HALLAK, PATRICIA HABIB

Parâmetros Aeroelásticos para Pontes via Fluidodinâmica Computacional [Rio de Janeiro] 2002

XX, 158 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc., Engenharia Civil,2002)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE

1. Fluidodinâmica Computacional
2. Aerodinâmica
3. Aeroelasticidade
4. Modelos Analíticos para pontes

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

As coisas que queremos e parecem impossíveis só podem ser conseguidas com uma teimosia pacífica.

(Gandhi)

Às pessoas que mais amo:

meu pai (*in memoriam*)

minha mãe e

meus irmãos.

Agradecimentos

Agradecimento muito especial a minha orientadora Michèle Pfeil pela orientação, incentivo, carinho e paciência ao longo de tantos anos de trabalho. A meu orientador Paulo Berquó, também pela paciência, dedicação, orientação e ajuda para o desenvolvimento da pesquisa.

Aos professores Ronaldo Battista e Alvaro Coutinho pela ajuda e pelos valiosos conselhos que muito contribuiram para o desenvolvimento da tese.

A Susana Costa e Vânia Lúcia, pela amizade desenvolvida ao longo do tempo de convívio.

A Rosângela, Norma, Flávio, Michèle, ótimos companheiros de trabalho e excelentes amigos.

Aos amigos que encontrei nessa minha longa passagem pelo Rio de Janeiro, dentre eles Luciene e Nilda.

A todos do Laboratório de Estruturas, em especial a Roberto e Vinícius pelo suporte técnico.

Ao professor Paulo de Tarso do Programa de Engenharia Oceânica, pela acolhida em seu laboratório.

A todos do CESUP, em especial ao Luis Fernando, a Denise e a Magali e a todos do NACAD.

A todos os funcionários do Programa de Engenharia Civil.

Ao CNPq pelo auxílio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

PARÂMETROS AEROELÁSTICOS PARA PONTES VIA FLUIDODINÂMICA COMPUTACIONAL

Patrícia Habib Hallak

Abril/2002

Orientadores: Michèle Schubert Pfeil
Paulo Augusto Berquó de Sampaio

Programa: Engenharia Civil

Os estudos aerodinâmicos de pontes são usualmente realizados através de modelos analíticos de força dinâmica de vento, que utilizam coeficientes aerodinâmicos ou aeroelásticos obtidos de ensaios experimentais em túnel de vento. Contudo, recentes avanços em fluidodinâmica computacional têm permitido a obtenção destes coeficientes via simulação numérica.

Aplica-se neste trabalho a metodologia definida como LES com modelo sub-malha numericamente implícito, acoplada a um algoritmo que permite o estudo de problemas de interação fluido-estrutura. Os resultados obtidos para alguns perfis, em especial o perfil da ponte Rio-Niterói, comparam-se muito bem com resultados experimentais e contribuem para reforçar a tendência de utilização de simulação numérica na análise aeroelástica de pontes.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

AEROELASTIC PARAMETERS FOR BRIDGES VIA COMPUTATIONAL FLUID DYNAMIC

Patrícia Habib Hallak

April/2002

Advisors: Michèle Schubert Pfeil
Paulo Augusto Berquó de Sampaio

Department: Civil Engineering

Aerodynamic studies of bridges are usually performed using analytical models for the wind force, which are based on aerodynamic or aeroeslastic coefficients obtained in wind tunnel experiments. Nonetheless, recent advances in Computational Fluid Dynamics (CFD) have made it possible to determine the force coefficients through numerical simulation.

To accomplish this, a methodology defined as Large Eddy Simulation (LES) with numerically implicit sub-grid model is applied in this work, in conjunction with an algorithm designed to deal with fluid-structure interaction. The results obtained for some profiles, in particular that of the Rio-Niterói bridge, compare very well with experimental results and contribute to advancing the use of numerical simulation techniques in the aeroelastic analysis of bridges.

Índice

1 Introdução **1**

1.1 Ação do Vento em Estruturas 1

1.2 Tratamento dos Fenômenos Aeroelásticos no Âmbito da Engenharia Estrutural 4

1.2.1 Ferramentas para a Análise Aeroelástica de Pontes 5

1.2.2 Utilização de Métodos Computacionais 7

1.3 Objetivos da Tese 9

1.4 Organização da Tese 10

2 Fenômenos Aeroelásticos e seus Modelos Analíticos **12**

2.1 Conceitos Gerais 12

2.2 Descrição dos Fenômenos Aeroelásticos em Estruturas Civis 14

2.2.1 Fenômeno de Instabilidade Aerodinâmica 14

2.2.2 Vibrações Induzidas por Vorticidade 17

2.2.3 Vibrações Induzidas por Turbulência do Vento 23

2.3 Parâmetros Adimensionais 24

2.4 Modelos Analíticos Bidimensionais Aplicados a Pontes 27

2.4.1 Instabilidade Aerodinâmica 27

2.4.2 Oscilação por Desprendimento Alternado de Vórtices 36

2.4.3 Vibração Induzida por Turbulência do Vento 40

2.5 Formulação para Resposta 3D de uma Ponte 41

3 Modelagem Física de Escoamentos Viscosos Incompressíveis 45

3.1 Níveis de Modelagem 45

3.2 Equações de Navier-Stokes para Escoamentos Incompressíveis 49

3.3 Descrição em Referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE) 50

3.4 Modelos de Turbulência 52

3.4.1 Método RANS 55

3.4.2 Método LES 57

4 Formulação Estabilizada para Escoamentos Viscosos Incompressíveis no Referencial ALE 61

4.1 Derivação do Modelo Discretizado 62

4.1.1 Forma Discretizada das Equações de Navier-Stokes 63

4.2 Interação Fluido-Corpo Rígido 67

4.2.1 Movimento da Malha 68

4.2.2 Equação de Movimento do Corpo Rígido 70

4.2.3 Relação entre as Variáveis do Fluido na Superfície do Corpo e os Graus de Liberdade do Corpo 71

4.2.4 Condição de Contorno para Equação de Poisson para Pressão sobre a Interface Fluido-Sólido 73

4.3 Técnicas Adaptativas 73
4.3.1 Uso de Passo de Tempo Local 74
4.3.2 Remalhagem Adaptativa 76
4.4 Simulação das Grandes Escalas 77
4.5 Fluxograma do Programa 80

5 Exemplos Numéricos **82**
5.1 Casos Aerodinâmicos 83
5.1.1 Obstáculo Retangular 84
5.1.2 Obstáculo Quadrado 88
5.1.3 Ponte Rio-Niterói 101
5.2 Casos Aeroelásticos 113
5.2.1 Obstáculo Retangular 113
5.2.2 Ponte Rio-Niterói 118

6 Considerações Finais **135**
6.1 Conclusões 136
6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros 138

A Remalhagem Adaptativa **149**
A.1 Transferindo Dados para a Nova Malha 152

B Discretização Espacial das Equações Filtradas de Navier-Stokes **156**

Lista de Figuras

2.1 Ilustração dos principais fenômenos aeroelásticos. 13

2.2 Ponte de Tacoma Narrows durante o colapso. 16

2.3 Ponte Golden Gate, EUA. 17

2.4 Ilustração do perfil não aerodinâmico da ponte de Tacoma Narrows e perfil aerodinâmico de uma ponte qualquer. 17

2.5 Vórtices de Van Kármán. 17

2.6 Crescimento da amplitude de oscilação e o fenômeno de captura da freqüência de desprendimento de vórtices. 19

2.7 Oscilações verticais medidas experimentalmente em um cilindro para velocidades de vento crescentes. (a) início da faixa de captura; (b) durante a captura; (c) final da faixa de captura [1]. 20

2.8 Influência do aumento das amplitudes na correlação entre pressões medidas entre dois pontos afastados de s [2]. 21

2.9 Ponte Rio-Niterói - Brasil. 22

2.10 Oscilação induzida em um sistema massa mola amortecido. [3] 25

2.11 Decomposição das forças provocadas pelo vento em um corpo. 27

2.12 Movimentos do perfil [1]. 28

2.13 Coeficientes aeroelásticos para aerofólio e para seções de ponte contendo cantos vivos [1]. 31

2.14 Coeficientes aeroelásticos para seções aerodinâmicas [1]. 32

2.15 Respostas do sistema. 36

2.16 Respostas típicas do deslocamento de um corpo não aerodinâmico sujeito ao fenômeno de sincronização. 37

2.17 Variação das amplitudes de resposta h_1 com a velocidade de vento u_0. 39

4.1 Descrição esquemática do domínio do problema. 68

4.2 Contorno Γ_I. 70

4.3 Deslocamento e forças no corpo rígido. 70

4.4 Esquema de passo de tempo local. 75

5.1 Influência da geometria no coeficiente de arrasto de seções retangulares [1]. 84

5.2 Domínio da análise. 84

5.3 Malha inicial. 85

5.4 Evolução no tempo dos coeficientes de arrasto e de sustentação. . . . 86

5.5 Espectro da força de sustentação. 87

5.6 Campo de velocidade e malha adaptativa, obstáculo retangular - $t^* = 114$. 87

5.7 Domínio da análise. 88

5.8 Malha inicial. 89

5.9 Variação da velocidade média a longo do eico x para $Re = 22000$. Comparação com resultados do seminário *Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop* [4] e com resultados experimentais. . . 95

5.10 Distribuição da velocidade média em relação a x para $Re = 22000$. Comparação com resultados numéricos de BOURIS e BERGELES [5] e com resultados experimentais. 96

5.11 Variação da energia cinética das flutuações em relação a x para $Re = 22000$. Comparação com resultados numéricos de BOURIS e BERGELES [5] e com resultados experimentais. 97

5.12 História no tempo dos coeficientes de força - $Re = 10^5$ e $t^* = 20$ a 120. 98

5.13 Espectro das flutuações da força de sustentação - $Re = 10^5$. 98

5.14 Detalhe da malha adaptativa e do campo de velocidades para $t^* = 120$ e $Re = 10^5$. 99

5.15 Sistemas de eixos para $\alpha > 0$. 100

5.16 Vista da ponte Rio-Niterói pelo aeroporto Santos Dumont, localizado próximo à entrada da baía de Guanabara [6]. 101

5.17 Elevação dos vãos centrais da ponte Rio-Niterói [6]. 101

5.18 Seção transversal da ponte - corte AA da figura 5.17 - da estrutura metálica da ponte Rio-Niterói [6]. 102

5.19 Disposição dos vãos metálicos da ponte Rio-Niterói [6]. 102

5.20 Domínio analisado. 104

5.21 Mediana e quarda-corpos no trecho central metálico em fase de montagem [7] 104

5.22 Detalhes das barreiras laterais e as diferentes geometrias testadas (dimensões em cm). 105

5.23 Malha inicial do modelo 3. 106

5.24 História dos coeficientes de arrasto e sustentação - modelo 3. 107

5.25 Detalhe da malha adaptativa e do campo de velocidade para $t^* = 120$ e modelo 3. 108

5.26 Campo de pressão - $t^* = 112$ a $t^* = 119$. 109

5.27 Perfil da seção transversal da ponte alterado pela presença de veículos de grande porte. 110

5.28 Detalhe da malha adaptativa e do campo de velocidade para $t^* = 120$ do perfil alterado da seção da ponte. 111

5.29 Campo de pressão - $t^* = 111$ a $t^* = 118$. 112

5.30 Domínio da análise. 114

5.31 Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 3$. 115

5.32 Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 3$ de MENDES e BRANCO [8] ($1step = 0.00244t^*$). 115

5.33 Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 8$. 116

5.34 Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 8$ de MENDES e BRANCO [8] ($1step = 0.00244t$). 116

5.35 Variação do coeficiente H_1^* com a velocidade reduzida U_r para o perfil retangular ($B/D = 4$). 117

5.36 Domínio da análise. 120

5.37 Histórias no tempo do deslocamento vertical para taxa de amortecimento $\xi = 1.0\%$ e várias velocidades de vento. 121

5.38 Histórias no tempo do coeficiente de sustentação. 122

5.39 Variação, em relação à velocidade de vento, das amplitudes de deslocamentos. Comparação entre os resultados obtidos de ensaios de modelo seccional em túnel de vento [9] e os resultados obtidos da presente simulação **LES2D**, referente a $\xi = 1\%$. 123

5.40 Espectros de freqüência dos deslocamentos verticais para diferentes velocidades de vento u_0 na faixa de sincronização. 125

5.41 Campo de pressão - $t^* = 257$ a $t^* = 264$. 126

5.42 Imagens congeladas da ponte vibrando [6]. 129

5.43 Modelo unifilar discretizado da ponte Rio-Niterói [6] e forma modal. . 129

5.44 Variação, em relação à velocidade de vento, das amplitudes de deslocamentos para $\xi_1 = 0.5\%$ e $\xi_2 = 1.5\%$ [9]. 130

5.45 Histórias no tempo do deslocamento vertical na seção no meio do vão central pelo modelo analítico de Van der Pol adaptado. 131

5.46 Coeficiente aerodinâmico H_1^* extraído do ensaio experimental em modelo reduzido da ponte [9]. 132

5.47 Histórias no tempo do deslocamento vertical no meio da seção do vão central pelo modelo analítico com termo de excitação harmônica. . . . 133

A.1 Valores das variáveis no nó P da nova malha obtidos da interpolação dos valores armazenados nos nós i,j e k da malha anterior. 152

Lista de Tabelas

5.1 Coeficientes de força e número de Strouhal, $B/D = 4$ e $Re = 500$. . . 85

5.2 Resultados numéricos (**LES2D**) e experimentais para Re entre 10^4 a 10^6. 89

5.3 Grupos de estudo - parâmetros e métodos - apresentados no seminário *Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop* [4]. 91

5.4 Participantes do seminário *Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop* [4]. 92

5.5 Dados Estatísticos dos Coeficientes de Força - Resultados Numéricos para $Re = 22000$ - Comparação com outros Resultados Numéricos [4]. 93

5.6 Parâmetros estatísticos dos coeficientes de força para $\alpha = 2^0$ e $\alpha = 4^0$. 100

5.7 Resultados numéricos e experimentais da ponte Rio-Niterói. 106

5.8 Influência do tamanho mínimo dos elementos (he_{min}) nas simulações. 107

5.9 Efeitos da presença de veículos de grande porte nas características aerodinâmicas da ponte Rio-Niterói. 110

5.10 Resultados dos coeficientes H_1^*. 117

5.11 Parâmetros adimensionais. 119

5.12 Amplitudes de resposta, tomadas como a média dos picos de cada uma das respostas das figuras 5.37 (após o transiente). 123

5.13 Operadores Ψ_n e Ψ_n^* ($n = 2$ ou 4) e amplitudes. 131

Lista de Variáveis

Letras Romanas Maiúsculas:

- A_i^* e H_i^*, (i=1,3): coeficientes aeroelásticos dos modelos analíticos bidimensionais para pontes.
- B: largura dos obstáculos.
- C_D: coeficiente de arrasto.
- C_L: coeficiente de sustentação.
- $\bar{C}_D$: valor médio do coeficiente de arrasto.
- $\bar{C}_L$: valor médio do coeficiente de sustentação.
- C_{Lh}: coeficiente do modelo analítico de desprendimento de vórtices com termo de excitação harmônica.
- C_M: coeficiente de torção.
- D: altura dos obstáculos.
- F_D: força de arrasto.
- F_L: força de sustentação.
- $\bar{G}$: fluxo de massa.
- H_0^*: parâmetro aeroelástico linear do modelo de Van der Pol adaptado ao fenômeno de sincronização.

- $K = \frac{B\omega}{u_0}$: freqüência reduzida de desprendimento de vórtices.
- L_i: comprimento dos elementos adjacentes influentes em cada nó i do modelo discreto unifilar da ponte Rio-Niterói.
- M: momento torsor.
- N_i: função peso de Galerkin.
- NRe: número de Reynolds local de cada elemento.
- $Re = \frac{\rho D}{\nu}$: número de Reynolds.
- $St = \frac{f_S D}{u_0}$: número de Strouhal que representa a freqüência adimensional de desprendimento de vórtices.
- $\mathbf{U_C}$: vetor deslocamento do contorno Γ_C do corpo.
- U_{crit}: velocidade crítica.
- U_r: velocidade reduzida.
- W_i: função peso do SUPG.

Letras Romanas Minúsculas:

- c: amortecimento do corpo.
- $c^* = \frac{c}{\rho u_0 D}$: amortecimento adimensional da estrutura.
- $\mathbf{d}$: vetor deslocamento da malha.
- $\mathbf{d_C}$: vetor deslocamento do contorno Γ_C.
- f_a, $(a = 1, nde)$: componentes de forças por unidade de volume do corpo.
- f_n: freqüência natural da estrutura.
- f_S: freqüência de desprendimento de vórtices.
- $f^* = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$: freqüência adimensional da estrutura.

- h: grau de liberdade de deslocamento vertical do corpo.
- $\mathbf{h} = \{h_1, h_2, \theta\}^T$: vetor deslocamento do centro de gravidade do corpo.
- h_0: deslocamento vertical inicial.
- h_1: amplitude em regime permanente.
- h_e: tamanho dos elementos.
- he_{min}: tamanho mínimo dos elementos.
- $h^* = \frac{h}{D}$: deslocamento vertical adimensional do corpo.
- k: rigidez do corpo.
- $k^* = \frac{k}{\rho u_0^2}$: rigidez adimensional da estrutura.
- m: massa por unidade de comprimento do corpo.
- m_r: massa reduzida.
- $m^* = \frac{m}{\rho D^2}$: massa adimensional da estrutura.
- nde: número de dimensões no espaço Euclidiano.
- p: pressão no fluido.
- t: tempo real das análises.
- t_a, $(a = 1, nde)$: tração no fluido.
- $t^* = \frac{tu_0}{D}$: tempo adimensional.
- u_0: velocidade de aproximação do escoamento.
- u_a, $(a = 1, nde)$: componente de velocidade do fluido.
- $v_a = u_a - w_a$, $(a = 1, nde)$: velocidade convectiva generalizada ou aparente.
- w_a, $(a = 1, nde)$: velocidade da malha.
- $\mathbf{y_B}$: vetor de deslocamentos generalizados da formulação para repostas 3D de pontes.

Letras Gregas Maiúsculas:

- ΔC_{Drms}: desvio padrão da resposta no tempo do coeficiente da arrasto.
- ΔC_{Lrms}: desvio padrão da resposta no tempo do coeficiente da sustentação.
- Δt: intervalo de tempo.
- Γ_C: contorno do corpo.
- Γ_I: fronteira da região Ω_{ALE}.
- Ω: domínio espacial.
- Ω_{ALE}: domínio da região ALE.
- Ω_E: domínio externo à região ALE.
- $\mathbf{\Phi}(\mathbf{x})$: matriz de autovetores normalizados.

Letras Gregas Minúsculas:

- α: ângulo de incidência do vento sobre o corpo.
- δ_n: decremento logarítmico das oscilações.
- λ: taxa de amortecimento das respostas.
- ν: viscosidade cinemática do fluido.
- μ: viscosidade absoluta do fluido.
- ω_h freqüência natural da estrutura do modo de translação vertical.
- ω_θ: freqüência natural da estrutura no modo de torção.
- ρ: massa específica do fluido.
- τ_{ab}, $(a = 1, nde,\, b = 1, nde)$: tensão viscosa.
- θ: grau de liberdade de rotação do corpo.

- ε: parâmetro aeroelástico não linear do modelo de Van der Pol adaptado ao fenômeno de sincronização.
- ξ_h: taxa de amortecimento da estrutura do modo de translação vertical.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Ação do Vento em Estruturas

O movimento do ar sobre a superfície terrestre (vento) tem como causa imediata principal as diferenças na pressão atmosférica, causadas pelo aquecimento não uniforme da atmosfera, a partir da energia solar absorvida pela crosta terrestre e irradiada para a atmosfera sob a forma de calor. As pressões desequilibradas originam forças que deslocam parcelas do ar atmosférico das zonas de maior pressão para as de menor pressão.

O parágrafo acima é uma descrição do fenômeno de circulação do ar na atmosfera, cujos efeitos se fazem sentir em inúmeras situações na natureza. Em especial, na engenharia estrutural, inúmeras têm sido as estruturas que sucumbem frente a esta solicitação.

Traçando-se um breve histórico sobre o assunto, um dos primeiros registros de acidentes provocados pelo vento data de 1817, na Escócia, quando a passarela suspensa de Dreighborough Abbey ruiu durante uma tempestade [10].

Os estudos iniciais, de caráter experimental, da ação dinâmica do vento em edificações, são do final do século XIX, quando Kernot e Mann, de 1891 a 1894 desenvolveram uma série de pesquisas experimentais em túnel de vento sobre pequenos modelos de cubos, pirâmides, cones, cilindros, etc. Os ensaios foram realizados na

Universidade de Melbourne, Austrália, em um pequeno túnel aerodinâmico de seção transversal de 30.5×30.5 cm sendo o vento artificial gerado por um ventilador [2].

Eiffel fez seus primeiros ensaios no final do século XIX na torre que hoje leva seu nome, em Paris. Deixava seus modelos caírem em queda livre, com um cabo-guia, de uma altura de cerca de 116 metros. A partir da chamada "velocidade final" (velocidade uniforme em que a resistência ao avanço é equilibrada pela ação da gravidade), calculava a força de arrasto no modelo em estudo [2].

Contudo, foi o caso clássico do colapso da ponte suspensa de Tacoma Narrows em 1940, nos EUA, 4 meses após a inauguração, um dos mais importantes acontecimentos que serviu de estímulo para o desenvolvimento desse campo de pesquisa para engenharia estrutural.

Atualmente, inúmeras são as estruturas suscetíveis à ação dinâmica do vento. Na cidade do Rio de Janeiro cita-se, por exemplo, a cobertura do Pavilhão de São Cristóvão, que apresentou problemas de vibração no início da vida útil e que foram corrigidos com reforço. No ano de 1991, devido a um incêndio, que danificou alguns de seus elementos estruturais, e à corrosão nas ancoragens, a cobertura foi levada ao colapso durante uma forte tempestade.

Citam-se ainda os efeitos de vibração induzidos pelo vento sobre a superestrutura metálica da Ponte Rio-Niterói, sobre a baía da Guanabara. Devido ao seu comportamento aerodinâmico, sempre que a velocidade média de vento atinge um certo valor pré-estabelecido a ponte é fechada ao trânsito de veículos como medida de segurança e conforto dos usuários.

Os exemplos acima mencionados e alguns outros que serão apresentados no decorrer deste trabalho demonstram a importância da análise aerodinâmica no projeto de pontes e coberturas de grandes vãos e em quaisquer estruturas suscetíveis à ação do vento. Atualmente, com o crescente avanço das ferramentas computacionais utilizadas nos projetos e o desenvolvimento de novos materiais, existe a tendência de construir estruturas cada vez mais leves e esbeltas. Paralelamente, surge a necessidade do desenvolvimento de métodos de análise cada vez mais refinados para que os possíveis problemas aerodinâmicos possam ser afastados. Nas estruturas existentes

ou naquelas em fase de projeto, as análises aerodinâmicas têm por objetivo a verificação de critérios que assegurem a sua integridade estrutural e que garantam o conforto dos usuários.

Dentro de um panorama geral, para o completo esclarecimento da ação dinâmica do vento em estruturas, são necessárias informações oriundas do meio ambiente e da formação do vento natural aliadas à topografia local, da relação entre o vento natural e as forças induzidas nas estruturas e do comportamento da estrutura sob a ação destas forças. Desta forma vários campos científicos são envolvidos neste estudo, como a meteorologia, a dinâmica dos fluidos, as teorias estatísticas de turbulência, a dinâmica estrutural e os métodos probabilísticos [11].

Com os métodos de dinâmica estrutural pode-se estimar o comportamento da estrutura sob ação de forças conhecidas. Aplicando os conhecimentos da mecânica dos fluidos obtêm-se as forças aerodinâmicas induzidas pelo movimento do vento ao redor das edificações, que dependem principalmente da forma e do tamanho da estrutura e da massa específica, da viscosidade e da velocidade do fluido em relação ao corpo, ou seja, do vento em relação à estrutura. As leis que governam a mecânica dos fluidos estão sintetizadas nas equações de Navier-Stokes de conservação de massa e quantidade de movimento.

As estruturas civis são caracterizadas por perfis não aerodinâmicos ou rombudos (perfis em que há separação do fluxo de sua superfície, causando diferenças de pressão ao redor do corpo), do tipo angulosos (caracterizados pela presença de arestas vivas). Para estes casos não existem soluções analíticas das equações de Navier-Stokes. Por isso, no âmbito da engenharia estrutural, é tradicional a utilização de dados obtidos experimentalmente em ensaios de modelos reduzidos em túnel de vento. Atualmente, com o crescente avanço dos computadores, pretende-se resolver numericamente as equações de Navier-Stokes para complementar e eventualmente substituir os ensaios experimentais pelas análises numéricas computacionais.

1.2 Tratamento dos Fenômenos Aeroelásticos no Âmbito da Engenharia Estrutural

Em função de suas características dinâmicas, identificam-se dois tipos de estruturas que apresentam comportamento distintos sob ação do vento:

- estruturas que, sob ação do vento, não desenvolvem forças de inércia e para as quais o vento atua como força quasi-estática;
- estruturas que apresentam oscilações induzidas pelo vento.

No primeiro caso as forças induzidas pelo vento são consideradas em projeto como um carregamento estático equivalente às resultantes de pressão de vento, que dependem da velocidade do vento.

No segundo caso a ação do vento induz o surgimento de fenômenos aeroelásticos, e que podem comprometer a integridade estrutural além de causar o desconforto humano.

Se o problema é de instabilidade aerodinâmica deseja-se, para uma certa estrutura, determinar o valor da velocidade crítica (U_{crit}) que é aquela acima da qual iniciam-se movimentos com amplitudes divergentes. Caso não seja estabelecida, ainda na fase de projeto, medidas de segurança contra a ocorrência do fenômeno para a estrutura idealizada, as seguintes providências podem ser tomadas:

- otimização do perfil da seção transversal;
- alteração das características dinâmicas da estrutura;
- introdução de sistemas controladores.

Nos casos de vibrações induzidas por vorticidade e por turbulência não ocorre instabilidade. Nestas situações, em geral, se busca obter ainda na fase de projeto a resposta da estrutura para verificá-la sob os critérios de vibração excessiva e, consequentemente, avaliar os possíveis problemas associados ao mau comportamento em serviço, à ocorrência de mecanismos de colapso localizado e o de propagação de fraturas e ao desconforto para os usuários da estrutura.

1.2.1 Ferramentas para a Análise Aeroelástica de Pontes

O comportamento das estruturas sujeitas aos fenômenos aeroelásticos é analisado através de ensaios experimentais de modelos reduzidos completos [1] em túnel de vento ou a partir de modelos analíticos simplificados, lineares ou não lineares, de um, dois ou mais graus de liberdade generalizados, na forma:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x &= F(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}) \\ m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y &= F(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}) \\ I_\theta\ddot{\theta} + c_\theta\dot{y} + k_\theta\theta &= M(y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta}) \end{aligned}$$

onde x, y e θ representam as amplitudes de deslocamento associadas a modos de flexão lateral, flexão vertical e torção, m e I_θ são a massa e o momento de inércia de massa, c é o amortecimento e k as respectivas rigidezas. Nestes modelos as forças generalizadas podem depender ou não do movimento da estrutura e são funções da velocidade do vento u_0 e da massa específica do ar ρ.

No caso dos fenômenos auto-excitados como instabilidade aerodinâmica (*flutter*) e vibração por vorticidade, os coeficientes das variáveis de movimento $(x, \dot{x}, y, \dot{y}, \theta, \dot{\theta})$ são denominados coeficientes aeroelásticos pois dependem da freqüência de oscilação. Quando as forças devidas ao vento não dependem do movimento da estrutura os coeficientes são denominados aerodinâmicos.

Na engenharia aeronáutica estes tipos de problemas dizem respeito ao batimento da asa do avião sob escoamento estacionário e são objetos de numerosos estudos teóricos, via mecânica dos fluidos, como os de Theodorsen (1934) os quais inspiraram os primeiros modelos analíticos aplicados aos tabuleiros de pontes. A aplicação a pontes com perfis não aerodinâmicos de teorias lineares desenvolvidas para asas delgadas com pequenos deslocamentos é a principal contribuição dos trabalhos de SIMIU e SCANLAN [1] e [12], que permitiram estabelecer os modelos matemáticos de forças aeroelásticas amplamente utilizados atualmente pelos aerodinamicistas de estruturas.

[1] Modelos reduzidos completos são aqueles que representam os aspectos tridimensionais do escoamento e do comportamento da estrutura.

Os coeficientes aerodinâmicos e aeroelásticos são tradicionalmente obtidos a partir de ensaios em túnel de vento de modelos reduzidos seccionais que consistem em modelos reduzidos rígidos representativos de um trecho do tabuleiro. As suas características dinâmicas são simuladas através do apoio de suas extremidades em molas e amortecedores que permitem movimentos nas direções horizontal, vertical e rotação [1]. Placas terminais de dimensões apropriadas são fixadas às extremidades do modelo de modo a assegurar a condição de fluxo bidimensional.

Alternativamente, tem sido proposta a utilização de técnicas recentes em fluidodinâmica computacional ou mecânica dos fluidos computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*), para a determinação dos mencionados coeficientes aerodinâmicos e aeroelásticos. Em particular para a engenharia de vento o estudo enquadra-se na chamada engenharia de vento computacional (CWE - *Computational Wind Engineering*), derivada de métodos numéricos usuais de outros campos da mecânica dos fluidos.

De uma forma geral, neste campo de estudo, inúmeras são as situações que se pretende analisar e diversos são os tratamentos e os procedimentos utilizados, que compreendem, desde a modelagem física até as técnicas numéricas utilizadas.

Para a análise almejada neste trabalho o caminho a ser adotado deve buscar abranger algumas questões relevantes, como, por exemplo, o caráter incompressível do escoamento e os diferentes conjuntos de variáveis dependentes utilizados para escrever as equações governantes de Navier-Stokes [13]. Quando a descrição adotada utiliza as variáveis primitivas de velocidade e pressão, por exemplo, surgem outras questões numéricas relevantes: a discretização de problemas fortemente convectivos e incompatibilidade entre as interpolações do campo de velocidade e pressão. Neste contexto, o uso dos chamados métodos estabilizados, como os propostos por HUGHES *et al.* [14], DE SAMPAIO [15] e ZIENKIEWICZ e WU [16] são de fundamental importância para obtenção de soluções estáveis.

Um outro problema diz respeito à modelagem dos escoamentos turbulentos pois o vento a elevadas velocidades, mesmo de incidência laminar, torna-se turbulento ao interagir com o corpo. Neste caso, existem propostas para simulação direta e para

modelagem das diversas escalas de turbulência do escoamento.

Além disso, para a análise numérica dos fenômenos aeroelásticos, deve-se compatibilizar o problema dinâmico do corpo, em referencial Lagrangiano, ao problema dinâmico do fluido ao seu redor, em referencial Euleriano. Uma das alternativas existentes descreve as equações de Navier-Stokes em um referencial genérico conhecido como Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE - *Arbitrary Lagrangian-Eulerian*).

1.2.2 Utilização de Métodos Computacionais

No estágio atual, grande parte dos trabalhos publicados em CFD aplicada a vento refere-se a obstáculos de seção quadrada e retangular. Esses são estudos preliminares de escoamento ao redor de perfis não aerodinâmicos a elevados valores do número de Reynolds e se aplicam, por exemplo, aos casos de prédios altos, torres, etc.

Neste contexto, destacam-se os trabalhos de RODI [17], RODI *et. al.* [4] e BOSCH e RODI [18]. Nesses trabalhos os autores buscaram comparar os resultados obtidos da simulação numérica utilizando diversos modelos de turbulência em torno de obstáculos fixos de seção quadrada.

Simulações do mesmo gênero foram realizadas por BOURIS e BERGELES [5] que utilizaram o método conhecido como LES (*Large-Eddy Simulation* - Simulação dos Grandes Vórtices) onde as grandes escalas de turbulência são resolvidas explicitamente pela discretização enquanto as pequenas escalas são tratadas através de modelos adicionais, denominados modelos sub-malhas.

MURAKAMI [19] e MURAKAMI *et. al.* ([20], [21] e [22]) também utilizaram o método LES para o estudo do obstáculo de seção quadrada. Em [20] e [22] MURAKAMI e co-autores focalizaram seus trabalhos em obstáculos fixos e simulações tridimensionais. Em [21] MURAKAMI *et al.* investigaram, utilizando simulação numérica bidimensional com o método LES, o comportamento de um obstáculo quadrado em movimento forçado no meio fluido.

Comparações de diversas simulações numéricas do mesmo escoamento em torno de um obstáculo quadrado fixo, com diferentes malhas, modelos de turbulência, 2D

ou 3D, revelam uma ampla gama de variação de resultados em torno do resultado obtido experimentalmente (BOURIS e BERGELES [5], RODI [17], etc.) e reforçam a busca pela melhor formulação.

OKAJIMA [23] e OKAJIMA *et al.* [24] realizaram um extenso estudo sobre escoamento em perfis fixos retangulares para vários valores do número de Reynolds e para várias relações altura/largura da seção. Estes estudos compreenderam tanto pesquisas experimentais quanto simulações numéricas.

No que refere-se a problemas de corpos em oscilações livres induzidas pela ação dinâmica do fluido, contribuição importante foi dada por NOMURA e HUGHES em [25] e NOMURA [26], pela simulação numérica do escoamento em torno de um cilindro com as equações de Navier-Stokes descritas em um referencial Lagrangiano-arbitrário qualquer. Nessa mesma linha de pesquisa, aplicada a seções circulares e retangulares, tem-se ainda os trabalhos de MENDES e BRANCO ([8], [27] e [28]).

Quanto à aplicação da CFD a pontes, LARSEN [29], LARSEN e ESDAHL [30] e LARSEN e WALTHER ([31] e [32]), realizando simulações 2D pelo método dos vórtices discretos, através do programa computacional DVMFLOW, têm publicado vários trabalhos da investigação numérica do comportamento aerodinâmico e aeroelástico de vários perfis de pontes. Dentre essas pontes analisadas destacam-se a ponte de Tacoma Narrows e a ponte suspensa Storebaelt East, de seção hexagonal, localizada na Dinamarca com 1624 m de vão central.

FRANDSEN [33] utilizou a formulação fluido-estrutura implementada em elementos finitos no programa comercial SPECTRUM para investigar os fenômenos aeroelásticos na mesma ponte de Storebaelt.

Um caso interessante foi a utilização da CFD por MENDES e BRANCO [34] e BRANCO *et. al.* [35] nas análises do comportamento aerodinâmico do tabuleiro da ponte central, de 829,2 m de extensão, que forma a ponte Vasco da Gama, construída sobre o Rio Tejo em Portugal. Com auxílio da CFD verificou-se a ocorrência de instabilidade aerodinâmica para velocidade do vento próxima a 170 km/h. Apesar da viabilidade das análises numéricas, os testes experimentais não foram descartados e a concepção original da ponte foi proposta a partir do ensaios em túnel de vento.

Com isso, ainda na fase de projeto, o perfil da seção tranversal da ponte foi alterado.

1.3 Objetivos da Tese

Os avanços na fluidodinâmica computacional e os resultados considerados satisfatórios de algumas poucas aplicações a pontes, permitem detectar o grande pontencial desta ferramenta no auxílio ao projeto estrutural de pontes de grandes vãos. Na literatura técnica se percebe que, embora alguns projetos já contem com resultados obtidos da CFD, não dispensam a ferramenta tradicional que é o túnel de vento. Além disso, para a engenharia civil não há informações sobre vantagens de parte a parte referentes ao custo ou tempo. É neste contexto que se insere o presente trabalho, com vistas a contribuir para a certificação da aplicação da CFD à análise aeroelástica de pontes. Em especial, a aplicação da formulação estabilizada utilizada nesta pesquisa, a qual conduziu ao sucesso dos resultados que serão a seguir apresentados.

Este trabalho tem por finalidade a determinação de coeficientes aerodinâmicos e aeroelasticos utilizados em modelos analíticos de força dinâmica de vento em pontes, através da experimentação numérica em fluidodinâmica computacional. Para isso, utilizou-se a metodologia *LES com modelo sub-malha numericamente implícito* apresentado por DE SAMPAIO e COUTINHO [36] em 1999. Esta é uma combinação de uma formulação estabilizada de elementos finitos com algoritmos adaptativos no espaço e no tempo.

Uma das principais contribuições da pesquisa foi a implementação e aplicação de um algoritmo para simulação dos problemas de interação fluido-estrutura. Neste algoritmo as equações de Navier-Stokes foram descritas no referencial ALE e foram introduzidas relações para compatibilidade do movimento do fluido ao movimento da estrutura, esta última tratada como um corpo rígido sobre molas elásticas.

Visando divulgar a aplicação da técnica aqui empregada a corpos não aerodinâmicos, como perfis quadrados e da seção da ponte Rio-Niterói, alguns resultados para corpos em repouso já foram divulgados em congressos científicos ([37], [38] e

[39]).

A aplicação prática desse trabalho de pesquisa tem como exemplo principal a ponte Rio-Niterói, que vem sendo objeto de análises estruturais, monitoração e projetos de melhoramentos por BATTISTA [40] deste 1997. A simulação numérica da referida ponte é um trabalho pioneiro para esta aplicação e tem nos ensaios realizados em túnel de vento [9] e nas observações do seu comportamento *in situ* [6] [41] os principais parâmetros para sua validação.

1.4 Organização da Tese

O presente trabalho está dividido em 6 capítulos e 2 apêndices:

- **Capítulo 1 - Introdução**

  Este capítulo faz uma abordagem geral do tema, relatando problemas ocorridos devido à ação do vento em estruturas para mostrar a relevância do tema da pesquisa. Mostra ainda como são usualmente realizadas as análises e enfatiza a crescente contribuição dos métodos computacionais.

- **Capítulo 2 - Fenômenos Aeroelásticos e seus Modelos Analíticos**

  Na primeira parte deste capítulo, apresenta-se uma descrição sucinta dos principais fenômenos aeroelásticos a que estão sujeitas as estruturas civis. Logo a seguir descrevem-se os modelos analíticos bidimensionais existentes aplicados a pontes. Por fim, uma formulação para resposta tridimensional que utiliza coeficientes obtidos das formulações analíticas bidimensionais é apresentada. Estas formulações tridimensionais consideram a forma modal do movimento da estrutura e a correlação espacial do escoamento.

- **Capítulo 3 - Modelagem Física de Escoamentos Viscosos Incompressíveis**

  Este capítulo trata dos aspectos relacionados ao escoamento, discutindo questões relevantes da sua modelagem física e das aproximações feitas para o estudo do escoamento de vento. São introduzidas, para o meio contínuo, as equações

de Navier-Stokes (equação de conservação da quantidade de movimento e de conservação de massa) em descrição Euleriana e em descrição Lagrangiana-Euleriana Arbitrária (ALE). É feita ainda uma revisão dos principais modelos de turbulência.

- **Capítulo 4 - Formulação Estabilizada para Escoamentos Viscosos Incompressíveis no Referencial ALE**

  Neste capítulo as equações de Navier-Stokes em referencial ALE são discretizadas. É apresentado o algoritmo desenvolvido neste trabalho para acoplamento do movimento do fluido ao movimento da estrutura e o modelo LES de turbulência utilizado.

- **Capítulo 5 - Exemplos Numéricos**

  Os exemplos numéricos apresentados neste capítulo referem-se aos escoamentos laminar e turbulento ao redor de obstáculos fixos e em movimento, como a seção da ponte Rio-Niterói.

- **Capítulo 6 - Conclusões**

  Apresentam-se conclusões e comentários finais, bem como sugestões para o prosseguimento da pesquisa.

- **Apêndice A**

  Disserta sobre a técnica de remalhagem adaptativa utilizada no programa.

- **Apêndice B**

  Apresenta-se a discretização espacial em elementos finitos das equações filtradas de Navier-Stokes.

Capítulo 2

Fenômenos Aeroelásticos e seus Modelos Analíticos

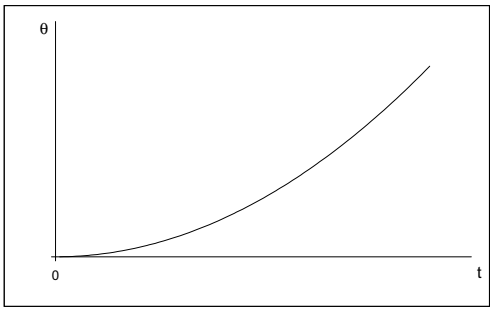
2.1 Conceitos Gerais

Os fenômenos aeroelásticos mais comuns a que estão sujeitas as estruturas civis são [1]:

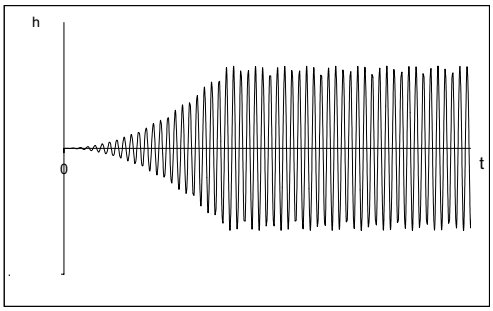
- **Divergência torcional** - acréscimo quase-estático da rotação de torção de tabuleiro de ponte com ocorrência de instabilidade para uma determinada velocidade de vento chamada crítica.
- **Instabilidade aerodinâmica** (*flutter*) - oscilações com amplitudes divergentes devidas às forças de vento dependentes do próprio movimento da estrutura, para uma velocidade chamada crítica.
- **Vibrações induzidas por vorticidade** - ocorrência de vibração devida à ressonância com o desprendimento de vórtices alternados na esteira do fluxo.
- **Vibrações induzidas por turbulência atmosférica** - vibração causada pela turbulência natural do vento.

Nas figuras 2.1 estão apresentados graficamente os comportamentos, em termos de deslocamento y ou rotação θ de um ponto de uma estrutura sujeita aos fenômenos

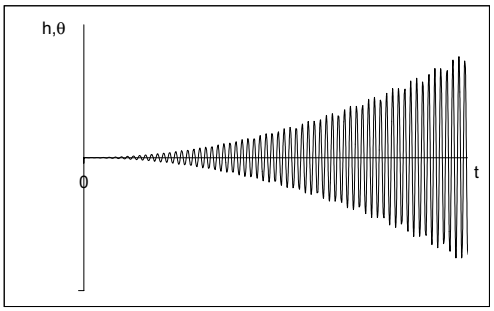
citados. A divergência torcional é um fenômeno quase-estático de instabilidade, de certa forma similar à flambagem de uma coluna. Observa-se na figura 2.1(b) o caráter autolimitante da resposta para vibração por vorticidade em contraposição às oscilações divergentes do fenômeno de instabilidade aerodinâmica (figura 2.1(c)). A vibração induzida pela turbulência natural do vento da figura 2.1(d) tem caráter aleatório.



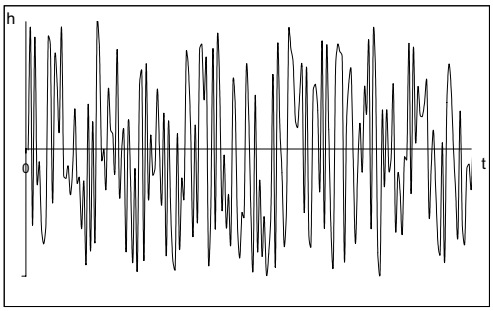
(a) Divergência torcional.



(b) Vibrações induzidas por vorticidade.



(c) Instabilidade aerodinâmica.



(d) Vibrações induzidas por turbulência do vento.

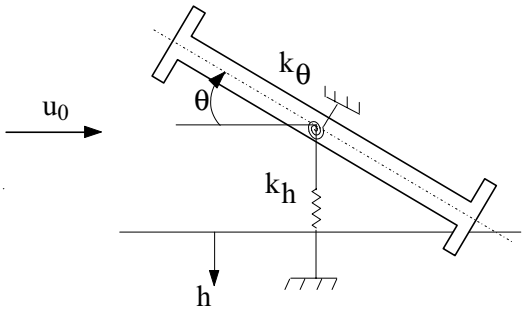


Figura 2.1: Ilustração dos principais fenômenos aeroelásticos.

A seguir serão apresentadas descrições mais detalhadas dos fenômenos aeroelásticos e suas ocorrências em estruturas civis, com ênfase em estruturas de pontes. Apresentam-se ainda as formulações analíticas existentes utilizadas para descrever esses fenômenos. Essas formulações contudo possuem caráter bidimensional, pois são

elaboradas para uma pequena faixa do comprimento total da estrutura. Assim, na última seção deste capítulo mostra-se como estes modelos bidimensionais são usados para formular um modelo tridimensional de resposta de uma ponte, levando-se em conta as formas modais e as características 3D do escoamento.

2.2 Descrição dos Fenômenos Aeroelásticos em Estruturas Civis

2.2.1 Fenômeno de Instabilidade Aerodinâmica

Um dos primeiros fenômenos de instabilidade aerodinâmica a ser observado, e denominado de *flutter*, ocorreu em aerofólios os quais, a partir de determinada velocidade, desenvolvem violentas e crescentes vibrações que os levam ao colapso. Essas oscilações se caracterizam pelo acoplamento, provocado pela ação do vento, entre os modos de vibração de torção e de flexão da estrutura pela transferência de energia entre as oscilações verticais e as torsionais. As amplitudes de oscilações aumentam indefinidamente caso a energia dissipada pela estrutura em um ciclo seja menor que a fornecida pelo vento no mesmo período. A condição crítica ocorre quando a energia dissipada pelo sistema se iguala à energia fornecida pelo vento.

