

ANÁLISE DE ESFORÇOS E CÁLCULO DE FADIGA NO  
TRANSPORTE DE PLATAFORMAS OFFSHORE

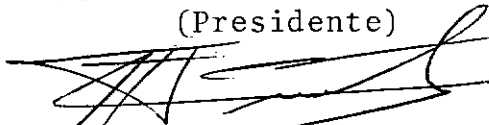
Francisco Edward Roveri

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA  
NEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRÁU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

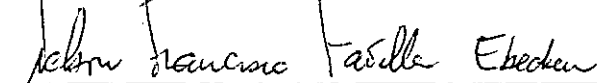
Aprovada por:



Edison Castro Prates de Lima  
(Presidente)



Agustin Juan Ferrante



Nelson Francisco Favilla Ebecken



Sergio Mueller

ROVERI, FRANCISCO EDWARD

Análise de Esforços e Cálculo de Fadiga no Transporte de Plataformas Offshore (Rio de Janeiro) 1985.

VII, 90 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1985)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Transporte de Plataformas Marítimas 2. Fadiga no Transporte de Plataformas Marítimas I. COPPE/UFRJ  
II. Título (série)

Para Therezinha e Sebastião

AGRADECIMENTOS

Aos Professores Edison Castro Prates de Lima e Gilberto Bruno Ellwanger pela orientação e apoio prestados em todas as etapas deste trabalho.

Aos Engenheiros Sergio Mueller e Renato Gazola F. de Andrade pelo incentivo à Pós-Graduação.

Aos Engenheiros Isaias Quaresma Masetti e Celso Ayabe pela colaboração na elaboração dos exemplos.

A Helena Santos de Oliveira pela eficiência na datilografia deste trabalho.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

ANÁLISE DE ESFORÇOS E CÁLCULO DE  
FADIGA NO TRANSPORTE DE PLATAFORMAS OFFSHORE

Francisco Edward Roveri

Março de 1985

Orientador: Prof. Edison Castro Prates de Lima

Programa : Engenharia Civil

O objetivo deste trabalho é fazer uma avaliação dos efeitos estruturais e do dano à fadiga que podem ocorrer no transporte de jaquetas sobre barcaças e plataformas auto-elevatórias, assim como comparar as solicitações desta fase de instalação com as solicitações "in place".

Para movimentos aplicados à estrutura no transporte foram adotados valores correspondentes a sistema semelhante sujeito a ações ambientais em estados de mar irregular, para cuja determinação utilizou-se a teoria das faixas.

A resposta permanente da estrutura é obtida através de análise dinâmica linear determinística no domínio da frequência. Na determinação do dano à fadiga da plataforma auto-elevatória é utilizado um critério determinístico enquanto para a jaqueta utiliza-se um critério probabilístico.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

STRESS AND FATIGUE ANALYSIS IN THE  
TRANSPORTATION OF OFFSHORE PLATFORMS

Francisco Edward Roveri

March, 1985

Chairman : Prof. Edison Castro Prates de Lima

Department: Civil Engineering

The purpose of this work is to assess the structural effects and the cumulative fatigue damage that may occur in the transportation of jackets by barges and self elevating units, as well as to compare the actions of this installation phase with those of the "in place" phase.

The structure is subjected to motions obtained in the analysis of similar system under environmental actions in irregular sea states. The ship motion analysis was carried out by using the strip method technique.

The steady state of the structure is obtained by means of a linear deterministic dynamic analysis in the frequency domain. A deterministic approach is used in the prediction of the cumulative fatigue damage of the leg of the self elevating unit while a probabilistic one is used for the jacket.

## I N D I C E

I	- INTRODUÇÃO .....	1.
II	- FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO .....	5.
	2.1 - Introdução .....	5.
	2.2 - Formulação das Equações Diferenciais do Movimen <u>to</u> to .....	6.
	2.3 - Discretização do Meio Contínuo .....	7.
	2.4 - Influência das Forças Gravitacionais .....	10.
	2.5 - Análise de Vibrações Livres .....	11.
	2.6 - Método de Iteração por Subespaço .....	13.
	2.7 - Método da Superposição Modal .....	16.
	2.8 - Contribuição Estática dos Modos Superiores ....	17.
	2.9 - Resposta em Frequência .....	19.
III	- ESTUDO DA TEORIA GERAL DE MOVIMENTO DE APOIO EM ESTRU <u>TURAS</u> TURAS .....	22.
	3.1 - Introdução .....	22.
	3.2 - Solicitação por Translação e Rotação de Base Rí <u>gida</u> gida .....	23.
	3.3 - Solicitação por Movimentos de Suportes Múltiplos	25.
	3.4 - Composição de Movimentos .....	27.
	3.5 - Movimento Harmônico .....	28.
	3.6 - Contribuição do Peso Próprio .....	32.
IV	- ESTUDO DOS PROBLEMAS E CARACTERÍSTICAS DO TRANSPORTE OCEÂNICO DE PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS E PLATAFOR <u>MAS</u> MAS FIXAS SOBRE BARCAÇAS .....	34.
	4.1 - Introdução .....	34.
	4.2 - Determinação dos Movimentos do Sistema .....	35.

4.3 - Procedimentos de Análise Estrutural .....	39.
4.4 - Determinação do Dano Devido a Fadiga .....	42.
V - EXEMPLOS .....	49.
5.1 - Introdução .....	49.
5.2 - Exemplo 1 .....	49.
5.3 - Exemplo 2 .....	69.
VI - CONCLUSÕES .....	84.
BIBLIOGRAFIA .....	88.

## I - INTRODUÇÃO

Um aspecto que diferencia algumas estruturas "off shore" da maioria das obras de engenharia é que aquelas são fabricadas em lugares que podem ser distantes de seu local de instalação. Assim sendo, deve ser prevista no projeto, a análise de transporte destas estruturas até seu local de instalação provisório ou definitivo, da mesma maneira que uma análise de transporte entre locações provisórias.

As plataformas marítimas fixas de aço, do tipo "template", constituem-se de três partes principais:

1. jaqueta, estrutura tubular que serve para guiar a cravação das estacas e dar contraventamento lateral;
2. conveses, nos quais se situam os equipamentos de perfuração e produção;
3. estacas, que são cravadas no solo e resistem aos esforços horizontais e verticais provenientes das cargas de operação, peso próprio e ambientais transmitidas pelo restante da estrutura.

A jaqueta, conveses e estacas são geralmente transportadas em barcaças.

As plataformas auto-elevatórias podem ser subdivididas em dois componentes gerais:

1. o casco, no qual se situam os equipamentos de operação;
2. as pernas, que podem ser estruturas treliçadas tubulares, nas quais se apoia o casco na condição "in situ". A extremidade inferior das pernas possui uma sapata (spud can), que distribui as pressões provenientes do contato com o solo.

As plataformas auto-elevatórias são auto-flutuan-

tes e na condição de transporte as pernas são elevadas e apoiadas no casco. Podem ser transportadas flutuando ou por embarcações de maior porte.

Durante o transporte, que pode levar algumas semanas, a embarcação estará sujeita a solicitações provenientes da ação de ondas, ventos e correntes, que podem ser consideráveis no caso de uma tempestade. É admitido que a estrutura apoia-se em base rígida e portanto não há interação da mesma com a base na qual se apoia.

A embarcação, devido a ação dos efeitos ambientais, oscila em diferentes direções. Estas oscilações dão origem a forças de inércia e tensões cíclicas nos elementos estruturais do sistema, reduzindo a vida útil à fadiga nestes elementos. Admite-se que o dano à fadiga depende do intervalo de tensões e do número de ciclos de cada intervalo aplicado. O dano é acumulado linearmente para os diversos estados de mar considerados. As tensões máximas atuantes nos elementos e juntas da estrutura devem estar abaixo dos limites fixados para os critérios de resistência e estabilidade.

As jaquetas pequenas são normalmente bastante rígidas e os efeitos dinâmicos neste caso são desprezíveis; assim sendo, é suficiente considerar-se uma análise pseudo-estática. Estruturas maiores têm em geral períodos naturais maiores. Neste caso as forças de inércia podem tornar-se significativas e uma análise dinâmica poderá ser requerida para se considerar os efeitos inerciais e de amortecimento.

Os métodos de análise dinâmica podem ser divididos, quanto ao domínio de integração das equações diferenciais

do movimento, em dois grupos: domínio do tempo e domínio da frequência.

É admitido que o sistema seja solicitado por um carregamento de frequência única. A natureza cíclica das solicitações da estrutura direciona a escolha do método de análise, desta maneira a análise dinâmica determinística no domínio da frequência é recomendada.

Duas análises portanto podem ser requeridas no estudo de transporte de estruturas "offshore", no que se refere à integridade estrutural das mesmas:

1. verificação de solicitações extremas atuantes na estrutura, com a consideração dos efeitos dinâmicos quando for relevante;
2. verificação da vida útil da estrutura, através de solicitações não extremas e inclusão dos efeitos dinâmicos quando estes forem significativos.

No que se refere à vida útil da estrutura, o dano à fadiga ocorrido na fase de transporte deve ser somado ao dano previsto em outras fases de utilização da mesma. Desta maneira, para cada junta e membro da estrutura os danos acumulados nas diversas análises devem ser inferiores aos limites estabelecidos nas premissas de projeto. Admite-se que regiões diferentes de uma estrutura, devido a uma maior ou menor dificuldade de inspeção, possam ter limites diferentes para os danos.

O presente trabalho pretende fazer uma avaliação dos efeitos dinâmicos e do dano à fadiga que ocorre no transporte de algumas estruturas "offshore", assim como comparar as solicitações desta fase de instalação com as solicitações "in situ".

Os Capítulos II e III tratam da formulação das equações do movimento e do estudo da teoria geral do movimento

de apoio em estruturas, respectivamente.

O Capítulo IV trata do estudo dos problemas e características do transporte oceânico de plataformas auto-elevatórias e plataformas fixas sobre barcaças

No Capítulo V são apresentados dois exemplos de aplicação e finalmente o capítulo VI apresenta as conclusões deste trabalho.

## II - FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

### 2.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo será apresentada a formulação das equações do movimento de um sistema estrutural linear, através do princípio dos trabalhos virtuais e método dos elementos finitos.

Na análise de vibrações livres será abordado o método da iteração por sub-espço para a determinação dos períodos naturais e modos de vibração da estrutura.

Os métodos determinísticos de solução das equações do movimento incluem soluções que utilizam coordenadas físicas ou coordenadas generalizadas (modais), podendo ser efetuados no domínio do tempo ou da frequência. O método mais adequado a um determinado problema vai depender do tipo de estrutura e carregamento apresentado. De uma maneira geral procura-se minimizar o esforço computacional sem contudo comprometer a qualidade dos resultados.

A integração direta das equações do movimento no domínio do tempo é de aplicação geral, para quaisquer tipo de carregamento e estrutura, de comportamento linear ou não. Estruturas com muitos graus de liberdade podem entretanto requerer um esforço computacional considerável para sua análise.

O método da superposição modal pode ser aplicado como alternativa da integração direta nos casos em que a consideração de uma pequena parcela dos modos de vibração leve a uma boa aproximação da resposta. O número de modos a serem considerados dependerá do tipo de estrutura e da distribuição espacial e frequências do carregamento.

O método determinístico de análise é aplicado quando é conhecida a história no tempo do carregamento dinâmico. Para este trabalho, apesar da natureza aleatória dos movimentos das embarcações submetidas aos diversos estados de mar, será admitido algumas vezes que a resposta pode ser representada de uma maneira determinística, sendo associado um período de oscilação constante para os deslocamentos, velocidades e acelerações obtidos da análise de movimentos. Em alguns casos, este período corresponderá ao período de máxima densidade espectral do estado do mar. Desta maneira o carregamento atuante na estrutura será periódico e a solução no domínio da frequência, pela sua rapidez é recomendada.

Tendo em vista as considerações anteriores serão apresentados ainda o método da superposição modal com contribuição estática dos modos superiores e o método da resposta em frequência.

## 2.2 - FORMULAÇÃO DAS EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MOVIMENTO

A formulação das equações diferenciais do movimento será feita através do princípio dos trabalhos virtuais.

Os deslocamentos virtuais são arbitrários, infinitesimais e admissíveis, ou seja, devem satisfazer as condições cinemáticas impostas pelos vínculos.

Se a um sistema deformável em equilíbrio dinâmico sob a ação de forças são considerados deslocamentos virtuais num dado instante, o princípio dos trabalhos virtuais estabelece que a soma dos trabalhos virtuais das forças externas é igual ao trabalho interno do campo de tensões sobre o campo de deformações específicas virtuais, ou seja,  $\delta W_e = \delta W_i$ , onde

$$\delta W_e = \int_V \delta \underline{u}^t \underline{f}_v dv + \int_S \delta \underline{u}^t \underline{f}_s ds + \int_V \delta \underline{u}^t \underline{f}_a dv + \int_V \delta \underline{u}^t \underline{f}_i dv + \sum \delta \underline{u}_i^t \underline{p}_i \quad (2.1)$$

$$\delta W_i = \int_V \delta \underline{\epsilon}^t \underline{\sigma} dv \quad (2.2)$$

sendo:

$V$  - volume do corpo

$S$  - superfície do corpo

$\underline{u}$  - vetor deslocamento

$\underline{f}_v$  - forças de volume

$\underline{f}_s$  - forças de superfície

$\underline{f}_a$  - forças de amortecimento admitido viscoso, sendo dadas por  $\underline{f}_a = -\mu \dot{\underline{u}}$ , onde  $\mu$  é o amortecimento específico.

$\underline{f}_i$  - forças de inércia, definidas pelo princípio de D'Alembert, por  $\underline{f}_i = -\rho \ddot{\underline{u}}$ , onde  $\rho$  é a massa específica

$\underline{p}_i$  - força aplicada no ponto  $P_i$

$\underline{\epsilon}$  - vetor de deformações específicas

$\underline{\sigma}$  - vetor de tensões

### 2.3 - DISCRETIZAÇÃO DO MEIO CONTINUO

A discretização do meio contínuo será feita utilizando-se o método dos elementos finitos. No método dos elementos finitos admite-se o domínio de integração do problema subdividido em regiões interconectadas através de um número discreto de pontos nodais. A estas regiões dá-se o nome de elementos finitos.

Dentre as diversas formulações possíveis será empregado o modelo compatível, que adota sobre cada elemento um campo aproximado de deslocamentos escolhido adequadamente. As incógnitas nodais são os deslocamentos e as soluções são limites mínimos dos resultados exatos. Este modelo é também conhecido como método dos deslocamentos.

Sobre cada elemento adota-se um campo de deslocamentos  $\underline{u}$  que se relaciona com os deslocamentos nodais  $\underline{U}^e$  através de uma matriz de interpolação  $\underline{N}$ , ou seja:

$$\underline{u} = \underline{N} \underline{U}^e \quad \text{ou} \quad \underline{u}^t = \underline{U}^{e,t} \underline{N}^t \quad (2.3)$$

Substituindo em (2.3) as equações que relacionam as deformações específicas com os deslocamentos, obtém-se:

$$\underline{\varepsilon} = \underline{B} \underline{U}^e \quad \text{ou} \quad \underline{\varepsilon}^t = \underline{U}^{e,t} \underline{B}^t \quad (2.4)$$

sendo  $\underline{U}^e$  vetor de deslocamentos nodais do elemento

$\underline{N}$  matriz de interpolação

$\underline{B}$  matriz que relaciona as deformações específicas num ponto do elemento com os deslocamentos nodais. As matrizes  $\underline{N}$  e  $\underline{B}$  são função de posição do ponto.

Aplicando-se o princípio dos trabalhos virtuais a cada elemento e fazendo-se o somatório para todas as regiões do corpo obtém-se:

$$\sum_{NE} \delta \underline{U}^{e,t} \left\{ \int_{V_e} \rho_e \underline{N}^t \underline{N} dv \ddot{\underline{U}}^e + \int_{V_e} \mu_e \underline{N}^t \underline{N} dv \dot{\underline{U}}^e + \int_{V_e} \underline{B}^t \underline{D} \underline{B} dv \underline{U}^e - \int_{V_e} \underline{N}^t \underline{f}_v dv - \int_{S_e} \underline{N}^t \underline{f}_s ds - \underline{p}_e \right\} = 0 \quad (2.5)$$

onde a designação "e" refere-se a parâmetro específico do elemento e:

$\Sigma$  somatório estendido a todos os elementos  
 $\underline{D}$  matriz de relações constitutivas  $\underline{\sigma} = \underline{D} \underline{\epsilon}$

As variações  $\delta \underline{U}^e$  são arbitrárias, desta maneira resulta o seguinte sistema matricial de equações diferenciais de movimento do corpo;

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{P} \quad (2.6)$$

onde  $\underline{U}$  vetor de deslocamentos nodais do corpo

$$\underline{M} = \Sigma_{NE} \underline{M}^e = \Sigma_{NE} \int_{V_e} \rho_e \underline{N}^t \underline{N} dv$$

$$\underline{C} = \Sigma_{NE} \underline{C}^e = \Sigma_{NE} \int_{V_e} \mu_e \underline{N}^t \underline{N} dv$$

$$\underline{K} = \Sigma_{NE} \underline{K}^e = \Sigma_{NE} \int_{V_e} \underline{B}^t \underline{D} \underline{B} dv$$

$$\underline{P} = \Sigma_{NE} \underline{P}^e = \Sigma_{NE} \left\{ \int_{V_e} \underline{N}^t \underline{f}_v dv + \int_{S_e} \underline{N}^t \underline{f}_s ds + \underline{p}_e \right\}$$

A solução da equação (2.6), introduzidas as condições de contorno do problema, fornece os valores das incógnitas nos pontos nodais. Empregando-se as equações (2.3) e (2.4) para cada elemento, pode-se determinar os deslocamentos e as deformações específicas em qualquer ponto do domínio de integração do problema.

As tensões são calculadas a partir das deformações específicas através da matriz  $\underline{D}$  de constantes elásticas.

A convergência do método depende da matriz de interpolação  $\underline{N}$  escolhida, ou seja, a escolha adequada da matriz  $\underline{N}$  fará com que as soluções obtidas com malhas cada vez mais refinadas, se aproximem da solução analítica.

Para assegurar a convergência do método, a formulação do elemento deve satisfazer as condições de admissibilidade e completude<sup>1</sup>. A condição de admissibilidade exige continuidade para as incógnitas do problema e suas derivadas, entre elementos. A condição de completude é verificada na prática se a formulação inclui todos os modos de movimento de corpo rígido e todos os estados de deformação específica constante.

#### 2.4 - INFLUÊNCIA DAS FORÇAS GRAVITACIONAIS

Para um corpo de comportamento elástico linear sujeito a cargas variáveis no tempo  $\underline{P}(t)$  e cargas gravitacionais  $\underline{W}$ , a equação do movimento é de acordo com a equação (2.6) dada por:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{P}(t) + \underline{W} \quad (2.7)$$

Se o deslocamento total  $\underline{U}$  for expresso através da soma do deslocamento estático  $\underline{U}_{st}$  causado por  $\underline{W}$  mais um deslocamento dinâmico adicional  $\bar{\underline{U}}$  causado por  $\underline{P}(t)$ , ou seja,

$$\underline{U} = \underline{U}_{st} + \bar{\underline{U}} \quad (2.8)$$

as forças elásticas serão expressas por

$$\underline{F}_s = \underline{K} \underline{U} = \underline{K} \underline{U}_{st} + \underline{K} \underline{U} \quad (2.9)$$

A equação do movimento torna-se então:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U}_{st} + \underline{K} \underline{U} = \underline{P}(t) + \underline{W} \quad (2.10)$$

Derivando-se o deslocamento total da eq. (2.8) em relação ao tempo obtêm-se  $\dot{\underline{U}} = \dot{\underline{U}}$ ,  $\ddot{\underline{U}} = \ddot{\underline{U}}$  e sendo  $\underline{K} \underline{U}_{st} = \underline{W}$ , obtêm-se a nova expressão da eq. (2.10):

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{P}(t) \quad (2.11)$$

Assim, a equação do movimento expressa com referência à posição de equilíbrio estático não é afetada pelas forças gravitacionais. Portanto, os deslocamentos, tensões, etc. totais podem ser obtidos somando-se apropriadamente as quantidades da análise estática com os resultados da análise dinâmica.

## 2.5 - ANÁLISE DE VIBRAÇÕES LIVRES

A equação de movimento de um sistema de vibrações livres não amortecidas pode ser obtida da eq. (2.6) fazendo-se  $\underline{C} = \underline{P} = \underline{0}$ , obtendo-se

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = \underline{0} \quad (2.12)$$

Admite-se uma solução harmônica do tipo

$$\underline{U}(t) = \underline{\phi} \text{ sen } (\omega t + \theta) \quad (2.13)$$

onde  $\underline{\phi}$  representa um vetor de amplitudes de deslocamentos, inde

pendente do tempo,  $w$  é frequência natural de vibração e  $\theta$  ângulo de fase.

A substituição de (2.13) em (2.12) fornece

$$\underline{K} \underline{\phi} = w^2 \underline{M} \underline{\phi} \quad (2.14)$$

Esta equação constitui um problema de autovalor, cuja solução fornece os  $n$  pares  $(w_i^2, \underline{\phi}_i)$ , sendo  $n$  o número de graus de liberdade do sistema. Os valores  $w_i^2$  são chamados autovalores e os vetores  $\underline{\phi}_i$  são denominados autovetores. Pode-se demonstrar que para as matrizes  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  reais, simétricas e positivas definidas, todos os autovalores são reais positivos<sup>1</sup>.

