

ESTUDO DA LEVITAÇÃO MAGNÉTICA E DETERMINAÇÃO DA CORRENTE
CRÍTICA DE BLOCOS SUPERCONDUTORES DE ALTA T_c PELO MÉTODO DOS
ELEMENTOS FINITOS

Giancarlo Cordeiro da Costa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS
PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS
EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Luiz Landau, D.Sc.

Prof. José Luis Drummond Alves, D.Sc.

Prof. Roberto Nicolsky, D.Sc.

Prof. Luis Guilherme Barbosa Rolim, Dr. – Ing.

Prof. Edson de Pinho da Silva, D.Sc.

Prof. José Flávio Feiteira, D.Sc.

Prof. Adir Moysés Luiz, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2005

COSTA, GIANCARLO DA COSTA

Estudo da Levitação Magnética e Determinação da Corrente Crítica de blocos Supercondutores de Alta Tc pelo Método dos Elementos Finitos [Rio de Janeiro] 2005

XXII, 128 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Civil, 2005)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Supercondutividade
2. Método dos Elementos Finitos
3. Simulação Computacional

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ESTUDO DA LEVITAÇÃO MAGNÉTICA E DETERMINAÇÃO DA CORRENTE CRÍTICA DE BLOCOS SUPERCONDUTORES DE ALTA T_c PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Giancarlo cordeiro da Costa

Junho/2005

Orientadores: Luiz Landau

José Luis Drummond Alves

Roberto Nicolsky

Programa: Engenharia Civil

O objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia para a formulação de problemas eletromagnéticos envolvendo materiais supercondutores, para o estado Meissner total e parcial, utilizando Métodos dos Elementos Finitos (MEF). Os cálculos foram realizados, partindo com base no modelo de Bean, onde houve uma ótima concordância para o processo ZFC (*Zero Field Cooling*), o que permitiu a construção de mancais magnéticos supercondutores no LASUP. Para o processo FC (*Field Cooling*), buscou se levar em consideração o aprisionamento do campo pelo supercondutor, pela proposta de fixação do potencial vetor na fronteira da região do supercondutor.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

STUDY OF THE MAGNETIC LEVITATION AND DETERMINATION OF THE
CRITICAL CURRENT OF BLOCKS SUPERCONDUCTORS OF HIGH T_c FOR THE
FINITE ELEMENT METHOD

Giancarlo Cordeiro da Costa

June/2005

Advisors: Luiz Landau

José Luis Drummond Alves

Roberto Nicolsky

Department: Civil Engineering

The objective of this work is to present a methodology for the formulation of electromagnetic problems involving materials superconductors, for the state total and partial Meissner, using Method of the Finite Element (FEM). The calculations were accomplished, leaving with base in the model of Bean, where there was a great agreement for the process ZFC (Zero Field Cooling), what allowed the construction of you limp magnetic superconductors in LASUP. For the process FC (Field Cooling), it looked for if it takes in consideration the imprisonment of the field for the superconductor, for the proposal of fixation of the vector potential in the border of the area of the superconductor.

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Repulsão ente magnetos permanentes de mesmo pólo.....	5
Figura 1.2 – Diagrama de um levitador com magnetos permanentes.....	6
Figura 1.3 – Diagrama da levitação eletromagnética.....	7
Figura 1.4 – Demonstração da levitação magnética. Kit desenvolvido pelo LASUP....	7
Figura 1.5 – Veículo de transporte utilizando a levitação eletromagnética.	8
Figura 1.6 – Trem Transrapid.....	8
Figura 1.7 – Comportamento da força magnética na levitação eletrodinâmica.....	9
Figura 1.8 – Bobinas no trilho.....	10
Figura 1.9 – Maglev Japonês. a) MLX01 b)MLX01-901.....	10
Figura 2.1 – Comportamento de um supercondutor em função da temperatura.....	13
Figura 2.2 – Aplicações tecnológicas da supercondutividade.....	14
Figura 2.3 – Efeito diamagnético no supercondutor.....	16
Figura 2.4 – Diferença do comportamento entre um Condutor Perfeito e um Supercondutor.....	17
Figura 2.5 – Comparação entre o Supercondutor do Tipo I e Tipo II.....	27
Figura 2.6 – Comportamento da rede cristalina na amostra supercondutora.....	28
Figura 3.1 – Vórtice aprisionado numa impureza.....	31
Figura 3.2 – Processo de magnetização ZFC sob campo crescente, no modelo de Bean.....	33
Figura 3.3 – Processo de magnetização ZFC sob campo decrescente, no modelo de Bean.....	34
Figura 3.4 – Processo de magnetização FC no modelo de Bean.	34
Figura 4.1 – Domínio de estudo.....	38
Figura 4.2 – Elemento Genérico.....	41
Figura 4.3 – Parte das regiões de controle interna ao elemento.....	43
Figura 5.1 – Curva B(H) construída com o modelo de Bean para uma amostra de YBaCuO.....	50

Figura 5.2 – Gráfico da força supercondutora entre experiência e cálculo por MEF no processo ZFC.....	51
Figura 5.3 – Gráfico da força supercondutora entre experiência e cálculo por MEF no processo ZFC para o estado Meissner Total.....	51
Figura 5.4 – Distribuição das linhas de campo na interação entre o ímã e a amostra supercondutora no estado misto (Estado Meissner Parcial).....	52
Figura 5.5 – Distribuição das linhas de campo na interação entre o ímã e a amostra supercondutora no estado Meissner Total.....	52
Figura 5.6 – Curva B(H) para o caso de densidade de corrente crítica decaindo exponencialmente com o campo aplicado.....	55
Figura 5.7 – Força de levitação supercondutora, por MEF, para o caso de densidade de corrente crítica decaindo exponencialmente com o campo aplicado....	56
Figura 5.8 – Comparação entre cálculo numérico e experiência no processo FC para esfriamento a 3,0 mm.....	60
Figura 5.9 – Configuração das linhas de campo no supercondutor após o resfriamento.....	61
Figura 5.10 – Fluxo aprisionado na amostra supercondutora.....	62
Figura 5.11 – Perfil do campo aprisionado na face superior da amostra supercondutora.....	63
Figura 5.12 – Perfil do campo aprisionado na face inferior da amostra supercondutora.....	63
Figura 5.13 – Distribuição das linhas de campo quando o supercondutor e deslocado	64
Figura 5.14 – Distribuição do fluxo no instante do resfriamento.....	65
Figura 5.15 – Fluxo aprisionado na amostra supercondutora quando deslocada da posição de equilíbrio.....	65
Figura 5.16 – Fluxo aprisionado na amostra supercondutora.....	66
Figura 6.1 – Gráfico da Curva B×H do NdFeB.....	68
Figura 6.2 – Gráfico da Curva B×H do aço 1010.....	69
Figura 6.3 – Gráfico da Curva B×H do aço 1020.....	70
Figura 6.4 – Medidas experimentais do campo magnético na superfície do trilho.....	70
Figura 6.5 – Comportamento do campo magnético da Ferrita e do NdFeB.....	71

Figura 6.6 – Comparação do campo magnético entre as medidas experimentais e o MEF.....	71
Figura 6.7 – Comportamento do campo magnético do trilho de NdFeB.....	72
Figura 6.8 – Comparação da força supercondutora dos mancais lineares de Ferrita e NdFeB.....	73
Figura 6.9 – Comportamento da força supercondutora com o aumento do tamanho da geometria.....	74
Figura 6.10 – Comparação da força supercondutora dos mancais lineares com ferrita e NdFeB com variações da geometria.....	74
Figura 6.11 – Saturação da força supercondutora com variações da geometria com o trilho de ferrita e NdFeB.....	75
Figura 6.12 – Variação da geometria original.....	76
Figura 6.13 – Variação da geometria original.....	76
Figura 6.14 – Comportamento do fluxo magnético para a figura 6.12.....	77
Figura 6.15 – Comportamento do fluxo magnético para a figura 6.13.....	77
Figura 6.16 – Variação da geometria original.....	78
Figura 6.17 – Comportamento do fluxo magnético para a figura 6.16.....	78
Figura 6.18 – Variação da geometria original.....	79
Figura 6.19 – Arranjo Halbabch.....	80
Figura 6.20 – Exemplo de uma simulação com o arranjo Halbach para o trilho de NdFeB.....	80
Figura 6.21 – Comportamento da força supercondutora para o arranjo Halbach para o trilho de ferrita.....	81
Figura 6.22 – Comparação da força supercondutora de levitação para o arranjo Halbach para a ferrita e o NdFeB.....	82
Figura 6.23 – Linhas do campo magnético do trilho de NdFeB.....	83
Figura 6.24 – Exemplo de malha utilizada nas simulações para o processo FC.....	84
Figura 6.25 – Exemplo de malha utilizada nas simulações para o processo FC.....	84
Figura 6.26 – Comportamento do supercondutor no processo FC para o trilho de NdFeB.....	85

Figura 6.27 – Mapa de cores do supercondutor no processo Fc para o trilho de NdFeB.....	85
Figura 6.28 – Perfil do campo magnético do supercondutor quando resfriado na presença do trilho de NdFeB.....	86
Figura 6.29 – Comportamento da força supercondutora quando resfriado na presença do trilho de NdFeB.....	86
Figura 6.30 – Comportamento do fluxo magnético quando retirado de sua posição original.....	87
Figura 6.31 – Estimativa da constante elástica no FC para o supercondutor quando resfriado no trilho de NdFeB.....	88
Figura 7.1 – Fluxograma da determinação numérica de J_c	91
Figura 7.2 – Curva B(H) que melhor se ajusta aos resultados das medições de força de levitação, para amostras supercondutoras cilíndricas de mesmas dimensões.....	93
Figura 7.3 – Simulação da interação entre o magneto de SmCo e a amostra de supercondutoras.....	94
Figura 7.4 – Forças de interação (“levitação”), medidas e simuladas, como funções da separação (“gap”) entre MP e o Supercondutor.....	94
Figura 7.5 – Mapeamento 2D do campo magnético aprisionado de todas as amostras (B em kG).....	95
Figura 7.6 – Detalhes da curva de força de interação entre o magneto e a amostra (medida e simulada), escalas logarítmicas.....	96
Figura A.1 – Corte transversal do protótipo trilho-veículo utilizando Ferrita.....	99
Figura A.2 – Protótipo trilho-veículo utilizando Ferrita.....	99
Figura A.3 – Dimensões do trilho de Ferrita (mm).....	100
Figura A.4 – Dimensões do trilho-veículo utilizando NdFeB.....	101
Figura A.5 – Protótipo do trilho-veículo utilizando NdFeB	102
Figura B.1 - Placa Supercondutora.....	103
Figura B.2 - Comprimento de Penetração.....	105
Figura C.1 - Domínio em Estudo.....	106
Figura C.2 - Elemento 4.....	108

Índice

Lista de Figuras	v
Índice	ix
Introdução	1
1 - Tipos de Levitação magnética e suas Aplicações	5
1.1 – Introdução.....	5
1.2 – Repulsão entre ímãs permanentes.....	5
1.3 – Levitação Eletromagnética.....	6
1.4 – Levitação Eletrodinâmica.....	9
1.5 – Levitação ou Sustentação de um supercondutor devido à expulsão total ou parcial do fluxo magnético (SQL).....	11
2 - Conceitos de Supercondutividade	13
2.1 – Histórico.....	13
2.2 – Efeito <i>Meissner</i>	16
2.3 – Teoria de <i>London</i> e Profundidade de Penetração.....	17
2.4 – Teoria de <i>Ginzburg - Landau</i>	20
2.5 – Comprimento de Coerência.....	22
2.6 – Tipos de Supercondutores.....	26
2.7 – Teoria de BCS.....	27
3 – Magnetização de Supercondutores	30
3.1 – Introdução.....	30
3.2 – Modelo de Bean.....	32
3.3 – Supercondutor como Imã.....	34
4 – Métodos dos Elementos Finitos Aplicado ao Eletromagnetismo ..	37
4.1 – Histórico.....	37

4.2 – Descrição do Método dos Elementos Finitos.....	38
4.3 – Método dos Elementos Finitos Aplicado à Magnetostática.....	39
4.4 – Geração da Matriz Global.....	45
4.5 – Introdução das Condições de Contorno.....	46
5 – Modelos Desenvolvidos para a Simulação Computacional de Supercondutores de Alta Temperatura Crítica com MEF.....	47
5.1 – Introdução.....	47
5.2 – Cálculo por Elementos Finitos da Força de Interação entre uma Amostra Cerâmica Supercondutora e um Magneto Permanente.....	47
5.3 – Cálculo da Força de Interação entre uma Amostra Supercondutora com J_c dependente do Campo Aplicado.....	53
5.4 – Cálculo das Forças de Interação entre uma Amostra Supercondutora Resfriado em Presença de um Campo Aplicado.....	57
5.5 – Cálculo de Forças de Interação utilizando Diamagnetismo Perfeito e Fixação de Valores do Potencial Vetor Magnético.....	59
6 – Aplicação de Modelos para a Simulação de Mancais Magneto – Supercondutores.....	67
6.1 – Introdução.....	67
6.2 – Representação do Campo Magnético no MEF.....	67
6.3 – Comparação da Força Supercondutora dos Mancais Lineares de Ferrita e NdFeB.....	72
6.4 – Comparações entre Diferentes Geometrias.....	75
6.5 – Arranjo <i>Halbach</i>	79
6.6 – Simulações dos Trilhos para o processo <i>Field Cooling</i>	82
7 – Proposição de Método de Estimativa Não-Destrutiva da Corrente Crítica de Amostras Cerâmicas.....	89
7.1 – Metodologia Utilizada.....	90
8 – Conclusões.....	97

Anexo A	99
Anexo B	103
Anexo C	106
Referências Bibliográficas	111

Introdução

A levitação de um magneto sobre um supercondutor tornou-se uma das imagens mais fortemente associadas à supercondutividade, sobretudo após a descoberta, em 1986, dos supercondutores de alta temperatura crítica. Com esta descoberta o interesse pelas aplicações da supercondutividade foi reacendido, dando novo impulso a várias linhas de pesquisa aplicadas em propriedades eletromagnéticas. Dentro destas linhas de pesquisas podem-se destacar armazenadores de energia (*Flywheel*), tomógrafos, cabos de transmissão, motores e meios de transportes que é objeto deste trabalho. Entretanto, algumas destas aplicações ainda estão em fase de protótipos.

Muitos dos trabalhos realizados tratam os supercondutores de forma experimental, como medidas de corrente, mapeamento do campo magnético (\mathbf{B}) ou medidas da densidade de corrente crítica. Isto é decorrente da dificuldade da construção de amostras supercondutoras em grandes escalas, acarretando uma não homogeneidade da amostra. Pode-se citar o seguinte trabalho nesta linha [1]. Devido à dificuldade de homogeneização do campo magnético produzido pela amostra, faz-se necessário a utilização de simulações computacionais, para as aplicações tecnológicas citadas acima. As simulações objetivam a criar protótipos virtuais para que se possa conhecer em um tempo menor a melhor configuração do mancal (geometria) a ser desenvolvido. Com isso, busca-se reduzir o gasto financeiro bem com o tempo de implementação do mesmo. Existem poucos trabalhos realizados neste sentido, entre os quais pode-se citar os seguintes trabalhos [2-4].

A vantagem do uso dos mancais magnéticos supercondutores é a eliminação do atrito de sustentação, pois não há contato mecânico entre as partes, o que permite maiores velocidades.

As simulações computacionais envolvendo o eletromagnetismo são desenvolvidas pelo grupo do Laboratório de Magnetismo (LMAG) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo [5], GRUCAD (Grupo de Concepção e Análise de Dispositivos Eletromagnéticos) da Universidade Federal de Santa Catarina [6] e o Laboratório de Aplicações de Supercondutores (LASUP) da Universidade Federal do Rio de Janeiro [7] desenvolve a inserção de materiais supercondutores nesses sistemas. Como exemplo desenvolve-se um protótipo de um armazenador de energia, um trem de levitação supercondutora e simulações computacionais.

Este trabalho apresenta técnicas para a solução de problemas numéricos (via Método dos Elementos Finitos - MEF) eletromagnéticos que envolvam materiais supercondutores. De forma específica esta pesquisa é parte integrante dos projetos LEVMAG [8] (Levitação Magnética) e TRACLEV I e II (Tração Linear e Levitação Magnética), desenvolvidos em parceria pela COPPE e a Escola Politécnica, visando desenvolvimento de um protótipo trilho – veículo levantado magneticamente empregando circuitos magnéticos e supercondutores texturizados.

Foi possível com os resultados do presente trabalho, determinar a melhor configuração do circuito magnético que compõe o trilho citado, de tal forma que a densidade de fluxo magnético (\mathbf{B}) e seu gradiente ($\nabla\mathbf{B}$) maximizassem a força de levitação dos supercondutores.

Para tanto foi tratado o estado *Meissner* Total (exclusão total do fluxo magnético do interior de uma amostra supercondutora) bem como o estado Misto (estado *Meissner* Parcial, em que há exclusão parcial do fluxo magnético do interior da amostra supercondutora).

A motivação desta pesquisa advém do fato de o MEF ser uma ferramenta largamente utilizada na área de Engenharia, para a simulação de máquinas elétricas, motores, além de mancais magnéticos, contudo, softwares disponíveis para esta finalidade, trabalham com as Equações de Maxwell, o que impossibilita que um material supercondutor seja tratado corretamente, pois o seu comportamento não está previsto pelo Eletromagnetismo Clássico.

Existem ainda outros problemas para a representação de tais materiais nesses programas: no estado *Meissner* a permeabilidade do material é nula ($\mu = 0$); o que leva a singularidade no processo do cálculo numérico. O estado Misto é descrito (macroscopicamente) levando em consideração a sua dependência do campo magnético aplicado com a geometria da amostra supercondutora e os processos de resfriamento destes materiais. O estado supercondutor pode ser obtido resfriando esse material utilizando dois processos distintos. No processo ZFC (*Zero Field Cooling*), o material supercondutor é resfriado na ausência de um campo magnético aplicado (\mathbf{H}); e no processo FC (*Field Cooling*) o material supercondutor é resfriado na presença de um campo magnético aplicado. Tendo - se em conta estes fatos, buscou - se uma formulação para a resposta magnética de materiais supercondutores de maneira tal que fossem representadas de forma análoga a um material convencional em programas cuja solução envolva o MEF.

Para o caso de um supercondutor, no estado *Meissner* Total, ou seja, para a permeabilidade com valor nulo, a solução encontrada foi tratar a mesma (μ) como um material linear, e com um valor bem pequeno. No caso presente deste trabalho foi utilizado o valor $\mu = 10^{-6}$, representando um zero numérico. Para o estado *Meissner Parcial*, foram construídos modelos para que levasse em consideração o aprisionamento do campo magnético no interior da amostra supercondutora.

Tais modelos foram utilizados para a simulação utilizando o MEF, em mancais cujas geometrias eram compostas de um material supercondutor de forma cilíndrica, bem como o magneto permanente (ímã permanente) de NdFeB (Neodímio – Ferro – Boro) e / ou Ferrita, como também em mancais lineares magnéticos formados por ímãs de mesmas propriedades.

Numa primeira etapa foram realizadas simulações com geometrias cilíndricas de supercondutor e magneto permanente, para comparações com medidas experimentais realizadas no LASUP (Laboratório de Aplicações em Supercondutores) do DEE (Departamento de Engenharia Elétrica) da UFRJ (Universidade Federal do Rio de Janeiro). Isto foi ocasionado pelo simples fato de que o aparelho de medida de força

supercondutora, não ter capacidade de fazer medidas em geometrias de maiores tamanhos, como é o caso dos trilhos de NdFeB e de Ferrita (ímã permanente).

O capítulo 7 deste trabalho merece especial atenção, pois descreve uma metodologia para a estimativa da corrente crítica (J_c), uma das dificuldades apresentadas para a simulação de materiais supercondutores. A metodologia apresentada leva em consideração a não destruição da amostra supercondutora, fato este de grande interesse para o desenvolvimento de amostras supercondutoras.

Alguns dos modelos apresentados neste trabalho foram também utilizados nas simulações do protótipo trilho – veículo (Anexo A), do trem de levitação utilizando materiais supercondutores, proposto pelo LASUP. Os modelos utilizados nas simulações para os trilhos foram: a Ferrita como ímã permanente, utilizada no primeiro protótipo, bem com o NdFeB, que é ímã permanente utilizado no trilho para o segundo protótipo.

Diversas modificações na geometria dos trilhos foram realizadas e também simuladas, para que se estabelecesse a melhor configuração do campo magnético, bem como a melhor relação força \times distância, entre o trilho e a amostra supercondutora.

Os resultados obtidos foram um sucesso, permitindo a construção do protótipo, que está em fase operacional.

Capítulo 1 – *Tipos de Levitação Magnética*

1.1 - Introdução

Uma das aplicações práticas dos materiais supercondutores é o efeito da levitação magnética [9]. Neste capítulo serão apresentados alguns dos principais tipos de levitação magnética, bem como, algumas das principais aplicações na área de Engenharia, em especial os tipos de levitação que são utilizados nos meios de transportes atualmente [10].

1.2 - Repulsão entre ímãs permanentes

Este fenômeno ocorre entre ímãs permanentes devido à repulsão de pólos [11] de mesma natureza (figura 1.1), gerando assim a levitação. Neste sistema, torna-se necessário a utilização de vínculos mecânicos para que impeça o giro do sistema (figura 1.2), cuja instabilidade é conhecida como Teorema de Earnshaw [12]. Com a introdução de vínculos mecânicos, há uma recuperação de parte do atrito que foi eliminado pela levitação.

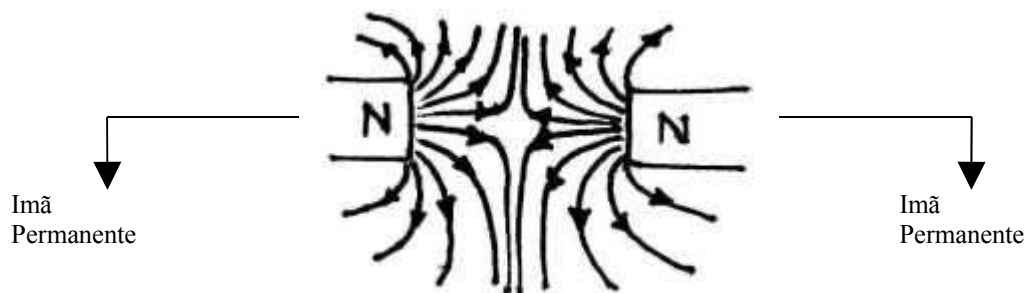


Figura 1.1 – Repulsão entre ímãs permanentes de mesmo pólo.

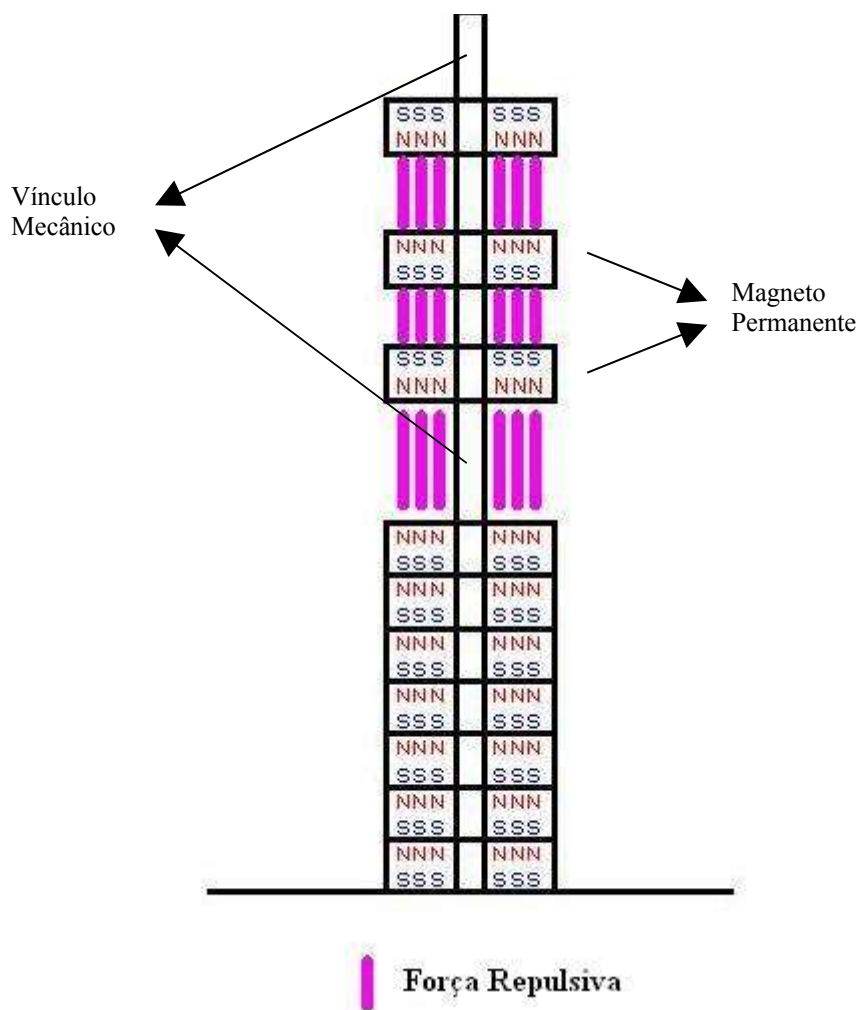


Figura 1.2 – Diagrama de um levitador com ímãs permanentes.

1.3 - Levitação Eletromagnética

Também denominada de levitação por atração, a levitação eletromagnética ou EML (*Eletromagnetic Levitation*) [9-10], é aquela em que um corpo ferromagnético é mantido suspenso pela força atrativa de um eletroímã. Na figura 1.3 é apresentado o diagrama de uma esfera levitando sob a ação de um campo magnético. Nesta esfera atuam a força peso e a força magnética, resultante da atração da esfera pelo eletroímã em função da distância entre a esfera e o eletroímã e da corrente que circula na bobina. Este equilíbrio é instável uma vez que qualquer variação mínima que seja na corrente ou na distância causará a queda ou atração da esfera.

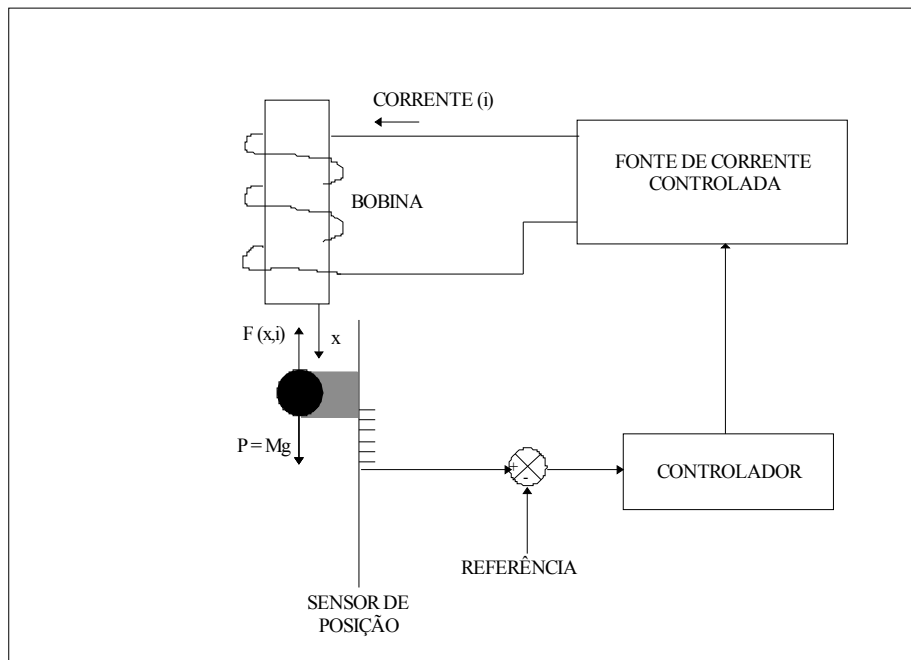


Figura 1.3 – Diagrama da levitação eletromagnética.

Na figura 1.3 a fonte fornece uma corrente, que alimenta o eletroímã gerando assim um campo magnético. Esse campo atrai a esfera (figura 1.4) [13] que fica em equilíbrio em uma posição pré - determinada. Qualquer afastamento do equilíbrio causará a queda ou a atração da esfera para a bobina. Logo, sem a realimentação não é possível obter a levitação. O processo EML é dependente da eficiência do sistema de sensores, do *gap* e do controle da corrente do eletroímã. Portanto para que esse sistema de levitação possa ser utilizado é necessário ter todo um aparato para que possa manter o sistema estável.

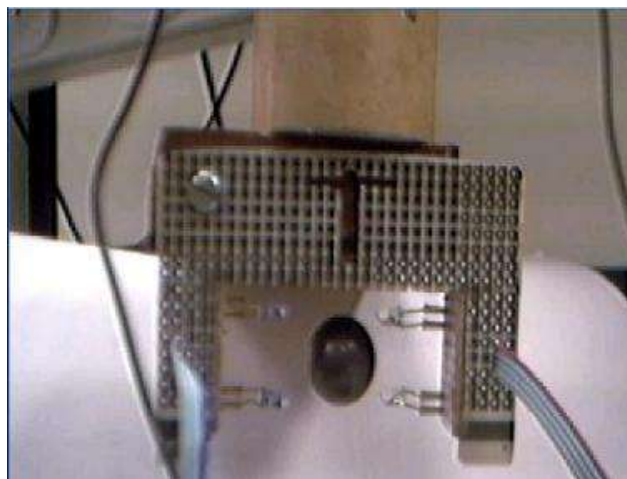
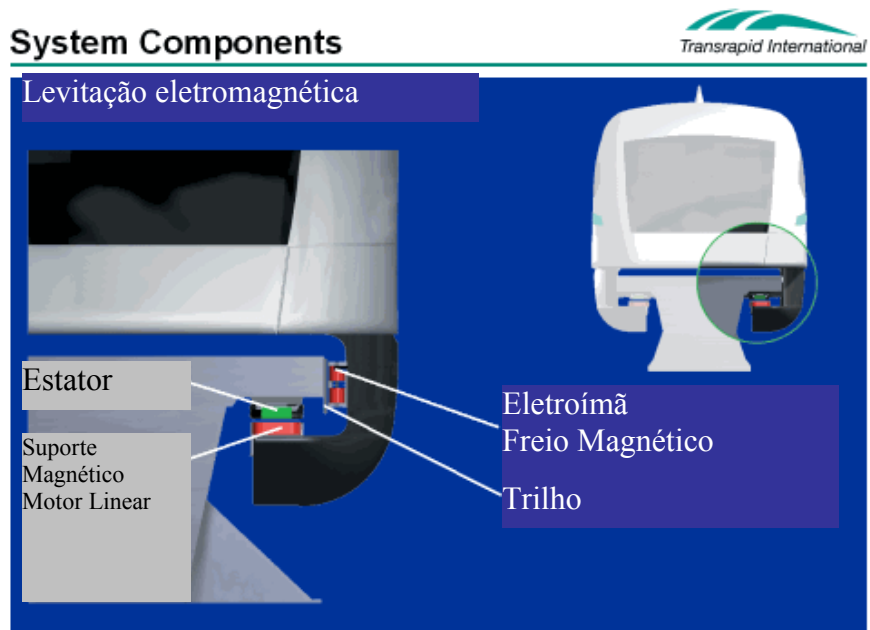


Figura 1.4 – Demonstração da levitação magnética. Kit desenvolvido pelo LASUP.

A figura 1.5 ilustra o uso da levitação eletromagnética em um veículo de transporte e a figura 1.6 apresenta o trem *Transrapid*, que vem a ser um projeto desenvolvido pela *Transrapid International S. A.* [14], na Alemanha, que utiliza este processo para a sua levitação.



**Figura 1.5 – Veículo de transporte utilizando a levitação eletromagnética.
Figura modificada de [14].**



Figura 1.6 – Trem Transrapid.

Este trem, *Transrapid*, é o primeiro trem que se utiliza a levitação eletromagnética, comercializado no mundo. A sua versão comercial foi inaugurada em dezembro de 2002, na China, para percorrer o trajeto entre o aeroporto de *Pudong* e *Shangai*. Veículos utilizando este tipo de levitação [15] alcançam uma velocidade de até 430 Km/h.

1.4 - Levitação Eletrodinâmica

A levitação eletrodinâmica (EDL – *Eletrodinamic Levitation*) ou levitação por repulsão [9-10] emprega um condutor na presença de um fluxo magnético variável, criando assim uma corrente elétrica induzida no condutor. Com isso, pela Lei de Faraday – Lenz [16-17], a corrente deverá possuir sentido contrário ao sentido da bobina indutora. Como estas correntes estão em sentidos contrários ocorrerá uma repulsão entre a bobina indutora e o condutor. A repulsão EDL é baseada neste fenômeno.

Neste sistema, a força de levitação é crescente com a sua velocidade, atingindo uma saturação para altas velocidades (figura 1.7). Assim como ocorre com a força de levitação, a força de arraste aparece em virtude do deslocamento da fonte de campo [16-17].

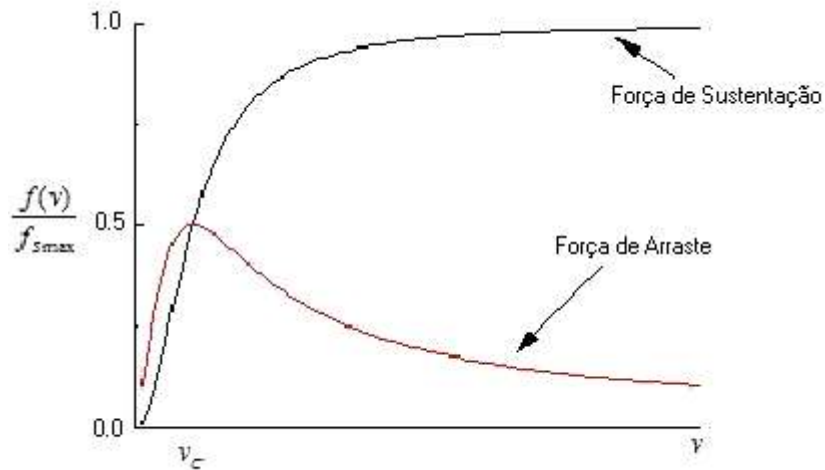
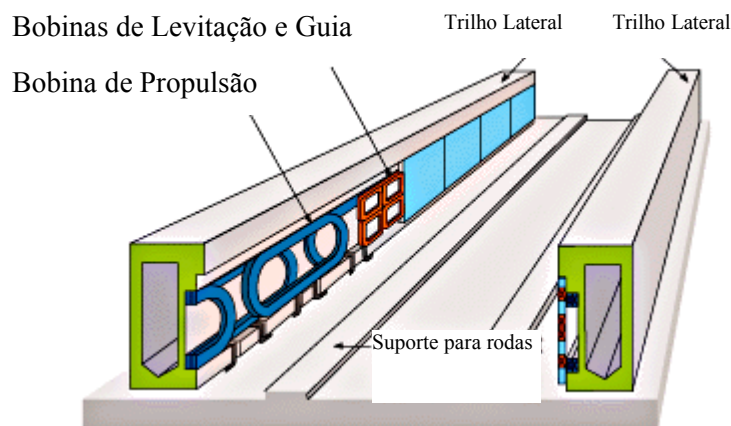


Figura 1.7 - Comportamento da força magnética na levitação eletrodinâmica

Em um sistema de transporte que se utilize a EDL, as bobinas existentes no trilho (figura 1.8) e no trem geram fortes campos magnéticos, podendo o trilho ser de alumínio ou outro metal. Na figura (1.9) é apresentado o trem do projeto Japonês utilizando a levitação EDL.



