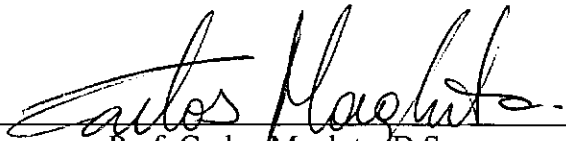


**DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA DETERMINAÇÃO
EXPERIMENTAL DE FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA
EXCITAÇÕES SIMPLES E MÚLTIPLAS**

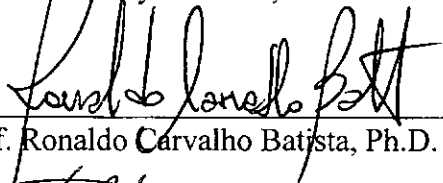
Ricardo Franklin Mendes de Andrade

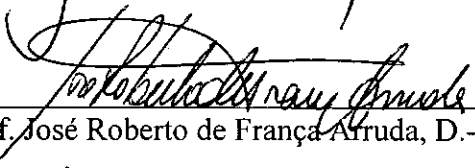
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

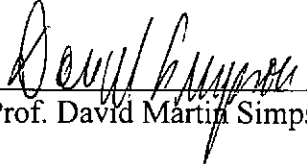
Aprovada por:


Prof. Carlos Magluta, D.Sc.


Prof. Ney Roitman, D.Sc.


Prof. Ronaldo Carvalho Batista, Ph.D.


Prof. José Roberto de França Arruda, D.-Ing.


Prof. David Martín Simpson, Ph.D.

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Março de 1997

ANDRADE, RICARDO FRANKLIN MENDES DE
Desenvolvimento de um Sistema para
Determinação Experimental de Funções de Resposta
em Frequência para Excitações Simples e Múltiplas
[Rio de Janeiro] 1997

IX, 151 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, D.Sc.,
Engenharia Civil, 1997)

Tese - Universidade Federal do Rio de
Janeiro, COPPE

1. Análise Modal
2. Múltipla Excitação e Múltipla Resposta (MIMO)
3. Identificação Estrutural

I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

Dedico à minha família,
e à Ana Paula, com amor.

AGRADECIMENTOS

Ao Ney e ao Magluta, pela valiosa orientação, pela amizade e incentivo durante a realização deste trabalho e pela ajuda nas horas mais difíceis.

A toda minha família, em especial a meus pais, pelo apoio e pela confiança que depositaram em mim.

Ao Prof. Ronaldo C. Batista, pela atenção dispensada.

Aos amigos Paula, Luiz Fernando e Rosane, pela amizade.

Aos funcionários do laboratório, em especial Flávio e Vicente, pela disposição de ajudar sempre que necessário.

Ao CNPq, à CAPES, ao DAAD, e a meus pais pelo apoio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA PARA DETERMINAÇÃO
EXPERIMENTAL DE FUNÇÕES DE RESPOSTA EM FREQUÊNCIA PARA
EXCITAÇÕES SIMPLES E MÚLTIPLAS

Ricardo Franklin Mendes de Andrade

Março/1997

Orientadores: Carlos Magluta
Ney Roitman

Programa: Engenharia Civil

O presente trabalho consiste no desenvolvimento de um sistema para aquisição e tratamento de sinais experimentais com o objetivo de se estimarem as Funções de Resposta em Frequência (FRFs) considerando-se excitações simples e múltiplas. São mostrados o desenvolvimento e a apresentação das etapas necessárias para a elaboração deste sistema, sendo esta a maior contribuição deste trabalho.

A teoria para obtenção dos estimadores H_1 (Least Squares Estimator) e H_v (Total Least Squares Estimator) para excitação simples e múltipla é apresentada e aplicada. O desenvolvimento do sistema implementado em ambiente gráfico LabVIEW é documentado, mostrando as considerações para a implementação e o funcionamento do sistema.

Realizaram-se testes do sistema com simulações numéricas, com o objetivo de comparar os resultados obtidos a partir destas simulações com resultados teóricos, para avaliar o funcionamento do sistema implementado.

Foram realizados ensaios experimentais em estruturas simples e complexa submetidas a diferentes tipos de excitação, simples e dupla, e com a introdução de ruídos. Foram observadas pequenas diferenças entre os parâmetros modais obtidos para os estimadores H_1 e H_v .

Os resultados numéricos e experimentais demonstraram a eficiência e qualidade do sistema implementado, bem como a facilidade de sua utilização.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

DEVELOPMENT OF A SYSTEM FOR THE EXPERIMENTAL DETERMINATION
OF FREQUENCY RESPONSE FUNCTIONS USING SINGLE AND MULTIPLE
EXCITATION

Ricardo Franklin Mendes de Andrade

March/1997

Supervisor: Carlos Magluta
Ney Roitman

Department: Civil Engineering

The present work treats the development of a system for the acquisition and processing of experimental data, in order to estimate the Frequency Response Functions (FRFs) for single and multiple excitations. The main contribution of this work is not only the development of the system, but also the presentation of all steps necessary for the implementation of the system.

The theory for obtaining the H_1 (least squares) and H_v (total least squares) estimators for single and multiple input is presented. The development of the system using the software LabVIEW is presented, showing the main considerations for the implementation and the functioning of the system.

The system was tested with numerical simulations, whose main goal was to compare the obtained results with theoretical ones, in order to evaluate the implemented system.

Experimental tests were carried out on simple and on complex structures. Tests using different excitation types were carried out, for single and multiple excitation, for the H_1 and H_v estimators. Small differences between the modal parameters obtained for the H_1 and H_v estimators could be observed.

The numerical and experimental results showed the efficiency and quality of the implemented system, as well as the friendly user interface.

ÍNDICE

I. Introdução.....	1
I.1. Objetivos da Pesquisa.....	1
I.2. Considerações Gerais.....	2
I.3. Pesquisa Bibliográfica.....	4
I.4. Escopo do Trabalho.....	7
II. Estimativa das FRFs para Excitação Múltipla.....	9
II.1. Teoria Básica para Excitação Simples.....	9
II.2. Teoria para Excitações Múltiplas.....	21
II.3. Considerações sobre Excitações Múltiplas.....	26
II.3.1. Considerações sobre a coerência.....	26
II.3.2. Considerações sobre a excitação.....	27
II.3.2.1. Avaliação da correlação entre excitações.....	28
II.3.2.2. Sinais de excitação.....	29
II.3.2.3. Número de excitações.....	32
II.4. Implementação da Técnica para Obtenção das FRFs para Excitação Múltipla.....	33
II.4.1. Montagem da matriz espectral.....	34
II.4.2. Técnica de estimativa H_1	36
II.4.2.1. Montagem da matriz de densidades espectrais condicionadas.....	38
II.4.2.2. Cálculo das FRFs e funções de coerência.....	42
II.4.3. Técnica de estimativa H_v	43
III. Implementação Numérica.....	45
III.1. Introdução.....	45
III.2. Procedimento Adotado sobre a Teoria Implementada.....	47
III.3. Lógica da Implementação no LabVIEW.....	53
IV. Teste da Implementação: Simulação Numérica.....	61
IV.1. Descrição da Estrutura.....	61
IV.1.1. Funções de Resposta em Freqüência Teóricas.....	62
IV.2. Simulações obtidas em Computador de Alto Desempenho.....	65
IV.2.1. Simulação de excitação por impactos.....	66
IV.2.2. Simulação de excitação aleatória.....	71
IV.2.3. Simulação de excitação aleatória transiente.....	72
IV.2.4. Adição de ruídos nas simulações.....	73
IV.2.5. Simulação de excitação dupla.....	74
IV.3. Resultados da Análise.....	75
IV.3.1. Análises dos resultados com excitação simples.....	77
IV.3.2. Análises dos resultados com adição de ruídos.....	83
IV.3.3. Análises dos resultados com excitação dupla.....	86
V. Testes Experimentais em Estrutura Simples.....	88
V.1. Testes Iniciais do Sistema Implementado.....	88
V.2. Descrição dos Testes Realizados em Estrutura Simples.....	90
V.2.1. Determinação da resolução espectral a ser utilizada.....	92
V.2.2. Testes com excitação simples.....	95
V.2.3. Testes com excitação dupla.....	99
VI. Testes Experimentais em Estrutura Complexa.....	105
VI.1. Descrição da Estrutura e Instrumentação Utilizada.....	106
VI.2. Resultados Numéricos.....	109
VI.3. Ensaios Preliminares.....	111
VI.4. Resultados Experimentais com Instrumentação Completa.....	119
VII. Conclusões.....	127
Referências Bibliográficas.....	130
Apêndice A - Métodos de Estimativas de Parâmetros por Mínimos Quadrados.....	136
Apêndice B - Equipamentos e Sensores Utilizados nos Ensaios Experimentais.....	145

NOMENCLATURA

Letras Maiúsculas

- A_{jk} - módulo da inertância teórica para excitação j e resposta k
 $E[\dots]$ - valor esperado
 $E(\%)$ - erro percentual
 $F(t)$ - força no domínio do tempo
FRFs - funções de resposta em frequência
 G_{ij} - função de densidade espectral entre excitação i e resposta j
 $G_{ij,r}$ - função de densidade espectral condicionada
 $\{G_{ij}\}$ - matriz das funções de densidade espectral ou matriz espectral
 $\{G_{ij,r}\}$ - matriz das funções de densidade espectral condicionadas
 $[G_{xxy}]$ - matriz das funções de densidade espectral ou matriz espectral
 $\hat{G}_{xy}(f)$ - valor estimado da função da densidade espectral
 $H(f)$ - função de transferência
 $H_{ij}(f)$ - estimativa da função de transferência entre a excitação i e a resposta j
 $H_C(f)$ - complex FRF estimator
 $H_S(f)$ - weighted total least squares estimator
 $H_v(f)$ - total least squares estimator
 $H_1(f)$ - least squares estimator
 $H_2(f)$ - least squares estimator
 IA_{jk} - parte imaginária da inertância teórica para excitação j e resposta k
 $L_{ij}(f)$ - função de resposta em frequência condicionada
MIMO - multiple input multiple output
 R_S - valor estimado de uma grandeza para cálculo do erro percentual
 R_T - valor teórico de uma grandeza para cálculo do erro percentual
 RA_{jk} - parte real da inertância teórica para excitação j e resposta k
 iR_{jk} - valor do resíduo do modo i para excitação j e resposta k
SIMO - single input multiple output
SISO - single input single output
 T - tempo total
 T_r - tempo de uma amostra
 $[V]$ - auto-vetor
 V_R - valor do ruído
 V_{RS} - valor do sinal com adição de ruído
 V_S - valor do sinal sem adição de ruído
 V_{Rrms} - valor médio quadrático do sinal sem adição de ruído
 V_{Srms} - valor médio quadrático do ruído
 $X(f)$ - transformada de Fourier do sinal $x(t)$
 $X^*(f)$ - complexo conjugado de $X(f)$
 $X_k(f)$ - transformada discreta de Fourier para amostra k
 $Y(f)$ - transformada de Fourier do sinal $y(t)$
 $Y^*(f)$ - complexo conjugado de $Y(f)$
 $Y_k(f)$ - transformada discreta de Fourier para amostra k

Letras Minúsculas

m - número de divisões do espectro para geração de sinal aleatório

m_i - massa modal para o modo de vibração i

$m(t)$ - ruído adicionado à excitação no domínio do tempo

$n(t)$ - ruído adicionado à resposta no domínio do tempo

n - número de modos de vibração

n_d - número de amostras

$u(t)$ - sinal da excitação sem adição de ruído no domínio do tempo

$v(t)$ - sinal da resposta sem adição de ruído no domínio do tempo

$x(t)$ - sinal da excitação com adição de ruído no domínio do tempo

$y(t)$ - sinal da resposta com adição de ruído no domínio do tempo

Letras Gregas

β_i - relação entre a frequência e a frequência natural do modo de vibração i

Δf - incremento de frequência

$(\Delta f)_i$ - intervalo mínimo significativo para o modo de vibração i

Δt - incremento de tempo

ε - erro do sistema devido a ruídos presentes na excitação e na resposta

${}_i\phi_j$ - forma modal para excitação i e resposta j

ϕ - auto-vetor

$\phi_{i,\lambda_{\min}}$ - i -ésimo coeficiente do auto-vetor associado ao auto-valor mínimo

$\gamma_{ij}^2(f)$ - função de coerência ordinária entre excitação i e resposta j

$\gamma_{j:(j-1)}^2(f)$ - função de coerência condicionada para excitação j e todas as $(j-1)$ respostas

$\gamma_{y;q}^2(f)$ - função de coerência múltipla entre todas as excitações e a resposta y

φ_i - fase aleatória utilizada na geração do sinal aleatório

$[\Lambda]$ - matriz diagonal dos auto-valores

λ_i - auto-valor

λ_{\min} - auto-valor mínimo

$\omega_{a,i}$ - frequência natural amortecida do modo de vibração i

ω_i - frequência natural do modo de vibração i

ξ_i - amortecimento do modo de vibração i

θ - auto-vetor

σ^2 - variância do sistema

Outros

$[\]^H$ - hermitiano ou complexo conjugado transposto de uma matriz

$[\]^*$ - complexo conjugado de uma matriz

$[\]^T$ - transposto de uma matriz

Capítulo I

I. Introdução

1.1 Objetivos da Pesquisa

O principal objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de um sistema para determinação experimental de Funções de Resposta em Frequência (FRFs) para excitações simples e múltiplas. Como será exposto ao longo deste trabalho, este sistema possibilita a aquisição e o tratamento simultâneo de um grande número de sinais. A nível internacional existem sistemas comerciais que permitem este tipo de tratamento, normalmente ligados a linhas específicas de equipamentos, com custo elevado e com um arquitetura fechada, impossibilitando ao usuário o desenvolvimento de novas implementações.

A maior motivação desta pesquisa foi desenvolver um sistema que não apresentasse as restrições impostas nos programas comerciais. Para a elaboração deste sistema foi necessário um estudo minucioso de cada uma de suas etapas, apresentadas ao longo deste trabalho. Acredita-se portanto, que o desenvolvimento, implementação e testes do sistema, bem como a sua documentação, seja a principal contribuição desta pesquisa.

1.2 Considerações Gerais

A Análise Modal é composta de um conjunto de técnicas desenvolvidas para descrever o comportamento dinâmico de estruturas a partir da estimativa dos seus parâmetros modais. Os parâmetros modais da estrutura são as frequências naturais, as taxas de amortecimento e os modos de vibração, e podem ser estimados a partir das respostas da estrutura a determinados tipos de carregamento. Existe na literatura uma série de técnicas que podem ser utilizadas para estimar os parâmetros modais. De modo

geral, estas técnicas requerem como dado de entrada as relações entre os sinais das respostas e das excitações, que são denominadas **Funções de Resposta em Frequência (FRFs)**. Com base nos parâmetros modais experimentais, é possível desenvolver uma série de análises, tais como ajuste de modelos numéricos, detecção de danos, etc.

Como pode ser visto, a primeira etapa para a análise modal é a estimativa das FRFs. A precisão das estimativas das FRFs é portanto de extrema importância para a realização com sucesso de qualquer análise modal, pois os parâmetros modais não podem ser confiáveis se calculados a partir de FRFs obtidas com baixa precisão.

Tanto as técnicas de estimativas dos parâmetros modais quanto as de estimativas das FRFs podem ser classificadas em relação ao número de excitações e respostas medidas. Esta classificação é dada através de:

- excitação e resposta medidas em um único ponto (SISO);
- excitação única e respostas medidas em vários pontos (SIMO);
- excitações múltiplas e respostas medidas em vários pontos (MIMO).

No entanto, deve se deixar claro que esta classificação não implica em dizer que a maneira de estimar as FRFs (SISO, SIMO ou MIMO) deva ser necessariamente a mesma para a estimativa dos parâmetros modais. Por exemplo, os parâmetros modais podem ser estimados por MIMO, mesmo que as FRFs tenham sido obtidas em vários ensaios de SISO ou SIMO. Para esclarecer estas idéias, são apresentadas a seguir as vantagens da técnica de MIMO em relação às de SISO/SIMO, tanto para a estimativa de parâmetros modais como para a estimativa das FRFs.

Inicialmente, como vantagens das técnicas MIMO para a estimativa dos parâmetros modais, podem ser citados [3]:

- ocorre um menor risco de se perderem modos de vibração devido à excitação estar localizada em um dos pontos nodais da estrutura, já que as excitações são aplicadas em diferentes pontos da estrutura.

- a identificação de modos muito próximos, para o caso de estruturas com grande densidade modal, pode ser realizada mais facilmente, como por exemplo a identificação de modos com frequências coincidentes ou muito próximas.

Como vantagens da excitação múltipla sobre a excitação simples para a obtenção de estimativas das FRFs podem ser citados:

- as medições e o processamento de todos os sinais das excitações e respostas são realizadas apenas com um acréscimo pequeno de tempo, em comparação com a excitação simples;

- a distribuição da energia de excitação sobre a estrutura é mais uniforme, não havendo a necessidade de se aplicarem forças com grandes amplitudes para se obterem respostas em todos os pontos da estrutura, e portanto diminuindo o risco de ocorrência de comportamento não-linear da estrutura principalmente nos pontos de excitação;

- e mais importante, os dados obtidos são considerados mais consistentes para um ensaio com múltiplas excitações do que para vários ensaios de excitação simples, devido à prevenção de erros dependentes das características dinâmicas do sistema, como a variação dos parâmetros modais com o tempo, das condições de contorno e de outras considerações experimentais, que causam pequenas variações nas estimativas das frequências naturais e dos modos de vibração.

Como desvantagem da aplicação de excitações múltiplas, tem-se a necessidade de mais equipamentos, tanto para a aquisição (acelerômetros, excitadores e amplificadores), já que se pretende instrumentar toda a estrutura somente uma vez, como para o tratamento e processamento dos sinais (analisadores ou computadores), o que pode provocar uma forte limitação para a utilização da técnica.

As técnicas SISO e SIMO sempre foram muito utilizadas para a obtenção de estimativas das FRFs. No entanto, estes processos se tornam muito trabalhosos para estruturas mais complexas. Isto porque os processos demandam um consumo elevado de tempo para a realização dos ensaios, devido à necessidade de se excitar a estrutura em

diferentes posições, para que seja garantido que todos os modos desejados sejam excitados.

Uma alternativa cada vez mais utilizada para a obtenção de estimativas das FRFs é a substituição da excitação simples da estrutura em um único ponto por uma excitação múltipla MIMO. Com o avanço tecnológico observado nos dias atuais, torna-se mais viável a aplicação de excitações múltiplas e medições em múltiplos pontos para a estimação das FRFs. O presente trabalho apresenta um estudo das técnicas utilizadas para obtenção experimental de estimativas das FRFs, utilizando excitações simples e múltiplas [5].

1.3 Pesquisa Bibliográfica

Com o objetivo de se conseguir o maior número possível de informações sobre os assuntos a serem tratados nesta pesquisa, foi realizada na Universidade de Hanôver, na Alemanha, uma vasta pesquisa bibliográfica, sob a orientação do professor H.G. Natke.

A análise modal experimental tornou-se nas últimas décadas um importante instrumento de engenharia para as indústrias aeroespaciais, automotivas e mecânicas. Isto se deve à aplicação dos parâmetros estimados pela análise modal experimental em diversas áreas, como na análise de vibrações de estruturas, na solução de problemas de acústica, na correlação com resultados obtidos com programas de elementos finitos e na análise de modificações em sistemas dinâmicos devido a problemas estruturais.

A técnica de excitação em um único ponto e medição em múltiplos pontos (SIMO) se encontra amplamente documentada em diversas publicações, e a sua utilização é comprovada por experiências, como por exemplo se encontra demonstrado na referência [25]. Entretanto, devido às suas limitações, procurou-se sempre desenvolver métodos alternativos, como por exemplo a excitação em múltiplos pontos (MIMO). Embora a formulação teórica para a excitação múltipla fosse conhecida há tempos, não se encontrava nenhuma publicação que aplicasse a teoria satisfatoriamente,

como ocorria com a excitação em um único ponto. A partir da década de 80 se encontram as primeiras aplicações desta técnica em diversas publicações. Na Universidade de Cincinnati, nos Estados Unidos, se encontram teses de doutorado sobre o assunto de R.J. Allemang [3] de 1980, de J.M. Leuridan [4] de 1984 e de R.W. Rost [5] de 1985, que tratam desde a estimativa de FRFs para excitações múltiplas, até a estimativa dos parâmetros modais através das FRFs obtidas. Na Universidade Católica de Leuven, na Bélgica, encontram-se também diversas teses de doutorado, com destaque para a de F. Lembregts [6] de 1988, tratando sobre as técnicas utilizadas para a análise modal experimental para excitações múltiplas. O grupo de pesquisa de Bruxelas, com Schoukens e Pintelon [49] entre outros, também tem apresentado diversos trabalhos na área de análise modal experimental

A respeito das publicações encontradas em diversos congressos, conferências, seminários e revistas especializadas, pode-se dizer que estas também contribuíram muito para uma melhor compreensão de toda a teoria envolvida, assim como da sua aplicação experimental. E com o desenvolvimento tecnológico dos equipamentos eletrônicos ocorrido nos últimos tempos, observou-se uma maior frequência nas publicações sobre excitações múltiplas e sobre as técnicas que se relacionam com o desenvolvimento e aplicação da teoria.

Além de todas as publicações anteriores, são encontradas sobre o assunto diversos trabalhos no Seminário Internacional em Análise Modal de Leuven, realizado de dois em dois anos, outra conferência também com publicações especializadas, que contribui há muito tempo com trabalhos de grande valor é a IMAC (International Modal Analysis Conference), realizada anualmente nos Estados Unidos. Além dos grandes grupos de pesquisa, encontram-se publicações também de grande importância, como o livro de J.S. Bendat e A.G. Piersol [7], onde são apresentados praticamente todos os procedimentos relacionados com análise e medições de dados aleatórios para a análise modal.

A respeito do desenvolvimento da teoria para estimativa das FRFs para excitações múltiplas, as referências [3-7] apresentam todo o embasamento teórico

necessário à aplicação das técnicas. São mostrados também resultados das aplicações na indústria automotiva [8-10] e na indústria aero-espacial [26].

Em [11-14] são mostradas as considerações para as excitações, apresentando também as definições de coerências parciais e múltiplas, singularidade da matriz de espectros cruzados das forças de excitação, e vários outros procedimentos para identificação da correlação entre as forças de excitação, que também se encontram em [5] e [7]. Com relação aos tipos de força de excitação, além das forças tradicionais apresentadas em [5], [12] e [13], são apresentados também em [15-17] diferentes excitações alternativas para a excitação múltipla, tais como: excitação senoidal múltipla e excitação múltipla por impactos. Em [50] se encontra apresentada a teoria para excitação múltipla multisenoidal.

Em [18-20] é feita uma revisão geral da análise modal, com as tendências observadas no passado e com algumas previsões para o futuro.

Com relação aos diferentes estimadores utilizados para a obtenção de FRFs, tanto para excitação simples como para excitação múltipla, em [27-32] se encontram definições e comparações dos estimadores mais usados, H_1 , H_2 e H_v . Já em [33-36] se encontram documentados estimadores menos utilizados, como por exemplo H_C e H_S , entre outros.

Em [2], [4] e [19] são apresentados os principais métodos para estimativa dos parâmetros modais, utilizando-se para isto FRFs obtidas com a excitação múltipla. Outras publicações, como [21] e [22], apresentam métodos específicos, que podem ser aplicados para excitação múltipla, tirando com isto um maior proveito dos dados.

Em [23] e [24] são apresentadas algumas técnicas para a correlação dos resultados experimentais com resultados numéricos ou teóricos, para a aplicação da teoria desenvolvida.

1.4 Escopo do Trabalho

No capítulo II se encontram detalhadas as considerações teóricas da estimativa das FRFs para excitação simples e posteriormente para excitações múltiplas. Neste capítulo se encontram também definições das funções de coerências múltiplas e dos estimadores a serem utilizados, considerações sobre as excitações e sobre a validação da teoria da excitação múltipla.

