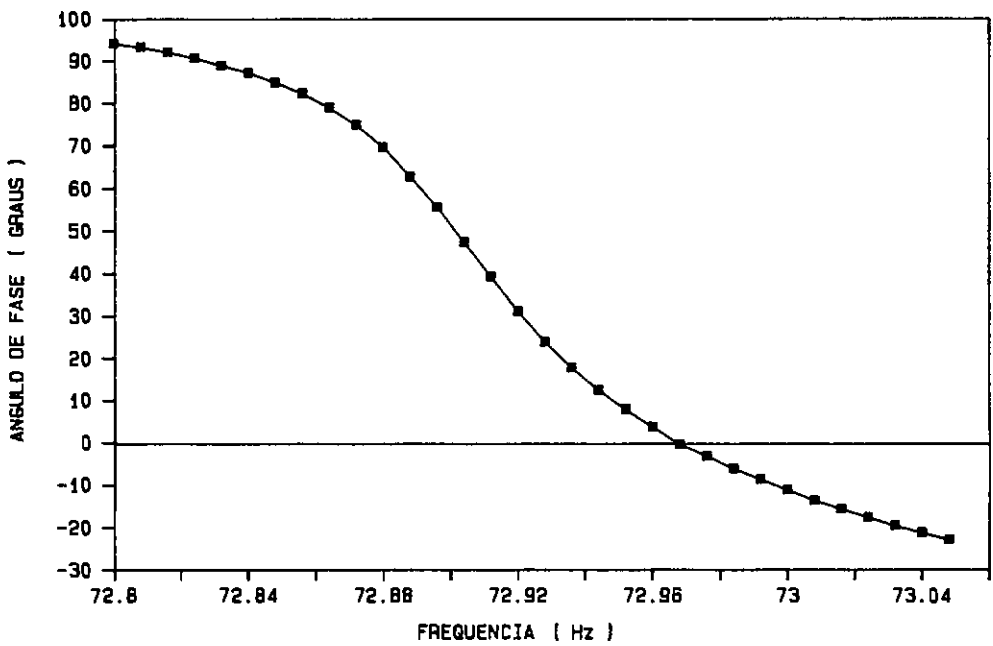
Wa = 65.15 Hz AMORT. = 0.95 ± 0.04 %
Wb = 65.95 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.16 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 2ª frequência de flexão do modelo de pórtico em ABS

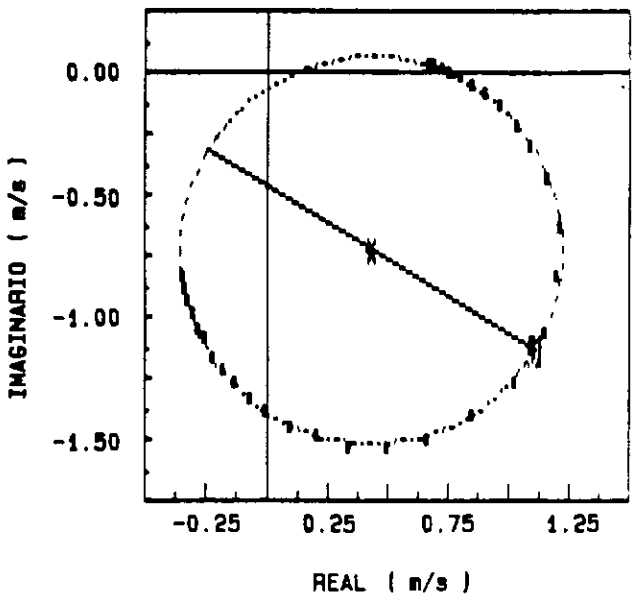


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



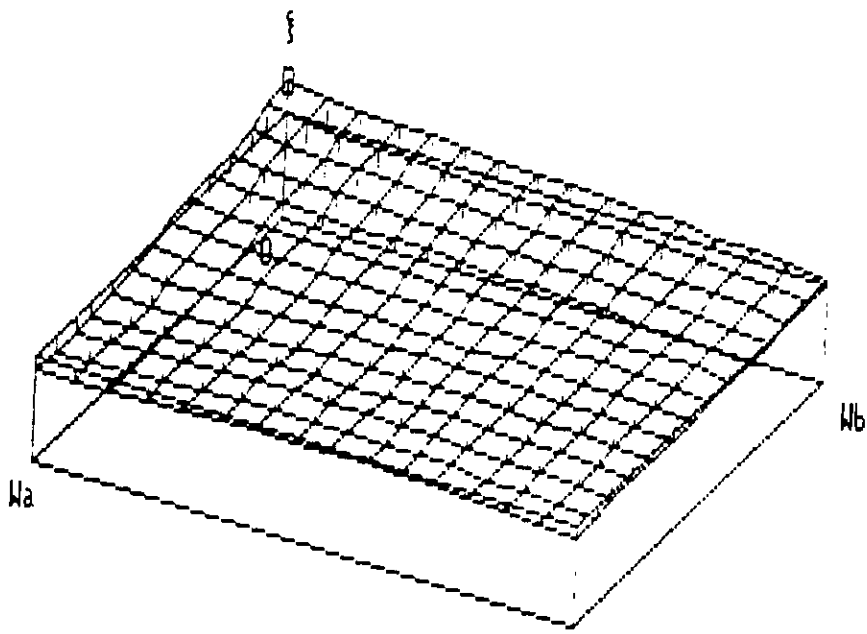
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.17 - Inertância e ângulo de fase para a 2ª frequência de torção do modelo de pórtico em alumínio



FREQ. NAT. = 72.91 Hz
RAIO = 0.791 m/s
rBjk = 0.396 m/s
r = 1.000

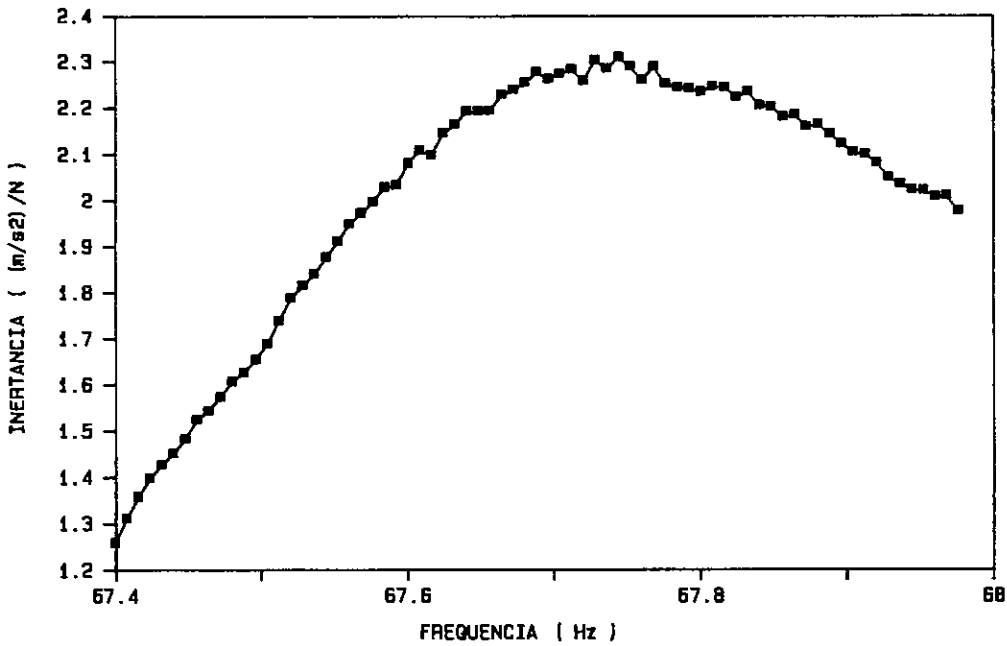
c) CÍRCULO DE NYQUIST



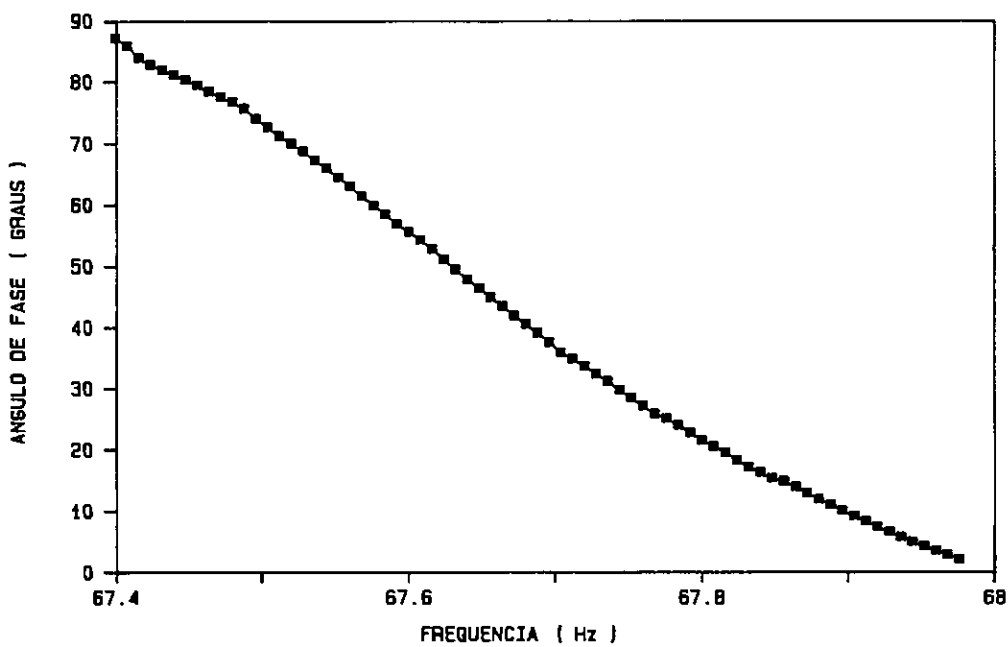
Wa = 72.90 m/s AMORT. = 0.08 ± 0.01 %
Wb = 73.03 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.17 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 2ª frequência de torção do modelo de pórtico em alumínio

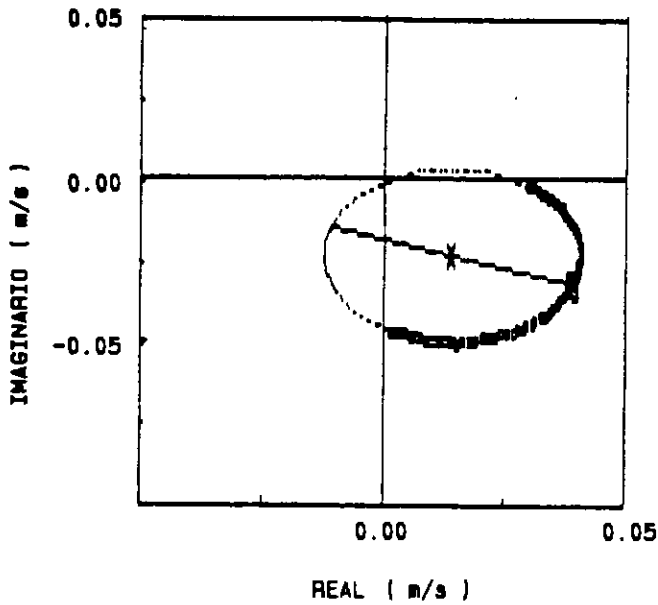


a) INERTANCIA x FREQUENCIA

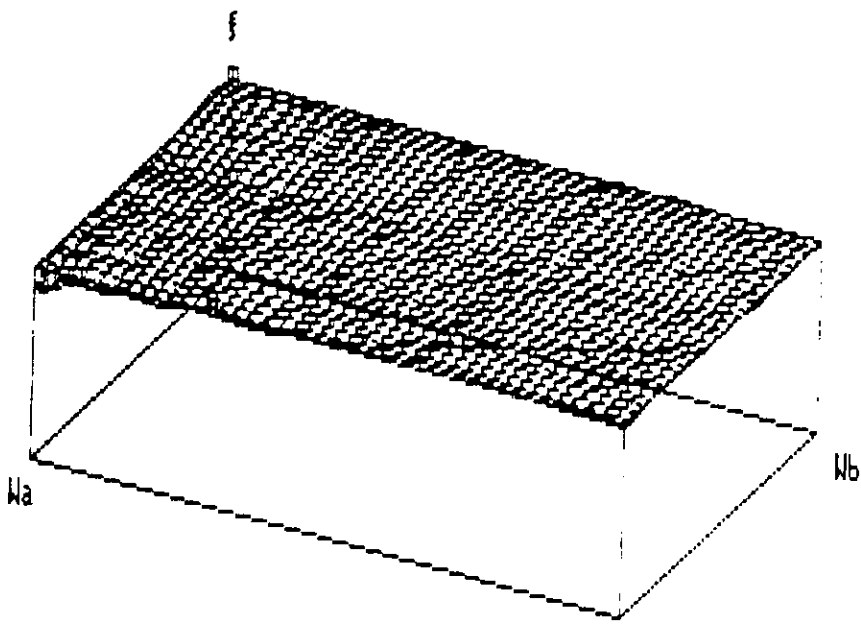


b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.18 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência de flexão do protótipo da estrutura aporticada