**Figura 1.8 – Bobinas no trilho.
Figura modificada de [18].**

Este tipo de levitação é utilizado no projeto japonês, desenvolvido pela *Japanese Railways* [18], cujo protótipo, em escala real, tem uma extensão de 18 km. Até a presente conclusão deste trabalho, o trem japonês é o detentor da fita azul, prêmio dado ao trem que atinge a maior velocidade que foi estabelecida em 2004 atingindo 581 km/h [19].

a)



b)



Figura 1.9 – Maglev Japonês. a) MLX01 b)MLX01-901

Este tipo de levitação é mais eficaz para velocidades elevadas e como a fonte de campo é móvel e deve ser poderosa, o uso de bobinas supercondutoras é o mais indicado. Mas como os sistemas anteriores, a levitação eletrodinâmica, também necessita de um sistema auxiliar para manter a sua estabilidade.

1.5 - Levitação ou Sustentação de um supercondutor devido à expulsão total ou parcial do fluxo magnético (SQL).

O fenômeno de exclusão total ou parcial do fluxo magnético do interior de um supercondutor [9, 20] será apresentado no capítulo 2. Este fenômeno permite fazer uma analogia com um sistema imã - imã, ou seja, se for usado um sistema imã - supercondutor, a força de repulsão será a mesma que o de um sistema imã - imã de mesma magnitude e dipolos opostos. Esta analogia é válida somente quando o sistema é estático, pois o momento de dipolo do supercondutor é uma função do campo aplicado,

enquanto que o momento associado a um ímã permanente independe dos fatores externos.

O termo SQL (*Superconducting Quantum Levitation*), visa distinguir a levitação obtida por bobinas supercondutoras, que atuam apenas como geradoras de campo magnético, daquelas geradas pela exclusão parcial do fluxo magnético. Este fenômeno não pode ser explicado apenas pelas equações de Maxwell, pois trata-se de um fenômeno quântico. O uso da levitação SQL em trens foi concebido por H. Weh [8-21] e baseia-se em uma nova concepção de trens de levitação, e é este tipo de levitação que está sendo proposto pelo LASUP.

Capítulo 2 – *Conceitos de Supercondutividade*

2.1 - Histórico

Com a realização da liquefação do hélio (4,2K) [20,21-27], em 1908, *Heike Kamerlingh Onnes* pôde realizar medidas experimentais da resistividade nos metais em baixas temperaturas. Em 1911, H. K. Onnes, medindo a resistividade do mercúrio verificou que a mesma cai a zero abruptamente quando a temperatura apresenta-se inferior a um determinado valor, como pode ser visto na figura 2.1.

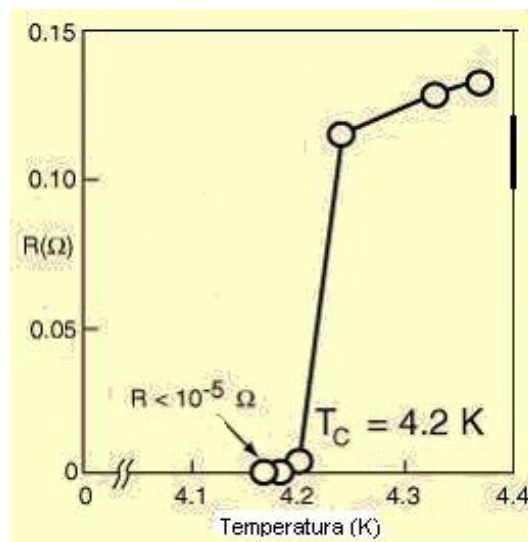


Figura 2.1 – Comportamento de um Supercondutor em função da temperatura.
Figura modificada de [31].

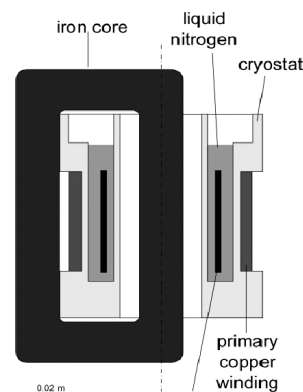
O fenômeno da resistividade nula é chamado de Supercondutividade, e a temperatura, na qual a resistência do metal cai a zero é chamada de Temperatura Crítica (T_c). Tendo em vista isto, uma das primeiras sugestões para aplicação tecnológica, de H. K. Onnes é a construção de eletroímãs mais poderosos utilizando materiais

supercondutores. Entretanto, H. K. Onnes descobre que o estado supercondutor desaparecia ao serem ultrapassados certos valores críticos, além da temperatura crítica, como o campo magnético (\mathbf{H}) e a densidade de corrente (\mathbf{J}) [22-27], desta forma, os parâmetros que caracterizam o estado supercondutor são a temperatura crítica (T_c), o campo magnético crítico (\mathbf{H}_c) e a densidade de corrente crítica (\mathbf{J}_c), que são propriedades intrínsecas de cada material.

Atualmente aplicações tecnológicas que envolvam materiais supercondutores, procuram desenvolver armazenadores de energia (*Flywheel*), limitadores de corrente, cabos de transmissão, tomografia computadorizada, veículos de levitação magnética (trens MAGLEV – *Magnetic Levitation*) entre outras aplicações [27-30]. A figura 2.2 apresenta algumas dessas aplicações tecnológicas que utilizam materiais supercondutores.



a) Armazenador de Energia (*Flywheel*)



b) Limitador de Corrente



c) Cabo de Transmissão



d) Tomografia Computadorizada

Figura 2.2 – Aplicações Tecnológicas da Supercondutividade [31].

A primeira tentativa de entender o fenômeno da supercondutividade foi basear-se nas equações de Maxwell para descrever um condutor ideal:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (2.4)$$

Com as seguintes relações constitutivas:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (2.5)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (2.6)$$

Onde, \mathbf{H} é o vetor de intensidade magnética; \mathbf{B} é o vetor de fluxo magnético; \mathbf{E} é o vetor campo elétrico; \mathbf{J} é vetor densidade de corrente; \mathbf{D} é o vetor da indução elétrica; ρ é a resistividade; ε é a permissividade elétrica e μ é a permeabilidade magnética.

As primeiras tentativas de se explicar à supercondutividade consideram os supercondutores como um condutor ideal, ou seja, como um metal com resistividade nula. Segundo a lei de Ohm,

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{J} \quad (2.7)$$

Como o valor de ρ tende a zero, o que representa a resistividade nula, o campo elétrico dado pela equação (2.4) deve ser nulo. O que implica em $\mathbf{E} = 0$ na equação (2.3) obtendo-se,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad (2.8)$$

Integrando a equação acima, obtém-se:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 = \text{Cte} \quad (2.9)$$

A equação (2.9) mostra que, quando um condutor ideal é submetido a um campo magnético externo, o fluxo penetra no condutor. A constante indicada na equação (2.9) pode ser zero ou então diferente de zero. Para um condutor ideal, a condição de contorno de (2.9) mostra que quando a indução magnética for igual a zero, ela deve permanecer nula e o condutor ideal exclui o fluxo magnético de seu interior.

Agora, supondo que a constante B_0 da equação (2.9) seja diferente de zero, então ela deve permanecer com o mesmo valor quando a temperatura for próxima a $0K$, ou seja, não ocorrerá exclusão de fluxo de interior do condutor ideal.

Conforme pode se observar apenas com as equações de Maxwell não é possível descrever o fenômeno da supercondutividade.

2.2 - Efeito Meissner

Em 1933, *W. Meissner* e *R. Ochsenfeld* [20,22-27] demonstram experimentalmente, que um condutor perfeito não representa as condições de um supercondutor. Assim, descobre-se que o fluxo de campo magnético \mathbf{B} é expulso do interior de um supercondutor, ou seja, o fluxo magnético é nulo em seu interior, comportando-se como se fosse um diamagnético perfeito (figura 2.3).

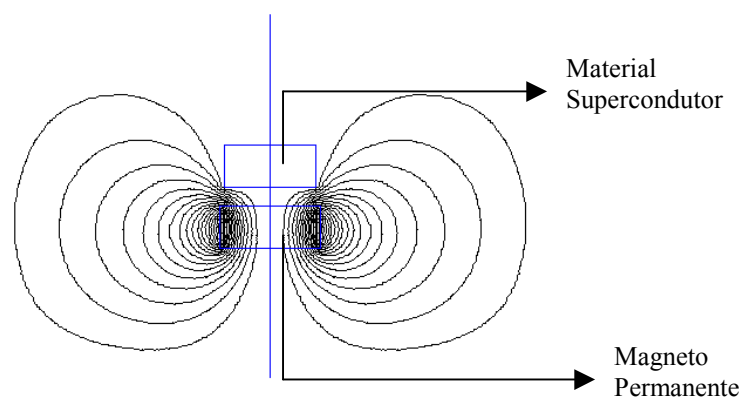


Figura 2.3 – Efeito Diamagnético no Supercondutor

Este efeito diamagnético é conhecido na literatura como Efeito *Meissner*. E é ele que distingue o supercondutor de um condutor perfeito, ou seja, a exclusão total do

campo magnético de seu interior. A figura (2.4) mostra a diferença entre um condutor perfeito e um supercondutor.

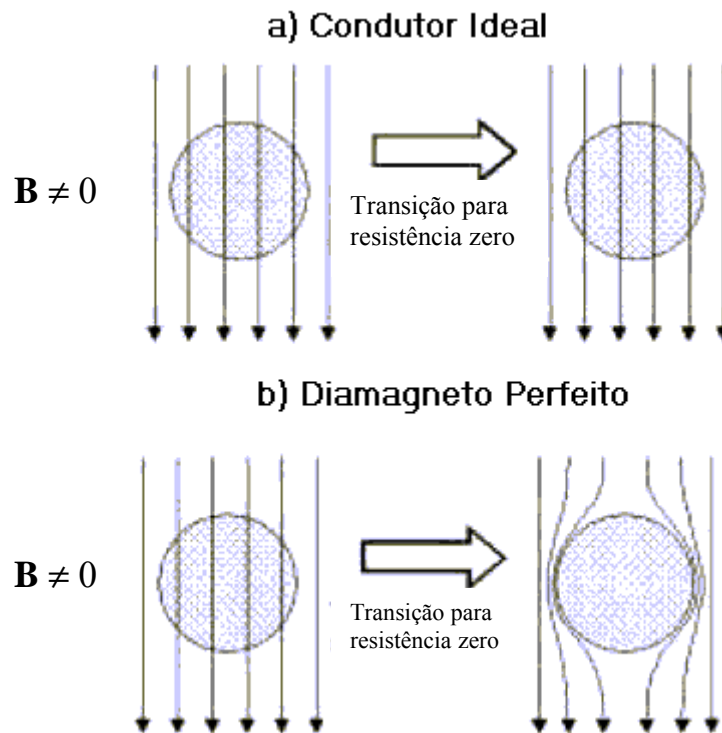


Figura 2.4 – Diferença do Comportamento entre um Condutor Perfeito e um Supercondutor

2.3 - Teoria de *London* e Profundidade de Penetração

Como as equações de Maxwell não são suficientes para descrever o fenômeno da supercondutividade, os irmãos F. e H. *London*, em 1934, apresentam duas equações que mostram a diferença entre o diamagnetismo perfeito e a resistividade nula de um condutor ideal. Estas equações são obtidas a partir das equações de Maxwell como apresentado a seguir.

Como os elétrons, (ou superelétrons, assim chamados antes da teoria BCS), em movimento no supercondutor não encontram resistência, então se mantido um campo elétrico E constante no material, a aceleração dos elétrons por ação deste campo é:

$$m\dot{v}_s = eE \quad (2.10)$$

onde, \mathbf{v}_s é a velocidade dos elétrons; e é a carga do elétron e m é a massa do elétron.

Se existem n_s elétrons se movendo, por unidade de volume, com uma v_s velocidade, então pode se ter uma densidade de corrente,

$$\mathbf{J}_s = n_s e \mathbf{v}_s \quad (2.11)$$

Substituindo (2.10) em (2.11), tem-se:

$$\mathbf{J}_s = \frac{n_s e^2}{m} \mathbf{E} \quad (2.12)$$

Podendo ser reescrita da seguinte forma:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (2.13)$$

Substituindo (2.12) em (2.13), tem-se:

$$\left(\frac{m}{n_s e^2} \right) \nabla \times \mathbf{J} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (2.14)$$

Usando a equação (2.1) da seguinte forma:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \dot{\mathbf{B}} \quad (2.15)$$

e substituindo em (2.14) obtém-se:

$$\left(\frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \right) [\nabla \times \nabla \times \dot{\mathbf{B}}] = -\dot{\mathbf{B}} \quad (2.16)$$

Usando a seguinte relação vetorial:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{F} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{F}) - \nabla^2 \mathbf{F} \quad (2.17)$$

e lembrando que $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, a equação (2.16) pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$\nabla^2 \dot{\mathbf{B}} = \left(\frac{\mu_0 n_s e^2}{m} \right) \dot{\mathbf{B}} \quad (2.18)$$

Simplificando, tem se:

$$\nabla^2 \dot{\mathbf{B}} = \frac{1}{\alpha} \dot{\mathbf{B}} \quad (2.19)$$

onde

$$\alpha = \frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \quad (2.20)$$

A equação (2.19) descreve o comportamento de um condutor com resistência zero, mas não é o suficiente para descrever um supercondutor, pois a sua solução recai na solução de um condutor ideal.

A equação (2.19) impõe que o valor do campo magnético seja uma constante, mas o efeito Meissner exige que esta constante seja obrigatoriamente igual a zero. Então usando o efeito *Meissner*, os irmãos *London* propuseram que o comportamento de um supercondutor deveria ser escrito por:

$$\nabla^2 \mathbf{B} = \frac{1}{\alpha} \mathbf{B} \quad (2.21)$$

Com isso, junto com a equação (2.21), é possível conhecer as chamadas equações de *London*, onde a equação (2.12) descreve o efeito *Meissner*.

No Anexo B para um entendimento das equações de *London*, apresenta-se um exemplo unidimensional [20].

2.4 - Teoria de *Ginzburg – Landau*

Em 1950 *Vitaly Ginzburg* e *Lev Landau* propuseram uma teoria fenomenológica para a supercondutividade [32] que integra eletrodinâmica, mecânica quântica e propriedades termodinâmicas dos supercondutores.

Esta teoria é baseada em três suposições:

- 1) Existe um parâmetro de ordem Ψ que vai a zero na transição
- 2) A energia livre pode ser expandida em potências de Ψ
- 3) Os coeficientes da expansão são funções da temperatura T .

Seguindo estas três suposições, a energia por unidade de volume é escrita da seguinte forma:

$$F_s = F_n + \alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{\beta(T)}{2}|\Psi|^4 + \dots \quad (2.22)$$

onde

$$|\Psi|^2 = n_s \quad (2.23)$$

é a densidade de portadores de cargas no estado supercondutor;

F_s é a energia no estado supercondutor;

F_n é a energia no estado normal.

Os coeficientes α e β , de acordo com a hipótese 3, tem as seguintes propriedades:

$$\alpha(T) < 0, \text{ para } T < T_c \quad (2.24 \text{ a})$$

$$\alpha(T) = 0, \text{ para } T = T_c \quad (2.24 \text{ b})$$

Nas proximidades de T_c , $\alpha(T)$ pode ser escrito da seguinte forma:

$$\alpha(T) = (T - T_c) \left(\frac{d\alpha}{dT} \right)_{T=T_c} \quad (2.25)$$

onde

$$\beta(T) = \left(\frac{d\alpha}{dT} \right)_{T=T_c} \quad (2.26)$$

A equação (2.26) é positiva e nas proximidades de T_c pode ser escrita da seguinte forma:

$$\beta(T) \cong \beta(T_c) \quad (2.27)$$

Para $T < T_c$ a equação (2.27) apresenta um mínimo absoluto para

$$|\Psi|^2 = \frac{\alpha}{\beta} \quad (2.28)$$

E é essa equação (2.28) que garante que $|\Psi|$ seja nula para $T = T_c$.

A energia livre correspondente para a equação (2.22) é:

$$F_s = F_n - \frac{\alpha^2}{2\beta} \quad (2.29)$$

Pode se mostrar que:

$$F_n - F_s = \frac{H_c^2(T)}{8\pi} \quad (2.30)$$

e da equação (2.29) para regiões perto de T_c :

$$H_c^2(T) = \frac{4\pi^2}{\beta} \quad (2.31)$$

As equações (2.25) e (2.26) mostram que:

$$F_s - F_n \approx (T - T_c)^2 \quad (2.32)$$

que é o resultado geral da teoria de Landau.

2.5 - Comprimento de Coerência

Na equação (2.22) acrescenta-se um termo de energia cinética devido ao movimento dos portadores de cargas na presença de um campo magnético. Representando este termo em função do momento linear P :

$$E_{\text{cin}} = \frac{\mathbf{P}^2}{2m^*} \quad (2.33)$$

onde

$$P = (-i\hbar\nabla + q_s A)\Psi(r) \quad (2.34)$$

é o momento canônico da carga $q_s = -2e$ que se move um campo magnético. Com isso a energia cinética fica da seguinte forma:

$$E_{\text{cin}} = \frac{1}{2m^*} [(-i\hbar\nabla - 2eA)\Psi(r)]^2 \quad (2.35)$$

Onde, \mathbf{A} é o potencial elétrico; \hbar é a constante de Planck; m^* é a massa efetiva dos portadores de cargas supercondutoras.

Levando em conta a equação (2.35) e somando a energia cinética, a equação (2.22) fica da seguinte forma:

$$F_s = F_n + \alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{\beta(T)}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*} [(-i\hbar\nabla - 2e\mathbf{A})\Psi(\mathbf{r})]^2 \quad (2.36)$$

Como o campo magnético aplicado contribui para a magnetização, é também somada sua contribuição através da densidade volumétrica de energia magnética.

$$u = \frac{1}{2}\mu_0 b^2(\mathbf{r}) \quad (2.37)$$

onde, $b^2(\mathbf{r})$ é indução magnética microscópica.

Somando a equação (2.37) a (2.36) obtém-se a densidade de energia livre do estado supercondutor na aproximação de *Ginzburg - Landau*.

$$F_s = F_n + \alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{\beta(T)}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*} [(-i\hbar\nabla - 2e)\Psi]^2 + \frac{1}{2}\mu_0 b^2(\mathbf{r}) \quad (2.38)$$

e a energia total do estado supercondutor é:

$$F_s = F_n + \int_{V_s} \left[\alpha(T)|\Psi|^2 + \frac{\beta(T)}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2m^*} [(-i\hbar\nabla - 2e)\Psi(\mathbf{r})]^2 \right] dV + \int_{V_s} \left[\frac{1}{2}\mu_0 b^2(\mathbf{r}) \right] dV \quad (2.39)$$

sendo que V_s é o volume da região supercondutora.

Agora para o cálculo da equação diferencial de *Ginzburg - Landau* para o parâmetro de ordem $\Psi(\mathbf{r})$, é imposta uma variação da seguinte forma:

$$\Psi(\mathbf{r}) \rightarrow \Psi(\mathbf{r}) + \delta\Psi(\mathbf{r}) \quad (2.40)$$

e substituindo na expressão (2.39) para F_s e conservando apenas os termos de primeira ordem em $\delta\Psi(\mathbf{r})$, tem - se que:

$$F_s + \delta F_s = F_s + \int_{V_s} \left[2\alpha(T)\Psi + 2\beta(T)|\Psi|^2 + \frac{1}{m^*} [(-i\hbar\nabla - 2e)\Psi(\mathbf{r})]^2 dV \right] \delta\Psi \quad (2.41)$$

Como a condição de mínimo é para $\delta F_s = 0$, então:

$$\delta F_s = \int_{V_s} \left[2\alpha(T)\Psi + 2\beta(T)|\Psi|^2 + \frac{1}{m^*} [(-i\hbar\nabla - 2e)\Psi(\mathbf{r})]^2 \right] dV \delta\Psi \quad (2.42)$$

Para que a equação (2.42) seja verdade a integral será nula somente quando:

$$\alpha(T)\Psi(\mathbf{r}) + \beta(T)|\Psi(\mathbf{r})|^2 + \frac{1}{m^*} [(-i\hbar\nabla - 2e)\Psi(\mathbf{r})]^2 = 0 \quad (2.43)$$

Colocando a equação (2.43) na forma unidimensional tem-se:

$$\alpha(T)\Psi(x) + \beta(T)|\Psi(x)|^2 + \frac{1}{m^*} \left[\left(-i\hbar \frac{d}{dx} - 2e \right) \Psi(x) \right]^2 = 0 \quad (2.44)$$

Pode-se simplificar - lá, colocando em uma região de baixos campos, nesse caso o campo \mathbf{A} será desprezado, ficando a equação da seguinte forma:

$$\alpha(T)\Psi(x) + \beta(T)|\Psi(x)|^2 + \frac{1}{m^*} \left[\left(-i\hbar \frac{d}{dx} \right)^2 \Psi(x) \right] = 0 \quad (2.45)$$

A contribuição do campo magnético para diminuição da ordem supercondutora é levada através da seguinte variável:

$$g = \frac{\Psi(x)}{\Psi_\infty} < 1 \quad (2.46)$$

Onde, $\psi(x)$ indica a presença de baixos campos e correntes e ψ_∞ é a ordem em toda extensão do supercondutor devida a presença de cargas supercondutoras.

Com isso a equação (2.46) fica da seguinte forma:

$$-\left(\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|}\right)\frac{d^2g}{dx^2} + g - g^3 = 0 \quad (2.47)$$

Fazendo

$$\xi^2 = \frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|} \quad (2.48)$$

Tem-se

$$-\xi^2 \frac{d^2g}{dx^2} + g - g^3 = 0 \quad (2.49)$$

lembrando que $g < 1$, então

$$g = 1 - q \quad (2.50)$$

substituindo (2.50) em (2.49), obtém-se

$$-\xi^2 \frac{d^2q}{dx^2} + (1-q) - (1-q)^3 = 0 \quad (2.51)$$

fazendo uma expansão em $(1-q)^3$ e conservando apenas os termos de primeira ordem em q , obtém-se :

$$\frac{d^2q}{dx^2} - \frac{2}{\xi^2}q = 0 \quad (2.52)$$

A solução da equação (2.52) é:

$$q(x) = q_0 e^{-\frac{\sqrt{2}}{\xi}x} \quad (2.53)$$

Na próxima seção será mostrado que existem dois tipos de supercondutores e uma das maneiras de caracteriza - los é através do Comprimento de Profundidade de *London* e do Comprimento de Coerência (ξ). O parâmetro ξ é o comprimento característico da variação do parâmetro de ordem do supercondutor.

2.6 - Tipos de Supercondutores

Uma das maneiras mais simples de explicar a diferença entre um supercondutor do Tipo I e um supercondutor do Tipo II consiste na comparação da ordem de grandeza do Comprimento de Penetração de *London* e do Comprimento de Coerência.

Para um supercondutor do Tipo I a profundidade de penetração de *London* λ_L é muito menor que do que comprimento de coerência ξ . O comprimento de coerência (ξ) para os supercondutores do tipo I é da ordem de 10^{-4} cm. Isso faz com que o campo H vá a zero muito mais rapidamente do que o crescimento de ψ .

Para um supercondutor do Tipo II ocorre o contrário, isto é, a profundidade de penetração λ_L é muito maior do que o comprimento de coerência ξ .

O efeito *Meissner* Total é obedecido somente no supercondutor do Tipo I, no do Tipo II o campo magnético B não se anula rapidamente à medida que penetra no supercondutor, podendo com isso suportar um campo crítico mais elevado, como também ter uma temperatura crítica maior do que o do Tipo I.

Conforme apresentado no gráfico da figura 2.5 o supercondutor do Tipo I tem apenas um Campo Magnético Crítico (H_c), mas para o do Tipo II existem dois valores, o Campo Magnético Crítico Superior (H_{c2}) e o Campo Magnético Crítico Inferior (H_{c1}).

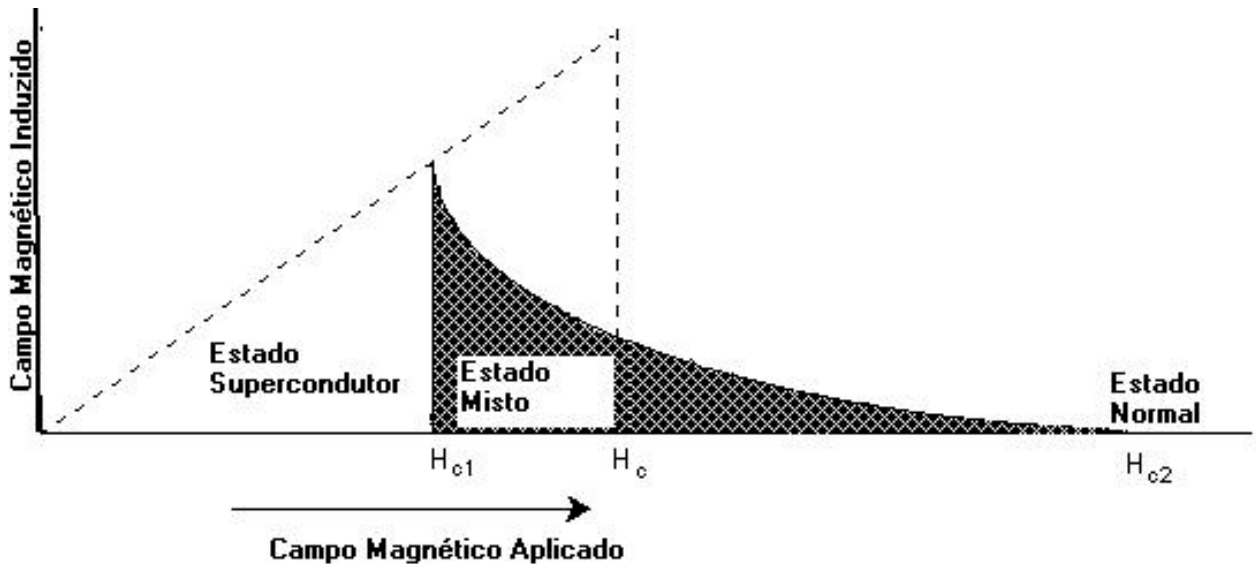


Figura 2.5 - Comparação entre o Supercondutor do Tipo I e Tipo II.

Até o Campo Magnético Crítico Inferior (H_{c1}) o fluxo é expulso completamente do supercondutor, na região maior que o Campo Magnético Crítico Superior (H_{c2}) o supercondutor transforma - se em um condutor normal, e entre (H_{c1}) e (H_{c2}) o fluxo não é expulso completamente, esta região é chamada Estado Misto.

Todas as teorias existentes até então não eram suficientes para explicar os principais fenômenos associados à supercondutividade. A seguir será realizado breve comentário sobre a mais importante teoria sobre a descrição fenomenológica da supercondutividade, a teoria BCS.

2.7 - Teoria BCS

Esta teoria é a primeira formulação quântica para explicar a supercondutividade. Ela é assim chamada, em referência a seus três autores: *John Bardeen*, *Leon Cooper* e *Robert Schrieffer* [33].

O princípio básico desta teoria é a existência de uma atração entre pares de elétrons, através da rede cristalina. Com esta interação será gerado um estado mais estável que os estados fundamentais do metal, que é o estado de pares de Cooper.

Ao passar pela rede cristalina (figura 2.6), o elétron causa polarizações locais, transferindo assim um momento linear para a rede, pois este elétron é retardado por uma região da rede.

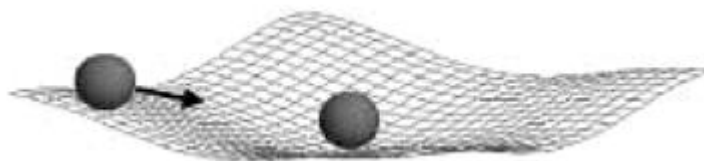


Figura 2.6 - Comportamento da rede cristalina na amostra supercondutora

Um segundo elétron passando pela região será atraído pelas cargas induzidas pelo primeiro elétron, recebendo da rede um acréscimo do momento. Observa-se na figura 2.6, o deslocamento do centro dos círculos em relação às posições de equilíbrio.

Com isso, existe uma transferência de momento, que ocorre, através da rede cristalina. Este processo é máximo quando os elétrons emparelhados têm momentos opostos e de mesmo módulo. Os pares de elétrons que participam desta interação são denominados pares de Cooper. Os pares de Cooper são portadores de carga do estado supercondutor, $q_s = 2e$. A teoria BCS é válida para metais, pois para os novos materiais, que são cerâmicos, não há teoria definitiva, sendo que a pesquisa de sua natureza e a sua aplicação constitui hoje um atrativo para pesquisa.

As propriedades magnéticas de um supercondutor podem ser descritas macroscopicamente pela lei de quantização do fluxo magnético. De acordo com a referência [24] esta lei pode ser escrita, na forma:

$$L i + \varphi = n \varphi_0 \quad (2.54)$$

Onde i é a corrente elétrica, L é a auto-indutância, φ é o fluxo magnético externo e

$$\varphi_0 = \frac{h}{2e} \quad (2.55)$$

é o fluxóide (fluxo magnético elementar). Ou seja, o fluxo magnético total através de um supercondutor permanece constante para um estado quântico caracterizado pelo número quântico n .

Capítulo 3 – *Magnetização de Supercondutores*

3.1 – Introdução

Como apresentado no capítulo anterior, os supercondutores do tipo II exibem uma resposta magnética em duas fases: para campos aplicados inferiores a H_{c1} , o material encontra-se no estado Meissner total e apresenta diamagnetismo perfeito ($\mu = 0$, para o comportamento de um supercondutor do tipo I); mas quando o valor do campo magnético aplicado ultrapassar este valor (H_{c1}), inicia-se a entrada quantizada de fluxo magnético, passando o supercondutor para o estado Meissner parcial ou estado misto, que acontece até o campo aplicado atingir o valor de H_{c2} , quando o material supercondutor retorna ao seu estado normal.

Em amostras supercondutoras sem impurezas ou defeitos, os vórtices podem entrar ou sair livremente, sem que haja nenhuma consequência para a história magnética da amostra supercondutora. No caso de amostras supercondutoras com impurezas ou defeitos, os vórtices podem ser aprisionados nestas regiões, que não são supercondutoras, porém são regiões energeticamente mais favoráveis à permanência do núcleo normal e que se constituem em centros de aprisionamento para os vórtices (figura 3.1). Havendo aprisionamento de vórtices, o comportamento magnético da amostra passa a depender da história magnética, ou seja, passa a existir histerese. O aprisionamento de vórtices está relacionado à densidade de corrente crítica.

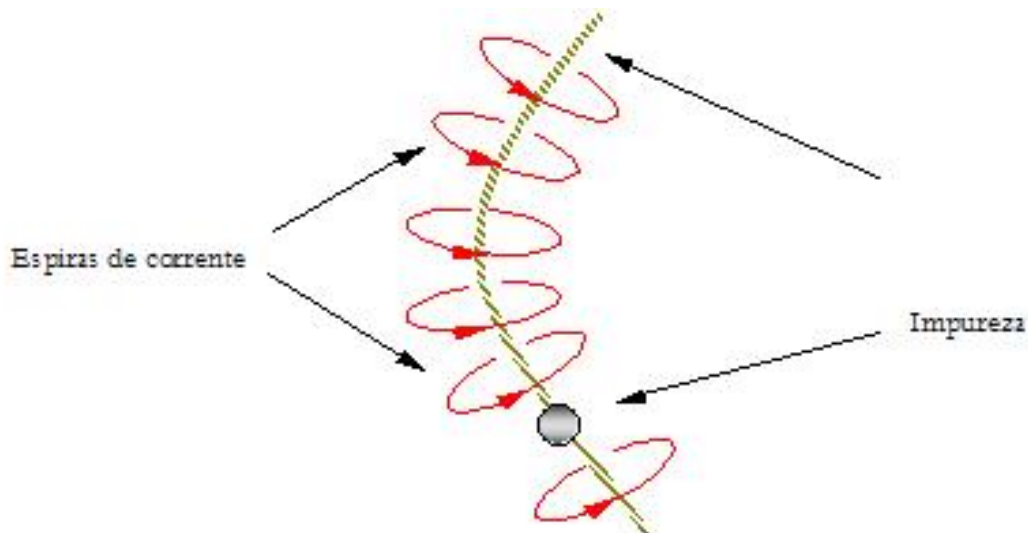


Figura 3.1 - vórtice aprisionado numa impureza

Esta relação manifesta-se da seguinte forma: os vórtices aprisionados em uma amostra supercondutora, que transporta uma densidade de corrente J , estão sujeitos a uma densidade de força de Lorentz:

$$f_L = J \times \Phi_0 \quad (3.1)$$

que tende a arrancá-los do centro de aprisionamento.

Enquanto a força de Lorentz equilibrar a força de aprisionamento $f_L < f_p$, não haverá deslocamento de vórtices através da região supercondutora. Quando este equilíbrio for rompido ($f_L = f_p$), os vórtices serão arrancados do centro de aprisionamento e se deslocarão através do supercondutor sob a ação da força de Lorentz.

Este movimento das linhas de fluxo magnético cria, então, campos elétricos induzidos que causarão dissipação, destruindo o estado de resistividade nula; isso ocorre quando a corrente J atinge o seu valor crítico J_c .

Quanto mais intenso for o aprisionamento, maior será a corrente necessária para arrancar o vórtice e causar a dissipação, definindo assim a relação entre o aprisionamento e a corrente crítica, como:

$$\mathbf{f} = \mathbf{J}_c \times \phi_0 \quad (3.2)$$

Os processos para aumentar o valor da corrente crítica pela criação de impurezas e defeitos vão desde a dopagem da amostra à sua irradiação por feixe de nêutrons [33]. A quantização de fluxo no supercondutor do tipo II e o aprisionamento de vórtices implicam numa dependência funcional entre sua magnetização e o campo aplicado, ou seja, $M = M(H)$.

