

ESTRATÉGIAS PARA INVERSÃO DO CAMPO DE ONDAS COMPLETO
ASSOCIADO A FONTES SÍSMICAS REAIS E VIRTUAIS

Márcio de Araújo Martins

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador: Webe João Mansur

Rio de Janeiro
Abril de 2015

ESTRATÉGIAS PARA INVERSÃO DO CAMPO DE ONDAS COMPLETO
ASSOCIADO A FONTES SÍSMICAS REAIS E VIRTUAIS

Márcio de Araújo Martins

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

Dr. Djalma Manoel Soares Filho, D.Sc.

Dr. André Bulcão, D.Sc.

Prof. Marco Antônio Cetale Santos, D.Sc.

Prof. José Luis Drummond Alves, D.Sc.

Prof. Leandro Palermo Junior, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
ABRIL DE 2015

Martins, Márcio de Araújo

Estratégias para Inversão do Campo de Ondas Completo Associado a Fontes Sísmicas Reais e Virtuais/Márcio de Araújo Martins. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2015.

XVII, 134 p.: il.; 29,7cm.

Orientador: Webe João Mansur

Tese (doutorado) – UFRJ/COPPE/Programa de Engenharia Civil, 2015.

Referências Bibliográficas: p. 111 – 114.

1. Full Waveform Inversion. 2. Surface Related Multiples. 3. Real and Virtual Sources. 4. Multi-Scale Strategy. I. Mansur, Webe João. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

*Aos meus pais Maria Salete e
Boanerge Schueler por serem
sempre as minhas referências e
exemplos de vida e a minha
esposa Paula Barreto por toda a
dedicação e auxílio para a
execução deste trabalho e por
estar sempre ao meu lado.*

Agradecimentos

Agradeço Deus pelas bênçãos que recebo a cada dia e pela oportunidades recebida a cada manhã de ser uma pessoa melhor que no dia anterior.

Agradeço a minha mãe Maria Salete por abrir mão de sua própria vida em prol da minha e de meu irmão e por tudo que ela faz por mim em todos os momentos.

Agradeço a minha esposa Paula pelo amor, pelo companheirismo, pela cumplicidade e por ser uma luz na minha vida.

Agradeço ao meu irmão Marcelo e ao meu afilhado Douglas pelo incentivo a realização deste trabalho.

Agradeço especialmente ao orientador e amigo Dr. Djalma Manoel Soares Filho por toda a orientação e por fazer este trabalho possível.

Agradeço ao orientador Professor Dr. Webe João Mansur pela orientação e por contribuir para a execução deste trabalho.

Agradeço aos amigos e coordenadores Dr. Josias José da Silva e Professor Dr. Luiz Landau por todo apoio e incentivo a realização deste trabalho.

Agradeço aos amigos geofísicos Rafael Ancelme, Bruno Silva, Luana Nobre, Lizianne Medeiros e Carol Dias pela ajuda e contribuições para a realização deste trabalho.

Agradeço a todo corpo técnico e administrativo dos laboratórios Lab2m e Lamce pelo excelente ambiente de trabalho.

Agradeço a todo corpo técnico e administrativo da PETREC pela ajuda e contribuições.

Agradeço aos membros da banca pelas contribuições para a melhoria deste trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ESTRATÉGIAS PARA INVERSÃO DO CAMPO DE ONDAS COMPLETO ASSOCIADO A FONTES SÍSMICAS REAIS E VIRTUAIS

Márcio de Araújo Martins

Abril/2015

Orientador: Webe João Mansur

Programa: Engenharia Civil

A técnica de inversão sísmica do campo de ondas completo (*Full Waveform Inversion - FWI*) é um processo de otimização visando o ajuste de dados sísmicos que objetiva utilizar todas as informações presentes nos dados para estimar modelos de parâmetros da subsuperfície em alta resolução. No entanto, o papel das reflexões múltiplas neste processo de inversão continua em aberto, e a questão é se estes eventos, presentes nos dados sísmicos, são sinais úteis ao processo ou se são ruídos que o prejudicam. Os algoritmos tradicionais de imageamento sísmico tratam as reflexões múltiplas como ruído, os quais são atenuados dos dados sísmicos na etapa de pré-processamento. Entretanto, as reflexões múltiplas fazem parte do fenômeno de propagação do campo de ondas e contêm informações importantes da subsuperfície, podendo ser utilizadas neste processo. Porém a maneira de utilização das reflexões múltiplas no processo de inversão ainda não está bem estabelecida. Nesta tese, são propostas estratégias eficientes para a utilização das reflexões múltiplas de superfície no processo de inversão, fornecendo melhores resultados que as técnicas tradicionais, principalmente quando modelos de partida cinematicamente incorretos são utilizados. A metodologia proposta baseia-se nas propriedades de propagação das múltiplas de superfície e estes eventos foram interpretados como sinal provenientes de “fontes virtuais” distribuídas na superfície do meio de propagação. Desta forma, foram propostos algoritmos de inversão que utilizam as reflexões primárias e múltiplas de superfície separadamente, em uma estratégia Multi-Escala em eventos, associadas a fontes reais e virtuais. Os resultados das aplicações numéricas mostraram que, nas situações consideradas, as estratégias propostas forneceram melhores resultados que as tradicionais, validando a metodologia.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

STRATEGIES FOR FULL WAVEFORM INVERSION ASSOCIATED TO REAL AND SURFACE RELATED VIRTUAL SEISMIC SOURCES

Márcio de Araújo Martins

April/2015

Advisor: Webe João Mansur

Department: Civil Engineering

Seismic Full Waveform Inversion (FWI) is currently a challenge data fitting procedure that aims to use all information from seismic data to provide high resolution subsurface parameters models. However, the complete role of surface related multiples reflections in the FWI process still unanswered, and a question is if these kind multiples are usefull signals or if they are noise in the inversion process. For conventional imaging algorithms, multiples are treated as noise and attenuated from the data before the processing is performed. On the other hand, multiples have already been used in the imaging process by many authors in order to increase the subsurface illumination. As part of the wave propagation phenomenon, this means that this events carry important subsurface information and can be used as signals for the imaging process. The issue is how the multiples must be used in the inversion process, and in this work we provide an efficient strategy to use surface related multiples, generating better subsurface model of parameters then the traditional procedures, principally when kinematically incorrect initial models are used. The proposed methodology is based on the propagation properties of surface related multiples and this events were interpreted as signal coming from distributed virtual sources in the surface. A Multi-Scale inversion algorithm of real and virtual sources is also proposed, and numerical results shows the bennefits of this strategy.

Sumário

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xvii
1 Introdução	1
1.1 Motivação para a tese	7
1.2 Estrutura da tese	8
2 Introdução a Inversão Sísmica Acústica do Campo de Ondas Completo	9
2.1 O Problema Sísmico Direto e Inverso	9
2.1.1 O Problema Direto	10
2.1.2 O Problema Inverso	11
2.2 O método de Newton para Inversão do Campo de Ondas Completo .	15
2.3 Cálculo do Gradiente	19
2.3.0.1 Algoritmo dos Gradientes Descendentes	24
3 Inversão Sísmica do Campo de Ondas Completo Associados a Fontes Reais e Virtuais de Superfície	26
3.1 Fluxo de Inversão <i>FWI</i> Utilizando Eventos Primários e Múltiplos Separadamente	26
3.2 Fluxo de Inversão <i>FWI</i> Utilizando Eventos Primários e Múltiplos Utilizando a Estratégia - MS1	29
3.3 Fluxo de Inversão <i>FWI</i> Utilizando Eventos Primários e Múltiplos Utilizando a Estratégia - MS2	34
4 Aplicações Numéricas	37
4.1 Modelo Plano-Paralelo	39
4.1.1 Inversão <i>FWI</i> Acústica Convencional	41
4.1.2 Inversão <i>FWI</i> Acústica de Reflexões Primárias e Múltiplas de Superfície Utilizando as Estratégias Multi-Escala de Eventos - Fluxo MS1	45

4.1.3	<i>FWI</i> Acústica de Reflexões Primárias e Múltiplas de Superfície Utilizando as Estratégias Multi-Escala de Eventos - Fluxo MS2	48
4.1.4	Discussão dos Resultados	53
4.2	Modelo BP-2004	55
4.2.1	Inversão <i>FWI</i> Acústica Tradicional	58
4.2.2	Inversão <i>FWI</i> de Reflexões Primárias e múltiplas de superfície separadamente	67
4.2.2.1	Inversão <i>FWI</i> de Reflexões Primárias	67
4.2.2.2	Inversão <i>FWI</i> de Reflexões Múltiplas de Primeira Ordem	76
4.2.2.3	Inversão <i>FWI</i> de Reflexões Múltiplas de Segunda Ordem	85
4.2.3	Inversão <i>FWI</i> de Reflexões Múltiplas Utilizando a Estratégia Multi-Escala de Eventos - MS1.	92
4.2.4	Inversão <i>FWI</i> de Reflexões Múltiplas Utilizando a Estratégia Multi-Escala de Eventos - MS2.	100
4.2.5	Discussão dos Resultados	106
5	Conclusões e Trabalhos Futuros	108
	Referências Bibliográficas	111
A	Modelagem Sísmica Pelo Método das Diferenças Finitas	115
A.0.6	Condições de Bordas	117
A.0.7	Estratégias para a obtenção das reflexões primárias e múltiplas de superfície separadamente	117
B	Dedução das Derivadas de Fréchet	123
B.0.8	Discretização	124
C	O Método Adjunto Aplicado ao Cálculo dos Elementos do Gradiente	126
C.0.9	Discretização	132
D	Estimativa do Passo α para o Processo de Otimização	134

Lista de Figuras

2.1	Problema Sísmico Acústico Direto	10
2.2	Modelo de velocidades BP-2004 (acima) e o campo de ondas observado por receptores na superfície do modelo para uma fonte sísmica na posição $x = 4060\text{m}$ (abaixo).	12
2.3	Problema Sísmico Acústico Inverso	13
2.4	Representação do meio de discretizado	16
2.5	Representação do método de otimização de Newton. Adaptado de TARANTOLA (1987).	17
2.6	O gradiente é dado pela soma das correlações no <i>lag</i> entre as Derivadas de Fréchet e os resíduos nas posições dos receptores.	19
2.7	Interpretação Física das Derivadas de Fréchet.	20
2.8	Correlação dos campos - Método Adjunto.	22
3.1	Fluxo de inversão utilizado para a inversão dos dados sísmicos contendo todos os eventos sísmicos (primárias e múltiplas de superfície) juntos.	29
3.2	Sequência recursiva de inversões realizadas na estratégia MS1, por faixa de frequências e por evento sísmico.	30
3.3	Fluxo esquemático de inversão utilizando a estratégia MS1.	33
3.4	Sequência recursiva de inversões realizadas na estratégia MS2, por faixa de frequências e por evento sísmico.	34
3.5	Fluxo esquemático de inversão utilizando a estratégia MS2.	36
4.1	Modelo de velocidades acústicas plano-paralelo.	37
4.2	Modelo de velocidades acústicas BP-2004 (Modificado).	38
4.3	Fonte Sísmica.	38
4.4	Espectro de frequências.	38
4.5	Dados do modelo plano-paralelo com frequência de corte 10Hz: Dados completos (todos os eventos juntos), contendo só reflexões primárias, contendo só múltiplas de primeira ordem e contendo só múltiplas de segunda ordem, respectivamente da esquerda para direita.	40

4.6	Dados do modelo plano-paralelo com frequência de corte 30Hz: Dados completos (todos os eventos juntos), contendo só reflexões primárias, contendo só múltiplas de primeira ordem e contendo só múltiplas de segunda ordem, respectivamente da esquerda para direita.	41
4.7	Modelo de velocidades real.	42
4.8	Modelo de velocidades inicial utilizado na inversão do caso plano-paralelo.	42
4.9	Perfil de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos no posição $x = 2230\text{m}$	42
4.10	Modelo de velocidades obtido após a <i>FWI</i> tradicional - frequência máxima 30Hz.	43
4.11	Função Objetivo normalizada para o processo de <i>FWI</i> tradicional. . .	44
4.12	Perfis de velocidades real e inicial e obtido através da <i>FWI</i> convencional, extraídos na posição $x = 2230\text{m}$ dos respectivos modelos. . . .	45
4.13	Modelo de velocidades obtido após a <i>FWI</i> utilizando somente eventos primários.	46
4.14	Modelo de velocidades obtido após <i>FWI</i> utilizando a estratégia Multi-Escala de eventos MS1 para múltiplas de primeira ordem.	46
4.15	Modelo de velocidades obtido após <i>FWI</i> utilizando a estratégia Multi-Escala de eventos MS1 para múltiplas de segunda ordem.	46
4.16	Função Objetivo relativa ao processo de <i>FWI</i> dos eventos primários e múltiplos de primeira e segunda ordens, utilizando a estratégia Multi-Escala - MS1.	47
4.17	Perfis de velocidades real e inicial e obtido através da <i>FWI</i> Multi-Escala MS1, extraídos na posição $x = 2230\text{m}$ dos respectivos modelos. .	47
4.18	Modelo de velocidades obtido após a <i>FWI</i> utilizando a estratégia MS2 - frequência máxima 10Hz.	48
4.19	Modelo de velocidades obtido após a <i>FWI</i> utilizando a estratégia MS2 - frequência máxima 12Hz.	49
4.20	Modelo de velocidades obtido após a <i>FWI</i> utilizando a estratégia MS2 - frequência máxima 30Hz.	50
4.21	Função Objetivo para a <i>FWI</i> utilizando a estratégia MS2 - frequência - 10Hz.	50
4.22	Função Objetivo para a <i>FWI</i> utilizando a estratégia MS2 - frequência - 12Hz.	51
4.23	Função Objetivo para a <i>FWI</i> utilizando a estratégia MS2 - frequência - 30Hz.	51
4.24	Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial, invertido após a <i>FWI</i> utilizando a estratégia Multi-Escala de eventos - MS2. . .	52

4.25	Modelo real.	53
4.26	<i>FWI</i> tradicional.	53
4.27	<i>FWI</i> - Estratégia MS1.	53
4.28	<i>FWI</i> - Estratégia MS2.	53
4.29	Perfil de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos no posição $x = 2230\text{m}$	54
4.30	Perfil de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos no posição $x = 2230\text{m}$	54
4.31	Dados observados do modelo BP-2004 para uma fonte impulsiva em x $= 4060\text{m}$ e cabo sísmico com 4010m . Pode-se observar os dados com todos os eventos (esquerda) e sucessivamente as primárias, múltiplas de primeira e segunda ordens.	56
4.32	Campo de velocidades inicial utilizado no processo de inversão <i>FWI</i> . Note a ausência de informações dos corpos salinos neste modelo. . . .	57
4.33	Campo de velocidades obtido através da <i>FWI</i> tradicional. Foram dados 44 tiros na superfície do modelo e a máxima frequência foi de 25Hz (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32).	58
4.34	Diferença percentual entre o modelo inicial e real (acima) e o modelo real e obtido após a inversão <i>FWI</i> tradicional (abaixo).	59
4.35	Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e inver- tido após a <i>FWI</i> tradicional - modelo BP2004.	60
4.36	Função Objetivo normalizada relativa ao processo de <i>FWI</i> para todos os eventos juntos - BP2004.	61
4.37	Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a <i>FWI</i> (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectiva- mente do modelo BP-2004, inicial e resultante da <i>FWI</i>	62
4.38	Resíduos inicial (esquerda) e final (direita) para os dados mostrados na Figura 4.37.	63
4.39	Traços observados, inicial e invertido para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - <i>offset</i> 60m . Pode-se observar também estes traços superpóstos.	64
4.40	Traços observados, inicial e invertido para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - <i>offset</i> 3560m . Pode-se observar também estes traços superpóstos.	65
4.41	Resíduo BP-2004 - <i>offset</i> 60m	66
4.42	Resíduo BP-2004 - <i>offset</i> 3560m	66
4.43	Campo de velocidades obtido através da inversão utilizando somente eventos primários. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32)	67

4.44	Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a <i>FWI</i> somente para eventos primários.	68
4.45	Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a <i>FWI</i> para eventos primários - modelo BP2004.	69
4.46	Função Objetivo normalizada relativa ao processo de inversão tradicional (azul) e somente para eventos primários (vermelho) - BP2004. Percebe-se um maior decréscimo para eventos primários separadamente, assim como uma maior taxa de convergência.	70
4.47	Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a <i>FWI</i> (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da <i>FWI</i> somente de eventos primários.	71
4.48	Resíduos inicial (esquerda), após a <i>FWI</i> convencional (meio) e final após a <i>FWI</i> de eventos primários (direita).	71
4.49	Traços observados, inicial e invertido utilizando eventos primários para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - offset 60m. Pode-se observar também estes traços superpóstos.	73
4.50	Traços observados, inicial e invertido utilizando eventos primários para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - offset 3560m. Pode-se observar também estes traços superpóstos.	74
4.51	Comparação dos resíduos inicial e após a inversão com eventos primários - BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offset</i> = 60m.	75
4.52	Comparação dos resíduos inicial e após a inversão com eventos primários - BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offset</i> = 3560m.	75
4.53	Campo de velocidades obtido através da inversão <i>FWI</i> utilizando somente eventos múltiplos de primeira ordem. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32)	77
4.54	Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a <i>FWI</i> dos eventos múltiplos de primeira ordem.	77
4.55	Função Objetivo normalizada relativa ao processo de inversão para todos os eventos juntos (azul), somente para eventos primários (verde) e para múltiplas de primeira ordem (vermelho) - BP2004.	78
4.56	Perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a <i>FWI</i> para eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP2004. . .	79
4.57	Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a inversão <i>FWI</i> (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da <i>FWI</i> das múltiplas de primeira ordem.	80

4.58	Resíduos após a <i>FWI</i> convencional (esquerda), após a inversão de primárias (meio) e após a inversão de múltiplas de primeira ordem (direita).	81
4.59	Traços observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	82
4.60	Resíduos observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	83
4.61	Campo de velocidades obtido através da <i>FWI</i> utilizando somente eventos múltiplos de segunda ordem. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32).	85
4.62	Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a <i>FWI</i> dos eventos múltiplos de segunda ordem.	86
4.63	Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a <i>FWI</i> para eventos múltiplos de segunda ordem - modelo BP2004.	87
4.64	Função Objetivo normalizada relativa ao processo de <i>FWI</i> para todos os eventos juntos (azul), somente para eventos primários (verde) e para múltiplas de primeira e segunda ordens (vermelho e roxo) - BP2004.	88
4.65	Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a <i>FWI</i> (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da <i>FWI</i> das múltiplas de segunda ordem.	89
4.66	Resíduos após a <i>FWI</i> de eventos primários (esquerda), após a <i>FWI</i> de múltiplas de primeira ordem (meio) e após a <i>FWI</i> de múltiplas de segunda ordem (direita).	89
4.67	Traços observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	90
4.68	Resíduos observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	91
4.69	Campo de velocidades obtido através da inversão utilizando somente eventos primários. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32)	92
4.70	Campo de velocidades obtido através da <i>FWI</i> utilizando somente eventos múltiplos de primeira ordem, partindo do modelo da Figura 4.69 - (Estratégia Multi-Escala MS1)	93

4.71	Campo de velocidades obtido através da inversão utilizando somente eventos múltiplos de segunda ordem, partindo do modelo da Figura 4.70 - (Estratégia Multi-Escala MS1)	93
4.72	Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a inversão dos eventos primários e múltiplos seguindo a estratégia Multi-Escala de eventos - MS1.	94
4.73	Perfil de velocidades para os modelos real, inicial e após a inversão <i>FWI</i> utilizando a estratégia Multi-escala de eventos MS1 - modelo BP2004.	95
4.74	Função Objetivo normalizada relativa ao processo de <i>FWI</i> das primárias (azul), das múltiplas de primeira ordem - MS1 (verde) e das múltiplas de segunda ordem MS1 (vermelho) - BP2004.	96
4.75	Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a <i>FWI</i> (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da <i>FWI</i> das múltiplas de segunda ordem.	97
4.76	Resíduos inicial (esquerda) e após o processo de inversão <i>FWI</i> (direita), seguindo a estratégia Multi-Escala MS2	97
4.77	Traços observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	98
4.78	Resíduos observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	99
4.79	Campo de velocidades obtido através da inversão <i>FWI</i> utilizando a estratégia Multi-Escala MS2. (Resultado final do processo).	100
4.80	Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a <i>FWI</i> dos eventos primários e múltiplos seguindo a estratégia Multi-Escala de eventos - MS2.	101
4.81	Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a <i>FWI</i> utilizando a estratégia Multi-escala de eventos MS2 - modelo BP2004.	101
4.82	Função Objetivo normalizada relativa ao processo de <i>FWI</i> das primárias (azul), das múltiplas de primeira ordem (verde) e das múltiplas de segunda ordem (vermelho) - Estratégia - MS2.	102
4.83	Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a <i>FWI</i> (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da <i>FWI</i> das múltiplas de segunda ordem.	103

4.84	Resíduos inicial (esquerda) e após o processo de inversão <i>FWI</i> seguindo a estratégia Multi-Escala MS2 (direita)	103
4.85	Traços observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	104
4.86	Resíduos observado, inicial e calculado após <i>FWI</i> de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e <i>offsets</i> iguais a 60m e 3560m.	105
4.87	Modelo real.	106
4.88	Modelo Inicial.	106
4.89	<i>FWI</i> tradicional.	106
4.90	<i>FWI</i> - Primárias.	106
4.91	<i>FWI</i> - Múltiplas M1.	106
4.92	<i>FWI</i> - Múltiplas M2.	106
4.93	<i>FWI</i> - Estratégia MS1.	106
4.94	<i>FWI</i> - Estratégia MS2.	106
A.1	Representação do meio de propagação do campo de ondas.	118
A.2	Representação do meio de propagação do campo de ondas com bordas de absorção.	118
A.3	Esquema representativo da modelagem das reflexões primárias com onda direta.	119
A.4	Esquema representativo da modelagem das ondas diretas.	119
A.5	Esquema representativo da modelagem das ondas primárias separadamente e livre de ondas diretas.	120
A.6	Esquema representativo da modelagem das múltiplas de primeira ordem.	121
A.7	Esquema representativo da modelagem das múltiplas de primeira ordem.	121

Lista de Tabelas

4.1	Parâmetros de aquisição de dados - modelo plano-paralelo.	39
4.2	Número de iterações por faixa de frequências para o modelo plano-paralelo.	44
4.3	Parâmetros de aquisição de dados - modelo BP-2004 (Modificado) . .	56
4.4	Número de iterações por faixa de frequências para o modelo BP-2004.	61

Capítulo 1

Introdução

A indústria petrolífera a cada dia demanda novas tecnologias para a identificação e caracterização de reservatórios de óleo e gás, assim como para o gerenciamento da produção de reservatórios já existentes. Devido à complexidade dos ambientes geológicos onde muitos reservatórios estão localizados, técnicas de imageamento que forneçam resultados cada vez mais precisos são necessárias para melhor compreensão destes ambientes e para reduzir riscos associados à atividade de exploração e exploração de hidrocarbonetos.

Neste contexto, o método sísmico (ALLEN (1980), CLAERBOUT (1985), 1985; YILMAZ (2001)) se mostra como ferramenta fundamental no processo de entendimento do arcabouço geológico. Este método baseia-se na utilização de ondas sísmicas que se propagam através das camadas geológicas no interior da Terra, cujos efeitos de propagação (reflexões, refrações, difrações etc.) são registrados na superfície da Terra ou no interior de poços, por receptores denominados geofones (no caso terrestre) ou hidrofones (no caso marinho).

Os dados adquiridos a partir de um levantamento sísmico, denominados sismogramas, possuem informações do meio de propagação que precisam ser processadas e interpretadas para que este seja caracterizado. Basicamente, os sismogramas possuem informações a respeito da amplitude e fase dos campos de ondas e os respectivos tempos de registros dos mesmos. Estas informações são processadas através de técnicas de imageamento, a exemplo da migração e a inversão dos dados sísmicos

O processo de imageamento sísmico está diretamente ligado a capacidade de simular os efeitos de propagação de ondas sísmicas em um dado meio geológico, denominado modelagem sísmica. Desta forma, a modelagem sísmica se mostra como uma ferramenta fundamental, tanto no processo de Migração (correto posicionamento dos refletores), quanto no processo de Inversão Sísmica (estimativa de parâmetros elásticos das rochas em subsuperfície).

A qualidade das imagens obtidas nestes processos depende do modelo matemático

utilizado para representar o campo de ondas sísmicas, assim como a complexidade do meio geológico. Meios complexos requerem técnicas de imageamento cada vez mais precisas para que seja possível recuperar informações a respeito das menores estruturas geológicas da subsuperfície (alta resolução). A utilização dos menores comprimentos de ondas presentes nos dados sísmicos está associada à obtenção de imagens com maior resolução vertical, que consiste na capacidade de distinguir diferentes camadas da subsuperfície.

Assim, a partir das informações contidas nos sismogramas e utilizando um modelo matemático para simular os efeitos de propagação do campo de ondas, os métodos de inversão sísmica objetivam encontrar os modelos de propriedades físicas da subsuperfície que quando utilizados para a simulação numérica da propagação de ondas, proporcionam um melhor ajuste entre os dados sísmicos observados e calculados. Desta forma, o resultado deste processo são imagens que estimam as conformações geológicas e/ou propriedades físicas da subsuperfície (BERKHOUT (1984)). Estes são claramente processos inversos através dos quais tenta-se estimar as características do meio a partir da observação dos efeitos de propagação do campo de ondas.

A migração de dados sísmicos é um processo que utiliza modelos matemáticos que representam a propagação de ondas para, a partir dos dados obtidos na superfície, eliminar os efeitos de propagação das ondas sísmicas, produzindo uma imagem dos refletores corretamente posicionados em sub-superfície (BULCAO (2004)). A Inversão Sísmica, no entanto, é um processo quantitativo, no qual o objetivo é inferir a respeito dos parâmetros que compõem o meio geológico a partir dos dados registrados nos sismogramas, como por exemplo a velocidade de propagação de ondas compressoriais (V_p), velocidade de propagação de ondas cisalhantes (V_s) e densidade do meio (ρ). Estimar os parâmetros físicos da subsuperfície é fundamental no processo de imageamento sísmico, seja para utilização como *inputs* para outras técnicas de imageamento, ou utilizados diretamente para caracterização do meio. Desta forma, técnicas e metodologias de inversão sísmica que forneçam melhores estimativas destes parâmetros do meio são de suma importância para a construção de modelos geológicos mais realísticos, principalmente em regiões complexas, a exemplo dos campos de petróleo localizados no Pré-Sal.

A técnica de inversão que utiliza a equação completa da onda (Full Waveform Inversion - FWI) objetiva utilizar todas as informações contidas nos dados sísmicos, não somente os tempos de trânsito (ROMDHANE *et al.* (2011)). Para isso um modelo matemático que contemple todos os aspectos físicos do fenômeno de propagação de ondas é utilizado, incluindo reflexões (primárias e múltiplas), refrações, difrações, transmissões e quaisquer combinações destas ondas, além dos efeitos de anisotropia e atenuação (YOUN e ZHOU (2001); VIRIEUX e OPERTO (2009); BURSTEDDE

e GHATTAS (2009)). Desta forma, utilizar o campo de onda completo no processo de inversão sísmica pode produzir imagens mais precisas e com maior resolução do subsolo do que a tradicional tomografia de tempo de trânsito (SHENG *et al.* (2006); PLESSIX (2006)).

As reflexões múltiplas de superfície contidas nos dados sísmicos (tradicionalmente tratadas como ruído no processo de imageamento) fazem parte do fenômeno de propagação e, desta forma, podem ser utilizadas no processo de inversão destes dados (ZHANG *et al.* (2013)). Um dos principais objetivos desta tese foi o de analisar de que maneira as reflexões múltiplas de superfície, (VERSCHUUR (2006)), podem ser utilizadas para auxiliar no processo de FWI no domínio do tempo para velocidades compressionais de propagação do campo de ondas.

Além de todas as características e limitações da *FWI* de eventos primários (não unicidade de soluções, necessidade de um modelo inicial de parâmetros próximo do modelo real, etc.), em um levantamento sísmico vários outros eventos são registrados pelos receptores na superfície da Terra, dentre eles pode-se destacar basicamente as ondas diretas e os eventos múltiplos. No processo de *FWI* objetiva-se utilizar todo conteúdo de informações presentes nos dados sísmicos (reflexões primárias e múltiplas, refrações, difrações, ondas de superfície, etc.), entretanto este é um problema mal condicionado e não-linear o que torna a sua aplicação em meios reais complexos um desafio, cujo sucesso é bastante dependente do problema (FICHTNER (2011)).

Em um levantamento sísmico as ondas diretas são eventos que se propagam diretamente a partir da fonte sísmica até os receptores, sem sofrer reflexões. Os eventos primários são aqueles registrados pelos receptores e que refletiram em sub-superfície uma única vez. Já os eventos múltiplos são aqueles que experimentaram pelo menos duas reflexões antes de serem detectados pelos receptores (RILEY e CLAERBOUT (1976); VERSCHUUR *et al.* (1991)).

Existem diversas maneiras de classificar as reflexões múltiplas e podem ser de acordo com as interfaces onde foram geradas (múltiplas de superfície, múltiplas internas, múltiplas da camada de água), de acordo com o seu período (múltiplas de longo e curto período) e com relação ao número de reverberações que sofreu nas interfaces (múltiplas de primeira ordem, segunda ordem, etc.).

As reflexões múltiplas de superfície são aquelas que sofreram pelo menos uma reflexão na superfície da Terra antes de serem registradas pelos receptores. Todas as outras reflexões múltiplas são classificadas como múltiplas internas. As múltiplas de longo período são aquelas cujo período é maior que o período da wavelet da fonte e podem ser observadas no dado sísmico como eventos bem definidos e separados de outras reflexões. Já as múltiplas de curto período são aquelas cujo período é menor que o da wavelet da fonte e dificilmente são observadas como eventos separados

das primárias que a gerou (VERSCHUUR (2006)). Com relação ao número de reverberações nas interfaces, os eventos que sofreram somente uma reverberação são chamados de múltiplas de primeira ordem, duas reverberações, múltiplas de segunda ordem, e assim por diante.

Um dos principais objetivos desta tese é entender o papel das reflexões múltiplas de superfície no processo de *FWI* e definir estratégias para sua utilização objetivando uma melhor caracterização da subsuperfície. Foram tratadas somente as múltiplas de superfície de diversas ordens e de longo período, doravante denominadas somente múltiplas.

Tradicionalmente, a maioria dos algoritmos de imageamento sísmico assumem que toda a energia espalhada em subsuperfície refletiram nas interfaces das camadas geológicas uma única vez, ou seja, utilizam aproximações de Born. As aproximações de Born fornecem soluções para modelos de espalhamento de primeira ordem e são utilizadas como base para várias técnicas de imageamento sísmico (BLEISTEIN (1979); CLAYTON e STOLT (1981); BEYLKIN (1985)). Entretanto, vale ressaltar que para meios de propagação que apresentam interfaces com altos contrastes de impedância (refletividades maiores que 0.1), como no caso da presença de domos salinos e soleiras de diabásio, as reflexões oriundas destas interfaces fazem com que outras ordens de reflexões tenham amplitudes relevantes, e neste caso a aproximação de Born não é plenamente satisfeita.

Desta forma, qualquer evento presente nos dados que fuja a essa suposição, incluindo as reflexões múltiplas, são normalmente tratados como ruídos e são removidos ou atenuados dos dados sísmicos com objetivo de evitar que interfiram no processo de imageamento das reflexões primárias (WIGGINS (1988); VERSCHUUR *et al.* (1991); DRAGOSSET (1998); YOUN e ZHOU (2001)).

Por outro lado, as reflexões múltiplas fazem parte do processo de propagação do campo de ondas e, conseqüentemente, carregam consigo informações importantes da subsuperfície que não estão presentes nas reflexões primárias. Desta forma, se adequadamente tratadas, podem ser utilizadas como sinal ao invés de ruído, complementando o processo de imageamento das primárias principalmente em regiões complexas (REITER e BURNS (1991)).

As reflexões múltiplas já foram utilizadas como sinal por muitos autores (YOUN e ZHOU (2001); BROWN e GUITTON (2005); BERKHOUT e VERSCHUUR (2006); BERKHOUT e VERSCHUUR (2010); LIU *et al.* (2011); BERKHOUT e VERSCHUUR (2012); WANG *et al.* (2014)), entretanto algumas questões a respeito da utilização destes eventos no processo de imageamento ainda estão em aberto. A questão a respeito da utilização das múltiplas e primárias juntas ou separadamente será abordada nesta tese, e conclui-se que a melhor estratégia de imageamento é utilizar estes eventos separadamente (Multi-Escala). Além disso,

será mostrado nesta tese que ao separar os eventos sísmicos o problema do Cross-Talk no imageamento é eliminado, fornecendo melhores imagens da sub-superfície do que quando utilizadas em conjunto.

Para a obtenção dos eventos primários e múltiplos separadamente foram utilizados dados sintéticos modelados de acordo com a metodologia proposta por VERSCHUUR (2006) e descrita no Apêndice A. Por outro lado, para a separação deste eventos em dados sísmicos reais onde todos os eventos estão presentes nos dados, deve-se utilizar técnicas de separação de múltiplas tais como Surface Related Multiples Elimination (SRME) - (VERSCHUUR (2006)), filtragem no domínio de Radon (YILMAZ (2001)) ou Estimation of Primaries by Sparse Inversion - EPSI (GROENNESTIJN e VERSCHUUR (2009); BAARDMAN *et al.* (2009)).

Nesta tese utilizou-se eventos múltiplos até segunda ordem, mostrando que cada ordem de múltiplas corresponde a uma 'fonte virtual' na superfície do modelo de velocidades utilizado. Desta forma, seguindo a estratégia pré-stack de imageamento, estes eventos puderam ser invertidos separadamente de acordo com as 'fontes virtuais' distribuídas na superfície do meio de propagação (LIU *et al.* (2011); ZHANG *et al.* (2013)).

Como uma contribuição para a compreensão do papel das múltiplas no processo de FWI, as múltiplas de superfície presentes nos dados foram interpretadas como novos levantamentos sísmicos para diferentes fontes virtuais de acordo com sua ordem, fornecendo assim uma melhor cobertura da subsuperfície e a iluminação de diferentes regiões para cada fonte (ou ordem e múltipla).

Outra questão importante abordada neste trabalho foi a resolução vertical associada aos eventos múltiplos devido aos menores ângulos de incidência nos refletores quando comparada aos eventos primários. Principalmente no que diz respeito a inversão das múltiplas, esta característica deve ser cuidadosamente levada em conta, pois está diretamente associada a sua maior sensibilidade a erros no modelo de velocidades de fundo e também às imprecisões no modelo inicial de velocidades.

Com objetivo de analisar qual a estratégia mais adequada para a inversão das reflexões múltiplas de superfície, inicialmente realizou-se a inversão utilizando os dados contendo todos os eventos sísmicos (primárias, múltiplas de superfície, múltiplas internas etc.). Posteriormente, partindo do mesmo modelo inicial de velocidades, os eventos primários e múltiplos de superfície foram invertidos separadamente, tendo como resultado modelos de velocidades independentes ao final de cada processo. A partir da análise destes resultados e objetivando utilizar todos os eventos sísmicos na inversão, foram propostas nesta tese as estratégias de inversão Multi-Escala em eventos MS1 e MS2, onde as inversões são realizadas recursivamente dos eventos de menor ordem para os eventos de maior ordem (com relação ao número de

reverberações na superfície ar-água).

Devido as múltiplas de superfície, em geral, possuem ângulos menores de incidência nos refletores em subsuperfície que as primárias (necessitam de modelos iniciais com maior resolução vertical), foi proposto nesta tese uma estratégia de inversão Multi-Escala de acordo com a ordem de reverberações na superfície do mar. Nestas estratégias os modelos de velocidades obtidos após a inversão de eventos de menor ordem são utilizados como entrada para os eventos de maior ordem, adicionando informações no modelo inicial de maneira gradual, mostrando ser esta a melhor estratégia para a inversão dos eventos múltiplos.

Os resultados numéricos mostraram que a estratégias propostas forneceram resultados mais precisos quando comparados com a técnica tradicional de inversão *FWI*, principalmente em regiões mais profundas do modelo de velocidades. A partir da análise dos resultados numéricos, verificou-se que ao utilizar todos os eventos sísmicos juntos, o modelo final de velocidades apresenta artefatos devido ao *cross-talk* relativos às fontes reais e virtuais (primárias e múltiplas). Estes artefatos não foram observados nas estratégias propostas onde a inversão foi realizada separadamente para cada fonte, sendo elas reais ou virtuais. Este fato mostra que a utilização dos eventos múltiplos separadamente no processo de *FWI* é mais adequada, principalmente quando o modelo de partida não é bom, ou seja, quando o modelo inicial de velocidades não está nas proximidades do mínimo global da Função Objetivo.

O modelo inicial de velocidades possui um papel crucial nas técnicas de inversão não linear do campo de ondas completo. Para os métodos baseados em gradiente convergirem, é necessário que o ponto de partida esteja nas proximidades do mínimo global da Função Objetivo, o que significa que o modelo inicial de velocidades deve ser suficientemente acurado para justificar a maioria dos eventos sísmicos presentes nos dados observados. Os desvios entre os dados sintéticos e observados não devem ser maiores que meio período do comprimento de ondas dominante, o que diminui as possibilidades de saltos de ciclo (*Cycle-Skipping*) e convergência para um mínimo local da Função Objetivo (VIRIEUX e OPERTO (2009)).

As estratégias de inversão Multi-Escala em eventos, propóstas nesta tese, objetivam reduzir a dependências do processo de inversão do campo de ondas completo, a modelos iniciais de velocidades que não estejam nas proximidades do mínimo global da Função Objetivo. Conforme será apresentado no capítulo de resultados, as estratégias propóstas foram menos sensíveis a imprecisões no modelo inicial de velocidades que a estratégia tradicional de inversão do campo de ondas completo.

1.1 Motivação para a tese

O processo de inversão *FWI* utiliza todas as informações contidas nos dados sísmicos para estimar modelos de velocidades da subsuperfície que proporcionem um melhor ajuste entre os dados sísmicos observados e calculados em um modelo inicial de velocidades. Por se tratar de uma técnica de otimização local, a inversão *FWI* necessita de um modelo inicial que esteja nas proximidades do mínimo global da Função Objetivo, sendo desta forma bastante dependente deste modelo. De posse de um bom modelo inicial, que esteja nas proximidades do mínimo global da Função Objetivo, a estratégia de inversão tradicional apresenta bons resultados convergindo para este mínimo.

Na prática, os modelos iniciais de velocidades utilizados na inversão *FWI* são geralmente fornecidos por técnicas como a Tomografia de Tempos de Transito e Análise de Velocidades por Migração (*Migration Velocity Analysis - MVA*) (LIU (1995)). Estas técnicas utilizam a teoria assintótica do raio (aproximações de altas frequências) para cálculo do campo de ondas, fornecendo como resultado modelos de velocidades suaves com baixos contrastes de velocidades e resolução intermediária. Além disso, estas técnicas trabalham somente com alguns eventos presentes nos dados sísmicos e não possuem solução única. Desta forma, podem fornecer modelos iniciais que não sejam satisfatórios para o processo de *FWI*, principalmente quando se objetiva o imageamento de regiões geologicamente complexas, tais como abaixo de domos salinos.

Em situações onde o modelo inicial de velocidades não honre a cinemática do problema, o desenvolvimento de estratégias de inversão que sejam menos dependentes destes modelos é de grande relevância para uma boa estimativa das velocidades da subsuperfície, e foi a grande motivação deste trabalho. As estratégias aqui propostas, se basearam na separação dos eventos primários e múltiplos de superfície, para aumentar a região de convergência do processo de inversão e com isso torná-lo menos susceptível a convergir para um mínimo local da Função Objetivo. Desta forma, estas estratégias permitem utilizar modelos iniciais cinematicamente incorretos e mesmo assim fornecer bons resultados de inversão.

As aplicações numéricas mostraram que as estratégias apresentadas puderam reconstruir corpos salinos presentes em um meio geológico, cujas informações não estavam presentes no modelo inicial utilizado. Além disso, as velocidades abaixo dos corpos salinos foram bem estimadas, o que não foi o caso ao se aplicar a técnica de *FWI* tradicional. Desta forma, conclui-se que as estratégias propostas apresentam-se como alternativas em situações onde a *FWI* tradicional falha, fornecendo em alguns casos, modelos de velocidades da subsuperfície de alta resolução mesmo partindo de modelos iniciais que não contemplam os tempos de trânsito do problema.

1.2 Estrutura da tese

Este trabalho está organizado de maneira que no Capítulo 2 será apresentada a formulação matemática da técnica de inversão *FWI* tradicional e serão apresentados os algoritmos utilizados para inversão do campo de ondas completo utilizando esta formulação.

No capítulo 3 serão apresentadas as bases da estratégia Multi-Escala em eventos propostos, assim como os fluxos de inversão utilizados. Serão apresentadas as Estratégias denominadas MS1 e MS2, destacando as suas características e diferenças no que diz respeito a utilização das múltiplas de superfície no processo de inversão. Além disso, serão mostradas as modificações feitas no fluxo de inversão tradicional para contemplar diferentes eventos sísmicos separadamente.

No Capítulo 4 serão apresentados os resultados das aplicações numéricas das inversões *FWI* tradicionais e propostas na tese. Estes resultados serão analisados de maneira comparativa para validar a metodologia proposta. Por fim no Capítulo 5 serão feitas as conclusões e apresentados os trabalhos futuros.

O Apêndice A apresenta a estratégia utilizada para a obtenção dos eventos sísmicos primários e múltiplos de superfície separadamente, utilizados nas metodologias propostas nesta tese. Já nos Apêndices B e C foram deduzidas matematicamente as expressões utilizadas no cálculo das Derivadas de Fréchet e do Gradiente da Função Objetivo, respectivamente. O Apêndice D mostra a estratégia utilizada para a estimativa do comprimento do passo utilizado no algoritmo de otimização utilizado (Gradientes Descendentes).

Capítulo 2

Introdução a Inversão Sísmica Acústica do Campo de Ondas Completo

Neste capítulo serão apresentados basicamente os fundamentos teóricos da inversão sísmica do campo de ondas completo. Toda a formulação aqui apresentada foi desenvolvida no domínio do tempo e para o caso da utilização do modelo matemático acústico para a representação do campo de ondas.

2.1 O Problema Sísmico Direto e Inverso

Em um levantamento convencional de dados sísmicos gera-se a partir de uma fonte um campo de ondas que se propaga através das camadas geológicas em subsuperfície, cujos efeitos de propagação (reflexões, refrações, difrações etc.) são registrados por receptores posicionados na superfície da Terra. Estes dados contendo informações de amplitude, fase e tempo de trânsito destes campos precisam ser processados e interpretados com objetivo de se identificar e caracterizar elementos estruturais da subsuperfície propícios a acumulação de hidrocarbonetos.

Contidos na etapa de processamentos destes dados estão os processos de migração e inversão sísmica, os quais dependem em muitos casos da capacidade de simular os efeitos de propagação do campo de ondas em subsuperfície, dado um conjunto inicial de parâmetros que caracterize o meio. No contexto da geofísica aplicada, a simulação dos efeitos de propagação do campo de ondas a partir de um conjunto de parâmetros que defina o meio é conhecida por modelagem, o qual é um problema direto que será definido a seguir.

2.1.1 O Problema Direto

O problema direto consiste na simulação de determinada grandeza física observável de um sistema dados os parâmetros e condições que o caracterize. Em geral, as leis da físicas proporcionam maneiras de calcular as grandezas observáveis deste sistema dados os parâmetros que o definem. No problema sísmico acústico direto, considerando a densidade do meio constante, dada a distribuição bidimensional (2D) de velocidades compressonais de propagação do campo de ondas $v_p(x, z)$, simula-se através da Equação Acústica da Onda (AKI e RICHARDS (2002); CHAPMAN (2006)),

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \frac{1}{v_p^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = f(t)\delta(x - x_f)\delta(z - z_f), \quad (2.1)$$

a resposta sísmica relativa a esta distribuição de velocidades, sendo x e z coordenadas espaciais e t coordenada temporal. Na expressão (2.1) $f(t)$ representa a fonte sísmica utilizada, δ a função delta de Dirac e $p(x, z; t)$ o campo de ondas compressonais que se propagam através do meio. Desta forma, dados os parâmetros que caracterizam o meio de propagação, simulam-se os efeitos experimentados pelo campo de ondas ao percorrer este meio, através do modelo matemático que relaciona os parâmetros aos dados. Com isto é possível a predição de sismogramas correspondentes a um dado modelo que represente a Terra. A Figura (2.1) a seguir mostra uma representação esquemática do problema direto acústico.

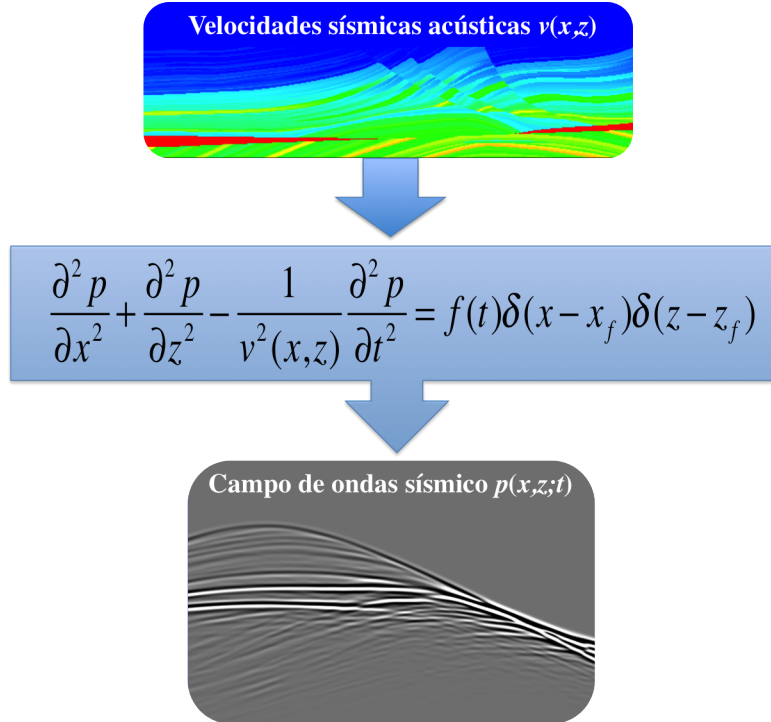


Figura 2.1: Problema Sísmico Acústico Direto

Vale ressaltar que o modelo matemático acústico é simplificado e contempla somente a propagação de ondas compressionais. Desta forma este modelo apresenta limitações com relação a completa representação do fenômeno de propagação do campo de ondas em subsuperfície, pois na realidade estes campos experimentam efeitos tais como absorção, conversão de modos de ondas (ondas convertidas PP - PS), ondas de superfície etc. Uma melhor aproximação para o fenômeno da propagação de ondas sísmicas seria considerar os meios de propagação como sendo elásticos ou viscoelásticos.

Entretanto, apesar de suas limitações e simplicidade, a utilização da Equação Acústica da Onda pode vir a fornecer resultados satisfatórios nas aplicações realizadas para a indústria petrolífera (BULCAO (2004)) e por esta razão este modelo foi utilizado nesta tese, através da Equação 2.1.

Para meios geologicamente complexos, a solução do problema sísmico direto através da Equação (2.1) requer que o problema seja discretizado e que se utilize métodos numéricos de solução. Neste trabalho utilizou-se o método numérico das Diferenças Finitas - MDF. A Figura 2.2 a seguir mostra a resposta sísmica registrada ao longo da superfície de observação para uma propagação acústica no modelo BP-2004 (BILLETE e BRANDSBERG-DAHL (2005)).

Assim, dadas as características do meio, simula-se através do modelo matemático acústico, o comportamento do campo de ondas compressional o qual é descrito por este modelo. A solução deste problema, dadas as condições iniciais e de fronteira, é relativamente simples quando comparado com um problema de grande interesse da geofísica de exploração, a saber o chamado Problema Inverso. Na próxima seção serão explorados alguns conceitos do Problema Inverso enfatizando as suas características associadas ao imageamento sísmico.

2.1.2 O Problema Inverso

Ao contrário do Problema Direto, resolver um Problema Inverso é determinar as propriedades físicas de um determinado sistema, a partir do registro de efeitos observáveis (medidos), através de um modelo matemático que relacione as propriedades do meio e as grandezas observáveis. Propriedades do sistema são as condições iniciais e de contorno, termo de fontes/sumidouro e propriedades físicas do meio. Efeitos são as grandezas físicas que se pode calcular neste sistema através de um modelo matemático, como o campo de ondas que se propaga numa distribuição de velocidades no caso sísmico.

Um dos principais objetivos da exploração sísmica é fazer inferências a respeito do interior da Terra a partir dos dados sísmicos observados na superfície. Este é tipicamente um problema inverso cujo objetivo é determinar as características do

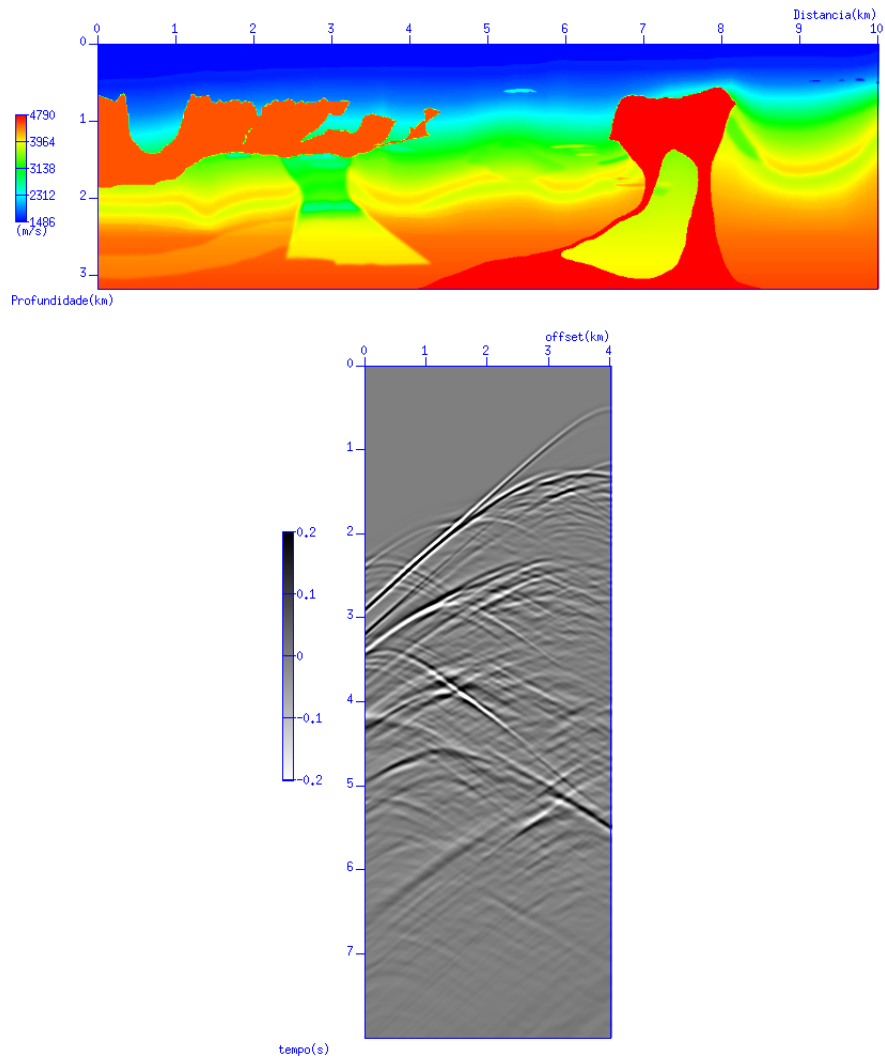


Figura 2.2: Modelo de velocidades BP-2004 (acima) e o campo de ondas observado por receptores na superfície do modelo para uma fonte sísmica na posição $x = 4060\text{m}$ (abaixo).

meio de propagação que justifiquem os dados sísmicos observado na superfície da Terra.

No caso do Problema Inverso acústico bidimensional, um dos parâmetros que se deseja determinar é a distribuição de velocidades compressionais $v_p(x, z)$ do interior da terra a partir dos sismogramas. Utiliza-se como ponto de partida para a solução deste problema os dados sísmicos observados na superfície da terra, uma estimativa inicial da distribuição de velocidades da sub-superfície e o modelo matemático acústico que relaciona estes dados às velocidades a serem estimadas. A Figura 2.3 a seguir mostra uma representação esquemática da inversão sísmica acústica.