Outro fenômeno de instabilidade aerodinâmica é o galope no qual o movimento, embora auto-excitado, não sofre o acoplamento dos modos de torção e flexão. Este fenômeno é observado em linhas de transmissão de energia elétrica, por exemplo do norte do Canadá, que quando envoltas por uma camada irregular de gelo têm sua seção transversal alterada; com a passagem do vento o sistema passa a oscilar a baixas freqüências (de cerca de 1 Hz) e a apresentar oscilações divergentes na direção normal ao vento.

Na engenharia estrutural o termo drapejamento, originado da palavra *drapeau* (bandeira em francês) também é utilizado para designar os fenômenos de instabilidade aerodinâmica, devido à semelhança com o movimento divergente de bandeiras quando expostas ao vento.

No domínio da engenharia civil, os estudos relacionados à ação dinâmica do vento iniciaram-se após o acidente com a primeira ponte suspensa de Tacoma Narrows, construída em 1940 nos EUA com 854m de vão, que colapsou devido ao fenômeno de instabilidade aerodinâmica. A figura 2.2 apresenta uma seqüência de fotos da ponte, tiradas durante o colapso. Observa-se claramente a ponte oscilando em modo de torção apenas. A referência [42] reproduz um relato da época sobre o acidente:

"Na manhã do dia 7 de novembro de 1940 soprava um vento forte que causava algum movimento vertical de amplitude moderada e freqüência de 36 ciclos por minuto. Este movimento continuou de forma regular até às 10 horas, com vento aumentando para uma velocidade de 42 milhas por hora (67,6 km/h) de acordo com a medida de um anemômetro. Então, o movimento da estrutura mudou violentamente... de 36 para 12 ciclos por minuto. O movimento resultante era de torção e era muito violento, com amplitudes angulares atingindo aproximadamente 45^0 a partir da posição horizontal...".

A ponte suspensa Golden Gate em São Francisco, EUA, com 1280m de vão (figura 2.3), apresentou oscilações de grandes amplitudes, acopladas em torção e flexão vertical, típicas de um processo de instabilidade aerodinâmica. Foi em 1951, durante uma tormenta com vento de 110 km/h, quando a oscilação pico a pico atingiu 3.5m em flexão vertical e 22^0 em torção [3]. Extensas modificações estruturais foram executadas para enrijecer a estrutura. Na década de 1990 ensaios de modelo reduzido em túnel de vento identificaram a barreira lateral da passarela à barlavento como sendo o elemento indutor da instabilidade aerodinâmica no modo fundamental de torção; verificou-se que a remoção da barreira estabilizava o modelo. Entretanto não sendo esta uma solução prática, foram necessárias mais de 50 tentativas de modificações de geometria desta barreira para se chegar a uma solução que duplicasse a velocidade crítica de vento [43].

Na engenharia estrutural a instabilidade aerodinâmica pode ocorrer principalmente em pontes suspensas, como foi o caso da ponte de Tacoma Narrows, e em pontes estaiadas. Uma característica dinâmica importante das pontes suspensas é que elas apresentam um modo de torção com freqüência baixa na hierarquia das freqüências, sendo por isso mais vulneráveis ao fenômeno do que outros sistemas

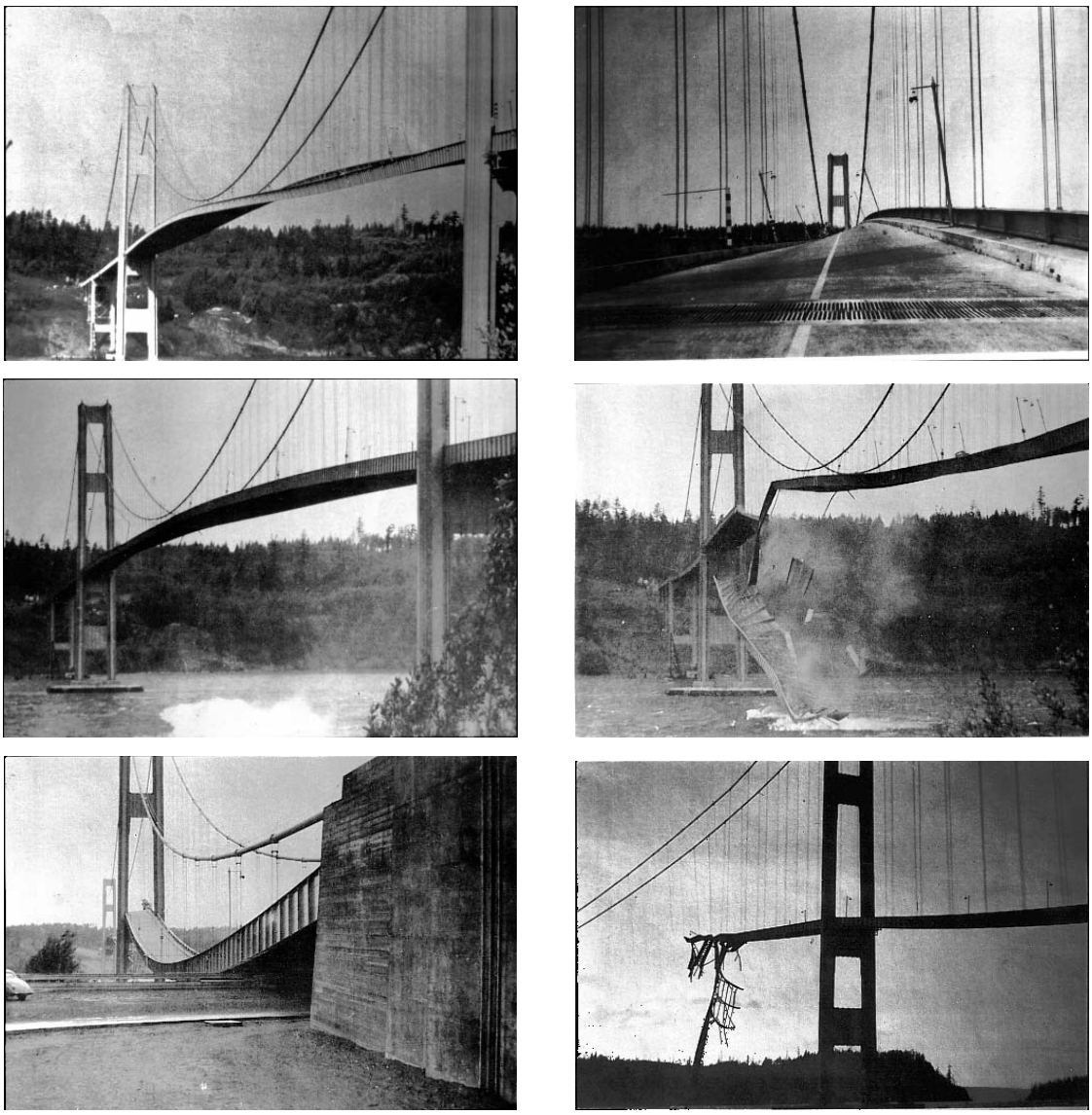
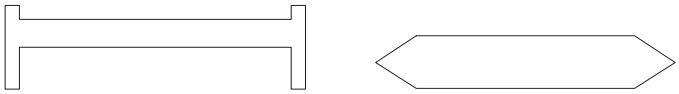


Figura 2.2: Ponte de Tacoma Narrows durante o colapso.

estruturais.

A ocorrência do fenômeno em pontes em apenas um modo de torção é característica de seções com perfil não aerodinâmico como aquele da ponte original de Tacoma Narrows (figura 2.4(a)). Para seções com perfil aerodinâmico (figura 2.4(b)) a instabilidade pode ocorrer em vários modos acoplados, particularmente de flexão e torção, de forma semelhante ao *flutter* clássico de aerofólios (um modo de torção e um modo de flexão).

Figura 2.3: Ponte Golden Gate, EUA.



(a) Perfil não aerodinâmico (rombudo)

(b)Perfil aerodinâmico

Figura 2.4: Ilustração do perfil não aerodinâmico da ponte de Tacoma Narrows e perfil aerodinâmico de uma ponte qualquer.

2.2.2 Vibrações Induzidas por Vorticidade

Os vórtices são pequenos turbilhões na esteira do fluxo causados pelo descolamento da camada limite da superfície do corpo. A figura 2.5 é uma ilustração deste fenômeno para diversos perfis não aerodinâmicos.

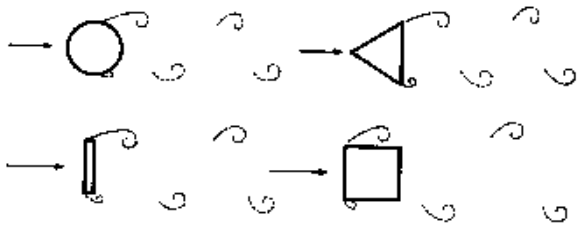


Figura 2.5: Vórtices de Van Kármán.

As esteiras de vórtices alternados são conhecidas como esteiras de Kármán, em homenagem ao pesquisador Theodore von Kármán (1881 - 1963) que estudou o fenômeno na primeira metade do século XX.

A formação de vórtices cadenciados ocorre quando o gradiente de velocidade dentro da camada limite, associado à geometria do corpo imerso no fluido, promove separação dessa mesma camada limite. Em cilindros é difícil estudar a localização exata do ponto de descolamento, pois este depende de uma série de fatores, tais como: forma e rugosidade do objeto, velocidade do escoamento, etc. Para corpos contendo arestas vivas, a posição do descolamento se dá em uma ou algumas arestas.

Esses vórtices desprendem-se aleatoriamente ou de forma alternada, dependendo do número de Reynolds. A freqüência de desprendimento de vórtices alternados depende do número adimensional de Strouhal definido por:

$$St = \frac{f_S D}{u_0} \tag{2.1}$$

onde f_S é a freqüência de desprendimento de um par de vórtices, D é a dimensão do corpo perpendicular à direção do vento e u_0 é a velocidade relativa do vento. O número de Strouhal depende da forma da seção, do seu acabamento superficial e do número de Reynolds.

Os vórtices gerados, ilustrados na figura 2.5, originam forças periódicas oblíquas em relação à direção do vento médio. Considerando suas componentes, as forças alternadas na direção do vento (forças de arrasto) ocorrem na freqüência do desprendimento individual dos vórtices ($2f_S$), enquanto que as forças alternadas na direção transversal ao vento (força de sustentação) ocorrem na freqüência do desprendimento de cada par de vórtices (f_S). As componentes das forças tendem a produzir oscilações nas direções em que agem. Entretanto, a força na direção do vento, embora possa representar uma importante carga estática, apresenta flutuação pequena em comparação com a força na direção transversal ao vento.

Para corpos flexíveis com amortecimento estrutural pequeno, aparecerá uma forte oscilação transversal sempre que a freqüência de desprendimento de um par de vórtices (f_S) coincidir ou ficar próxima de uma das freqüências naturais da estrutura (f_n). Define-se então velocidade crítica como sendo aquela para a qual $f_S = f_n$, ou seja:

$$U_{crit} = f_n D/St \tag{2.2}$$

Uma característica deste fenômeno é a chamada captura ou sincronização do

desprendimento de vórtices (*lock-in*) na freqüência natural de oscilação por flexão da estrutura, que ocorre na faixa de velocidades u_0 para a qual as amplitudes de vibração são grandes (figura 2.6). Nessa faixa, f_S permanece igual a f_n e não obedece temporariamente à equação 2.1 para uma pequena variação de velocidade em torno do valor crítico. Na verdade, na faixa de velocidades correspondente ao fenômeno de captura, há predominância de desprendimento de vórtices na freqüência f_n da estrutura sobre o desprendimento na freqüência f_S, conforme mostram, na figura 2.7, as respostas de oscilação de um cilindro para velocidades de vento crescente nesta faixa. Para velocidades de vento abaixo e acima da velocidade crítica (U_{crit}), as respostas (figs. 2.7(a) e 2.7(c)) exibem uma característica de batimento com duas freqüências presentes: f_n e f_S. Já para U_{crit} tem-se uma resposta harmônica similar a uma vibração forçada em uma única freqüência $f_n = f_S$ (figura 2.7(b)).

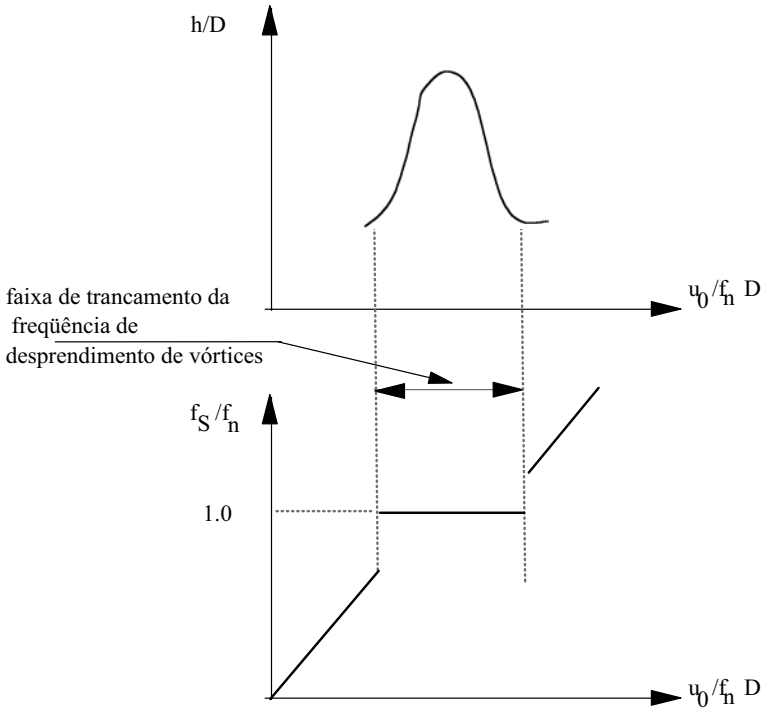


Figura 2.6: Crescimento da amplitude de oscilação e o fenômeno de captura da freqüência de desprendimento de vórtices.

A descrição apresentada do fenômeno de vorticidade se refere a um corpo em um escoamento bidimensional. Entretanto, na realidade, o desprendimento de vórtices não se dá de maneira uniforme ao longo do comprimento do corpo, mesmo sendo cilíndrico. As características tridimensionais do desprendimento de vórtices po-

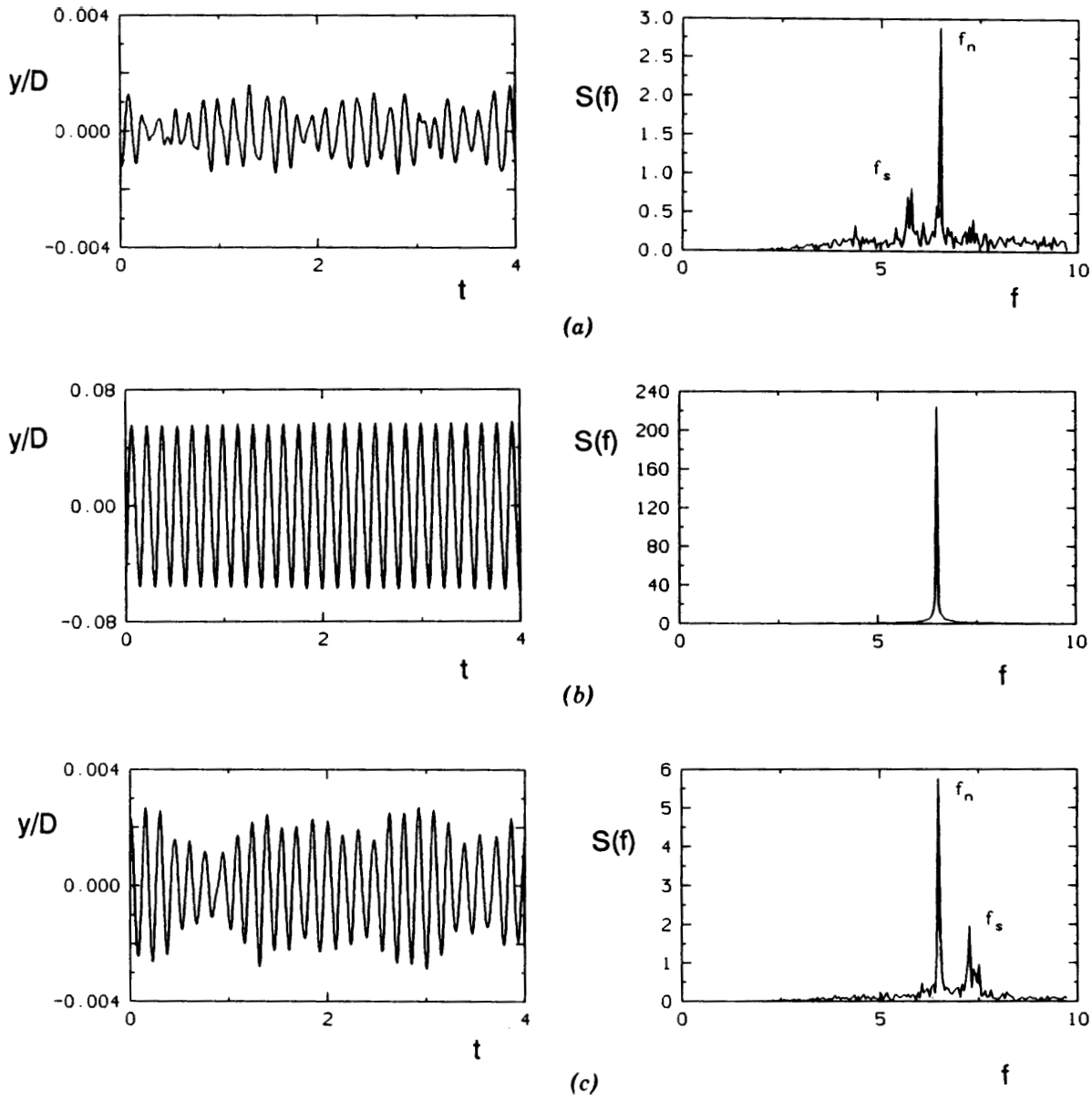


Figura 2.7: Oscilações verticais medidas experimentalmente em um cilindro para velocidades de vento crescentes. (a) início da faixa de captura; (b) durante a captura; (c) final da faixa de captura [1].

dem ser caracterizadas pela função de correlação entre pressões medidas entre dois pontos afastados de s. Correlação igual a 1.0 (correlação total) significa fluxo bidimensional. Uma importante conseqüência do movimento transversal do corpo, além do fenômeno de sincronização já apresentado, é efeito de organização dos vórtices na esteira do corpo e o conseqüente aumento da função correlação em relação ao corpo em repouso. Estes aspectos estão ilustrados na figura 2.8 referida a um cilin-

dro de seção circular. Verifica-se para o corpo em repouso ($\eta = 0$) uma grande redução da correlação com o aumento da distância s entre dois pontos, indicando escoamento com fortes características tridimensionais. Nota-se também nesta figura que quanto maior a amplitude de oscilação (η), maior é o efeito organizador dos vórtices, aproximando o escoamento do modelo bidimensional.

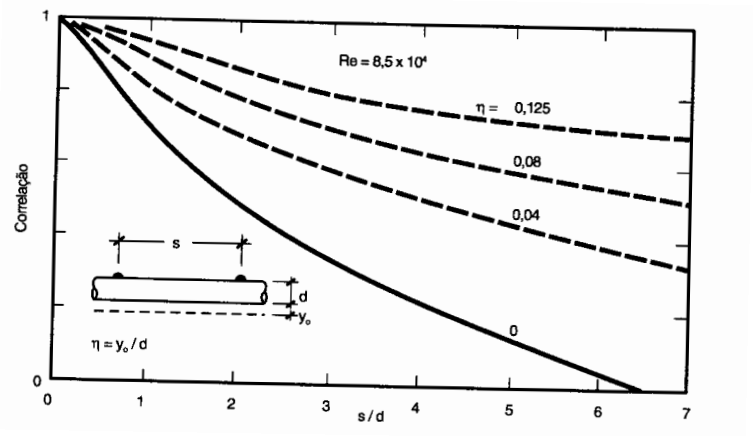


Figura 2.8: Influência do aumento das amplitudes na correlação entre pressões medidas entre dois pontos afastados de s [2].

Já foram reportadas inúmeras estruturas com oscilações provocadas pelo efeito de vorticidade, algumas delas serão apresentadas a seguir.

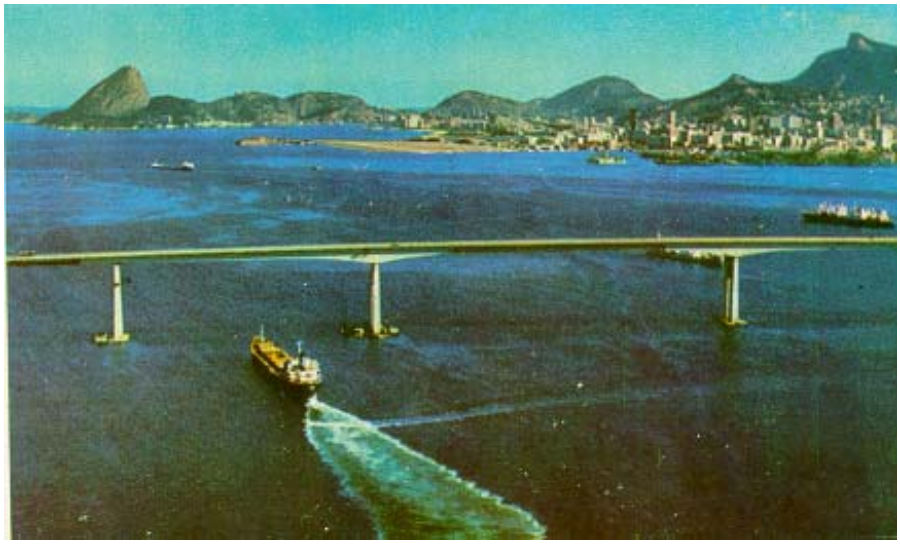
1. Tabuleiros de Pontes

   Um exemplo é o trecho central de 3 vãos (200 m, 300 m e 200m) em estrutura de aço da ponte Rio-Niterói, no Brasil, construída sobre a Baía da Guanabara para interligar as cidades do Rio de Janeiro e Niterói no início da década de 70. A figura 2.9(a) mostra a ponte Rio-Niterói e a figura 2.9(b) mostra um detalhe do vão central da ponte.

   A sua oscilação ocorre no modo de flexão vertical e é induzida pelo desprendimento de vórtices em ressonância com a sua freqüência fundamental, o que ocorre para velocidades médias de 55 e 60 km/h, sustentadas durante alguns minutos. Essas oscilações são motivo de grande preocupação e desconforto aos usuários e, por essa razão, a ponte é interditada ao tráfego sempre que os ventos atingem 50km/h. Para reduzir as oscilações, BATTISTA [40] propôs

a adoção de um sistema de múltiplos atenuadores dinâmicos sincronizados a serem instalados no vão central da ponte.

(a) Vista da Ponte Rio-Niterói



(b) Vão central. Ao fundo, vista da cidade do Rio de Janeiro [7].

Figura 2.9: Ponte Rio-Niterói - Brasil.

Antes do colapso a ponte original de Tacoma Narrows apresentava este comportamento com movimento de flexão vertical, para baixas velocidades de vento. "Motoristas que cruzavam a ponte algumas vezes assistiam os carros adiante desaparecerem e aparecerem da vista" [44]. Para este movimento, somente, a ponte não corria o risco de colapsar.

2. Edifícios e Torres

   Citam-se a seguir algumas edificações que apresentaram oscilações oriundas de desprendimentos de vórtices. Algumas delas foram atenuadas empregando-se mecanismos para redução de vibrações [2].

- *"World Trade Center"* em Nova York

  Nas duas torres gêmeas, uma de 415 m e outra de 417 m de altura, foram introduzidos atenuadores com materiais visco-elásticos.

- *"Citicorp Centre"* em Nova York

  Foi utilizado um sistema absorsor de massa auxiliar para atenuar as oscilações. Esse sistema constitui um mecanismo de dissipação de energia e consiste em um sistema vibratório secundário ligado à estrutura, com freqüência um pouco menor do que a freqüência natural da estrutura. A massa é ligada à estrutura por um sistema mola-amortecedor. Na estrutura em questão foi usada uma massa de concreto de 373.000 kg, colocada na parte superior do edifício.

- *Torre CN*, em Toronto, Canadá

  Esta é uma torre mista com 553 m de altura. Seu topo é um mastro de aço, de 102 m de altura e 290 t de peso, com antenas de rádio e TV, apoiado em concreto armado.

  As vibrações foram atenuadas empregando-se o mesmo dispositivo de massa auxiliar utilizado no *Citicorp Centre*.

- *Torre Construída para a Drax Power Station*, no Reino Unido

  Esta é uma torre de concreto armado, de seção circular constante, com 250 m de altura e 26 m de diâmetro. Esta torre serve de suporte para três chaminés. Para amenizar as vibrações, foram estudados dispositivos tipo luvas para suprimir os vórtices alternados.

2.2.3 Vibrações Induzidas por Turbulência do Vento

A vibração sob ação do vento turbulento é conhecida na literatura aeronáutica pelo nome de *buffeting*.

A turbulência refere-se ao comportamento do próprio fluxo de ar na atmosfera. A superfície da Terra exerce uma força horizontal de arrasto sobre o fluxo de ar. O retardo causado no fluxo de ar se difunde por turbulência em uma região deno-

minada camada limite atmosférica que pode atingir vários quilômetros de altitude dependendo da velocidade do vento, rugosidade e latitude.

O campo de velocidades de vento é tratado como sendo a soma de um vetor velocidade média $\bar{\mathbf{V}}$ e do vetor de flutuações ($\mathbf{v}$) em torno desse valor médio. Essas flutuações (rajadas de vento) podem ser tratados como um processo aleatório estacionário e ergódico. Na faixa de freqüências naturais usuais em estruturas, o espectro das flutuações da velocidade de vento apresenta amplitudes decrescentes com a freqüência. Portanto, estruturas que apresentem baixas freqüências fundamentais (inferiores a 1 Hz) expostas à ação do vento devem ser cuidadosamente analisadas, quando possível, ainda na fase de projeto, com o propósito de atenuar ou até mesmo evitar problemas dinâmicos causados pela turbulência atmosférica.

Diversos tipos de estruturas são vulneráveis a oscilações induzidas por turbulência atmosférica: pontes de grandes vãos, edifícios altos, torres e cabos de linhas de transmissão, coberturas de grandes vãos, etc. Os edifícios e torres citados no item 2.2.2, como o *World Trade Center*, *Citicorp Centre*, etc, também apresentam problemas desta natureza.

2.3 Parâmetros Adimensionais

Para melhor compreensão dos modelos analíticos utilizados para descrever os fenômenos aeroelásticos provocados pelo vento, são introduzidos neste item alguns conceitos da análise dimensional.

As vibrações induzidas pelo vento em um corpo amortecido imerso em um meio fluido podem ser descritas em termos de parâmetros adimensionais. Algumas das variáveis empregadas neste item estão apresentadas na figura 2.10.

Nesta figura, u_0 é a velocidade relativa do vento, ρ é a massa específica do ar, D é a dimensão do modelo perpendicular ao escoamento de vento, B é a largura do modelo, m é a massa, u_0/f é o comprimento da onda por ciclo e A_y é amplitude do deslocamento.

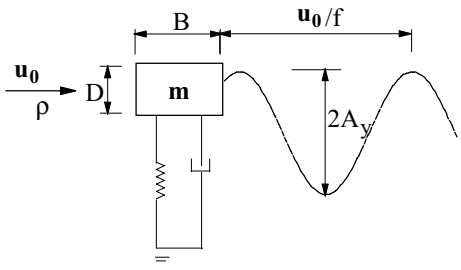


Figura 2.10: Oscilação induzida em um sistema massa mola amortecido. [3]

1. **Razão de Esbeltez**

   A esbeltez do corpo pode ser descrita por um parâmetro de esbeltez:

$$\frac{B}{D} = \frac{\text{largura do corpo}}{\text{altura do corpo}} \tag{2.3}$$

2. **Velocidade Reduzida e Amplitude Adimensional**

$$\text{Velocidade Reduzida } U_r = \frac{u_0}{fD} = \frac{\text{comprimento da onda por ciclo}}{\text{altura do modelo}} \tag{2.4}$$

$$\text{Amplitude adimensional } \frac{A_y}{D} = \frac{\text{amplitude de vibração}}{\text{altura do modelo}} \tag{2.5}$$

3. **Massa Adimensional**

$$m_r = \frac{m}{\rho D^2} = \frac{\text{massa por unidade de comprimento do modelo}}{\text{massa específica do fluido} \times \text{ dimensão do modelo}} \tag{2.6}$$

   onde m é a massa estrutural somada à "massa adicional" do fluido deslocada pelo movimento do modelo.

4. **Número de Reynolds - Re**

   Em um corpo imerso em um meio fluido em movimento, existe uma fina camada de fluido situada nas proximidades do contorno do corpo denominada *camada limite*. Nesta região os efeitos da viscosidade do fluido se fazem sentir com maior intensidade retardando o seu movimento. A relação entre as forças de inércia e de viscosidade é denominada de número de Reynolds, dado pela expressão:

$$Re = \frac{u_0 D}{\nu} = \frac{\text{força de inércia}}{\text{força viscosa}} \tag{2.7}$$

   onde ν é a viscosidade cinemática do fluido equivalente à viscosidade absoluta dividida pela massa específica do fluido.

O número de Reynolds (Re) fornece a medida da espessura da camada limite e a transição entre os escoamentos laminar e turbulento.

5. **Número de Strouhal**

   O número de Strouhal apresentado no item 2.2.2 pode ser visto como a freqüência adimensional de desprendimento de vórtices e é definido por:

$$St = \frac{f_S D}{u_0} \tag{2.8}$$

   onde f_S é a freqüência de desprendimento de um par de vórtices.

   O número de Strouhal depende da forma da seção, da freqüência de oscilação do corpo, do seu acabamento superficial, do número de Reynolds (Re) e das características do escoamento.

6. **Número de Mach**

   O número de Mach é igual a:

$$\frac{u_0}{c} = \frac{\text{velocidade do fluido}}{\text{velocidade do som}} \tag{2.9}$$

   onde c é a velocidade do som no fluido. O número de Mach indica a importância da compressibilidade do fluido no escoamento. Para valores do número de Mach inferiores a $0,3$ e sem grandes variações de temperatura, como é o caso do vento na engenharia estrutural, o escoamento pode, em geral, ser considerado incompressível [1].

7. **Coeficientes de Arrasto, Sustentação e Torção**

   As forças induzidas pelo vento sobre as estruturas são comumente tratadas através de coeficientes que as relacionam com a pressão dinâmica $q = 1/2\rho u_0^2$, onde ρ é a massa específica do ar e u_0 é a velocidade relativa do vento em relação à estrutura.

   A figura 2.11 é uma ilustração bidimensional de um corpo qualquer sujeito à ação do vento. Nesta figura α é o ângulo de ataque do vento. A força resultante induzida pelo vento sobre o corpo é decomposta nas direções paralela e perpendicular à direção do escoamento, resultando nas seguintes componentes de força generalizada:

F_D: força de arrasto (na direção do vento);

F_L: força de sustentação (na direção normal ao vento);

M: momento torsor

Os sub-índices D e L tem origem na nomenclatura em inglês das palavras *drag* (arrasto) e *lift* (sustentação).

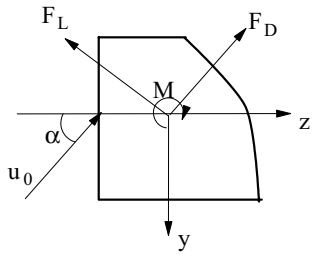


Figura 2.11: Decomposição das forças provocadas pelo vento em um corpo.

Os coeficientes de arrasto C_D, de sustentação C_L e de torção C_M são definidos por:

$$C_D = \frac{F_D}{qA} \qquad C_L = \frac{F_L}{qA} \qquad C_M = \frac{M}{qDA} \tag{2.10}$$

onde D é uma dimensão característica da estrutura e A é uma área plana de referência.

Quando estes coeficientes são influenciados pela freqüência do movimento, são denominados de coeficientes aeroelásticos; caso contrário, são denominados coeficientes aerodinâmicos, tomando-se em geral os seus valores médios.

2.4 Modelos Analíticos Bidimensionais Aplicados a Pontes

2.4.1 Instabilidade Aerodinâmica

A formulação analítica para instabilidade aerodinâmica clássica (*flutter* clássico) descreve o acoplamento de dois graus de liberdade da estrutura, deslocamento vertical (h) e rotação de torção (θ), conforme mostrado na figura 2.12 e se aplica aos casos de aerofólios e seções de pontes.

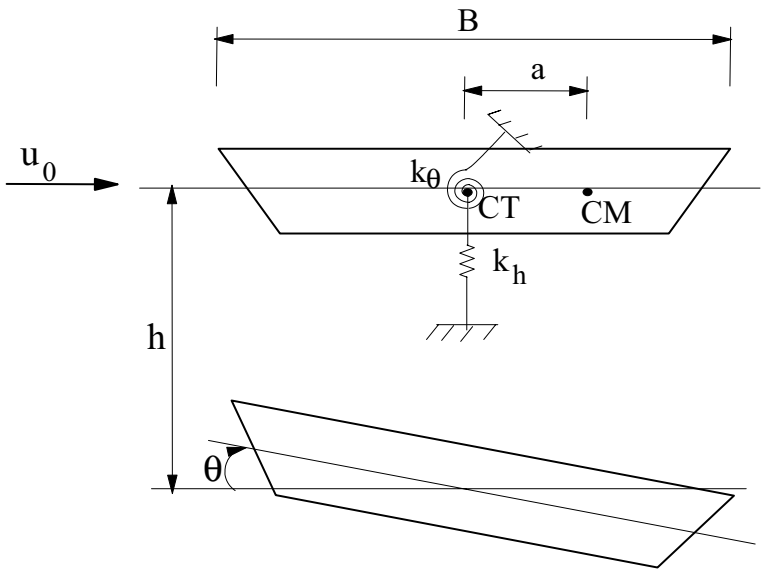


Figura 2.12: Movimentos do perfil [1].

As equações de movimento do sistema ilustrado na figura 2.12 são:

$$m\ddot{h} + S_\theta\ddot{\theta} + c_h\dot{h} + k_h h = F_L \tag{2.11}$$

$$S_\theta\ddot{h} + I_\theta\ddot{\theta} + c_\theta\dot{\theta} + k_\theta\theta = M \tag{2.12}$$

onde m é a massa por unidade de comprimento, $S_\theta = ma$ é o termo de acoplamento inercial entre os movimentos de rotação e deslocamento vertical e a é a distância entre o centro elástico de torção e o centro de massa, I_θ é o momento de inércia de massa polar por unidade de comprimento e F_L e M são as forças aeroelásticas (dependentes das componentes de deslocamento e referidas ao centro elástico).

O acoplamento inercial S_θ ocorre quando o centro elástico de torção (CT) não coincide com o centro de massa (CM). Para estruturas simétricas, como tabuleiros de pontes, estes pontos são coincidentes ($a = 0$), a não ser no caso de pontes ferroviárias em que a massa do trem é excêntrica.

A expressão 2.11 é utilizada também para descrever o movimento do corpo sujeito ao fenômeno de galope, enquanto a equação 2.12 é utilizada no caso de instabilidade no modo de torção, típico de pontes de seção com perfil não aerodinâmico.

Uma das características da ocorrência de instabilidade aerodinâmica em um sistema com mais de um grau de liberdade é que a oscilação nos diversos graus de liberdade se dá em uma única freqüência - a freqüência de *flutter*.

Podem ser utilizadas três formas para escrever os esforços aerodinâmicos F_L e M [1]:

i - utilizando os coeficientes aerodinâmicos (equações 2.10) como funções não lineares do ângulo de ataque $\alpha(t)$;

ii - utilizando expressões lineares das componentes de deslocamento e suas derivadas, com os coeficientes aeroelásticos (dependentes da freqüência);

iii - utilizando funções indiciais que representam a força aerodinâmica induzida por uma variação impulsiva no ângulo de ataque.

A teoria da aeroelasticidade aplicada a aerofólios finos utiliza a abordagem [ii] sendo os coeficientes aeroelásticos definidos em termos de funções teóricas da freqüência de resposta (funções de Theodorsen). Para o caso de pontes, SIMIU e SCANLAN [1] propuseram abordagem semelhante mas com coeficientes obtidos experimentalmente em ensaios de modelos reduzidos em túnel de vento. Alguns dos procedimentos experimentais para obtenção desses coeficientes são sucintamente apresentados mais adiante.

As forças devidas ao vento, na condição de instabilidade incipiente (pequenos deslocamentos), escritas em termos dos coeficientes aeroelásticos têm a forma:

$$F_L = \frac{1}{2}\rho u_0^2(B)\left(KH_1^*(K)\frac{\dot{h}}{u_0} + BKH_2^*(K)\frac{\dot{\theta}}{u_0} + K^2H_3^*(K)\theta\right) \quad (2.13)$$

$$M = \frac{1}{2}\rho u_0^2(B^2)\left(BKA_1^*(K)\frac{\dot{h}}{u_0} + B^2KA_2^*(K)\frac{\dot{\theta}}{u_0} + BK^2A_3^*(K)\theta\right) \quad (2.14)$$

Os coeficientes aeroelásticos H_i^* e A_i^* (i = 1,3) são funções da freqüência reduzida $K = B\omega/u_0$, sendo ω a freqüência circular de instabilidade do sistema aeroelástico. Nota-se nas equações 2.13 e 2.14 que as forças são de auto-excitação isto é, dependem do próprio movimento da estrutura. Além disso pode-se notar o acoplamento entre as forças, dependentes das mesmas componentes de deslocamentos e velocidades. As equações 2.13 e 2.14 apresentam descrições mistas das forças aeroelásticas uma vez que são escritas no domínio do tempo, sendo ao mesmo tempo funções da freqüência ω de resposta, incógnita do problema.

As figuras 2.13 e 2.14 apresentam exemplos de coeficientes aeroelásticos para diferentes tipos de seções de pontes obtidos do ensaio em túnel de vento, comparados aos coeficientes obtidos para o aerofólio com auxílio das funções de Theodorsen. Estes coeficientes são apresentados como funções do parâmetro $2\pi/K$, equivalente ao parâmetro de velocidade reduzida 2.4.

A análise da estabilidade do sistema de 2GL, isto é, a determinação da velocidade crítica e da freqüência de instabilidade, pode ser feita aplicando-se o critério de Routh-Hurwitz [45] ou método de Theodorsen [6].

Admitindo-se agora que não há acoplamento entre os modos (caso em que H_2^*, H_3^* e A_1^* são nulos) a aplicação do critério de Routh-Hurwitz a cada uma das equações que descreve o movimento em um grau de liberdade isolado fornece as seguintes condições para estabilidade:

Para o modo de flexão vertical

$$c_h - \frac{1}{2}\rho u_0^2 B \frac{K H_1^*}{B} > 0 \tag{2.15}$$

Para o modo de torção

$$c_\theta - \frac{1}{2}\rho u_0^2 B^2 K A_2^* \frac{B}{u_0} > 0 \tag{2.16}$$

$$k_\theta - \frac{1}{2}\rho u_0^2 B^2 K^2 A_3^* > 0 \tag{2.17}$$

As equações 2.15 e 2.16 representam condições de amortecimento total (estrutural mais aerodinâmico) maior que zero, respectivamente nos modos de flexão vertical e torção. Nas figs. 2.13 e 2.14 observa-se que o coeficiente H_1^* é sempre negativo para as seções consideradas e que, portanto, o amortecimento total será sempre positivo, não havendo possibilidade de ocorrência de instabilidade no modo de flexão vertical isolado.

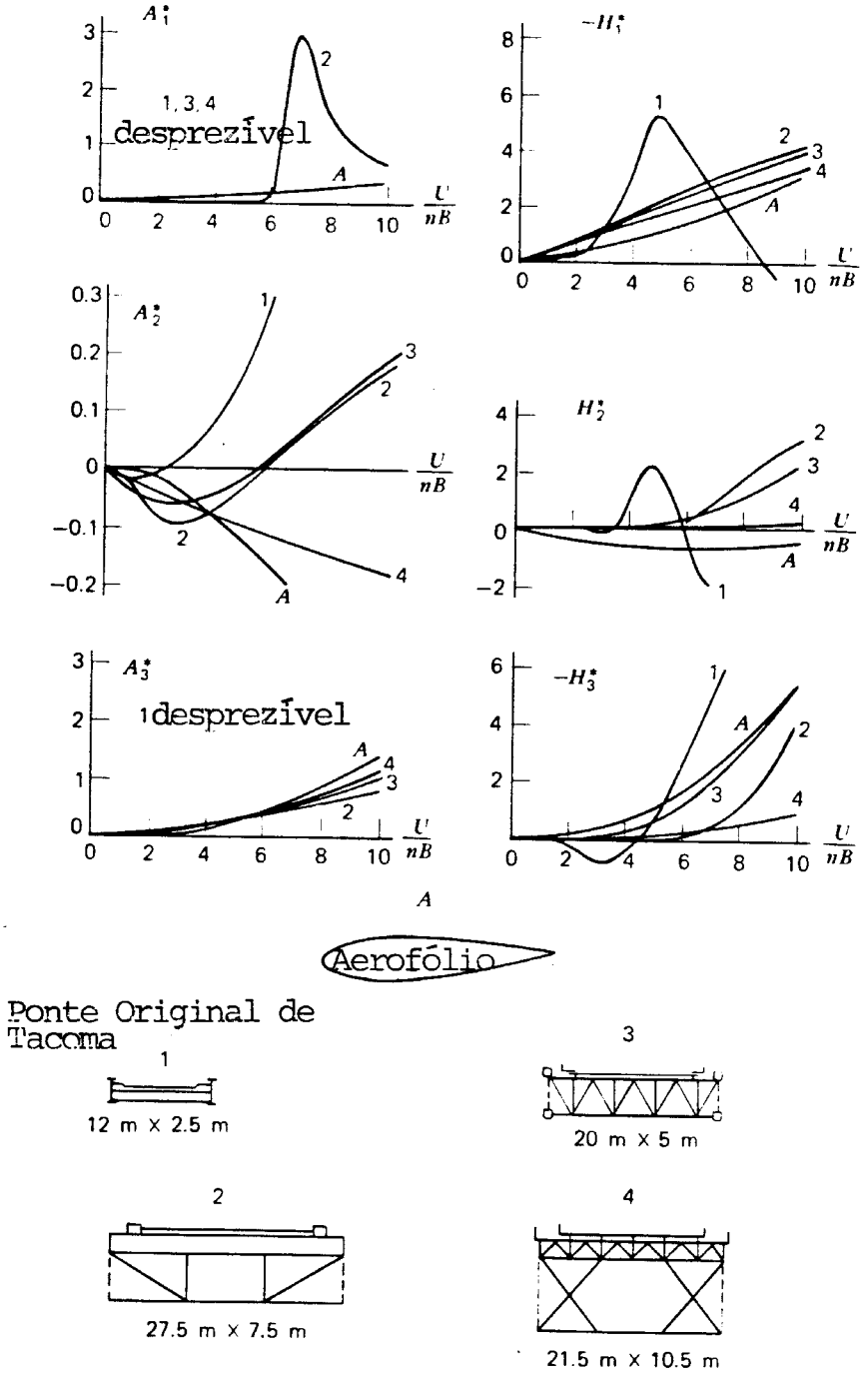


Figura 2.13: Coeficientes aeroelásticos para aerofólio e para seções de ponte contendo cantos vivos [1].

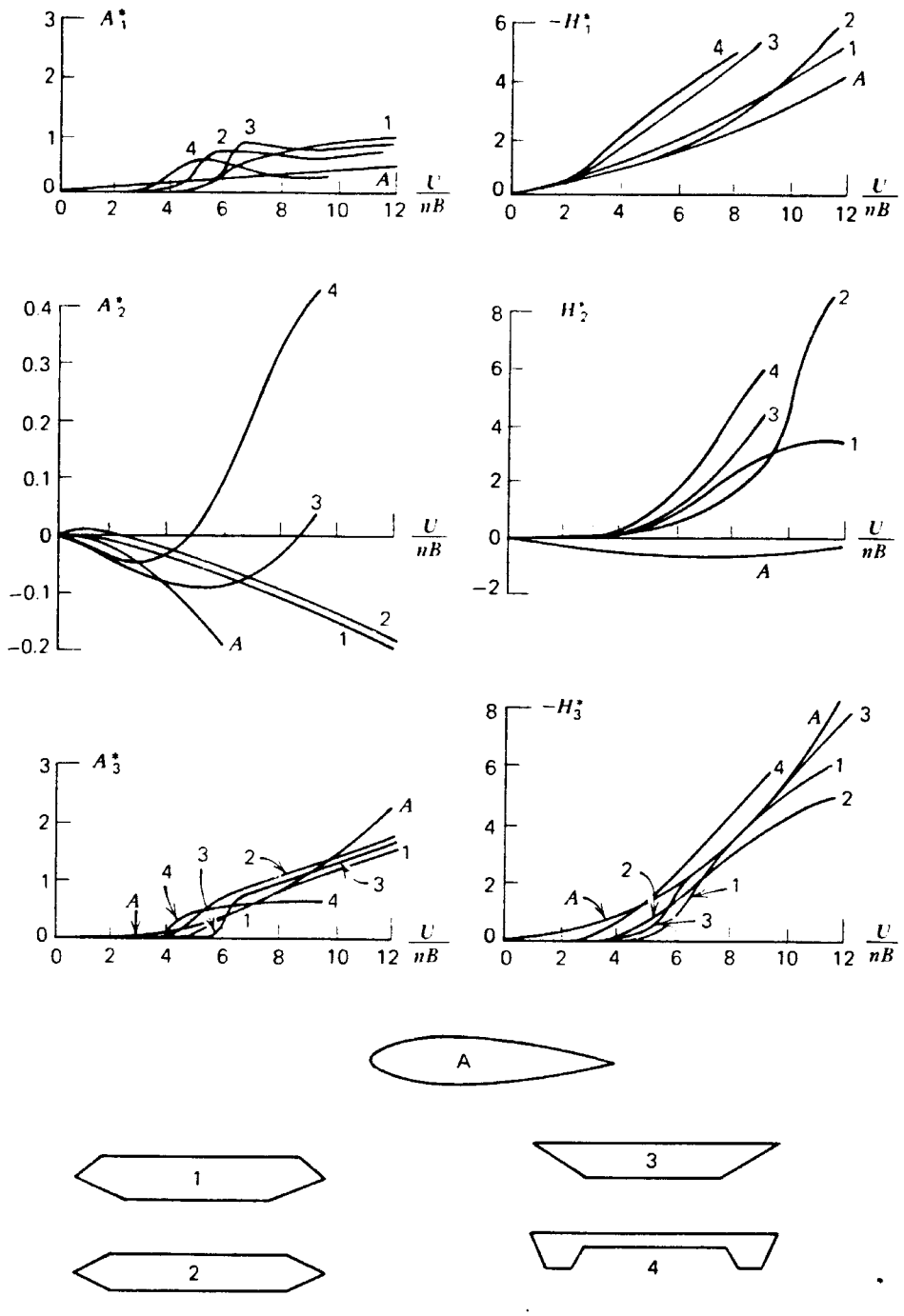


Figura 2.14: Coeficientes aeroelásticos para seções aerodinâmicas [1].