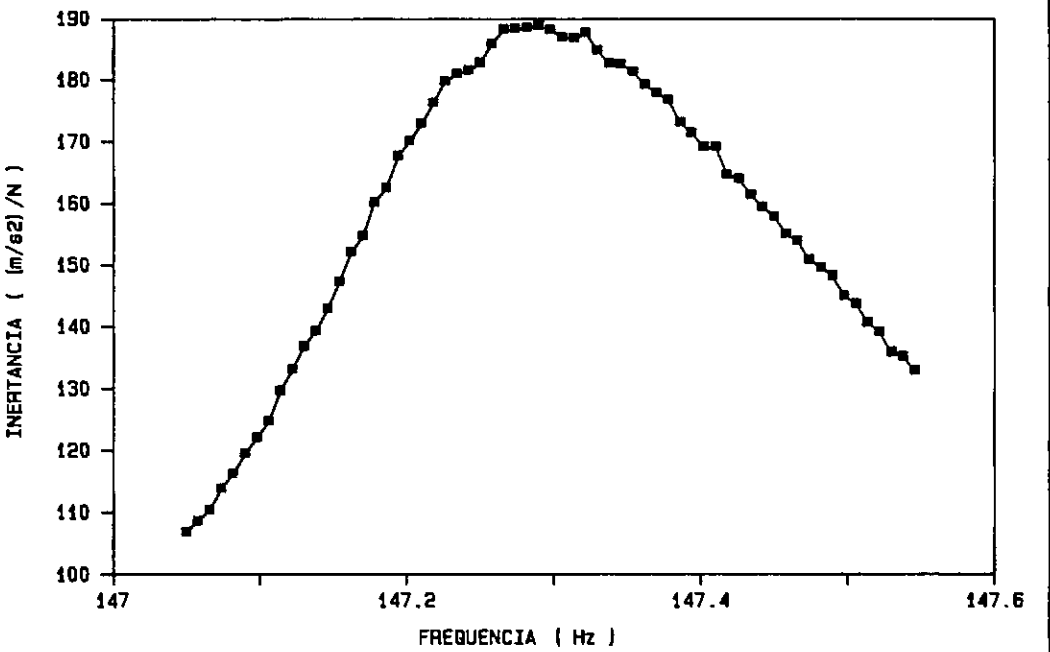
c) CÍRCULO DE NYQUIST



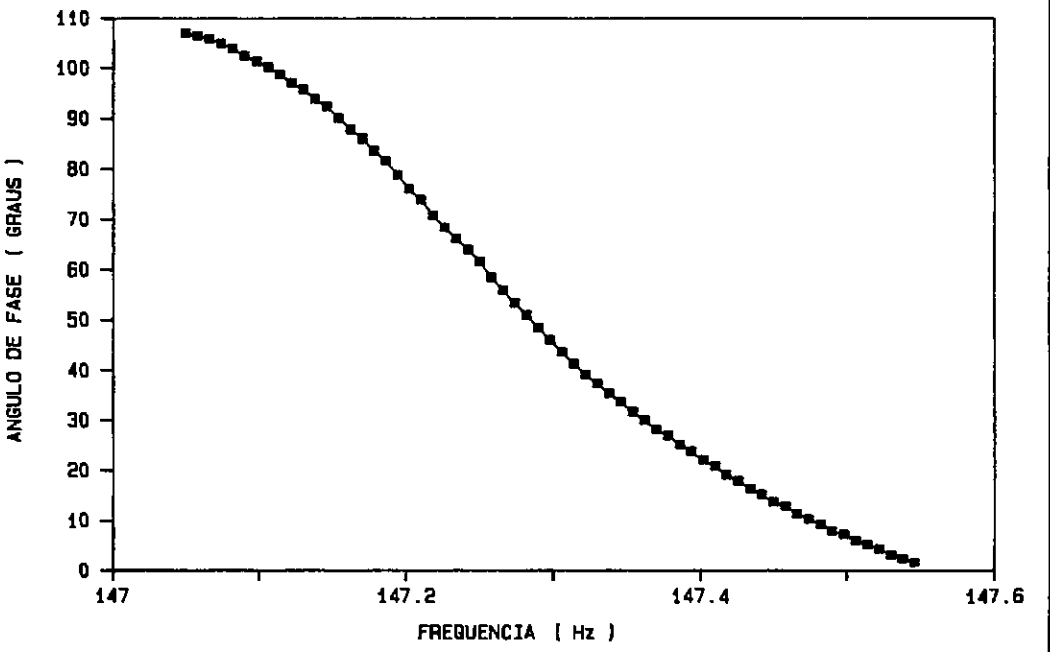
Wa = 67.62 Hz AMORT. = 0.45 ± 0.01 %
Wb = 67.98 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.18 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência de flexão do protótipo da estrutura aporticada

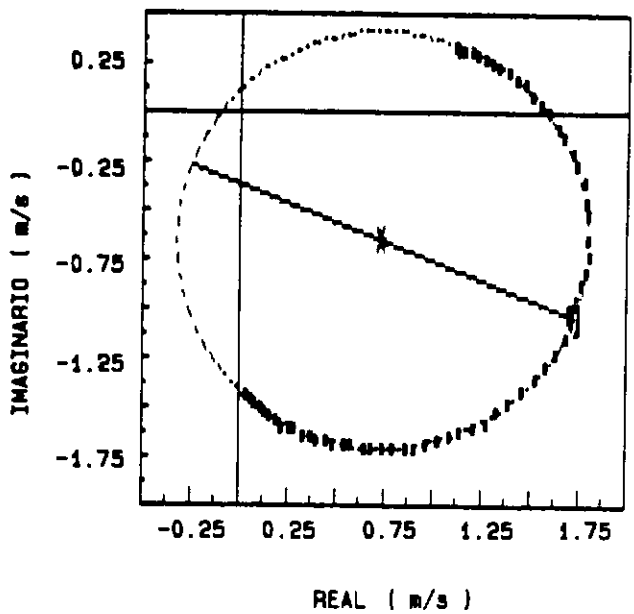


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



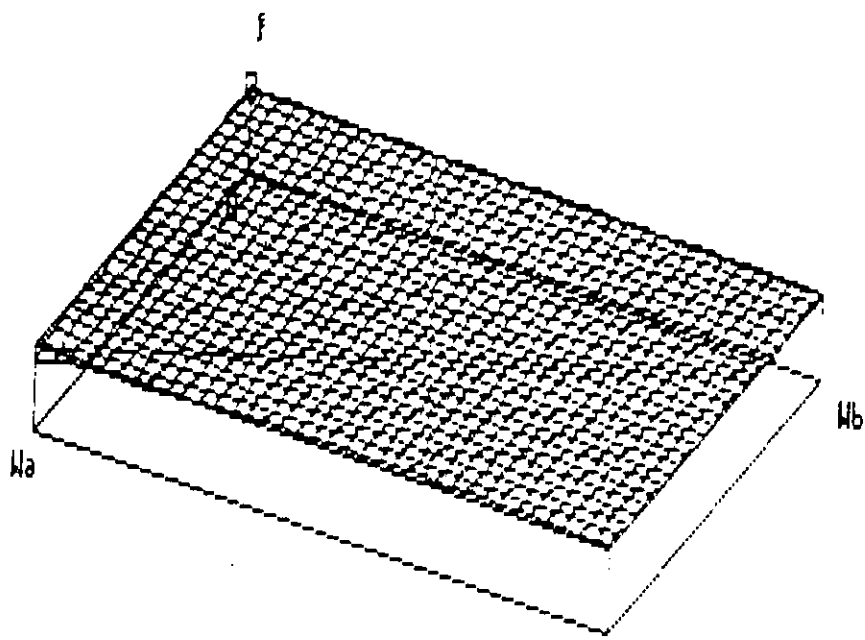
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VI.19 - Inertância e ângulo de fase para a 3ª frequência de torção do modelo de pórtico em aço inox



FREQ. NAT. = 147.26 Hz
RAIO = 1.062 m/s
rBjk = 0.354 m/s
r = 1.000

c) CÍRCULO DE NYQUIST



Wa = 147.25 Hz AMORT. = 0.13 ± 0.01 %
Wb = 147.55 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VI.19 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 3ª frequência de torção do modelo de pórtico em aço inox

natural, respectivamente) utilizados na análise, e o valor da taxa de amortecimento média calculada por este processo. Em todas elas, exceto na figura VI.14.d, este gráfico se apresentou como um plano paralelo aos eixos de frequência, o que indica que a frequência natural foi calculada de forma correta. Deste modo, este gráfico vem a reforçar a confiabilidade no valor da taxa de amortecimento calculada através deste processo. No entanto, na figura VI.14.d, este gráfico tri-dimensional apresentou-se ligeiramente inclinado o que tende a indicar que houve um pequeno erro no cálculo da frequência natural. Como se trata da 1ª frequência de flexão, podemos comparar os resultados obtidos por este processo, com os obtidos através de ensaios de vibrações livres. Como nesta comparação os valores obtidos para a frequência natural e para a taxa de amortecimento são praticamente os mesmos para as duas técnicas de ensaios, pode-se adotar qualquer um dos resultados.

A tabela VI.3 mostra os valores das frequências naturais obtidas para o protótipo e os modelos efetuando-se a análise descrita no item VI.1 e no anexo I.

Tabela VI.3 - Frequências naturais (Hz) para ensaios de vibração forçada com excitação senoidal para as estruturas aporticadas:

MODO	PROTÓTIPO	MODELOS			
	AÇO COMUM	AÇO INOX	ALUMÍNIO	ABS	PVC
1ª flexão	9.14	*	*	15.63	15.04
1ª torção	17.55	28.81	23.14	34.86	28.89
2ª flexão	32.12	55.42	52.37	65.17	59.26
2ª torção	51.14	83.07	72.91	84.24	88.77
3ª flexão	67.63	122.63	107.19	144.78	128.96
3ª torção	86.78	147.26	131.79	175.24	159.10

onde: * - Não foi possível a realização do ensaio pois houve acoplamento entre as frequências naturais de modos transversais.

Comparando-se os resultados da tabela VI.3 com aqueles obtidos por meio de ensaios de vibração livre e apresentados nas tabelas IV.5 e IV.7 (f_{exp}), observa-se que, para as duas técnicas de ensaios, as frequências naturais obtidas ficaram com valores bem próximos. Apenas na estrutura em ABS houve uma certa discrepância de valores. Isto causado pela forma de fixação dos acelerômetros nos dois tipos de ensaios, pois além de se variar o número de acelerômetros, modificou-se também a sua altura de fixação. Como esta estrutura é bastante flexível, a massa dos acelerômetros é bastante representativa.

A tabela VI.4 mostra os valores da taxa de amortecimento modais para as mesmas estruturas apresentadas na tabela anterior, obtidas através da aplicação do método do círculo ajustado. Esta tabela mostra também o desvio

padrão encontrado em cada ensaio.

Tabela VI.4 - Taxa de amortecimento (%) para ensaios de vibração forçada com excitação senoidal para as estruturas aporticadas:

MODO	PROTÓTIPO	MODELOS			
	AÇO COMUM	AÇO INOX	ALUMÍNIO	ABS	PVC
1ª flexão	0.16± 0.03	*	*	1.50± 0.26	1.13± 0.08
1ª torção	0.12± 0.03	0.40± 0.03	0.12± 0.00	0.79± 0.06	1.32± 0.01
2ª flexão	0.10± 0.02	0.19± 0.03	0.17± 0.02	0.95± 0.04	1.63± 0.02
2ª torção	0.07± 0.01	0.11± 0.02	0.08± 0.01	0.82± 0.02	1.24± 0.14
3ª flexão	0.45± 0.01	0.16± 0.01	0.22± 0.01	0.71± 0.04	1.68± 0.02
3ª torção	0.06± 0.01	0.13± 0.01	0.13± 0.01	0.72± 0.03	1.66± 0.05

onde: * - Não foi possível a realização do ensaio pois houve acoplamento entre as frequências naturais de modos transversais.