No capítulo III se encontra descrita a implementação da teoria desenvolvida no capítulo anterior, mostrando as simplificações e os procedimentos adotados para a melhor aplicação da teoria. A lógica do programa é descrita, mostrando fluxogramas das implementações em suas diferentes fases.

O capítulo IV mostra os testes iniciais do programa, realizados com simulações numéricas do comportamento dinâmico de uma viga bi-apoiada submetida a diferentes tipos de excitação simples e múltipla. As comparações dos resultados obtidos com resultados teóricos esperados são mostradas, permitindo uma análise dos diferentes tipos de excitação utilizados e uma comparação entre os estimadores implementados. Ruídos foram adicionados aos sinais no tempo para se analisar a influência dos estimadores implementados sobre a redução dos efeitos destes ruídos.

No capítulo V são mostrados os resultados dos testes experimentais realizados em uma viga bi-apoiada, onde foram utilizados os mesmos diferentes tipos de excitação simples e múltipla da simulação numérica. Os resultados são analisados, mostrando as vantagens de cada excitação para este tipo de estrutura. As diferenças entre os estimadores implementados também são analisadas.

O capítulo VI mostra a aplicação do sistema desenvolvido em uma estrutura mais complexa, um modelo reduzido em escala de uma plataforma offshore fixa. O sistema e os métodos de ensaios experimentais são testados para diferentes tipos de excitação e estimadores. São mostrados também resultados da tentativa de identificação e localização de falhas na estrutura com a utilização dos resultados obtidos com a utilização do sistema.

As conclusões da pesquisa realizada são apresentadas no capítulo VII, onde também se podem encontrar as aplicações a serem realizadas com a utilização do programa e as sugestões para a continuação do trabalho de pesquisa.

São ainda apresentados dois apêndices. No Apêndice A se encontra detalhada a teoria para obtenção de estimativas por mínimos quadrados e por mínimos quadrados totais, utilizadas na formulação teórica descrita no capítulo II. No apêndice B são mostradas as informações sobre os equipamentos e sensores utilizados nos ensaios experimentais para verificação do sistema, apresentados nos capítulos V e VI.

Capítulo II

II. Estimativa das FRFs para Excitação Múltipla

Os fundamentos teóricos para a estimativa das FRFs para excitação múltipla se encontram muito bem documentados em diferentes publicações [3-7]. O desenvolvimento desta técnica se deve principalmente à grande evolução dos equipamentos necessários para aquisição e tratamento dos sinais, e também à viabilidade de sua aplicação. Inicialmente serão apresentadas algumas teorias básicas para um melhor entendimento da técnica adotada, com a sua aplicação para sistemas submetidos a excitação simples, para depois ser extrapolado para sistemas com excitação múltipla.

II.1 Teoria Básica para Excitação Simples

Neste item apresentam-se as teorias para se determinação da FRF de um sistema submetido a excitação em um único ponto e com resposta medida em um único ponto (SISO). Inicialmente se apresenta a teoria para o caso sem a presença de ruídos nos sinais de excitação e resposta. Somente então é apresentada a teoria para quando se têm ruídos intrínsecos somente na excitação, ou somente na resposta, ou em ambos [7].

Partindo-se do caso mais simples, ilustrado na figura II.1, tem-se um único sinal de excitação $x(t)$ e um único sinal de resposta $y(t)$, ambos sem a presença de ruídos. Define-se a resposta do sistema sob estas condições ideais através da seguinte integral de convolução:

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) x(t - \tau) d\tau \quad \text{Eq.II.1}$$

onde $h(\tau) = 0$ para $\tau < 0$ quando o sistema é causal.

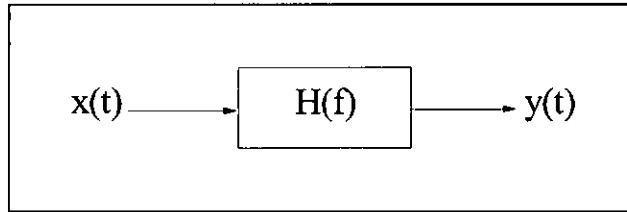


Figura II.1 - Sistema com excitação simples e resposta em um só ponto sem a presença de ruídos intrínsecos na excitação e na resposta.

A equação II.1 expressa a relação entre a excitação e a resposta no domínio do tempo. Para qualquer par de sinais longos mas finitos, de duração T , a equação II.1 no domínio da frequência é equivalente a:

$$Y(f) = H(f) X(f) \quad \text{Eq.II.2}$$

onde $X(f)$ e $Y(f)$ são as transformadas finitas de Fourier dos sinais no tempo $x(t)$ e $y(t)$, respectivamente, como apresentado nas equações II.3.

$$X(f) = \int_0^T x(t) e^{-j2\pi f t} dt \quad \text{Eq.II.3}$$

$$Y(f) = \int_0^T y(t) e^{-j2\pi f t} dt$$

A formulação apresentada a seguir é aplicada para sinais aleatórios, já que na prática mesmo os sinais periódicos e transientes medidos estão impregnados com ruídos, sendo estes aleatórios. Desta forma, multiplicando-se a equação II.2 pelo seu complexo conjugado, ou seja, por

$$Y^*(f) = H^*(f) X^*(f) \quad \text{Eq.II.4}$$

obtém-se então

$$|Y(f)|^2 = |H(f)|^2 |X(f)|^2 \quad \text{Eq.II.5}$$

De forma semelhante, quando se pré-multiplica a equação II.2 pelo complexo conjugado de $X(f)$, ou seja, por $X^*(f)$ obtém-se

$$X^*(f) Y(f) = H(f) |X(f)|^2 \quad \text{Eq.II.6}$$

Tomando-se o valor esperado $E[\dots]$ das equações II.5 e II.6, a partir de diferentes medições independentes, multiplicadas por $\frac{2}{T}$ e fazendo T tender ao infinito, chega-se a:

$$\begin{aligned} G_{yy}(f) &= |H(f)|^2 G_{xx}(f) \\ G_{xy}(f) &= H(f) G_{xx}(f) \end{aligned} \quad \text{Eq.II.7}$$

uma vez que [7]:

$$\begin{aligned} G_{xy}(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[X^*(f) Y(f)] \\ G_{xx}(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[|X(f)|^2] \\ G_{yy}(f) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{2}{T} E[|Y(f)|^2] \end{aligned} \quad \text{Eq.II.8}$$

onde as funções G_{xy} , G_{xx} e G_{yy} são as densidades dos espectros cruzados e dos auto-espectros definidas para $0 \leq f \leq \infty$ (“one sided spectral density function”), e o valor esperado $E[\dots]$ é o valor médio das N diferentes medições.

A função de coerência ordinária define a relação que existe entre a excitação e a resposta do sistema, mostrando o quanto da resposta é devida à excitação. Quando a coerência apresenta valor unitário para determinada frequência, a resposta do sistema é devida somente à excitação considerada. Para valores de coerência diferentes da unidade, pode se esperar a presença de ruídos no sistema, ou o sistema não é linear, ou a resposta é devida a outras excitações além da excitação considerada. A função de coerência pode ser escrita por definição como:

$$\gamma_{xy}^2(f) = \frac{|G_{xy}(f)|^2}{G_{xx}(f) G_{yy}(f)} \quad \text{Eq.II.9}$$

A consideração de um sistema ideal entretanto nem sempre corresponde à realidade que se observa em sistemas dinâmicos de estrutura, já que os equipamentos e os procedimentos experimentais introduzem erros nas medições das excitações e das respostas dos sistemas. Para a obtenção de modelos reais, consideram-se então sistemas

lineares dinâmicos, nos quais se mediram ruídos intrínsecos, considerados como erros presentes nas medições da excitação e da resposta, conforme é ilustrado na figura II.2.

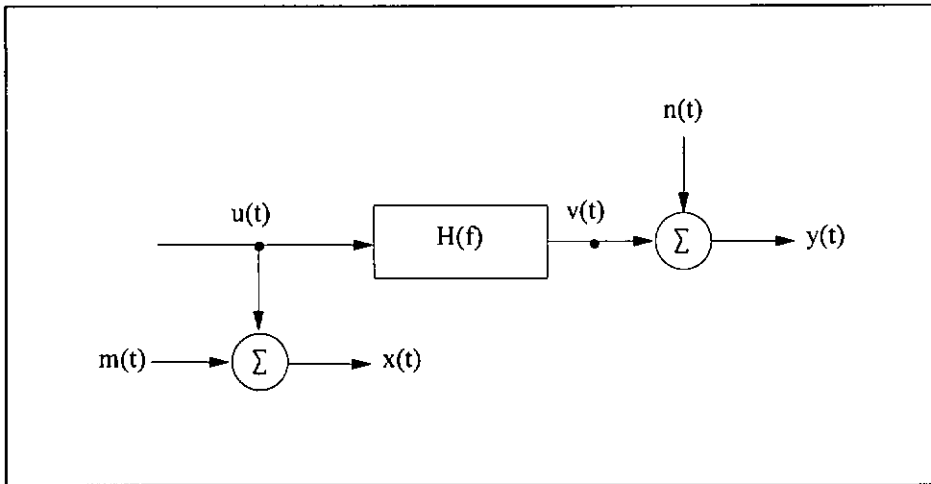


Figura II.2 - Sistema com excitação simples e resposta em um só ponto com a presença de ruídos intrínsecos na excitação e na resposta.

Chamando-se os sinais reais sem ruídos de excitação e de resposta de $u(t)$ e $v(t)$, respectivamente, e os ruídos de $m(t)$ e $n(t)$, conforme ilustrado na figura II.2, e assumindo-se que somente $u(t)$ passa através do sistema para provocar a resposta real $v(t)$, têm-se então as excitações e respostas medidas como:

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t) + m(t) \\ y(t) &= v(t) + n(t) \end{aligned} \quad \text{Eq.II.10}$$

No entanto, $u(t)$ e $v(t)$ não são disponíveis, e o que se deseja é estimar $H(f)$ a partir de G_{xy} , G_{xx} e G_{yy} . Dependendo das propriedades de correlação entre os sinais $m(t)$ e $n(t)$ entre si e entre eles e os outros sinais, vários casos podem ser considerados. No entanto, na prática somente três casos são considerados para a análise: no primeiro caso, o erro se encontra confinado na medição da resposta $y(t)$ do sistema; no segundo caso, o erro se encontra restrito à medição da excitação $x(t)$; e no terceiro caso, os erros são considerados presentes tanto na excitação como na resposta.

- **Caso 1** - sem a presença de ruído $m(t)$ na excitação $u(t)$, e com ruído $n(t)$ presente na resposta $v(t)$, conforme ilustrado na figura II.3.

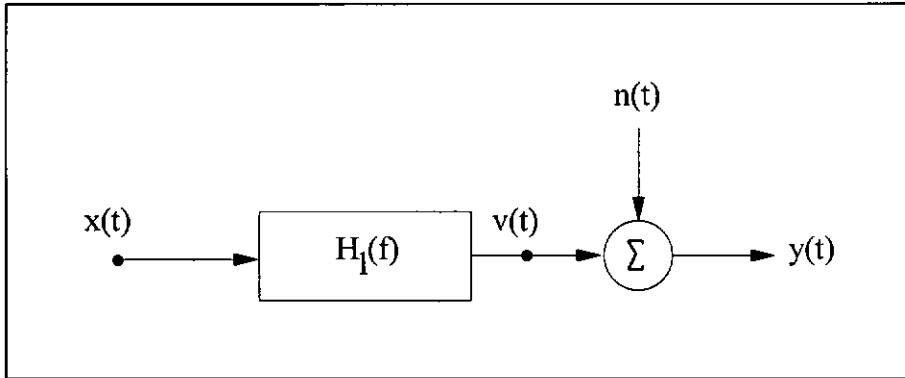


Figura II.3 - Excitação simples sem a presença de ruído na excitação e com ruído presente na resposta.

Reescrevendo-se as equações II.10 para as condições deste caso, tem-se

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t) \\ y(t) &= v(t) + n(t) \end{aligned} \quad \text{Eq.II.11}$$

Substituindo as equações II.11, transformadas para o domínio da frequência, na equação II.2, tem-se:

$$Y(f) = H(f) X(f) + N(f) \quad \text{Eq.II.12}$$

Para facilitar a leitura, a partir de agora será suprimido o termo “(f)”. Explicitando a equação II.12 em relação ao ruído (N), que é considerado o erro presente no sistema, tem-se

$$N = Y - H X \quad \text{Eq.II.13a}$$

e multiplicando pelo seu complexo conjugado,

$$N^* = Y^* - H^* X^* \quad \text{Eq.II.13b}$$

obté-m-se:

$$|N|^2 = |Y|^2 - H Y^* X - H^* Y X^* + H H^* |X|^2 \quad \text{Eq.II.14}$$

Tomando-se os valores esperados $E[...]$ de cada termo da equação II.14, multiplicando por $(2/T)$ e fazendo-se T tender ao infinito, obtém-se a equação em termos das funções de densidade do espectro cruzado e do auto-espectro, conforme mostrado nas equações II.8, expressa por:

$$G_{nn} = G_{yy} - H G_{yx} - H^* G_{xy} + H H^* G_{xx} \quad \text{Eq.II.15}$$

onde $G_{nn}(f)$ representa a densidade do auto-espectro do erro contido no sistema.

Dentre todas as possíveis funções $H(f)$, aquela que minimiza $G_{nn}(f)$ é definida como a $H(f)$ otimizada, pois minimizando $G_{nn}(f)$ se está na verdade minimizando o erro quadrático do sistema. A minimização de $G_{nn}(f)$ pode ser obtida calculando-se as derivadas parciais da equação II.15 em relação a $H(f)$ e $H^*(f)$, e igualando-se estas a zero, de onde se obtêm as equações:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{nn}}{\partial H} &= -G_{yx} + H^* G_{xx} = 0 \\ \frac{\partial G_{nn}}{\partial H^*} &= -G_{xy} + H G_{xx} = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq.II.16}$$

Este processo é conhecido como método dos mínimos quadrados, o qual é apresentado no apêndice A. A partir das equações II.16 pode-se obter o valor da estimativa de H , chamada neste caso de $\hat{H}_1(f)$ na forma:

$$\hat{H}_1 = \frac{G_{yx}}{G_{xx}} \quad \text{Eq.II.17}$$

Substituindo o valor encontrado na equação II.17 e o seu valor conjugado na equação II.15, tem-se

$$G_{nn} = G_{yy} - \frac{G_{xy}}{G_{xx}} G_{yx} \quad \text{Eq.II.18}$$

e sabendo-se que a expressão para a função de coerência ordinária é definida pela equação II.9, tem-se então:

$$G_{nn} = G_{yy}(1 - \gamma_{xy}^2) \quad \text{Eq.II.19}$$

Relembrando que a função de coerência γ_{xy}^2 pode ser interpretada como a parte de $G_{yy}(f)$ que é devida a $x(t)$, o termo $[1 - \gamma_{xy}^2(f)]$ da equação II.19 pode então ser entendido como sendo a medida da parte de $G_{yy}(f)$ que não é devida a $x(t)$, mas sim ao erro $n(t)$ contido no sistema. Deve ser notado também, que a densidade espectral do ruído $G_{nn}(f)$ pode então ser estimada a partir de $x(t)$ e $y(t)$ medidos.

- **Caso 2** - sem a presença de ruído $n(t)$ na resposta $v(t)$, e com ruído $m(t)$ presente na excitação $u(t)$, conforme apresentado na figura II.4.

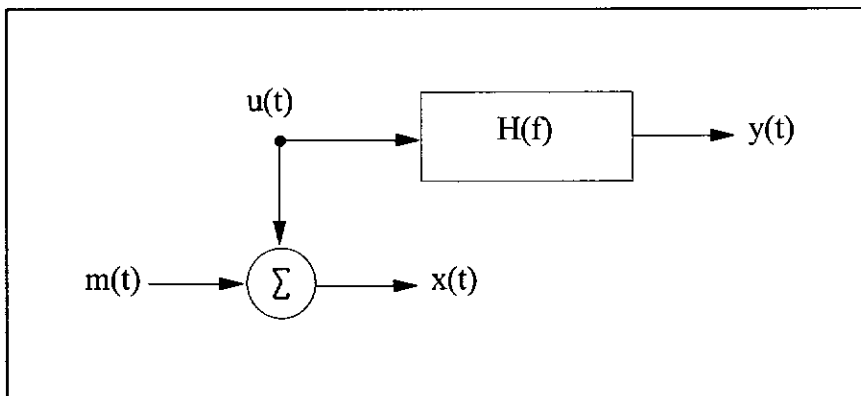


Figura II.4 - Excitação simples com ruído não-correlacionado presente na excitação e sem ruído na resposta.

Introduzindo-se estas condições nas equações II.10, tem-se

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t) + m(t) \\ y(t) &= v(t) \end{aligned} \quad \text{Eq.II.20}$$

Substituindo-se as equações II.20, transformadas para o domínio da frequência, na equação II.2, tem-se:

$$Y(f) = H(f)[X(f) - M(f)] \quad \text{Eq.II.21}$$

Explicitando a equação II.21 em relação ao ruído M , que é considerado o erro presente no sistema,

$$M = X - \frac{Y}{H} \quad \text{Eq.II.22a}$$

e multiplicando pelo seu complexo conjugado,

$$M^* = X^* - \frac{Y^*}{H^*} \quad \text{Eq.II.22b}$$

obtém-se a equação II.23:

$$|M|^2 = |X|^2 - \frac{XY^*}{H^*} - \frac{X^*Y}{H} + \frac{|Y|^2}{HH^*} \quad \text{Eq.II.23}$$

Seguindo-se os passos do item anterior, pode-se obter:

$$G_{mm} = G_{xx} - \frac{G_{yx}}{H^*} - \frac{G_{xy}}{H} + \frac{G_{yy}}{HH^*} \quad \text{Eq.II.24}$$

onde G_{mm} representa a densidade do auto-espectro do erro contido no sistema.

Calculando-se as derivadas parciais de G_{mm} em relação a $H(f)$ e $H^*(f)$, e igualando-se a zero, tem-se a minimização do erro quadrático do sistema (ver apêndice A), que pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{mm}}{\partial H} &= \frac{G_{xy}}{H^2} - \frac{G_{yy}}{H^2 H^*} = 0 \\ \frac{\partial G_{mm}}{\partial H^*} &= \frac{G_{yx}}{H^{*2}} - \frac{G_{yy}}{H^{*2} H} = 0 \end{aligned} \quad \text{Eq.II.25}$$

Assim, o valor estimado $\hat{H}_2(f)$ que minimiza a função $G_{mm}(f)$ pode ser escrito como:

$$\hat{H}_2 = \frac{G_{yy}}{G_{yx}} \quad \text{Eq.II.26}$$

Substituindo o valor encontrado na equação II.26 e o seu valor conjugado na equação II.24, tem-se

$$G_{mm} = G_{xx} - G_{yx} \frac{G_{xy}}{G_{yy}} \quad \text{Eq.II.27}$$

e sabendo-se que a expressão para função de coerência ordinária é definida pela equação II.9, tem-se então

$$G_{mm} = G_{xx} (1 - \gamma_{xy}^2) \quad \text{Eq.II.28}$$

Deve ser ressaltado que, se a FRF estimada com $\hat{H}_1(f)$ é dividida pela FRF estimada com $\hat{H}_2(f)$, o resultado obtido é a função de coerência ordinária conforme mostrado na equação II.29, ou seja, para um sistema totalmente coerente ($\gamma_{xy}^2 = 1$), as estimativas $\hat{H}_1(f)$ e $\hat{H}_2(f)$ tendem a ser iguais, e no caso geral,

$$\frac{H_1(f)}{H_2(f)} = \frac{G_{xy}(f)/G_{xx}(f)}{G_{yy}(f)/G_{yx}(f)} = \gamma_{xy}^2 \quad \text{Eq.II.29}$$

- **Caso 3** - com a presença de ruídos $m(t)$ e $n(t)$ tanto na excitação $u(t)$ como na resposta $v(t)$, sendo estes não-correlacionados entre si e com os sinais aplicados, conforme encontra-se ilustrado na figura II.2. A formulação matemática para o sistema pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} x(t) &= u(t) + m(t) \\ y(t) &= v(t) + n(t) \end{aligned} \quad \text{Eq.II.30}$$

Substituindo-se as equações II.30, transformadas para o domínio da frequência, na equação II.2, tem-se:

$$[X(f) - M(f)] H(f) = Y(f) - N(f) \quad \text{Eq.II.31}$$

O problema em questão consiste em se estimar uma função $\hat{H}_v(f)$ que minimize simultaneamente os erros quadráticos da excitação e da resposta. No entanto, não é possível aplicar a técnica de mínimos quadrados, como realizado para os casos anteriores $\hat{H}_1(f)$ e $\hat{H}_2(f)$. Isto porque seria necessário explicitar um erro quadrático

total, que envolvesse $M(f)$ e $N(f)$, em relação a $X(f)$, $Y(f)$ e $H(f)$. Isto não é possível, já que não se conhece a relação entre $M(f)$ e $N(f)$.

Isto se torna mais claro utilizando-se uma representação gráfica, conforme ilustrado na figura II.5. Nesta figura, o eixo horizontal representa a entrada, e o vertical a saída, sendo $H(f)$ a função linear que correlaciona $X(f)$ com $Y(f)$. Na técnica de estimativa $\hat{H}_1(f)$, são adotados como erros os desvios na direção do eixo vertical, enquanto que para $\hat{H}_2(f)$, os desvios são tomados na direção do eixo horizontal. Deve-se ressaltar que em ambos os casos são conhecidas as direções onde ocorrem os erros, já que para $\hat{H}_1(f)$ e $\hat{H}_2(f)$ é assumido que o ruído ocorre apenas na saída ou na entrada, respectivamente.

No caso de $\hat{H}_v(f)$, os erros a serem minimizados podem ser representados graficamente pela distância entre um determinado ponto e a função H , conforme é ilustrado na figura II.5. Para isto, é necessário conhecer a direção associada à mínima dispersão dos ruídos $M(f)$ e $N(f)$. Isto pode ser obtido aplicando-se o método dos mínimos quadrados totais, apresentado no apêndice A.

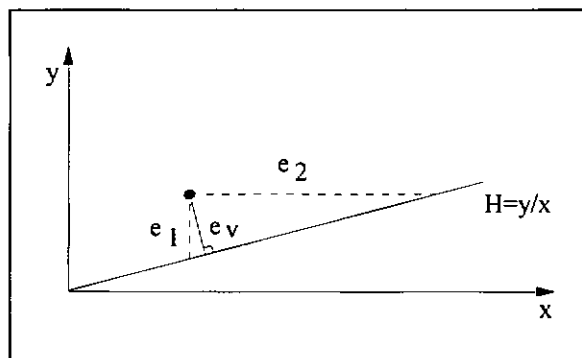


Figura II.5 - Esquema para ilustração da minimização realizada pelos estimadores $\hat{H}_1(f)$, $\hat{H}_2(f)$ e $\hat{H}_v(f)$.