Para o modo de torção isolado o sinal do coeficiente do coeficiente A_2^* é determinante. Para a seção do aerofólio e as seções 1, 2 da figura 2.14, A_2^* é sempre negativo indicando estabilidade no modo de torção isolado (somente ocorre a instabilidade envolvendo os dois modos acoplados). Já para as seções 1, 2 e 3 da figura 2.13 e 4 da figura 2.14, de perfis menos aerodinâmicos, A_2^* é positivo para certos valores de K indicando a possibilidade de ocorrência de instabilidade. Quanto menor o valor do parâmetro u_0/fB para o qual A_2^* muda de sinal, menor é a velocidade crítica de instabilidade. A determinação de U_{crit} pelo menor valor de u_0 da inequação 2.16 é iterativa uma vez que depende da freqüência de resposta, a qual é função do coeficiente $A_3^*(K)$.

A inequação 2.17 representa uma condição de coeficiente de rigidez total positivo, a qual é sempre satisfeita no caso de seções de pontes e do aerofólio.

Procedimentos Experimentais para Obtenção dos Coeficientes Aeroelásticos

Os ensaios em túneis de vento simulam experimentalmente o mecanismo da interação fluido-estrutura e são utilizados para a investigação dos efeitos estáticos e dinâmicos do vento sobre corpos sólidos. Destinam-se também ao estudo das características do vento natural, incluindo o estudo da camada limite atmosférica.

Os coeficientes adimensionais de pressão definidos nas equações 2.10 (coeficientes aerodinâmicos) podem ser obtidos dos ensaios em modelos reduzidos em túnel de vento, a partir da tomada de pressão em diversos pontos do modelo. O modelo reduzido é mecânica e aerodinamicamente semelhante ao protótipo, respeitando os parâmetros adimensionais característicos do problema de interação fluido-estrutura, alguns dos quais descritos no item 2.3.

Para determinação dos coeficientes aerodinâmicos, o modelo rígido permanece em repouso. Para a obtenção dos coeficientes aeroelásticos de seções de pontes, utiliza-se um modelo do tipo seccional. Trata-se de um modelo rígido, em escala reduzida, de um trecho da ponte de seção transversal uniforme. Os apoios do modelo são molas de rigidez conhecida que respondem à torção e aos esforços verticais. São

colocados também amortecedores viscosos com características conhecidas. Estas caracteríticas de rigidez e de amortecimento são aquelas associadas às propriedades modais correspondentes no protótipo (existente ou projetado), representando os modos de flexão vertical e de torção da ponte. A análise é então feita em um sistema com dois graus de liberdade, torção e deslocamento vertical (figura 2.12).

É aplicado ao modelo um deslocamento inicial e é observado o seu comportamento, quando liberado, para velocidades crescentes do escoamento. Com o fluido em repouso, o movimento será amortecido devido à presença dos amortecedores (amortecimento modal estrutural). À medida que cresce a velocidade de vento, o escoamento contribui para o amortecimento da estrutura no modo observado. A partir de determinada velocidade a contribuição do amortecimento aerodinâmico imposto pelo escoamento começa a diminuir e até muda de sinal, reduzindo o amortecimento da estrutura. A partir da velocidade crítica de flutter o amortecimento aerodinâmico contrapõe-se totalmente ao amortecimento estrutural, amplificando as oscilações indefinidamente. Nesses experimentos são medidas as características do movimento em termos de deslocamento, velocidade, período de oscilação e decaimento logarítmico da resposta.

A determinação dos coeficientes aeroelásticos a partir de modelos seccionais pode ser efetuada por diversos procedimentos, sendo os seguintes mais utilizados:

- Ensaios de vibração livre onde ao modelo é dada uma condição de deslocamento inicial. Os coeficientes aeroelásticos são obtidos das características de resposta transiente (freqüência da resposta, ângulo de fase entre as componentes de deslocamento e decaimentos das respostas).

- Ensaios de vibração forçada nos quais as forças aerodinâmicas são medidas por meio de sensores de pressão ao longo do modelo. Neste caso deve-se eliminar os efeitos mecânicos do modelo (inércia, etc), formando o modelo apenas aerodinamicamente semelhante.

Em [46] SCANLAN e TOMKO utilizaram ensaios de vibração livre para determinação dos coeficientes H_i^* e A_i^* em um aerofólio e comparam com as respectivas

funções teóricas, validando o processo. As equações dinâmicas da estrutura 2.11 e 2.12, assumindo-se amortecimento linear e proporcional à massa e acoplamento inercial nulo, se transformam:

$$m(\ddot{h} + 2\xi_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 h) = F_L \tag{2.18}$$

$$I(\ddot{\theta} + 2\xi_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta) = M \tag{2.19}$$

onde ξ_h e ξ_θ são as taxas de amortecimento crítico e ω_h e ω_θ as freqüências naturais.

Admite-se que, para pequenas amplitudes, as respostas do sistema em vibração livre sob ação do vento são dadas por (ver figura 2.15):

$$h = h_0 e^{-\lambda\omega t} \sin(\omega t) \tag{2.20}$$

$$\theta = \theta_0 e^{-\lambda\omega t} \sin(\omega t - \phi) \tag{2.21}$$

em que λ é a taxa de amortecimento total, h_0 e θ_0 as amplitudes iniciais de translação e rotação, ϕ o ângulo de fase. Os parâmetros λ e ω são obtidos de observações experimentais. A taxa de amortecimento λ pode ser obtida pela razão entre 2 picos da resposta distantes de n ciclos [47] com a expressão seguinte válida para sistemas fracamente amortecidos:

$$\lambda \simeq \frac{\delta_n}{2\pi n} \tag{2.22}$$

onde

$$\delta_n = \ln\left(\frac{h_i}{h_{i+n}}\right) \tag{2.23}$$

é o decremento logarítmico.

A obtenção do coeficiente H_1^*, por exemplo, é feita impedindo-se a rotação da estrutura. Substituindo-se a forma de resposta em deslocamento vertical (equação 2.20) na correspondente equação 2.18 de movimento sendo F_L dado pela equação 2.13, com termos nulos em θ e $\dot{\theta}$, obtém-se:

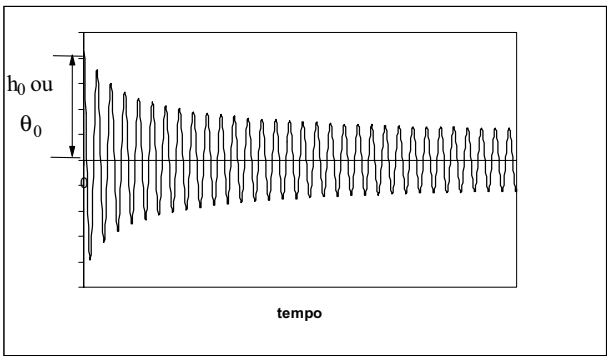


Figura 2.15: Respostas do sistema.

$$H_1^* = \frac{4m}{\rho B^2}(-\lambda + \xi_h \frac{\omega_h}{\omega}) \tag{2.24}$$

Encontra-se A_2^* a partir de ensaios de vibração livre com movimento vertical impedido. A_3^* é encontrado conhecendo-se a freqüência natural do modelo e a freqüência de oscilação do sistema. Conhecendo-se os coeficientes H_1^*, A_2^* e A_3^*, os demais coeficientes são obtidos a partir de ensaios com os dois graus de liberdade ativos e pela substituição das equações 2.20 e 2.21 nas equações 2.18 e 2.19.

2.4.2 Oscilação por Desprendimento Alternado de Vórtices

O fenômeno de desprendimento de vórtices, até meados da década de 1980, era tratado exclusivamente através de ensaios experimentais em túnel de vento, quando observou-se que o comportamento do sistema é não linear, auto-excitado e também autolimitado.

Os fenômenos de auto-excitação a que estão sujeitas as pontes - instabilidade aerodinâmica e vibração induzida por vorticidade - vinham sendo tradicionalmente tratados por modelos analíticos desenvolvidos especificamente para cada um dos fenômenos de forma isolada. Dessa forma, excluía-se da descrição matemática das forças na condição de instabilidade aerodinâmica a faixa de valores de velocidade reduzida $2\pi/K$ para a qual algumas seções transversais apresentavam a vibração por vorticidade.

Em 1986 SIMIU e SCANLAN [12] propuseram um modelo analítico que é uma

adaptação do modelo não linear de Van der Pol ao fenômeno de trancamento. Em 1998 SCANLAN [48] apresentou uma nova formulação (modelo com termo de excitação harmônica) que unifica as formulações analíticas do fenômeno de *flutter* e de desprendimento de vórtices, o que até então não existia. Apresentam-se a seguir sucintamente esses dois modelos.

Modelo de Van der Pol e o Fenômeno de Sincronização

Para o caso restrito do fenômeno de sincronização SIMIU e SCANLAN [12] descreveram o movimento para o grau de liberdade de translação vertical pela seguinte equação, escrita aqui tomando-se a largura B como dimensão de referência:

$$m(\ddot{h} + 2\xi\omega_h\dot{h} + \omega_h^2 h) = \frac{1}{2}\rho u_0^2 BKH_0^* \left(1 - \varepsilon\frac{h^2}{B^2}\right)\frac{\dot{h}}{u_0} \tag{2.25}$$

onde $K = \frac{B\omega}{u_0}$, ω é a freqüência de desprendimento de vórtices e H_0^* e ε são, respectivamente, parâmetros aeroelásticos linear e não linear, funções da freqüência reduzida K.

A aparência geral da resposta auto-limitante da estrutura está mostrada na figura 2.16, que representa a resposta de um perfil não aerodinâmico qualquer que oscila a partir de um deslocamento inicial (h_0) até se estabilizar em uma amplitude característica do movimento induzido por desprendimento de vórtices (h_1).

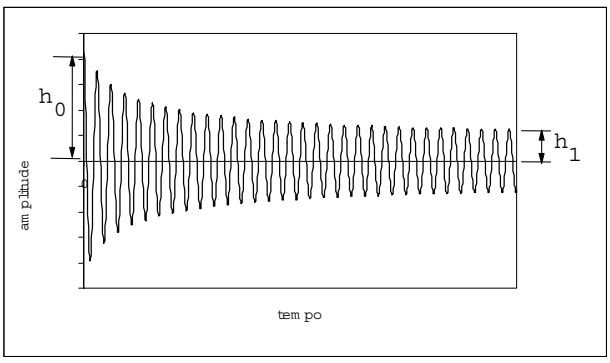


Figura 2.16: Respostas típicas do deslocamento de um corpo não aerodinâmico sujeito ao fenômeno de sincronização.

Existem dois procedimentos para determinação dos coeficientes H_0^* e ε. O primeiro deles utiliza a resposta em deslocamento $h(t)$ no regime permanente com

amplitude h_1 descrita por:

$$h(t) = h_1 \cos \omega t \tag{2.26}$$

No regime permanente, de amplitudes constantes, a energia de dissipação em um ciclo de período T é nula. Integrando a energia correspondente à parcela de amortecimento da equação 2.25, resulta:

$$\int_0^T \left[2\xi\omega_h m - \frac{1}{2}\rho u_0^2 B K \frac{H_0^*}{u_0} \left(1 - \varepsilon h^2 B^2\right) \right] \dot{h}^2 dt = 0 \tag{2.27}$$

Cuja solução é:

$$h_1 = \sqrt{\frac{\rho B^2 H_0^* - 4\xi m}{\rho \varepsilon H_0^*}} \tag{2.28}$$

Os coeficientes H_0^* e ε são obtidos da solução de um sistema de equações algébricas derivado da equação 2.27, utilizando-se resultados de diversas medições realizadas em ensaios de vibrações livres com taxas de amortecimento distintas (ξ_1 e ξ_2), e para velocidades crescentes de vento, conforme ilustra a figura 2.17. Tomando as amplitudes h_{11} e h_{12}, correspondentes à velocidade crítica de vento, resultam as expressões:

$$\varepsilon = \frac{16m(\xi_2 - \xi_1)}{\rho H_0^* (h_{11}^2 - h_{12}^2)} \tag{2.29}$$

$$H_0^* = \frac{4m}{\rho B^2} \left(\xi_1 + \frac{\xi_2 - \xi_1}{h_{11}^2 - h_{12}^2} h_{11}^2 \right) \tag{2.30}$$

Os coeficientes assim obtidos são considerados referidos à taxa de amortecimento média entre ξ_1 e ξ_2.

Um outro procedimento alternativo para determinação de H_0^* e ε utiliza uma única resposta com decaimento como a da figura 2.16:

$$h = [h_1 + (h_0 - h_1)e^{-\lambda\omega t}] \sin(\omega t + \phi) \tag{2.31}$$

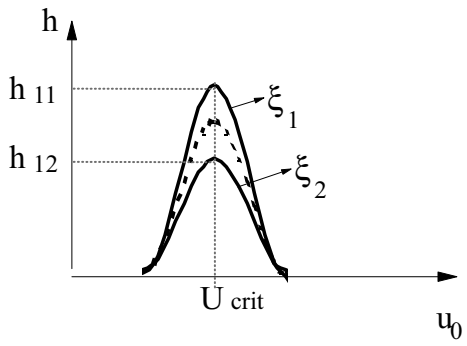


Figura 2.17: Variação das amplitudes de resposta h_1 com a velocidade de vento u_0.

Sendo h_0 a amplitude inicial, substituindo a equação 2.31 na equação 2.25 obtem-se as seguintes expressões para H_0^* e ε [1]:

$$KH_0^* = \frac{m}{2\rho B^2}\left[\alpha\frac{h_1^2}{B^2} + 16\pi\xi St\right] \tag{2.32}$$

$$\varepsilon = \frac{2m\alpha}{\rho B^2 K H_0^*} \tag{2.33}$$

onde

$$\alpha = -\frac{4StB^2}{nh_1^2}\ln\left[\frac{h_0^2 - R_n^2 h_1^2}{h_0^2 - h_1^2}\right] \tag{2.34}$$

e $R_n = h_0/h_n$ a razão entre a amplitude inicial e a amplitude do n^0 ciclo.

Equação com Termo de Excitação Harmônica

O modelo apresentado por SCANLAN [48] em 1998 pretende unificar as descrições matemáticas das forças nos fenômenos de vibração por vorticidade e de instabilidade aerodinâmica. Assume-se que, na sincronização, a força aeroelástica apresenta, além do termo referente ao amortecimento aerodinâmico, um termo de excitação harmônica que é introduzido na equação com o objetivo de promover uma resposta com amplitudes limitadas, ou seja:

$$m(\ddot{h} + 2\xi\omega_h\dot{h} + \omega_h^2 h) = \frac{1}{2}\rho u_0^2 B\left[KH_1^*\frac{\dot{h}}{u_0} - C_{Lh}\sin\omega_h t\right] \tag{2.35}$$

Na expressão acima H_1^* é o mesmo coeficiente definido na seção 2.4.1. Os coeficientes H_1^* e C_{Lh} podem ser obtidos a partir de uma resposta com decaimento da

forma da equação 2.31 resultando na mesma expressão 2.24 de H_1^* apresentado no item referente à instabilidade aerodinâmica:

$$H_1^* = \frac{4m}{\rho B^2}(-\lambda + \xi\frac{\omega_h}{\omega})$$

O coeficiente C_{Lh} é obtido com a amplitude permanente em regime h_1:

$$C_{Lh} = \frac{4m\lambda K^2 h_1}{\rho B^3} \tag{2.36}$$

2.4.3 Vibração Induzida por Turbulência do Vento

Admite-se que as flutuações da velocidade de vento constituem um processo ergódico. A velocidade do vento pode ser escrita como a soma da sua média U e de sua componente dinâmica flutuante. Assim, a velocidade de vento em um escoamento horizontal é:

$$\begin{aligned} U_t(x,t) &= U + u(x,t) \\ V_t(x,t) &= v(x,t) \\ W_t(x,t) &= w(x,t) \end{aligned} \tag{2.37}$$

onde U_t é a velocidade na direção do escoamento, V_t e W_t são as velocidades nas duas direções perpendiculares ao escoamento, u, v e w são as respectivas flutuações.

Considerando-se pequenas oscilações, tem-se que as forças aerodinâmicas consistem da superposição de [1]:

i - Forças devidas às componentes flutuantes de velocidade. Essas forças são descritas em função dos coeficientes aerodinâmicos C_D, C_L e C_M (coeficiente de arrasto, sustentação e momento respectivamente).

ii - Forças de auto-excitação ou aeroelásticas. Essas forças são as mesmas descritas no item 2.4.1 e são dependentes da freqüência do movimento e da velocidade média U.

Em uma análise bidimensional, as forças e momento aerodinâmicos, da primeira parcela do carregamento, devidas às componentes de flutuações u(t) e w(t) são:

$$\begin{aligned} F_z(\alpha) &= \frac{1}{2}\rho U^2 B\left[C_D\frac{2u}{U} + (C'_D - C_L)\frac{w}{U}\right] \\ F_y(\alpha) &= \frac{1}{2}\rho U^2 B\left[C_L\frac{2u}{U} + (C_D - C'_L)\frac{w}{U}\right] \\ M &= \frac{1}{2}\rho U^2 B^2\left[C_M + C_M 2\frac{u}{U} + C'_M\frac{w}{U}\right] \end{aligned} \tag{2.38}$$

Essas expressões representam as forças nas direções horizontal (F_z) e vertical (F_y) além do momento M de um modelo bidimensional. O ângulo α corresponde ao ângulo de incidência do vento, com componentes horizontal ($U + u(t)$) e vertical (w). Os coeficientes aerodinâmicos (C_D, C_L e C_M) estão definidos em 2.3 e o índice C' desses coeficientes representa a derivada do coeficiente em relação a α, avaliados no ponto de equilíbrio ($\alpha = 0$).

Em ensaios experimentais os valores dos coeficientes aerodinâmicos são diferentes para vento laminar e turbulento. Esta diferença está relacionada com a razão entre a força aerodinâmica num escoamento turbulento e seu valor quase-estático, denominada admitância aerodinâmica (DAVENPORT [49]).

2.5 Formulação para Resposta 3D de uma Ponte

Os resultados obtidos dos modelos apresentados na seção 2.4 não podem ser tomados diretamente como resposta da estrutura, pois estes são modelos bidimensionais que se referem a uma pequena faixa do comprimento total da ponte e não consideram os aspectos tridimensionais do movimento (forma modal) e do escoamento (correlação espacial).

O sistema de equações de movimento de uma ponte discretizada em elementos finitos tem a forma:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{h}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{h}} + \mathbf{k}\mathbf{h} = \mathbf{F} \tag{2.39}$$

onde $\mathbf{m}, \mathbf{c}$ e $\mathbf{k}$ são, respectivamente, as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, $\mathbf{x}$ o vetor de deslocamentos nodais e $\mathbf{F}$ o vetor de forças nodais.

O vetor de forças nodais contém as componentes das forças aeroelásticas que atuam sobre o tabuleiro da ponte: a força de sustentação F_L, de arrasto F_D e o momento M. Estas componentes aplicadas ao longo do eixo do tabuleiro são expressas por unidade de comprimento pelas equações 2.13 e 2.14 no caso de instabilidade aerodinâmica, pelo membro direito da equação 2.25 ou 2.35 na situação de vibração induzida por vorticidade ou ainda pelas equações 2.38 para excitação devida à turbulência atmosférica.

Para um modelo numérico unifilar, isto é, um modelo em que o tabuleiro é discretizado por uma linha de elementos de pórtico espacial ao longo do seu eixo, as forças nodais são calculadas simplesmente multiplicando as componentes de força por unidade de comprimento pelos comprimentos de influência L_i dos nós, contidos no vetor $\mathbf{L}$:

$$\mathbf{F} = F_j \mathbf{L}, \quad F_j = F_D, F_L \text{ ou } M \tag{2.40}$$

Para se obter a resposta 3D de uma ponte emprega-se o método da superposição modal [47] onde o o vetor dos deslocamentos nodais tem a forma:

$$\mathbf{h} = \mathbf{y_B(t)} \mathbf{\Phi(h)} \tag{2.41}$$

onde $\mathbf{y_B(t)}$ é o vetor de deslocamentos generalizados e $\mathbf{\Phi(h)}$ é a matriz de autovetores normalizados.

Inserindo a expressão 2.41 na equação de movimento e pré-multiplicando por $\mathbf{\Phi^T}$, obtém-se um conjunto de equações de movimento uma para cada modo, escrita na forma:

$$m_B(\ddot{y}_B + 2\xi_B \dot{y}_B + \omega_B y_B) = F_{LB} \tag{2.42}$$

onde m_B é a massa modal e F_{LB} é a força generalizada:

$$F_{LB} = \mathbf{\Phi^T F} \tag{2.43}$$

O desenvolvimento das equações de movimento em termos de coordenadas generalizadas para n modos de uma ponte na condição de instabilidade aerodinâmica é apresentado por PFEIL [45] ressaltando as características resultantes do acoplamento modal.

BATTISTA e PFEIL [6], em uma análise de ponte sujeita à vibração por vorticidade, desenvolveram a expressão da força generalizada associada a um modo de flexão vertical utilizando o modelo de Van der Pol adaptado para o fenômeno de sincronização, onde a força é descrita na forma da equação 2.25 porém adotando a altura da seção como dimensão de referência. Refazendo este desenvolvimento para a equação 2.25 chega-se à força generalizada associada a um modo de flexão vertical:

$$F_{LB} = \frac{1}{2}\rho u_0^2 \frac{B}{u_0} K H_0^* \left[\Psi_2 - \frac{\varepsilon}{B^2}\Psi_4 y_B^2\right] \dot{y}_B \tag{2.44}$$

onde

$$\Psi_n = \sum_{i=1}^{N} \phi_{Bi}^n L_i \qquad n = 2 \text{ ou } 4 \tag{2.45}$$

sendo L_i o comprimento dos elementos adjacentes influentes em cada nó e ϕ_{Bi} a componente do autovetor no nó i correspondente à direção vertical.

Da mesma forma, considerando segundo modelo proposto por SCANLAN [48], onde a força inclui um termo harmônico 2.35, tem-se:

$$F_{LB} = \frac{1}{2}\rho u_0^2 B \left[\frac{K H_1^*}{u_0}\Psi_2 \dot{y}_B - C_{Lh}\Psi_1 \sin\omega t\right] \tag{2.46}$$

para

$$\Psi_n = \sum_{i=1}^{N} \phi_{Bi}^n L_i \qquad n = 1, 2 \tag{2.47}$$

Nas expressões acima, considerou-se correlação espacial total (escoamento bidimensional). A correlação espacial parcial, que leva em conta a perda de coerência das forças em função da distância entre dois pontos considerados, pode ser incluida no modelo substituindo-se os operadores Ψ_n pelos operadores Ψ_n^* aplicados aos termos das forças generalizadas F_{LB} ([50] e [6]):

$$\Psi_n^* = \sum_{i=1}^{N} \bar{\phi}_{Bi}\phi_{Bi}^n L_i \qquad n = 1, 2 \text{ ou } 4 \tag{2.48}$$

onde $\bar{\phi}_{Bi}$ é a componente associada ao nó i do vetor $\bar{\phi}_{\mathbf{B}}$ que é o vetor de forma construído com os valores absolutos das componentes dos autovetores generaliza-

dos. Este vetor se constitui em uma função de forma para consideração da correlação espacial e sua dependência em relação às amplitudes das oscilações devida ao efeito organizador dos vórtices promovido pelo movimento da estrutura. Com esta função incluem-se as características tridimensionais do escoamento, resultando em acréscimo relativo dos valores de força onde as amplitudes são grandes e redução dos valores de força onde as amplitudes são pequenas.

Capítulo 3

Modelagem Física de Escoamentos Viscosos Incompressíveis

Como a finalidade deste trabalho é a análise computacional dos efeitos dinâmicos do vento em estruturas, neste capítulo serão discutidos aspectos relevantes da modelagem física.

Primeiramente os diversos níveis de modelagem e as aproximações que são feitas para o estudo do escoamento de vento são consideradas na seção 3.1. Nas seções 3.2 e 3.3 apresentam-se as equações do meio contínuo incompressíveis de Navier-Stokes e as que consideram o movimento relativo da estrutura. Finalmente, como os escoamentos são de natureza turbulenta, na seção 3.4 é feita uma revisão sucinta dos principais modelos de turbulência.

3.1 Níveis de Modelagem

Quando se deseja formular problemas em mecânica dos fluidos, assim como em qualquer outra ciência, algumas aproximações devem ser feitas para que isto se torne viável. Essas aproximações qualificam os diversos modelos de escoamentos existentes e são feitas em vários níveis hierárquicos. HIRSCH [51] propõe uma classificação para esses níveis de aproximação, a saber:

i- **Nível da realidade**

Corresponde às descrições utilizadas para retratar o mundo físico. Isto compreende várias escalas, desde a escala subatômica, passando pela escala macroscópica (a escala da mecânica clássica) até a escala astronômica. Cada nível de descrição tem seu próprio conjunto característico de variáveis dependentes.

A mecânica dos fluidos e a própria idéia de fluido estão intimamente ligadas à mecânica do contínuo, onde o conceito de partícula do fluido é axiomático, sem necessidade de referência explícita ao mundo microscópico de átomos e moléculas. A validade da hipótese de meio contínuo restringe-se a situações em que a escala de interesse da análise é muito maior do que o livre caminho médio das moléculas do líquido ou gás considerado.

As quantidades macroscópicas podem, então, ser tratadas como resultados de médias sobre um grande número de interações entre moléculas, que ocorrem no nível microscópico. No entanto, médias causam perda de informação e são necessárias complementações empíricas adicionais a respeito do fluido em estudo. São as chamadas equações constitutivas.

Partindo desta hipótese e dos princípios de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, é possível descrever matematicamente o comportamento dos fluidos Newtonianos pelas equações de Navier-Stokes. Essas equações originam-se da descrição básica da dinâmica dos fluidos desenvolvida por Euler em 1741 e que foi corrigida para incluir as forças de viscosidade por Navier em 1827 e Stokes em 1945 [52].

ii- **Nível temporal**

Corresponde à resolução temporal requerida do modelo de escoamento. As equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia, que descrevem o sistema de escoamento, podem ser obtidas integrando-se as leis de conservação sobre todas as escalas de tempo menores do que a escala temporal necessária para a análise do problema. Mais uma vez, essas médias causam perda de informação de modo que os modelos necessitam de complementação através de dados externos adicionais.

Um exemplo desta classe de aproximação são as equações médias de Reynolds, utilizadas em simulações de escoamentos turbulentos. Essas equações são obtidas fazendo-se as médias das equações de Navier-Stokes e necessitam de modelos de fechamento, baseados em dados experimentais.

iii- **Nível espacial**

O nível espacial está relacionado com o número de variáveis espaciais usadas para descrever o escoamento. Todo escoamento é tridimensional e, no entanto, existem modelos simplificados que utilizam a média das leis de conservação fundamentais ao longo de uma ou duas dimensões espaciais, diminuindo com isso o número de dimensões do problema.

Um exemplo do uso de modelos bidimensionais vem das equações para águas rasas (*shallow water equations*) [53]. Essas equações são aplicadas em escoamentos em baías e portos. O modelo é obtido tomando-se uma média das equações de Navier-Stokes ao longo da profundidade da lâmina da água. Devido à integração envolvida na obtenção das equações, este modelo requer informações externas que levem em conta as forças superficiais do vento e o fator de fricção no fundo do mar [54].

iv- **Nível dinâmico**

Este nível de aproximação diz respeito à importância relativa entre as forças que governam o escoamento. Dependendo da importância de uma determinada força, esta pode ser desconsiderada, resultando em uma descrição matemática mais simples.

Em problemas de lubrificação, onde os efeitos viscosos são dominantes, as forças de inércia são normalmente desprezadas. Em outros casos, modelos simplificados são aplicados em diferentes regiões do escoamento. Um exemplo é a aproximação da camada limite de Prandtl para análise de escoamentos viscosos externos. Neste caso, uma aproximação para escoamento invíscido é corrigida para levar em conta os efeitos viscosos em regiões próximas às paredes sólidas [55].

v- **Nível de homogeneidade**

Este nível é aplicável a escoamentos multifásicos e escoamentos em meios porosos. As equações dos modelos são obtidas tomando-se a média das equações de conservação em volumes contendo misturas de diferentes materiais. Dados externos contendo informações sobre as trocas de massa, quantidade de movimento e energia nas interfaces dos materiais são necessários.

Para os escoamentos de interesse da Engenharia é conveniente a descrição no domínio da mecânica do contínuo que pode ser considerada como **modelo fundamental**. Sub-modelos podem ser derivados através de médias e/ou suposições sobre a importância relativa das várias forças que governam o escoamento [56]. Outro aspecto relevante é que quanto mais aproximações são feitas, mais os modelos tornam-se dependentes de dados empíricos.

Uma aproximação que merece atenção está relacionada à compressibilidade/incompressibilidade dos escoamentos. A maior parte dos escoamentos em mecânica dos fluidos pode ser classificada em uma dessas duas categorias. Em geral, o escoamento de líquidos é aproximado como incompressível enquanto que o escoamento de gases é tomado como compressível. Entretanto, essa classificação não é absoluta pois mesmo líquidos apresentam alguma compressibilidade e o escoamento de gases a baixas velocidades pode ser aproximado como incompressível.

É importante ressaltar que a questão da compressibilidade não limita-se apenas ao aspecto físico, mas repercute diretamente nas características matemáticas das equações que representam o modelo [56] e [57]. A compressibilidade do escoamento pode ser inferida a partir do número de Mach definido pela equação 2.9:

$$\frac{u_0}{c} = \frac{\text{velocidade do fluido}}{\text{velocidade do som}} \tag{3.1}$$

Ressalta-se que para valores do número de Mach inferiores a $0,3$ o escoamento pode, em geral, ser considerado incompressível [1]. Assim, quando a finalidade é a análise dos efeitos dinâmicos do vento em estruturas, é correto assumir a *hipótese de escoamento incompressível*. Isso é possível uma vez que as velocidades do vento

a serem consideradas estão bem abaixo dos limites acima dos quais o escoamento assume características compressíveis.

3.2 Equações de Navier-Stokes para Escoamentos Incompressíveis

Para escoamentos incompressíveis e com viscosidade constante, o problema é regido pelas equações de Navier-Stokes apresentadas a seguir. Essas equações são apresentadas em uma descrição Euleriana, onde as propriedades características do meio são consideradas funções do espaço e do tempo. O problema é definido em um domínio Ω com contorno Γ contendo *nde* dimensões no espaço Euclidiano. Na forma não conservativa, ou seja utilizando variáveis primitivas de pressão e velocidade, em coordenadas Cartesianas e usando a convenção de somatório: $a = 1, ..., nde$ e $b = 1, ..., nde$ essas equações assumem a forma:

- Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \frac{\partial u_a}{\partial t} + \rho u_b \frac{\partial u_a}{\partial x_b} - \frac{\partial \tau_{ab}}{\partial x_b} + \frac{\partial p}{\partial x_a} = f_a \tag{3.2}$$

- Equação de conservação de massa (equação de continuidade):

$$\frac{\partial \rho u_a}{\partial x_a} = 0 \tag{3.3}$$

onde:

ρ é a massa específica do fluido;

$\tau_{ab} = \mu \left(\frac{\partial u_a}{\partial x_b} + \frac{\partial u_b}{\partial x_a} \right)$ é a tensão viscosa;

μ é a viscosidade do fluido;

u_a são as componentes de velocidade;

p é a pressão;

f_a são as componentes das forças por unidade de volume no corpo.

O modelo é fechado introduzindo as condições de contorno e as velocidades iniciais. Velocidades e tensões de superfície são prescritas, respectivamente, nos contornos Γ_{ua} e Γ_{ta}, tal que $\Gamma_{ua} \cup \Gamma_{ta} = \Gamma$ e $\Gamma_{ua} \cap \Gamma_{ta} = \phi$, ou seja:

$$u_a = \bar{u}_a(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_{ua} \tag{3.4}$$

$$\bar{t}_a(\mathbf{x}, t) = (-p\delta_{ab} + \tau_{ab})n_b \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_{ta} \tag{3.5}$$

onde δ_{ab} é o delta de Kronecker e $\mathbf{n}(n_b, b = 1, nde)$ é o vetor normal externo ao contorno.

As condições de contorno de pressão e de fluxo de massa estão associadas ao balanço de massa. Estas grandezas são prescritas como $\bar{p}$ e $\bar{G}$ nos contornos Γ_p e Γ_G, tal que $\Gamma_p \cup \Gamma_G = \Gamma$ e $\Gamma_p \cap \Gamma_G = \phi$, ou seja:

$$p = \bar{p}(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_p \tag{3.6}$$

$$\rho u_b n_b = \bar{G}(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_G \tag{3.7}$$

3.3 Descrição em Referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário (ALE)

Seja f uma grandeza genérica transportada pelo fluido. Considerando um referencial Cartesiano fixo, baseado em coordenadas espaciais x_a, $(a = 1, nde)$ e tempo t, pode-se descrever o campo escalar f como $f = f(x_a, t)$. A derivada total de f em relação ao tempo é determinada pela diferenciação usando a regra da cadeia,

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\mathbf{x}\text{fixo}} + \frac{\partial f}{\partial x_a}\frac{dx_a}{dt} \tag{3.8}$$

O primeiro termo do lado direito representa a variação temporal de f em uma posição fixa enquanto que o segundo termo pode ser interpretado como a contribuição para a derivada total causada pelo movimento de um observador movendo-se com velocidade $w_a = dx_a/dt$. Desta forma, a derivada total de f em relação ao tempo para este observador pode ser escrita como

$$\frac{df}{dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{xfixo}} + \mathbf{w}.\nabla f \tag{3.9}$$

No caso específico em que o observador move-se com a própria velocidade do fluido, isto é, acompanhando o material, tem-se a chamada derivada material dada por

$$\frac{Df}{Dt} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{xfixo}} + \mathbf{u}.\nabla f \tag{3.10}$$

onde $\mathbf{u}$ representa a velocidade do fluido.

Das equações 3.9 e 3.10 pode-se escrever a derivada material como

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{df}{dt} + (\mathbf{u} - \mathbf{w}).\nabla f \tag{3.11}$$

Note que na equação acima o primeiro termo do lado direito não é mais a derivada parcial de f em relação ao tempo em uma posição fixa, mas a derivada total de f como vista por um observador movendo-se com velocidade $\mathbf{w}$.

No caso em que $\mathbf{w} = \mathbf{0}$ o observador está fixo no espaço, situação que caracteriza a descrição Euleriana. Por outro lado, para $\mathbf{u} = \mathbf{w}$, o observador move-se com o fluido e tem-se a chamada descrição Lagrangiana. Assim, note que a equação 3.11 generaliza a descrição que pode ser dada ao problema. A velocidade do observador $\mathbf{w}$ pode ser definida de forma arbitrária buscando a descrição mais conveniente para a solução do problema em estudo.

Para os problemas de vibração fluido-estrutura abordados neste trabalho, a velocidade $\mathbf{w}$ será tomada como a velocidade da própria estrutura para o fluido em contato com a mesma (descrição Lagrangiana). Por outro lado, para regiões sufi-

cientemente distantes da estrutura será tomado $\mathbf{w} = \mathbf{0}$ (descrição Euleriana). O campo de velocidade do observador na região de transição entre estas duas descrições caracteriza a região de descrição Lagrangiana-Euleriana Arbitrária (ALE - *arbitrary lagrangian-eulerian*). Esta velocidade será computada de forma conveniente (e arbitrária) para os propósitos deste trabalho como apresentado na seção 4.2.1.

Das equações 3.10 e 3.11 pode-se escrever:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{xfixo}} + \mathbf{u}.\nabla f = \frac{df}{dt} + (\mathbf{u} - \mathbf{w}).\nabla f \tag{3.12}$$

Fazendo:

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - \mathbf{w} \tag{3.13}$$

onde $\mathbf{v}$ é denominada velocidade convectiva generalizada ou aparente, as equações de Navier-Stokes apresentadas no item 3.2 podem ser reescritas em referencial Lagrangiano-Euleriano Arbitrário, aplicando-se a equação 3.12 ao campo de velocidades $\mathbf{u}$, como:

$$\rho\left(\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{v}.\nabla\mathbf{u}\right) + \nabla p - \nabla\tau = \mathbf{f} \tag{3.14}$$

As equações 3.14, em conjunto com a equação 3.3, definem as equações de Navier-Stokes na descrição ALE e são ideais para as situações de interação fluido estrutura a serem abordadas mais adiante neste trabalho.

3.4 Modelos de Turbulência

Intuitivamente, a turbulência pode ser entendida como o movimento caótico dos fluidos e que pode apresentar uma grande variedade de escalas temporais e espaciais. Desta forma, o escoamento turbulento é usualmente tratado como a superposição de um escoamento fundamental (médio) com as flutuações dinâmicas e estocásticas.

Na turbulência a energia cinética é retirada do escoamento médio pelos maiores

turbilhões (*eddies* ou *whorls*) sendo transferida por um processo em cascata até os menores turbilhões onde é finalmente dissipada em forma de calor pela viscosidade. Este processo foi descrito por L.F. Richardson na década de 1920 em seu poema *Big Whorls*:

> *Grandes turbilhões contêm pequenos turbilhões que se alimentam de suas velocidades. Pequenos turbilhões possuem turbilhões ainda menores, e assim por diante, até a viscosidade*[1].

Além das características acima descritas, a turbulência é um fenômeno inerentemente tridimensional e variável no tempo [58]. Devido a essas características físicas a criação de um modelo matemático de turbulência é uma tarefa difícil que vem exigindo o desenvolvimento de modelos específicos para cada situação.

O nível de complexidade dos modelos, contudo, está relacionado diretamente ao que se deseja saber da análise. Por exemplo, quando se deseja obter informações sobre a camada de atrito, em um escoamento aderente, um modelo simples, como o de comprimento de mistura (*mixing length*), é suficiente. Por outro lado, quando se almeja obter a história no tempo de cada aspecto da turbulência, somente a solução completa das equações de Navier-Stokes fornece resultados satisfatórios [58].

O comportamento turbulento do escoamento é função da relação entre as forças de inércia e de viscosidade, que definem o parâmetro adimensional do número de Reynolds. Para baixos valores deste parâmetro as forças de viscosidade são dominantes e o escoamento é bem comportado (escoamento laminar). Para elevados valores de Reynolds, ao contrário, as forças de inércia superam as de viscosidade e o escoamento torna-se turbulento, caracterizado por rápidas flutuações nas pressões e velocidades.

Destacam-se três caminhos para o estudo numérico de escoamentos turbulentos. A primeira delas propõe a simulação numérica de todas as escalas espaciais e temporais e é conhecida pela sigla DNS (*Direct Numerical Simulation* - simulação

[1] *Big whorls have little whorls that feed on their velocity, and little whorls have lesser whorls and so on to vicosity* (L.F. Richardson)

numérica direta). Neste método as malhas, para modelos discretos, devem ser extremamente refinadas (para uma simulação tridimensional com Reynolds da ordem de 10^6 estima-se uma malha com aproximadamente 10^{13} nós [19]) e os passos de tempo suficientemente pequenos para atenderem a todas as escalas de turbulência espaciais e temporais. O seu maior incoveniente é, portanto, a elevada demanda de esforço computacional. Além disso, o DNS ainda é um método limitado quanto à capacidade de resolver as flutuações randômicas da turbulência [18]. Não obstante, o DNS tem sido usado com sucesso no estudo de problemas fundamentais da turbulência, como forma de realização de experimentos virtuais. A aplicação de DNS a problemas de engenharia ainda levará mais de uma década segundo Piomelli [59].

No outro extremo tem-se modelos aproximados em que são as propriedades estatísticas do escoamento, tais como distribuições de probabilidade de velocidade ou taxa de consumo de energia, que são importantes. Um dos métodos comumente usados é o RANS (*Reynolds averaged Navier-Stokes equation* - Equações de Navier-Stokes média) no qual as variáveis das equações de Navier-Stokes são aproximadas por suas médias temporais. Numa posição intermediária entre o DNS e o RANS tem-se o LES (*Large Eddy Simulation* - Simulação das grandes escalas) que simula (resolve) numericamente as grandes escalas da turbulência enquanto modela aquelas não resolvíveis.

No modelo DNS as equações governantes são as de Navier-Stokes na forma original. No RANS o problema consiste em resolver as equações médias de Reynolds descritas pelas médias das variáveis e pelas equações dos modelos de fechamento adicionais elaboradas para os termos que incorporam os efeitos de turbulência e que aparecem explicitamente neste procedimento. No LES resolvem-se as equações de Navier-Stokes filtradas conjuntamente com modelos próprios para as escalas irresolvíveis.

A seguir será feita uma revisão sucinta desses dois últimos métodos e de suas diversas propostas de modelagem.

3.4.1 Método RANS

As equações médias de Reynolds são obtidas tomando-se médias temporais das equações de Navier-Stokes. Devido à não-linearidade do termo convectivo da conservação de quantidade de movimento (segundo termo da equação 3.2), a média temporal produz um termo de tensão adicional na equação média de Reynolds. Este tensor, conhecido como tensor de Reynolds, requer modelos de fechamento apropriados. Tais modelos de fechamento são baseados em considerações teóricas combinadas com conhecimentos empíricos e dados experimentais.

Breve Histórico [58]: A origem deste método data do fim do século XIX quando Reynolds em 1895 publicou resultados de sua pesquisa sobre turbulência, pioneira até então, que utilizava a idéia de processos de médias temporais. Outros renomados pesquisadores contribuiram para o desenvolvimento destes conceitos, como Boussinesq que em 1877 introduziu pela primeira vez o conceito de viscosidade de turbulência.

Prandtl em 1925 formulou a hipótese de comprimento de mistura (*mixing length*), que define a espessura da camada limite de um escoamento turbulento. Essa formulação muito contribuiu para o estudo da camada limite e dos escoamentos turbulentos. Os modelos baseados nas hipóteses de Prandtl de comprimento de mistura são atualmente denominados **modelos algébricos** ou **modelos de turbulência sem equações de transporte diferenciais adicionais** às equações de Navier-Stokes médias.

Para aperfeiçoar a capacidade de prognosticar as propriedades do escoamento turbulento e desenvolver uma descrição matemática mais realista das tensões turbulentas, em 1945 novamente Prandtl postulou um modelo onde a viscosidade turbulenta é dependente da energia cinética das flutuações turbulentas κ. Pela primeira vez considerou-se a relação entre as tensões turbulentas, ou melhor entre a viscosidade de turbulência, e a história do escoamento. Surgiu assim o modelo denominado **modelo de turbulência com uma equação** onde é adicionada às equações de Navier-Stokes médias uma equação diferencial parcial aproximando o transporte,

dissipação e geração de κ.

Entretanto, mesmo com um modelo em que a viscosidade turbulenta é dependente da história da escoamento, ainda existiam dificuldades relacionadas às escalas de comprimento da turbulência. Esses modelos de turbulência, que não fornecem informações sobre as escalas de comprimento, são conhecidos como **modelos incompletos** e, apesar desta deficiência, são utilizados em algumas aplicações em engenharia [58].

Kolmogorov em 1942 foi quem introduziu o primeiro modelo **completo** de turbulência. Em conjunto com o modelo com uma equação para κ Kolmogorov utilizou um segundo parâmetro ω que representa a taxa da dissipação de energia por unidade de volume e tempo. A recíproca deste parâmetro representa uma escala de tempo para turbulência [58]. Este modelo, conhecido como modelo $\kappa - \omega$ ficou conhecido como **modelo de turbulência com duas equações**. Nessa classe de modelos de turbulência com duas equações o mais conhecido é o modelo $\kappa - \epsilon$ de Launder e Spalding, onde ϵ representa simplesmente a dissipação de energia cinética por unidade de tempo e se relaciona com o parâmetro ω pela relação $\omega = \epsilon/\kappa$.

Rotta em 1951 abandonou o conceito de viscosidade turbulenta (*eddy viscosity*) de Boussinesq, propondo a modelagem do tensor de Reynolds com equação de transporte para as tensões turbulentas. Modelos desta classe são chamados de **modelos de transporte de tensões** ou de **modelos de fechamento de segunda ordem**. Para escoamentos em que as tensões normais são importantes, 5 equações de transporte adicionais são usualmente necessárias, além das equações de conservação médias de Reynolds [60].

Com relação à utilização de modelos RANS para simulação de escoamentos externos ao redor de estruturas, há dois aspectos que merecem ser destacados.

O primeiro é uma dificuldade conceitual inerente ao RANS quando aplicado a escoamentos em que o campo médio de velocidades evolui no tempo. A metodologia RANS não estabelece de forma clara como separar adequadamente o transiente do campo médio de velocidades das flutuações de natureza turbulenta [58].