Em geral,  $w_i^2 \geq 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  e o número de autovalores iguais a zero é igual ao número de modos de movimento de corpo rígido do sistema.

Os autovetores satisfazem a propriedade de ortogonalidade em relação à matriz de massa e rigidez<sup>2</sup>, ou seja,

$$\underline{\phi}_i^t \underline{M} \underline{\phi}_j = 0 \quad \text{e} \quad \underline{\phi}_i^t \underline{K} \underline{\phi}_j = 0 \quad \text{para} \quad i \neq j$$

A equação (2.14) mostra que os autovetores estão definidos, a menos de uma constante multiplicativa diferente de zero. O valor desta constante pode ser fixado normalizando-se os autovetores em relação a matriz de massa, impondo-se a condição  $\underline{\phi}_i^t \underline{M} \underline{\phi}_i = 1$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . A normalização e a ortogonalidade dos autovetores em relação à matriz de massa permite estabelecer a relação:

$$\underline{\phi}^t \underline{M} \underline{\phi} = \underline{I} \quad (2.15)$$

onde  $\underline{I}$  é uma matriz identidade  $n \times n$ . Os autovetores assim normalizados são denominados ortonormais em relação à matriz de massa.

A solução da eq. (2.14) para  $p$  autovetores pode ser escrita

$$\underline{K} \underline{\Phi} = \underline{M} \underline{\Phi} \underline{\Lambda} \quad (2.16)$$

onde  $\underline{\Phi}$  é uma matriz  $n \times p$  sendo suas colunas iguais aos  $p$  autovetores e  $\underline{\Lambda}$  uma matriz diagonal  $p \times p$  contendo os correspondentes autovalores.

Da eq. (2.16) tomando-se os  $n$  autovetores e utilizando-se a eq. (2.15) obtém-se

$$\underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} = \underline{\Lambda} \quad (2.17)$$

## 2.6 - MÉTODO DE ITERAÇÃO POR SUBESPAÇO

O método de iteração por subespaço é um dos métodos mais eficientes de solução de problemas de autovalores para sistemas com grande número de graus de liberdade<sup>1</sup>.

Os  $n$  autovetores obtidos da solução do problema de autovalor (eq. 2.14) são linearmente independentes e portanto formam uma base vetorial no espaço de definição de  $\underline{M}$  e  $\underline{K}$  de dimensão  $n$ .

No método de iteração por subespaço procura-se determinar um conjunto de  $p$  vetores,  $p < n$ , que satisfaçam a eq. (2.16). Nestas condições, os  $p$  vetores são linearmente independentes e constituem uma base  $M$ -ortogonal no subespaço  $E_{\infty}$ .

de dimensão  $p$  contido no espaço de definição de  $\underline{M}$  e  $\underline{K}$ , de dimensão  $n$ . Os vetores assim determinados são chamados portanto autovetores e satisfazem as condições de ortogonalidade em relação à matriz de massa e rigidez.

Para obtenção dos  $p$  autovetores utiliza-se a iteração inversa simultânea e o método de Rayleigh-Ritz, partindo-se de um conjunto de  $p$  vetores convenientemente escolhidos, de modo a evitar a ortogonalidade em relação a qualquer um dos  $p$  autovetores desejados.

Procura-se em cada ciclo de iteração  $k$  a convergência do subespaço  $E_k$  definido pelos  $p$  vetores para o subespaço  $E_\infty$  e não a convergência individual de determinados vetores. Assim o número de iterações requerido depende entre outros fatores de quão próximo o subespaço  $E_1$  está de  $E_\infty$  e não da proximidade de cada vetor de partida de um autovetor.

Em cada ciclo, após a iteração inversa simultânea, os vetores são automaticamente ortogonalizados através da utilização do método de Rayleigh-Ritz, que permite obter o subespaço  $E_k$  mais próximo de  $E_\infty$  neste ciclo de iteração  $k$ . Nesta etapa deve-se resolver um problema de autovalor, dos operadores  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  projetados no subespaço  $E_k$ . Esta solução pode ser obtida através do método de Jacobi generalizado.

Desta forma obtêm-se a convergência para os  $p$  primeiros autovalores e autovetores. Como os primeiros modos convergem mais rapidamente, para acelerar a convergência utiliza-se um número  $q$  maior de vetores de iteração, o que entretanto acarreta um esforço computacional adicional. Deve-se portanto fazer um balanço entre o número de vetores utilizados e o número de iterações requeridas para convergência. Em geral,  $q = \min(2p, p+8)$

vetores tem-se mostrado uma escolha adequada.

Estabelecida a matriz  $\underline{X}_1$  cujas colunas são constituídas pelos  $q$  vetores de partida, o método de iteração por subespaço inclui portanto as seguintes etapas:

1. Realiza-se uma iteração inversa simultânea

$$\underline{K} \underline{\bar{X}}_{k+1} = \underline{M} \underline{X}_k \quad (2.18)$$

2. Projeta-se os operadores  $\underline{K}$  e  $\underline{M}$  no subespaço  $E_{k+1}$

$$\underline{K}_{k+1} = \underline{\bar{X}}_{k+1}^t \underline{K} \underline{\bar{X}}_{k+1} \quad (2.19)$$

$$\underline{M}_{k+1} = \underline{\bar{X}}_{k+1}^t \underline{M} \underline{\bar{X}}_{k+1} \quad (2.20)$$

3. Resolve-se o problema de autovalor

$$\underline{K}_{k+1} \underline{Q}_{k+1} = \underline{M}_{k+1} \underline{Q}_{k+1} \underline{\Lambda}_{k+1} \quad (2.21)$$

4. Determina-se a base mais próxima dos autovetores procurados

$$\underline{X}_{k+1} = \underline{\bar{X}}_{k+1} \underline{Q}_{k+1} \quad (2.22)$$

A convergência será obtida para um número grande de iterações

$$\underline{\Lambda}_{k+1} \rightarrow \underline{\Lambda} \quad \text{e} \quad \underline{X}_{k+1} \rightarrow \underline{\Phi} \quad \text{quando} \quad k \rightarrow \infty \quad (2.23)$$

## 2.7 - MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL

A integração direta passo a passo da eq. (2.6) no domínio do tempo pode requerer um grande esforço computacional, dependendo do número de passos requeridos para solução. Pelo ter mo direta entende-se que nenhuma transformação é efetuada no sis tema inicial de equações.

No método da superposição modal procura-se mudar o sistema de equações (2.6), através de uma transformação de coordenadas, de maneira a se obter um sistema de solução mais simples<sup>1</sup>.

Os autovetores obtidos da solução do problema de autovalor constituem n deslocamentos padrões independentes, des ta maneira qualquer vetor de deslocamentos U dos pontos nodais da estrutura pode ser expresso por uma combinação linear dos mes mos, ou seja,

$$\underline{U} = \phi_1 X_1 + \phi_2 X_2 + \dots + \phi_n X_n = \sum_{i=1}^n \phi_i X_i = \underline{\Phi} \underline{X} \quad (2.24)$$

As coordenadas geométricas U (x, y, z, t) são ob tidas das coordenadas modais generalizadas X(t) através da matriz de transformação  $\Phi$  (x, y, z) .

Substituindo-se a eq. (2.24) e suas derivadas na eq. (2.6) e premultiplicando-se por  $\underline{\Phi}^t$  obtém-se

$$\underline{\Phi}^t \underline{M} \underline{\Phi} \ddot{\underline{X}} + \underline{\Phi}^t \underline{C} \underline{\Phi} \dot{\underline{X}} + \underline{\Phi}^t \underline{K} \underline{\Phi} \underline{X} = \underline{\Phi}^t \underline{P}(t) \quad (2.25)$$

Admite-se que as condições de ortogonalidade também se aplicam à matriz de amortecimento C , ou seja,

$$\phi_i^t \underset{\sim}{C} \phi_j = \begin{cases} 2 \beta_i w_i & \text{para } i = j \\ 0 & \text{para } i \neq j \end{cases} \quad (2.26)$$

onde  $\beta_i$  é a porcentagem de amortecimento crítico associada ao modo de vibração  $i$ . Desta maneira, e considerando-se a ortogonalidade dos autovetores em relação à matriz de massa e rigidez, o sistema de equações (2.25) reduz-se a  $n$  equações da forma

$$\ddot{X}_i(t) + 2 w_i \beta_i \dot{X}_i(t) + w_i^2 X_i(t) = \phi_i^t P(t) \quad (2.27)$$

A eq. (2.27) corresponde à equação de equilíbrio para sistema de um grau de liberdade amortecido.

Portanto a transformação de coordenadas (2.24) tem a vantagem de desacoplar o sistema de equações (2.6), conseguindo-se  $n$  equações independentes. Após a solução das equações (2.27) pode-se obter a resposta no sistema original de coordenadas superpondo-se as  $n$  soluções individuais de (2.27) através da eq. (2.24).

Para grande parte dos carregamentos que ocorrem nos problemas práticos de engenharia apenas uma pequena fração  $p$  das  $n$  equações em (2.27) precisa ser considerada, de maneira a se obter uma boa aproximação da resposta. Isto decorre do fato de serem em geral carregamentos com espectros de baixa frequência e não ortogonais aos primeiros modos de vibração.

## 2.8 - CONTRIBUIÇÃO ESTÁTICA DOS MODOS SUPERIORES

O carregamento atuante numa estrutura é resistido pelas forças de inércia, amortecimento e elásticas, sendo a con-

tribuição relativa de cada parcela dependente da relação entre a frequência do modo considerado e a frequência do carregamento.

Nas estruturas e carregamentos usuais da prática, as forças de inércia e amortecimento tem participação significativa apenas nos modos de baixa frequência enquanto para os modos de frequência mais alta as forças elásticas têm participação preponderante, visto que nestes últimos a relação entre a frequência da carga e a frequência do modo de vibração é cada vez menor. Desta maneira, pode-se fazer uma avaliação estática da participação dos modos superiores na resposta da estrutura. Esta é a base da técnica introduzida por Maddox<sup>4</sup>.

O deslocamento total expresso pela eq. (2.24) pode ser escrito separando-se as contribuições dos  $p$  primeiros modos dos restantes  $s$  modos superiores, ou seja,

$$\underline{U} = \underline{\Phi} \underline{X} = [\underline{\Phi}_p \quad \underline{\Phi}_s] \begin{Bmatrix} \underline{X}_p \\ \underline{X}_s \end{Bmatrix} = \underline{\Phi}_p \underline{X}_p + \underline{\Phi}_s \underline{X}_s = \underline{U}_p + \underline{U}_s \quad (2.28)$$

O vetor de cargas da eq. (2.25) pode ser reescrito separando-se da mesma forma a contribuição dos modos

$$\underline{R} = \underline{\Phi}^t \underline{P}(t) = \begin{Bmatrix} \underline{\Phi}_p^t \\ \underline{\Phi}_s^t \end{Bmatrix} \underline{P}(t) = \begin{Bmatrix} \underline{\Phi}_p^t \underline{P}(t) \\ \underline{\Phi}_s^t \underline{P}(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{R}_p \\ \underline{R}_s \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

Prê-multiplicando-se as eq. (2.15) e (2.29) por  $(\underline{\Phi}^t)^{-1}$  e substituindo-se obtêm-se a expressão:

$$\underline{P} = (\underline{\Phi}^t)^{-1} \underline{R} = \underline{M} \underline{\Phi} \underline{R} \quad (2.30)$$

ou

$$\underline{P} = \underline{M} [\underline{\Phi}_{-p}, \underline{\Phi}_{-s}] \left\{ \begin{array}{c} \underline{R}_{-p} \\ \\ \underline{R}_{-s} \end{array} \right\} = \underline{P}_{-p} + \underline{P}_{-s} \quad (2.31)$$

A parcela de carga não considerada corresponde a

$$\underline{P}_{-s} = \underline{P} - \underline{P}_{-p} = \underline{P} - \underline{M} \underline{\Phi}_{-p} \underline{R}_{-p} \quad (2.32)$$

ou

$$\underline{P}_{-s} = \underline{P} - \underline{M} \underline{\Phi}_{-p} \underline{\Phi}_{-p}^t \underline{P} \quad (2.33)$$

A correção dos deslocamentos é portanto obtida através de uma análise estática:

$$\underline{U}_{-s} = \underline{K}^{-1} \underline{P}_{-s} \quad (2.34)$$

e os deslocamentos totais poderão ser calculados pela eq. (2.28).

Como pode ser visto, este procedimento faz uma avaliação da contribuição dos modos superiores utilizando-se apenas os  $p$  modos requeridos no método da superposição modal.

## 2.9 - RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

O método da resposta em frequência tem aplicação em sistemas lineares sujeitos a carregamentos harmônicos. Neste caso obtêm-se diretamente a resposta permanente da estrutura, visto que uma sollicitação harmônica produz uma resposta harmônica de mesma frequência.

Para um carregamento expresso pela parte real de  $\underline{P}(t) \stackrel{R}{=} \underline{\bar{P}} e^{i\omega t}$ , a resposta será dada pela parte real de  $\underline{U}(t) \stackrel{R}{=} \underline{\bar{U}} e^{i\omega t}$ , onde  $\underline{\bar{P}}$  e  $\underline{\bar{U}}$  são respectivamente os vetores de amplitudes complexas (módulo e fase) das forças e deslocamentos.

Substituindo-se as expressões dos deslocamentos e forças na eq. (2.6) obtém-se a seguinte expressão:

$$[-\omega^2 \underline{M} + i\omega \underline{C} + \underline{K}] \underline{\bar{U}} = \underline{\bar{P}} \quad (2.35)$$

obtendo-se portanto  $\underline{\bar{U}}$  e  $\underline{U}(t)$

No método da superposição modal, o vetor de coordenadas modais é expresso pela parte real de  $\underline{X}(t) \stackrel{R}{=} \underline{\bar{X}} e^{i\omega t}$ , sendo  $\underline{\bar{X}}$  o vetor de amplitudes modais complexas. Considerando-se apenas as  $p$  primeiras frequências e substituindo-se na equação (2.27) obtém-se as seguintes  $p$  equações desacopladas de um grau de liberdade:

$$(\omega_j^2 - \omega^2 + i\omega 2\omega_j \beta_j) \underline{\bar{X}}_j = \underline{\phi}_j^t \underline{\bar{P}} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.36)$$

onde  $\omega_j$  é a frequência natural e  $\beta_j$  a porcentagem de amortecimento crítico do modo  $j$ .

A solução da eq. (2.36) é imediata:

$$\underline{\bar{X}}_j = \frac{\underline{\phi}_j^t \underline{\bar{P}}}{\omega_j^2 - \omega^2 + i\omega 2\omega_j \beta_j} \quad j = 1, 2, \dots, p \quad (2.37)$$

O vetor de deslocamentos correspondente à contribuição dos  $p$  primeiros modos será dado por

$$\underline{U}_{-p}^R = \sum_{j=1}^p \phi_j X_j \underline{X}_j e^{i\omega t} = \underline{\bar{U}}_{-p}^R e^{i\omega t} \quad (2.38)$$

As velocidades e acelerações são obtidas derivando-se os deslocamentos

$$\dot{\underline{U}}_{-p}^R = i\omega \underline{\bar{U}}_{-p}^R e^{i\omega t} \quad (2.39)$$

$$\ddot{\underline{U}}_{-p}^R = -\omega^2 \underline{\bar{U}}_{-p}^R e^{i\omega t} \quad (2.40)$$

### III - ESTUDO DA TEORIA GERAL DE MOVIMENTO DE APOIO EM ESTRUTURAS

#### 3.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo será feita uma apresentação da análise determinística do movimento de apoio em estruturas. O movimento de apoio difere de outras formas de carregamento dinâmico pelo fato de que as solicitações à estrutura são traduzidas na forma de deslocamentos lineares ou angulares dos pontos de contato da estrutura com a base na qual se apoia.

Trata-se de determinar para a estrutura, um carregamento externo resultante de movimentos nos seus pontos de apoio. Assim procedendo, a solução do problema poderá ser feita pelos métodos usuais de análise dinâmica estrutural.

Não será considerada a interação da estrutura com a base na qual está apoiada. Em alguns casos, dependendo da rigidez relativa, o movimento da base é influenciado pelo movimento da estrutura. Neste caso a base deverá ser também discretizada pelo método dos elementos finitos. Este efeito será pequeno no caso de uma estrutura flexível apoiada em base rígida; neste caso a energia transmitida para os apoios não deverá ser significativa.

Um outro aspecto que pode ser analisado é a consideração do movimento relativo dos diferentes pontos de suporte; este fator será mais ou menos importante dependendo das dimensões características da estrutura, da rigidez da base e do tipo de solicitação. Na referência <sup>2</sup> encontram-se os procedimentos descritos neste Capítulo.

### 3.2 - SOLICITAÇÃO POR TRANSLAÇÃO E ROTAÇÃO DE BASE RÍGIDA

O deslocamento total dos graus de liberdade do sistema pode ser expresso por

$$\underline{U}^t = \underline{U} + \underline{U}^S \quad (3.1)$$

sendo:

$\underline{U}$  deslocamento relativo

$\underline{U}^S$  deslocamento pseudo-estático

O deslocamento pseudo-estático é convenientemente expresso por um vetor  $\underline{R}$  que representa os deslocamentos nos diversos graus de liberdade da estrutura resultantes de um deslocamento unitário nos apoios, ou seja,

$$\underline{U}^S = \underline{R} \underline{U}_g \quad (3.2)$$

Desta maneira a eq. (3.1) pode ser reescrita

$$\underline{U}^t = \underline{U} + \underline{R} \underline{U}_g \quad (3.3)$$

Substituindo-se a eq. (3.3) na eq. (2.6) e considerando-se que as forças de inércia dependem do movimento total; enquanto as forças de amortecimento e elásticas dependem do movimento relativo, obtêm-se o sistema matricial de equações para o problema

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + \underline{C} \dot{\underline{U}} + \underline{K} \underline{U} = - \underline{M} \underline{R} \ddot{\underline{U}}_g \quad (3.4)$$

Quando a estrutura é uma torre vertical, com graus

de liberdade correspondendo a deslocamentos horizontais, o vetor  $\underline{R}$  para um carregamento correspondente à translação horizontal de sua base, constitui-se de uma coluna com valores unitários, ou seja,  $\underline{R}^t = [1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1]$ .

Neste caso, os deslocamentos pseudo-estáticos dos diversos graus de liberdade do sistema correspondem ao próprio deslocamento horizontal da região de suporte.

Na prática, são conhecidos os movimentos lineares e angulares associados a um determinado ponto do sistema, o qual será denominado centro de rotação. Conhecendo-se os raios vetores dos diversos pontos nodais da estrutura em relação ao centro de rotação, pode-se determinar as acelerações lineares nodais através da eq. (3.10). As acelerações angulares correspondem às próprias acelerações angulares do centro de rotação, visto que é admitida a hipótese de corpo rígido, ou seja, fazendo na equação (3.10)  $\underline{v}_{rel} = \underline{a}_{rel} = \underline{0}$ . As cargas nodais serão obtidas efetuando-se os produtos das inércias translacionais e rotacionais pelas acelerações correspondentes.

Em estruturas submetidas a solicitações harmônicas de frequência  $\omega$ , a expressão geral das acelerações inclui o termo de aceleração tangencial  $\dot{\omega} \times \underline{r}$  e o termo de aceleração centrípeta,  $\omega \times (\omega \times \underline{r})$ . As estruturas usuais da prática são mais solicitadas nos instantes correspondentes aos máximos deslocamentos angulares do movimento harmônico simples associado. Nestes instantes, o termo de aceleração centrípeta é anulado e o termo  $\dot{\omega} \times \underline{r}$  atinge seu valor máximo em módulo. Além disso, a condição de máximo deslocamento angular geralmente corresponde à máxima componente transversal do peso próprio.

Portanto, o movimento harmônico de translação e/

ou rotação de base rígida gera na estrutura um carregamento nodal de mesma frequência e fase que a excitação. Neste ponto, se os efeitos dinâmicos não forem significativos, poder-se-á proceder a uma análise estática, obtendo-se os deslocamentos e tensões nas diversas juntas e membros da estrutura.

Para os problemas em que os efeitos dinâmicos são importantes, deve-se resolver a eq. (3.4). Neste caso a solução pode ser feita através da resposta em frequência e método da superposição modal com correção estática dos modos superiores, como descrito no Capítulo II. O peso próprio poderá também ser considerado através de um carregamento estático de frequência nula. A solução da eq. (3.4) fornece os deslocamentos, velocidades e acelerações do problema, obtendo-se assim os esforços e tensões requeridos.

### 3.3 - SOLICITAÇÃO POR MOVIMENTOS DE SUPORTES MÚLTIPLOS

A seguir será desenvolvido um procedimento de análise de estruturas submetidas a diferentes movimentos nos pontos de contato com sua base. Neste caso, a resposta total da estrutura poderá também ser obtida pela superposição das respostas devidas às diversas solicitações individuais dos seus apoios.

A eq. (2.6) pode ser reescrita separando-se as juntas livres das juntas dos pontos de apoio, ou seja,

$$\begin{bmatrix} \underline{M}_{ll} & \underline{M}_{lg} \\ \underline{M}_{gl} & \underline{M}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{U}}_l^t \\ \ddot{\underline{U}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C}_{ll} & \underline{C}_{lg} \\ \underline{C}_{gl} & \underline{C}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{U}}_l^t \\ \dot{\underline{U}}_g \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K}_{ll} & \underline{K}_{lg} \\ \underline{K}_{gl} & \underline{K}_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{U}_l^t \\ \underline{U}_g \end{Bmatrix} = \underline{0} \quad (3.5)$$

onde  $\underline{C}_{lg}$  e  $\underline{K}_{lg}$  expressam as forças nas juntas livres correspon

dentes a movimentos nos pontos de contato. As forças de amortecimento e elásticas foram escritas em termos de movimentos totais, de maneira a se obter uma generalização do problema.