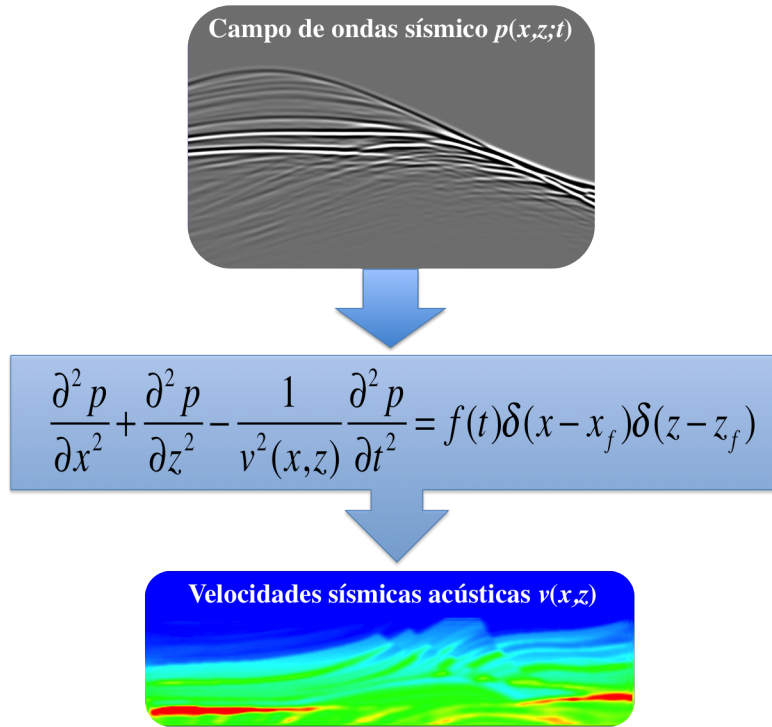


Figura 2.3: Problema Sísmico Acústico Inverso

Existe vários métodos de solução de Problemas Inversos, os quais possuem suas aplicabilidades, características e limitações VIRIEUX e OPERTO (2009). Dentre estes métodos de solução estão as técnicas de otimização as quais podem ter abordagens de otimização global ou local. Tradicionalmente, no caso da inversão *FWI* de dados sísmicos, a solução do problema é tratada como um processo de otimização local através do qual objetiva-se minimizar a diferença entre os dados observados $p^{obs}(x, z, t)$ e os dados calculados em um modelo inicial de velocidades $p^{cal}(x, z, t; v_p^0)$ (Pratt, 1998 ; Virieux Operto 2009), pois com esta diferença mínima, espera-se que esta solução represente a distribuição de velocidades da subsuperfície.

Porém, uma questão importante a ser levada em conta quando se deseja estimar parâmetros do meio a partir de dados medidos é a disponibilidade limitada destes dados, a precisão das medições e a presença de ruídos nos dados. Desta forma pode-

se dizer que em grande parte dos problemas inversos reais os dados não possuem informações suficientes para caracterizar completamente o meio, e dado um modelo matemático a ser utilizado na inversão, existe um limite quanto as informações que a solução do problema inverso pode fornecer. Isto caracteriza um problema indeterminado mal-posto, e sabidamente grande parte dos problemas inversos (assim como a inversão *FWI*) são problemas deste tipo. Segundo HADAMARD (1902), um problema é dito mal-posto se sua solução não existe, ou não é única ou não é estável.

A não unicidade de soluções e a não linearidade do modelo matemático acústico com relação as velocidades de propagação do meio $v_p(x, z)$, são grandes questões no processo de inversão *FWI* de dados sísmicos, pois geram funções objetivos com muitos mínimos locais e os processos de otimização local podem convergir para um desses mínimos. Desta forma, o processo de inversão *FWI* forneceria uma solução que não corresponde a solução real do problema (soluções que não representam o modelo geológico real).

Na tentativa de reduzir as chances de convergência para um mínimo local, a utilização de informações *a priori* e a utilização de métodos de regularização auxiliam o processo de inversão *FWI*, e quanto mais informações forem utilizadas no processo menores serão os riscos de cair em um mínimo local. Outra estratégia utilizada com este objetivo é a Multi-Escala em frequências BUNKS *et al.* (1995). Esta estratégia propõe que o processo de inversão *FWI* seja dividido em faixas de frequências (filtragem dos dados) e a inversão seja realizada recursivamente partindo das frequências mais baixas para as mais altas.

A Função Objetivo para frequências mais baixas (maiores escalas) é mais suave e contém menos mínimos locais que para frequências mais altas. Desta forma, espera-se que a técnica de Multi-Escala em frequências aumente de maneira considerável a probabilidade de convergência para o mínimo global da Função Objetivo (BUNKS *et al.* (1995)). Tradicionalmente, a inversão *FWI* utiliza-se a norma Euclidiana (norma L_2) do resíduo como Função Objetivo, entretanto outras normas podem ser utilizadas no processo de inversão (BROSSIER *et al.* (2010)). Para uma descrição detalhada dos tipos e características de algumas Funções Objetivos (norma L_1 , híbrida, Huber etc.), pode-se observar os trabalhos de BUBE e LANGAN (1997), GUITTON e SYMES (2003), BROSSIER *et al.* (2010). Nesta tese utilizou-se a norma L_2 do resíduo como Função Objetivo.

Basicamente, as ferramentas essenciais ao processo de inversão *FWI* é um mecanismo de modelagem eficiente, uma maneira de se avaliar o gradiente da Função Objetivo e um método de otimização. Nesta tese foi utilizada a técnica de otimização dos gradientes descendentes (*Steepest Descent*) (NOCEDAL e WRIGHT (2006)) e o Método Adjunto (FICHTNER (2011), PLESSIX (2006)) para o cálculo do gradiente da Função Objetivo. Também foi utilizada a técnica Multi-Escala em frequências,

na tentativa de reduzir a não linearidade do problema de inversão *FWI* acústica. Na próxima seção será apresentada a metodologia tradicional de inversão *FWI* acústica, assim como a metodologia para a obtenção do gradiente da Função Objetivo, parte fundamental no processo de inversão *FWI*.

2.2 O método de Newton para Inversão do Campo de Ondas Completo

A inversão acústica do campo de ondas completo é um processo iterativo de ajuste de dados que se propõe a fornecer informações quantitativas, de alta resolução, do campo de velocidades da sub-superfície. Este processo é baseado na modelagem do campo de ondas completo, e objetiva minimizar a diferença entre os dados observados $\mathbf{d}^{obs}$ e dados calculados em um modelo inicial de parâmetros, no caso a distribuição de velocidades do meio $\mathbf{d}^{cal}(\mathbf{m})$, denominado resíduo $\delta\mathbf{d}$ (TARANTOLA (1984)).

Partindo de um modelo inicial de velocidades, os métodos de otimização local objetivam estimar as derivadas de função objetivo nas vizinhanças deste modelo. Idealmente este modelo inicial de velocidades deve estar nas proximidades do mínimo global da função objetivo, caso contrário o algoritmo poderá convergir para um mínimo local. O processo de otimização é iterativo, onde em cada iteração calcula-se uma direção de busca $\mathbf{h}$ e um passo α , de modo que a atualização do modelo de velocidades seja realizada pela expressão

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \alpha\mathbf{h}. \quad (2.2)$$

Assumindo a métrica L_2 , a Função Objetivo utilizada neste trabalho é dada pela expressão 2.3 a seguir

$$E(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}) \right)^2 dt, \quad (2.3)$$

na qual,

- T representa o tempo total de registro;
- N_f é o número de Famílias de Tiro Comum (FTC);
- para cada (FTC) tem-se $ind2(j)-ind1(j)+1$ receptores;

O meio de propagação do campo de ondas discretizado está representado na Figura 2.4 e é composto por $N = N_x \cdot N_z$ incógnitas (componentes do vetor velocidades $\mathbf{v}$), ou seja

$$\mathbf{v} = (v_{11}, v_{12}, \dots, v_{1N_z}, v_{21}, v_{22}, \dots, v_{2N_z}, \dots, v_{N_x1}, v_{N_x2}, \dots, v_{N_xN_z}), \quad (2.4)$$

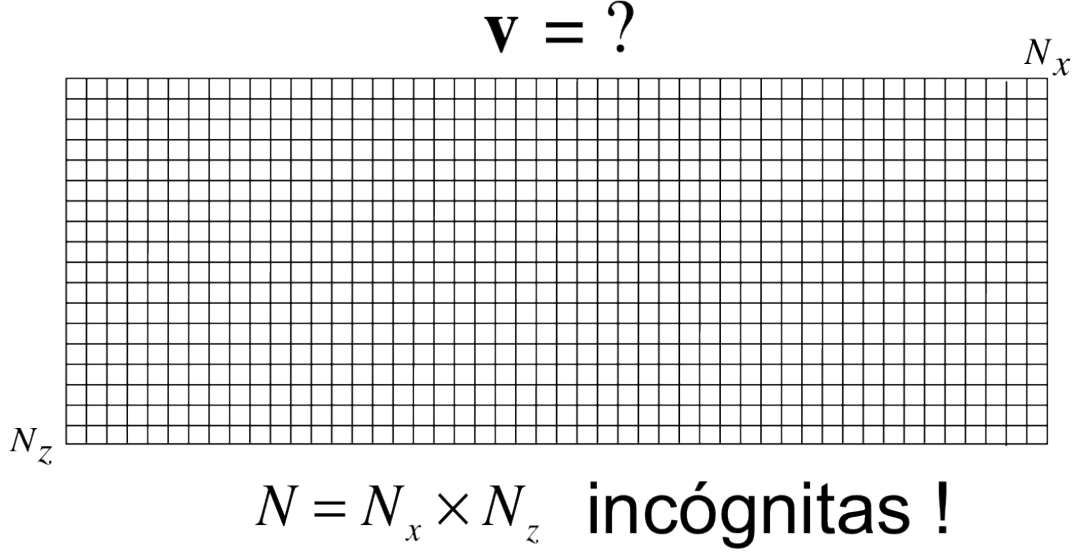


Figura 2.4: Representação do meio de discretizado

Realizando a expansão em série de Taylor da Função Objetivo em torno de um campo de velocidades $\mathbf{v}_0$, denominado modelo de fundo, chega-se a

$$E(\mathbf{v}) = E(\mathbf{v}_0) + \sum_{k=1}^N \frac{\partial E}{\partial v_k}(\mathbf{v}_0) \Delta v_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N \frac{\partial^2 E}{\partial v_k \partial v_l}(\mathbf{v}_0) \Delta v_k \Delta v_l + \dots \quad (2.5)$$

ou

$$E(\mathbf{v}) = E(\mathbf{v}_0) + \nabla E(\mathbf{v}_0) \cdot \Delta \mathbf{v} + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N H_{kl}(\mathbf{v}_0) \Delta v_k \Delta v_l + \dots \quad (2.6)$$

onde $\nabla E(\mathbf{v}_0)$ e $\mathbf{H}(\mathbf{v}_0)$ representam as matrizes Gradiente e Hessiana da Função Objetivo E calculadas em $\mathbf{v}_0$, Expressões 2.7 e 2.8,

$$\nabla E(\mathbf{v}_0) = \left(\frac{\partial E}{\partial v_1}(\mathbf{v}_0) \quad \frac{\partial E}{\partial v_2}(\mathbf{v}_0) \quad \dots \quad \frac{\partial E}{\partial v_N}(\mathbf{v}_0) \right)^T \quad (2.7)$$

e

$$\mathbf{H}(\mathbf{v}_0) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 E}{\partial v_1 \partial v_1}(\mathbf{v}_0) & \frac{\partial^2 E}{\partial v_1 \partial v_2}(\mathbf{v}_0) & \dots & \frac{\partial^2 E}{\partial v_1 \partial v_N}(\mathbf{v}_0) \\ \frac{\partial^2 E}{\partial v_2 \partial v_1}(\mathbf{v}_0) & \frac{\partial^2 E}{\partial v_2 \partial v_2}(\mathbf{v}_0) & \dots & \frac{\partial^2 E}{\partial v_2 \partial v_N}(\mathbf{v}_0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 E}{\partial v_N \partial v_1}(\mathbf{v}_0) & \frac{\partial^2 E}{\partial v_N \partial v_2}(\mathbf{v}_0) & \dots & \frac{\partial^2 E}{\partial v_N \partial v_N}(\mathbf{v}_0) \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

No método de Newton, a equação 2.6 é substituída pela sua versão truncada utilizando aproximação de segunda ordem, e desta forma, em cada iteração busca-se o campo de velocidades que minimiza o parabolóide N dimensional dado pela

expressão

$$E'(\mathbf{v}) = E(\mathbf{v}_0) + \nabla E(\mathbf{v}_0) \cdot (\mathbf{v} - \mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^N H_{kl}(\mathbf{v}_0)(v_k - v_{0k})(v_l - v_{0l}), \quad (2.9)$$

supondo a matriz $\mathbf{H}(\mathbf{v}_0)$ positiva definida. A Figura 2.5 apresenta esquematicamente o Método de Newton que utiliza aproximação quadrática no processo de otimização.

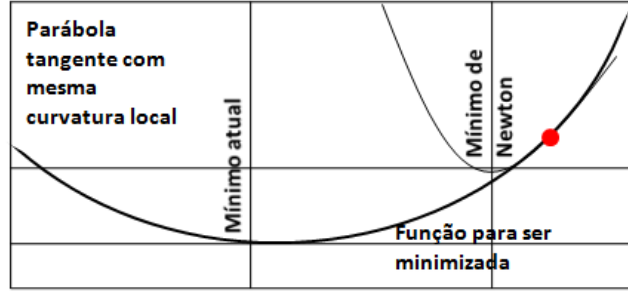


Figura 2.5: Representação do método de otimização de Newton. Adaptado de TARANTOLA (1987).

Do fato que a velocidade que minimiza a Função Erro corresponde necessariamente a um ponto estacionário, isto é

$$\frac{\partial E'}{\partial v_m}(\mathbf{v}) = 0, \quad (2.10)$$

chega-se a

$$\frac{\partial E'}{\partial v_m}(\mathbf{v}) = \frac{\partial E}{\partial v_m}(\mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N H_{ml}(\mathbf{v}_0)(v_l - v_{0l}) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N H_{km}(\mathbf{v}_0)(v_k - v_{0k}) = 0. \quad (2.11)$$

Como a Matriz $\mathbf{H}$ é simétrica, obtém-se

$$\frac{\partial E}{\partial v_m}(\mathbf{v}_0) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N H_{lm}(\mathbf{v}_0)(v_l - v_{0l}) + \frac{1}{2} \sum_{l=1}^N H_{lm}(\mathbf{v}_0)(v_l - v_{0l}) = 0 \quad (2.12)$$

ou ainda

$$\frac{\partial E}{\partial v_m}(\mathbf{v}_0) + \sum_{l=1}^N H_{lm}(\mathbf{v}_0)(v_l - v_{0l}) = 0. \quad (2.13)$$

Desta forma, em termos matriciais pode-se escrever que

$$\mathbf{H}(\mathbf{v}_0)\Delta\mathbf{v} = -\nabla E(\mathbf{v}_0). \quad (2.14)$$

Considerando a matriz Hessiana $\mathbf{H}$ inversível, chega-se a fórmula de Newton, para o cálculo do campo de velocidades que minimiza a Função Objetivo $\mathbf{E}'$ em cada iteração (aproximação quadrática),

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{v}_0) \nabla E(\mathbf{v}_0), \quad (2.15)$$

neste caso a direção de atualização é dada $\mathbf{h} = \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{v}_0) \nabla E(\mathbf{v}_0)$ e $\alpha = -1$.

O Método de Newton está resumido no Algoritmo 1 a seguir, para N_f Famílias de Tiro Comum (*CSP - Common Shot Point*) e um modelo inicial $\mathbf{v}_0$. (epsilon ϵ) é uma função da razão sinal ruído.

Algoritmo 1: Algoritmo geral do Método de Newton.

Entrada: Família de Tiro Comum e modelo inicial de velocidades $\mathbf{v}_0$.

1) Para cada fonte $j=1$ até N_f , resolva o problema direto (MDF)

$$\nabla^2 p^{(j)} - \frac{1}{v_0^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(j)}}{\partial t^2} = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(j)}),$$

2) Calcule a Função Objetivo

$$E(\mathbf{v}_0) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=\text{ind}1(j)}^{i=\text{ind}2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}_0) \right)^2 dt,$$

3) Se $E(\mathbf{v}_0) \leq \epsilon \rightarrow \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \rightarrow \text{FIM}$

Se $E(\mathbf{v}_0) > \epsilon \rightarrow \text{Prossiga}$

4) Calcule o gradiente e a Hessiana (inversa)

5) Atualize o modelo de velocidades: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{H}^{-1}(\mathbf{v}_0) \nabla E(\mathbf{v}_0)$

6) Calcule a Função Objetivo para o modelo atualizado $\mathbf{v}$

$$E(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=\text{ind}1(j)}^{i=\text{ind}2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}) \right)^2 dt,$$

7) Se $E(\mathbf{v}_0) \leq \epsilon$ ou $\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_0 \rightarrow \text{FIM}$

Se $E(\mathbf{v}_0) > \epsilon \rightarrow \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}$ e retorne ao passo 4.

O Algoritmo 1 representa o Método Full Newton para otimização local, porém a utilização deste algoritmo em problemas reais com grande número de parâmetros se torna proibitivo, pois o cálculo da Matriz Hessiana possui uma demanda computacional muito grande, principalmente para problemas tridimensionais. Entretanto, na prática existem métodos que aproximam a matriz Hessiana, dentre eles o método dos Gradientes Descendentes utilizado neste trabalho (PRATT *et al.* (1998)). Neste método a matriz Hessiana é aproximada por $\mathbf{H}(\mathbf{v}_0) = \alpha \cdot \mathbf{I}$, onde α é um escalar denominado passo e $\mathbf{I}$ é a matriz identidade. O cálculo do Gradiente utilizado no

processo de otimização será apresentado na seção a seguir.

2.3 Cálculo do Gradiente

A matriz Gradiente (Expressão 2.7) é o vetor de N dimensões (número de parâmetros do modelo) composta pelas derivadas da Função Objetivo $E(\mathbf{v})$ com relação aos parâmetros do meio (neste caso velocidades acústicas de propagação). Estas derivadas para uma Família de Tiro Comum escreve-se

$$\frac{\partial E}{\partial v_l} = \sum_{k=1}^{N_r} \frac{\partial p}{\partial v_l}(\vec{r}_k, t) \otimes \Delta p(\vec{r}_k, t) \Big|_{lag0}, \quad (2.16)$$

onde l varia de 1 ao número de parâmetros N e $\frac{\partial p}{\partial v_l}(\vec{r}_k, t)$ é a derivada do campo de pressão, nas posições dos receptores, com respeito a velocidade na posição $\vec{r}_l$ (Derivada de Fréchet), e $\Delta p(\vec{r}_k, t) = p(\vec{r}_k, t) - d(\vec{r}_k, t)$ representa as diferenças (resíduos) entre os dados calculados e observados. A fórmula 2.16 pode ser deduzida derivando a Função Objetivo diretamente. Portanto, $\frac{\partial E}{\partial v_l}$ é igual a soma das correlações no *lag* zero entre as Derivadas de Fréchet e os resíduos nas posições dos receptores.

A interpretação física da operação para o cálculo do gradiente está apresentada na Figura 2.6, onde percebe-se que a derivada de Fréchet, associada ao parâmetro na posição $\vec{r}_l$, pode ser interpretada como o campo de ondas registrado na superfície de observação, espalhado pelo ponto localizado em $\vec{r}_l$.

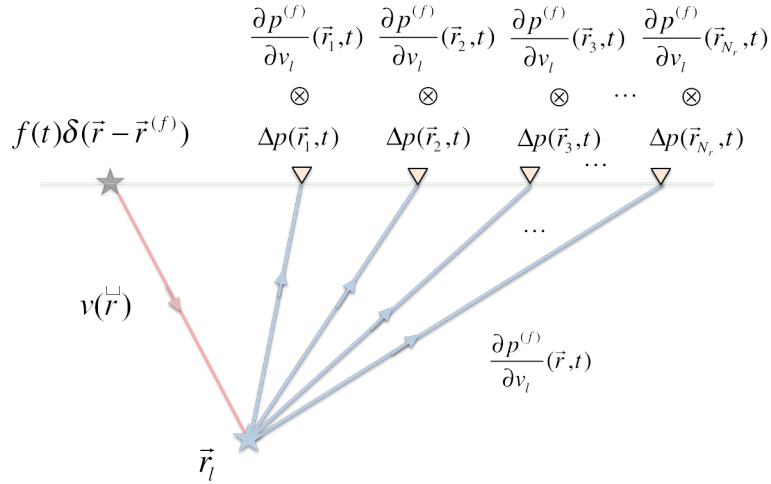


Figura 2.6: O gradiente é dado pela soma das correlações no *lag* entre as Derivadas de Fréchet e os resíduos nas posições dos receptores.

Para uma fonte localizada em $\vec{r}^{(f)}$, a derivada de Fréchet em $(\vec{r}, t)$ associada ao ponto do meio $\vec{r}_l$, é dada pela expressão abaixo (deduzida no Apêndice A)

$$\frac{\partial p^{(f)}}{\partial v_l}(\vec{r}, t) = g(\vec{r}, \vec{r}_l, t) * \left(\frac{-2}{v(\vec{r}_l)^3} \right) \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}_l, t), \quad (2.17)$$

onde $g(\vec{r}, \vec{r}_l, t)$ representa a Função de Green encontrada através da solução da equação diferencial

$$\nabla^2 g(\vec{r}, \vec{r}_l, t) - \frac{1}{v(\vec{r})^2} \frac{\partial^2 g(\vec{r}, \vec{r}_l, t)}{\partial t^2} = \delta(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_l) \quad (2.18)$$

e para $t \leq 0$

$$g(\vec{r}, \vec{r}_l, t) = \frac{\partial g(\vec{r}, \vec{r}_l, t)}{\partial t} = 0. \quad (2.19)$$

O termo $\frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}_l, t)$ é a derivada segunda com relação ao tempo do campo incidente em $\vec{r}_l$, que é dado pela solução da Equação da Onda não homogênea

$$\nabla^2 p^{(f)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v(\vec{r})^2} \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(f)}) \quad (2.20)$$

e para $t \leq 0$

$$p^{(f)}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^{(f)}}{\partial t}(\vec{r}, t) = 0, \quad (2.21)$$

sendo $f(t)$ a assinatura da fonte sísmica.

A Figura 2.7 mostra que a Derivada de Fréchet com relação a velocidade v_l pode ser interpretada como a o campo de ondas registrado na superfície de observação espalhado pelo ponto l .

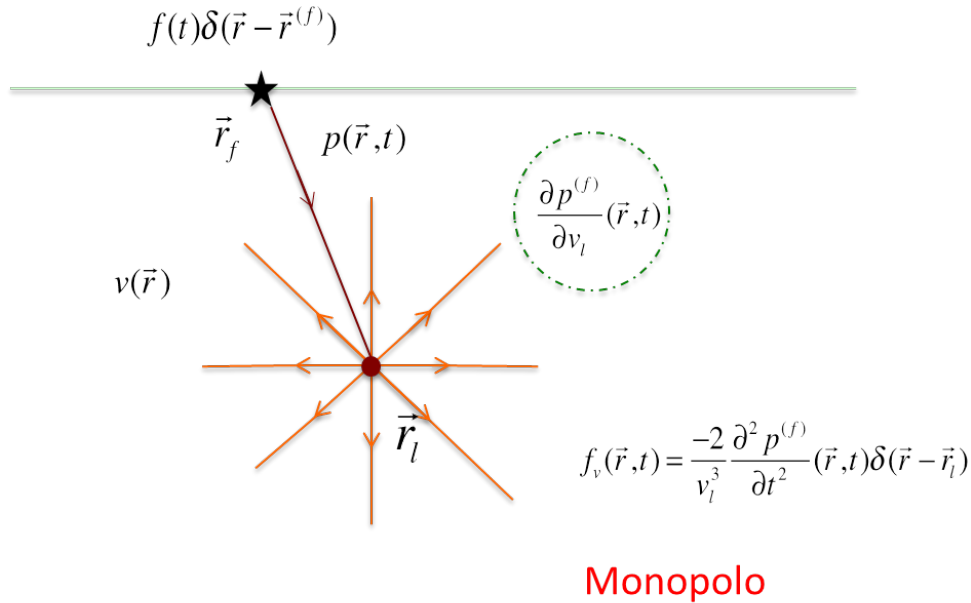


Figura 2.7: Interpretação Física das Derivadas de Fréchet.

Resumidamente, o algoritmo para o cálculo do gradiente, utilizando a computação explícita das derivadas de Fréchet, está apresentado a seguir (Algoritmo 2).

Algoritmo 2: Algoritmo G1 para o cálculo do gradiente da Função Objetivo envolvendo a computação explícita das Derivadas de Fréchet. O item (2) requer a solução do problema direto N vezes.

1) Resolva a Equação Diferencial Parcial (EDP) (numericamente pelo MDF)

$$\nabla^2 p^{(f)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_j),$$

$$p^{(f)}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^{(f)}}{\partial t}(\vec{r}, t) = 0, \text{ para } t = 0 \text{ (Condição Inicial)}$$

Do $l = 1, N$

2) Resolva a EDP (MDF)

$$\nabla^2 p^{(fl)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p^{(fl)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = -\frac{2}{v_l^3} \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_l)$$

$$p^{(fl)}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^{(fl)}}{\partial t}(\vec{r}, t) = 0, \text{ para } t = 0 \text{ (Condição Inicial)}$$

3) Faça as Correlações

$$\frac{\partial E}{\partial v_l} = 0$$

Do $k = 1, N_r$ (r igual ao número de receptores)

$$\Delta p^{(f)}(\vec{r}_k, t) = p^{(f)}(\vec{r}_k, t) - d^{(f)}(\vec{r}_k, t)$$

$$\frac{\partial E}{\partial v_l} = \frac{\partial E}{\partial v_l} + p^{(fl)}(\vec{r}_k, t) \otimes \Delta p^{(f)}(\vec{r}_k, t) \Big|_{lag0}$$

EndDo

EndDo

Embora esta formulação seja adequada para a compreensão do problema inverso, o cálculo do gradiente através da Equação 2.16 demanda esforços muitas vezes superiores aos recursos computacionais disponíveis, principalmente para aplicações tridimensionais. De fato, para cada Família de Tiro Comum, o Algoritmo 2 (Algoritmo G1), apresentado anteriormente, necessita da solução do problema sísmico direto (modelagem) $N + 1$ vezes.

Assim sendo, na prática utiliza-se uma fórmula que não depende explicitamente das Derivadas de Fréchet, a qual é deduzida através do Método Adjunto, no Apêndice C (PLESSIX (2006); FICHTNER (2011)). O gradiente da Função Objetivo em um ponto $\vec{r}_l$ do meio pode ser calculado através da correlação no *lag* zero entre a derivada segunda do campo de ondas incidente neste ponto a partir da fonte e o

Campo Adjunto, conforme a seguinte equação

$$\frac{\partial E}{\partial v_l} = \frac{2}{v(\vec{r}_l)^3} \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}_l, t) \otimes p^{(f)\dagger}(\vec{r}_l, t) \Big|_{lag0} \quad (2.22)$$

onde

$$\nabla^2 p^{(f)\dagger} - \frac{1}{v^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(f)\dagger}}{\partial t^2} = \sum_{i=ind1(f)}^{i=ind2(f)} \Delta p^{(f)}(\vec{r}, t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (2.23)$$

para $t \geq T$

$$p^{(f)\dagger}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^{(f)\dagger}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0, \quad (2.24)$$

onde $p^{(f)\dagger}$ é o Campo Adjunto associado a fonte f .

A Figura 2.8 ilustra o cálculo do Gradiente no ponto $\vec{r}_l$ para um Família de Tiro Comum.

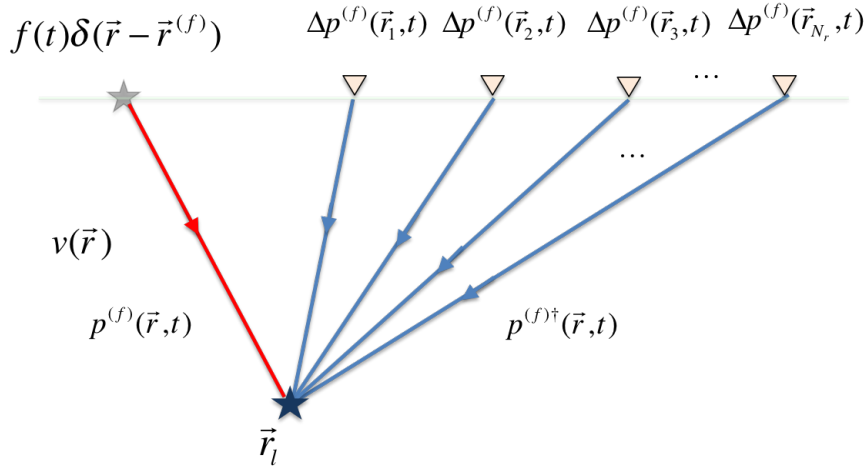


Figura 2.8: Correlação dos campos - Método Adjunto.

Com base na interpretação física para o cálculo do gradiente, através do Método Adjunto (Figura 2.8), percebe-se que o gradiente da Função Objetivo no ponto $\vec{r}_l$ é calculado através da correlação entre o campo de ondas propagado diretamente a partir da fonte sísmica (representado pelo segmento de reta vermelho) e a retropropagação dos resíduos a partir dos receptores (representado pelos segmentos de retas azuis), em um processo similar a Migração Reversa no Tempo (*Reverse Time Migration - RTM*) (LAILLY (1983) e TARANTOLA (1984)). Vale lembrar que o cálculo do gradiente através do Método Adjunto não necessita da determinação das derivadas de Fréchet explicitamente, o que torna o processo viável em situações com um número muito grande de parâmetros (VIRIEUX e OPERTO (2009)).

O Algoritmo 3 (Algoritmo G2), apresentado a seguir, utiliza somente a solução de dois problemas diretos e a correlação entre os campos de ondas para o cálculo do

Gradiente em todos os pontos do meio e apresenta maior eficiência computacional quando comparado com o algoritmo G1. A metodologia assim proposta, enunciada primeiramente por LAILLY (1983) e TARANTOLA (1984), contribuiu de maneira decisiva e tornou o processo de inversão *FWI* de dados sísmicos factível em situações reais.

Algoritmo 3: Algoritmo G2 para cálculo do gradiente - Método Adjunto.

1) Resolva a Equação Diferencial Parcial (EDP) (Extrapolação Direta)

$$\nabla^2 p^{(f)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(f)}),$$

$$p^{(f)}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^{(f)}}{\partial t}(\vec{r}, t) = 0, \text{ para } t \leq 0$$

2) Resolva a Equação Diferencial Parcial (EDP) (Extrapolação Reversa)

$$\nabla^2 p^{(f)\dagger}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(f)\dagger}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^{N_r} \Delta p^{(f)}(\vec{r}, t) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i),$$

$$p^{(f)\dagger}(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^{(f)\dagger}}{\partial t}(\vec{r}, t) = 0, \text{ para } t \geq T$$

3) Faça as Correlações

Do $l = 1, N$ (N Número de pontos do modelo)

$$\frac{\partial E}{\partial v_l} = \frac{2}{v^3(\vec{r}_l)} \frac{\partial^2 p^{(f)}}{\partial t^2}(\vec{r}_l, t) \otimes p^{(f)\dagger}(\vec{r}_l, t) \Big|_{lag0}$$

EndDo

2.3.0.1 Algoritmo dos Gradientes Descendentes

Nesta tese foi utilizado o Método dos Gradientes Descendentes como mecanismo de otimização local, cujo algoritmo esta apresentado a seguir (Algoritmo 4). Neste método, o campo de velocidades é atualizado de maneira similar a apresentada na Equação 2.15, porém com a matriz Hessiana aproximada por $H(\mathbf{v}_0) = \alpha \cdot I$, onde α é um escalar denominado passo e I é a matriz identidade.

Algoritmo 4: Algoritmo do método do gradiente de otimização local.

Entrada: Família de Tiro Comum e modelo inicial de velocidades $\mathbf{v}_0$.

1) Para cada fonte j , resolva o Problema Direto (MDF):

$$\nabla^2 p^{(j)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v_0^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(j)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(j)})$$

2) Calcule a Função Objetivo:

$$E(\mathbf{v}_0) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}_0) \right)^2 dt,$$

3) Se $E(\mathbf{v}_0) \leq \epsilon \longrightarrow \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 \longrightarrow \text{FIM}$

Se $E(\mathbf{v}_0) > \epsilon \longrightarrow \text{Prossiga}$

4) Calcule o gradiente e o passo α

5) Atualize o modelo de velocidades: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 - \alpha \nabla E(\mathbf{v}_0)$

6) Calcule a Função Objetivo:

$$E(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}) \right)^2 dt,$$

7) Se $E(\mathbf{v}) \leq \epsilon$ ou $\mathbf{v} \approx \mathbf{v}_0 \longrightarrow \text{FIM}$

Se $E(\mathbf{v}) > \epsilon \longrightarrow \mathbf{v}_0 = \mathbf{v}$ e retorne ao passo 4.

Este é o algoritmo iterativo de otimização local dos Gradientes Descendentes, utilizado no processo de *FWI* tradicional. Como a técnica Multi-Escala em frequências foi utilizada neste caso, este algoritmo foi aplicado para cada faixa de frequências iterativamente, cujo critério de parada utilizado foi o máximo de 30 iterações por faixa ou aumentos consecutivos da Função Objetivo $E(\mathbf{v}_0)$. O critério de parada de aumentos consecutivos da Função Objetivo ao longo do processo iterativo, baseia-se na ideia de que estes aumentos significam que o modelo de velocidades obtido já está muito próximo do modelo que minimiza esta função (para cada faixa de frequências), e desta forma este modelo obtido é tomado como resultado do processo de inversão e tomado como modelo inicial para a próxima faixa de frequências.

Ao longo do processo iterativo de inversão, estes aumentos consecutivos estão associados ao comprimento do passo α utilizado, cuja maneira utilizada nesta tese para sua estimativa está descrita no Apêndice D. No código computacional de inversão desenvolvido, a Função Objetivo em cada iteração é comparada com a anterior e caso ocorra um aumento, o passo é ajustado para que esta diminua. Entretanto, quando o modelo invertido já está muito próximo do modelo que minimiza a Função Objetivo, aumentos consecutivos podem ocorrer ao longo do processo iterativo e nesta situação o processo para e passa para a próxima faixa de frequências. Nesta tese foi utilizado como critério de parada o número máximo de 5 aumentos consecutivos da Função Objetivo por iteração, para cada faixa de frequências.

No Próximo Capítulo serão apresentados e descritos os algoritmos associados as inversões dos dados separadamente, assim como os utilizados nas estratégias de inversão denominadas MS1 e MS2, aqui propostas. Vale lembrar que em todas as inversões realizadas nesta tese foi utilizado o algoritmo dos Gradientes Descendentes conforme descrito anteriormente.

Capítulo 3

Inversão Sísmica do Campo de Ondas Completo Associados a Fontes Reais e Virtuais de Superfície

Neste Capítulo serão apresentados os algoritmos de inversão *FWI*, utilizados nesta tese, para os eventos primários e múltiplos de superfície. Inicialmente será apresentado o fluxo que utiliza estes eventos separadamente sem a utilização das estratégias Multi-Scala em eventos. Posteriormente este fluxo será modificado para utilizar os eventos sísmicos utilizando as estratégias Multi-Escala, denominadas MS1 e MS2, respectivamente. Estas modificações estão associadas basicamente a seleção dos eventos a serem utilizados na inversão e a mudança da fonte sísmica, que para o caso dos eventos múltiplos consiste em considerar cada ponto da superfície do mar como uma “fonte virtual” (LIU *et al.* (2011); ZHANG *et al.* (2013)).

3.1 Fluxo de Inversão *FWI* Utilizando Eventos Primários e Múltiplos Separadamente

Primeiramente, para a utilização deste fluxo de inversão necessita-se separar os eventos primários e múltiplos de superfície. Nesta tese, estes eventos foram modelados separadamente de acordo como apresentado no Apêndice A. Entretanto, para a aplicação em dados reais, técnicas como *SRME* (VERSCHUUR (1991)) e *EPSI* (VAN GROENESTIJN (2010)) precisam ser aplicadas.

Desta forma obtém-se:

$$d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t); \quad d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t); \quad d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t) \quad ..., \quad (3.1)$$

onde $d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$ representa os dados contendo somente eventos primários P_0 , $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$ representa os dados contendo somente eventos múltiplos de primeira ordem M_1 , e assim por diante. Nesta tese os dados observados também foram modelados por faixa de frequências, não sendo portanto necessária a aplicação de filtros para a obtenção das componentes do campo de ondas separadas para cada faixa de frequências. Vale lembrar que para a obtenção de dados sísmicos reais separados por faixa de frequências, deve-se aplicar algum tipo de filtro passa banda (Trapezoidal, Butterworth, etc.)

Considerando os dados sísmicos observados separados por ordem de eventos e faixa de frequências, obtém-se:

$$\begin{array}{ccccccc} d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t); & d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t); & d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t); & \dots & \text{primárias } P_0 \text{ separadas por faixas de frequências,} \\ 0 - f_1 & 0 - f_2 & 0 - f_3 & \dots & \text{(Fonte Real)} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t); & d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t); & d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t); & \dots & \text{múltiplas } M_1 \text{ separadas por faixas de frequências,} \\ 0 - f_1 & 0 - f_2 & 0 - f_3 & \dots & \text{(Fonte Virtual 1)} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t); & d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t); & d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t); & \dots & \text{múltiplas } M_2 \text{ separadas por faixas de frequências,} \\ 0 - f_1 & 0 - f_2 & 0 - f_3 & \dots & \text{(Fonte Virtual 2)} \end{array}$$

onde $0 - f_1$, $0 - f_2$, $0 - f_3$, etc. representam as faixas de frequências na ordem crescente.

Estando os dados sísmicos separados por ordem de eventos e filtrados por faixas de frequências, pode-se realizar a inversão *FWI* para cada evento separadamente, utilizando a técnica Multi-Escala em frequências (BUNKS *et al.* (1995)). Para os eventos primários a fonte sísmica é pontual e localizada na superfície do modelo, já no caso dos eventos múltiplos consiste em considerar cada hidrofone como uma fonte virtual (ZHANG *et al.* (2013)).

Nesta estratégia, a inversão *FWI* é realizada de maneira semelhante ao processo tradicional, considerando os dados contendo somente os eventos a serem utilizados no processo e a sua respectiva fonte (Fonte Real ou Virtual). Em outras palavras, para a inversão dos eventos primários considera-se os dados contendo somente estes eventos e a fonte pontual na superfície, já para os eventos múltiplos de primeira ordem considera-se os dados com estes eventos e sua respectiva fonte virtual na superfície de observação, e assim por diante. Vale mencionar, que ao se utilizar os eventos separadamente, obtém-se um resultado de inversão para cada evento, contendo informações somente a estes associadas.

Resumidamente, apresenta-se a seguir o Algoritmo 5 utilizado nesta tese como fluxo para a inversão de cada evento sísmico (P_0 , M_1 , M_2) separadamente. A menos da utilização dos eventos sísmicos separadamente, este algoritmo é bastante semelhante ao descrito no capítulo anterior para a inversão tradicional que utiliza

o Método dos Gradientes Descendentes (Algoritmo 4). Assim como antes, no algoritmo aqui apresentado a Matriz Hessiana foi aproximada por $H(\mathbf{v}_0) = \alpha \cdot I$, onde α é um escalar denominado passo e I é a matriz identidade.

Algoritmo 5: Fluxo de inversão *FWI* para eventos sísmicos separados por ordem de reflexão na superfície do mar - com multi-escala em frequências.

Entrada: Famílias de Tiro Comum e modelo inicial de velocidades $\mathbf{v}_0$.

1) Aplicar nos dados algoritmos de separação de primárias P_0 e múltiplas de superfície M_n (*EPSI*).

1) Dados separados $d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t)$... *Fontes Reais e Virtuais*

2) Filtrar os dados de cada evento por faixas de frequências de maneira crescente ($0 - f_1$, $0 - f_2$, $0 - f_3$...).

1) Dado sísmico separado por eventos e faixas de frequências

$d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$, ..., $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$, ...
 $0-f_1$ $0-f_2$ $0-f_3$ $0-f_1$ $0-f_2$ $0-f_3$

3) Para cada evento separado, inicie o *loop* de frequências $0 - f_1$, $0 - f_2$, $0 - f_3$... (frequências mais baixas para as mais altas).

4) Início do *loop* de iterações 1, ..., N_{it}

1) Para a devida faixa de frequências resolva para cada fonte j :

$$\nabla^2 p^{(j)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v_0^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(j)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(j)})$$

5) Obtenha os dados sintéticos nas posições dos receptores i e calcule a Função Objetivo:

$$E(\mathbf{v}_0) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}_0) \right)^2 dt$$

1) Se $E(\mathbf{v}_0)$ não satisfaz critério de parada $\rightarrow$ Prossiga

6) Calcule o gradiente da Função Objetivo $\nabla E(\mathbf{v}_0)$ e o passo α

7) Atualize o modelo de velocidades: $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 - \alpha \nabla E(\mathbf{v}_0)$

8) Calcule a Função Objetivo para o modelo atual $\mathbf{v}$:

$$E(\mathbf{v}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j)}(t) - p_i^{(j)}(t; \mathbf{v}) \right)^2 dt$$

1) Se $E(\mathbf{v}) < E(\mathbf{v}_0)$ e critério de parada não é satisfeito, $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v} \rightarrow$ vá para a próxima iteração - *loop* 4.

2) Caso o critério de parada seja satisfeito, $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}$, vá para a próxima faixa de frequências - *loop* 3.

1) Modelo de saída das frequências baixas será entrada para as frequências altas.

3) Terminada as faixas de frequências, faça $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{final} \rightarrow$ FIM.

O Algoritmo 5, apresentado anteriormente, foi utilizado neste trabalho para a inversão dos dados sísmicos separadamente, utilizando eventos primários e múltiplos

de primeira e segunda ordens. De uma maneira mais esquemática, a Figura 3.1 mostra o fluxo utilizado para a inversão dos eventos sísmicos primários e múltiplos de superfície separadamente. Os resultados de aplicações utilizando este fluxo serão apresentados no próximo capítulo.

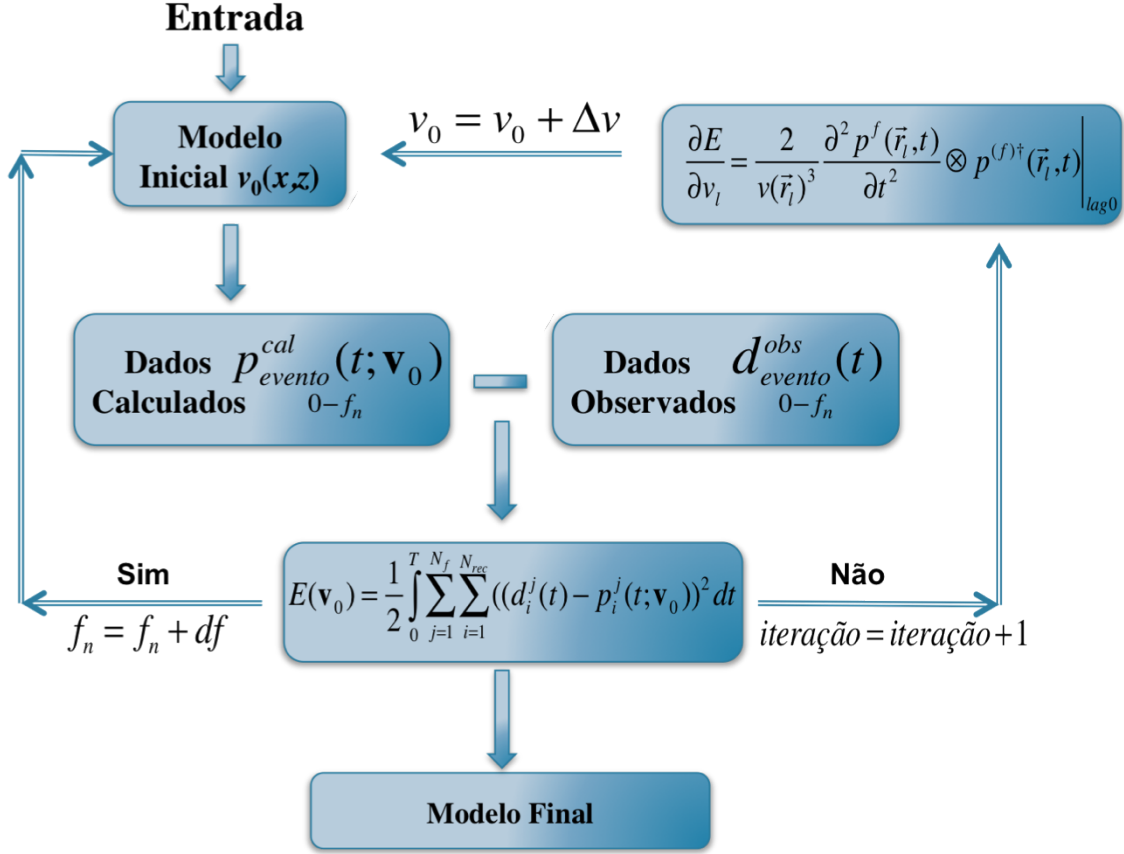


Figura 3.1: Fluxo de inversão utilizado para a inversão dos dados sísmicos contendo todos os eventos sísmicos (primárias e múltiplas de superfície) juntos.

A seguir será apresentado o algoritmo de Inversão *FWI*, denominado MS1, que utiliza os eventos primários e múltiplos de superfície de maneira recursiva. Destaca-se que este algoritmo de inversão proporcionou um dos melhores resultados obtidos neste trabalho, conforme será apresentado no capítulo de aplicações.

3.2 Fluxo de Inversão *FWI* Utilizando Eventos Primários e Múltiplos Utilizando a Estratégia - MS1

Esta estratégia de inversão, denominada MS1, foi proposta neste trabalho como uma alternativa a inversão *FWI* tradicional, quando não se possui um bom modelo cinemático inicialmente, e portanto a técnica de inversão tradicional tem grandes

chances de convergir para um mínimo local da Função Objetivo e falhar, não apresentando resultados satisfatórios.

Com esta estratégia de inversão objetiva-se mostrar que, mesmo em situações onde o modelo inicial de velocidades não contempla os tempos de trânsito do problema sísmico, ou seja está bem distante do modelo real, pode-se, nos casos apresentados, obter um resultado superior a inversão *FWI* tradicional. Esta estratégia também utiliza os eventos sísmicos separadamente, porém de maneira recursiva, onde o resultado para os eventos de menor ordem (com relação a reverberações na superfície do mar) são utilizados como modelo inicial para os de maior ordem. A Figura 3.2 mostra a sequência recursiva de inversões realizadas na estratégia MS1, por faixa de frequências e por evento sísmico.

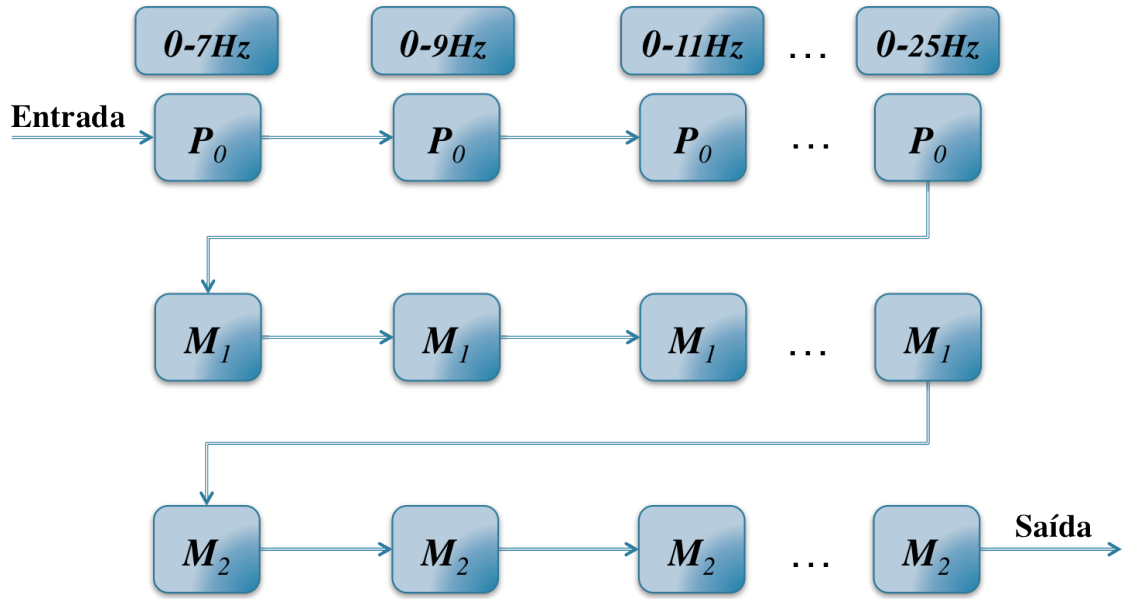


Figura 3.2: Sequência recursiva de inversões realizadas na estratégia MS1, por faixa de frequências e por evento sísmico.

Assim, agrega-se informações no modelo de velocidades resultante de maneira gradual, o que torna o problema de inversão *FWI* menos não-linear, diminuindo a probabilidade de convergência para um mínimo local da Função Objetivo. Além disso, por utilizar os eventos sísmicos separadamente, esta estratégia apresenta menos possibilidades de *Cross-Talk*, o que reduz as possibilidades de saltos de ciclo (*Cycle-Skipping*).

Devido ao caráter oscilatório dos dados sísmicos, podem ocorrer no processo de inversão *FWI* os Saltos de Ciclo. Estes saltos ocorrem se a diferença de fase (deslocamento em tempo de trânsito) entre os dados sintéticos e os dados observados forem maior do que a metade de um período do comprimento de ondas dominante (VIRIEUX e OPERTO (2009)).

Na prática, o problema dos Saltos de Ciclo aparecem porque geralmente é difícil de se obter um modelo inicial de velocidades contendo as componentes com baixos número de onda ou porque os dados sísmicos não contêm baixas frequências suficientes (MA (2012)). A ocorrência dos Saltos de Ciclo aumenta a probabilidade de convergência do processo de inversão *FWI* para um mínimo local da Função Objetivo. Um dos objetivos da estratégia de inversão MS1 é reduzir a probabilidade de ocorrência dos Saltos de Ciclo, e consequentemente de convergência do processo de inversão para um mínimo local da Função Objetivo

A estratégia de inversão MS1, aqui proposta, possui uma menor probabilidade de incorrer em Saltos de Ciclo pois utiliza os dados sísmicos separados por ordem de eventos (menos eventos presentes nos dados), e desta forma possui menor probabilidade de convergir para um mínimo local da Função Objetivo quando não se tem um bom modelo inicial de velocidades.

O fluxo de inversão utilizando a estratégia MS1 é, basicamente, o mesmo apresentado na seção anterior para inversão dos eventos separadamente, a menos da inclusão do *loop* recursivo dos eventos. O Algoritmo (6) mostra a estratégia MS1 de inversão, destacando-se os *loop* relativos as técnicas Multi-Escala em eventos e frequências, que são determinantes para diferenciá-lo da estratégia denominada MS2 mostrada na próxima seção. Novamente, neste algoritmo foi utilizado o Método dos Gradientes Descendente, onde a Matriz Hessiana foi aproximada por $H(\mathbf{v}_0) = \alpha \cdot I$, onde α é um escalar denominado passo e I é a matriz identidade.

Algoritmo 6: Fluxo de inversão *FWI* utilizando a estratégia MS1 - com multi-escala em frequências.

Entrada: Famílias de Tiro Comum e modelo inicial de velocidades $\mathbf{v}_0$.

1) Aplicar nos dados algoritmos de separação de primárias P_0 e múltiplas de superfície M_n (*EPSI*).

1) Dados separados $d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t)$... *Fontes Reais e Virtuais*

2) Filtrar os dados de cada evento por faixas de frequências de maneira crescente ($0 - f_1$, $0 - f_2$, $0 - f_3$...).

1) Dado sísmico separado por eventos e faixas de frequências

$$d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t), d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t), d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t), \dots; d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t), d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t), d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t), \dots$$

$0-f_1 \quad 0-f_2 \quad 0-f_3 \quad 0-f_1 \quad 0-f_2 \quad 0-f_3$

3) Início do *loop* de eventos: $P_0, M_1, M_2, \dots$ ($k = 0, N_{eventos}$)

4) Para cada evento separado, inicie o *loop* de frequências $0 - f_1, 0 - f_2, 0 - f_3$... (frequências mais baixas para as mais altas).