O segundo problema da metodologia RANS diz respeito às dificuldades de se

estabelecer modelos universais de turbulência apropriados para uma ampla faixa de escalas [59]. Enquanto as menores escalas tendem a depender apenas da viscosidade, tendo de certo modo um comportamento físico mais "universal", as grandes escalas são fortemente afetadas por condições de contorno específicas de cada problema. Assim, segundo PIOMELLI [59], não parece possível modelar o efeito das grandes escalas, sempre da mesma forma, para escoamentos extremamente variados.

3.4.2 Método LES

A simulação LES foi primeiramente proposta por J.W.Deardorff em 1970 [4]. O objetivo do método é o de simular explicitamente as grandes escalas do fluxo turbulento enquanto modela as pequenas. Para isso, usualmente é feita a filtragem das equações de Navier-Stokes para se obter as equações das grandes escalas de movimento. Entretanto, a não linearidade das equações de Navier-Stokes impossibilita a obtenção exata das equações das quantidades filtradas e um termo análogo ao de tensão de Reynolds do RANS é produzido e deve ser modelado.

Na filtragem das equações, as escalas "filtradas" (ou resolvíveis ou grandes escalas) são definidas como:

$$\bar{f}(\mathbf{x}) = \int_{\Delta} f(\mathbf{x}')G(\mathbf{x},\mathbf{x}')d(\mathbf{x})' \tag{3.15}$$

onde $\bar{f}(\mathbf{x})$ indica uma quantidade filtrada e Δ é a largura do filtro. A função G é a função filtro, cujos tipos mais usuais são [59]:

- Filtro Gaussiano:

$$G(\mathbf{x}) = \sqrt{\frac{6}{\pi\Delta^2}} exp\left(-\frac{6x^2}{\Delta^2}\right) \tag{3.16}$$

- Filtro no espaço real:

$$\hat{G}(x) = \begin{cases} 1/\Delta \text{ se } |x| \leq \Delta/2 \\ 0 \text{ caso contrário} \end{cases} \tag{3.17}$$

Reescrevendo as equação de Navier-Stokes 3.2 e 3.3 na forma conservativa

$$\rho\left[\frac{\partial u_a}{\partial t}+\frac{\partial(u_a u_b)}{\partial x_b}\right]-\frac{\partial \tau_{ab}}{\partial x_b}+\frac{\partial p}{\partial x_a}=f_a \tag{3.18}$$

$$\rho\frac{\partial u_a}{\partial x_a}=0 \tag{3.19}$$

e aplicando o filtro 3.15 levando-se em consideração que a operação de filtragem comuta com a diferenciação, obtém-se o seguinte sistema de equações filtradas:

$$\rho\left[\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t}+\frac{\partial \overline{u_a u_b}}{\partial x_b}\right]-\frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial x_b}+\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_a}=\bar{f}_a \tag{3.20}$$

$$\rho\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial x_a}=0 \tag{3.21}$$

Manipulando-se algebricamente a equação 3.20 tem-se:

$$\rho\left[\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t}+\frac{\partial \bar{u}_a\bar{u}_b}{\partial x_b}\right]-\frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial x_b}+\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_a}+\rho\frac{\partial}{\partial x_b}(\overline{u_a u_b}-\bar{u}_a\bar{u}_b)=\bar{f}_a \tag{3.22}$$

O último termo do lado esquerdo representa as quantidades irresolvíveis e que são modeladas. Representando esta quantidade por:

$$\tau^f_{ab}=\rho[\bar{u}_a\bar{u}_b-\overline{u_a u_b}] \tag{3.23}$$

e retornando à forma convectiva, utilizando a equação 3.21, reescreve-se as equação filtradas de Navier-Stokes:

$$\rho\left[\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t}+\bar{u}_b\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial x_b}\right]-\frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial x_b}+\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_a}-\frac{\partial \tau^f_{ab}}{\partial x_b}=\bar{f}_a \tag{3.24}$$

O termo τ^f_{ab} definido na equação 3.23 representa o tensor de tensões de Reynolds que representa as interações entre as grandes escalas, possíveis de simular, e as

escalas irresolvíveis ou sub-malha. Como não existem expressões exatas para este termo, é preciso utilizar modelos sub-malha (SGS - *sub-grid scale*) para a sua modelagem.

Desses modelos sub-malha, um dos mais conhecidos é o *modelo de Smagorinsky*, que pode ser entendido como o LES do modelo de comprimento de mistura de Prandtl. Neste, o termo τ é definido por:

$$\tau = 2\nu_T \nabla^S \mathbf{u} \tag{3.25}$$

onde:

$\nu_T = (C_S \Delta)^2 |\nabla^S \mathbf{u}|$ é a viscosidade de turbulência;

$\nabla^S \mathbf{u} = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$;

$|\nabla^S \mathbf{u}| = (2\nabla^S \mathbf{u}.\nabla^S \mathbf{u})^{\frac{1}{2}}$;

Δ é o comprimento que diferencia os pequenos turbilhões dos grandes;

C_S é a constante de Smagorinsky.

Este modelo, entretanto, é excessivamente dissipativo. Além disso, a constante C_S deve ser otimizada para cada caso, podendo assumir valores no intervalo de $0,1$ a $0,25$. A escolha do valor de C_S para o estudo do vento na engenharia é uma questão delicada pois a maioria das estruturas possui perfil não aerodinâmico e o comportamento do vento ao redor destes corpos envolve várias propriedades do fluxo, tais como separação, vórtices cadenciados, etc. [19].

No intuito de aprimorar este modelo, alguns outros vêm sendo propostos, como o auto-adaptativo *modelo dinâmico* desenvolvido por Germano em 1991 e revisado por Lilly em 1992 [4]. Neste a constante $C = C_S^2$ é determinada como uma variável no tempo e no espaço e que acompanha as propriedades do fluxo. Este procedimento consiste em filtrar as equações utilizando dois filtros com diferentes escalas características, conhecidos por "filtro de grade" e "filtro teste". No primeiro utilizam-se as menores escalas do campo das escalas resolvíveis para determinar os valores desses

parâmetros. O teste inicial é feito filtrando-se as velocidades com um filtro maior do que utilizado no LES [4].

Uma outra alternativa é o modelo multi-escala variacional de HUGHES *et al.* [61]. Trabalhando com fluxos incompressíveis, homogêneos e isotrópicos, Hughes e co-autores propõem uma combinação entre o modelo clássico de Smagorinsky e uma formulação em que as grandes e as pequenas escalas são separadas de início sendo a modelagem do termo de Reynolds confinada somente às pequenas escalas.

DE SAMPAIO e COUTINHO [36] em 1999 apresentaram uma metodologia LES em que a modelagem sub-malha é feita combinando-se uma formulação estabilizada de elementos finitos com algoritmos adaptativos no espaço e no tempo. As pequenas escalas do problema são modeladas internamente pela própria formulação estabilizada sendo, por isso, denominado de *LES com modelo sub-malha numericamente implícito*.

Métodos LES, embora mais dispendiosos do que os modelos RANS, não apresentam dificuldades conceituais para simulação de transientes envolvendo o campo de velocidades resolvível. Além disso, a modelagem das pequenas escalas tende a ser mais "universal" e menos dependente de condições de contorno do que a modelagem de todas as escalas de turbulência, como acontece com a metodologia RANS. Isto é particularmente verdadeiro quando o limite de resolução do LES atinge a faixa inercial da cascata de energia de Kolmogorov [59].

Por estas razões, e com a melhoria do desempenho dos computadores, técnicas de LES estão ganhando espaço nas aplicações envolvendo análise de escoamento ao redor de estruturas.

Capítulo 4

Formulação Estabilizada para Escoamentos Viscosos Incompressíveis no Referencial ALE

Neste capítulo são discutidos aspectos relevantes na discretização em elementos finitos das equações de Navier-Stokes em variáveis primitivas. É apresentada uma formulação de Petrov-Galerkin obtida da minimização dos resíduos quadrados da equação de conservação da quantidade de movimento. Esta formulação introduz naturalmente termos de estabilização que permitem que soluções estáveis sejam obtidas em problemas fortemente convectivos, o que não é possível no método clássico de Galerkin. Além disso, mesma ordem de interpolação para as variáveis de velocidade e pressão torna-se possível, evitando as restrições de Babuška-Brezzi.

Neste contexto está inserida a modelagem numérica do problema de interação fluido-estrutura, em que as equações são apresentadas em um referencial Lagrangiano-Euleriano arbitrário. São feitas também as devidas considerações para o acoplamento do movimento do fluido ao movimento da estrutura, esta última tratada como um corpo rígido sobre molas elásticas.

Apresenta-se ainda um modelo de turbulência LES, resultante da combinação da

formulação estabilizada com procedimentos adaptativos no espaço e no tempo, que permite a simulação de escoamentos turbulentos característicos da ação do vento em estruturas.

4.1 Derivação do Modelo Discretizado

O modelo contínuo é baseado nas equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis com variáveis primitivas que foram introduzidas no item 3.2. Contudo, existem duas grandes dificuldades associadas à solução numérica dessas equações. A primeira delas está relacionada à aplicação do método de Galerkin para problemas convectivos. Os termos de convecção tornam o operador diferencial não auto-adjunto e o método de Galerkin perde sua característica de aproximação ótima. Oscilações espaciais podem surgir quando o método de Galerkin é aplicado a problemas com convecção dominante.

Outra dificuldade é a compatibilidade imposta pela condição de Babuška-Brezzi que impede que interpolações de mesma ordem sejam aplicadas a todas as variáveis quando uma formulação mista de Galerkin é utilizada [62]. Em particular, o uso de interpolações de mesma ordem para todas as variáveis, embora atraente do ponto de vista da implementação computacional, não conduz a resultados satisfatórios. As restrições para escolha das interpolações podem ser evitadas, contudo, através da utilização de métodos estabilizados como os propostos nos trabalhos de HUGHES *et al.* [14], DE SAMPAIO [15] e ZIENKIEWICZ e WU [16]. As formulações estabilizadas são extremamente vantajosas e soluções estáveis podem ser obtidas mesmo utilizando funções de interpolação de mesma ordem para todas as variáveis.

As formulações de Petrov-Galerkin são exemplos de formulações estabilizadas em que a função de ponderação é composta pela função de forma clássica de Galerkin mais a perturbação responsável pelo efeito *upwind*. Existem várias alternativas de discretização que aplicam, de uma forma ou de outra, as aproximações estabilizadas de Petrov-Galerkin a problemas convectivos-difusivos. Em [63] DE SAMPAIO e COUTINHO discutem as relações e semelhanças de alguns desses métodos, que são os métodos de Taylor-Galerkin, dos mínimos quadrados e Lax-Wendroff, este

último em diferenças finitas. Nos dois primeiros, uma discretização de segunda ordem no tempo é realizada antes da discretização espacial, sendo que no método de Lax-Wendroff a discretização espacial é feita através diferenças finitas/volumes finitos centrais e no método de Taylor-Galerkin é utilizada uma formulação residual ponderada.

Nesta seção é apresentada uma formulação do tipo SUPG (*streamline upwind Petrov-Galerkin*) desenvolvida a partir da minimização dos resíduos quadrados das equações de Navier-Stokes para escoamentos incompressíveis, como proposto por DE SAMPAIO [13] . Este método é semelhante ao de CAREY e JIANG [64] para problemas hiperbólicos e o único parâmetro a ser ajustado no processo de solução é o passo de tempo utilizado na discretização, que deve ser convenientemente escolhido para que represente a evolução dos fenômenos de convecção-difusão.

4.1.1 Forma Discretizada das Equações de Navier-Stokes

Na seção 3.3 do capítulo 3 foram apresentadas as equações do meio contínuo de Navier-Stokes descritas em um referencial ALE. Essas equações são reproduzidas a seguir, na forma indicial de somatório $a = 1, .., nde$ e $b = 1, ..., nde$, sendo nde o número de dimensões espaciais do problema:

Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\rho \frac{du_a}{dt} + \rho v_b \frac{\partial u_a}{\partial x_b} - \frac{\partial \tau_{ab}}{\partial x_b} + \frac{\partial p}{\partial x_a} = f_a \tag{4.1}$$

Equação de conservação de massa:

$$\frac{\partial \rho u_a}{\partial x_a} = 0 \tag{4.2}$$

lembrando que:

ρ é a densidade do fluido;

$\tau_{ab} = \mu \left(\frac{\partial u_a}{\partial x_b} + \frac{\partial u_b}{\partial x_a} \right)$ é a tensão viscosa;

μ é a viscosidade do fluido;

u_a são as componentes de velocidade;

p é a pressão;

$v_b = u_b - w_b$ (equação 3.13), sendo w_b a velocidade da malha que na seção 3.3 representa a velocidade do observador.

O modelo é fechado introduzindo as condições de contorno e as velocidades iniciais. Os campos de velocidade e de tensões de superfície são prescritos nos contornos Γ_{ua} e Γ_{ta}, tal que $\Gamma_{ua} \cup \Gamma_{ta} = \Gamma$ e $\Gamma_{ua} \cap \Gamma_{ta} = \phi$, tal como nas equações 3.4 e 3.5 ou seja:

$$u_a = \bar{u}_a(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_{ua} \tag{4.3}$$

$$\bar{t}_a(\mathbf{x}, t) = (-p\delta_{ab} + \tau_{ab})n_b \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_{ta} \tag{4.4}$$

onde δ_{ab} é a função delta de Kronecker e n_b é a componente b do vetor normal ao contorno.

As condições de contorno de pressão e de fluxo de massa estão associadas ao balanço de massa. Estas grandezas são prescritas como $\bar{p}$ e $\bar{G}$ nos contornos Γ_p e Γ_G, tal que $\Gamma_p \cup \Gamma_G = \Gamma$ e $\Gamma_p \cap \Gamma_G = \phi$, como descrito na equação 3.6 e 3.7, ou seja:

$$p = \bar{p}(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_p \tag{4.5}$$

$$\rho v_b n_b = \bar{G}(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \Gamma_G \tag{4.6}$$

O modelo contínuo é discretizado usando elementos lineares triangulares para representar velocidade e pressão. Nota-se que esta escolha de espaços de interpolação não é aceitável no contexto das formulações mistas, pois violam as condições de Babuška-Brezzi. No entanto a formulação a ser apresentada contorna estas dificuldades pois introduz o termo de estabilização ([14] e [15]).

Com o objetivo de derivar a formulação estabilizada de Petrov-Galerkin para o problema, define-se o resíduo quadrado da equação de quantidade de movimento 4.1

como:

$$S = \int_{\Omega} \hat{F}_a \hat{F}_a d\Omega \tag{4.7}$$

onde:

$$\hat{F}_a = \rho \left(\frac{\hat{u}_a^{n+1} - \hat{u}_a^n}{\Delta t} + \hat{v}_b^n \frac{\partial \hat{u}_a^{n+1/2}}{\partial x_b} \right) - \frac{\partial \tau_{ab}^n}{\partial x_b} + \frac{\partial \hat{p}^{n+1/2}}{\partial x_a} \tag{4.8}$$

Nestas equações $\hat{u}_a$, $\hat{v}_a$ e $\hat{p}$ são os campos discretizados, interpolados usando as funções de forma N_i. Os valores nodais das velocidades e das pressões são representados por u_{ai}, v_{ai} e p_i, respectivamente. Os sub-índices $n, n+1/2$ e $n+1$ indicam o nível de tempo e Δt é o passo de tempo. Nota-se a linearização feita ao se tomar o termo $\hat{v}_b^n$ no tempo t^n. Observa-se ainda que as contribuições da tensão viscosa são referidas ao nível de tempo n. A discretização espacial do termo τ_{ab} não será feita no momento. A sua contribuição para a equação da quantidade de movimento será tratada, por ora, como um termo de fonte.

A minimização do resíduo 4.7 em relação às três variáveis nodais para o nível $n+1$ gera as seguintes equações residuais ponderadas:

$$\int_{\Omega} \left(N_i + \frac{\Delta t}{2} \hat{v}_c^n \frac{\partial N_i}{\partial x_c} \right) \hat{F}_a d\Omega = 0 \qquad \forall\ u_{ai}^{n+1} \text{ livre} \tag{4.9}$$

$$\int_{\Omega} \Delta t \frac{\partial N_i}{\partial x_a} \hat{F}_a d\Omega = 0 \qquad \forall\ p_i^{n+1} \text{ livre} \tag{4.10}$$

A expressão 3.5, que define a condição de contorno de tensão superficial, é aproximada por:

$$\int_{\Gamma_{ta}} N_i (-\hat{p}^{n+1/2} \delta_{ab} + \tau_{ab}^n) n_b d\Gamma = \int_{\Gamma_{ta}} N_i \bar{t}_a d\Gamma \tag{4.11}$$

Associando as equações 4.9 e 4.11 e integrando-se por partes os termos de tensão cisalhante e de pressão, obtém-se a expressão:

$$\int_{\Omega} \frac{\rho}{\Delta t} \left(N_i + \frac{\Delta t}{2} \hat{v}_c^n \frac{\partial N_i}{\partial x_c} \right) \left(\hat{u}_a^{n+1} + \frac{\Delta t}{2} \hat{v}_b^n \frac{\partial \hat{u}_a^{n+1}}{\partial x_b} \right) d\Omega =$$

$$\int_\Omega \frac{\rho}{\Delta t}\left(N_i + \frac{\Delta t}{2}\hat{v}_c^n \frac{\partial N_i}{\partial x_c}\right)\left(\hat{u}_a^n - \frac{\Delta t}{2}\hat{v}_b^n \frac{\partial \hat{u}_a^n}{\partial x_b}\right) d\Omega +$$
$$\int_\Omega \frac{\partial N_i}{\partial x_a}\hat{p}^{n+1/2} d\Omega - \int_\Omega \frac{\Delta t}{2}\hat{v}_c^n \frac{\partial N_i}{\partial x_c}\frac{\partial \hat{p}^{n+1/2}}{\partial x_a} d\Omega + \int_{\Gamma_{ta}} N_i \bar{t}_a d\Gamma +$$
$$\int_\Omega \frac{\Delta t}{2}\hat{v}_n^c \frac{\partial N_i}{\partial x_c}\frac{\partial \tau_{ab}^n}{\partial x_b} d\Omega - \int_\Omega \frac{\partial N_i}{\partial x_b}\tau_{ab}^n d\Omega$$
$$\forall u_{ai}^{n+1} \text{ livre} \quad (4.12)$$

A equação obtida associando-se as equações de conservação de massa 4.2 e de resíduo 4.10 é denominada equação de pressão, ou seja:

$$\int_\Omega \Delta t \frac{\partial N_i}{\partial x_a}\hat{F}_a d\Omega + \int_\Omega N_i \frac{\partial \rho u_a^{n+1}}{\partial x_a} d\Omega = 0 \qquad \forall p_i^{n+1} \text{ livre} \quad (4.13)$$

Utilizando a condição de contorno de fluxo de massa 4.6 e tomando o termo convectivo de $\hat{F}_a$ no tempo n, a equação 4.13 transforma-se na equação de Poisson que envolve termos de pressão provenientes das equações de conservação de massa e de quantidade de movimento:

$$\int_\Omega \Delta t \frac{\partial N_i}{\partial x_a}\frac{\partial \hat{p}^{n+1/2}}{\partial x_a} d\Omega =$$
$$-\int_\Omega \Delta t \frac{\partial N_i}{\partial x_a}\rho \hat{v}_b^n \frac{\partial \hat{u}_a^n}{\partial x_b} d\Omega - \int_{\Gamma_G} N_i \left(\bar{G}^{n+1} - \bar{G}^n\right) d\Gamma -$$
$$\int_\Omega \rho N_i \frac{\partial \hat{u}_a^n}{\partial x_a} d\Omega + \int_\Omega \Delta t \frac{\partial N_i}{\partial x_a}\frac{\partial \tau_{ab}^n}{\partial x_b} d\Omega \qquad \forall p_i^{n+1} \text{ livre} \quad (4.14)$$

A dedução da equação 4.12, a partir das equações 4.9 e 4.11, e da equação de Poisson 4.14, a partir das equações 4.6 e 4.13, podem ser vistas no trabalho de DE SAMPAIO e COUTINHO [65].

A discretização espacial da tensão viscosa nas equações 4.12 e 4.14 será a seguir introduzida. A discretização deste termo, expressas em termos da velocidade discretizada, é:

$$\tau_{ab} = \mu\left(\frac{\partial \hat{u}_a}{\partial x_b} + \frac{\partial \hat{u}_b}{\partial x_a}\right)^n \quad (4.15)$$

Na formulação adotada neste trabalho as contribuições da viscosidade para a equação 4.12 e 4.14 são avaliadas no interior dos elementos, seguindo um procedimento usualmente adotado nas formulações de Petrov-Galerkin [66].

Tratando-se de problemas bidimensionais, as equações 4.12, em termos das velocidades u_1 e u_2, e 4.14, em termos da variável de pressão, constituem um sistema de três equações linear simétrico que é resolvido utilizando procedimento de solução segregado. A equação de pressão 4.14 é a primeira a ser resolvida seguida pela equação de velocidade 4.12. O esquema cíclico de atualização das variáveis requer a solução de sistemas simétricos de equações que é uma das tarefas que mais consome tempo de processamento. Estes sistemas são resolvidos utilizando o método dos gradientes conjugados com pré-condicionamento, apropriados para cálculo paralelo/vetorial em supercomputadores [65].

4.2 Interação Fluido-Corpo Rígido

Em alguns problemas de interação fluido-estrutura, em especial aqueles em que a estrutura está imersa no fluido e sua deformação pode ser desprezada em comparação com os seus deslocamentos, a estrutura é usualmente idealizada como um corpo rígido suportado por molas elásticas [25]. Este comportamento específico pode ser verificado, por exemplo, em estruturas de pontes, tubos de reatores nucleares ou ainda em torres altas, como edifícios e chaminés. Algumas estruturas que apresentaram ou vem apresentando este comportamento foram ilustradas no capítulo 2. Nestes casos, o fenômeno de desprendimento cadenciado de vórtices pode ser acompanhado por uma vibração estrutural induzida pela interação dinâmica do movimento do fluido com a estrutura.

Sob o ponto de vista computacional, existe uma preocupação especial quanto ao tratamento da interface entre o fluido e o corpo. Nesta região deve-se compatibilizar o movimento da estrutura, cujas equações são formuladas no referencial Lagrangiano, com o movimento do fluido, cujas equações são desenvolvidas para um referencial Euleriano. Esta preocupação, contudo, deixa de existir quando a descrição em um referencial Lagrangiano-Euleriano arbitrário (ALE) apresentada no

item 3.3 é utilizada. Esta descrição permite o tratamento adequado das condições de compatibilidade cinemática e dinâmica entre o corpo e o fluido na interface entre os mesmos, onde uma descrição puramente Lagrangiana é utilizada.

As primeiras aplicações do conceito do ALE no contexto do MEF foram feitas por HUGHES *et al.* [67], que estudaram problemas de superfície livre, e por BELYTSCHKO *et al.* [68] e DONEA *et al.* [69], que analisaram problemas de interação fluido-estrutura. Vários outros pesquisadores vêm se destacando neste campo de estudo e utilizando estes procedimentos, como são os casos de NOMURA e HUGHES [25], NOMURA [26] e MENDES e BRANCO [8].

Com o objetivo, portanto, de desenvolver uma ferramenta computacional para o estudo desta classe de problemas, este item aborda as questões inerentes ao problema do corpo em movimento apresentando as soluções adotadas para deformação da malha do fluido e de deslocamento do corpo.

4.2.1 Movimento da Malha

A exemplo do que foi proposto por NOMURA e HUGHES [25] e utilizado por MENDES e BRANCO [8] o domínio do problema é dividido, como mostra a figura 4.1, em duas regiões adjacentes: uma região externa (Ω_E), com descrição Euleriana e outra interna, contendo a interface fluido-sólido onde emprega-se a descrição ALE ($\Omega_{ALE}(t)$). A região Ω_{ALE} deve ser extensa o suficiente para conter em seu interior as máximas amplitudes de movimento esperadas em uma dada análise. As variáveis deslocamento e velocidade da malha são armazenadas nos vetores **d** e **w**, respectivamente.

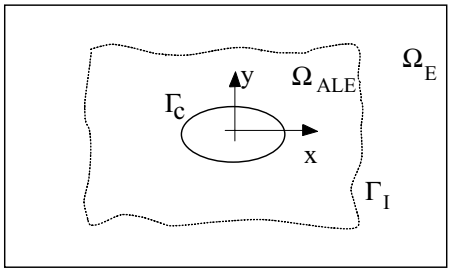


Figura 4.1: Descrição esquemática do domínio do problema.

A interface entre as regiões Ω_E e Ω_{ALE} é a fronteira Γ_I. Sobre a fornteira Γ_I e na região Ω_E não há movimento de malha. Por outro lado, a malha deve acompanhar o movimento da interface fluido-sólido, a fronteira Γ_C indicada na figura 4.1. Assim, para o deslocamento da interface e velocidade da fronteira Γ_C dados por $\mathbf{d_C}$ e $\mathbf{U_C}$, respectivamente, tem-se:

$$\mathbf{d} = \mathbf{0} \text{ sobre } \Gamma_I \tag{4.16}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{0} \text{ sobre } \Gamma_I \tag{4.17}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{d_C} \text{ sobre } \Gamma_C \tag{4.18}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{U_C} \text{ sobre } \Gamma_C \tag{4.19}$$

As variáveis $\mathbf{d_C}$ e $\mathbf{U_C}$ estão relacionadas ao deslocamento e velocidade do corpo através de relações cinemáticas expressas por uma matriz de transformação apresentada na seção 4.2.2.

Na região Ω_{ALE} o deslocamento e a velocidade da malha podem ser especificados arbitrariamente, desde de que satisfaçam às condições prescritas sobre as fronteria Γ_I e Γ_C, definidas pelas equações 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19 acima. É importante porém que o movimento da malha seja suave e gradual, de modo a evitar que a malha dobre-se sobre si mesma durante o movimento. Para regiões Ω_{ALE} suficientemente extensas para conter toda a amplitude de movimento do corpo, estas condições são atendidas através da solução do problema:

$$\mathbf{d} = \beta \mathbf{d_C} \quad \mathbf{w} = \beta \mathbf{U_C} \tag{4.20}$$

onde β é a solução de equação de Laplace com condições de Dirichlet:

$$\nabla^2(\beta) = 0 \tag{4.21}$$

$$\beta = 0 \quad \text{sobre} \quad \Gamma_I \tag{4.22}$$

$$\beta = 1 \quad \text{sobre} \quad \Gamma_C(t) \tag{4.23}$$

A solução das equações 4.21, 4.22 e 4.23 foi feita pelo método dos elementos finitos. Na implementação adotada neste trabalho, a região Ω_{ALE} é definida

pelo conjunto dos elementos finitos cujos baricentros encontram-se dentro da janela $xwmin < x < xwmax$ e $ywmin < y < ywmax$. Assim, o contorno Γ_I tem a aparência mostrada na figura 4.2.

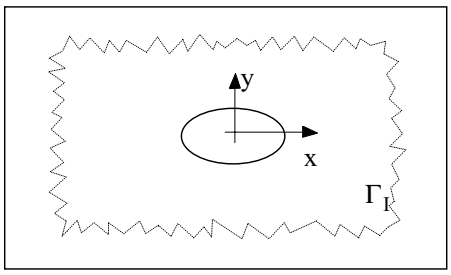


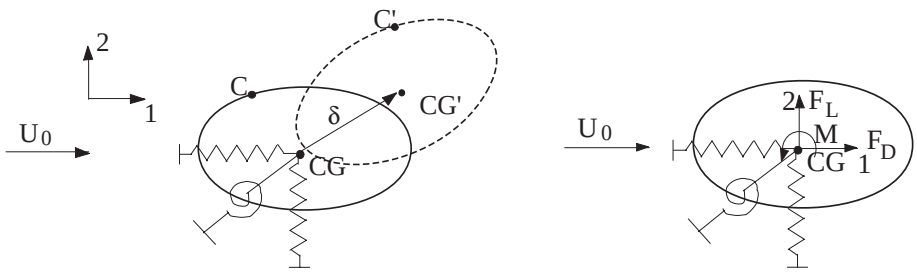
Figura 4.2: Contorno Γ_I.

4.2.2 Equação de Movimento do Corpo Rígido

Considera-se o corpo rígido bidimensional ilustrado nas figuras 4.3, onde a figura com traço contínuo representa o corpo na posição inicial ($t = 0$) e a figura com traços interrompidos representa o corpo em um instante t. O movimento do corpo no plano da figura será descrito em termos de três componentes de deslocamento definidas no seu centro de gravidade CG de coordenadas (x_{CG}, y_{CG}) como ilustrado na figura 4.3(a):

$$\mathbf{h} = \left\{ \begin{array}{ccc} h_1 & h_2 & \theta \end{array} \right\}^T \tag{4.24}$$

onde h_1 e h_2 representam a translação do corpo nas direções 1 e 2, respectivamente e θ é a componente de rotação do corpo.



(a) Deslocamentos (b) Esforços

Figura 4.3: Deslocamento e forças no corpo rígido.

Assume-se que o corpo está apoiado em molas elásticas e admite-se o desacoplamento dos graus de liberdade. Sendo assim, a equação de movimento do corpo rígido é escrita da forma:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{h}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{h}} + \mathbf{k}\mathbf{h} = \mathbf{X} \tag{4.25}$$

onde $\mathbf{m}$, $\mathbf{c}$ e $\mathbf{k}$ são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, respectivamente. O vetor $\mathbf{X}$ é o vetor de forças externas ao corpo, reduzidas ao centro de gravidade CG, como indicado na figura 4.3(b). A relação destes com os esforços provenientes do fluido são discutidos na próxima seção.

4.2.3 Relação entre as Variáveis do Fluido na Superfície do Corpo e os Graus de Liberdade do Corpo

Na seção 4.2.1 foram apresentadas as variáveis $\mathbf{d_C}$ e $\mathbf{U_C}$ de deslocamento e velocidade no contorno $\Gamma_C(t)$ e na seção 4.2.2 os graus de liberdade $\mathbf{h}$ do corpo. Nesta seção é estabelecida a relação entre estas variáveis bem como a condição de equilíbrio entre o vetor de forças externas do corpo e as tensões do fluido.

Compatibilidade Cinemática

Para um ponto genérico do contorno $\Gamma_C(t)$, inicialmente na posição (x_1, x_2), a relação entre o seu vetor deslocamento ($\mathbf{d_C}$) e o vetor deslocamento do ponto CG ($\mathbf{h}$) será:

$$\begin{bmatrix} d_{C1} \\ d_{C2} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos(\theta) - 1 & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) - 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} \tag{4.26}$$

Diferenciando a equação 4.26 em relação ao tempo, obtém-se a relação entre o seu vetor velocidade ($\mathbf{U_C}$) e o vetor velocidade do ponto CG ($\dot{\mathbf{h}}$):

$$\begin{bmatrix} U_{C1} \\ U_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -L_2^C \\ 0 & 1 & L_1^C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} = \mathbf{T}\dot{\mathbf{h}} \tag{4.27}$$

A matriz $\mathbf{T}$ é conhecida como a matriz de transformação do ponto e:

$$
\begin{aligned}
L_1^C &= x_1 \cos(\theta) - x_2 \sin(\theta) \\
L_2^C &= x_1 \sin(\theta) + x_2 \cos(\theta)
\end{aligned}
\tag{4.28}
$$

Compatibilidade Dinâmica

O vetor $\mathbf{X}$ de forças externas ao corpo representa as forças, atuantes no ponto CG. Estas estão associadas às forças que o fluido exerce sobre o corpo na interface fluido-sólido. O vetor de forças externas é dado por:

$$
\mathbf{X} = \left[\begin{array}{ccc} F_D & F_L & M \end{array} \right]^T \tag{4.29}
$$

onde F_D e F_L são as forças de arrasto e sustentação, respectivamente, nas direções 1 (alinhada com o escoamento) e 2 (perpendicular ao escoamento) e M o momento de torção no plano da figura. Estas estão mostrados na figura 4.3(b). Em um modelo bidimensional representativo de uma estrutura unifilar (uma ponte de grande vão ou um edifício alto) estas forças são interpretadas como forças por unidade de comprimento.

As referidas forças são equivalentes às integrais:

$$
F_D = -\int_{\Gamma_C} t_1 d\Gamma, \quad F_L = -\int_{\Gamma_C} t_2 d\Gamma, \quad M = \int_{\Gamma_C} (t_1(y - y_{CG}) - t_2(x - x_{CG})) d\Gamma \tag{4.30}
$$

onde $t_a = -p\delta_{ab} + \tau_{ab} n_b, a = 1, 2$. Estas forças são usualmente apresentadas na forma adimensional pelos coeficientes de arrasto (C_D), sustentação (C_L) e de momento (C_M), definidos na seção 2.3:

$$
C_D(t) = \frac{F_D(t)}{0.5\rho u_0^2 D}, \quad C_L(t) = \frac{F_L(t)}{0.5\rho u_0^2 D}, \quad C_M(t) = \frac{M(t)}{0.5\rho u_0^2 D^2} \tag{4.31}
$$

sendo u_0 a velocidade de referência do escoamento tomada em uma região distante do corpo e D uma dimensão característica do mesmo.

A matriz de transformação $\mathbf{T}$ é derivada de relações geométricas entre a posição do centro de gravidade CG e as coordenadas nodais de cada nó em $\Gamma_C(t)$. É óbvio

que quando o movimento de rotação está restrito $\theta = 0$ tem-se somente os movimentos de translação horizontal e vertical. Neste caso a matriz de transformação $\mathbf{T^C}$ é uma matriz identidade de ordem $n \times n$, sendo n o número de graus de liberdade de translação do corpo.

4.2.4 Condição de Contorno para Equação de Poisson para Pressão sobre a Interface Fluido-Sólido

Na seção 4.1 viu-se que a equação de Poisson para pressão, equação 4.13, é a equação responsável pela introdução da conservação de massa no problema discretizado. Esta equação necessita que pressão ou variação do fluxo de massa sejam prescritos no contorno do domínio de análise. Enquanto que a pressão é imposta diretamente como condição de contorno do tipo *essencial*, restringindo o espaço de variações admissíveis, a prescrição da variação do fluxo de massa é incorporada explicitamente na equação 4.13 através do termo

$$\int_{\Gamma_G} N_i \left(\bar{G}^{n+1} - \bar{G}^n \right) d\Gamma \tag{4.32}$$

Assim, a condição de contorno para a equação de Poisson para pressão a ser aplicada na interface fluido-sólido é incorporada na equação 4.13 diretamente pelo termo acima. Os fluxos de massa $\bar{G}^{n+1}$ e $\bar{G}^n$ são definidos pela própria velocidade do corpo em movimento, uma vez que esta é igual à velocidade do fluido na interface fluido-sólido.

4.3 Técnicas Adaptativas

A precisão das simulações computacionais de escoamentos complexos necessitam usualmente do emprego de técnicas de solução adaptativas. Procedimentos adaptativos que combinam controle de malha e de passo de tempo são descritos nesta seção.

É importante ressaltar que este trabalho utiliza o LES para tratar a turbulência. A modelagem sub-malha é feita combinando-se uma formulação estabilizada de elementos finitos apresentada no item 4.1 com os algoritmos adaptativos no espaço e no tempo proposto por DE SAMPAIO [70]. O esquema de adaptatividade de malha é baseado nas estimativas de erro da tensão viscosa. Já a escolha do passo de tempo é feita de acordo com as escalas de tempo locais de cada variável.

4.3.1 Uso de Passo de Tempo Local

O algoritmo para escolha do passo de tempo baseia-se nas escalas de tempo dos processos de convecção-difusão a serem resolvidos na malha corrente de análise e são de fundamental importância para a precisão e estabilidade do método. Nota-se que os pesos de Petrov-Galerkin e os termos de estabilização associados são parametrizados pelo passo de tempo. Os termos de estabilização também podem ser interpretados como dissipação artificial. Aqui, no entanto estes termos aparecem naturalmente da derivação, ao invés de serem adicionados *a posteriori* [56].

A função peso aplicada à equação de quantidade de movimento, equação 4.9, possui a estrutura da função peso do método SUPG:

$$W_i = N_i + \frac{\Delta t}{2}\hat{v}_c^n \frac{\partial N_i}{\partial x_c} \tag{4.33}$$

Para elementos lineares, uma quantidade apropriada de *streamline upwind* é introduzida no balanço de quantidade de movimento quando o passo de tempo é escolhido da seguinte forma:

$$\Delta t = \left[\coth\left(\frac{NRe}{2}\right) - \frac{2}{NRe}\right]\frac{h_e}{\|\mathbf{v^n}\|} \tag{4.34}$$

onde:

$$NRe = \frac{\rho\|\mathbf{v^n}\|h_e}{\mu} \tag{4.35}$$

O parâmetro NRe é denominado número de Reynolds local do elemento e é baseado no módulo da velocidade $\mathbf{v}$ convectiva e no tamanho local de cada elemento

h_e.

Observa-se que a escolha das escalas de tempo são estimadas de acordo com os valores locais das velocidades e das propriedades físicas e geométricas de cada elemento. Essa escolha é apropriada para seguir a evolução no tempo dos processos de convecção-difusão de quantidade de movimento [71]. Tomando os limites de convecção e difusão puras, tem-se:

- Para o limite de convecção pura, isto é, $Re \to \infty$, a equação 4.34 torna-se:

$$\Delta t = \frac{h_e}{\|\mathbf{v^n}\|} \tag{4.36}$$

- Para o limite de difusão pura, isto é, $Re = 0$, a equação 4.34 fornece:

$$\Delta t = \frac{1}{6}\frac{\rho h_e^2}{\mu} \tag{4.37}$$

Emprega-se na simulação um algoritmo que permite que cada grau de liberdade avance no tempo de acordo com seu próprio passo de tempo local [70]. A figura 4.4 é uma ilustração unidimensional do algoritmo a seguir apresentado onde os graus de liberdade cujos passos de tempo ainda não excederam à linha de computação no tempo são denominados graus de liberdade *ativos*.

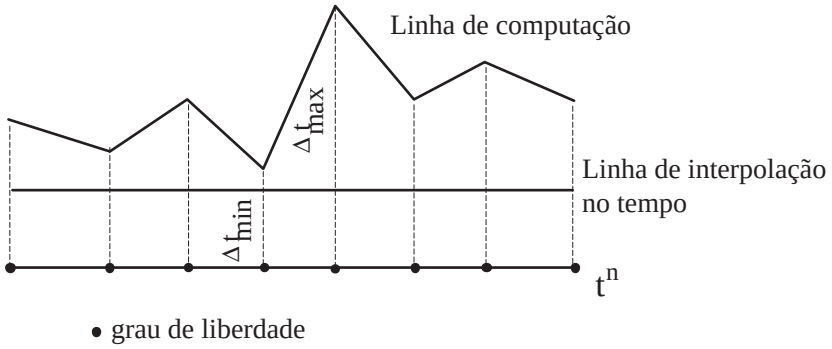


Figura 4.4: Esquema de passo de tempo local.

O algoritmo começa com todos os graus de liberdade ativos e com variáveis definidas no tempo t^n e continua da seguinte forma:

1. `Calcule os passos de tempo dos elementos para velocidade e pressão utilizando o correspondente valor do` NRe.

2. Projete os valores dos passos de tempo dos elementos para os nós da malha, obtendo as distribuições nodais do passo de tempo para $\hat{u}_a$ e $\hat{p}$.

3. Escolha do passo de tempo de interpolação t_{int} equivalente a $0.99\times \Delta t_{min}$

4. Defina o nível de tempo de interpolação $t_{int} = t^n + \Delta t_{int}$.

5. Resolva as equações 4.12 e 4.14 para os graus de liberdade *ativos* utilizando as respectivas distribuições nodais de passo de tempo.

6. Interpole, no domínio do tempo, todos os graus de liberdade ativos.

7. Redefina $t^n = t_{int}$ e retorne para o passo 1.

4.3.2 Remalhagem Adaptativa

O esquema de remalhagem é um precedimento de refinamento de malha inicial (malha de base) e está relacionado apenas à discretização espacial. Entretanto, para problemas transientes, o erro da solução não depende apenas da discretização espacial, mas também da integração no tempo das equações que governam o problema. Assim, alguma forma de adaptação do passo de tempo é necessária quando se analisa problemas transientes.

Neste trabalho, o estimador de erro *a posteriori* proposto por ZIENKIEWICZ e ZHU [72] é utilizado para estimar o erro do gradiente de velocidade e guiar a remalhagem. O algoritmo para escolha do passo de tempo local utilizado em conjunto com o esquema de remalhagem permite a conjunção de refinamentos espacial e de passo de tempo através da equação 4.34, e conduz naturalmente a um procedimento adaptativo simultâneo no tempo e no espaço. Sempre que o esquema de remalhagem cria algum refinamento local para resolver melhor algum aspecto particular do escoamento, a distribuição do passo de tempo também é adaptada em função do tamanho dos elementos, de maneira que a evolução temporal correspondente possa ser seguida apropriadamente.

O esquema gera malhas contendo um número controlado de elementos, de maneira que o erro do gradiente de velocidade torna-se uniformemente distribuído. O procedimento de remalhagem é totalmente automático e acionado durante uma análise transiente, sempre que a variação relativa do erro estimado excede um valor pré-estabelecido. No apêndice A encontram-se os detalhes do esquema de remalhagem utilizado neste trabalho ([71]).

4.4 Simulação das Grandes Escalas

Na seção 3.4.2 viu-se que as equações de Navier-Stokes filtradas, utilizadas na metodologia LES para simulação das grandes escalas de turbulência, têm a forma

$$\rho\left[\frac{\partial\overline{u_a}}{\partial t}+\frac{\partial(\bar{u}_b\bar{u}_a)}{\partial x_b}\right]-\frac{\partial\bar{\tau}_{ab}}{\partial x_b}+\frac{\partial\bar{p}}{\partial x_a}-\bar{f}_a-\frac{\partial\tau^f_{ab}}{\partial x_b}=0 \tag{4.38}$$

onde aparece a contribuição de um tensor adicional, proveniente da filtragem espacial do termo convectivo não-linear:

$$\tau^f_{ab}=\rho[\bar{u}_a\bar{u}_b-\overline{u_a u_b}] \tag{4.39}$$

Na exposição apresentada a seguir, a equação 4.38 acima será relacionada com a discretização das equações de Navier-Stokes obtida através da formulação estabilizada apresentada na seção 4.1.

Partindo das equações de Navier-Stokes não-filtradas, na forma conservativa,

$$\rho\left[\frac{\partial u_a}{\partial t}+\frac{\partial(u_a u_b)}{\partial x_b}\right]-\frac{\partial\tau_{ab}}{\partial x_b}+\frac{\partial p}{\partial x_a}-f_a=0 \tag{4.40}$$

e aproximando a velocidade no nível $n+1$ por série de Taylor de segunda ordem,

$$u_a^{n+1}=u_a^n+\Delta t\frac{\partial u_a^n}{\partial t}+\frac{\Delta t^2}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u_a}{\partial t}\right)^{n+1/2} \tag{4.41}$$

pode-se escrever

$$\rho\left(\frac{u_a^{n+1}-u_a^n}{\Delta t}\right)+\rho\frac{\partial(u_a u_b)^n}{\partial x_b}+\frac{\partial p^n}{\partial x_a}-\frac{\partial\tau^n_{ab}}{\partial x_b}-f_a^n+ \tag{4.42}$$
$$\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\frac{\partial(u_a u_b)}{\partial x_b}+\frac{\partial p}{\partial x_a}-\frac{\partial\tau_{ab}}{\partial x_a}-f_a\right]^{n+1/2}=0$$

ou ainda, mantendo a mesma ordem de aproximação temporal,

$$\rho\left(\frac{u_a^{n+1}-u_a^n}{\Delta t}\right)+\rho\frac{\partial(u_a u_b)^n}{\partial x_b}+\frac{\partial p^{n+1/2}}{\partial x_a}-\frac{\partial \tau_{ab}^{n+1/2}}{\partial x_b}-f_a^{n+1/2}+ \frac{\partial}{\partial x_b}\left[\rho\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial t}(u_a u_b)\right]=0 \tag{4.43}$$

A discretização temporal acima é a base dos métodos de Lax-Wendroff e Taylor-Galerkin. No método de Lax-Wendroff a equação 4.43 é discretizada no espaço com diferenças finitas, enquanto que no método de Taylor-Galerkin a discretização espacial é feita com elementos finitos e formulação de Galerkin. Em ambos os casos o último termo do lado esquerdo da equação 4.43 é responsável pela estabilização do algoritmo, que de outra forma seria instável em face da representação explícita (nível de tempo n) adotada para o termo não-linear $u_a u_b$.

É interessante observar que a equação 4.43 também pode ser interpretada como uma discretização no tempo da equação filtrada, equação 4.38, onde o modelo escolhido para o tensor adicional é dado por

$$\tau_{ab}^f=\rho\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial t}(u_a u_b) \tag{4.44}$$

Na comparação entre as equações 4.38 e 4.43, vale lembrar que o processo de filtragem que gerou a equação 4.38 é meramente um processo formal, que permite identificar uma contribuição originária das escalas não-resolvíveis, o tensor τ_{ab}^f, mas que não indica possíveis formas de fechamento para τ_{ab}^f. Por outro lado, na derivação da equação 4.43, é uma aproximação em série de Taylor que vai determinar a forma do tensor adicional, cuja presença no método numérico implicará, indiretamente, na filtragem das escalas não-resolvíveis. A modelagem de τ_{ab}^f indicada pela equação 4.44 foge, porém, à forma usualmente empregada nas simulações baseadas na metodologia LES. O modelo para τ_{ab}^f da equação 4.44 é essencialmente dinâmico, enquanto que o procedimento ortodoxo no LES é usar modelos envolvendo derivadas espaciais da velocidade.