Os resultados da tabela VI.4 podem ser analisados sobre vários aspectos diferentes.

Comparando-se os resultados da taxa de amortecimento para o 1º modo de flexão apresentados nesta tabela com os valores da taxa de amortecimento para este mesmo modo, obtidos através de ensaios de vibrações livres e apresentados na tabela V.4, observa-se uma boa correlação dos resultados. Assim, pode-se adotar o valor da taxa de amortecimento obtida via vibração livre, quando não se conseguir este valor via vibração forçada.

Verificando-se também, para cada estrutura, a variação

da taxa de amortecimento à medida que se aumenta o modo de vibração, observa-se para as estruturas em metal, que este valor permanece aproximadamente constante para os modos de flexão, exceto para a 3ª frequência natural do protótipo onde houve um aumento deste parâmetro. Para as estruturas em plástico, analisando-se estes mesmos modos de flexão, observa-se que para o modelo em ABS houve uma diminuição da taxa de amortecimento à medida que se aumenta o modo de vibração enquanto para a estrutura em PVC, houve um acréscimo neste parâmetro. Analisando-se os modos de torção, observa-se que para as estruturas em metal e em ABS, o valor da taxa de amortecimento permanece aproximadamente constante com o aumento do modo de vibração, exceto na estrutura em aço inox onde a taxa de amortecimento associada à 1ª frequência possui valor maior que as associadas às demais frequências. Para a estrutura em PVC à medida que se aumenta o modo de vibração, aumenta-se também o valor da taxa de amortecimento. Para se concluir alguma coisa mais concreta a este respeito, seria necessário um número maior de pontos, pois sabe-se que, quando esta variação é linear e crescente, há uma tendência do amortecimento ser proporcional a rigidez. Se fosse, linear e decrescente, há uma tendência do amortecimento ser proporcional a massa. Caso o amortecimento diminuisse e depois aumentasse com o aumento da frequência natural, indicaria uma tendência a ser proporcional a uma combinação de rigidez e massa. No nosso caso, nenhuma conclusão pode ser tirada concretamente devido a se possuir apenas 3 pontos.

Também nesta tabela, pode-se observar que as estruturas em metal e em plástico apresentam valores distintos para a taxa de amortecimento. Nas primeiras, o valor está entre 0.07% e 0.45% enquanto nas últimas, o valor está entre 0.71% e 1.68% . Comparando-se modo a modo para as frequências de flexão, o valor da taxa de amortecimento para um determinado tipo de material para a estrutura simplificada e para a estrutura aporticada, verifica-se, para a maioria das estruturas, um pequeno aumento no seu valor quando se aumenta o número de juntas. Isto só não foi verificado para a 3ª frequência de flexão do modelo em ABS.

CAPÍTULO VII
ANÁLISE DE RESULTADOS

VII.1) SUMÁRIO DAS TAXAS DE AMORTECIMENTO ENCONTRADAS

Os valores das taxas de amortecimento encontradas para as diversas estruturas ensaiadas já foram apresentadas nos capítulos V e VI, para ensaios de vibrações livres e forçadas, respectivamente.

Neste capítulo apresenta-se apenas uma síntese dos valores encontrados de forma a se poder comparar e analisar os valores obtidos.

A tabela VII.1 apresenta a faixa de valores encontrados para a taxa de amortecimento associados aos três primeiros modos de vibração estudados nas estruturas simplificadas. Para cada material ensaiado foi montada uma coluna englobando todas as escalas geométricas construídas. Procurou-se agrupar os materiais de acordo com sua natureza, i.é, metais e plásticos.

Tabela VII.1 - Taxas de amortecimento modais (%) das estruturas simplificadas

mod. de fle.	METAIS			PLASTICOS	
	Protótipo	Modelos			
	aço comum	alumínio	aço inox	ABS	PVC
1º	0.12*	0.06*→0.15*	0.06*→0.15	1.14	0.88 →1.44
2º	0.07	0.07 →0.22	0.06 →0.11	0.82	1.28 →1.99
3º	0.10	0.10 →0.18	0.14 →0.18	1.91	1.60 →2.33

(*): Valores obtidos através de ensaios de vibrações livres

Observando-se os resultados da tabela VII.1, verifica-se inicialmente que a taxa de amortecimento não

apresenta variações significativas em função do modo de vibração analisado. Pode-se constatar ainda nesta tabela, que materiais diferentes porém de mesma natureza apresentam valores de taxa de amortecimento próximos, enquanto materiais de naturezas diferentes apresentam valores bem distintos. Isto fica evidenciado na tabela VII.2 que mostra a faixa de variação da taxa de amortecimento, para os três modos de vibração analisados, para o protótipo e os modelos em metal e em plástico.

Tabela VII.2 - Faixa de variação da taxa de amortecimento (%) para as estruturas simplificadas confeccionadas em metais e em plásticos

ξ (%)	METAIS	PLÁSTICOS
	0.06 → 0.22	0.82 → 2.33

Os resultados da tabela VII.2 parecem indicar que para as estruturas simplificadas o material tem forte influência na taxa de amortecimento, e que este parâmetro independe das escalas utilizadas na modelagem reduzida de acordo com a Teoria da Semelhança.

Nas estruturas aporticadas procurou-se observar apenas a influência das juntas e do material utilizado na taxa de amortecimento destas estruturas quando comparadas com as estruturas simplificadas. A intenção de se estudar as estruturas aporticadas é devido ao fato de próximo aos nós existir uma tendência a ocorrrência de concentração de tensões. Espera-se que o aumento da tensão próximo a um nó da estrutura, provoque um acréscimo no valor da taxa de amortecimento.

A tabela VII.3 mostra o valor da taxa de amortecimento associado aos 3 primeiros modos de flexão das estruturas aporticadas. Nesta tabela procurou-se agrupar os materiais de acordo com a sua natureza, i.é, metais e plásticos.

Tabela VII.3 - Taxas de amortecimento modais (%) das estruturas aporticadas

modos de flexão	METAIS			PLASTICOS	
	Protótipo	Modelos			
	aço comum	alumínio	aço inox	ABS	PVC
1º	0.16	0.18*	0.24*	1.50	1.13
2º	0.10	0.17	0.19	0.95	1.63
3º	0.45	0.22	0.16	0.71	1.68

(*): Valores obtidos através de ensaios de vibrações livres

Comparando-se os resultados apresentados na tabela VII.3 com os resultados apresentados na tabela VII.1, verifica-se que nas estruturas aporticadas o valor da taxa de amortecimento é , na maioria dos casos, um pouco maior que nas estruturas simplificadas, ou então, este fica dentro da faixa de variação para cada tipo de material. Isto só não foi observado para o 3º modo de flexão na estrutura em ABS onde o valor da taxa de amortecimento foi menor na estrutura aporticada do que na estrutura simplificada. Isto pode ter sido causado pela diferença de comportamento da taxa de amortecimento nos dois tipos de estruturas. Na estrutura simplificada este parâmetro tem tendência a ser proporcional a uma combinação da rigidez e massa enquanto na estrutura aporticada este parâmetro tem tendência a ser proporcional somente a massa.

Pensou-se inicialmente que esta pouca variação no

valor da taxa de amortecimento, quando se aumenta o número de juntas, poderia ter sido causada devido ao fato das estruturas aporticadas possuirem ainda um pequeno número de nós, apenas 12. Resolveu-se então, ensaiar outra estrutura que possuisse um número infinitamente maior de nós e fosse confeccionada em um dos materiais em estudo. O apoio desta estrutura também deveria ser confeccionado de forma a representar um engaste perfeito. A descrição desta estrutura e os resultados obtidos para ela serão apresentados no item que se segue.

Antes porém, apresenta-se na tabela VII.4, um resumo da tabela VII.3 mostrando a faixa de variação da taxa de amortecimento, agrupadas segundo a natureza dos materiais. Esta faixa de variação agora engloba os três primeiros modos de flexão e de torção.

Tabela VII.4 - Faixa de variação da taxa de amortecimento (%) para as estruturas aporticadas confeccionadas em metais e em plásticos

ξ (%)	METAIS	PLÁSTICOS
	0.07 → 0.45	0.71 → 1.68

Os resultados da tabela VII.4 parecem indicar ainda que para as estruturas aporticadas o material também tem forte influência na taxa de amortecimento.

Os valores apresentados nas tabelas VII.2 e VII.4 ressaltam ainda mais a pouca influência do número de juntas no valor da taxa de amortecimento.

VII.2) VERIFICAÇÃO FINAL SOBRE A INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE JUNTAS NA TAXA DE AMORTECIMENTO

Como já citado no item anterior, verificou-se que para as estruturas ensaiadas, na sua grande maioria, principalmente para os modos de vibração mais baixos, houve um aumento, porém não significativo, nos valores encontrados para a taxa de amortecimento das estruturas aporticadas em relação às estruturas simplificadas.

Resolveu-se então estudar uma outra estrutura para se verificar a influência do número de juntas no valor da taxa de amortecimento. Esta estrutura deveria possuir um número infinitamente maior de nós do que as que já haviam sido estudadas e ser de um material que já estivesse sendo utilizado, para uma posterior comparação.

Como já se possuia no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ uma estrutura que atendesse a tais características [17], resolveu-se aproveita-la neste estudo, já que sua forma de apoio também era semelhante aos que estavam sendo adotados, i.é, simulava um engaste.

Esta estrutura é uma plataforma fixa, confeccionada em ABS e com juntas coladas com cola do próprio material de forma a ficarem bem engastadas. Os apoios haviam sido confeccionados de forma idêntica aos adotados nos pórticos.

A foto VII.1 mostra uma vista geral desta estrutura, enquanto a foto VII.2 mostra os detalhes do seu apoio.

Como a influência maior do aumento do número de juntas no valor da taxa de amortecimento foi verificada para os modos mais baixos de vibração, nesta estrutura resolveu-se estudar apenas o primeiro modo de vibração. Deste modo,