A equação II.31 pode ser escrita em forma matricial por:

$$\begin{bmatrix} X(f) - M(f) & Y(f) - N(f) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H(f) \\ -1 \end{Bmatrix} = 0 \quad \text{Eq.II.32}$$

Deve-se ressaltar que o termo da direita da equação II.32 é nulo, já que $X(f) - M(f)$ e $Y(f) - N(f)$ são respectivamente iguais a $U(f)$ e $V(f)$. Sendo assim esta equação representa o sistema ideal, isto é, sem ruído. Quando se consideram então os valores medidos da excitação, $X(f)$, e da resposta, $Y(f)$, a equação II.32 deve ser diferente de zero, já que se encontram erros na excitação, $M(f)$, e na resposta, $N(f)$. Com isso pode-se escrever a equação II.32 como:

$$\begin{bmatrix} X(f) & Y(f) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H(f) \\ -1 \end{Bmatrix} = \varepsilon \quad \text{Eq.II.33}$$

O erro quadrático pode ser escrito pela equação:

$$|\varepsilon|^2 = \varepsilon^* \varepsilon = \begin{bmatrix} \hat{H}_v^* & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^* \\ Y^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{H}_v \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.34}$$

$$|\varepsilon|^2 = \begin{bmatrix} \hat{H}_v^* & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X^*X & X^*Y \\ Y^*X & Y^*Y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{H}_v \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.35}$$

ou na forma matricial:

$$|\varepsilon|^2 = \theta^H R \theta \quad \text{Eq.II.36}$$

A variância pode ser obtida tomando-se o valor esperado do erro quadrático, conduzindo a:

$$\sigma^2 = E\{|\varepsilon|^2\} = E\{\theta^H R \theta\} \quad \text{Eq.II.37}$$

Como θ é uma constante para todas amostras realizadas, recai-se em:

$$\sigma^2 = \theta^H E\{R\} \theta \quad \text{Eq.II.38}$$

onde a matriz do valor esperado $E\{R\}$ pode ser então escrita em termos da densidade do auto-espectro e dos espectro cruzado, quando se multiplica cada termo desta matriz

por $(2/NT)$, tomando-se N amostras e fazendo-se o período de amostragem T tender para infinito. Tem-se assim a matriz G_{xy} na forma:

$$G_{\text{xy}} = \begin{bmatrix} G_{\text{xx}} & G_{\text{xy}} \\ G_{\text{yx}} & G_{\text{yy}} \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.39}$$

Segundo a teoria mostrada no apêndice A, a variância mínima é igual ao menor auto-valor do problema:

$$(G_{\text{xy}} - \lambda I)\phi = 0 \quad \text{Eq.II.40}$$

sendo θ da equação II.38 igual ao auto-vetor ϕ associado ao menor auto-valor. Portanto tem-se:

$$\theta = \begin{bmatrix} \hat{H}_v \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\phi_{1,\lambda_{\min}}/\phi_{2,\lambda_{\min}} \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.41}$$

de onde se obtém:

$$\hat{H}_v = -\frac{\phi_{1,\lambda_{\min}}}{\phi_{2,\lambda_{\min}}} \quad \text{Eq.II.42}$$

Por outro lado, pode-se estimar a densidade espectral do erro do sistema através da seguinte equação:

$$G_{\text{nn}} = \lambda_{\min} \phi_{2,\lambda_{\min}}^* \phi_{2,\lambda_{\min}} \quad \text{Eq.II.43}$$

Logo, a coerência pode ser obtida através da equação:

$$\gamma^2 = 1 - \frac{G_{\text{nn}}}{G_{\text{yy}}} \quad \text{Eq.II.44}$$

II.2 Teoria para Excitações Múltiplas

Apresenta-se agora uma generalização das técnicas mostradas para excitação simples, desenvolvidas agora para o caso de excitações múltiplas. A figura II.6 mostra um sistema submetido a q diferentes excitações $x_1(t), x_2(t), \dots, x_q(t)$, onde é medida uma única resposta y . Obtêm-se assim simultaneamente q FRFs, $H_{1y}(f), H_{2y}(f), \dots, H_{qy}(f)$. Os ruídos presentes nas excitações, $m_1(t), m_2(t), \dots, m_q(t)$ e na resposta, $n(t)$, podem ser devidos a excitações não consideradas, operações não lineares, efeitos não estacionários do processo aleatório, ruído na instrumentação, etc. O problema para excitações múltiplas e respostas múltiplas é somente uma extensão direta das técnicas apresentadas a seguir, simplesmente se considerando os modelos como combinação dos casos de excitações múltiplas e resposta simples.

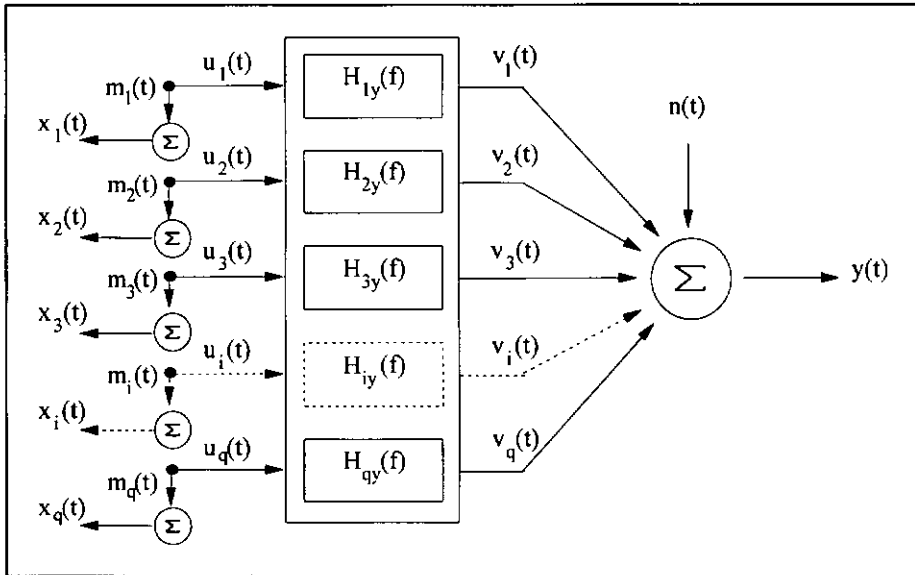


Figura II.6 - Sistema com excitação múltipla e resposta somente em um ponto.

Como no item anterior, a análise para excitação múltipla será realizada através de três casos: (i) ruído na resposta; (ii) ruído nas excitações; e (iii) ruído nas excitações e na resposta.

Escrevendo matematicamente no domínio do tempo o sistema da figura II.6, quando não se encontram presentes ruídos na excitação ou na resposta, tem-se:

$$Y(f) = X_1(f)H_{1y}(f) + X_2(f)H_{2y}(f) + \dots + X_q(f)H_{qy}(f) \quad \text{Eq.II.45}$$

A equação II.38 pode ser escrita em forma matricial como:

$$\{Y\} = [X_1 \quad X_2 \quad \dots \quad X_q] \begin{Bmatrix} H_{1y} \\ H_{2y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.46}$$

Para os dois primeiros casos, onde a minimização dos erros será realizada utilizando-se a técnica dos mínimos quadrados apresentada no apêndice A, se torna mais simples utilizar a formulação matricial. Nestes dois casos, as medições apresentam erros aleatórios na entrada ou na saída. Para tentar reduzir estes erros, são realizadas diferentes medições, denominadas de amostras. Assim, a equação II.46 pode ser reescrita considerando-se N diferentes medições como:

$$\begin{Bmatrix} Y^1 \\ \vdots \\ Y^N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^1 & \dots & X_q^1 \\ \vdots & & \vdots \\ X_1^N & \dots & X_q^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{1y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.47}$$

O sistema expresso pela equação II.47 representa um conjunto de equações inconsistentes, devido aos ruídos, e superdeterminados, já que o número de equações é maior que o número de incógnitas. Deve-se ressaltar que a equação II.47 é semelhante à equação A.8 apresentada no apêndice A.

- **Caso 1** - sem a presença de ruídos nas excitações e com ruído presente na resposta. Para minimizar os erros (ver apêndice A), a equação II.47 deve ser pré-multiplicada pelo hermitiano da matriz das excitações. Assim se obtém:

$$\begin{bmatrix} X_1^{1*} & \dots & X_1^{N*} \\ \vdots & & \vdots \\ X_q^{1*} & \dots & X_q^{N*} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y^1 \\ \vdots \\ Y^N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^{1*} & \dots & X_1^{N*} \\ \vdots & & \vdots \\ X_q^{1*} & \dots & X_q^{N*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1^1 & \dots & X_q^1 \\ \vdots & & \vdots \\ X_1^N & \dots & X_q^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{1y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.48}$$

$$\begin{Bmatrix} \sum X_1^* Y \\ \vdots \\ \sum X_q^* Y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum X_1^* X_1 & \dots & \sum X_1^* X_q \\ \vdots & & \vdots \\ \sum X_q^* X_1 & \dots & \sum X_q^* X_q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{1y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.49}$$

Multiplicando-se ambos os lados da equação II.49 por $\left(\frac{2}{NT}\right)$, onde N é o número de amostras e T é o período de cada amostra, e fazendo T tender ao infinito, são obtidas as densidades dos auto-espectros e dos espectros cruzados entre excitações e respostas. Assim, a equação II.49 passa a ser escrita como:

$$[G_{xy}] = [G_{xx}] \{ \hat{H}_1 \} \quad \text{Eq.II.50}$$

Para determinar o estimador $\{ \hat{H}_1 \}$, deve-se resolver o sistema da equação II.50, conduzindo a:

$$\{ \hat{H}_1 \} = [G_{xx}]^{-1} [G_{xy}] \quad \text{Eq.II.51}$$

- **Caso 2** - com a presença de ruídos nas excitações e sem ruído na resposta. Para minimizar os erros (ver apêndice A), a equação II.46 deve ser pré-multiplicada agora pelo hermitiano do vetor de resposta, obtendo-se:

$$[Y^{1*} \quad \dots \quad Y^{N*}] \begin{Bmatrix} Y^1 \\ \vdots \\ Y^N \end{Bmatrix} = [Y^{1*} \quad \dots \quad Y^{N*}] \begin{bmatrix} X_1^1 & \dots & X_q^1 \\ \vdots & & \vdots \\ X_1^N & \dots & X_q^N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_{1y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.52}$$

$$\sum Y^* Y = \left[\sum Y^* X_1 \quad \dots \quad \sum Y^* X_q \right] \begin{Bmatrix} H_{1y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.53}$$

Como pode-se observar, a equação não pode ser resolvida, já que o produto matricial levará a somente uma equação que contém q incógnitas. Este só passa a ter soluções se for utilizado um mesmo número de excitações e de respostas, o que limita a sua aplicação. Por esta razão, este estimador não será implementado no sistema.

- **Caso 3** - com presença de ruídos nas excitações e na resposta. Seguindo-se os passos já apresentados para excitação simples, a equação do erro (equação II.33) pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} X_1 & \dots & X_q & Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_q \\ -1 \end{Bmatrix} = \varepsilon \quad \text{Eq.II.54}$$

Portanto, o erro quadrático pode ser escrito como:

$$|\varepsilon|^2 = \varepsilon^* \varepsilon = \begin{bmatrix} H_1^* & \dots & H_q^* & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1^* \\ \vdots \\ X_q^* \\ Y^* \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & \dots & X_q & Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_q \\ -1 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.55}$$

$$|\varepsilon|^2 = \begin{bmatrix} H_1^* & \dots & H_q^* & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1^* X_1 & X_1^* X_q & X_1^* Y \\ X_q^* X_1 & X_q^* X_q & X_q^* Y \\ Y^* X_1 & Y^* X_q & Y^* Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_q \\ -1 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.56}$$

ou em forma matricial:

$$|\varepsilon|^2 = \theta^H R \theta \quad \text{Eq.II.57}$$

Tomando-se o valor esperado do erro quadrático, e multiplicando-se por $(2/NT)$, onde N é o número de amostras e T é o período de cada amostra, e fazendo T tender ao infinito, pode-se escrever os termos da matriz encontrada em função das densidades dos auto-espectros e dos espectros cruzados entre excitações e respostas:

$$\sigma^2 = E\left\{|\varepsilon|^2\right\} = \begin{bmatrix} H_1^* & \dots & H_q^* & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G_{xx}] & \{G_{xy}\} \\ \{G_{yx}\} & G_{yy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_q \\ -1 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.58}$$

A matriz espectral é definida como:

$$[G_{\text{xyy}}] = \begin{bmatrix} [G_{\text{xx}}] & \{G_{\text{xy}}\} \\ \{G_{\text{yx}}\} & G_{\text{yy}} \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.59}$$

que pode ser dividida em submatrizes, sendo a submatriz $[G_{\text{xx}}]$ definida como a matriz das densidades dos auto-espectros e espectros cruzados das excitações, escrita como:

$$[G_{\text{xx}}] = \frac{2}{NT} \begin{bmatrix} \sum_N X_1^* X_1 & \cdots & \sum_N X_1^* X_q \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_N X_q^* X_1 & \cdots & \sum_N X_q^* X_q \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.60}$$

e sendo $\{G_{\text{xy}}\}$ definida como o vetor das densidades dos espectros cruzados entre excitações e resposta:

$$\{G_{\text{xy}}\} = \{G_{\text{yx}}\}^H = \frac{2}{NT} \begin{Bmatrix} \sum_N X_1^* Y \\ \vdots \\ \sum_N X_q^* Y \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.61}$$

e sendo G_{yy} definido como o auto-espectro da resposta:

$$G_{\text{yy}} = \frac{2}{NT} \sum_N Y^* Y \quad \text{Eq.II.62}$$

Conforme mostrado no apêndice A, o estimador $\hat{H}_v(f)$ pode ser obtido calculando-se os auto-valores λ e auto-vetores ϕ do problema:

$$(G_{\text{xyy}} - \lambda I)\phi = 0 \quad \text{Eq.II.63}$$

Assim, para se obter a solução cujos erros sejam mínimos, deve-se tomar o auto-vetor associado ao menor auto-valor, normalizado conforme mostrado a seguir:

$$\begin{Bmatrix} \hat{H}_{1y} \\ \vdots \\ \hat{H}_{qy} \\ -1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\phi_{1,\lambda_{\min}}}{\phi_{q+1,\lambda_{\min}}} \\ \vdots \\ \frac{\phi_{q,\lambda_{\min}}}{\phi_{q+1,\lambda_{\min}}} \\ -1 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.64}$$

De maneira semelhante ao apresentado nas equações II.43 e II.44, tem-se para o erro:

$$G_{nn} = \lambda_{\min} \phi_{q+1, \lambda_{\min}}^* \phi_{q+1, \lambda_{\min}} \quad \text{Eq.II.65}$$

E a coerência pode ser obtida através da equação:

$$\gamma^2 = 1 - \frac{G_{nn}}{G_{yy}} \quad \text{Eq.II.66}$$

II.3 Considerações sobre Excitações Múltiplas

Além do estudo dos estimadores utilizados para o caso da excitação múltipla, devem-se estabelecer novos conceitos de coerência, que serão expandidos para incluir, além das funções de coerência ordinária, também as funções de coerência parciais e múltiplas. Cada uma destas funções é importante para a validação do modelo usado para descrever o sistema. Foram também estudadas as diferentes excitações a serem utilizadas para excitações múltiplas, e as limitações inerentes à aplicação da técnica, conforme pode ser visto nos itens a seguir.

II.3.1 Considerações sobre a coerência

A **função de coerência ordinária** é definida como o coeficiente de correlação que descreve a relação entre quaisquer dois sinais. A função de coerência ordinária pode ser calculada entre duas forças ou entre uma força e uma resposta. Para este cálculo, a influência de qualquer outro sinal sobre os utilizados é desprezada, o que torna a definição de coerência ordinária de difícil interpretação para excitações múltiplas. Posteriormente será discutida a utilização da função de coerência ordinária entre as forças de excitação. A utilização da coerência ordinária entre a excitação e a resposta para validação do modelo é pouco consistente, já que para o sistema com excitação múltipla, a resposta de um ponto de medição se deve à contribuição de vários pontos de

excitação, invalidando assim a interpretação da definição de coerência ordinária como para excitação simples.

A **função de coerência parcial** é definida como a coerência entre dois sinais condicionados. Os sinais são considerados condicionados quando se retiram de cada um deles as contribuições devido a outros sinais. Uma coerência parcial pode ser calculada entre excitações condicionadas, entre uma excitação condicionada e uma resposta condicionada, e até mesmo entre duas respostas condicionadas, para o caso de respostas múltiplas. Basicamente, o condicionamento age através da retirada, com bases em mínimos quadrados lineares, da influência de outras excitações sobre uma determinada excitação e resposta. A utilidade da função de coerência parcial para a estimação da função de resposta em frequência se restringe à determinação do grau de correlação entre as excitações, conforme será explicado posteriormente.

A **função de coerência múltipla** pode ser definida como o coeficiente de correlação que descreve a relação entre uma resposta e todas as excitações do sistema. Se terá portanto uma coerência múltipla para cada resposta do sistema. A utilização da função de coerência múltipla se apresenta como similar à utilização da coerência ordinária para o caso da excitação simples, sendo que o seu valor deve ser próximo da unidade para todas as frequências consideradas. Um baixo valor da função de coerência nas ressonâncias indica então possíveis erros de medição, excitações não consideradas ou indevidamente medidas, ou erros no processamento de sinais, como por exemplo *leakage* [5].

II.3.2 Considerações sobre a excitação

A teoria a ser apresentada para excitações múltiplas tem como informação principal que, para a existência de solução das equações que resultam na obtenção das FRFs, tanto para H_1 como para H_v , a matriz dos espectros cruzados das excitações $[G_{xx}(f)]$ não pode se apresentar como singular. Isto indicaria que as forças de excitação não são independentes entre si. Entretanto existem certas situações em que esta matriz pode ser singular em certas frequências ou intervalos de frequência. Quando isto ocorre,

as equações não podem ser usadas para se obter as funções de resposta em frequência para estes intervalos. A seguir serão apresentadas algumas teorias para se tentar resolver o problema da singularidade da matriz dos auto-espectros e dos espectros cruzados das excitações $[G_{xx}(f)]$, que pode ser definida por:

$$[G_{xx}] = \frac{2}{NT} \begin{bmatrix} \sum_N X_1^* X_1 & \dots & \sum_N X_1^* X_q \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_N X_q^* X_1 & \dots & \sum_N X_q^* X_q \end{bmatrix} \quad \text{Eq.II.67}$$

II.3.2.1 Avaliação da correlação entre excitações

Tendo-se X_1, \dots, X_q representando os espectros das q forças de excitação para uma determinada frequência, pode-se dizer que as forças de excitação estão totalmente correlacionadas quando a matriz de espectros cruzados das excitações $[G_{xx}(f)]$, definida pela equação II.67, é singular.

Uma razão para a matriz dos espectros cruzados das excitações ser singular é que um ou mais auto-espectros das forças de excitação sejam nulos em certa frequência ou intervalo de frequências. Se um auto-espectro é nulo em um certo intervalo, os espectros cruzados entre espectros de outras excitações e este apresentarão também intervalos nulos. Isto se deve geralmente a erros numéricos devido à diferença de amplitude entre a excitação e a resposta da estrutura, situação que ocorre na prática nas frequências naturais de ressonância que apresentam baixos valores de amortecimento. Torna-se necessária então a verificação da matriz de espectros cruzados das excitações contra a existência de zeros.

Uma outra maneira de se verificar se a matriz de espectros cruzados das excitações é singular, é se verificar a coerência entre dois sinais de excitação para um determinado intervalo de frequências. Uma maneira de se fazer isto é se computar as funções de coerência ordinárias entre os sinais de excitação, lembrando-se que a função de coerência ordinária mede o grau de dependência linear entre os espectros de dois

sinais. As funções de coerência podem ser usadas de maneira sistemática para se avaliar a singularidade da matriz $[G_{xx}(f)]$.

Uma técnica mais consistente para se analisar a correlação entre dois sinais de excitação é a técnica das forças principais [5]. Tomando-se q espectros independentes e não-correlacionados entre si, X'_1, \dots, X'_q , pode-se escrever os espectros das forças de excitação medidas como uma combinação linear destes, conforme a equação II.68. A matriz de espectros cruzados das excitações $[G_{xx}]$ pode então ser escrita como a equação II.69. A matriz $[G'_{xx}]$ é uma matriz diagonal com o auto-espectro das forças principais na diagonal, que são denominados auto-espectros principais.

$$[X_1, \dots, X_q] = [X'_1, \dots, X'_q] [U] \quad \text{Eq.II.68}$$

$$[G_{xx}] = [U]^h [G'_{xx}] [U] \quad \text{Eq.II.69}$$

onde $[U]$ é uma matriz complexa de dimensão (q,q) e $[G'_{x_i x_j}] = X'_i{}^* X'_j = 0$, para $i \neq j$.

Deve-se notar que a equação II.69 define uma decomposição em auto-valores da matriz de espectros cruzados $[G_{xx}]$, sendo que $[G'_{xx}]$ representa seus auto-valores, e $[U]$ seus auto-vetores. A decomposição em auto-valores está sempre definida, já que a matriz $[G_{xx}]$ é hermitiana, e os auto-vetores são ortogonais, de maneira que $[U]$ não é singular. Portanto, quando algum dos auto-valores for nulo ou desprezível, a matriz de espectros $[G'_{xx}]$ será singular, e as forças estarão correlacionadas [5].

II.3.2.2 Sinais de excitação

Ao se excitar uma estrutura com o objetivo de se determinarem as suas propriedades modais, é importante se considerar que a forma de excitação terá efeito na validade das estimativas das características modais. Se a estimativa das funções de resposta em frequência apresenta erros, as estimativas das propriedades modais também conterão erros, por melhor que seja o método de estimativa dos parâmetros modais.

Os sinais utilizados para a excitação das estruturas precisam observar certas restrições para que não acarretem erros nas estimativas a serem realizadas. A primeira destas restrições se refere à digitalização dos sinais. Como os equipamentos de aquisição de sinais e posterior tratamento (transformada discreta e rápida de Fourier) se baseiam em sinais discretos no domínio da frequência, deve-se ter sempre em mente que os sinais utilizados não influenciem os resultados, provocando erros como *leakage* e *aliasing* [5].

A segunda restrição diz respeito à linearidade do sistema. Uma hipótese fundamental para a formulação da teoria de estimativa de parâmetros modais é a de que o sistema seja linear ou se comporte linearmente para um certo nível de forças. Embora a hipótese de linearidade não seja nunca plenamente realizada, deve-se sempre tomar uma força de excitação que gere a melhor estimativa das funções de resposta em frequência, mesmo que ocorram pequenas não-linearidades. Para isso deve ser observada sempre uma repetibilidade dos ensaios para obtenção das estimativas das FRFs.

A terceira restrição que deve ser observada, para o caso particular da excitação múltipla, se refere à não-correlação entre os sinais de excitação. Para isto devem-se usar sinais determinísticos com características diferentes para cada amostra de excitação a ser considerada, ou então sinais aleatórios. Normalmente os sinais mais utilizados para se obterem excitações não-correlacionadas são os sinais aleatórios, que são uma solução fácil para o problema, desde que se use um número significativos de amostras para cada excitação. Entre os sinais aleatórios que podem ser implementados encontram-se três tipos: o sinal aleatório puro, o sinal aleatório periódico e o sinal aleatório transiente.

O **sinal aleatório puro** (*“pure random”*) [3], [5], [12] é um sinal aleatório ergódico e estacionário, com uma distribuição de probabilidades Gaussiana. O sinal apresenta uma contribuição em todas as frequências do espectro, podendo ser filtrado para a faixa de interesse. O uso de janelas, como a *Hanning*, é recomendado para se diminuir o aparecimento de erros de truncagem, que ocorrem principalmente em estruturas com pequeno amortecimento. O sinal apresenta baixas relações entre valores

máximos e médios, sendo que os ruídos são eliminados com uma amostragem adequada.

O **sinal aleatório periódico** (“*periodic random*”) [3], [5], [12] é um sinal aleatório ergódico e estacionário, consistindo somente de valores para as frequências discretas múltiplas inteiras da frequência de resolução utilizada pela transformada discreta de Fourier. Para cada amostra, são criadas amplitudes e fases aleatórias para cada frequência discreta desejada, não apresentando portanto erros como *leakage*. Para cada amostra são criados então novos conjuntos de amplitudes e fases, de maneira a se obterem sempre amostras não-correlacionadas entre si, e totalmente aleatórias. A principal vantagem do sinal aleatório periódico é que ele gera melhor estimativa de funções de resposta em frequência entre todos os sinais, devido à ausência de *leakage*. Como desvantagens tem-se a necessidade de utilização de equipamentos específicos para a geração do sinal. Além disso, o sinal não pode ser utilizado com a técnica do *zoom*, pois ele só contém informação nas frequências discretas originais.