Os deslocamentos pseudo-estáticos não poderão neste caso ser obtidos através da cinemática de corpo rígido. Eles deverão ser obtidos através da eq. (3.5), tomando-se apenas as parcelas independentes do tempo, ou seja,

$$\begin{bmatrix} K_{ll} & K_{lg} \\ K_{gl} & K_{gg} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{-l}^S \\ U_{-g} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ R_{-g} \end{Bmatrix} \quad (3.6)$$

Tomando-se as primeiras sub-matrizes da eq. (3.6) obtêm-se

$$U_{-l}^S = - K_{-ll}^{-1} K_{-lg} U_{-g} \quad (3.7)$$

Neste caso a matriz  $\underline{R}$ , que expressa os deslocamentos nas juntas livres de estrutura, resultantes de deslocamentos unitários nos pontos de apoio, é dada por

$$\underline{R} = - K_{-ll}^{-1} K_{-lg} \quad (3.8)$$

Substituindo-se a eq. (3.1) nas primeiras submatrizes da eq. (3.5) obtêm-se:

$$\underline{M}_{-ll} \ddot{\underline{U}}_{-l} + \underline{C}_{-ll} \dot{\underline{U}}_{-l} + \underline{K}_{-ll} \underline{U}_{-l} = - (\underline{M}_{-ll} \underline{R} + \underline{M}_{-lg}) \ddot{\underline{U}}_{-g} - (\underline{C}_{-ll} \underline{R} + \underline{C}_{-lg}) \dot{\underline{U}}_{-g} \quad (3.9)$$

Nos casos em que há proporcionalidade entre a matriz de amortecimento e de rigidez, o termo dependente da veloci

dade no segundo membro da eq. (3.9) é anulado. Portanto as forças de amortecimento são dependentes apenas do movimento relativo somente nos casos em que haja proporcionalidade entre a matriz de amortecimento e rigidez.

No caso geral, a contribuição do amortecimento para as forças do segundo membro da eq. (3.9) é muito pequena e geralmente desprezada, independente do tipo de amortecimento envolvido.

Para os casos em que a matriz de massa é discreta, a contribuição dos termos fora da diagonal é nula e portanto a sub-matriz  $\underline{M}_{lg}$  do segundo membro da eq. (3.9) se anula.

### 3.4 - COMPOSIÇÃO DE MOVIMENTOS

Definir o movimento de um referencial em relação a outro significa fornecer a velocidade da origem  $O$  e o vetor  $\underline{w}$  de rotação do referencial. As componentes de  $\underline{w}$  poderão eventualmente serem dadas em relação aos eixos do referencial cujo movimento se deseja determinar.

Sejam os sistemas de referência  $S$  e  $S'$ , de eixos triretângulos  $(OXYZ)$  e  $(O'X'Y'Z')$  (Fig. 3.4.1) e sejam conhecidos os movimentos de  $S$  em relação a  $S'$ , ou seja, a velocidade do ponto  $O$  e o vetor de rotação  $\underline{w}$  medidos por um observador em  $S'$ .

A expressão da aceleração do ponto  $P$  (Fig.3.4.1) é dada por

$$\underline{a}_p = \underline{a}_o + \dot{\underline{w}} \times \underline{r} + \underline{w} \times (\underline{w} \times \underline{r}) + \underline{a}_{rel} + 2 \underline{w} \times \underline{v}_{rel} \quad (3.10)$$

As três primeiras parcelas do segundo membro correspondem à aceleração de P rigidamente ligado a S. O termo  $2 \underline{\omega} \times \underline{v}_{rel}$  é denominado aceleração complementar ou de Coriolis.

Para corpos rígidos,  $\underline{v}_{rel} = \underline{a}_{rel} = \underline{0}$  e a expressão da aceleração total reduz-se a

$$\underline{a}_p = \underline{a}_o + \dot{\underline{\omega}} \times \underline{r} + \underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r}) \quad (3.11)$$

O termo  $\dot{\underline{\omega}} \times \underline{r}$  é denominado aceleração tangencial e o termo  $\underline{\omega} \times (\underline{\omega} \times \underline{r})$  é a aceleração centrípeta

### 3.5 - MOVIMENTO HARMÔNICO

Um ponto submetido a um movimento harmônico tem seu deslocamento linear total expresso por

$$\underline{u}_t = (u_{ox} \underline{i} + u_{oy} \underline{j} + u_{oz} \underline{k}) \text{ sen } \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (3.12)$$

onde  $u_{ox}$ ,  $u_{oy}$  e  $u_{oz}$  correspondem às amplitudes dos deslocamentos lineares segundo os eixos X, Y e Z respectivamente, T é o período de oscilação do sistema, admitido único para as três direções e t o tempo.

Analogamente, o deslocamento angular total é dado por

$$\underline{\theta}_t = (\theta_{ox} \underline{i} + \theta_{oy} \underline{j} + \theta_{oz} \underline{k}) \text{ sen } \left( \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (3.13)$$

onde  $\theta_{ox}$ ,  $\theta_{oy}$  e  $\theta_{oz}$  correspondem às amplitudes dos deslocamentos angulares segundo os eixos X, Y e Z respectivamente.

As expressões das velocidades e acelerações lineares

res e angulares são obtidas por derivação das eq. (3.12) e (3.13).

Conhecidas as componentes lineares e angulares de aceleração num ponto, pode-se calcular as componentes de aceleração linear em qualquer ponto do sistema, em função do raio vetor  $r$ , através da eq. (3.11). Para a hipótese de corpo rígido, a aceleração angular é a mesma para todos os pontos do conjunto.

Para um dado ponto, a aceleração tangencial é máxima em módulo para os instantes  $T/4$ ,  $3T/4$ , etc., sendo nula a aceleração centrípeta nestes instantes. Para os tempos  $T/2$ ,  $T$ , etc. a aceleração tangencial se anula e a centrípeta atinge seu máximo em módulo. Da mesma maneira, a parcela de aceleração total proveniente da aceleração linear atinge seu máximo valor em módulo nos instantes  $T/2$ ,  $3T/2$ , etc.

Seja  $\underline{a}_t$  a composição vetorial das acelerações centrípeta e tangencial e  $\theta_0$  a amplitude do deslocamento angular. Os instantes de ocorrência de máximo e mínimo valor do módulo de  $\underline{a}_t$  são dados por

1.  $t = 0, T/2, \text{ etc.}$  corresponde a um mínimo  
 se  $\theta_0 < \sqrt{2}/2 \text{ rd} \cong 40.5^\circ$   
 corresponde a um máximo  
 se  $\theta_0 > \sqrt{2}/2 \text{ rd}$
2.  $t = T/4, 3T/4, \text{ etc.}$  corresponde sempre a um máximo
3.  $t = \frac{T}{4\pi} \arccos \left( \frac{1 - \theta_0^2}{\theta_0^2} \right)$  corresponde a um mínimo  
 se  $\theta_0 \geq \sqrt{2}/2 \text{ rd}$

Na Fig. (3.5.1) é plotado o gráfico da aceleração total em função do tempo para  $T = 10s$  e  $\theta_0 = 30^\circ$ . O gráfico da Fig. (3.5.2) corresponde a  $T = 10s$  e  $\theta_0 = 75^\circ$ , com ocorrência de mínimo para  $t = 0.159 T$ .

Para os exemplos analisados neste trabalho,  $\theta_0 < \sqrt{2}/2$  rd e o instante de ocorrência do maior valor de  $|a_t|$  corresponde a  $T/4$ ;  $3T/4$ , etc. Além disto, nestes instantes, ocorrem os máximos das componentes das acelerações lineares e da componente tangencial do peso próprio.

A seguir é feita uma avaliação do efeito relativo das componentes tangenciais do peso próprio e da força de inércia num carregamento pseudo-estático.

Sejam  $u_0$  e  $\theta_0$  as amplitudes linear e angular do movimento respectivamente e  $m$  a massa nodal do ponto P. Sendo  $L$  a distância de P ao ponto do qual são conhecidas as acelerações, pode-se determinar

$$F_{pp} = m g \operatorname{sen} \theta_0 \quad (3.14)$$

$$F_{ia} = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \theta_0 L \quad (3.15)$$

$$F_{il} = m \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u_0 \quad (3.16)$$

$$F_{pp} = (F_{ia} + F_{il}) \frac{g \operatorname{sen} \theta_0}{\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 (\theta_0 L + u_0)} \quad (3.17)$$

sendo:

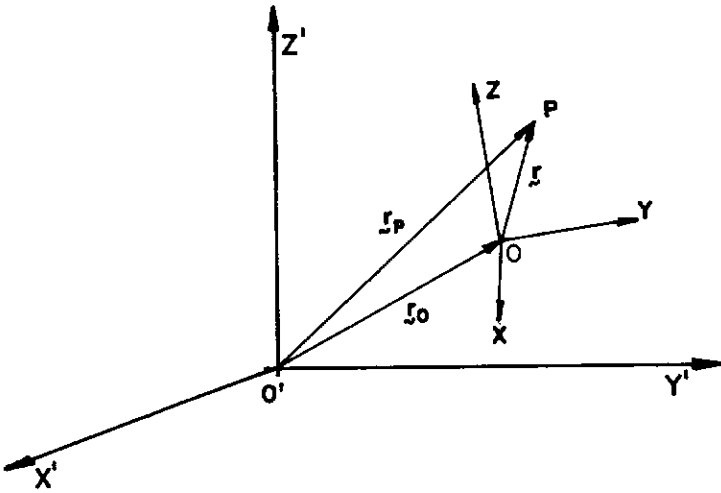
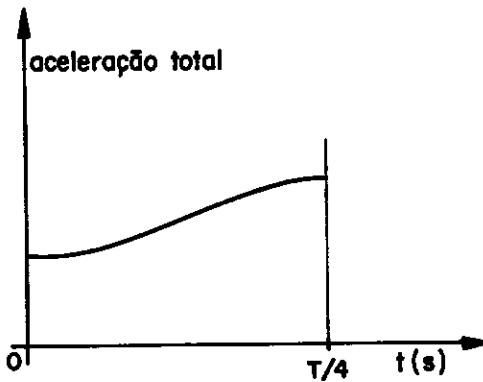
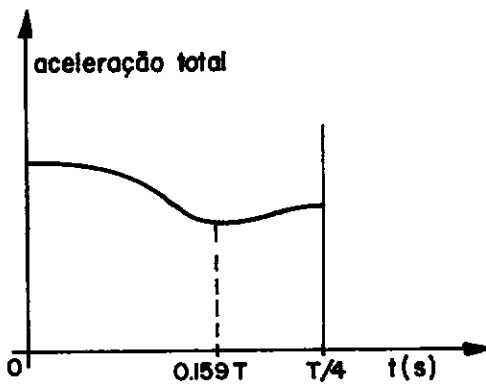


Fig.3.4.1 \_Composição de movimentos

Fig.3.5.1 \_Aceleração total para  $T=10s$  e  $\theta_0 = 30^\circ$ Fig.3.5.2 \_Aceleração total para  $T=10s$  e  $\theta_0 = 75^\circ$

$F_{pp}$	componente tangencial do peso
$F_{ia}$	força de inércia devido à aceleração angular
$F_{il}$	força de inércia devido à aceleração linear

A eq. (3.17) fornece a relação entre as componentes tangenciais do peso próprio e da força de inércia, e a importância relativa das mesmas.

Para o caso de  $u_0 = 0.5 \text{ m}$ ,  $\theta_0 = 2^\circ$ ,  $L = 20 \text{ m}$  e  $T = 5.5 \text{ s}$ , tem-se  $F_{pp} = 0.219 (F_{ia} + F_{il})$ .

### 3.6 - CONTRIBUIÇÃO DO PESO PRÓPRIO

O peso próprio da estrutura é considerado através de um carregamento nodal de frequência nula.

Seja o sistema triortogonal de eixos  $(O X Y Z)$  na condição inicial de equilíbrio. Nestas condições a aceleração da gravidade é expressa por  $\underline{g} = -g \underline{k}$ . Seja uma segunda posição de equilíbrio dinâmico obtida da primeira através de rotações sucessivas em torno dos eixos, ou seja,

- 1<sup>a</sup> ângulo  $\gamma$  em torno de  $Z$ , positiva de  $X$  para  $Y$
- 2<sup>a</sup> ângulo  $\beta$  em torno de  $Y'$ , positiva de  $Z'$  para  $X'$
- 3<sup>a</sup> ângulo  $\alpha$  em torno de  $X''$ , positiva de  $Y''$  para  $Z''$

O novo sistema de eixos  $(O X''' Y''' Z''')$  relaciona-se com o sistema original de eixos  $(O X Y Z)$  através da matriz de rotação  $\underline{R}$ , dada por

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

sendo:

$$A_1 = \cos \beta \cos \gamma$$

$$A_2 = \cos \beta \sin \gamma$$

$$A_3 = -\sin \beta$$

$$B_1 = \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma - \cos \alpha \sin \gamma$$

$$B_2 = \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma$$

$$B_3 = \sin \alpha \cos \beta$$

$$C_1 = \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma + \sin \alpha \sin \gamma$$

$$C_2 = \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma$$

$$C_3 = \cos \alpha \cos \beta$$

#### IV - ESTUDO DOS PROBLEMAS E CARACTERÍSTICAS DO TRANSPORTE OCEÂNICO DE PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS E PLATAFORMAS FIXAS SOBRE BARCAÇAS

##### 4.1 - INTRODUÇÃO

A importância da análise de transporte de estruturas "offshore" tem crescido nos últimos anos. A ocorrência de condições de carregamento não previstas na fase de projeto e o porte crescente das estruturas fizeram com que fosse dispensada maior atenção nesta etapa. Todavia, as referências bibliográficas aos procedimentos de análise de transporte permanecem ainda restritas.

A análise de transporte compreende num procedimento geral, duas etapas:

1. determinação do comportamento hidrodinâmico do sistema submetido à ação dos efeitos ambientais.
2. análise estrutural do sistema submetido aos carregamentos gerados pelos movimentos induzidos pelas cargas ambientais.

Os movimentos do sistema submetido à ação dos efeitos ambientais podem ser determinados através de ensaio em modelo reduzido ou através de formulação teórica, com o uso de programas de computador. Na falta destes, poderão ser adotados valores recomendados por normas, como DNV<sup>6</sup>, ABS<sup>7</sup>, que em geral são superestimados, visto que pretendem atender a um grande número de casos.

Neste Capítulo serão apresentados as equações que regem o comportamento hidrodinâmico do conjunto, assim como alguns procedimentos de análise estrutural do sistema submetido aos carregamentos gerados por seus movimentos. Por último é descri-

to o procedimento utilizado na determinação do dano à fadiga.

#### 4.2 - DETERMINAÇÃO DOS MOVIMENTOS DO SISTEMA

A ação das ondas do mar constitui a parcela mais importante das solicitações ambientais na condição de transporte. A ação do vento pode ser considerada como uma contribuição estática, visto que na condição de rajada a frequência é muito maior do que a frequência natural do conjunto e nas condições normais de operação, a duração de um determinado estado de mar é tal que a frequência associada ao vento é muito menor do que a frequência natural do conjunto.

A resposta do sistema para um estado de mar irregular pode ser estudada baseado no conceito da superposição linear das respostas para diversos estados de mar regulares.

O peso total do conjunto deve ser igual ao deslocamento da embarcação para o calado e "trim" desejados, assim como o centro de gravidade e de carena devem estar na mesma vertical. Na grande maioria dos casos isto é conseguido através do lastramento adequado de determinadas regiões da embarcação. Após isto, são computados a posição final do centro de gravidade e os raios de giração em "roll", "pitch" e "yaw" em relação ao centro de gravidade do conjunto.

Para obtenção da resposta no domínio da frequência, o sistema é submetido à ação de uma onda regular de amplitude unitária, para um dado aproamento e frequência. O intervalo de frequências do espectro de mar é subdividido num número  $n_f$  de faixas. Usando-se as frequências centrais de cada faixa, determina-se a resposta do sistema para ondas regulares de amplitudes unitárias, os RAO's (response amplitude operators) dos movimen-

tos.

Admitindo-se fluido sem viscosidade, escoamento irrotacional e pequenos deslocamentos, a resposta do conjunto para solicitações de ondas regulares pode ser obtida através da solução de um sistema de equações diferenciais lineares acopladas da forma

$$\sum_{j=1}^6 (M_{ij} + A_{ij}) \ddot{x}_j + B_{ij} \dot{x}_j + C_{ij} x_j = F_i e^{i\omega t} \quad j = 1, 2, \dots, 6 \quad (4.1)$$

onde:

- $M_{ij}$  matriz de massa
- $A_{ij}$  matriz de massa adicional
- $B_{ij}$  matriz de amortecimento
- $C_{ij}$  matriz de restauração
- $F_{ij}$  vetor de forças provenientes da ação das ondas
- $x_j$  vetor de deslocamentos
- $w$  frequência em rad/s

Os deslocamentos  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, 6$ ) referem-se a "surge", "sway", "heave", "roll", "pitch" e "yaw". A matriz de massa é função da massa total e de sua distribuição espacial. O carregamento proveniente da ação das ondas e os coeficientes hidrodinâmicos são função principalmente da geometria dos contornos da embarcação.

O movimento de "roll" apresenta comportamento não linear significativo nas proximidades da ressonância, devido à presença do amortecimento viscoso. Para resolver este problema, o amortecimento não linear de "roll" é considerado como um amortecimento linear equivalente, e através de um processo iterativo

obtém-se a linearização da eq. (4.1).

Os métodos para determinação das forças provenientes da ação das ondas e dos coeficientes hidrodinâmicos são baseados na teoria das faixas<sup>14,15</sup> ou na teoria linear tridimensional<sup>23</sup>, dependendo das dimensões relativas da embarcação considerada. Para balsas, o uso da teoria das faixas tem mostrado bons resultados, enquanto para plataformas auto-elevatórias recomenda-se o uso da teoria tridimensional.

A solução da eq. (4.1) para diversas frequências, fornece os RAO's complexos dos deslocamentos para o centro de gravidade do sistema, designados por

$$\underline{x}^* = (\underline{\bar{x}} , \underline{\theta}) \quad (4.2)$$

sendo  $\underline{\bar{x}}$  e  $\underline{\theta}$  vetores de RAO's de translação e rotação respectivamente.

Os RAO's dos deslocamentos para um ponto distante  $\underline{r}$  do centro de gravidade do conjunto podem ser calculados<sup>16,17</sup> para pequenos ângulos pela expressão:

$$\underline{x}_r = \underline{\bar{x}} + \underline{\theta} \times \underline{r} \quad (4.3)$$

A obtenção dos RAO's de velocidade e aceleração para o ponto é feita multiplicando-se a eq. (4.3) por  $i\omega$  e  $(i\omega)^2$  respectivamente

Os RAO's dos deslocamentos do ponto são utilizados para determinação dos RAO's das forças e momentos harmônicos que atuam num corpo cujo centro de gravidade localiza-se no ponto. Estas expressões são dadas por

$$\underline{f} = M (\underline{x}_r \omega^2 + g \underline{\phi}) \quad (4.4)$$

$$\underline{t} = \omega^2 \underline{I} \underline{\theta} \quad (4.5)$$

onde:

$\underline{f}$  RAO's das forças atuantes no corpo

$\underline{t}$  RAO's dos momentos atuantes no corpo

M massa do corpo

g aceleração da gravidade

$\underline{I}$  matriz de inércia do corpo

$\underline{\phi}$  vetor de componentes  $(\theta_2, -\theta_1, 0.0)$ , correspondentes aos ângulos de "pitch" e "roll"

Para sistemas lineares pode ser mostrado que

$$S_r(\omega) = |x^*(\omega)|^2 S(\omega) \quad (4.6)$$

onde:

$S_r(\omega)$  espectro de resposta da variável  $x^*(\omega)$

$x^*(\omega)$  função de transferência, que vem a ser a amplitude da resposta do sistema para excitação (onda) de amplitude unitária na frequência  $\omega$  (RAO)

$S(\omega)$  espectro do mar

O valor médio quadrático de um processo aleatório estacionário é dado pela área sob o gráfico da densidade espectral de resposta, ou seja,

$$\sigma^2 = \int_0^{\infty} S_r(\omega) d\omega \quad (4.7)$$

Admitindo-se que a distribuição de Rayleigh apli-

ca-se aos picos da resposta, pode-se obter outros valores estatísticos para os movimentos

$$\bar{x}_{avg} = 1.25 \sigma \quad (4.8)$$

$$\bar{x}_{1/3} = 2.0 \sigma \quad (4.9)$$

sendo  $\bar{x}_{avg}$  o valor médio estatístico da variável e  $\bar{x}_{1/3}$  o valor significativo, correspondente à média do terço superior dos picos da resposta. Os valores máximos esperados são função de um critério estatístico que considere o número total de ciclos e o período médio de oscilação.

Para estados de mar regular, os deslocamentos, velocidades e acelerações do sistema são obtidos diretamente, multiplicando-se os valores dos RAO's correspondentes pela amplitude da onda na frequência considerada.

#### 4.3 - PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL

Neste item serão descritos três métodos correntes de análise estrutural do sistema submetido aos carregamentos gerados pelos movimentos da embarcação.

1. Neste método admite-se que a embarcação é infinitamente rígida, não havendo portanto interação entre a estrutura e sua base. As principais cargas atuantes na estrutura são as forças de inércia causadas pelos movimentos da embarcação.