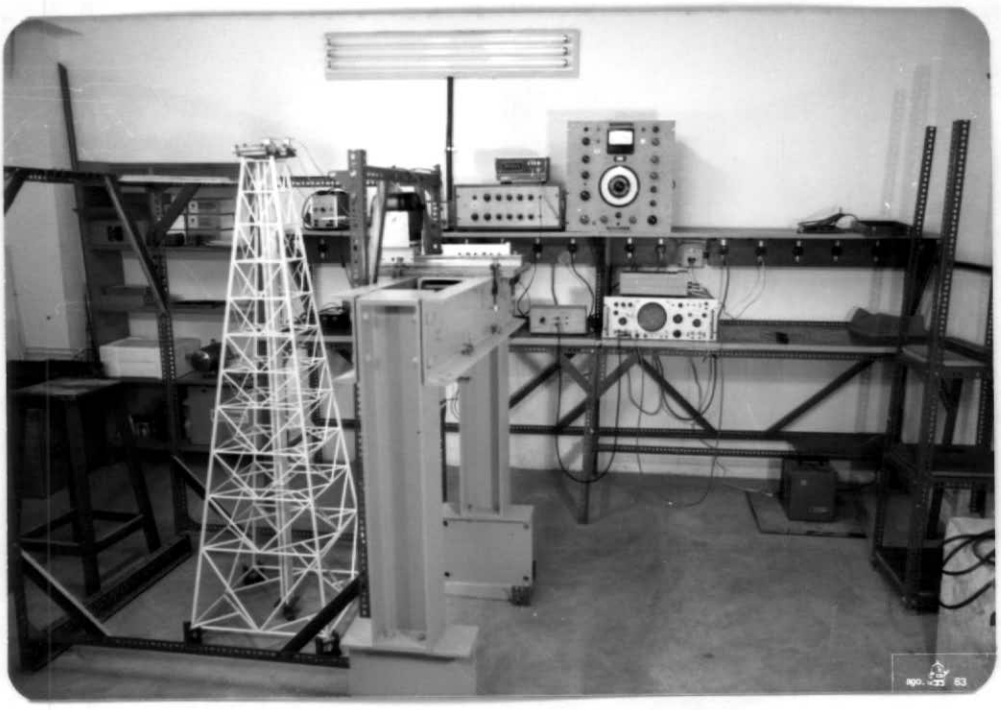


FOTO VII.1 - Vista geral do modelo da plataforma fixa

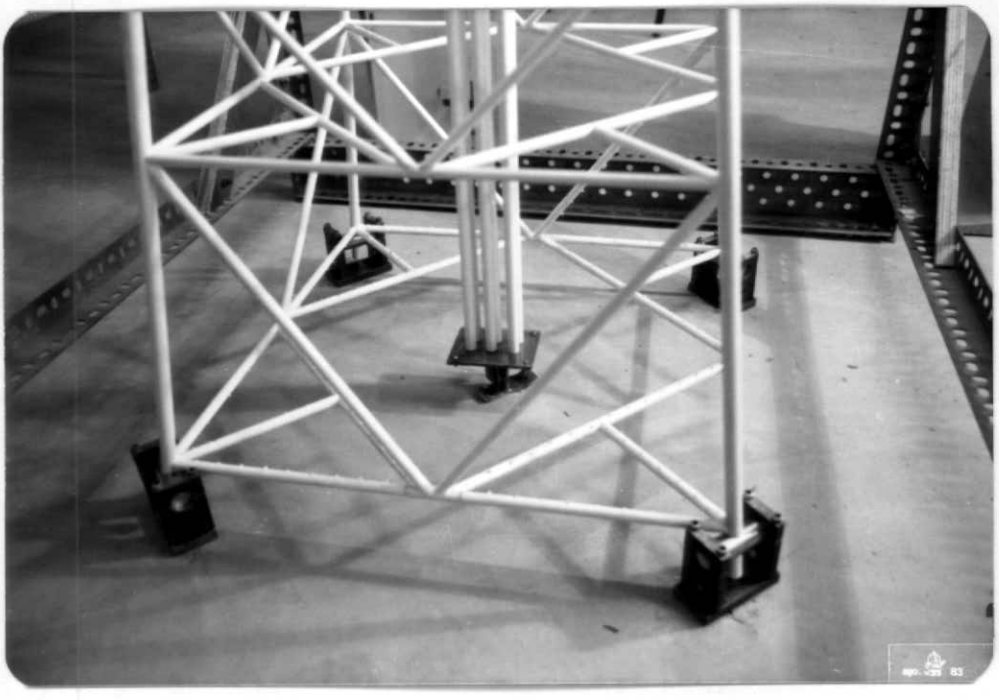


FOTO VII.2 - Detalhes dos apoios do modelo da plataforma fixa

poderiam ser realizados ensaios de vibrações livres para se obter o sinal no tempo necessário ao cálculo do valor da taxa de amortecimento pela técnica do decremento logarítmico.

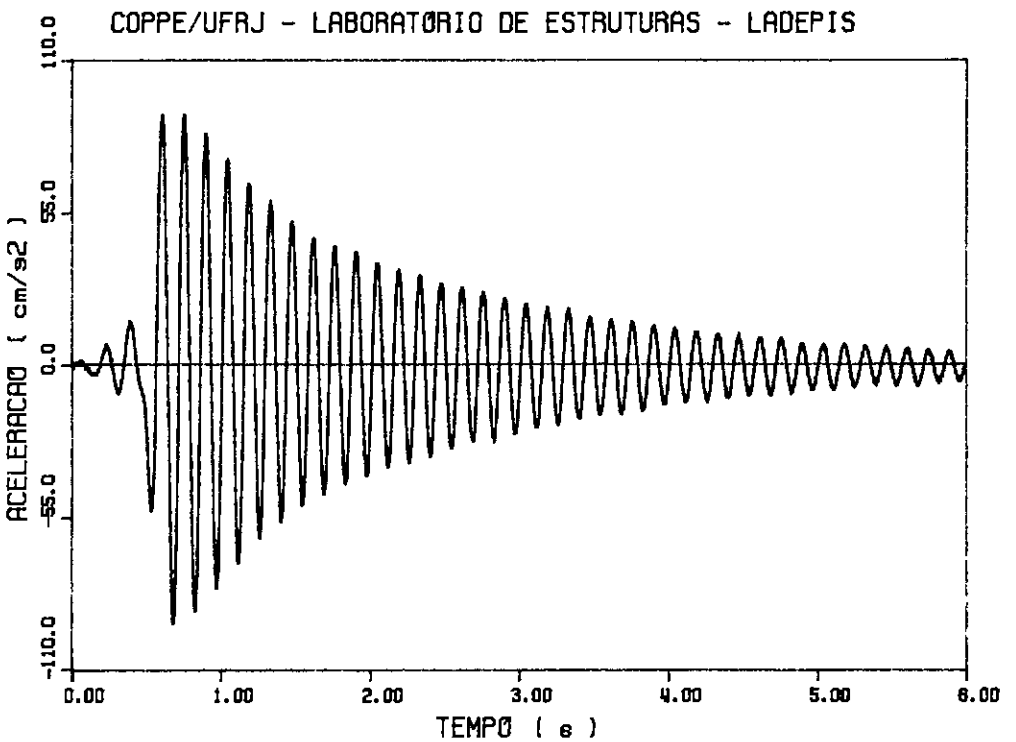
Para se captar melhor as amplitudes para este modo de vibração, foi colado um acelerômetro de 1 G no topo da estrutura e a forma de excitação imposta foi do tipo "puxar-largar".

A forma de gravação da resposta do acelerômetro foi feita como descrito no capítulo IV. O processamento do sinal para se chegar ao sinal de resposta da aceleração no tempo e a forma de cálculo da taxa de amortecimento foram feitos como descrito no capítulo V.

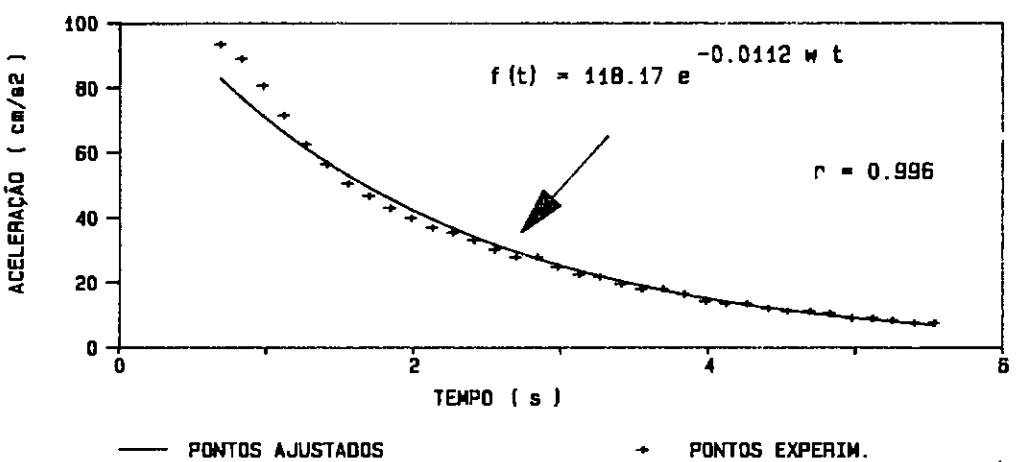
A figura VII.1.a mostra a resposta da aceleração no tempo para esta estrutura enquanto a figura VII.1.b mostra a comparação das envoltórias entre este mesmo sinal experimental e o ajustado por mínimos quadrados. A envoltória obtida por mínimos quadrados ficou bem ajustada à experimental, apresentando um coeficiente de correlação linear (r), igual a 0.996.

O valor da taxa de amortecimento obtida para esta estrutura foi de 1.12% .

A tabela VII.5 mostra uma comparação entre os valores obtidos para a taxa de amortecimento nas diversas estruturas confeccionadas em ABS de forma a se verificar a influência do número de juntas no valor deste parâmetro. Todos os valores apresentados foram obtidos através de ensaios de vibrações livres.



a) Resposta de aceleração no tempo



b) Ajuste da envoltória de amortecimento por mínimos quadrados

FIG. VII.1 - Plataforma fixa em ABS

Tabela VII.5 - Taxas de amortecimento para o 1^{o} modo de vibração (%), obtidas para as diversas estruturas em ABS

MATERIAL	TIPO DE ESTRUTURA	ξ (%)
ABS	simplificada	1.32
	aporticada	1.83
	plataforma fixa	1.12

Analisando-se os resultados apresentados na tabela VII.5, verifica-se que apesar da plataforma fixa possuir um grande número de juntas, o valor da taxa de amortecimento encontrado foi menor do que nos dois outros casos. Pelos valores apresentados, pode-se verificar então que o número de juntas não causa influência nos valores obtidos para este parâmetro. No entanto, vale uma ressalva sobre as estruturas apresentadas nesta tabela.

Todas as estruturas mostradas apresentam um comportamento linear, e a taxa de amortecimento é constante, i.é, independe da energia inicial imposta a estrutura.

No entanto, quando a estrutura deixa de apresentar um comportamento linear, não se pode mais considerar que o valor da taxa de amortecimento seja constante, e neste caso, ele passa a depender do deslocamento imposto a estrutura. Isto foi observado em ensaios realizados em uma das pernas de um modelo reduzido de uma plataforma alto elevatória [18] que foi construida toda em ABS e com apoios representado engastes perfeitos idênticos aos utilizados nos modelos da estrutura aporticada e da plataforma fixa. Isto porque dependendo do deslocamento imposto, o valor da

taxa de amortecimento pode aumentar sensivelmente, provavelmente causado pelo aumento também das tensões impostas à mesma.

A foto VII.3 mostra uma vista geral desta estrutura. Pode-se observar, pela sua altura e diâmetros adotados, que ela é bastante flexível.

A figura VII.2 mostra o gráfico da taxa de amortecimento x deslocamento imposto, este último colocado de forma adimensional, para a estrutura citada anteriormente. Neste gráfico, observa-se que a medida que se aumenta o deslocamento imposto à estrutura, aumenta-se também o valor da taxa de amortecimento, sendo que este último tende a alcançar um patamar depois de determinado valor. Verifica-se para esta estrutura, que este patamar tende a ser alcançado para um valor da taxa de amortecimento bem superior aos encontrados nas estruturas anteriormente ensaiadas confeccionadas neste mesmo material. Observa-se ainda nesta figura, que para deslocamentos impostos pequenos, a taxa de amortecimento é da ordem de grandeza dos valores encontrados para as estruturas com comportamento linear (ver tabela VII.5).

Deste modo, um estudo mais abrangente sobre a taxa de amortecimento, deve ser feito, englobando não apenas as escalas e o material utilizados mas também o deslocamento imposto e o nível de tensões alcançado. Este estudo para ser mais completo, deve se estender às estruturas com comportamento linear e não linear. Só após este estudo é que será possível se concluir realmente sobre a influência do material na taxa de amortecimento.

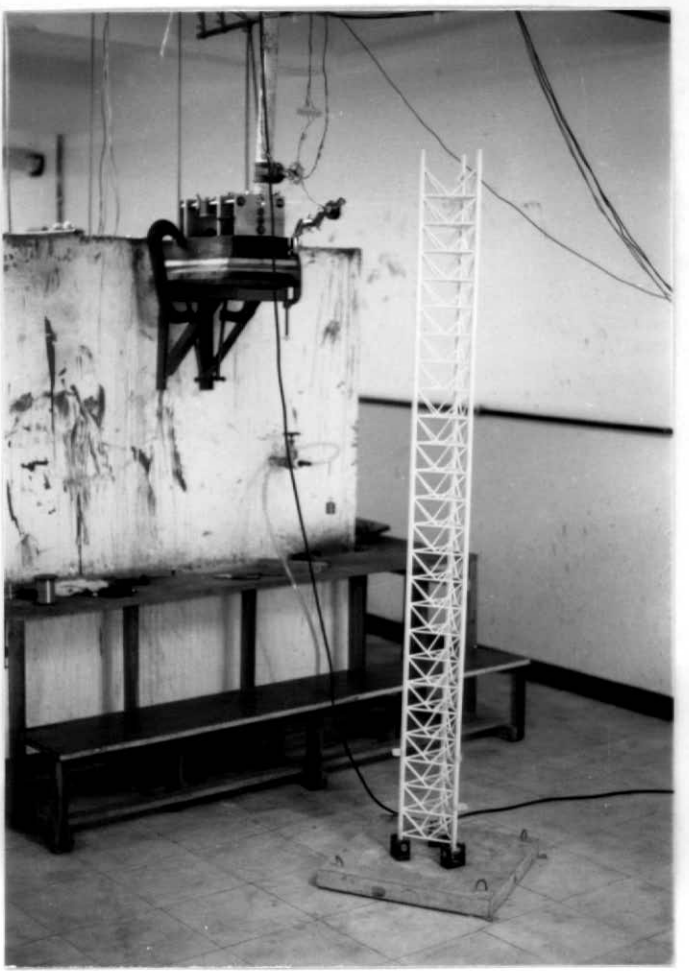


FOTO VII.3 - Vista geral do modelo de uma das pernas da plataforma auto-elevatória