Introduzindo a discretização espacial com elementos finitos, e usando o método de Galerkin para aproximar a equação 4.43, obtém-se (ver apêndice B):

$$\int_\Omega \left(N_i + \frac{\Delta t}{2} \hat{u}_b^{n+1/2} \frac{\partial N_i}{\partial x_b} \right) R_a^{n+1/2} d\Omega = 0 \tag{4.45}$$

onde

$$R_a^{n+1/2} = \frac{\rho}{\Delta t} \left(\hat{u}_a^{n+1} - \hat{u}_a^n \right) + \rho \hat{u}_b^{n+1/2} \frac{\partial \hat{u}_a^{n+1/2}}{\partial x_b} + \frac{\partial \hat{p}^{n+1/2}}{\partial x_a} - \frac{\partial \tau_{ab}^{n+1/2}}{\partial x_b} - f_a^{n+1/2} \tag{4.46}$$

Nota-se que as equações 4.45 e 4.46 são essencialmente aquelas utilizadas neste trabalho para aproximar a conservação de quantidade de movimento. A única diferença em relação às equações discretizadas apresentadas na seção 4.1 é a aproximação de $\hat{u}_a^{n+1/2}$ por $\hat{u}_a^n$. Assim, a menos desta aproximação, podemos identificar o método LES subjacente à formulação estabilizada utilizada neste trabalho. Ela equivale a utilizar um esquema LES composto dos seguintes passos:

1. Tomar a equação de quantidade de movimento dada por

$$\rho \left[\frac{\partial \bar{u}_a}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_b \bar{u}_a}{\partial x_b} \right] - \frac{\partial \bar{\tau}_{ab}}{\partial x_b} + \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_a} - \bar{f}_a - \frac{\partial \tau_{ab}^f}{\partial x_b} = 0$$

   modelando o tensor τ_{ab}^f como

$$\tau_{ab}^f = \rho \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial t} \left(\bar{u}_a \bar{u}_b \right)$$

2. Introduzir a discretização temporal dada por

$$\begin{aligned} &\rho \left(\frac{\bar{u}_a^{n+1} - \bar{u}_a^n}{\Delta t} \right) + \rho \frac{\partial (\bar{u}_a \bar{u}_b)^n}{\partial x_b} + \frac{\partial \bar{p}^{n+1/2}}{\partial x_a} \\ &- \frac{\partial \bar{\tau}_{ab}^{n+1/2}}{\partial x_b} - f_a^{n+1/2} + \frac{\partial}{\partial x_b} \left[\rho \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial}{\partial t} (\bar{u}_a \bar{u}_b) \right] \end{aligned} \tag{4.47}$$

3. Utilizar o método de Galerkin para implementar a discretização espacial.

Mais uma vez cabe ressaltar aqui a importância do uso do passo de tempo variável no espaço, determinado a partir das escalas de tempo locais. Viu-se que os termos de estabilização que contornam as dificuldades que surgem de problemas com convecção dominante, e da utilização da mesma ordem de interpolação para velocidade e pressão, são modulados pelo passo de tempo local. O uso de um mesmo passo de tempo para toda a malha faz com que torne-se insuficiente a estabilização do método

numérico em regiões onde o Δt local devesse ser maior. A estabilização insuficiente manifesta-se na forma de oscilações espaciais nos campos de velocidade e pressão.

Um outro filtro é aplicado à solução do problema quando é feita a transferência de dados para a nova malha durante o procedimento de remalhamento A.1. Neste procedimento, as contribuições das escalas espaciais que não puderam ser resolvidas, devido à limitação imposta de tamanho mínimo dos elementos, são atenuadas pela dissipação numérica associada à interpolação linear nos elementos de tamanho igual ao valor mínimo prescrio (he_{min}).

Dependendo do problema específico em estudo, o modelo proposto pode mostrar-se de maior ou menor utilidade, como é, aliás, o caso para qualquer metodologia LES, onde necessariamente há escalas não-resolvíveis e algum tipo de modelagem. A utilização de LES em 2D, por exemplo, é uma aproximação que precisa ser verificada *a posteriori*, a partir da comparação com os resultados experimentais.

4.5 Fluxograma do Programa

Neste item é apresentado o algoritmo do programa desenvolvido por DE SAMPAIO e COUTINHO [65] para solução das equações de Navier-Stokes para problemas transientes, incompressíveis e bidimensionais. Este programa utiliza o procedimento LES com modelo sub malha implícito numericamente, discutido anteriormente para simulação dos escoamentos turbulentos, e uma formulação estabilizada de Petrov-Galerkin com elementos triangulares para interpolar os campos de velocidade e pressão. O tamanho mínimo dos elementos (he_{min}) é definido *a priori* por razões de economia de recurso computacional.

Neste fluxograma está incluída também a implementação computacional dos procedimentos para interação fluido estrutura, principal contribuição deste trabalho.

1. Dados de entrada:

   (a) fluido: propriedades físicas, malha inicial, tamanhos máximos e mínimo dos elementos, parâmetros de qualidade da análise, con-

dições iniciais.

(b) estrutura: rigidez, amortecimento e massa.

2. Cálculo do passo de tempo Δt da malha atual, utilizando o correspondente valor do NRe (equações 4.34 e 4.35).

3. Cálculo do novo instante de tempo da análise, de acordo com o algoritmo da seção 4.3.1.

4. Solução do problema de dinâmica do corpo, descrito pela equação 4.25, pelo método de Runge-Kutta. As forças a serem consideradas são provenientes do fluido e calculadas no passo de tempo anterior. Desta solução obtém-se os deslocamentos e as velocidades do corpo, a serem utilizados na solução dinâmica do fluido.

5. Cálculo dos deslocamentos ($\mathbf{d}$) e velocidades da malha ($\mathbf{w}$) na região $\Omega_{ALE}(t)$ resolvendo o problema de Laplace das equações 4.21 a 4.23.

6. Atualização das coordenadas da malha e do vetor velocidade $\mathbf{v}$.

7. Solução das equações de Navier-Stokes na malha atual.

8. Cálculo das forças que serão utilizadas no passo 4 para o próximo instante de tempo.

9. Estimativa de erro e refinamento da malha (de acordo com o apêndice A).

10. Se o tempo de processamento exceder o tempo exigido da análise $\rightarrow$ FIM

11. Caso contrário $\rightarrow$ retorna ao passo 2.

Capítulo 5

Exemplos Numéricos

Os exemplos numéricos que serão apresentados neste capítulo referem-se exclusivamente ao escoamento em torno de perfis não aerodinâmicos. O estudo do comportamento desses perfis, assumindo escoamento incompressível e bidimensional, é relevante em muitas situações práticas de engenharia, pois algumas estruturas sujeitas à ação dinâmica do vento, tais como prédios, torres e pontes, possuem geometrias contendo ângulos retos. Cita-se por exemplo o complexo perfil não aerodinâmico da ponte Rio-Niterói, que é um dos objetos de estudo do presente trabalho.

No capítulo 4 apresentou-se um modelo de turbulência LES, formado pela combinação de uma formulação estabilizada a técnicas adaptativas no espaço e no tempo ([37], [65] e [73]). Ressalta-se novamente a importância dos modelos de turbulência aos problemas de vento em estruturas que pretende-se analisar, onde os valores do número de Reynolds (Re) são elevados e o escoamento, mesmo de incidência laminar, torna-se turbulento ao interagir com o corpo. A este modelo de turbulência agregou-se um algoritmo que permite o estudo de problemas de interação fluido-estrutura, cujos primeiros exemplos testados são apresentados neste trabalho.

As simulações foram realizadas em duas etapas distintas. Na primeira etapa consideraram-se corpos fixos. Foram examinados o escoamento laminar, ao redor de um perfil retangular ($Re = 500$), e escoamentos turbulentos ao redor de seções quadradas e em torno do vão central da ponte Rio-Niterói. Na segunda etapa considerou-se os efeitos dinâmicos dos corpos e as respostas ao escoamento laminar

de uma seção retangular e turbulento na seção da ponte Rio-Niterói são analisados na seção 5.2.

As análises são adimensionalizadas em termos de escalas de referência. As escalas de referência de comprimento são, respectivamente, as alturas dos obstáculos retangular, quadrado e da ponte Rio-Niterói. Em todos os casos essas escalas são denominadas pela letra D. A velocidade de incidência do vento u_0 é a escala de referência de velocidade, ρu_0^2 é a escala de referência de pressão. O tempo é adimensionalizado em relação a D/u_0, ou seja, $t^* = tu_0/D$.

5.1 Casos Aerodinâmicos

Nesta seção são analisados o comportamento aerodinâmico de obstáculos retangular e quadrado e da seção da ponte Rio-Niterói. Uma característica importante dessas seções, e em particular das seções retangular e quadrada, é que, ao contrário das seções circulares, a separação (descolamento da camada limite) do escoamento ocorre em um ponto definido, independentemente do número de Reynolds (Re). Contudo em seções retangulares pode existir o recolamento da camada limite, que afeta consideravelmente as características aerodinâmicas e é função da própria geometria da seção e do valor de Re. Na figura 5.1 mostra-se, por exemplo, o que ocorre com o coeficiente de arrasto, para um escoamento laminar, quando se faz variar a relação largura/altura (B/D) da seção. Nesta figura a área escura representa possíveis valores de C_D.

Os resultados que são apresentados a seguir são avaliados em termos de propriedades estatísticas dos coeficientes de arrasto e sustentação: valor médio ($\bar{C}_D$ e $\bar{C}_L$), desvios padrões (ΔC_{Drms} e ΔC_{Lrms}), além da freqüência de desprendimento de vórtices (f_S), das velocidades médias e da energia cinética total na esteira do obstáculo quadrado. No presente caso de análise com variáveis adimensionalizadas a freqüência f_S resulta no próprio valor do número de Strouhal St (equação 2.1).

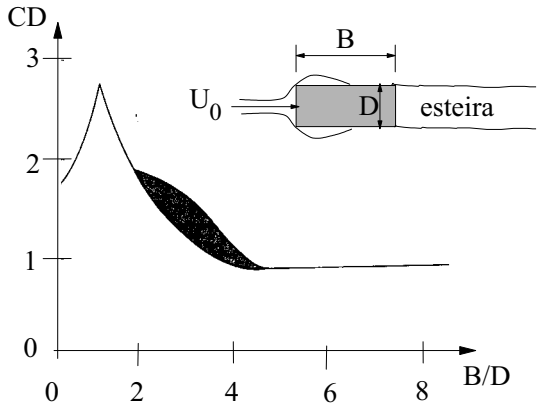


Figura 5.1: Influência da geometria no coeficiente de arrasto de seções retangulares [1].

5.1.1 Obstáculo Retangular

O escoamento laminar em um perfil retangular foi simulado para $Re = 500$, tendo o retângulo a relação largura/altura igual a 4. O domínio espacial está mostrado na figura 5.2. Uma velocidade uniforme com componentes $u_1 = u_0$ e $u_2 = 0$ é prescrita na face AB. Os sub-índices 1 e 2 referem-se aos eixos horizontal e vertical, coincidentes com as direções principais x e y, respectivamente, do corpo. Nas faces AD e BC impõem-se a condição $u_2 = 0$ e na face CD prescreve-se os valores de tensão de superfície livre na direção y e pressão nula. Na superfície impermeável do corpo obedece-se à condição de não deslizamento fazendo $u_1 = 0$ e $u_2 = 0$.

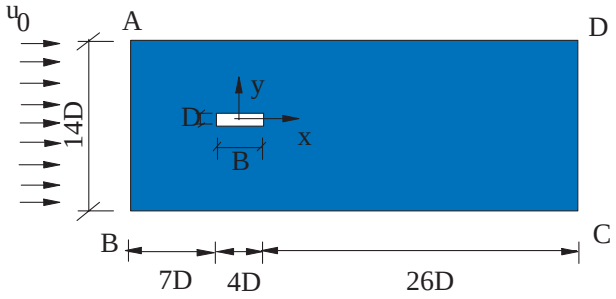


Figura 5.2: Domínio da análise.

A malha inicial, com 3746 nós e 7237 elementos, está mostrada na figura 5.3. Aproximadamente 800 malhas foram utilizadas na análise transiente efetuada no intervalo de tempo $t^* = 0$ a $t^* = 120$, com tamanho mínimo dos elementos (he_{min}) de $0.02D$.

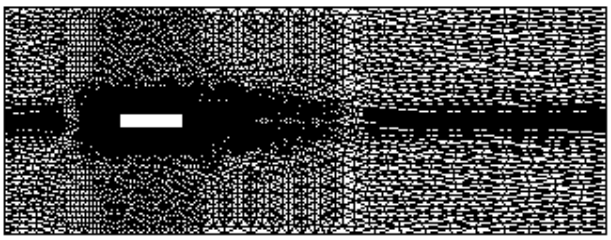


Figura 5.3: Malha inicial.

Os valores obtidos da média de C_D, da meia-amplitude de C_L (δC_L) e do número de Strouhal estão apresentados na tabela 5.1, onde são comparados com os resultados numéricos de MENDES e BRANCO [8] e de OKAJIMA ([23] e [24]). MENDES e BRANCO [8] utilizaram um algoritmo para análise bidimensional de escoamentos incompressíveis com variáveis primitivas e uma formulação em elementos finitos Taylor-Galerkin. O modelo numérico de OKAJIMA [23] e [24], em diferenças finitas, emprega um esquema de diferença *upwind* de terceira ordem também para escoamentos incompressíveis bidimensionais em variáveis primitivas.

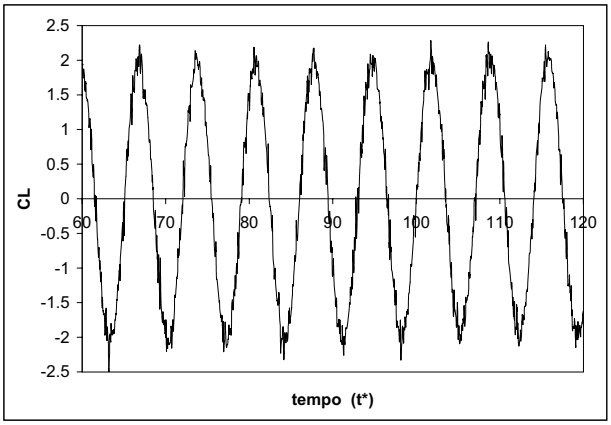
Tabela 5.1: Coeficientes de força e número de Strouhal, $B/D = 4$ e $Re = 500$.

Referência	$\bar{C}_D$	δC_L	St
MENDES e BRANCO [8]	1.364	$\pm$2.00	0.149
OKAJIMA [23], [24]	1.35	$\pm$1.85	0.13
Este trabalho	1.37	$\pm$2.00	0.14

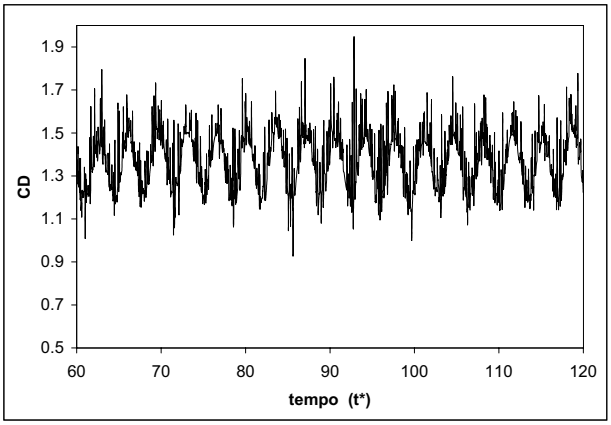
Observa-se na tabela 5.1 uma boa comparação com os demais resultados numéricos. OKAJIMA ([23] e [24]), em conjunto com seus colaboradores, realizou um extenso estudo, experimental e numérico, do comportamento aerodinâmico de obstáculos retangulares, com a razão B/D entre 0.4 a 8 e Reynolds de 0.4 a 1.2×10^3. O modelo numérico por ele utilizado, e consequentemente os resultados fornecidos na tabela 5.1, são validados pelos seus próprios experimentos em túnel de vento [24].

Nos gráficos da figura 5.4 apresentam-se as histórias no tempo dos coeficientes de arrasto e de sustentação obtidos da presente simulação (figura 5.4(a) e 5.4(b)) e os extraídos da referência [8] (figura 5.4(c)). Como pode ser visto, os gráficos da simulação computacional tem aspectos semelhantes aos obtidos por MENDES e BRANCO, tanto em termos das respectivas freqüências quanto em termos das amplitudes das respostas. As oscilações que aparecem nas figuras 5.4(a) e 5.4(b),

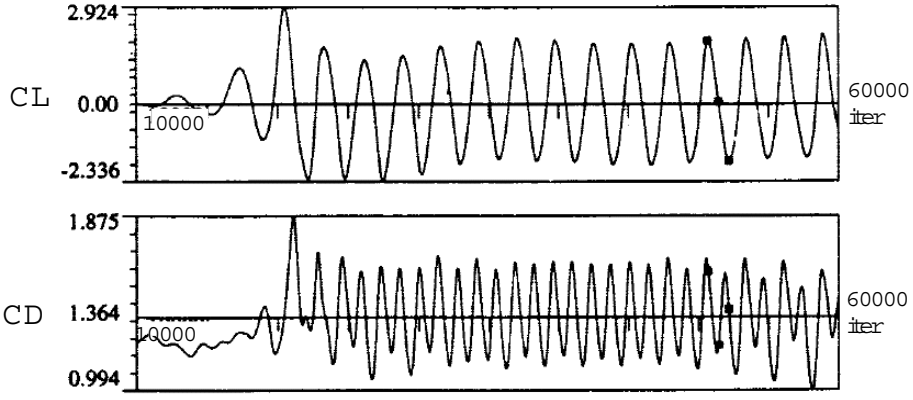
referentes à presente simulação numérica, se devem aos erros associados ao processo de remalhamento, especialmente na superfície do corpo.



(a) História no tempo do coeficiente de sustentação



(b) História no tempo do coeficiente de arrasto



(c) MENDES e BRANCO [8] - $\Delta t = 0.00244 \times iter$.

Figura 5.4: Evolução no tempo dos coeficientes de arrasto e de sustentação.

Na figura 5.5 mostra-se o espectro do coeficiente de sustentação, obtido através de uma transformada rápida de Fourier (FFT). Este espectro é caracterizado pela presença de um pico na freqüência de desprendimento dos vórtices cadenciados.

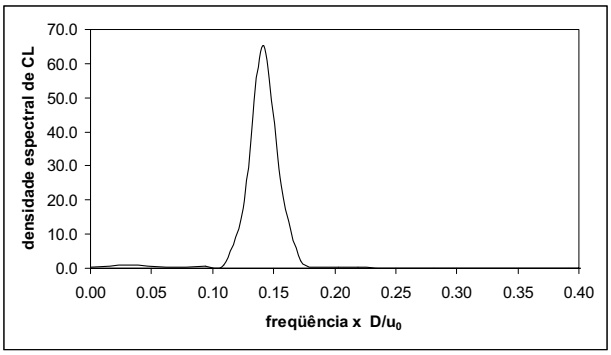
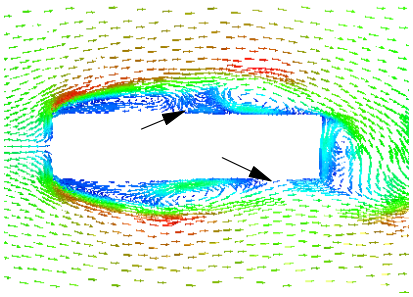
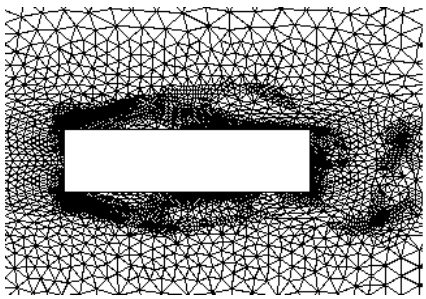


Figura 5.5: Espectro da força de sustentação.

Uma importante característica dos perfis retangulares é a possibilidade de recolamento da camada limite, que afeta o aspecto da esteira resultante e, consequentemente, as propriedades aerodinâmicas do corpo. Os fatores determinantes para que isto ocorra são o número de Re e a razão B/D da seção (vide figura 5.1). Para número de Reynolds igual a 500 e $B/D = 4$ OKAJIMA ([23] e [24]) observou que ocorre recolamento da camada limite. Este mesmo comportamento pode também ser observado nas figuras 5.6(a) e 5.6(b), em que detalhes do campo de velocidade e da malha adaptativa próximos ao retângulo para $t^* = 114$ são apresentados. Nessas figuras as setas indicam pontos de recolamento da camada limite.



(a) Campo de velocidade.



(b) Malha adaptativa.

Figura 5.6: Campo de velocidade e malha adaptativa, obstáculo retangular - $t^* = 114$.

5.1.2 Obstáculo Quadrado

Os estudos analisando-se o escoamento ao redor de obstáculos quadrados foram feitos para os valores do número de Reynolds da ordem de 10^4, 2.2×10^4, 10^5 e 10^6. Na figura 5.7 mostra-se o domínio espacial da análise, onde os eixos principais x e y do corpo coincidem com os eixos horizontal e vertical (1) e (2), respectivamente. As condições de contorno do problema são as mesmas definidas na seção 5.1.1.

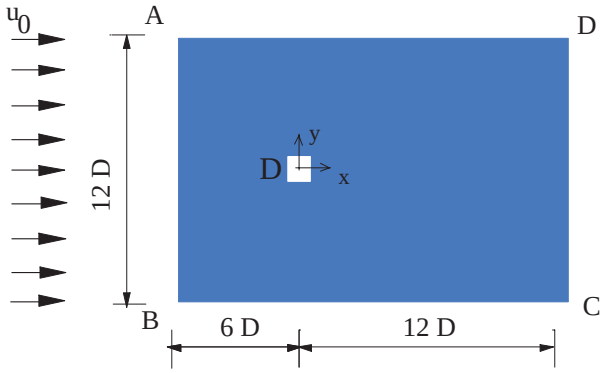


Figura 5.7: Domínio da análise.

A malha inicial, com 3478 nós e 6772 elementos, é vista na figura 5.8. Aproximadamente 800 malhas foram utilizadas na análise transiente efetuada no intervalo de tempo $t^* = 0$ a $t^* = 120$, com tamanho mínimo dos elementos de $0.02D$. Obviamente, este nível de refinamento espacial não é suficiente para simular os efeitos na fina camada limite que caracteriza o escoamento a elevados valores do número de Reynolds. Entretanto, para corpos que apresentam cantos vivos, como é o caso dos obstáculos quadrados, a separação na camada limite, e o escoamento padrão associado, são muito mais fortemente influenciados pela presença de cantos vivos do que pelos mecanismos da camada limite ([1], [37], [38] e [39]).

Comparação com Resultados Experimentais e Outros Resultados Numéricos

Os resultados numéricos obtidos da simulação bidimensional com modelo LES de turbulência do presente trabalho serão designados pela nomenclatura **LES2D**. Primeiramente, na tabela 5.2 é feita a comparação com resultados experimentais de LEE [74],

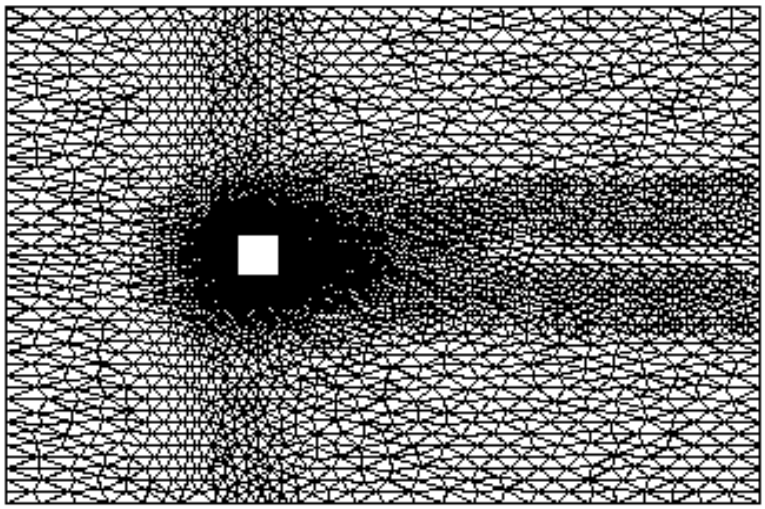


Figura 5.8: Malha inicial.

VICKERY [75] e LYN e RODI [76].

Tabela 5.2: Resultados numéricos (**LES2D**) e experimentais para Re entre 10^4 a 10^6.

Experimental	**Re**	$\bar{C}_L$	ΔC_{Lrms}	$\bar{C}_D$	ΔC_{Drms}	**St**
Lee [74]	1.75×10^5	0	1.32	2.05	$0.16 - 0.23$	0.12
Vickery [75]	10^5	-	1.32	2.05	0.17	0.12
Lyn [76]	21400	-	-	2.10	-	0.13
Numérico	**Re**	$\bar{C}_L$	ΔC_{Lrms}	$\bar{C}_D$	ΔC_{Drms}	**St**
LES 2D	10^4	0.12	1.47	2.10	0.57	0.16
	10^5	-0.08	1.37	2.11	0.58	0.16
	10^6	0.13	1.45	2.06	0.6	0.16

Observa-se nesta tabela que os valores das médias do coeficiente de arrasto estão de acordo com os experimentais. Para obstáculos quadrados e para os valores do número de Reynolds analisados, este parâmetro é praticamente insensível à variação do número de Reynolds, permanecendo constante e aproximadamente igual a 2 [1]. Isto porque a dependência com o número de Reynolds estaria relacionada com o ponto de separação do escoamento na superfície do corpo. Quando este ponto é fixo, como é o caso de obstáculos retangulares, essa dependência desaparece. Esta situação, contudo, é bem diferente quando se estuda corpos com geometrias de curvaturas suaves, como cilindros circulares. Nestes casos o escoamento dependerá

do número de Reynolds e uma boa resolução da malha na camada limite é necessária para se capturar importantes fenômenos como o de *Drag Crisis*, que é um fenômeno caracterizado por uma queda brusca do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds ([37] e [73]).

Outro fator que influencia a relação entre o número de Reynolds e a força de arrasto é a razão largura/altura da seção (vide figura 5.1). Para perfis retangulares com largura maior do que a altura existe a possibilidade de nova aderência do escoamento, resultando em uma queda no arrasto, como pode ser observado no primeiro exemplo 5.1.1. A brevidade da seção quadrada, contudo, impede essa aderência [1] e [77].

Por outro lado, a média do coeficiente de sustentação C_L deve permanecer próxima a zero por simetria do obstáculo e do escoamento. Na simulação **LES2D** os valores obtidos foram bem próximos a este valor, principalmente para $Re = 10^5$. Acredita-se que estendendo um pouco mais o tempo da simulação a média zero seria precisamente alcançada.

Os valores experimentais do desvio padrão (ΔC_{Lrms}) estão relacionados à intensidade de turbulência do escoamento incidente. Para escoamentos de incidência laminares VICKERY [75] e LEE [74] obtiveram o valor de 1.32, ao passo que o valor encontrado neste trabalho, para $Re = 10^5$, foi de 1.37, revelando ótima concordância com os resultados experimentais. Por outro lado verifica-se para o número de Strouhal uma certa diferença de valores.

Discrepâncias são observadas em relação ao desvio padrão do coeficiente de arrasto e em relação ao número de Strouhal. Com relação ao número de Strouhal, MURAKAMI *et. al.* [22] comparam os resultados em termos do número de Strouhal para simulações numérica $2D$ e $3D$ de um obstáculo quadrado e reportam um valor obtido da análise $2D$ próximo a 0.16, enquanto que o da simulação $3D$ ficou próximo ao experimental de VICKERY [75].

São feitas agora comparações com outros procedimentos numéricos. RODI *et al.* [4] realizaram um seminário sobre os modelos de turbulência LES onde reuniram uma série de resultados de simulações $3D$ para $Re = 22000$ realizadas por vários grupos

de pesquisa com diferentes métodos numéricos, malhas e condições de contorno. Na tabela 5.3 estão os nomes dos grupos participantes e algumas características particulares de cada simulação e na tabela 5.4 estão o nome dos pesquisadores e suas respectivas afiliações. Na tabela 5.5 estão apresentados os resultados obtidos por cada grupo juntamente com os obtidos neste trabalho.

Tabela 5.3: Grupos de estudo - parâmetros e métodos - apresentados no seminário *Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop* [4].

Grupos de pesquisa	**Esquema de convecção**	**Malha**	**Modelo** *sub-grid*	**Cond. Cont. de parede**
Kawamu	*Upwind*	$DF125 \times 78 \times 20$	-	ND
Umist1	Central	$FV140 \times 81 \times 13$	Smag.	FP
Umist2	Central	$FV140 \times 81 \times 13$	Din.	FP
Umist3	Central	$FV140 \times 81 \times 13$	Din.	FP
Illinois1	QUICK	$FV144 \times 128 \times 32$	Din.	ND
Illinois2	QUICK	$FV176 \times 144 \times 32$	Din.	ND
Ukahi1	Central	$FV109 \times 105 \times 20$	Smag.	FP
Ukahi2	Central	$FV146 \times 146 \times 20$	Smag.	FP
Tamu1	*Upwind*	$FV202 \times 100 \times 102$	-	ND
Tamu2	*Upwind*	$FV165 \times 113 \times 17$	Din.	ND/FP
Edf-fe1	Mét. das Caract.	$FE76159$	Smag.	FP
Edf-fe2	Mét. das Caract.	$FE76159$	Smag.	FP
Onera	Misto (FE/FV)	$FV231 \times 125 \times 21$	Escala Mista	ND
Tudelft	Central	$FV274 \times 280 \times 50$	Smag.	ND
IIs-Koba	QUICK	$FV83 \times 63 \times 16$	Smag.	ND
IIs-Mura	Central	$FV100 \times 92 \times 22$	misto	FP

Tabela 5.4: Participantes do seminário *Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop* [4].

Grupos de pesquisa	**Pesquisadores**	**Afiliações**
Kawamu	H. Kawamura, N. Kawashima	Science Univ. of Tokyo
Umist1, **Umist2** e **Umist3**	F. Archambeau, D. Laurence M.A. Leschziner	EDF/LNH Chatou, França UMIST, Manchester, Reino Unido
Illinois1 e **Illinois2**	G.Wang, S.P.Vanka.	Univ. of Illinois, Urbana-Champaign E.U.A.
Ukahi1 e **Ukahi2**	M. Pourquie, M. Breuer M.Rodi	Univ. of Karlsruhe Alemanha
Tamu1 e **Tamu2**	T. Tamura, Y. Itoh, a. Takamura	Inst. of Technology Tóquio, Japão
Edf-fe1 e **Edf-fe2**	P.Miet, D. Laurence, B. Nitrosso	Chatou, França
Onera	K. Dang-Tran, P.Sagaut	ONERA, Chatillon, França
Tudelf	Boersma, Timmermans	FTM Nieuwstadt, Delt Univ. Technology, Países Baixos
IIs-Koba	T. Kabayashi, N. Taniguchi T. Kogaki	Inst. of Ind. Sc. Univ. of Tokyo, Japão
IIs-Mura	S. Murakami, S. Iisuka A. Mochida, Y. Tominaga	Inst. of Sc. Niigata, Univ. of Tokyo, Japão

Tabela 5.5: Dados Estatísticos dos Coeficientes de Força - Resultados Numéricos para $Re = 22000$ - Comparação com outros Resultados Numéricos [4].

Grupos de pesquisa	$\bar{C}_L$	ΔC_{Lrms}	$\bar{C}_D$	ΔC_{Drms}	**St**
Kawamu	-0.005	1.33	2.58	0.27	0.15
Umist1	0.0	-	2.39	-	0.125
Umist2	0.0	-	2.02	-	0.09
Umist3	0.0	-	1.93	-	0.137
Illinois1	-0.03	1.38	2.67	0.24	0.13
Illinois2	-0.02	1.40	2.52	0.27	0.13
Ukahi1	-0.02	1.01	2.20	0.14	0.13
Ukahi2	-0.04	1.15	2.30	0.14	0.13
Edf-fe1	0.03	0.73	1.86	0.12	0.13
Edf-fe2	0.007	0.38	1.66	0.1	0.066
Tamu1	-0.03	1.37	2.28	0.2	0.13
Tamu2	-0.09	1.79	2.77	0.19	0.14
Onera	-0.01	0.65	2.01	0.18	0.11
Tudelft	-	-	1.96	-	0.14
IIs-Koba	-0.3	1.31	2.04	0.26	0.13
IIs-Mura	-	-	2.06	0.13	-
LES2D	-0.005	1.75	2.03	0.60	0.16

A respeito dos valores expostos na tabela 5.5, os organizadores do seminário [4], comentam que, em termos do número de Strouhal, a maioria dos resultados encontra-se na faixa de variação dos resultados experimentais, estes últimos apresentados na tabela 5.2. Aparentemente, esta quantidade não é muito sensível aos parâmetros da simulação e um resultado exato do número de Strouhal não é necessariamente uma indicação da qualidade da simulação [4].

Os resultados das médias dos coeficientes de arrasto variam mais do que o número de Strouhal (em torno de 20% dos resultados experimentais). Segundo RODI *et al.* [4] as simulações que utilizaram funções de parede (FP) [1] produziram resultados relativamente próximos aos experimentais, enquanto aqueles com condições de não deslizamento tenderam a produzir elevados valores do coeficiente de arrasto. Neste trabalho porém, mesmo não tendo sido utilizada nenhuma função de parede, os resultados (**LES2D**) em termos da média do coeficiente de arrasto foram tão satisfatórios quanto aqueles que empregaram funções de paredes.

Verifica-se, de uma forma geral, que os resultados obtidos concordam com as soluções mais refinadas em volumes finitos, identificados na tabela 5.5 como sendo **Ukahi1, Ukahi2, Tamu1, Onera** e **IIs-Mura**.

Na figura 5.9 apresenta-se a variação da velocidade média ($\mathbf{u}$) ao longo da linha média na esteira do obstáculo. Os resultados plotados são adimensionalizados em relação à velocidade de entrada do escoamento (u_0) e em relação à dimensão característica do quadrado (D). O perfil de velocidade é comparado com alguns resultados selecionados do seminário organizado por RODI *et al.* e com resultado experimental.

Observa-se dos resultados experimentais que a tendência do perfil de velocidade é a de recuperar parcialmente a sua velocidade de incidência (em torno de 60%), tendendo a se estabilizar neste valor a partir da distância ao centro do quadrado $x/D \approx 3$. Esta tendência de estabilização foi verificada em quase todas as simulações sendo que o valor obtido da simulação **LES2D** foi de 70%, estando próximo à curva experimental.

[1] Funções de parede são funções semi-empíricas introduzidas à formulação com o objetivo de compensar o refinamento insuficiente próximo aos obstáculos.

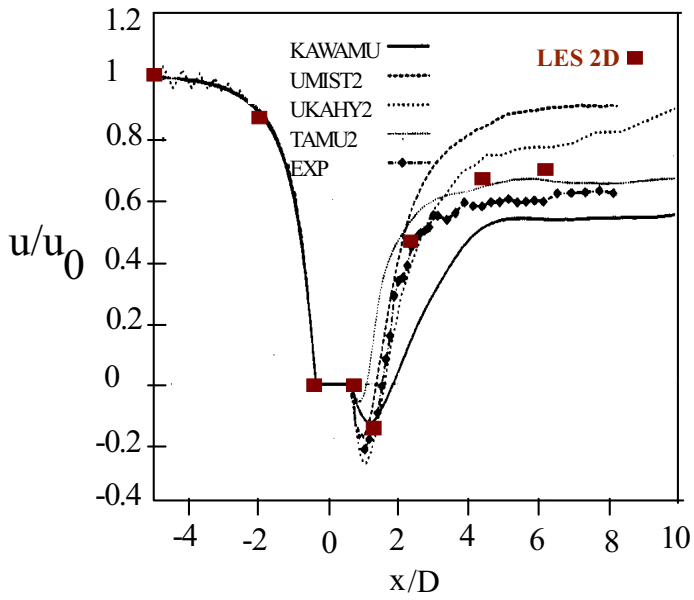


Figura 5.9: Variação da velocidade média a longo do eico x para $Re = 22000$. Comparação com resultados do seminário *Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop* [4] e com resultados experimentais.

Foram feitas também comparações com outros resultados numéricos apresentados por BOURIS e BERGELES [5]. As figuras 5.10 e 5.11 mostram a variação das velocidades médias e da energia cinética ao longo de x, respectivamente, adimensionalizadas em relação a u_0 e u_0^2.

A energia cinética das flutuações k da figura 5.11 é calculada da seguinte forma:

$$k = 0.5\left(\overline{u_1^{'2}} + \overline{u_2^{'2}}\right) \tag{5.1}$$

onde $u_1^{'} = u_1^{'}(t) = u_1(t) - \bar{u}_1$, $u_2^{'} = u_2^{'}(t) = u_2(t) - \bar{u}_2$ e as quantidades com barras indicam médias temporais.

As simulações numéricas bidimensionais de BOURIS e BERGELES [5] foram feitas com tratamento da turbulência pelo método LES e modelo sub-malha de Smagorinsky. O escoamento turbulento é representado por um modelo "quase"-bidimensional obtido de um procedimento numérico baseado em uma aproximação média espacial das equações de Navier-Stokes ao longo do volume definido pela malha computacional. Foi utilizada uma malha estruturada 300×350 com a linha da grade a uma distância mínima δy de $4 \times 10^{-4} D$ da parede do obstáculo (D é o lado do quadrado).

A malha utilizada por MURAKAMI *et al.* [20] continha $104 \times 69 \times 10$ elementos com $\delta y = 0.022D$. A malha de Breuer e Pourquiè é da ordem de $146 \times 146 \times 10$ elementos à uma distância mínima de $\delta y = 0.01D$ [5]. Franke e Rodi utilizam malha com 186×156 e $\delta y/D = 0.00125$ [5]. Os resultados experimentais de LYN e RODI [76], mostrados na figura 5.10 e 5.11 referem-se às mesmas experiências reportadas anteriormente para na tabela 5.2 $Re = 22000$.

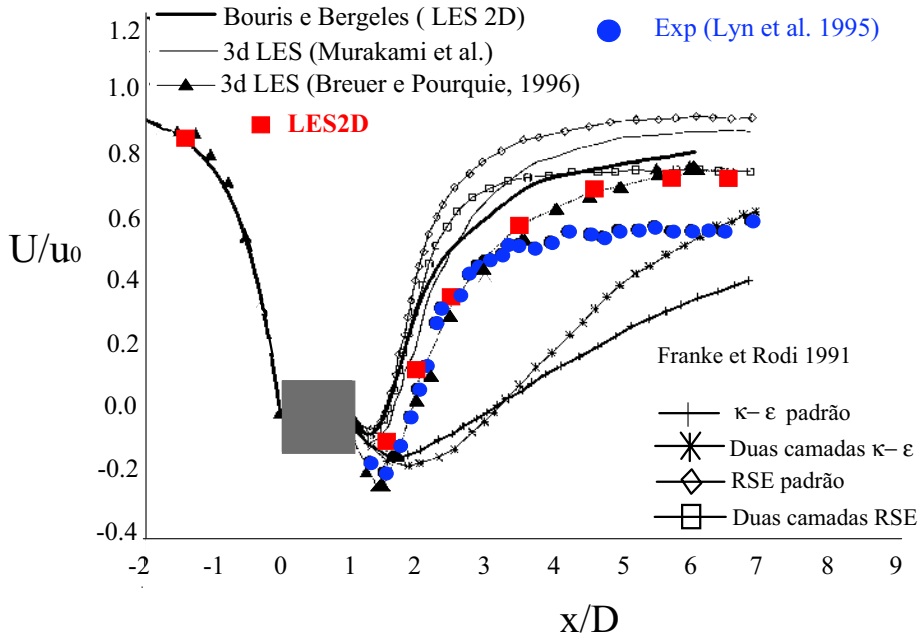


Figura 5.10: Distribuição da velocidade média em relação a x para $Re = 22000$. Comparação com resultados numéricos de BOURIS e BERGELES [5] e com resultados experimentais.

Observa-se, de uma forma geral, tanto na figura 5.10 quanto na figura 5.11, que os resultados dos modelos $\kappa-\epsilon$ não condizem com os demais resultados apresentados. A mesma tendência de estabilização da velocidade na esteira do quadrado é observada na figura 5.10 para a maioria das análises. Entretanto, exceto as curvas do modelo $\kappa - \epsilon$, as demais estabilizam-se em valores acima do experimental e pouco mais próximo do obstáculo. Verifica-se ainda que até a abscissa $x/D = 2$ os valores da simulação **LES2D** acompanham a curva experimental e da simulação $3D$ de MURAKAMI *et al.* [20].

Com relação à figura 5.11 nota-se que, principalmente próximo ao obstáculo a curva **LES2D** acompanha a curva experimental. Após a abscissa $x/D \approx 2$ ocorre

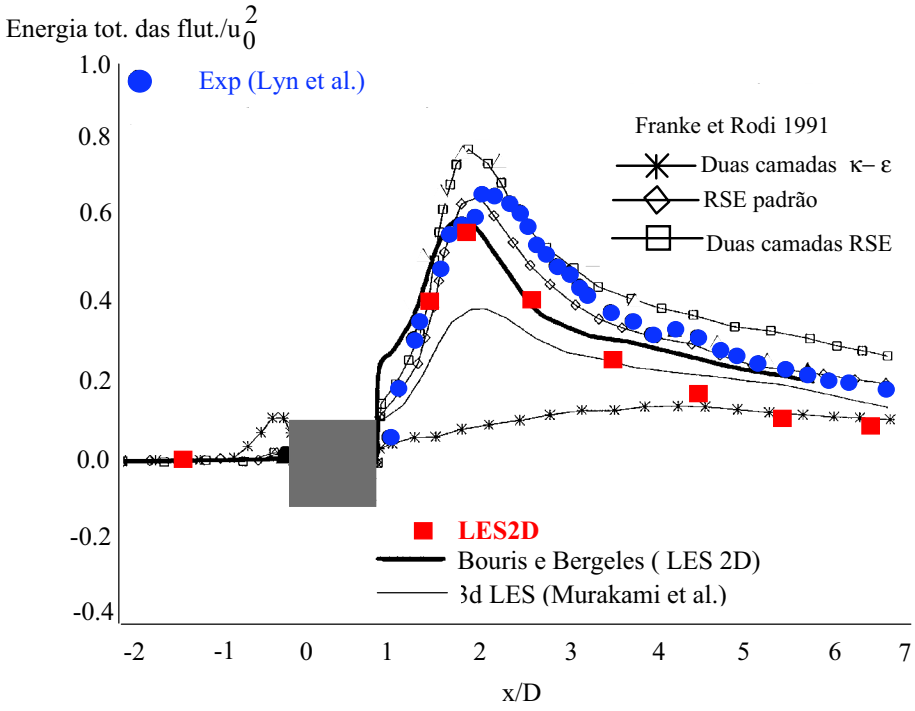


Figura 5.11: Variação da energia cinética das flutuações em relação a x para $Re = 22000$. Comparação com resultados numéricos de BOURIS e BERGELES [5] e com resultados experimentais.

uma queda na curva de energia cinética, sendo que a queda na curva **LES2D** ocorre um pouco mais abaixo da curva experimental.

No gráfico 5.12 tem-se as histórias dos coeficientes de arrasto e de sustenção para $Re = 10^5$ e no gráfico 5.13 o espectro das flutuações da força de sustentação para $Re = 10^5$. Detalhe da malha adaptativa próximo ao quadrado e do campo de velocidade para $Re = 10^5$ e $t^* = 120$ estão mostrados nas figuras 5.14.

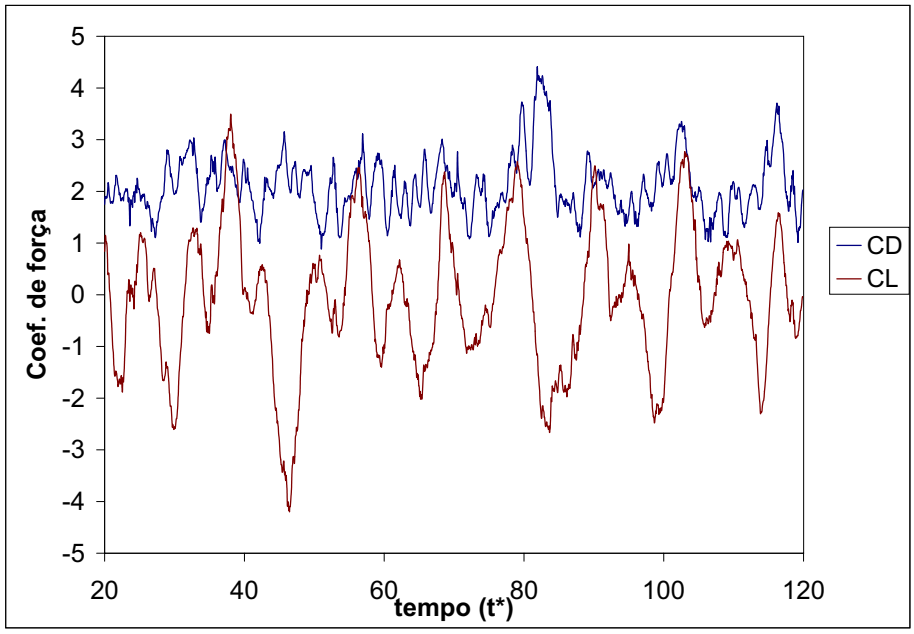


Figura 5.12: História no tempo dos coeficientes de força - $Re = 10^5$ e $t^* = 20$ a 120.