5) Início do *loop* de iterações 1, ..., N_{it}

1) Para a devida faixa de frequências resolva para cada fonte j :

$$\nabla^2 p^{(j)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v_{it}^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(j)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(j)})$$

6) Obtenha os dados sintéticos nas posições dos receptores i e calcule a Função Objetivo:

$$E(\mathbf{v}_{it}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j),(k)}(t) - p_i^{(j),(k)}(t; \mathbf{v}_{it}) \right)^2 dt$$

1) Se $E(\mathbf{v}_0)$ não satisfaz critério de parada $\rightarrow$ Prossiga

7) Calcule o gradiente da Função Objetivo $\nabla E(\mathbf{v}_{it})$ e o passo α

8) Atualize o modelo de velocidades: $\mathbf{v}_{it+1} = \mathbf{v}_{it} - \alpha_{it} \nabla E(\mathbf{v}_{it})$

9) Calcule a Função Objetivo para o modelo atual $\mathbf{v}$:

$$E(\mathbf{v}_{it+1}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j),(k)}(t) - p_i^{(j),(k)}(t; \mathbf{v}_{it+1}) \right)^2 dt$$

1) Se $E(\mathbf{v}_{it+1}) < E(\mathbf{v}_{it})$ e critério de parada não é satisfeito, $\mathbf{v}_{it} = \mathbf{v}_{it+1} \rightarrow$ vá para a próxima iteração - *loop* 5.

2) Caso o critério de parada seja satisfeito, $\mathbf{v}_{it} = \mathbf{v}_{it+1}$, vá para a próxima faixa de frequências - *loop* 4.

1) Modelo de saída das frequências baixas será entrada para as frequências altas.

3) Terminada as faixas de frequências, faça $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{final} \rightarrow$ vá para outro evento - *loop* 3.

10) Percorrido todos os eventos e frequências $\rightarrow$ FIM.

De uma maneira esquemática, o fluxo apresentado no Algoritmo 6 está mostrado na Figura 3.3.

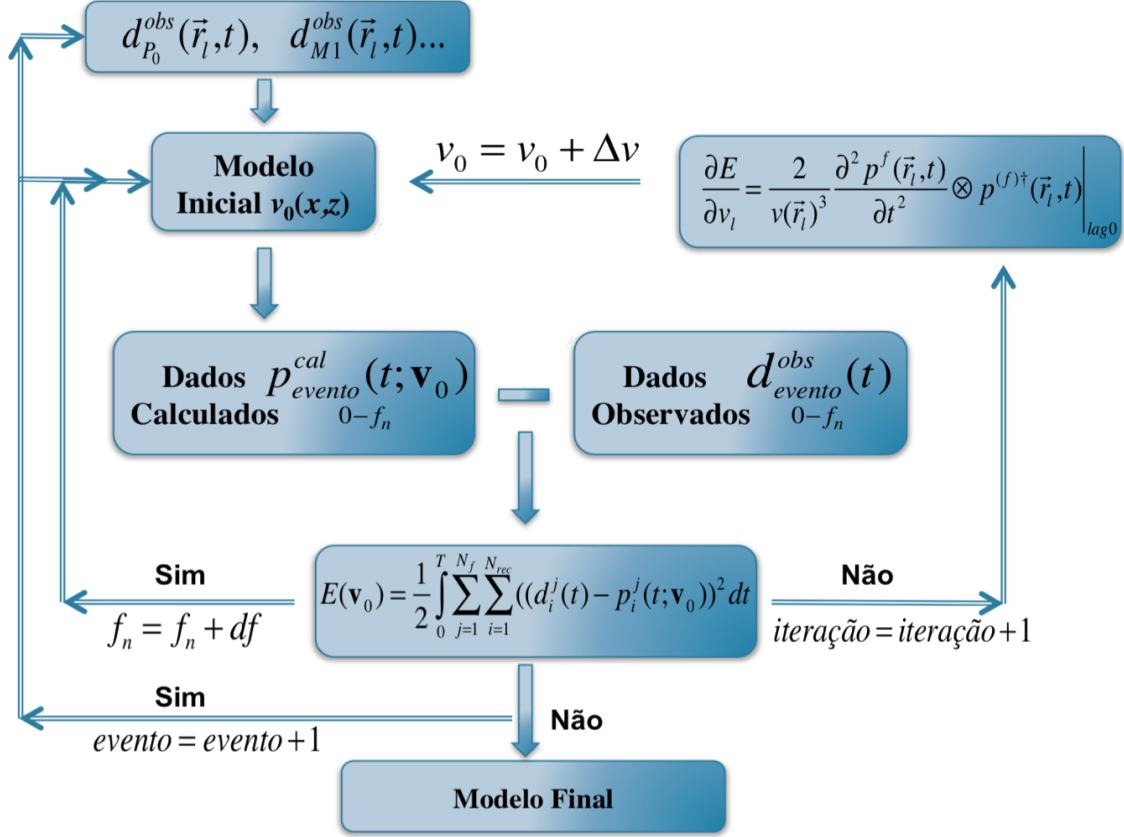


Figura 3.3: Fluxo esquemático de inversão utilizando a estratégia MS1.

Este fluxo de inversão apresenta um tempo de processamento maior que o da inverão tradicional ou simplesmente utilizando os eventos separadamente, pois opera de maneira recurssiva e para cada evento sísmico realiza-se um processo de inversão independente. Entretanto, neste caso, a qualidade dos resultados obtidos com esta estratégia foram bastante superiores aos anteriores, mostrando que esta pode ser uma alternativa para se obter modelos de velocidades da subsuperfície de alta resolução em situações onde a *FWI* tradicional falha.

Como será mostrado na seção de resultados, este fluxo foi aplicado para inverão utilizando o modelo BP-2004, partindo de um modelo inicial que não possui informações dos corpos salinos, ou seja, cinematicamente incorreto. Mesmo assim, como será visto, estas estruturas presentes no modelo real de velocidades puderam ser muito bem reconstruídas a partir dos dados utilizando este fluxo. Vale ressaltar que resultado semelhante não foi obtido ao se utilizar a inversão *FWI* tradicional, que neste caso foi capaz de reconstruir somente as partes superiores dos corpos salinos.

3.3 Fluxo de Inversão *FWI* Utilizando Eventos Primários e Múltiplos Utilizando a Estratégia - MS2

O desenvolvimento da estratégia MS2 de inversão *FWI*, foi motivada devido a necessidade de melhor estimar os modelo de velocidades de baixa frequência dentro da técnica Multi-Escala. Foi percebido ao longo do trabalho que utilizar informações de todos os eventos sísmicos para uma mesma faixa de frequências antes de seguir para a próxima, poderia fornecer melhores resultados ao longo do processo de inversão. Desta forma, nesta estratégia foi fixada a faixa de frequências e realizou-se a inversão recursivamente para todos os eventos sísmicos (separadamente). Ao final deste processo é que passas-se para a próxima faixa de frequências, e assim por diante. Identifica-se desta maneira, que os modelos de baixa frequência podem ser melhor estimados ao longo do processo de inversão, o que pode impactar de maneira positiva no resultado final. A Figura 3.4 mostra a sequência recursiva de inversões realizadas na estratégia MS2, por faixa de frequências e por evento sísmico.

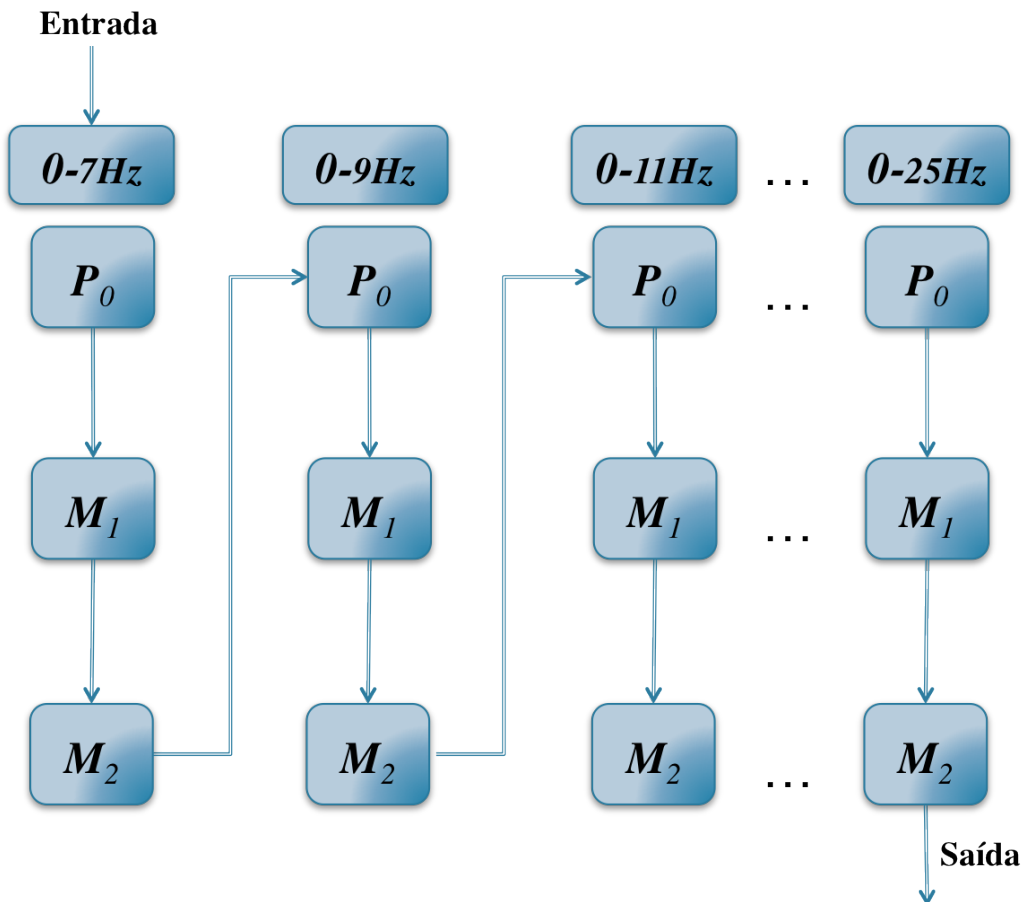


Figura 3.4: Sequência recursiva de inversões realizadas na estratégia MS2, por faixa de frequências e por evento sísmico.

Comparando os Algoritmos 6 e 7, percebe-se que, basicamente, a diferença está na mudança entre os *loops* de frequências e eventos, destacados. Todo o restante do algoritmo permanece igual, a menos desta modificação.

Algoritmo 7: Fluxo de inversão *FWI* utilizando a estratégia MS2 - com multi-escala em frequências.

Entrada: Famílias de Tiro Comum e modelo inicial de velocidades $\mathbf{v}_0$.

1) Aplicar nos dados algoritmos de separação de primárias P_0 e múltiplas de superfície M_n (*EPSI*).

1) Dados separados $d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t)$, $d_{M_2}^{obs}(\vec{r}, t)$... *Fontes Reais e Virtuais*

2) Filtrar os dados de cada evento por faixas de frequências de maneira crescente ($0 - f_1$, $0 - f_2$, $0 - f_3$...).

1) Dado sísmico separado por eventos e faixas de frequências

$$d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t), d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t), d_{P_0}^{obs}(\vec{r}, t), \dots; d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t), d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t), d_{M_1}^{obs}(\vec{r}, t), \dots$$

$0-f_1 \quad 0-f_2 \quad 0-f_3 \quad 0-f_1 \quad 0-f_2 \quad 0-f_3$

3) Para cada evento separado, inicie o *loop* de frequências $0 - f_1$, $0 - f_2$, $0 - f_3$... (frequências mais baixas para as mais altas).

4) Início do *loop* de eventos: $P_0, M_1, M_2, \dots$ ($k = 0, N_{eventos}$)

5) Início do *loop* de iterações 1, ..., N_{it}

1) Para a devida faixa de frequências resolva para cada fonte j :

$$\nabla^2 p^{(j)}(\vec{r}, t) - \frac{1}{v_{it}^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p^{(j)}}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^{(j)})$$

6) Obtenha os dados sintéticos nas posições dos receptores i e calcule a Função Objetivo:

$$E(\mathbf{v}_{it}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j),(k)}(t) - p_i^{(j),(k)}(t; \mathbf{v}_{it}) \right)^2 dt$$

1) Se $E(\mathbf{v}_0)$ não satisfaz critério de parada $\rightarrow$ Prossiga

7) Calcule o gradiente da Função Objetivo $\nabla E(\mathbf{v}_{it})$ e o passo α

8) Atualize o modelo de velocidades: $\mathbf{v}_{it+1} = \mathbf{v}_{it} - \alpha_{it} \nabla E(\mathbf{v}_{it})$

9) Calcule a Função Objetivo para o modelo atual $\mathbf{v}$:

$$E(\mathbf{v}_{it+1}) = \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{j=1}^{N_f} \sum_{i=ind1(j)}^{i=ind2(j)} \left(d_i^{(j),(k)}(t) - p_i^{(j),(k)}(t; \mathbf{v}_{it+1}) \right)^2 dt$$

1) Se $E(\mathbf{v}_{it+1}) < E(\mathbf{v}_{it})$ e critério de parada não é satisfeito, $\mathbf{v}_{it} = \mathbf{v}_{it+1} \rightarrow$ vá para a próxima iteração - *loop* 5.

2) Caso o critério de parada seja satisfeito, $\mathbf{v}_{it} = \mathbf{v}_{it+1}$, vá para a próxima faixa de frequências - *loop* 4.

1) Modelo de saída das frequências baixas será entrada para as frequências altas.

3) Terminada as faixas de frequências, faça $\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_{final} \rightarrow$ vá para outro evento - *loop* 3.

10) Percorrido todos os eventos e frequências $\rightarrow$ FIM.

Como será apresentado no capítulo de aplicações, esta estratégia apresentou o melhor resultado obtido nesta tese, possuindo inclusive uma maior taxa de convergência que os algoritmos anteriores. De uma maneira esquemática, o algoritmo de inversão MS2 está apresentado na Figura 3.5.

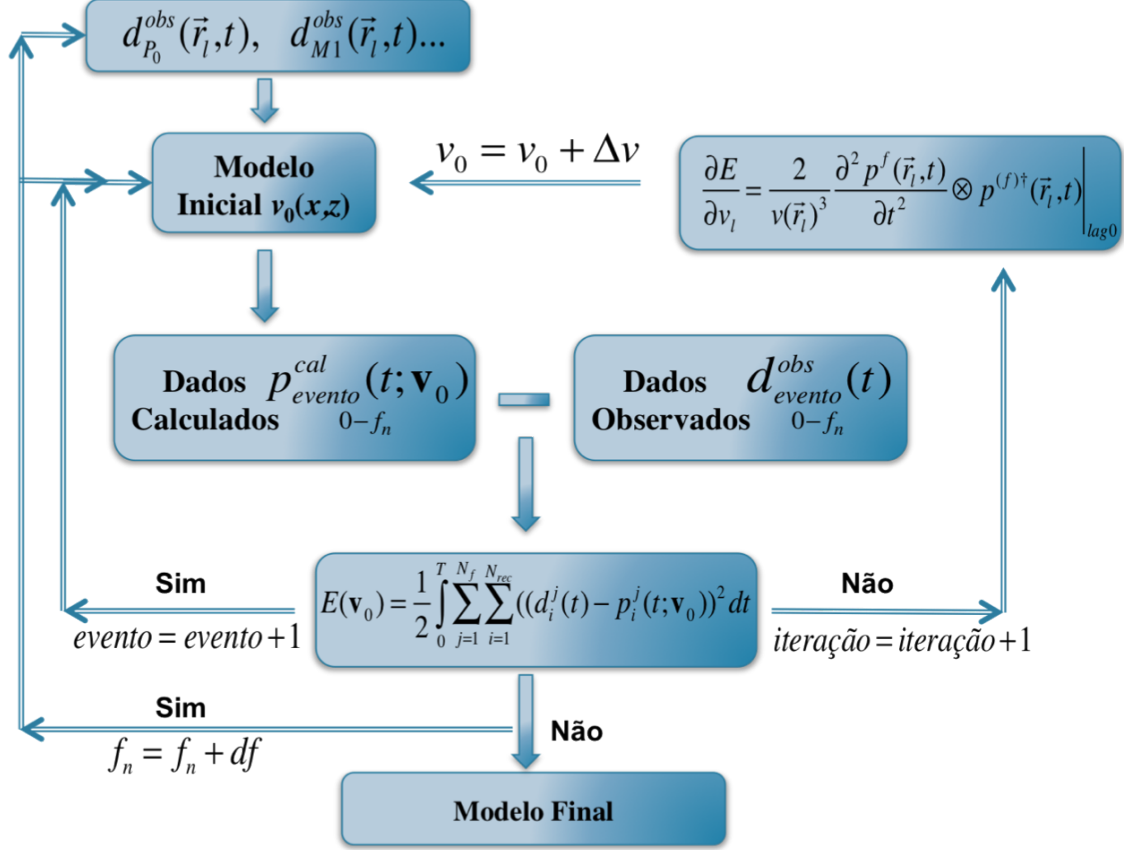


Figura 3.5: Fluxo esquemático de inversão utilizando a estratégia MS2.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados de aplicações numéricas das estratégias de inversão apresentadas, cujos resultados serão analisados comparativamente. Será mostrado que, nos casos estudados, as estratégias propostas nesta tese apresentaram melhores resultados que a inversão *FWI* tradicional, principalmente quando aplicadas em ambientes geologicamente complexos (modelo BP-2004) e partindo de modelos iniciais de velocidades que não contemplam os tempo de trânsito do problema.

Capítulo 4

Aplicações Numéricas

Neste capítulo serão apresentados os resultados de aplicações das técnicas e metodologias demonstradas nos capítulos 2 e 3 anteriores. Serão mostrados os resultados das inversões *FWI* acústicas no domínio do tempo utilizando técnicas tradicionais e as técnicas propostas nesta tese, assim como a análise de suas principais diferenças. Com estas aplicações objetiva-se validar a metodologia apresentada no que diz respeito a melhor maneira de utilização das reflexões múltiplas de superfície no processo de *FWI*, principalmente quando não se tem um modelo inicial de velocidades que honre a cinemática do problema, ou seja, quando o modelo inicial de velocidades não está próximo do mínimo global da Função Objetivo.

Utilizaram-se para as aplicações modelos de velocidades acústicos sintéticos plano-paralelo e o modelo da *British Petroleum* - BP 2004 (BILLETE e BRANDSBERG-DAHL (2005)) modificado, conforme será apresentado. Estes modelos estão mostrados nas Figuras 4.1 e 4.2 respectivamente, e serão descritos em detalhes nas suas devidas seções.

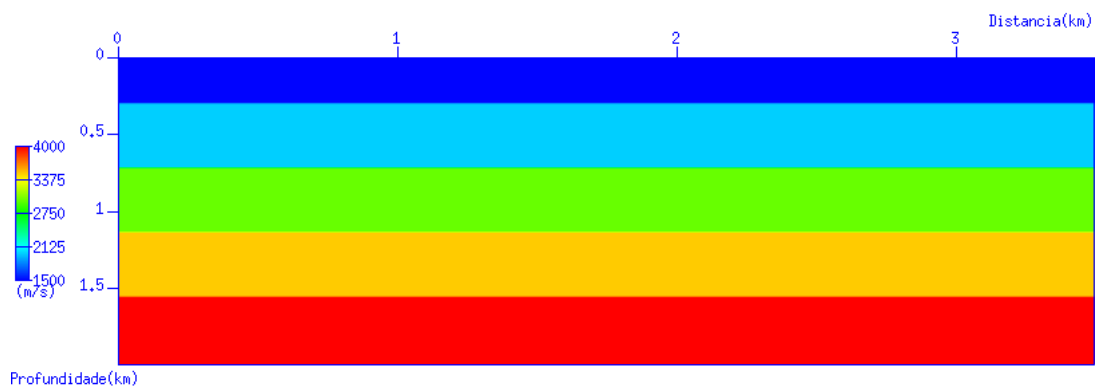


Figura 4.1: Modelo de velocidades acústicas plano-paralelo.

Como as inversões realizadas nesta tese utilizou a técnica de Multi-Escala em frequências, os dados sintéticos para ambos os modelos mencionados foram gerados (modelados) por faixas de frequências, com frequências máximas variando de 10Hz

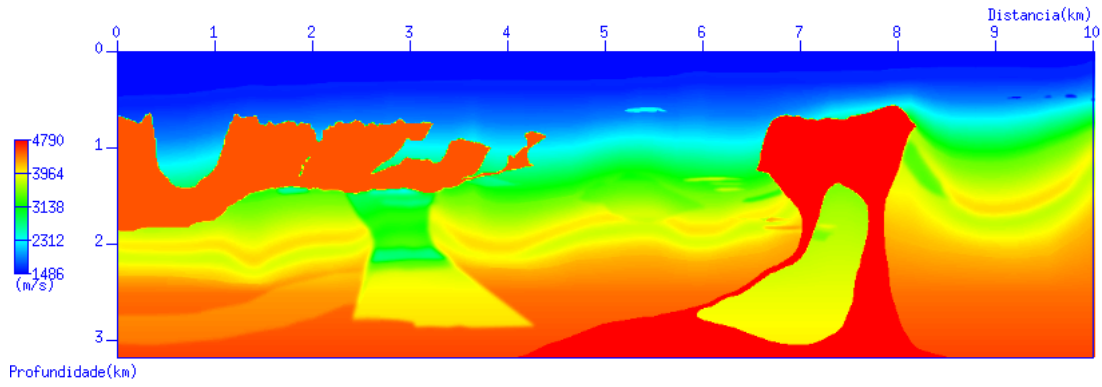


Figura 4.2: Modelo de velocidades acústicas BP-2004 (Modificado).

até 30Hz para o modelo plano-paralelo e 7,0Hz até 25Hz para o modelo BP-2004, com intervalo entre faixas de 2,0Hz. A fonte utilizada neste trabalho com frequência de corte 25Hz, e seu espectro de frequências, podem ser observados respectivamente nas Figuras 4.3 e 4.4.

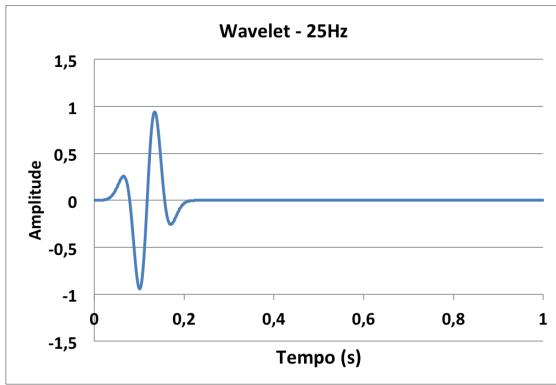


Figura 4.3: Fonte Sísmica.

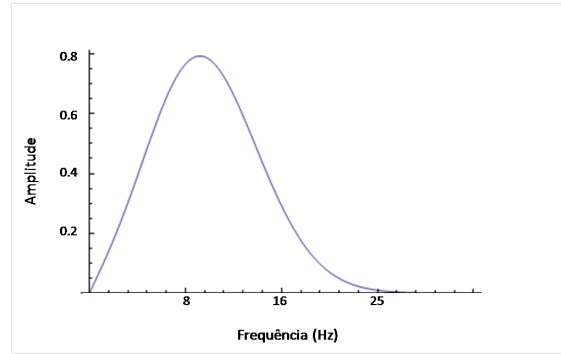


Figura 4.4: Espectro de frequências.

Neste trabalho os dados sintéticos já foram modelados por faixas de frequências, entretanto a aplicação da técnica Multi-Escala em frequências em dados sísmicos reais, exige que estes sejam filtrados para cada faixa de frequências (filtro passa banda) BUNKS *et al.* (1995).

As estratégias utilizadas nesta tese para a obtenção dos eventos primários e múltiplos separadamente estão apresentadas no Apêndice A. Em todos os dados utilizados nesta tese, foram aplicados procedimentos de retirada da onda que se propaga diretamente a partir da fonte até os receptores (Onda Direta).

Os Processos de inversão *FWI* foram realizados no domínio do tempo utilizando o método iterativo do gradiente como mecanismo de otimização local. Para ambos os modelos o critério de parada do processo de otimização foi o número máximo de 30 iterações por faixa de frequências ou aumentos consecutivos (5 aumentos consecutivos) da Função Objetivo ao longo do processo iterativo.

4.1 Modelo Plano-Paralelo

Nesta seção serão apresentados de maneira bem direta os resultados das inversões utilizando o modelo Plano-Paralelo. O grande objetivo desta apresentação é mostrar que quando se tem um bom modelo inicial de velocidades (um modelo que honre a cinemática do problema), a inversão *FWI* tradicional e as técnicas apresentadas nesta tese apresentam resultados similares. Ao final da seção estes resultados serão comparados e brevemente comentados. Entretanto, a principal contribuição deste trabalho é mostrar que as estratégias Multi-Escala em eventos (primários e múltiplos) propostas, apresentam melhores resultados quando se utiliza modelos de velocidades que não contemplam a cinemática do problema. Neste caso, a utilização das estratégias propostas aumenta a região de convergência ao mínimo global, quando comparada com a técnica tradicional.

O modelo de velocidades acústicas plano-paralelo utilizado nesta seção (Figura 4.1) apresenta uma camada de água com 300m de profundidade e velocidade de propagação do campo de ondas $v_p=1500\text{m/s}$. As demais camadas possuem velocidades aumentando com a profundidade iguais a 2000m/s, 3000m/s, 3500m/s e 4000m/s.

Este modelo bidimensional foi discretizado com uma malha regular de diferenças finitas com espaçamento entre ponto de 10m, possuindo 3500m de extensão e 2000m de profundidade.

Os dados utilizados nas inversões *FWI* acústica do modelo plano-paralelo foram gerados sinteticamente tanto para reflexões primárias como para reflexões múltiplas. A geometria de aquisição utilizada simulou um navio puxando um cabo sísmico de comprimento 1500m com *offsets* mínimo 50m e máximo 1550m, com intervalo entre receptores de 10m. As fontes sísmicas foram posicionadas a uma profundidade de 20 m a partir da superfície livre e foram dados 22 tiros em intervalos consecutivos de 140m. O tempo total de aquisição dos dados para cada tiro foi de 5,0s com intervalo de amostragem temporal de 1,0ms. A Tabela 4.1 a seguir resume os parâmetros de aquisição utilizados para as modelagens sísmicas.

Tabela 4.1: Parâmetros de aquisição de dados - modelo plano-paralelo.

Tempo total de registro	5,0s
Intervalo de amostragem temporal	0,001s
Intervalo entre pontos de tiro	276m
Número total de tiros	22
Profundidade da fonte e receptores	20m
Intervalo entre receptores	10m
Número total de receptores	384

As Figuras 4.5 e 4.6 a seguir mostram exemplos dos dados sintéticos utilizados nas inversões para o modelo plano-paralelo para uma fonte impulsiva posicionada em $x = 3210\text{m}$ e $z = 20\text{m}$, com frequências de corte respectivamente iguais a 10Hz e 30 Hz (frequências mais baixa e mais alta utilizadas neste caso). Pode-se verificar nestas figuras o dado completo assim como os eventos primários e múltiplos separadamente. Vale ressaltar que estes dados estão mostrados na mesma faixa de amplitudes.

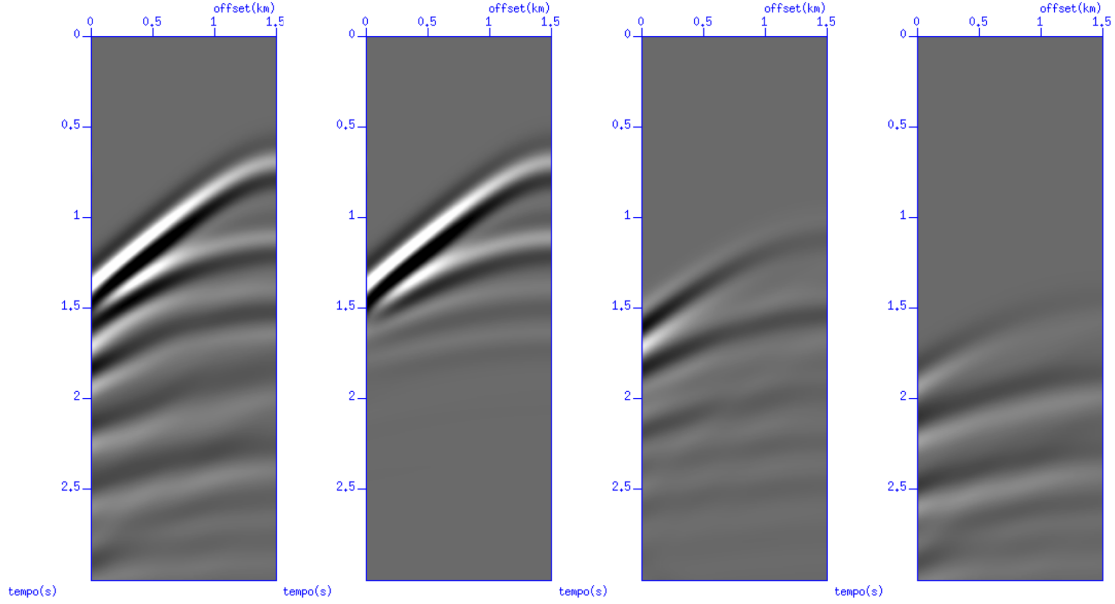


Figura 4.5: Dados do modelo plano-paralelo com frequência de corte 10Hz: Dados completos (todos os eventos juntos), contendo só reflexões primárias, contendo só múltiplas de primeira ordem e contendo só múltiplas de segunda ordem, respectivamente da esquerda para direita.

As aplicações das metodologias apresentadas utilizaram como modelo inicial a suavização de 70 pontos do modelo de velocidades real (Figura 4.7) (suavização por média móvel do pacote *Seismic Unix* do *Colorado School of Mines*), conforme mostrado na Figura 4.8. Neste modelo inicial de velocidades se assumiu como pressuposto o conhecimento da camada de água, a qual não foi atualizada no processo de inversão.

Os perfis de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos da posição $x = 2230\text{m}$, estão apresentados na Figura 4.9, onde pode-se perceber que o modelo inicial segue a tendência do modelo real, ou seja, contempla a cinemática do problema.

Nas próximas seções serão apresentados os resultados da inversão *FWI* tradicional (utilizando os dados sísmicos contendo todas as informações) e os propostos nesta tese. Vale relembrar que neste caso foram utilizadas 11 faixas de frequências (de 0 - 10Hz até 0 - 30Hz com incremento de 2Hz) e o critério de parada do processo iterativo foi o número máximo de 30 iterações ou aumentos consecutivos (5 aumentos na mesma iteração) da Função Objetivo.

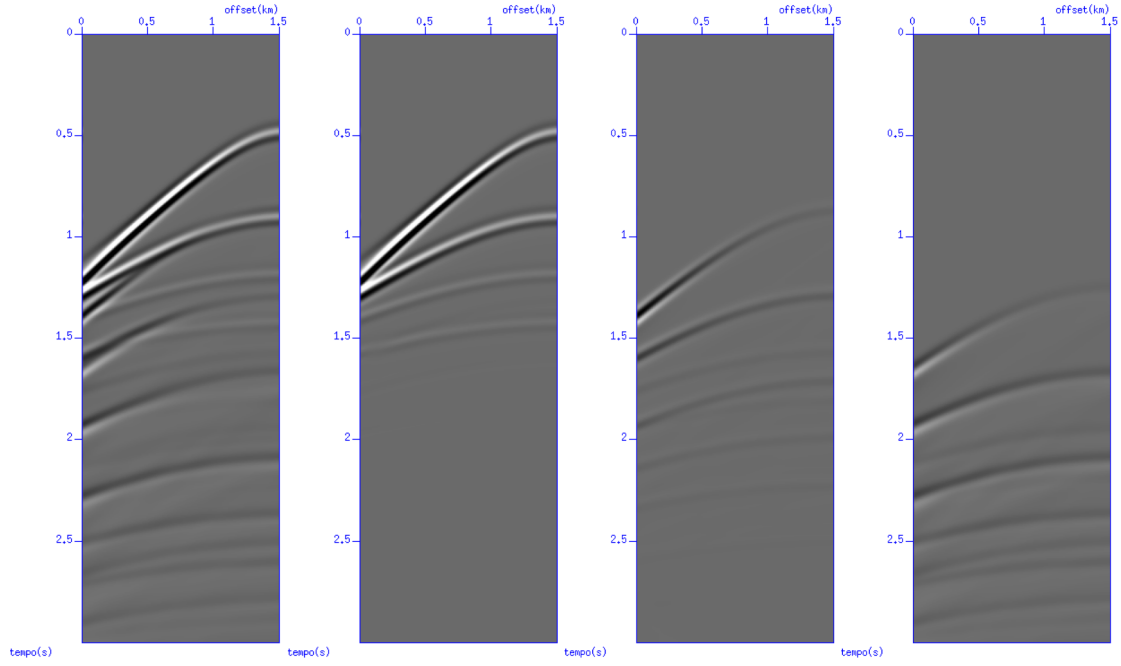


Figura 4.6: Dados do modelo plano-paralelo com frequência de corte 30Hz: Dados completos (todos os eventos juntos), contendo só reflexões primárias, contendo só múltiplas de primeira ordem e contendo só múltiplas de segunda ordem, respectivamente da esquerda para direita.

4.1.1 Inversão *FWI* Acústica Convencional

Partindo do modelo inicial de velocidades mostrado na Figura 4.8, foi realizada a inversão *FWI* de maneira tradicional (PRATT *et al.* (1998); VIRIEUX e OPERTO (2009)), ou seja, utilizando os dados sísmicos contendo todos os eventos, conforme mostrado nas Figuras 4.5 e 4.6. O resultado deste processo de inversão *FWI* está mostrado na Figura 4.10. Para efeito de comparação mostra-se também o modelo inicial utilizado.

O gráfico da Função Objetivo para o processo iterativo de minimização está apresentado na Figura 4.11. Vale mencionar que neste processo de otimização não foram realizadas as 30 iterações por faixa de frequências (prevaleceu a condição de parada de aumentos consecutivos da Função Objetivo para algumas faixas de frequências). A tabela 4.2 mostra o número de iterações realizadas para cada faixa de frequências.

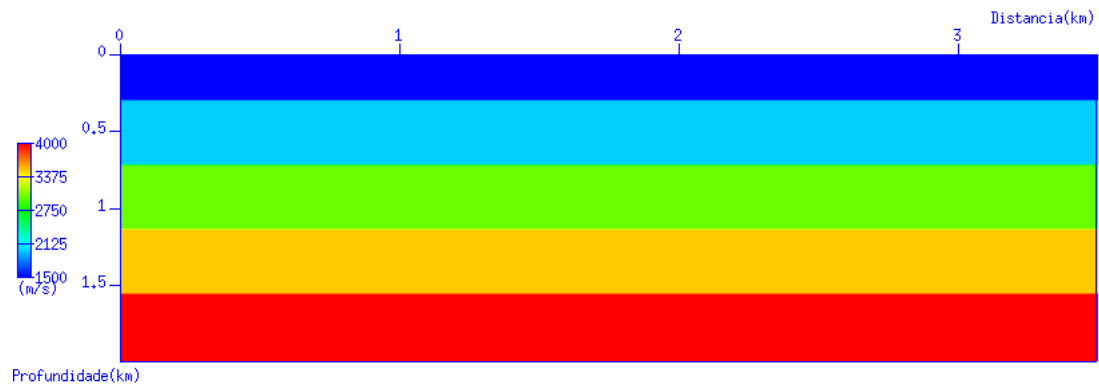


Figura 4.7: Modelo de velocidades real.

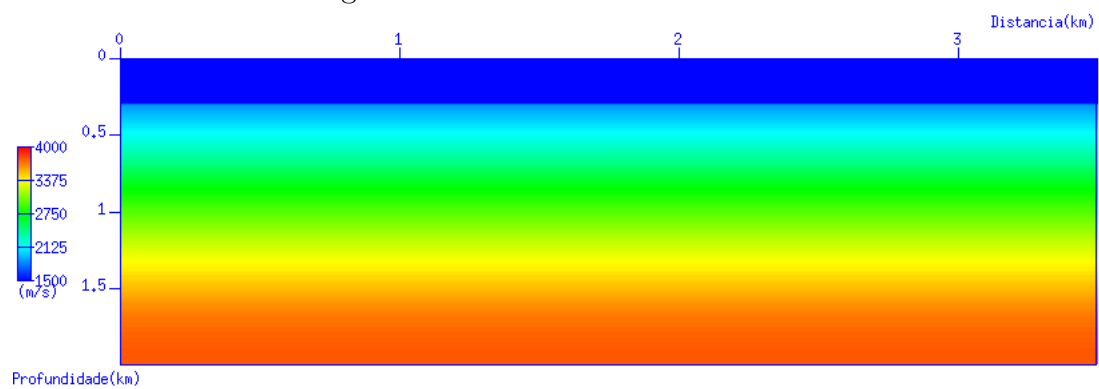


Figura 4.8: Modelo de velocidades inicial utilizado na inversão do caso plano-paralelo.

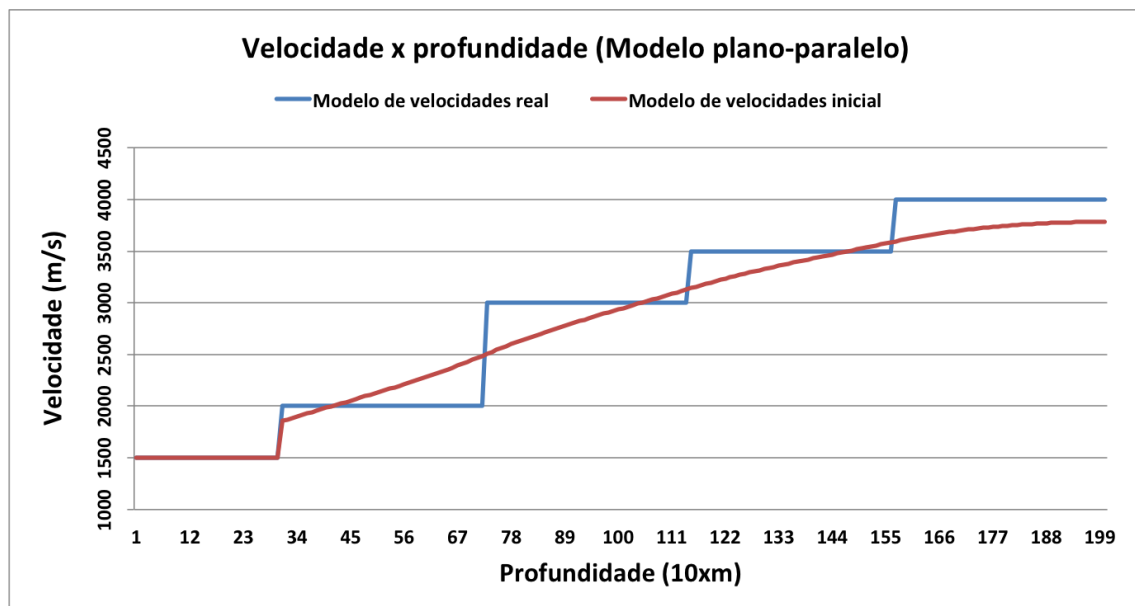


Figura 4.9: Perfil de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos no posição $x = 2230\text{m}$.

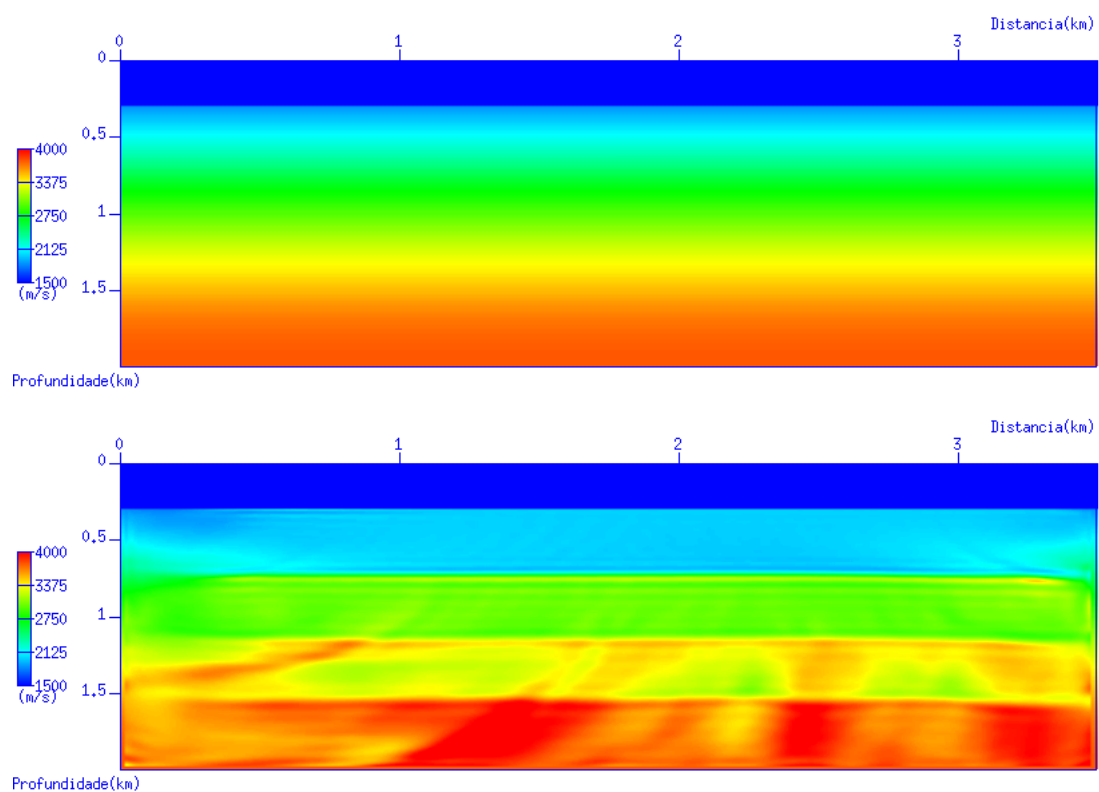


Figura 4.10: Modelo de velocidades obtido após a *FWI* tradicional - frequência máxima 30Hz.

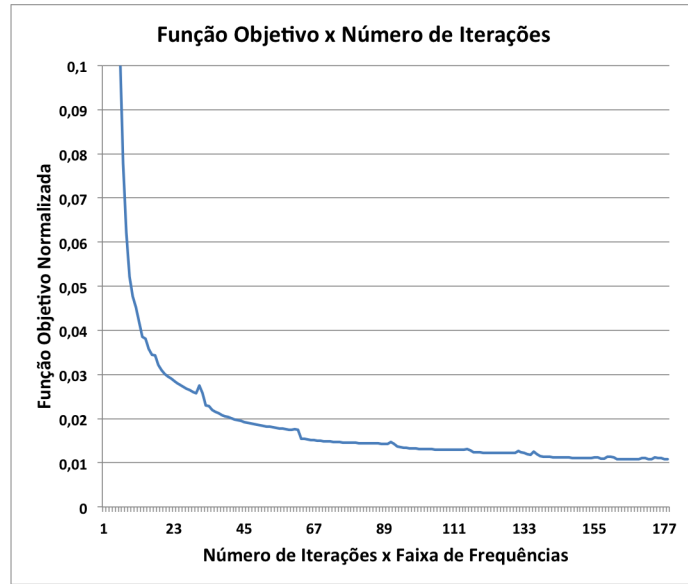


Figura 4.11: Função Objetivo normalizada para o processo de *FWI* tradicional.

Tabela 4.2: Número de iterações por faixa de frequências para o modelo plano-paralelo.

Faixa de frequências	Número de iterações
0-10Hz	30
0-12Hz	30
0-14Hz	30
0-16Hz	24
0-18Hz	16
0-20Hz	5
0-22Hz	19
0-24Hz	4
0-26Hz	11
0-28Hz	4
0-30Hz	5

Para uma análise mais detahada, os perfis de velocidades com a profundidade dos modelos real, inicial e estimado através do processo de inversão tradicional, para a posição $x = 2230\text{m}$, estão mostrados na Figura 4.12.

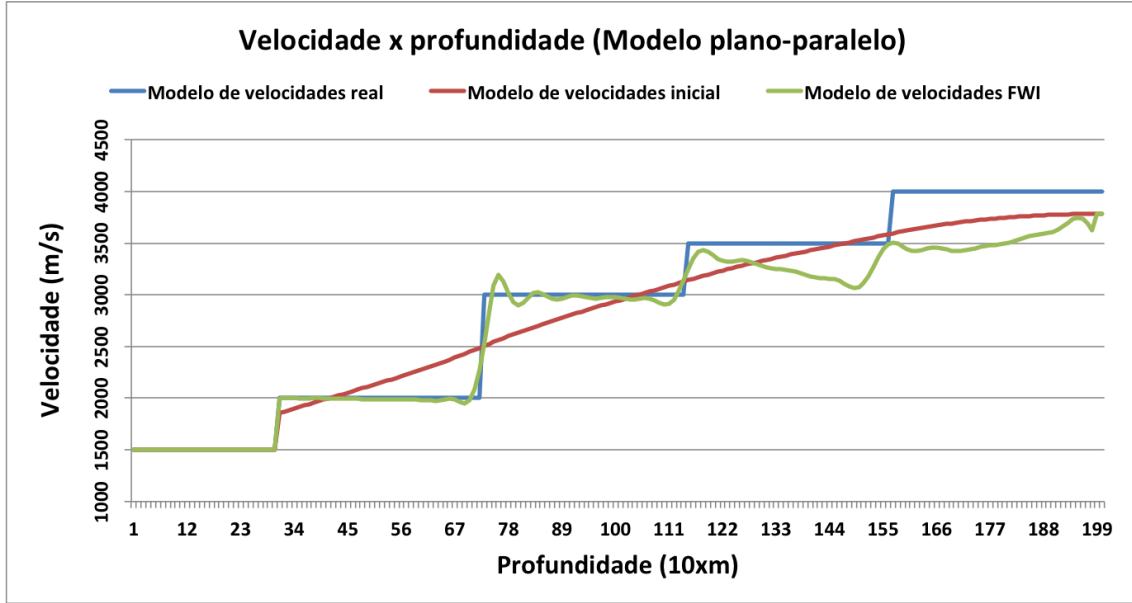


Figura 4.12: Perfis de velocidades real e inicial e obtido através da *FWI* convencional, extraídos na posição $x = 2230\text{m}$ dos respectivos modelos.

A seguir serão apresentados os resultados das inversões utilizando a estratégia Multi-Escala MS1 proposta nesta tese, conforme descrito no Capítulo 3. Vale lembrar que esta estratégia de inversão utiliza os eventos sísmicos separadamente e de maneira recursiva onde os resultados dos eventos de menor ordem são utilizados como modelos iniciais para os eventos de maior ordem.

4.1.2 Inversão *FWI* Acústica de Reflexões Primárias e Múltiplas de Superfície Utilizando as Estratégias Multi-Escala de Eventos - Fluxo MS1

Nesta seção serão apresentados os resultados do processo de inversão utilizando a estratégia Multi-Escala em eventos MS1, apresentada nesta tese, para o modelo Plano-Paralelo. Nesta estratégia as inversões são realizadas de maneira recursiva onde fixa-se o evento a ser utilizado na inversão e utiliza-se todas as faixas de frequências para este evento. Ao final deste processo o modelo resultante é utilizado como modelo inicial para o próximo evento, e assim por diante.

Inicialmente utilizou-se o modelo de velocidades mostrado na Figura 4.8, e foi realizada a inversão utilizando somente os eventos primários, cujo resultado esta mostrado na Figura 4.13.

Este resultado foi utilizado como modelo inicial para o processo de *FWI* das múltiplas de primeira ordem, e o resultado esta mostrado na Figura 4.14.

Continuando o processo até as múltiplas de segunda ordem, chega-se ao resultado apresentado na Figura 4.15.

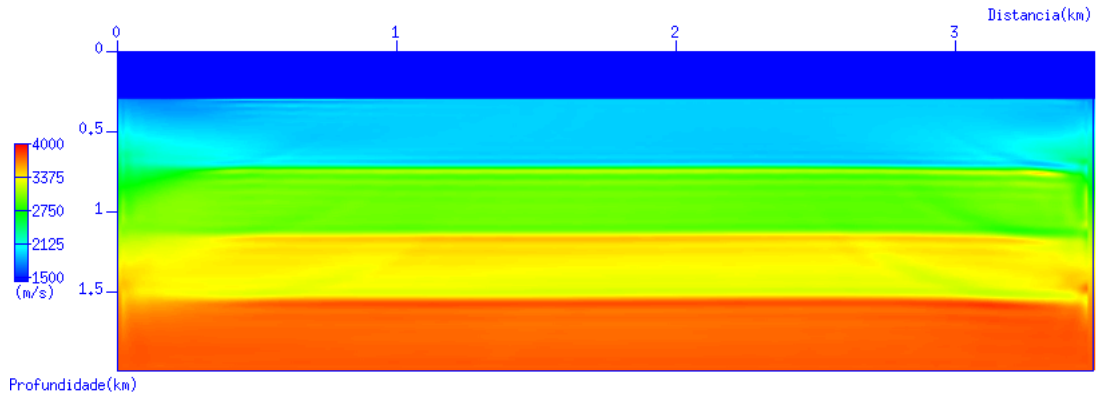


Figura 4.13: Modelo de velocidades obtido após a *FWI* utilizando somente eventos primários.

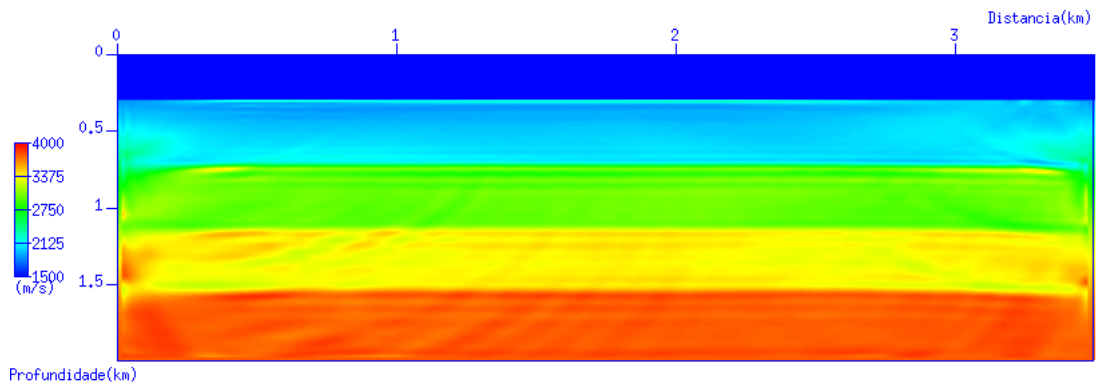


Figura 4.14: Modelo de velocidades obtido após *FWI* utilizando a estratégia Multi-Escala de eventos MS1 para múltiplas de primeira ordem.

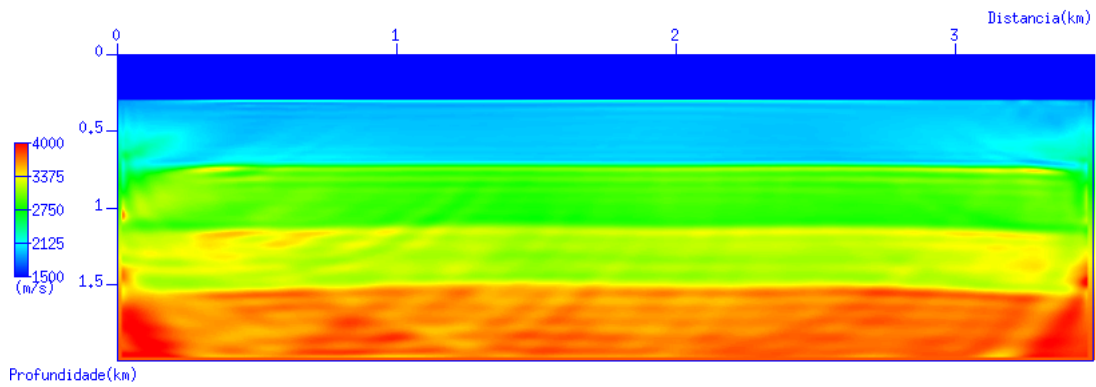


Figura 4.15: Modelo de velocidades obtido após *FWI* utilizando a estratégia Multi-Escala de eventos MS1 para múltiplas de segunda ordem.

As Funções Objetivos para as três inversões mencionadas anteriormente estão mostradas na Figura 4.16.