Como o raio de cada vórtice, $R_{\text{vort}} \sim 10^{-9}$ m, é muito menor do que o raio das amostras supercondutoras ($R_{\text{am}} \sim 10^{-1}$ m), não é possível descrever o processo de magnetização de uma amostra macroscópica por meio da contagem de vórtices.

A diferença de tamanho permite então desprezar as dimensões do vórtice frente às dimensões da amostra e utilizar um modelo contínuo para a magnetização média gerada pela entrada de vórtices no supercondutor.

O modelo mais utilizado e bem sucedido na descrição do comportamento magnético de supercondutores do tipo II em temperatura constante é o modelo de *Bean* [34 - 36].

3.2 - Modelo de Bean

Este modelo considera um cilindro supercondutor infinito de raio R , densidade de corrente crítica J_c e H_{c1} nulo, imerso em campo magnético uniforme H , paralelo ao seu eixo de simetria. Ele descreve as respostas magnéticas do cilindro, supondo que ao se aplicar o campo externo, uma corrente de blindagem de densidade J_c , flui na superfície cilíndrica até uma profundidade:

$$x_0 = \frac{H}{J_c} \quad (3.3)$$

Magnetizando parcialmente a região interna. A magnetização parcial prossegue até que a corrente de magnetização atinja uma profundidade $x_0 = R$. Isto ocorre quando o campo aplicado atingir o valor $H_P = J_c R$, chamado campo de penetração, pois aí ocorre a penetração total do cilindro pelo campo, estando o cilindro totalmente magnetizado (figura 3.2).

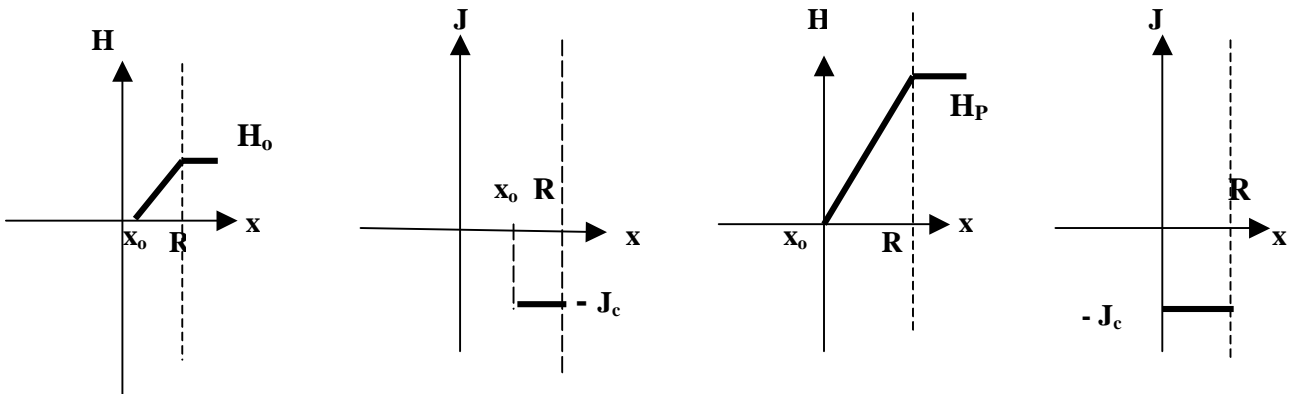


Figura 3.2 - processo de magnetização ZFC sob campo crescente, no modelo de Bean.

Nota-se que H_P é diferente de H_{C2} , pois enquanto H_{C2} depende apenas da natureza do material supercondutor, H_P depende da natureza do material (por meio de J_c) e também das dimensões do cilindro, por meio de R , sendo uma propriedade de cada amostra em particular.

A partir de H_P , qualquer aumento no valor do campo aplicado não causará nenhuma modificação na magnetização do cilindro, pois o material não pode admitir mais correntes em seu interior e se produz uma saturação de sua resposta magnética.

Quando o campo atingir um valor máximo, qualquer decréscimo induz correntes de magnetização de sinal contrário àsquelas geradas quando o campo estava crescendo. Nota-se que o cilindro já estava no estado supercondutor quando o campo foi aplicado, correspondendo à situação em que uma amostra é resfriada na ausência do campo magnético aplicado, processo ZFC (*Zero Field Cooling*).

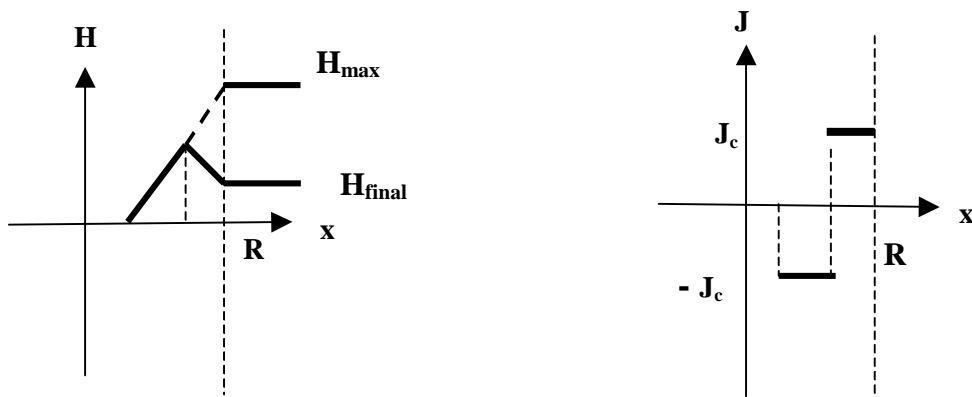


Figura 3.3 - Processo de magnetização ZFC sob campo decrescente, no modelo de Bean.

Agora como o modelo de Bean sendo tratado na situação em que o supercondutor é resfriado em presença de um campo magnético aplicado processo FC, (*Field Cooling*), da mesma forma como na descrição anterior, as correntes de magnetização fluem com densidade J_c , mas seu comportamento é oposto ao do caso ZFC, pois agora as correntes tendem a reter o fluxo magnético na amostra.

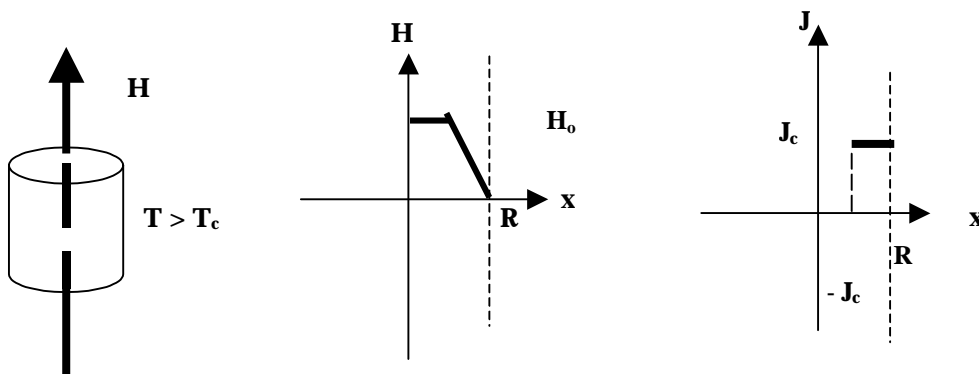


Figura 3.4: Processo de magnetização FC no modelo de Bean.

3.3 – Supercondutor como Imã

O conceito de supercondutor como sendo um material capaz de expulsar completamente o fluxo magnético de seu interior, não é incompatível com a capacidade de reter fluxo magnético.

Verifica-se experimentalmente que uma amostra supercondutora pode-se tornar um verdadeiro ímã, apresentando densidades de fluxo magnético da ordem de 14T [37], dependendo do processo utilizado (ZFC ou FC) e da temperatura de operação.

Levando-se em conta que os melhores ímãs permanentes cilíndricos disponíveis atualmente (NdFeB), fornecem densidades de fluxo da ordem de 1T, fica evidenciada a imensa superioridade e as potencialidades do uso de supercondutores como fonte de fluxo magnético.

Em toda a tecnologia que emprega supercondutores, é necessário um gasto com a refrigeração das amostras supercondutoras, mas ainda assim o processo é vantajoso, pois para se conseguir um fluxo magnético de mesma intensidade seria necessário recorrer ao uso de eletroímãs cujo consumo de energia elétrica é bastante alto.

Uma técnica que se beneficiaria imediatamente com a utilização de ímãs permanentes supercondutores seria a tomografia por ressonância magnética, pois os tomógrafos utilizam eletroímãs supercondutores (bobinas de fios supercondutores metálicos) refrigerados a hélio líquido, e com a utilização de blocos supercondutores magnetizados, aumentariam seu rendimento e diminuiriam os custos pois a refrigeração é realizada com nitrogênio líquido.

A imantação do supercondutor é consequência do aprisionamento de vórtices, pois, conforme o modelo de Bean existem correntes persistentes no interior da amostra supercondutora mesmo depois de o campo externo ser desligado.

Assim sendo, os melhores supercondutores candidatos a funcionarem como ímãs são os que possuem maior valor de J_c .

Trabalhos anteriores [35-36, 38-40] mostraram que o modelo de Bean, em conjunto com um método numérico, dá bons resultados para o cálculo das forças de interação entre ímãs permanentes e amostras supercondutoras resfriadas em campo magnético nulo (ZFC) [35], apesar disto, a aplicação do modelo de Bean ao cálculo da força de levitação no caso FC não apresenta o mesmo sucesso [36].

Com isso buscou-se na literatura, modelos de magnetização para o caso FC que se adequassem mais aos resultados experimentais. Os dois modelos encontrados foram: o modelo das imagens congeladas [41] e o modelo de correntes $J_S + J_V$ [42].

O modelo das imagens congeladas emprega dois dipolos-imagens para reproduzir a resposta magnética de um supercondutor imantado, enquanto uma imagem dá a resposta diamagnética, o outro reproduz o fluxo aprisionado. Este modelo supõe que os dipolos envolvidos na interação (o ímã permanente, a imagem diamagnética e a imagem congelada), possuem o mesmo módulo.

No modelo $J_S + J_V$, uma densidade superficial de corrente J_S e uma densidade volumar de corrente J_V , são empregadas para reproduzir o perfil de densidade de fluxo B_z , que pode ser obtido experimentalmente, permitindo calcular o módulo do dipolo aprisionado no supercondutor e também o valor de sua corrente crítica.

Capítulo 4 – *Método dos Elementos Finitos Aplicado ao Eletromagnetismo*

4.1 - Histórico

O Método dos Elementos Finitos (MEF) foi desenvolvido na década de 1950 para solucionar problemas inerentes à Engenharia de Estruturas. Estendendo-se a outros campos, como: a difusão de calor, o escoamento dos fluidos, eletromagnetismo, etc. O primeiro artigo no qual o MEF foi apresentado, no Journal of Aeronautical Science, no ano de 1956 é o “*Stiffness and Deflection Analysis of Structures*”, de M.J. Turner, R.W. Clough, H.C. Martin e L.J. Topp. Mas mesmo antes, o conceito matemático do elemento finito, já era conhecido. Ele foi apresentado por Courant [43] em 1943.

O primeiro trabalho propondo a utilização do MEF em problemas de eletromagnetismo foi o artigo “*Finite Element Solution of Saturable Magnetic Fields Problems*” dos autores P.P. Silvester e M.V. K. Chari, publicado na IEEE Transaction on PAS, em 1969. No Brasil, o primeiro trabalho sobre aplicação do MEF aplicado a Engenharia Elétrica foi desenvolvido por Janiszewski [44], na Escola Politécnica da USP, no ano de 1978.

Sua popularização no meio científico e na indústria nacional ocorreu na década de 80, em virtude da redução dos custos computacionais. Com isso vários setores começaram a implementar pesquisas e desenvolvimentos com esta ferramenta, com o objetivo de atingir um maior grau de precisão em seus projetos.

Atualmente existem algumas instituições que desenvolvem softwares com a aplicação do MEF para eletromagnetismo tais como: o LMAG [5] da Escola Politécnica

da USP (Universidade de São Paulo), que desenvolve um software de mesmo nome; o EFCAD [6] desenvolvido pela Universidade de Santa Catarina e o GRUCAD da Universidade Federal de Minas Gerais.

Os softwares comerciais que utilizam o MEF em suas soluções, como por exemplo, o Ansys [45], FEMM [46], EFCAD, entre outros, trabalham com as equações de Maxwell. Para esse trabalho isso não será suficiente, pois como visto no capítulo anterior, apenas com as equações de Maxwell não é possível descrever o fenômeno da supercondutividade.

Nas próximas seções será apresentado o MEF apenas para problemas magnetostáticos bidimensionais, em virtude das geometrias utilizadas nas simulações do presente trabalho.

4.2 - Descrição do Método dos Elementos Finitos

O MEF é um método que permite avaliar de forma aproximada, a solução de problemas contínuos governados por equações diferenciais parciais. Este método consiste em dividir a região em estudo em pequenas sub-regiões, chamados elementos finitos. Esta subdivisão resulta em uma malha de elementos finitos, sendo que no caso de problema bidimensional, ela pode ser constituída por elementos triangulares ou quadriláteros. Os vértices dos elementos são denominados nós ou pontos nodais [37,52] (figura 4.1)

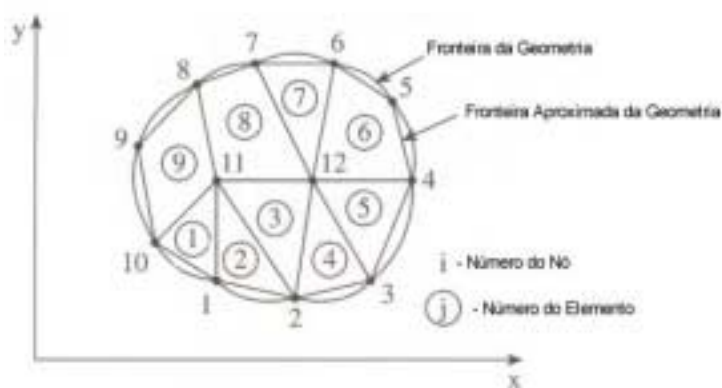


Figura 4.1 – Domínio de estudo [47]

Os elementos finitos podem ser de diferentes tamanhos, ou formas, assim como disposta com mais densidade nas regiões de maior interesse, onde se deseja uma solução mais detalhada e precisa. É através desta estrutura de dados, elemento, malha, pontos nodais, que se é possível avaliar aproximadamente as grandezas de interesse nos fenômenos analisados.

4.3 - Método dos Elementos Finitos Aplicado à Magnetostática

Como os campos magnéticos não variam ao longo das seções transversais dos dispositivos a serem analisados, utiliza-se uma formulação matemática baseada em elementos triangulares e lineares, onde será calculado o potencial magnético nos seus vértices, em regime estacionário [47,48].

A aplicação do MEF na magnetostática é baseada na Lei de Ampère:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} \quad (4.1)$$

Onde, \mathbf{H} é o vetor de intensidade magnética e \mathbf{J} é o vetor densidade de corrente.

O vetor de intensidade magnética (\mathbf{H}) e o vetor campo magnético (\mathbf{B}) estão relacionados através da seguinte relação constitutiva:

$$\mathbf{H} = \nu \mathbf{B} \quad (4.2)$$

onde

$$\nu = \frac{1}{\mu} \quad (4.3)$$

é a relutividade.

A partir da equação de Maxwell $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ define - se o vetor potencial \mathbf{A} tal que:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (4.4)$$

impondo que

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (4.5)$$

Para campos bidimensionais planos na magnetostática, admite-se que as correntes fluem na direção normal ao domínio em estudo. Supondo que este domínio está definido no plano (x, y) , então o vetor densidade de corrente deverá ser:

$$\mathbf{J} = J_z \hat{\mathbf{k}} \quad (4.6)$$

com J_z constante no elemento.

Como as direções de \mathbf{J} e \mathbf{A} são idênticas, temos:

$$\mathbf{A} = A_z(x,y) \hat{\mathbf{k}} \quad (4.7)$$

Com isso a equação pode ser descrita da seguinte forma:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \left(\frac{\partial A}{\partial y} \right) \hat{\mathbf{i}} - \left(\frac{\partial A}{\partial x} \right) \hat{\mathbf{j}} \quad (4.8)$$

A figura (4.2) apresenta um elemento triangular genérico de um domínio discretizado, onde A_1 , A_2 e A_3 são os valores da componente $\hat{\mathbf{z}}$ do vetor potencial magnético nos vértices 1, 2 e 3 do referido elemento.

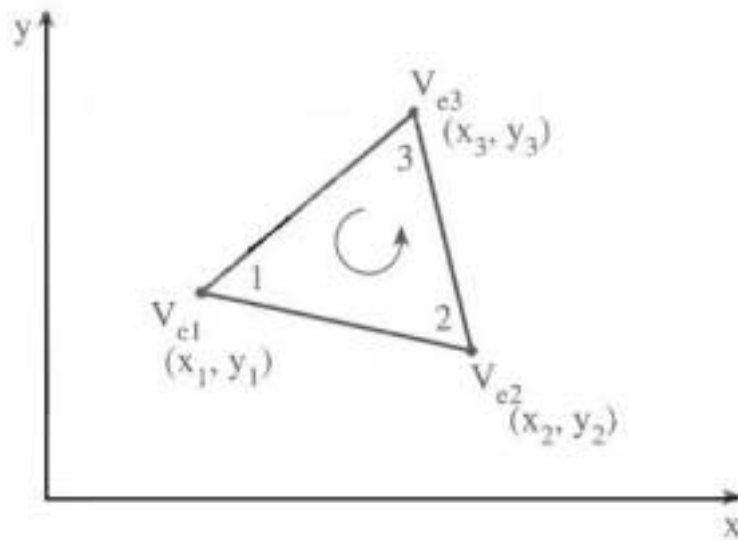


Figura 4.2 – Elemento Genérico [47].

Face ao fato de que uma função potencial é contínua, pode-se aproximar o potencial magnético em um ponto (x, y) qualquer no interior do elemento, através de uma interpolação linear dos potenciais de seus vértices.

Com isso, o potencial em ponto (x, y) poderá ser representado por uma função linear do tipo:

$$A(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (4.9)$$

onde os α_1 , α_2 e α_3 são função de A_1 , A_2 e A_3

Para determiná-los basta aplicar a equação (4.9) nos vértices do elemento considerado (figura 4.2), resultando o seguinte sistema de equações:

$$A_1(x_1, y_1) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 \quad (4.10-a)$$

$$A_2(x_2, y_2) = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 \quad (4.10-b)$$

$$A_3(x_3, y_3) = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 \quad (4.10-c)$$

A solução do sistema (4.10) fornece os valores dos coeficientes de (4.9), resultando em:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2\Delta} (a_1 A_1 + a_2 A_2 + a_3 A_3) \quad (4.11-a)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2\Delta} (b_1 A_1 + b_2 A_2 + b_3 A_3) \quad (4.11-b)$$

$$\alpha_3 = \frac{1}{2\Delta} (c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_3) \quad (4.11-c)$$

onde

$$a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2 \quad (4.12-a)$$

$$b_1 = y_2 - y_3 \quad (4.12-b)$$

$$c_1 = x_3 - x_2 \quad (4.12-c)$$

Os outros coeficientes são obtidos por uma permutação cíclica e o Δ é numericamente a área do triângulo.

Substituindo o conjunto de equações (4.11) em (4.9), obtém-se a expressão do potencial num ponto qualquer no interior do elemento, através de uma interpolação linear dos potenciais em seus vértices:

$$A(x, y) = N_1 A_1 + N_2 A_2 + N_3 A_3 \quad (4.13)$$

onde

$$N_i = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i y) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.14)$$

As funções N_i são denominadas funções de interpolação ou funções de forma do elemento e observam a seguinte propriedade:

$$N_i(x_j, y_j) = \delta_{ij} \quad (4.15)$$

sendo δ_{ij} delta de *Kronecker* que é definido da seguinte forma:

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (4.16)$$

Pelas equações (4.2) e (4.4) o vetor intensidade magnética (\mathbf{H}) pode ser escrito da seguinte forma:

$$H_x = v \frac{\partial A}{\partial y} = \frac{v}{2\Delta} (c_1 A_1 + c_2 A_2 + c_3 A_3) \quad (4.17)$$

$$H_y = v \frac{\partial A}{\partial x} = \frac{v}{2\Delta} (b_1 A_1 + b_2 A_2 + b_3 A_3) \quad (4.18)$$

Aplicando a Lei de *Ampère* em contornos fechados, como mostrado na figura (4.3), que envolve os nós do domínio e tomando a orientação no sentido anti - horário, tem-se:

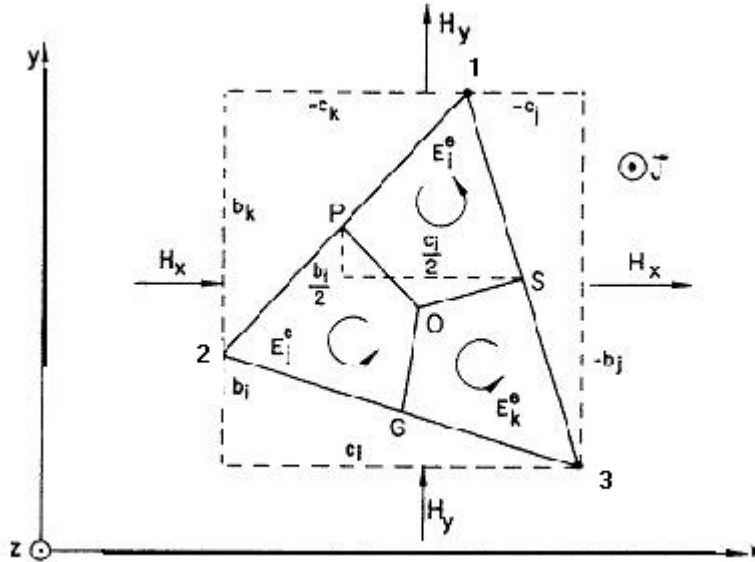


Figura 4.3 – Parte das regiões de controle interna ao elemento [47].

$$R_1^e = \int_{POS} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = -H_x \Delta x - H_y \Delta y \quad (4.19)$$

sendo $H = H_x \hat{i} + H_y \hat{j}$ e $dl = -\Delta x \hat{i} - \Delta y \hat{j}$

Substituindo H_x e H_y por seus valores obtidos pela expressão (4.17) na (4.18), resultará em:

$$R_1^e = \frac{v}{4\Delta} [(b_1 b_1 + c_1 c_1) A_1 + (b_1 b_2 + c_1 c_2) A_2 + (b_1 b_3 + c_1 c_3) A_3] \quad (4.20)$$

Para o nó 2, pode-se escrever:

$$R_2^e = H_x \Delta x + H_y \Delta y \quad (4.21)$$

com

$$\begin{aligned} \Delta x &= x_p - x_g = \frac{c_2}{2} \\ \Delta y &= y_p - y_g = \frac{b_2}{2} \end{aligned} \quad (4.22)$$

substituindo as equações (4.17) e (4.18) em (4.14), obtemos:

$$R_2^e = \frac{v}{4\Delta} [(b_2 b_1 + c_2 c_1) A_1 + (b_2 b_2 + c_2 c_2) A_2 + (b_2 b_3 + c_2 c_3) A_3] \quad (4.23)$$

De forma análoga procede-se no nó 3, resultando em:

$$R_3^e = \frac{v}{4\Delta} [(b_3 b_1 + c_3 c_1) A_1 + (b_3 b_2 + c_3 c_2) A_2 + (b_3 b_3 + c_3 c_3) A_3] \quad (4.24)$$

As equações (4.20, 4.23 e 4.24) podem ser escritas na forma matricial da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} R_1^e \\ R_2^e \\ R_3^e \end{bmatrix} = \frac{v}{4\Delta} \begin{bmatrix} b_1 b_1 + c_1 c_1 & b_1 b_2 + c_1 c_2 & b_1 b_3 + c_1 c_3 \\ & b_2 b_2 + c_2 c_2 & b_2 b_3 + c_2 c_3 \\ \text{simétrica} & & b_3 b_3 + c_3 c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

A matriz quadrada de (4.25) é dita matriz de coeficientes do elemento, tendo como característica a simetria e a singularidade.

Como em cada elemento existem contribuições para correntes ligadas a três pontos diferentes e admitindo que a densidade de corrente é uniforme no interior do elemento, essas contribuições são tais que:

$$\begin{bmatrix} \Phi_1^e \\ \Phi_2^e \\ \Phi_3^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J\Delta/3 \\ J\Delta/3 \\ J\Delta/3 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Em vista disto a Lei de *Ampère* aplicada a um contorno fechado envolvendo um nó (i) resultará em:

$$\sum_{e=1}^{NE} R_i^e = \sum_{e=1}^{NE} \Phi_i^e \quad i=1,2,\dots,NN \quad (4.27)$$

Onde, NE é o número total de elementos e NN é o número total de nós no domínio.

Expressando matricialmente,

$$[S] [A] = [R] \quad (4.28)$$

Todo esse procedimento até então realizado foi considerando apenas um único elemento. Este processo é repetido para todos os elementos da malha que depois irão ser somados para a geração da matriz global

4.4 - Geração da Matriz Global

Uma vez obtidas as matrizes de cada elemento finito, deve-se somá-las criteriosamente para estabelecer as relações entre os elementos para gerar a matriz global. No anexo C é apresentado um exemplo de construção da matriz global.

4.5 - Introdução das Condições de Contorno

Na solução de problemas de campo pelo MEF, o domínio em estudo deve ser fechado, em alguns casos os campos são confinados em regiões bem definidas, de modo que as condições de contorno são evidentes.

Com a introdução das condições de contorno remove-se a singularidade da matriz global, permitindo a solução do sistema de equações lineares.

Para a introdução das condições de contorno, devem ser efetuadas algumas alterações no sistema original, de modo que após a solução, nos nós situados nas regiões de contorno, seja obtido o potencial imposto.

Seja (m) um nó, cujo potencial é conhecido e de valor ϕ . Para que após a solução do sistema tenha $V_m = \phi$, basta fazer na matriz global e no vetor das ações o seguinte:

$$\begin{aligned} S_{mm} &= 1; \\ S_{mj} &= 0 \text{ para } i = j \quad \text{e} \\ F_m &= \phi. \end{aligned}$$

Com o procedimento anterior é eliminada a simetria global, que pode ser recuperada da seguinte forma:

$$\begin{aligned} R_{j\text{nov}} &= R_{j\text{antigo}} - S_{jm} \phi \\ S_{jm} &= 0 \quad \text{para } j \neq m \end{aligned}$$

Com isso são introduzidas as condições de contorno e elimina-se a singularidade da matriz global [S].

Capítulo 5 – *Modelos Desenvolvidos para a Simulação Computacional de Supercondutores de Alta Temperatura Crítica com MEF*

5.1 – Introdução

Neste capítulo serão apresentados os modelos desenvolvidos para a representação de materiais supercondutores para a utilização nos programas de elementos finitos, são apresentados: o modelo de Bean, o modelo tipo Bean, onde a corrente crítica é representada como uma função exponencial e por fim modelo de fixação do potencial vetor, que foram desenvolvidos e utilizados nas simulações para amostras supercondutoras no MEF.

5.2 - Cálculo por Elementos Finitos da Força de Interação entre uma Amostra Cerâmica Supercondutora e um Magneto Permanente.

Para o cálculo utilizando o MEF, da força de levitação da interação entre uma amostra supercondutora e um ímã permanente é necessário levar em consideração o fato

de que a amostra estará no estado Meissner Parcial (estado misto) e haver uma magnetização $M(H)$ devida à penetração de vórtices no seu interior.

Como o diâmetro do vórtice (da ordem de 1nm) é desprezível quando comparado com às dimensões da amostra, a sua magnetização pode ser tratada como um processo contínuo. A continuidade é descrita pelo modelo de Bean, e com esse formalismo é possível construir as curvas de magnetização de uma amostra supercondutora de forma que a caracterização da amostra possa ser representada nos programa de MEF.

O modelo de Bean [34], conforme apresentado no capítulo 3, considera uma corrente de blindagem de densidade J_c que flui pela superfície da amostra supercondutora cilíndrica exposta a um campo aplicado H até uma profundidade:

$$x_o = \frac{H}{J_c} \quad (5.1)$$

Partindo desta suposição é possível calcular o momento de dipolo magnético (Γ_{ind}) induzido na amostra, e conseqüentemente, sua magnetização $M = M(H)$:

$$\Gamma_{ind} = \pi J_c h \int_{R-x_o}^R x^2 dx \rightarrow \Gamma_{ind} = \frac{\pi J_c h}{3} [(R - x_o)^3 - R^3] \quad (5.2)$$

Resolvendo a equação (5.2), obtém se:

$$\Gamma_{ind} = \frac{\pi J_c h}{3} [(R - x_o)^3 - R^3] \quad (5.3)$$

onde R e h são, respectivamente, o raio e a altura da amostra supercondutora e x é a variável radial de integração. Substituindo a equação (5.1) na equação (5.2), e usando a definição de momento de dipolo magnético, pode-se calcular a magnetização média da amostra supercondutora como:

$$M(H) = \frac{\Gamma}{V} = \frac{\Gamma}{\pi R^2 h} \quad (5.4)$$

que dá a seguinte expressão para a magnetização média em função de H :

$$M(H) = -H + \frac{H^2}{J_c R} - \frac{H^3}{3(J_c R)^2} \quad (5.5)$$

que inserida na relação constitutiva dos meios magnéticos

$$B = \mu_0 [H + M(H)] \quad (5.6)$$

tem como resultado

$$B(H) = \mu_0 \left[\frac{H^2}{J_c R} - \frac{H^3}{3(J_c R)^2} \right] \quad (5.7)$$

que é a equação da curva de magnetização da amostra supercondutora, no processo de resfriamento em ausência de campo. Pode-se notar que a altura da amostra supercondutora é cancelada quando do cálculo da magnetização média.

Como $H_p = J_c R$, a equação (5.7) é reescrita da seguinte forma:

$$B(H) = \mu_0 \left[\frac{H^2}{H_p} - \frac{H^3}{3H_p^2} \right] \quad (5.8)$$

A figura 5.1 ilustra a curva B×H que é o gráfico desta equação para o caso em que a amostra possui $R = 23 \text{ mm}$, $h = 20 \text{ mm}$ e $J_c \cong 6,5 \times 10^7 \text{ A/m}^2$ [42].

Uma saturação foi imposta artificialmente em $B = 0,99 \text{ T}$, a partir de $H = 1,5 \times 10^6 \text{ A/m}$, para satisfazer o requisito de convergência do programa de cálculo.

Caso esta saturação artificial não fosse introduzida, não haveria convergência do cálculo. O valor do ponto de saturação deve ser escolhido bem longe do maior valor de campo aplicado no problema para garantir que não surjam resultados imprecisos e pouco confiáveis, que possam comprometer a validade da aproximação, devido a dificuldades de convergência.

Para demonstrar a validade da técnica, foi reproduzida numericamente, a experiência realizada em [53]. A figura 5.2 representa a comparação dos resultados numéricos obtidos por meio do MEF, utilizando o FEMM com uma malha contendo aproximadamente 5000 nós e 9000 elementos, com os valores experimentais e a figura 5.3 apresenta a comparação do estado *Meissner* Total com o estado *Meissner* Parcial. Pode-se observar o excelente acordo obtido, entre os valores numéricos e experimentais.

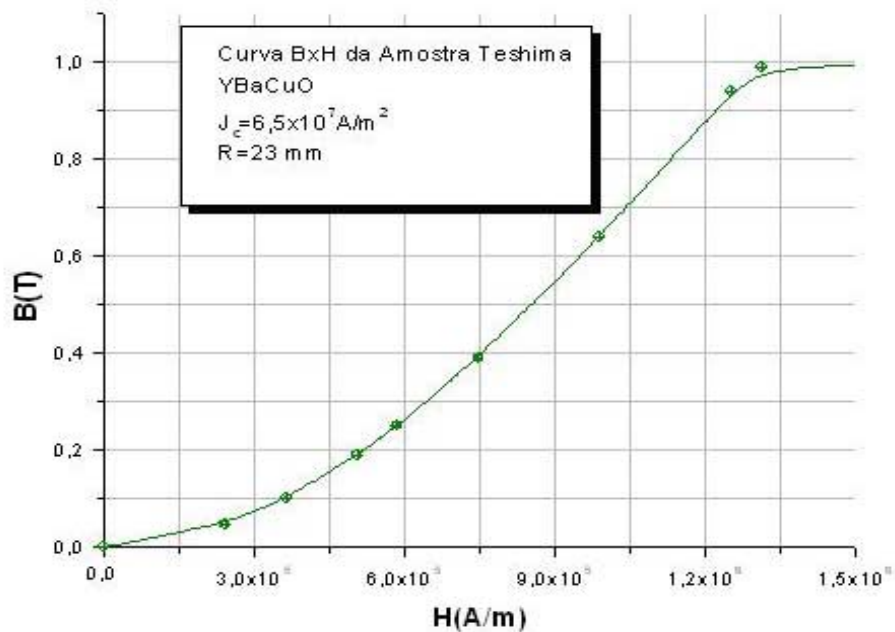


Figura 5.1 - Curva B(H) construída com modelo de Bean para uma amostra de YBaCuO [53]

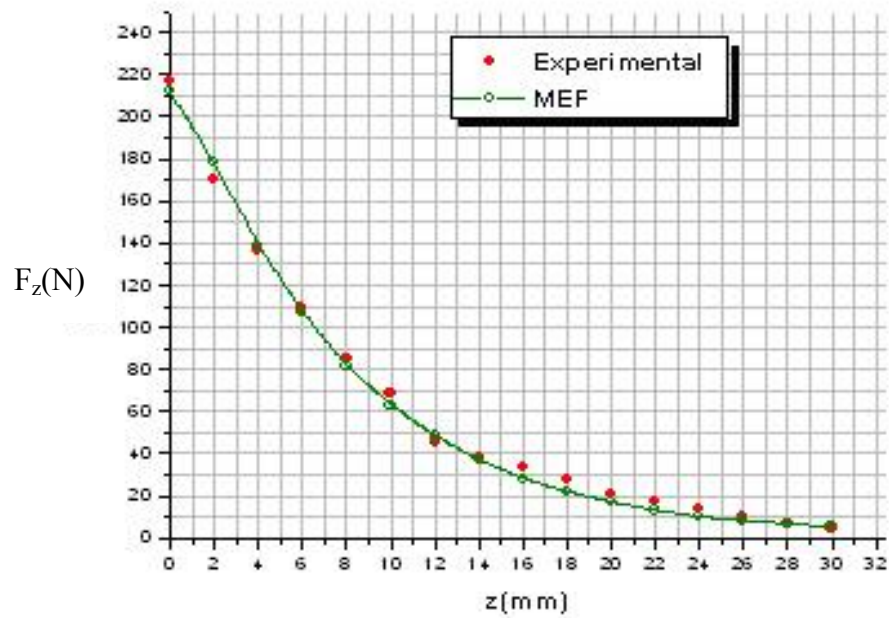


Figura 5.2 - Gráfico da força supercondutora entre experiência e cálculo por MEF no processo ZFC [53].