O **sinal aleatório transiente** (“*burst random*”) [3], [5], [12] não é nem um sinal determinístico transiente, nem um sinal aleatório e estacionário, mas apresenta características dos dois sinais. O espectro de frequência deste sinal apresenta amplitudes e fases aleatórias e contém energia distribuída em todo o espectro. A diferença entre este sinal e o aleatório periódico é que o sinal aleatório transiente é forçado para zero após algum tempo dentro do período de amostragem (normalmente de 50% a 80% do sinal, dependendo do amortecimento). Com isso ocorre uma redução do tempo de amostragem, pois para cada amostra não há a necessidade de se esperar pela parte transiente do sinal, que tende a se amortecer naturalmente, já que a força está controlada em zero, e o tempo de geração do sinal também será menor. Como vantagem tem-se que os sinais de excitação e de resposta são completamente observáveis, sendo que a parte transiente do sinal tenderá a se anular ainda dentro da amostragem em questão. Com isso se obtêm sinais sem a presença de *leakage*, e sem afetar o cálculo do amortecimento da estrutura. O sinal apresenta uma relação sinal-ruído muito mais alta e uma relação entre valores máximos e médios muito menor que quaisquer outros sinais transientes, e pode ser utilizado com a aplicação da técnica de *zoom*.

Pode-se encontrar também bibliografia a respeito de outros tipos de forças de excitação que estão sendo utilizadas para excitação múltipla. A **excitação múltipla por varredura de senos** [12] pode ser aplicada sem muitos problemas de correlação entre forças, desde que se admitam valores sempre diferentes para as amplitudes e fases dos sinais de excitação. A desvantagem do processo se resume ao tempo de realização dos ensaios, que é relativamente grande, e à necessidade de um conhecimento prévio da estrutura, para se excitar corretamente os modos desejados.

A **excitação múltipla por impactos** [16-17] se mostra vantajosa, apesar de não ser simultânea, com relação à menor quantidade de equipamentos necessários, à sua possível realização em sistemas em operação, e à utilização em ensaios de campo. Para a realização dos ensaios se dispõe de vários sensores fixos e um martelo instrumentado móvel, que excita alternadamente os pontos da estrutura. O conjunto final dos dados se obtém utilizando-se das relações de reciprocidade de Maxwell sobre os dados obtidos como se fossem para excitação simples, podendo então ser tratados como se fossem obtidos por excitação múltipla.

II.3.2.3 Número de excitações

Considerando-se a estimação das funções de resposta em frequência para excitações múltiplas, deve-se ressaltar a importância de se determinar o número ideal de excitações, suas direções e suas localizações na estrutura em teste.

A maior vantagem dos ensaios com excitações múltiplas reside no fato que boa parte dos modos da estrutura podem ser excitados com somente uma bateria de testes. Isto se torna mais relevante conforme a estrutura a ser ensaiada apresenta modos em diferentes direções, o que provocaria uma grande repetição de testes para excitação simples. Com a utilização da excitação múltipla, aplicando-se as excitações em planos diferentes, consegue-se uma identificação completa dos modos em questão. Isto é obtido com a utilização de excitações com sinais aleatórios, que não apresentam restrições quanto à direção de aplicação em um mesmo ensaio, ou mesmo com sinais determinísticos, desde que não apresentem correlação entre si.

Entretanto, com o aumento do número de excitações, surgem também alguns problemas com relação às forças de excitação. Como exemplo podemos citar que, devido à resposta da estrutura, algumas excitações podem estar correlacionadas entre si, devido à ação de uma força de excitação sobre as outras. Isto ocorre quando uma excitação está localizada em pontos com grande amplitude de vibração na ressonância, o que influencia a excitação nos demais pontos da estrutura. Assim, dependendo do tamanho da estrutura a ser ensaiada, ocorre uma diminuição das amplitudes em alguns pontos de excitação. Quando se aumenta o número de excitações, necessita-se então de um número maior de médias para se obterem boas estimativas das FRFs. Na prática, para estruturas aeroespaciais, existem relatos de testes com até seis excitações, sem a presença de maiores problemas [5]. Para estruturas automotivas, tem-se realizado testes com três ou quatro excitações [8-10]. Para estruturas civis entretanto, quase não existem informações na literatura técnica sobre o número de excitações que deve ser utilizado. Acredita-se que, devido ao grande número de tipos de estruturas que existem na engenharia civil, cada caso deva ser estudado separadamente.

II.4 Implementação da Técnica para Obtenção das FRFs para Excitação Múltipla

Neste item são apresentados todos os passos utilizados para a implementação da técnica de obtenção de FRFs para excitações múltiplas, para os estimadores H_1 e H_v .

Inicialmente se descreverá o problema da análise de um sistema com excitação múltipla e com uma única resposta. Considere-se um sistema linear com q pontos de excitação definidas por $x_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, q$, e um único ponto de resposta $y(t)$, conforme ilustrado na figura II.6. Obtêm-se assim simultaneamente as q funções de transferência $H_{iy}(f)$, $i=1, 2, \dots, q$. Os ruídos $m(t)$ e $n(t)$ levam em conta os desvios do modelo ideal, que podem ser devidos a excitações não consideradas, operações não-lineares, efeitos não-estacionários do processo aleatório e ruído na instrumentação. O problema para excitação múltipla e respostas múltiplas é somente uma extensão direta das técnicas apresentadas a seguir, simplesmente se considerando os modelos como combinação dos casos de excitação múltipla e resposta simples.

Na prática, as transformadas de Fourier das funções $x(t)$ e $y(t)$ são obtidas a partir de um número discreto e finito de dados, o que leva a se obterem somente estimativas das funções de densidade dos espectros cruzados e dos auto-espectros. A fim de se obter uma melhor aproximação entre os valores estimados e os valores reais, é utilizada a seguinte expressão:

$$\hat{G}_{xy}(f) = \frac{2}{n_d T_r} \sum_{k=1}^{n_d} X_k^*(f) Y_k(f) \quad \text{Eq.II.70}$$

onde $X_k(f)$ e $Y_k(f)$ são as transformadas discretas e finitas de Fourier, obtidas para a k -ésima amostra de $x(t)$ e $y(t)$, T_r é o período de cada amostra, e n_d é o número de amostras (trechos) disponíveis de $X_k(f)$ e $Y_k(f)$, de maneira que o tempo total do sinal seja $T = n_d T_r$. Com o aumento do tempo T_r de cada amostra, tendem a se reduzirem erros tendenciosos (*bias error*), e com o aumento do número de amostras n_d , tendem a se reduzirem erros aleatórios (*random error*), conforme mostrado na tabela II.1 [7].

Tabela II.1 - Erros Aleatórios Normalizados para Estimativas Espectrais.

Estimativas	Erro Aleatório
$\hat{G}_{xx}(f), \hat{G}_{yy}(f)$	$1/\sqrt{n_d}$
$ \hat{G}_{xy}(f) $	$1/ \gamma_{xy}(f) \sqrt{n_d}$

Muitos autores utilizam a notação $\hat{G}_{xy}(f)$ para diferenciar o valor estimado do valor real $G_{xy}(f)$. Como a partir deste momento somente se utilizarão neste trabalho valores estimados das densidades dos auto-espectros e dos espectros cruzados, optou-se pela utilização da notação $G_{xy}(f)$ para estes valores.

II.4.1 Montagem da matriz espectral

Considere-se cada excitação aleatória estacionária $x_i(t), i=1,2,\dots,q$, e a resposta aleatória estacionária $y(t)$, aqui também denominada $y(t) = x_{q+1}(t)$ para facilitar a implementação. Os sinais $x_i(t)$ e $y(t)$ são provenientes de um processo de

digitalização dos sinais analógicos, sendo desta forma armazenadas somente suas amplitudes nos vetores $x_i(t)$ e $y(t)$ em questão. As amplitudes dos sinais são separadas por um intervalo de tempo constante $\Delta t = 1/f_d$, onde f_d é a frequência de digitalização. Os sinais são então separados em trechos de N pontos, onde N é um número múltiplo de 2^n . Após a aplicação da transformada de Fourier, os sinais darão origem a espectros com $N/2$ pontos, com uma resolução em frequência de $\Delta f_k = \frac{f_d}{N}$. As amplitudes dos espectros calculados estarão então associadas a frequências discretas $f_k = k \Delta f_k$, $k = 0, 1, 2, \dots, (N/2 - 1)$. Com o objetivo de se reduzirem os erros eventuais de digitalização ou ruídos existentes, deve-se utilizar de um processo estatístico, como a realização de médias sobre os valores de cada trecho dos sinais obtidos. Assim se obtém o total de $[(q+1) \cdot n_d]$ diferentes transformadas de Fourier, cada uma calculada em $(N/2)$ frequências diferentes, sendo n_d o número de amostras realizadas. Obtém-se então a informação básica para se calcularem as estimativas das funções de densidades dos auto-espectros e dos espectros cruzados, baseados em n_d médias de quantidades similares em cada uma das diferentes $(N/2)$ frequências. As funções de densidades espectrais serão denotadas por

$$G_{ij}(f_k) = G_{x_i x_j}(f_k) \quad i, j = 1, 2, \dots, (q+1) \quad k = 1, 2, \dots, (N/2) \quad \text{Eq.II.71}$$

No entanto, quando se tratar da resposta, ao invés de se usar a notação $q+1$, será utilizada a notação y , por motivo de clareza, ficando

$$G_{iy}(f_k) = G_{x,y}(f_k) \quad \text{Eq.II.72}$$

Com isso se obtém a matriz de densidades espectrais $G_{ij}(f_k)$, com dimensão $(q+1, q+1)$, das excitações e resposta medidas, que podem ser armazenadas conforme ilustra a figura II.7, em sucessivas frequências f_k , onde $f_k = k \Delta f_k$, $k = 0, 1, 2, \dots, (N/2 - 1)$. Deve-se notar que a matriz espectral obtida é hermitiana, isto é, os termos fora da diagonal principal são complexos conjugados em relação aos seus

simétricos à diagonal principal. Além disso, esta matriz apresenta em sua diagonal principal somente valores reais, já que se tratam das densidades dos auto-espectros.

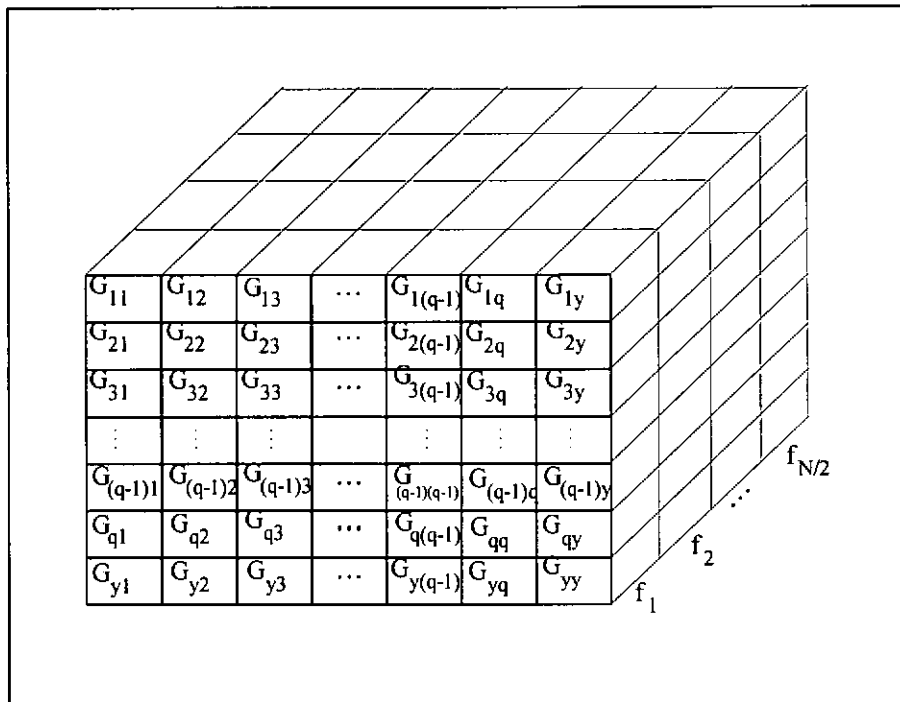


Figura II.7 - Matriz das densidades dos auto-espectros e dos espectros cruzados $\{G_{ij}\}$.

As duas técnicas para estimativas das FRFs para excitações múltipla H_1 e H_v implementadas no sistema desenvolvido utilizam a matriz das densidades espectrais dos auto-espectros e dos espectros cruzados, também denominada matriz espectral, como ponto de partida para os cálculos das estimativas das FRFs.

II.4.2 Técnica de estimativa H_1

O modelo geral da técnica de estimativa H_1 para excitação múltipla é apresentado na figura II.8, onde os termos $X_i(f)$, $i = 1, 2, \dots, q$ representam as transformadas rápidas de Fourier (FFT) das excitações $x_i(t)$, e $Y(f)$ é a transformada rápida de Fourier da resposta $y(t)$. As funções de resposta em frequência a serem determinadas são representadas por $H_{iy}(f)$, $i = 1, 2, \dots, q$, onde o índice i indica o ponto de excitação e y representa o ponto de resposta. Todos os possíveis erros envolvidos no modelo são considerados na transformada rápida de Fourier dos ruídos da resposta $N(f)$.

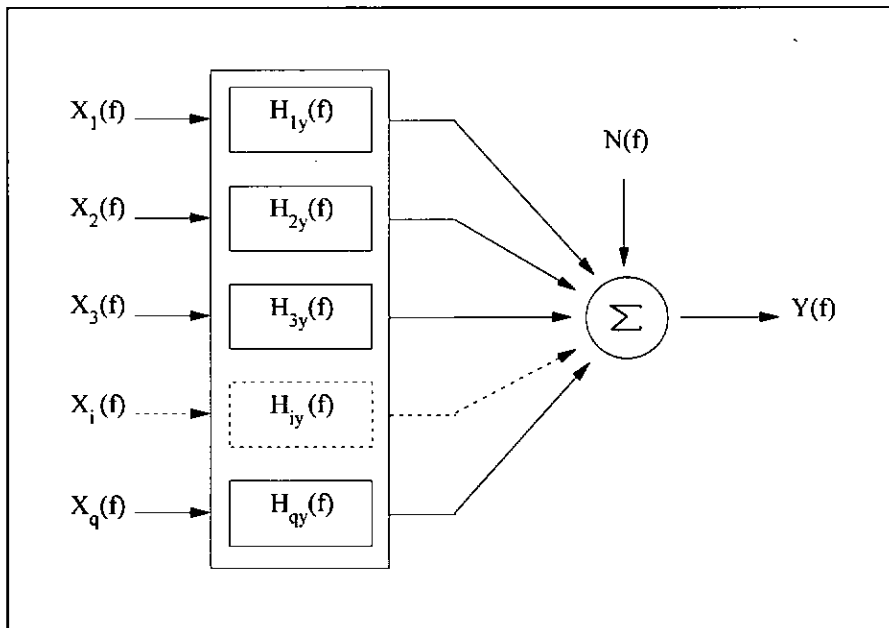


Figura II.8 - Modelo de excitação múltipla para excitações arbitrárias.

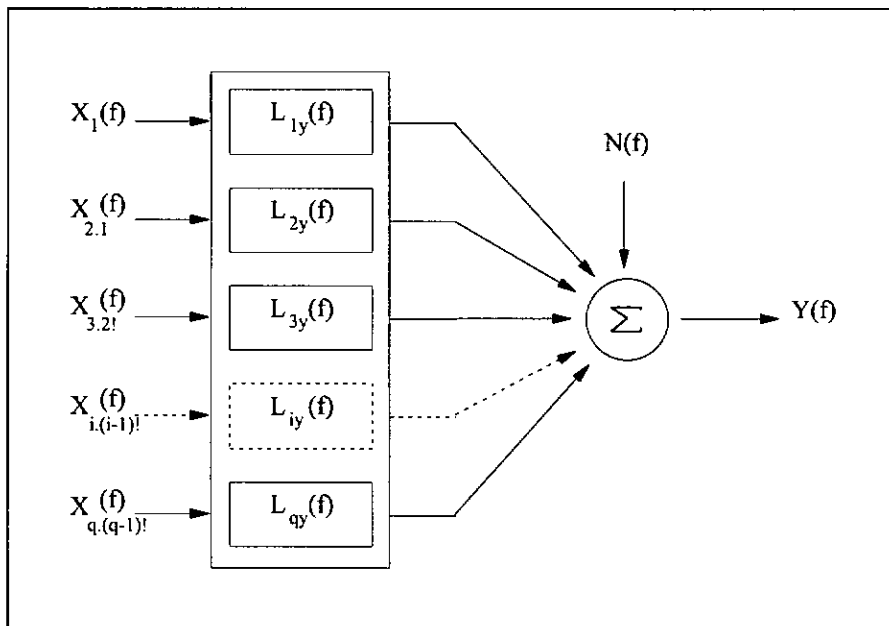


Figura II.9 - Modelo de excitação múltipla para excitações condicionadas.

Um modelo alternativo é apresentado na figura II.9, o qual foi obtido simplesmente se trocando as excitações originais da figura II.8 por um grupo de excitações condicionadas. Deve-se notar que não foi feita nenhuma modificação em $Y(f)$ ou em $N(f)$. O termo condicionado significa a relação de independência do sinal considerado em relação aos outros sinais. Assim, a força $X_{2.1}(f)$ representa a força

$X_2(f)$ quando se retira dela toda a contribuição que pode vir de $X_1(f)$; a força $X_{3-2!}(f)$ representa a força $X_3(f)$ quando se retiram as contribuições das forças $X_2(f)$ e $X_1(f)$; e assim por diante, até se obter a força $X_{q-(q-1)!}(f)$, que representa a força $X_q(f)$ quando se retiram dela as contribuições devido às forças $X_1(f), X_2(f), \dots, X_{(q-1)}(f)$. Neste novo modelo, as funções L_{ij} , $i=1,2,\dots,q$ representam as novas funções de transferência, também conhecidas como função de resposta em frequência ótimas, pois representam a contribuição de forças não-correlacionadas com a resposta.

O modelo alternativo implementado corresponde à utilização da técnica de eliminação de Gauss para um sistema de equações lineares. O objetivo da consideração deste novo modelo foi de se conseguir uma montagem literal das equações de modo a agilizar a implementação posterior e a aumentar a velocidade de processamento da solução do sistema de equações, já que utilizar operações matemáticas simples como adição e multiplicação exigem menos tempo do que realizar as operações matriciais envolvidas na implementação. Um outro objetivo foi tentar reduzir os erros numéricos provenientes da aplicação das técnicas de solução de um sistema de equações lineares.

II.4.2.1 Montagem da matriz de densidades espectrais condicionadas

O algoritmo geral para se obterem as funções de densidades espectrais condicionadas é apresentado a seguir [7]. Para qualquer $j \geq i$ e $r < j$, onde $i = 1, 2, \dots, q, q+1$ e $r = 1, 2, \dots, q$, e para cada frequência f_k , tem-se a seguinte formulação:

$$G_{ij \cdot r!}(f_k) = G_{ij \cdot (r-1)!}(f_k) - L_{rj}(f_k) G_{ir \cdot (r-1)!}(f_k) \quad \text{Eq.II.73}$$

$$L_{rj}(f_k) = \frac{G_{rj \cdot (r-1)!}(f_k)}{G_{rr \cdot (r-1)!}(f_k)}$$

Esta formulação leva à obtenção das funções de densidades espectrais condicionadas, isto é, quando se retiram da excitação r as dependências das $(r-1)!$ excitações anteriores. O processo começa retirando-se a dependência de todas as forças

da contribuição da força 1, para depois se retirar sobre estes sinais as dependências da força 2, e assim por diante, conforme será mostrado a seguir. A partir de agora será descartada na notação a dependência da frequência, por motivo de simplificação e clareza das equações. Deve-se notar que a propriedade hermitiana também é verificada para a matriz de funções de densidade espectral condicionada.

Começando-se com $r = 1$, os resultados são computados sempre se utilizando termos já calculados anteriormente. Aplicando-se $r = 1$ na equação II.73, calculam-se, para cada frequência f_k , os resultados

$$G_{ij \cdot 1} = G_{ij} - L_{1j} G_{i1} \quad i = j = 2, 3, \dots, q, q+1 \quad \text{Eq.II.74}$$

$$L_{1j} = \frac{G_{1j}}{G_{11}}$$

Deve-se notar que os termos utilizados para o cálculo de L_{1j} são os termos já conhecidos da primeira linha da matriz ilustrada na figura II.7. Portanto através da equação II.74 calculam-se os termos $\{G_{ij \cdot 1}\}$ a partir dos termos originais $\{G_{ij}\}$. Para $j = q + 1 = y$, obtém-se

$$G_{iy \cdot 1} = G_{iy} - L_{1y} G_{i1} \quad \text{Eq.II.75}$$

$$L_{1y} = \frac{G_{1y}}{G_{11}}$$

Obtém-se assim a matriz de densidades espectrais condicionadas $\{G_{ij \cdot 1}\}$ de dimensão (q, q) , que deve ser calculada para cada frequência f_k como mostrado na figura II.10.

$G_{22 \cdot 1}$	$G_{23 \cdot 1}$	$G_{2(q-1) \cdot 1}$	$G_{2q \cdot 1}$	$G_{2y \cdot 1}$
$G_{32 \cdot 1}$	$G_{33 \cdot 1}$	$G_{3(q-1) \cdot 1}$	$G_{3q \cdot 1}$	$G_{3y \cdot 1}$
$G_{(q-1)2 \cdot 1}$	$G_{(q-1)3 \cdot 1}$	$G_{(q-1)(q-1) \cdot 1}$	$G_{(q-1)q \cdot 1}$	$G_{(q-1)y \cdot 1}$
$G_{q2 \cdot 1}$	$G_{q3 \cdot 1}$	$G_{q(q-1) \cdot 1}$	$G_{qq \cdot 1}$	$G_{qy \cdot 1}$
$G_{y2 \cdot 1}$	$G_{y3 \cdot 1}$	$G_{y(q-1) \cdot 1}$	$G_{yq \cdot 1}$	$G_{yy \cdot 1}$

Figura II.10 - Matriz das densidades espectrais condicionadas $\{G_{ij \cdot 1}\}$.

Fazendo-se agora $r = 2$ na equação II.73 calculam-se, para cada frequência f_k , os resultados

$$G_{ij \cdot 2!} = G_{ij \cdot 1} - L_{2j} G_{i2 \cdot 1} \quad i = j = 3, 4, \dots, q, q+1 \quad \text{Eq. II.76}$$

$$L_{2j} = \frac{G_{2j \cdot 1}}{G_{22 \cdot 1}}$$

Deve-se notar que os termos de L_{2j} são os termos conhecidos da primeira linha da figura II.10. A equação II.76 calcula os termos $\{G_{ij \cdot 2!}\}$ a partir dos termos $\{G_{ij \cdot 1}\}$. Obtém-se assim a matriz de densidades espectrais condicionadas $\{G_{ij \cdot 2!}\}$, de dimensão $(q-1, q-1)$, ilustrada na figura II.11. Observa-se neste caso que a notação $2!$ indica que os efeitos das excitações $x_1(t)$ e $x_2(t)$ já foram descontados das densidades espectrais calculadas.

$G_{33 \cdot 2!}$	$G_{3(q-1) \cdot 2!}$	$G_{3q \cdot 2!}$	$G_{3y \cdot 2!}$
$G_{(q-1)3 \cdot 2!}$	$G_{(q-1)(q-1) \cdot 2!}$	$G_{(q-1)q \cdot 2!}$	$G_{(q-1)y \cdot 2!}$
$G_{q3 \cdot 2!}$	$G_{q(q-1) \cdot 2!}$	$G_{qq \cdot 2!}$	$G_{qy \cdot 2!}$
$G_{y3 \cdot 2!}$	$G_{y(q-1) \cdot 2!}$	$G_{yq \cdot 2!}$	$G_{yy \cdot 2!}$

Figura II.11 - Matriz das densidades espectrais condicionadas $\{G_{ij \cdot 2!}\}$.