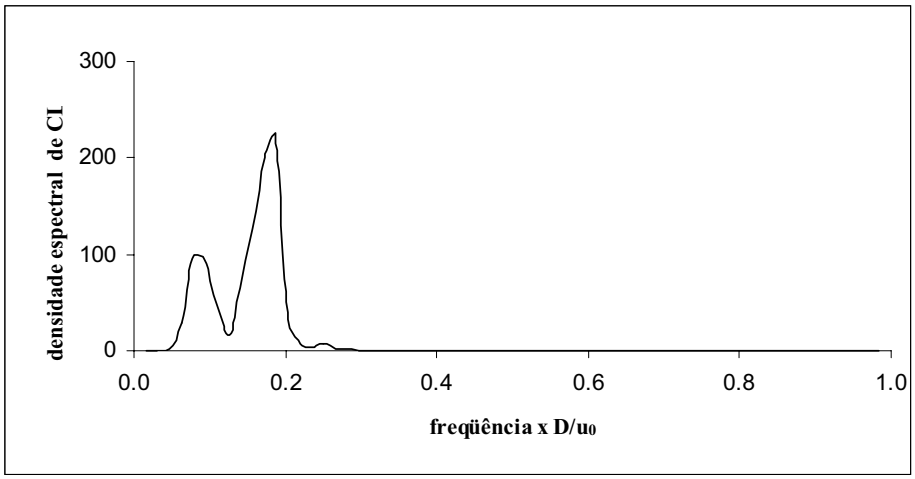
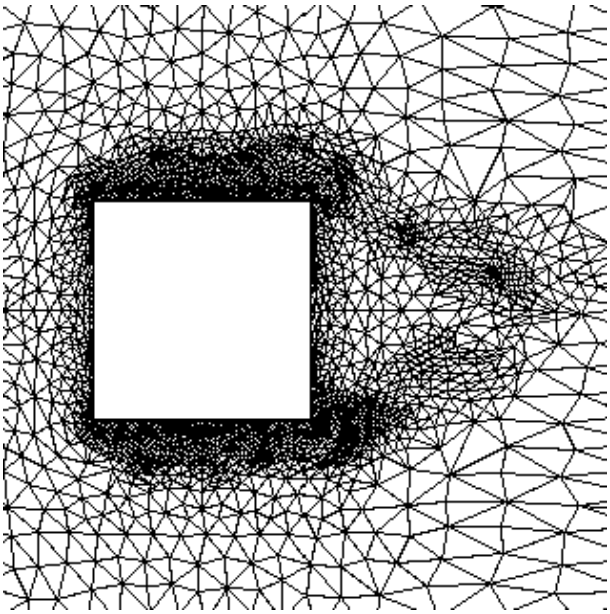
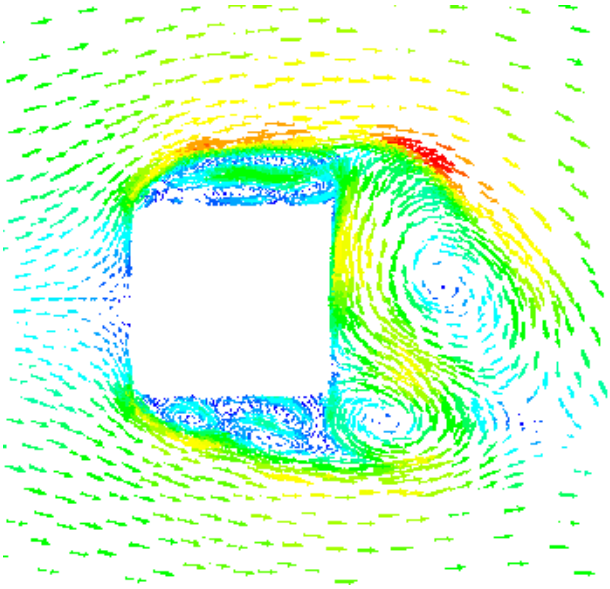


Figura 5.13: Espectro das flutuações da força de sustentação - $Re = 10^5$.



(a) Malha adaptativa.



(b) Campo de velocidade.

Figura 5.14: Detalhe da malha adaptativa e do campo de velocidades para $t^* = 120$ e $Re = 10^5$.

Resposta a Diferentes Ângulos de Ataque

Investigaram-se ainda situações em que o ângulo de incidência do vento (α), definido pela projeção da direção do escoamento ao longo do eixo principal x do corpo, são diferentes de zero. Na figura 5.15 ilustra-se os sistemas de eixos para $\alpha > 0$.

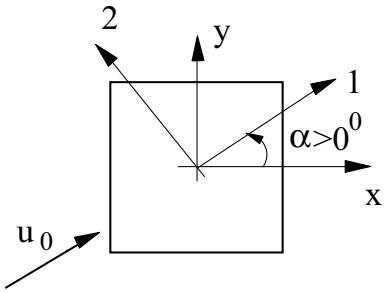


Figura 5.15: Sistemas de eixos para $\alpha > 0$.

Na tabela 5.6 apresentam-se os valores para $\alpha = 2^0$ e 4^0 e os valores dos ensaios experimentais de LEE [74], para $Re = 1.75 \times 10^5$. Observa-se que os resultados para $\alpha \neq 0^0$ não comparam tão bem quanto para $\alpha = 0^0$, principalmente em relação aos valores dos coeficiente de arrasto e dos desvios padrões desta resposta.

Tabela 5.6: Parâmetros estatísticos dos coeficientes de força para $\alpha = 2^0$ e $\alpha = 4^0$.

$\alpha = 2^0$	$\bar{C}_D$	$\bar{C}_L$	ΔC_{Lrms}	$\alpha = 4^0$	$\bar{C}_D$	$\bar{C}_L$	ΔC_{Lrms}
LEE [74]	2.15	-0.10	1.28	LEE [74]	2.12	-0.28	1.19
LES2D	1.35	0.098	1.65	**LES2D**	2.85	0.24	1.63

Esse estudo preliminar tem a finalidade de observar o comportamento do corpo frente a vários ângulos de ataque e permitir uma análise futura do fenômeno de instabilidade torcional aerodinâmica. Contudo, os resultados obtidos, principalmente para $\alpha = 4^0$ indicam que a modelagem adotada não foi capaz de capturar alguns efeitos que surgem para $\alpha \neq 0^0$, e investigações futuras serão necessárias.

5.1.3 Ponte Rio-Niterói

Descrição do Problema

A ponte Rio-Niterói, inaugurada em 1974, fica situada sobre a baía da Guanabara, ligando as cidades do Rio de Janeiro e de Niterói. Uma foto do perfil longitudinal dos 3 vãos centrais da ponte está mostrada na figura 5.16.

Sob o ponto de vista estrutural esta ponte apresenta três trechos principais [7]: vãos centrais junto ao canal de navegação, vãos de acesso ao mar e vãos de acesso em terra. É no trecho central da ponte que ocorrem os problemas de vibrações por flexão vertical causada pelo desprendimento cadenciado de vórtices [6]. Este trecho, ilustrado na figura 5.17, é constituído por 2 vigas contínuas metálicas celulares com vão central de 300 m e vãos laterais de 200 m. A seção transversal é mostrada na figura 5.18. O vão central de navegação de 300 m é ainda o maior no mundo em viga reta de aço.

Figura 5.16: Vista da ponte Rio-Niterói pelo aeroporto Santos Dumont, localizado próximo à entrada da baía de Guanabara [6].

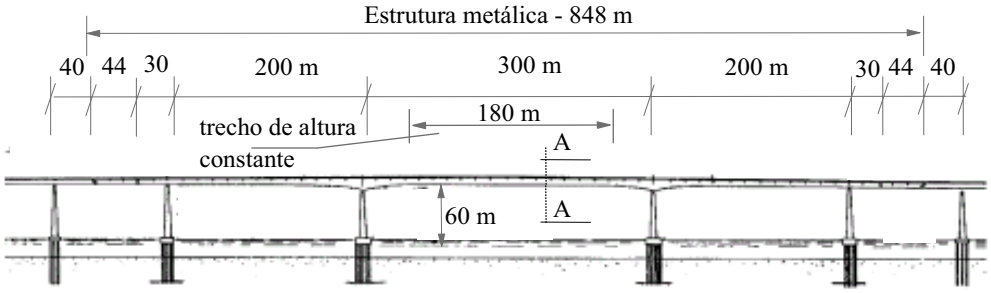


Figura 5.17: Elevação dos vãos centrais da ponte Rio-Niterói [6].

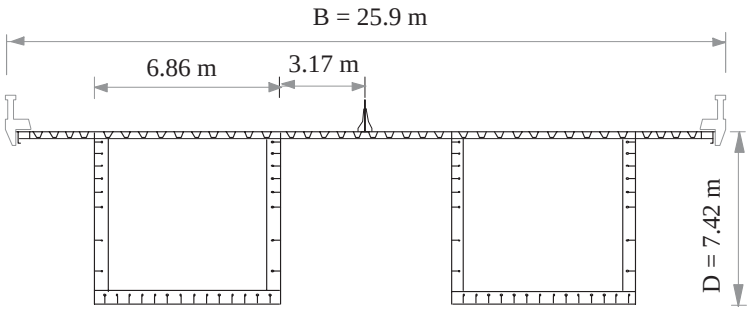


Figura 5.18: Seção transversal da ponte - corte AA da figura 5.17 - da estrutura metálica da ponte Rio-Niterói [6].

Os três vãos centrais, que totalizam o comprimento de 848 m se posicionam na direção quase perpendicular à entrada da baía de Guanabara, como visto na figura 5.19. Ventos originários do mar aberto pelo quadrante sudoeste são extremamente potentes nesta região e velocidades da ordem 50 - 70 km/h possuem grande probabilidade de ocorrência. A ponte fica então sujeita a forças de vento causadas pelo vento de incidência laminar, pois não existem obstáculos próximos que poderiam gerar turbulência.

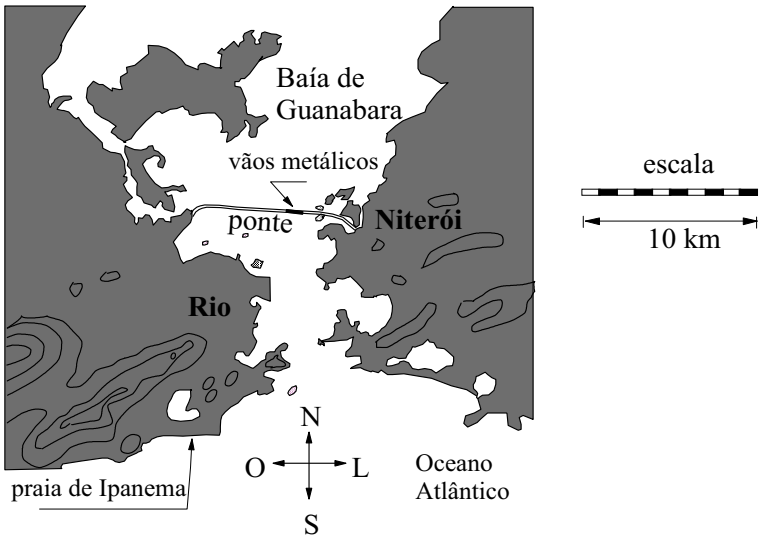


Figura 5.19: Disposição dos vãos metálicos da ponte Rio-Niterói [6].

De acordo com os resultados experimentais obtidos em ensaios de modelo reduzido em túnel de vento [9], para o primeiro modo de flexão vertical da ponte, com freqüência de 0.32 Hz, as máximas amplitudes ocorrem para velocidades de vento entre 60 a 70 km/h. Para o segundo modo de flexão vertical, a freqüência é de 0.55 Hz e as amplitudes máximas ocorrem para ventos com velocidade entre 100 a 120

km/h. Para o modo de torção não foram observadas vibrações por vorticidade e nem instabilidade aerodinâmica para ventos até 200 km/h. Assim, ventos a velocidades relativamente baixas, próximas a 60 km/h, têm provocado oscilações, na seção não aerodinâmica da ponte, no primeiro modo de flexão vertical. Quando isto ocorre, a ponte é fechada ao tráfico dos veículos como medida de segurança e garantia do conforto dos usuários. Com base em resultados de análises teóricas e experimentais, tem sido demonstrado que medidas de controle podem ser adotadas para atenuar estas oscilações [6]. Monitoramento contínuo e estudos do seu comportamento tem sido feitos deste 1997 [40].

A seguir apresentam-se os resultados da simulação numérica para a ponte em repouso e no item 5.2.2 são mostrados os resultados para a seção da ponte oscilando na direção vertical.

Modelos Analisados da Seção da Ponte e Resultados Numéricos

Os modelos a seguir apresentados representam o trecho central de 180 m da figura 5.17 no qual a altura é constante e igual a 7.42 m (como se vê na figura 5.18). Neste trecho de seção constante o escoamento pode ser, a princípio, considerado bidimensional.

Foi testado um modelo bidimensional da ponte cuja seção modelada está representada na figura 5.18. Na figura 5.20 tem-se o domínio analisado. As condições de contorno são as mesmas utilizadas nos exemplos dos obstáculos retangular e quadrado.

Sabe-se de trabalhos anteriores realizados em outras seções de ponte [30], [34] que a geometria de pequenos detalhes da seção transversal influencia as propriedades aerodinâmicas. Assim, para modelar a seção da ponte Rio-Niterói, as estruturas acessórias das medianas e guarda-corpos foram também consideradas. As medianas são elementos contínuos, de 85 cm de altura e 60 cm de largura, e tem a função de separar fisicamente as pistas e absorver os impactos de veículos desgovernados. Os guarda-corpos são barreiras laterais compostas por uma viga horizontal apoiada a cada 3.30 m em pilares verticais. Na figura 5.21 tem-se uma foto da mediana e do

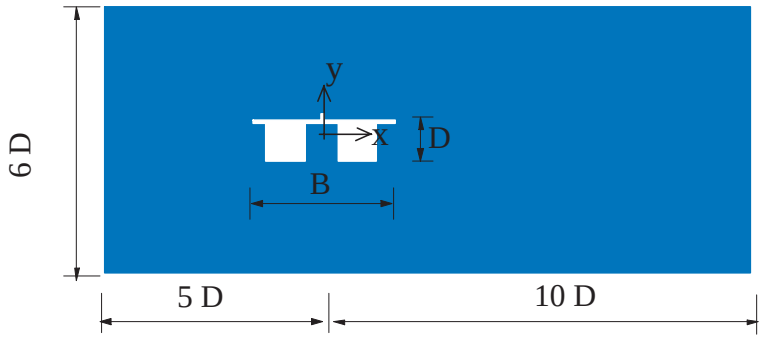


Figura 5.20: Domínio analisado.

guarda-corpos da ponte do trecho central metálico ainda na etapa construtiva. A figura 5.22(a) é uma ilustração da geometria da barreira lateral.

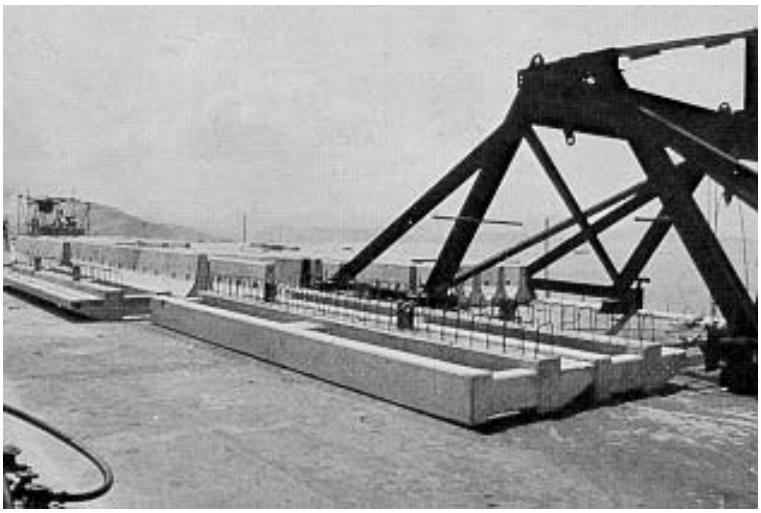
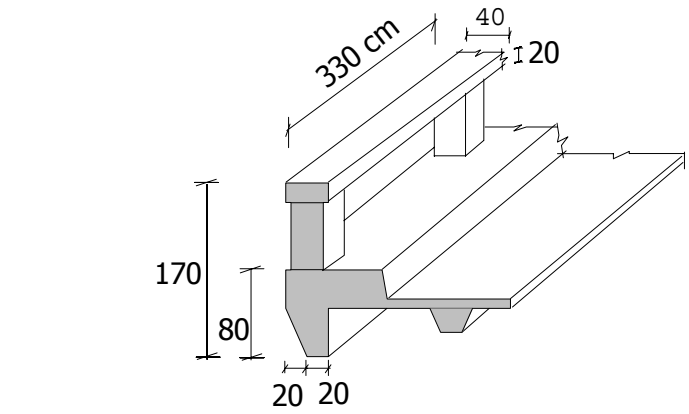


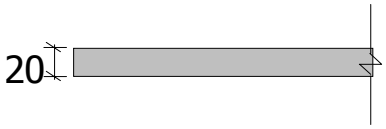
Figura 5.21: Mediana e quarda-corpos no trecho central metálico em fase de montagem [7]

Na modelagem destes últimos elementos, houve a preocupação em se escolher adequadamente o perfil bidimensional que melhor se aproxime dos resultados reais. Quatro modelos com diferentes geometrias da barreira lateral foram testados; estes estão ilustrados nas figuras 5.22(b) a 5.22(e). O modelo 1 não possui barreira lateral enquanto o modelo 2 possui somente uma parte deste elemento. Os modelos 3 e 4 correspondem à seção transversal da barreira entre os pilares e no pilar, respectivamente.

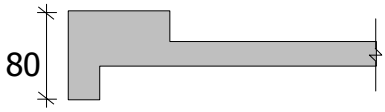
Na figura 5.23 tem-se um detalhe da malha inicial utilizada na análise do modelo



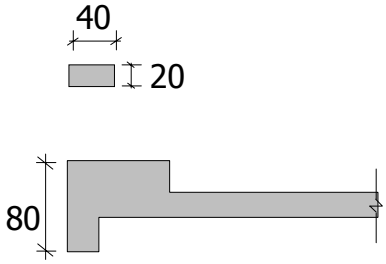
(a) Geometria da barreira



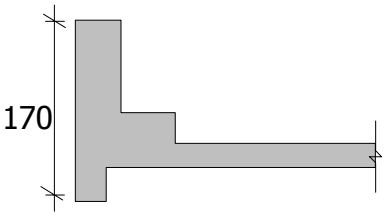
(b) Modelo 1



(c) Modelo 2



(d) Modelo 3



(e) Modelo 4

Figura 5.22: Detalhes das barreiras laterais e as diferentes geometrias testadas (dimensões em cm).

3, com 8502 nós e 16448 elementos. As malhas adaptativas utilizadas em todas as simulações continham aproximadamente 25000 elementos, com tamanho mínimo de $0.01D$. Aproximadamente 2000 malhas foram usadas na análise transiente para $t^* = 0$ a $t^* = 200$.

A tabela 5.7 apresenta os resultados para os modelos analisados em termos do número de Strouhal e das médias dos coeficientes C_D e C_L para $Re = 10^6$ que são comparados aos valores experimentais obtidos de um ensaio em modelo seccional em túnel de vento [9].

Observa-se da tabela 5.7 que o modelo 4, com barreira lateral não permeável, apresenta uma significante discrepância em relação aos resultados dos demais modelos. O coeficiente de arrasto obtido foi aproximadamente 30% superior ao obtido

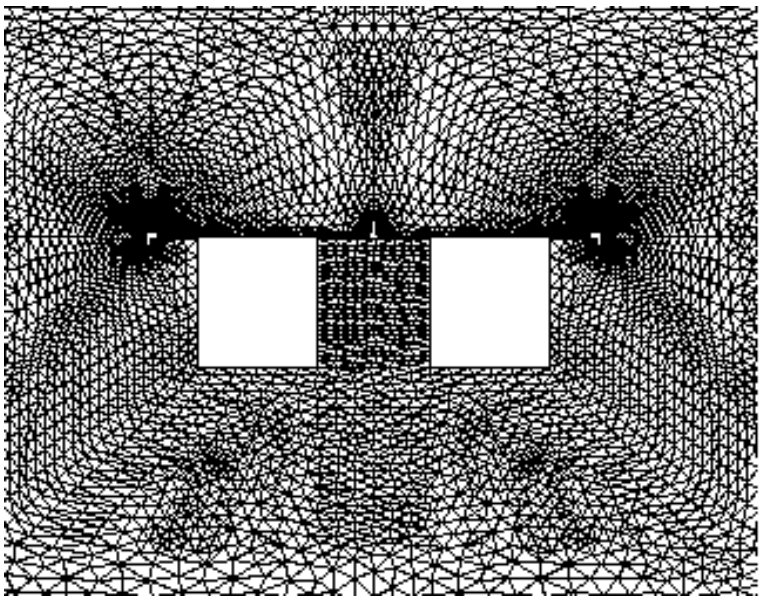


Figura 5.23: Malha inicial do modelo 3.

Tabela 5.7: Resultados numéricos e experimentais da ponte Rio-Niterói.

	St	$\bar{C}_D$	$\bar{C}_L$
Modelo1	0.15	0.50	0.30
Modelo2	0.15	0.53	0.35
Modelo3	0.15	0.55	0.25
Modelo4	0.15	0.65	0.03
Experimental[9]	0.14	0.42	0.25

para o modelo 2 e o coeficiente de sustentação foi praticamente zero, enfatizando a importância da barreira lateral no comportamento aerodinâmico da ponte.

Comparando-se os resultados numéricos com os experimentais, o modelo 3 pode ser considerado como a melhor representação bidimensional do guarda-corpo. Entretanto, mesmo apresentando uma boa correlação em termos dos parâmetros St e $\bar{C}_L$, o valor do coeficiente $\bar{C}_D$ foi 30% superior ao experimental. Mais uma vez, esta diferença pode ser atribuída ao caráter bidimensional da simulação, em contraposição ao modelo tridimensional utilizado nos ensaios experimentais, onde a barreira lateral tinha a geometria real da figura 5.22(a).

A influência da dimensão mínima dos elementos (he_{min}) é avaliada na tabela 5.8, onde é feita uma comparação entre os resultados de duas simulações com he_{min} de

$0.01D$ e $0.02D$, para o modelo 3. Nota-se que o número de Strouhal e o valor médio do coeficiente de arrasto ($\bar{C}_D$) são afetados pelo tamanho mínimo dos elementos prescritos no modelo numérico.

Tabela 5.8: Influência do tamanho mínimo dos elementos (he_{min}) nas simulações.

	St	$\bar{C}_D$	$\bar{C}_L$
$he_{min} = 0.01D$	0.15	0.55	0.25
$he_{min} = 0.02D$	0.16	0.59	0.25
Experimental[9]	0.14	0.42	0.25

No gráfico 5.24 tem-se as histórias dos coeficientes de arrasto e sustentação para $t^* = 20$ a $t^* = 120$. Uma malha adaptativa típica do modelo 3 e seu campo de velocidade para $t^* = 120$ estão ilustrados nas figuras 5.25(a) e 5.25(b) respectivamente. Nas figuras 5.26 mostram-se os campos de pressões em vários instantes de tempo de $t^* = 112$ a 119, referente a um período representativo de evolução dos vórtices na esteira do obstáculo. Observa-se que esses vórtices que se propagam na esteira do obstáculo se desprendem alternada e periodicamente nas faces susperior e inferior da ponte, enquanto outros se formam a barlavento, junto à barreira lateral.

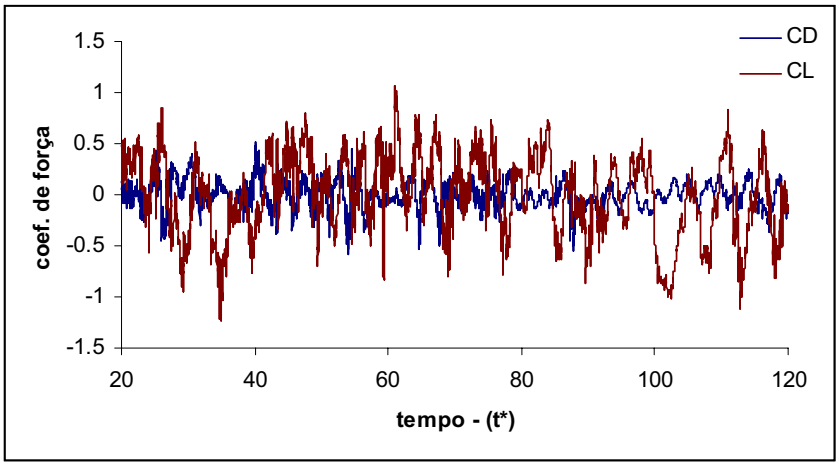
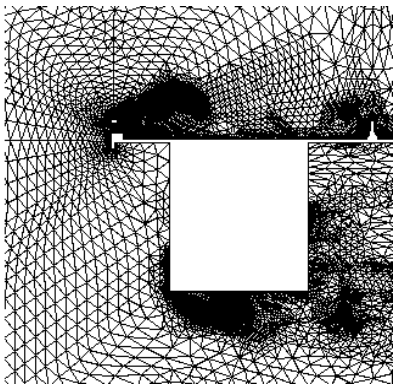
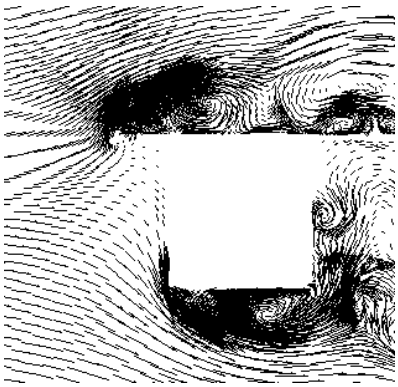


Figura 5.24: História dos coeficientes de arrasto e sustentação - modelo 3.



(a) Malha adaptativa.

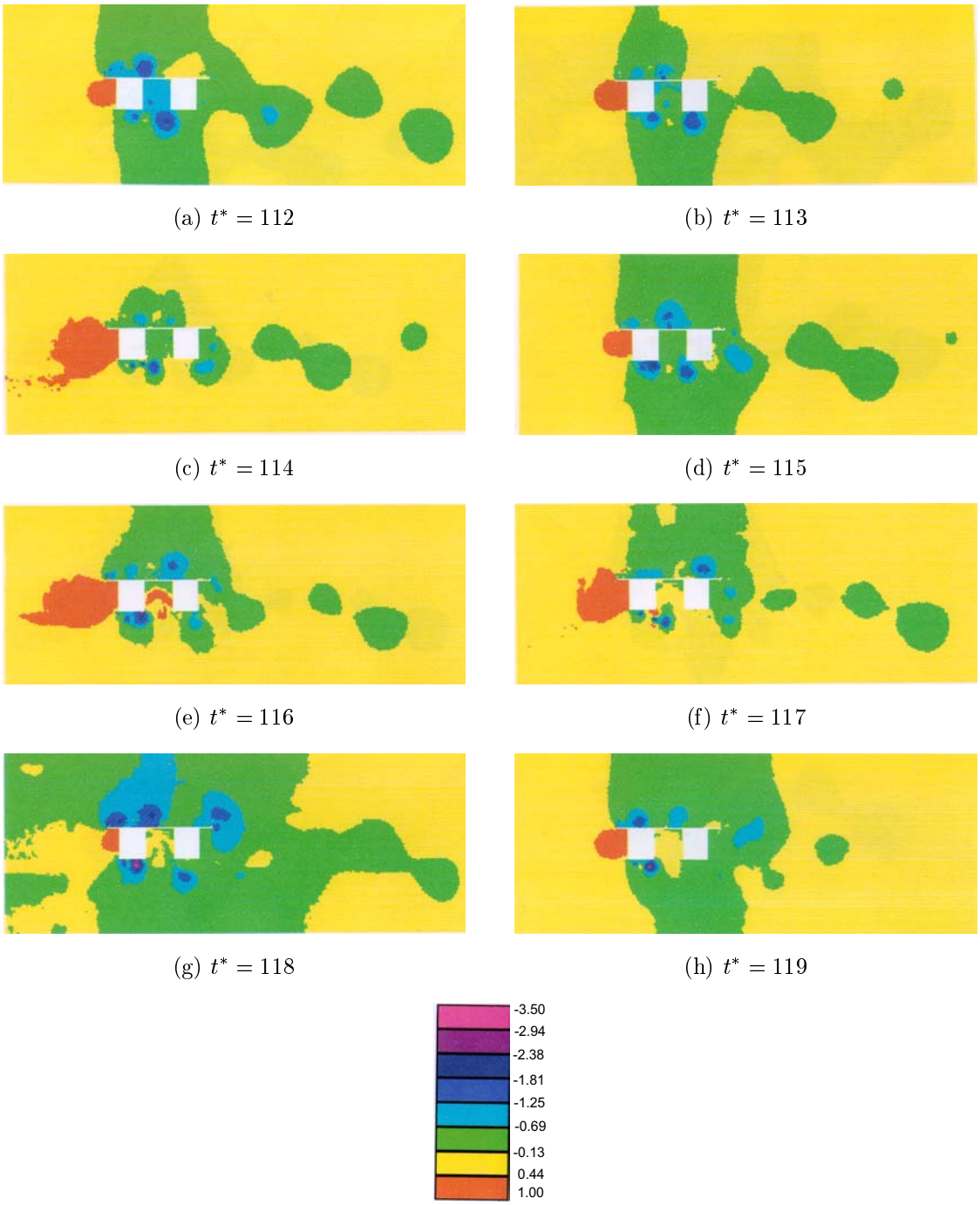


(b) Campo de velocidade.

Figura 5.25: Detalhe da malha adaptativa e do campo de velocidade para $t^* = 120$ e modelo 3.

Efeitos de Alteração na Geometria da Seção Transversal Devida à Presença de Veículos de Grande Porte

A ponte Rio-Niterói faz parte da malha rodoviária federal e interliga duas grandes cidades do estado do Rio de Janeiro. Sendo assim, é uma ponte muito utilizada tanto para o transporte de passageiros como também para transporte de cargas. Devido às restrições operacionais, o tráfico de veículos pesados é somente permitido em um período determinado, quando estes transitam enfileirados na faixa apropriada a eles destinada. Sendo assim, a presença de grandes veículos, tais como caminhões e ônibus, pode alterar significativamente o perfil da seção da ponte e, conseqüentemente as suas características aerodinâmicas.



(a) $t^* = 112$ (b) $t^* = 113$

(c) $t^* = 114$ (d) $t^* = 115$

(e) $t^* = 116$ (f) $t^* = 117$

(g) $t^* = 118$ (h) $t^* = 119$

Figura 5.26: Campo de pressão - $t^* = 112$ a $t^* = 119$.

O objetivo deste estudo é obter uma resposta qualitativa de uma situação real da ponte sob a ação do vento e com o trânsito enfileirado dos veículos de grande porte. Não existem resultados de ensaios de modelo em túnel de vento que permitam a comparação com os resultados numéricos, mas sim observações do comportamento da própria ponte nestas condições.

O perfil da seção da ponte Rio-Niterói alterado pela presença de veículos pesados está ilustrado na figura 5.27. Os resultados obtidos do modelo numérico para este caso são comparados na tabela 5.9 com os obtidos do modelo 3 da seção estrutural da ponte. Nesta tabela o número de Strouhal é calculado em relação à altura D da seção.

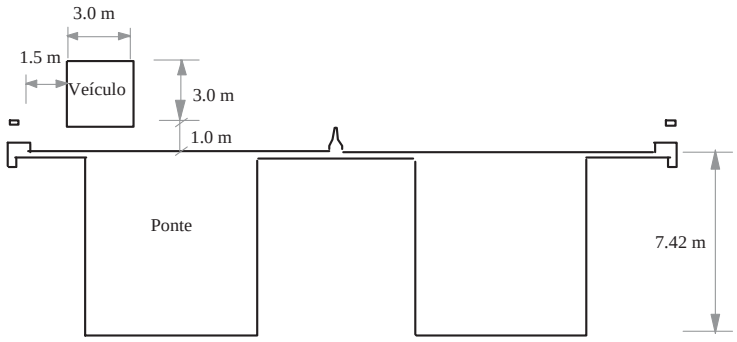


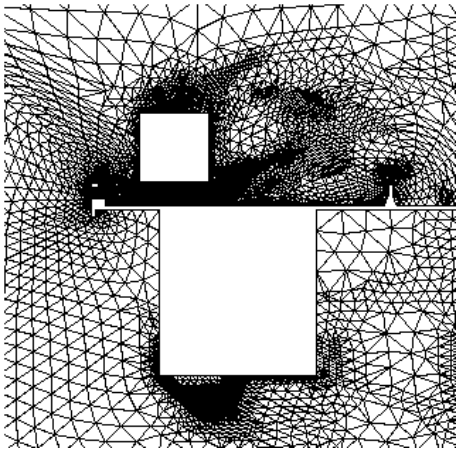
Figura 5.27: Perfil da seção transversal da ponte alterado pela presença de veículos de grande porte.

Tabela 5.9: Efeitos da presença de veículos de grande porte nas características aerodinâmicas da ponte Rio-Niterói.

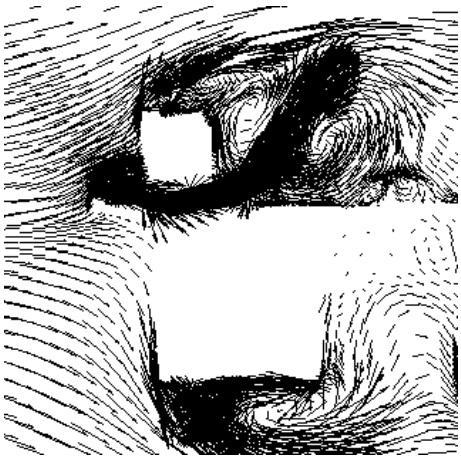
Modelo	$\bar{C}_D$	$\bar{C}_L$	ΔC_{Lrms}	**St**
Modelo3	0.55	0.25	0.40	0.15
Modelo3+veículo	1.00	-0.08	0.75	0.10

Os resultados apresentados na tabela 5.9 mostram que a presença dos veículos provoca uma grande alteração nas características aerodinâmicas da ponte, principalmente àquelas associadas às oscilações verticais no primeiro modo de flexão, que são a variação do coeficiente de sustentação (ΔC_{Lrms}) e a velocidade crítica de vento relacionada ao número de St. Por estes resultados pode-se esperar que a ponte com este perfil alterado oscilará com amplitudes muito maiores (quase o dobro) do que as do perfil estrutural a uma velocidade crítica de vento bem diferente.

Para ilustrar a geração dos vórtices quando o veículo é considerado as figuras 5.28 mostram detalhes da malha adaptativa e do campo de velocidades para $t^* = 120$. Nas figuras 5.29 mostram-se os campos de pressões em vários instantes de tempo de $t^* = 111$ a 118, referente a um período representativo de evolução dos vórtices. Comparando estas figuras com as figuras 5.26 observa-se que a presença do veículo provoca uma perturbação maior no escoamento, gerando campos de pressões de maior intensidade.

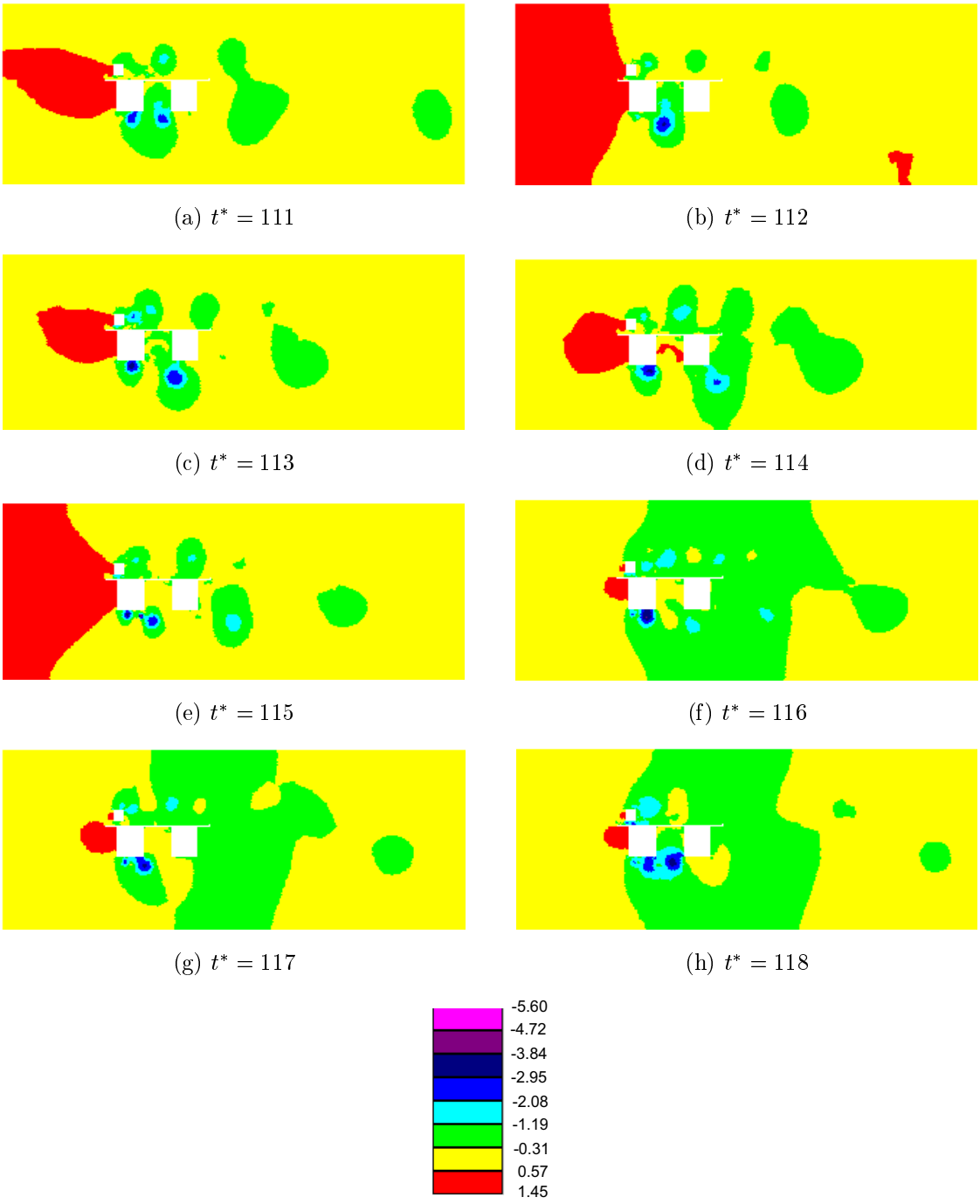


(a) Malha adaptativa.



(b) Campo de velocidade.

Figura 5.28: Detalhe da malha adaptativa e do campo de velocidade para $t^* = 120$ do perfil alterado da seção da ponte.



(a) $t^* = 111$ (b) $t^* = 112$

(c) $t^* = 113$ (d) $t^* = 114$

(e) $t^* = 115$ (f) $t^* = 116$

(g) $t^* = 117$ (h) $t^* = 118$

Figura 5.29: Campo de pressão - $t^* = 111$ a $t^* = 118$.

5.2 Casos Aeroelásticos

5.2.1 Obstáculo Retangular

O primeiro exemplo para testar o algoritmo de interação fluido-estrutura descrito no capítulo 4 é o mesmo obstáculo retangular da seção 5.1.1 exposto a escoamento laminar com $Re = 500$.

Seções retangulares com razão $2.5 \leq B/D \leq 5.5$ estão propensas ao fenômeno de instabilidade aerodinâmica de torção isolado (*flutter* torcional) [8]. Isto porque o mecanismo de geração do *flutter* torcional está relacionado ao recolamento da camada limite e a sua interação com o movimento estrutural. Até o limite inferior de 2.5 o escoamento se separa completamente, não havendo a possibilidade de recolamento e acima do limite superior de 5.5 os efeitos do recolamento não são mais tão significativos. Apesar do movimento torcional ser proeminente no comportamento aeroelástico de perfis retangulares, este não será considerado neste trabalho pois, como visto na seção 5.1.2 os resultados obtidos com a formulação utilizada aqui para seção fixa e com ângulos de incidência diferentes de zero não foram completamente satisfatórios.

MENDES e BRANCO [8] analisaram os movimentos de translação vertical e de torção do mesmo perfil retangular. Assumiu-se, por hipótese, o desacoplamento desses movimentos, que foram estudados separadamente e as respostas relativas à translação vertical serão utilizadas para comparação com as obtidas do presente trabalho.

Os estudos das oscilações transversais foram realizados para valores de velocidades reduzidas ($U_r = u_0 f/B$), iguais a 3 e 8. A massa adimensional da estrutura ($m_r = m/\rho B^2$), foi de 31.25 e o amortecimento estrutural foi considerado nulo. Um deslocamento inicial $h_0 = 0.16D$ foi aplicado ao corpo que foi mantido fixo nesta posição até o instante de tempo $t^* = 60$, quando seu movimento vertical foi liberado. Este mesmo procedimento é usualmente adotado nos ensaios em túnel de vento e também foi adotado nas simulações de MENDES e BRANCO [8].

Na figura 5.30 tem-se o domínio espacial analisado. As condições de contorno são as mesmas definidas nos exemplos anteriores e a região destacada EFGH corresponde aos limites externos da região do fluido dos elementos deformáveis, com descrição ALE.

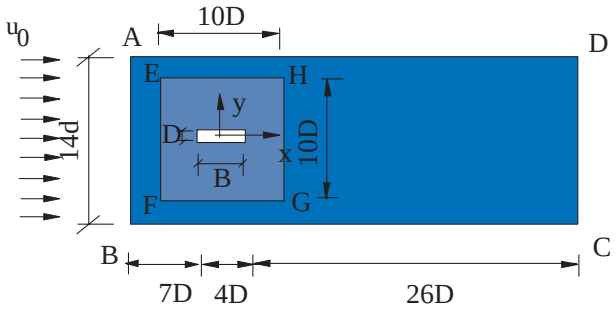


Figura 5.30: Domínio da análise.

A malha inicial é a mesma da figura 5.3, com 3746 nós e 7237 elementos e as simulações foram realizadas com tamanho mínimo dos elementos de $0.02D$.

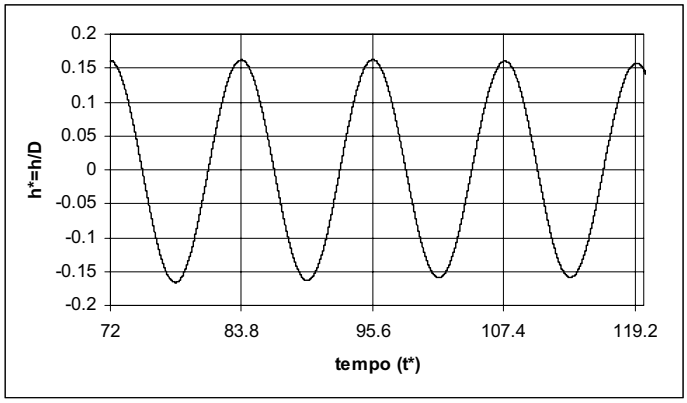
Nas figuras 5.31 e 5.33 mostram-se as histórias no tempo dos deslocamentos verticais do corpo e dos coeficientes de sustentação da presente simulação para $U_r = 3$ e $U_r = 8$, respectivamente. Nas figuras 5.32 e 5.34 têm-se as histórias obtidas por MENDES e BRANCO [8] para $U_r = 3$ e $U_r = 8$, respectivamente. Nestas figuras h^* representa os deslocamentos verticais h adimensionalizados em relação à altura D do retângulo.

Observa-se de certa forma uma boa comparação entre os resultados, para as duas velocidades reduzidas analisadas, principalmente em termos das amplitudes e freqüências das respostas. Contudo, os valores de C_L, embora iguais em módulo, são de sinais opostos. A presença de freqüências altas nas respostas dos coeficientes de sustentação se devem aos erros provenientes do procedimento de remalhamento, principalmente próximos à superfície do corpo.

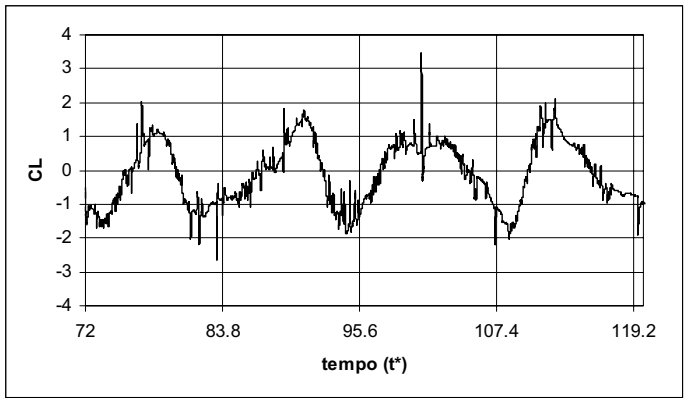
Os valores obtidos dos coeficientes aeroelásticos H_1^*, calculados pela expressão 2.24

$$H_1^* = \frac{4m}{\rho B^2}(-\lambda + \xi_h \frac{\omega_h}{\omega})$$

estão apresentados na tabela 5.10 e comparados aos obtidos por MENDES e BRANCO



(a) Deslocamento vertical.



(b) Coeficiente de sustentação.

Figura 5.31: Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 3$.