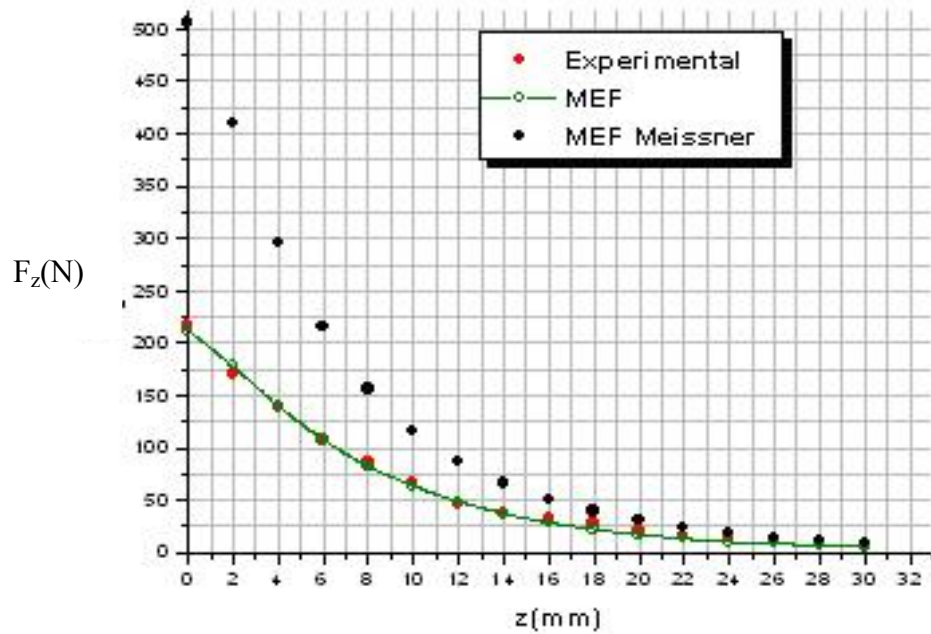


Figura 5.3 - Gráfico da força supercondutora entre experiência e cálculo por MEF no processo ZFC para o estado Meissner Total [53].

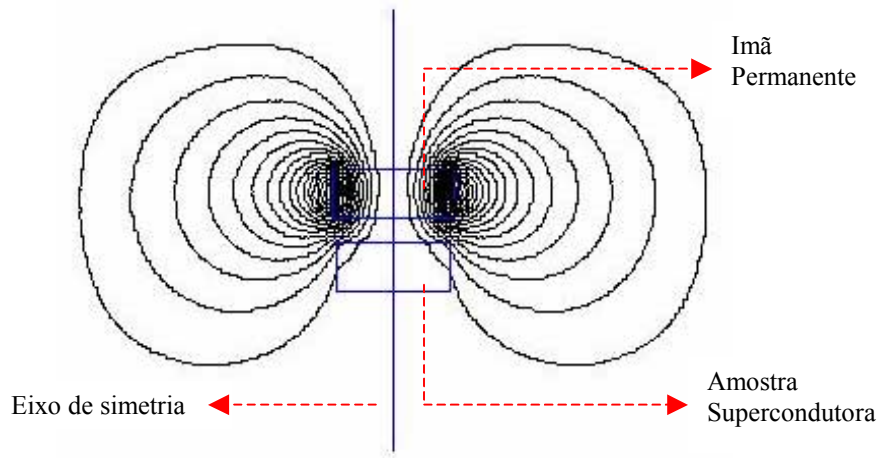


Figura 5.4 - Distribuição das linhas de campo na interação entre o ímã e a amostra supercondutora no estado misto (Estado Meissner Parcial)[53].

As figuras 5.4 e 5.5 apresentam o comportamento das linhas de campo na amostra supercondutora para o estado *Meissner* Parcial e para o estado *Meissner* Total.

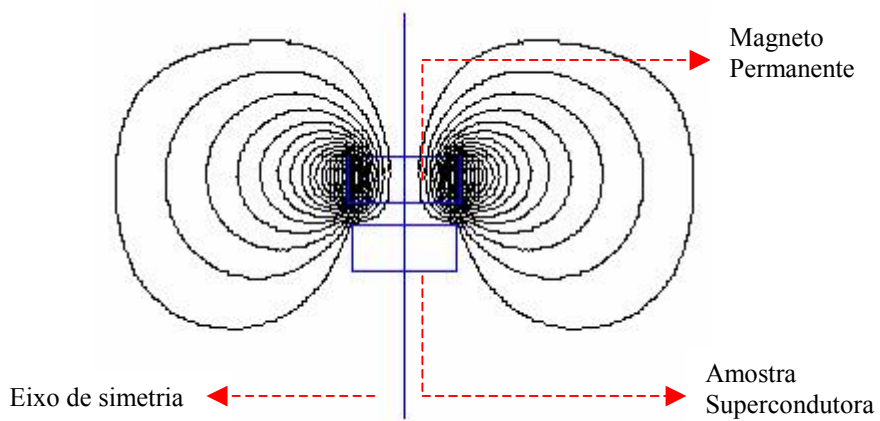


Figura 5.5 - Distribuição das linhas de campo na interação entre o ímã e a amostra supercondutora no estado Meissner Total[53].

5.3 - Cálculo da Força de Interação entre uma Amostra Supercondutora com J_c dependente do Campo Aplicado

As cerâmicas supercondutoras de alta T_c podem apresentar dependência com o campo aplicado, exibindo uma curva funcional conhecida como “rabo-de-peixe” (*fishtail effect*) [54]. A ocorrência deste efeito evidencia a necessidade de se levar em conta a dependência da corrente com o campo aplicado, fugindo do modelo de Bean.

Nesta seção, será apresentado, um modelo para utilização no MEF que permite calcular as forças de interação magnética na aproximação entre um ímã permanente de NdFeB e uma amostra cilíndrica de YBaCuO. A dependência $J_c(H)$ é suposta exponencial, de forma a ter um bom ajuste com os dados experimentais obtidos para YBaCuO dopada com 10% de BaSnO₃ (YBaCuO-(10% BaSnO₃)) fabricada no ISTECH [55].

A curva $B(H)$ por meio de um modelo de Bean modificado para a magnetização de uma amostra com raio $R=23\text{mm}$ e altura $h=20\text{mm}$, e também foi obtida uma expressão para o campo de penetração (H_p) de amostras cuja corrente crítica decai exponencialmente com o campo aplicado.

A curva $J_c(H)$ obtida experimentalmente para uma amostra de YBaCuO - (10% BaSnO₃) ajusta-se muito bem a uma exponencial $J_c = J_{c0}e^{-\alpha H}$, com $J_{c0}=1,15 \times 10^9 \text{A.m}^{-2}$ e $\alpha=10^{-6} \text{m.A}^{-1}$. Esta dependência é muito diferente daquela aceita no modelo de Bean, onde:

$$J_c = \text{constante} \quad (5.9)$$

Apesar de o modelo de Bean propiciar boas aproximações para a resposta magnética de um supercondutor, é fato amplamente conhecido que supercondutores reais possuem densidades de corrente crítica que variam em função do campo aplicado. Com o

intuito de descrever a resposta exponencialmente decadente apresentada pelo YBaCuO - (10% BaSnO₃), o comportamento exponencial deve ser explicitamente levado em conta.

Pela combinação da equação de Àmpere-Maxwell unidimensional, $|\nabla \times \mathbf{H}| = J_c$, com a suposição de um comportamento “tipo-Bean” [56] para a magnetização com densidade de corrente exponencial, pode se obter:

$$\frac{dH}{dx} = J_{co} e^{-\alpha H} \rightarrow \int_0^H e^{\alpha \tilde{H}} d\tilde{H} = J_{co} \int_{R-x_0}^R dx \quad (5.10)$$

que leva a uma profundidade de penetração x_0 :

$$x_0 = \frac{e^{\alpha H} - 1}{\alpha J_{co}} \quad (5.11)$$

A profundidade de penetração do campo x_0 é a largura do anel sobre o qual flui a corrente de blindagem. O momento de dipolo magnético (Γ) das correntes de blindagem induzidas que fluem da superfície até a profundidade $R-x_0$ é dada por:

$$\Gamma = \pi J_{co} h \int_{R-x_0}^R x^2 dx \rightarrow \Gamma = \frac{\pi J_{co} h}{3} [(R - x_0)^3 - R^3] \quad (5.12)$$

onde h é a altura da amostra. Procedendo como na seção 5.2, substituímos a expressão de x_0 na expressão de Γ , e obtemos a densidade volumar média de dipolo magnético, o que nos dá a magnetização ($M(H)$) para o caso ZFC recorrendo novamente à relação constitutiva para meios magnéticos equação (5.6).

$$\mathbf{B} = \mu_0 [\mathbf{H} + \mathbf{M}(H)] \quad (5.13)$$

ou,

$$B = \mu_o \left\{ H + \left(\frac{1 - e^{-\alpha H}}{\alpha} \right) - 1 + \left(\frac{e^{\alpha H} - 1}{\alpha J_{co} R} \right) - \frac{1}{3} \left(\frac{e^{\alpha H} - 1}{\alpha J_{co} R} \right)^2 \right\} \quad (5.14)$$

A equação (5.14) representa a curva $B(H)$ relativa ao processo ZFC para a diminuição de distâncias entre uma amostra supercondutora e o ímã permanente. Esta curva $B(H)$ permite calcular os valores numéricos da força entre a amostra de raio $R = 23$ mm e altura $h = 20$ mm e um ímã de NdFeB de raio $R_{mag} = 25$ mm e altura $h_{mag} = 20$ mm. A curva $B(H)$ da amostra e cálculo da força supercondutora por MEF, com este modelo, estão nas figura 5.6 e 5.7:

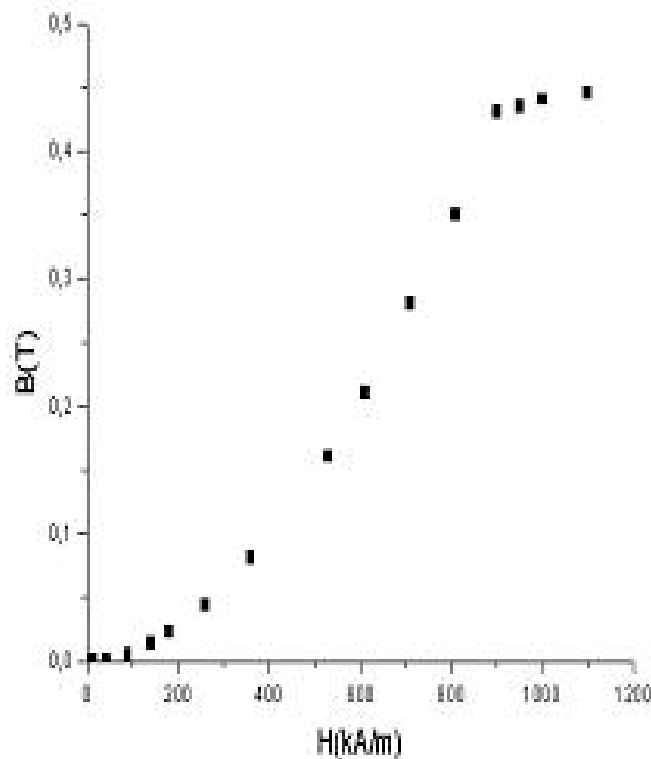


Figura 5.6 - Curva $B(H)$ para o caso de densidade de corrente crítica decaindo exponencialmente com o campo aplicado.

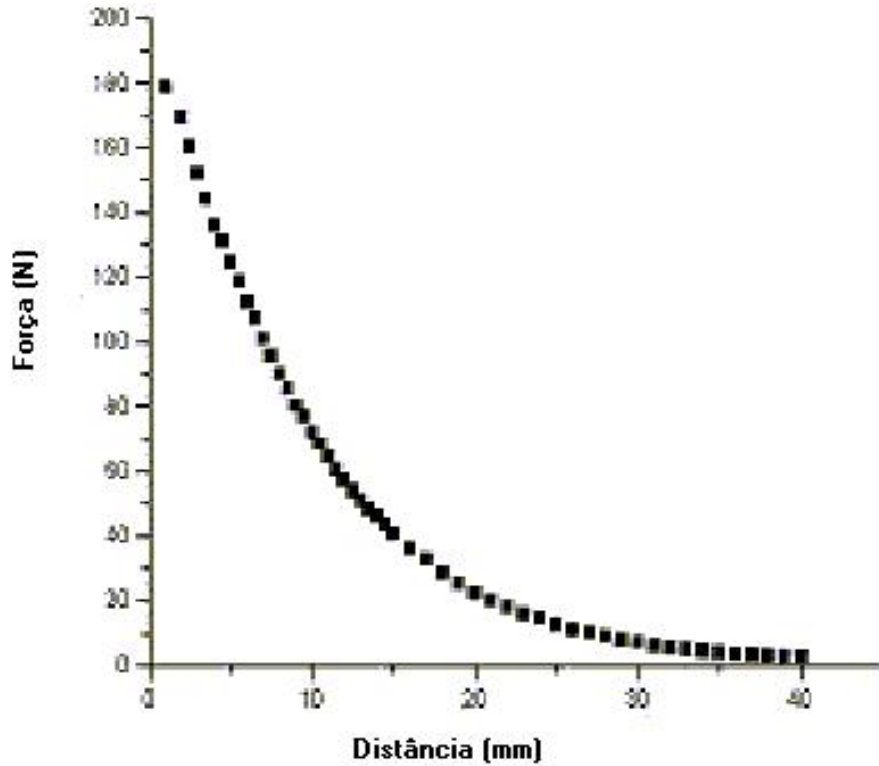


Figura 5.7 - Força de levitação supercondutora, por MEF, para o caso de densidade de corrente crítica decaindo exponencialmente com o campo aplicado.

À distância em que o ímã fica em equilíbrio estático sobre o ímã pode ser obtida no gráfico da força ao se verificar a distância em que a força de repulsão ao peso do ímã. Como o NdFeB tem densidade de 7.5g/cm^3 , o ímã permanente pesa 2.9N a levitação ocorre a 40 mm sobre a face plana do cilindro de YBaCuO.

O campo de penetração (H_p) calculado quando $x_o = R$, na expressão da profundidade de penetração, tem o seguinte valor:

$$H_p = \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha J_{co} R) \quad (5.15)$$

Resultado já conhecido, obtido em [57]. No presente caso, $H_p = 3.3 \times 10^6 \text{ A/m}$. Este valor de H_p é menor que o obtido pelo modelo de Bean.

$$H_p^{\text{Bean}} = J_{c0} R \quad (5.16)$$

(com J_c constante medida em campo nulo, $J_c = J_{c0}$).

Para a amostra supercondutora:

$$H_p^{\text{Bean}} = 2.6 \times 10^7 \text{ A/m} \approx 8H_p \quad (5.17)$$

Este resultado mostra que, ao se desprezar a dependência da corrente com o campo, o campo H_p é superestimado.

No limite em que $\alpha \rightarrow 0$, as quantidades J_c , x_0 , H_p e também a curva $B(H)$ tendem aos resultados dados pelo modelo de Bean.

5.4 – Metodologia de Cálculo das Forças de Interação entre uma Amostra Supercondutora Resfriada em Presença de um Campo Aplicado

Todo o trabalho realizado até então, foi apenas envolvendo o processo ZFC. Tal fato se justifica porque o processo dá excelentes acordos entre os resultados numéricos e experimentais.

Entretanto, o processo FC é o mais importante, para as aplicações na área de engenharia porque, embora fornecendo menores forças de levitação se comparado com o ZFC, a grande quantidade de fluxo magnético aprisionado, cria uma grande estabilidade mecânica que se manifesta por meio de intensas forças restauradoras que surgem quando

o ímã é solicitado a afastar-se de sua posição de equilíbrio. Em que pese sua maior importância do ponto de vista técnico, sua simulação computacional apresenta dificuldades pela necessidade de se estimar o valor do fluxo magnético aprisionado na amostra [35]. Nesta seção é proposta uma metodologia para o cálculo de forças de levitação supercondutora levando em consideração a presença de fluxo magnético aprisionado pela amostra.

A abordagem para a descrição do aprisionamento de fluxo na amostra supercondutora foi a fixação dos valores do potencial vetor magnético sobre pontos na fronteira do material supercondutor.

Na abordagem que propõe a fixação dos valores do potencial vetor, o problema é resolvido em duas fases:

- a) Primeira fase: cálculo dos valores de \mathbf{A} (gerado pelo ímã) sobre pontos na fronteira da região que delimita o supercondutor de alta temperatura crítica assinalada com $\mu = 1$, representando o estado normal (antes do resfriamento). O conjunto de valores de \mathbf{A} mudará a cada distância de resfriamento.
- b) Segunda fase: aplicação dos valores de \mathbf{A} calculados no item anterior sobre a fronteira da região que delimita o supercondutor, agora assinalada com $\mu = 10^{-6}$, representando o intenso diamagnetismo do estado supercondutor, após o resfriamento.

A amostra supercondutora com fluxo aprisionado é uma fonte de campo, mas continua possuindo regiões diamagnéticas. Esta situação fica representada pela sobreposição de pontos com potencial vetor constante a uma região maciça, preenchida com um material de baixíssima permeabilidade magnética ($\mu = 10^{-6}$).

Este modelo, embora este modelo não seja sofisticado, permite obter resultados que se revelam interessantes por reproduzir fatos experimentais, que até então não

havia sido reproduzidos numericamente: cálculo de perfis de fluxo aprisionado diferentes sobre cada face da amostra, estimativa da distribuição do fluxo magnético no interior e ao redor da amostra, a distorção das linhas de campo, que origina as forças restauradoras quando o ímã é deslocado da posição de equilíbrio, e finalmente valores para a força de levitação. Deve-se observar que a simplicidade do modelo proposto não permite distinguir entre aproximações e afastamentos entre o ímã e a amostra, ou seja, não dá conta da histerese da força.

Mesmo não contemplando a histerese, os valores de força obtidos e o comportamento da curva representam um progresso em relação ao que existe na literatura.

5.5 - Cálculo de Forças de Interação utilizando Diamagnetismo Perfeito e Fixação de Valores do Potencial Vetor Magnético.

O gráfico exibido na figuras 5.8 ilustra as comparações entre as forças calculadas pelo método dos elementos finitos, para o processo FC, para a distância de resfriamento igual a 3mm (distância entre o ímã e a amostra supercondutora, no instante de resfriamento).

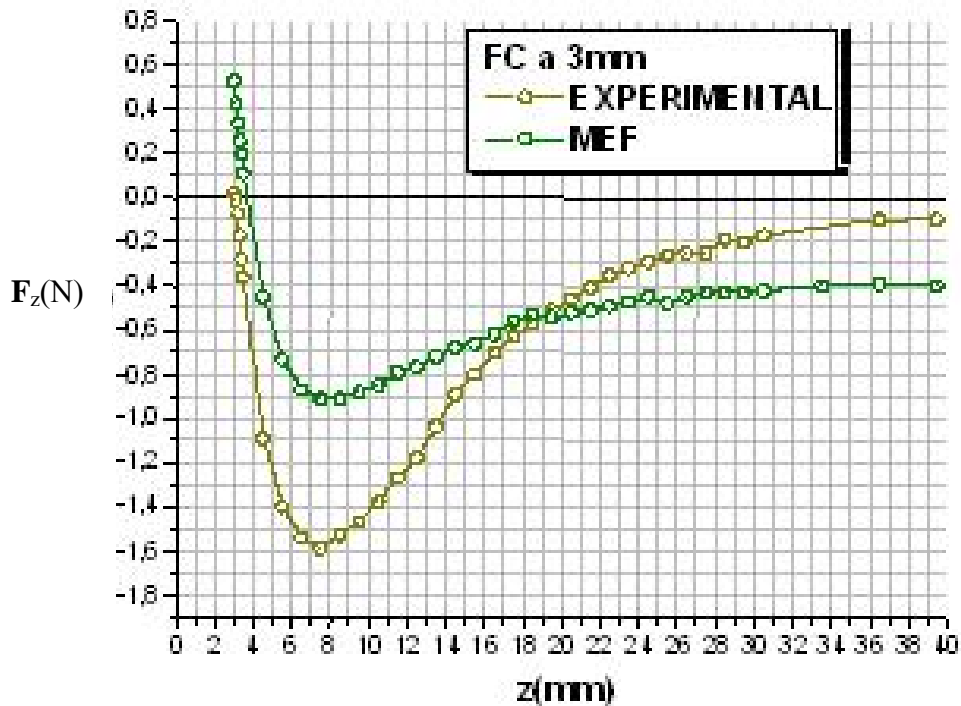


Figura 5.8 - Comparação entre cálculo numérico e experiência no processo FC, para esfriamento a 3,0 mm.

Pode-se observar que os valores teóricos e experimentais atingem muito bons acordos qualitativos, reproduzindo o formato da curva experimental, mesmo não atingindo nunca o mesmo nível de aproximação que foi conseguido na simulação do processo ZFC, embora a amostra supercondutora e o imã sejam os mesmos que nas simulações nos cálculo ZFC na seção 5.2.

Uma diferença básica entre os dois cálculos, é que, no ZFC, levou-se em consideração a não linearidade do comportamento magnético do material, enquanto nesta representação do processo FC, foi utilizado um modelo muito simples.

Observa-se, que a qualidade da aproximação piora, com o aumento da distância de resfriamento. Apesar desta simplicidade, o nível de aproximação obtido, já permite

utilizar este modelo na estimativa das forças e distâncias de levitação para aplicação em máquinas elétricas, principalmente mancais magnéticos.

Outro aspecto explorado neste cálculo é o da configuração do fluxo aprisionado, ou seja, como ele se distribui no espaço, e como prever seu mapeamento pelo cálculo numérico.

Optou-se por construir um modelo com simetria de translação, embora todas as forças aqui calculadas referem-se a afastamentos axiais. As dimensões do novo modelo foram calculadas para conservar o volume da amostra e do ímã. A figura 5.9 abaixo ilustra a configuração das linhas de campo no instante do resfriamento.

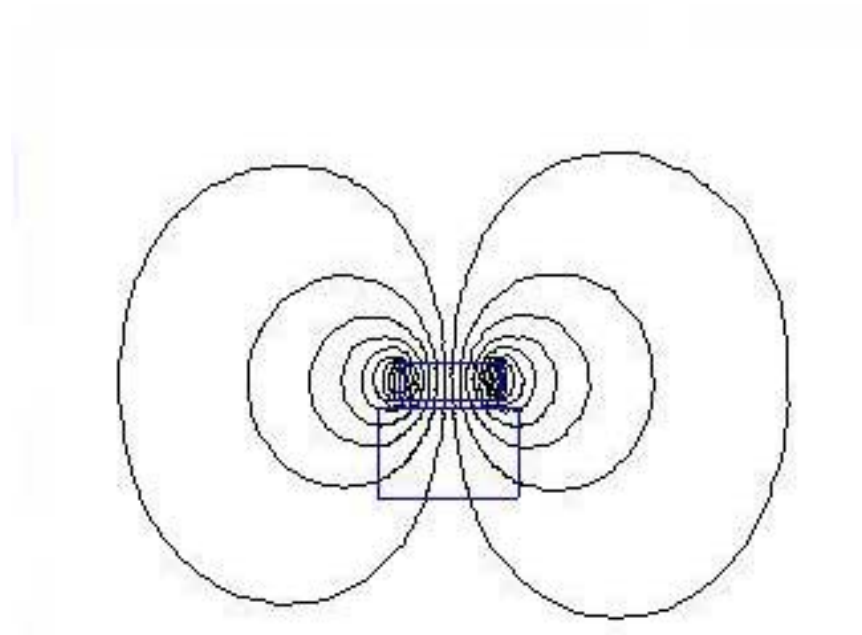


Figura 5.9 – Configuração das linhas de campo no supercondutor após o resfriamento.

A amostra já está resfriada, mas as linhas de campo permanecem dispostas como se ela ainda estivesse no estado normal, pois o bloco não foi solicitado a mover-se. Foi

usado $\mu = 10^{-6}$ para caracterizar a blindagem magnética, e as linhas de fluxo aprisionado resultam da manutenção das condições de contorno sobre o potencial vetor magnético, sobre o contorno do supercondutor.

A figura 5.10, abaixo, ilustra o supercondutor com seu fluxo aprisionado, após a retirada do ímã, e as figuras 5.11 e 5.12 mostram os perfis de campo B_z obtidos para cada face da amostra, pode se observar a diferença de forma e intensidade na distribuição do fluxo magnético aprisionado.

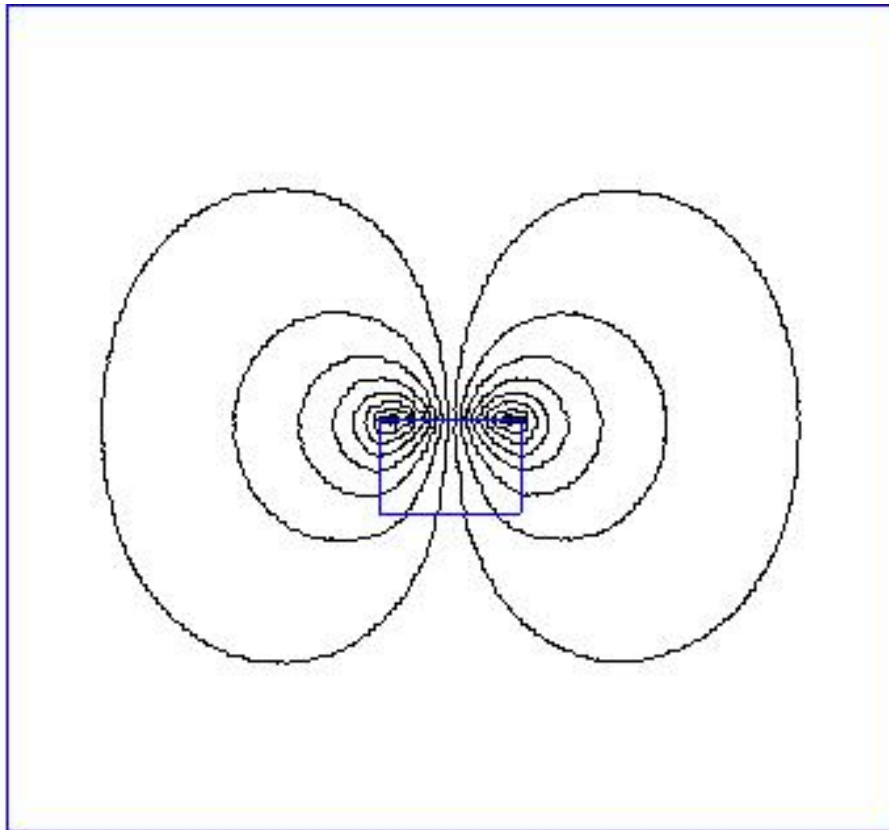


Figura 5.10 – Fluxo aprisionado na amostra supercondutora

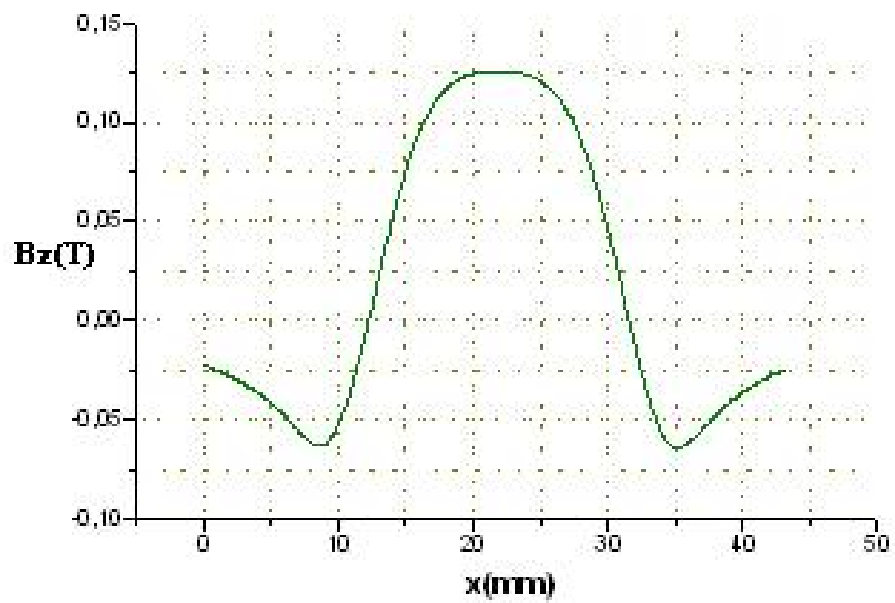


Figura 5.11 – Perfil do campo aprisionado na face superior da amostra supercondutora.

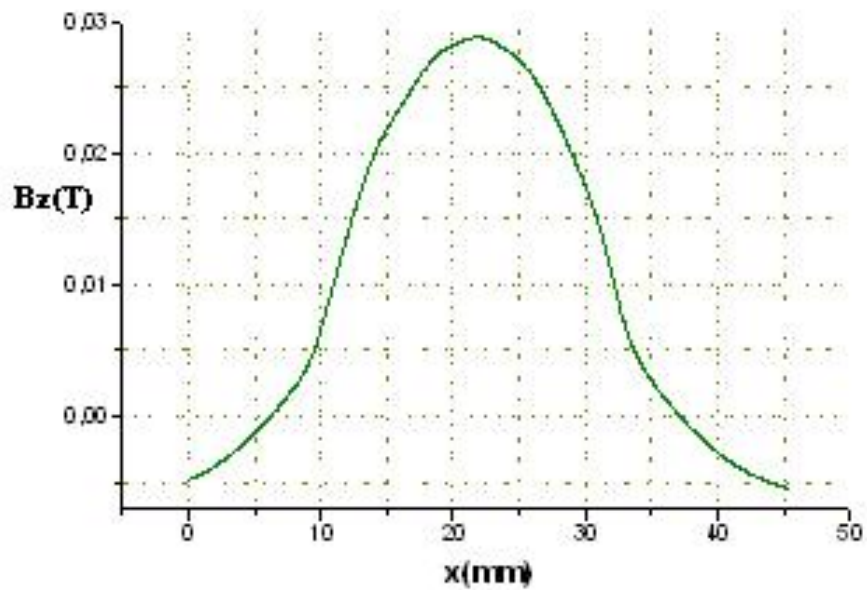


Figura 5.12 – Perfil do campo aprisionado na face inferior da amostra supercondutora.

A figura 5.13 mostra a distorção introduzida na configuração das linhas de campo ao se retirar o supercondutor da posição de equilíbrio.

Como as forças restauradoras têm origem microscópica, surgem como consequência do aprisionamento de vórtices em defeitos e impurezas do supercondutor, mas na representação macroscópica elas surgem em consequência da constância do potencial vetor ao longo do contorno da amostra.

Portanto, a representação do problema microscópico do conjunto de vórtices, é representada por uma condição de contorno sobre o potencial vetor magnético.

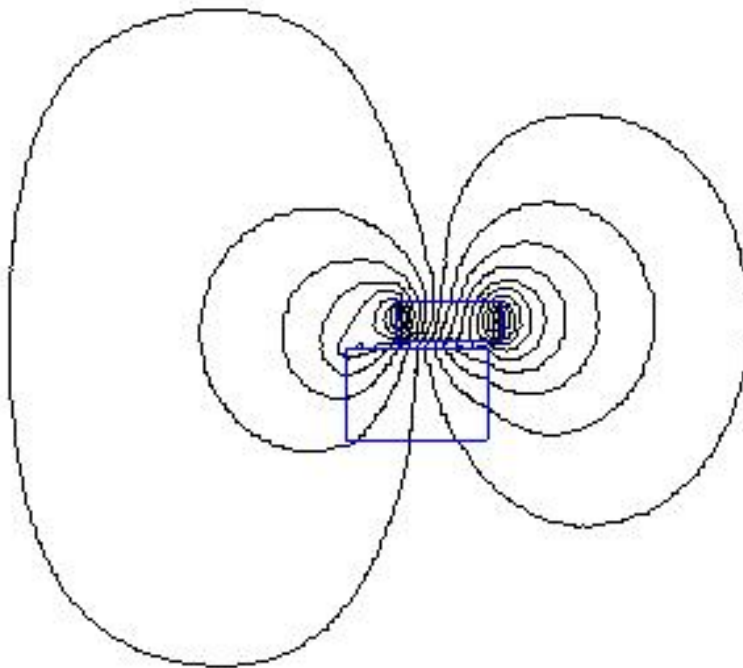


Figura 5.13 – Distribuição das linhas de campo quando o supercondutor é deslocado.

As três figuras seguintes, figuras 5.14, 5.15 e 5.16 ilustram o mapeamento numérico da distribuição do fluxo magnético resultante do processo FC.

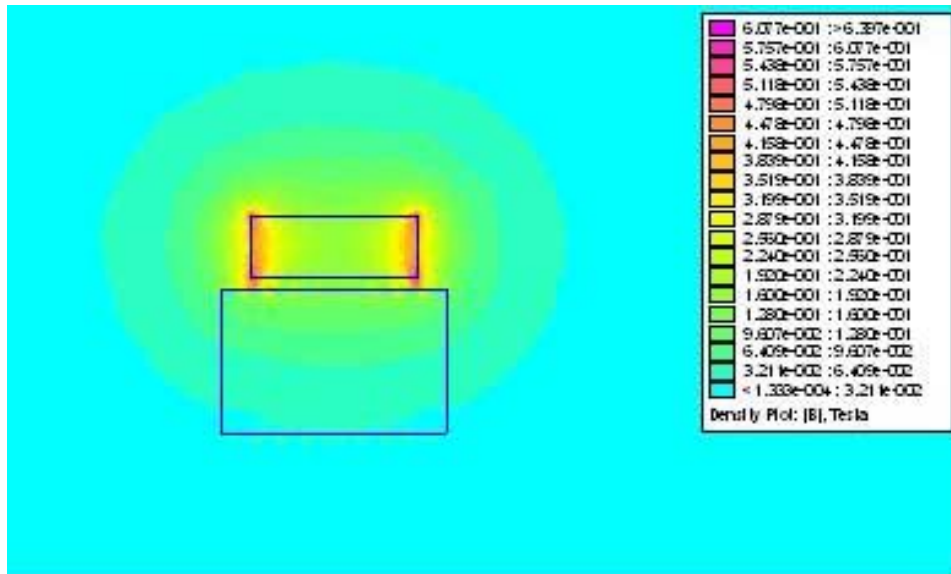


Figura 5.14 – Distribuição do fluxo no instante do resfriamento

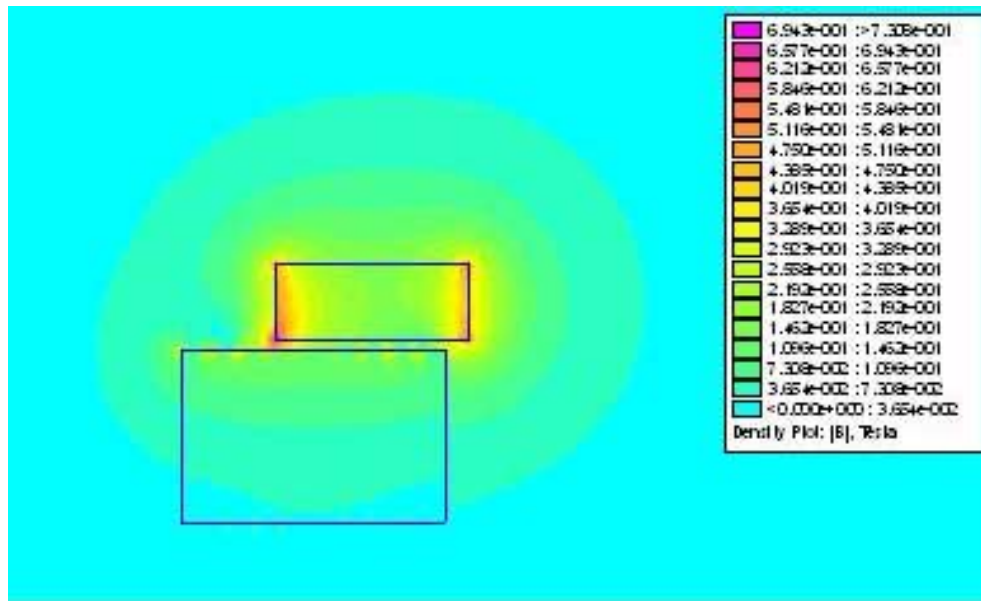


Figura 5.15 – Fluxo aprisionado na amostra supercondutora quando deslocada da posição de equilíbrio.