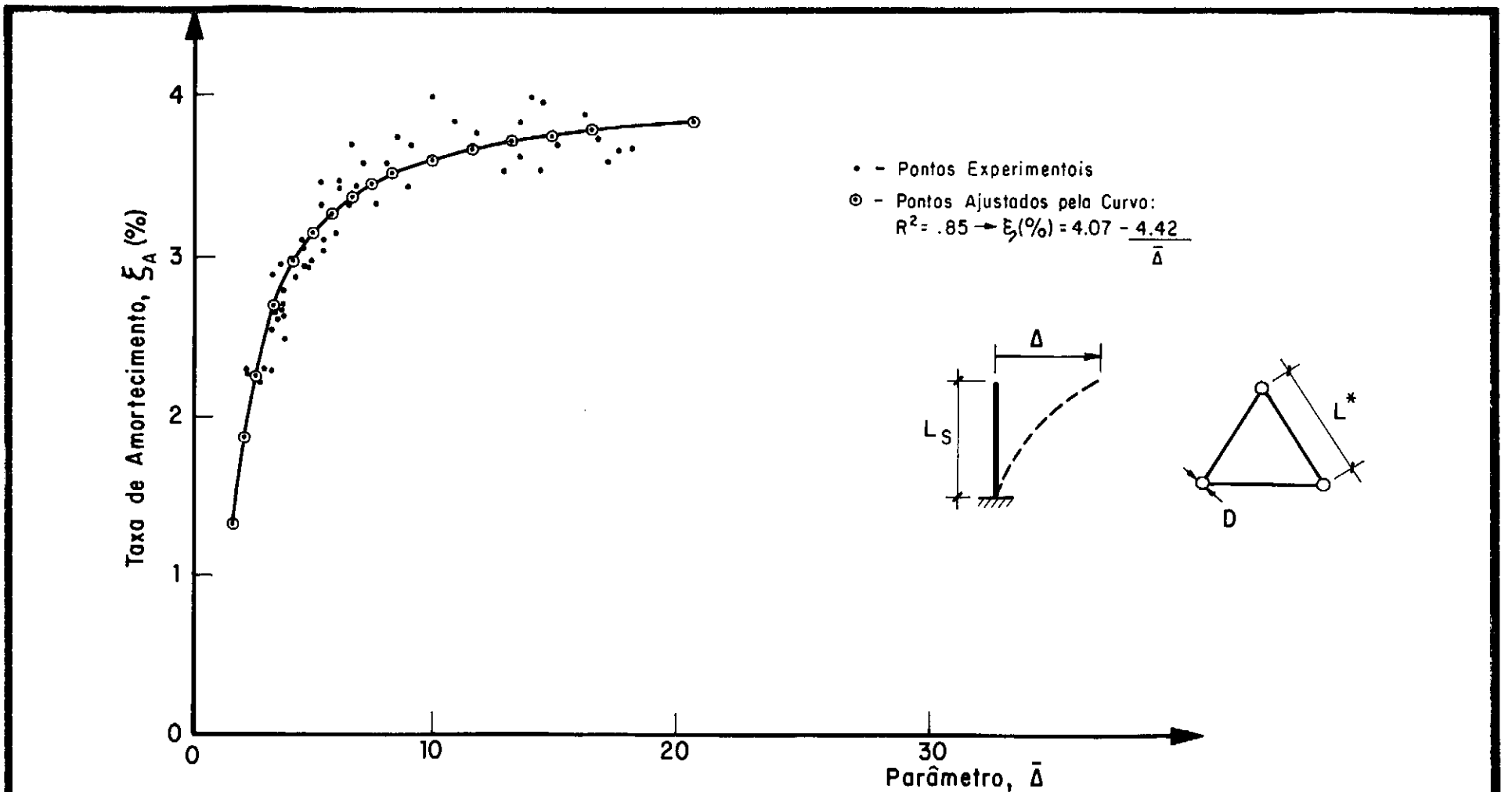


Fig. VII.2 - Variação da Taxa de Amortecimento (ξ_A %) com incremento do parâmetro ($\bar{\Delta} = \Delta \cdot L_S / L^* \cdot D$).

VII.3) VERIFICAÇÃO DA INFLUÊNCIA DA RELAÇÃO RIGIDEZ/MASSA

Todas as estruturas ensaiadas foram modeladas respeitando-se a relação rigidez/massa calculada de acordo com a Teoria da Semelhança.

Sabe-se, no entanto, que quando se modela uma estrutura em diferentes escalas geométricas, indiretamente esta relação está sendo variada. Deste modo, como foram estudados modelos das estruturas simplificadas em diversas escalas, e devido ao fato de nas estruturas aporticadas confeccionadas em metal já existirem duas escalas (protótipo e modelos escala 1/3), precisou-se apenas estudar as estruturas aporticadas em plástico.

Para se modificar esta relação, entretanto, devido ao fato de ser mais complicado se modificar a rigidez da estrutura, optou-se em se modificar a massa distribuida necessária à mesma, calculada através da Teoria da Semelhança.

A estrutura aporticada estudada nesta etapa foi a estrutura em PVC, sendo que a massa da estrutura nesta etapa de ensaios ficou 54.77% menor do que a inicialmente ensaiada, sendo retirada para isto, toda a massa adicional colocada. Desta forma, a estrutura ficou apenas com a massa original dos tubos.

Para esta estrutura foram realizados ensaios de vibrações forçadas de modo a se poder estudar um maior número de modos de vibração. Foram estudados os 2 primeiros modos de flexão e torção. A estrutura foi ensaiada utilizando-se excitação senoidal e analisada utilizando-se o método do círculo ajustado, como descrito no capítulo VI

e anexo I.

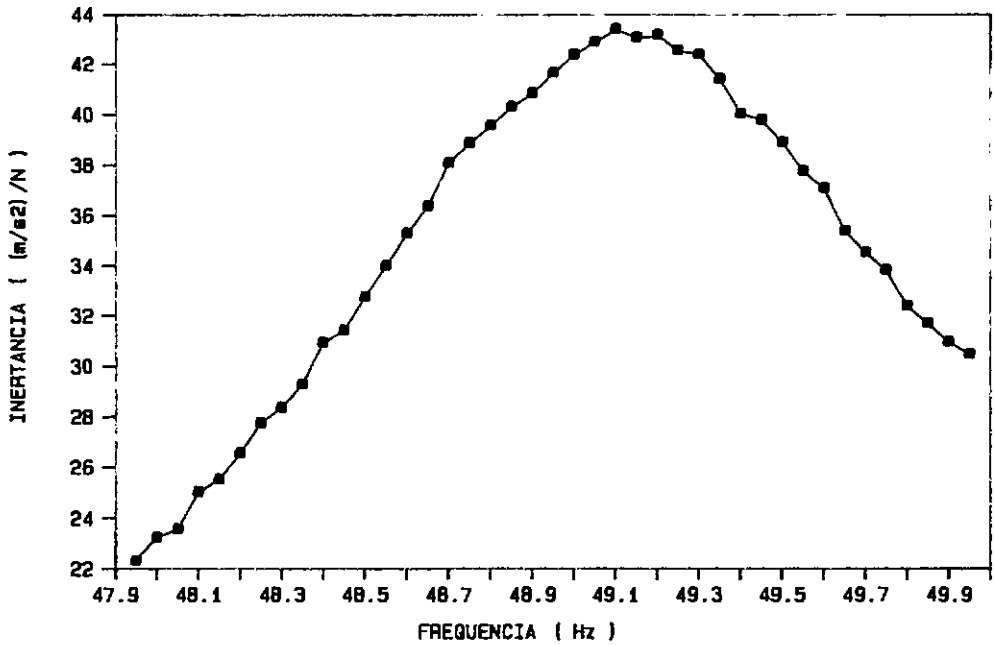
As figuras VII.3 e VII.4 (a) mostram os gráficos de inertância x frequência para esta estrutura, para a F.R.F obtida através da razão da resposta em aceleração da estrutura pela força de excitação imposta a mesma, para cada incremento de frequência dado.

As figuras VII.3 e VII.4 (b) mostram os gráficos do ângulo de fase x frequência para esta mesma estrutura sendo este ângulo de fase obtido entre a força de excitação imposta a estrutura e a resposta em aceleração da mesma.

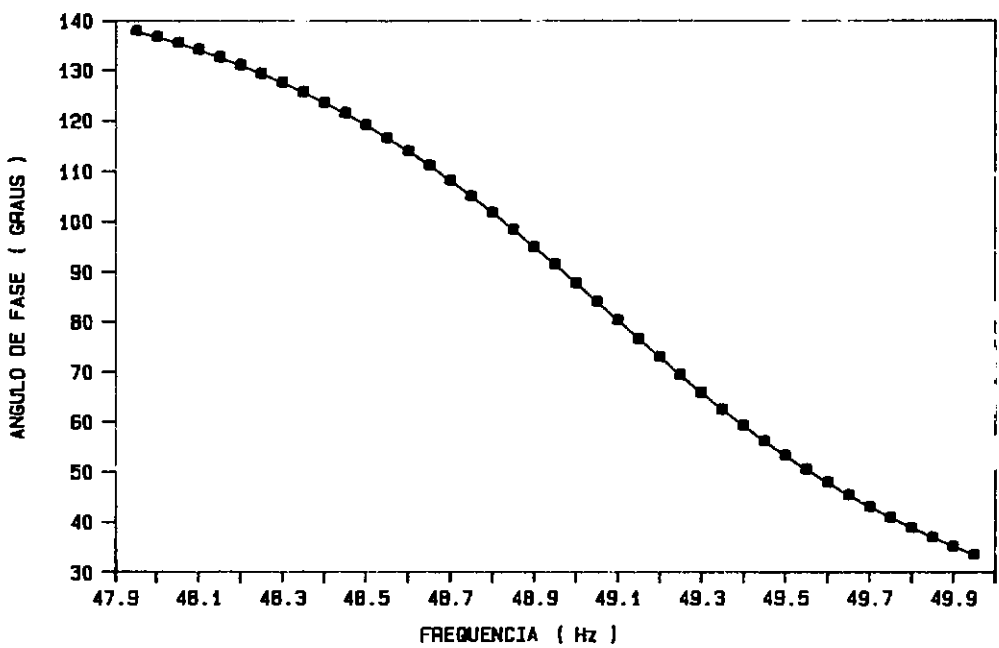
Tanto na figura VII.3 quanto na figura VII.4, observa-se que o ângulo de fase assume valores distintos de 90° em relação ao pico de inertância. Isto indica que pode haver contribuição dos modos mais baixos no modo analisado que pode ser posteriormente confirmada através do círculo de Nyquist.

As figuras VII.3 e VII.4 (c) mostram os círculos de Nyquist destas estruturas obtidos como descrito no anexo I. Em todas elas, observa-se que houve um bom ajuste do círculo aos pontos obtidos experimentalmente. Isto pode ser observado através do coeficiente de correlação (r), mostrado em cada figura. Nestas figuras, confirma-se a observação anterior de que houve contribuição dos outros modos no modo analisado.