Para uma análise mais detalhada e comparativa, mostra-se na Figura 4.17 os perfis de velocidades real, inicial e o obtido através do processo inversão Multi-

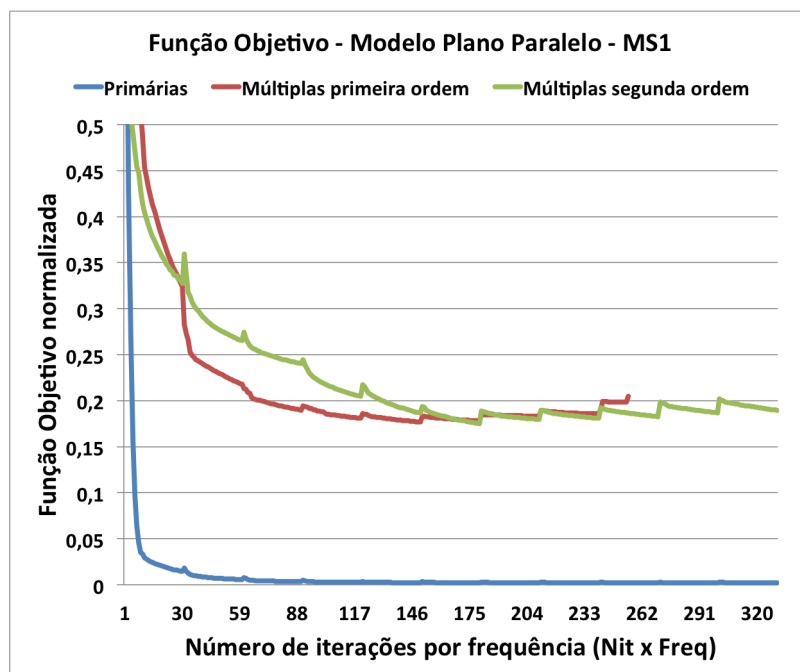


Figura 4.16: Função Objetivo relativa ao processo de *FWI* dos eventos primários e múltiplos de primeira e segunda ordens, utilizando a estratégia Multi-Escala - MS1.

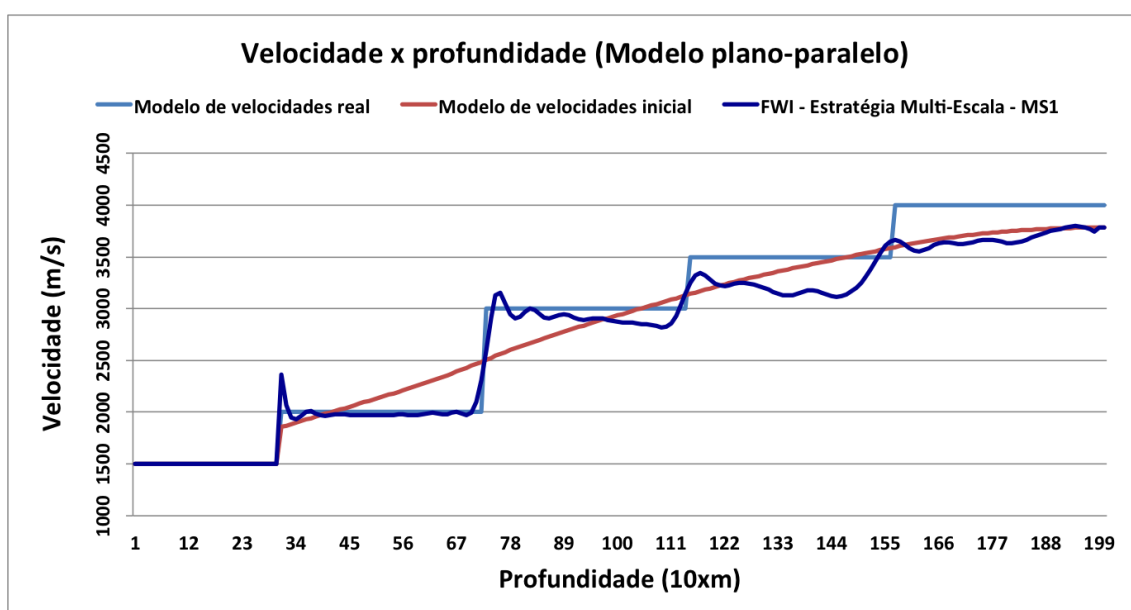


Figura 4.17: Perfis de velocidades real e inicial e obtido através da *FWI* Multi-Escala MS1, extraídos na posição $x = 2230\text{m}$ dos respectivos modelos.

Escala MS1.

Conforme mencionado anteriormente, esta estratégia de inversão é realizada de maneira a utilizar todas as faixas frequências para um único evento, e só ao final deste processo é que passa para o próximo. Entretanto, também foi desenvolvida nesta tese a estratégia que utiliza separadamente todos os eventos para uma determinada faixa de frequências e ao final deste processo passa-se para a próxima faixa. Esta

estratégia foi pensada para que o modelo de baixa frequência fosse melhor estimado antes de seguir para frequências mais altas e assim reduzir o erro propagado durante o processo. Na próxima seção serão apresentados os resultados desta segunda estratégia Multi-Escala em eventos.

4.1.3 *FWI* Acústica de Reflexões Primárias e Múltiplas de Superfície Utilizando as Estratégias Multi-Escala de Eventos - Fluxo MS2

Nesta seção serão apresentados os resultados da estratégia Multi-Escala em eventos MS2 proposta nesta tese. Ao contrário da anterior, esta estratégia fixa a faixa de frequências para a inversão e utiliza os eventos primários e múltiplos recursivamente. Desta forma, para uma mesma faixa de frequências realiza-se as inversões recursivamente para os cada evento e o modelo resultante é utilizado como modelo inicial para faixa de frequências seguinte.

Como para cada faixa de frequências são utilizados todos os eventos, mostra-se nas Figuras 4.18, 4.19 e 4.20 os resultados para 10Hz, 12Hz e o resultado final para 30Hz, respectivamente.

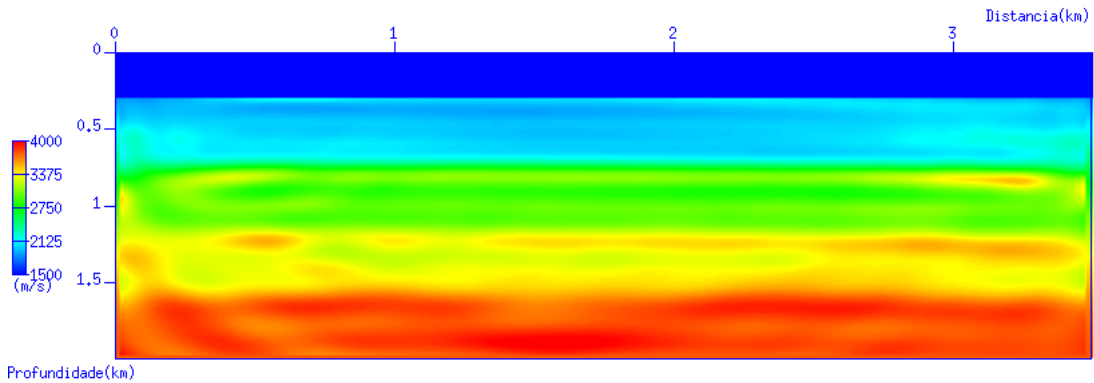


Figura 4.18: Modelo de velocidades obtido após a *FWI* utilizando a estratégia MS2 - frequência máxima 10Hz.

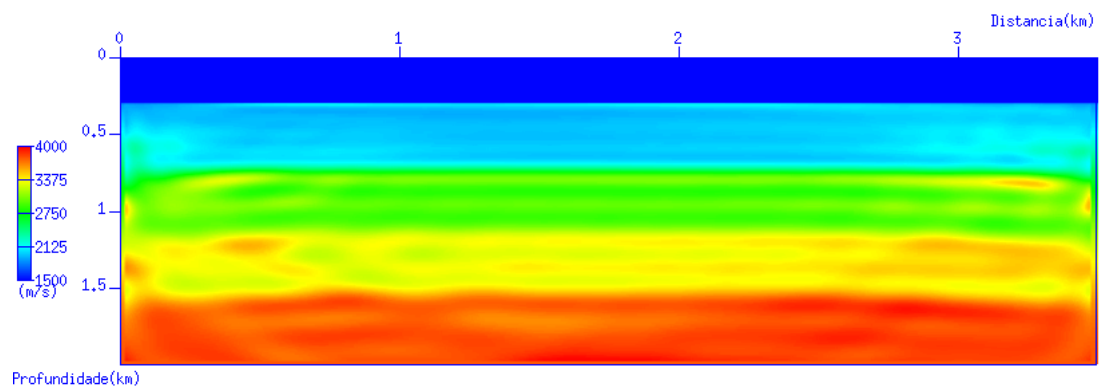


Figura 4.19: Modelo de velocidades obtido após a FWI utilizando a estratégia MS2 - frequência máxima 12Hz.

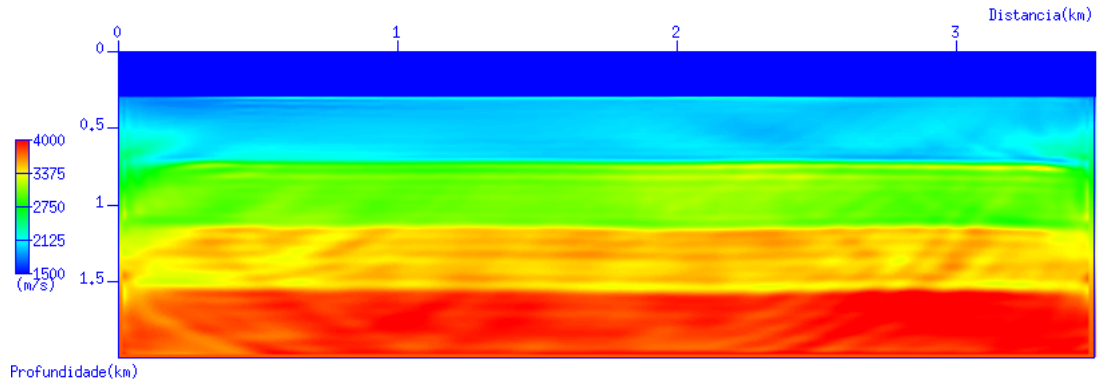


Figura 4.20: Modelo de velocidades obtido após a *FWI* utilizando a estratégia MS2 - frequência máxima 30Hz.

As Funções Objetivos associados a cada resultado apresentado anteriormente estão mostradas nas Figuras 4.21, 4.22 e 4.23. Nestes gráficos pode-se observar, para uma dada frequência, as Funções Objetivos para os eventos primários, múltiplos de primeira ordem e múltiplos de segunda ordem. Vale lembrar que as inversões são realizadas de maneira recursiva, onde para cada frequência, o resultado da inversão das primárias é utilizado como modelo inicial para as múltiplas de primeira ordem, e assim por diante.

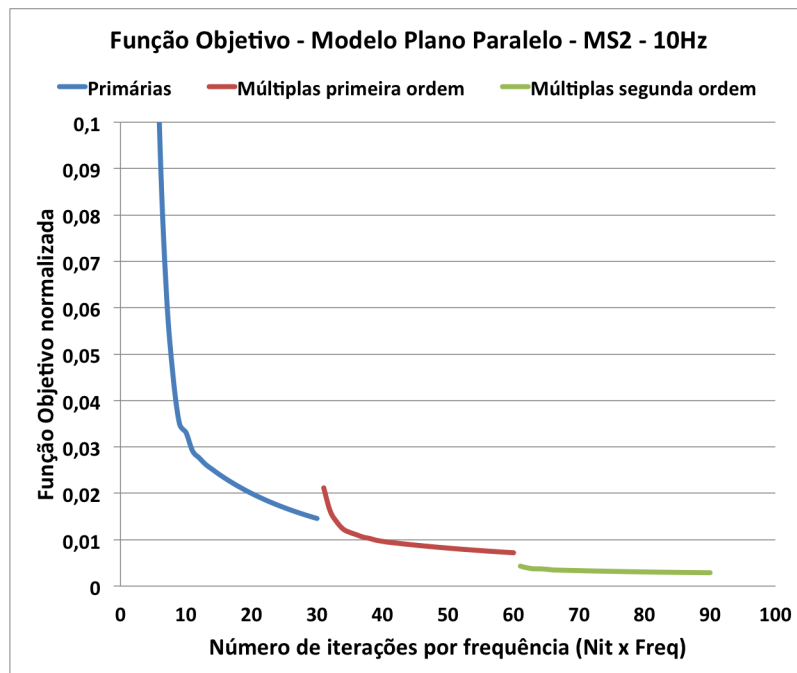


Figura 4.21: Função Objetivo para a *FWI* utilizando a estratégia MS2 - frequência - 10Hz.

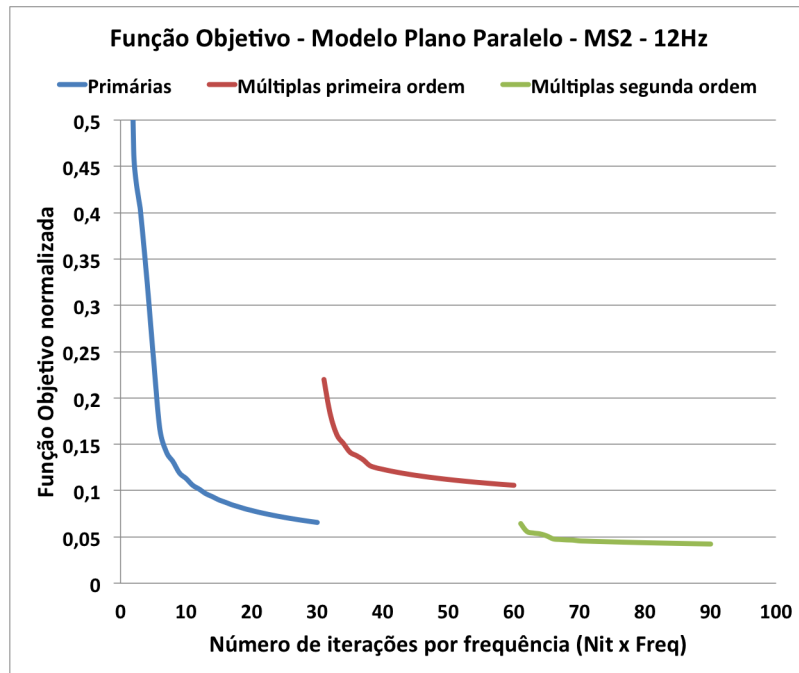


Figura 4.22: Função Objetivo para a *FWI* utilizando a estratégia MS2 - frequência - 12Hz.

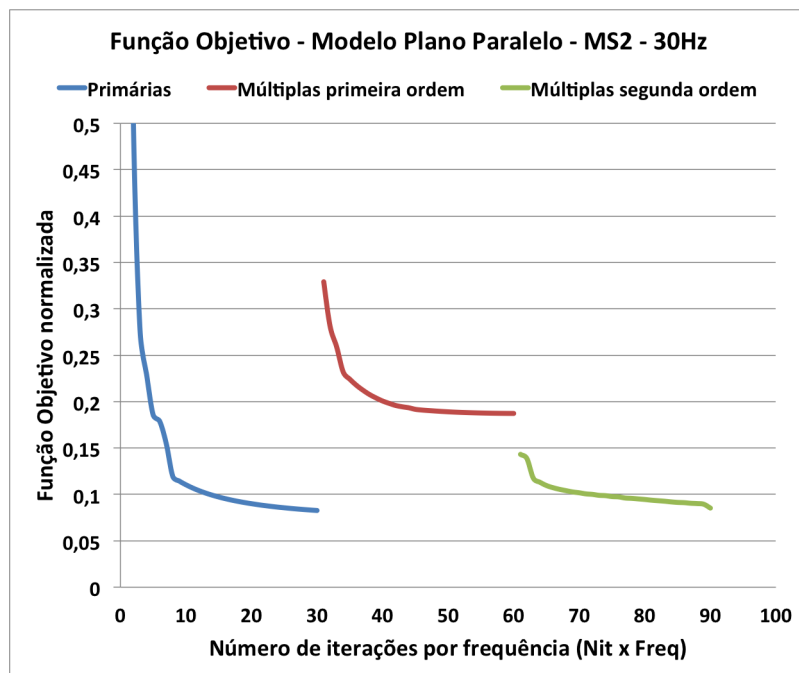


Figura 4.23: Função Objetivo para a *FWI* utilizando a estratégia MS2 - frequência - 30Hz.

Os perfis de velocidades real, inicial e obtido após o processo de *FWI* utilizando a estratégia MS2, extraídos da posição $x = 2230\text{m}$, estão apresentados na Figura 4.24. Nota-se que a estratégia proposta apresentou um bom resultado quanto a estimativa das velocidades da sub-superfície.

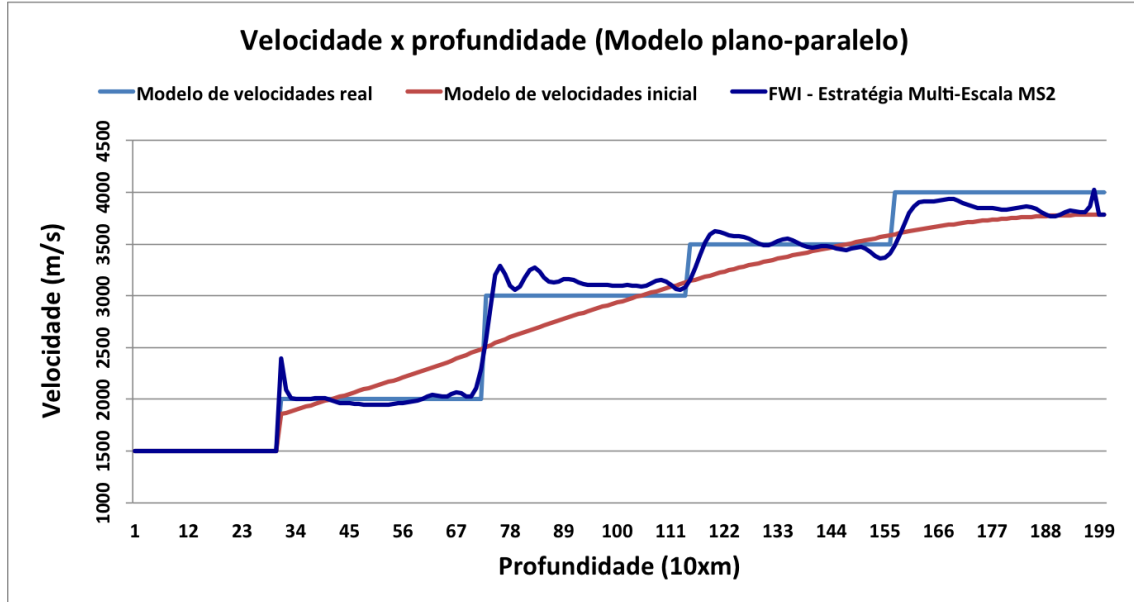


Figura 4.24: Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial, invertido após a *FWI* utilizando a estratégia Multi-Escala de eventos - MS2.

4.1.4 Discussão dos Resultados

Considerando o modelo inicial de velocidades mostrado na Figura 4.8, pode-se dizer que, neste caso, todas as estratégias de inversão apresentaram uma boa resposta quanto a estimativa das velocidades da sub-superfície, conforme pode ser visto comparativamente nas Figuras 4.25, 4.26, 4.27 e 4.28.

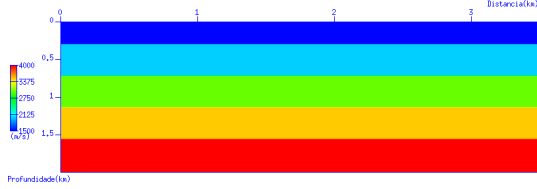


Figura 4.25: Modelo real.

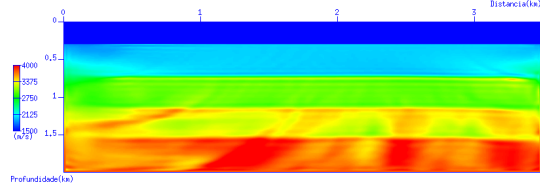


Figura 4.26: *FWI* tradicional.

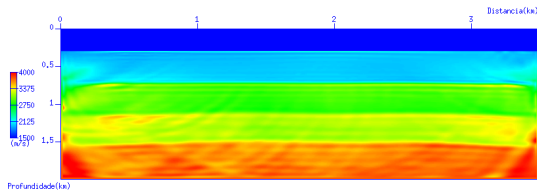


Figura 4.27: *FWI* - Estratégia MS1.

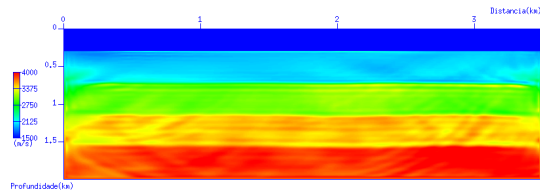


Figura 4.28: *FWI* - Estratégia MS2.

Como um processo de otimização local, a técnica de inversão *FWI* é bastante dependente do modelo inicial de parâmetros utilizado na inversão, necessitando de um modelo que esteja nas proximidades do mínimo global da Função Objetivo VIRIEUX e OPERTO (2009). Assim, conclui-se que neste caso todos os processos de inversão forneceram um bom resultado pois o modelo inicial de velocidades utilizado honra a cinemática do problema, conforme pode ser verificado através da análise dos perfis de velocidades que mostram que o modelo inicial segue a mesma tendência do modelo real (Figura 4.29). Em outras palavras, partindo do modelo inicial utilizado, todos os eventos são calculados no tempo certo, e assim, a inversão é um processo de ajuste de amplitudes.

Vale lembrar que todos os processos de inversão foram realizados sob as mesmas condições, e para todos os casos utilizou-se bordas de absorção também na superfície do modelo, tanto na etapa de modelagem dos dados sísmicos quanto na etapa de processamento dos dados (cálculo do gradiente). A utilização de bordas de absorção na superfície do modelo, tanto na modelagem quanto no cálculo do gradiente, significa que o efeito de fantasmas associados a superfície livre (ar-água) não foram levados em conta nesta tese (*deghosting* perfeito).

Os perfis de velocidades para todos os processos de inversão realizados estão apresentados na Figura 4.30, e mostram com mais detalhes que, de maneira geral,

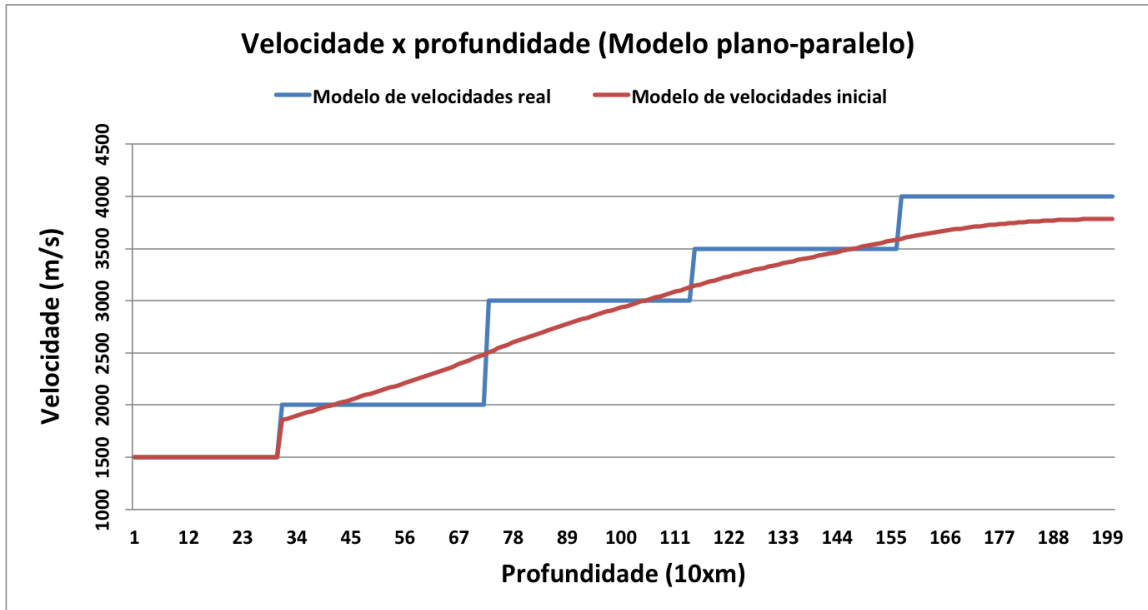


Figura 4.29: Perfil de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos no posição $x = 2230\text{m}$.

todas as estratégias de inversão apresentaram resultados similares, reconstruindo relativamente bem as velocidades da subsuperfície.

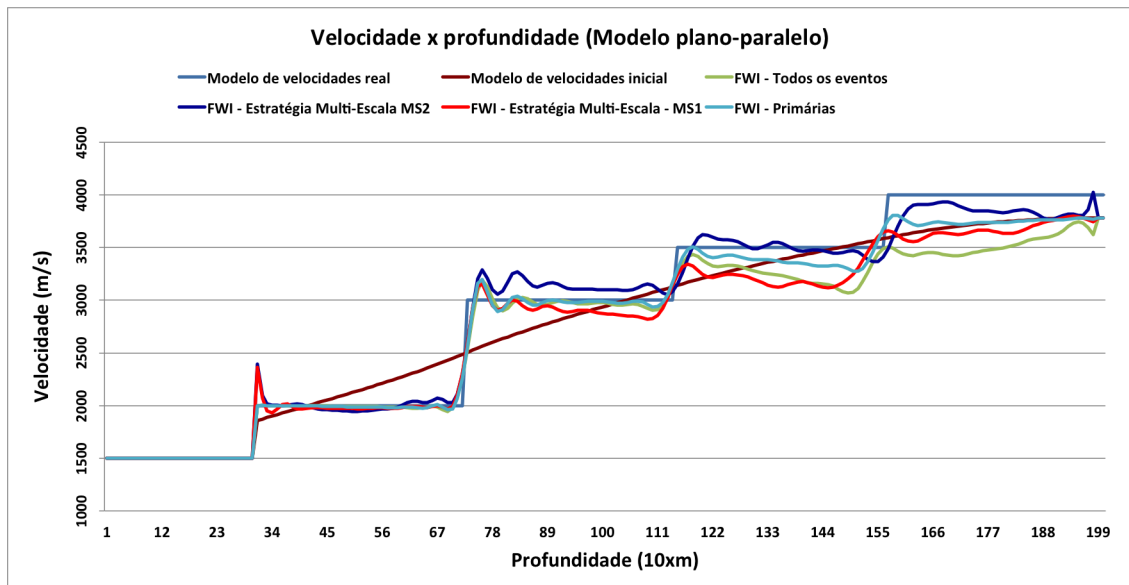


Figura 4.30: Perfil de velocidades para os modelos real e inicial, extraídos no posição $x = 2230\text{m}$.

Desta forma mostra-se que, de posse de um bom modelo inicial de velocidades, as estratégias propostas nesta tese apresentaram resultados semelhantes ao processo de *FWI* tradicional. Entretanto, conforme será mostrado na próxima seção, ao se utilizar modelos de velocidades que não contemplem a cinemática do problema, as técnicas Multi-Escala de eventos propostas nesta trabalho apresentaram melhores

resultados que o processo de *FWI* tradicional.

4.2 Modelo BP-2004

Com objetivo de aplicar as técnicas desenvolvidas nesta tese em um modelo de velocidades mais realístico e complexo, utilizou-se o modelo de *benchmark* BP-2004 modificado (vide Figura 4.2 na página 35). Este modelo foi criado pela *British Petroleum* para testes de técnicas de imageamento e construção de modelos de velocidades, e apresenta conformações geológicas típicas do Golfo do México.

O modelo apresenta grande complexidade geológica, principalmente no que diz respeito ao imageamento da subsuperfície com a presença de estruturas salinas. A parte mais a esquerda do modelo contém um corpo salino rugoso cujos principais desafios de imageamento estão relacionados com a obtenção de uma delimitação precisa do sal e a recuperação de informações abaixo desta estrutura salina (pré-sal). A parte mais central do modelo também apresenta um grande corpo salino e o principal desafio desta região é o imageamento dos flancos salinos com mergulhos íngremes BILLETE e BRANDSBERG-DAHL (2005).

O modelo modificado utilizado nesta tese possui aproximadamente 10Km de extensão e 3,2Km de profundidade. Este modelo foi discretizado utilizando uma malha regular de diferenças finitas com espaçamento entre pontos de 10m, apresentando 1001x318 pontos na malha. As modificações do modelo original objetivaram gerar um modelo modificado mantendo suas principais características e com menores dimensões, o que proporciona uma menor demanda por recursos computacionais e menor tempo de processamento, para aplicações das técnicas desenvolvidas neste trabalho.

Para a obtenção dos dados sísmicos sintéticos utilizou-se uma geometria de aquisição simulando um navio puxando um cabo sísmico com 5,0km de comprimento. Foram dados 44 tiros na superfície do modelo, a uma profundidade de 20m, espaçados entre si de 200m. Os receptores também foram posicionados a uma profundidade de 20m espaçados entre si de 10m. A geometria utilizada possui afastamento fonte-receptor mínimo de 50m e máximo de 5050m. O tempo total de registro dos dados foi de 8,0s com uma taxa de amostragem temporal de 1,0ms. A Tabela 4.3 a seguir resume os parâmetros de aquisição utilizados para a modelagem sísmica no modelo BP-2004.

Como exemplo, a Figura 4.31 mostra os dados observados para uma fonte impulsiva com frequência máxima de 25Hz posicionada em $x = 4060\text{m}$, cujo cabo sísmico possui 4010m de extensão. Para este tiro, o cabo sísmico, com comprimento máximo de 5000m, ainda não estava totalmente contido dentro do modelo de velocidades considerado. Nesta Figura pode-se observar os dados sísmicos contendo todos os

eventos juntos (primários e múltiplos de superfície), assim como separadamente.

Tabela 4.3: Parâmetros de aquisição de dados - modelo BP-2004 (Modificado)

Tempo total de registro	5,0s
Intervalo de amostragem temporal	0,001s
Intervalo entre pontos de tiro	276m
Número total de tiros	22
Profundidade da fonte e receptores	20m
Intervalo entre receptores	10m
Número total de receptores	384

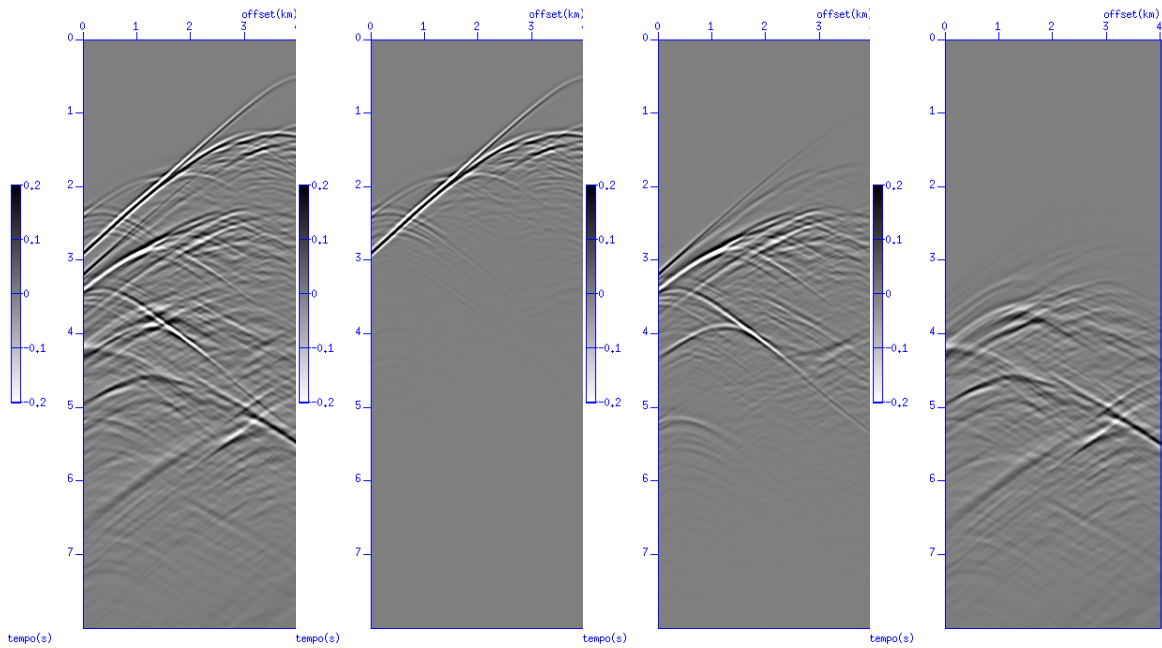


Figura 4.31: Dados observados do modelo BP-2004 para uma fonte impulsiva em $x = 4060\text{m}$ e cabo sísmico com 4010m . Pode-se observar os dados com todos os eventos (esquerda) e sucessivamente as primárias, múltiplas de primeira e segunda ordens.

Como modelo inicial de velocidades foi utilizado o modelo *background*, também fornecido pela BP, onde as estruturas salinas não estão presentes. Este modelo foi modificado da mesma forma que o modelo real e além disso foi suavizado 50 pontos em ambas as direções vertical e horizontal. A Figura 4.32 apresenta o modelo utilizado.

A ausência de informações dos corpos salinos no modelo inicial de velocidades representa um grande problema cinemático para o imageamento neste modelo. Os corpos salinos possuem altas velocidade de propagação do campo de ondas e desta forma influenciam de maneira determinante como estes campos se propagam em sub-superfície. Neste caso, o grande desafio para as técnicas de inversão é a reconstrução

destes corpos salinos, assim como da estimativa das velocidades de regiões abaixo destas saís (Pré-Sal), principalmente quando estes não estão presentes no modelo inicial.

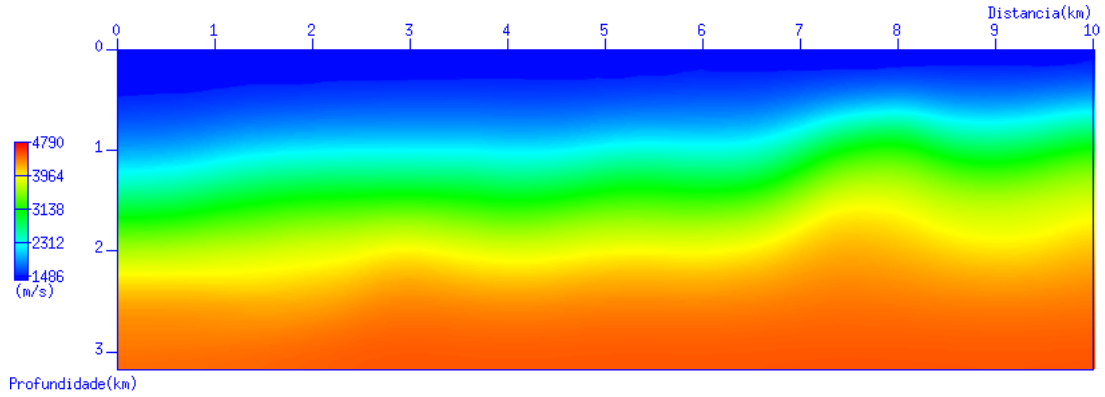


Figura 4.32: Campo de velocidades inicial utilizado no processo de inversão *FWI*. Note a ausência de informações dos corpos salinos neste modelo.

Nas próximas subseções serão apresentados os resultados numéricos das inversões utilizando a técnica tradicional e as propostas nesta tese. Estes resultados serão analisados comparativamente com objetivo de destacar as contribuições deste trabalho. Conforme será visto, neste caso as estratégias Multi-Escala propostas proporcionaram resultados bastante superiores a inversão *FWI* tradicional.

4.2.1 Inversão *FWI* Acústica Tradicional

Partindo do modelo inicial de velocidades mostrado na Figura 4.32 foi realizada a *FWI* utilizando os dados sísmicos contendo todos os eventos (primários e múltiplos de superfície). Foi utilizada a técnica de Multi-Escala em frequências, cujas faixas variaram de 0-7Hz até 0-25Hz com incremento de 2Hz. Como técnica de otimização local utilizou-se o método iterativo dos gradientes descendentes e o critério de parada utilizado, por faixa de frequências, foi o número máximo de 30 iterações ou aumentos consecutivos da Função Objetivo (5 aumentos consecutivos em uma mesma iteração). O resultado deste processo de inversão está mostrado na Figura 4.33.

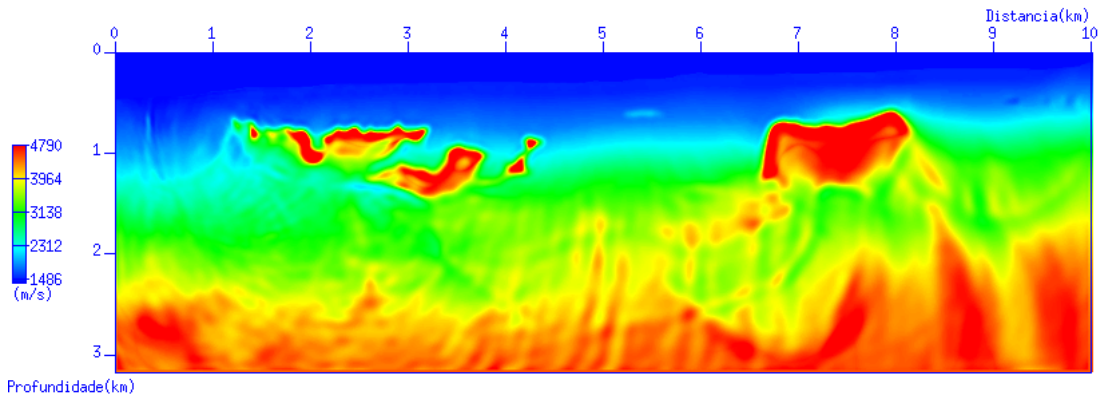


Figura 4.33: Campo de velocidades obtido através da *FWI* tradicional. Foram dados 44 tiros na superfície do modelo e a máxima frequência foi de 25Hz (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32).

Analisando o resultado da Figura 4.33, percebe-se a presença de muitos artefatos devido ao *Cross-Talk* entre eventos primários e múltiplos, o que provoca erros na estimativa dos parâmetros da sub-superfície e aumenta a possibilidade de convergência para um mínimo local do problema. Pode-se dizer que com esta estratégia de inversão foi possível identificar de maneira razoável o topo das estruturas salinas, porém as velocidades que compõem o sal e mesmo de outras regiões do modelo não foram reconstruídas de maneira satisfatória. Quantitativamente, a Figura 4.34 mostra a diferença percentual entre o modelo real e os modelos inicial e obtido após o processo de inversão.

Analisando a diferença percentual entre o modelo real e invertido, percebe-se que os corpos salinos não foram completamente reconstruídos de maneira eficaz, e mesmo em regiões onde a diferença percentual era inicialmente pequena foram introduzidos artefatos aumentando essa diferença.

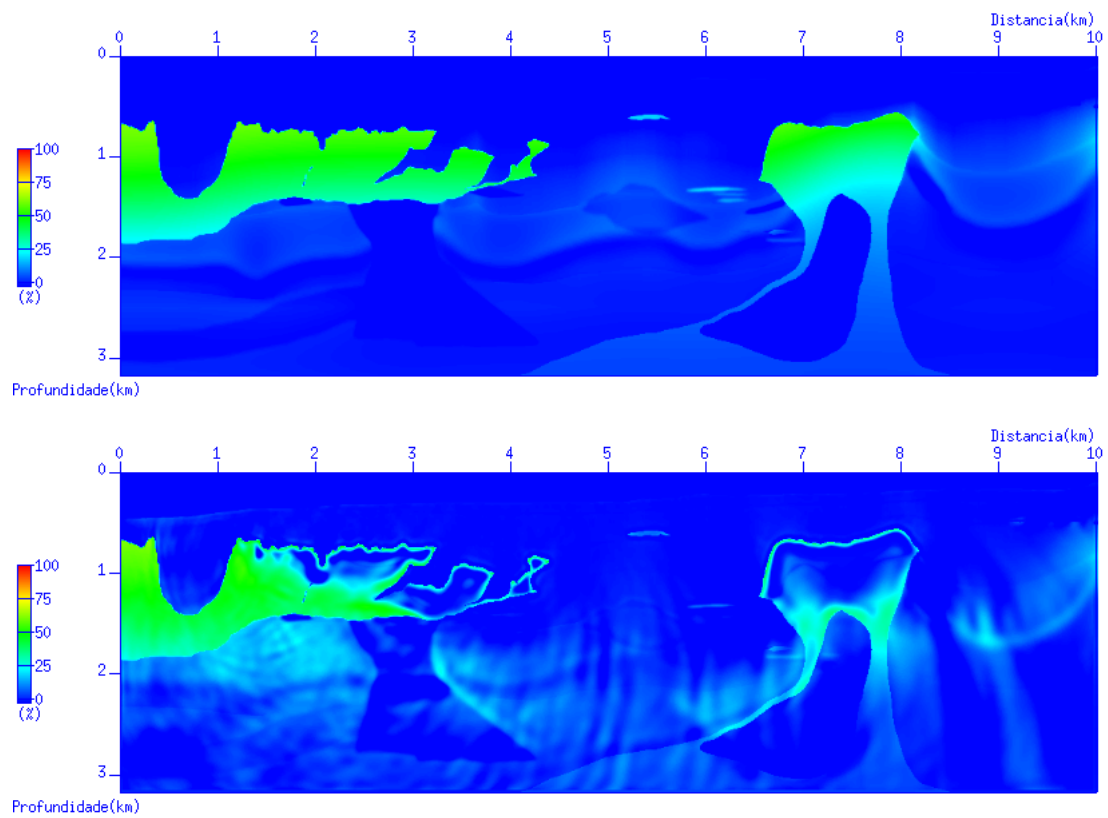


Figura 4.34: Diferença percentual entre o modelo inicial e real (acima) e o modelo real e obtido após a inversão *FWI* tradicional (abaixo).

A análise detalhada dos perfis de velocidades com a profundidade, nas posições horizontais $x = 1500\text{m}$ e $x = 7000\text{m}$, pode ser feita a partir da Figura 4.35. Pode-se perceber que o modelo de velocidades obtido através da inversão *FWI* com todos os eventos não foi eficiente na estimativa das velocidades dos corpos salinos, e além disso em algumas posições este perfil se afasta do modelo real ao invés de se aproximar.

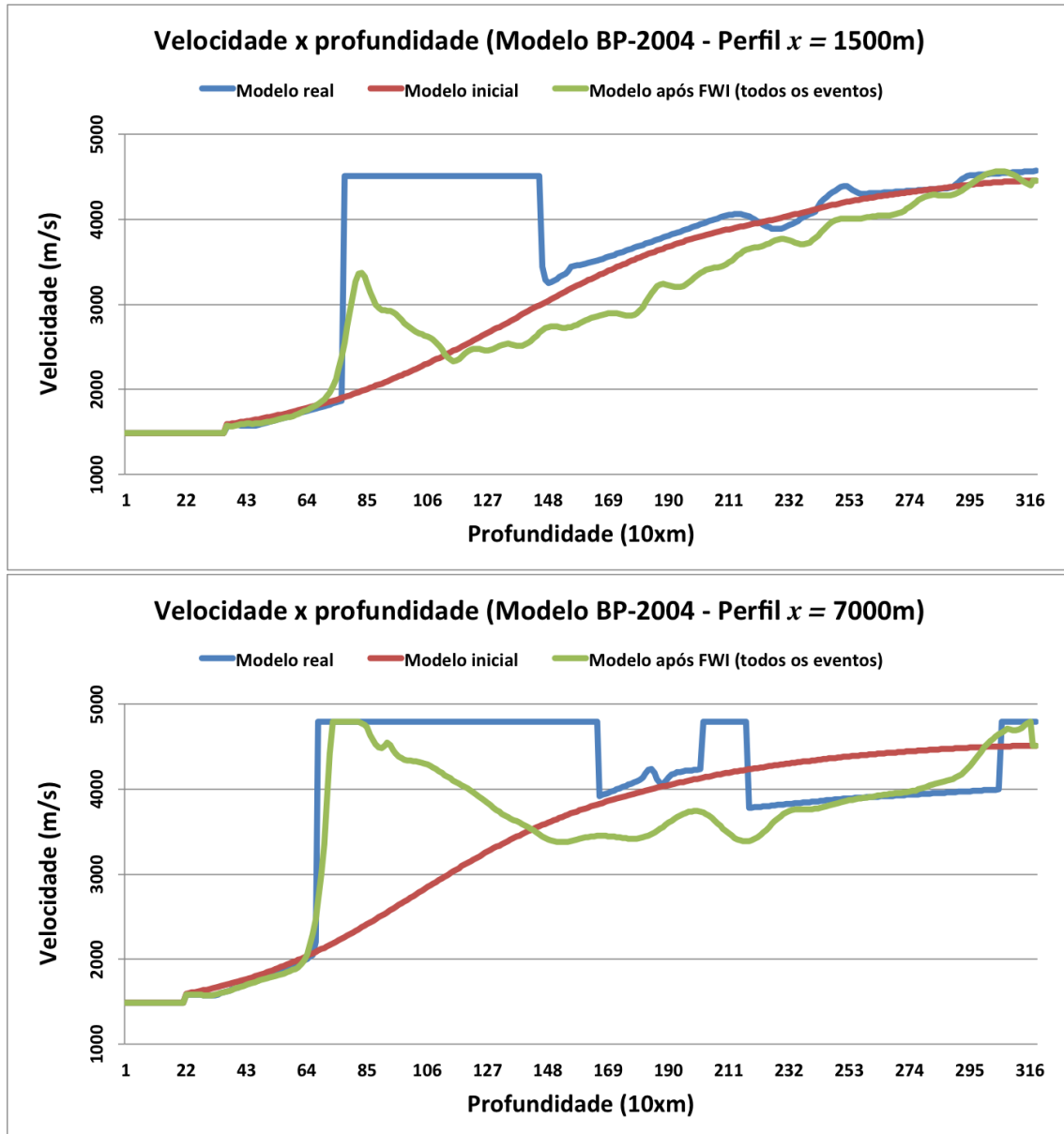


Figura 4.35: Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a *FWI* tradicional - modelo BP2004.

O valor da Função Objetivo para cada faixa de frequências do processo iterativo de otimização está mostrado na Figura 4.36. Vale ressaltar que neste processo não foram realizadas as 30 iterações para cada faixa de frequências, conforme mostrado na Tabela 4.4. Neste caso o critério de parada de aumentos consecutivos da Função Objetivo (5 aumentos consecutivos) em uma mesma iteração foi aplicado.

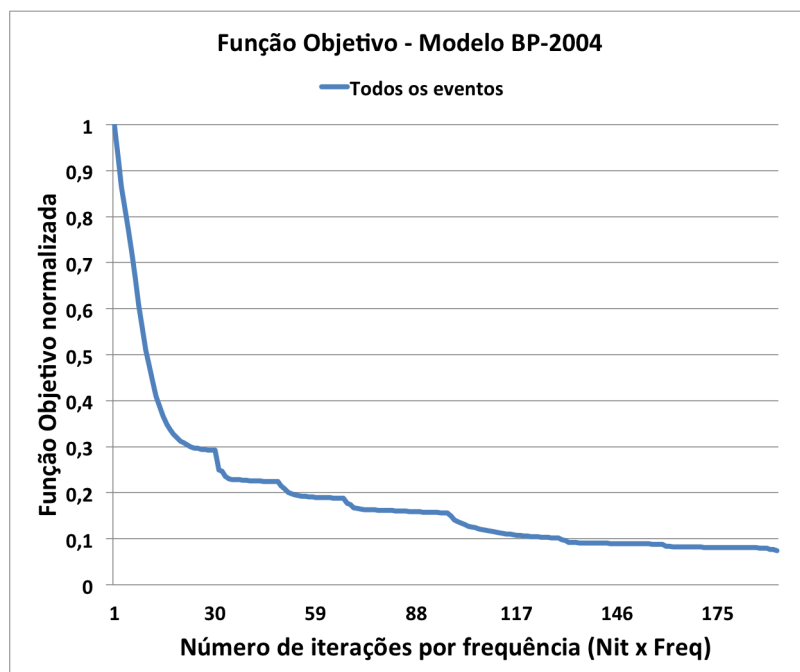


Figura 4.36: Função Objetivo normalizada relativa ao processo de *FWI* para todos os eventos juntos - BP2004.

Tabela 4.4: Número de iterações por faixa de frequências para o modelo BP-2004.

Faixa de frequências	Número de iterações
0-7Hz	30
0-9Hz	18
0-11Hz	19
0-13Hz	30
0-15Hz	2
0-17Hz	30
0-19Hz	30
0-21Hz	30
0-23Hz	1
0-25Hz	2

Além da nítida limitação em reconstruir de maneira eficaz as velocidades acústicas da sub-superfície neste caso, conforme mostra o resultado da inversão, a análise dos dados e dos resíduos mostram que a diferença entre os dados observado e os dados calculados (após o processo de inversão) ainda é relativamente grande, o que sugere a convergência para um mínimo local da Função Objetivo. As Figuras 4.37 e 4.38 mostram os dados observados e calculados, assim como os respectivos resíduos inicial e final, para uma fonte impulsiva posicionada horizontalmente em $x = 4060\text{m}$ e cabo sísmico com 4010m de extensão.

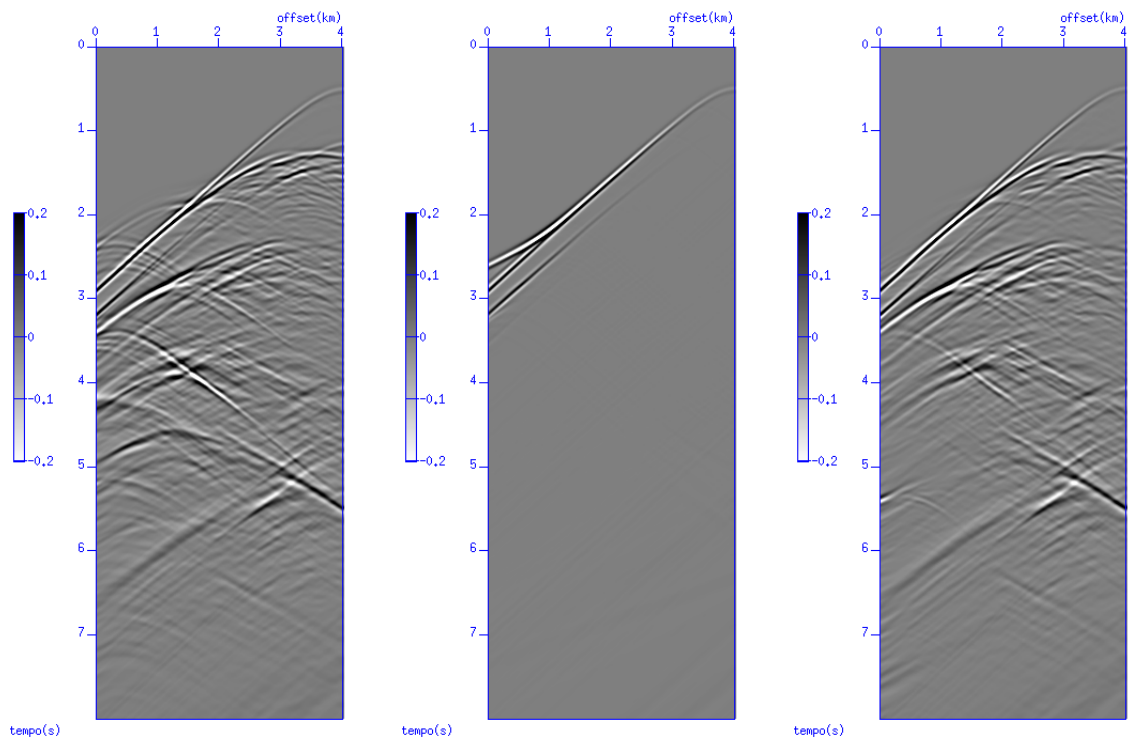


Figura 4.37: Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a *FWI* (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da *FWI*.

Percebe-se analisando os dados observados e calculados após a inversão que a diferença remanescente ainda é considerável, o que se confirma analisando os resíduos mostrados na Figura 4.38.

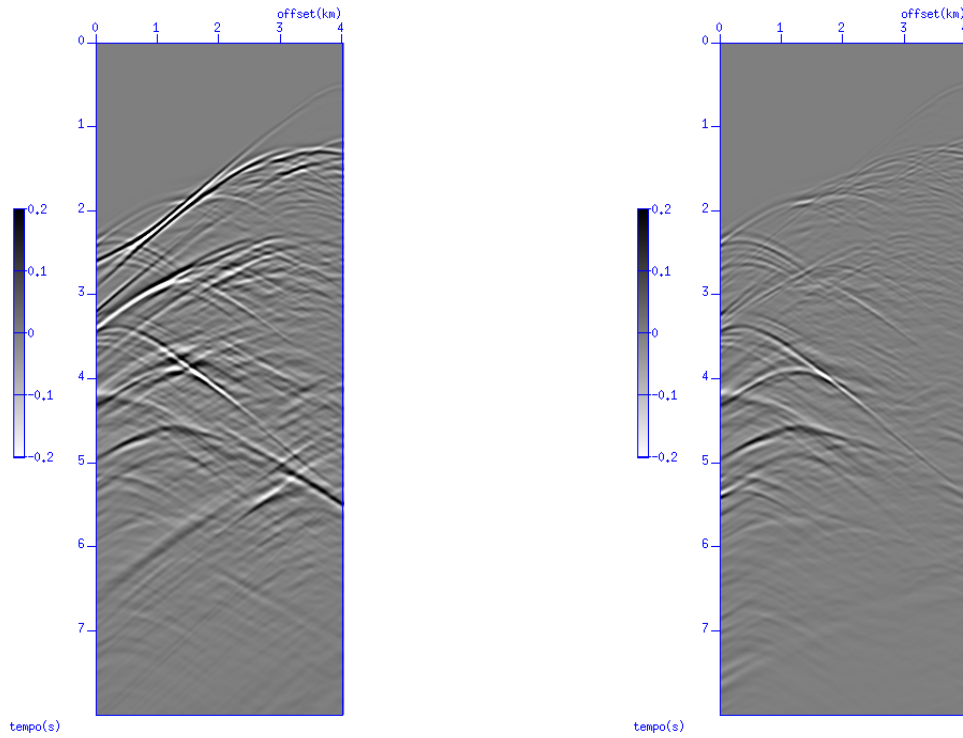


Figura 4.38: Resíduos inicial (esquerda) e final (direita) para os dados mostrados na Figura 4.37.