A análise de movimentos considera a ocorrência de estados de mar regular e/ou irregular. Os deslocamentos e acelerações máximos nos seis graus de liberdade do sistema geram as acelerações nodais através da eq. (3.11), definindo-se os carre-

gamentos da estrutura.

Os movimentos são admitidos em fase ou defasados de 180 graus. Várias combinações de carregamentos são feitas, de maneira a se considerar as diversas possibilidades de ocorrência dos mesmos.

Este critério é considerado bastante conservativo devido a consideração de ocorrência simultânea dos máximos dos movimentos.

2. O segundo método diferencia-se do primeiro na consideração das componentes dos movimentos. Determina-se fatores de participação das componentes do movimento quando uma delas atinge seu máximo, para um determinado estado de mar e duração do mesmo. A determinação dos fatores de participação é descrita por Hutchinson e Bringloe<sup>22</sup>.

Apesar da diferença apresentada, ambos os métodos são considerados semi-determinísticos, visto que para a determinação das tensões não são usados critérios probabilísticos. No entanto, para os casos em que a jaqueta é considerada pequena em relação à balsa, o projeto da amarração (sea fastening) através deste método, tem-se mostrado eficiente.

Todavia, a utilização deste método na análise de jaquetas maiores pode levar a erros consideráveis devido a consideração da balsa como infinitamente rígida. Para estruturas maiores, os efeitos da interação jaqueta/balsa podem tornar-se bastante significativos.

3. O terceiro método consiste numa análise probabilística, considerando-se a flexibilidade da balsa.

Para um dado estado de mar e aproamento são compu

tadas as acelerações lineares e angulares e velocidades angulares do centro de gravidade do sistema, assim como a distribuição das forças de pressão na superfície da balsa, para ondas regulares de amplitude unitária e várias frequências. As velocidades, acelerações e forças de pressão são números complexos, desta maneira é preservada a diferença de fase entre as diferentes forças atuantes no sistema.

Através das velocidades e acelerações no centro de gravidade do sistema, determina-se as acelerações e forças de inércia nodais da jaqueta. As forças de pressão distribuídas pela superfície da balsa são concentradas adequadamente em determinados pontos.

Admite-se que os efeitos dinâmicos estruturais não sejam significativos, desta maneira as forças de inércia e de pressão são aplicadas estaticamente, determinando-se as tensões nas extremidades dos membros da jaqueta. As tensões obtidas são devidas a ondas de amplitude unitária e são valores complexos. As tensões devidas à componente tangencial do peso devido a rotação em "roll" ou "pitch" também devem ser consideradas. O espectro das tensões é obtido de maneira análoga à descrita na parte 4.2.

Assumindo-se uma curva S-N e critérios probabílisticos para a distribuição dos picos e intervalos de tensão, determina-se a tensão máxima e o dano à fadiga esperados em função da duração do estado de mar e do período médio das oscilações.

O dano acumulado para um determinado ponto de uma junta é obtido somando-se linearmente os danos para todos os estados de mar e direções considerados no transporte.

A extensão deste método para análise de plataformas auto-elevatórias é imediata, porém neste caso a influência

da flexibilidade do casco deve ser bastante reduzida.

A aplicação deste método torna-se importante na análise de transporte de jaquetas de grande porte, onde os efeitos da interação balsa/jaqueta são importantes.

No presente trabalho será utilizado o procedimento descrito no primeiro método de análise e um procedimento baseado no terceiro método, não se considerando entretanto os efeitos da flexibilidade da balsa. Em alguns casos os efeitos dinâmicos estruturais serão considerados, através da inclusão das forças inerciais e de amortecimento.

#### 4.4 - FADIGA

A ação contínua de cargas cíclicas variáveis no tempo pode iniciar um processo de fadiga nos membros de uma estrutura metálica, produzindo danos que serão acumulados durante a vida da estrutura. Este tipo de carregamento produz uma flutuação cíclica nas tensões dos membros estruturais, propiciando condições para a propagação de fissuras e ocasionando o colapso estrutural, mesmo que o nível de tensões atingido seja inferior à tensão admissível do material.

No caso de juntas tubulares soldadas, o próprio processo de fabricação pode ocasionar não conformidades que servirão como origem do processo de aparecimento e desenvolvimento de fissuras. Além disto, as características geométricas das juntas tubulares geram pontos de concentração de tensões que muitas vezes situam-se na região da solda entre o tubo principal (chord) e o tubo secundário (brace). Tais pontos são denominados "hot spot" e as tensões desenvolvidas nesta região são as "hot spot stresses".

Nas juntas metálicas soldadas existem tensões da ordem da tensão de escoamento do material, devido às tensões residuais que aparecem nos processos de fabricação e soldagem. Desta maneira, o limite superior do intervalo de variação de tensões é a tensão de escoamento do material.

A consideração adequada das cargas atuantes na estrutura, assim como a correta representação dos detalhes no modelo estrutural e o método de análise considerado devem ser tais de maneira a se obter uma boa precisão na determinação das tensões atuantes durante a vida útil da estrutura, nos pontos considerados para verificação à fadiga. Admite-se que as tensões produzidas pelos esforços cortantes não são relevantes na determinação do dano.

Para os casos em que os efeitos dinâmicos são importantes, o modelo estrutural adotado tem relação com a precisão das frequências naturais e modos de vibração obtidos. O amortecimento é igualmente importante para frequências de excitação próximos à ressonância e sua correta consideração está limitada pela falta de resultados relativos a estruturas já existentes e à dificuldade de obtenção de dados experimentais.

Uma hipótese normalmente assumida na análise de fadiga de juntas soldadas é a não consideração do efeito da tensão média, tal como recomendado em normas de projeto<sup>5,6</sup>.

A determinação das tensões atuantes nos pontos de concentração de tensão pode ser feita através de três métodos: estudo de modelos físicos, análise através do método dos elementos finitos ou através de fórmulas paramétricas semi-empíricas.

Para juntas simples, ou seja, sem enrijecedores internos ou externos e sem sobreposição de membros secundários

(overlapping), o uso de fórmulas paramétricas semi-empíricas, tais como as desenvolvidas por Marshall, Gibstein, Smedley e Kuang<sup>20,19,18</sup> tem larga aplicação na prática. Determina-se através destas fórmulas fatores de concentração de tensões (stress concentration factor - SCF), que expressam as relações entre as "hot spot stresses" e as tensões nominais atuantes nas extremidades dos membros secundários da junta. Estas fórmulas são constituídas de termos adimensionais da geometria da junta e são considerados três esforços atuantes no "brace": axial, momento no plano da junta e momento fora do plano da junta.

Para juntas especiais, com presença de enrijecedores ou "overlapping", pode-se proceder a uma análise através do método dos elementos finitos, discretizando-se os tubos principal e secundário e os enrijecedores e demais acessórios em malhas refinadas de elementos de casca.

Algumas normas de projeto recomendam valores mínimos para os fatores de concentração de tensões. Para juntas simples, este valor é 2.5 e para juntas com ocorrência de "overlapping" é 5.0, de acordo com DNV<sup>6</sup>.

O cálculo de fadiga é baseado em resultados de testes e ensaios de alguns tipos de juntas em laboratório, devido à dificuldade de obtenção de resultados de testes em estruturas reais. Estabelece-se uma função empírica que depende do tipo de material e relaciona o intervalo de variação de tensões (stress range - r) com o número de ciclos  $N(r)$  que leva à ruptura do material (curva S-N), considerado um critério estatístico.

A representação logarítmica da curva S-N, para um dado tipo de junta é uma linha reta ou composta de vários trechos retos. No primeiro caso, a curva S-N pode ser representada

por

$$N(r) = A/r^\gamma \quad (4.10)$$

onde  $A$  e  $\gamma$  são constantes empíricas obtidas dos testes e ensaios. A escolha da curva S-N adequada envolve decisões a serem tomadas pelo projetista. A maioria dos dados relativos às curvas S-N encontradas na literatura são resultados de testes de laboratório obtidos com carregamento senoidal de amplitude constante e frequências bastante altas se comparadas com as frequências encontradas na análise de transporte.

#### Determinação do Dano Acumulado na Fadiga

A regra de Miner considera que o dano devido à fadiga em estruturas é acumulado linearmente<sup>2</sup>. A ruptura do material devido à fadiga deve ocorrer quando o dano acumulado atingir a unidade. Apesar de largamente utilizado, a validade de aplicação deste critério em processos aleatórios é questionável. De acordo com Vughts e Kinra<sup>12</sup>, a soma linear do dano pode ser considerada uma boa aproximação quando a fadiga é devida principalmente à propagação de fissuras que já estariam presentes no material. A fadiga é calculada em cada ponto considerado, acumulando-se os danos devidos aos diversos estados de mar assumidos nas análises.

A regra de Miner estabelece que o dano acumulado CDR (cumulative damage ratio) num processo determinístico é dado por

$$CDR = \sum \frac{n(r_i)}{N(r_i)} \quad (4.11)$$

onde

$n(r_i)$  número de ciclos associado ao intervalo de tensões  $r_i$

$N(r_i)$  número médio de ciclos para ruptura no intervalo de tensões  $r_i$

O procedimento descrito a seguir encontra-se nas referências <sup>10</sup> e <sup>11</sup>.

Para um processo aleatório contínuo e estacionário, o dano acumulado pode ser expresso por

$$CDR = \frac{T}{\tau_{av}} \int_0^{\infty} \frac{P(r)}{N(r)} dr \quad (4.12)$$

sendo:

$T$  tempo de duração do processo

$\tau_{av}$  período médio de variação das tensões

$P(r)$  função densidade de probabilidade do intervalo de variação de tensões

$N(r)$  número médio de ciclos para ruptura no intervalo de tensões  $r$

O parâmetro de largura de banda do espectro de tensões  $S_{\sigma\sigma}(w)$  é definido por

$$\epsilon = \sqrt{(m_0 m_4 - m_2^2) / (m_0 m_4)} \quad (4.13)$$

sendo os momentos espectrais  $m_i$  definidos por

$$m_i = \int_0^{\infty} w^i S_{\sigma\sigma}(w) dw \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (4.14)$$

Para os processos de banda estreita, em que  $\epsilon = 0$ ,

obtêm-se uma formulação exata para a função densidade de probabilidade do intervalo de tensões, dada pela distribuição de Rayleigh<sup>11</sup>.

$$P(r) = \frac{r}{4 m_0} e^{-r^2/8 m_0} \quad (4.15)$$

O período médio da eq. (4.12) pode ser estimado por

$$\tau_{av} = 2\pi \left[ \frac{m_0}{m_2} (1 - \epsilon^2) \right]^{1/2} \quad (4.16)$$

Para os casos em que  $P(r)$  é dada pela distribuição de Rayleigh (eq. (4.15)) e a expressão logarítmica da curva S-N é uma linha reta, como indicado na eq. (4.10), a integração da eq. (4.12) fornece

$$CDR = \left( \frac{T}{\tau_{av}} \right) \frac{(8 m_0)^{\gamma/2}}{A} \Gamma(1 + \gamma/2) \quad (4.17)$$

sendo  $\Gamma$  a função gama.

Pode-se determinar uma tensão uniforme equivalente que produza um dano a fadiga igual ao dano produzido no processo aleatório, para um mesmo número de ciclos  $n$  e admitidas as mesmas considerações anteriores da curva S-N.

O dano produzido pela tensão uniforme equivalente  $\sigma_{eq}$  é expresso por

$$CDR_{eq} = \frac{n}{A (2 \sigma_{eq})^{-\gamma}} \quad (4.18)$$

sendo  $n$  o número de ciclos do processo, dado por  $n = T/\tau_{av}$

Considerando-se que a tensão significativa pode ser expressa por

$$\sigma_{sig} = 2.0 \sqrt{m_0} \quad (4.19)$$

obtêm-se a seguinte relação

$$\frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{sig}} = \left[ 2^{-\gamma/2} \Gamma(1 + \gamma/2) \right]^{1/\gamma} \quad (4.20)$$

Os valores desta relação para algumas curvas S-N são fornecidos a seguir

CURVA	$\gamma$	$\sigma_{eq}/\sigma_{sig}$
X	4.38	0.864
X'	3.74	0.825
D'	4.38	0.864
E'	3.48	0.809
K	4.66	0.880
K'	4.19	0.852

O dano à fadiga calculado desta maneira para um ponto de uma junta da estrutura, refere-se a uma dada direção de um estado de mar. O dano total neste mesmo ponto é obtido somando-se algebricamente as contribuições dos vários estados de mar e direções de incidência considerados na duração do transporte.

## V - EXEMPLOS

### 5.1 - INTRODUÇÃO

Neste Capítulo serão apresentados dois exemplos. O primeiro refere-se à perna de uma plataforma auto-elevatória e o segundo a uma jaqueta. Para estes exemplos serão analisadas as influências dos efeitos dinâmicos para as condições ambientais extremas e será feita uma avaliação do dano à fadiga ocorrido durante o transporte, utilizando os procedimentos apresentados nos Capítulos II, III e IV. É feita uma comparação dos esforços produzidos na condição "in situ" com os esforços produzidos na condição de transporte.

Os programas de computador utilizados nas análises foram desenvolvidos pela COPPE/UFRJ e acham-se implementados na PETROBRAS.

### 5.2 - EXEMPLO 1

O primeiro exemplo é uma perna de uma plataforma auto-elevatória que deverá operar em lâminas d'água de até 100 m. Trata-se de uma estrutura treliçada tubular que na condição "in situ", ou seja, com o casco elevado, transmite as cargas de operação, peso próprio, etc. às fundações. Nas Figs.(5.2.1) e (5.2.2) são mostradas vistas gerais das pernas e do casco da plataforma.

O modelo estrutural constitui-se de 165 juntas e 468 elementos de barra. O peso dos membros estruturais é 874.1 t e o peso da sapata de fundação (spud can) é 235.4 t, totalizando 1109.5 t.

Na Fig. (5.2.3) é mostrado o unífilar da perna na

região do casco e as simulações dos vínculos entre o casco e a perna. Os eixos globais OXYZ são apresentados na Fig. (5.2.4) juntamente com o unifilar típico dos contraventamentos horizontais, espaçados a cada 5.1 m. A perna analisada é a situada na proa e o ponto para o qual são fornecidos os movimentos é  $X = 5.5$  m,  $Y = - 29.5$  m e  $Z = 2.0$  m. Os movimentos angulares, designados por A1, A2 e A3, correspondem aos eixos X, Y e Z respectivamente. Os movimentos lineares, analogamente são designados por V1, V2 e V3.

Os valores dos movimentos deste exemplo correspondem aos valores obtidos na análise de movimentos de uma estrutura semelhante, que foram determinados utilizando-se a teoria das faixas. Na tabela (5.2.1) são apresentados os estados de mar considerados e os movimentos resultantes obtidos.

Os oito primeiros períodos naturais da perna totalmente elevada são apresentados na tabela (5.2.2), para 5 casos:

- a) retirando-se um trecho superior de 30.6 m
- b) retirando-se um trecho superior de 15.3 m
- c) perna com comprimento original
- d) adicionando-se um trecho superior de 15.3 m
- e) adicionando-se um trecho superior de 30.6 m

Os dois primeiros modos são de flexão em X e Y e o terceiro modo é de torção. Para o caso (c), a relação da maior frequência dos carregamentos para a frequência do 3º modo é 0.164. A resposta foi obtida com 8 modos e correção estática dos modos superiores.

Na Fig. (5.2.5) é feita a comparação das tensões devidas aos esforços axial e de flexão ( $f_a + f_b$ ) na condição

"in place" com as tensões da análise de transporte, para condições extremas de carregamento no plano YZ. O carregamento da condição de transporte foi determinado utilizando-se o critério do American Bureau of Shipping<sup>7</sup>, o que no caso corresponde aos seguintes valores, com período de 10.0 s:

MOVIMENTO	DIREÇÃO	AMPLITUDE
A1	X	15 graus
V2	Y	- 1.287 m
V3	Z	- 4.798 m

Na condição "in place" as cargas foram geradas para os seguintes dados ambientais:

- altura de onda : 15.24 m período: 14.s
- velocidade da corrente na superfície: 0.51 m/s
- velocidade da corrente no fundo : 0.0 m/s
- velocidade do vento : 51.5 m/s
- lâmina d'água : 100. m

No primeiro gráfico são mostradas as tensões ( $f_a + f_b$ ) nos "chords" da face 1 e no segundo as tensões ( $f_a + f_b$ ) nos "braces" verticais da face 3. Pode ser observado que para uma mesma região da estrutura, as condições de carregamento de transporte e "in situ" geram solicitações bastante diferentes.

Na Fig. (5.2.6) são plotados os deslocamentos horizontais Y obtidos para carregamento no plano YZ, para as condições estática e dinâmica no transporte. Foram gerados quatro carregamentos, correspondentes aos três estados de mar e ao critério recomendado pelo American Bureau of Shipping. O peso

próprio também está incluído. As amplificações dinâmicas dos deslocamentos correspondem aproximadamente às amplificações do sistema de um grau de liberdade, utilizando-se o período correspondente ao primeiro modo de flexão (no plano YZ), com máxima diferença percentual de 1.3. Os valores das amplificações dinâmicas para o sistema de um grau de liberdade são apresentados na tabela (5.2.3). O amortecimento assumido foi 1% do amortecimento crítico para todos os modos.

Na verificação do dano à fadiga foi considerado que a duração do transporte seria de 21 dias. Foram considerados três estados de mar, com períodos dos movimentos correspondentes aos períodos de picos das densidades espectrais dos estados de mar. Foram admitidos deslocamentos lineares e angulares médios, correspondentes a 62.5% dos valores significativos. Na tabela (5.2.4) são mostrados o número de ciclos, o período e as amplitudes dos deslocamentos lineares e angulares para cada estado de mar e aproamento.

Um fator de concentração de tensões (SCF) constante para o esforço axial e momento no plano e fora do plano foi admitido para as juntas. A curva S-N corresponde a curva X do API<sup>5</sup>. A tensão de escoamento do material das juntas analisadas é 100 ksi (7.037 t/cm<sup>2</sup>).

Na tabela (5.2.5) são mostrados os danos acumulados em três juntas situadas na região do casco, entre as guias inferior e superior, para dois valores de SCF. Pode ser observado que devido à forma logarítmica da curva S-N, uma variação positiva de 20% no valor do SCF causa um acréscimo de 122% no dano.

Na tabela (5.2.6) são apresentados os fatores de multiplicação do dano para os casos de retirada (-) e adição (+)

de um trecho de perna de 15.3 e 30.6 m em relação ao comprimento original de 127.5 m, calculados para o terceiro estado de mar da tabela (5.2.4). Admite-se que as características do sistema não tenham sido alteradas significativamente, desta maneira pode-se adotar as mesmas amplitudes de movimentos anteriores.

Observa-se uma diminuição bastante significativa do dano, de cerca de 9 vezes para um trecho retirado de 15.3 m (3 "Bays") e cerca de 9.0 vezes, para um trecho de 30.6 m, correspondente a 6 "Bays". Para os casos de aumento do comprimento de perna de 15.3 e 30.6 ocorre uma multiplicação do dano de cerca de 6 e 33 vezes respectivamente.

Nota-se portanto, um caráter exponencial do dano em relação ao comprimento de perna, ou seja, pequenas variações de comprimento acarretam variação bastante significativa no número admissível de ciclos e portanto no dano.

Para este mesmo estado de mar e aproamento, foi feita uma variação no período de 7.4 s para 6.727 s, ou seja,  $T_1 = 1.1 T_2$ . Neste caso os danos foram multiplicados por um fator de aproximadamente 2.45, uniforme para todas as juntas.

Este número aproxima-se do valor obtido através das eq. (3.11) e (4.10) para movimentos angulares do sistema de um grau de liberdade, dado por

$$\frac{(CDR)_{6.727s}}{(CDR)_{7.4s}} = \left[ \frac{T_{7.4s}}{T_{6.727s}} \right]^2 \cdot \frac{(FAD)_{6.727s}}{(FAD)_{7.4s}} = \left[ \left( \frac{7.4}{6.727} \right)^2 \cdot \left( \frac{1.0843}{1.0687} \right) \right]^{4.38} = 2.46 \quad (5.1)$$

Um cálculo aproximado do dano à fadiga considerando apenas os movimentos angulares mais importantes A1 e A2, correspondentes a "pitch" e "roll" respectivamente, é descrito a seguir:

Para uma dada amplitude do ângulo resultante  $\theta_o$ , composição de A1 e A2, e um determinado período de oscilação T, existe para cada membro e junta uma relação linear entre as tensões normais dos esforços axiais e de flexão ( $f_a + f_b$ ) aplicados estaticamente e o parâmetro  $\theta_o/T^2$ , da forma

$$f_a + f_b = m \frac{\theta_o}{T^2} \quad (5.2)$$

O parâmetro m para cada membro e junta varia em função da relação A1/A2, como mostrado na Fig. (5.2.7). Para pequenos ângulos pode-se escrever  $\theta_o = (A1^2 + A2^2)^{1/2}$ .

Para uma dada relação A1/A2 obtém-se o valor de m para o membro e junta considerados. A tensão estática obtida pela fórmula (5.2) é multiplicada pelo fator de amplificação dinâmica do correspondente modo de vibração, obtendo-se a tensão total

$$f = FAD * (f_a + f_b) \quad (5.3)$$

Considerando-se o intervalo de tensões e aplicando-se o SCF correspondente, determina-se o número admissível de ciclos à fadiga pela eq. (4.10).