Finalmente, as figuras VII.3 e VII.4 (d) mostram os gráficos tri-dimensionais da estimativa das taxas de amortecimento obtidos também como descrito no anexo I. Nestas figuras apresenta-se também os valores máximos para ω_a e ω_b como descrito no item VI.2.1 do capítulo anterior,

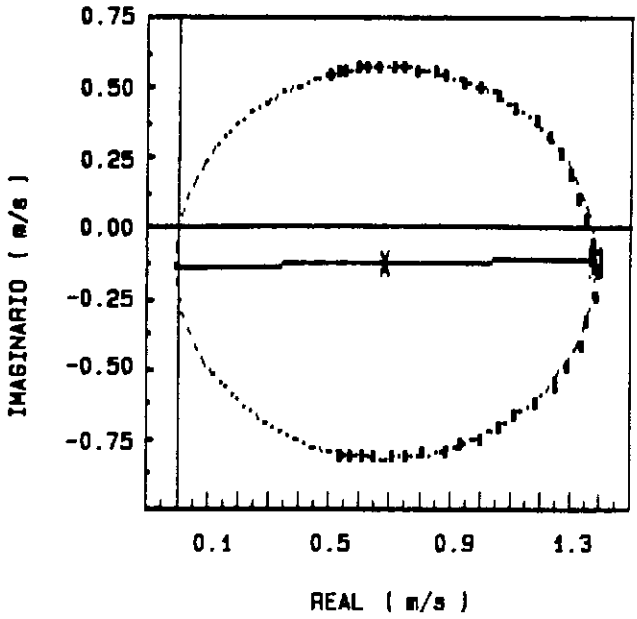


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



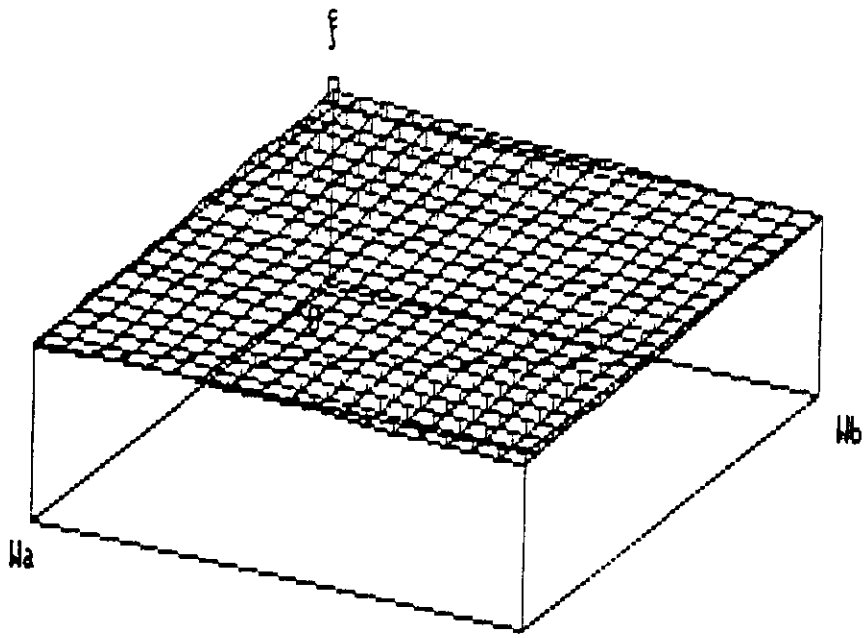
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VII.3 - Inertância e ângulo de fase para a 1ª frequência de torção do modelo de pórtico em PVC , sem massa adicional



FREQ. NAT. = 49.03 Hz
RAIO = 0.696 m/s
rBjk = 0.139 m/s
r = 1.000

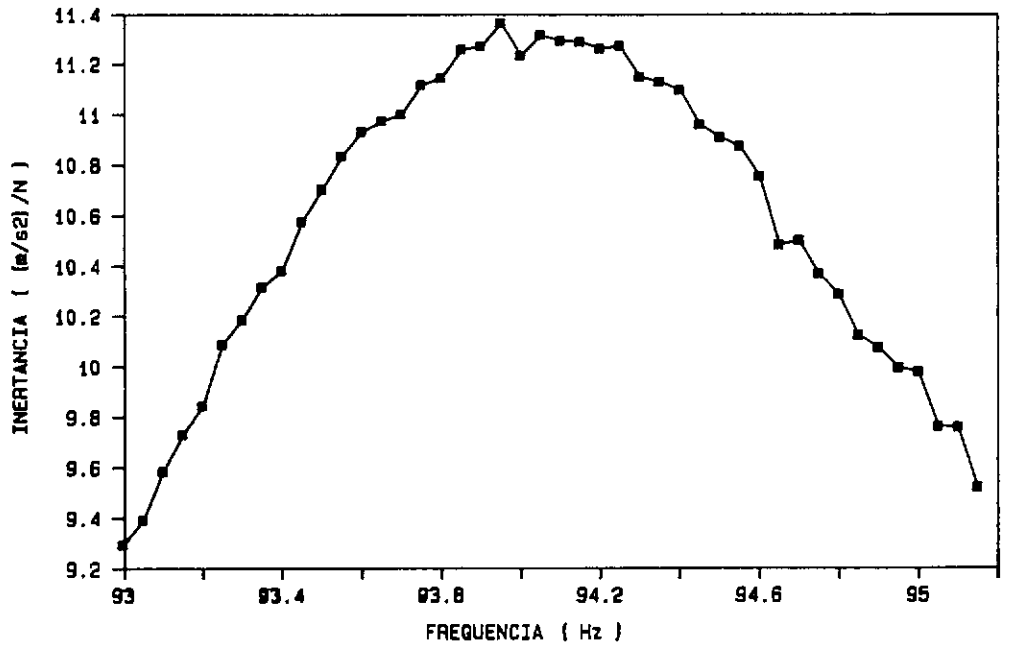
c) CÍRCULO DE NYQUIST



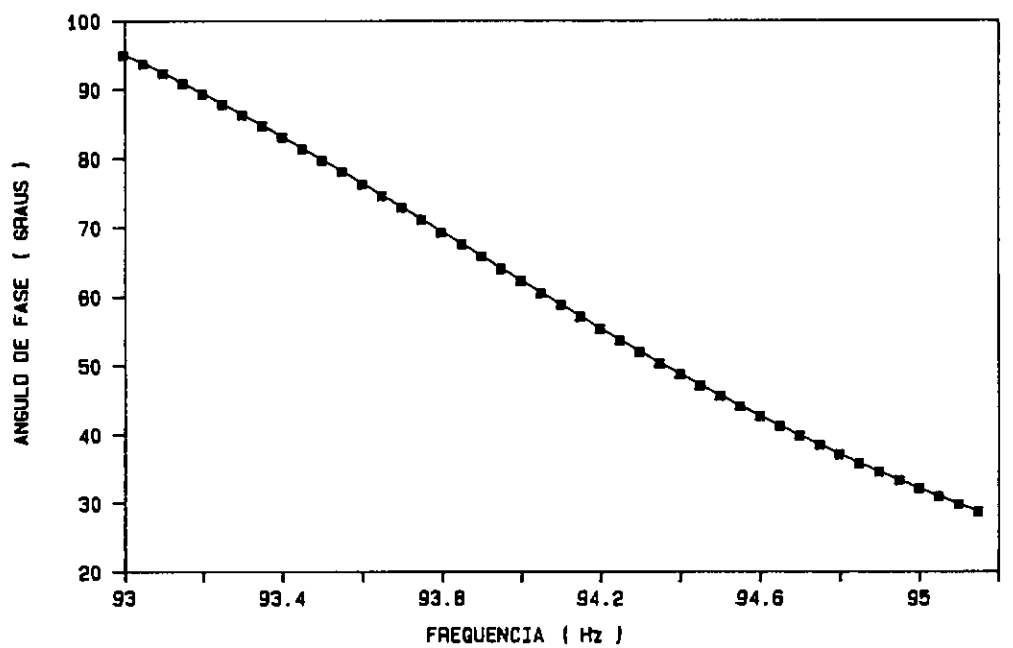
Wa = 49.00 Hz AMORT. = 1.57 ± 0.06 %
Wb = 49.95 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VII.3 -Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 1ª frequência de torção do modelo de pórtico em PVC , sem massa adicional

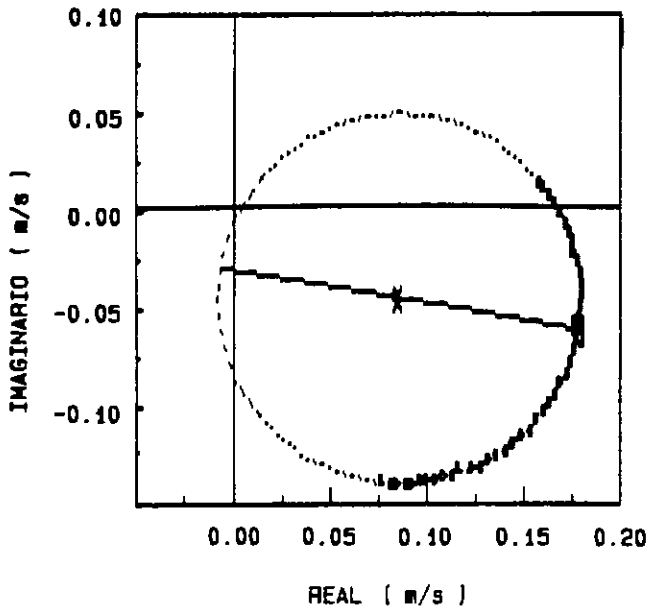


a) INERTANCIA x FREQUENCIA



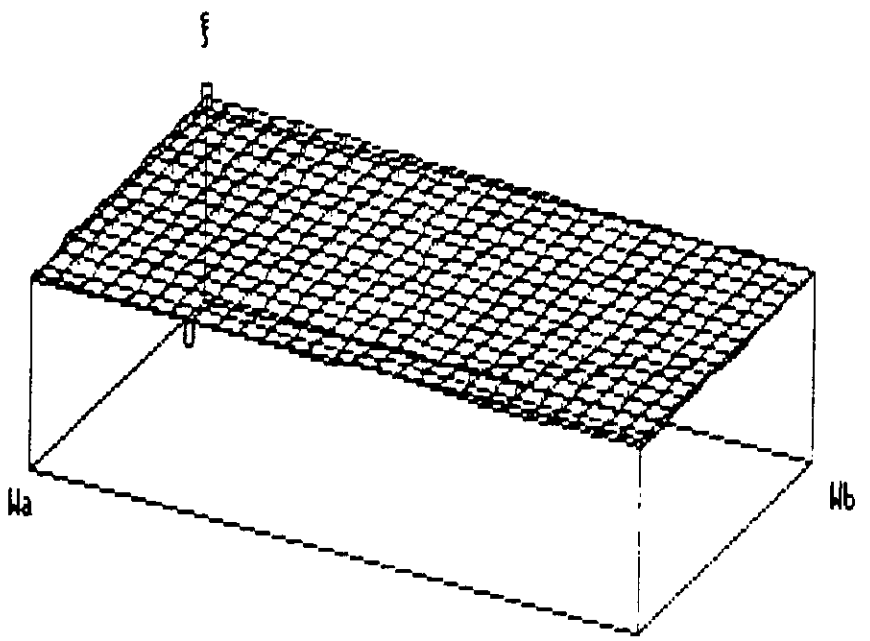
b) ANGULO DE FASE x FREQUENCIA

FIG. VII.4 - Inertância e ângulo de fase para a 2ª frequência de flexão do modelo de pórtico em PVC , sem massa adicional



FREQ. NAT. = 93.76 Hz
RAIO = 0.094 m/s
rBjk = 0.0307 m/s
r = 1.000

c) CÍRCULO DE NYQUIST



Wa = 93.75 Hz AMORT. = 1.67 ± 0.04 %
Wb = 95.15 Hz

d) GRÁFICO DA TAXA DE AMORTECIMENTO

FIG. VII.4 - Círculo de Nyquist e gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento para a 2ª frequência de flexão do modelo de pórtico em PVC , sem massa adicional

e o valor de ξ calculado por este processo. Em todas elas, este gráfico apresenta-se como um plano paralelo aos eixos de frequência, o que indica que a frequência natural foi calculada de forma correta.

A tabela VII.6 mostra os valores das frequências naturais e das taxas de amortecimento obtidos para o pórtico em PVC, com a massa adicional necessária segundo a Teoria da Semelhança e sem esta massa adicional. Estes valores foram obtidos efetuando-se a análise descrita no capítulo anterior e no anexo I.

Tabela VII.6 - Frequências naturais (Hz) e taxas de amortecimento (%) para o pórtico em PVC

MODO	com massa adicional		sem massa adicional	
	FREQ.	AMORTECIMENTO	FREQ.	AMORTECIMENTO
1º flexão	15.04	1.13 ± 0.08	24.61	1.75 ± 0.10
1º torção	28.89	1.32 ± 0.01	49.03	1.57 ± 0.06
2º flexão	59.26	1.63 ± 0.02	93.76	1.67 ± 0.04
2º torção	88.27	1.24 ± 0.14	152.32	1.32 ± 0.12

Nesta tabela os valores de frequência foram apresentados apenas para se ter uma estimativa da variação das frequências naturais devido à variação da massa na estrutura.

Comparando-se os resultados obtidos para a taxa de amortecimento vemos que a alteração da massa não influenciou de forma significativa os valores obtidos para este parâmetro. Apenas para o primeiro modo de flexão e torção houve um certo aumento da taxa de amortecimento quando se retirou a massa adicional distribuida. No

entanto, os valores encontrados se situam ainda dentro da faixa de valores obtidos nos testes anteriores e mostrados resumidamente nas tabelas VII.2 e VII.4. Deste modo, pode-se concluir que, para as estruturas ensaiadas, a modificação da relação rigidez/massa, não alterou de forma significativa os valores da taxa de amortecimento.