O procedimento continua como mostrado anteriormente até o passo final, $r = q$ na equação II.77, onde se calcula, para cada frequência f_k , o termo apresentado a seguir.

$$G_{yy \cdot q!} = G_{yy \cdot (q-1)!} - L_{qj} G_{iq \cdot (q-1)!} \quad \text{Eq.II.77}$$

$$L_{qj} = \frac{G_{qj \cdot (q-1)!}}{G_{qq \cdot (q-1)!}}$$

Note-se que o termo $G_{yy \cdot q!}$ é o termo da resposta quando se retiram as contribuições devido a todas as forças de excitação. Isto equivale a dizer que o termo $G_{yy \cdot q!}$ é devido somente ao ruído na resposta G_{nn} , descrito para o sistema com q excitações e resposta simples das figuras II.8 e II.9. Assim se demonstra a importância da realização de todos os passos da formulação, já que G_{nn} pode ser calculado, embora ele não possa ser medido diretamente.

Desta forma, a matriz final obtida encontra-se mostrada na figura II.12, onde são guardados os valores de todos os passos, que serão usados nos passos posteriores para cálculo das estimativas das FRFs e das coerências múltiplas e ordinárias entre as forças.

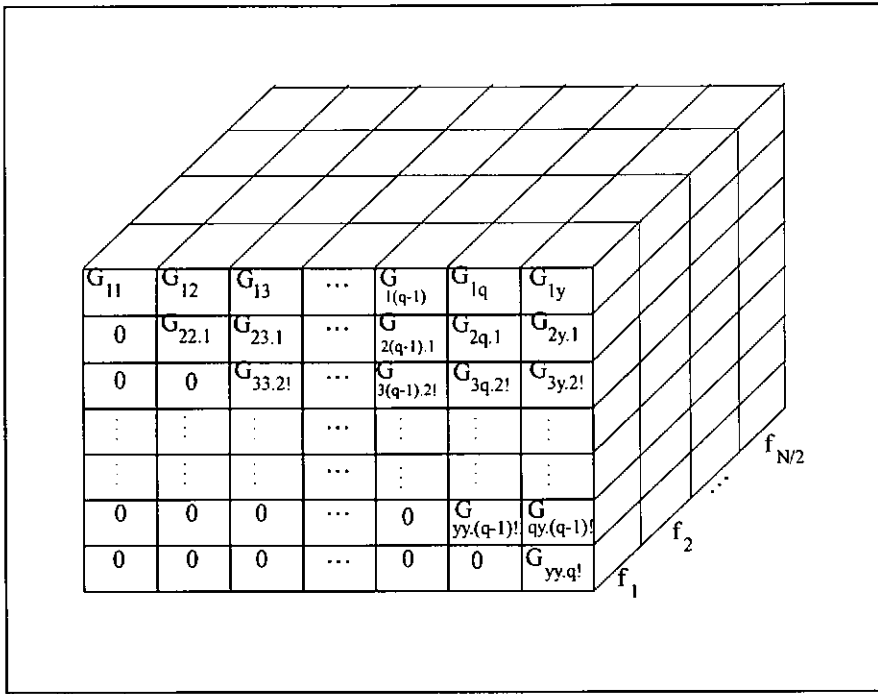


Figura II.12 - Matriz final das densidades espectrais condicionadas.

II.4.2.2 Cálculo das FRFs e funções de coerência

As funções de resposta em frequência $H_{iy} = H_{iy}(f_k)$ são calculadas a partir dos valores de $L_{iy} = L_{iy}(f_k)$, utilizando-se as fórmulas apresentadas a seguir. As funções de resposta em frequência ótimas $L_{iy} = L_{iy}(f_k)$ já foram calculadas anteriormente, e deve-se observar que o cálculo dos valores de H_{iy} deve ser iniciado com H_{qy} e seguir até H_{1y} , utilizando-se da seguinte equação:

$$\begin{aligned}
 H_{qy} &= L_{qy} \\
 H_{iy} &= L_{iy} - L_{ij} H_{jy} \quad i = q-1, q-2, \dots, 2, 1 \quad \text{e} \quad j = i+1, \dots, q \quad \text{Eq.II.78}
 \end{aligned}$$

Além do cálculo das funções de resposta em frequência, também devem ser calculadas as diversas funções de coerência entre os sinais, já que elas mostram o grau de dependência entre os sinais, sejam estes condicionados ou não. As funções de coerência ordinárias $\gamma_{ij}^2 = \gamma_{ij}^2(f_k)$ são calculadas pelas fórmulas apresentadas a seguir, e

elas indicam se uma excitação é dependente de outra excitação, ou se a resposta é diretamente dependente de somente uma das excitações, o que não pode ocorrer.

$$\gamma_{ij}^2 = \frac{|G_{ij}|^2}{G_{ii} G_{jj}} \quad i, j = 1, 2, \dots, q + 1 \quad \text{Eq.II.79}$$

Note-se que $\gamma_{ii}^2 = 1$ para todos os i , já que todos os sinais são coerentes com eles mesmos.

As funções de coerência múltiplas $\gamma_{j:(j-1)}^2 = \gamma_{j:(j-1)}^2(f_k)$ são calculadas para as $(j-1)$ excitações e uma resposta pelas equações

$$\gamma_{j:(j-1)}^2 = 1 - \frac{G_{jj \cdot (j-1)!}}{G_{jj}} \quad j = 1, 2, \dots, q + 1 \quad \text{Eq.II.80}$$

para $j = q + 1 = y$, obtém-se a função de coerência múltipla do sistema, que descreve a relação entre a resposta e todas as q excitações. A função de coerência múltipla é considerada a mais importante para a aplicação da excitação múltipla, já que ela pode ser comparada à função de coerência ordinária para o caso de excitação simples, e pode ser escrita como

$$\gamma_{y:q}^2 = 1 - \frac{G_{yy \cdot q!}}{G_{yy}} \quad \text{Eq.II.81}$$

II.4.3 Técnica de estimativa H_v

A implementação da técnica H_v , baseada na formulação desenvolvida no item II.2, foi realizada utilizando-se de rotinas intrínsecas ao programa para decomposição da matriz espectral em auto-valores e auto-vetores. A implementação pode ser descrita por:

$$\{G_{ij}\} = [G_{xxy}] = [V][\Lambda][V]^h \quad \text{Eq.II.82}$$

onde $[\Lambda] = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{q+1})$ são os auto-valores e

$[V][V]^h = I$, sendo $[V]$ os auto-vetores.

A solução da estimativa de mínimos quadrados totais H_v é definida tomando-se os coeficientes do auto-vetor associado ao menor auto-valor normalizados em relação ao último coeficiente deste mesmo auto-vetor, segundo se encontra definido na equação II.83.

$$\begin{Bmatrix} H_{1y} \\ \vdots \\ H_{qy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{V_{1q+1}}{V_{q+1q+1}} \\ \vdots \\ \frac{V_{q,q+1}}{V_{q+1q+1}} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq.II.83}$$

Deve ser ressaltado que a solução da estimativa de mínimos quadrados totais não existe se $V_{q+1q+1} = 0$. Isto somente ocorre se a sub-matriz $[G_{xx}]$ da matriz $[G_{xxy}]$ for singular, ou seja, se as excitações forem correlacionadas. Logo, a solução da estimativa H_v existe sempre que as forças de excitação não estiverem correlacionadas entre si.

Para o cálculo da função de coerência múltipla, parte-se do valor obtido para o ruído na resposta mostrado na equação II.84, obtendo-se então a equação II.85:

$$G_{nn} = \lambda_{q+1} V_{q+1q+1}^* V_{q+1q+1}. \quad \text{Eq.II.84}$$

$$\gamma_{y:q!}^2 = 1 - \frac{G_{nn}}{G_{yy}} \quad \text{Eq.II.85}$$

Capítulo III

III. Implementação Numérica

III.1 Introdução

De posse da técnica para a estimativa de FRFs para excitação múltipla desenvolvida no capítulo anterior, optou-se por uma implementação inicial em um ambiente matemático, com o objetivo de se testarem as limitações da técnica. O ambiente matemático utilizado foi o MATLAB, devido às suas facilidades e vantagens computacionais. A implementação numérica realizada foi baseada no algoritmo que computa as densidades espectrais condicionadas a partir das funções de densidade espectrais originais, apresentado por J.S. Bendat e A.G. Piersol [7] para o estimador H_1 , e na teoria desenvolvida por R.W. Rost [5] para a técnica de estimativa H_v . Os problemas de excitações e respostas múltiplas devem ser considerados como combinação de problemas de excitação múltipla e resposta simples, simplesmente se repetindo os mesmos procedimentos para cada resposta desejada, sendo que as operações realizadas com a matriz G_{xx} são as mesmas para todas as respostas.

Durante a implementação e realização de testes da técnica desenvolvida no ambiente MATLAB, foram observadas algumas deficiências, que puderam ser corrigidas para a implementação definitiva. O objetivo final é se implementar um sistema de testes experimentais que consiste na aquisição de dados experimentais, no tratamento dos sinais adquiridos e na obtenção das estimativas das FRFs para excitação múltipla simultânea.

A implementação definitiva foi realizada em uma plataforma gráfica de simulação de laboratório de engenharia que utiliza instrumentação virtual, chamada LabVIEW (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*). O sistema de programação LabVIEW utiliza uma linguagem de programação gráfica, denominada G, para criar os programas em forma de diagrama de blocos. Ele também tem uma extensa

biblioteca de funções e subrotinas para as mais variadas aplicações, como por exemplo: aquisição de dados, controle de equipamentos, análise dos dados adquiridos, apresentação gráfica e gravação dos resultados. Esta plataforma de trabalho funciona em ambiente Windows, o que facilita muito a permuta de dados entre vários programas.

Os programas desenvolvidos com o sistema LabVIEW são denominados Instrumentos Virtuais (VIs), pois a sua aparência e operação simulam instrumentos reais, com botões, mostradores digitais e analógicos, etc. Cada VI é constituída de três partes:

- o **painel frontal**, que é a ligação interativa com o usuário, pois simula instrumentos físicos. Nele estão contidos botões, gráficos e outros controladores e indicadores, que podem ser acessados utilizando o teclado e o mouse, e é onde serão mostrados os resultados.

- o **diagrama de blocos**, que é a área onde estão contidas as instruções de programação. Estas instruções são os códigos fonte das VIs, que são geradas pelos usuários e permitem a utilização de funções previamente contidas no sistema.

- o **ícone de conexão**, que é a estrutura hierárquica e modular da VI. É a maneira como são passadas as informações entre os diferentes níveis de programação, que são denominados subVIs (subrotinas). Os ícones funcionam como uma lista gráfica dos parâmetros, que podem ser passados entre as VIs.

O sistema LabVIEW utiliza o conceito de programação modular, que promove a subdivisão do programa em subrotinas, que podem ser divididas até que uma aplicação complicada se torne somente uma série de subrotinas simples. Cada subVI pode ser executada isoladamente, o que facilita a identificação e correção de problemas e possibilita a reutilização quando necessário em outras partes do programa.

III.2 Procedimento Adotado sobre a Teoria Implementada

Conforme comentado anteriormente, a implementação inicial em ambiente matemático MATLAB permitiu observar algumas características que poderiam ser melhoradas para a implementação final. Deve ser ressaltado que a implementação final é baseada na teoria apresentada por J.S. Bendat e A.G. Piersol [7] para o estimador H_1 e na teoria desenvolvida por R.W. Rost [5] para o estimador H_v , sendo que somente foram feitas algumas considerações sobre as prioridades dos cálculos a fim de aumentar a eficiência do sistema.

Após os testes iniciais, observou-se que somente algumas funções calculadas eram de importância para serem analisadas posteriormente. Os resultados considerados importantes como as FRFs, as coerências múltiplas e as coerências entre as forças foram considerados como objetivos finais do sistema. Já os resultados intermediários dos cálculos, como as funções de densidade espectrais condicionadas, as funções de densidade espectrais coerentes da resposta e as funções de coerência parciais, não se mostraram de importância para uma posterior análise, podendo ser somente calculadas internamente no programa. Optou-se então por explicitar matematicamente os cálculos ao invés de montar todas as sub-matrizes mostradas no item II.3. Isto permitiu agilizar os cálculos e dar uma maior velocidade de processamento. As formulações teóricas foram desenvolvidas através do programa matemático Maple, obtendo-se assim uma formulação para cada etapa dos cálculos. Esta nova formulação foi toda baseada na matriz complexa dos auto-espectros e dos espectros cruzados, que são considerados dados básicos da formulação teórica.

Apresentam-se a seguir as formulações obtidas para o estimador H_1 :

- para a excitação simples, tem-se a matriz espectral definida como:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11r} & G_{1yr} + IG_{1yi} \\ G_{1yr} - IG_{1yi} & G_{yyr} \end{bmatrix} \quad \text{Eq.III.1}$$

onde G_{11r} é o auto-espectro da força

$G_{1yr} + IG_{1yi}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força e resposta

$G_{1yr} - IG_{1yi}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força e resposta

G_{yyr} é o auto-espectro da resposta

Assim temos a estimativa da FRF entre a força e a resposta escrita como:

$$H_{ly} := \frac{G_{lyr} + IG_{lyi}}{G_{l1r}} \quad \text{Eq.III.2}$$

A coerência, que para este caso é a coerência ordinária, pode ser escrita como:

$$Coer := \frac{G_{lyr}^2 + G_{lyi}^2}{G_{yyr} G_{l1r}} \quad \text{Eq.III.3}$$

- para a excitação dupla, tem-se a matriz espectral definida como:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11r} & G_{12r} + IG_{12i} & G_{1yr} + IG_{1yi} \\ G_{12r} - IG_{12i} & G_{22r} & G_{2yr} + IG_{2yi} \\ G_{1yr} - IG_{1yi} & G_{2yr} - IG_{2yi} & G_{yyr} \end{bmatrix} \quad \text{Eq.III.4}$$

onde G_{11r} é o auto-espectro da força 1

$G_{12r} + IG_{12i}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre forças 1 e 2

$G_{1yr} + IG_{1yi}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 1 e resposta

$G_{12r} - IG_{12i}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 1 e força 2

G_{22r} é o auto-espectro da força 2

$G_{2yr} + IG_{2yi}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 2 e resposta

$G_{1yr} - IG_{1yi}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 1 e resposta

$G_{2yr} - IG_{2yi}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 2 e resposta

G_{yyr} é o auto-espectro da resposta

Assim temos a estimativa da FRF entre a força 1 e a resposta escrita como:

$$H_{1y} = - \frac{(-G_{1yr} G_{22r} + G_{12r} G_{2yr} - G_{12i} G_{2yi} - I G_{1yi} G_{22r} + I G_{12i} G_{2yr} + I G_{12r} G_{2yi})}{(G_{22r} G_{11r} - G_{12r}^2 - G_{12i}^2)}$$

Eq.III.5

A estimativa da FRF entre a força 2 e a resposta pode ser escrita como:

$$H_{2y} = \frac{(G_{2yr} G_{11r} - G_{1yr} G_{12r} - G_{1yi} G_{12i} + I G_{2yi} G_{11r} + I G_{1yr} G_{12i} - I G_{1yi} G_{12r})}{(G_{22r} G_{11r} - G_{12r}^2 - G_{12i}^2)}$$

Eq.III.6

A coerência múltipla para a resposta pode ser escrita como:

$$Coer = \frac{(G_{1yr}^2 G_{22r} + G_{1yi}^2 G_{22r} + G_{2yr}^2 G_{11r} - 2 G_{2yr} G_{1yr} G_{12r} - 2 G_{2yr} G_{1yi} G_{12i} + G_{2yi}^2 G_{11r} + 2 G_{2yi} G_{1yr} G_{12i} - 2 G_{2yi} G_{1yi} G_{12r})}{(G_{22r} (G_{22r} G_{11r} - G_{12r}^2 - G_{12i}^2))}$$

Eq.III.7

A coerência entre as forças 1 e 2, que é a coerência ordinária, pode ser escrita como:

$$Coer_{For 12} = \frac{G_{12r}^2 + G_{12i}^2}{G_{11r} G_{22r}}$$

Eq.III.8

- para a excitação tripla, tem-se a matriz espectral definida como:

$$G = \begin{bmatrix} G_{11r} & G_{12r} + IG_{12i} & G_{13r} + IG_{13i} & G_{1yr} + IG_{1yi} \\ G_{12r} - IG_{12i} & G_{22r} & G_{23r} + IG_{23i} & G_{2yr} + IG_{2yi} \\ G_{13r} - IG_{13i} & G_{23r} - IG_{23i} & G_{33r} & G_{3yr} + IG_{3yi} \\ G_{1yr} - IG_{1yi} & G_{2yr} - IG_{2yi} & G_{3yr} - IG_{3yi} & G_{yyr} \end{bmatrix}$$

Eq.III.9

onde G_{11r} é o auto-espectro da força 1

$G_{12r} + IG_{12i}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 1 e força 2

$G_{13r} + IG_{13i}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 1 e força 3

$G_{1yr} + IG_{1yi}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 1 e resposta

$G_{12r} - IG_{12i}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 1 e força 2
 G_{22r} é o auto-espectro da força 2
 $G_{23r} + IG_{23i}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 2 e força 3
 $G_{2yr} + IG_{2yi}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 2 e resposta
 $G_{13r} - IG_{13i}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 1 e força 3
 $G_{23r} - IG_{23i}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 2 e força 3
 G_{33r} é o auto-espectro da força 3
 $G_{3yr} + IG_{3yi}$ é a parte real e imaginária do espectro cruzado entre força 3 e resposta
 $G_{1yr} - IG_{1yi}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 1 e resposta
 $G_{2yr} - IG_{2yi}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 2 e resposta
 $G_{3yr} - IG_{3yi}$ é o complexo conjugado do espectro cruzado entre força 3 e resposta
 G_{yyr} é o auto-espectro da resposta

Assim temos a estimativa da FRF entre a força 1 e a resposta escrita como:

$$\begin{aligned}
 H1y = & - \left(G_{1yr} G_{23i}^2 + IG_{1yi} G_{23r}^2 + G_{1yr} G_{23r}^2 + IG_{1yi} G_{23i}^2 - G_{1yr} G_{33r} G_{22r} \right. \\
 & - G_{12r} G_{23r} G_{3yr} + G_{12r} G_{2yr} G_{33r} + G_{12r} G_{23i} G_{3yi} + G_{12i} G_{23r} G_{3yi} \\
 & + G_{12i} G_{23i} G_{3yr} - G_{12i} G_{2yi} G_{33r} + G_{13r} G_{3yr} G_{22r} - G_{13r} G_{2yi} G_{23i} \\
 & - G_{13r} G_{2yr} G_{23r} - G_{13i} G_{2yr} G_{23i} - G_{13i} G_{3yi} G_{22r} + G_{13i} G_{2yi} G_{23r} \\
 & - IG_{22r} G_{1yi} G_{33r} + IG_{22r} G_{13i} G_{3yr} + IG_{22r} G_{13r} G_{3yi} + IG_{12i} G_{2yr} G_{33r} \\
 & - IG_{13i} G_{2yr} G_{23r} + IG_{13r} G_{2yr} G_{23i} + IG_{12r} G_{2yi} G_{33r} + IG_{12i} G_{23i} G_{3yi} \\
 & - IG_{13r} G_{2yi} G_{23r} - IG_{12i} G_{23r} G_{3yr} - IG_{13i} G_{2yi} G_{23i} - IG_{12r} G_{23i} G_{3yr} \\
 & \left. - IG_{12r} G_{23r} G_{3yi} \right) \left(G_{33r} G_{11r} G_{22r} - G_{33r} G_{12r}^2 - G_{33r} G_{12i}^2 \right. \\
 & - G_{13r}^2 G_{22r} - G_{13i}^2 G_{22r} - G_{23r}^2 G_{11r} + 2 G_{23r} G_{13r} G_{12r} \\
 & \left. + 2 G_{23r} G_{13i} G_{12i} - G_{23i}^2 G_{11r} - 2 G_{23i} G_{13r} G_{12i} + 2 G_{23i} G_{13i} G_{12r} \right)
 \end{aligned}$$

Eq.III.10

A estimativa da FRF entre a força 2 e a resposta pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 H_{2y} = & - \left(G_{11r} G_{23r} G_{3yr} + G_{2yr} G_{13i}^2 - G_{11r} G_{23i} G_{3yi} - G_{13r} G_{12i} G_{3yi} \right. \\
 & + G_{23i} G_{1yi} G_{13r} + G_{13i} G_{12r} G_{3yi} - G_{23i} G_{1yr} G_{13i} - G_{23r} G_{1yr} G_{13r} \\
 & - G_{23r} G_{1yi} G_{13i} - G_{13r} G_{12r} G_{3yr} + G_{1yr} G_{12r} G_{33r} + G_{1yi} G_{12i} G_{33r} \\
 & - G_{13i} G_{12i} G_{3yr} + G_{2yr} G_{13r}^2 - I G_{13i} G_{12r} G_{3yr} - I G_{13r} G_{12r} G_{3yi} \\
 & + I G_{1yi} G_{12r} G_{33r} - I G_{23i} G_{1yi} G_{13i} - I G_{23i} G_{1yr} G_{13r} + I G_{23r} G_{1yr} G_{13i} \\
 & + I G_{11r} G_{23r} G_{3yi} - I G_{11r} G_{2yi} G_{33r} + I G_{2yi} G_{13i}^2 - I G_{23r} G_{1yi} G_{13r} \\
 & - G_{11r} G_{2yr} G_{33r} + I G_{13r} G_{12i} G_{3yr} - I G_{1yr} G_{12i} G_{33r} - I G_{13i} G_{12i} G_{3yi} \\
 & \left. + I G_{11r} G_{23i} G_{3yr} + I G_{2yi} G_{13r}^2 \right) \left(G_{33r} G_{11r} G_{22r} - G_{33r} G_{12r}^2 \right. \\
 & - G_{33r} G_{12i}^2 - G_{13r}^2 G_{22r} - G_{13i}^2 G_{22r} - G_{23r}^2 G_{11r} + 2 G_{23r} G_{13r} G_{12r} \\
 & \left. + 2 G_{23r} G_{13i} G_{12i} - G_{23i}^2 G_{11r} - 2 G_{23i} G_{13r} G_{12i} + 2 G_{23i} G_{13i} G_{12r} \right)
 \end{aligned}$$

Eq.III.11

E a estimativa da FRF entre a força 3 e a resposta pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 H_{3y} = & \left(G_{3yr} G_{11r} G_{22r} - G_{3yr} G_{12r}^2 - G_{3yr} G_{12i}^2 - G_{2yi} G_{11r} G_{23i} \right. \\
 & - G_{2yr} G_{11r} G_{23r} - G_{1yr} G_{13r} G_{22r} - G_{1yi} G_{13i} G_{22r} + G_{2yr} G_{13r} G_{12r} \\
 & + G_{2yr} G_{13i} G_{12i} + G_{1yr} G_{12r} G_{23r} + G_{1yi} G_{12i} G_{23r} - G_{2yi} G_{13r} G_{12i} \\
 & + G_{2yi} G_{13i} G_{12r} - G_{1yr} G_{12i} G_{23i} + G_{1yi} G_{12r} G_{23i} - I G_{2yi} G_{11r} G_{23r} \\
 & - I G_{1yr} G_{12i} G_{23r} + I G_{1yi} G_{12r} G_{23r} + I G_{2yr} G_{13r} G_{12i} - I G_{2yr} G_{13i} G_{12r} \\
 & - I G_{1yr} G_{12r} G_{23i} - I G_{1yi} G_{12i} G_{23i} + I G_{1yr} G_{13i} G_{22r} - I G_{1yi} G_{13r} G_{22r} \\
 & + I G_{2yi} G_{13r} G_{12r} + I G_{2yi} G_{13i} G_{12i} + I G_{2yr} G_{11r} G_{23i} + I G_{3yi} G_{11r} G_{22r} \\
 & \left. - I G_{3yi} G_{12i}^2 - I G_{3yi} G_{12r}^2 \right) \left(G_{33r} G_{11r} G_{22r} - G_{33r} G_{12r}^2 - G_{33r} G_{12i}^2 \right. \\
 & - G_{13r}^2 G_{22r} - G_{13i}^2 G_{22r} - G_{23r}^2 G_{11r} + 2 G_{23r} G_{13r} G_{12r} \\
 & \left. + 2 G_{23r} G_{13i} G_{12i} - G_{23i}^2 G_{11r} - 2 G_{23i} G_{13r} G_{12i} + 2 G_{23i} G_{13i} G_{12r} \right)
 \end{aligned}$$