Para uma análise mais detalhada foram destacados os traços e os resíduos com afastamento fonte-receptor respectivamente iguais a 60m e 3560m, para a fonte na posição 4060m. As Figuras 4.39 e 4.40 mostram os traços observados, inicial e invertido, para os respectivos *offsets*, e as Figuras 4.41 e 4.42 os resíduos inicial e final.

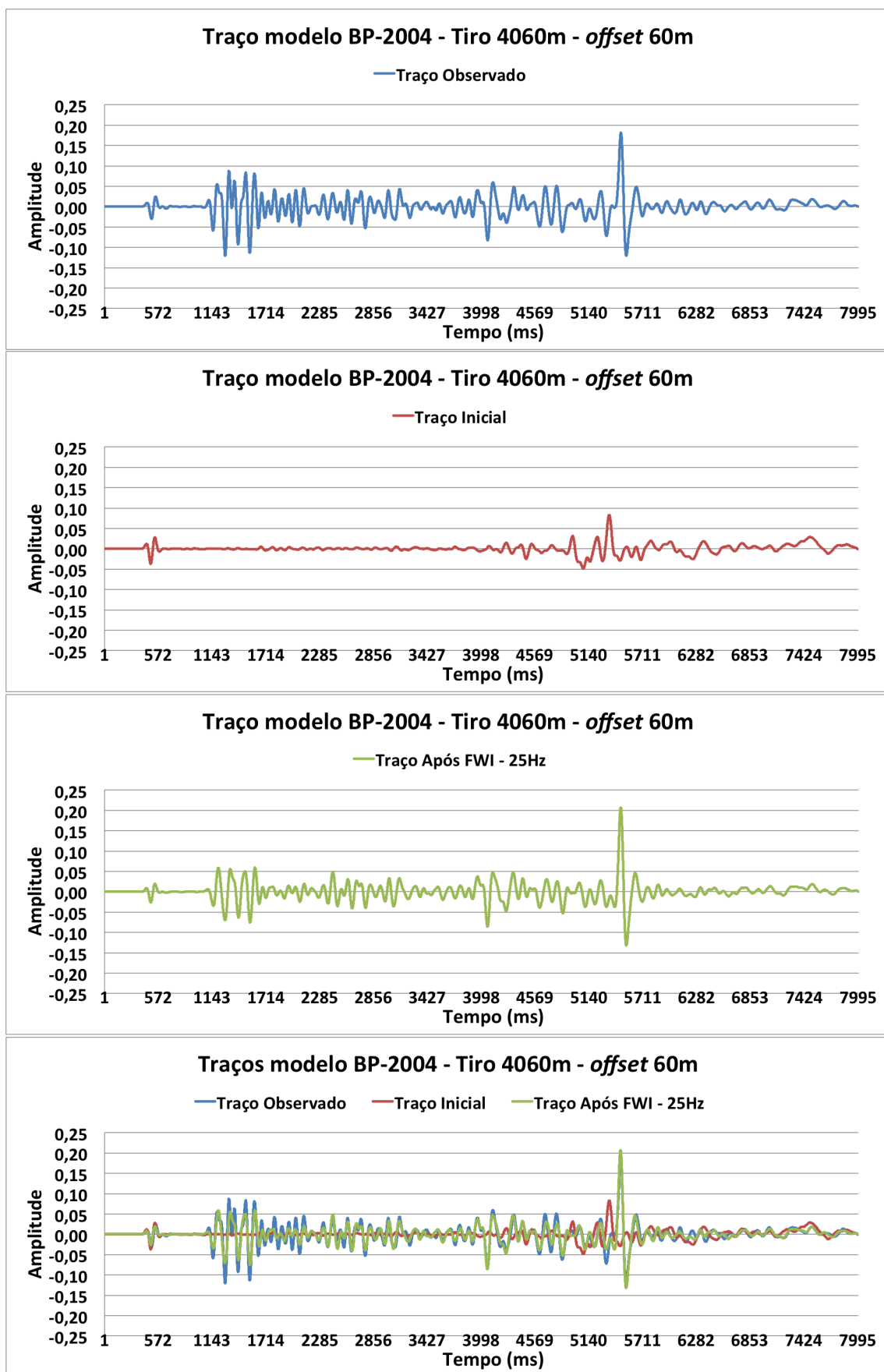


Figura 4.39: Traços observados, inicial e invertido para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - *offset* 60m. Pode-se observar também estes traços superpóstos.

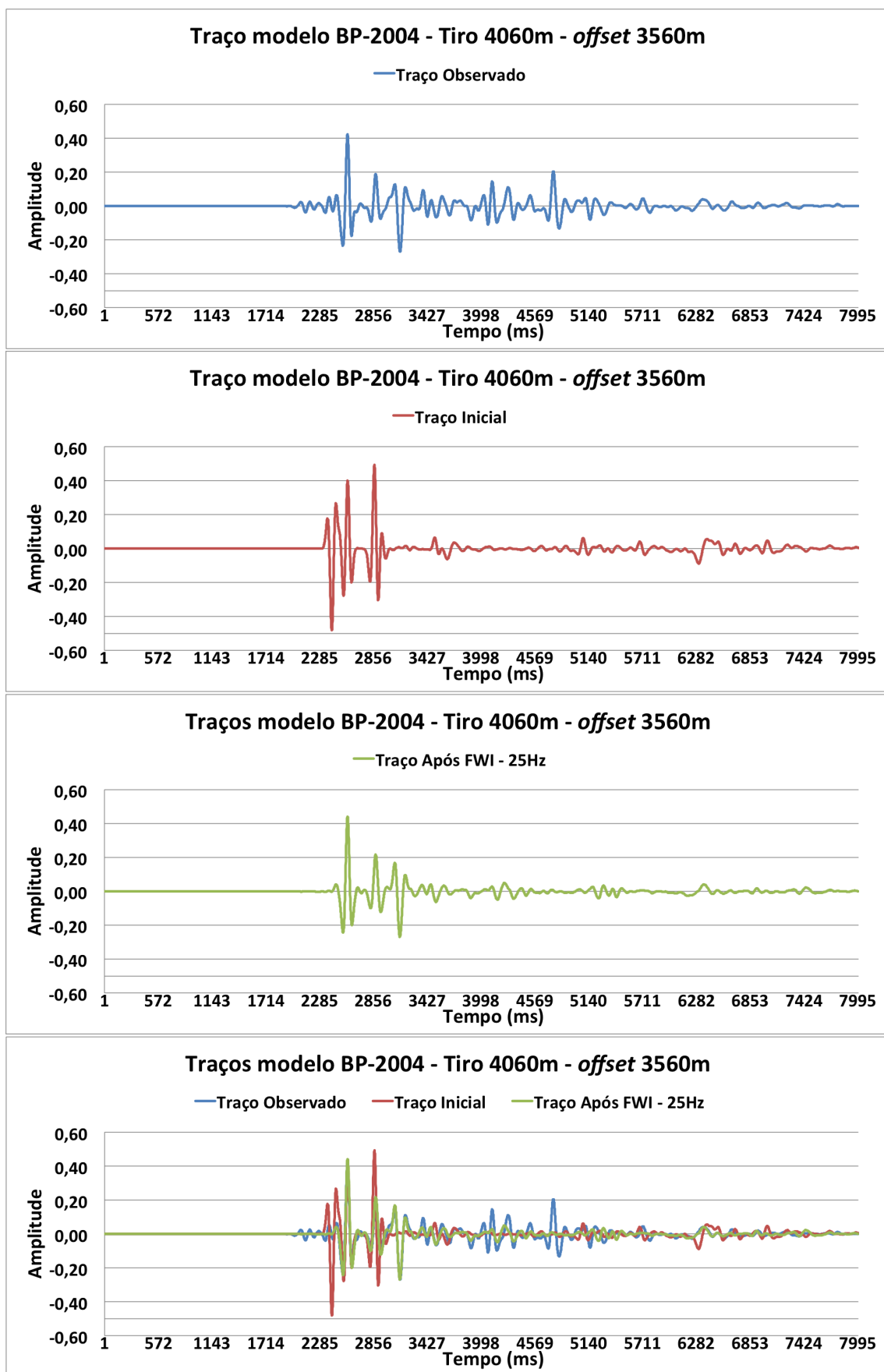


Figura 4.40: Traços observados, inicial e invertido para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - *offset* 3560m. Pode-se observar também estes traços superpóstos.

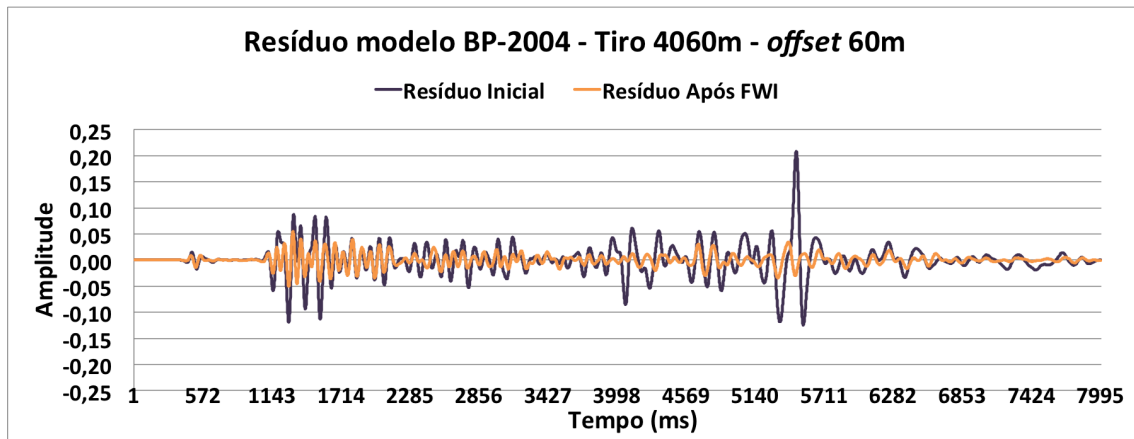


Figura 4.41: Resíduo BP-2004 - offset 60m.

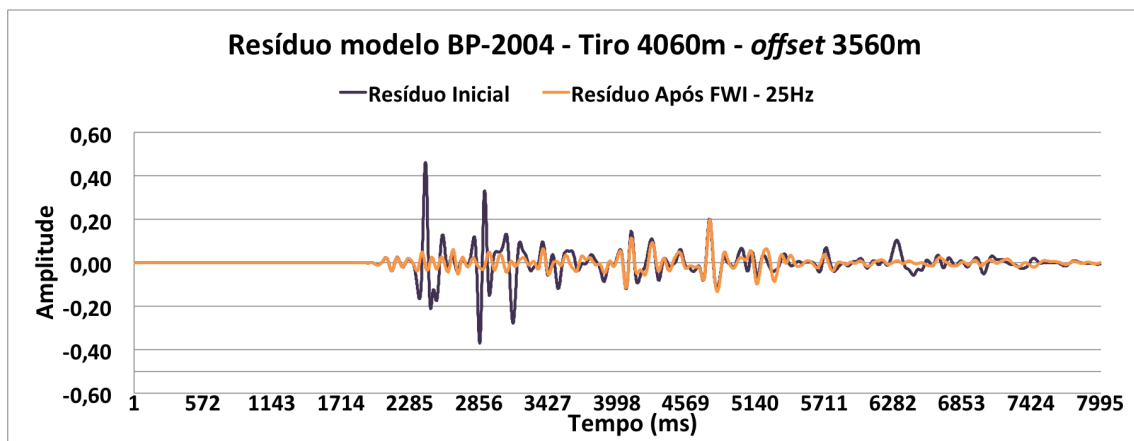


Figura 4.42: Resíduo BP-2004 - offset 3560m.

A análise destes traços mostra que grande parte dos eventos presentes nos dados sísmicos não foram adequadamente justificados, o que confirma a tese de convergência para um mínimo local da Função Objetivo. Desta forma, três fatores contribuem para esta hipótese, a grande diferença percentual entre o modelo real e o modelo invertido, mostrado na Figura 4.34, o decréscimo da Função Objetivo que apresentou aumentos sucessivos para algumas frequências, não realizando as 30 iterações e a análise dos dados que não foram adequadamente justificados após o processo de inversão.

Consequentemente, chega-se a conclusão de que esta não é a melhor estratégia para inversão do campo de ondas completo, partindo do modelo inicial de velocidades mostrado na Figura 4.32. Partindo de um modelo de velocidades que não esteja próximo ao mínimo global da Função Objetivo e utilizando todos os eventos juntos, a não linearidade do problema inverso e a complexidade da Função Objetivo torna o problema muito susceptível a convergir para um mínimo local, o que não é desejado no processo de inversão.

Com objetivo de validar uma das propostas desta tese, de que utilizar os eventos sísmicos separadamente é mais adequado para inversão *FWI*, principalmente para meios complexos onde não se tem um bom modelo inicial de velocidades, nas próximas seções serão apresentados e analisados os resultados das inversões das primárias e múltiplas de superfície separadamente. Primeiramente serão apresentados os resultados utilizando somente eventos primários e será feita uma análise comparativa com a *FWI* tradicional.

4.2.2 Inversão *FWI* de Reflexões Primárias e múltiplas de superfície separadamente

Nesta seção serão apresentados os resultados dos processos de *FWI* utilizando os eventos sísmicos separadamente. Inicialmente serão apresentados os resultados utilizando somente eventos primários e posteriormente somente eventos múltiplos de primeira e segunda ordens respectivamente. Estes resultados serão analisados comparativamente com os resultados da inversão *FWI* tradicional.

4.2.2.1 Inversão *FWI* de Reflexões Primárias

A inversão do campo de ondas utilizando somente eventos primários foi realizada sob as mesmas condições que a inversão tradicional. A única diferença foi os dados utilizados no processo de inversão, que continham somente eventos primários (livres de eventos múltiplos de superfície), conforme mostra a Figura 4.31.

O resultado deste processo de inversão está mostrado na Figura 4.43 e o fluxo representativo de inversão está mostrado na Figura 3.1.

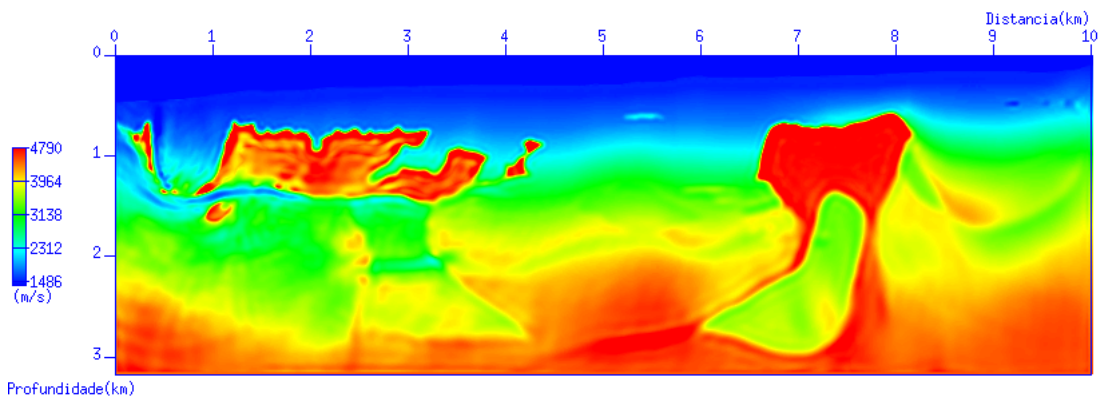


Figura 4.43: Campo de velocidades obtido através da inversão utilizando somente eventos primários. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32)

Este processo de inversão utilizou como modelo inicial de velocidades o mesmo utilizado na inversão tradicional (Figura 4.32), entretanto, comparativamente

percebe-se que neste caso as velocidades da subsuperfície foram melhor estimadas, além de apresentar menos artefatos de *Cross-Talk*.

A diferença percentual entre o modelo real e o modelo após *FWI* das reflexões primárias está apresentada na Figura 4.44. Pode-se verificar que neste caso esta diferença é menor que no caso da inversão tradicional, mostrando que esta estratégia foi mais eficiente na estimativa das velocidades da subsuperfície.

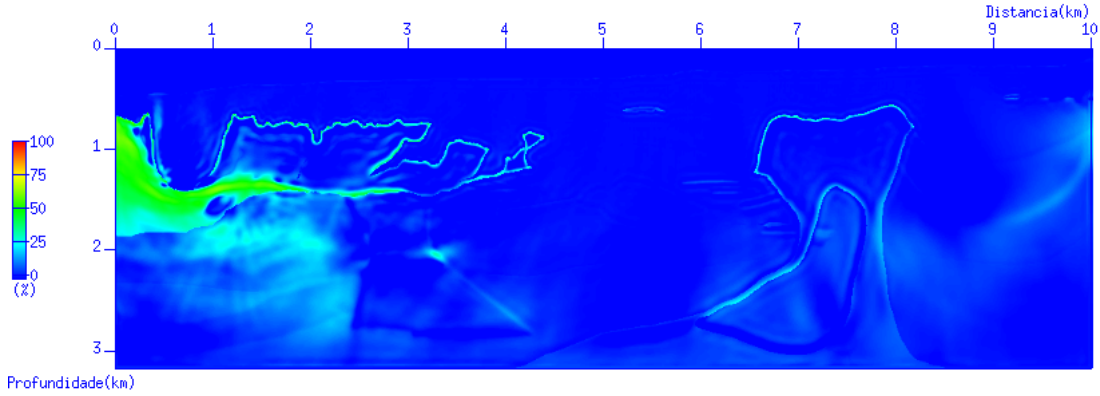


Figura 4.44: Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a *FWI* somente para eventos primários.

Os perfis de velocidades com a profundidade para as posições $x = 1500\text{m}$ e $x = 7000\text{m}$ está mostrado na Figura 4.45, onde pode-se verificar que comparado ao perfil mostrado na Figura 4.35, que esta estratégia apresenta melhores resultados.

Entretanto, analisando o perfil na posição de 1500m (o que configura uma situação de sub-sal) percebe-se que as velocidades abaixo do corpo salino não foram bem estimadas. Como será visto a diante, a estratégia de inversão Multi-Escala de eventos proposta nesta tese objetiva utilizar as informações das primárias e múltiplas recurssivamente para fornecer melhores resultados, principalmente nas regiões abaixo dos sal.

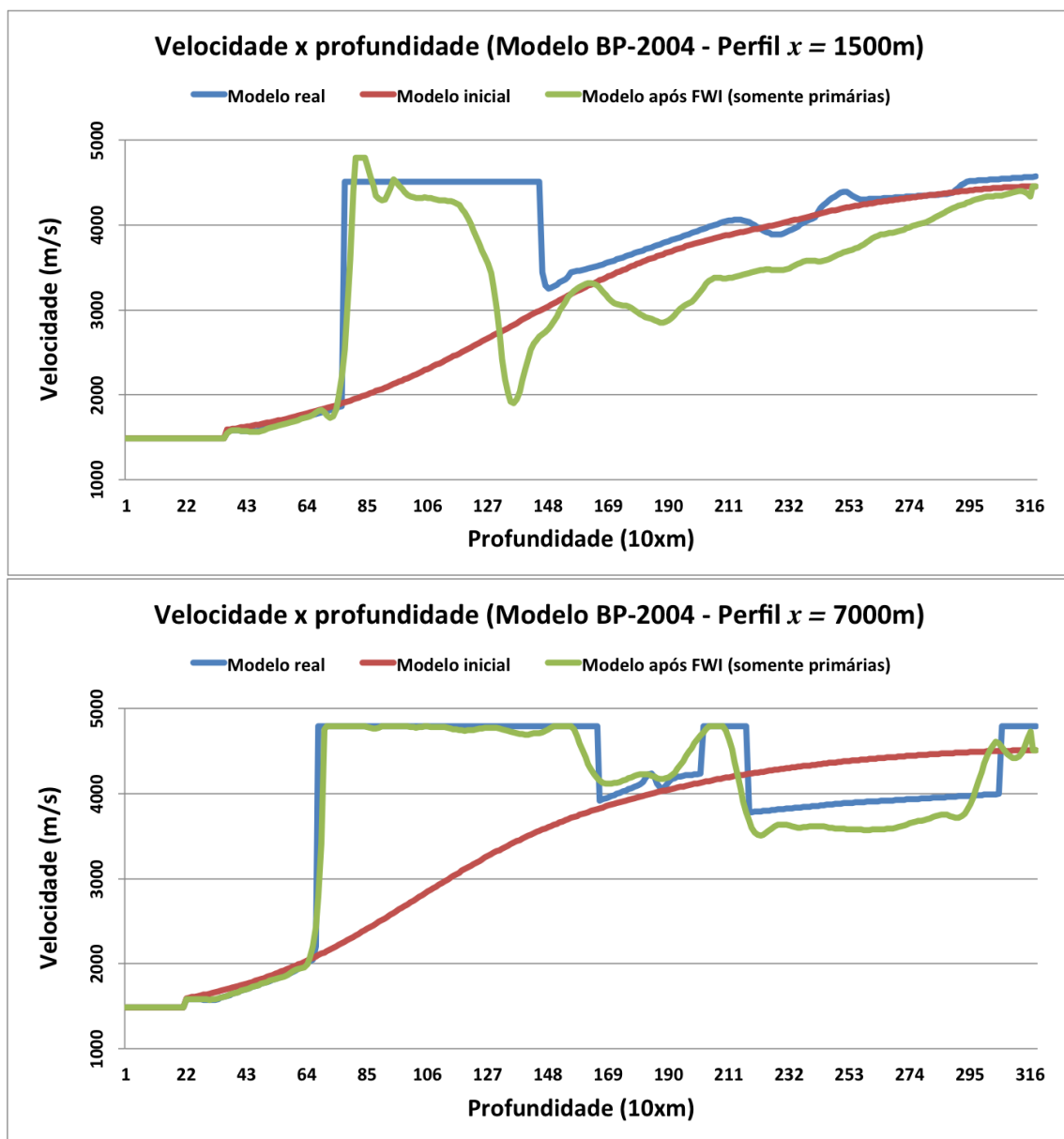


Figura 4.45: Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a *FWI* para eventos primários - modelo BP2004.

A Função Objetivo para a inversão das reflexões primárias está mostrada na Figura 4.46. Para efeito de comparação, também esta representada neste gráfico a Função Objetivo para todos os eventos juntos. Pode-se verificar analisando estas Funções Objetivos um maior decréscimo quando se utiliza somente eventos primários, além de uma maior taxa de convergência. Vale ressaltar que neste caso foram realizadas 30 iterações para cada faixa de frequências.

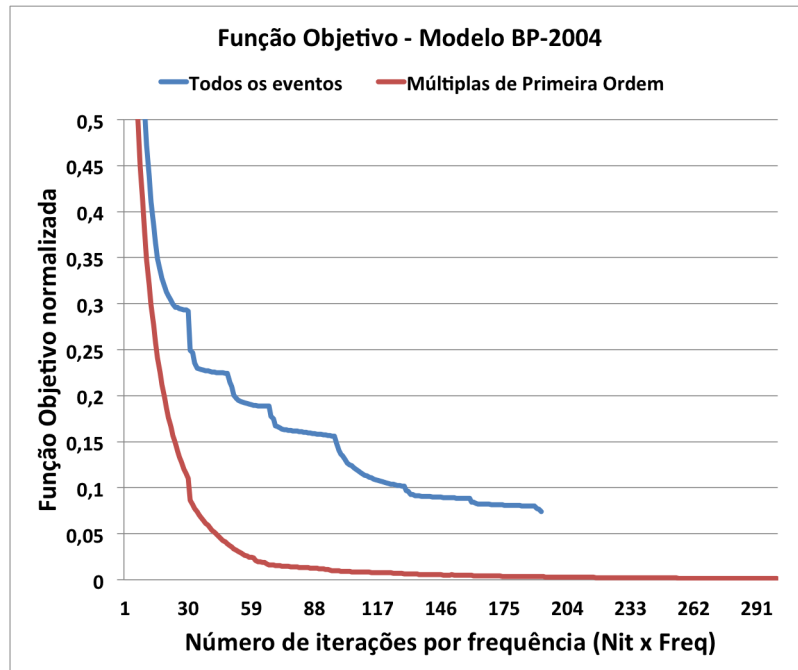


Figura 4.46: Função Objetivo normalizada relativa ao processo de inversão tradicional (azul) e somente para eventos primários (vermelho) - BP2004. Percebe-se um maior decréscimo para eventos primários separadamente, assim como uma maior taxa de convergência.

As Figuras 4.47 e 4.48 mostram respectivamente os dados observado, inicial e calculado após a *FWI* e os resíduos inicial e final. Analogamente a *FWI* tradicional, estes dados possuem posição da fonte $x = 4060\text{m}$ e comprimento do cabo sísmico 4010m .

Como neste caso a inversão foi realizada somente para reflexões primárias, pode-se verificar através da análise do resíduo que os eventos primários presentes nos dados observados foram bem justificados.

Para se obter um ajuste completo dos dados os eventos múltiplos devem ser levados em conta no processo de inversão, entretanto a comparação entre o resíduo para *FWI* tradicional e para a *FWI* das primárias (Figura 4.48) mostra que, neste caso, utilizar todas as informações juntas não é a melhor estratégia, pois a técnica tradicional apresenta maior resíduo que somente para as primárias.

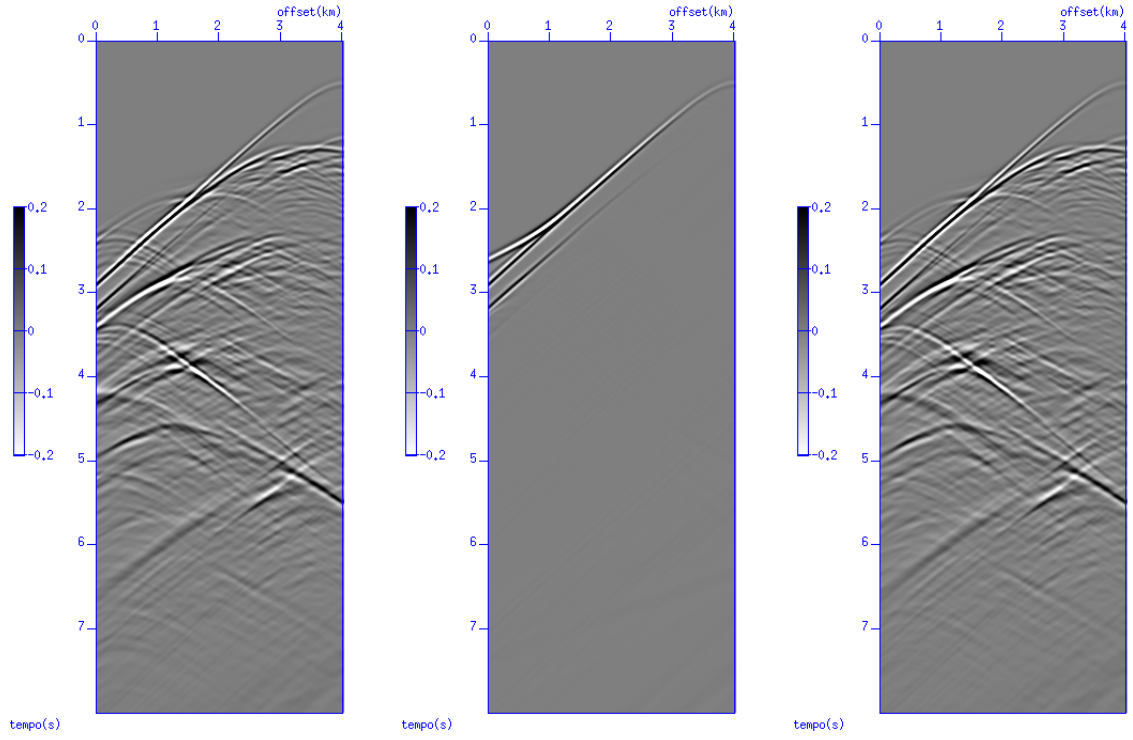


Figura 4.47: Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a FWI (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da FWI somente de eventos primários.

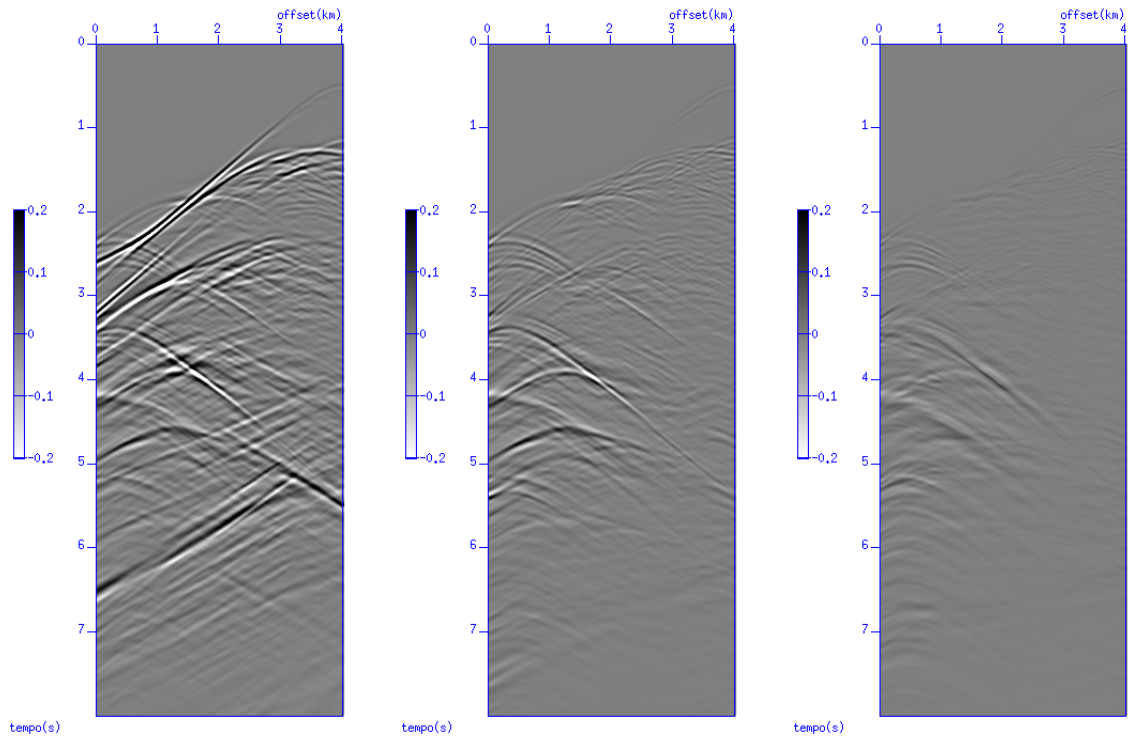


Figura 4.48: Resíduos inicial (esquerda), após a FWI convencional (meio) e final após a FWI de eventos primários (direita).

Este é um dos fatos que motivam a utilização das estratégias Multi-Escala propostas nesta tese, onde todos eventos são utilizados no processo de inversão, porém separadamente e de maneira recursiva.

Como foi feito para o caso tradicional, destaca-se nas Figuras 4.49, 4.50, 4.51 e 4.52 os traços com *offsets* iguais a 60m e 4060m para uma análise mais detalhada dos dados e dos resíduos. Confirma-se desta forma que os dados foram melhor ajustados que no processo tradicional, apresentado de maneira geral um menor resíduo.

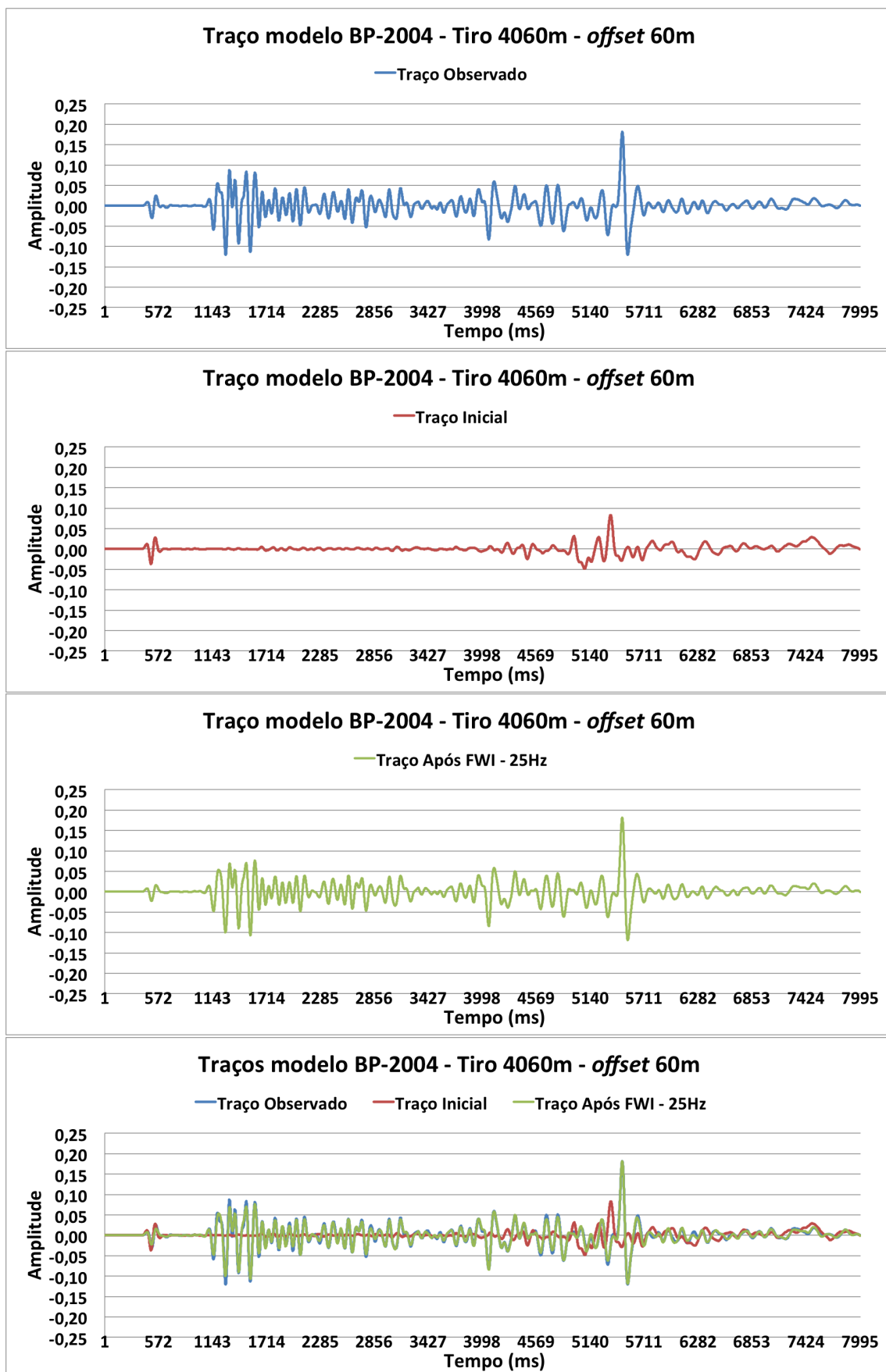


Figura 4.49: Traços observados, inicial e invertido utilizando eventos primários para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - offset 60m. Pode-se observar também estes traços superpóstos.

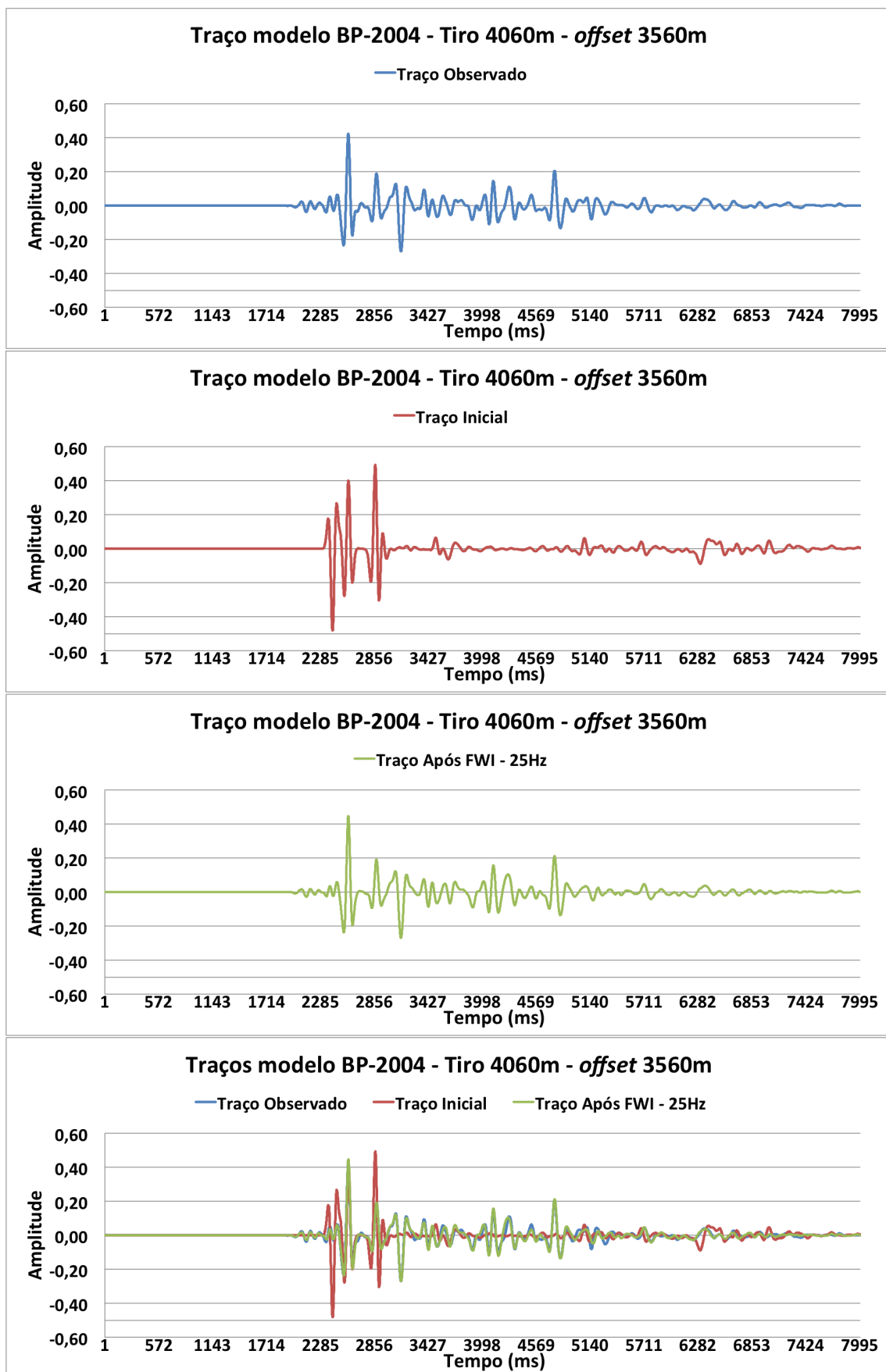


Figura 4.50: Traços observados, inicial e invertido utilizando eventos primários para uma fonte em $x = 4060\text{m}$ - modelo BP-2004 - offset 3560m. Pode-se observar também estes traços superpóstos.

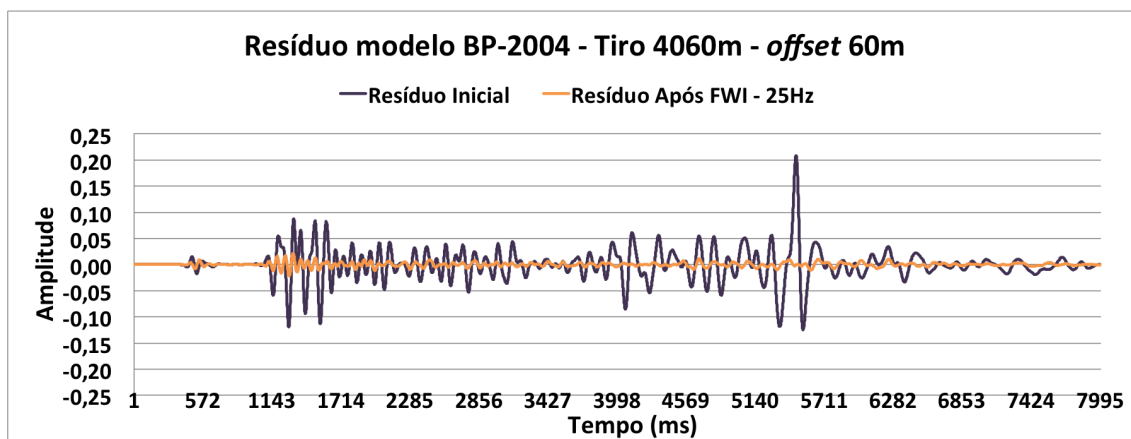


Figura 4.51: Comparação dos resíduos inicial e após a inversão com eventos primários
- BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offset* = 60m.

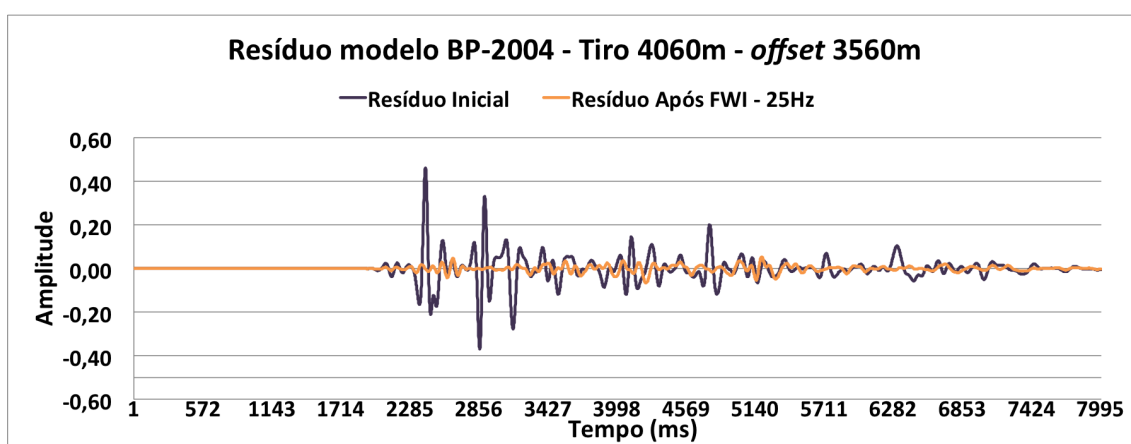


Figura 4.52: Comparação dos resíduos inicial e após a inversão com eventos primários
- BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offset* = 3560m.

A análise destes resultados permite concluir que, neste caso, o processo de inversão utilizando as reflexões primárias separadamente foi mais eficiente que a inversão tradicional, principalmente quanto a recuperação das velocidades que compõem os corpos salinos. A menor diferença percentual entre o modelo real e invertido, o maior decréscimo da Função Objetivo e o melhor ajuste dos dados (menor resíduo) contribuem para esta conclusão. Desta forma, mostra-se que mesmo partindo do modelo inicial de velocidades cinematicamente incorreto, foi possível uma boa estimativa das velocidades da sub-superfície, o que não ocorreu utilizando o processo de inversão tradicional.

Outra característica importante, é que ao se utilizar os eventos primários separadamente, os dados sísmicos utilizados na inversão possuem menos eventos que o dado completo (contendo as múltiplas de superfície), e desta forma, existem menos possibilidades de ocorrerem os Saltos de Ciclo, favorecendo a convergência para a solução correta do problema de inversão.

Entretanto, uma das propostas desta tese é a utilização das reflexões múltiplas de superfície no processo de inversão, explorando todas as informações contidas nos dados sísmico. Desta forma, será apresentado a seguir os resultados numéricos da *FWI* utilizando as múltiplas de superfície, de primeira e segunda ordens, separadamente. Na próxima seção serão apresentados os resultados utilizando as estratégias Multi-Escala em eventos denominadas MS1 e MS2, propostas nesta tese.

Como a análise realizada para os eventos múltiplos será a mesma já feita até aqui, os resultados serão mostrados e comparados de maneira mais direta, tendo sempre em mente que todas as inversões desta tese foram realizadas sob as mesmas condições.

4.2.2.2 Inversão *FWI* de Reflexões Múltiplas de Primeira Ordem

O processo de inversão dos eventos múltiplos de superfície é bastante similar ao processo de inversão tradicional ou dos eventos primários separadamente, tendo como principais diferenças a fonte sísmica, que neste caso consiste no campo de ondas ascendente na superfície livre do modelo de velocidades, e a utilização dos eventos múltiplos separadamente (Figura 4.31).

Nesta seção serão mostrados os resultados da *FWI* das reflexões múltiplas de superfície de primeira ordem e estes resultados serão analisados comparativamente com os apresentados anteriormente. Com esta análise objetiva-se mostrar como estas informações podem ser utilizadas no processo de *FWI*, principalmente quando não se tem um bom modelo inicial de velocidades. Nestas circunstâncias, a utilização de todas as informações presentes nos dados sísmicos de maneira simultânea pode causar *Cross-Talk* entre eventos primários e múltiplos, e levar o problema de otimização a convergir para um mínimo local.

Partindo do modelo de velocidades de baixa frequência mostrado na Figura 4.32, foi realizada a inversão das múltiplas de primeira ordem, cujo resultado está mostrado na Figura 4.53. O Fluxo de inversão utilizado foi o mesmo apresentado na Figura 3.1, porém utilizando dados sísmicos contendo apenas eventos múltiplos de primeira ordem.

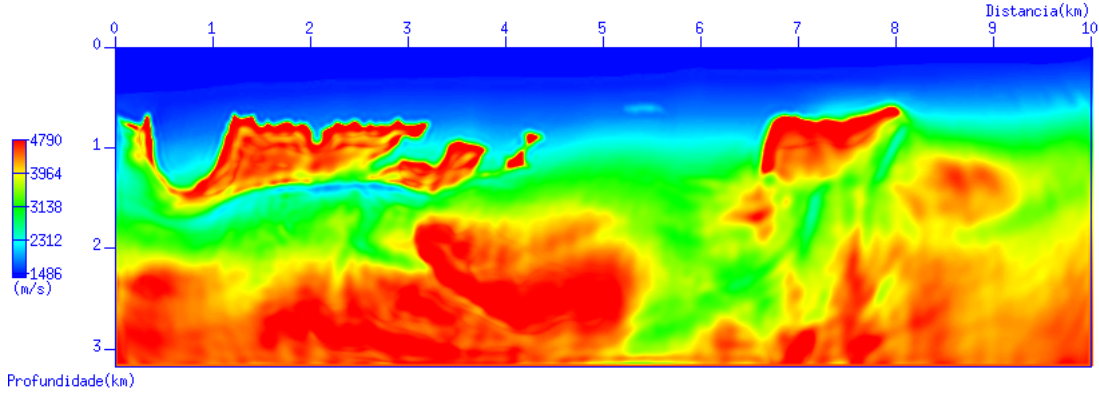


Figura 4.53: Campo de velocidades obtido através da inversão *FWI* utilizando somente eventos múltiplos de primeira ordem. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32)

Este resultado mostra que a inversão dos eventos múltiplos de primeira ordem é mais sensível a imprecisões no modelo inicial de velocidades que os eventos primários. Este fato confirma a tese de que as múltiplas tendem a puxar menor ângulo de incidência nos horizontes em subsuperfície e conseqüentemente necessitam de um modelo inicial de velocidades com uma maior resolução vertical. Entretanto, pode se dizer que com relação e reconstrução do corpo salino da esquerda, presente no modelo de velocidades, esta estratégia foi mais eficiente que a inversão tradicional.

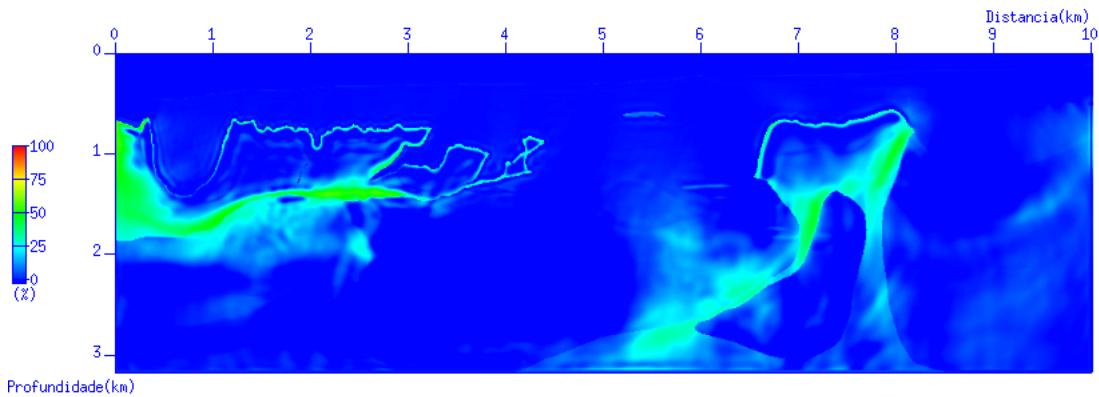


Figura 4.54: Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a *FWI* dos eventos múltiplos de primeira ordem.

A diferença percentual entre o modelo real e obtido após a inversão está apresentada na Figura 4.54, e mostra que as velocidades da base do corpo salino da esquerda

não foram devidamente estimadas e os flancos do sal da direita também não foram bem imageados. Este resultado sugere que um melhor modelo de velocidades seja utilizado para a inversão das reflexões múltiplas de superfície, e de acordo com uma das estratégias propostas nesta tese este modelo pode ser fornecido pela inversão dos eventos primários, já que estes são menos sensíveis a imprecisões no modelo inicial de velocidades. Essencialmente, esta é uma das estratégias Multi-Escala em eventos, cujos resultados serão mostrados na próxima seção.

Os perfis de velocidades com a profundidade para as posições $x = 1500\text{m}$ e $x = 7000\text{m}$ estão mostrados na Figura 4.56, onde pode-se verificar que principalmente para o *offset* de 1500m, a inversão das múltiplas de primeira ordem forneceu melhores resultados que a inversão tradicional.

As Funções Objetivas para as inversões tradicional, somente para eventos primários e somente múltiplas de primeira ordem estão mostradas na Figura 4.55. Pode-se verificar através destas Funções Objetivo que ao se utilizar os eventos sísmicos separadamente os processos de inversão do campo de ondas possuem uma convergência relativamente maior que ao se utilizar todos os eventos juntos, além da menor probabilidade de convergir para um mínimo local. Tanto nas inversões de eventos primários quanto de múltiplos de primeira ordem, foram realizadas 30 iterações por faixa de frequências, o que não é o caso para a utilização de todos os eventos juntos, conforme mostra a Tabela 4.4.

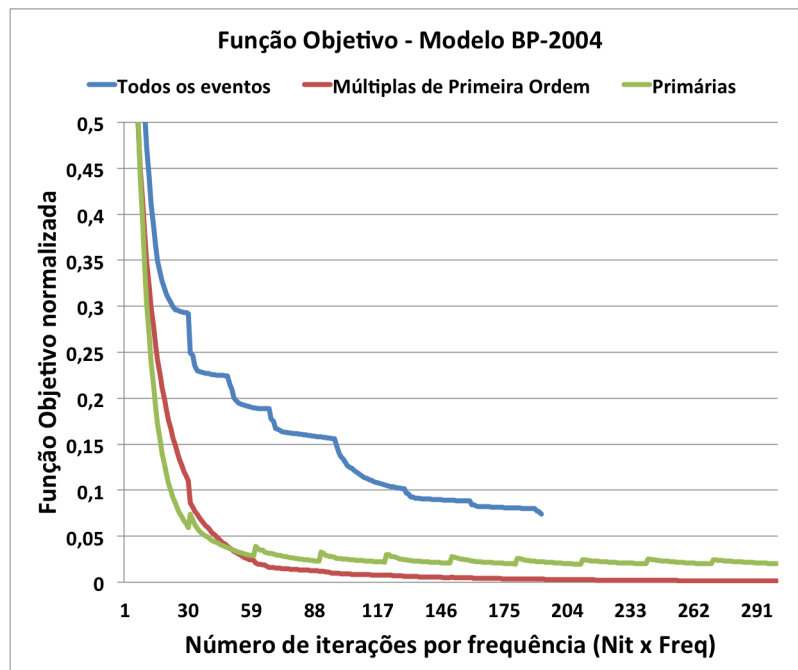


Figura 4.55: Função Objetivo normalizada relativa ao processo de inversão para todos os eventos juntos (azul), somente para eventos primários (verde) e para múltiplas de primeira ordem (vermelho) - BP2004.