Na tabela (5.3.7) é feita uma comparação das tensões obtidas pelos dois métodos, com indicação do erro percentual definido por

$$e = \left| \frac{f_{\text{prog}} - f_{\text{apr}}}{f_{\text{prog}}} \right| * 100 \quad (5.4)$$

sendo

$f_{\text{prog}}$  - tensão  $(f_a + f_b)$  obtida pelo programa

$f_{\text{apr}}$  - tensão  $(f_a + f_b)$  obtida pelo método aproximado

Para este exemplo,  $T = 7.4s$ ,  $A1 = 0.563^0$  e  
 $A2 = 1.406^0$  e  $A1/A2 = 0.400$ .

Na tabela (5.2.8) são mostrados os estados do mar e os números de ciclos correspondentes em 1 ano, utilizados na análise de fadiga "in situ".

Na tabela (5.2.9) são apresentados os danos acumulados nas condições de transporte e "in situ", para juntas localizadas na região superior da perna e na região próxima à sapata de fundação. A elevação 112.2 m corresponde à guia inferior na condição "in situ", para lâmina d'água de 100. m e as elevações 5.1 e 10.2 m estão situadas entre as guias inferior e superior na condição de transporte, com a perna totalmente elevada. Foi considerado um SCF único de 2.5. Os estados de mar e números de ciclos para as duas condições acham-se nas tabelas (5.2.4) e (5.2.8). A duração do transporte é de 21 dias e para a condição "in situ" foi admitido um período de 10 anos.

Observa-se que para as juntas da parte superior da perna é nulo o dano no transporte, sendo significativo o dano na condição "in situ". Na região inferior da perna ocorre uma inversão e há predominância do dano na condição de transporte. Este fato pode ser explicado em parte pela alternância das tensões nos dois casos, como pode ser visto na Fig. (5.2.5.b).

Pode-se afirmar que para o trecho da perna situado entre as duas regiões analisadas poderá haver contribuições significativas para o dano provenientes tanto da condição de transporte como da condição "in place".

Os parâmetros de cálculo considerados, tais como fator de concentração de tensão, amplitude de movimento, etc. têm grande influência na determinação da vida útil da estrutura. Pequenas variações nestes parâmetros podem resultar numa variação bastante significativa dos resultados, como pode ser visto no estudo de sensibilidade apresentado na tabela (5.2.10), onde foi considerada uma amplificação dinâmica de 10%.

A amplificação dinâmica das tensões reflete diretamente no intervalo de tensões a ser aplicado na determinação do número admissível de ciclos. Desta maneira, devido a forma exponencial da curva S-N, pequenos valores de amplificação nas tensões podem levar a variações apreciáveis no dano, como pode ser visto na tabela (5.2.11), onde os valores dos períodos e amplificações dinâmicas referem-se à tabela (5.2.3).

Pode-se dizer que a análise de fadiga da perna no transporte de uma plataforma auto-elevatória pode ser dimensionante para alguns membros da estrutura ou mesmo inviabilizar o transporte da mesma a partir de uma determinada altura acima do casco. Algumas razões são citadas a seguir:

1. As estruturas tornam-se mais flexíveis, à medida que se opere em lâminas d'água maiores. Isto acarreta uma amplificação dinâmica nas tensões.
2. Com as lâminas d'água crescentes e condições de mar severas, a resistência das pernas deve ser aumentada, de maneira a atender aos carregamentos da condição "in situ". A necessidade de minimizar o peso para suportar os carregamentos de transporte, leva ao uso de aços de alta resistência. Com isto consegue-se um acréscimo nas tensões admissíveis; em contrapartida aumenta o risco de ruptura por fadiga, visto que as curvas

S-N não são modificadas em função da tensão de escoamento do aço.

3. Numa plataforma auto-elevatória, a solicitação da estrutura depende também da lâmina d'água onde estiver instalada. Desta maneira, os membros mais solicitados nos carregamentos dinâmicos "in place" podem não ser os mesmos de locação para locação. Além disto, os membros sujeitos a fadiga numa perna, podem ser regularmente inspecionados e reparados, o que não acontece com uma plataforma fixa. Todavia, o uso de uma plataforma auto-elevatória como plataforma fixa por um longo período, resultará na perda das vantagens citadas.

4. Para uma determinada junta, uma pequena variação dos parâmetros de projeto, tais como o fator de concentração de tensão ou o período de oscilação do sistema, leva a uma variação bastante significativa na vida útil, como pode ser visto na tabela (5.2.10). Observa-se que a contribuição conjunta dos diversos fatores, como SCF, período de oscilação, etc. é obtida através da multiplicação das influências individuais, o que mostra a necessidade da correta determinação e consideração das variáveis envolvidas.

5. Os danos ocorridos na fase de transporte deverão ser somados aos danos da condição "in place". Como pode ser visto na tabela (5.2.5), o transporte da plataforma nas condições especificadas poderia acarretar um dano de 0.318 para a junta 22. Se se considera que a plataforma está sujeita a mudanças de locação, a cada deslocamento serão acumulados danos que deverão ser somados aos danos "in place". Pode-se dizer que os danos obtidos são relevantes, levando-se em conta a curta duração do evento face a duração da condição "in place".

## Aproamento "head"

ESTADO DE MAR	SURGE	SWAY	HEAVE	ROLL	PITCH	YAW
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 5.5$	-	-	0.2	-	1.6	-
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 7.4$	-	-	0.5	-	2.9	-
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 9.3$	-	-	0.8	-	3.3	-

## Aproamento "Quartering"

ESTADO DE MAR	SURGE	SWAY	HEAVE	ROLL	PITCH	YAW
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 5.5$	-	-	0.2	1.2	0.9	0.5
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 7.4$	-	-	0.6	4.5	1.8	1.2
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 9.3$	-	-	0.9	6.1	2.2	1.8

## Aproamento "Beam"

ESTADO DE MAR	SURGE	SWAY	HEAVE	ROLL	PITCH	YAW
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 5.5$	-	0.2	0.2	1.2	0.4	0.6
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 7.4$	-	0.5	0.5	5.4	0.8	1.2
$H_s = 1.5$ $T_p^s = 9.3$	-	1.0	0.9	7.6	0.8	1.5

TABELA 5.2.1 - DESLOCAMENTOS SIGNIFICATIVOS (DOUBLE AMPLITUDE)

unidades: m, s, graus

$H_s$  - altura significativa de onda

$T_p^s$  - período de pico de densidade espectral de estado do mar

MODO	(a) - 30.6 m	(b) - 15.3 m	(c) PERNA ORIGINAL	(d) + 15.3 m	(e) + 30.6 m
1	1.080	1.435	1.876	2.327	2.825
2	1.080	1.435	1.876	2.327	2.824
3	0.628	0.762	0.904	1.033	1.158
4	0.221	0.283	0.356	0.430	0.516
5	0.221	0.283	0.356	0.430	0.516
6	0.217	0.249	0.288	0.321	0.355
7	0.212	0.235	0.255	0.273	0.291
8	0.129	0.156	0.178	0.199	0.231

TABELA 5.2.2 - PERÍODOS NATURAIS DA PERNA (s)

$T_p$ (s)	$w_p$ (rd/s)	$w_n$ (rd/s)	FAD
5.5	1.142	3.349	1.132
7.4	0.849	3.349	1.069
9.3	0.676	3.349	1.042
10.0	0.628	3.349	1.036

TABELA 5.2.3 - AMPLIFICAÇÕES DINÂMICAS PARA O SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE

$w_p$  - frequência do carregamento  
 $w_n$  - frequência natural da perna  
 FAD - fator de amplificação dinâmica

H <sub>s</sub>	T <sub>p</sub>	APROAMENTO	NÚMERO DE CICLOS	A1	A2	A3	V3
1.5	5.5	quarter	110 000	0.281	0.375	0.156	- 0.063
1.5	7.4	head	49 000	0.906	-	-	- 0.156
1.5	7.4	quarter	114 000	0.563	1.406	0.375	- 0.188

TABELA 5.2.4 - NÚMERO DE CICLOS E AMPLITUDES DOS DESLOCAMENTOS  
Unidades: m, grau, s

MEMBRO	JUNTA	C D R		VARIAÇÃO PERCENTUAL	
		SCF = 2.5	SCF = 3.0	SCF	CDR
2009	25	0.102	0.227	20	122
21	21	0.110	0.244	20	122
2007	22	0.143	0.318	20	122

TABELA 5.2.5 - DANOS ACUMULADOS NO TRANSPORTE

MEMBRO	JUNTA	FATORES DE MULTIPLICAÇÃO DO DANO				
		- 30.6 m	- 15.3 m	0.0 m	+ 15.3 m	+ 30.6 m
2009	25	0.012	0.115	1.0	5.98	32.0
21	21	0.011	0.111	1.0	6.13	33.3
2007	22	0.011	0.110	1.0	6.17	33.7

TABELA 5.2.6 - FATORES DE MULTIPLICAÇÃO DO DANO PARA VARIAÇÕES DO COMPRIMENTO DE PERNA NO TRANSPORTE

MEMBRO	JUNTA	$f_{prog}$	$f_{apr}$	e(%)
2009	25	1.314	1.315	0.08
2011	24	0.2656	0.2664	0.30
2012	24	0.2551	0.2558	0.28

TABELA 5.2.7 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DO PROGRAMA COM O MÉTODO APROXIMADO - Unidades: t, cm

ESTADO DE MAR	H(m)	T(s)	Nº DE CICLOS 1 ANO
1	0.296	2.0	1 781 000
2	0.616	2.5	1 143 000
3	0.885	3.0	578 200
4	1.202	3.5	416 500
5	1.675	4.0	321 600
6	2.747	5.0	218 000
7	4.883	7.0	140 910
8	8.008	9.0	1 103
9	11.914	11.0	5

TABELA 5.2.8 - ESTADOS DE MAR PARA ANÁLISE DE FADIGA "IN SITU"

JUNTA	BRACE	LOCALIZAÇÃO (ELEVAÇÃO)	DANOS ACUMULADOS		
			TRANSPORTE	"IN SITU"	TOTAL
223	2135	112.2	0.0	0.486	0.486
226	2136	112.2	0.0	0.545	0.545
221	2138	112.2	0.0	0.489	0.489
13	13	5.1	0.0533	$9.27 \cdot 10^{-5}$	0.0534
13	2009	5.1	0.102	$4.41 \cdot 10^{-4}$	0.102
25	2009	10.2	0.102	$3.87 \cdot 10^{-4}$	0.102

TABELA 5.2.9 - DANOS ACUMULADOS PARA AS CONDIÇÕES DE TRANSPORTE E "IN SITU"

PARÂMETRO	VARIAÇÃO (%)	VIDA ÚTIL
Condição inicial	-	100
SCF	- 10	152
SCF	+ 10	66
Amplitude do movimento	- 10	152
Amplitude do movimento	+ 10	66
Período de oscilação	- 10	43
Período de oscilação	+ 10	230
Amplificação dinâmica 10%	-	66
Sem amplificação dinâmica	-	100
Todos simultâneos e favoravelmente	-	531
Todos simultâneos e desfavoravelmente	-	12