Eq.III.12

A coerência múltipla para a resposta pode ser escrita como:

$$\begin{aligned}
 Coer := & \left(-2 G_{22r} G_{1yi} G_{13r} G_{3yi} - 2 G_{22r} G_{1yi} G_{13i} G_{3yr} - 2 G_{22r} G_{1yr} G_{13r} G_{3yr} \right. \\
 & + 2 G_{22r} G_{1yr} G_{13i} G_{3yi} + G_{22r} G_{11r} G_{3yi}^2 + G_{22r} G_{11r} G_{3yr}^2 \\
 & + G_{22r} G_{1yr}^2 G_{33r} + G_{22r} G_{1yi}^2 G_{33r} + 2 G_{1yr} G_{12r} G_{23r} G_{3yr} \\
 & - 2 G_{2yi} G_{1yi} G_{12r} G_{33r} - 2 G_{11r} G_{3yr} G_{2yi} G_{23i} - 2 G_{11r} G_{3yr} G_{2yr} G_{23r} \\
 & + 2 G_{11r} G_{3yi} G_{2yr} G_{23i} - 2 G_{11r} G_{3yi} G_{2yi} G_{23r} + 2 G_{1yr} G_{13i} G_{2yr} G_{23i} \\
 & - 2 G_{1yr} G_{12r} G_{23i} G_{3yi} - 2 G_{2yi} G_{13r} G_{12i} G_{3yr} + 2 G_{1yi} G_{12i} G_{23r} G_{3yr} \\
 & + 2 G_{1yi} G_{12r} G_{23r} G_{3yi} + 2 G_{1yr} G_{13r} G_{2yi} G_{23i} + 2 G_{1yr} G_{13r} G_{2yr} G_{23r} \\
 & + 2 G_{1yi} G_{13i} G_{2yi} G_{23i} + 2 G_{1yi} G_{12r} G_{23i} G_{3yr} + 2 G_{2yi} G_{13i} G_{12r} G_{3yr} \\
 & - 2 G_{1yr} G_{12i} G_{23i} G_{3yr} + 2 G_{2yr} G_{13i} G_{12i} G_{3yr} - 2 G_{1yr} G_{12i} G_{23r} G_{3yi} \\
 & - 2 G_{2yr} G_{1yr} G_{12r} G_{33r} - 2 G_{2yr} G_{1yi} G_{12i} G_{33r} + 2 G_{2yi} G_{1yr} G_{12i} G_{33r} \\
 & + 2 G_{2yr} G_{13r} G_{12r} G_{3yr} - 2 G_{1yi} G_{12i} G_{23i} G_{3yi} + 2 G_{2yi} G_{13i} G_{12i} G_{3yi} \\
 & + 2 G_{2yi} G_{13r} G_{12r} G_{3yi} - G_{3yr}^2 G_{12i}^2 + G_{11r} G_{2yi}^2 G_{33r} + G_{11r} G_{2yr}^2 G_{33r} \\
 & + 2 G_{1yi} G_{13r} G_{2yi} G_{23r} - 2 G_{1yi} G_{13r} G_{2yr} G_{23i} - G_{3yr}^2 G_{12r}^2 \\
 & - G_{3yi}^2 G_{12r}^2 - G_{3yi}^2 G_{12i}^2 - G_{1yr}^2 G_{23r}^2 - G_{1yr}^2 G_{23i}^2 - G_{1yi}^2 G_{23i}^2 \\
 & - G_{1yi}^2 G_{23r}^2 - G_{2yr}^2 G_{13r}^2 - G_{2yr}^2 G_{13i}^2 - G_{2yi}^2 G_{13r}^2 - G_{2yi}^2 G_{13i}^2 \\
 & - 2 G_{1yr} G_{13i} G_{2yi} G_{23r} - 2 G_{2yr} G_{13i} G_{12r} G_{3yi} + 2 G_{2yr} G_{13r} G_{12i} G_{3yi} \\
 & + 2 G_{1yi} G_{13i} G_{2yr} G_{23r} \left. \right) \left((G_{33r} G_{11r} G_{22r} - G_{33r} G_{12r}^2 - G_{33r} G_{12i}^2 \right. \\
 & - G_{13r}^2 G_{22r} - G_{13i}^2 G_{22r} - G_{23r}^2 G_{11r} + 2 G_{23r} G_{13r} G_{12r} \\
 & \left. + 2 G_{23r} G_{13i} G_{12i} - G_{23i}^2 G_{11r} - 2 G_{23i} G_{13r} G_{12i} + 2 G_{23i} G_{13i} G_{12r}) G_{3yr} \right)
 \end{aligned}$$

Eq.III.13

E as coerências entre as forças 1 e 2, entre as forças 1 e 3, e entre as forças 2 e 3 podem ser escritas como:

$$Coer \text{ For } 12 := \frac{G_{12r}^2 + G_{12i}^2}{G_{11r} G_{22r}} \quad \text{Eq.III.14}$$

$$Coer \text{ For } 13 := \frac{G_{13r}^2 + G_{13i}^2}{G_{11r} G_{33r}} \quad \text{Eq.III.15}$$

$$Coer \text{ For } 23 := \frac{G_{23r}^2 + G_{23i}^2}{G_{22r} G_{33r}} \quad \text{Eq.III.16}$$

Para o estimador Hv, foram utilizadas rotinas intrínsecas do LabVIEW para obtenção de auto-valores e auto-vetores, que foram então utilizados para a obtenção das estimativas das FRFs, conforme desenvolvimento apresentado no capítulo II.

III.3 Lógica da implementação no LabVIEW

De posse das fórmulas obtidas a partir da teoria apresentada por J.S. Bendat e A.G. Piersol [7] para estimativa de FRFs para excitação múltipla, partiu-se para a implementação definitiva do programa em ambiente LabVIEW.

O sistema desenvolvido permite a análise de sinais adquiridos diretamente pelo sistema (opção: **Aquisição de Dados**), ou sinais lidos a partir de arquivos de dados (opção: **Leitura de Dados**). Com o intuito de visualizar os resultados de análises anteriores existe no programa uma terceira opção denominada **Reprocessamento**. O sistema permite a utilização de até três excitações simultâneas, e por enquanto, devido a limitações de equipamentos, possibilita o processamento de até 32 medições de respostas.

A opção **Leitura de Dados** foi inicialmente desenvolvida com o objetivo de se testar o sistema, comparando-se os seus resultados com os obtidos com o sistema desenvolvido anteriormente em ambiente matemático MATLAB, e também com resultados teóricos, já que nesta fase foram utilizados somente dados oriundos de simulação numéricas. Esta opção foi mantida no programa após os testes a fim de manter uma maior flexibilidade, já que ela torna possível a análise de dados adquiridos por qualquer sistema de aquisição.

O funcionamento da **Aquisição de Dados** requer inicialmente que o usuário faça uma definição do equipamento disponível para a aquisição. Encontra-se programado no sistema equipamento compatível com a linha National SCXI, na qual tem-se placa de aquisição e geração de sinais, placas de multiplexação de 32/1 canais, placa de filtros elípticos, entre outros. O programa foi desenvolvido de maneira que a introdução de novos equipamentos seja uma tarefa fácil, permitindo assim uma constante evolução das aplicações do sistema desenvolvido.

A opção **Reprocessamento** permite uma reanálise dos resultados obtidos em análises anteriores, nas quais foram gravadas as matrizes espectrais, e que permite uma nova visualização das FRFs estimadas.

O sistema desenvolvido foi dividido em três blocos distintos, conforme pode ser observado no diagrama de fluxo apresentado na figura III.1. A qualquer momento pode-se reiniciar o programa, a partir da **Configuração Inicial**, possibilitando a realização de novos ensaios; ou reiniciar o **Processamento**, quando já foi definida anteriormente a configuração inicial, modificando-se algumas características da análise que está sendo realizada, como frequência de aquisição, número de pontos ou janela; ou simplesmente sair do programa.

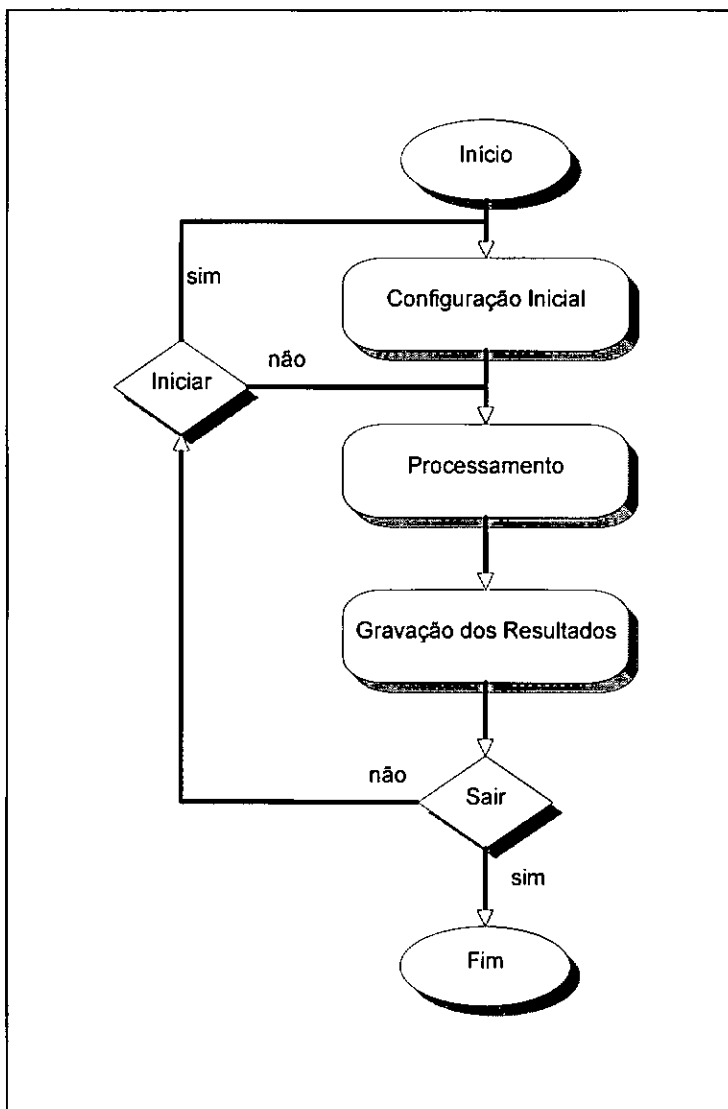


Figura III.1 - Fluxograma do programa para obtenção de FRFs para excitação múltipla.

O bloco inicial, que necessariamente tem que ser acessado antes de qualquer outro, é a **Configuração Inicial**, ilustrado na figura III.2. Nele é definida a opção de origem do sinal, que pode ser aquisição de dados, leitura de dados ou reprocessamento. Para cada caso é necessária a definição do número de forças e de respostas da análise, além da definição de equipamento ou dos arquivos a serem utilizados.

Nesta etapa do programa realiza-se o preenchimento de uma tabela, onde são definidas a identificação de todos os canais a serem adquiridos, além de sua posição e direção de medição, e também as suas constantes de calibração.

Neste bloco, também é possível se realizar uma visualização dos sinais no tempo. A única exceção é para o reprocessamento, onde só estão disponíveis os dados da matriz espectral anteriormente gravados. Para o caso específico da aquisição de dados, pode-se optar por uma aquisição de todos os sinais, com ou sem geração simultânea de forças de excitação. Estas forças podem ser do tipo senoidal, aleatório ou aleatório transiente. Além disso também se encontra disponível para o usuário a aquisição com utilização de *trigger*, indispensável para os ensaios com impactos. A visualização dos sinais no tempo permite um exame da qualidade dos sinais dos diversos sensores, e um ajuste dos seus ganhos com o objetivo de aumentar ao máximo a relação sinal/ruído.

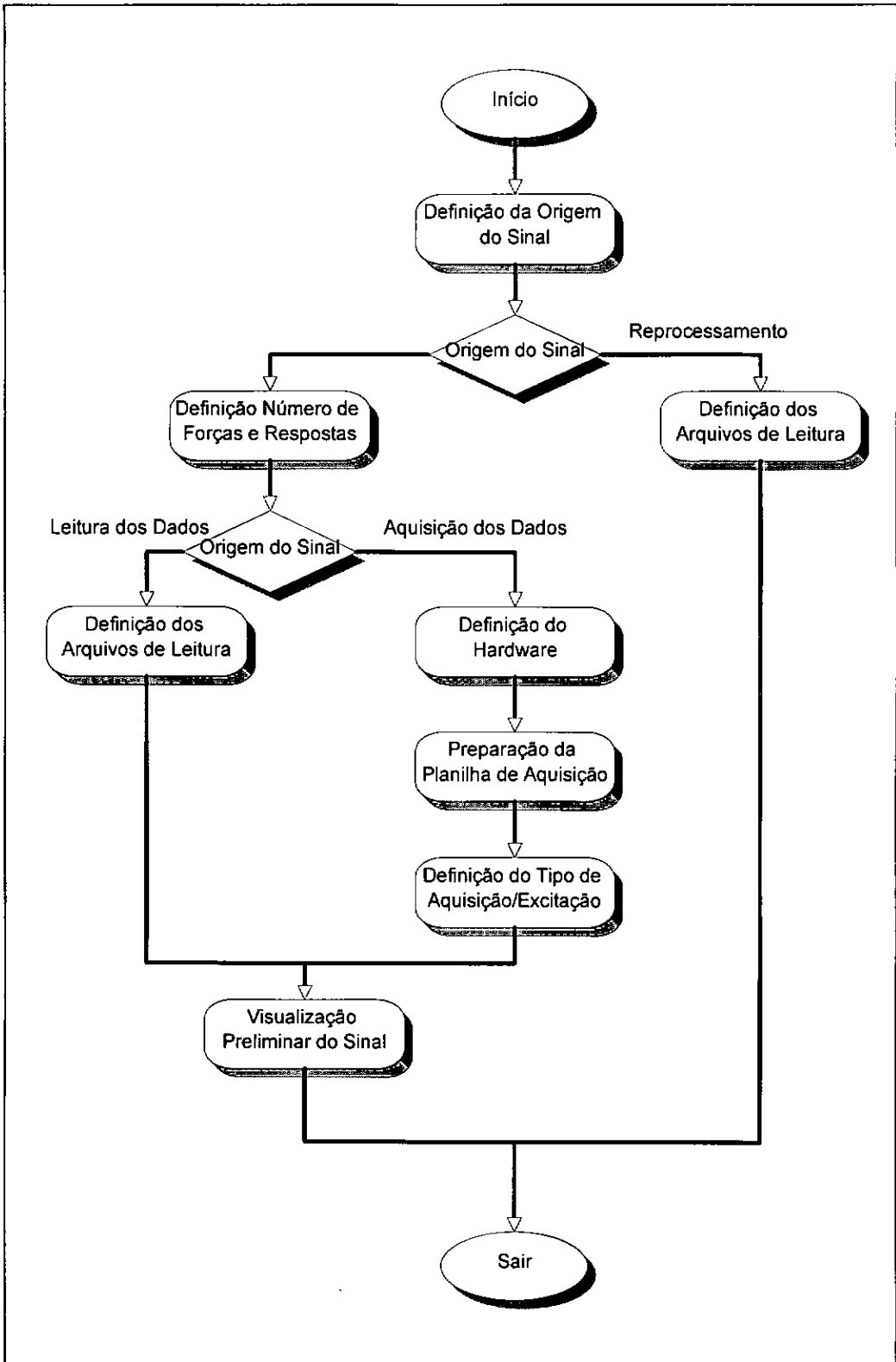


Figura III.2 - Fluxograma do bloco de configuração inicial.

O bloco seguinte é o **Processamento**, ilustrado na figura III.3, onde são obtidas as estimativas das FRFs. O processo se baseia, conforme apresentado anteriormente, em formulação obtida a partir da matriz espectral, sendo necessários somente os dados da frequência de aquisição, número de pontos desejados da análise e janela que vai ser utilizada. O sistema então aquisita/lê os dados dos sinais no tempo, calcula as suas FFTs (Transformadas Rápidas de Fourier), monta a matriz espectral dos auto-espectros e espectros cruzados e mostra os valores obtidos para as estimativas das FRFs. Este procedimento é repetido para o número desejado de amostras a serem aquisitadas/lidas. Com o objetivo de se reduzir o máximo possível o tempo de processamento, o programa somente calcula as estimativas dos sinais a serem mostrados na tela, deixando o cálculo final de todos os sinais para o último bloco (gravação).

Quando se entra no presente bloco, existe também a possibilidade de visualização dos sinais no tempo, além da possibilidade de alteração das constantes de calibração, de modificação das frequências de aquisição e de modificação das janelas utilizadas. Pode-se ainda modificar a força a ser gerada ou optar pela utilização de *trigger*.

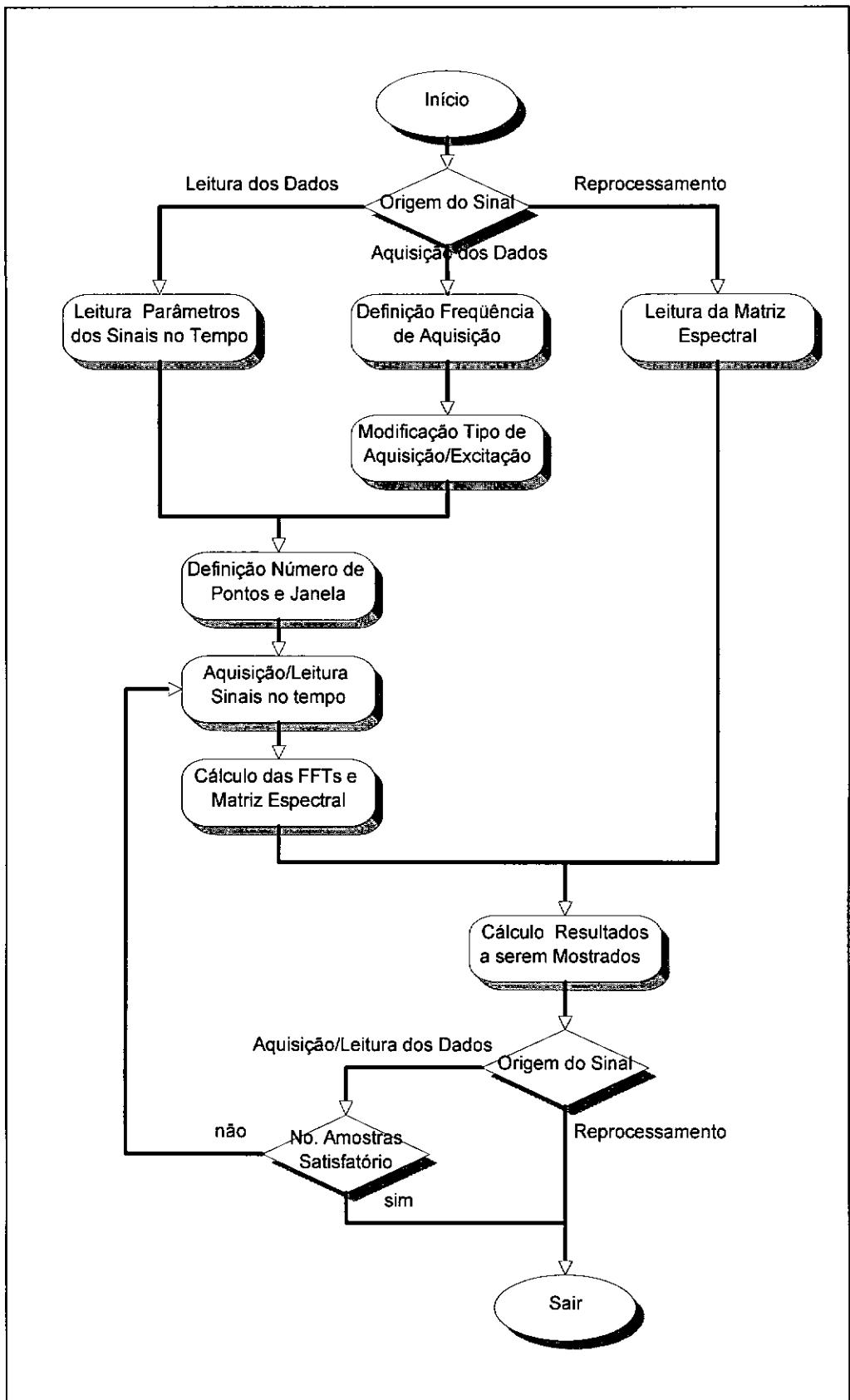


Figura III.3 - Fluxograma do bloco processamento.

Durante este bloco são apresentados dois gráficos, nos quais o usuário a qualquer momento pode visualizar os sinais no tempo das forças e respostas, bem como os resultados do processamento, isto é: os auto-espectros das forças e das respostas, os módulos, fases e coerências múltiplas dos estimadores H_1 e H_v entre as diversas forças e respostas, e a coerência entre as forças de excitação. A figura III.4 mostra uma tela típica do programa onde são observados os resultados do processamento, com a possibilidade de escolha da força, da resposta e do gráfico a ser mostrado, tanto no domínio da frequência como no domínio do tempo. Também é possível a qualquer instante se realizar uma interrupção temporária da aquisição ou leitura de dados, para que o usuário faça uma análise mais detalhada dos resultados, reiniciando o processo a partir das amostras realizadas.

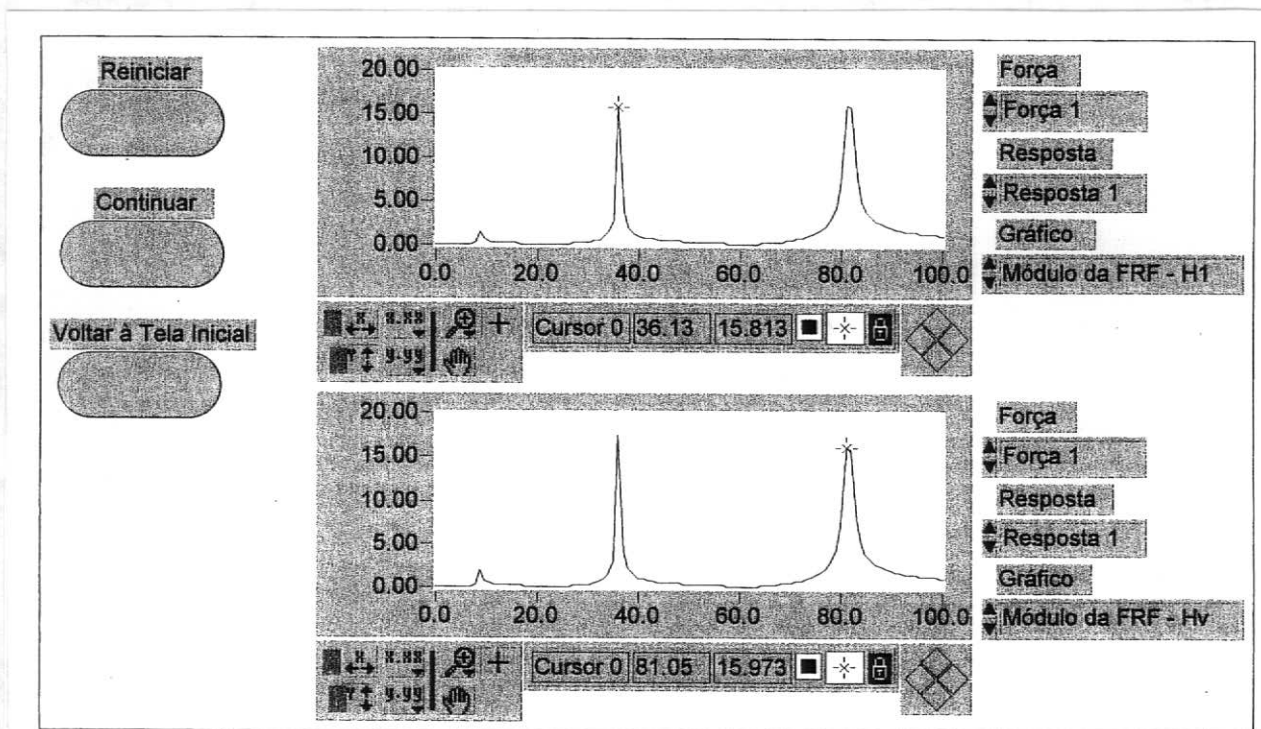


Figura III.4 - Tela dos resultados do processamento, mostrando os resultados para as forças, as respostas e os gráficos escolhidos.