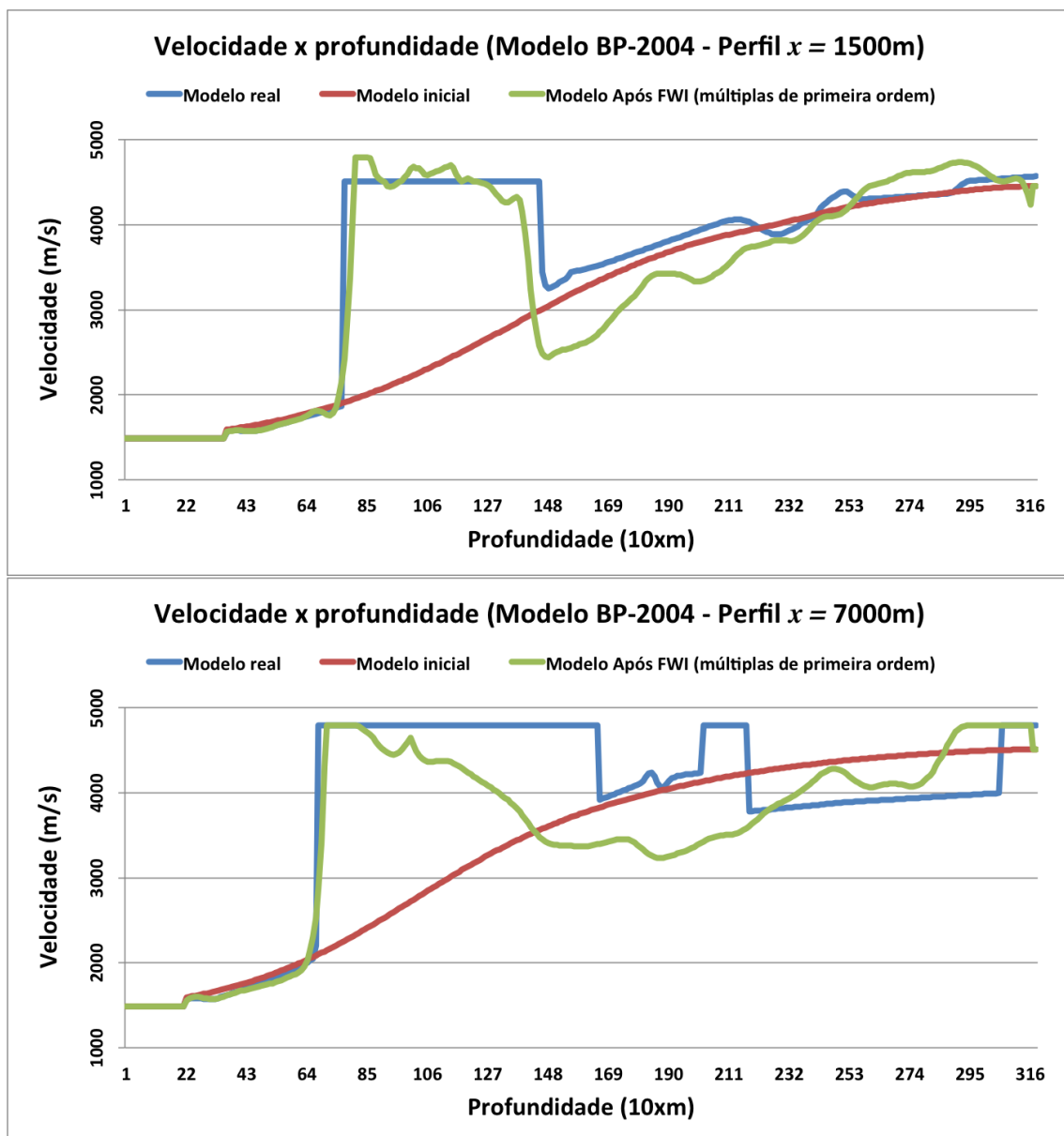


Figura 4.56: Perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a *FWI* para eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP2004.

As Figuras 4.57 e 4.58 mostram respectivamente os dados observado, inicial e calculado após a *FWI* e os resíduos inicial e final. Analogamente a *FWI* tradicional, estes dados possuem posição da fonte $x = 4060\text{m}$ e comprimento do cabo sísmico 4010m . Como neste caso a inversão foi realizada somente para reflexões múltiplas de primeira ordem, pode-se verificar através da análise do resíduo que os eventos múltiplo de primeira ordem presentes nos dados observados foram bem justificados.

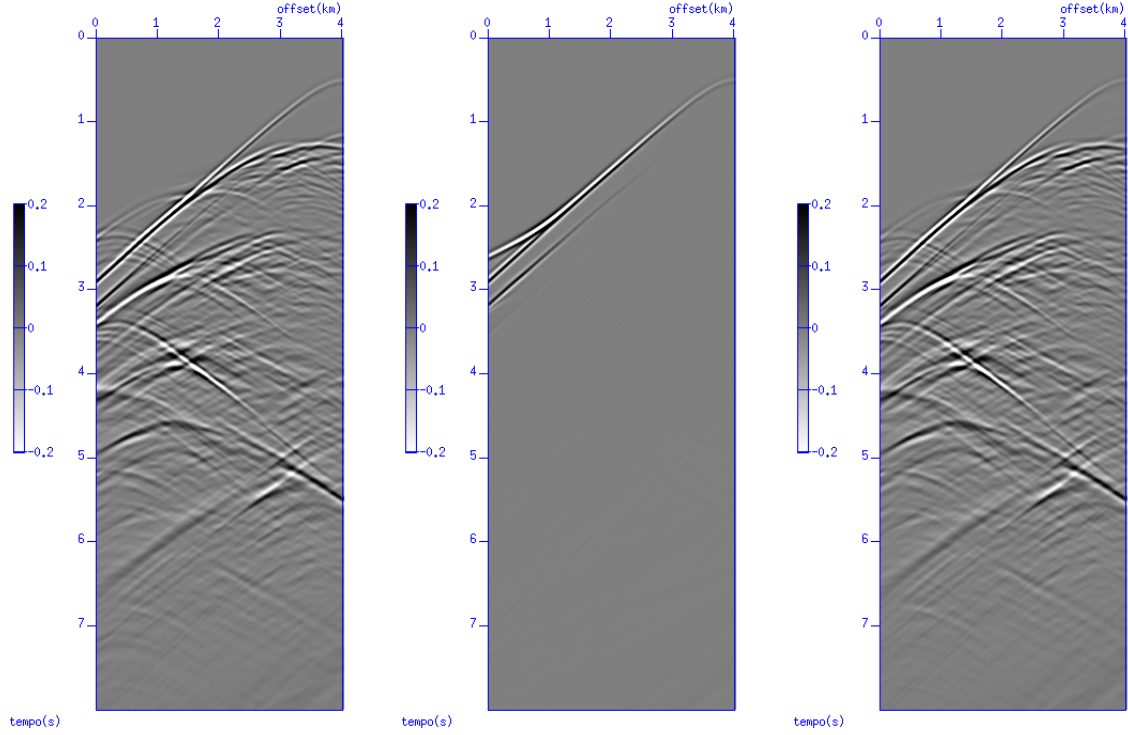


Figura 4.57: Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a inversão *FWI* (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da *FWI* das múltiplas de primeira ordem.

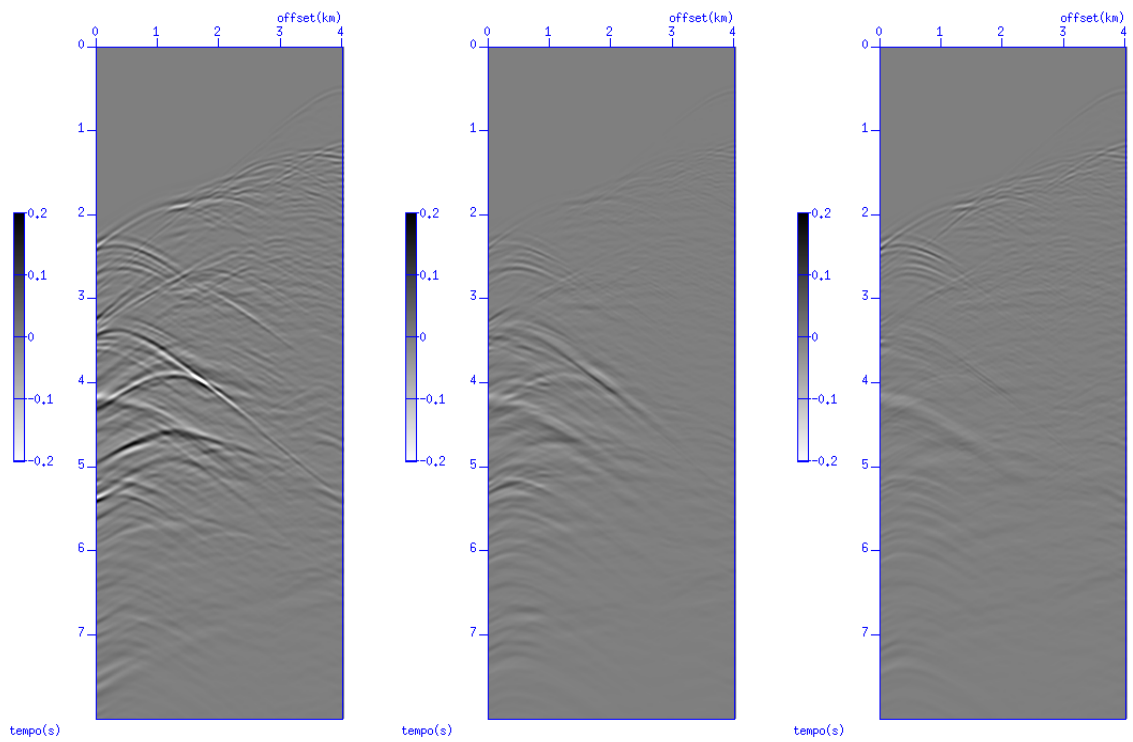


Figura 4.58: Resíduos após a *FWI* convencional (esquerda), após a inversão de primárias (meio) e após a inversão de múltiplas de primeira ordem (direita).

Destaca-se nas Figuras 4.59 e 4.60 os dados e os resíduos para os *offsets* respectivamente iguais a 60m e 3560m, para uma análise mais detalhada. Mostra-se nesta figura os traços e os resíduos antes e após o processo de inversão.

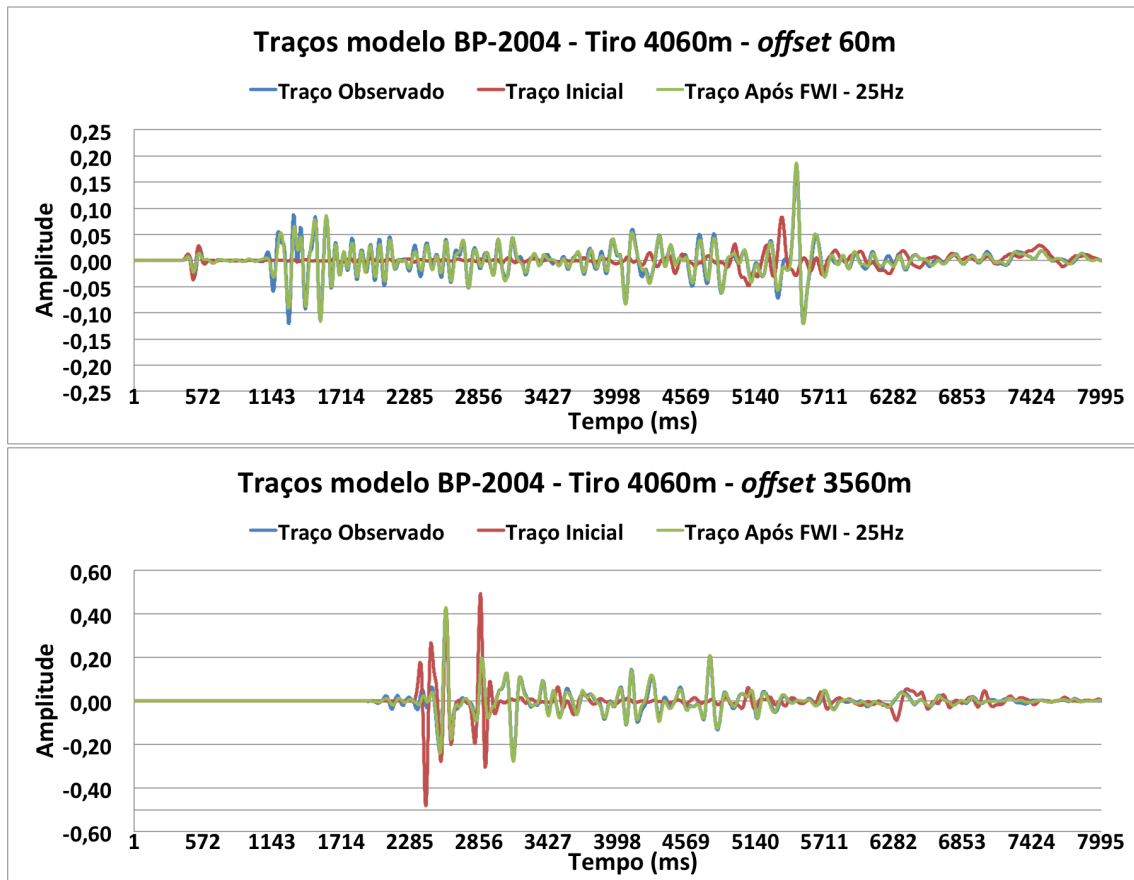


Figura 4.59: Traços observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

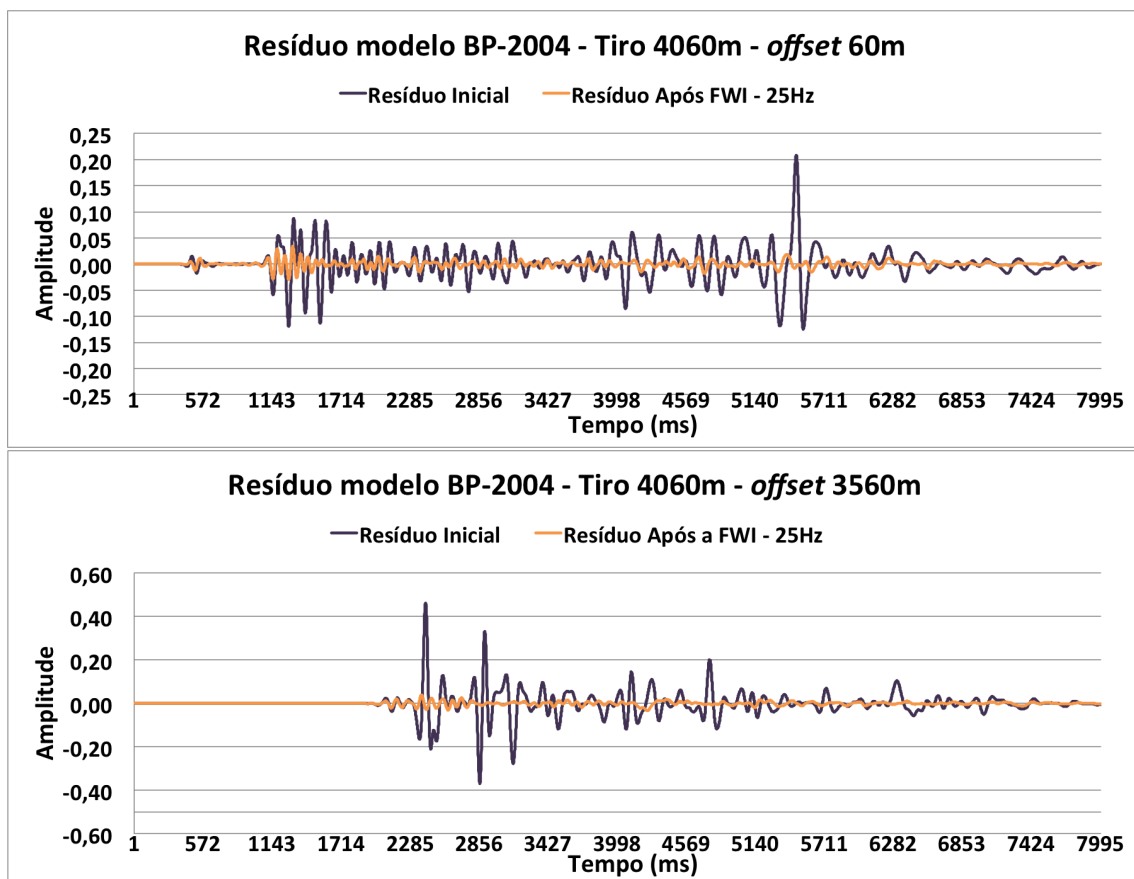


Figura 4.60: Resíduos observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

Analisando comparativamente os resíduos mostrados na Figura 4.58, pode-se dizer que as reflexões primárias foram mais eficientes na estimativa das velocidades sísmicas das regiões superiores do modelo (menor resíduo), já as múltiplas de primeira ordem foram mais eficientes na estimativa das velocidades das partes mais profundas do modelo, principalmente na região abaixo do corpo salino da esquerda. Este fato pode ser verificado também analisando as diferenças percentuais para primárias e múltiplas mostradas respectivamente nas Figuras 4.44 e 4.54.

Esta característica dos eventos primários e múltiplos de fornecerem melhores resultados em regiões diferentes do modelo de velocidades (diferentes características de iluminação) motiva a utilização de todas estas informações para uma melhor estimativa dos parâmetros da sub-superfície. Entretanto, o que está em questão nesta tese é a maneira mais adequada de utilizar estas informações quando o modelo inicial de velocidades apresenta problemas cinemáticos, visto que nestas circunstâncias a inversão *FWI* tradicional não proporciona bons resultados.

Desta forma, advoga-se nesta tese que separar os eventos primários e múltiplos de superfície torna o problema de inversão do campo de ondas completo menos susceptível a erros no modelo inicial de parâmetros, pois reduz a não-linearidade do problema sísmico inverso, e obtém-se resultados com menos *Cross-Talk*, o que implica em tornar o processo de inversão *FWI* menos susceptível a Saltos de Ciclo (*Cycle-Skipping*), conhecidamente um problema para a *FWI* (VIRIEUX e OPERTO (2009); WARNER (2013); AL-YAQOOBI e WARNER (2013); BROSSIER *et al.* (2009)).

Na próxima seção serão apresentados os resultados da *FWI* utilizando as múltiplas de superfície de segunda ordem e será feita uma análise comparativa com os resultados das inversões obtidos anteriormente.

4.2.2.3 Inversão *FWI* de Reflexões Múltiplas de Segunda Ordem

Nesta seção serão apresentados os resultados do processo de *FWI* associado às múltiplas de superfície de segunda ordem. Este processo de inversão é bastante semelhante ao de primeira ordem, tendo como principais diferenças os dados sísmicos a serem utilizados na inversão é a fonte de energia.

Assim, partindo do mesmo modelo inicial de velocidades utilizado nas inversões anteriores, realizou-se a inversão das múltiplas de segunda ordem cujo resultado está mostrado na Figura 4.61. O fluxo de inversão utilizado neste processo de inversão foi o mesmo mostrado na Figura 3.1.

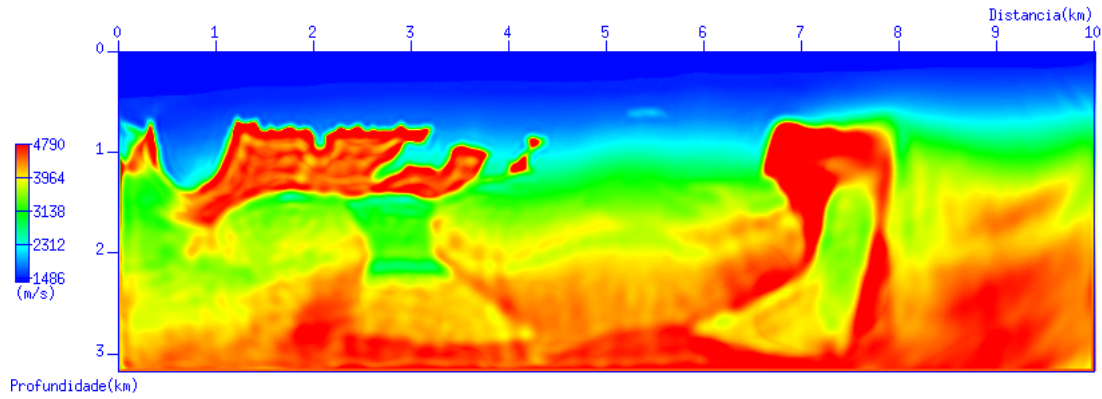


Figura 4.61: Campo de velocidades obtido através da *FWI* utilizando somente eventos múltiplos de segunda ordem. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32).

Pode-se dizer que este processo de inversão forneceu um bom resultado, reconstruindo relativamente bem as velocidades da subsuperfície. Principalmente quanto a delimitação do corpo salino da esquerda e da região abaixo deste sal, pode-se dizer que este processo de inversão forneceu melhor resultado que as inversões realizadas anteriormente, o que pode ser verificado através da análise da diferença percentual mostrada na Figura 4.62.

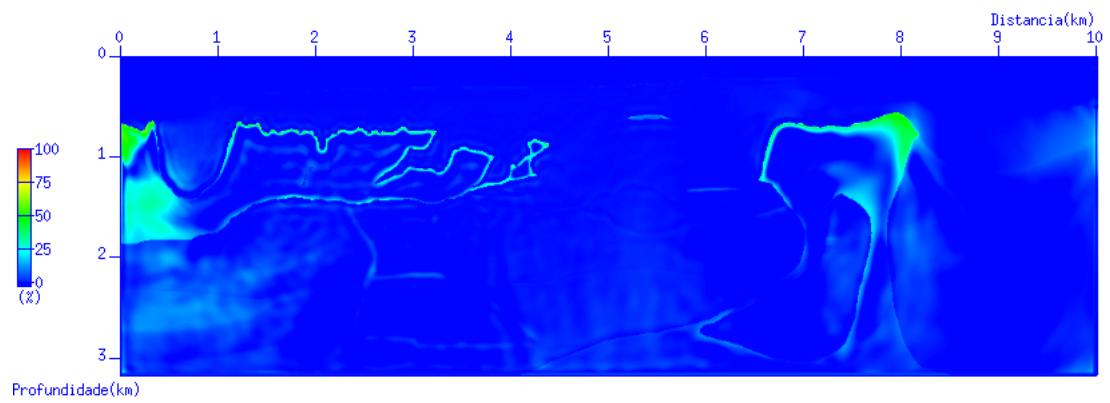


Figura 4.62: Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a *FWI* dos eventos múltiplos de segunda ordem.

Os perfis de velocidades com a profundidade para as posições $x = 1500\text{m}$ e $x = 7000\text{m}$ estão apresentados na Figura 4.63, e mostram que as velocidades foram estimadas com boa precisão, principalmente no que diz respeito aos corpos salinos, um dos principais desafios neste caso.

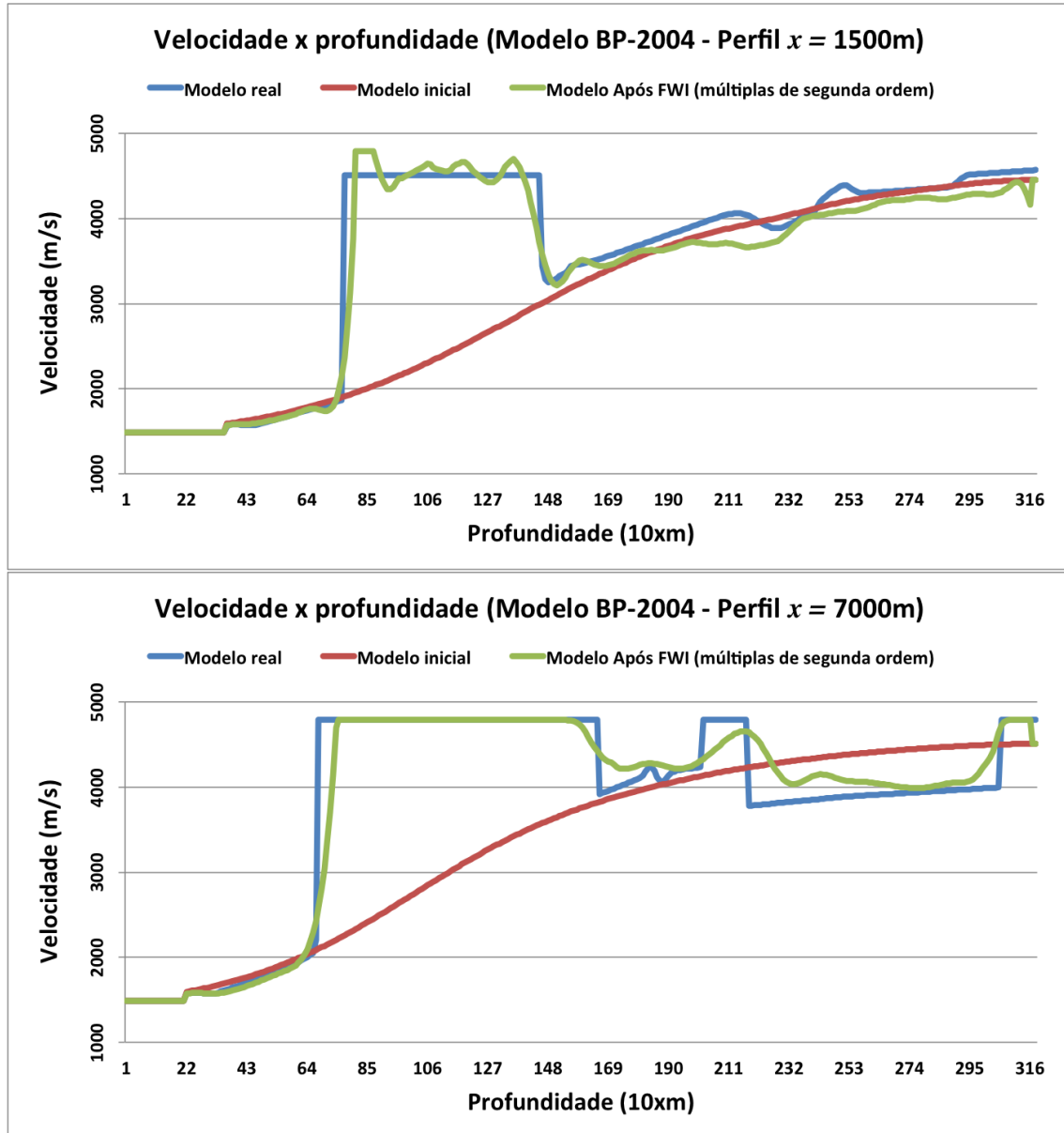


Figura 4.63: Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a *FWI* para eventos múltiplos de segunda ordem - modelo BP2004.

A Função Objetivo para este caso está mostrada na Figura 4.64 juntamente com as Funções Objetivos para os processos de inversão já apresentados. Pode-se observar nestes gráficos que todos os processador de inversão, separados por ordem de eventos, apresentaram neste caso melhores resultados que a *FWI* tradicional.

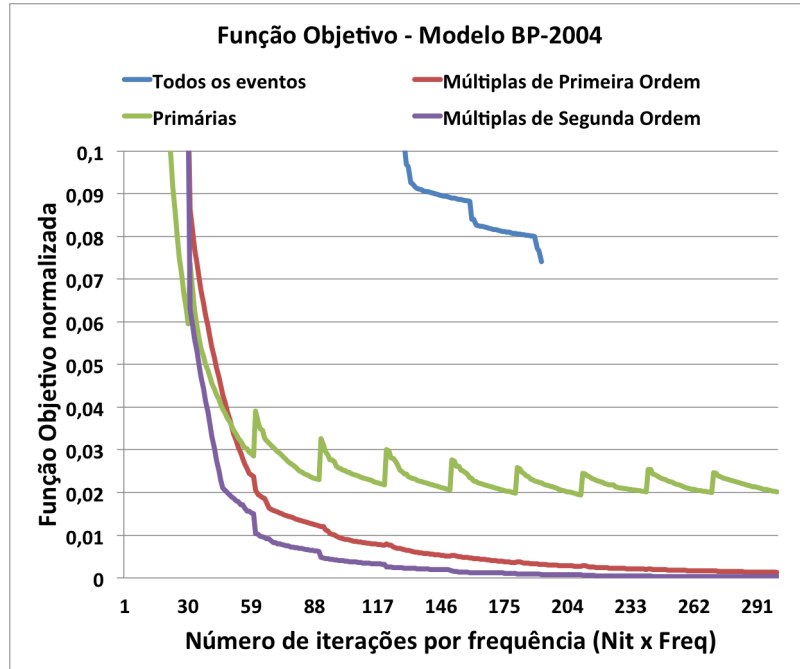


Figura 4.64: Função Objetivo normalizada relativa ao processo de *FWI* para todos os eventos juntos (azul), somente para eventos primários (verde) e para múltiplas de primeira e segunda ordens (vermelho e roxo) - BP2004.

As Figuras 4.65 e 4.66 mostram respectivamente os dados observado, inicial e calculado após a *FWI* e os resíduos inicial e final. Analogamente a *FWI* tradicional, estes dados possuem posição da fonte $x = 4060\text{m}$ e comprimento do cabo sísmico 4010m .

Como neste caso a inversão foi realizada somente para reflexões múltiplas de segunda ordem, pode-se verificar através da análise do resíduo que os eventos múltiplo de segunda ordem presentes nos dados observados foram bem justificados.

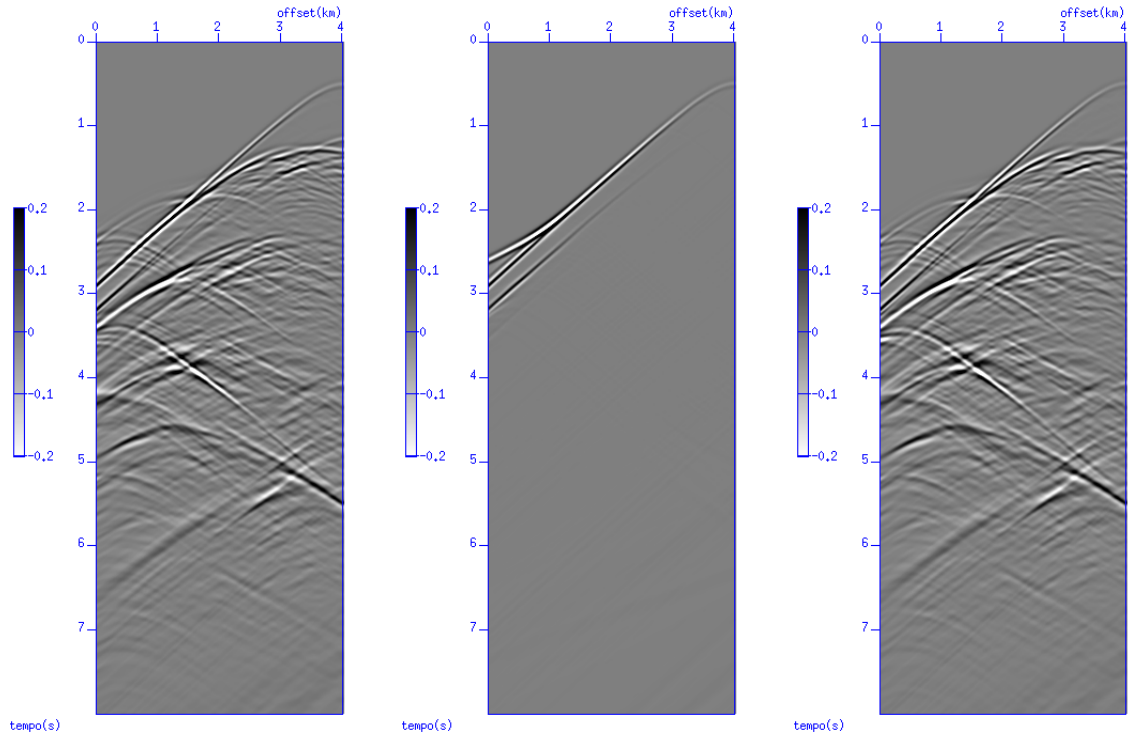


Figura 4.65: Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a *FWI* (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da *FWI* das múltiplas de segunda ordem.

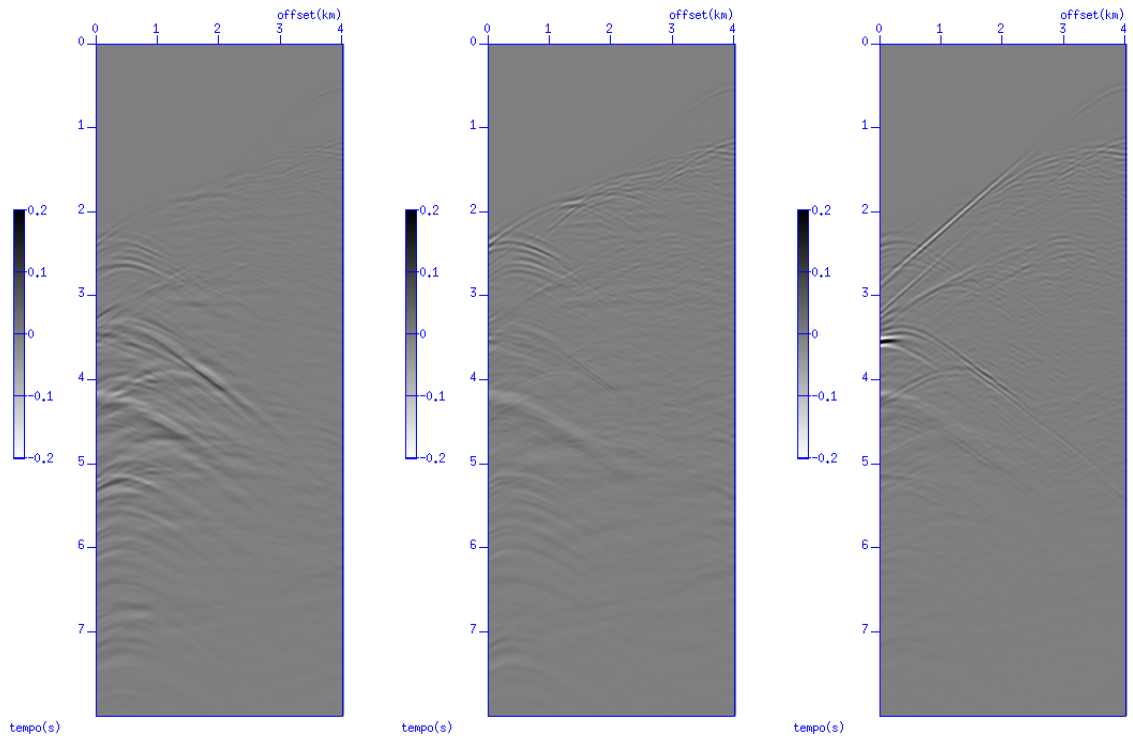


Figura 4.66: Resíduos após a *FWI* de eventos primários (esquerda), após a *FWI* de múltiplas de primeira ordem (meio) e após a *FWI* de múltiplas de segunda ordem (direita).

Destaca-se nas Figuras 4.67 e 4.68 os dados e os resíduos para os *offsets* respectivamente iguais a 60m e 3560m, para uma análise mais detalhada. Mostra-se nesta figura os traços e os resíduos antes e após o processo de inversão.

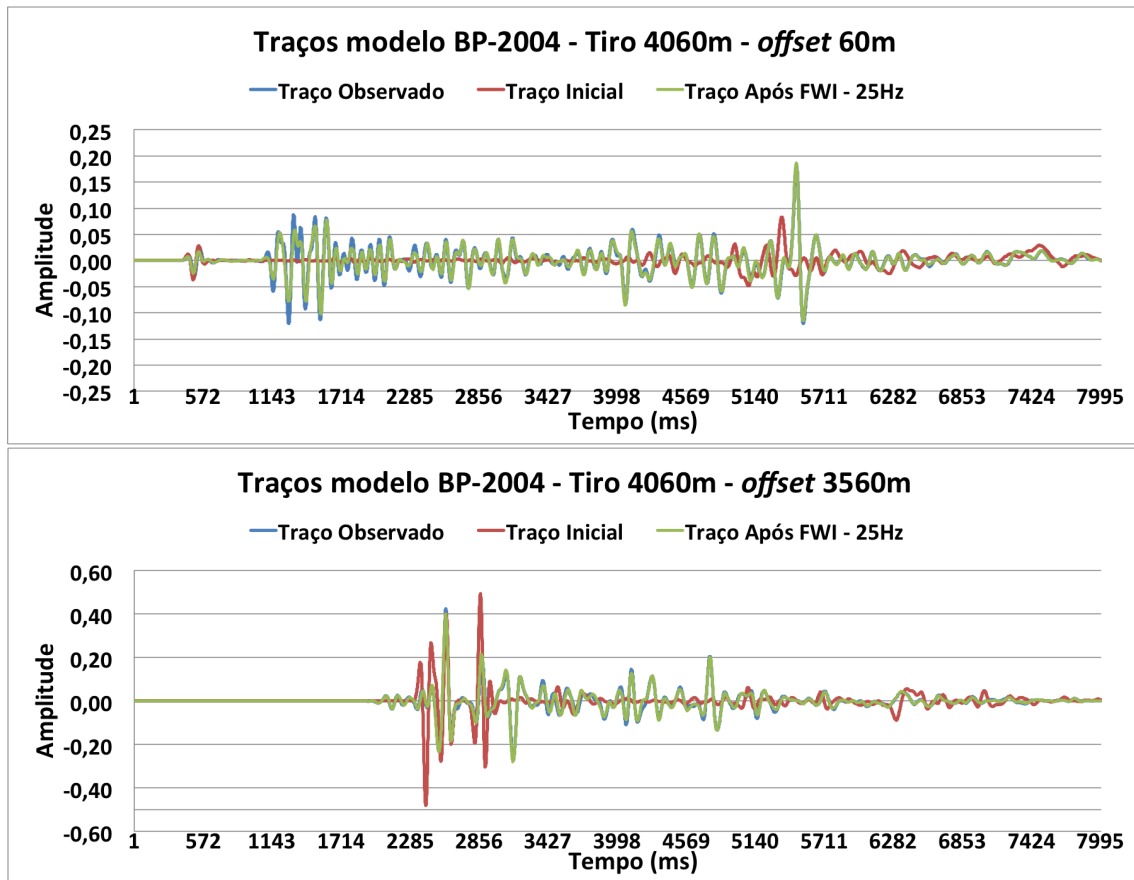


Figura 4.67: Traços observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

Com base nos resultados apresentados, conclui-se que o processo de inversão dos eventos múltiplos de segunda ordem forneceu bons resultados, principalmente quanto a estimativa das velocidades que compõem os corpos salinos. Assim, mostra-se que este processo proporcionou melhor resultado quando comparado com o processo de *FWI* tradicional, sendo menos susceptível a erros cinemáticos no modelo inicial de velocidades.

Até aqui foi mostrado que, partindo de um modelo inicial de velocidades que não justifica a cinemática do problema, separar os eventos sísmicos proporciona melhores resultados que a inversão tradicional, onde todos os eventos são utilizados juntos. Entretanto, para uma estimativa completa das velocidades sísmicas da subsuperfície todos estes eventos devem ser utilizados no processo de inversão, para se explorar todas as informações contidas nos dados sísmicos. Desta forma, propõe-se nesta tese que as inversões devem ser realizadas separadamente, porém de maneira recursiva

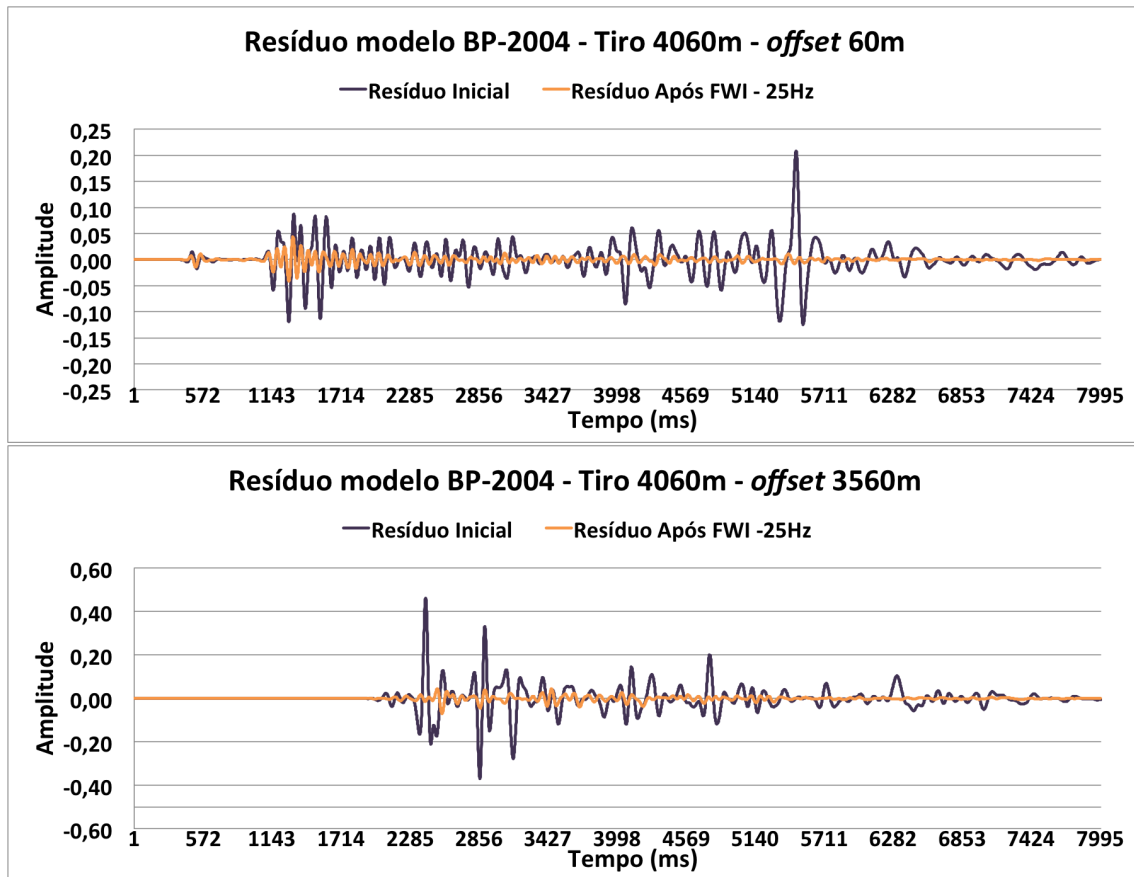


Figura 4.68: Resíduos observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

na ordem crescentes dos eventos (Estratégia Multi-Escala em eventos).

Nestas Estratégias Multi-Escala em eventos o resultados da inversão para as reflexões primárias é utilizado como modelo inicial para as múltiplas de primeira ordem, cujo resultado é utilizado como modelo inicial para as múltiplas de segunda ordem, e assim por diante. Foram propostas neste trabalho duas estratégias deste tipo, cujos resultados serão apresentados nas próximas seções. Como será visto, estas estratégias proporcionaram os melhores resultados obtidos neste trabalho.

4.2.3 Inversão *FWI* de Reflexões Múltiplas Utilizando a Estratégia Multi-Escala de Eventos - MS1.

A estratégia Multi-Escala em eventos MS1, descrita no Capítulo 3, utiliza os eventos primários e múltiplos separadamente, porém de maneira recursiva. Isto significa que, partindo do modelo inicial de velocidades (Figura 4.32), primeiro realiza-se a inversão para os eventos primários para todas as faixas de frequências. Ao seu término, o modelo resultante é utilizado como modelo inicial para a inversão das múltiplas de primeira ordem, e assim por diante.

Está estratégia visa reduzir a não-linearidade do problema de inversão sísmica tornando o processo menos susceptível a convergência para um mínimo local da Função Objetivo, principalmente quando não se tem um bom modelo inicial de velocidades. Nestas condições, realizar as inversões separadamente fornece melhores resultados que a inversão tradicional, e quando realizada de maneira recursiva, agregam em um mesmo modelo de velocidades informações associadas a todos os eventos sísmicos, proporcionando melhor estimativa das velocidades da subsuperfície.

Conforme mostrado anteriormente, partindo do modelo inicial de velocidades mostrado na Figura 4.32, o processo de inversão dos eventos primários fornece o resultado mostrado na Figura 4.69. Este modelo de velocidade foi utilizado como modelo inicial para a inversão das múltiplas de primeira ordem, apresentando o resultado mostrado na Figura 4.70 (nota-se que este modelo é melhor que o apresentado anteriormente para as múltiplas de primeira ordem).

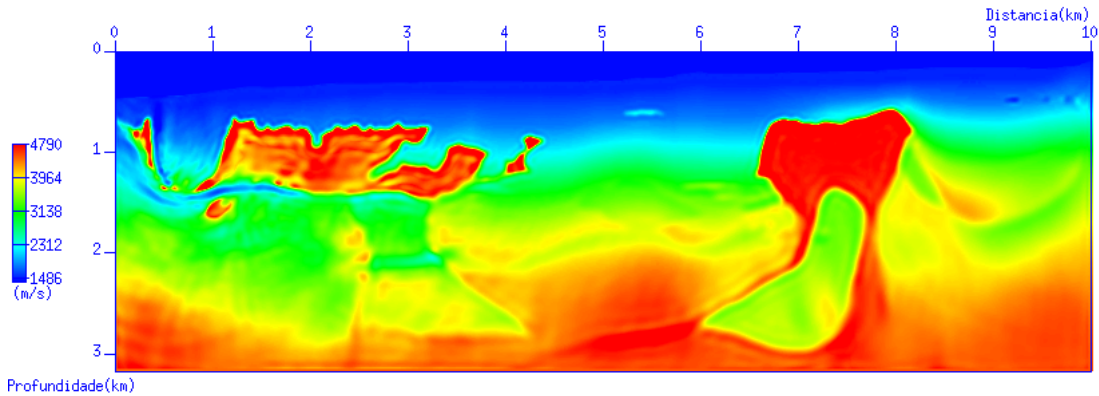


Figura 4.69: Campo de velocidades obtido através da inversão utilizando somente eventos primários. (Modelo inicial de velocidades Figura 4.32)

Seguindo o processo até as múltiplas de segunda ordem, resulta no modelo de velocidades mostrado na Figura 4.71. Pode-se verificar que está estratégia conseguiu estimar as velocidades da subsuperfície de maneira muito precisa, inclusive reconstruindo os corpos salinos. Desta forma conclui-se que, mesmo partindo de um modelo inicial que não contempla a cinemática do problema, esta estratégia foi

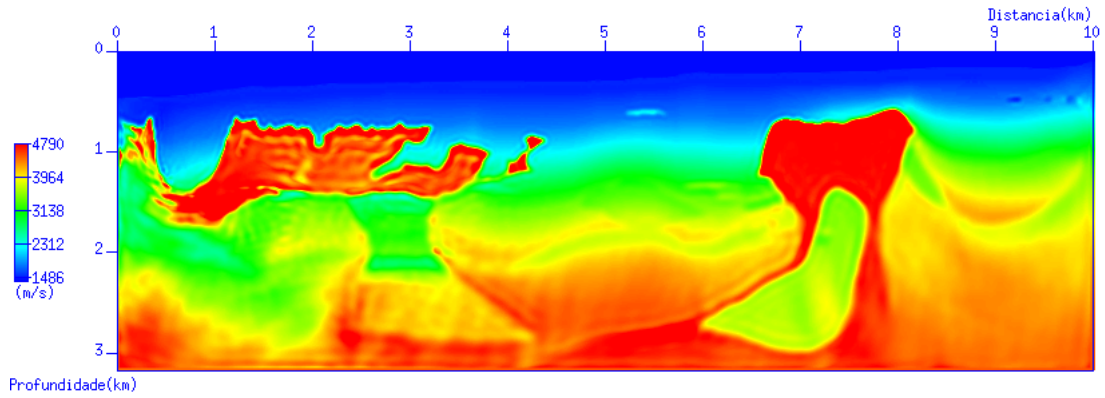


Figura 4.70: Campo de velocidades obtido através da *FWI* utilizando somente eventos múltiplos de primeira ordem, partindo do modelo da Figura 4.69 - (Estratégia Multi-Escala MS1)

capaz de fornecer um bom resultado, o que não é verdade para o processo de *FWI* tradicional.

Assim, quando o modelo inicial de velocidades apresenta problemas cinemáticos e a inversão *FWI* tradicional falha, esta estratégia se mostra como uma boa alternativa que pode estimar as velocidades da subsuperfície e fornecer modelos de velocidades de alta resolução.

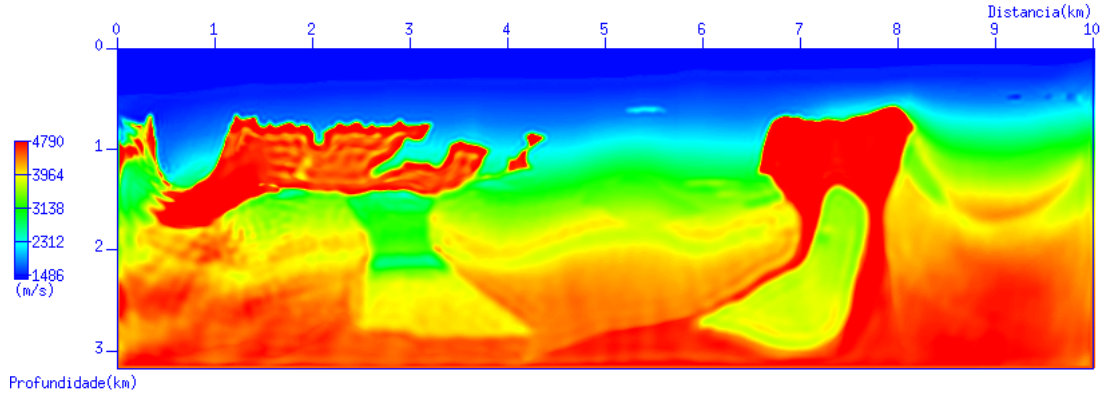


Figura 4.71: Campo de velocidades obtido através da inversão utilizando somente eventos múltiplos de segunda ordem, partindo do modelo da Figura 4.70 - (Estratégia Multi-Escala MS1)

Este foi um dos melhores resultados obtidos neste trabalho, o que pode ser confirmado pela diferença percentual entre o modelo real e após ao processo de inversão MS1, mostrado na Figura 4.72. Novamente, percebe-se que esta estratégia foi muito eficiente quanto a estimativa das velocidades acústica da subsuperfície, principalmente quanto a reconstrução dos corpos salinos e da estimativa das velocidades abaixo do sal.

Uma análise mais qualitativa pode ser feita através dos perfis de velocidades com

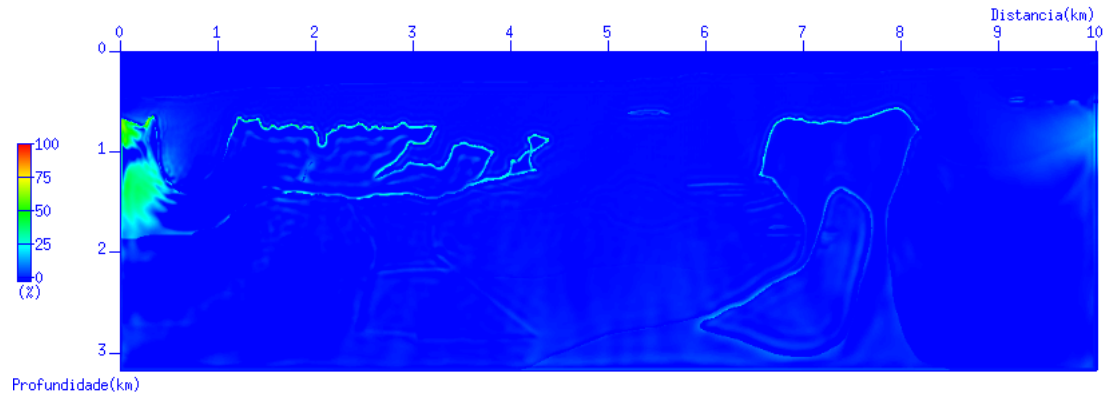


Figura 4.72: Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a inversão dos eventos primários e múltiplos seguindo a estratégia Multi-Escala de eventos - MS1.

a profundidade, para as posições $x = 1500\text{m}$ e $x = 7000\text{m}$, apresentados na Figura 4.73. Estes perfis mostram que as velocidades da subsuperfície foram estimadas com boa precisão, utilizando a estratégia Multi-Escala MS1, mesmo partindo do modelo inicial que não continham informações dos corpos salinos. De maneira geral, esta técnica forneceu melhor resultados que os outros processos de inversão apresentados até aqui. Estes perfis mostram que tanto as velocidades dos sais quanto abaixo destes foram muito bem estimadas.