TABELA 5.2.10 - SENSIBILIDADE DO CÁLCULO DA VIDA ÚTIL NO TRANSPORTE

$T_p$ (s)	FAD	FATORES DE MULTIPLICAÇÃO DO DANO
5.5	1.132	1.72
7.4	1.069	1.34
9.3	1.042	1.20
10.0	1.036	1.17

TABELA 5.2.11 - FATORES DE MULTIPLICAÇÃO DO DANO CONSIDERANDO-SE APENAS A AMPLIFICAÇÃO DINÂMICA DAS TENSÕES

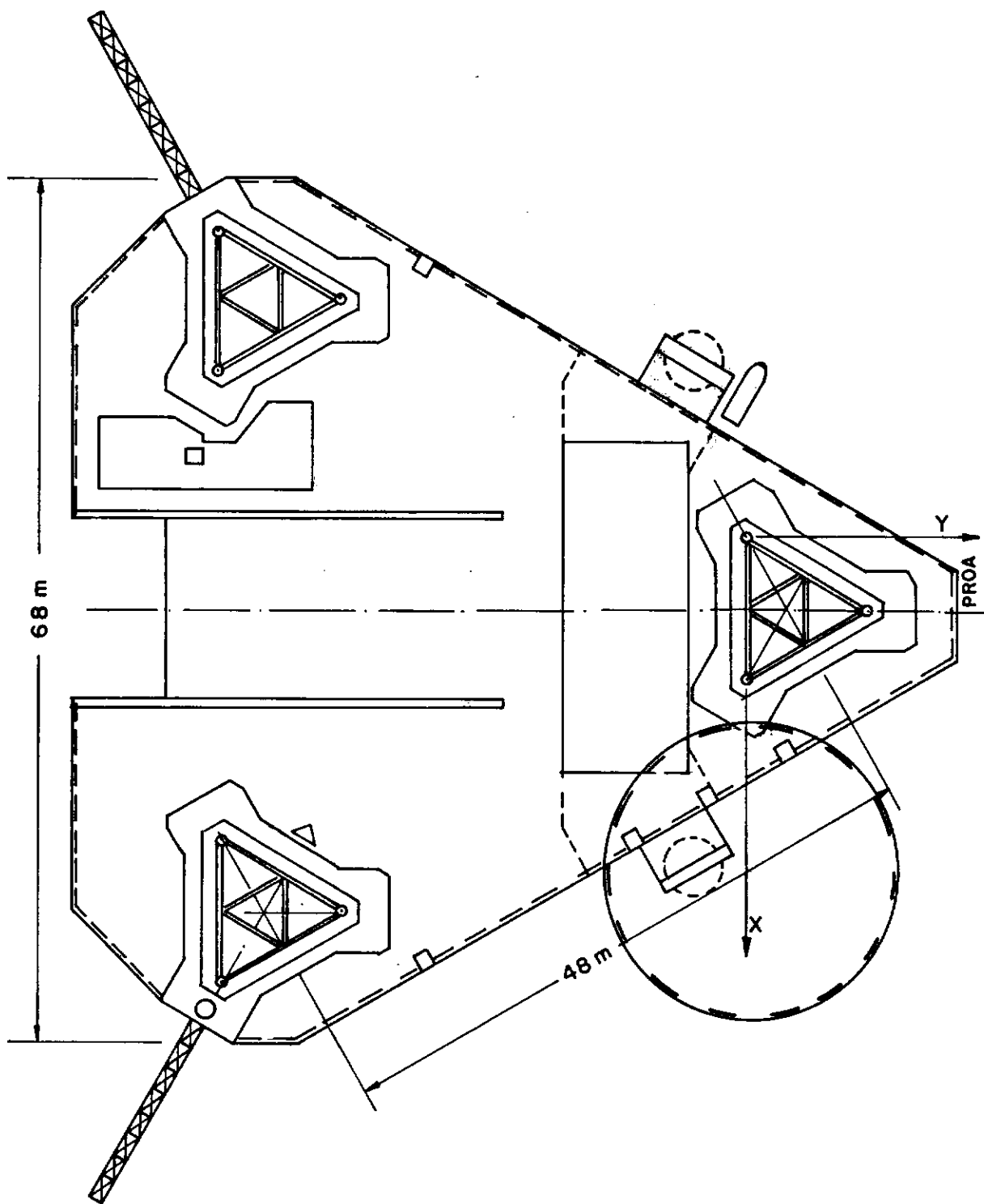


Fig.52.I\_Vista de topo da plataforma auto-elevatória

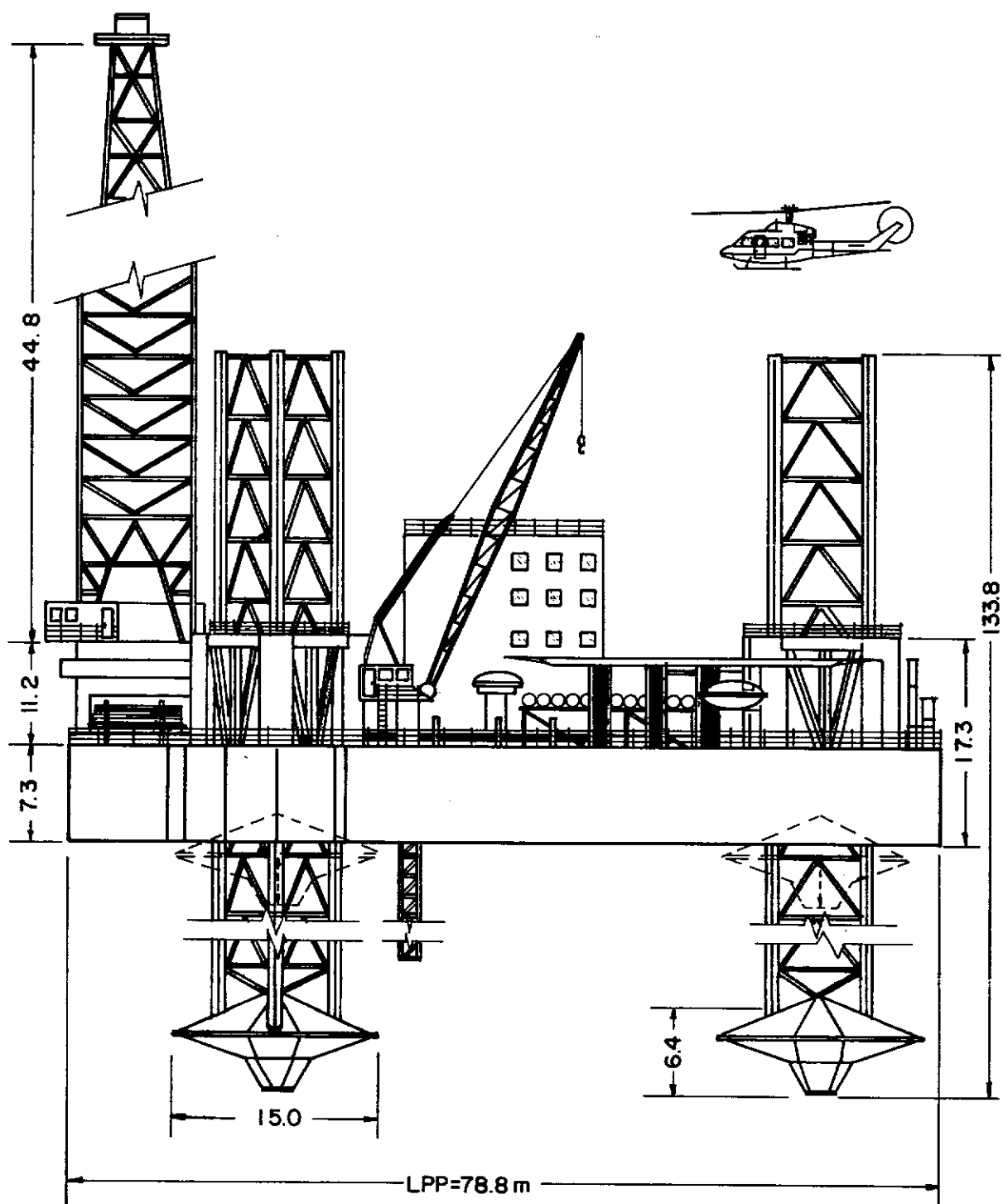


Fig.5.2.2\_Vista lateral da plataforma auto-elevatória

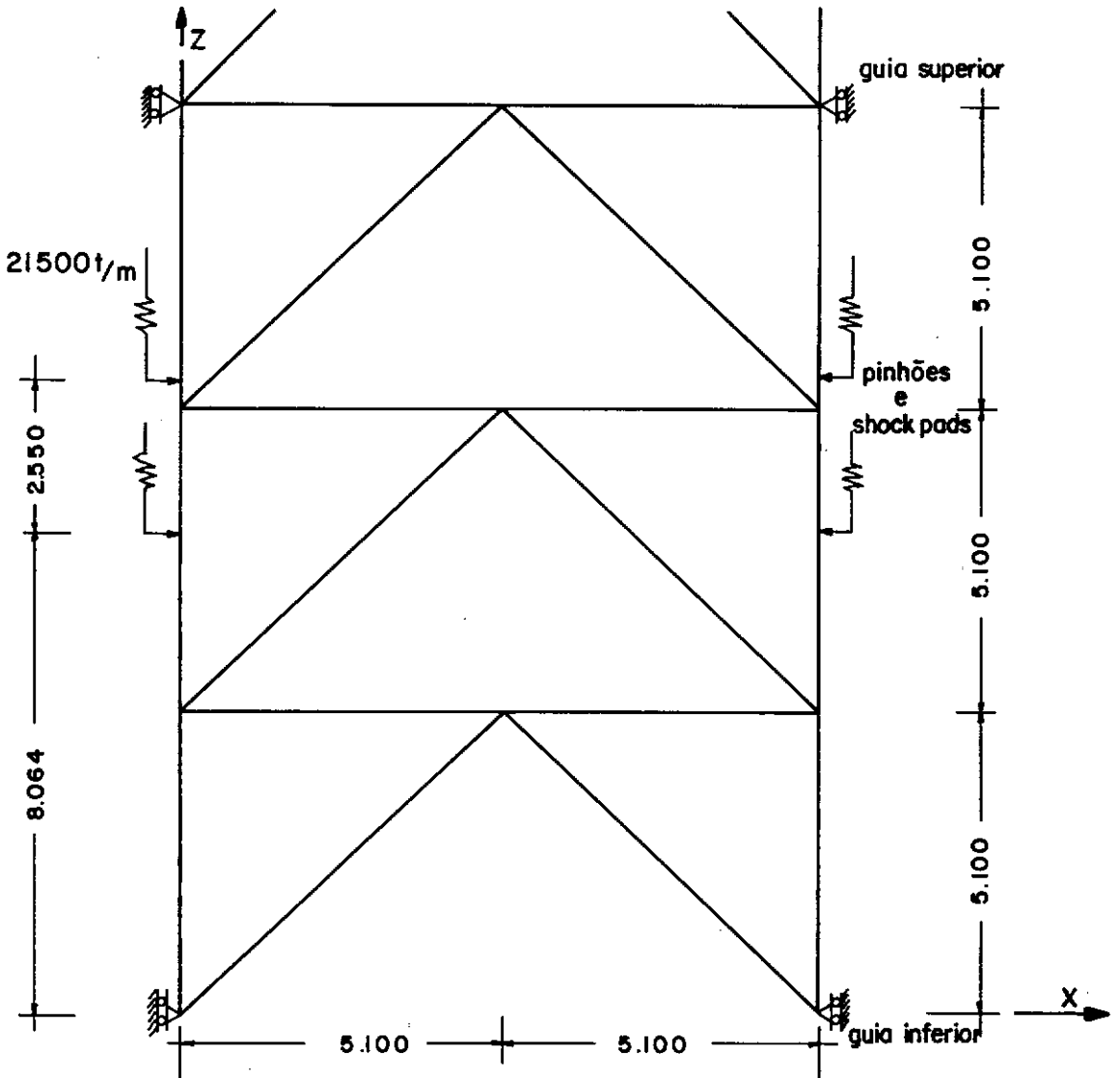
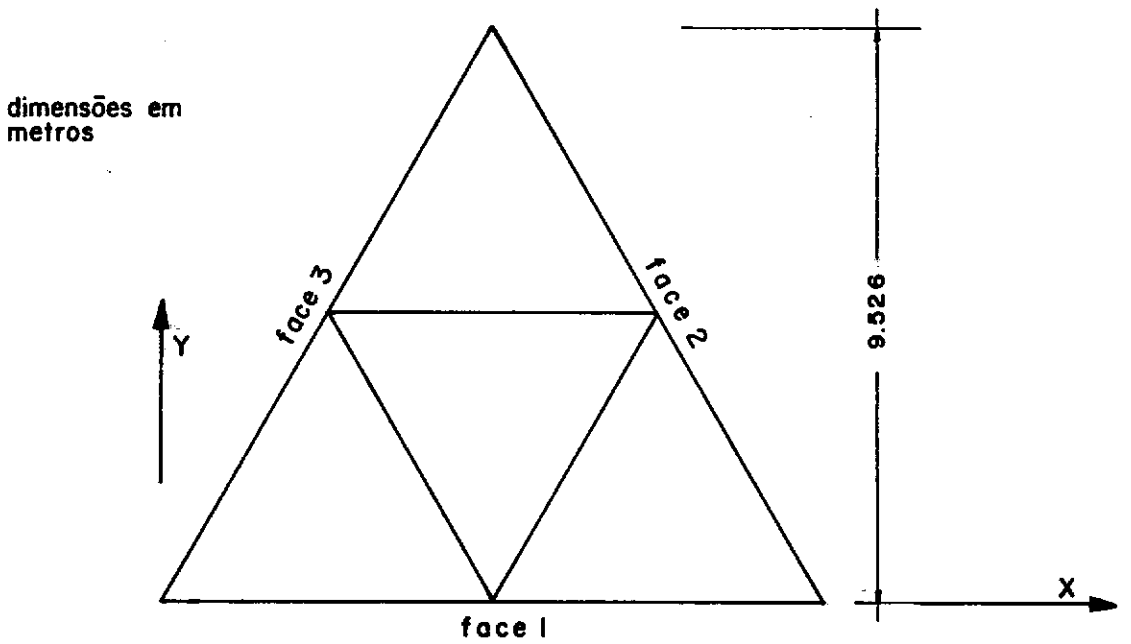
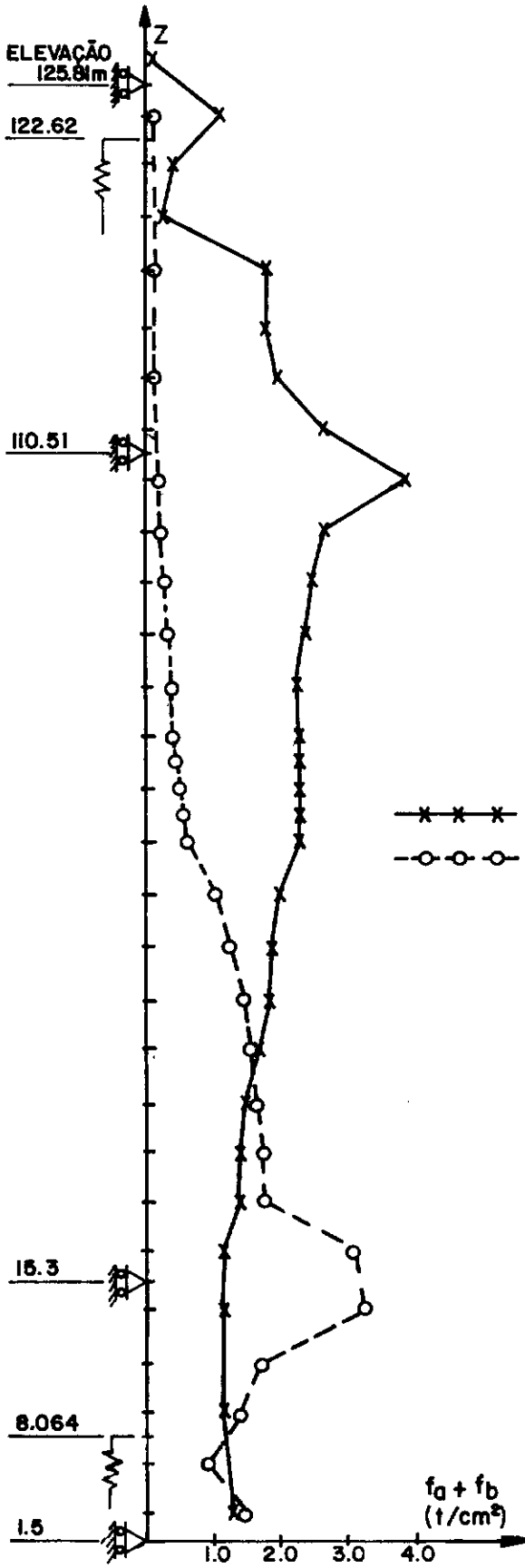


Fig.5.2.3 \_ Unifilar da perna na região do casco

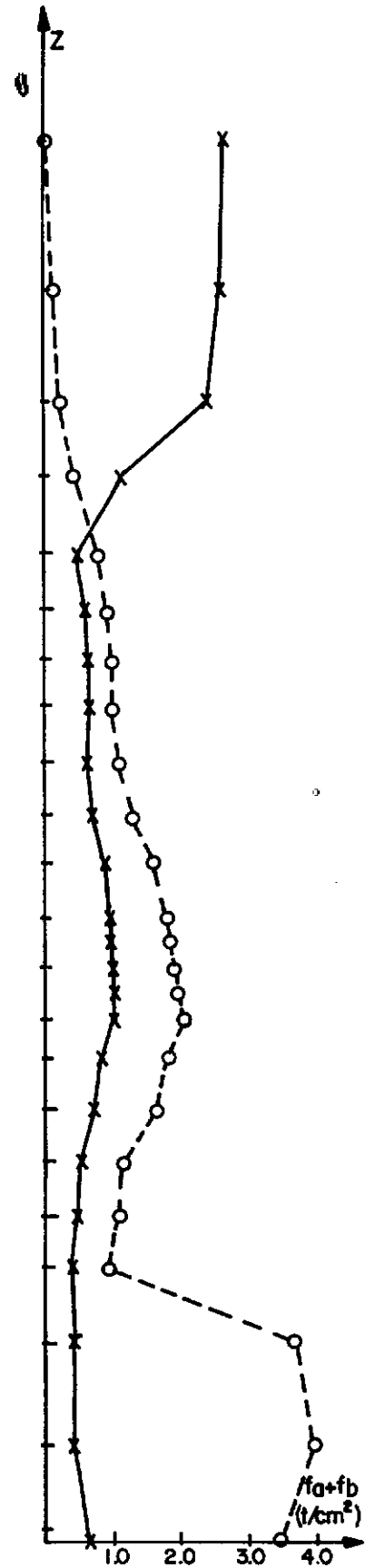


dimensões em metros

Fig. 5.2.4 \_ Contraventamento horizontal típico



(a) tensões nos chords da face 1



(b) tensões nos braces verticais da face 3

Fig.5.2.5\_Comparação das tensões in situ e no transporte

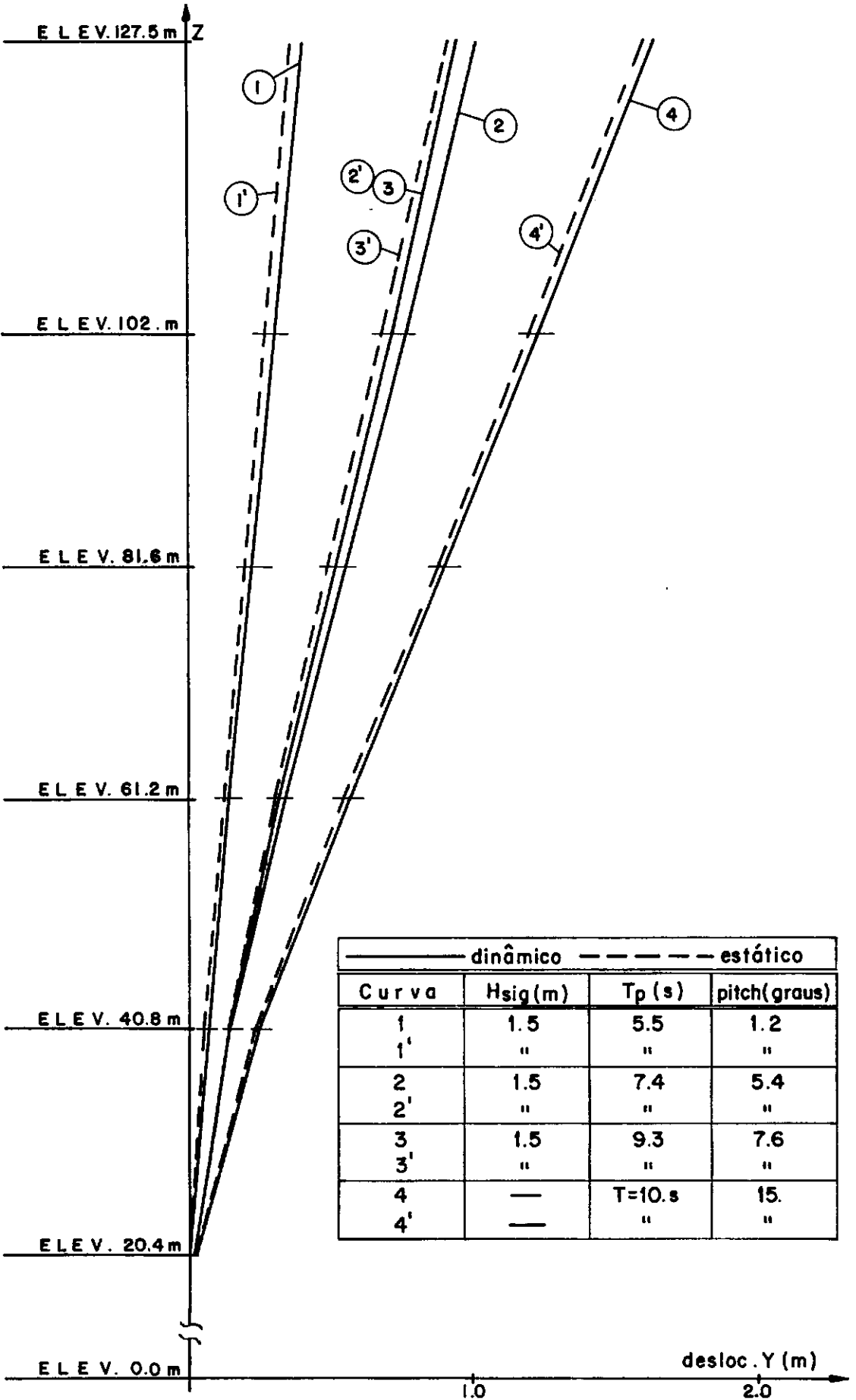


Fig.5.2.6\_Deslocamentos horizontais

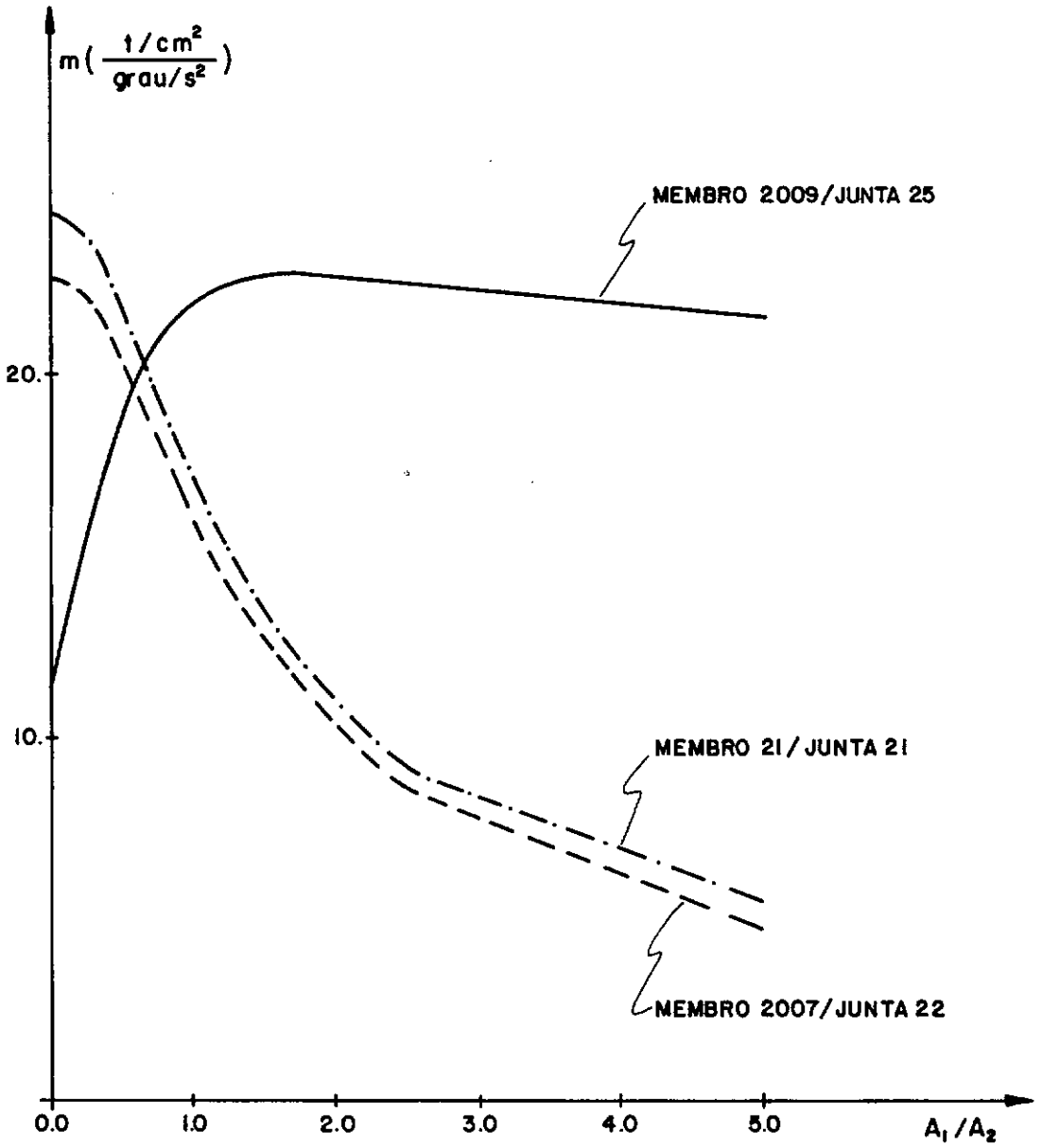


Fig.5.2.7\_Parâmetro de proporcionalidade  $m = \frac{f_a + f_b}{\Theta_o/T^2}$

## 5.3 - EXEMPLO 2

O segundo exemplo refere-se a uma jaqueta que deverá ser instalada em lâmina d'água de 230 m. O topo e a base são quadrados de lados 27.732 m e 75.432 m e as faces têm inclinação de 1:10.

O contraventamento das faces é do tipo X nos "bays" superiores e duplo X nos dois últimos "bays" inferiores. A viga de lançamento, que é a estrutura principal de resistência dos esforços provenientes da condição de lançamento, é interrompida a 45m do topo da jaqueta.

Na Fig. (5.3.1) é mostrado o posicionamento da jaqueta na balsa e os sistemas de eixos OXYZ do modelo estrutural da jaqueta e  $O_V X_V Y_V Z_V$ , do modelo de análise de movimentos. As dimensões da balsa são 198 m x 52 m x 12 m. Note-se o balanço do topo da jaqueta projetando-se além dos limites do "rocker arm".

Na Fig. (5.3.2) são apresentados a configuração típica das mesas, apoiada nos "skid beams" e as conexões da jaqueta com o convés da balsa (sea fastening). A Fig. (5.3.3) apresenta a face da viga de lançamento, com abertura inferior para encaixe lateral no gabarito (template).

O modelo estrutural consta de 270 juntas e 684 elementos. O peso total da estrutura, incluindo acessórios como anodos, "packers", etc. é 8452.1 t. Os vínculos jaqueta/Balsa são do tipo apoio rígido simples, num total de 14, correspondendo a 2 pontos de contato viga de lançamento/"skid beam" por mesa. O ponto para o qual são fornecidos os movimentos é (sistema OXYZ)  $X = 0.0$  m,  $Y = 142$  m e  $Z = -19$  m.

Os dez primeiros períodos naturais são apresentados na tabela (5.3.1). Devido a particular distribuição espacial dos membros estruturais e condições de contorno, não há nos primeiros modos de vibração predominância de uma determinada direção de deslocamento em relação às demais, como havia no exemplo anterior.

Os resultados dos movimentos deste exemplo, correspondem a valores obtidos da análise de sistemas semelhantes, através do programa OSCAR e fazendo uso da teoria das faixas. Na tabela (5.3.2) são apresentadas as amplitudes significativas dos deslocamentos angulares, para dois casos e três direções de incidência das ondas.

O caso 1 refere-se à balsa sem bolina e no caso 2 a balsa foi dotada de duas bolinas de 1.0 m de largura e comprimento de 125.0 m. A bolina é um mecanismo de estabilização e sua atuação é no sentido de aumentar o amortecimento do sistema, para o movimento de "roll". Conseqüentemente os deslocamentos, velocidades e acelerações angulares de "roll" serão menores. Ao mesmo tempo, observa-se uma pequena variação do período natural para este grau de liberdade.

Na Fig. (5.3.4) é feita a comparação das tensões normais devidas aos esforços axial e de flexão ( $f_a + f_b$ ) para as condições extremas de carregamento de transporte e "in situ". As condições ambientais "in situ" correspondem a: altura de onda : 14.2 m - período: 11.1 s - velocidade de corrente de superfície: 1.9 m/s - lâmina d'água: 230 m - velocidade de corrente de fundo: 0.0 m/s.

No primeiro gráfico são mostradas as tensões ( $f_a + f_b$ ) para os "braces" da face 1 próximos à perna A1 e no se-

gundo, as tensões  $(f_a + f_b)$  para "braces" das mesas próximos à perna A-2. Em geral membros das faces são mais solicitados na condição "in place", ao passo que membros das mesas são mais requeridos na condição de transporte.

Observa-se neste exemplo ampliações dinâmicas da ordem de 1% nos deslocamentos lineares da junta central do contraventamento X, entre as elevações - 160.0 m e - 122.714 m, face 2, para carregamento com  $T = 5.5$  s e 1% do amortecimento crítico, constante para os modos. Sendo este painel uma das regiões mais flexíveis da estrutura e considerando-se que os períodos de oscilação serão na maioria dos casos maiores que 5.5 s, pode-se dizer que não há contribuição significativa dos efeitos dinâmicos na resposta.

Na tabela (5.3.3) são apresentados os números de ocorrências de alturas e períodos significativos de ondas para uma região próxima ao campo de Garoupa<sup>21</sup>. O número em cada bloco indica o número de ocorrências por 1000. Foram admitidas as seguintes porcentagens de aproamento:

"head"	30%
"quarter"	50%
"beam"	20%

Na tabela (5.3.4) são mostradas as forças cortantes significativas jaqueta / balsa para os estados de mar considerados e os dois casos. A Fig. (5.3.5) resume os resultados dos movimentos fornecidos pelo programa OSCAR para "beam seas" em termos das amplitudes significativas do esforço transversal e do ângulo de "roll", para 6.0 m de altura significativa de onda e vários períodos espectrais médios dos estados de mar. Os valores estatísticos foram obtidos a partir de RAO's utilizando-se a for

mulação espectral do ISSC para o mar<sup>17</sup>.

A verificação do dano à fadiga será feita considerando-se que os movimentos mais importantes são os angulares A1 e A2, correspondentes a "pitch" e "roll" respectivamente.