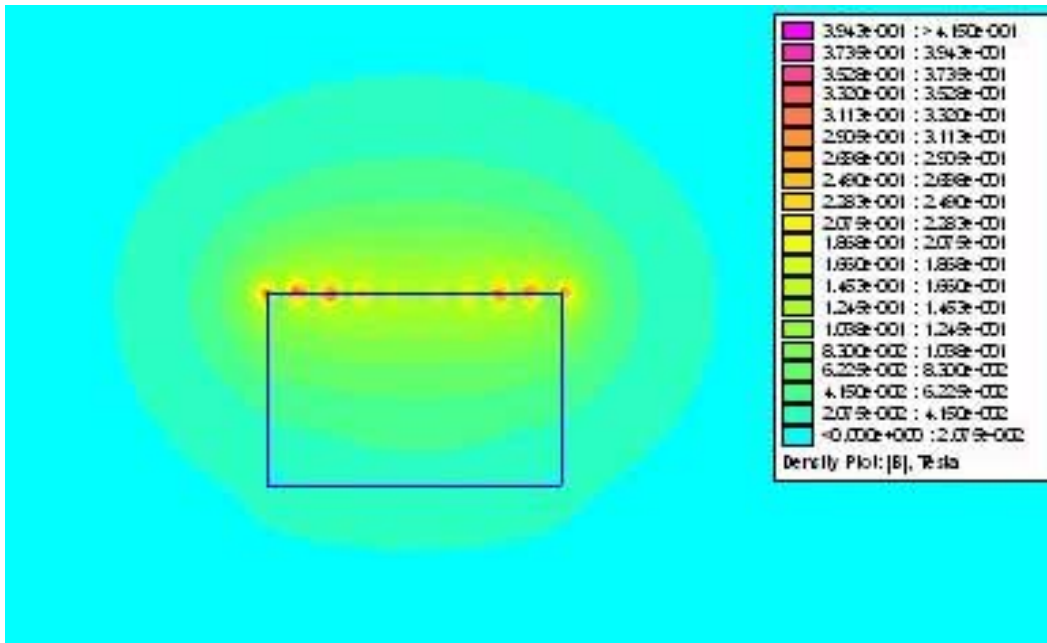


Figura 5.16 – Fluxo aprisionado na amostra supercondutora.

Capítulo 6 – *Aplicação de Modelos para a Simulação de Mancais Magneto-Supercondutores*

6.1 – Introdução

Neste capítulo serão apresentadas as simulações realizadas nos protótipos do trilho – veículo (Anexo A) desenvolvidos no LASUP, utilizando alguns modelos apresentados anteriormente, bem como serão realizadas comparações entre geometrias [67] de diferentes tamanhos, com dois tipos de magnetos permanentes, Ferrita e NdFeB, sendo possível assim encontrar a melhor configuração para o protótipo.

6.2– Representação do Campo Magnético no MEF

Para a simulação dos trilhos, foram utilizados alguns dos modelos apresentados anteriormente, mas para tal foi necessário antes, verificar se o perfil do campo magnético (\mathbf{B}) do imã permanente estava representando perfeitamente o que era medido experimentalmente (figuras 6.1).

Isto torna-se necessário, porque diferentemente das geometrias anteriores, para as quais o perfil do campo magnético era calculado no centro do imã permanente a uma distância de 0.5 mm de sua face superior, mas nos mancais lineares, deve-se levar em consideração a distribuição do campo ao longo de toda a geometria.

Para esse procedimento foram realizadas medidas experimentais ao longo da seção do trilho e depois comparadas com as simulações numéricas, as medidas experimentais foram realizadas a diversas distancias dos mancais lineares. Caso não

ocorresse uma concordância entre os valores numéricos e experimentais, modificações no modelo a ser simulado deveriam ser realizadas. Essas modificações eram de natureza das condições de contorno, que deveriam ser aproximadas ou afastadas da geometria do trilho de acordo com os valores calculados.

Os materiais utilizados na construção do trilho-veículo como a Ferrita, o NdFeB e o aço 1010/10120, foram representados pelos valores e curvas apresentados abaixo:

a) Ferrita

Foi representada de forma linear com os valores da permeabilidade relativa e o seu campo coercitivo, cujos valores foram:

$$\mu = 1.1$$

$$H_c = 240 \text{ kA/m}$$

b) NdFeB

Representado pela curva B×H (figura 6.1)

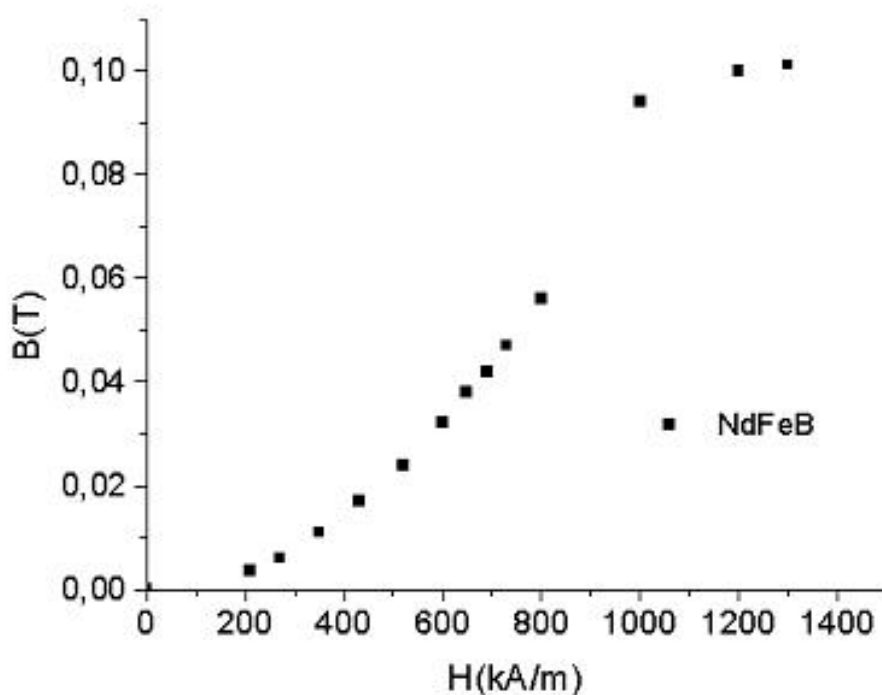


Figura 6.1 – Gráfico da curva B×H do NdFeB

c) Aço 1010/1020

Representado pelas curvas B×H (figuras 6.2 e 6.3)

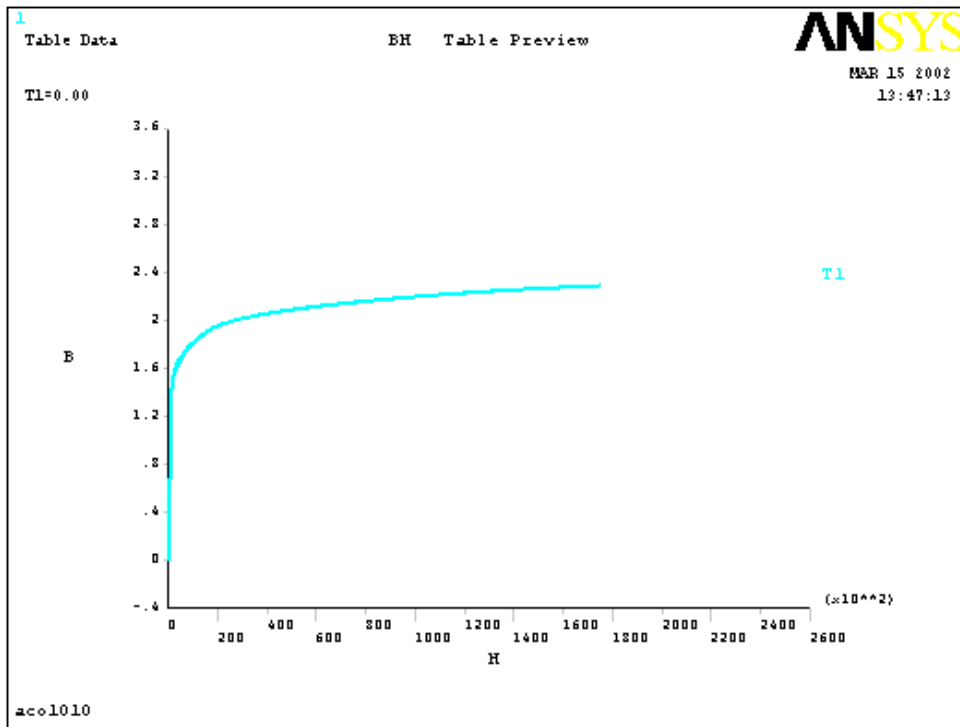


Figura 6.2 – Gráfico da curva B×H do Aço 1010

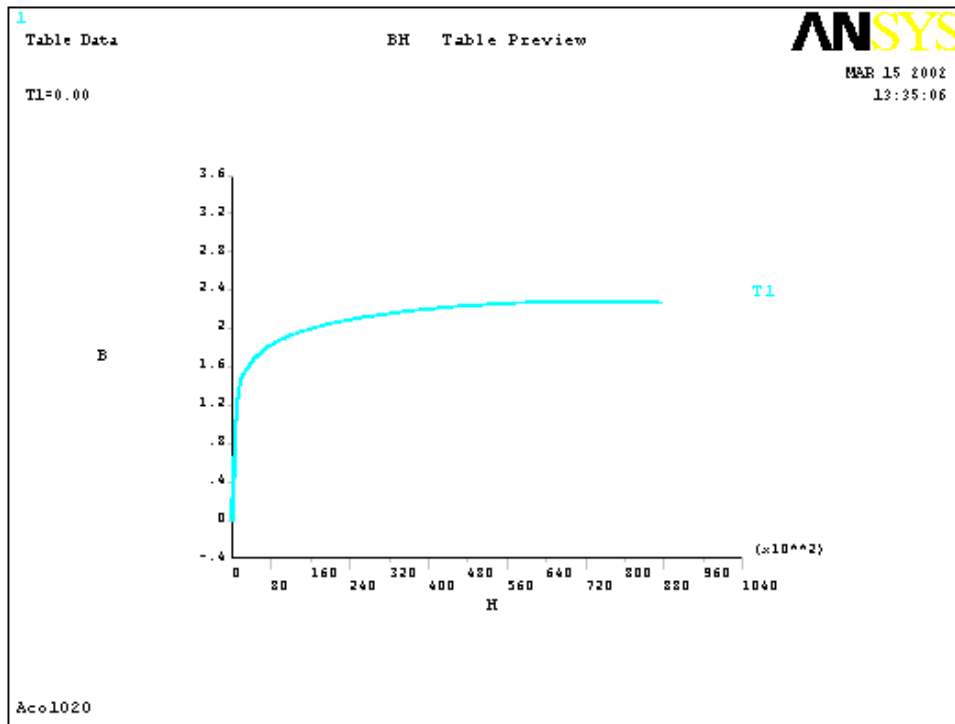


Figura 6.3 – Gráfico da curva B×H do Aço 1020

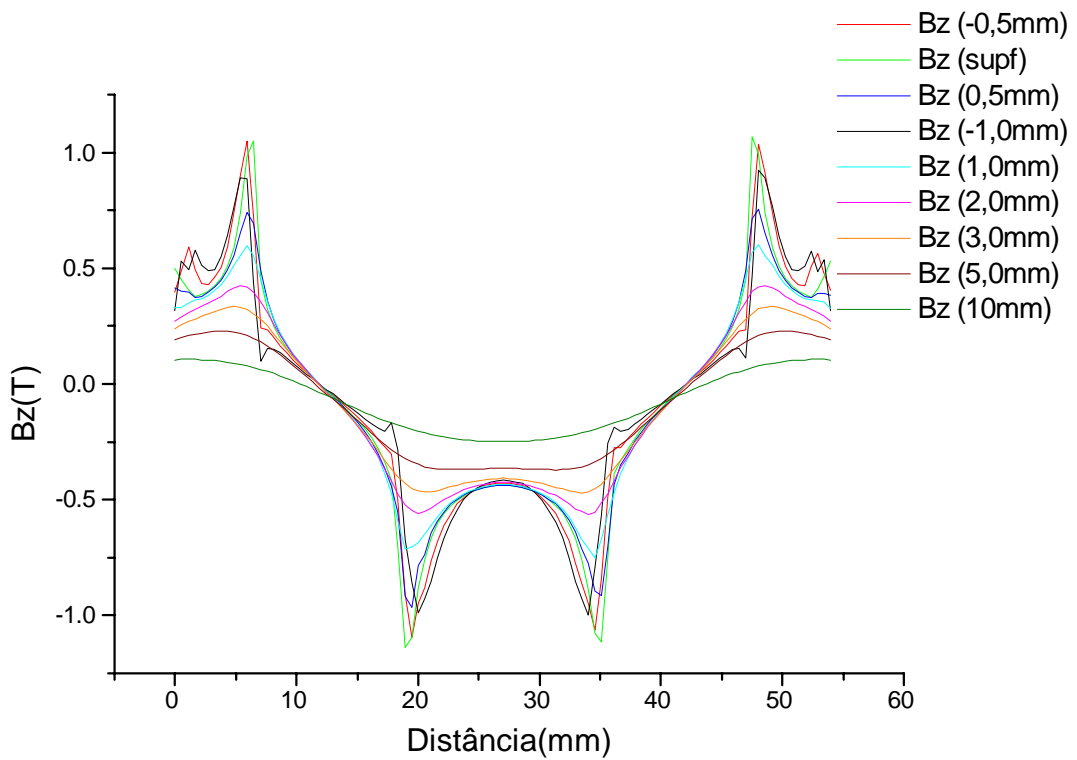


Figura 6.4 – Medidas experimentais do campo magnético na superfície do trilho.

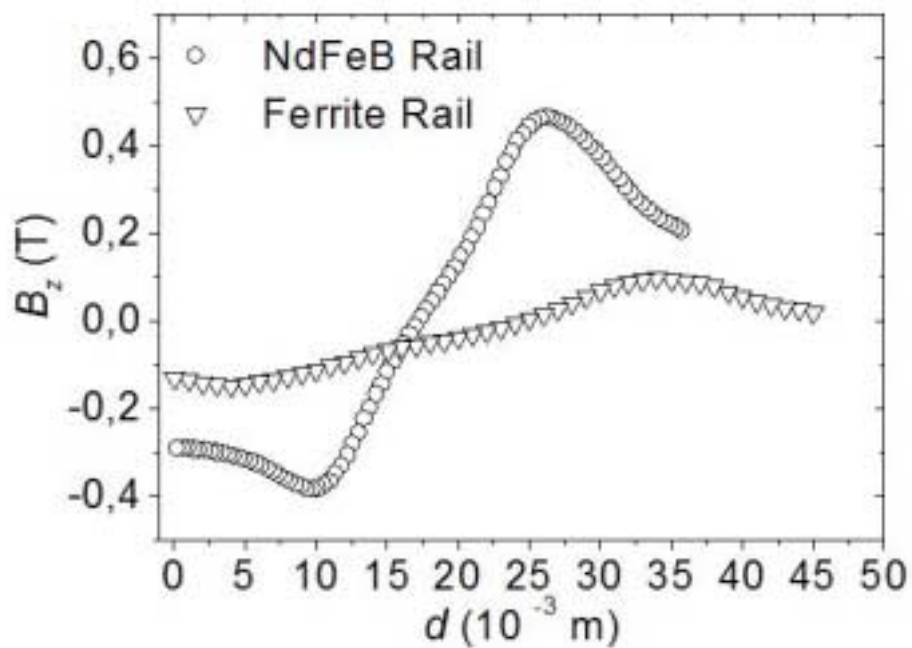


Figura 6.5 – Comportamento do campo magnético da Ferrita e do NdFeB.

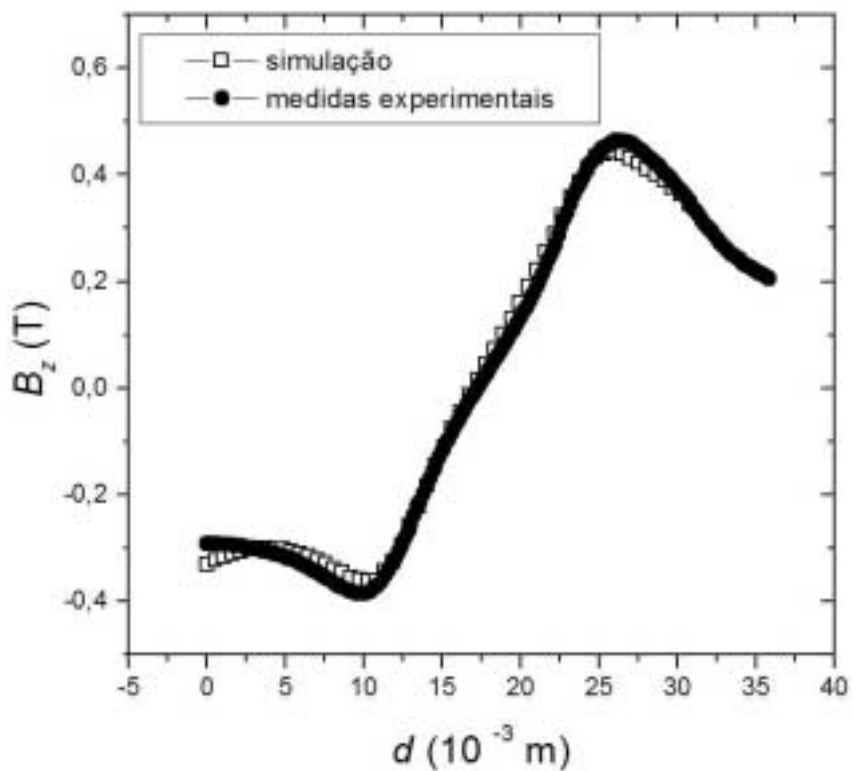


Figura 6.6 – Comparação do campo magnético entre as medidas experimentais e o MEF

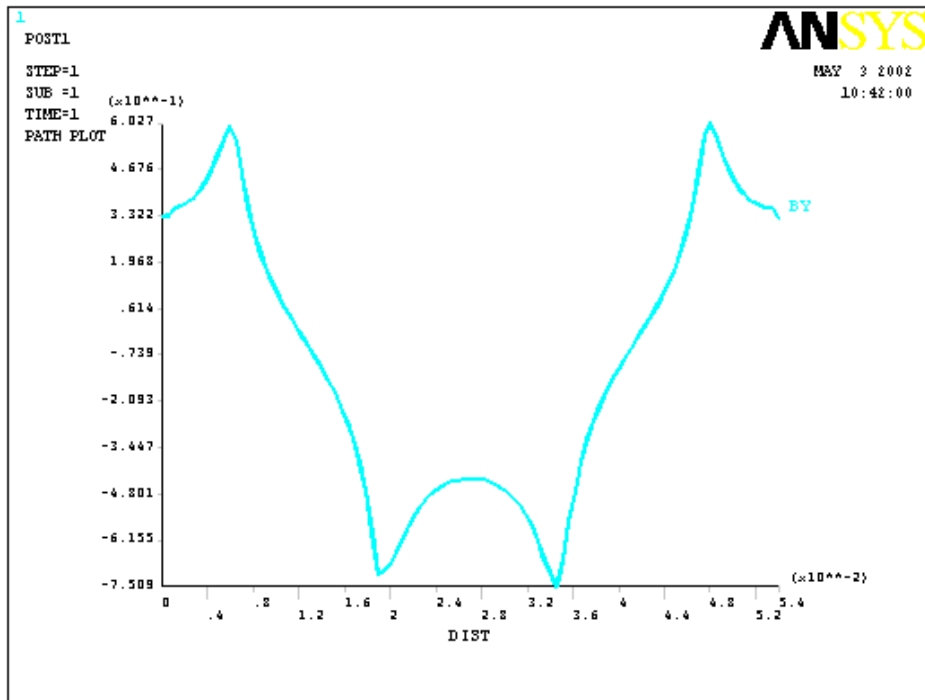


Figura 6.7 – Comportamento do campo magnético do trilho de NdFeB.

6.3 – Comparação da Força Supercondutora dos Mancais Lineares de Ferrita e NdFeB

Utilizando o modelo de Bean [34], foram realizadas simulações para a comparação entre as forças supercondutoras com os mancais lineares do primeiro protótipo construído com a Ferrita e com o segundo protótipo, construído com NdFeB (Anexo A).

O gráfico (figura 6.8) apresenta a diferença de comportamento da força de supercondutora entre os mancais do primeiro protótipo (Ferrita) e do segundo protótipo (NdFeB). No gráfico nota-se que a força supercondutora gerada pelo trilho de NdFeB é aproximada 20 vezes maior em comparação com a criada pela Ferrita.

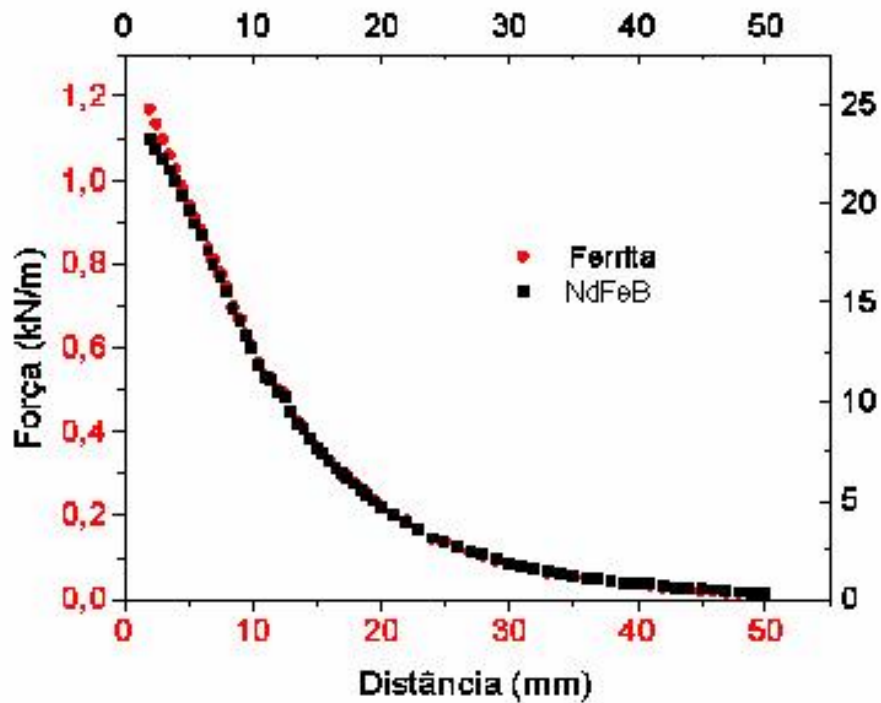


Figura 6.8 – Comparação da força supercondutora dos mancais lineares com Ferrita e NdFeB.

Tendo em vista tal fato, procurou-se variações de geometrias para que pudesse ser aumentada a força de levitação supercondutora do mancal que utiliza a Ferrita como imã permanente. Uma das primeiras tentativas foi aumentando o tamanho das medidas originais, no comprimento e na altura (figuras 6.9 e 6.10).

Tais variações também foram realizadas no trilho de NdFeB.

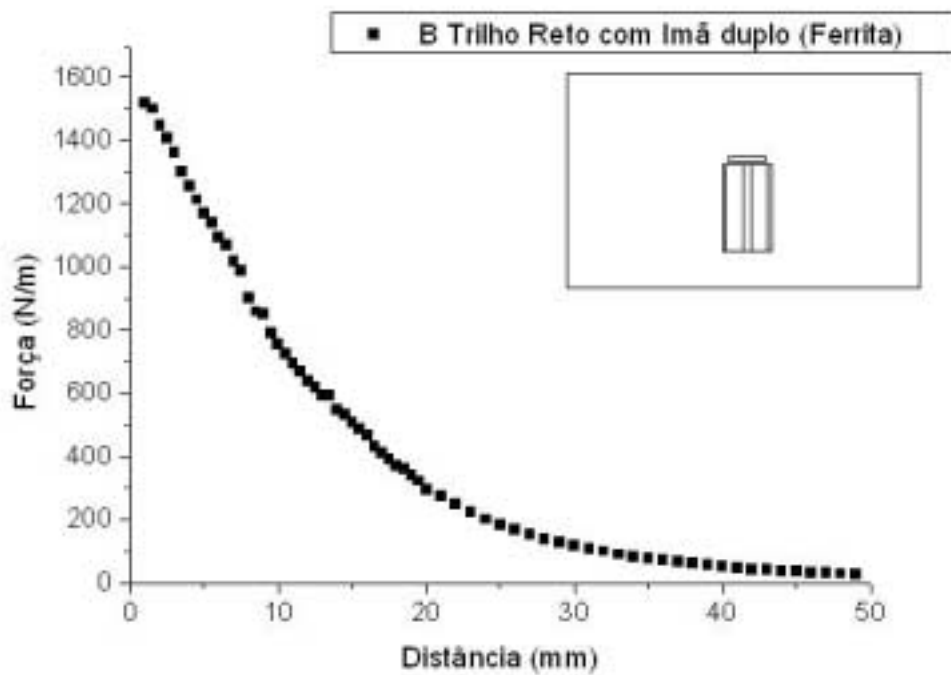


Figura 6.9 – Comportamento da força supercondutora com o aumento do tamanho da geometria.

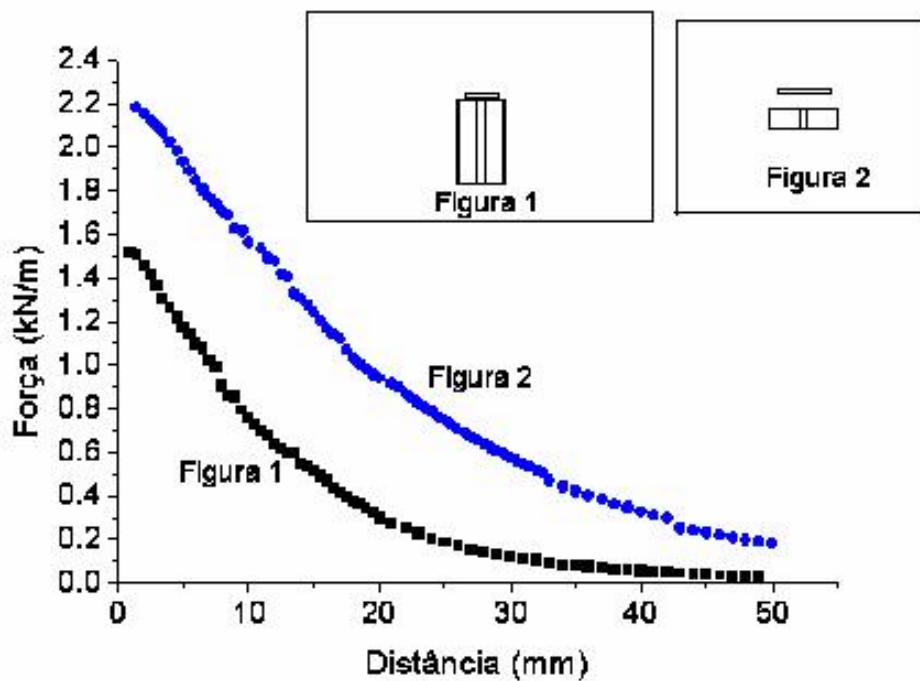


Figura 6.10 – Comparação da força supercondutora dos mancais lineares com Ferrita e NdFeB, com variações da geometria.

As simulações nos tamanhos dos trilhos apresentaram uma saturação da força supercondutora, quando o tamanho é três vezes o valor do tamanho original. Tal comportamento é apresentado no gráfico abaixo (Figura 6.11), conforme já obtido e pode ser visto na literatura [58].

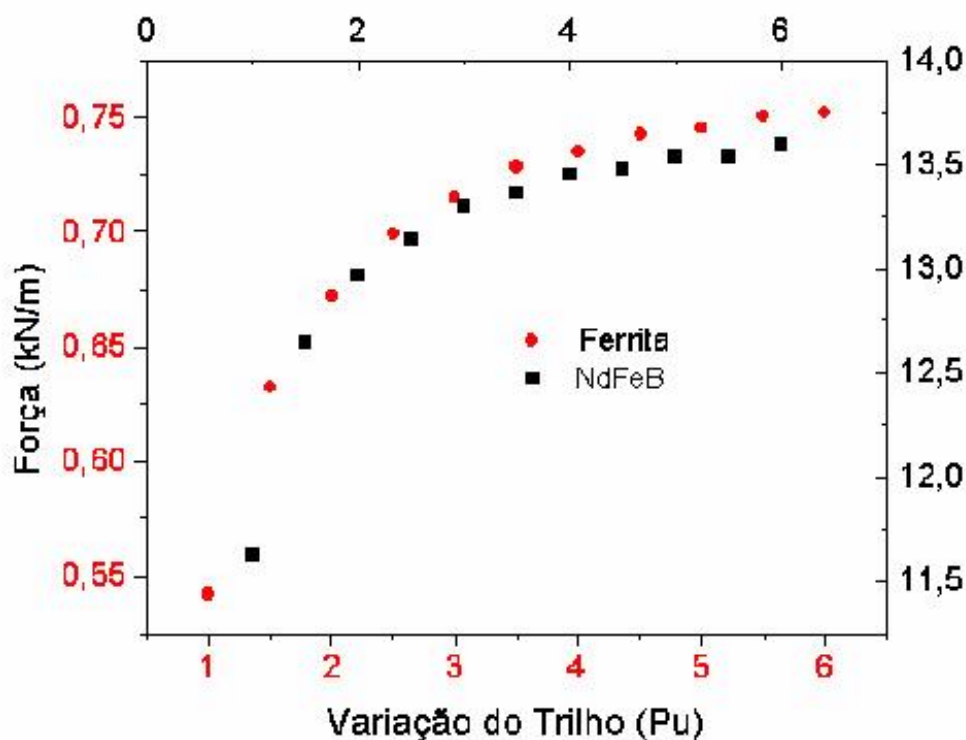


Figura 6.11 – Saturação da força supercondutora com a variação do tamanho da geometria para o trilho de Ferrita e do NdFeB.

6.4 – Comparações entre Diferentes Geometrias

Tendo em vista a diferença entre os valores das forças de levitação supercondutoras entre os trilhos de Ferrita e NdFeB, procurou-se, então, variações no mancal trilho – veículo, para que se pudesse ter um ganho na força de levitação para o trilho de Ferrita. Para tanto foram realizadas simulações para diversas geometrias com a Ferrita e também comparadas com o NdFeB. Algumas dessas simulações são apresentadas nas figuras (6.12, 6.13, 6.16 e 6.18) bem como o perfil do campo magnético das respectivas alterações (figuras 6.14, 6.15 e 6.17).