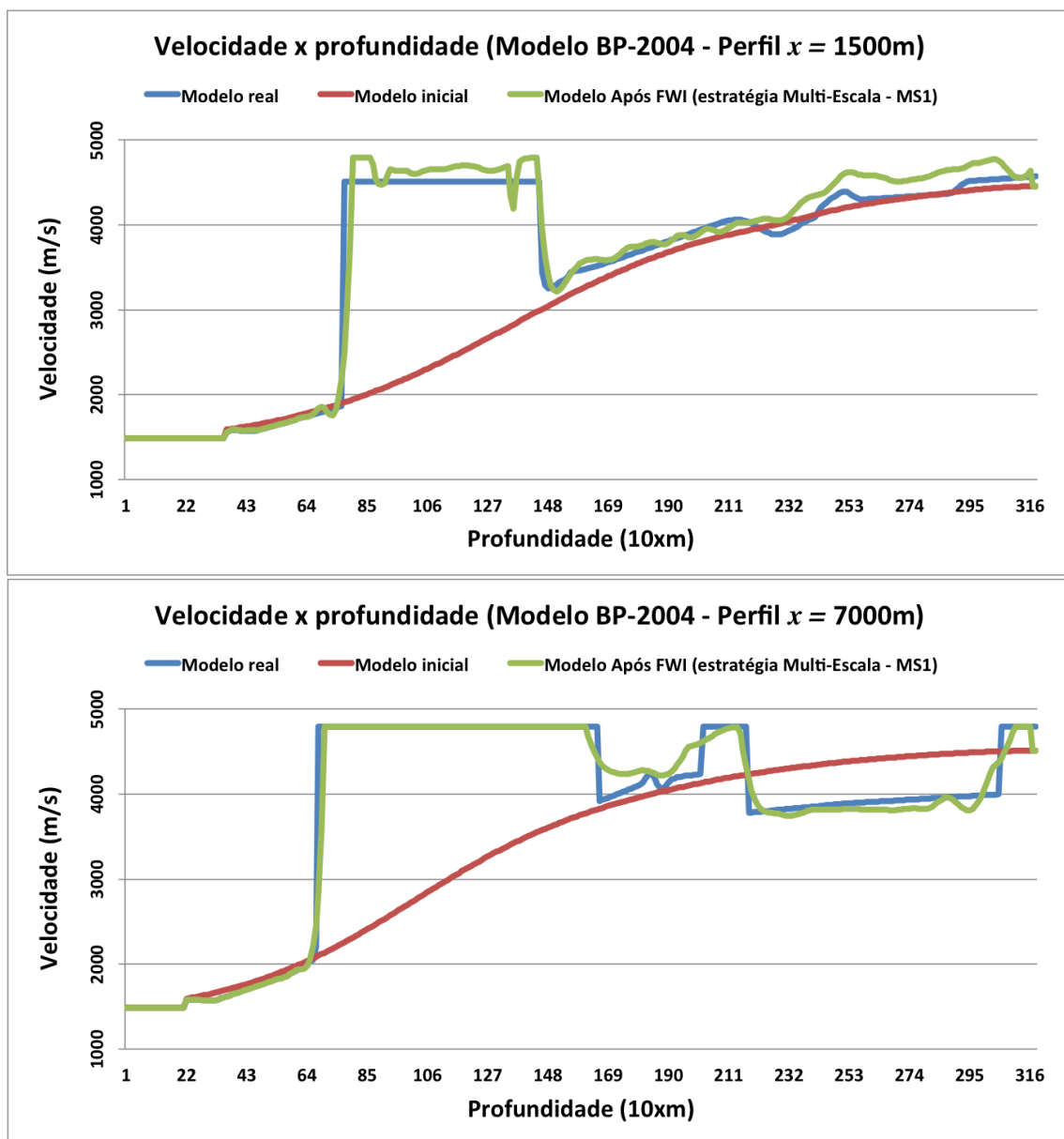


Figura 4.73: Perfil de velocidades para os modelos real, inicial e após a inversão *FWI* utilizando a estratégia Multi-escala de eventos MS1 - modelo BP2004.

A Função Objetivo para este caso está mostrada na Figura 4.74 para cada eventos separadamente. Nota-se que para todos os eventos foram realizadas as 30 iterações por faixa de frequências e que novamente os eventos múltiplos tiveram um maior decréscimo que os eventos primários.

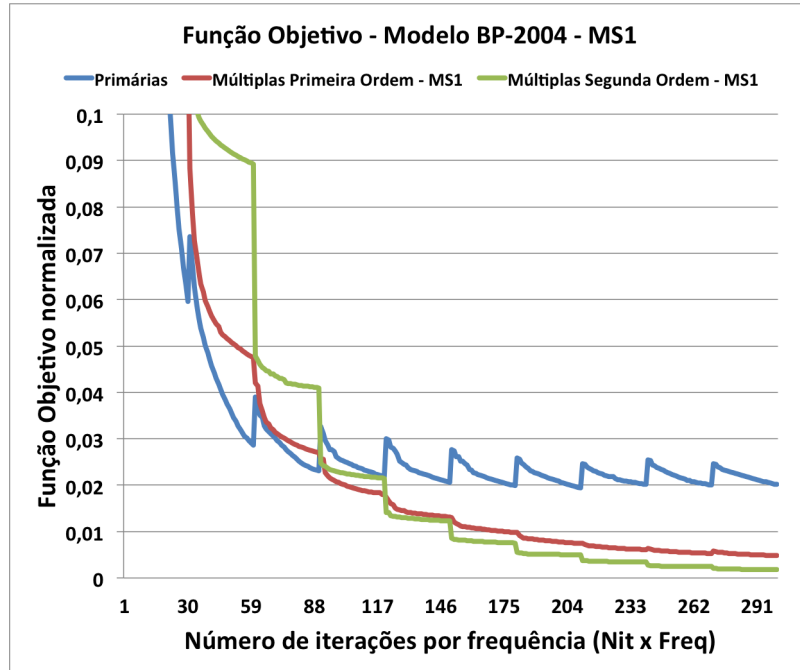


Figura 4.74: Função Objetivo normalizada relativa ao processo de *FWI* das primárias (azul), das múltiplas de primeira ordem - MS1 (verde) e das múltiplas de segunda ordem MS1 (vermelho) - BP2004.

Os dados observado, inicial e calculado após a inversão *FWI*, assim como os resíduos inicial e final, estão apresentados nas Figuras 4.75 e 4.76 respectivamente. Analogamente a *FWI* tradicional, estes dados possuem posição da fonte $x = 4060\text{m}$ e comprimento do cabo sísmico 4010m . Pode-se perceber que a maioria dos eventos sísmicos presentes nos dados observados foram bem reconstruídos através deste processo de inversão, apresentando resíduo final bem menores que os processos anteriores.

A análise dos resíduos inicial e final mostra que os eventos sísmicos foram justificados contemplando os eventos primários e múltiplos de superfície. Destaca-se nas Figuras 4.77 e 4.78 os dados e os resíduos para os *offsets* respectivamente iguais a 60m e 3560m , para uma análise mais detalhada. Nestas figuras estão apresentados os traços Observado, Inicial e após a inversão, superpostos.

A análise detalhada dos traços e dos resíduos mostram que, neste caso, a estratégia de inversão MS1 foi muito eficiente, reconstruindo com boa precisão os eventos sísmicos presentes nos dados observados.

Conclui-se portanto, que mesmo utilizando um modelo inicial de velocidades sem informações dos corpos salinos, esta estratégia forneceu um excelente resultado.

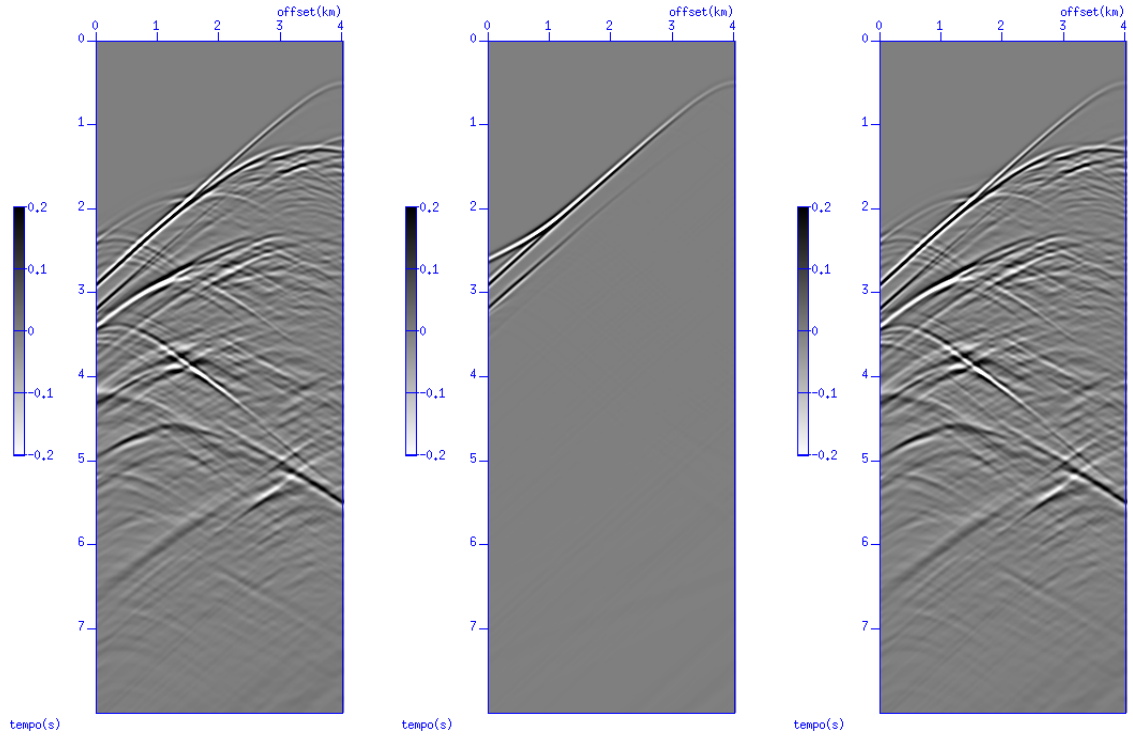


Figura 4.75: Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a *FWI* (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da *FWI* das múltiplas de segunda ordem.

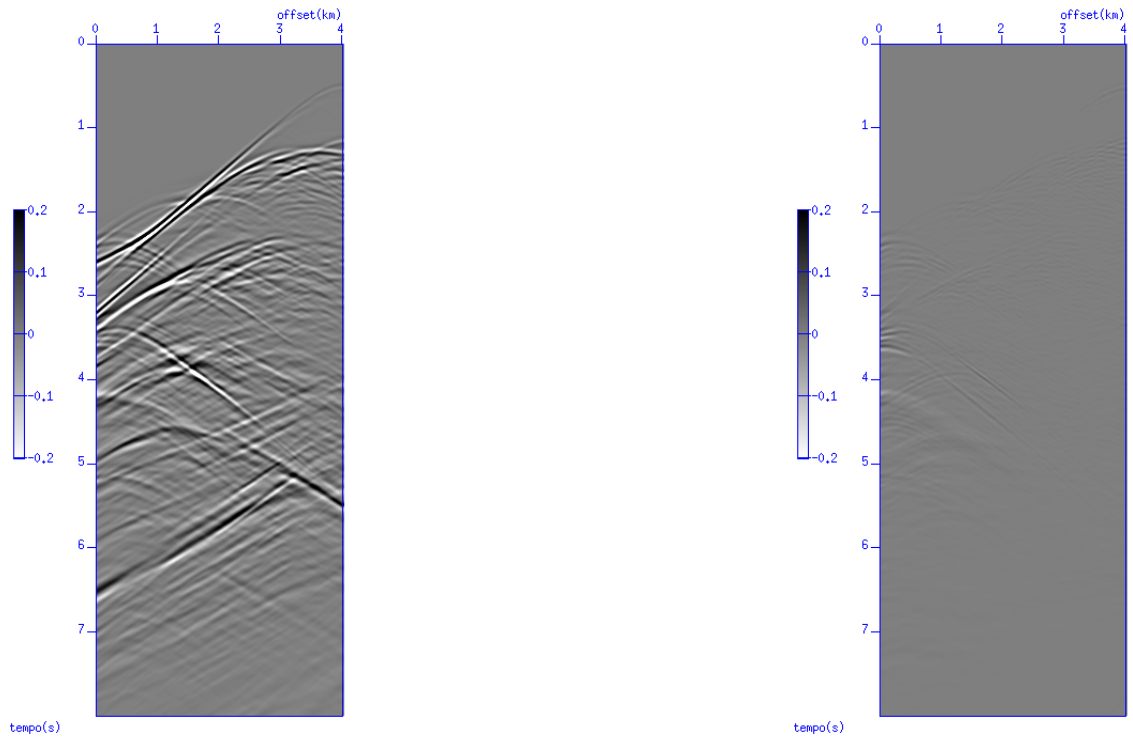


Figura 4.76: Resíduos inicial (esquerda) e após o processo de inversão *FWI* (direita), seguindo a estratégia Multi-Escala MS2

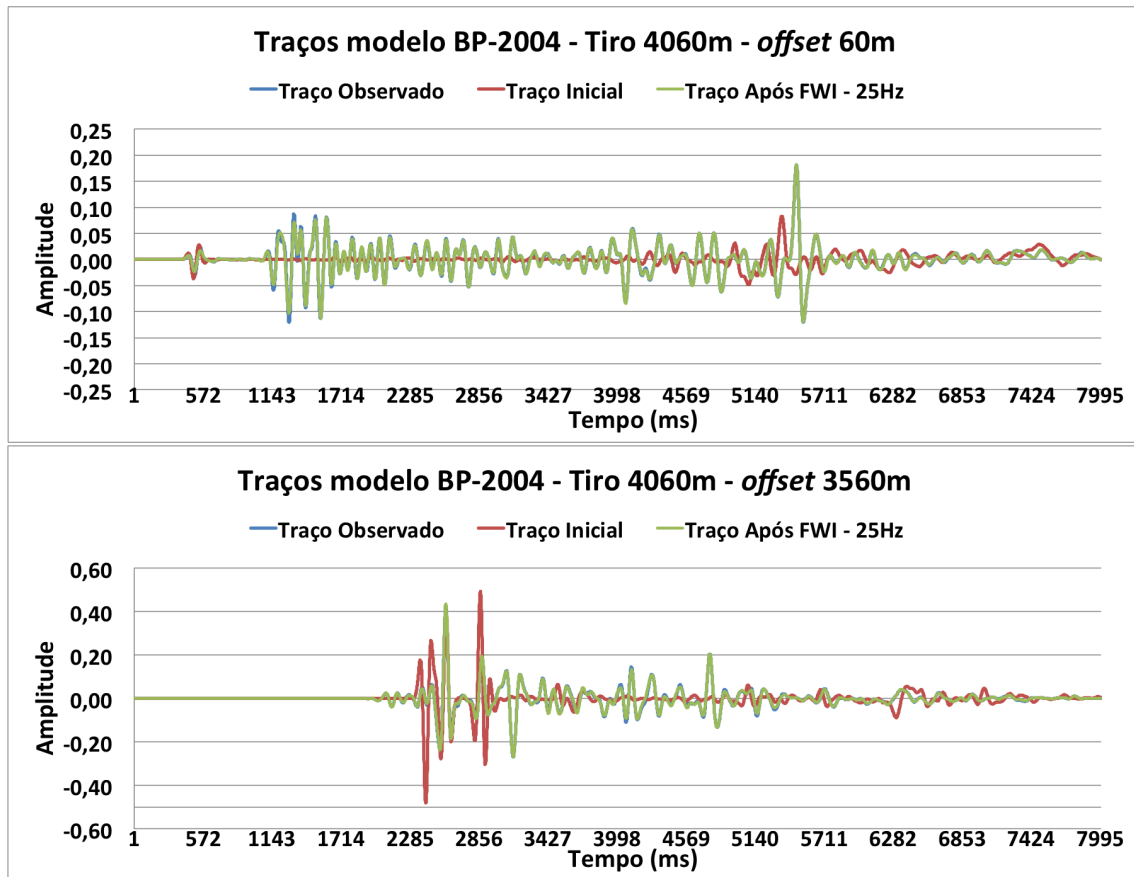


Figura 4.77: Traços observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

Vale lembrar que nesta situação a inversão *FWI* tradicional não apresentou bons resultados. A baixa diferença percentual apresentada, o decréscimo da Função Objetivo e o bom ajuste dos dados permite dizer que este é o melhor resultado apresentado até aqui, validando a estratégia proposta nesta tese.

Nesta estratégia Multi-Escala os eventos sísmicos foram utilizados separadamente percorrendo todas as fixas de frequências antes de seguir para o próximo evento, ou seja, fixou-se o evento e se percorreu todas as faixas de frequências. Entretanto, com objetivo de melhor estimar os modelos de velocidades de baixa frequência, foi proposta nesta tese a estratégia MS2, na qual fixa-se a faixa de frequências e utiliza-se todos os eventos recursivamente, conforme apresentado no Capítulo 3. Os resultados da estratégia de inversão MS2 serão apresentados na seção a seguir.

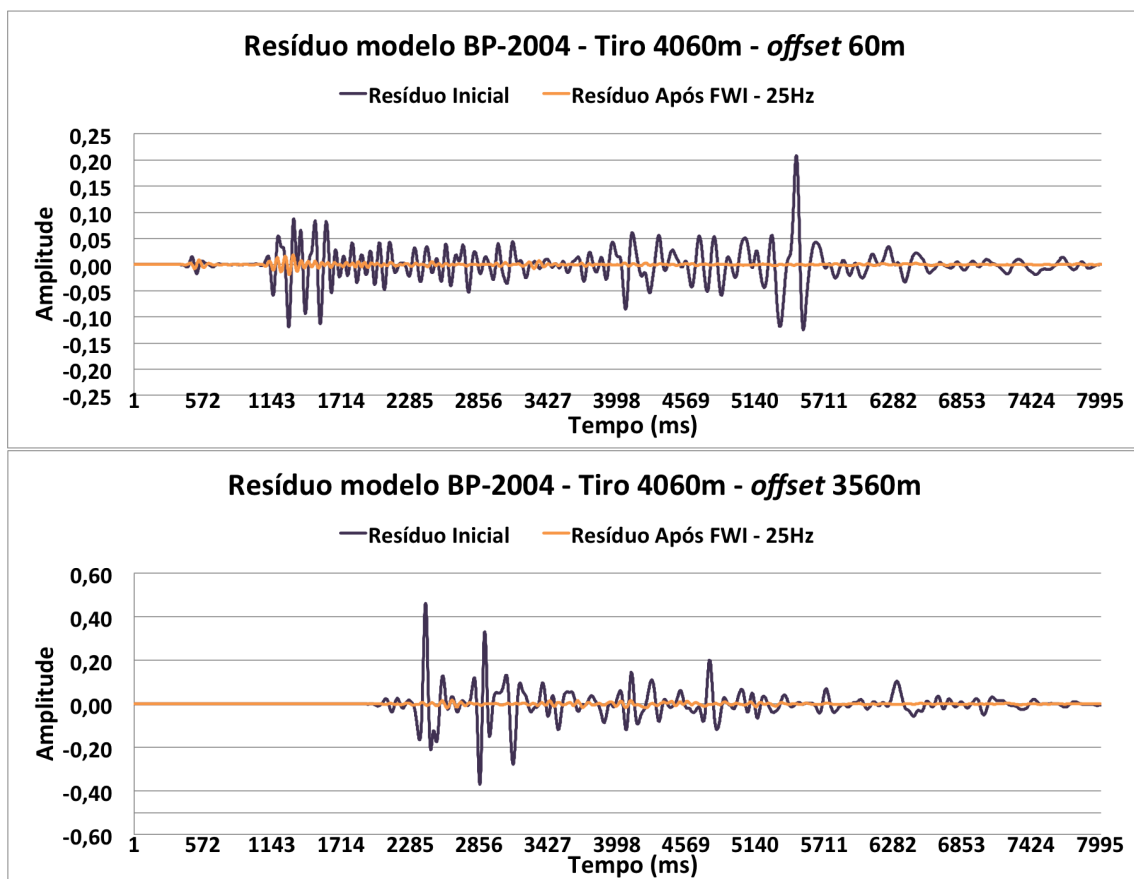


Figura 4.78: Resíduos observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

4.2.4 Inversão *FWI* de Reflexões Múltiplas Utilizando a Estratégia Multi-Escala de Eventos - MS2.

A estratégia de inversão Multi-Escala MS2 utiliza os eventos sísmicos também separadamente partindo das frequências mais baixas para as mais altas, porém para uma mesma faixa de frequências os eventos sísmicos são utilizados de maneira recursiva na ordem crescente dos eventos. Isto significa que, fixada a faixa de frequências, o resultado da inversão das primárias é utilizado como modelo inicial para as múltiplas de primeira ordem, cujo resultado é utilizado como modelo inicial para as múltiplas de segunda ordem, e assim por diante. Somente ao fim deste processo passa-se para a próxima faixa de frequências.

Dessta forma, os modelos de baixa frequência são melhor estimados ao longo do processo de inversão, pois todas as informações contidas nos dados sísmicos, para cada faixa de frequências, são utilizadas.

O resultado deste processo de inversão esta apresentado na Figura 4.79, onde pode-se notar que, assim como na estratégia Multi-Escala anterior, as velocidades sísmicas da subsuperfície foram muito bem estimadas.

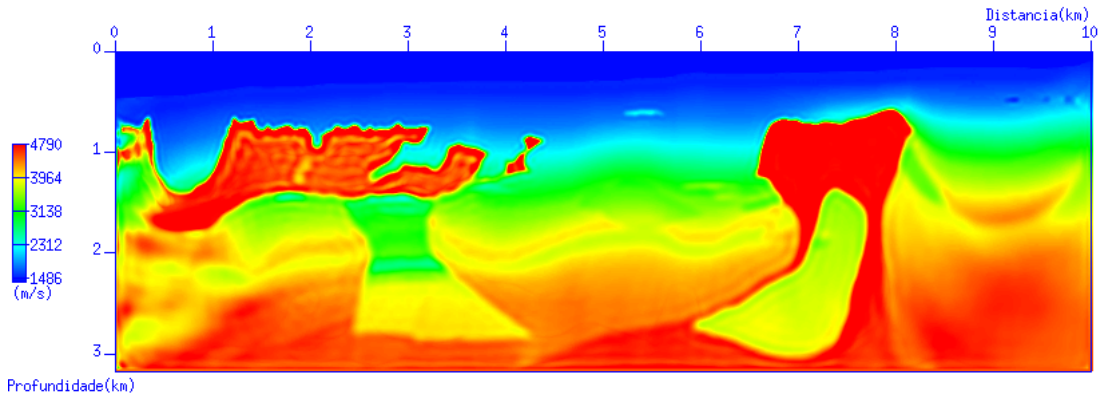


Figura 4.79: Campo de velocidades obtido através da inversão *FWI* utilizando a estratégia Multi-Escala MS2. (Resultado final do processo).

A diferença percentual entre os modelo real e invertido apresentada na Figura 4.80, e mostra que os corpos salinos foram bem reconstruindo e as velocidades abaixo destes foram bem estimadas. Isto significa que, neste caso, esta estratégia se mostrou bastante eficientes quanto a reconstrução das velocidades da subsuperfície, principalmente na região do Pré-Sal.

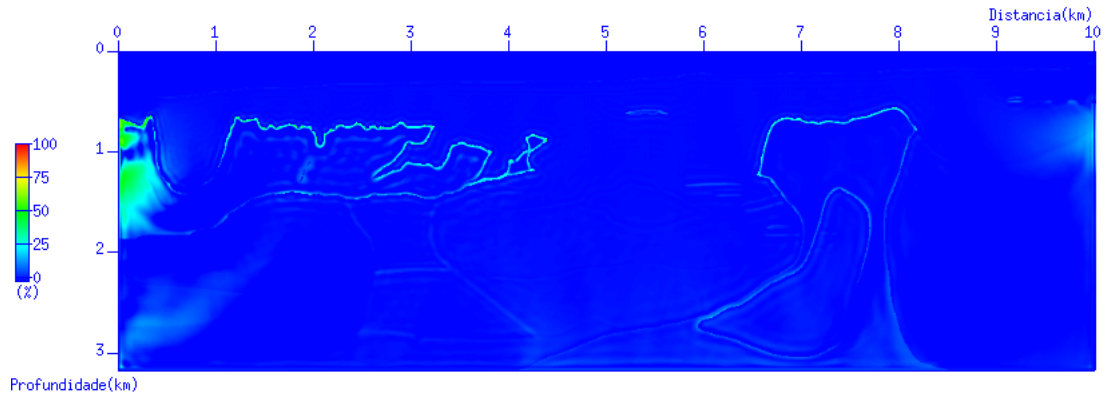


Figura 4.80: Diferença percentual entre o modelo real e obtido após a *FWI* dos eventos primários e múltiplos seguindo a estratégia Multi-Escala de eventos - MS2.

Em mais detalhes mostra-se na Figura 4.81 os perfís de velocidades com a profundidade, para as posições $x = 1500\text{m}$ e $x = 7000\text{m}$ do modelo de velocidades. Nota-se com mais clareza que, principalmente no que diz respeito as velocidades dos corpos salinos, foi obtido um resultado com alta precisão, o que comprova a eficácia da estratégia proposta.

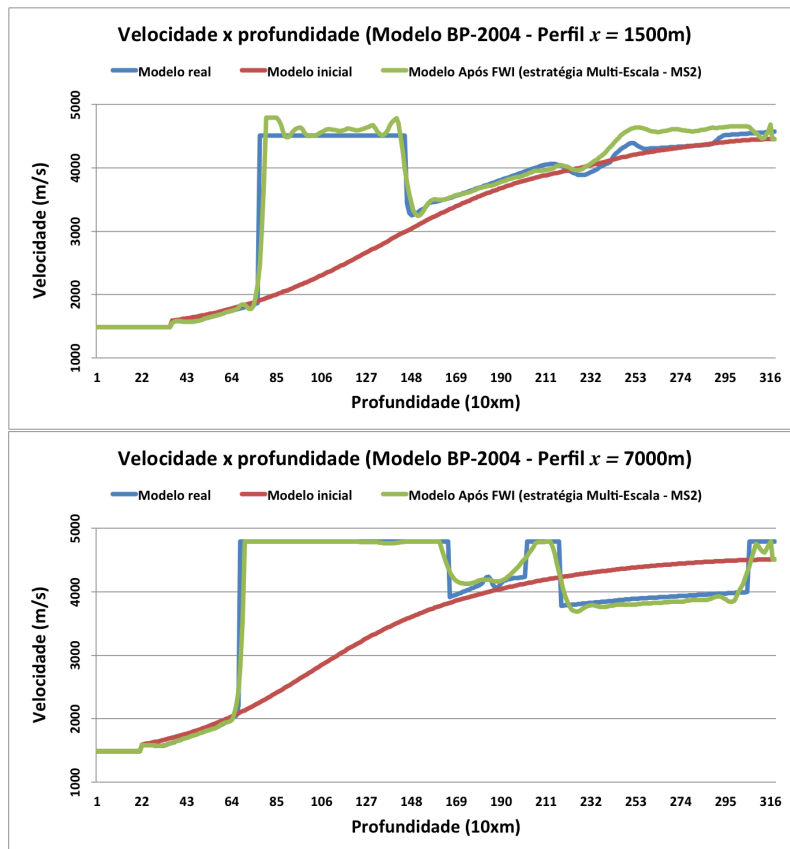


Figura 4.81: Análise do perfil de velocidades para os modelos real, inicial e invertido após a *FWI* utilizando a estratégia Multi-escala de eventos MS2 - modelo BP2004.

A Função Objetivo para este caso está mostrada na Figura 4.82 para cada eventos separadamente. Nota-se que para todos os eventos foram realizadas as 30 iterações por faixa de frequências e que novamente os eventos múltiplos tiveram um maior decréscimo que os eventos primários. Este fato foi observado também por ZHANG *et al.* (2013).

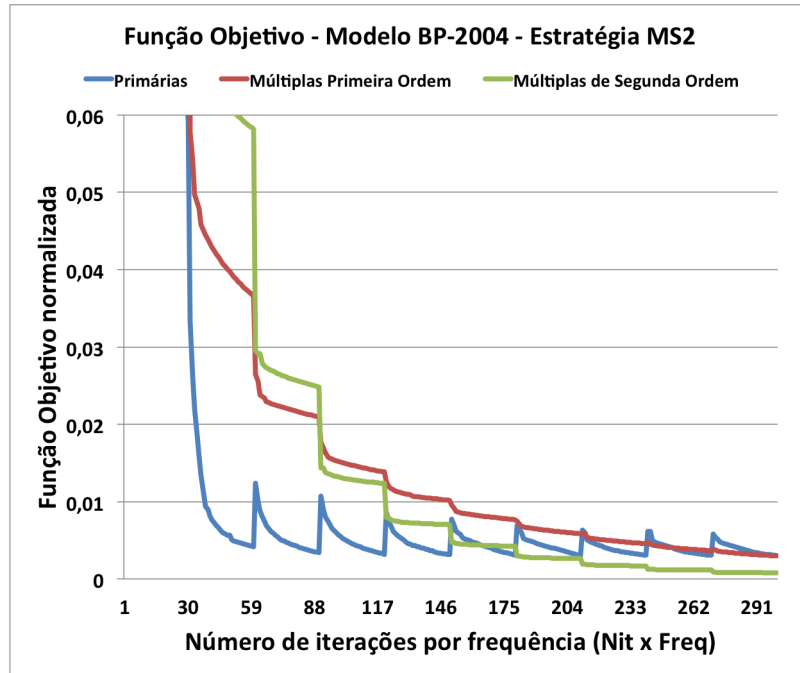


Figura 4.82: Função Objetivo normalizada relativa ao processo de *FWI* das primárias (azul), das múltiplas de primeira ordem (verde) e das múltiplas de segunda ordem (vermelho) - Estratégia - MS2.

Os dados observado, inicial e calculado após a *FWI*, assim como os resíduos inicial e final, estão apresentados nas Figuras 4.83 e 4.84 respectivamente. Assim como na inversão tradicional, estes dados possuem posição da fonte $x = 4060\text{m}$ e comprimento do cabo sísmico 4010m . Pode-se perceber que a maioria dos eventos sísmicos presentes nos dados observados foram bem reconstruídos através deste processo de inversão, apresentando resíduo final bem pequenos, o que significa um bom ajuste entre os dados observados e calculados após o processo de inversão.

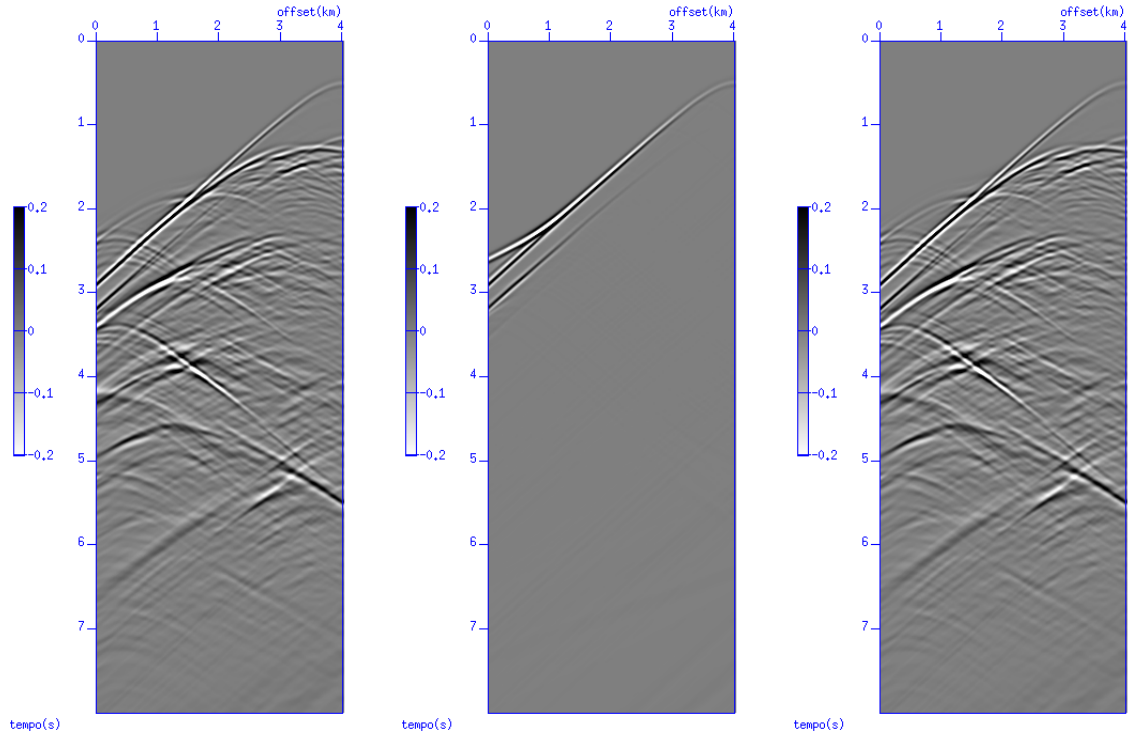


Figura 4.83: Dados observados (esquerda), inicial (meio) e obtidos após a *FWI* (direita) para uma fonte impulsiva na posição $x = 4060\text{m}$, respectivamente do modelo BP-2004, inicial e resultante da *FWI* das múltiplas de segunda ordem.

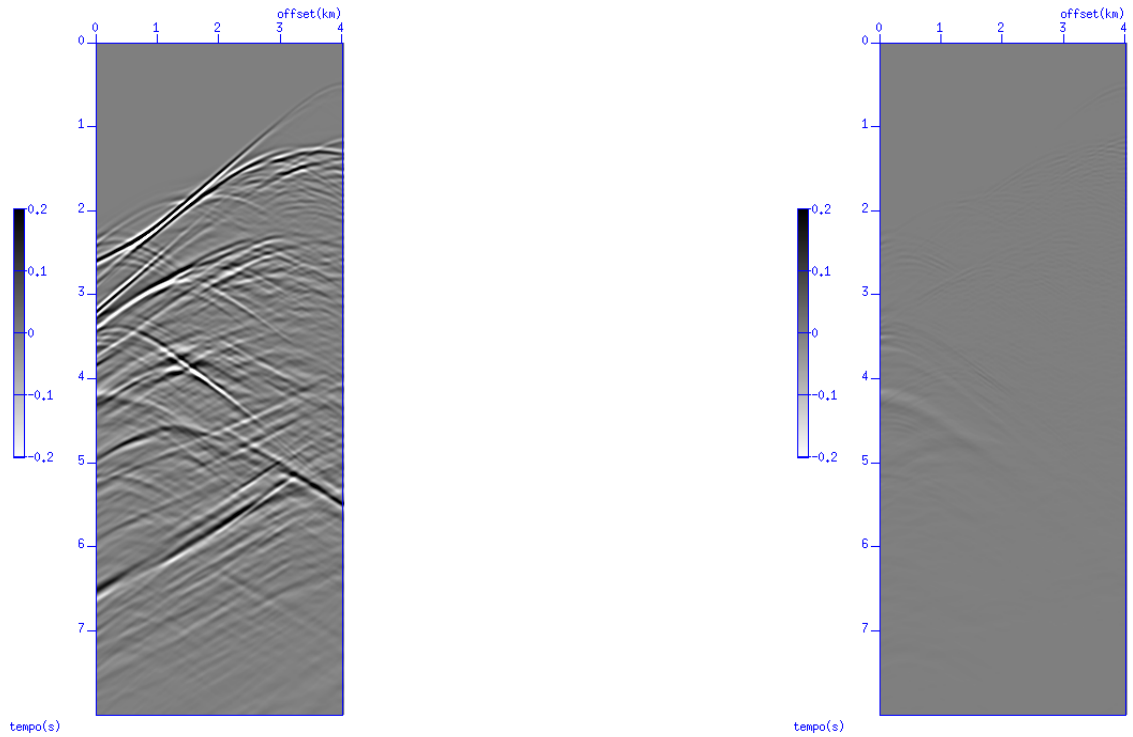


Figura 4.84: Resíduos inicial (esquerda) e após o processo de inversão *FWI* seguindo a estratégia Multi-Escala MS2 (direita)

Destaca-se nas Figuras 4.85 e 4.86 os dados e os resíduos para os *offsets* respectivamente iguais a 60m e 3560m, para uma análise mais detalhada. Nestas figuras estão apresentados os traços Observado, Inicial e após a inversão, superpostos.

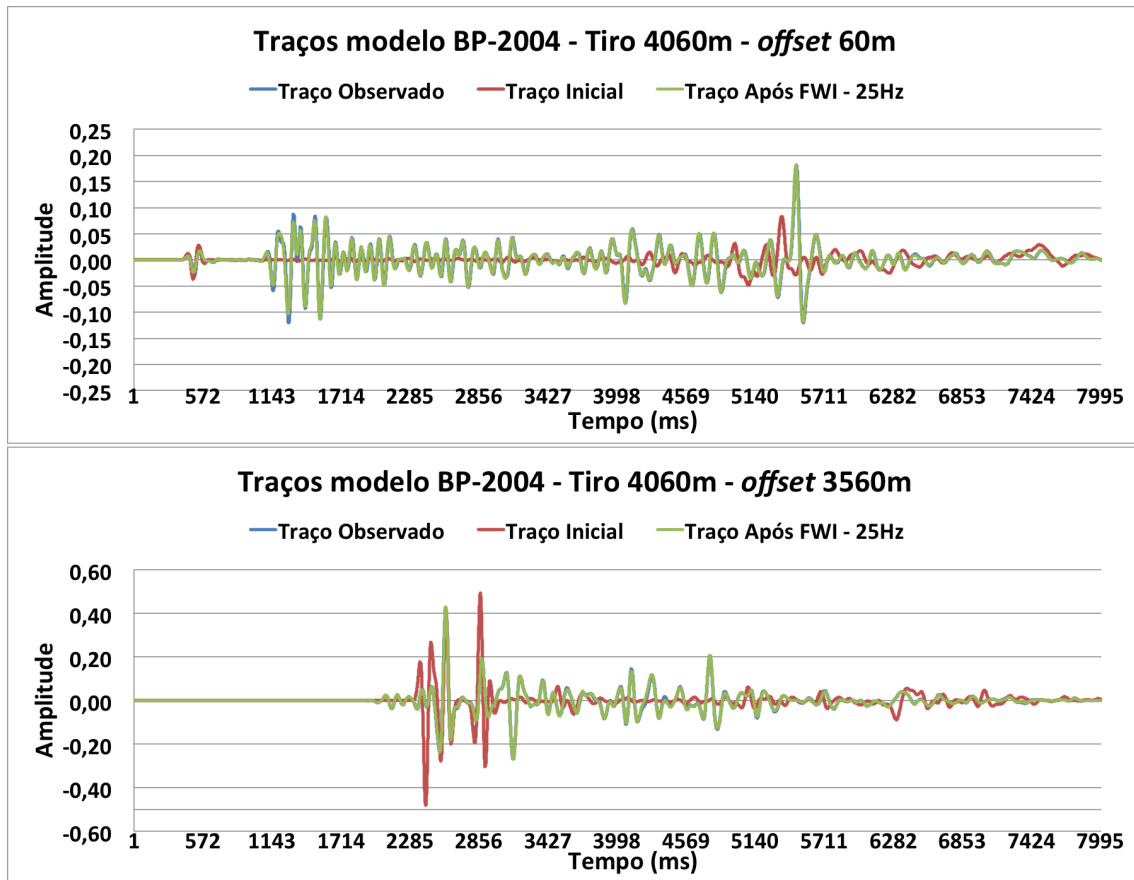


Figura 4.85: Traços observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

A análise detalhada dos traços e dos resíduos mostram que a estratégia de inversão MS2 foi muito eficiente, reconstruindo com boa precisão os eventos sísmicos presentes nos dados observados.

Desta forma, mostra-se que mesmo utilizando um modelo inicial de velocidades que não contempla os tempos de trânsito do problema, onde a inversão *FWI* tradicional falha pois necessita de um modelo inicial de velocidades próximo do mínimo global, esta estratégia forneceu um excelente resultado. A baixa diferença percentual entre o modelo real e invertido, o decréscimo da Função Objetivo e o bom ajuste dos dados permite dizer que este é o melhor resultado apresentado nesta tese, validando a estratégia proposta.

Conclui-se portanto através dos resultados numéricos, que neste caso as estratégias de inversão propostas foram bastante superiores a inversão tradicional do campo de ondas completo. Isto se dá, pois ao se utilizar os eventos primários e múltiplos de

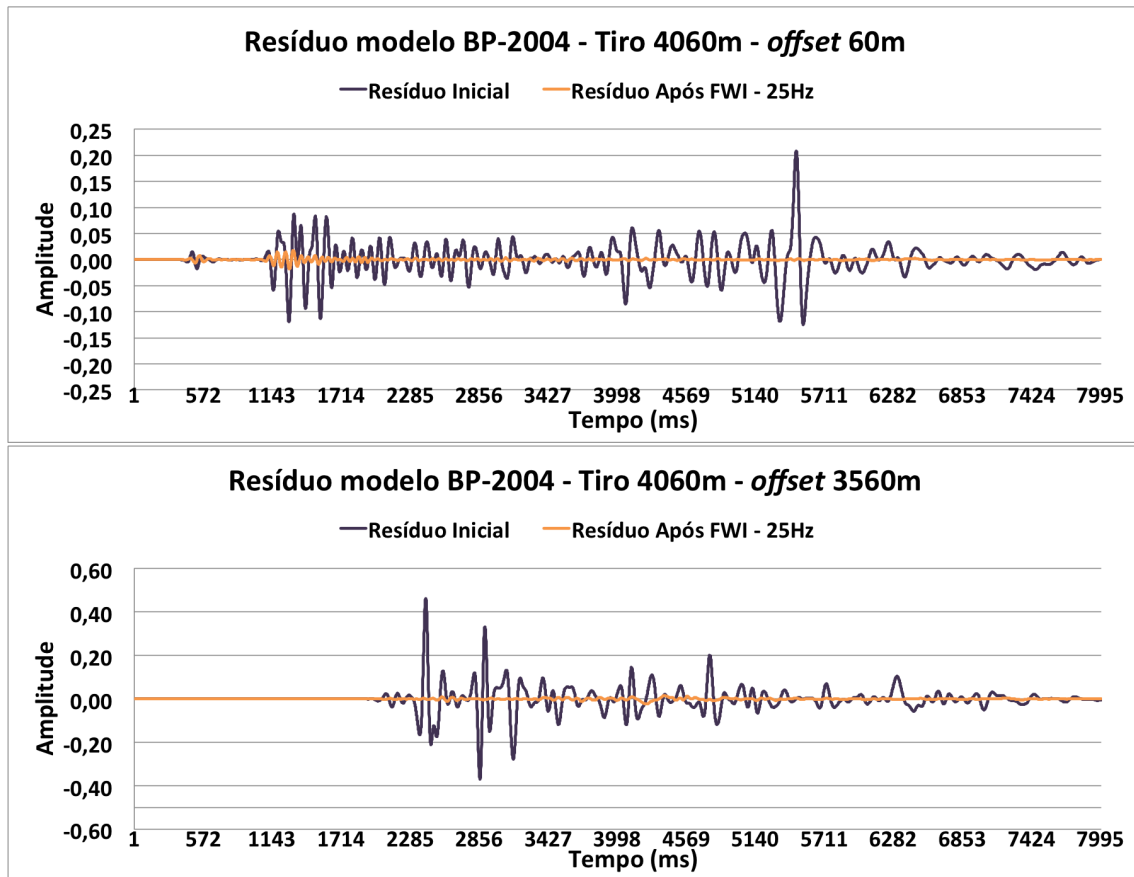


Figura 4.86: Resíduos observado, inicial e calculado após *FWI* de eventos múltiplos de primeira ordem - modelo BP-2004 - Tiro na posição 4060m e *offsets* iguais a 60m e 3560m.

superfície separadamente no processo de inversão, seja utilizando a estratégia MS1 ou MS2, torna o problema menos não-linear e com menos possibilidades de *Cross-Talk*, o que diminui a chances de convergência para um mínimo local da Função Objetivo.

A redução da não-linearidade através das estratégias Multi-Escala propostas, aumenta a região de convergência do problema e o torna menos sensível a erros cinemáticos no modelo inicial de velocidades. Além disso, reduz a dependência do processo de *FWI* às técnicas que fornecem os modelos iniciais, tais como a tomografia de tempos de trânsito e a análise de velocidades por migração.

Na próxima seção serão discutidos os resultados das inversões apresentadas. Resumidamente será feita uma análise comparativa, onde será possível perceber os benefícios e limitações de cada processo de inversão.

4.2.5 Discussão dos Resultados

Nesta seção foram apresentados os resultados das inversões *FWI* tradicional e propostas nesta tese, para o caso de um modelo geológico complexo onde não se tem um modelo inicial que justifique os tempos de trânsito do problema sísmico. Inicialmente foi aplicada a técnica de inversão tradicional, onde se concluiu que está não forneceu um bom resultado neste caso. Posteriormente, aplicou-se as estratégias propostas neste trabalho e foram obtidos resultados bastante superiores que a técnica tradicional, mostrando que, para o caso analisado a estratégia de inversão proposta é mais adequada.

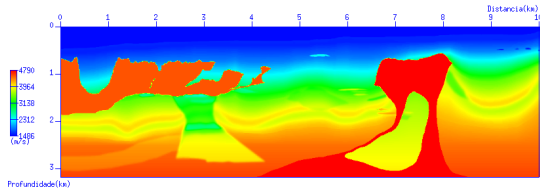


Figura 4.87: Modelo real.

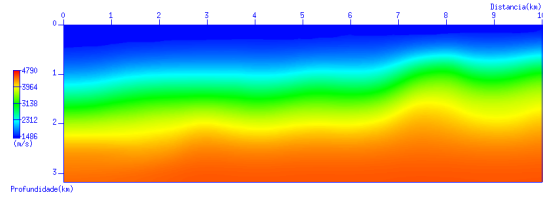


Figura 4.88: Modelo Inicial.

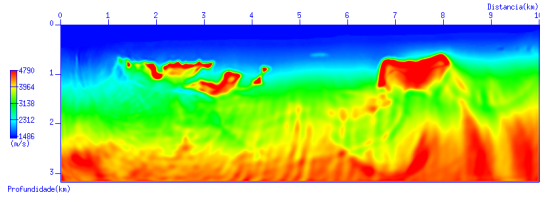


Figura 4.89: *FWI* tradicional.

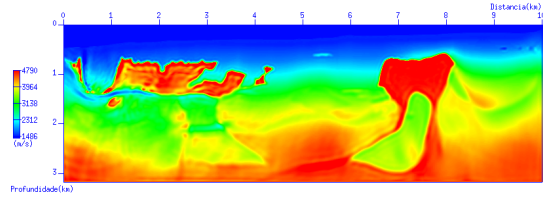


Figura 4.90: *FWI* - Primárias.

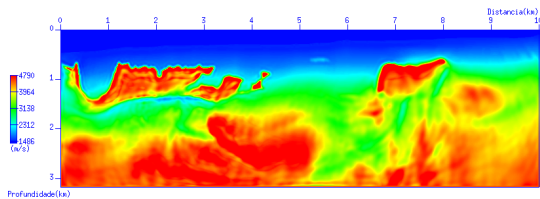


Figura 4.91: *FWI* - Múltiplas M1.

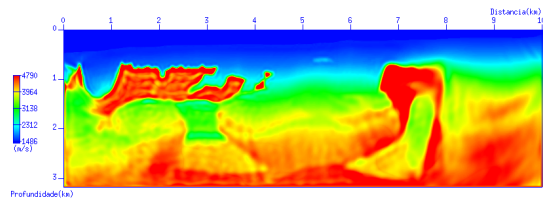


Figura 4.92: *FWI* - Múltiplas M2.

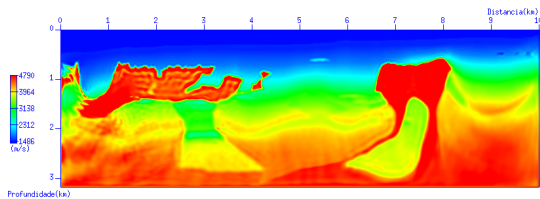


Figura 4.93: *FWI* - Estratégia MS1.

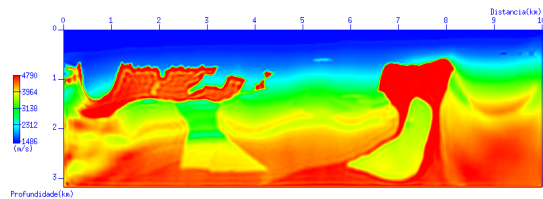


Figura 4.94: *FWI* - Estratégia MS2.

Para uma análise mais direta, nas figuras anteriores são mostrados os resultados de todas as técnicas de inversão utilizadas, assim como os modelos reais e inicialmente utilizados. Pode-se verificar que utilizando o modelo inicial de velocidades mostrado na Figura 4.88, a utilização dos eventos separadamente forneceu melhores resultados que a técnica tradicional. Além disso, percebe-se que as estratégias recursivas Multi-Escala de eventos forneceram os melhores resultados apresentados.

O principal objetivo desta tese foi investigar e melhor entender o papel das reflexões múltiplas de superfície no processo de inversão *FWI*. A maior contribuição deste trabalho foi mostrar que ao se utilizar os eventos sísmicos, separadamente por ordem de reverberação na superfície do mar, torna o problema de inversão menos não-linear e desta forma aumenta a região de convergência do processo de otimização. Este fato faz com que a inversão *FWI* seja menos dependente de modelos iniciais que contemplem a cinemática do problema de maneira muito precisa, o que em muitos casos reais não é o que acontece.

Através dos resultados, pode-se notar que as estratégias de inversão propostas forneceram resultados muito bons no que diz respeito a reconstrução das velocidades que compõem os corpos salinos, assim como das regiões abaixo do sal, que é o caso de muitas situações reais. A inversão tradicional não foi capaz de reconstituir de maneira satisfatória os corpos salinos e isso mostra que para este caso esta não é a estratégia de inversão mais indicada. Conclui-se portanto que em situações reais, onde um bom modelo inicial de velocidades não está disponível, esta estratégia se mostra como uma alternativa para a inversão *FWI* tradicional podendo fornecer melhores resultados e conseqüentemente uma melhor compreensão do ambiente geológico da subsuperfície.

Capítulo 5

Conclusões e Trabalhos Futuros

A construção de modelos de velocidades da subsuperfície de alta resolução a partir dos dados sísmicos é um desafio, principalmente para regiões complexas que apresentam tectônica salífera. Atualmente neste cenário, a inversão *FWI* tem sido utilizada como a tecnologia com maior capacidade de fornecer estes modelos, entretanto, esta técnica necessita de um modelo inicial de velocidades que esteja nas vizinhanças do mínimo global da Função Objetivo, o que em muitos casos não acontece. A ausência de um bom modelo inicial de velocidades e a falta de baixas frequências nos dados sísmicos, torna o problema de inversão *FWI* muito susceptível a convergir para um mínimo local, e neste caso faz com que a técnica não forneça resultados satisfatórios.

O grande objetivo desta tese foi investigar o papel das reflexões múltiplas de superfície no processo de *FWI* e apresentar estratégias para a melhor utilização destes eventos sísmicos, principalmente quando não se tem um bom modelo inicial de velocidades. Mostrou-se neste trabalho que ao se utilizar no processo de inversão um modelo inicial de velocidades que não contempla a cinemática do problema, a inversão *FWI* tradicional falha, não fornecendo bons resultados.

A proposta aqui apresentada objetivou utilizar as reflexões primárias e múltiplas de superfície separadamente para reduzir a não-linearidade do problema inverso e aumentar a região de convergência no processo de otimização, tornando a inversão *FWI* menos sensível a modelos iniciais que não honre os tempos de trânsito do problema sísmico. Partindo do mesmo modelo inicial de velocidades utilizado na inversão tradicional, aplicou-se a técnica de inversão utilizando os eventos sísmicos separadamente, cujos resultados foram bastante superiores a inversão tradicional. Neste caso foram gerados um modelo de velocidades resultante para cada evento invertido, que neste trabalho utilizou-se as reflexões primárias e múltiplas de superfície até segunda ordem.

Além da conclusão que a utilização dos eventos sísmicos separadamente torna o processo menos sensível a erros no modelo inicial de velocidades utilizado, a

principal proposta desta tese foi com relação a utilização destes eventos dentro de uma estratégia Multi-Escala. Nesta estratégia os processos de inversão são realizados recursivamente por ordem de eventos, e desta forma agregam em um mesmo modelo de parâmetros informações de todos os eventos sísmicos, sendo mais indicadas quando bons modelos iniciais de velocidades não estão disponíveis. Outro fato que motivou a estratégia Multi-Escala em eventos foi a maior tendência das múltiplas de superfície a necessidade de modelos iniciais com maior resolução vertical, por possuir menor ângulo de incidência nos horizontes geológicos em subsuperfície. Assim, os modelos iniciais para os eventos de maior ordem são os resultados das inversões dos modelos de ordem imediatamente menor.