Admite-se que para um determinado estado de mar e aproamento, as tensões  $(f_a + f_b)$  atuantes num determinado membro e junta da estrutura tenham distribuição de Rayleigh e que a relação entre seu valor significativo e o valor significativo da força cortante entre a jaqueta e a balsa seja a mesma que para um carregamento estático análogo. Considerando-se ainda as relações lineares entre o esforço significativo balsa/jaqueta, a altura significativa de onda e o deslocamento angular significativo para um mesmo período médio espectral, pode-se fazer uma avaliação do dano à fadiga, utilizando-se o conceito de tensão uniforme equivalente, apresentado no item 4.4 do capítulo anterior.

A determinação do dano acumulado diariamente para um determinado membro/junta e aproamento é feita através das seguintes etapas:

1. determinação da relação entre  $(f_a + f_b)$  e o esforço cortante jaqueta/balsa.
2. multiplicação da força cortante significativa jaqueta/balsa pela relação do item anterior, obtendo-se  $(f_a + f_b)_{sig}$ .
3. determinação da tensão uniforme equivalente  $(f_a + f_b)_{eq}$  através da eq. (4.20).
4. cálculo de  $(f_a + f_b)' = 2.0 * (f_a + f_b)_{eq} * SCF$ .
5. determinação do número admissível de ciclos  $N$  através da eq. (4.10).
6. determinação do número de ciclos atuante  $n$ , através do pe-

ríodo médio de oscilação, diagrama de ocorrências e porcentagem de ocorrência do aproamento.

7. cálculo do dano  $CDR = n/N$ .

Para cada membro/junta, aproamento e ocorrência efetua-se os passos 1 a 7, obtendo-se o dano acumulado em 24 horas.

Na tabela (5.3.5) são apresentados os danos diários e para 10 dias de duração do transporte de alguns membros/juntas, para curva X do API<sup>5</sup> e  $SCF = 2.5$ , para os dois casos considerados. Na mesma tabela é mostrada para cada membro/junta a relação dos danos nos dois casos analisados. Observa-se danos acumulados máximos de 0.347 e 0.0192 para os casos sem e com bolina respectivamente. A relação entre os danos dos dois casos, para cada junta, varia de um mínimo de 4 até um máximo de 141. Para o membro 752/junta 712, que apresentava o maior dano no caso sem bolina, houve uma redução de 128 vezes no dano acumulado, no caso com bolina.

Pode-se determinar uma curva limite de movimentos da embarcação de maneira a se limitar o dano a um valor máximo, para uma determinada duração do transporte. Para um limite do dano acumulado a 0.1 e duração do transporte de 10 dias, é determinada uma curva que relaciona a amplitude significativa do ângulo de "roll" e o período médio da densidade espectral do estado de mar, para o membro 330, junta 312, apresentada na Fig. (5.3.6) para os casos 1 e 2.

Os resultados obtidos no cálculo da vida útil são bastante sensíveis aos parâmetros de cálculo considerados, tais como altura de onda, fator de concentração de tensão, etc. Uma pequena variação nestes parâmetros pode resultar numa variação

bastante significativa dos resultados. Um estudo de sensibilidade do cálculo para o membro 330, junta 312 e período médio de densidade espectral do estado de mar igual a 9.0 s é apresentado na tab. (5.3.6).

A consideração isolada da amplificação dinâmica de 1%, anteriormente citada, acarreta um acréscimo de cerca de 4.5% no dano. Sendo 1% correspondente ao máximo valor observado e considerando-se as incertezas na determinação dos demais parâmetros, pode-se dizer que os efeitos dinâmicos não são relevantes na determinação do dano à fadiga para este caso.

Na tabela (5.3.7) são mostrados os danos acumulados para um estado de mar com  $H_s = 6.0$  m e  $T_{\text{médio}} = 9.0$  s, com duração de 12 horas e aproamento em "beam seas". Tal situação poderá ocorrer no caso do rompimento do cabo de reboque numa tempestade. Neste caso, há uma redução relevante no dano, devido à presença da bolina. A relação dos danos para os dois casos é de cerca de 230.

Portanto, a consideração do estudo de fadiga no transporte de jaquetas pode tornar-se importante, pelas razões enumeradas a seguir:

1. Para a estrutura analisada, a particular configuração resultou numa parte da jaqueta projetada além dos limites da balsa. A ocorrência deste balanço transfere o carregamento gerado nesta parte da estrutura para a terceira mesa, o que acarreta solicitações consideráveis nos membros da mesa.
2. A ruptura do cabo de reboque em condições de mar adversas pode deixar a balsa à deriva por várias horas, devido à dificuldade de aproximação do rebocador. O fato de não haver tripulação na balsa também dificulta a operação de reconectar o cabo. Para esta condição desfavorável, embora de curta duração, podem ocorrer danos bastantes significativos, como po

de ser visto na tabela (5.3.7).

3. Para uma determinada junta, uma reavaliação dos valores dos dos parâmetros de cálculo pode levar a valor bastante diferente para a vida útil, conforme é mostrado na tab. (5.3.6).
4. O uso crescente de aços de alta resistência leva a tensões de trabalho mais elevadas. Entretanto não há um ganho correspondente na curva S-N em função da mudança de resistência do material.
5. Os danos ocorridos na fase de transporte deverão ser somados aos danos da condição "in place". Sendo a duração do transporte muito pequena em relação à duração da fase "in situ", é desejável que apenas uma pequena parcela da capacidade de resistência à fadiga seja "consumida" nesta fase.

É razoável admitir-se que durante o transporte ha ja um dano acumulado de 10% da capacidade de resistência para determinados membros da estrutura. A fixação deste valor depende da ocorrência de áreas abrigadas e da facilidade de inspeção e repa ro em pontos próximos à rota. A dificuldade e os custos elevados de inspeções e reparos em áreas submersas também determina a fixação de valores para o dano.

Adicionalmente podem ser tomadas as seguintes providências quanto à parte operacional:

1. monitorar contínua e detalhadamente os movimentos da Balsa, de maneira a se obter um acompanhamento diário do dano acumulado, em confronto com os valores previstos no projeto e
2. obter as melhores previsões oceano-meteorológicas possíveis. É possível deste modo evitar a ocorrência de estados de mar não previstos no projeto, através de uma mudança de rota.

A atuação da bolina no sentido de diminuir o dano é bastante importante, como pode ser visto nas Tabela (5.3.5) e (5.3.7). Para as condições normais observa-se uma redução no dano de até 141 vezes (junta 311) ao passo que para a condição extrema uma redução de aproximadamente 230 vezes ocorre para todas as juntas.

MODO	PERÍODO NATURAL (s)
1	1.059
2	1.002
3	1.001
4	0.920
5	0.822
6	0.820
7	0.810
8	0.795
9	0.769
10	0.748

TABELA 5.3.1 - PERÍODOS NATURAIS DA JAQUETA NA CONDIÇÃO DE TRANSPORTE

CASO	$H_s$	$T_{\text{médio}}$	"HEAD"	"QUARTER"		"BEAM"
			"PITCH"	"ROLL"	"PITCH"	"ROLL"
1 sem bolina	6.0	6.0	0.794	1.574	1.362	7.042
	6.0	6.0	2.153	2.829	2.318	8.253
	6.0	12.	2.348	2.532	2.162	6.246
2 com bolina	6.0	6.0	0.794	0.596	1.364	2.076
	6.0	9.0	2.153	1.148	2.316	2.310
	6.0	12.	2.348	1.244	2.158	2.038

TABELA 5.3.2 - AMPLITUDES SIGNIFICATIVAS DE DESLOCAMENTOS ANGULARES. UNIDADES: m, grau, s

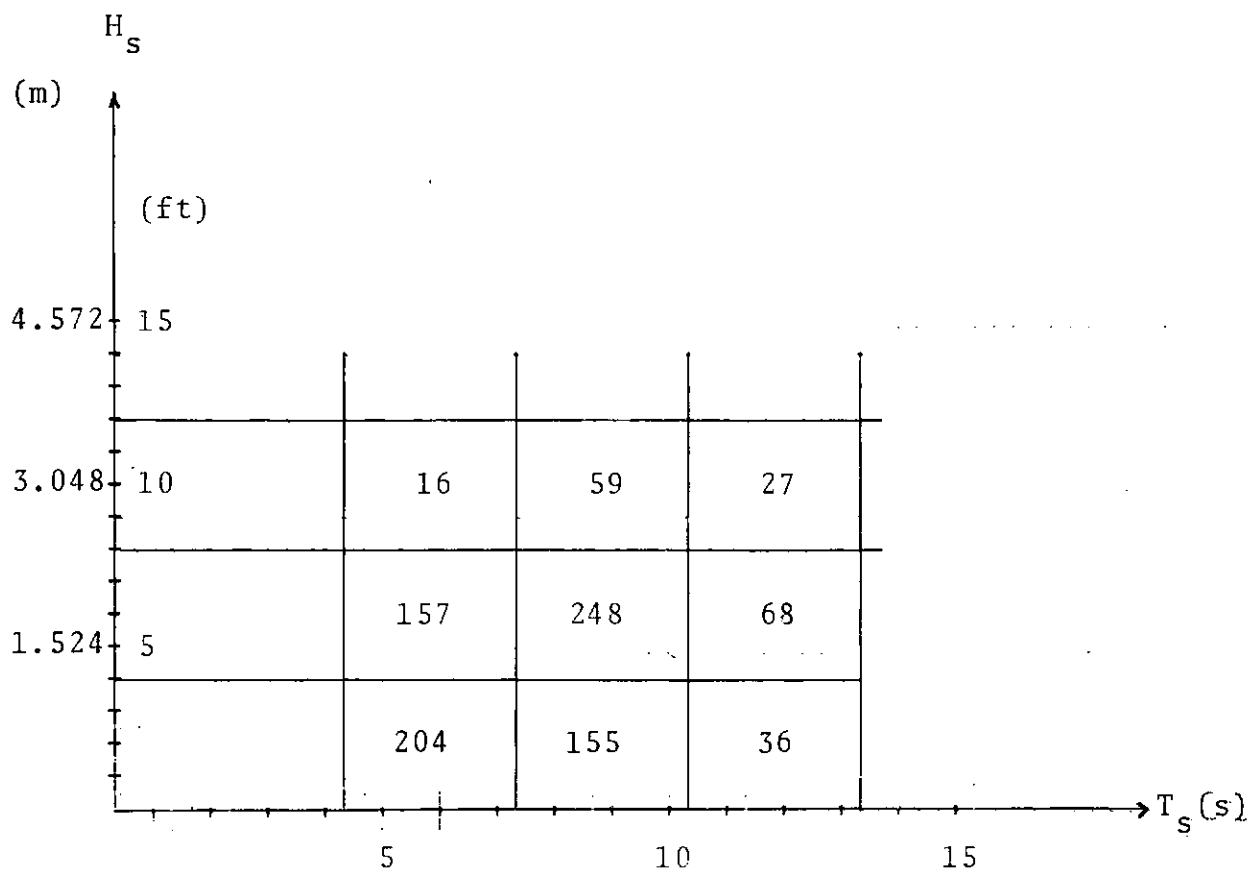


TABELA 5.3.3 - OCORRÊNCIAS DE ONDAS

CASO	$H_s$ (m)	$T_{\text{médio}}$ (s)	"HEAD"	"QUARTER"		"BEAM"
			LONG.	LONG.	TRANSV.	TRANSV.
sem bolina	6.0	6.0	341.	623.	692.	3541.
	6.0	9.0	718.	861.	1045.	3529.
	6.0	12.0	691.	706.	842.	2462.
com bolina	6.0	6.0	341.	624.	305.	1221.
	6.0	6.0	718.	860.	408.	1019.
	6.0	12.0	691.	705.	374.	746.

TABELA 5.3.4 - FORÇAS CORTANTES SIGNIFICATIVAS JAQUETA/BALSA (t)

MEMBRO	JUNTA	LOCALIZAÇÃO	CDR/DIA		CDR 10 DIAS		CDR s/ BOLINA
			SEM BOLINA	COM BOLINA	SEM BOLINA	COM BOLINA	CDR c/ BOLINA
351	311	mesa 3	$1.11 * 10^{-2}$	$7.9 * 10^{-5}$	$1.11 * 10^{-1}$	$7.9 * 10^{-4}$	141
343	312	mesa 3	$7.77 * 10^{-3}$	$1.21 * 10^{-3}$	$7.77 * 10^{-2}$	$1.21 * 10^{-2}$	6
752	712	mesa 7	$3.47 * 10^{-2}$	$2.72 * 10^{-4}$	$3.47 * 10^{-1}$	$2.72 * 10^{-3}$	128
321	1103	mesa 3	$1.02 * 10^{-3}$	$1.46 * 10^{-4}$	$1.02 * 10^{-2}$	$1.46 * 10^{-3}$	7
330	312	mesa 3	$2.54 * 10^{-2}$	$1.92 * 10^{-3}$	$2.54 * 10^{-1}$	$1.92 * 10^{-2}$	13
752	718	mesa 7	$3.37 * 10^{-2}$	$2.66 * 10^{-4}$	$3.37 * 10^{-1}$	$2.66 * 10^{-3}$	127
1243	1408	fase B	$1.43 * 10^{-4}$	$3.6 * 10^{-5}$	$1.43 * 10^{-3}$	$3.6 * 10^{-4}$	4

TABELA 5.3.5 - DANOS ACUMULADOS PARA CONDIÇÕES NORMAIS

PARÂMETRO	VARIAÇÃO (%)	VIDA ÚTIL
Condição inicial	-	100
SCF	- 10	152
SCF	+ 10	66
Altura significativa de onda	- 10	152
Altura significativa de onda	+ 10	66
Período médio espectral de estado de mar	- 10	75
Período médio espectral de estado de mar	+ 10	155
$(f_a + f_b)$ /força cortante jaqueta/balsa	- 10	152
$(f_a + f_b)$ /força cortante jaqueta/balsa	+ 10	66
Todos simultâneos e favoravelmente	-	544
Todos simultâneos e desfavoravelmente	-	22

TABELA 5.3.6 - SENSIBILIDADE DO CÁLCULO DA VIDA ÚTIL

MEMBRO	JUNTA	CDR 12 HORAS		CDR s/BOLINA
		SEM BOLINA	COM BOLINA	CDR c/BOLINA
351	311	3.813	0.0166	230
343	312	1.099	0.0048	230
752	712	11.698	0.0509	230
321	1103	0.260	0.0011	230
330	312	6.116	0.0266	230
752	718	11.371	0.0494	230
1243	1408	0.013	$5.6 * 10^{-5}$	230

TABELA 5.3.7 - CDR PARA "BEAM SEAS"

$$H_{sig} = 6.0 \text{ m e } T_m = 9.0 \text{ s}$$

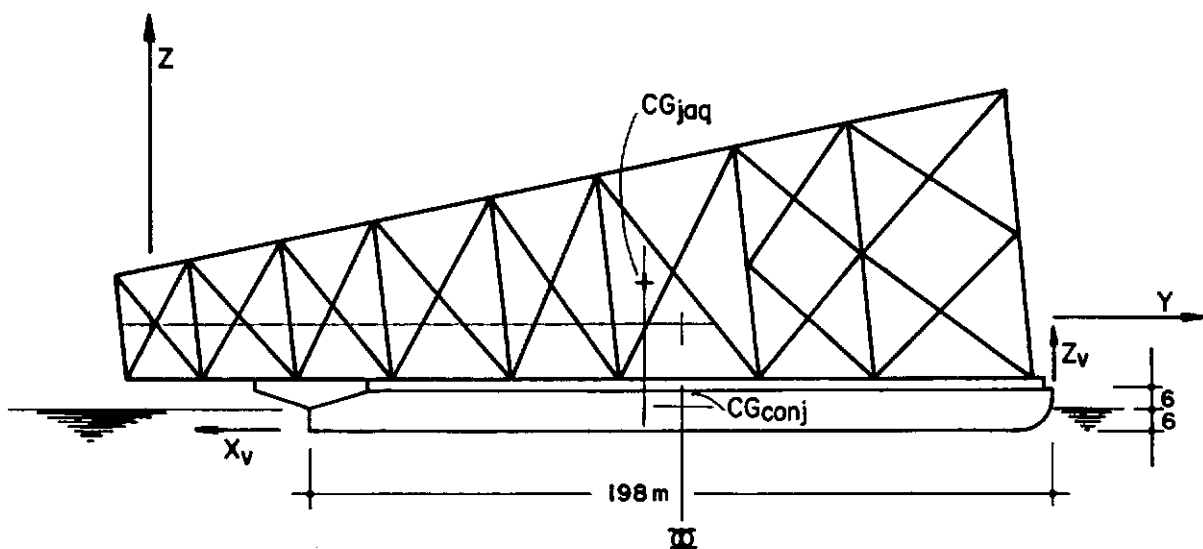


Fig.5.3.1\_ Posicionamento da jaqueta na balsa  
XYZ sistema ADEP  
 $X_v Y_v Z_v$  vessel system