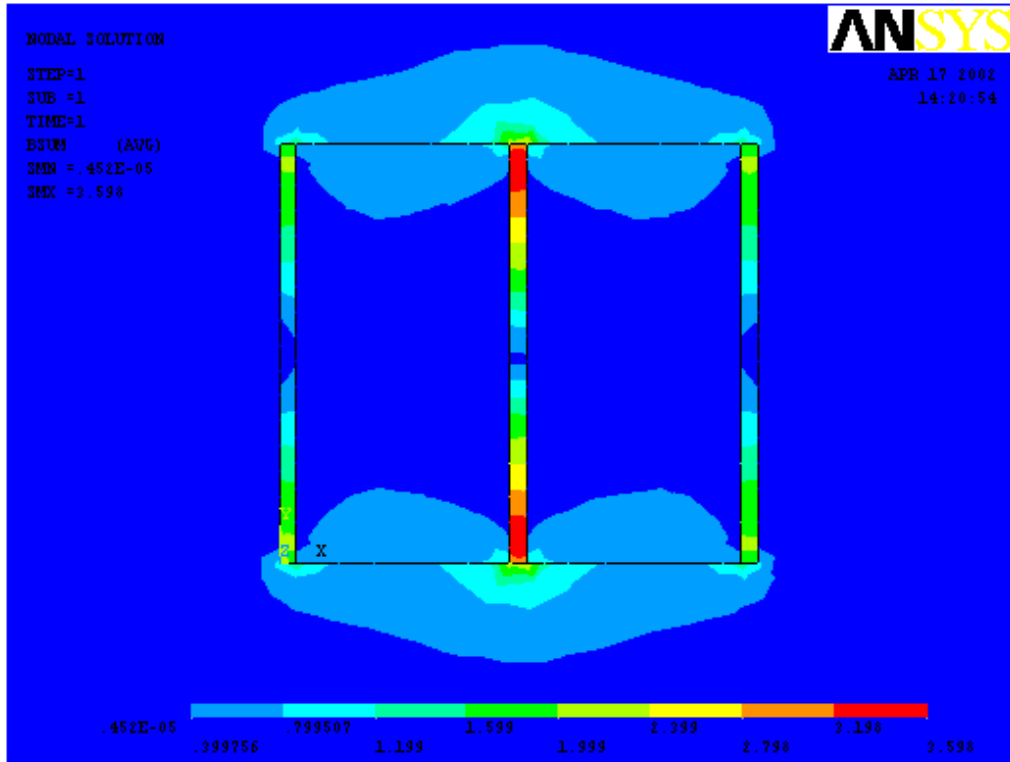


Figura 6.12 – Variação da geometria original

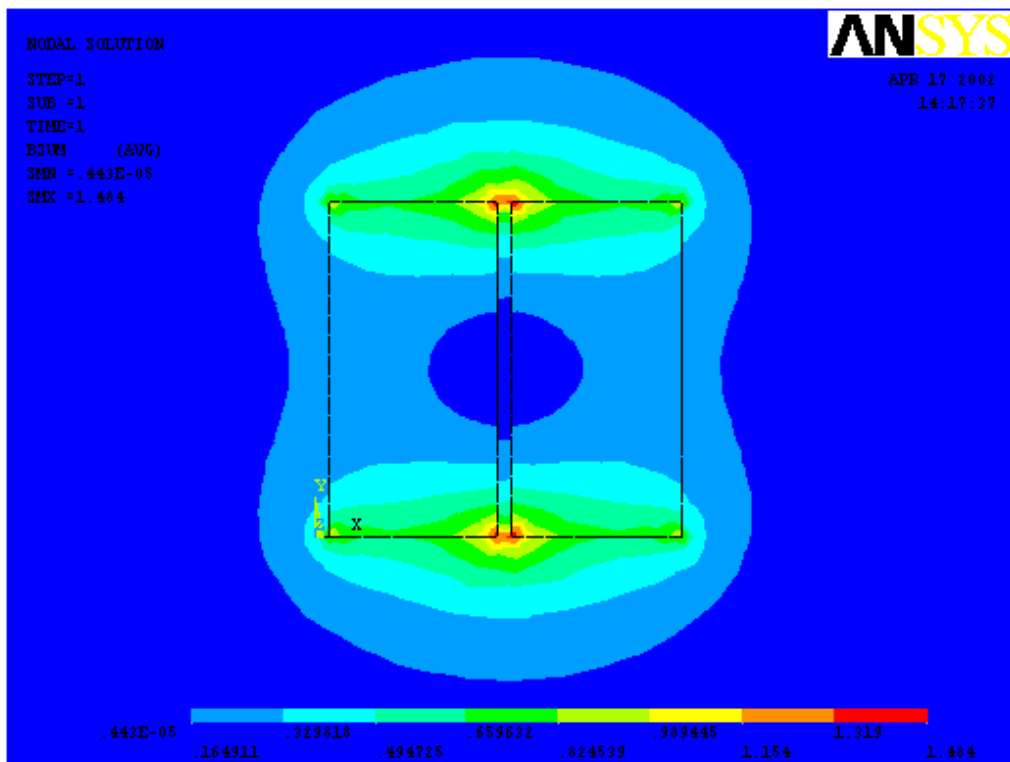


Figura 6.13 – Variação da geometria original

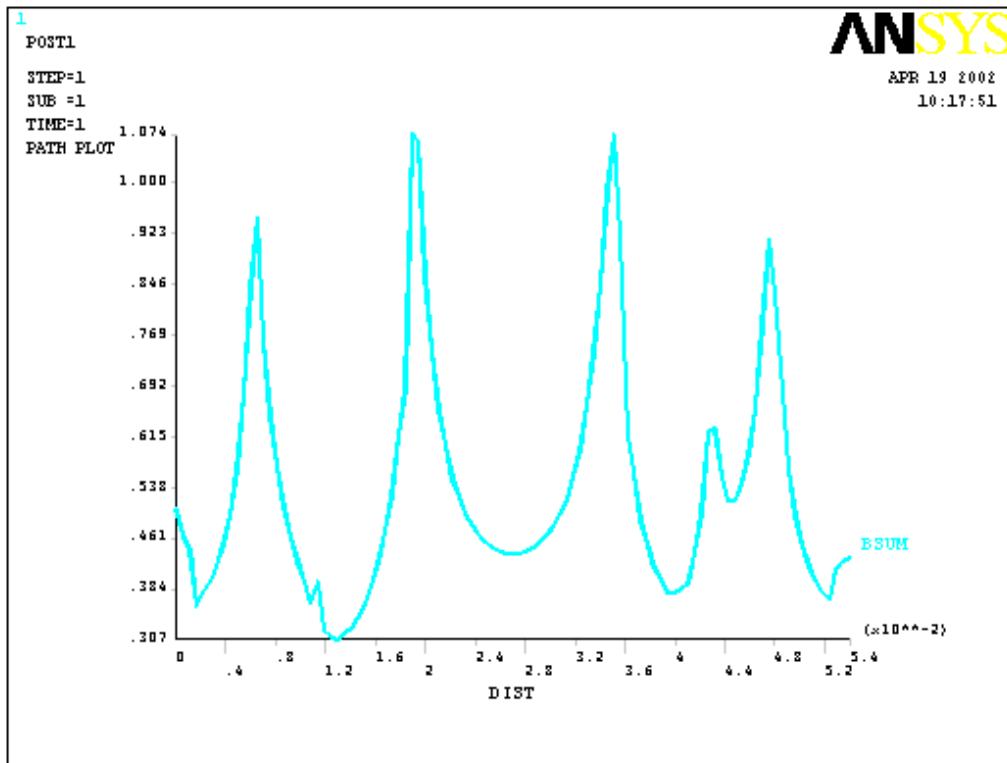


Figura 6.14 – Comportamento do fluxo magnético para a figura 6.12

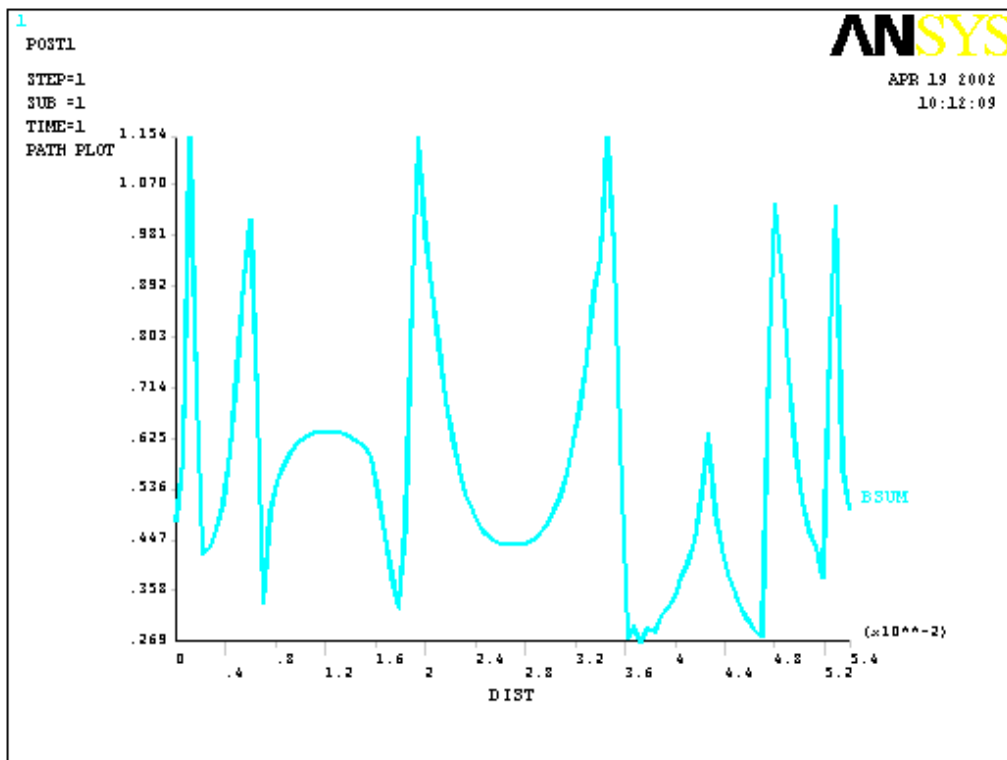


Figura 6.15 – Comportamento do fluxo magnético para a figura 6.13

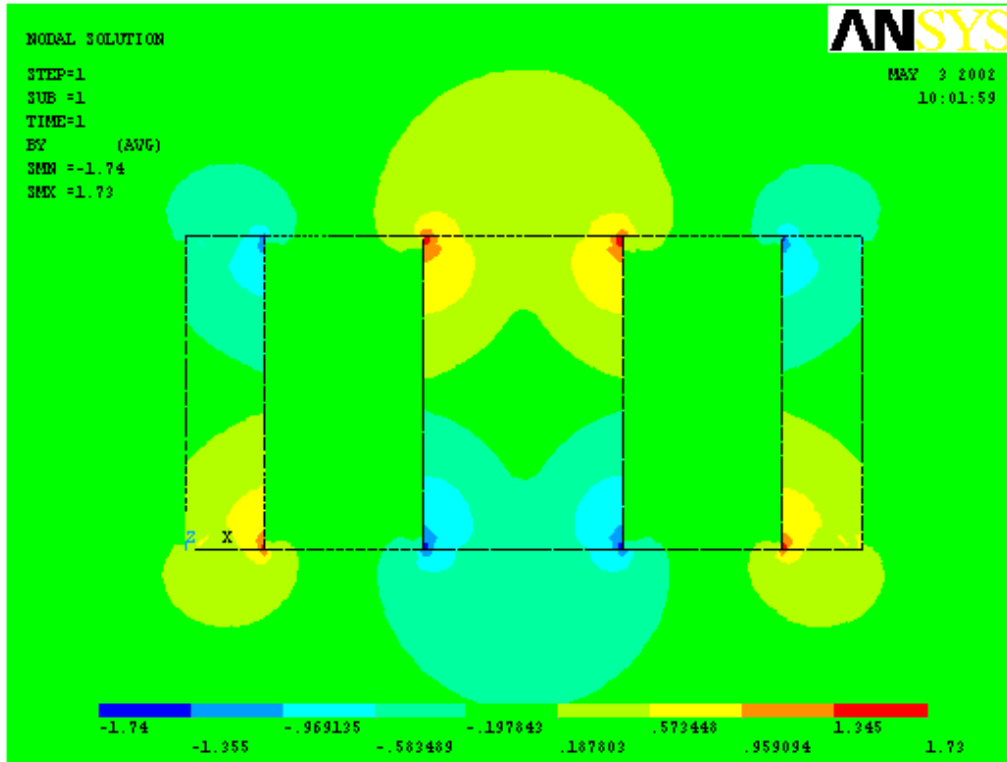


Figura 6.16 – Variação da geometria original

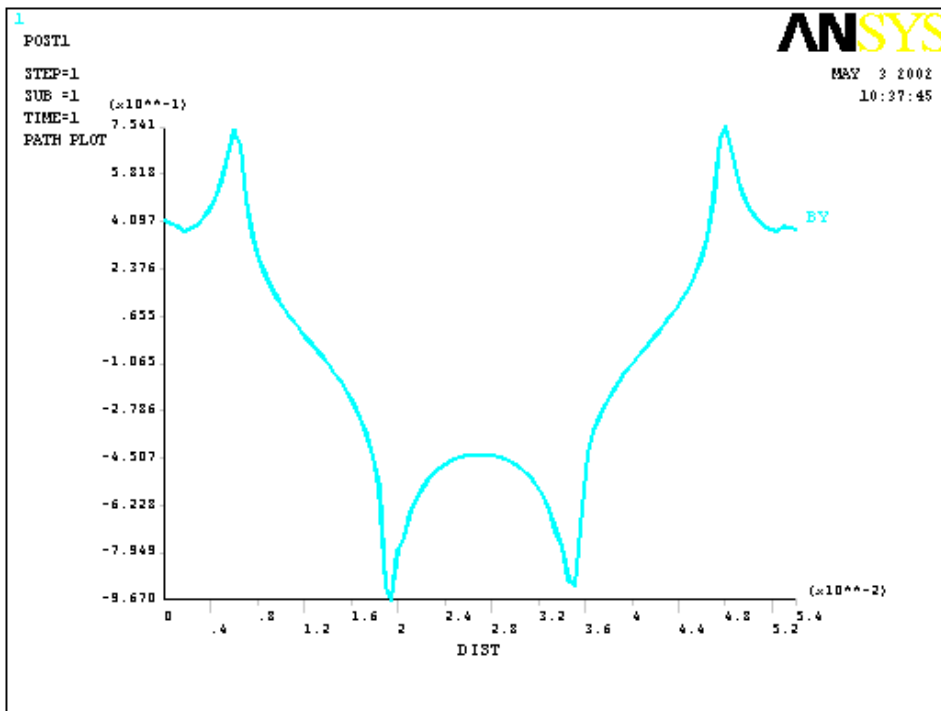


Figura 6.17 – Comportamento do fluxo magnético para a figura 6.16

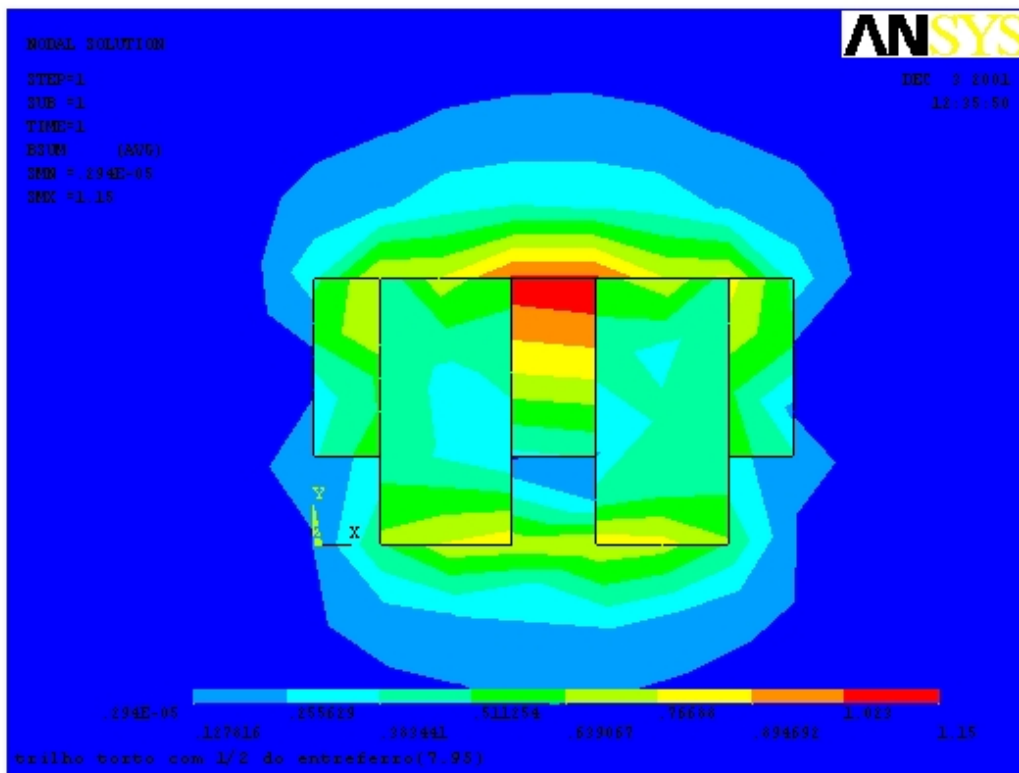


Figura 6.18 – Variação da geometria original

6.5 – Arranjo *Halbach*

Tendo em vista que a variação do tamanho da geometria, não deu um ganho significativo, na força supercondutora para o mancal que utiliza a Ferrita como imã permanente, uma outra alternativa encontrada foi fazer um arranjo *Halbach* [60-63]. Nesse tipo de geometria os imãs são dispostos de forma que há uma concentração do campo magnético apenas no lado de interesse (Figura 6.19).

O gráfico Força \times Distância (figura 6.20), apresenta-se o comportamento da linha de campo para o trilho de Ferrita e no gráfico da figura 6.21 o comportamento da força supercondutora. Em todas essas simulações o comportamento do supercondutor foi descrito pelo modelo de Bean. No gráfico da figura 6.22 apresenta-se o comportamento da força supercondutora para os trilhos de Ferrita e NdFeB. Verifica-se

no gráfico (figura 6.22) que mesmo com a o arranjo *Halbach* não se tem um ganho significativo da força supercondutora para o trilho de Ferrita.

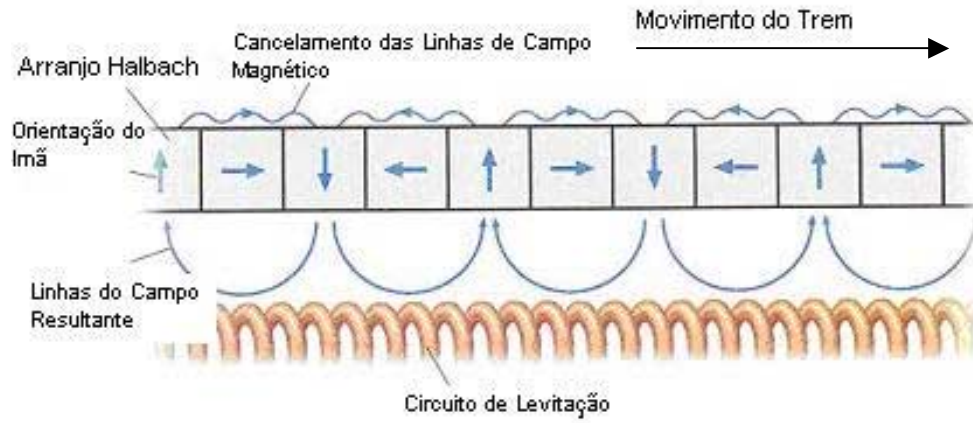


Figura 6.19 – Arranjo Halbach

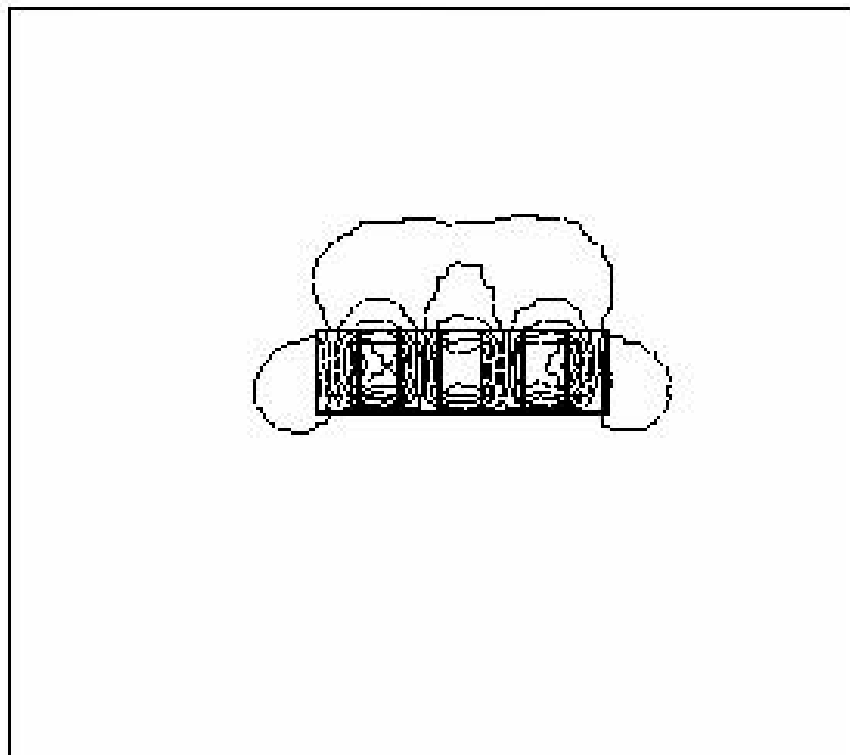


Figura 6.20 – Exemplo de uma simulação com o Arranjo Halbach para o trilho de NdFeB.

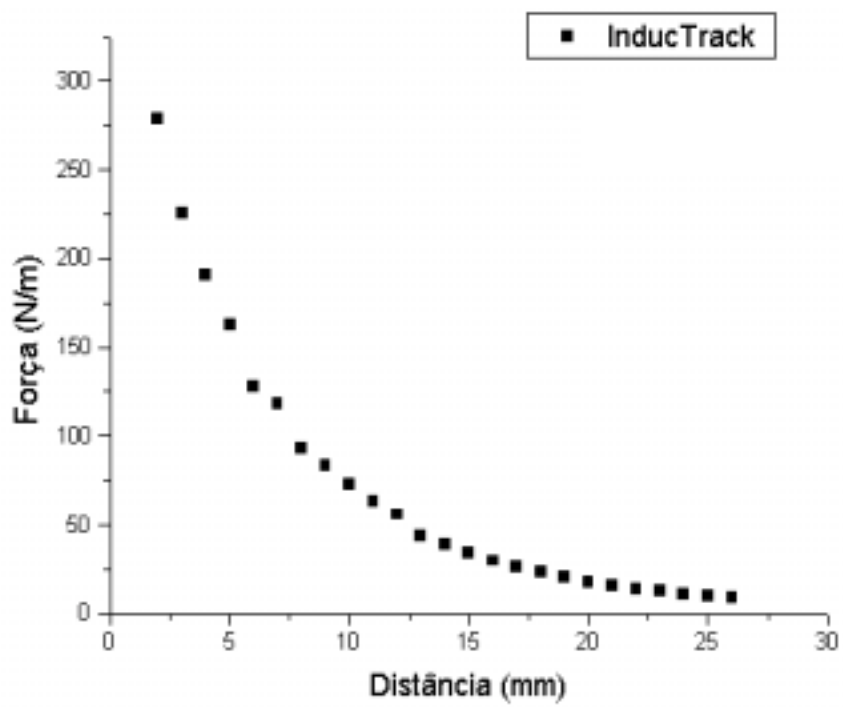


Figura 6.21 – Comportamento da força supercondutora para o arranjo Halbach para o trilho de Ferrita.

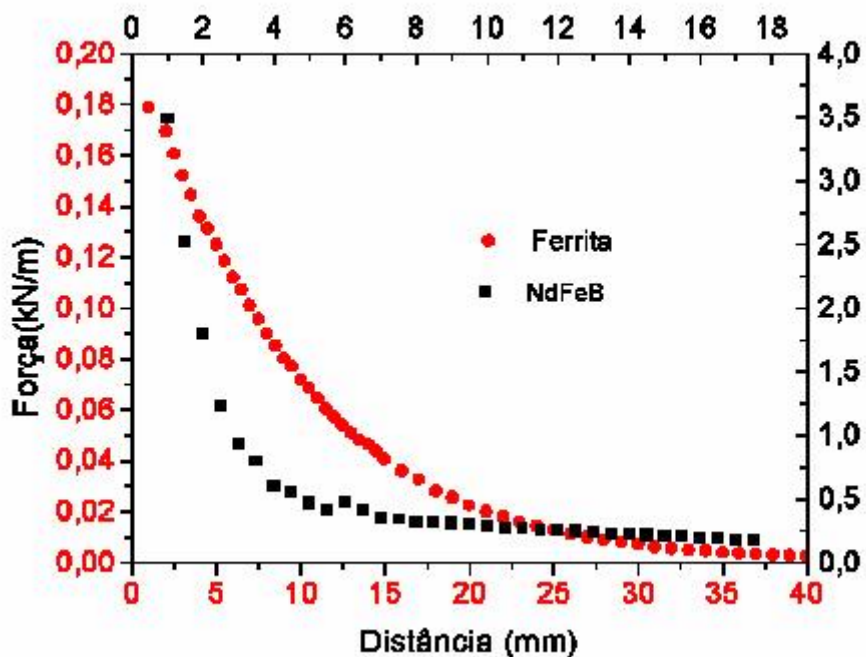


Figura 6.22 – Comparação da força de levitação do arranjo Halbach para a Ferrita e o NdFeB.

6.6 – Simulações dos Trilhos para o processo *Field Cooling*

Como a seção anterior mostra que o trilho de NdFeB fornece um maior campo para a força de levitação supercondutora, ele foi, então, utilizado para a simulação no processo FC (*Field Cooling*), usando o processo de fixação do potencial vetor, apresentado no capítulo anterior. O comportamento das linhas de campo do trilho formado pelo NdFeB é apresentado nas figuras 6.23.

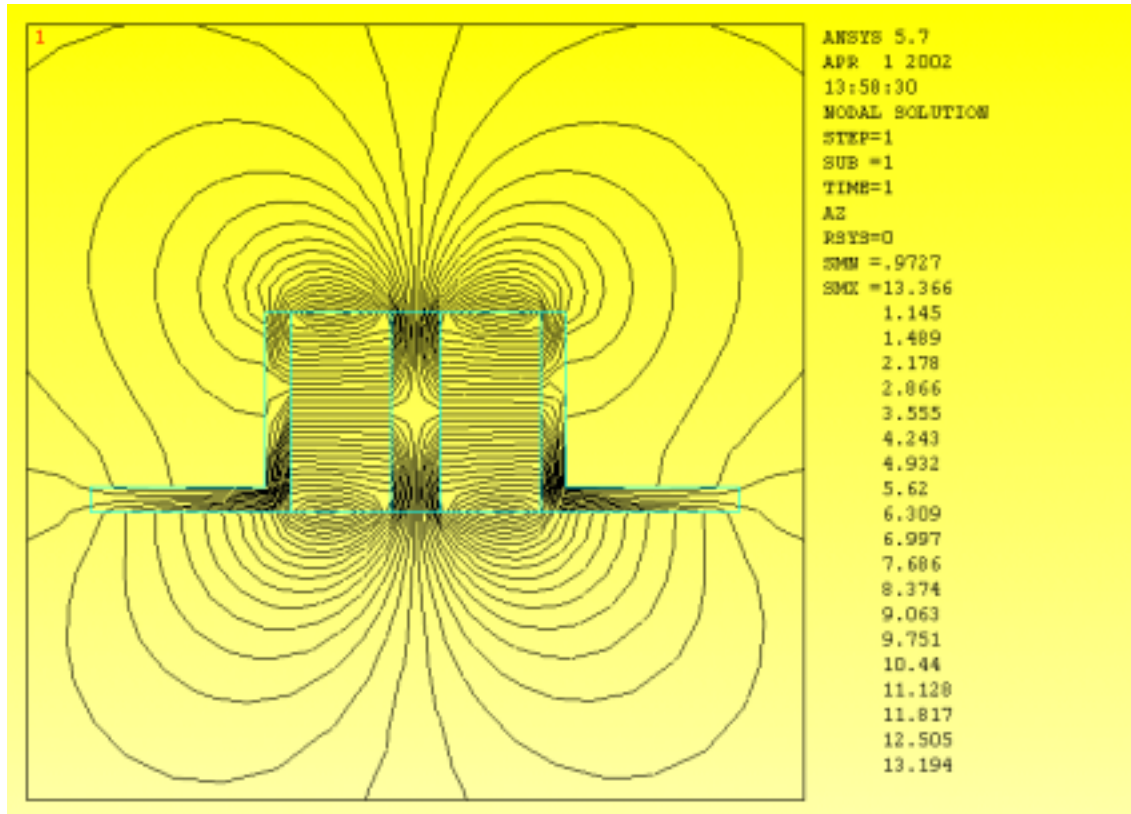


Figura 6.23 – Linhas do campo magnético do trilho formado por NdFeB.

Para a simulação da força supercondutora para o processo FC, foram utilizados quarenta pontos (nós – figura 6.25) fixados na fronteira do supercondutor representado no seu estado normal (ar). Depois de calculados os valores do potencial vetor para cada nó na fronteira do supercondutor, esses valores depois foram inseridos nos respectivos, nós e juntamente com a parte diamagnética, onde o valor de $\mu = 10^{-6}$. Todo esse processo é o mesmo que o apresentado no capítulo 5.

Nas figuras 6.24 e 6.25 são apresentadas umas das malhas utilizadas nas simulações para o processo FC para o trilho de NdFeB.

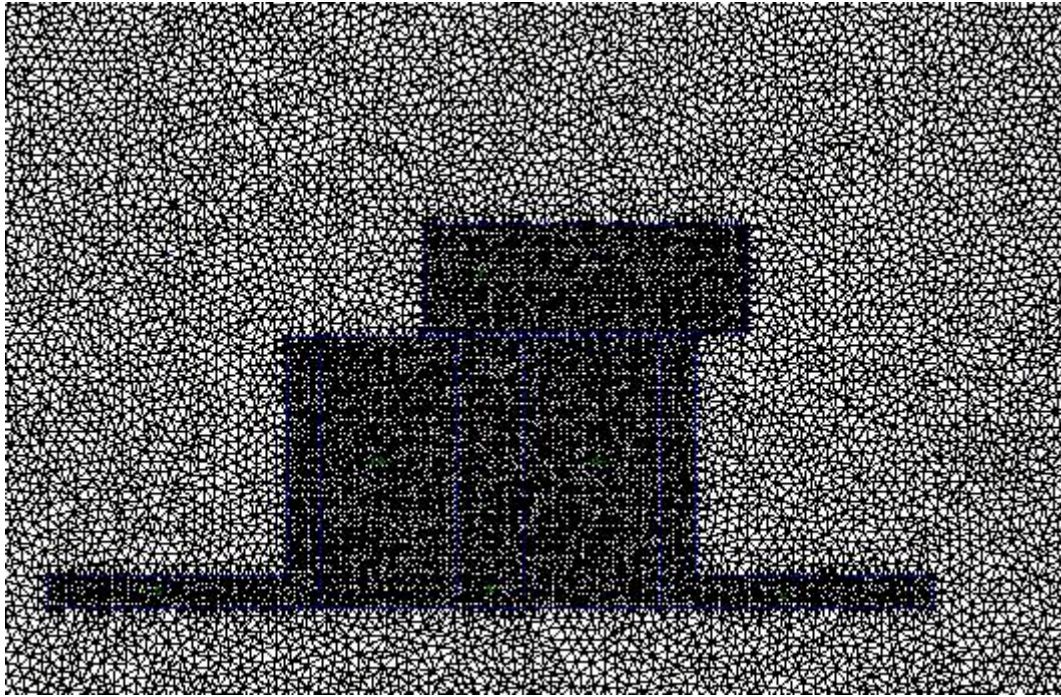


Figura 6.24 – Exemplo de malha utilizada nas simulações para o processo FC.

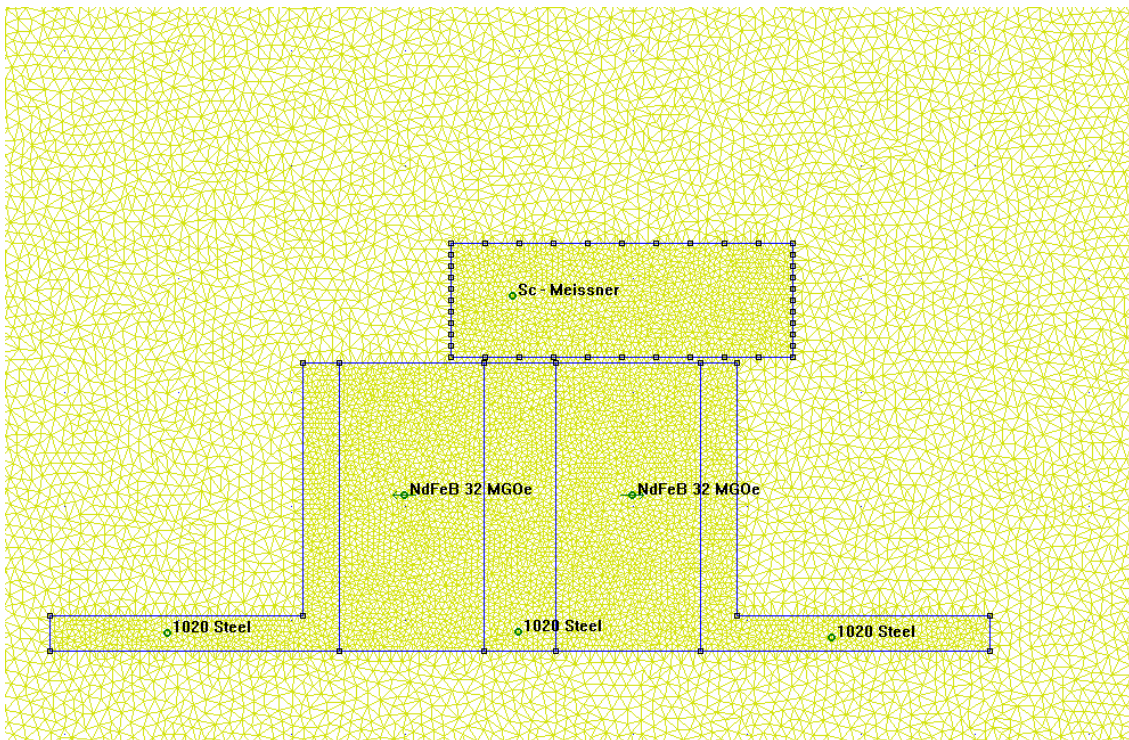


Figura 6.25 – Exemplo de malha utilizada nas simulações para o processo FC.

Da mesma forma que no capítulo 5 a figura 6.23 apresenta o comportamento das linhas de campo aprisionado no supercondutor. Percebe-se que há uma concentração do

campo magnético na parte de baixo no supercondutor, região próxima do ímã permanente (figura 6.26 e 6.27).

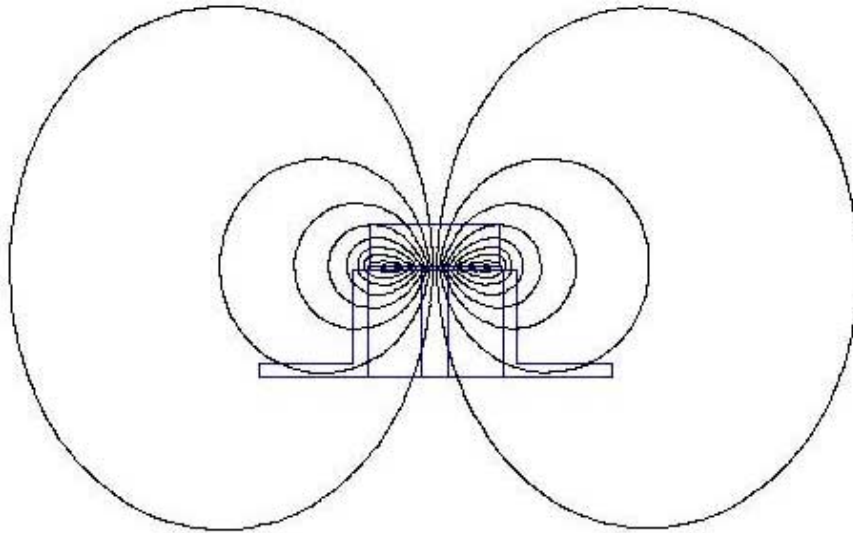


Figura 6.26 – Comportamento do supercondutor no processo FC para o trilho de NdFeB.