Uma vez que os resultados obtidos estejam aceitáveis, seja porque as estimativas das FRFs não apresentam grandes variações com o aumento do número de amostras, ou porque as funções de coerência apresentam resultados adequados, parte-se então para o último bloco, **Gravação dos Resultados**, apresentado na figura III.5. Os resultados são gravados em arquivos no padrão UFF (*Universal File Format*), para uma posterior análise das FRFs em programas de obtenção dos parâmetros modais de estruturas, como por exemplo o programa STAR System [41]. Pode-se optar pela gravação dos auto-espectros dos sinais, das estimativas H_1 e H_v das FRFs, das coerências múltiplas e das coerências entre as forças. Somente então serão calculadas todas as opções desejadas e posteriormente gravadas em arquivos. Pode-se também gravar a matriz espectral da análise, o que possibilita um reprocessamento posterior, onde serão recalculados todos os resultados que se desejam observar.

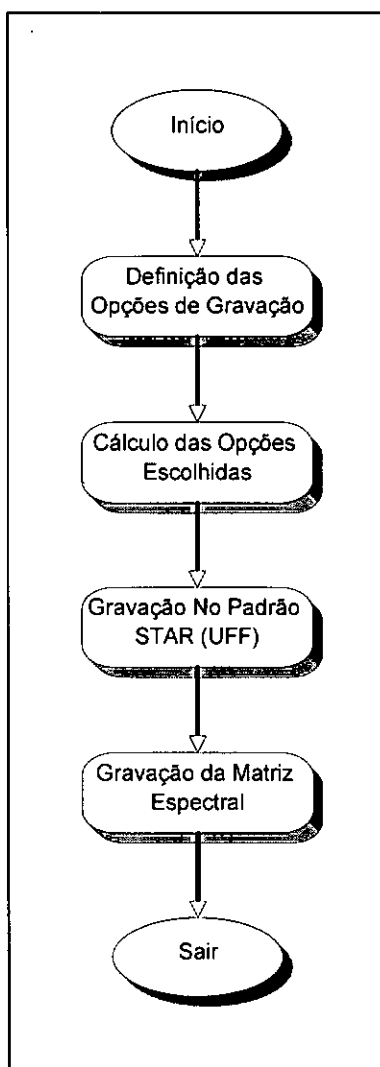


Figura III.5 - Fluxograma do bloco gravação dos resultados.

Capítulo IV

IV. Teste da Implementação: Simulação Numérica

Com o objetivo de se testar a implementação numérica desenvolvida no capítulo anterior, para obtenção das estimativas das Funções de Resposta em Frequência (FRFs) para excitações múltiplas, foi desenvolvido um programa que simula a resposta dinâmica de uma estrutura submetida a diferentes carregamentos.

O programa em questão permite obter a resposta em aceleração de uma estrutura submetida a diferentes forças de excitação a partir da integração das equações diferenciais de movimento, utilizando-se uma rotina de Runge-Kutta de quarta ordem.

IV.1 Descrição da Estrutura

A estrutura em questão é uma viga bi-apoiada, com seção transversal retangular, construída em aço, com comprimento total igual a 1,47 metros. Na figura IV.1 pode ser visto um esquema da viga bi-apoiada mostrando a força de excitação e os pontos de medição da aceleração. A estrutura foi escolhida com o objetivo de se testar o programa implementado com a simulação de uma estrutura com amortecimento proporcional, e submetida a diferentes tipos de carregamentos, como por impactos, excitação aleatória e aleatória transiente. Seria possível também simular a resposta da estrutura quando submetida a carregamentos múltiplos simultâneos.

O protótipo da estrutura em questão se encontra montado no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, o que possibilitou a realização posterior de testes experimentais dos programas desenvolvidos.

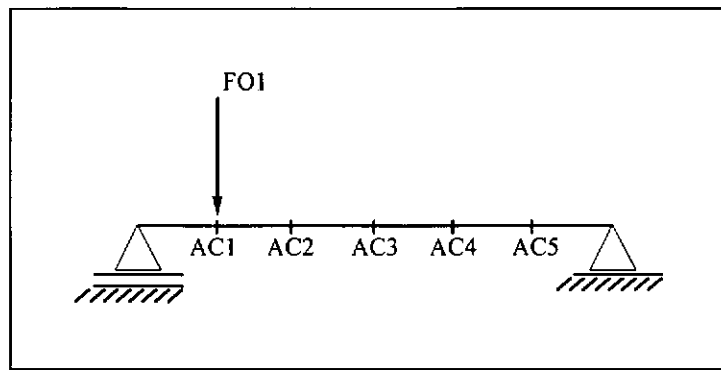


Figura IV.1 - Esquema da viga bi-apoiada submetida a excitação simples, mostrando o ponto de aplicação da força e os pontos de medição da resposta da estrutura em aceleração.

IV.1.1 Funções de Resposta em Frequência Teóricas

A figura IV.2 mostra uma FRF teórica da estrutura, onde podem ser observados os três primeiros modos de vibração a serem considerados. A frequência máxima das análises foi de 100 Hz, e os valores dos parâmetros modais a partir dos quais as FRFs foram geradas podem ser observados na tabela IV.1 apresentada a seguir.

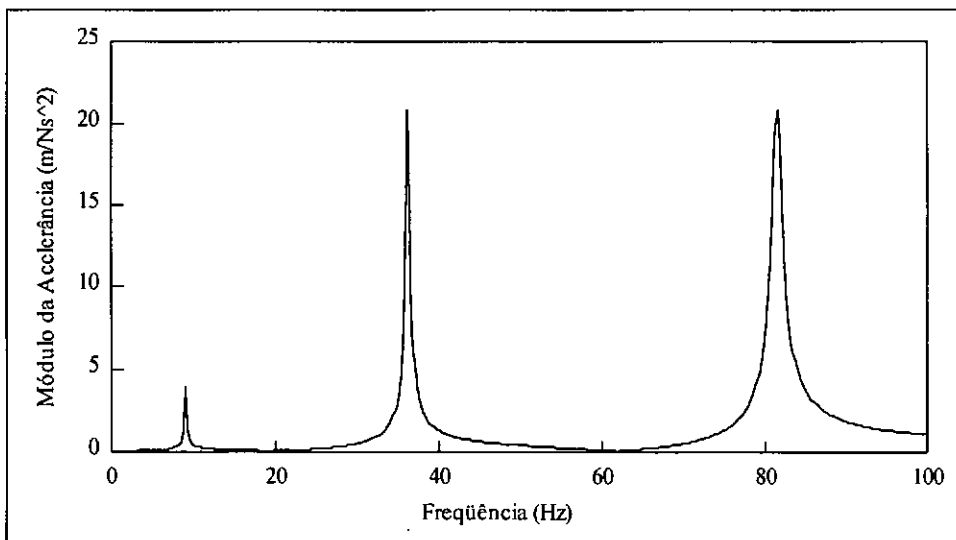


Figura IV.2- FRF teórica da estrutura para força aplicada no ponto 1 e resposta em aceleração medida no ponto 1.

Tabela IV.1 - Parâmetros modais utilizados para geração das FRFs teóricas.

Modo de Vibração	Frequência Natural ω_n (Hz)	Taxa de Amortecimento ξ_n (%)
1 ^o	9,057	0,973
2 ^o	36,228	0,486
3 ^o	81,513	0,684

Os valores teóricos do módulo da acelerância foram calculados segundo a formulação apresentada abaixo:

$$RA_{jk} = \sum_{i=1}^n \phi_{j i} \phi_{k i} \frac{(-\beta^2)(1-\beta^2)}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi_i\beta)^2} \quad \text{Eq.IV.1}$$

$$IA_{jk} = \sum_{i=1}^n \phi_{j i} \phi_{k i} \frac{(2\xi_i\beta^3)}{(1-\beta^2)^2 + (2\xi_i\beta)^2} \quad \beta = \frac{\omega}{\omega_i} \quad \text{Eq.IV.2}$$

$$A_{jk} = \sqrt{(RA_{jk})^2 + (IA_{jk})^2} \quad \text{Eq.IV.3}$$

onde i é o modo de vibração,

n é o número de modos de vibração considerados,

$\phi_{j i}$ é a forma modal do modo i para o ponto de medição j , normalizada em relação a $\sqrt{m_i}$

$\phi_{k i}$ é a forma modal do modo i para o ponto de excitação k , normalizada em relação a $\sqrt{m_i}$

A_{jk} é o módulo da acelerância do sistema, sendo RA_{jk} a sua parte real e IA_{jk} a sua parte imaginária,

ξ_i é taxa de amortecimento para o modo i ,

ω é a frequência desejada para calcular a acelerância e

ω_i é a frequência natural para o modo i .

Os valores teóricos dos resíduos foram calculados segundo a expressão apresentada abaixo [2]:

$${}_i R_{jk} = -\frac{{}_i \phi_j \cdot {}_i \phi_k}{2 m_i \omega_{a,i}} j \quad \text{Eq.IV.4}$$

onde ${}_i R_{jk}$ é o resíduo do modo i ,

m_i é a massa modal do modo i ,

$\omega_{a,i}$ é a frequência natural amortecida do modo i , que pode ser escrita como:

$$\omega_{a,i} = \omega_i \sqrt{1 - (\xi_i)^2} \quad \text{Eq.IV.5}$$

Foram obtidas as FRFs para três diferentes posições da força de excitação. Levando-se em consideração sempre a resposta em aceleração da estrutura no ponto 1, obtém-se então três diferentes FRFs, uma para cada ponto de excitação. Os valores obtidos para os parâmetros modais, calculados com a formulação descrita anteriormente, são mostrados a seguir na tabela IV.2, e serão utilizados para posteriores comparações com os resultados das simulações.

Tabela IV.2 - Valores teóricos dos parâmetros modais para diferentes pontos de excitação, e medição da resposta no ponto 1.

	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
	Freq. (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq. (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq. (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Força ponto 1	9.06	0.973	4.57	36.23	0.486	52.81	81.51	0.684	146.67
Força ponto 2	9.06	0.973	7.58	36.23	0.486	50.12	*	*	*
Força ponto 3	9.06	0.973	8.67	*	*	*	81.51	0.684	147.35

* Os 2º e 3º modos de vibração não foram excitados pelas forças nos pontos 3 e 2, respectivamente, já que estas forças estão localizadas exatamente sobre os nós dos modos em questão.

IV.2 Simulações Obtidas em Computador de Alto Desempenho

As simulações da resposta dinâmica da estrutura foram implementadas e rodadas no CRAY, computador paralelo de alto desempenho, da COPPE/UFRJ. Foram realizadas simulações da resposta da viga bi-apoiada submetida a excitação simples e dupla por impactos, excitação aleatória e aleatória transiente.

As simulações da resposta da estrutura em aceleração foram obtidas para um intervalo de integração de 5×10^{-5} segundos. Observou-se que para intervalos maiores que o valor adotado, não ocorria convergência dos resultados. O valor adotado para o intervalo de integração foi utilizado em todas as simulações realizadas. Para este intervalo, o tempo de processamento necessário utilizando um microcomputador era bastante grande, o que conduziu à utilização do computador de alto desempenho.

O programa para integração das equações diferenciais da viga bi-apoiada foi implementado em linguagem FORTRAN, obtendo-se os sinais no tempo das forças de excitação e das respostas em aceleração em diferentes pontos da estrutura. Estes sinais no tempo foram então utilizados para se obterem as estimativas das Funções de Resposta em Freqüência (FRFs).

O programa para obtenção das estimativas das FRFs para excitação múltipla foi desenvolvido inicialmente em ambiente matemático MATLAB, utilizando a teoria descrita no capítulo II. O primeiro passo adotado foi a obtenção das respostas no tempo das simulações numéricas para se testar o funcionamento da técnica para diferentes tipos de excitações e estimadores.

O objetivo final, após os testes com o programa no MATLAB, foi o desenvolvimento de um sistema para aquisição e tratamento de dados, com o objetivo de obtenção das estimativas das FRFs para excitação múltipla para a identificação da estrutura analisada, através da obtenção dos seus parâmetros modais. O sistema final em questão foi desenvolvido utilizando o programa LABVIEW, o que possibilita um

controle da aquisição e tratamento dos sinais de excitação e resposta da estrutura em teste, além da obtenção das FRFs para excitação múltipla. As várias FRFs obtidas foram analisadas utilizando-se o método “Orthogonal Polynomial” através do programa STAR System [41] para obtenção das características modais da estrutura em teste.

IV.2.1 Simulação de excitação por impactos

Tentou-se sempre fazer com que as simulações de excitação da estrutura por impactos se assemelhassem ao máximo com os impactos experimentais. Para se conseguir este objetivo, foram digitalizados impactos experimentais no tempo, utilizando-se um martelo com célula de carga do tipo piezelétrica (ver apêndice B). Um sinal característico da força de impacto é apresentado na figura IV.3, onde pode-se observar no detalhe suas principais características: forma do impacto como um pulso triangular, a sua amplitude e o tempo de aplicação da força na estrutura. Na figura IV.4 é mostrada a resposta em aceleração da estrutura para a simulação de excitação por impacto.

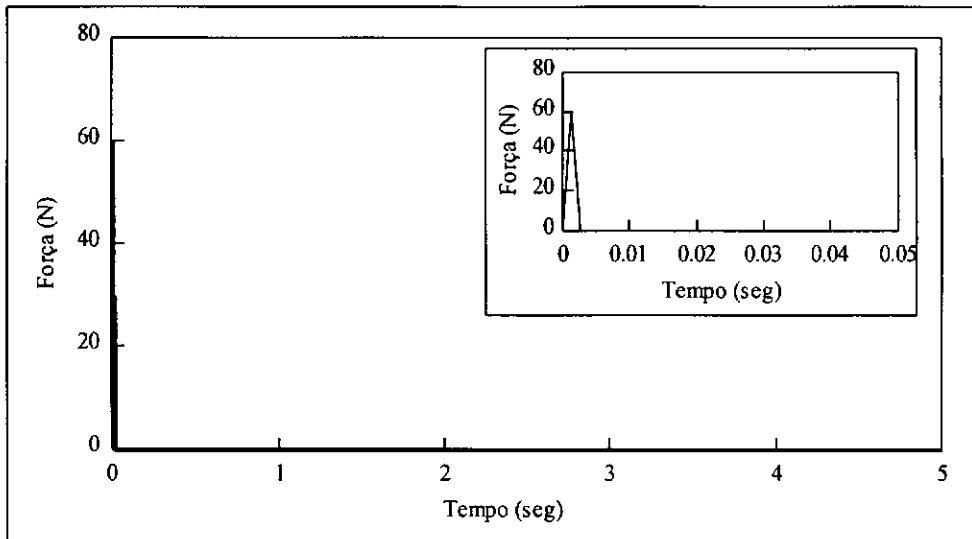


Figura IV.3 - Força de impacto no domínio do tempo para a simulação numérica, com detalhe para melhor visualização da forma típica dos impactos implementados.

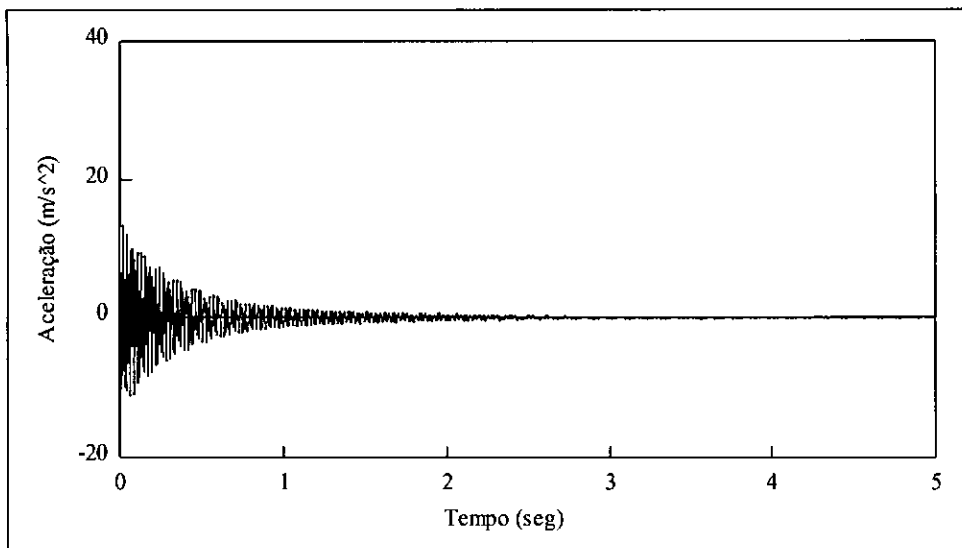


Figura IV.4 - Resposta em aceleração no domínio do tempo para a simulação numérica da estrutura submetida a excitação por impacto.

Foram realizadas simulações de dois tipos de impactos: impactos únicos no início da amostra e impactos repetidos em uma mesma amostra.

A. Impactos únicos no início da amostra

Nas simulações de impactos únicos no início da amostra, a força de excitação se encontra localizada no início de cada amostra no tempo, permitindo desta maneira o amortecimento completo do sinal até o final da amostra. De acordo com a figura IV.3, o intervalo de tempo entre o início da aplicação e o pico da força é de $\Delta t = 0.001$ segundos, o que torna necessária a utilização de uma frequência de amostragem igual ou superior a 1000 Hz, embora as análises no domínio da frequência sejam realizadas para o intervalo de 0 a 100 Hz. Posteriormente observou-se que a utilização de frequências de digitalização inferiores a 1000 Hz provocava uma queda dos valores dos picos da aceleração para os modos mais altos. Pode também ser observado que o sinal necessita de aproximadamente 2 segundos para amortecer quase que completamente. Na figura IV.5 mostra-se o espectro da força de impacto para a simulação de impacto único no início da amostra.

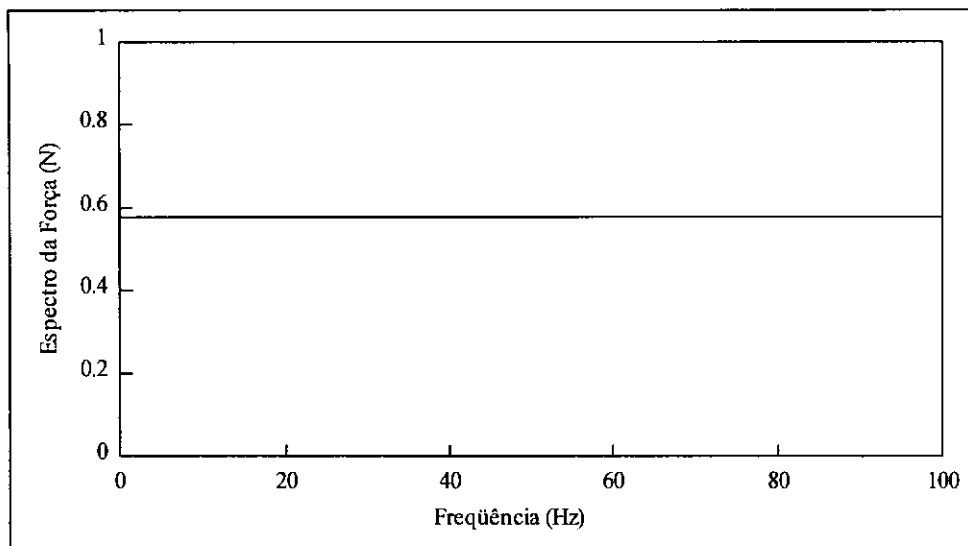


Figura IV.5 - Espectro da força de excitação por impactos únicos no início da amostra.

Deve ser ressaltado que observou-se também que os impactos no início da amostra e os impactos no meio da amostra apresentaram resultados idênticos, desde que se observe a obtenção de somente um impacto por amostra, e também o amortecimento total do sinal até o final da amostra. Optou-se então pelo impacto único no início da amostra a fim de facilitar a implementação experimental.

B. Impactos repetidos em uma mesma amostra

Este tipo de impactos consiste na imposição de diversos impactos em uma mesma amostra, em intervalos de tempo de aproximadamente dois segundos, sem a observação do amortecimento total da estrutura para a imposição de novo impacto.

Inicialmente considerou-se um intervalo constante entre os impactos repetidos, o que provocou grandes problemas nas simulações. Na figura IV.6 é mostrado um espectro da força de excitação por impactos repetidos e na figura IV.7 mostra-se o espectro da resposta em aceleração, para a região em torno do 2º modo, onde pode ser observada a razão dos problemas encontrados. Nestas simulações observou-se que os espectros da força e da resposta apresentavam valores significantes somente em pontos alternados, sendo que para outros pontos os valores eram nulos.

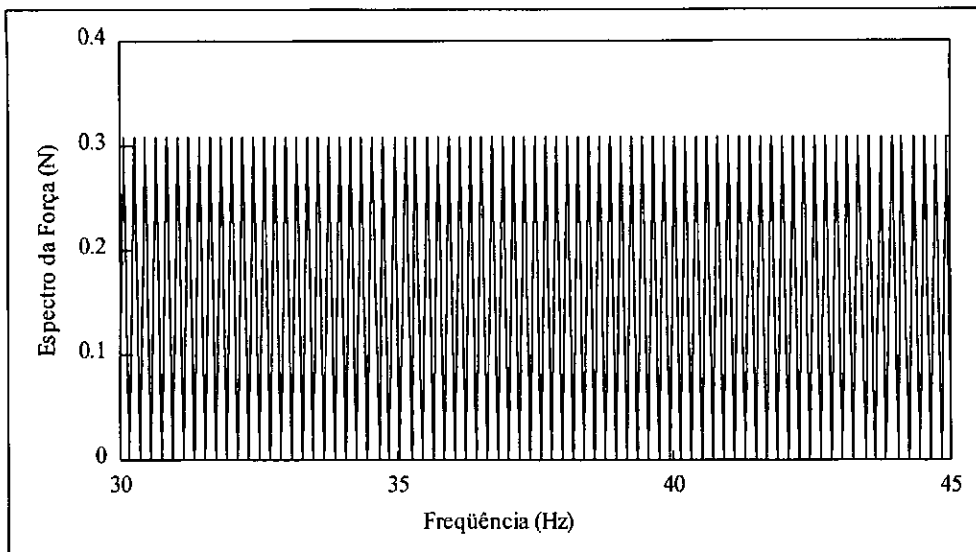


Figura IV.6 - Espectro da força de excitação por impactos repetidos em intervalos constantes em uma mesma amostra.