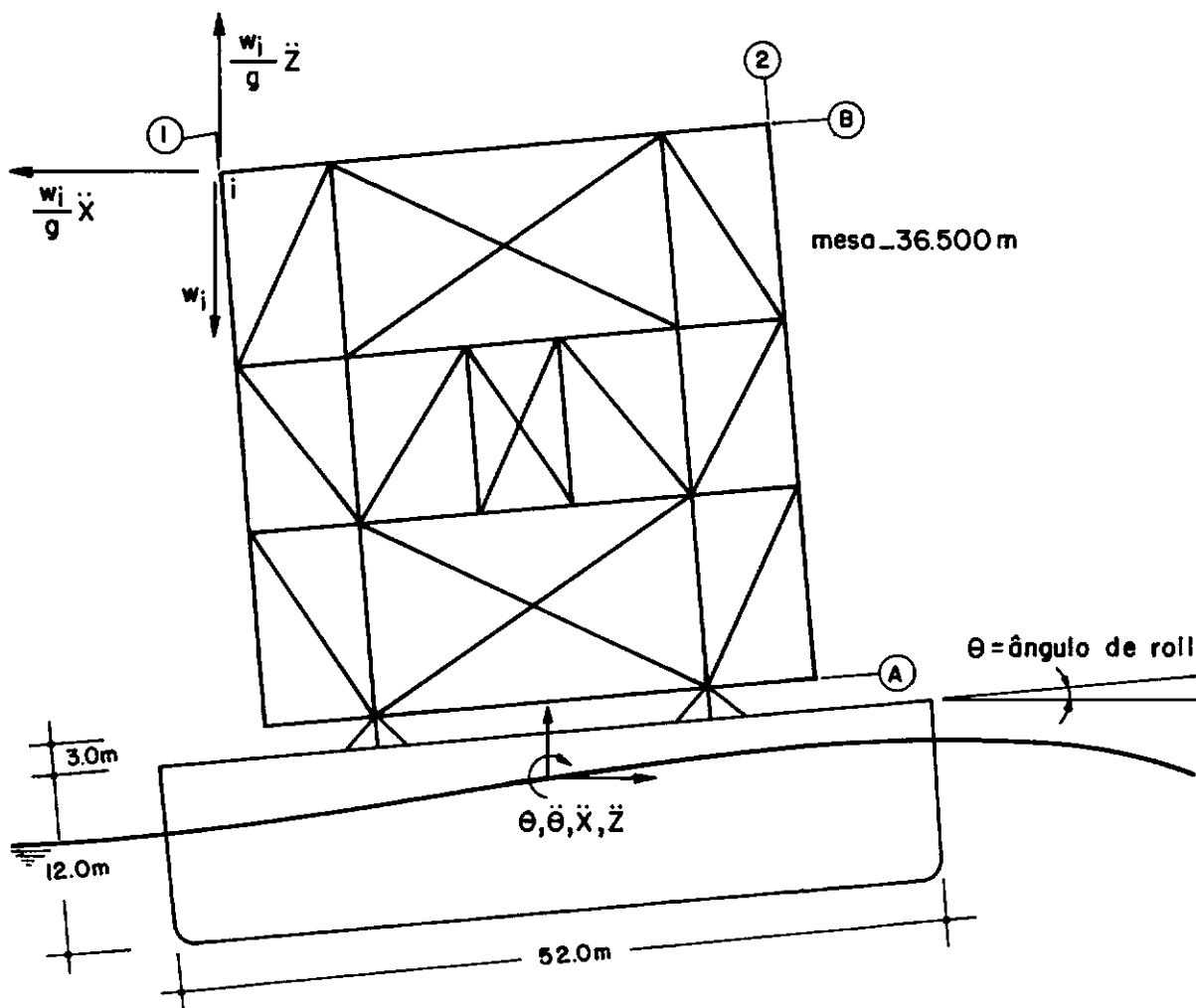


Fig.5.3.2\_ Forças de inércia e gravidade impostas à jaqueta no transporte

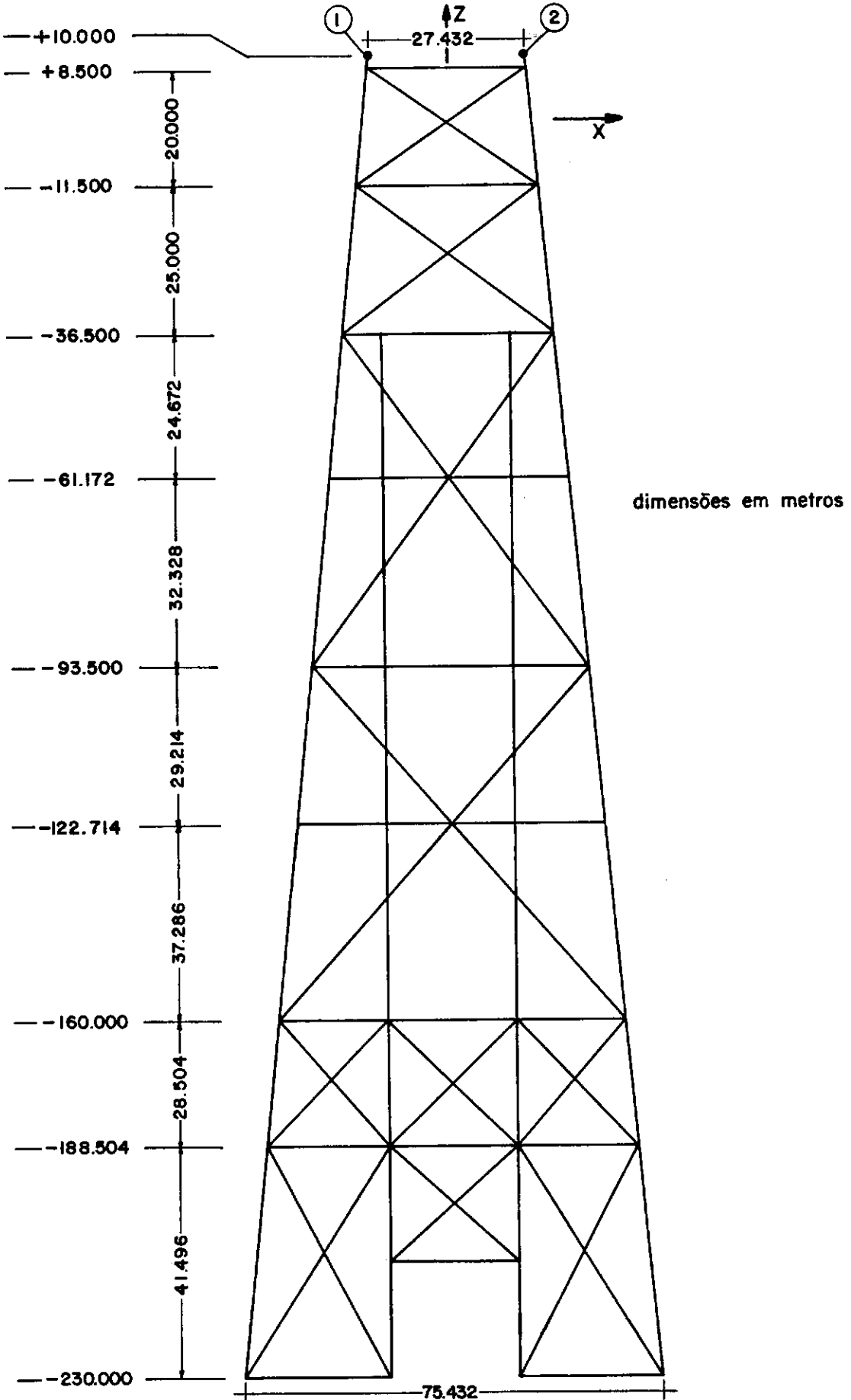


Fig.5.3.3\_Face da viga de lançamento

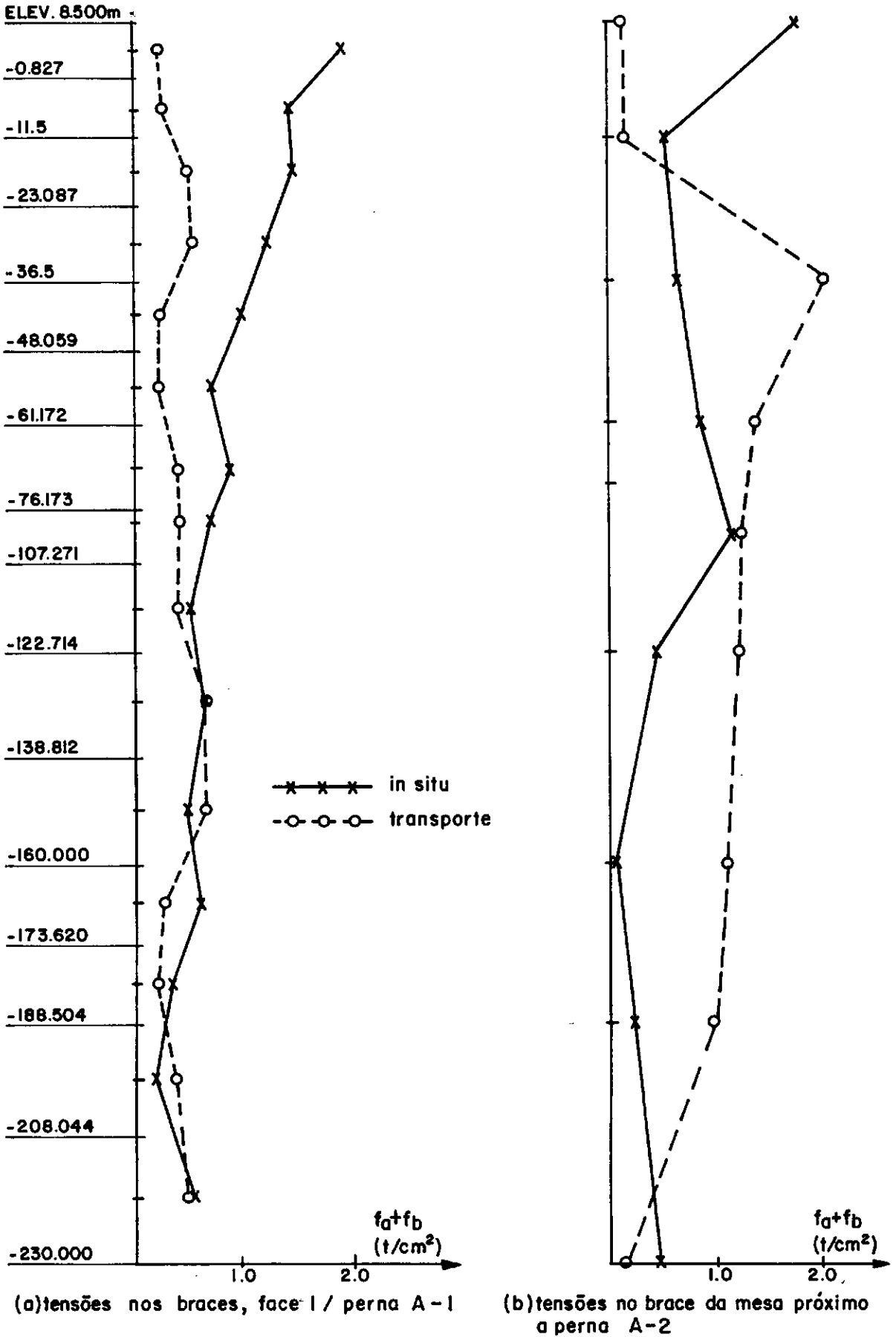


Fig.5.3.4\_ Comparação das tensões in situ e no transporte

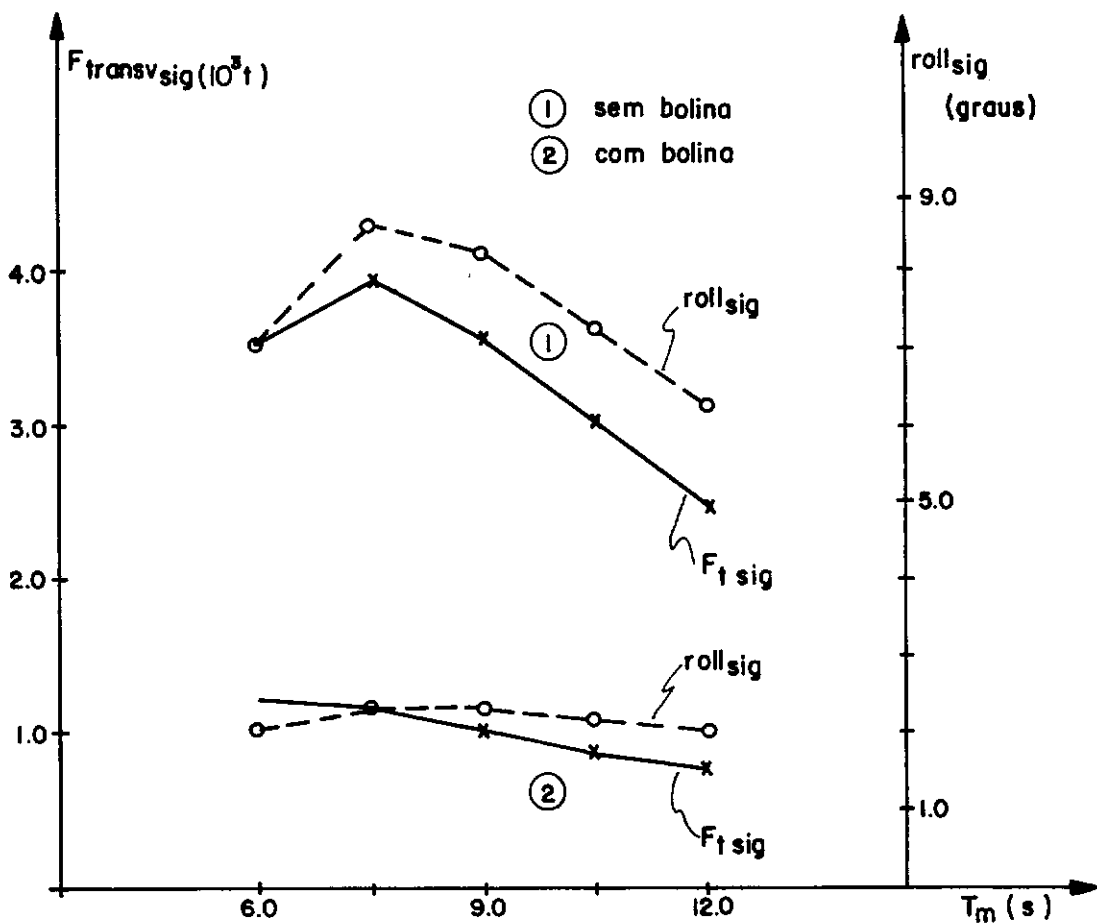


Fig.5.3.5 \_roll (s.a.) e força transversal significativos para  $H_{sig} = 6.0$  m

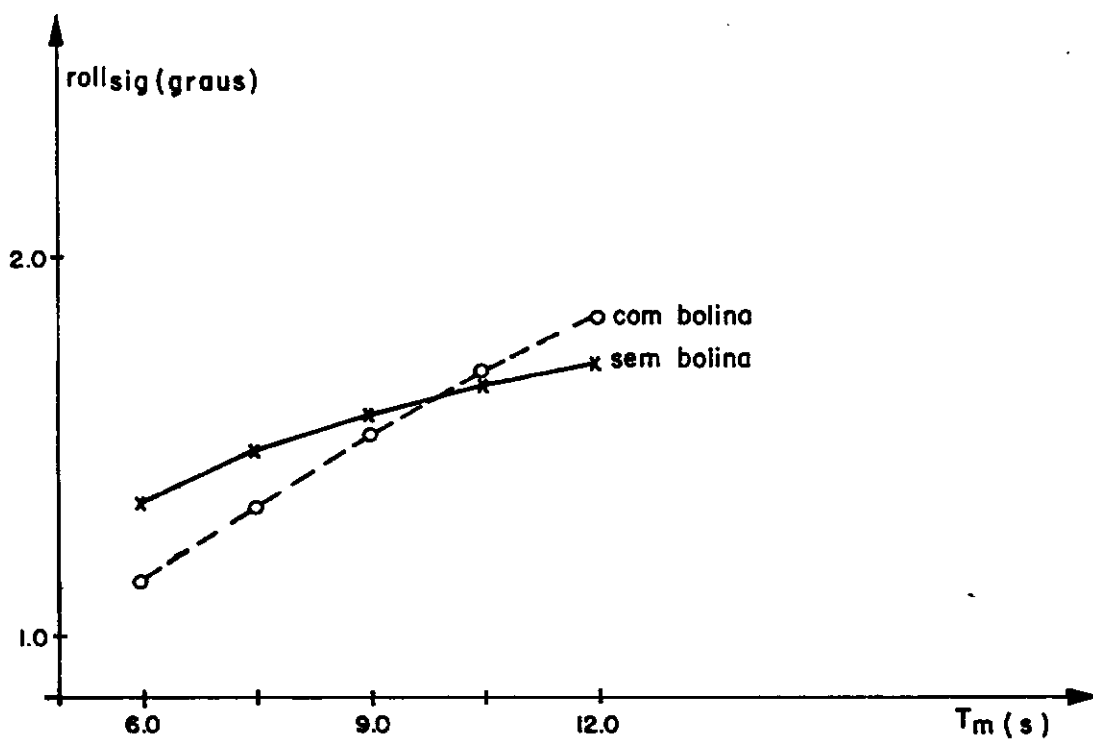


Fig.5.3.6 \_ Curvas limite de roll para  $CDR = 0.10$ , membro 330 junta 312

## VI - CONCLUSÕES

Para uma mesma região da estrutura as condições de carregamento de transporte e "in situ" geram solicitações bastante diferentes, havendo inversão da condição predominante, dependendo da região da estrutura, como pode ser visto no Capítulo anterior. Para plataformas auto-elevatórias, os membros próximos à sapata de fundação são mais solicitados na condição de transporte, ao passo que os membros da região próxima ao topo da perna são mais solicitados na condição "in place". Para jaquetas, em geral os membros das faces são mais solicitados na condição "in situ", enquanto membros das mesas são mais solicitados no transporte.

A fase de projeto deve portanto prever as diferentes etapas de utilização pelas quais passam os dois tipos de estrutura analisados, desde sua fabricação e montagem até a instalação em locações provisórias ou definitivas.

A resposta em frequência, utilizando-se o método da superposição modal com correção estática dos modos superiores, permite obtenção de resultados precisos, trabalhando-se com poucos modos de vibração. Além disso há uma redução nos custos computacionais na análise<sup>13</sup>.

Para o porte da jaqueta considerada, os efeitos dinâmicos na condição de transporte mostraram-se bastante reduzidos, visto que as frequências naturais da estrutura eram bem maiores que as frequências predominantes nos estados de mar. Neste caso a resposta pode ser obtida através de uma análise estrutural estática, confirmando a hipótese assumida na referência<sup>11</sup>. Todavia, para o caso da perna da plataforma auto-elevatória foram

observadas amplificações dinâmicas máximas da ordem de 13% para o comprimento original de perna de 127.5 m., sendo neste caso recomendável a consideração dos efeitos dinâmicos na determinação das tensões para análise de fadiga, como será visto a seguir.

Devido à forma da curva S-N, uma pequena variação no intervalo de tensões leva a uma grande variação no número admissível de ciclos à fadiga. Disto decorre a necessidade de se determinar as tensões atuantes com suficiente precisão, nos pontos considerados para verificação à fadiga. Isto pode ser obtido observando-se os seguintes itens:

1. consideração adequada do carregamento e sua variação ao longo da vida útil da estrutura.
2. correta representação dos detalhes significativos no modelo estrutural.
3. adequação do método de análise à precisão desejada dos resultados e ao tipo de carregamento, determinístico ou aleatório.

A importância da consideração da fadiga na fase de transporte fica evidenciada pelos seguintes motivos:

1. grande sensibilidade dos resultados face aos parâmetros de projeto considerados, tais como fator de concentração de tensão, período de oscilação do sistema, etc.
2. a utilização de aços de alta resistência leva a tensões de trabalho mais elevadas; todavia não há variação da curva S-N em função da mudança de resistência do material.
3. os danos ocorridos na fase de transporte deverão ser somados aos danos da fase "in situ", sendo que no caso de plataforma auto-elevatória poderão ocorrer várias mudanças de locação.

Para a jaqueta analisada verifica-se que o uso de mecanismos de estabilização do tipo bolina acarreta uma grande

diminuição dos danos, devido principalmente à diminuição das amplitudes dos movimentos de "roll" do sistema. Para o caso sem bolina, o redimensionamento dos membros mais solicitados deve satisfazer as condições estabelecidas nas premissas de projeto, de limitar o dano nesta fase a um valor máximo de 0.10, por exemplo.

No caso da plataforma auto-elevatória verifica-se que uma pequena variação no comprimento da perna causa grande variação no dano. Este comportamento exponencial tem implicação no redimensionamento dos membros para atender a esta nova condição de carregamento, ou seja, as dimensões dos membros devem crescer da mesma forma de uma maneira exponencial, para que o dano acumulado permaneça constante.

Como limitações do procedimento, além das limitações do método dos elementos finitos, do conhecimento das cargas atuantes e comportamento dos materiais, podem ser citadas:

1. os valores estatísticos da análise de movimentos não consideram as defasagens entre os movimentos dos seis graus de liberdade da embarcação, o que só poderia ser conseguido numa análise no domínio do tempo.
2. as análises de movimentos das embarcações foram feitas considerando-se o caráter aleatório dos estados de mar. No entanto, para determinação da resposta e para análise de fadiga da plataforma auto-elevatória foi usado um critério determinístico, com períodos de oscilação correspondentes aos períodos dominantes dos estados de mar.

Com relação a estudos futuros podem ser mencionados os seguintes itens:

1. consideração da flexibilidade da balsa e sua influência na redistribuição dos esforços nos membros da jaqueta e da amarração.

2. verificação das tensões provenientes das componentes vertical, longitudinal e transversal do peso próprio, devido aos deslocamentos angulares de "pitch" e "roll", variáveis no tempo e portanto passíveis de serem consideradas na análise da fadiga.
3. verificação da flutuação de tensões provocada pela ação dinâmica da componente turbulenta do vento e sua influência na de terminação da vida útil da estrutura.

## BIBLIOGRAFIA

- 1 BATHE, K.J. e WILSON, E.L. - "Numerical Methods in Finite Element Analysis" - Prentice Hall Inc. (1976).
- 2 CLOUGH, R.W. e PENZIEN, J. - "Dynamics of Structures" - Mc Graw-Hill (1975).
- 3 LANDAU, L.; EBECKEN, N.F.F.; LIMA, E.C.P. e FERRANTE, A.J., - "The Static Contribution of the Higher Modes in the Dynamic Analysis of Offshore Structures" - International Symposium on Offshore Engineering, Brasil Offshore 81, Rio de Janeiro, setembro (1981).
- 4 MADDOX, N.R. - "On the Number of Modes Necessary for Accurate Response and Resulting Forces in Dynamic Analysis"- Transactions of the ASME - Journal of Applied Mechanics, pp. 516-517, June (1975).
- 5 API-RP-2A - "Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms" - American Petroleum Institute, Thirteenth Edition (1982).
- 6 DNV - "Rules for the Design Construction and Inspection of Offshore Structures" - Det Norske Veritas (1977).
- 7 ABS - "Rules for Building and Classing Mobile Offshore Drilling Units" - American Bureau of Shipping (1980).
- 8 DNV - "Rules for Classification of Mobile Offshore Units" - Det Norske Veritas (1982).
- 9 DNV - "Strength Analysis of Main Structures of Self Elevating Units" - Det Norske Veritas (1983).
- 10 HAMBLY, E.C.; EDWARDS, A.J.; KOHLI, C. e MILLER, B.L.- "Fatigue Considerations for Ocean Towage" - Offshore Technology Conference, n° 4163, pp. 461-470 (1981).
- 11 ZEDAN, M.F.; BAYAZITOGU, Y.O.; CHIANIS, J.W. e TEIN, Y. - "A Quasi-Static Approach for Transportation Analysis of Offshore Platforms" - Offshore Technology Conference, n° 4161, pp. 439-452 (1981).

- 12 VUGHTS, J.H. e KINRA, R.K. - "Probabilistic Fatigue Analysis of Fixed Offshore Structures" - Offshore Technology Conference, nº 2608, pp. 889-906 (1976).
- 13 TORRES, A.L.F.L. - "Determinação da Fadiga em Estruturas Metálicas Soldadas Submetidas a Solicitações Dinâmicas", Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ (1984).
- 14 OGILVIE, T.F. e TUCK, T.O. - "A Rational Strip Theory of Ship Motion - Part I" - Department of Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, Report nº 013 (1969).
- 15 SALVENSEN, N.; TUCK, E.O. e FALTINSEN, O. - "Ship Motions and Sea Loads" - Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers, pp. 250-287 (1970).
- 16 "Theoretical Basis for OSCAR" - Ultramarine, Inc. (1981).
- 17 RAFF, A.I. - "Program Scores-Ship Structural Response in Waves" - U.S. Coast Guard Headquarters (1972).
- 18 EDVARSEN, G. e HAVORSEN, R. - "Calculation of Stress Concentration Factors in Chord and Brace after Different Formulas" - DNV, Technical Report nº 81-0367 (1981)
- 19 POTVIN, A.B.; KUANG, J.G.; LEICK, R.D. e KAHLICH, J.L. - "Stress Concentration in Tubular Joints" - Society of Petroleum Engineers Journal, pp. 287-299, August (1977).
- 20 KUANG, J.G. , POTVIN, A.B. e LEICK, R.D. - "Stress Concentration in Tubular Joints" - Offshore Technology Conference, nº 2205 (1975).
- 21 "Meteorological - Oceanographic Conditions Affecting Offshore Petroleum Facilities in the Garoupa Field, Offshore Brazil, Vicinity 22°23' S, 40°26' W" - A.H. Glenn and Associates (1976).
- 22 HUTCHINSON, B.L. e BRINGLOE, J.T. - "Application of Seakeeping Analysis" - Marine Technology, SNAME, pp. 416-431, October (1978).

- 23 FALTINSEN, O. e MICHELSEN, F.C. - "Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Number" - Proc. Int. Symp. on the Dynamics of Marine Vehicles and Structures in Waves, Univ. College, London (1970).