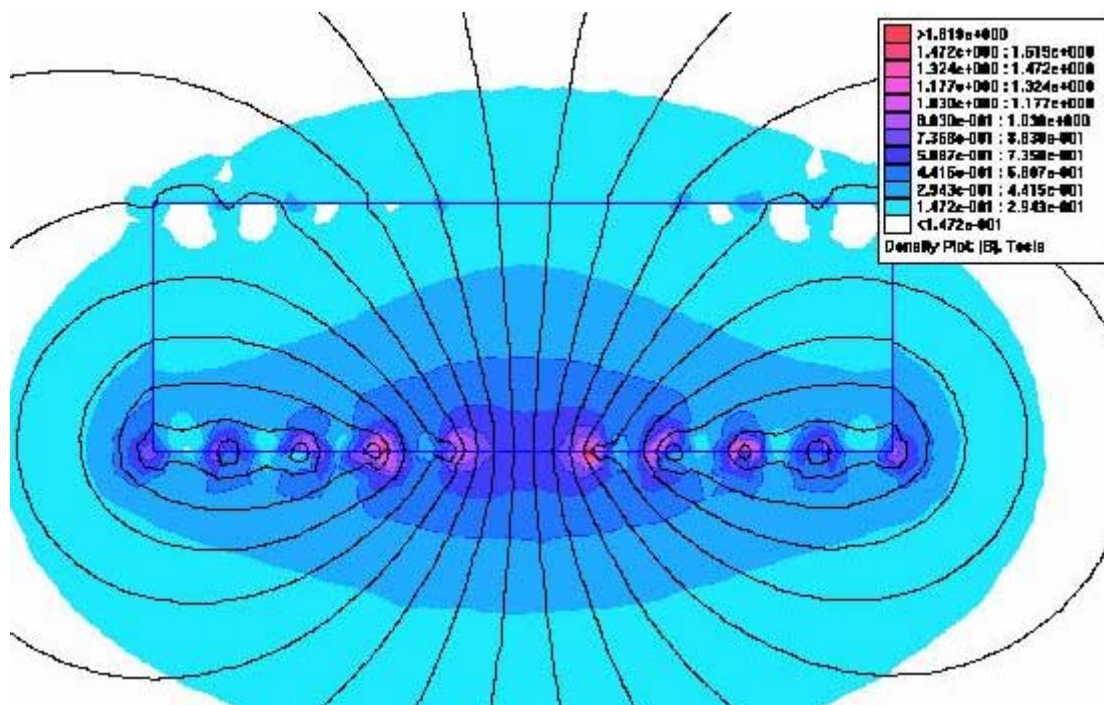


Figura 6.27 – Mapa de cores do supercondutor no processo FC, para o trilho de NdFeB.

A figura 6.28 apresenta o perfil do campo magnético para o supercondutor no processo FC e o gráfico da figura 6.29 apresenta o comportamento da força de levitação supercondutora quando a amostra é resfriada na presença do trilho de NdFeB.

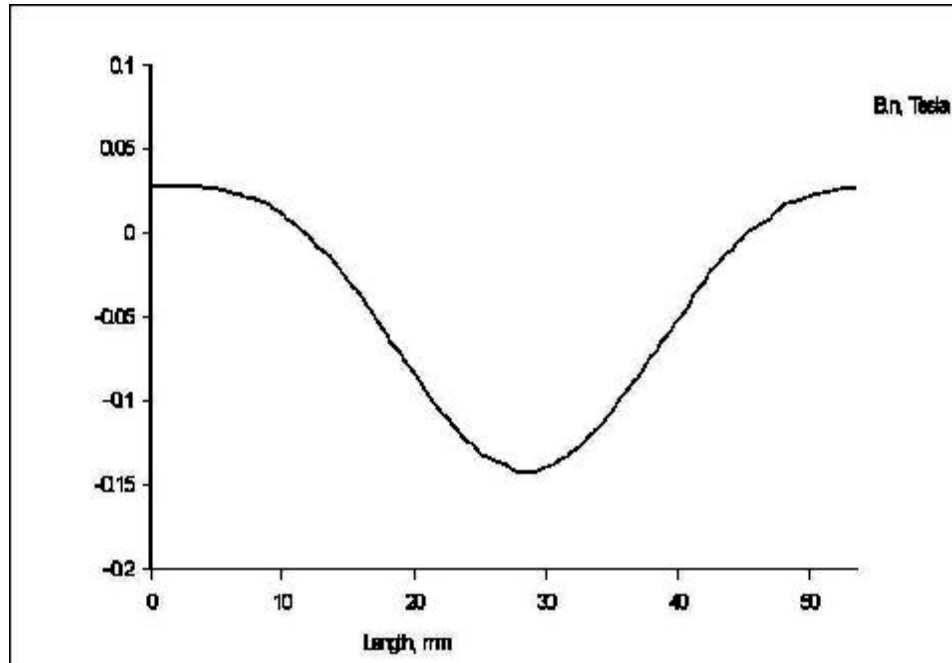


Figura 6.28 – Perfil do campo magnético do supercondutor quando resfriado na presença do trilho de NdFeB.

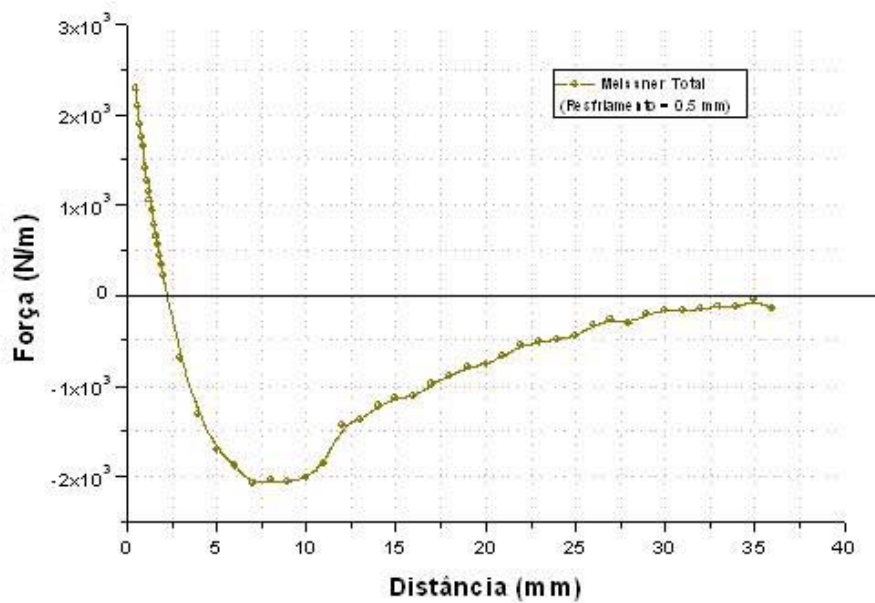


Figura 6.29 – Comportamento da força supercondutor quando resfriado na presença do trilho de NdFeB.

As figuras abaixo 6.30 e 6.31 apresentam o comportamento das linhas de fluxo magnético para pequenos deslocamentos do supercondutor de sua posição original de resfriamento. As constantes elásticas são dadas por:

$$K_z = -\frac{\partial F_z}{\partial z} \quad (6.1)$$

que por ser linear, significa apenas calcular o coeficiente angular da reta (figura 6.31).

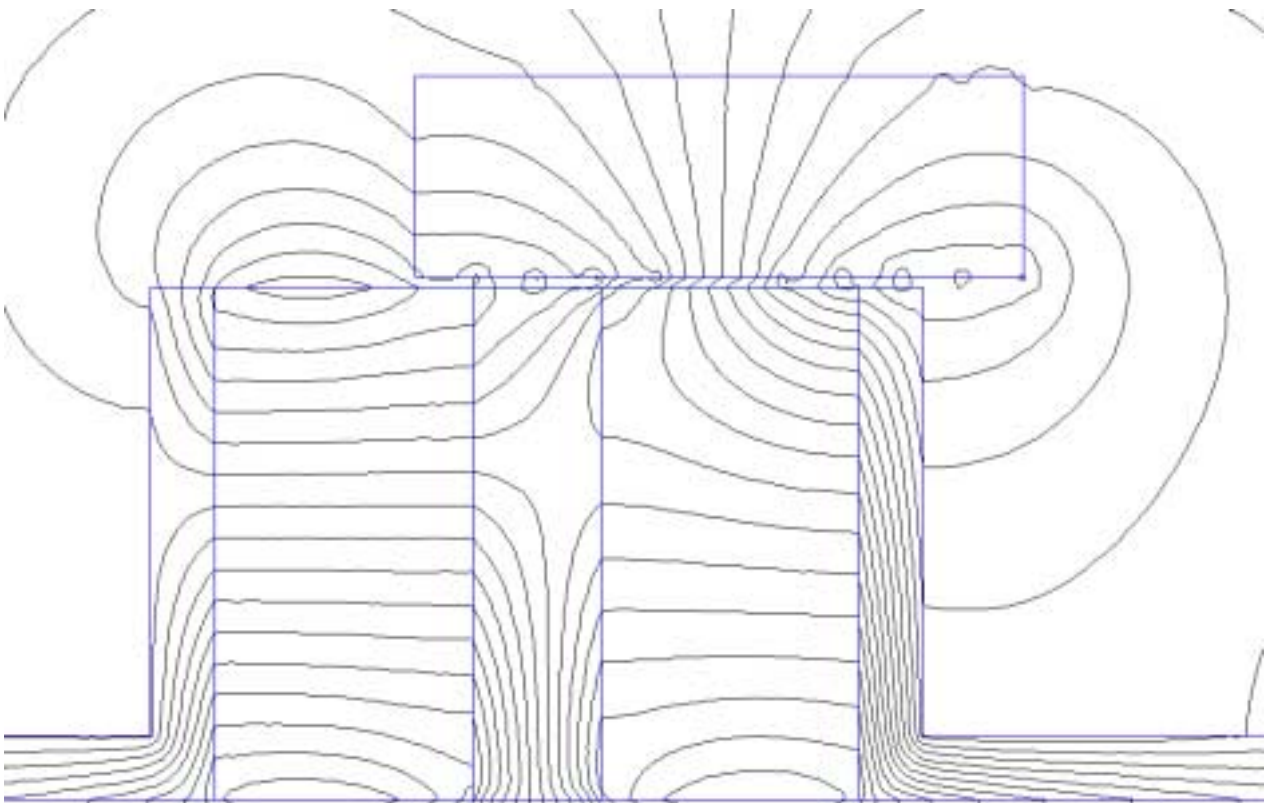


Figura 6.30 – Comportamento do fluxo magnético quando retirado de sua posição original.

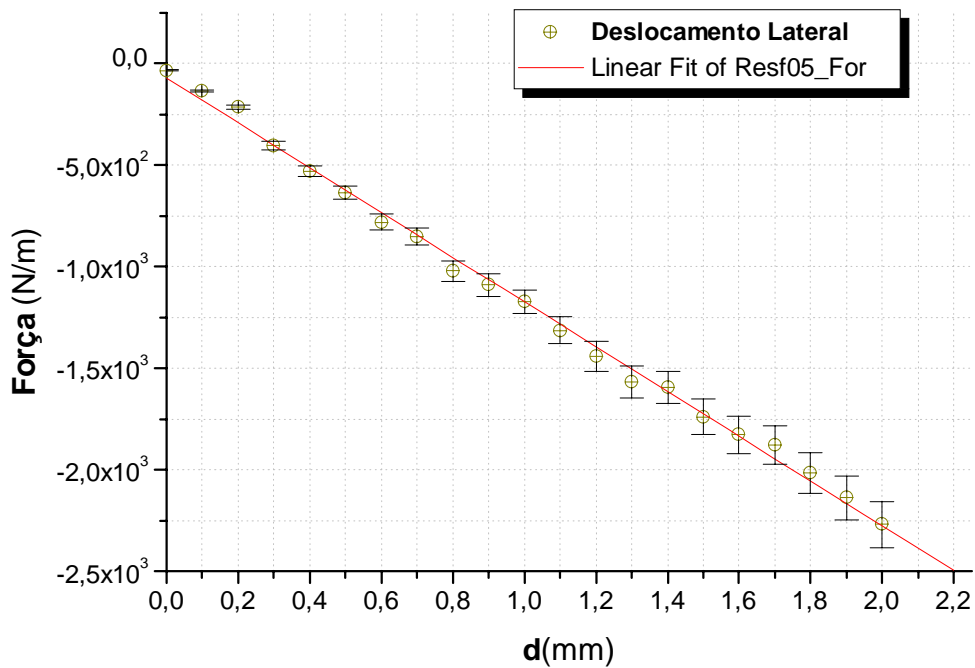


Figura 6.31 – Estimativa da constante elástica no FC para o supercondutor quando resfriado no trilho de NdFeB.

Lembrando o fato de que o método de fixação do potencial vetor não levou em consideração a histerese, não se pode então empregá-lo no cálculo para se estudar o ciclo de aproximação e afastamento, apesar de simulações realizadas anteriormente terem uma boa concordância com medidas experimentais [64].

Capítulo 7 – *Proposição de Método de Estimativa Não-Destrutiva da Corrente Crítica de Amostras Cerâmicas.*

Os blocos cerâmicos fabricados por fusão texturizada são extremamente importantes para o desenvolvimento de dispositivos levitantes mecanicamente estáveis, como, por exemplo, mancais magnéticos. O projeto de sistemas levitantes (lineares ou rotativos) contendo supercondutores de alta temperatura crítica exige amostras grandes com grãos altamente alinhados e bem conectados. Estas características são obtidas por meio de processo de crescimento por fusão texturizada, usualmente recorrendo ao método de sementes [65]. As amostras fabricadas por este processo apresentam grandes valores de J_c . O método dos elementos finitos (MEF) é uma poderosa ferramenta para o projeto de máquinas de levitação magnética, mas para realizar cálculos usando um programa comercial, a resposta magnética do supercondutor de alta temperatura crítica deve ser informada pelo usuário. Tal resposta é representada pela curva $B = B(H)$ para cada amostra considerada.

Até onde se sabe não há nenhum programa de cálculo por MEF que tenha sido escrito especificamente para tratar de materiais supercondutores, entretanto conhecendo o valor global da densidade de corrente crítica J_c , é possível construir a curva de magnetização da amostra supercondutora e inseri-la no programa de cálculo. Desta forma, o projeto de dispositivos de levitação magnética supercondutora pelo MEF requer o conhecimento do valor de J_c . O valor real de J_c é um parâmetro que depende das características estruturais da amostra como um todo.

Para se calcular o valor efetivo de J_c , normalmente é utilizado um pequeno pedaço da amostra supercondutora, cujo momento magnético é medido por

magnetometria de amostra vibrante [66]. De posse do momento magnético pode-se calcular a densidade de corrente crítica J_c pelo modelo de Bean. Tal procedimento experimental tem o inconveniente de danificar a amostra que deve ser utilizada como parte de um dispositivo, além de fornecer um resultado que depende fortemente das características da região de onde foi extraído. É necessário que se tenha uma estimativa de J_c por uma técnica não-destrutiva e que forneça um valor que corresponda a uma resposta global da amostra, e não seja apenas uma resposta localizada.

Uma metodologia está sendo proposta para calcular um valor global de J_c , utilizando o modelo de Bean e o MEF para obter um valor de J_c que é adequado para os cálculos de forças de levitação magnética [68]. A resposta global, ou efetiva, usada para ajustar o valor de J_c , vem da curva de força de levitação obtida experimentalmente para a amostra.

A força de interação magneto-supercondutor envolve o comportamento global da amostra e o do magneto permanente, de forma que o conhecimento desta grandeza pode apresentar uma informação mais precisa sobre a corrente crítica da amostra como um todo, e não apenas de uma região. Lançando mão da técnica de simulação da interação magneto-supercondutor (ZFC) pelo MEF, faz-se uma comparação das curvas obtidas numericamente com a curva experimental de força de levitação, a fim de ajustar o valor de J_c que traz a melhor aproximação entre os valores numéricos e experimentais. Esta técnica funciona como uma resolução de problema inverso, pois de posse dos dados “finais” (força de interação), busca-se determinar o dado inicial (J_c) [67].

7.1 - Metodologia utilizada.

Com o objetivo de empregar o MEF e o modelo de Bean para estimar o valor de J_c , várias curvas de magnetização (curvas $B(H)$) são utilizadas como tentativa até que se possa adotar aquela que apresenta o melhor acordo entre os valores de força calculados e medidos.

A densidade de fluxo devida à magnetização \mathbf{M} da amostra em resposta ao campo \mathbf{H} aplicado é expressa pela relação $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$, onde \mathbf{M} depende da geometria da amostra. Aplicando o modelo de Bean para simetria cilíndrica com raio R , temos a seguinte expressão para o caso da aproximação ZFC:

$$B(H) = \mu_0 \left(\frac{H^2}{H_p} - \frac{H^3}{3H_p^2} \right) \quad (7.1)$$

onde $H_p = J_c R$, o que dá a dependência da magnetização com a corrente crítica; como o raio da amostra é conhecido, J_c é o único parâmetro livre. O valor de J_c pode ser ajustado de modo a gerar a curva $B(H)$ da amostra que permita ao programa de MEF reproduzir a curva de força de interação medida entre o magneto e a amostra supercondutora.

O fluxograma abaixo descreve a seqüência de cálculo utilizada.

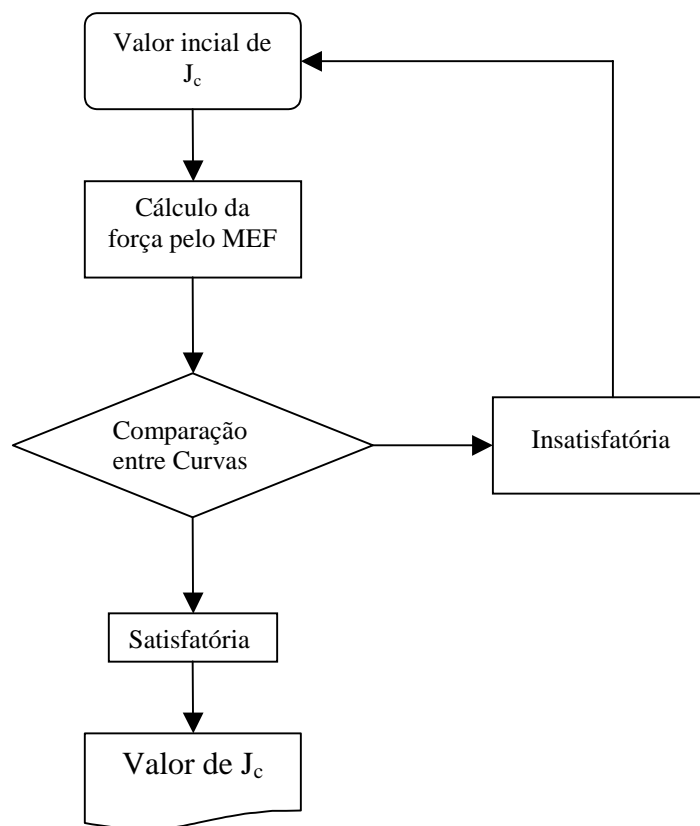


Figura 7.1 - Fluxograma da determinação numérica de J_c [68].

O programa usado foi o *Ansys Multiphysics 5.7* e a força de interação foi calculada pelo método do tensor de Maxwell [48].

As forças de interação foram medidas com um sistema de aquisição de dados controlado por computador construído no LASUP (Laboratório de Aplicações de Supercondutores) pelo Dr. Marcelo Azevedo Neves, em cooperação com o ICMAB (Instituto de Ciência dos Materiais de Barcelona), no qual um ímã permanente cilíndrico de SmCo (Samário Cobalto - $\phi = 19,00$ mm, $h = 6,4$ mm e indução no centro da face $B = -0,169$ T) está acoplado a uma célula de carga (UTILCELL mod 120). As medidas foram realizadas de forma quasi-estática (passo de 0,2 mm, velocidade de 2,5 mm/min) enquanto o ímã de SmCo aproximava-se verticalmente da amostra supercondutora imersa em nitrogênio líquido à temperatura de 77,4 K (processo ZFC). Um conjunto de 8 amostras fabricadas pelo mesmo processo foi analisado, e uma vez que elas foram fabricadas pelo mesmo processo e possuem as mesmas dimensões ($\phi = 26$ mm e $h = 17$ mm), esperava-se que o valor de J_c , a curva $B(H)$ e a força de reação à aproximação do ímã de SmCo, fossem essencialmente os mesmos para todas elas.

A curva $B(H)$ do SmCo (Samário - Cobalto) encontra-se disponível no banco de materiais do *Ansys Multiphysics* e a curva $B(H)$ das amostras supercondutoras foi construída variando-se os valores de J_c até que se encontrasse o melhor ajuste com as curvas experimentais de força de interação (levitação).

As amostras dos supercondutores de alta temperatura crítica também foram caracterizadas por mapeamento 2D do campo nelas aprisionado, quando expostas a uma indução aplicada $B = 0,5$ T. Um eletromagneto BRUCKER foi usado como fonte do campo homogêneo, e o mapeamento foi feito por meio de um sensor Hall (TOSHIBA mod THS 118) acoplado a uma mesa de varredura x-e construída no LASUP (passo de 0,4 mm, velocidade de varredura = 1mm/s e tempo total de varredura da área $\cong 30$ min).

O melhor valor global encontrado para J_c foi $7 \times 10^7 \text{ A/m}^2$, que está na mesma ordem de grandeza do encontrado para amostras deste tipo pelo método de amostra vibrante (VSM).

A melhor curva $B(H)$ encontrada está na figura 7.2 abaixo:

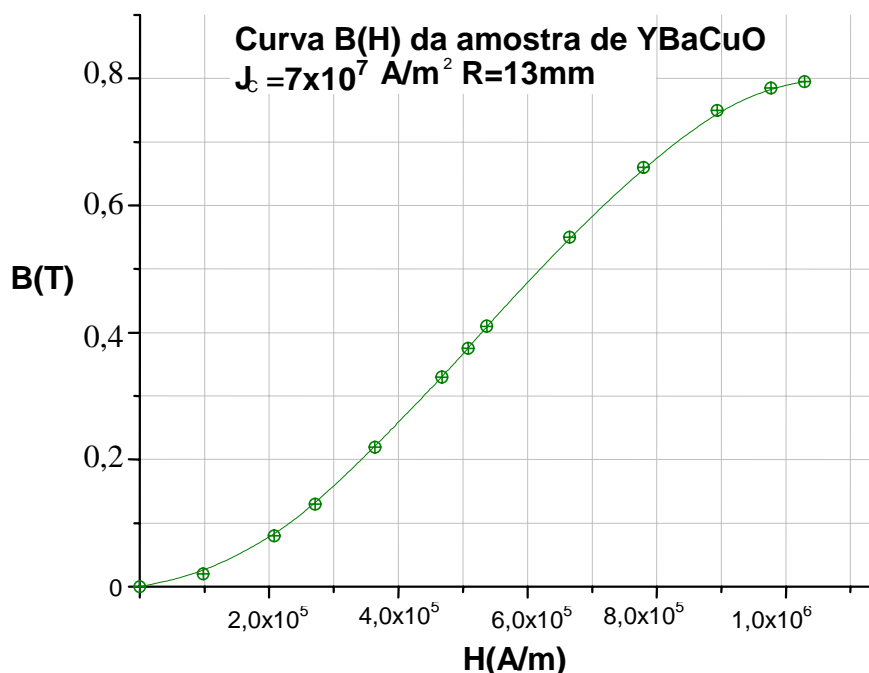


Figura 7.2 - Curva $B(H)$ que melhor se ajusta aos resultados das medições de força de levitação, para amostras supercondutoras cilíndricas de mesmas dimensões. O valor de J_c que gera esta curva é considerado o melhor valor global de densidade de corrente crítica para as amostras estudadas [68].

A curva $B(H)$ da figura acima é o gráfico da equação $B(H) = \mu_0 \left(\frac{H^2}{H_p} - \frac{H^3}{3H_p^2} \right)$, que expressa a magnetização ZFC de uma amostra cilíndrica pelo modelo de Bean para $J_c = 7 \times 10^7 \text{ A/m}^2$ e raio $R = 13 \text{ mm}$. A figura 7.3 ilustra um instante do cálculo computacional e a figura 7.4 mostra o excelente ajuste entre as curvas medidas para as diferentes amostras e a curva calculada por elementos finitos.

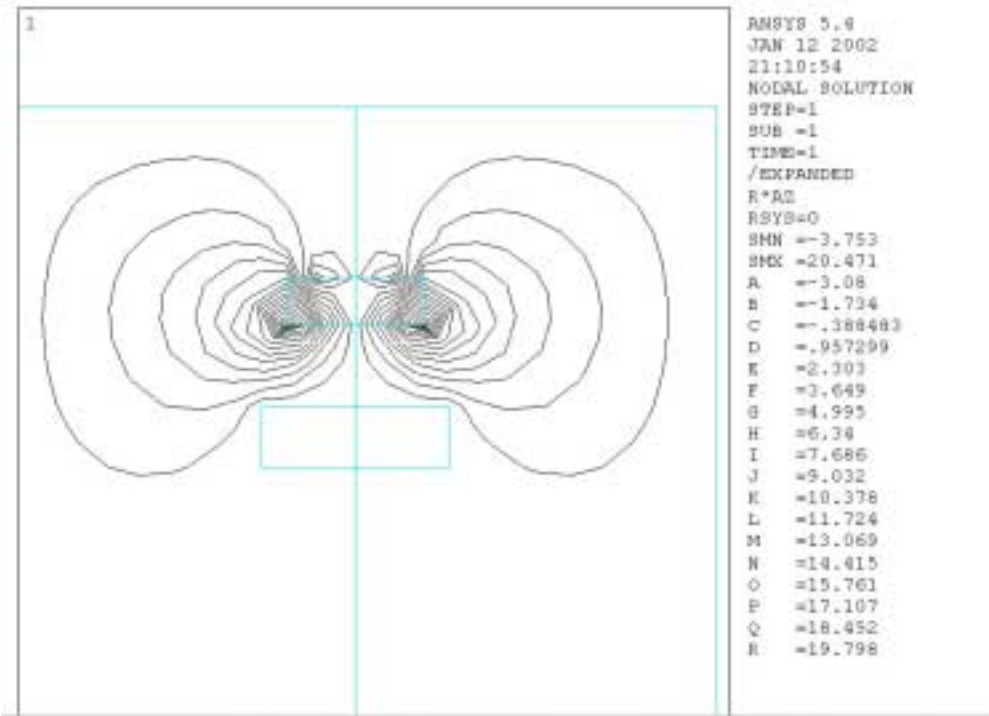


Figura 7.3 - Simulação da interação entre o magneto de SmCo e a amostra de supercondutoras [68].

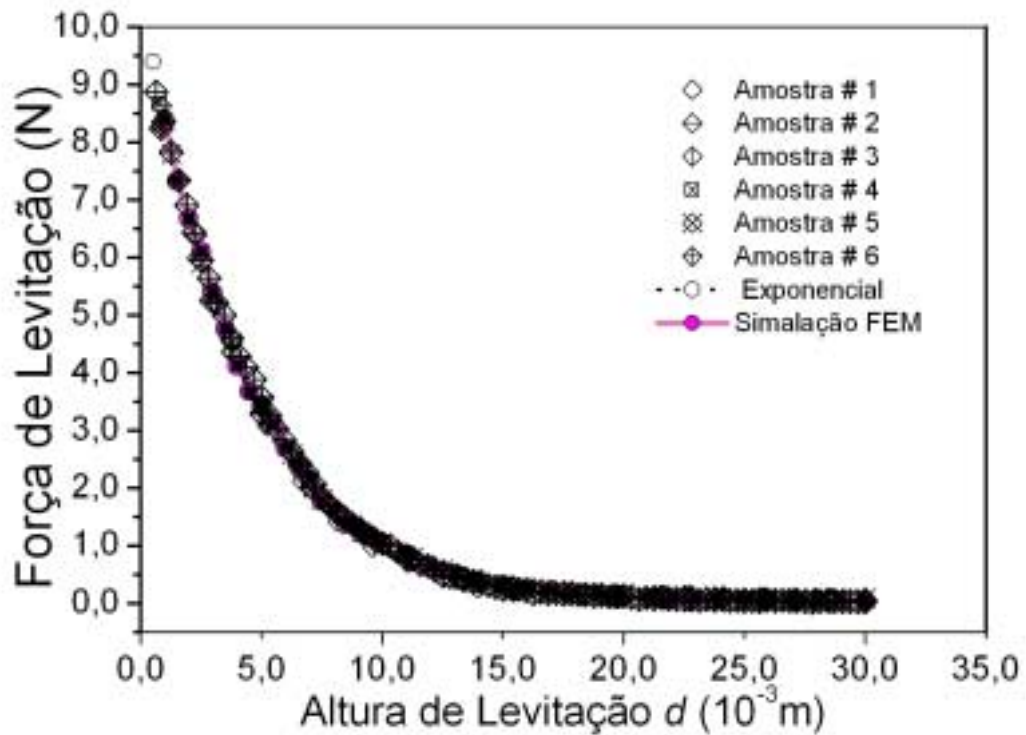


Figura 7.4 - Forças de interação (“levitação”), medidas e simuladas, como funções da separação (“gap”) entre MP e o Supercondutor (escalas lineares). Figura modificada de [68].

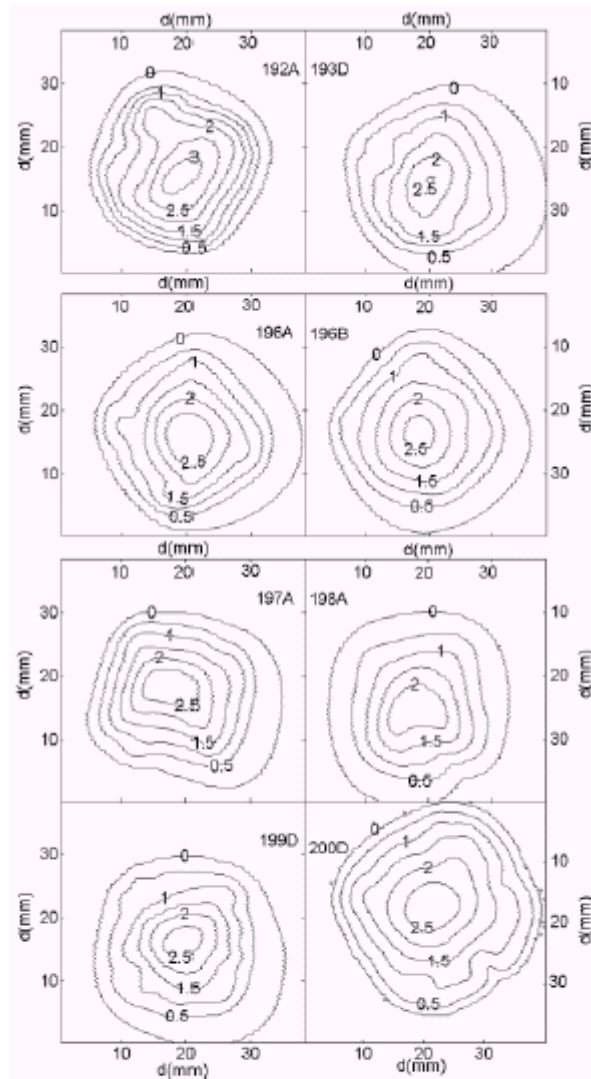


Figura 7.5 - Mapeamento 2D do campo magnético aprisionado de todas as amostras (B em kG) [68].

Apesar de muito próximos, os comportamentos das amostras não são idênticos, como se poderia esperar de amostras idênticas fabricadas pelo mesmo processo (figura 7.5). Em vez disso, cada amostra tem sua resposta magnética intrínseca (*sample dependent*), figura 7.6.

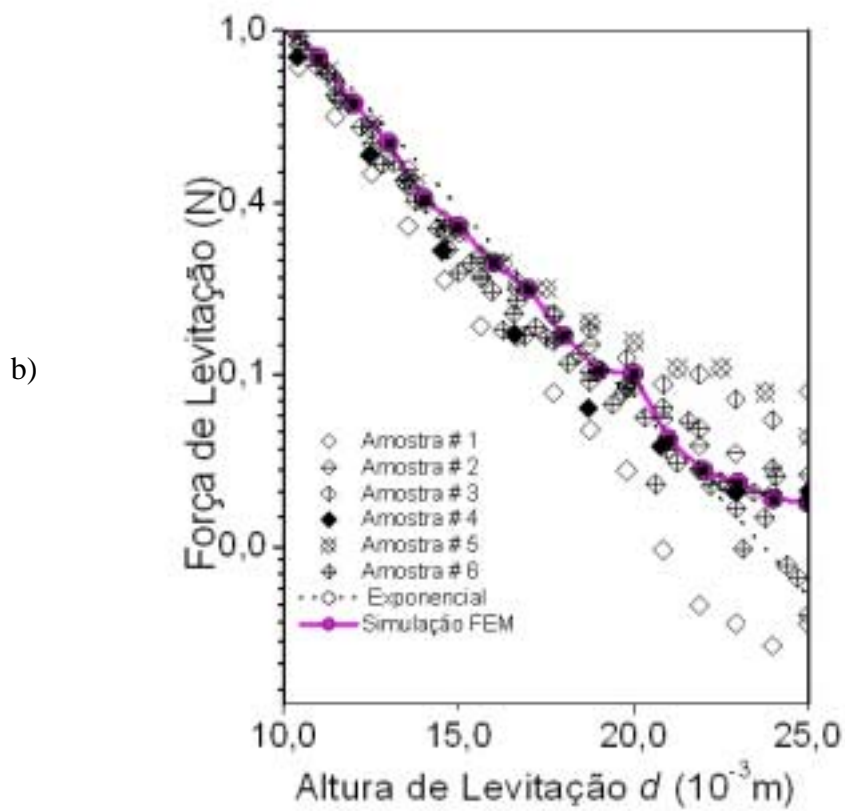
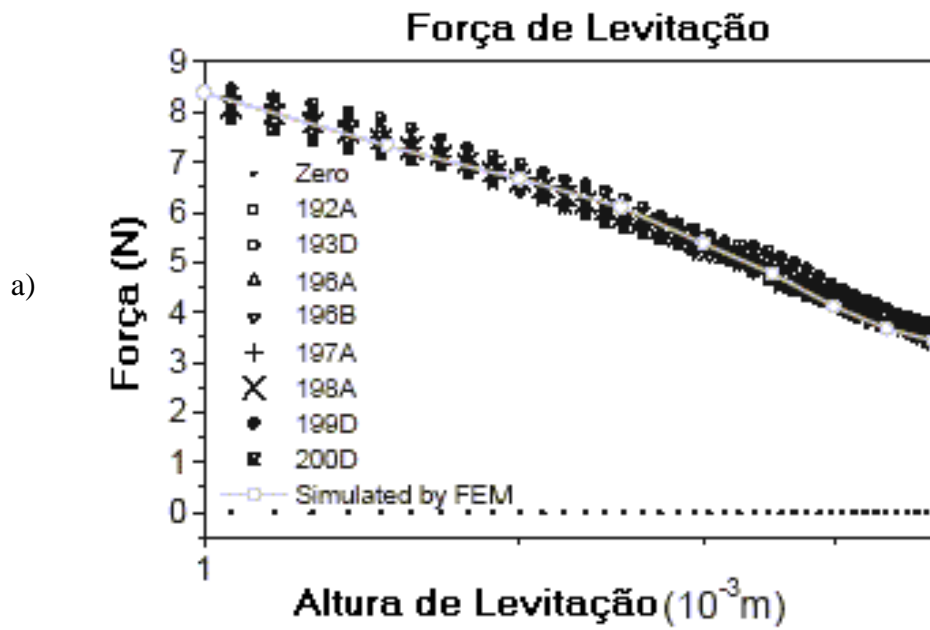


Figura 7.6 - Detalhes da curva de força de interação entre o magneto e a amostra (medida e simulada), escalas logarítmicas: (a) pequenos *gaps* (b) grandes *gaps* [68].