Foram propostas duas estratégias Multi-Escala nas quais os eventos sísmicos foram utilizados separadamente. Na primeira, denominada MS1, iniciando pelos eventos primários realizou-se a inversão para todas as faixas de frequências, ao fim deste processo, o modelo resultante foi utilizado como modelo inicial para as múltiplas de primeira ordem (modelo inicial com maior resolução vertical) que percorreram todas as faixas de frequências, e assim por diante. Em outras palavras, neste processo fixa-se o evento e percorre-se todas as faixas de frequências em uma sequência recursiva de frequências e eventos. Esta estratégia aplicada ao modelo BP-2004 se mostrou muito eficiente, principalmente na reconstrução dos corpos salinos, cujas informações não estavam contidas no modelo inicial. Estas velocidades foram reconstruídas muito precisamente mostrando que a estratégia foi menos dependente do modelo inicial que a inversão *FWI* tradicional.

Entretanto a análise do resultado proveniente da estratégia MS1 de inversão ainda apresenta alguns artefatos, que podem ser causados pelas múltiplas internas ou por não estimar de maneira adequada os modelos de velocidades de baixa frequência. Esta questão de melhor estimar os modelos de velocidades de baixa frequência, utilizando informações de todos os eventos sísmicos, motivou o desenvolvimento da estratégia Multi-Escala MS2. Nesta estratégia para uma mesma faixa de frequências realiza-se as inversões recursivamente para cada evento separadamente, ou seja, fixa-se a faixa de frequências e inverte-se para reflexões primárias. Este resultado será utilizado como inicial para as múltiplas de primeira ordem para a mesma faixa de frequências, e assim por diante. Somente após percorrer todos os eventos é que passa-se para a faixa de frequências seguinte.

Comprovadamente esta estratégia de inversão estima os modelos de baixa frequência melhor que a estratégia MS1 anterior, e conseqüentemente fornece um resultado um pouco melhor. O resultado fornecido pela estratégia de inversão MS2 foi o melhor obtido neste trabalho, e mesmo partindo do modelo de velocidades que não tinham informações dos corpos salinos pode estimar estas velocidades de maneira muito precisa, inclusive abaixo dos corpos salinos (Pré-Sal).

Com base nos resultados numéricos, pôde-se validar a tese de que separar os eventos sísmicos em procedimentos de inversão onde o modelo inicial de velocidades apresenta problemas cinemáticos, e utilizá-los recursivamente por ordem de evento, foram as estratégias que forneceram melhores resultados. As estratégias de inversão MS1 e MS2 forneceram os melhores resultados obtidos neste trabalho.

Grande parte do sucesso das estratégias proposta se deve ao fato de que ao separar os eventos sísmicos diminui-se a possibilidade da ocorrência de *Cross-Talk* entre eventos primários e múltiplos e desta forma torna o problema menos propenso a saltos de ciclo que é uma questão importante em processos de inversão *FWI*. Isto foi mostrado através da inversão tradicional a qual apresenta muitos artefatos de *Cross-Talk* e consequentemente foi a estratégia de inversão que forneceu pior resultado.

Assim, mostrou-se que a grande contribuição deste trabalho foi com relação a uma estratégia mais adequada para a utilização das reflexões múltiplas de superfície no processo de inversão *FWI*, visto que isso ainda é uma questão entre pesquisadores da área. Neste sentido, foram propostas estratégias para a utilização destes eventos e os resultados numéricos mostraram que estas estratégias foram superiores a inversão tradicional, principalmente na ausência de um modelo inicial de velocidades que honre os tempos de trânsito do problema sísmico.

Dentre os trabalhos a serem realizados futuramente, estão a análise da estabilidade das estratégias de inversão propostas com relação ao sistema de aquisição dos dados sísmicos, assim como a sua sensibilidade com relação ao conteúdo de frequências presentes nos dados e a razão sinal ruído.

Além disso, também é importante realizar um estudo a respeito da sensibilidade com relação ao modelo inicial de velocidades, ou seja, até que ponto as estratégias propostas apresentam bons resultados dependendo do modelo inicial utilizado.

As aplicações destas estratégias em dados sísmicos reais também são trabalhos a serem realizados, sendo o grande objetivo de todo o estudo realizado. Para isso, é necessário aplicar os métodos de separação dos campos de ondas (SRME e EPSI) e analisar sua eficiência para a aplicação em dados reais. Como uma consequência direta, a generalização desta estratégia para o caso elástico também é um trabalho a ser realizado.

Referências Bibliográficas

- AKI, K., RICHARDS, P. G., 2002, *Quantitative Seismology*. 2nd Edition - University Science Books.
- AL-YAQOOBI, A., WARNER, M., 2013, “Full Waveform Inversion - A Strategy to Invert Cycle-Skipped 3D Onshore Seismic Data”, *75th EAGE Conference Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*.
- ALLEN, S. J., 1980, “Seismic method”, *Geophysics*, pp. 1619–1633.
- BAARDMAN, R. H., VERSCHUUR, D. J., BORSELEN, R. G. V., et al., 2009, “Estimation of primaries by sparse inversion using dual-sensor data”, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 3468–3472.
- BERKHOUT, A. J., 1984, “Multidimensional linearized inversion and seismic migration”, *Geophysics*, pp. 1881–1895.
- BERKHOUT, A. J., VERSCHUUR, D. J., 2006, “Imaging of Multiples Reflections”, *Geophysics*, pp. 1209–1220.
- BERKHOUT, A. J., VERSCHUUR, D. J., 2010, “Seismic Imaging with Multiples Scattering”, *72th EAGE Conference Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2010*.
- BERKHOUT, A. J., VERSCHUUR, D. J., 2012, “Full Wavefield Migration - Utilization of Multiples in Seismic Migration”, *74th EAGE Conference Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2012*.
- BEYLKIN, G., 1985, “Imaging of discontinuities in the inverse scattering problem by inversion of a causal generalized radon transform”, *J. Math. Phys.*, pp. 99–108.
- BILLETE, F. J., BRANDSBERG-DAHL, S., 2005, “The 2004 BP Velocity Benchmark”, *67th EAGE Conference Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2010*.

- BLEISTEIN, N., 1979, “Velocity inversion procedure for acoustic waves”, *Geophysics*, pp. 1077–1087.
- BROSSIER, R., OPERTO, S., VIRIEUX, J., 2009, “Seismic imaging of complex onshore structures by 2D elastic frequency-domain full-waveform inversion”, *Geophysics*, pp. 105–118.
- BROSSIER, R., OPERTO, S., VIRIEUX, J., 2010, “Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion?” *Geophysics*, pp. 37–46.
- BROWN, M. P., GUITTON, A., 2005, “Least-Squares joint Imaging pf Multiples and Primaries”, *Geophysics*, pp. 79–89.
- BUBE, K. P., LANGAN, R. T., 1997, “Hybrid l1/l2 minimization with applications to tomograph”, *Geophysics*, pp. 1183–1195.
- BULCAO, A., 2004, *Modelagem e Migração Reversa no Tempo Empregando Operadores Elásticos e Acústicos*. Tese de Doutorado, UFRJ, Rio de Janeiro-RJ, Outubro.
- BUNKS, C., SALEK, F., ZALESKI, S., et al., 1995, “Multiscale seismic waveform inversion”, *Geophysics*, pp. 1457–1473.
- BURSTEDDE, C., GHATTAS, O., 2009, “Algorithmic strategies for full waveform inversion: 1D experiments”, *Geophysics*, pp. WCC37–WCC46.
- CHAPMAN, C., 2006, *Fundamentals of Seismic Wave Propagation*. Cambridge.
- CLAERBOUT, J., 1985, *FUNDAMENTALS OF GEOPHYSICAL DATA PROCESSING*, v. 1. Blackwell Scientific Book Distributors.
- CLAYTON, R. W., STOLT, R. H., 1981, “A Born-WKBJ inversion method for acoustic reflecti on data”, *Geophysics*, pp. 1559–1567.
- DRAGOSET, B., 1998, “A practical approach to surface multiple attenuation”, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 1230–1233.
- FICHTNER, A., 2011, *Full Seismic Waveform Modeling and Inversion*. Springer.
- GROENNESTIJN, G. J. A., VERSCHUUR, D. J., 2009, “Estimating primaries by sparse inversion and application to near-offset data reconstruction”, *Geophysics*, pp. 23–28.
- GUITTON, A., SYMES, W. W., 2003, “Robust inversion of seismic data using the Huber norm”, *Geophysics*, pp. 1310–1319.

- HADAMARD, J., 1902, “Sur les problemes aux derivees partielles et leur signification physique”, *Princeton University Bulletin*, pp. 49–52.
- LAILLY, P., 1983, “The Seismic Inverse Problem as a Sequence of migrations.” *Conference on Inverse Scattering, Theory and Application, Society for Industrial and Applied Mathematics*, pp. 206–220.
- LIU, Y., CHANG, X., JIN, D., et al., 2011, “Reverse Time Migration of Multiples for Subsalt Imaging”, *Geophysics*, pp. 209–216.
- LIU, Z., 1995, *Migration Velocity Analysis*. Tese de Doutorado, Colorado School of Mines - CWP, Golden-CO, March.
- MA, Y., 2012, *Waveform-based velocity estimation from reflection seismic data*. Tese de Doutorado, Colorado School of Mines - CWP, Golden-CO, October.
- NOCEDAL, J., WRIGHT, S., 2006, *Numerical Optimization*, v. 2. Springer.
- PLESSIX, R. E., 2006, “A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications”, *Geophysical Journal International*, pp. 495–503.
- PRATT, R. G., SHIN, C., HICKS, G. J., 1998, “Gauss-Newton and full Newton methods in frequency-space seismic waveform inversion”, *Geophysical Journal International*, pp. 341–362.
- REITER, E. C., BURNS, D., 1991, “A practical approach to surface multiple attenuation”, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 1448–1451.
- RILEY, D. C., CLAERBOUT, J. F., 1976, “2-D multiple reflections”, *Geophysics*, pp. 592–620.
- ROMDHANE, A., GRANDJEAN, G., BROSSIER, R., et al., 2011, “Shallow-structure characterization by 2D elastic full-waveform inversion”, *Geophysics*, pp. R81–R93.
- SHENG, X., Y., Z., HUANG, T., 2006, “Enhanced tomography resolution by a fast ray technique”, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 3354–3358.
- TARANTOLA, A., 1984, “Inversion of Seismic Reflection Data in the Acoustic Approximation”, *Geophysics*, pp. 1259–1266.

- TARANTOLA, A., 1987, *Inverse Problem Theory: Methods for Fata Fitting and Model Parameters Estimation*. Elsevier.
- VAN GROENESTIJN, G. A., 2010, *Estimation of Primaries and Multiples by Sparse Inversion*. Tese de Doutorado, Delft, Netherland, October.
- VERSCHUUR, D. J., 1991, *Surface related Multiple Elimination, An Inversion Approach*. Tese de Doutorado, Delft, Netherland, December.
- VERSCHUUR, D. J., 2006, *Seismic Multiples Removal Techniques Past, Present and Future*, v. 8. European Association of Geoscientists and Engineers.
- VERSCHUUR, D. J., BERKHOUT, A. J., WAPENAAR, C., 1991, “Surface-related multiple elimination: Application on real data”, *SEG Technical Program Expanded Abstracts*, pp. 1476–1479.
- VIRIEUX, J., OPERTO, S., 2009, “An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics”, *Geophysics*, pp. 127–152.
- WANG, Y., CHANG, X., H., H., 2014, “Simultaneous reverse time migration of primaries and free-surface related multiples without multiples prediction”, *Geophysics*, pp. 1–9.
- WARNER, M. E. A., 2013, “Anisotropic 3D Full Waveform Inversion”, *Geophysics*, pp. 59–80.
- WIGGINS, J. W., 1988, “Attenuation of complex water-bottom multiples by wave-equation-based prediction and subtraction”, *Geophysics*, pp. 1527–1539.
- YILMAZ, O., 2001, *Seismic Data Analysis: Processing, Inversion and Interpretation of Seismic Data*, v. 2. Society of Exploration Geophysicists.
- YOUN, O. K., ZHOU, H., 2001, “Depth imaging with multiples”, *Geophysics*, pp. 246–255.
- ZHANG, D. L., DAI, W., GE, Z., et al., 2013, “Multiples Waveform Inversion”, *75th EAGE Conference Exhibition incorporating SPE EUROPEC 2013*.

Apêndice A

Modelagem Sísmica Pelo Método das Diferenças Finitas

A equação acústica da onda é uma equação diferencial parcial linear de segunda ordem, descrita pelo campo de pressão e o vetor deslocamento da partícula.

A equação da onda pode ser descrita a partir das leis de Newton e de Hooke, que relacionam a pressão e a velocidade.

Pela lei de Hooke tem-se:

$$P = -k \nabla \cdot \vec{u} \quad (\text{A.1})$$

Em que P é o campo de pressão, k o módulo de imcompressibilidade e $\vec{u}$ é o deslocamento da partícula.

Pela lei de Newton tem-se que:

$$\rho \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = -\nabla P, \quad (\text{A.2})$$

em que ρ representa a densidade do meio.

Tomando a derivada segunda em relação ao tempo da equação (A.1), supondo k constante e invertendo os operadores de derivação, tem-se:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} P = -k \left[\nabla \cdot \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{u} \right) \right]. \quad (\text{A.3})$$

Substituindo a segunda lei de Newton (A.2) na equação (A.3), teremos

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} P = -k \left[\nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} \nabla P \right) \right]. \quad (\text{A.4})$$

De acordo com a lei de Leibniz, o gradiente de $\frac{1}{\rho}$ é dado por:

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho} \right) = -\frac{\nabla \rho}{\rho^2}. \quad (\text{A.5})$$

Substituindo a equação (A.5) na equação (A.4), desconsiderando o sinal negativo da expressão e utilizando as propriedades de divergente, tem-se que:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} P = k \left(-\frac{\nabla \rho}{\rho^2} \cdot \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \nabla P \right) \quad (\text{A.6})$$

Na equação escalar da onda o módulo de elasticidade, sendo C a velocidade do meio, pode ser escrito como:

$$k = \rho C^2 \quad (\text{A.7})$$

Substituindo a equação A.7 em A.6, temos:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} P = \rho C^2 \left(-\frac{\nabla \rho}{\rho^2} \cdot \nabla P + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \nabla P \right) \quad (\text{A.8})$$

Sendo $\nabla \cdot \nabla P = \nabla^2 P$, podemos substituir na equação (A.6) e reorganizar, de modo a obter:

$$\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P = \nabla^2 P - \frac{1}{\rho} \nabla \rho \cdot \nabla P. \quad (\text{A.9})$$

Considerando ρ constante, o segundo termo do lado direito da equação (A.9) torna-se nulo. Sendo assim obtém-se a equação (A.10), a Equação Acústica da Onda com densidade constante:

$$\nabla^2 P = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} P. \quad (\text{A.10})$$

Desenvolvendo o Laplaciano da equação (A.10) em duas dimensões, tem-se então a Equação Acústica da Onda bidimensional com densidade constante:

$$\frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2}. \quad (\text{A.11})$$

onde $P(x, z, t)$ é o campo de pressão da onda, x e z são coordenadas espacial, t é a coordenada temporal e C é a velocidade de propagação do meio.

Para o problema geofísico existe ainda a necessidade de se preescrever o termo fonte, denotado por $f(t)\delta(x - x_f)\delta(z - z_f)$, sendo assim teremos:

$$\frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 P(x, z, t)}{\partial t^2} + f(t)\delta(x - x_f)\delta(z - z_f). \quad (\text{A.12})$$

onde (x_f, z_f) representa o ponto de aplicação da fonte sísmica e δ o delta de Dirac. Em função da discretização, tem-se as coordenadas discretas:

$$\begin{aligned} x &\longrightarrow i\Delta x, \\ z &\longrightarrow j\Delta z, \end{aligned}$$

$$t \longrightarrow \bar{n}\Delta t.$$

Dessa forma:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{x}, \mathbf{z}, t) &\longrightarrow P_{i,j}^{\bar{n}} \\ f(t) &\longrightarrow f^{\bar{n}}, \end{aligned}$$

onde $i = 1, 2, \dots, I_{total}$, $j = 1, 2, \dots, J_{total}$ e $\bar{n} = 1, 2, \dots, \bar{N}_{total}$.

e Δx , Δz e Δt são os respectivos espaçamentos da malha na direção x , z e temporal, $\bar{N}$ é número total de passos em tempo. Isto permitirá escrever as derivadas existentes na equação (A.12) de forma discreta através dos operadores de DF.

Destaca-se que no caso da geofísica, as condições iniciais são dadas por:

$$P_{i,j}^0 = 0, \quad (\text{A.13})$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{i,j}^0 = 0, \quad (\text{A.14})$$

enquanto as condições de contorno, as mais comuns em levantamentos sísmicos, são a condição de contorno essencial (Dirichlet), que corresponde a prescrever a pressão

$$P_{i,j}^{\bar{n}} = 0, \quad (\text{A.15})$$

e a condição de contorno natural (Neumann), que consiste em especificar o valor da derivada (ou da taxa de modificação) de P na direção normal ao contorno, dada por:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \eta}\right)_{i,j}^{\bar{n}} = 0, \quad (\text{A.16})$$

onde η corresponde à normal externa ao referido contorno.

A condição de contorno essencial é bastante utilizada na modelagem para simular adequadamente as reflexões na superfície do mar e do solo na geração de dados sísmicos marinhos e terrestres, respectivamente.

A.0.6 Condições de Bordas

A.0.7 Estratégias para a obtenção das reflexões primárias e múltiplas de superfície separadamennte

Para a obtenção dos dados sísmicos livre de múltiplas de superfície, foram acrescentadas bordas absorssivas no limite superior do domínio computacional que representa o meio de propagação do campo de ondas. As condições utilizadas foram a *Perfect Match Layers - PML* (BERENGER, 1994). Estas condição de absorção são geralmente utilizadas para simular computacionalmente problemas com contornos

abertos, tal como a propagação do campo de ondas acústico no interior da Terra. A Figura A.1 representa o meio de propagação considerado.

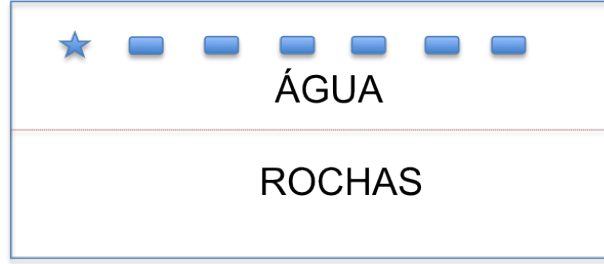


Figura A.1: Representação do meio de propagação do campo de ondas.

Este meio de propagação foi envolvido com bordas de absorção conforme mostra a Figura A.2.

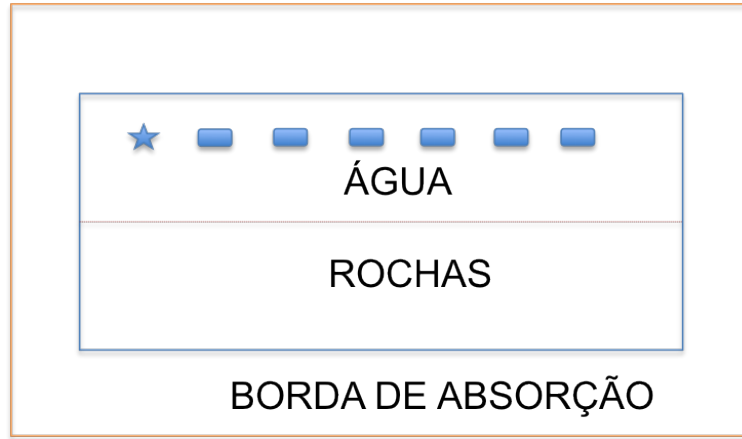


Figura A.2: Representação do meio de propagação do campo de ondas com bordas de absorção.

Para a geração das reflexões primárias, uma fonte pontual foi posicionada a uma certa profundidade na camada de água gerando os campos de ondas que se propagam pelo meio, cujos efeitos de propagação foram registrados nas posições dos receptores e na interface que representa a superfície do mar, conforme representado na Figura A.3. Estes campos auxiliares serão utilizados para modelar as reflexões múltiplas, como será mostrado mais a diante.

Nesta caso das primárias, o campo de ondas registrado pelos receptores P_0 é composto pelas ondas primárias ascendentes P_0^- mais as ondas diretas P_D . Já o campo auxiliar P_{0aux} , registrado na superfície do mar, é composto pelas ondas primárias P_{0aux}^- mais as ondas diretas P_{Daux} . Assim, tem-se os campos registrados

$$P_0 = P_0^- + P_D \quad (A.17)$$

e

$$P_{0aux} = P_{0aux}^- + P_{Daux}. \quad (A.18)$$

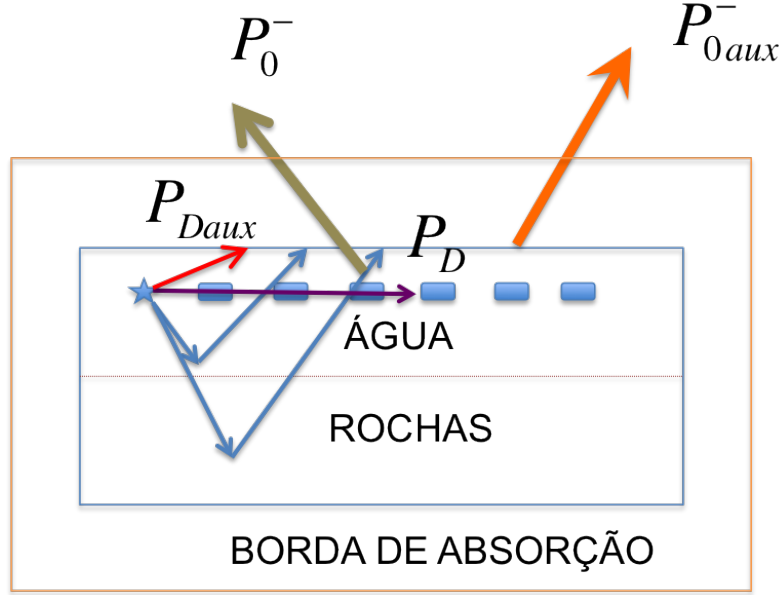


Figura A.3: Esquema representativo da modelagem das reflexões primárias com onda direta.

Para a eliminação das ondas diretas em ambos os dados registrados, foi realizada a modelagem utilizando um modelo homogêneo, com a velocidade de propagação do campo de ondas igual a da água. Desta forma os únicos eventos registrados serão as ondas diretas, as quais serão subtraídas dos campos nas Equações A.19 e A.20. A Figura A.4 representa a modelagem das ondas diretas.

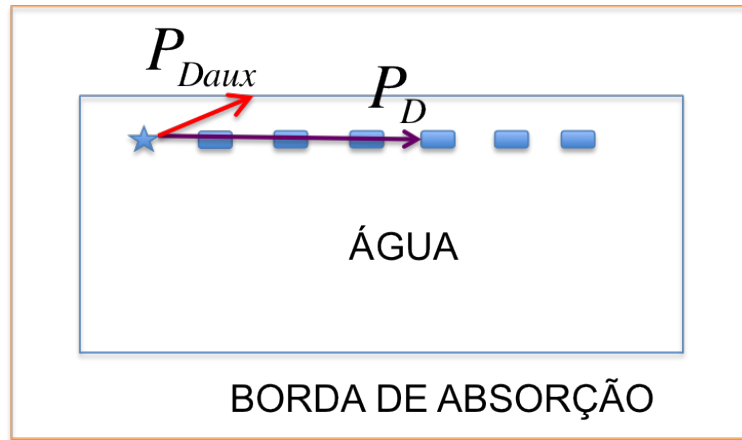


Figura A.4: Esquema representativo da modelagem das ondas diretas.

Com esse procedimento, obtém-se os dados observados e auxiliares livres de múltiplas de superfície e sem a onda direta,

$$P_0^- = P_0 - P_D \quad (\text{A.19})$$

e

$$P_{0aux}^- = P_{0aux} - P_{Daux}, \quad (\text{A.20})$$

conforme representado na Figura A.5.

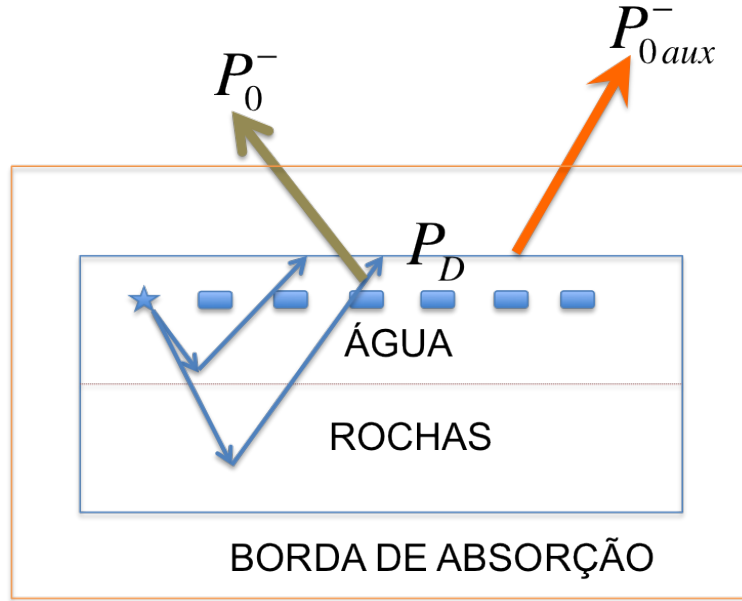


Figura A.5: Esquema representativo da modelagem das ondas primárias separadamente e livre de ondas diretas.

Este foi exatamente o procedimento utilizado nesta tese para a obtenção dos campos de ondas primários, ou seja, livres de múltiplas de superfície e de ondas diretas, utilizados nas inversões realizadas.

Para a obtenção das múltiplas de primeira ordem, o campo de ondas auxiliar ascendente P_{0aux}^- foi utilizado como fonte e injetado diretamente na superfície do mar (com inversão de fase de 180 graus), gerando os campos de ondas representados na Figura A.6. Este procedimento simula a reflexão dos campos de ondas primários na superfície do mar, o que dá origem as múltiplas de primeira ordem.

Neste caso, o campo de ondas registrado pelos receptores M_1 é composto pelas reflexões múltiplas ascendentes M_1^- mais as ondas diretas P_D . Já o campo auxiliar M_{1aux} registrado na superfície do mar (necessário para a modelagem das reflexões múltiplas de segunda ordem), é composto pelas ondas múltiplas de primeira ordem

M_{1aux}^- mais as ondas diretas P_{Daux} . Assim, tem-se os campos registrados

$$M_1 = M_1^- + P_D \quad (A.21)$$

e

$$M_{1aux} = M_{1aux}^- + P_{Daux}. \quad (A.22)$$

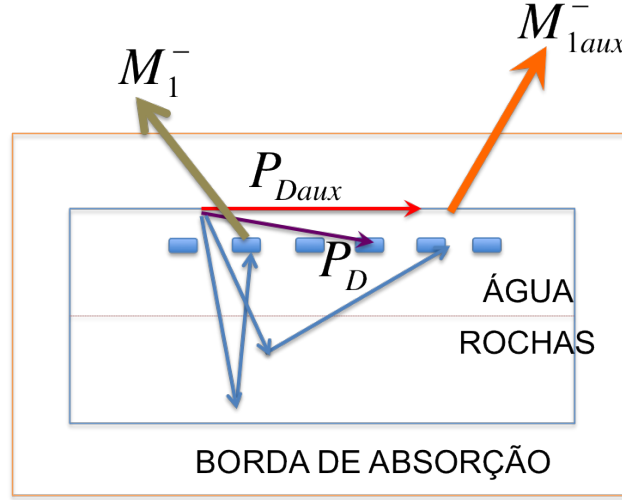


Figura A.6: Esquema representativo da modelagem das múltiplas de primeira ordem.

Analogamente para os eventos primários foi retirada a onda direta dos dados registrados, utilizando o um modelo homogêneo com velocidade de propagação do campo de ondas igual a da água, conforme mostra a Figura A.7.

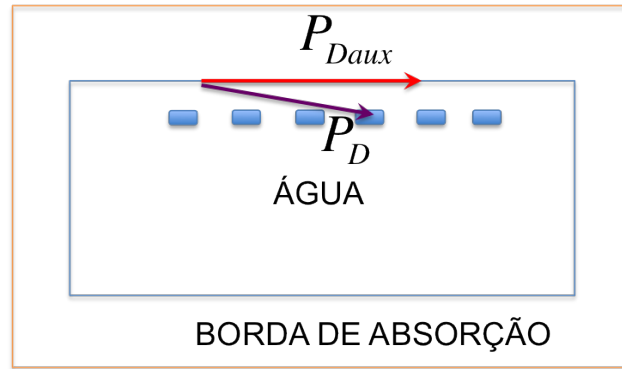


Figura A.7: Esquema representativo da modelagem das múltiplas de primeira ordem.

Uma vez modelado os campos de ondas diretos, estes são subtraídos dos campos totais registrado (Equações A.23 e A.24), fornecendo as reflexões múltiplas de primeira separadamente e livres de ondas direta

$$M_1^- = M_1 - P_D \quad (A.23)$$

e

$$M_{1aux}^- = M_{1aux} - P_{Daux}. \quad (\text{A.24})$$

As múltiplas de segunda ordem são obtidas análogamente as múltiplas de primeira ordem, onde modela-se o campo de ondas total e subtrai-se deste as ondas diretas, obtendo-se as múltiplas de segunda ordem separadamente e livres de ondas diretas.

Apêndice B

Dedução das Derivadas de Fréchet

Neste apêndice será deduzida a derivada do campo de pressão em relação a velocidade do meio, através método da perturbação e aproximação de Born.

Representando por v_0 e p_0 a velocidade de fundo e o campo de pressão originado pela mesma, uma perturbação δv da velocidade do meio dá origem a um campo de pressão p dado por $p_0 + \delta p$ onde δp é o campo espalhado pela perturbação. As equações a seguir regem os campos de pressão para velocidade v_0 e $v_0 + \delta v$, respectivamente, para uma fonte pontual em $\vec{r}^f$ com assinatura $f(t)$,

$$\nabla^2 p_0 - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2} = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^f) \quad (\text{B.1})$$

e

$$\nabla^2 p - \frac{1}{(v_0 + \delta v)^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^f). \quad (\text{B.2})$$

Esta última pode ser reescrita como

$$\nabla^2 p - \frac{1}{v_0^2 (1 + \frac{\delta v}{v_0})^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^f). \quad (\text{B.3})$$

Agora considerando

$$\frac{1}{1 + \frac{\delta v}{v_0}} = 1 - \frac{\delta v}{v_0} + \dots, \quad (\text{B.4})$$

e substituindo na Equação B.3, tem-se

$$\nabla^2 p - \frac{1}{v_0^2} \left(1 - \frac{2\delta v}{v_0} + O(2) \right) \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = f(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}^f), \quad (\text{B.5})$$

na qual $O(2)$ representa todos os termos δv com potências iguais e superiores a 2.

Subtraindo desta última a Equação (7.1) que rege o campo de ondas para o meio de fundo, e desprezando os termos com potências de ordem igual e superior a 2,

chega-se a Equação do campo espalhado,

$$\nabla^2 \delta p - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} = -\frac{2\delta v}{v_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, \quad (\text{B.6})$$

que é a equação da onda para o meio de fundo com um termo fonte que depende do campo de ondas total, o que a torna não linear com respeito a perturbação da distribuição de velocidades. Para deduzirmos as fórmulas das derivadas de Frèchet a linearizamos, supondo a aproximação de Born, $p \approx p_0$ no lado direito da equação, isto é empregamos a equação

$$\nabla^2 \delta p - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} = -\frac{2\delta v}{v_0^3} \frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2}. \quad (\text{B.7})$$

Portanto, através do Teorema da Representação, como apresentado por FOK-KEMA e VAN DEN BERG, (1993), a solução desta equação é dada por

$$\delta p(\vec{r}, t) = \int_V g_0(\vec{r}, \vec{r}', t) * \left(\frac{-2}{v_0(\vec{r}')^3} \right) \frac{\partial^2 p_0(\vec{r}', t)}{\partial t^2} \delta v(\vec{r}') dV', \quad (\text{B.8})$$

onde $g_0(\vec{r}, \vec{r}', t)$ representa a Função de Green para o meio de fundo com condições iniciais,

$$\nabla^2 g_0(\vec{r}, \vec{r}', t) - \frac{1}{v_0^2} \frac{\partial^2 g_0(\vec{r}, \vec{r}', t)}{\partial t^2} = \delta(t) \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (\text{B.9})$$

e para $t \leq 0$

$$g_0(\vec{r}, \vec{r}', t) = \frac{\partial g_0(\vec{r}, \vec{r}', t)}{\partial t} = 0. \quad (\text{B.10})$$

B.0.8 Discretização

Escrevendo a distribuição de velocidades em termos de uma base de funções $B_i(\vec{r})$ para $i=1, \dots, M$

$$p(v(\mathbf{c})) \quad (\text{B.11})$$

e

$$v(\vec{r}) = \sum_{i=1}^M c_i B_i(\vec{r}) \quad (\text{B.12})$$

tem-se

$$\frac{\partial p}{\partial c_k} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{p(c_1, \dots, c_k + \varepsilon, \dots, c_M) - p(c_1, \dots, c_k, \dots, c_M)}{\varepsilon} \quad (\text{B.13})$$

ou

$$\frac{\partial p}{\partial c_k} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{p(\nu(\vec{r}) + \varepsilon B_k(\vec{r}) - p(\vec{v}))}{\varepsilon} = \nabla_\nu p(\nu) B_k(\vec{r}) = \int_\nu \frac{\partial p(\vec{r}, t)}{\partial \nu(\vec{r})} B_k(\vec{r}) dV', \quad (\text{B.14})$$

ou

$$\frac{\partial p}{\partial c_k} = \left. \frac{dp(\nu + \varepsilon B_k; \vec{r}, t)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} (\nu, B_k; \vec{r}, t) \quad (\text{B.15})$$

e finalmente chega-se a derivada do campo de ondas em relação a cada coeficiente da base.

$$\frac{\partial p}{\partial c_k} = \int_\nu g(\vec{r}, \vec{r}', t) * \left(\frac{-2}{\nu(\vec{r})^3} \right) (\vec{r}', t) B_k(\vec{r}') dV'. \quad (\text{B.16})$$

No caso da parametrização tradicional,

$$\nu(\vec{r}) = \sum_{i=1}^M \nu(\vec{r}_i) \delta(\vec{r} - \vec{r}_i) \quad (\text{B.17})$$

chega-se a seguinte expressão para a derivada para cada ponto do meio

$$\frac{\partial p}{\partial \nu_k}(\vec{r}, t) = g(\vec{r}, \vec{r}_k, t) * \left(\frac{-2}{\nu(\vec{r}_k)^3} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(\vec{r}_k, t), \quad (\text{B.18})$$

que pode ser interpretada como o campo de ondas gerado por uma fonte monopolar proporcional a derivada segunda do campo incidente.

Apêndice C

O Método Adjunto Aplicado ao Cálculo dos Elementos do Gradiente

Nesta seção será apresentado o cálculo do gradiente utilizando o Método Adjunto, ou seja,

$$\frac{\partial E}{\partial v_k}, \quad (C.1)$$

onde E é a Função Objetivo dada por:

$$E[v(\vec{r})] = \frac{1}{2} \int_0^T \int_V \sum_{k=ind1}^{k=ind2} [d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t; v(\vec{r}))]^2 \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) dV dt, \quad (C.2)$$

na qual $d(\vec{r}, t)$ são os dados observados e $p(\vec{r}, t; v(\vec{r}))$ são os dados calculados através da solução do problema direto,

$$\nabla^2 p(\vec{r}, t) - \frac{1}{v^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}(\vec{r}, t) = f(\vec{r}, t), \quad (C.3)$$

com as condições iniciais

$$p(\vec{r}, 0) = \frac{\partial p}{\partial t}(\vec{r}, 0) = 0. \quad (C.4)$$

Definindo

$$E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t; v(\vec{r}))) \equiv \frac{1}{2} \sum_{k=ind1}^{k=ind2} [d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t; v(\vec{r}))]^2 \delta(\vec{r} - \vec{r}_k), \quad (C.5)$$

escreve-se a Função Objetivo

$$E[v(\vec{r})] = \int_0^T \int_V E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t; v(\vec{r}))) dt dV. \quad (C.6)$$

A derivada do funcional $E(\nu)$ na direção $\delta\nu$, $\nabla_\nu E(\nu)\delta\nu$, é dada por

$$\nabla_\nu E(\nu)\delta\nu = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E(\nu(\vec{r}) + \varepsilon\delta\nu(\vec{r})) - E(\nu(\vec{r}))}{\varepsilon}, \quad (\text{C.7})$$

ou seja,

$$\frac{dE(\nu(\vec{r}) + \varepsilon\delta\nu(\vec{r}))}{d\varepsilon}(\varepsilon = 0) \stackrel{\text{def}}{=} \int_V \frac{\partial E}{\partial \nu(\vec{r})} \delta\nu(\vec{r}) dV. \quad (\text{C.8})$$

Assim sendo, o gradiente é dado pelo núcleo desta ultima integral.

Utilizando a regra da cadeia pode-se escrever

$$\nabla_\nu E(\nu)\delta\nu = \int_V \frac{\partial E}{\partial \nu(\vec{r})} \delta\nu(\vec{r}) dV = \int_V \left(\int_V \int_0^T \frac{\partial E}{\partial p(\vec{r}', t)} \frac{\partial p}{\partial \nu(\vec{r}')}(\vec{r}, t) dt dV' \right) \delta\nu(\vec{r}) dV \quad (\text{C.9})$$

com isso o gradiente é dado por

$$\frac{\partial E}{\partial \nu(\vec{r})} = \int_V \int_0^T \frac{\partial E}{\partial p(\vec{r}', t)} \frac{\partial p}{\partial \nu(\vec{r}')}(\vec{r}', t) dt dV', \quad (\text{C.10})$$

na qual $\frac{\partial E}{\partial p(\vec{r}, t)}$ é calculada através da derivada da Função Objetivo em relação ao campo de pressão na direção δp ,

$$\nabla_p E(p)\delta p = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\int_0^T \int_V E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t) + \varepsilon\delta p(\vec{r}, t)) dt dV + \int_0^T \int_V E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t)) dt dV}{\varepsilon} \quad (\text{C.11})$$

ou

$$\nabla_p E(p)\delta p = \int_0^T \int_V \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t) + \varepsilon\delta p(\vec{r}, t)) - E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t))}{\varepsilon} dt dV. \quad (\text{C.12})$$

Considerando a definição C.5,

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t) + \varepsilon\delta p(\vec{r}, t)) - E_1(\vec{r}, t; p(\vec{r}, t))}{\varepsilon} = \quad (\text{C.13})$$

$$= - \sum_{k=ind1}^{k=ind2} (d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t)) \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \delta p. \quad (\text{C.14})$$

Portanto,

$$\nabla_p E(p)\delta p = - \int_0^T \int_V \left[\sum_{k=ind1}^{k=ind2} (d(\vec{r}, t') - p(\vec{r}, t')) \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \right] \delta p dt' dV' \quad (\text{C.15})$$

e assim

$$\frac{\partial E}{\partial p(\vec{r}, t)}(\vec{r}, t) = - \sum_{k=ind1}^{k=ind2} (d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t))\delta(\vec{r} - \vec{r}_k). \quad (C.16)$$

Logo, a derivada de Fréchet se escreve

$$\frac{\partial E}{\partial v(\vec{r})} = - \sum_{k=ind1}^{k=ind2} \int_0^T \frac{\partial p}{\partial v(\vec{r})}(\vec{r}_k, t)(d(\vec{r}_k, t) - p(\vec{r}_k, t))dt \quad (C.17)$$

ou

$$\frac{\partial E}{\partial v(\vec{r})} = - \sum_{k=ind1}^{k=ind2} \int_0^T \frac{\partial p}{\partial v(\vec{r})}(\vec{r}_k, t) \otimes (d(\vec{r}_k, t) - p(\vec{r}_k, t)) \Big|_{lag0}. \quad (C.18)$$

Nesta última temos a correlação no *lag* zero entre a derivada do campo de pressão em relação a velocidade e a diferença entre dados observados e calculados na *k*-ésima posição do receptor.

Calcular o gradiente a partir da Equação C.18 normalmente envolve uma carga computacional muito grande, com isso utilizamos uma forma alternativa dada pelo Método Adjunto, desenvolvido a seguir.

Inicialmente vamos considerar a equação que descreve o campo de pressão para um meio com densidade constante e uma distribuição de fontes dada $f(x, y, z, t)$,

$$\frac{\partial^2 p}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial^2 y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial^2 z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t^2} = f(x, y, z, t) \quad (C.19)$$

$$L(v, p) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial^2 y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial^2 z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t^2} \quad (C.20)$$

$$L(v, p) = f \quad (C.21)$$

Considerando que o lado direito desta última equação não depende dos campos de pressão e velocidade,

$$dL = \nabla_v L \delta v + \nabla_p L \delta p = 0 \quad (C.22)$$

onde as derivadas de L nas direções δv e δp são dadas pelas expressões

$$\nabla_v L \delta v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{L(v + \varepsilon \delta v, p) - L(v, p)}{\varepsilon} \quad (C.23)$$

e

$$\nabla_p L = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{L(v, p + \varepsilon \delta p) - L(v, p)}{\varepsilon}. \quad (C.24)$$

Agora multiplicando a Equação C.22 pelo campo $p^\dagger$, que será definido ao longo do desenvolvimento, temos

$$p^\dagger \nabla_\nu L \delta \nu + p^\dagger \nabla_p L \delta p = 0, \quad (\text{C.25})$$

o que implica na identidade

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_\nu L \delta \nu dt dV + \int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_p L \delta p dt dV = 0. \quad (\text{C.26})$$

Esta última adicionada a Equação C.15 chega-se a

$$\begin{aligned} \nabla_\nu E(\nu) \delta \nu = \nabla_p E(p) \delta_\nu p = & - \int_0^T \int_V \left[\sum_{k=ind1}^{k=ind2} (d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t)) \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \right] \delta_\nu p dt dV \\ & + \int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_\nu L \delta \nu dt dV + \int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_p L \delta p dt dV \end{aligned} \quad (\text{C.27})$$

Agora com o objetivo de eliminar a dependência com $\delta_\nu p$ vamos introduzir o operador L (Expressão C.20) no terceiro termo da equação acima, ou seja,

$$L(p, \nu) = \frac{\partial^2 p}{\partial^2 x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial^2 y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial^2 z^2} - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t^2} = \nabla^2 p - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t^2} \quad (\text{C.28})$$

$$\nabla_p L \delta p = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left(\nabla^2 (p + \varepsilon \delta p) - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 (p + \varepsilon \delta p)}{\partial^2 t^2} - \nabla^2 p + \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t^2} \right) \quad (\text{C.29})$$

$$\nabla_p L \delta p = \nabla^2 \delta p - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial^2 t^2}. \quad (\text{C.30})$$

Portanto,

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_p L \delta p dt dV = \int_0^T \int_V p^\dagger \left(\nabla^2 - \frac{1}{\nu^2} \frac{\partial^2}{\partial^2 t^2} \right) \delta p dt dV = \int_0^T \int_V p^\dagger (L \delta p) dt dV. \quad (\text{C.31})$$

Assim sendo, para eliminar a dependência do gradiente com δp é necessário encontrar o operador adjunto $L^\dagger$, tal que

$$\int_0^T \int_V p^\dagger (L \delta p) dt dV = \int_0^T \int_V L^\dagger (p^\dagger) \delta p dt dV. \quad (\text{C.32})$$

Como

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_p L \delta p dt dV = \int_0^T \int_V p^\dagger \nabla^2 \delta p dt dV - \int_0^T \int_V p^\dagger \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} dt dV, \quad (\text{C.33})$$

então será encontrado os operadores adjuntos para as duas integrais acima.

Utilizando a identidade

$$\nabla \cdot (a \vec{b}) = \nabla a \cdot \vec{b} + a \nabla \cdot \vec{b} \quad (\text{C.34})$$

tem-se

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla \cdot \nabla \delta p dt dV = \int_0^T \int_V \nabla \cdot (p^\dagger \delta p) dt dV - \int_0^T \int_V (\nabla p^\dagger \cdot \nabla \delta p) dt dV \quad (\text{C.35})$$

Usando teorema de Gauss

$$\left(\int_V \nabla \cdot \vec{E} dV = \oint_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS \right) \quad (\text{C.36})$$

tem-se

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla \cdot \nabla \delta p dt dV = \int_0^T \oint_S (p^\dagger \delta p) \cdot \hat{n} dt dS - \int_0^T \int_V (\nabla p^\dagger \cdot \nabla \delta p) dt dV, \quad (\text{C.37})$$

e assumindo que

$$p^\dagger = 0 \quad (\text{C.38})$$

chega-se a

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla \cdot \nabla \delta p dt dV = - \int_0^T \int_V (\nabla p^\dagger \cdot \nabla \delta p) dt dV. \quad (\text{C.39})$$

Definindo o campo vetorial

$$\vec{a} \stackrel{\text{def}}{=} \nabla p^\dagger, \quad (\text{C.40})$$

utilizando a identidade vetorial e o teorema de Gauss, obtém-se

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla \cdot \nabla \delta p dt dV = - \int_0^T \oint_S (\delta p \nabla p^\dagger \cdot \hat{n} dt dS) + \int_0^T \int_V \delta p \nabla \cdot \nabla p^\dagger dt dV. \quad (\text{C.41})$$

Supondo $\nabla p^\dagger \cdot \hat{n} = 0$ ao longo da superfície S , ou seja a derivada normal à superfície

que engloba o volume V igual a zero, $\frac{\partial p^\dagger}{\partial \hat{n}} = 0$, obtém-se

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla^2 \delta p dt dV = \int_0^T \int_V \delta p \nabla^2 p^\dagger dt dV. \quad (C.42)$$

Com relação ao segundo termo do lado direito da expressão C.33

$$\int_0^T \int_V \frac{1}{v^2} p^\dagger \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} dt dV, \quad (C.43)$$

aplicando duas vezes a propriedade de derivada do produto de duas funções, chega-se a

$$\int_0^T p^\dagger \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} dt = (p^\dagger \frac{\partial \delta p}{\partial t})_0^T - (\frac{\partial p^\dagger}{\partial t} \delta p)_0^T + \int_0^T \frac{\partial^2 p^\dagger}{\partial t^2} \delta p dt. \quad (C.44)$$

Assumindo condições finais para o campo $p^\dagger$, ou seja,

$$p^\dagger(\vec{r}, t) = \frac{\partial p^\dagger}{\partial t}(\vec{r}, T) = 0, \quad (C.45)$$

chega-se a

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \delta p}{\partial t^2} dt dV = \int_0^T \int_V \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p^\dagger}{\partial t^2} \delta p dt dV. \quad (C.46)$$

Substituindo C.42 e C.46 na Expressão C.33, chega-se finalmente a

$$\int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_p L \delta p dt dV = \int_0^T \int_V (\nabla^2 p^\dagger - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p^\dagger}{\partial t^2}) \delta p dt dV, \quad (C.47)$$

onde

$$L^\dagger = \nabla^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} = L. \quad (C.48)$$

Portanto conclui-se que L é um operador auto-adjunto.

Substituindo esta última expressão C.47 na fórmula do gradiente (C.27) chega-se a

$$\begin{aligned} \nabla_v E(v) \delta v = & \int_0^T \int_V \left[- \sum_{k=ind1}^{k=ind2} (d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t)) \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) + \nabla^2 p^\dagger - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p^\dagger}{\partial t^2} \right] \delta_v p dt dV \\ & + \int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_v L \delta v dt dV. \end{aligned} \quad (C.49)$$

Se o campo $p^\dagger$ obedecer a equação da onda com as Condições Finais $p^\dagger(\vec{r}, T) = \frac{\partial p^\dagger}{\partial t}(\vec{r}, T) = 0$ e de Contorno $p^\dagger = \nabla p^\dagger \cdot \hat{n} = 0$ ao longo de S , com o termo fonte dado pelo somatório das diferenças entre os dados observados e calculados nas posições

dos receptores, ou seja,

$$\nabla^2 p^\dagger - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p^\dagger}{\partial t^2} = \sum_{k=ind1}^{k=ind2} (d(\vec{r}, t) - p(\vec{r}, t)) \delta(\vec{r} - \vec{r}_k). \quad (C.50)$$

A derivada do Funcional Objetivo $E(v)$ na direção δv é dada por:

$$\nabla_v E(v) \delta v = \int_0^T \int_V p^\dagger \nabla_v L \delta v dt dV. \quad (C.51)$$

Agora calculando a derivada de L na direção δv , ou seja,

$$\nabla_v L \delta v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left(\nabla^2 p - \frac{1}{(v + \varepsilon \delta v)^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \right) \quad (C.52)$$

$$\nabla_v L \delta v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \left(\frac{1}{v^2} - \frac{1}{(v + \varepsilon \delta v)^2} \right) \right] \quad (C.53)$$

ou

$$\nabla_v L \delta v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \left(\frac{(v + \varepsilon \delta v)^2 - v^2}{v^2(v + \varepsilon \delta v)^2} \right) \right], \quad (C.54)$$

ou

$$\nabla_v L \delta v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \left(\frac{v^2 + \varepsilon 2v \delta v + \varepsilon^2 \delta v^2 - v^2}{v^2(v^2 + \varepsilon 2v \delta v + \varepsilon^2 \delta v^2)} \right) \right] \quad (C.55)$$

ou

$$\nabla_v L \delta v = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \frac{2 \delta v}{v^3}. \quad (C.56)$$

Finalmente substituindo esta última equação na C.51, chega-se a

$$\nabla_v E(v) \delta v = \int_0^T \int_V p^\dagger \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \frac{2}{v^3} \delta v dt dV. \quad (C.57)$$

C.0.9 Discretização

Na seção anterior foi obtida a expressão para a derivada de E em relação a função velocidade $v(\vec{r})$. Para computar a derivada da Função Objetivo em relação aos coeficientes que definem a função velocidade em uma base arbitrária definida por M funções $B_i(\vec{r})$, ou seja, $v(\vec{r}) = \sum_{i=1}^M c_i B_i(\vec{r})$, utiliza-se a seguinte expressão

$$\frac{\partial E}{\partial c_k} = \int_V \frac{2}{v^3(\vec{r})} (p^\dagger \otimes \frac{\partial^2 p}{\partial t^2})_{lag0}(\vec{r}) B_k(\vec{r}) dV. \quad (C.58)$$

Utilizando a parametrização tradicional

$$\nu(\vec{r}) = \sum_{i=1}^N \nu_i \delta(\vec{r} - \vec{r}_i), \quad (\text{C.59})$$

chega-se a

$$\frac{\partial E}{\partial \nu_l} = \frac{2}{\nu^3(\vec{r}_l)} (p^\dagger \otimes \frac{\partial^2 p}{\partial t^2})_{lag0}(\vec{r}_l), \quad (\text{C.60})$$

onde conclui-se que o gradiente num ponto do meio é proporcional a correlação no *lag* zero, entre a derivada segunda do campo incidente e o campo adjunto no ponto em questão. Está expressão se assemelha a utilizada na migração sísmica em profundidade, como observado em LAILY, (1983) e TARANTOLA (1984).

Apêndice D

Estimativa do Passo α para o Processo de Otimização

Neste Apêndice será explicado a maneira como o passo α , utilizado no processo de otimização foi estimado.

Inicialmente, em cada iteração do processo de otimização, foi escolhido um valor inicial para o passo α . Porém ao se atualizar o modelo inicial de velocidades, foi realizada em cada iteração uma nova modelagem e análise da nova Função Objetivo (FO). Caso o valor desta nova Função Objetivo fosse menor que a Função Objetivo da iteração imediatamente anterior, o passo α utilizado é aceito, caso contrário (Função Objetivo maior), o passo utilizado é dividido por 2 e analisa-se novamente a Função Objetivo até esta se tornar menor que a da iteração anterior.

Resumidamente, o Algoritmo 8 a seguir apresenta a estratégia utilizada.

Algoritmo 8: Sequência de operações utilizada no processo de estimativa do passo α no processo de otimização.

Entrada: Modelo de velocidades $\mathbf{v}_{it}$ e Função Objetivo da iteração atual.

- 1) Durante o processo de inversão calcula-se o gradiente e utiliza-se o valor do passo inicial
 - 2) Atualiza-se o modelo inicial de velocidades
 - 3) Realiza-se uma nova modelagem com o modelo atualizado e analisa-se a FO
 - 1) Caso a FO tenha diminuído, aceita-se este passo e continua o processo iterativo
 - 2) Caso a FO aumente, divide o passo pela metade e vá para a etapa 2
 - 4) repita o processo até o fim da otimização.
-