VII.4) ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA NÃO OBEDIÊNCIA DO PARÂMETRO ADIMENSIONAL TAXA DE AMORTECIMENTO NA MODELAGEM REDUZIDA, VIA TEORIA DA SEMELHANÇA

Em estruturas vibrando em meio fluido, sabe-se que a taxa de amortecimento é bastante mais elevada que se considerarmos a mesma estrutura vibrando no ar. Isto devido à influência deste meio fluido neste parâmetro. Deste modo, quando se está analisando a estrutura nestas condições, a não obediência do parâmetro taxa de amortecimento na modelagem reduzida via Teoria da Semelhança não afeta sensivelmente os resultados obtidos, já que o amortecimento do fluido se torna bem mais significativo do que o da estrutura.

No entanto, quando se está analisando a estrutura vibrando no ar, esta não obediência do parâmetro taxa de amortecimento deve ser analisada. Esta análise deve ser feita basicamente em relação às frequências naturais obtidas e a amplitude de resposta obtida para o sinal.

Inicialmente será feita a análise sobre a frequência natural obtida. Sabe-se que a frequência natural de vibração amortecida é igual a [7]:

$$\omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2} \quad \text{(VII.1)}$$

onde: ω_d = frequência natural de vibração amortecida

ω = frequência natural de vibração sem amortecimento

A maioria das estruturas reais possuem valor para a taxa de amortecimento inferior a 20% . Quando isto acontece, verifica-se que a frequência natural amortecida é aproximadamente igual a frequência natural sem amortecimento. Desta forma a não obediência do parâmetro taxa de amortecimento não afetaria o valor da frequência natural obtida.

Isto pode ser verificado também nas estruturas ensaiadas neste trabalho pois a taxa de amortecimento obtida para elas foi bastante inferior ao valor apresentado inicialmente para as estruturas reais.

Como se verificou anteriormente, a taxa de amortecimento da estrutura é bastante influenciada pelo tipo de material do qual ela é modelada. Desta forma, quando se projetam estruturas reduzidas, deve-se confeccionar o modelo no mesmo tipo de material do protótipo. No entanto, quando isto é feito, deve-se modelar também o tipo de fundação pois este altera o valor da taxa de amortecimento. Embora conhecendo-se isto, representar em modelo o tipo de fundação do protótipo é uma coisa de difícil solução. O que pode ser feito para se contornar este problema e que tem sido utilizado na COPPE/UFRJ nas estruturas modeladas [17], [18], [19], [20], [21], é se utilizar um tipo de apoio que introduza o menor amortecimento possível, normalmente engaste, e projetar o modelo reduzido com um tipo de material distinto do protótipo, de forma que a taxa de amortecimento do modelo

com este apoio simplificado, seja próximo a do protótipo com as fundações. Deste modo, todos os parâmetros obtidos para o modelo podem ser extrapolados para o protótipo.

No entanto, mesmo quando esta solução não é adotada, se fizermos algumas hipóteses, pode-se tentar corrigir a amplitude de resposta do sinal, obtida no modelo, quando este não reproduz o valor da taxa de amortecimento do protótipo. Estas hipóteses são que as frequências naturais sejam espaçadas, de forma que o comportamento da estrutura possa ser tratado como de estruturas com um grau de liberdade, e que se conheça a taxa de amortecimento do protótipo. Esta taxa de amortecimento do protótipo pode ser estimada através de normas ou de ensaios em protótipos similares.

Esta correção pode ser feita fazendo-se uma distorção do parâmetro adimensional taxa de amortecimento, i.é, a taxa de amortecimento do modelo distorcido, ξ_D (valor medido), é diferente da taxa de amortecimento do modelo correto, ξ_C (não distorcido). O valor de ξ_C é conhecido e deve ser igual ao do protótipo. Desde que ξ_D e ξ_C sejam inferiores a 20% , o que ocorre na grande maioria dos casos práticos, as frequências naturais amortecidas dos modelos distorcido (ω_D) e correto (ω_C) devem ser iguais, já que todos os outros parâmetros adimensionais são satisfeitos.

Desde que o modelo tenha um comportamento tipicamente linear, e as suas frequências naturais sejam espaçadas o suficiente para que em torno de cada frequência natural a estrutura possa ser considerada como de um grau de liberdade, é possível corrigir-se a amplitude da resposta

da estrutura em termos da aceleração, velocidade, deslocamentos, tensões, etc da seguinte forma:

$$A_C = A_D \frac{D_C}{D_D} \qquad \text{(VII.2)}$$

onde: A_C = amplitude de resposta do modelo correto

A_D = amplitude de resposta do modelo distorcido (valor medido)

D_C = fator de amplificação dinâmico do modelo correto

D_D = fator de amplificação dinâmico do modelo distorcido

e D_C e D_D podem ser calculados pelas expressões [7]:

$$D_C = [(1-\beta^2)^2 + (2\,\xi_C\,\beta)^2]^{-1/2} \qquad \text{(VII.3)}$$

e $$D_D = [(1-\beta^2)^2 + (2\,\xi_D\,\beta)^2]^{-1/2} \qquad \text{(VII.4)}$$

onde: $$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega_D} \qquad \text{(VII.5)}$$

e $\bar{\omega}$ = frequência de excitação medida na vizinhança de cada frequência natural ω_D.

CAPÍTULO VIII
CONCLUSÕES

Neste capítulo apresenta-se as principais conclusões deste trabalho:

a) A boa correlação entre os resultados obtidos para as frequências naturais teóricas e experimentais, tanto para as estruturas simplificadas, quanto para as estruturas aporticadas, garantem que a hipótese adotada nos cálculos de considerar as estruturas engastadas em sua base, e nós rígidos (engastes), foi representada na confecção dos protótipos e modelos.

b) A boa correlação entre as taxas de amortecimento obtidas para o 1^{o} modo de vibração através dos métodos do decremento logarítmico e do círculo ajustado, garantem a boa qualidade dos valores obtidos pelos dois métodos, assegurando que os valores das taxas de amortecimento obtidos através do método do círculo ajustado para os demais modos de vibração são válidos.

c) Para estruturas com comportamento linear, que foram as estruturas ensaiadas neste trabalho, a taxa de amortecimento depende fortemente do material de que esta é modelada e independe do fator de escala geométrica adotado. Consequentemente, independe também da relação rigidez/massa. Verifica-se também que a variação apenas da massa distribuida na estrutura não altera o valor do parâmetro adimensional taxa de amortecimento.

d) Para estruturas com comportamento linear, verifica-se também que o aumento do número de juntas na

estrutura não causa alteração no valor da taxa de amortecimento, continuando a depender fortemente do material. No entanto, como nas estruturas estudadas não foi realizado controle do deslocamento imposto, nem do nível de tensões aplicado à estrutura, esta conclusão não pode ser generalizada, já que o aumento do nível de tensões pode aumentar também a taxa de amortecimento.

e) Se o modelo for do mesmo material que o protótipo, deve-se modelar também as fundações. Como isto é muito difícil, uma alternativa seria se adotar no modelo um tipo de apoio que introduza o menor amortecimento possível, normalmente engastes, e projetar o modelo reduzido com um tipo de material distinto do protótipo, de forma que a taxa de amortecimento do modelo com este apoio simplificado, seja próxima à do protótipo com as fundações. Deste modo, todos os parâmetros obtidos para o modelo podem ser extrapolados para o protótipo.

f) No entanto, se a alternativa anterior não for adotada, pode-se ter um modelo com a taxa de amortecimento distorcida e, neste caso, as frequências naturais amortecidas do modelo distorcido devem ser iguais às frequências naturais do modelo correto, já que as taxas de amortecimento na grande maioria dos casos práticos é inferior a 20% , e todos os outros parâmetros adimensionais são satisfeitos.

g) Se a estrutura ensaiada estiver em meio fluido, mesmo que a taxa de amortecimento não esteja representada na modelagem, os parâmetros obtidos não são sensivelmente afetados já que a contribuição da taxa de amortecimento do

fluido é bem mais significativa do que a da estrutura.

h) Se a estrutura modelada for ensaiada no ar, mesmo a não obediencia do parâmetro adimensional taxa de amortecimento não seria impecilho para se obter os resultados do protótipo, desde que se possa fazer uma estimativa do seu valor de taxa de amortecimento, pois deste modo, pode-se fazer uma correção nos valores obtidos para o modelo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] RUZICKA,J.E., "Structural Damping", anais dos trabalhos apresentados no encontro anual da ASME, Atlântic City, Nova Jersey, 1959.

[2] LAZAN,B.J., "Energy Dissipation Mechanisms in Structures, with Particular Reference to Material Damping", anais dos trabalhos apresentados no encontro anual da ASME, Atlântic City, Nova Jersey, 1959.

[3] MENTEL,T.J., "Vibrational Energy Dissipation at Structural Support Junction", anais dos trabalhos apresentados no encontro anual da ASME, Atlântic City, Nova Jersey, 1959.

[4] MARIN,J. e SHARMA,M.G., "Material Design for Resonant Members", anais dos trabalhos apresentados no encontro anual da ASME, Atlântic City, Nova Jersey, 1959.

[5] ROITMAN,N. ; BATISTA,R.C. e CARNEIRO,F.L.L.B., "Reduced Scale Model for Fixed Offshore Structures", Experimental Mechanics, vol.29, número 4, pp. 372-377, 1989.

[6] ROITMAN,N. ; BATISTA,R.C. e CARNEIRO,F.L.L.B., "Reduced Models for Fixed Offshore Structures", International Symposium on Offshore Engineering, Rio de Janeiro, Brasil, 1983.

[7] CLOUGH,R.W. e PENZIEN,J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill Kogakusha Ltd., Tokyo, 1975.

[8] TORRES,F.T., "Structural Analysis by Finite Element (S.A.F.E)", Universidade Católica de Quito, Quito, Equador, 1988.

[9] TORRES,F.T., "Oscilation Modes and Singe Value and Analysis (O.M.E.G.A)", Universidade Católica de Quito, Quito, Equador, 1988.

[10] MAGLUTA,C., "Técnicas Experimentais para Análise Dinâmica Estrutural, Seminário de Doutorado, Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1990.

[11] SPIEGEL,M.R., "Estatística", Coleção Schaum, Ao Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, Brasil, 1970.

[12] MAGLUTA,C. ; ROITMAN,N. ; FAIRBAIN,E.M.R. ; CARVALHO,E.M.L. e BATISTA,R.C., "A Data Acquisition System for Structural Dynamic Analysis: Application on Special Tests", IV International Conference on Computational Methods and Experimental Measurements, Capri, Italy, 1989.

[13] ROSA,L.F.L., "Desenvolvimento de Sistema Computacional para Análise Modal", Tese de M.Sc., Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, à ser defendida.

[14] MAGLUTA,C., "Introdução à Técnica Experimental de Análise Modal", Seminário de Doutorado, Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1990.

[15] EWINS,D.J., "Modal Testing: Theory and Practice", Research Studies Press Ltd., London, 1984.

[16] EWINS,D.J. e E,J.H., "Critical Assesment of the Acuracy of Modal Parameter Extraction", 10th International Modal Analysis Seminar, 1985.

[17] ROITMAN,N., "Modelos Reduzidos Hidroelásticos de Estruturas para Plataformas Offshore", Tese de D.Sc., Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1985.

[18] MAGLUTA,C., "Análise Dinâmica de Estrutura Flexível em Meio Fluido", Tese de M.Sc., Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1985.

[19] ANDRADE,R.F.M., Análise da Resposta de Plataforma Offshore do Tipo T.L.P., Tese de M.Sc., Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.

[20] FREIRE,A.C.G., "Estudo do Comportamento Dinâmico de Plataforma Offshore do Tipo T.L.P. para Águas Profundas Através de Modelo Reduzido Hidroelástico", Tese de M.Sc.,

Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1988.

[21] CARVALHO,E.M.L., Análise Experimental de uma Torre Complacente para Águas Profundas", Tese de D.Sc., Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.

[22] EWINS,D.J., "Whys and Wherefores of Modal Testing", Journal of the Society of environmental engineers, Setembro 1979.