Conclusões

Neste trabalho realizou-se um estudo da aplicação do Método de Elementos Finitos (MEF), para simulações nas quais são utilizados materiais supercondutores de alta temperatura crítica. Esse estudo deve-se à busca de um modelo computacional de simples implementação para aplicações tecnológicas utilizando tais materiais.

Alguns dos modelos analíticos de supercondutores de alta temperatura crítica mostram algumas dificuldades de implementações em softwares de cálculos numéricos, onde não considera a densidade a permeabilidade igual a zero.

Este trabalho apresentou a metodologia simples desenvolvida, para o cálculo no processo FC (*Field Cooling*) que é muito utilizado nas aplicações na engenharia utilizando supercondutores, devido ao fato de tais materiais gerarem uma auto-estabilidade. Neste sentido foi desenvolvida uma metodologia utilizando o MEF, segundo o qual são fixados nós na fronteira do supercondutor para os quais são atribuídos os valores do potencial vetor no instante de resfriamento da amostra. O MEF, juntamente com essa metodologia, foi possível então visualizar as linhas de fluxo magnético no supercondutor no instante do resfriamento. A importância dessa visualização torna-se necessária para pequenos deslocamentos da amostra de sua posição de resfriamento, podendo, portanto calcular o coeficiente de elasticidade da amostra. Alguns dos trabalhos desenvolvidos calculam a constante elástica com o processo ZFC ou o FC, sem levar em consideração o momento do resfriamento.

1 – O MEF foi aplicado com sucesso para selecionar a ótima configuração de circuito magnético (materiais e dimensão) para a construção de um trilho levitador. Com este procedimento, foram poupados recursos financeiros na construção de protótipos.

- 2 – A simulação de supercondutores com o propósito de desenvolver um trem levitado magneticamente pode ser feita sem explícito uso de fórmula quântica.
- 3 – O modelo de *Bean* tem desempenho satisfatório para a simulação dos trilhos para o processo ZFC.
- 4 – Com metodologia numérica experimental foi possível estimar a corrente crítica de amostras supercondutoras sem a necessidade de fragmentação.
- 5 – Com a realização dos cálculos para o processo FC no trilho, usando a fixação do potencial vetor antes da fase de transição, foi possível verificar o comportamento da amostra e o comportamento das linhas de fluxo, mesmo não tendo um bom acordo com relação ao modelo de Bean.
- 6 – Também pelo processo de fixação do potencial vetor, é possível verificar o comportamento das linhas de fluxo aprisionado no supercondutor para pequenos deslocamentos.

Sugestões Futuras

- 1 – O mancal trilho – veículo tem de ser simulados simultaneamente, pois no presente trabalho não foi possível verificar se há a influência do campo magnético gerado pelo trilho no motor ou vice-versa.
- 2 – O modelo de estimativa de corrente crítica deve ser testado com outros tipos de metodologias, como por exemplo, inteligência artificial, onde um banco de informações poderia ser montado com dados experimentais e simulações por MEF.
- 3 – O modelo de fixação do potencial vetor precisa ser aperfeiçoado, apesar dos avanços em relação a trabalhos anteriores, os resultados ainda não permitem um ajuste satisfatório com os dados experimentais.

Anexo A – *Dimensões dos Trilhos*

Trilho composto de Ferrita:

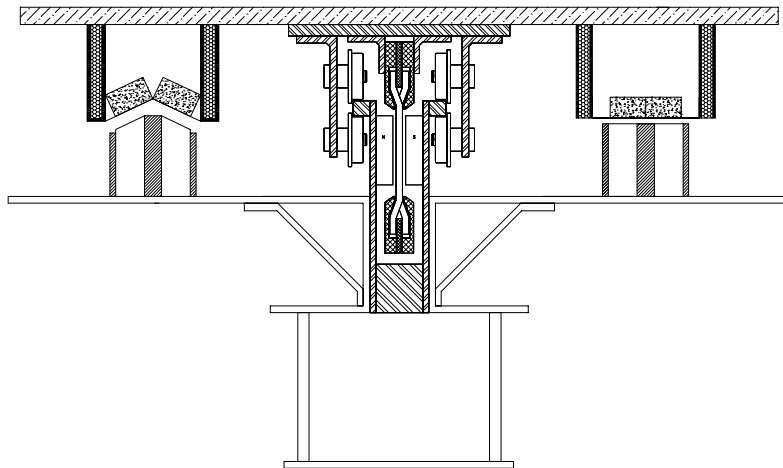
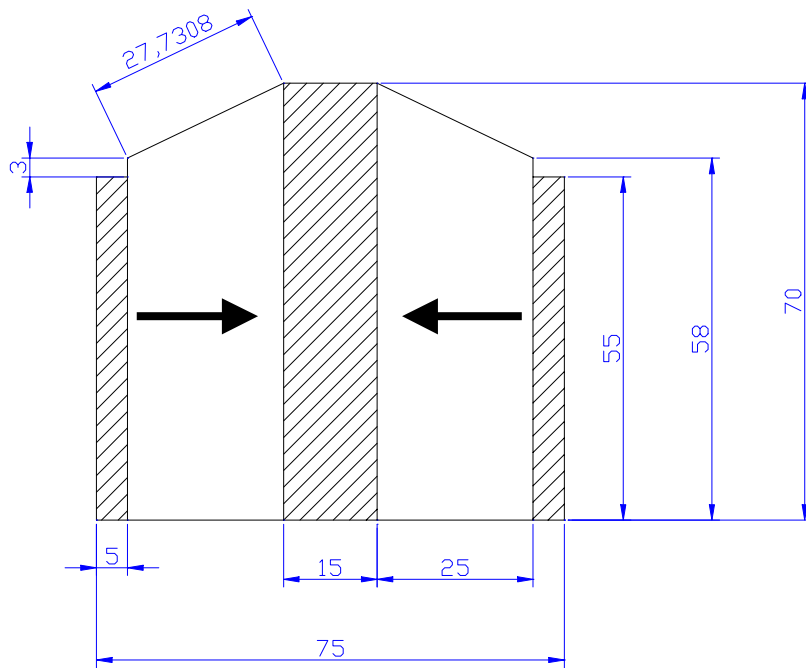
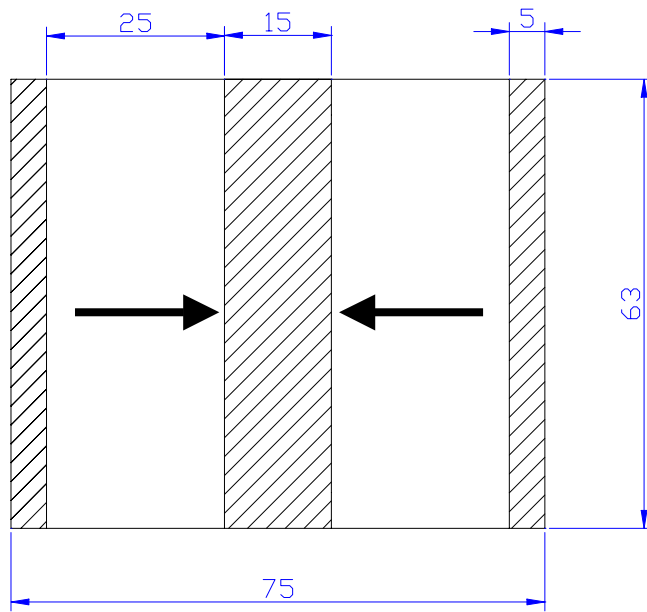



Figura A.1 – Corte transversal do protótipo trilho-veículo utilizando Ferrita



Figura A.2 – Protótipo trilho-veículo utilizando Ferrita



 - Aço 101/ 1020


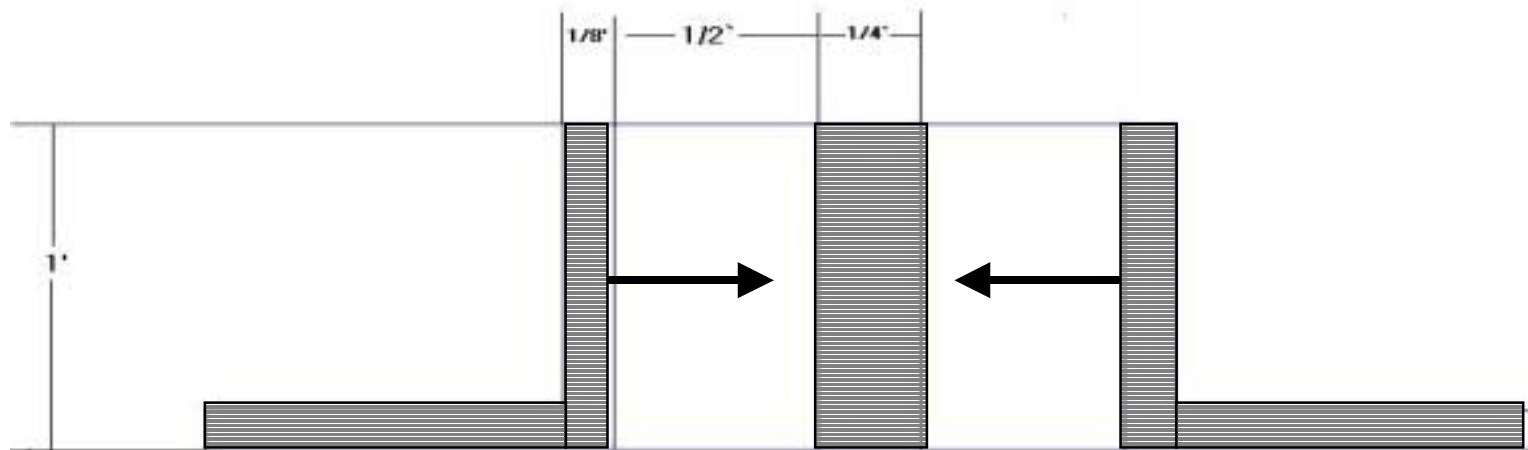
 - Ferrita

Figura A.3 – Dimensões do trilho de Ferrita (mm)

Trilho de NdFeB



 **Aço 1010/1202**

Figura A.4 – Dimensões do trilho-veículo utilizando NdFeB

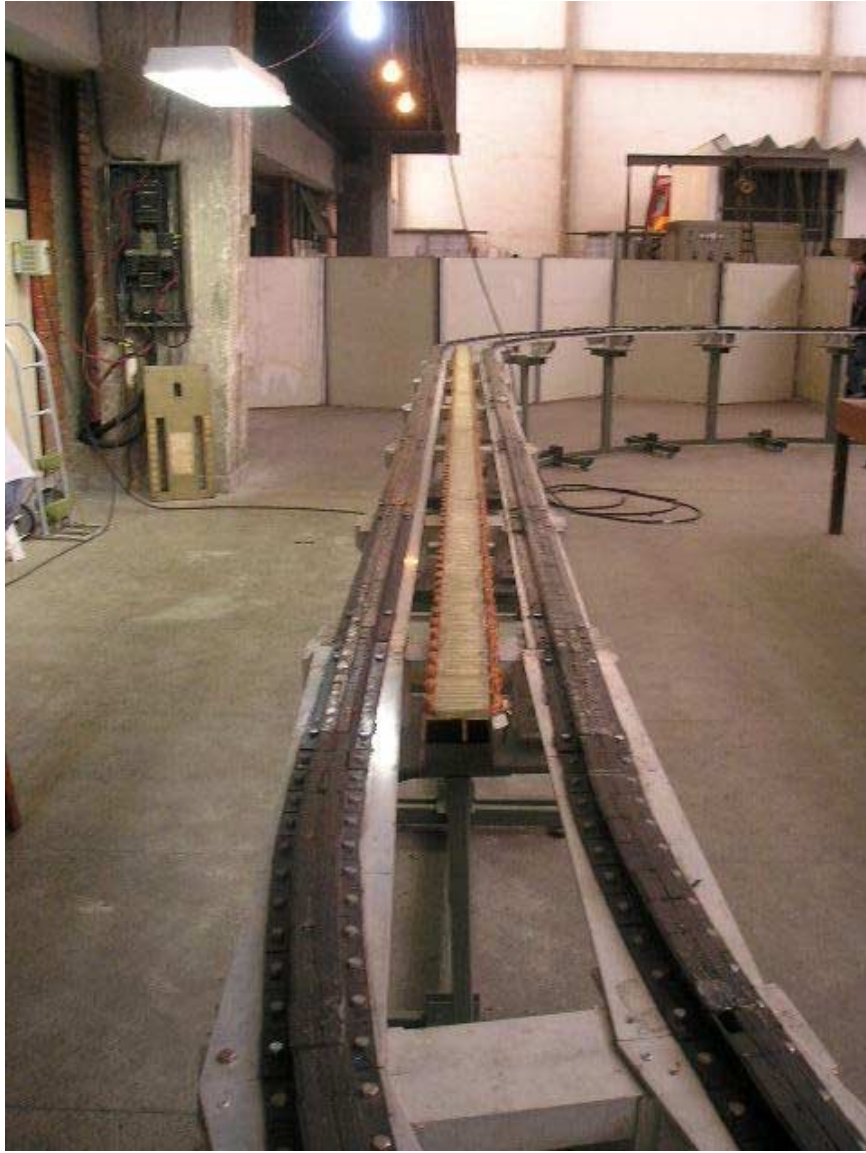


Figura A.5 – Protótipo do trilho-veículo utilizando NdFeB

Anexo B – Exemplo Uni Dimensional

Para facilitar o entendimento dos cálculos, o modelo será reduzido a um caso unidimensional.

Considere uma placa plana semi - infinita imersa no vácuo, suponhamos que exista um campo magnético uniforme aplicado paralelo à superfície plana que separa o supercondutor do vácuo (figura 2.4).

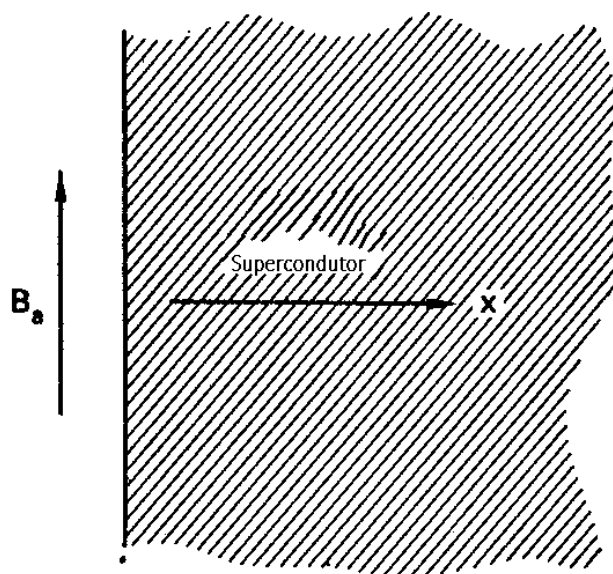


Figura B.1 - Placa Supercondutora [24].

Como o problema é unidimensional a equação de *London* fica da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 B(x)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} B(x) \quad (\text{B.1})$$

A solução para a equação (B.1), é:

$$B(x) = B_1 e^{\left(\frac{x}{\sqrt{\alpha}}\right)} + B_2 e^{\left(\frac{-x}{\sqrt{\alpha}}\right)} \quad (\text{B.2})$$

sendo que, para $x > 0$.

O campo na região onde $x < 0$ é:

$$B_2(0) = B_\alpha \quad (\text{B.3})$$

e para a região $x > 0$,

$$B_1(\infty) = 0 \quad (\text{B.4})$$

A solução geral é:

$$B(x) = B_a e^{\left(\frac{-x}{\sqrt{\alpha}}\right)} \quad (\text{B.5})$$

onde

$$\alpha = \frac{m}{\mu_0 n_s e^2} \quad (\text{B.6})$$

e o valor

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m}{\mu_0 n_s e^2}} \quad (\text{B.7})$$

é chamado de Profundidade de Penetração de *London*. Este valor é a distância que o campo magnético penetra no supercondutor. Como o decaimento de B é exponencial, o comprimento de *London* (λ_L), é a distância no interior do supercondutor em que B(x) atinge o valor de $\frac{B_a}{e}$, ou seja, cerca de 37% do seu valor de interface (figura B.2).

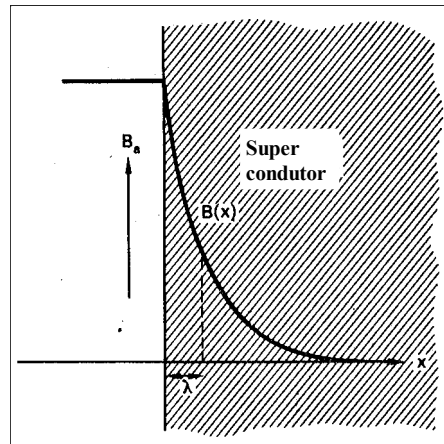


Figura B.2 - Comprimento de Penetração[24].

Anexo C – Geração da Matriz Global

Uma vez que seja obtida a matriz para elemento cada elemento conforme o item 4.3, estas devem se somadas criteriosamente para estabelecer as relações entre os elementos para gerar uma matriz global.

O exemplo que será apresentado [47], pretende dar uma melhor visualização do processo de montagem de uma matriz global, para isso considere a malha da figura (C.1), constituída de quatro elemento triangulares.

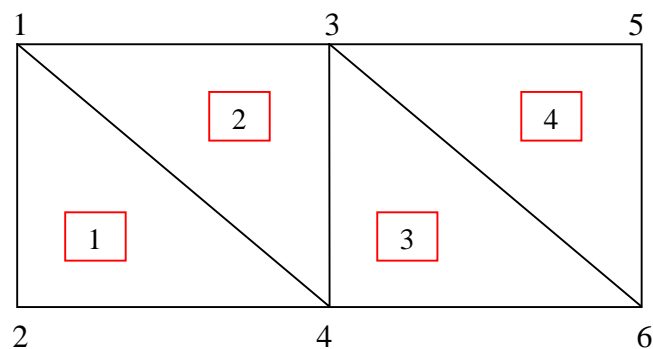


Figura C.1 - Domínio em Estudo [47]

Para cada elemento genérico (índice sobrescrito) do domínio, os vértices são numerados começando por qualquer nó e percorrendo no sentido anti - horário, como mostrado na figura (C.1).

A correspondência entre as numerações local e global no elemento 2 está na tabela C.1

Numeração Local	1	2	3
Numeração Global	3	1	4

Tabela C.1 - Relação entre os nós do elemento 2

A numeração para a matriz local do elemento 2 é dada por:

$$\begin{bmatrix} s_{11}^2 & s_{12}^2 & s_{13}^2 \\ s_{21}^2 & s_{22}^2 & s_{23}^2 \\ s_{31}^2 & s_{32}^2 & s_{33}^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1^2 \\ r_2^2 \\ r_3^2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.1})$$

enquanto que, na numeração global, as mesmas matrizes são escritas como abaixo:

$$\begin{bmatrix} s_{22}^2 & 0 & s_{21}^2 & s_{23}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_{12}^2 & 0 & s_{11}^2 & s_{13}^2 & 0 & 0 \\ s_{32}^2 & 0 & s_{31}^2 & s_{33}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_2^2 \\ 0 \\ r_1^2 \\ r_3^2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

de maneira análoga, para o elemento 4, temos:

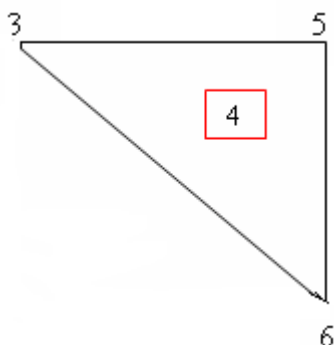


Figura C.2 - Elemento 4 [47]

Numeração Local	1	2	3
Numeração Global	5	3	6

Tabela C.2 - Relação entre os nós do elemento 4

na numeração local a matriz do elemento 4 é dada por:

$$\begin{bmatrix} s_{11}^4 & s_{12}^4 & s_{13}^4 \\ s_{21}^4 & s_{22}^4 & s_{23}^4 \\ s_{31}^4 & s_{32}^4 & s_{33}^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1^4 \\ r_2^4 \\ r_3^4 \end{bmatrix} \quad (\text{C.3})$$

enquanto que na numeração global é dada por:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{22}^4 & 0 & s_{21}^4 & s_{23}^4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{12}^4 & 0 & s_{11}^4 & s_{13}^4 \\ 0 & 0 & s_{32}^4 & 0 & s_{31}^4 & s_{33}^4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ r_2^4 \\ 0 \\ r_1^4 \\ r_3^4 \end{bmatrix} \quad (\text{C.4})$$

Da mesma forma obtemos as matrizes globais dos elementos 1 e 3, como mostradas abaixo:

Matriz do Elemento 1 inserida na matriz global:

$$\begin{bmatrix} s_{22}^1 & s_{21}^1 & 0 & s_{23}^1 & 0 & 0 \\ s_{12}^1 & s_{11}^1 & 0 & s_{13}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ s_{32}^1 & s_{31}^1 & 0 & s_{33}^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (C.5)$$

Matriz do Elemento 3 inserida na Matriz Global:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{22}^3 & s_{21}^3 & 0 & s_{23}^3 \\ 0 & 0 & s_{12}^3 & s_{11}^3 & 0 & s_{13}^3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_{32}^3 & s_{31}^3 & 0 & s_{33}^3 \end{bmatrix} \quad (C.6)$$

Assim procedendo para todos os elementos do domínio, a matriz global de toda a malha de elementos finitos é obtida a partir da soma da matriz do elemento inserida na matriz global, como mostrado na matriz abaixo:

$$\begin{bmatrix} s_{22}^1 + s_{22}^2 & s_{21}^1 & s_{21}^2 & s_{23}^1 + s_{23}^2 & 0 & 0 \\ s_{12}^1 & s_{11}^1 & 0 & s_{13}^1 & 0 & 0 \\ s_{12}^2 & 0 & s_{11}^2 + s_{22}^3 + s_{22}^4 & s_{13}^2 + s_{21}^3 & s_{21}^4 & s_{23}^3 + s_{23}^4 \\ s_{32}^1 + s_{32}^2 & s_{31}^1 & s_{31}^2 + s_{31}^3 & s_{33}^1 + s_{33}^2 + s_{31}^3 & 0 & s_{23}^3 \\ 0 & 0 & s_{12}^4 & 0 & s_{11}^4 & s_{13}^4 \\ 0 & 0 & s_{32}^3 + s_{32}^4 & s_{31}^3 & s_{31}^4 & s_{33}^3 + s_{33}^4 \end{bmatrix} \quad (C.7)$$

Observa - se que o problema agora é resolver um sistema do tipo

$$[S] [A] = [R] \quad (C.8)$$

mas vale lembrar que a matriz **S** é uma matriz simétrica e singular, logo não possui uma inversa. Este problema é contornado introduzindo as condições de contorno.

Referência Bibliográfica

- [1] – WANG, J., et al., *Fabrication and characterization of large-grain $YBa_2Cu_3O_7$ superconductors by seeded melt texturing*, Physica C, 304 (1998), pp. 191-201.
- [2] – BERTRAND, E. P., *Caracterización de superconductors de alta temperatura crítica para aplicaciones de levitación magnética*, Institut de Ciència de Materials de Barcelona (ICMAB) - 1999.
- [3] – COSTA, G. C., et. al., *Finite Element Simulation of Permanent Magnet – Superconductor Rails*, Applied Superconductivity, September 1999, pp 1087-1090.
- [4] – KOSHIZUKA, N., et al., *Present status of R&D on superconducting magnetic bearing technologies for flywheel energy storage system*, Physica C 378-381 (2002), pp. 11-17.
- [5] – <http://www-lmag.pea.usp.br/>
Último acesso em 15/06/2005.
- [6] – <http://www.grucad.ufsc.br/>
Último acesso em 15/06/2005.
- [7] – <http://www.dee.ufrj.br/lasup/>
Último acesso em 15/06/2005.
- [8] – NICOLSKY, R., *The Brazilian Project for a Superconducting Magnetic Levitation Train, Proceeding of the MAGLEV'2000.*, pp. 179-182, June 2000.

- [9] – MOON, F. C., *Superconducting Levitation*, 1^a Ed., John Wiley & Sons, Inc., 1994.
- [10] – JAYAWANT, B. V., *Levitation and Suspension Techniques*, 1^a Ed., Great Britain, Edward Arnold (Publishers) Ltd, 1981.
- [11] – LLMAZARES, J. L. Sánchez, *Introdução aos imãs Permanentes*, Revista Brasileira de Ensino de Física, Vol. 23, n^o 1 (2001), pp. 38 - 47.
- [12] – JEANS, J. H., *Mathematical Theory of Electricity and Magnetism*, Cambridge University Press, 1948.
- [13] – Kit de demonstração desenvolvido pelo LASUP (Laboratório de Aplicações de Supercondutores).
- [14] – <http://www.maglev.com/>
Último acesso em 15/06/2005.
- [15] – <http://www.maglev.com/en/index.html>
Último acesso em 15/06/2005.
- [16] – JACKSON, J. D., *Eletrodinâmica Clássica*, 2^a ed., Rio de Janeiro – RJ, Brasil, Editora Guanabara Dois S. A., 1983.
- [17] – SADIKU, M. N. O., *Elementos de eletromagnetismo*, 3^a ed., Porto Alegre – RS, Brasil, Editora Bookman, 2004.
- [18] – <http://www.rtri.or.jp>
Último acesso em 15/06/2005.
- [19] – http://www.rtri.or.jp/rd/maglev/html/english/maglev_frame_E.html
Último acesso em 15/06/2005.

- [20] – ROSE-INNE, A. C., RHODERICK, E. H., *Introduction to Superconductivity*, 1^a Ed., Pergamon Press, 1969.
- [21] – WEH, H., *New Maglev Concepts with Magnetically Active Rails.*, SPEEDAM'98
- [22] – FERNANDA, OSTERMANN, et al., *Tópicos de Física Contemporânea no Ensino Médio: um Texto para Professores sobre Supercondutividade*, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol.20, no. 3, Setembro, 1998, pág.270 – 288.
- [23] – JOHN R. HULL, “*Superconducting bearings*”, *Supercond. Sci. Technol.*, **13**, (2000).
- [24] – LUIZ, A. M., *Aplicações da Supercondutividade*, Editora Edgard Blücher Ltda, 1992.
- [25] – NPBEL, JACBUS de, *The Discovery of Superconductivity*, *Physics Today*, September, 1996, pp.40-42.
- [26] – BRANÍCIO, PAULO S., *Introdução à Supercondutividade, Suas Aplicações e a Mini-Revolução Provocada Pela Redescoberta do M_gB_2 : Uma Abordagem Didática*, Revista Brasileira de Ensino de Física, vol. 23, nº 4, Dezembro, 2001.
- [27] – MAPLE, M.B., *High-temperature superconductivity*, *Journal of Magnetism and Magnetic*, 177-181 (1998), pp.18-10.
- [28] – HIKIHARA, TAKASHI, et. al., *Levitation drift of flywheel and HTSC bearing system caused by mechanical resonance*, *Physics C 291* (1997), pp.34-40.
- [29] – AANSTOOS, J. P. Kajs, et. al, *High Voltage for a Flywheel Energy Storage System*, *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 37, no1, January 2001.

- [30] – HIKIHARA, TAKASHI., *et. al*, *Dynamical Behavior of Flywheel Rotor Suspendedd by Hysteretic force of HTSC Magnetic Bearing*, Journal of Sound and Vibration (1999) 228(4), pp. 871-887.
- [31] – <http://www.umsuper.com>
Último acesso em 15/06/2005.
- [32] – LANDAU, L. D., GINZBURG, G. L., *On the Theory of Superconductivity Collected Papers of L. D. Landau*, Pergamon Press, 1965.
- [33] – SCHRIEFFER, J. R., *History of Superconductivity*, Seo-Nam Distinduisd Lecture at Seul National University.”
- [34] – JIANXIONG LIU, *et al.*, *Studies of magnetization currents in $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ superconductors*, J. Appl. Phys. Vol. 73, (10), 1993, pp.6530-6532.
- [35] – BEAN, C. P., *Magnetization of High-Field Superconductors*, Reviews of Modern Physics, pp.31-39, January 1964.
- [36] – CAMACHO, *et al.*, *Calculation of Levitation Force in Permanent Magnet-Superconductors System Using Finite Element Analysis*, J. App. Phys., Vol. 82 (3), 1997, pp. 1461-1468.
- [37] – GONZALO, D. C., *Cálculos Magnetostáticos Imán-SCAT por Elementos Finitos*, Projeto Final de Curso, Universidad Politécnica de Catalunã (UCP), España, 1997.
- [38] – GRUSS, A. *et al.*, *Superconducting bulk magnets: Very high trapped fields and cracking*, Appl. Phys. Lett, Vol. 79 (19), November, 2001.

- [39] – PEREIRA, A. S., *Aplicação do Método dos Elementos Finitos ao Estudo da Resposta Magnética de Supercondutores de Alta T_c : Levitação Magnética e Caracterização Não Destrutiva.*, Tese de Doutorado, IF, UFRJ, Julho de 2004.
- [40] – COSTA, G. C., *Cálculos de Forças de Levitação em Trilhos de Trem Supercondutor via Método dos Elementos Finitos*, Tese de mestrado, COPPE, UFRJ, 1999.
- [41] – KORDIUK, A. A., *Magnetic levitation for hard superconductors*, J. App. Phys. 83 (1), January 1998, pp.610-612.
- [42] – CHEN, I. G., et al, , J. App. Phys. 70 (3) 1992.
- [43] – COURANT, R., *Variational methods for the solutions of Problems of Equilibrium and vibrations*, Bull. Am. Math. Soc., Vol. 49, 1943.
- [44] – JANISZEWSKI, J. M., *Método dos Elementos Finitos Aplicados a Problemas de Campos Eletromagnéticos Estáticos*. Doutor em Engenharia, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil, 1978.
- [45] – <http://www.ansys.com>
Último acesso em 15/06/2005.
- [46] – <http://femm.berlios.de>
Último acesso em 15/06/2005.
- [47] – CARDOSO, J. R., *Introdução ao Método dos Elementos Finitos para Engenheiros Eletricistas*, Publicação Independente, 1995.
- [48] – BASTOS, J. P. A., *Eletromagnetismo e Cálculo de Campos.*, 3^a Ed. Revisada, Editora da Universidade Federal de Santa Catarina, 1996.

- [49] – SADIKU, M.N. O., *A Simple Introduction to Finite Element analysis of electromagnetic Problems., IEEE Transactions on Education*, Vol. 32, N^o 2, pp.85-93, May 1989.
- [51] – SADIKU, N. O., MAKKI, A. Z., AGBA, L. C., *A Further Introduction to Finite Element Analysis of Electromagnetic Problems., IEEE Transactions on Education*, Vol. 34, N^o 4, pp.322-329, November 1991.
- [52] – SILVESTER, P. P., FERRARI, R. L., *Finite Element for Electrical Engineers*, 3^a Ed., Cambridge University Press, 1996.
- [53] – TESHIMA, H., et al., *Vibrational properties in superconducting levitation using melt-processed YBaCuO bulk superconductors*, Physica C: Superconductivity, 256, 1-2, 1996, p p. 142-148.
- [54] – KORDIUK, A. A., et.al., *Determination of critical current density in bulk melt-processed high temperature superconductors from levitation force measurements*, Appl. Phys. Lett., Vol. 75, (11), 1999, pp.1595-1597.
- [55] – MONOT, I. et al., *Supercond. Sci and Technol.* 7, 1994.
- [56] – PEREIRA, A. S., COSTA, G.C., and NICOLSKY, R., *Finite Element Simulation of Repulsion between a Permanent Magnet and a Superconducting Disk with Field Dependent J_c* , ICMC'2000 – International Cryogenic Materials Conference: Superconductors for Applications, Materials Properties and Devices, pp. 104.
- [57] – CHEN, D. X., , *App. Phys. Lett.*, Vol. 67, 3430, 1990.
- [58] – TESHIMA, H. et al., *Levitation forces of a single-grained Y-Ba-C-O bulk superconductor of 48mm in diameter*, Cryogenics Volume 37, Number 9, 1997, pp. 505-509.

- [60] – HALBCH, K., *Application of permanent magnets in accelerators and storage rings*, Journal Physics, vol.57, p. 3605-3608, 1985.
- [61] – POST, R F., *The Inductrak: A simpler approach to magnetic levitation*, Proceedings of the Sixteenth International Conference on Magnetic Technology, IEEE Transactions on Applied Superconductivity, Vol. 10, 901-904, 2000.
- [62] – POST, R., DMITRI, R., “*The Inductrak Approach to Magnetic Levitation*”, Proceedings of the MAGLEV’2000, June 2000 , pp 15-20.
- [63] – COSTA, G. C., et al., *Levitation Force Dependence on Permanent Assembly and Variety*, ICMC’2000 – International Cryogenic Materials Conference: Superconductors for Applications, Materials Properties and Devices, pp. 104.
- [64] – HULL, J. R., et al., App. Phys. 73 (11), 1999.
- [65] – LEE, D. F., et al., *Melt texturing of preferentially aligned $YBa_2Cu_3O_x$ superconductor by a seeded directional solidification method*, J. App. Phys. Vol. 76 (1), 1994, pp. 603-605.
- [66] – WEINSTEIN, R., et al, *Permanent magnets of high- T_c superconductors*, J. Appl. Phys., Vol. 73 (10), May, 1993, pp.6533-6535.
- [67] – NEVES, M. A., et al, *Performance of NdFeB and Ferrite Magnets in Superconducting Linear Bearing with Bulk YBCO*, IEEE Transactions Applied superconductivity, Vol. 13, N^o 2, , pp.2271-2274, 2002
- [68] – NEVES, M. A., et al, *Mean Field J_C Estimation for Levitation Device Simulations in the Bean Model Using Permanent Magnets and YBCO Superconducting Blocks*, Brazilian. Journal of Physics, Vol. 32, N^o 3, September, 2002, pp.759-762.