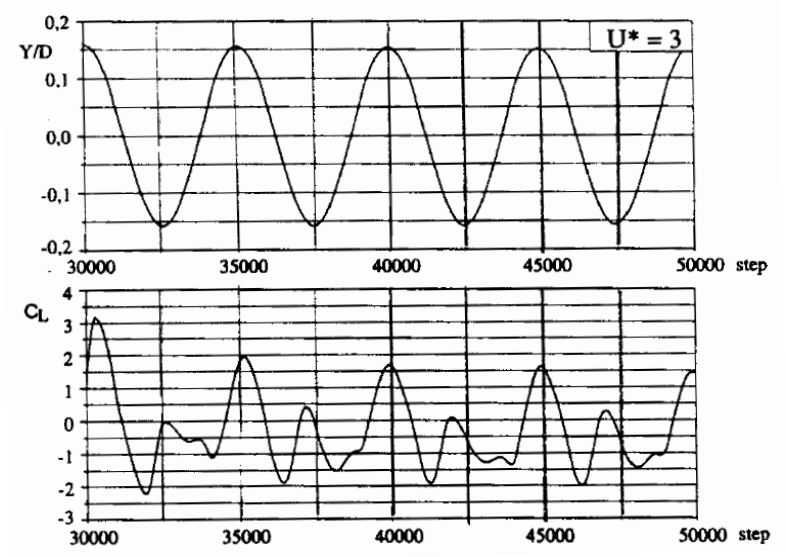
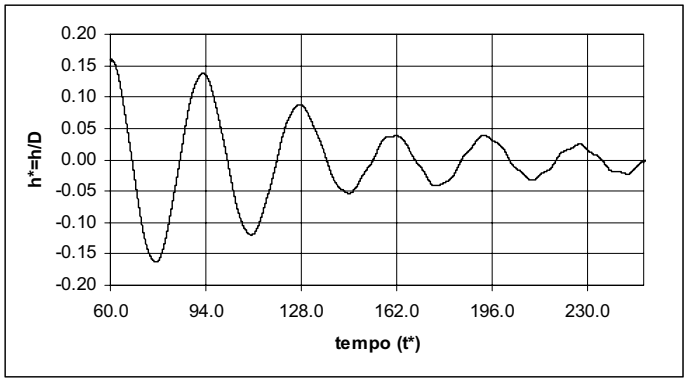
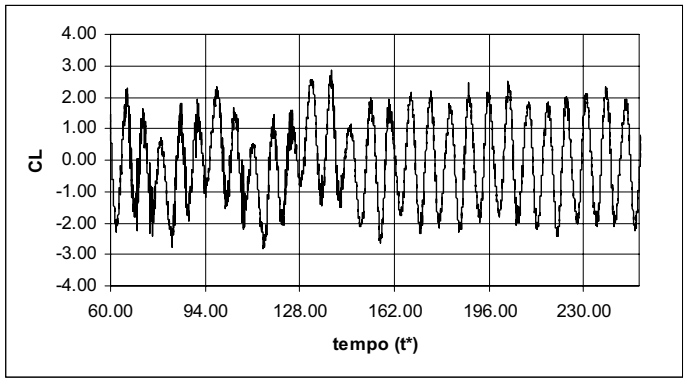


Figura 5.32: Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 3$ de MENDES e BRANCO [8] ($1step = 0.00244t^*$).



(a) Deslocamento vertical.



(b) Coeficiente de sustentação.

Figura 5.33: Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 8$.

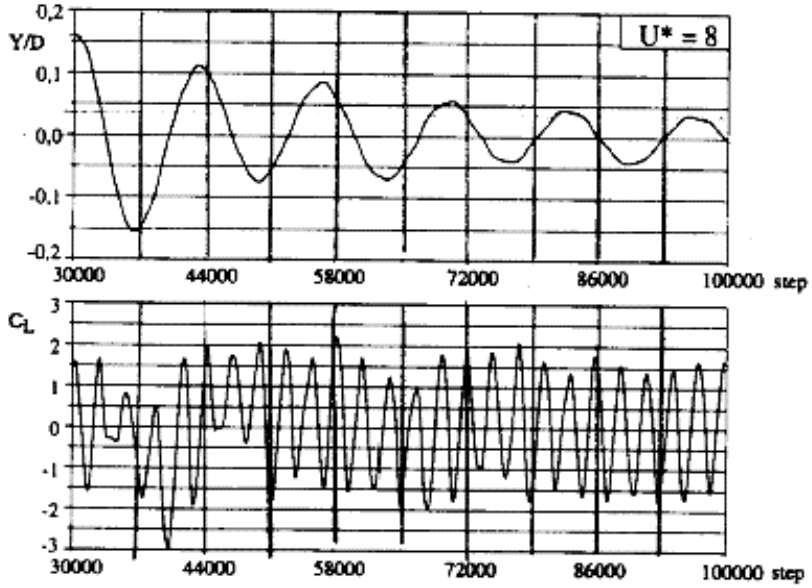


Figura 5.34: Histórias no tempo do deslocamento vertical e do coeficiente de sustentação para $U_r = 8$ de MENDES e BRANCO [8] ($1step = 0.00244t$).

[8]. Como o amortecimento estrutural é nulo (ξ_h), o amortecimento efetivo do sistema (λ) será devido somente ao amortecimento aerodinâmico (relacionado ao coeficiente H_1^*).

Tabela 5.10: Resultados dos coeficientes H_1^*.

Grupo	$U_r = 3$	$U_r = 8$
MENDES e BRANCO [8]	-0.224	-5.60
Este trabalho	-0.125	-6.13

A validade dos resultados apresentados na tabela 5.10 é feita por MENDES e BRANCO [8] com base em resultados de testes experimentais realizados por Shangpei e Xin (Londres, 1989) em um perfil trapezoidal com razões $B_{\text{inferior}}/D = 4$ e $B_{\text{superior}}/D = 3.33$, onde os valores reportados foram de $H_1^*(U_r = 3) \approx -1.0$ e $H_1^*(U_r = 8) \approx -5.0$.

Não foi encontrada na literatura uma curva que relacionasse o coeficiente H_1^* à velocidade reduzida U_r, para o caso do presente perfil retangular. Desta forma, com base em resultados de outros perfis semelhantes, assim como os apresentados nas figuras 2.13 e 2.14, assumiu-se uma variação parabólica da referida curva e com os valores da tabela 5.10 e com os de Shangpei e Xin, obtiveram-se as curvas apresentadas na figura 5.35.

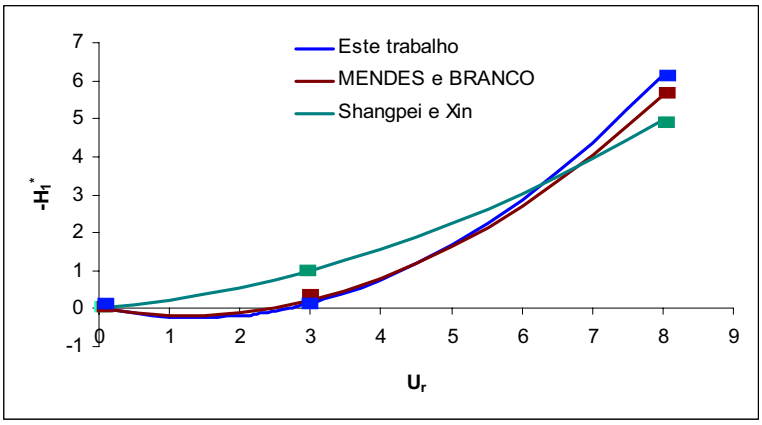


Figura 5.35: Variação do coeficiente H_1^* com a velocidade reduzida U_r para o perfil retangular ($B/D = 4$).

Nota-se primeiramente na figura 5.35 que a curva do presente trabalho concorda bem com a curva de MENDES e BRANCO [8]. De uma forma geral, verifica-se um

comportamento estável do obstáculo para os valores de velocidades reduzidas analisadas, pois valores negativos de H_1^* indicam que o movimento do corpo é amortecido pelo fluido e nessas circunstâncias não ocorrerá instabilidade dinâmica por oscilação vertical (galope).

5.2.2 Ponte Rio-Niterói

Nesta seção apresentam-se os resultados da simulação da interação fluido-estrutura do perfil da ponte Rio-Niterói, que apresenta oscilações, no primeiro modo de flexão vertical, devido ao desprendimento cadenciado de vórtices.

As simulações realizadas são adimensionalizadas em termos das escalas de referência de comprimento (D), de velocidade (u_0), de pressão (ρu_0^2) e de tempo ($t^* = tu_0/D$), onde D representa a altura da ponte, u_0 a velocidade de aproximação e ρ a massa específica. A equação de movimento do corpo

$$m\frac{d^2h}{dt^2} + c\frac{dh}{dt} + kh = f \tag{5.2}$$

assume a forma adimensional fazendo $h^* = h/D$, $t^* = t/(D/u_0)$ e $F = 0.5C_L\rho u_0^2 D$:

$$m^*\frac{d^2h^*}{dt^{*2}} + c^*\frac{dh^*}{dt^*} + k^*h^* = \frac{C_L}{2} \tag{5.3}$$

Nestas expressões $m^* = \frac{m}{\rho D^2}$, $c^* = \frac{c}{\rho u_0 D}$ e $k^* = \frac{k}{\rho u_0^2}$. m, c e k são respectivamente, a massa, o coeficiente de amortecimento e a rigidez reais da ponte, por unidade de comprimento.

As propriedades estruturais e do fluido utilizadas nas análises foram:

- massa por unidade de comprimento da ponte (m): 24604.33 kg/m,
- altura da seção (D): 7.42m,
- largura da seção (B): 25.9m,
- primeira freqüência natural de flexão: 0.32 Hz,

- massa específica (ρ), em condições normais de temperatura e pressão: 1.25 kg/m^3,
- viscosidade absoluta (μ), em condições normais de temperatura e pressão: 1.81×10^{-5} kg/ms.

A massa m por unidade de comprimento e a altura D da seção referem-se ao trecho central de 180 m da ponte (vide figura 5.17).

As velocidades de aproximação do vento u_0 analisadas foram de 40 km/h, 54 km/h, 62 km/h e 70 km/h. Considerou-se amortecimento proporcional à massa, ou seja $c = 2m\omega\xi$. De acordo com medições realizadas na ponte a taxa de amortecimento estrutural ξ pode ser tomada igual a 1.0% [40]. Desta forma, a equação de movimento da estrutura na forma adimensional e em função da velocidade u_0 fica:

$$357.51\frac{d^2h^*}{dt^{*2}} + \frac{106.64}{u_0}\frac{dh^*}{t^*} + \frac{84960.64}{u_0^2}h^* = \frac{C_L}{2} \tag{5.4}$$

Na tabela 5.11 apresentam-se os respectivos valores de m^*, c^* e k^*, além da freqüência da estrutura $f^* = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k^*}{m^*}}$ para cada valor de u_0.

Tabela 5.11: Parâmetros adimensionais.

u_0 (km/h)	m^*	c^*	k^*	f^*
40	357.51	9.59	688.18	0.22
54	357.51	7.11	377.60	0.16
62	357.51	6.19	286.44	0.14
70	357.51	5.48	224.71	0.12

O modelo utilizado para representar a barreira lateral foi o modelo 3 da figura 5.22. Na figura 5.36 tem-se o domínio espacial analisado. As condições de contorno são as mesmas dos exemplos anteriores e a região destacada EFGH corresponde aos limites da região do fluido dos elementos deformáveis e com descrição ALE.

Em todas as análises o tamanho mínimo dos elementos foi de $0.02D$. No estudo aerodinâmico da ponte em repouso foi utilizado o tamanho mínimo dos elementos de $0.01D$. Entretanto, para $0.02D$, as simulações são mais rápidas e os valores obtidos

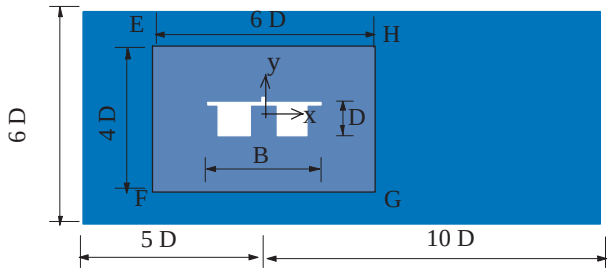


Figura 5.36: Domínio da análise.

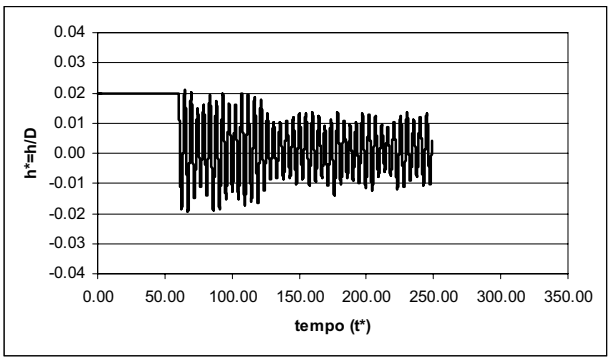
das médias dos coeficientes de arrasto e sustentação e do número de St da tabela 5.8 estão bastante próximos aos valores experimentais.

Nas simulações com velocidades de aproximação de 54 km/h, 62 km/h e 70 km/h o corpo foi mantido na posição inicial, sem deslocamento inicial, até o tempo $t^* = 60$ quando foi liberado. Na simulação com $u_0 = 40$ km/h foi dado um deslocamento inicial de $0.02D$ e o modelo foi mantido fixo nesta posição até o instante $t^* = 60$, quando também foi liberado.

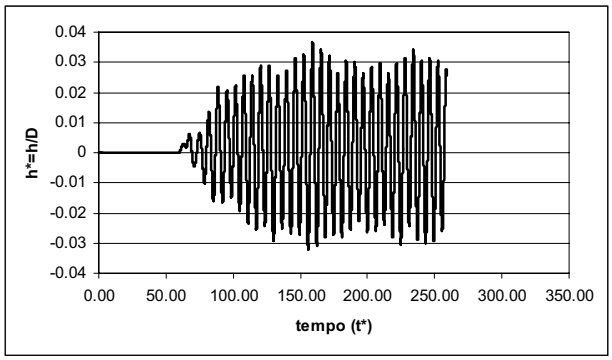
Comparação com Resultados Experimentais em Modelo Seccional

Nesta seção comparam-se os resultados das simulações bidimensionais com os resultados experimentais em modelo seccional da ponte Rio-Niterói [9]. Nas figuras 5.37 apresentam-se as respostas no tempo dos deslocamentos verticais, adimensionalizadas em relação à altura D da ponte, para as várias velocidades de vento analisadas. Nas figuras 5.38 tem-se as histórias no tempo do coeficiente de sustentação C_L.

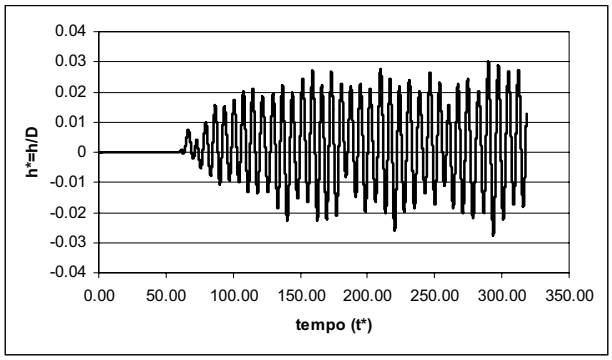
A resposta em deslocamento para $u_0 = 54$ km/h (figura 5.37(b)), após decorrido o transiente, aproxima-se de uma resposta com amplitude constante e sem amortecimento, típica de ressonância entre a freqüência de desprendimento de vórtices e a freqüência natural da estrutura. Já as respostas correspondentes às velocidades u_0 iguais a 40 km/h, 62 km/h e 70 km/h (figuras 5.37(a), 5.37(c) e 5.37(d)) apresentam oscilações com batimento. Estas respostas são em tudo semelhantes às respostas obtidas experimentalmente mostradas na figura 2.7 referentes a um cilindro circular.



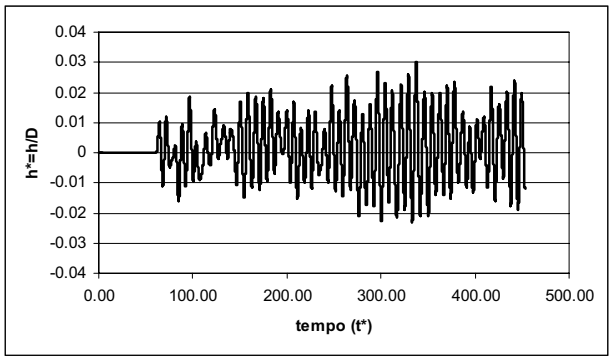
(a) Deslocamento vertical $u_0 = 40$ km/h.



(b) Deslocamento vertical $u_0 = 54$ km/h.

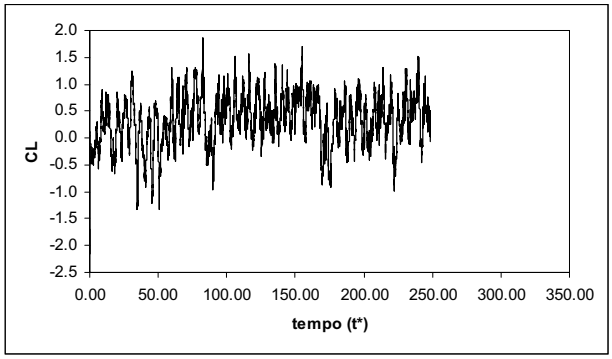


(c) Deslocamento vertical $u_0 = 62$ km/h.

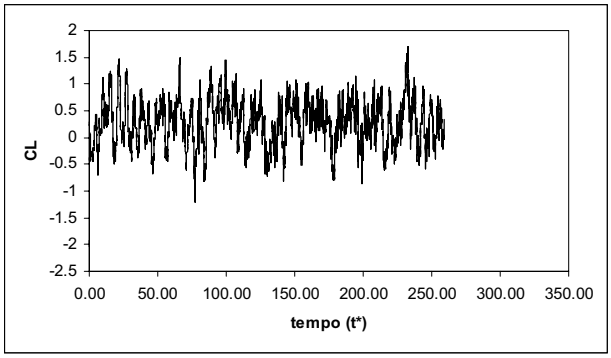


(d) Deslocamento vertical $u_0 = 70$ km/h.

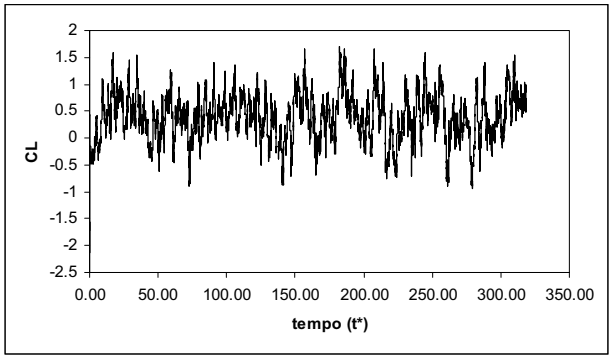
Figura 5.37: Histórias no tempo do deslocamento vertical para taxa de amortecimento $\xi = 1.0\%$ e várias velocidades de vento.



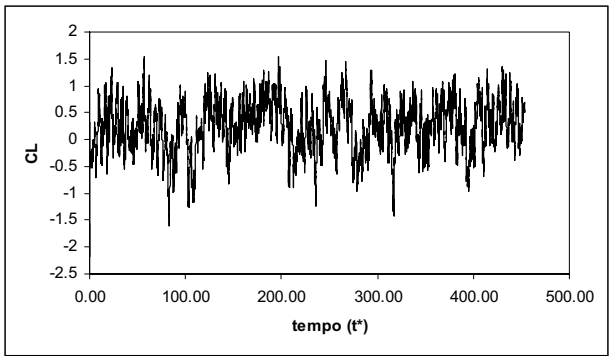
(a) Coeficiente de sustentação $u_0 = 40$ km/h.



(b) Coeficiente de sustentação $u_0 = 54$ km/h.



(c) Coeficiente de sustentação $u_0 = 62$ km/h.



(d) Coeficiente de sustentação $u_0 = 70$ km/h.

Figura 5.38: Histórias no tempo do coeficiente de sustentação.

Tomando-se os valores das médias dos máximos das respostas em deslocamento das figuras 5.37 na fase permanente e ajustando-os pelo fator de escala geométrica aplicado (D=7.42m), chega-se aos valores apresentados na tabela 5.12. A figura 5.39, extraída da referência [9], mostra a variação das amplitudes de deslocamento com as velocidades de vento, obtidas dos ensaios experimentais e da simulação computacional **LES2D** cujos valores estão mostrados da tabela 5.12.

Tabela 5.12: Amplitudes de resposta, tomadas como a média dos picos de cada uma das respostas das figuras 5.37 (após o transiente).

u_0 (km/h)	h (m)
40	0.084
54	0.21
62	0.15
70	0.12

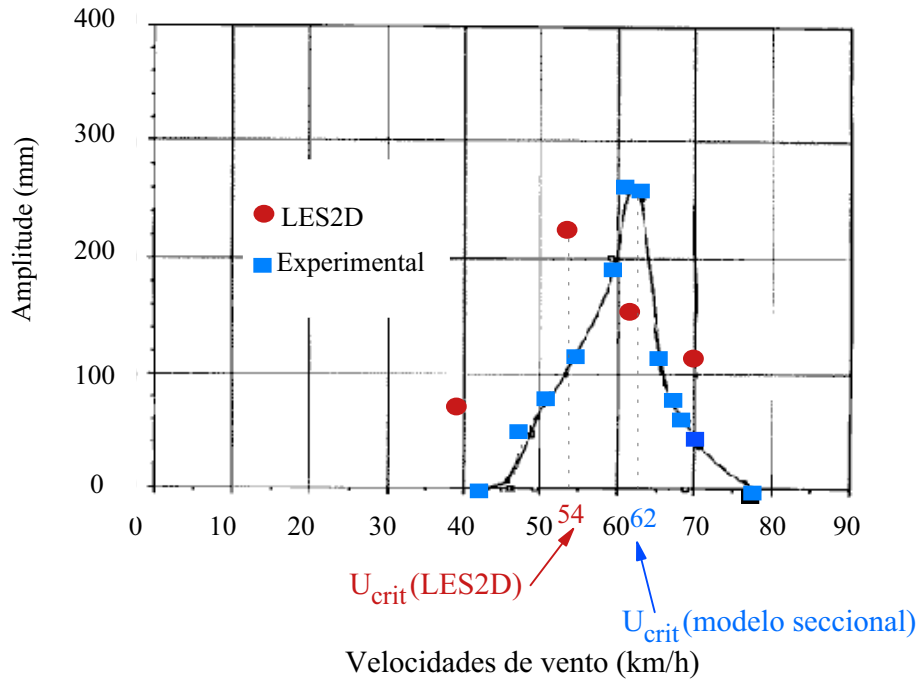


Figura 5.39: Variação, em relação à velocidade de vento, das amplitudes de deslocamentos. Comparação entre os resultados obtidos de ensaios de modelo seccional em túnel de vento [9] e os resultados obtidos da presente simulação **LES2D**, referente a $\xi = 1\%$.

Observa-se na figura 5.39 que foi obtida amplitude máxima muito próxima à do

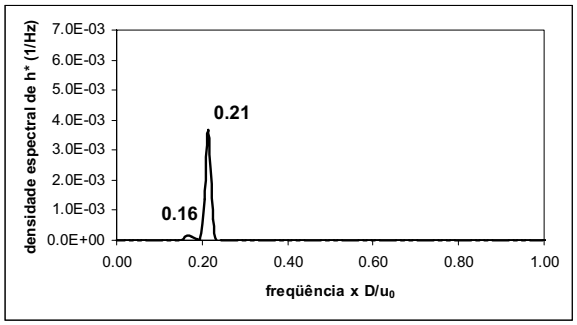
ensaio experimental ($\simeq 0.21$ m da simulação computacional e $\simeq 0.26$ m dos ensaios experimentais). A amplitude máxima ocorre quando a freqüência de desprendimento de vórtices se iguala à freqüência natural da estrutura (ressonância). Nota-se que nos ensaios experimentais esta situação corresponde à velocidade de 62 km/h em função do número de Strouhal igual a 0.14. Nas simulações computacionais, contudo, o valor do número de Strouhal obtido foi de 0.16 e a amplitude máxima foi verificada para a velocidade de 54 km/h. Em termos da velocidade crítica, a diferença originada pelo valor do número de Strouhal pode ser melhorada adotando-se a modelagem com $he_{min} = 0.01D$, onde o valor do número de Strouhal encontrado foi de 0.15 (vide tabela 5.8). Neste caso, o correspondente valor da velocidade crítica seria 57 km/h.

Os espectros de freqüência das respostas de deslocamento das figuras 5.37 são mostrados nas figuras 5.40. Os gráficos da esquerda estão adimensionalizados enquanto os gráficos da direita referem-se aos mesmos espectros porém na forma dimensional.

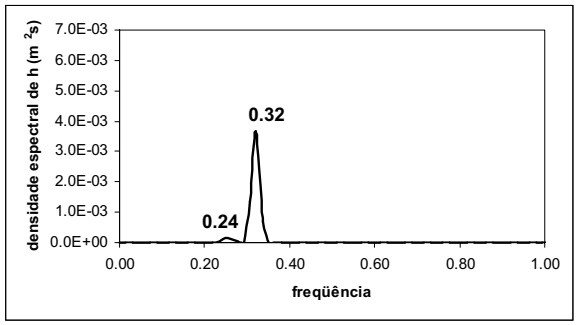
Analisando-se os espectros de freqüência dos deslocamentos (fig 5.40), observa-se uma característica importante do fenômeno de sincronização: o surgimento de duas freqüências - a de desprendimento de vórtices, igual ao número de Strouhal (0.16) do espectro adimensional e a natural da estrutura igual a 0.32 Hz, sendo a última dominante em toda a faixa de sincronização (vide seção 2.2.2). Característica semelhante é observada nas figuras 2.7 referentes aos espectros de freqüência de deslocamentos de um cilindro. Nota-se ainda que, para a velocidade de 54 km/h a amplitude do espectro de deslocamento é bem maior que as demais.

A velocidade de 40 km/h corresponde à situação antes da ressonância, quase no início da captura. A velocidade de 54 km/h corresponde à situação muito próxima à ressonância e as velocidades de 62 km/h e 70 km/h a situações após a ressonância, mas ainda na faixa de velocidade do fenômeno de sincronização.

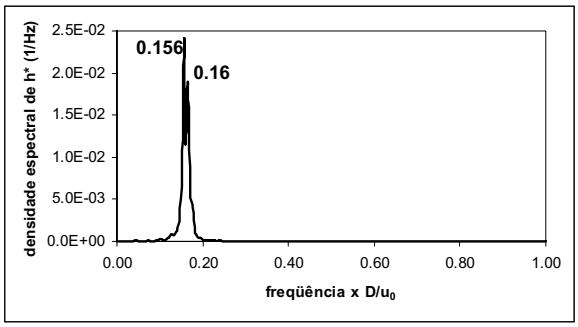
Nas figuras 5.41 mostram-se os campos de pressões para instantes de tempo entre $t^* = 257$ a 264 e $u_0 = 54$ km/h.



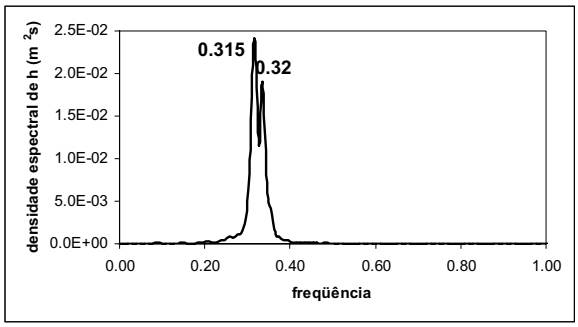
(a) Adimensional - $u_0 = 40$ km/h.



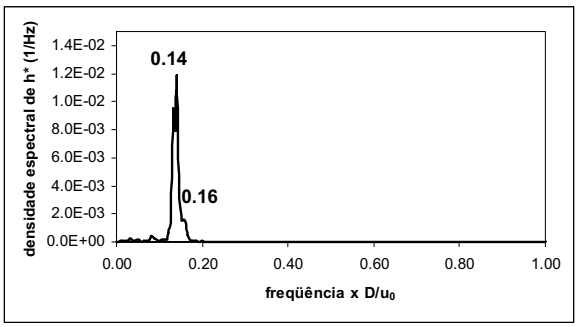
(b) Dimensional - $u_0 = 40$ km/h.



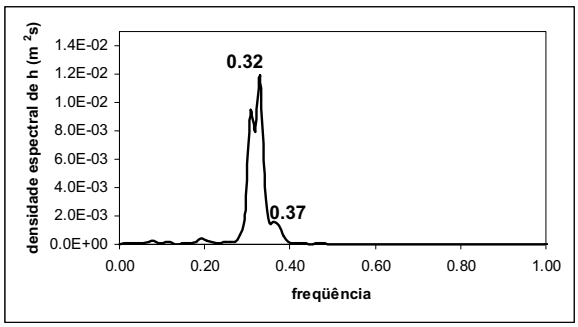
(c) Adimensional - $u_0 = 54$ km/h.



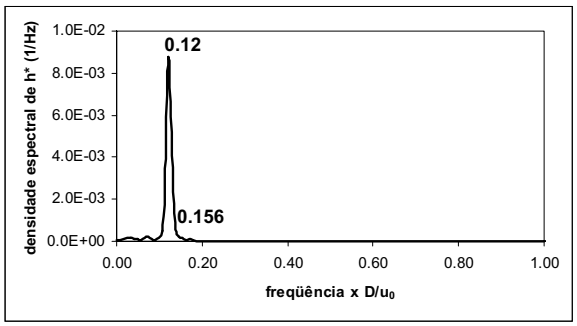
(d) Dimensional - $u_0 = 54$ km/h.



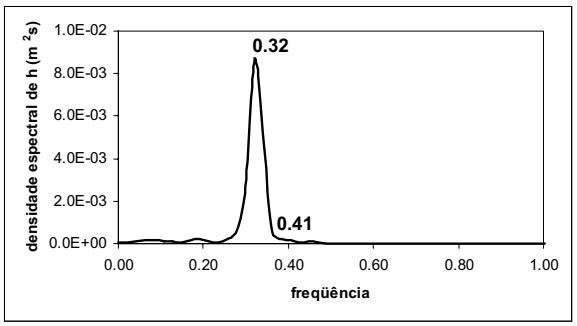
(e) Adimensional - $u_0 = 62$ km/h.



(f) Dimensional - $u_0 = 62$ km/h.

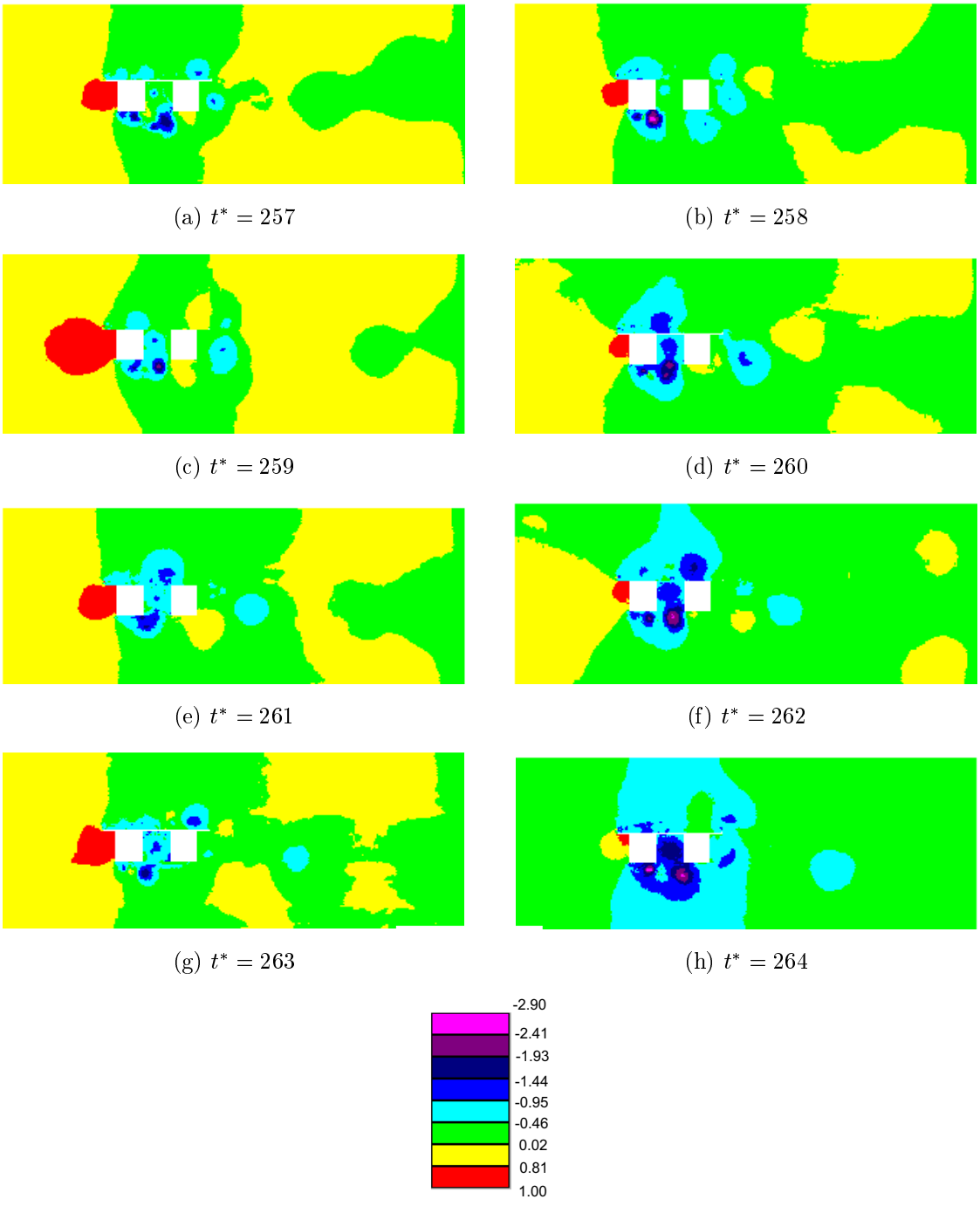


(g) Adimensional - $u_0 = 70$ km/h.



(h) Dimensional - $u_0 = 70$ km/h.

Figura 5.40: Espectros de freqüência dos deslocamentos verticais para diferentes velocidades de vento u_0 na faixa de sincronização.



(a) $t^* = 257$ (b) $t^* = 258$

(c) $t^* = 259$ (d) $t^* = 260$

(e) $t^* = 261$ (f) $t^* = 262$

(g) $t^* = 263$ (h) $t^* = 264$

Figura 5.41: Campo de pressão - $t^* = 257$ a $t^* = 264$.

Resposta 3D da Ponte

Muitos eventos de grandes oscilações da ponte Rio-Niterói sob ação de vento têm sido relatados desde sua inauguração em 1974. Entretanto, o primeiro registro em imagens de vídeo se deu apenas em outubro de 1997 após terem sido instaladas, pela empresa concessionária PONTE SA, câmeras de vídeo para monitoração do tráfego. Em setembro de 1999 ocorreu um novo evento com fortes oscilações, desta vez com os vãos centrais da ponte sob monitoração estrutural a cargo da COPPETEC. Não somente imagens de vídeo foram gravadas como também sinais simultâneos de muitos sensores e de anemômetros foram registrados [41].

Para simular o comportamento 3D da ponte utilizam-se os modelos analíticos apresentados no 2.4.2, os quais se baseiam em coeficientes aeroelásticos obtidos de simulações numéricas ou experimentais de escoamento bidimensional em torno da seção da ponte.

Neste item empregam-se os referidos modelos de vorticidade e a formulação para resposta 3D apresentados no capítulo 2 para obtenção da amplitude vertical máxima da ponte Rio-Niterói, quando em ressonância. Contudo, apesar dos excelentes resultados da simulação numérica, os resultados a serem apresentados nesta seção baseiam-se nos resultados experimentais de modelo em túnel de vento [9] e não nos obtidos numericamente, devido às razões a seguir enumeradas:

1. Para o modelo de Van der Pol adaptado ao fenômeno de captura da seção 2.4.2, a primeira solução apresentada, para a determinação dos coeficientes H_0^* e ε, necessita de duas curvas com taxas de amortecimento ξ distintas, sendo que as simulações numéricas, até o presente momento, foram feitas com uma única taxa de amortecimento ($\xi = 1\%$).

2. Na simulação computacional da situação em ressonância ($u_0 \simeq 54$ km/h) não foi dado deslocamento inicial ao corpo e, por isso, informações relativas ao decaimento das oscilações não puderam ser extraídas computacionalmente. Isso inviabiliza a utilização da segunda solução de determinação dos coeficientes H_0^* e ε do modelo de Van der Pol e do modelo analítico com termo de excitação

harmônica, onde o coeficiente H_1^* é função do decaimento da resposta.

As respostas a seguir apresentadas referem-se à condição de sincronização no primeiro modo de flexão, para a velocidade do vento de 62 km/h e taxa de amortecimento (ξ) de 1%.

O resultado em amplitude de deslocamento obtido do modelo analítico da ponte será comparado à amplitude estimada por BATTISTA e PFEIL [6] através da análise de imagens de vídeo feitas sobre a ponte, quando esta oscilou fortemente devido à ação de um vento moderado. A amplitude máxima estimada foi obtida tomando-se as duas imagens congeladas mostradas na figura 5.42 para dois instantes de tempo com intervalo aproximado de $1.5s$. Essas imagens, registradas por uma câmera de vídeo instalada em um poste localizado próximo ao meio da seção do vão adjacente ao vão central (lado Rio de Janeiro), correspondem respectivamente aos instantes de amplitudes máximas dos movimentos ascendente e descendente. Utilizando uma linha horizontal de referência desenhada na tela da televisão e a altura conhecida da barreira central como um valor de referência, estimou-se um deslocamento total relativo de 600 mm entre o ponto onde está localizada a câmera e o vão central. Conhecendo-se a razão entre os deslocamentos destes dois pontos, através do autovetor associado ao primeiro modo de flexão, a amplitude observada por BATTISTA e PFEIL [6] do vão central foi de ± 250 mm.

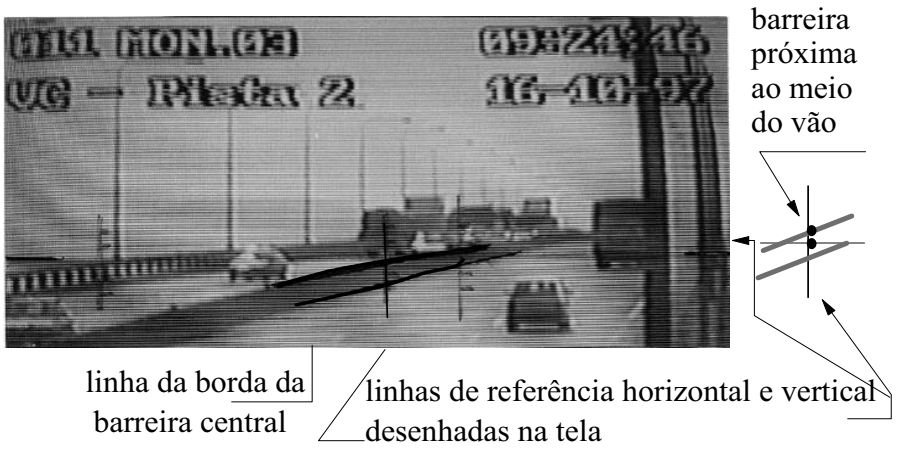
Já para os resultados das formulações analíticas para resposta 3D utilizou-se as expressões 2.44 (ou 5.5) e 2.46 (ou 5.6) da seção 2.5

$$F_{LB} = \frac{1}{2}\rho u_0^2 \frac{B}{u_0} K H_0^* \left[\Psi_2 - \frac{\varepsilon}{B^2}\Psi_4 y_B^2\right] \dot{y}_B \tag{5.5}$$

$$F_{LB} = \frac{1}{2}\rho u_0^2 B \left[\frac{K H_1^*}{u_0}\Psi_2 \dot{y}_B - C_{Lh}\Psi_1 \sin\omega t\right] \tag{5.6}$$

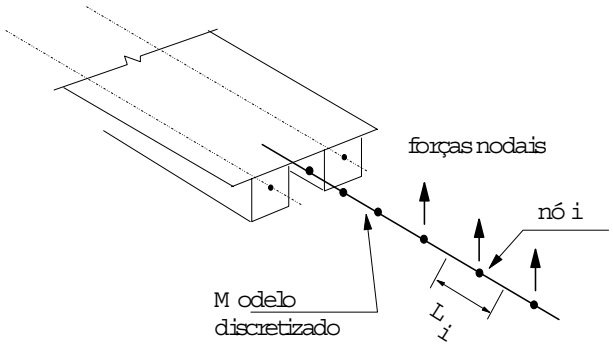
acopladas a um modelo numérico em elementos finitos de pórtico espacial cuja discretização está ilustrada na figura 5.43(a) [6]. O modo de flexão vertical, associado à freqüência fundamental igual a 0.32 Hz está mostrado na figura 5.43(b).

(a) Movimento ascendente.

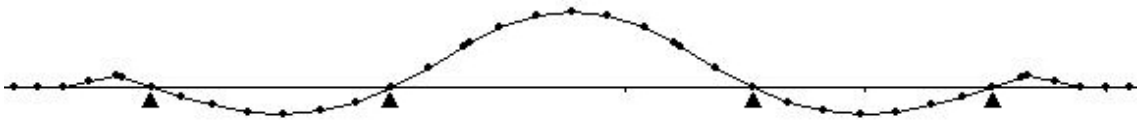


(b) Movimento descendente.

Figura 5.42: Imagens congeladas da ponte vibrando [6].



(a) Discretização.



(b) Modo de flexão vertical.

Figura 5.43: Modelo unifilar discretizado da ponte Rio-Niterói [6] e forma modal.

Para obtenção dos coeficientes H_0^* e ε do modelo analítico de Van der Pol adaptado e para a taxa de amortecimento $\xi = 1\%$, utilizaram-se as amplitudes das curvas experimentais da figura 5.44 ($h_{11} = 0.31$ m e $h_{12} = 0.165$ m) correspondentes às taxas de amortecimento $\xi_1 = 0.5\%$ e $\xi_2 = 1.5\%$. Desta forma, pelas expressões 2.29 e 2.30, obtém-se os valores: $H_0^* = 2.21$ e $\varepsilon = 20604.0$.

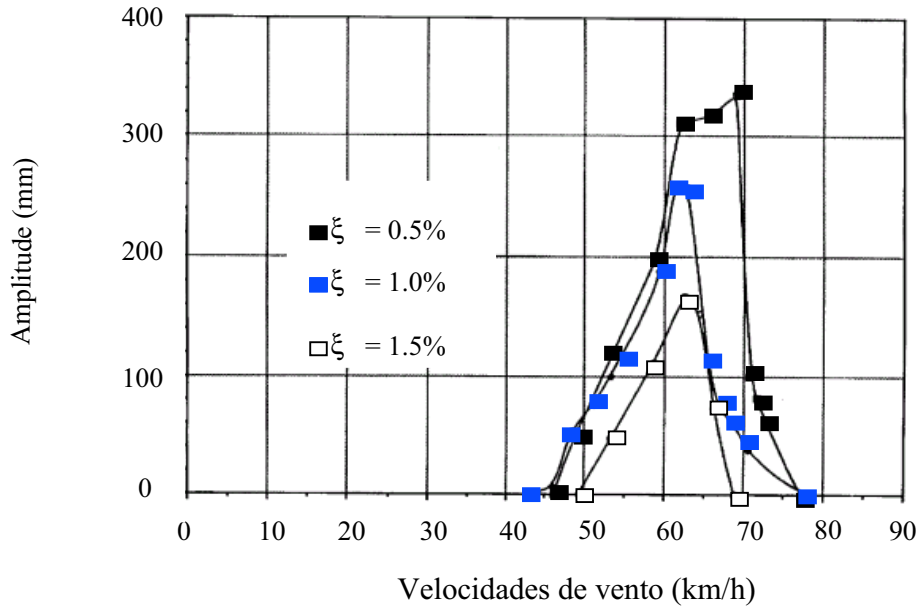
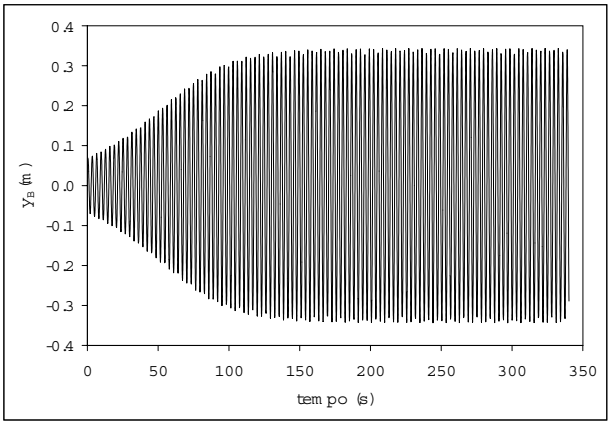


Figura 5.44: Variação, em relação à velocidade de vento, das amplitudes de deslocamentos para $\xi_1 = 0.5\%$ e $\xi_2 = 1.5\%$ [9].

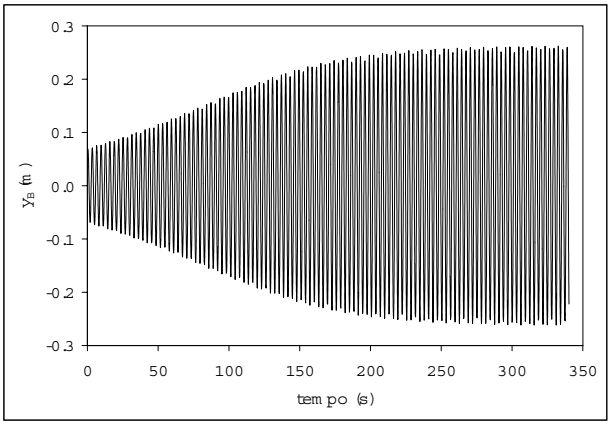
As figuras 5.45(a) e 5.45(b) apresentam a variação dos deslocamentos verticais, da seção no meio do vão central, devida ao fenômeno de vorticidade da ponte ao longo do tempo, e para um período de tempo de $340s$. Estas respostas foram obtidas com a expressão 2.44 ou 5.5 e correlação total e parcial, respectivamente.