ANEXO I

TEORIA BÁSICA PARA CÁLCULO DE PARÂMETROS MODAIS ATRAVÉS DO MÉTODO DO CIRCULO AJUSTADO [14]

Para sistemas com 1 grau de liberdade, com amortecimento do tipo viscoso, i.é, proporcional à velocidade, pode-se escrever a equação diferencial do movimento da forma:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + k\,x(t) = f(t) \qquad (A.1)$$

onde: m = massa

c = amortecimento

k = rigidez

f = força

x = deslocamento

cuja solução permanente do sistema para uma força do tipo:

$$f(t) = f_o\, e^{i\omega t} \qquad (A.2)$$

é dada por:

$$x(t) = x_o\, e^{i\omega t} \qquad (A.2.a)$$

$$\dot{x}(t) = i\, x_o\, \omega\, e^{i\omega t} \qquad (A.2.b)$$

$$\ddot{x}(t) = -x_o\omega^2\, e^{i\omega t} \qquad (A.2.c)$$

Dividindo a eq.(A.1) por $m\omega_o^2$, onde ω_o é a frequência natural do sistema, e substituindo a eq.(A.2) na eq.(A.1), tem-se:

$$\left(-\frac{m\omega^2}{m\omega_o^2} + \frac{i\omega c}{m\omega_o^2} + \frac{k}{m\omega_o^2} \right)\left(x_o e^{i\omega t}\right) = \frac{f_o e^{i\omega t}}{m\omega_o^2}$$

como:
$$\begin{cases} m\omega_o^2 = k \\ \dfrac{c}{k} = 2\xi\omega_o \\ \beta = \dfrac{\omega}{\omega_o} \end{cases}$$

Chega-se a:

$$(-\beta^2 + 2\xi\beta i + 1)\ x_o = \frac{f_o}{k}$$

Logo:

$$X_o = \frac{f_o/k}{(1-\beta^2) + (2\xi\beta i)} \qquad (A.3)$$

Tem-se então, as seguintes relações que são funções da frequência de excitação:

$$\text{Receptância: } \alpha(\omega) = \frac{x}{f}$$

$$\text{Mobilidade: } \Upsilon(\omega) = \frac{\dot{x}}{f}$$

$$\text{Inertância: } A(\omega) = \frac{\ddot{x}}{f}$$

Estas relações dependem somente dos parâmetros estruturais (k,m,c) e da frequência, sendo denominadas por alguns autores, de Função de Resposta em Frequência (F.R.F) [22].

Substituindo a eq.(A.3) na eq.(A.2.a), tem-se:

$$x(t) = \frac{f_o/k}{(1-\beta^2) + (2\xi\beta i)}\ e^{i\omega t}$$

ficando a Receptância igual a:

$$\alpha(\omega) = \frac{x(t)}{f(t)} = \frac{1/k}{(1-\beta^2) + (2\xi\beta i)} \qquad (A.4)$$

Substituindo a eq.(A.3) na eq.(A.2.b), tem-se a Mobilidade igual a:

$$\Upsilon(\omega) = \frac{\dot{x}(t)}{f(t)} = \frac{i\omega/k}{(1-\beta^2) + (2\xi\beta i)} \qquad (A.5)$$

No nosso caso, o programa foi desenvolvido para cálculo da Mobilidade, já que se considerou que as estruturas possuiam amortecimento do tipo viscoso.

Finalmente, após algumas simplificações, pode-se chegar

à seguinte fórmula para Mobilidade que posteriormente pode ser separada nas partes Real e Imaginária:

$$Y(\omega) = \frac{i(\omega/k)\ [(1-\beta^2) - (2\xi\beta i)]}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \qquad (A.6)$$

$$Re[Y(\omega)] = \frac{(2\xi\beta)(\omega/k)}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \qquad (A.7.a)$$

$$Im[Y(\omega)] = \frac{(\omega/k)(1-\beta^2)}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \qquad (A.7.b)$$

Com estas duas partes (Real e Imaginária), eqs.(A.7.a) e (A.7.b), da F.R.F, pode-se montar a equação de um círculo:

$$\left(Re - \frac{1}{2c}\right)^2 + Im^2 = \left(\frac{1}{2c}\right)^2$$

Sendo que o círculo possui:

Centro: $\left(\frac{1}{2c}\ ,\ 0\right)$

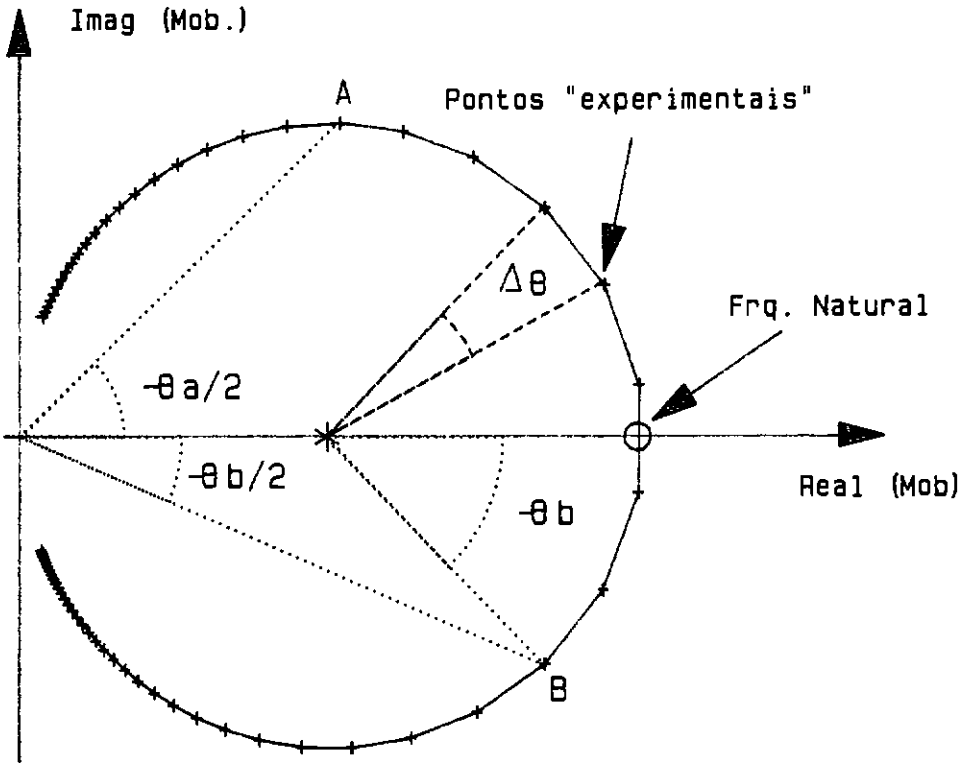
Raio: $\left(\frac{1}{2c}\right)$

A figura A.1.a apresenta o círculo de Nyquist que é o gráfico das parcelas Real e Imaginária da Mobilidade, construidos à partir de uma série de pontos espaçados de um mesmo incremento de frequência, simulando dados experimentais.

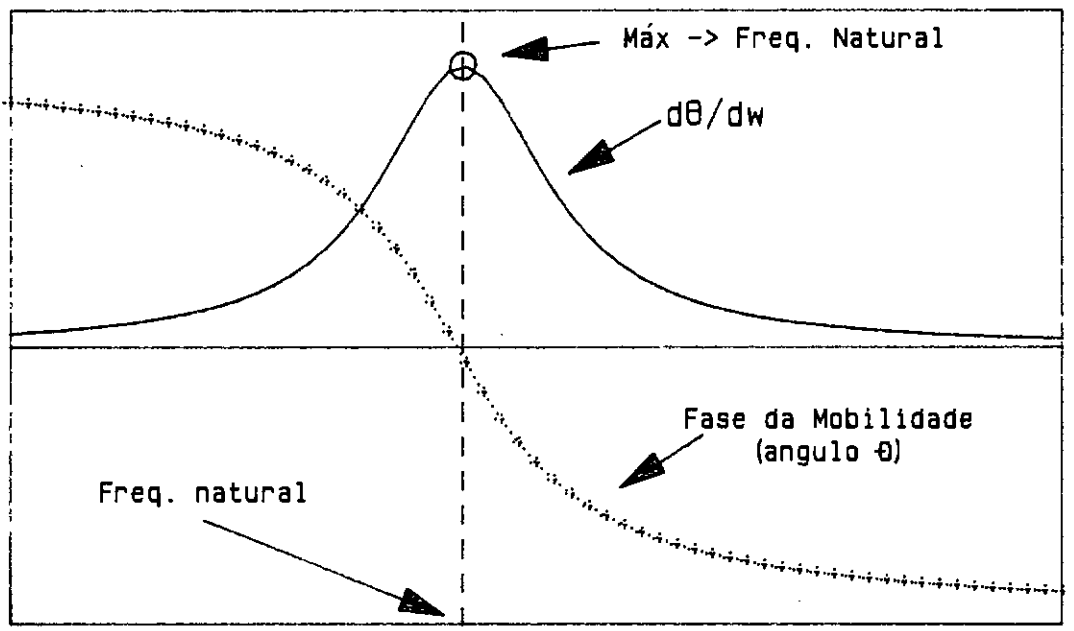
Os dados obtidos experimentalmente são o módulo e a fase da F.R.F, dados pelas seguintes equações:

$$|Y(\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{(1-\beta^2) + (2\xi\beta i)}} \qquad (A.8)$$

$$\theta = 2\ artg\ \left|\frac{1-\beta^2}{2\xi\beta}\right| \qquad (A.9)$$



A) Círculo de Nyquist - construido à partir das parcelas Real e Imaginária da Mobilidade



B) Gráfico da Fase e sua Primeira derivada

FIG. A1 - Círculo de Nyquist e técnica para identificar a frequência natural

Baseado nas propriedades do círculo, pode-se calcular:

a) Frequência natural:

Fazendo-se $\omega = \omega_o$ nas equações (A.7.a) e (A.7.b), obtem-se:

$$Im[\Upsilon(\omega)] = 0$$

$$Re[\Upsilon(\omega)] = \frac{1}{c}$$

Isto significa que a frequência natural está localizada diametralmente oposta à origem, sobre o eixo das abcissas. No entanto, esta propriedade pode ser afetada por uma série de fatores, como por exemplo, pela influência de outros modos de vibração no modo analisado [15].

Outra característica relevante é a variação do ângulo radial θ (ver figura A.1.a). Pode-se mostrar que a frequência natural é calculada pela máxima variação do ângulo θ em relação à frequência ω. Portanto, tomando-se a eq.(A.9) e derivando-se em relação a ω, tem-se:

$$\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{(c/m)(1+\beta^2)}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi\beta)^2} \qquad (A.10)$$

A figura A.1.b apresenta o gráfico $(d\theta/d\omega)$ x frequência, onde pode-se observar que o valor máximo ocorre para $\omega = \omega_o$, sendo este um ponto de singularidade da função.

b) Taxa de amortecimento:

Tomando-se dois pontos experimentais na figura A.1.a, A e B, um antes e outro depois da frequência natural, com suas respectivas frequências (ω_a e ω_b) e seus ângulos radiais (θ_a e θ_b) e substituindo-se estes valores na eq.(A.9), levando-se em consideração o sentido trigonométrico para o ângulo θ_b, à partir da origem tomada,

$\omega = \omega_o$, chega-se às seguintes equações:

$$tg\left(\frac{\theta_a}{2}\right) = \frac{Im,a}{Re,a} = \frac{1-\beta_a}{2\xi\beta_a}$$

$$tg\left(\frac{\theta_b}{2}\right) = \frac{Im,b}{Re,b} = \frac{1-\beta_b}{2\xi\beta_b}$$

logo,

$$2\xi\beta_a tg\left(\frac{\theta_a}{2}\right) = 1-\beta_a \qquad \text{(A.11.a)}$$

$$2\xi\beta_b tg\left(\frac{\theta_b}{2}\right) = 1-\beta_b \qquad \text{(A.11.b)}$$

Somando-se a eq.(A.11.a) com a eq.(A.11.b), chegamos após algumas simplificações a:

$$\xi = \frac{\omega_a - \omega_b}{2\omega_o\left[tg\left(\frac{\theta_a}{2}\right)\omega_a + tg\left(\frac{\theta_b}{2}\right)\omega_b\right]} \qquad \text{(A.12)}$$

Utilizando-se a eq.(A.12) pode-se desenvolver uma série de cálculos, combinando-se todos os pontos antes e após a frequência natural. O resultado final será a média destes diversos valores de ξ obtidos destes cálculos.

Uma técnica para avaliar o procedimento é o gráfico tri-dimensional da estimativa da taxa de amortecimento, formado pelos eixos ω_a, ω_b e ξ. Os valores máximos para ω_a e ω_b são obtidos considerando-se um ângulo θ_a e θ_b, de 135°, respectivamente para ω_a e ω_b, à partir da frequência natural calculada. Este gráfico deve se apresentar como um plano paralelo aos eixos das frequências (ω_a e ω_b), i.é, os vários resultados obtidos para ξ, devem tender para o mesmo valor. As discrepâncias encontradas podem representar:

- erros na aquisição dos dados experimentais
- cálculo incorreto da posição da frequência natural

- não-linearidade da resposta do sistema, etc.

Uma análise detalhada destas discrepâncias é apresentadas na ref. [14].