Na tabela 5.13 estão os valores dos parâmetros Ψ_n e Ψ_n^* ($n = 2$ ou 4), e as amplitudes correspondentes y_B obtidas do modelo analítico além do valor estimado pelas imagens de vídeo. Pode-se observar que os obtidos com correlação parcial mais se aproximam do valor estimado.

Considerando agora o modelo analítico com termo de excitação harmônica (equação 2.46 ou 5.6), o coeficiente H_1^* utilizado foi obtido da figura 5.46 extraída do relatório dos ensaios experimentais [9]. Para a velocidade de vento de 62 km/h ($u_0/fB = 2.1$) o correspondente valor obtido foi $H_1^* = 1.1$. Substituindo este valor



(a) Correlação total.



(b) Correlação parcial.

Figura 5.45: Histórias no tempo do deslocamento vertical na seção no meio do vão central pelo modelo analítico de Van der Pol adaptado.

Tabela 5.13: Operadores Ψ_n e Ψ_n^* ($n = 2$ ou 4) e amplitudes.

	Ψ_2	Ψ_2^*	Ψ_4	Ψ_4^*	Y_B (m)
cor. total	229.29	-	134.48	-	0.343
cor. parcial	-	168.26	-	113.9	0.26
estimada [6]	-	-	-	-	0.25

na expressão 2.24 tem-se a taxa de amortecimento total $\lambda = 0.00059$. Encontrou-se então valor do coeficiente $C_{Lh} = 0.0064$ pela expressão 2.36.

As respostas ao longo do tempo das oscilações, obtidas com a expressão 2.46 ou 5.6 da força, para um período de tempo de $400s$ e sendo $\Psi_1 = 39.64$, $\Psi_1^* = 71.78$, $\Psi_2 = 229.29$ e $\Psi_2^* = 168.26$, são mostradas nas figuras 5.47.

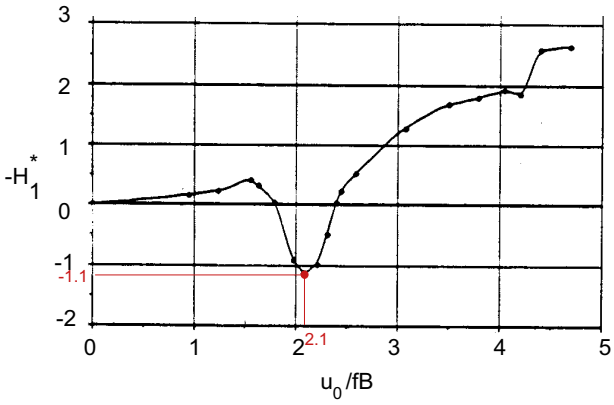
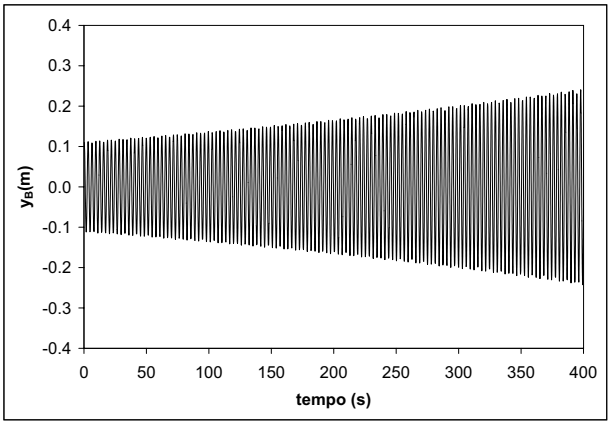


Figura 5.46: Coeficiente aerodinâmico H_1^* extraído do ensaio experimental em modelo reduzido da ponte [9].

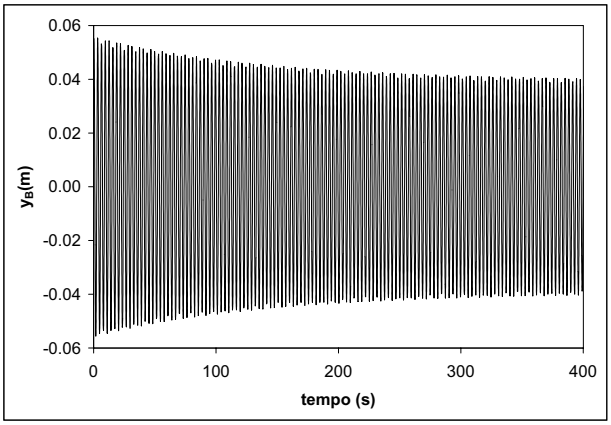
Nota-se que para correlação total o amortecimento total (mecânico + aerodinâmico) fica negativo e a resposta é divergente. Para correlação parcial a resposta é estável mas a amplitude em regime permanente aproximadamente, igual a 0.04 m, é quase 6 vezes menor do que a esperada.

Comparando-se as expressões 2.44 e 2.46 (ou 5.5 ou 5.6) observa-se nas duas um termo linear em $\dot{y}_B$. O segundo termo da equação 2.44 (ou 5.5) é não linear em deslocamento e o da equação 2.46 (ou 5.6) é o termo de excitação harmônica. A substituição do termo não linear por um termo de excitação harmônica na equação 2.46, na situação de ressonância, é vantajoso no sentido em que o coeficiente H_1^* é o mesmo coeficiente do modelo analítico de *flutter*. Com esta formulação SCANLAN[48] propôs unificar as descrições matemáticas dos fenômenos de instabilidade aerodinâmica e de vibração por vorticidade.

Contudo, embora SCANLAN [48] tenha tido sucesso com a ponte de Tacoma Narrows, para o qual H_1^* é negativo, os resultados aqui mostrados para a ponte Rio-Niterói demonstram que o fenômeno de vibração por vorticidade, que se apresenta auto-limitado, não pode ser representado pela equação 2.46 (ou 5.6), pois o termo de força aeroelástica linear em velocidade permitirá a ocorrência de oscilações divergentes se H_1^* for positivo.



(a) Correlação total.



(b) Correlação parcial.

Figura 5.47: Histórias no tempo do deslocamento vertical no meio da seção do vão central pelo modelo analítico com termo de excitação harmônica.

Comentários Finais sobre o Comportamento Aeroelástico da Ponte Rio-Niterói

O evento de fortes oscilações na ponte Rio-Niterói ocorrido em novembro de 1999 e completamente registrado pelo sistema de monitoração estrutural além de imagens de vídeo apresentou as seguintes características:

- Ao longo do evento, que durou 14 minutos, a velocidade de vento variou entre 55 e 60 km/h.
- A direção do vento se encontrava no setor sul-sudoeste.
- O período de oscilação foi de 3 s (f=0.33 Hz).

- A amplitude de deslocamento atingiu 58 cm, o dobro da amplitude ocorrida em outubro de 1997.

- Durante as oscilações os veículos trafegaram em baixa velocidade; na faixa a barlavento trafegavam os veículos pesados, caminhões e ônibus.

As maiores amplitudes de oscilação observadas neste evento estão relacionadas à mudança no perfil da seção transversal modificado pela presença dos veículos pesados. Os resultados das simulações numéricas desta seção modificada mostrados na tabela 5.9 para a ponte em repouso, apontam esta tendência: o resultado em termos de ΔC_{Lrms} indica uma relação 1:1.9 entre a força vertical do modelo com seção modificada (St=0.10) indica o valor de 85 km/h para velocidade crítica, bem acima das velocidades registradas em novembro de 1999. Entretanto, esta comparação deve ser feita com maior cautela já que as características tridimensionais do escoamento no caso da ponte com uma fila de caminhões na faixa lenta são bem mais significativas do que no caso da ponte isolada, com sua seção estrutural.

Capítulo 6

Considerações Finais

Este trabalho teve como objetivo a determinação de parâmetros aerodinâmicos e aeroelásticos, utilizados em modelos analíticos de força dinâmica do vento em pontes, via simulação numérica. O exemplo principal da pesquisa foi a ponte Rio-Niterói, que apresenta oscilações causadas pelo desprendimento de vórtices no primeiro modo de flexão e que vem sendo objeto de estudos e monitoração desde 1997 [40].

Para que a meta fosse alcançada, adotou-se a metodologia de pesquisa abaixo apresentada:

1. Utilização do programa de mecânica do fluidos computacional em elementos finitos, desenvolvido por DE SAMPAIO e COUTINHO [65], para simulações numéricas bidimensionais. Neste programa o modelo de turbulência utilizado é o modelo LES com modelo sub-malha numericamente implícito. A modelagem sub-malha das escalas irresolvíveis é inerente à formulação estabilizada do tipo Petrov-Galerkin combinada com algoritmos adaptativos no espaço e no tempo.

   As primeiras simulações, utilizando o referido programa, foram feitas com os corpos em repouso. Examinou-se o escoamento laminar ao redor de um perfil retangular e escoamentos turbulentos ao redor de seções quadradas e em torno da seção da ponte Rio-Niterói. Efeitos da variação do ângulo de incidência do vento, da modelagem geométrica da barreira lateral da ponte Rio-Niterói e da alteração do seu perfil transversal, devido à presença de veículos de grande

porte, também foram considerados.

2. Implementação, no programa desenvolvido por DE SAMPAIO e COUTINHO [65], de um algoritmo para o estudo de problemas de interação fluido-estrutura. Neste algoritmo, com as equações de Navier-Stokes descritas em um referencial Lagrangiano-Euleriano- arbitrário, compatibilizou-se o movimento do fluido ao movimento da estrutura, esta última tratada como um corpo rígido sobre molas elásticas.

3. Aplicação da metodologia descrita no item 2 para obtenção das respostas de uma seção retangular sob escoamento laminar e da ponte Rio-Niterói sob escoamento turbulento , considerando-se os efeitos dinâmicos dos corpos.

4. As simulações numéricas realizadas e as respostas dos ensaios experimentais em modelo seccional (utilizadas para efeitos de comparação) não consideraram aspectos tridimensionais do escoamento (correlações espaciais) e da resposta da estrutura (forma modal). Por fim foram utilizadas formulações analíticas para obtenção da resposta completa tridimensional dos vãos metálicos da ponte, sob ação dinâmica do vento.

Os resultados obtidos numericamente foram comparados a resultados obtidos de ensaios experimentais em túnel de vento e a outros resultados numéricos.

6.1 Conclusões

Das análises, pode-se concluir que:

a. Considerando o aspecto bidimensional das simulações e com base nas respostas obtidas para o obstáculo quadrado fixo as simulações $2D$ adaptativas no tempo e no espaço comparam-se bem com as mais refinadas simulações LES 3D e com os resultados experimentais. Esses resultados reforçam a afirmativa de BOURIS e BERGELES [5]: apesar das simulações computacionais LES 3D serem uma meta a ser alcançada pelos pesquisadores, simulações LES 2D constituem um compromisso entre as limitações impostas de custo computacional

e o nível de adequação de resultados para problemas relevantes de engenharia; por isso não podem ser rejeitadas tão facilmente.

b. Diferenças significativas foram observadas com relação aos valores do número de Strouhal. A obtenção correta deste parâmetro é de extrema importância para a avaliação numérica da velocidade crítica de vento, na qual ocorre a ressonância.

c. Observando os resultados numéricos obtidos para a ponte Rio-Niterói, revelaram-se excelentes as correlações com os resultados experimentais em túnel de vento de modelo seccional, tanto para o estudo aerodinâmico quanto para o estudo aeroelástico. Nestes estudos, foi de fundamental importância a escolha adequada do modelo geométrico dos elementos acessórios da barreira lateral.

   No estudo aeroelástico, a diferenças encontradas com relação à velocidade crítica do vento são devidas ao número de Strouhal obtido da simulação.

d. A alteração do perfil da ponte devido à presença de grandes veículos afeta significativamente as características aerodinâmicas da ponte.

e. Considerando a resposta 3D da ponte, a utilização do modelo analítico de Van der Pol adaptado para o fenômeno de sincronização forneceu resultados coerentes aos estimados pelas imagens em vídeo [40].

   Por outro lado, a formulação com termo de excitação harmônica proposta por SCANLAN [48], embora vantajosa no sentido em que o coeficiente H_1^* é o mesmo para as formulações de vorticidade e de *flutter*, não conduziu a resultados satisfatórios. Com base nos resultados obtidos para a ponte Rio-Niterói, pode-se contestar esta formulação alegando que quando o coeficiente H_1^* é positivo, pode-se obter respostas divergentes. Este comportamento divergente não condiz com o aspecto auto-limitante das oscilações por vorticidade.

Em linha gerais, pode-se dizer que o trabalho atingiu seu o objetivo principal. Traçando um panorama geral do contexto em que ele está inserido, embora nos dias de hoje os projetistas se valham essencialmente dos resultados de ensaios experimentais para o projeto de grandes estruturas de ponte, a utilização da mecânica dos

fluidos computacional em problemas dinâmicos de estruturas sob ação do vento é um campo com grande potencial de desenvolvimento.

Os bons resultados aqui apresentados vêm corroborar esta tendência de uso de simulação numérica, em especial da formulação aqui empregada, que, aliada ao progressivo avanço dos computadores, pode se tornar uma ferramenta valiosa para projetos. Contudo, embora os testes experimentais possam vir a ser mais onerosos do que as simulações numéricas, estes não podem ser completamente descartados, pois são de fundamental importância para o ajuste dos métodos e dos modelos numéricos a serem empregados.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Visando o entendimento de algumas questões que não puderam ser esclarecidas no decorrer da pesquisa e a continuidade do trabalho, sugere-se:

- Investigar porque a modelagem numérica adotada não foi capaz de capturar os efeitos da variação do ângulo de incidência do vento na camada limite. Esta investigação é necessária principalmente para as análises aeroelásticas que envolvem o modo de torção das estruturas, como no caso de fenômenos de instabilidade aerodinâmica.

- Considerando a importância do número de Strouhal nos resultados obtidos, investigar a influência de alguns parâmetros da modelagem sobre este valor, tais como o tamanho mínimo dos elementos e o tempo da simulação.

- Realizar simulações aeroelásticas da ponte com amplitudes iniciais. As informações sobre o decaimento das oscilações obtidas numericamente podem ser utilizadas para determinção dos coeficientes aeroelásticos do modelo analítico de Van der Pol adaptado ao fenômeno de vibração por vorticidade. A determinação destes coeficientes com uma única resposta com decaimento é vantajosa em relação ao método que utiliza curvas amplitude de deslocamento $\times$ velocidade de vento, para o qual são necessárias várias simulações.

- Investigar os efeitos da presença dos veículos de grande porte no comportamento aeroelástico da ponte Rio-Niterói.
- Implementar no algoritmo de interação fluido-estrutura, a possibilidade de deformação do corpo.

Bibliografia

[1] SIMIU, E. e SCANLAN, R. H. *Wind Effects on Structures.* John Wiley & Sons, New York, 3 ed. edition, 1996.

[2] BLESSMANN, J. *Aerodinâmica das Construções.* Sagra, Porto Alegre, R.S., Brasil, 2 ed. edition, 1990.

[3] BLEVINS, ROBERT D. *Flow-Induced Vibration.* Van Nostrand Reinhold Company, 1990.

[4] RODI, W., FERZIGER, J.H., BREUER, M. e POURQUIÉ, M. "Status of Large Eddy Simulation: Results of a Workshop". *Transactions of the ASME*, v.119:pp.248–262, junho, 1997.

[5] BOURIS, D. e BERGELES, G. "2D LES of Vortex Shedding from a Square Cylinder". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.80:pp.31–46, 1998.

[6] BATTISTA, R.C. e PFEIL, M.S. "Reduction of Vortex-induced Oscillations of Rio-Niterói Bridge by Dynamic Control Devices". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.84:pp.273–288, 2000.

[7] PFEIL, W. *Ponte Presidente Costa e Silva - Métodos Construtivos.* LTC Editora, Rio de Janeiro, Brasil, 1975.

[8] MENDES,P.A. e BRANCO,F.A. "Analysis of Fluid-Structure Interaction by an Arbitrary Lagrangian -Eulerian Finite Element Formulation". *Int. Journal Numer. Meth. in Fluids*, v.30:pp.897–919, 1999.

[9] ROBINSON, R., SAVAGE,M.G. *Wind Tunnel Investigation of the President Costa e Silva Bridge, Rio de Janeiro, Brazil.* Laboratory of Technical Report LTR - LA -311, National Aeronautical Establishment, National Research Council of Canada, Ottawa, 1989.

[10] BLEICH, F *et. al.* *The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges.* Advisory Bord on the Investigation of Suspension Bridges, United States, Government Printing Office, Washington, 1950.

[11] KIJEWSKI, T *et al.* Wind-Induced Vibrations, http: //www.nd.edu /~nathaz /publications /wind /manuscript.pdf, consultado em 08/03/2002.

[12] SIMIU, E.; SCANLAN, R. H. *Wind Effects on Structures.* John Wiley & Sons, New York, 2 ed. edition, 1986.

[13] DE SAMPAIO, P.A.B. *Petrov-Galerkin Finite Element Formulations for Incompressible Viscous Fluids".* Ph.D. dissertation, Department of Civil Engineering - University of Wales - Swansea, Setembro 1991.

[14] HUGHES,T.J.R., FRANCA, L.P. e BALLESTRA, M. "A New Finite Element Formulation for Computational Fluid Dynamic: V. Circumventing the Babuška-Brezzi Condition: A Stable Petrov-Galerkin Formulation for Stokes Problem Accommodating Equal-Order Interpolation". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.59:pp.85–99, 1986.

[15] DE SAMPAIO, P.A.B. "A Petrov-Galerkin Formulation for the Incompressible Navier-Stokes Equations using Equal Order Interpolation for Velocity and Pressure". *Int. Journal Numer. Meth. Engrg.*, v.31:pp.1135–1149, 1991.

[16] ZIENKIEWICZ, O.C. e WU,J. "Incompressible without Tears - How to Avoid Restrictions of Mixed Formulation". *Int. J. Num. Meth. Eng.*, v.32:pp.1189–1203, 1991.

[17] RODI, W. "Comparison of LES e RANS Calculations of the Flow Around Bluff Bodies". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.71:pp.55–75, 1997.

[18] BOSCH, G. e RODI, W. "Simulation of Vortex Shedding past a Square Cylinder with Different Turbulence Models". *Int. Journal Numer. Meth. in Fluids*, v.28:pp.601–616, 1998.

[19] MURAKAMI, S. "Overview of Turbulence Models Applied in CWE - 1997". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.74-76:pp.1–24, 1998.

[20] MURAKAMI, S. e MOCHIDA, A. "On Turbulent Vortex Shedding Flow Past 2D Square Cylinder Predicted by CFD". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.54-55:pp.191–211, 1995.

[21] MURAKAMI, S., MOCHIDA, A. e SAKAMOTO, S. "CFD Analysis of Wind-Structure Interaction for Oscillating Square Cylinders ". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.72:pp.33–46, 1997.

[22] MURAKAMI, S., IIZUKA,S. e OOKA, R. "CFD Analysis of Turbulent Flow Past Square Cylinder Using Dynamic LES". *Journal of Fluids and Structures*, v.13:pp.1097–1112, 1999.

[23] OKAJIMA, A. "Numerical Simulation of Flow Around Rectangular Cylinders". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.33:pp.171–180, 1990.

[24] OKAJIMA, A., NAGAHISA, T. e ROKUGOH, A. "A Numerical Analysis of Flow Around Rectangular Cylinders". *JSME International Journal*, v., s.33(n.4):pp.702–711, 1990.

[25] NOMURA,T. e HUGHES,T. "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Fluid and a Rigid Body". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.95:pp.115–138, 1992.

[26] NOMURA,T. "ALE Finite Element Computations of Fluid-Structures Interaction Problems". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.112:pp.291–308, 1994.

[27] MENDES,P.A. e BRANCO,F.A. "Evaluation by CFD of the Flutter Derivatives for a Restangular Section". *91CWE, Nova Deli, India*, 1995.

[28] MENDES,P.A. e BRANCO,F.A. "Evaluation of Flutter Derivatives by CFD". *Ponts Suspendus et a Haubans - Cable-Stayed and Suspension Bridges, Deauville, França*, outubro, 1994.

[29] LARSEN, A. "Computer Simulation of Wind-Structure Interaction in Bridge Aerodynamics". *Journal of International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*, v.8(n.2):pp.105 – 111, 1998.

[30] LARSEN, A. e ESDAHL, S. Discrete Vortex Simulation of Fluid-Structure Interacton in Bridge Engineering.

[31] LARSEN, A. e WALTHER, J. H. "Aeroelastic Analysis of Bridge Girder Sections Based on Discrete Vortex Simulations". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.67-68:pp.253–265, 1997.

[32] LARSEN, A. e WALTHER, J. H. "Discrete Vortex Simulation of Flow Around Five Generic Bridge Deck Sections". *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, v.77-78:pp.591–602, 1998.

[33] FRANDSEN, JANNETTE. Computational Bridge Aerodynamics, http://www.eng.ox.ac.uk/~oedjbf/cba.html, consultado em 28/12/2001.

[34] MENDES, PEDRO A. e BRANCO, FERNANDO A. . "Numerical Wind Studies for the Vasco da Gama Bridge, Portugal". *Journal of International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE)*, v.8(n.2):pp.124 – 128, 1998.

[35] BRANCO, FERNANDO A., MENDES, PEDRO A. e GUERREIRO, M.C. "Special Studies for Vasco da Gama Bridge". *Journal of Bridge Engineering*, v.5(n.3):pp.233–239, 2000.

[36] DE SAMPAIO, P.A.B. e COUTINHO,A.L.G.A. "Simulating Vortex Shedding at High Reynolds Number". *In: International Society of Offshore and Polar Engineers*, III(Cupertino, California, USA):pp.461–466, 1999.

[37] DE SAMPAIO, P.A.B., COUTINHO, A.L.G.A. e HALLAK, P.H. "Large Eddy Simulation of Turbulent Incompressible Flows Based on a Stabilized Formulation with Numerically Implicit Sub-grid Model". *Proceeding of the* 21^{th}

Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE), 2000.

[38] DE SAMPAIO, P.A.B., COUTINHO, A.L.G.A., HALLAK, P.H. e PFEIL, M.S. "Some Large Eddy Simulations in Wind Engineering Problems". *Proceeding of the* 22^{th} *Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering (CILAMCE)*, 2001.

[39] DE SAMPAIO, P.A.B., COUTINHO, A.L.G.A., HALLAK, P.H. e PFEIL, M.S. "Simulating Vortex Shedding around Bluff Bodies". *Proceeding of the Americas Conference on Wind Engineering*, 2001.

[40] BATTISTA, R.C. *Ponte Rio-Niterói: Análise do Comportamento e Monitoração Estrutural sob Ação do Tráfego de Veículos e do Vento.* Relatórios Técnicos COPPETEC, (10 volumes), elaborados sob contrato com a Ponte S.A., concessionária da Ponte Rio-Niterói, 1997-2000.

[41] BATTISTA, R.C. e PFEIL, M. S. "Monitoring Oscillations of a Long-Span Steel Twin-Box Girder Bridge". *Proceedings EURODYN 2002,* 4^{th} *European Congress on Structural Dynamics.*, a ser publicado em setembro 2002.

[42] BLEICH, F. *et al.* "The Mathematical Theory of Vibration in Suspension Bridges". *Asvisory Board on the Investigation of Suspension Bridges, United States Government Printing Office*, 1950.

[43] SCANLAN, R. H. "Analytical Models in Bridge Design and Retrofit for Wind Effects - Wind Effects on Buildings and Structures". *The Proceedings of Jubileum Conf. on Wind Effects on Buildings and Structures*, 1998.

[44] BILLAH, Y. K. e SCANLAN, R.H. "Resonance, Tacoma Narrows Bridge Failure, and Undergraduate Physics Textbooks". *Am. J. Phys.*, v.59(n.2):pp.118–124, 1991.

[45] PFEIL, M.S. *Comportamento Aeroelástico de Pontes Estaiadas.* Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1993.

[46] SCANLAN, R.H. e TOMKO, J. "Airfoil and Bridge Deck Flutter Derivatives". *Journal of the Engineering Mechanics Division*, pages pp.1717–1737, 1971.

[47] CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. *Dynamic of Structures.* McGraw-Hill, Inc, 2 ed. edition, 1993.

[48] SCANLAN, R.H. "Bridge Flutter Derivatives at Vortex Lock-in". *Journal of Structural Engineering*, pages pp.450–458, april 1998.

[49] DAVENPORT, A. "Buffeting of a Suspension Bridge by Stormy Winds". *Journal of the Structural Division, ASCE*, v.88(n.ST3), junho, 1962.

[50] EHSAN, F. e SCANLAN, R.H. "Vortex-induced Vibrations of Flexible Bridges". *Journal of Eng. Mech. ASCE*, v.6(n.116):pp.1392–1411, 1990.

[51] HIRSCH, CH. *Numerical Computation of Internal and External Flows*, volume v.1. Wiley, Bruxelas, Bélgica, 1990.

[52] BERTULANI,C. http://omnis.if.ufrj.br/~bertu/fis2/hidrodinamica //turbulencia/turbulencia.html, consultado em 23/10/2001.

[53] PERAIRE, J., ZIENKIEWICZ,O.C. e MORGAN,K. "Shallow Water Problems: A General Explicit Formulation". *Int. Journal Numer. Meth. Engrg.*, v.12:pp.1359–1365, 1978.

[54] DE SAMPAIO, P.A.B. "Finite Element Modelling of Complex Nuclear Engineering Flows". *Anais do 5º Congresso Geral de Energia Nuclear*, pages pp.269–274, 1994.

[55] SCHLICHTING, H. *Boundary Layer Theory.* McGraw-Hill, 1971.

[56] MOREIRA, M.L. *Simulação Computacional de Escoamentos Viscosos Compressíveis/Quase Incompressíveis.* Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, Setembro 1998.

[57] DE SAMPAIO, P.A.B. e MOREIRA, M.L. "A New Finite Element Formulation for Both Compressible and Nearly Incompressible Fluid Mechanics". *Int. J. Num. Meth. Eng.*, v.32:pp.51–78, 2000.

[58] WILCOX, DAVID C. *Turbulence Modeling for CFD.* DCW Industries, USA, 2 ed. edition, 2000.

[59] PIOMELLI,U. Large-eddy and Direct Simulation of Turbulent Flows, http://www.glue.umd.edu/~ugo, consultado em 28/12/2001. Short course delivered at CFD2001 - 9 e conférence annuelle de la Société canadienne de CFD.

[60] ANDERSON, D.A., TANNEHILL, J. C. e PLETCHER, R.H. *Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer*. McGraw-Hill, 1984.

[61] HUGHES, T.J.R., MAZZEI, L. e OBERAI, A.A. "The Multiscale Formulation of Large Eddy Simulation: Decay of Homogeneous Isotropic Turbulence". *Physics of Fluids*, v.13(n.2):pp.505–512, 2001.

[62] BREZZI, F. e FORTIN, M. *Mixed and Hybrid Finite Element Methods*. Springer, New York, 1991.

[63] DE SAMPAIO, P.A.B. e COUTINHO, A.L.G.A. "A Natural Derivation of Discontinuity Capturing Operator for Convection-Diffusion Problems". *Int. Journal Numer. Meth. Engrg.*, v.190:pp.6291–6308, 2001.

[64] CAREY, G.F. e JIANG, B.N. "Least-squares Finite Elements for First Order Hyperbolic Systems". *Int. Journal Numer. Meth. Engrg.*, v.26:pp.81–93, 1988.

[65] DE SAMPAIO, P.A.B. e COUTINHO, A.L.G.A. "Simulation of Free and Forced Convection Incompressible Flows using an Adaptive Parallel Vector Finite Element Procedure". *Int. Journal Numer. Meth. in Fluids*, v.29:pp.289–309, 1999.

[66] HUGHES,T.J.R. "Recent Progress in the Development and Undestanding of SUPG Methods with Special Reference to the Compressible Euler and Navier-Stokes Equations". *Int. Journal Numer. Meth. in Fluids*, v.106:pp.143–178, 1987.

[67] HUGHES,T.J.R., LIU, W.K. e ZIMMERMANN,T.K. "Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Vicous Flow". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.29:pp.329–349, 1981.

[68] BELYTSCHKO, T., FLANAGAN,D.P. e KENNEDY,J.M. "Finite Element Methods with User-controlled Meshes for Fluid-Structures Interaction". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.33:pp.669–688, 1982.

[69] DONEA, J., GIULIANI,S. e HALLEUX,J.P. "An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Transient Dynamic Fluid-Structure Interactions". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.33:pp.689–723, 1982.

[70] DE SAMPAIO, P.A.B. "Transient Solutions of the Incompressible Navier-Stokes Equations in Primitive Variables Employing Optimal Local Time-Stepping". *In: Proceedings of the* 8^{th} *Int. Conference on Numer. Meth. for Laminar and Turbulent Flow*, Swansea, U.K.:pp.1493–1504, 1993.

[71] DE SAMPAIO, P.A.B.; LYRA, P.R.M.; MORGAN, K. e WEATHERILL, N.P. "Petrov-Galerkin Solutions os the Incompressible Navier-Stokes Equations in Primitive Variables with Adaptative Remeshing". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, v.106:pp.143–178, 1993.

[72] ZIENKIEWICZ, O.C. e ZHU,J.Z. "A Simple Error Estimator and Adaptive Procedure for Practical Engineering Analysis". *Int. J. Num. Meth. Eng.*, v.24:pp.337–357, 1987.

[73] DE SAMPAIO, P.A.B. e COUTINHO, A.L.G.A. "Simulation of Vortex Shedding at High Reynolds Numbers". *The Proceedings of the* 10^{th} *International Offshore and Polar Engineering Conference, J.S.Chung, M. Olagnon e C.H. Kim (eds)*, v.III:pp.461–466, 2000.

[74] LEE, B.E. "The Effect of Turbulence on the Surface Pressure Field of a Square Prism". *Journal of Fluid Mechanics*, v.69:pp.263–282, 1974.

[75] VICKERY, B.J. "Fluctuating Lift and Drag on a Long Cylinder of Square Cross-Section in a Smooth and in a Turbulent Stream". *Journal of Fluid Mechanics*, v.25:pp.481–494, 1966.

[76] LYN, D.A. e RODI,W. "The Flapping Shear Layer Formed by Flow Separation from the Forward Corner of a Square Cylinder". *Journal of Fluid Mechanics*, v.267:pp.353–376, 1994.

[77] WARDLAW. "Sectional Versus Full Model Wind Tunnel Testing of Bridge Road Decks". *Research Review Conference, U.S. Federal Highway Adiministration*, 1978.

Apêndice A

Remalhagem Adaptativa

Neste trabalho usa-se o estimador de erro *a posteriori* proposto por ZIENKIEWICZ e ZHU [72] para estimar o erro do gradiente de velocidade e guiar a remalhagem. O esquema a ser apresentado a seguir é o mesmo utilizado por DE SAMPAIO e COUTINHO [65] e MOREIRA [56].

O erro no gradiente de velocidade é estimado por:

$$\|E\|_\Omega = \left[\int_\Omega tr\left(\tau^\bullet - \hat{\tau}\right)\left(\tau^\bullet - \hat{\tau}\right) d\Omega\right]^{1/2} \tag{A.1}$$

onde $\hat{\tau}$ é a tensão de cisalhamento descontínua obtida diretamente da análise e $\tau^\bullet$ é a tensão de cisalhamento obtida da projeção de mínimos quadrado de $\hat{\tau}$ na base de elementos finitos C_0 [71].

Pode-se também definir a seguinte medida do gradiente de velocidade $\|S\|_\Omega$ e o erro relativo η:

$$\|S\|_\Omega = \left[\int_\Omega tr(\tau^\bullet \tau^\bullet) d\Omega\right]^{1/2} \tag{A.2}$$

$$\eta = \frac{\|E\|_\Omega}{\|S\|_\Omega} \tag{A.3}$$

Se Ω_i é o sub-domínio associado a um elemento típico i, o erro correspondente a este elemento é:

$$\|e\|_{\Omega_i} = \left[\int_{\Omega_i} \left(\nabla u_a^{\bullet} - \nabla \hat{u}_a\right)\left(\nabla u_a^{\bullet} - \nabla \hat{u}_a\right) d\Omega\right]^{1/2} \tag{A.4}$$

O erro no domínio, dado pela equação A.1, é formado pela soma dos erros nos elementos:

$$\|E\|_{\Omega}^2 = \sum_{i=1}^{m} \|e\|_{\Omega_i}^2 \tag{A.5}$$

onde m é o número de elementos da malha.

Assim, pode-se calcular o erro médio por elemento $\bar{e}_m$ como:

$$\bar{e}_m = \frac{\|E\|_{\Omega}}{\sqrt{m}} \tag{A.6}$$

ou, em termos de erro relativo η:

$$\bar{e}_m = \eta \frac{\|S\|_{\Omega}}{\sqrt{m}} \tag{A.7}$$

A remalhagem é baseada no conceito de geração de uma nova malha, de tal forma que o erro torne-se uniformente distribuído entre os novos elementos. Isto requer a definição de um erro almejado por elemento, e conduz a várias estratégias alternativas.

Neste trabalho, assim como nos trabalhos de DE SAMPAIO e COUTINHO [65] e MOREIRA [56], opta-se pelo controle do número máximo permitido de elementos em cada nova malha. Deixa-se o nível de erro ser ajustado durante a análise de acordo com um definição prévia do usuário do máximo número de elementos que é permitido. Isto leva a uma implementação orientada para os limites de custo computacional. ZIENKIEWICZ e ZHU [72], ao contrário, utiliza o controle do nível de erro que deve permanecer quase constante durante a análise, enquanto que o número de elementos pode variar livremente.

Suponha que através da remalhagem, iniciada a partir de uma malha contendo m elementos, possa-se obter uma malha refinada com m' elementos, tal que $m' > m$. Assume-se também que a malha refinada é ótima no sentido de que o erro é

uniformemente distribuído entre os m' elementos. Então, pela equação A.6, a razão entre o erro médio por elemento observado nestas malhas é:

$$\frac{\bar{e}_{m'}}{\bar{e}_m} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m'}} \frac{\|E'\|_\Omega}{\|E\|_\Omega} \tag{A.8}$$

O erro no domínio na malha refinada ótima é menor que aquele na malha grosseira. Conclui-se então:

$$\frac{\bar{e}_{m'}}{\bar{e}_m} = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m''}} \text{ para algum } m'' > m' \tag{A.9}$$

Em vista das observações acima, o seguinte erro almejado por elemento é escolhido:

$$\bar{e}_i = \sqrt{\frac{m}{m''}} \bar{e}_m \tag{A.10}$$

onde m'' é o número de elementos máximo prescrio pelo usário, m é o número de elementos na malha atual e $\bar{e}_m$ é o erro médio por elemento observado na malha atual.

Para elementos lineares, assume-se que os erros individuais dos elementos são proporcionais aos tamanhos dos elementos correspondentes. Assim, pode-se definir uma nova distribuição de tamanho de elementos buscando alcançar o erro desejado $\bar{e}_i$ em cada elemento da nova malha. A nova distribuição de tamanho de elementos pode ser expressa em termos dos tamanhos dos elementos e dos erros na malha atual e do erro almejado $\bar{e}_i$ para todos os elementos da nova malha:

$$h_i^{k+1} = k_i^k \frac{\bar{e}_i}{\|e\|_{\Omega_i}} \text{ para } i = 1...m \tag{A.11}$$

onde $k+1$ e k indicam a malha nova e a malha atual, respectivamente.

Em algumas aplicações é necessário limitar o tamanho mínimo aceitável (he_{min}), uma vez que o passo de tempo calculado pela equação 4.34 pode tornar-se muito pequeno.

A equação A.11 dá uma distribuição descontínua dos tamanhos dos elementos para a nova malha que é, no entanto, definida na malha atual. O gerador de malhas usado neste trabalho requer que a distribuição de tamanhos de elementos seja contínua e definida nos nós de uma malha-base previamente especificada. Assim, a distribuição de tamanhos dada pela equação A.11 é projetada para os nós da malha atual, via suavização por mínimos quadrados, sendo então transferida para os nós da malha de base.

A remalhagem automática é controlada pela variação do erro relativo dado pela equação A.3. Uma nova malha é construída sempre que o erro relativo variar mais do que 1% durante a análise transiente.

A.1 Transferindo Dados para a Nova Malha

Um importante aspecto do procedimento de remalhamento é a interpolação dos dados entre duas malhas consecutivas. O problema de transferência de dados entre malhas está ilustrado na fig. A.1, onde a determinação dos valores para um nó da nova malha exige uma interpolação dos valores das variáveis que estão disponíveis somente na malha antiga.

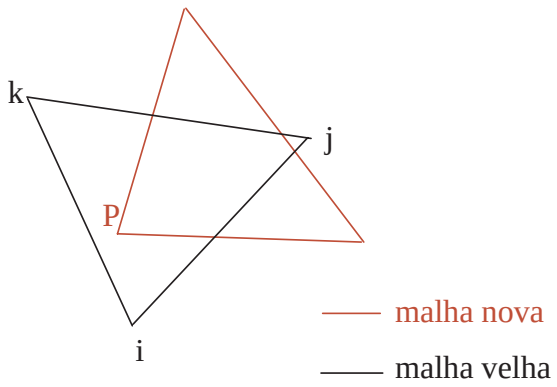


Figura A.1: Valores das variáveis no nó P da nova malha obtidos da interpolação dos valores armazenados nos nós i,j e k da malha anterior.

Referindo-se à fig. A.1, seja u uma variável genérica. A maneira mais simples para calcular u no ponto P é através de uma interpolação linear baseada nas funções de forma do elemento da malha velha, isto é:

$$\hat{u}_P = N_k u_k \tag{A.12}$$

onde u_k são os valores nodais da variável na malha velha e N_k são as correspondentes funções de forma lineares avaliadas no ponto P.

Contudo, o uso das equações acima para a tranferência de dados não é adequado para problemas transientes envolvendo um grande número de malhas computacionais. De fato, o uso repetido da equação A.12 introduz dissipações espúrias na análise numérica [71]. Desta forma, um esquema de interpolação de ordem elevada, conforme apresentado por DE SAMPAIO *et al* [71], é adotado.

Uma correção de segunda ordem da equação A.12 pode ser construída utilizando gradientes suavizados de u, obtidos pela projeção dos mínimos quadrados dos gradientes constantes disponíveis para as análises em elementos finitos.

Os gradientes suavizados são funções lineares definidos em cada elemento da malha velha de acordo com:

$$\frac{\partial u^*}{\partial x} = N_j \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} \right)_j \tag{A.13}$$

$$\frac{\partial u^*}{\partial y} = N_j \left(\frac{\partial u^*}{\partial y} \right)_j \tag{A.14}$$

onde $(\partial u^*/\partial x)_j$ e $(\partial u^*/\partial y)_j$ são os valores nodais dos gradientes suavizados.

Pelas equações acima, as seguintes derivadas de segunda ordem de u, constantes no interior de cada elemento da malha anterior, podem ser definidas:

$$\left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^2} \right]_e = \frac{\partial N_j}{\partial x} \left(\frac{\partial u^*}{\partial x} \right)_j \tag{A.15}$$

$$\left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial x \partial y}\right]_e = \left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial y \partial x}\right]_e = \frac{1}{2}\left\{\frac{\partial N_j}{\partial x}\left(\frac{\partial u^*}{\partial y}\right)_j + \frac{\partial N_j}{\partial y}\left(\frac{\partial u^*}{\partial x}\right)_j\right\} \tag{A.16}$$

$$\left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2}\right] = \frac{\partial N_j}{\partial y}\left(\frac{\partial u^*}{\partial y}\right)_j \tag{A.17}$$

Um esquema de interpolação de segunda ordem é obtido adicionando um termo corretivo à equação A.12. Esta correção desaparece quando o ponto P coincide com um nó da malha antiga. A interpolação resultante satisfaz as derivadas de segunda ordem das equação A.15, A.16 e A.17 no interior dos elementos da malha anterior e é dada por:

$$\tilde{u}_P = \hat{u}_P + \Delta u_P \tag{A.18}$$

onde:

$$\Delta u_P = f(x_P, y_P) - \sum_{j=1}^{3} N_j(x_P, y_P) f(x_j, y_j) \tag{A.19}$$

$$f(x,y) = \frac{1}{2}\left\{\left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^2}\right]_e x^2 + 2\left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial x \partial y}\right]_e xy + \left[\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^2}\right]_e y^2\right\} \tag{A.20}$$

e x_P e y_P são as coordenadas cartesianas do ponto P.

Em alguns casos, pode ser conveniente permitir que exista alguma dissipação numérica no procedimento de interpolação, o que pode ser obtido simplesmente não introduzindo o termo corretivo. O esquema de interpolação de baixa/elevada-ordem é escrito da forma:

$$\tilde{u}_P = \hat{u}_P + \epsilon \Delta u_P \tag{A.21}$$

onde ϵ varia de 0, no caso linear, a 1, para o esquema completo de correção.

Recordando-se que os tamanhos dos elementos em qualquer malha gerada é limitado pelo tamanho mínimo prescrito he_{min}, o esquema linear é usado quando os dados são interpolados no interior destes elementos com tamanho mínimo. Isto é realizado com o objetivo de amenizar as constribuições das escalas espaciais que não puderam ser resolvidas pelas malhas computacionais utilizadas durante as análises.

Por outro lado o procedimento quadrático é empregado quando as interpolações são feitas no interior de elementos maiores do que o tamanho mínimo prescrito.

Apêndice B

Discretização Espacial das Equações Filtradas de Navier-Stokes

Neste apêndice apresenta-se a discretização espacial em elementos finitos das equações filtradas de Navier-Stokes 4.43.

Parte-se da equação discretizada no tempo 4.43

$$\rho\left[\frac{u_a^{n+1}-u_a^n}{\Delta t}\right]+\rho\frac{\partial}{\partial x_b}(u_a u_b)^n+S_a^{n+1/2}+\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[\rho\frac{\partial}{\partial t}(u_a u_b)\right]^{n+1/2}=0 \qquad \text{(B.1)}$$

em que

$$\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[\rho\frac{\partial(u_a u_b)}{\partial t}\right]=\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial t}\left[\rho\frac{\partial(u_a u_b)}{\partial x_b}\right] \qquad \text{(B.2)}$$

e

$$S_a^{n+1/2}=\frac{\partial p^{n+1/2}}{\partial x_a}-\frac{\partial \tau_{ab}^{n+1/2}}{\partial x_b}-f_a^{n+1/2} \qquad \text{(B.3)}$$

Isola-se os termos contento $u_a u_b$

$$II=\rho\frac{\partial}{\partial x_b}(u_a u_b)^n+\rho\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[\frac{\partial}{\partial t}(u_a u_b)\right]^{n+1/2} \qquad \text{(B.4)}$$

$$II=\rho\frac{\partial}{\partial x_b}(u_a u_b)^n+\rho\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[u_a\frac{\partial u_b}{\partial t}+u_b\frac{\partial u_a}{\partial t}\right]^{n+1/2} \qquad \text{(B.5)}$$

A equação B.5 pode ser reescrita da forma:

$$II = \rho\frac{\partial}{\partial x_b}(u_a u_b)^n + \frac{1}{2}\left[\rho u_b^{n+1}\frac{\partial u_a^{n+1/2}}{\partial x_b} - \rho u_b^n\frac{\partial u_a^{n+1/2}}{\partial x_b}\right]$$
$$-\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[u_b^{n+1/2}\left(\rho\frac{\partial}{\partial x_b}(u_a u_b)^{n+1/2} + S_a^{n+1/2}\right)\right]$$
$$+\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[u_b^{n+1/2}\rho\left(\frac{u_a^{n+1}-u_a^n}{\Delta t}\right)\right]$$
$$-\frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[u_b^{n+1/2}\rho\left(\frac{u_a^{n+1}-u_a^n}{\Delta t}\right)\right] \tag{B.6}$$

Usando as relações

$$\frac{\partial u_a^{n+1/2}}{\partial x_b} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_a^{n+1}}{\partial x_b} + \frac{\partial u_a^n}{\partial x_b}\right) \tag{B.7}$$

$$n_b^{n+1/2} = \frac{1}{2}(u_b^{n+1} + u_b^n) \tag{B.8}$$

obtém-se

$$II = \rho u_b^{n+1/2}\frac{\partial u_a^{n+1/2}}{\partial x_b} - \frac{\Delta t}{2}\left\{u_b^{n+1/2}\left[\frac{\rho}{\Delta t}(u_a^{n+1}-u_a^n) + \rho u_b^{n+1/2}\frac{\partial u_a}{\partial x_b}^{n+1/2} + S_a^{n+1/2}\right]\right\} \tag{B.9}$$

Retornando com a parcela II à equação B.1 e definindo

$$R_a^{n+1/2} = \frac{\rho}{\Delta t}(u_a^{n+1}-u_a^n) + \rho u_b^{n+1/2}\frac{\partial u_a}{\partial x_b}^{n+1/2} + S_a^{n+1/2} \tag{B.10}$$

chega-se

$$R_a^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}\left[u_b^{n+1/2}R_a^{n+1/2}\right] = 0 \tag{B.11}$$

Aplicando o método de Galerkin à equação B.11, tem-se:

$$\int_\Omega N_i\left[R_a^{n+1/2} - \frac{\Delta t}{2}\frac{\partial}{\partial x_b}(u_b^{n+1/2}R_a^{n+1/2})\right]d\Omega = 0 \tag{B.12}$$

Integrando por partes o segundo termo da equação acima e assumindo que no contorno a contribuição de R_a é muito pequena chega-se à equação 4.45.

$$\int_{\Omega} \left(N_i + \frac{\Delta t}{2} \hat{u}_b^{n+1/2} \frac{\partial N_i}{\partial x_b} \right) R_a^{n+1/2} d\Omega = 0 \tag{B.13}$$