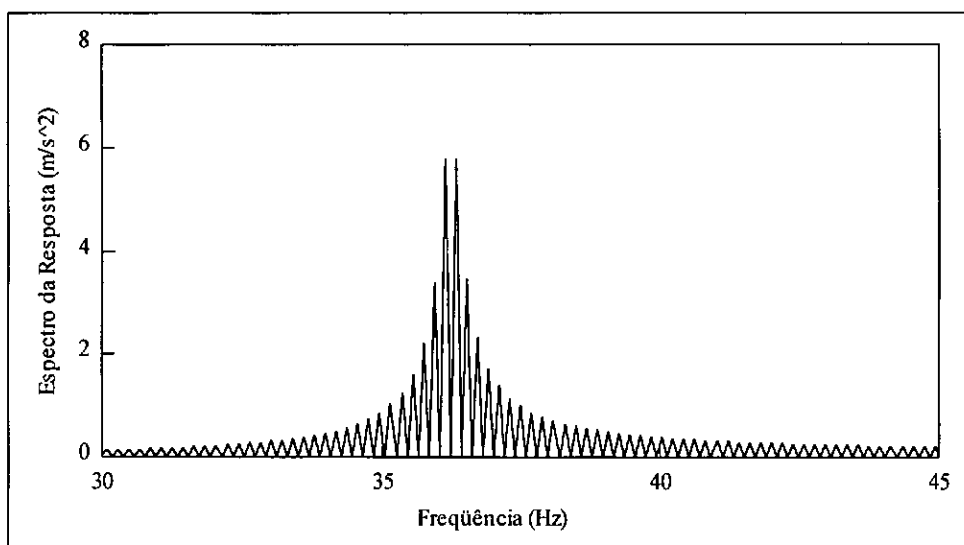


Figura IV.7 - Espectro da resposta em aceleração a partir da excitação por impactos repetidos em intervalos constantes em uma mesma amostra.

A solução encontrada para o problema dos impactos ritmados foi a simulação de impactos com intervalos aleatórios, conforme pode ser observado nas figuras IV.8 e IV.9, que mostram os sinais da força e da resposta em aceleração no tempo, respectivamente. Quando se aplicou os impactos com intervalos aleatórios, e realizaram-se médias das amostras, o espectro encontrado passou a se apresentar conforme a figura IV.10, onde pode ser observado que o espectro se apresentou sem os problemas anteriores.

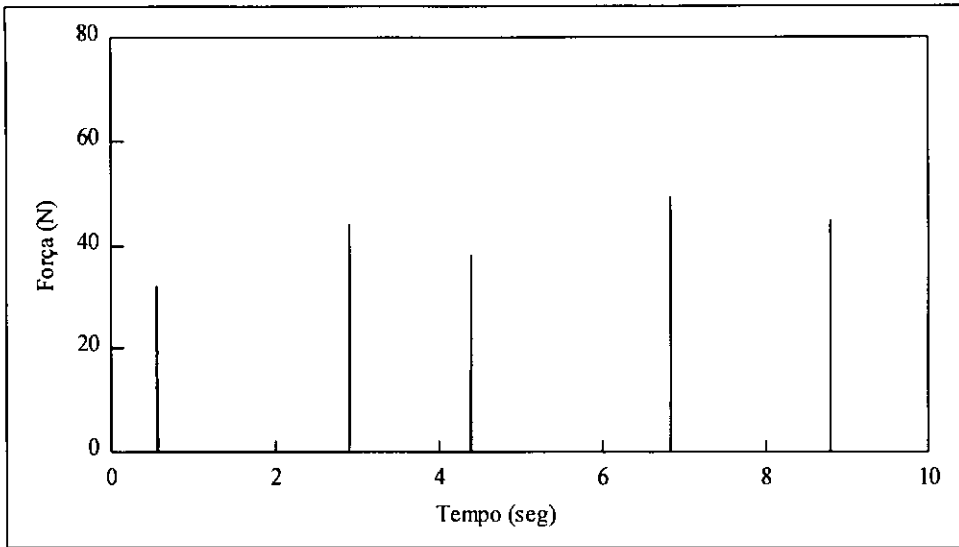


Figura IV.8 - Simulação da excitação da estrutura por impactos repetidos em intervalos aleatórios em uma mesma amostra.

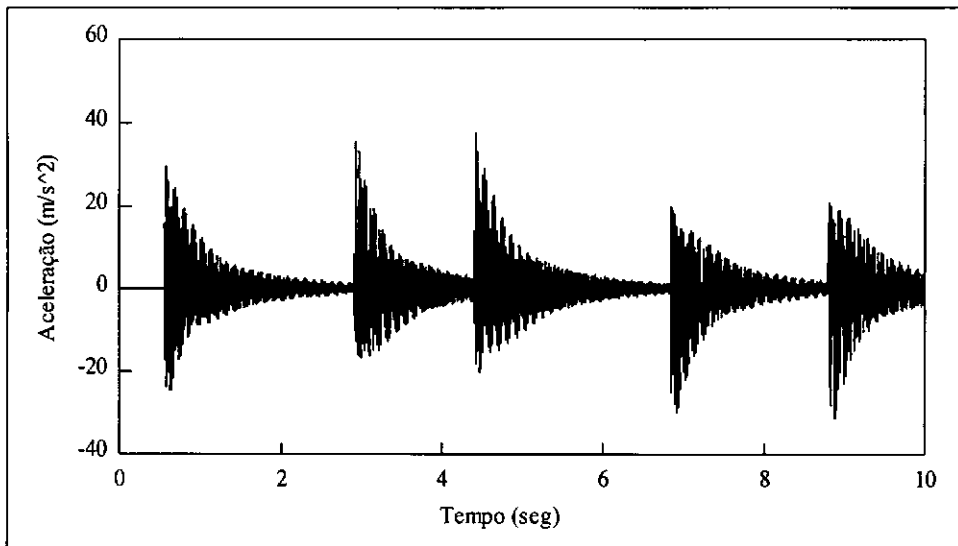


Figura IV.9 - Resposta em aceleração da estrutura submetida a impactos repetidos em intervalos aleatórios em uma mesma amostra.

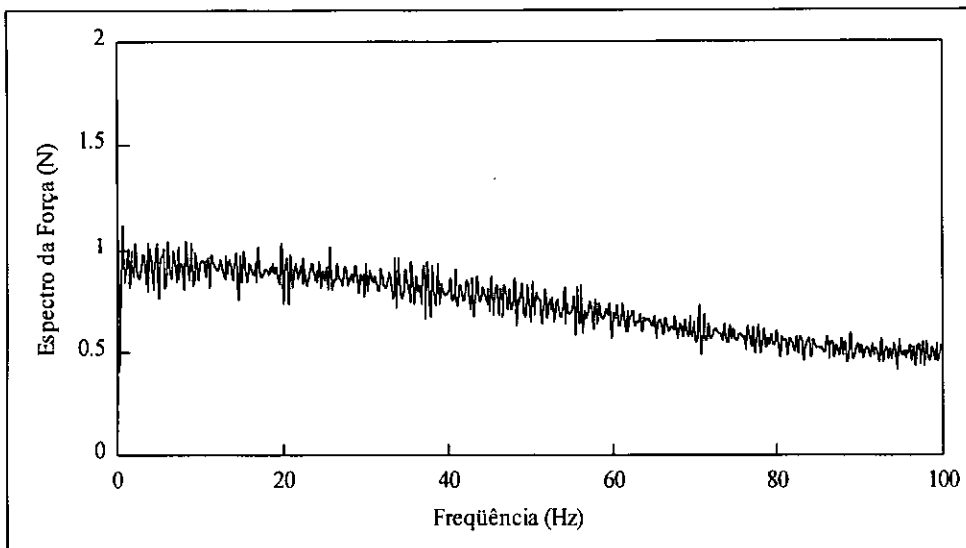


Figura IV.10 - Espectro da força de excitação por impactos repetidos com intervalo aleatório.

IV.2.2 Simulação de excitação aleatória

Para a simulação de excitação aleatória tomou-se um espectro constante até a frequência de Nyquist e zero para as frequências superiores, evitando-se assim o “aliasing”. A força no tempo foi gerada dividindo o espectro em m partes e aplicando a seguinte equação:

$$F(t) = \sum_{i=1}^m \frac{A \sin(\omega_i t - \varphi_i)}{m} \quad \text{Eq.IV.6}$$

onde m é o número de divisões desejadas do espectro,

A é uma amplitude constante,

ω_i é o valor da frequência de excitação aleatória associada à i -ésima componente,

φ_i é a fase aleatória associada à i -ésima componente.

Foi realizado um estudo para verificação do número ideal de divisões do espectro da força, no qual se verificou que o intervalo considerado deveria ser no mínimo igual ao intervalo de frequência utilizado para a posterior obtenção das FRFs.

IV.2.3 Simulação de excitação aleatória transiente

Realizou-se também a simulação de excitação aleatória transiente, que consiste de um sinal aleatório obtido de forma idêntica à descrita anteriormente, mas que após uma porcentagem pré-determinada do sinal de uma amostra, o sinal da força passa a ser nulo. Com isso consegue-se obter uma adição da característica de um sinal transiente ao sinal aleatório convencional.

O valor adotado para a porcentagem a partir da qual a excitação torna-se nula será sempre escolhido de maneira que o sinal transiente se apresente amortecido ao final da amostragem. Para a estrutura estudada foi utilizado um tempo de excitação nula de pelo menos 2 segundos, conforme pode ser observado nas figuras IV.11 e IV.12, que apresentam a força de excitação e a resposta no tempo, respectivamente. O objetivo da implementação deste tipo de força é de se verificarem as vantagens desta forma de excitação sobre a excitação aleatória, e também sobre a excitação por impactos.

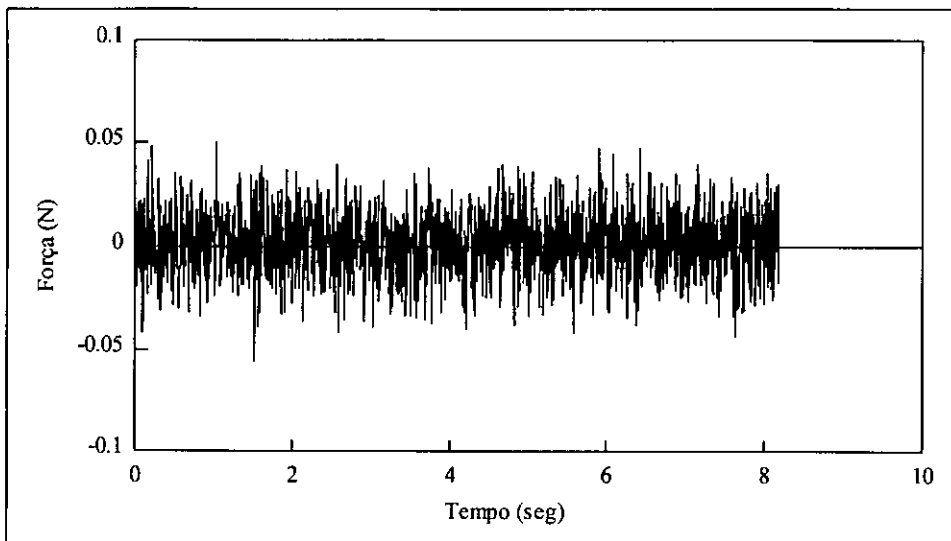


Figura IV.11 - Simulação da força de excitação aleatória transiente.

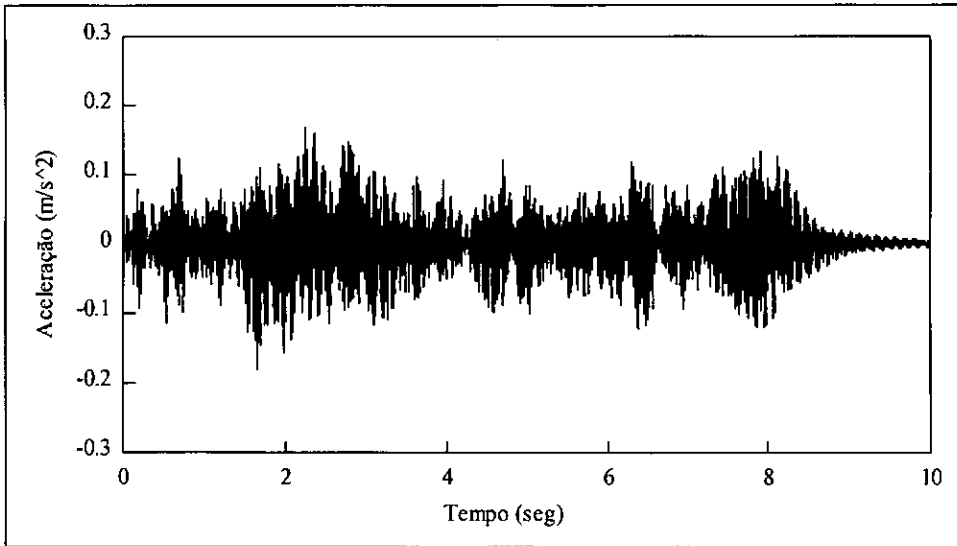


Figura IV.12 - Resposta em aceleração da estrutura submetida a força de excitação aleatória transitente.

IV.2.4 Adição de ruídos nas simulações

Com o objetivo de se verificarem as vantagens dos diferentes estimadores implementados no sistema desenvolvido (H_1 e H_v), foram adicionados ruídos às forças de excitação, às respostas em aceleração, e às duas simultaneamente. O nível de ruído adicionado foi equivalente a 10% do valor raiz médio quadrático do sinal original, conforme pode ser observado na formulação apresentada a seguir:

$$V_{SR} = V_S + 0.10 V_R \frac{V_{S_{rms}}}{V_{R_{rms}}} \quad \text{Eq.IV.7}$$

onde V_{SR} é o sinal com ruído adicionado,

V_S é o sinal original sem ruído,

V_R é o ruído adicionado,

$V_{S_{rms}}$ é o valor raiz médio quadrático do sinal sem ruído,

$V_{R_{rms}}$ é o valor raiz médio quadrático do ruído a ser adicionado.

Foi sempre verificada a coerência entre os sinais adicionados, e não se observou nenhum sinal totalmente coerente, seja entre os sinais originais da simulação e os sinais

com ruídos adicionados, ou entre os próprios ruídos adicionados na força e na resposta em aceleração.

IV.2.5 Simulação de excitação dupla

Após as definições das frequências de amostragem, das características de cada tipo de força e de cada estimador implementado, partiu-se então para a simulação de excitação dupla simultânea da estrutura. Foram realizadas simulações de excitação aleatória e aleatória transiente.

As simulações de excitação dupla foram sempre obtidas para as forças de excitação aplicadas nos pontos 2 e 3 da estrutura, e as respostas foram medidas no ponto 1, conforme pode ser observado na figura IV.13. Os valores dos parâmetros estimados a partir das FRFs obtidas com as simulações foram comparados aos valores teóricos obtidos para excitação simples nos pontos 2 e 3. Cabe ressaltar que a FRF obtida para a simulação de excitação dupla não deve diferir da obtida para excitação simples, já que as características da resposta de estrutura são constantes e não devem variar com o tipo e quantidade de excitações.

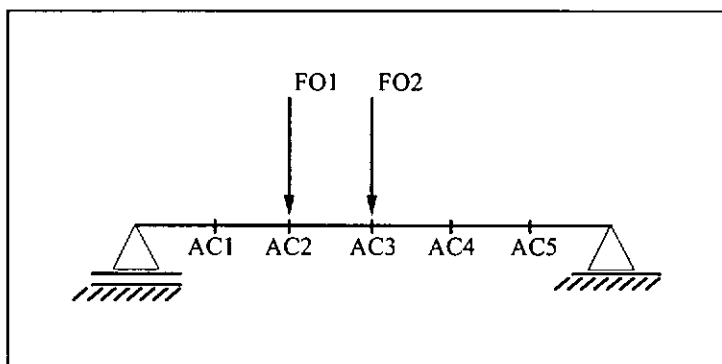


Figura IV.13 - Esquema da viga bi-apoiada submetida a excitação dupla, mostrando os pontos de aplicação das forças e os pontos de medição da resposta da estrutura em aceleração.

IV.3 Resultados da Análise

De posse das estimativas das FRFs obtidas com o sistema desenvolvido para os estimadores H_1 e H_v , partiu-se então para a quantificação dos erros em relação às FRFs obtidas teoricamente. Foram utilizados diferentes métodos de comparação dos resultados, conforme pode ser observado a seguir.

Para se calcularem os erros entre os valores obtidos com as estimativas das FRFs das simulações e os valores das FRFs teóricas, optou-se pela formulação apresentada a seguir:

$$E(\%) = \frac{R_T - R_S}{R_T} \times 100 \quad \text{Eq.IV.8}$$

onde $E(\%)$ é o valor percentual do erro,

R_T é o valor teórico da grandeza a ser comparada

R_S é o valor estimado da grandeza a ser comparada.

O primeiro método de comparação foi a consideração do erro relativo entre os valores máximos dos picos da aceleração da FRF teórica e da FRF estimada a partir das simulações numéricas.

Devido à presença de poucos pontos para os picos da aceleração para os primeiros modos de vibração, o método adotado não pôde ser considerado eficiente para estes modos, principalmente quando se consideram estimativas com resolução espectral maior, pois os valores máximos dos picos podem estar localizados em algum ponto dentro do intervalo da resolução espectral. Assim os erros percentuais tendem a diminuir quanto menor for a resolução espectral das FRFs estimadas. Isto levou à não consideração deste método de comparação dos erros entre as FRFs teóricas e as estimadas.

Optou-se então por uma análise dos valores ponto a ponto em torno dos picos da curva de aceleração. Esses valores foram sempre considerados em determinadas

freqüências, ou seja, a resolução espectral das FRFs era sempre idêntica, o que permitiu calcular os erros dos valores entre a aceleração teórica e a estimada com as simulações.

A figura IV.14 mostra uma comparação entre os estimadores H_1 e H_v obtidos a partir da simulação numérica para excitação aleatória simples, sem a presença de ruídos, e o valor teórico da FRF, na região em torno do 2º modo de vibração. Para esta simulação foram utilizadas 25 amostras com 4096 pontos cada, para o sinal no domínio do tempo, sendo utilizada a janela Hanning, sem superposição de amostragem.

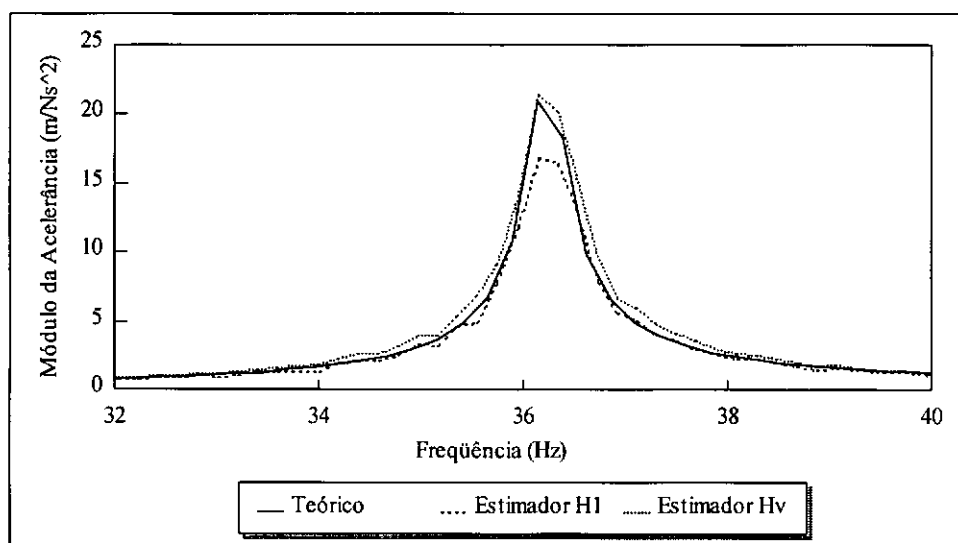


Figura IV.14 - Comparação entre os estimadores H_1 e H_v obtidos a partir da simulação numérica e o valor teórico da FRF.

Os valores dos erros obtidos para os estimadores H_1 se apresentaram mais baixos ao longo da curva, mas os valores dos erros próximos ao valor do pico da aceleração foram muito elevados. Ou seja, o estimador H_1 perde um pouco da sua qualidade no cálculo do pico da aceleração. Observou-se ainda que os valores estimados com H_1 tendiam à curva teórica com o aumento do número de amostras, sendo que a aproximação era sempre feita pela região inferior à curva teórica.

Os valores dos erros obtidos para os estimadores H_v apresentaram-se mais baixos para os picos da aceleração, sendo que os valores ao longo da curva apresentaram erros maiores. Observou-se por sua vez, que os valores estimados com H_v tendiam à curva teórica, com o aumento do número de amostras, sempre pela região superior à curva.

Devido às diferenças encontradas entre os estimadores, optou-se também por não utilizar este método de comparação para avaliar os erros entre as FRFs estimadas e as teóricas. Quando da obtenção dos parâmetros modais a partir das FRFs, observou-se que as diferenças encontradas tanto para valores máximos de picos de aceleração como para os demais valores da curva não influenciavam significativamente nos valores obtidos para os parâmetros modais. Assim, preferiu-se comparar os parâmetros modais obtidos com as diferentes estimativas de FRFs com os parâmetros obtidos com a FRF teórica.

IV.3.1 Análise dos resultados com excitação simples

Para a obtenção dos parâmetros modais a partir das FRFs utilizou-se o programa STAR System (Structural Testing Analysis and Reporting) [41], que utiliza as estimativas das FRFs obtidas com excitação simples ou múltipla para identificar as propriedades modais da estrutura. O método de estimativa dos parâmetros modais do programa STAR System é o “Orthogonal Polynomial” [4], que é um método global, no domínio da frequência, para vários graus de liberdade, que pode também ser utilizado com FRFs obtidas com a técnica MIMO.

Com o intuito de se verificarem os procedimentos de análise, os parâmetros modais obtidos a partir das FRFs teóricas foram comparados com os parâmetros utilizados para gerar estas FRFs. Os valores dos erros entre os parâmetros modais originais e os obtidos com a análise das FRFs foram insignificantes, e os resultados serviram para se estabelecerem padrões a serem utilizados para as demais análises. O procedimento adotado foi a análise em torno de cada pico de ressonância. Isto foi possível, já que as frequências naturais são bem espaçadas.

Os erros apresentados e comentados a seguir foram encontrados entre os parâmetros modais estimados a partir das FRFs obtidas com o sistema desenvolvido, e os parâmetros modais estimados a partir das FRFs teóricas.

A tabela IV.3 mostra os erros para os parâmetros modais identificados a partir das FRFs com resolução espectral igual a $\Delta f = 0.20$ Hz. Nesta tabela podem ser observados os erros encontrados para a frequência natural, amortecimento e resíduo, para os estimadores H_1 e H_v , para os três primeiros modos de vibração da estrutura. Os resultados apresentados foram obtidos a partir de sinais adquiridos com frequência de aquisição igual a 200 Hz, já que os modos analisados se localizavam nos primeiros 100 Hz.

Tabela IV.3 - Erro percentual entre os valores estimados dos parâmetros modais e os valores teóricos, a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Simulação	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amor	Resíduo
Impactos	H_1	0.0	0.0	+0.4	0.0	0.0	+10.3	0.0	0.0	+44.0
	H_v	0.0	0.0	+0.4	0.0	0.0	+10.3	0.0	0.0	+44.0
Impactos Repetidos	H_1	0.1	-79.9	-11.2	0.0	-18.7	+1.3	0.0	-5.6	-15.5
	H_v	0.3	-44.9	-48.6	0.0	-15.8	-20.7	0.1	-2.8	-10.0
Aleatório Transiente	H_1	0.0	-17.2	-11.2	0.0	-2.7	-2.3	0.0	0.1	0.1
	H_v	0.0	-16.1	-13.8	0.0	-2.7	-2.6	0.0	0.1	-0.1
Aleatório	H_1	0.0	-31.6	+1.3	0.0	-30.5	-2.9	0.0	-1.8	+2.4
	H_v	0.0	-20.2	-26.7	0.0	-28.2	-24.9	0.0	-1.8	-0.9

A análise da tabela apresentada será realizada a seguir para cada tipo de excitação:

A. Impactos únicos no início da amostra

Os resultados encontrados para a simulação de excitação por impactos sem a presença de ruídos apresentaram erros muito altos para os resíduos, na ordem de 44% para o 3º modo de vibração, para a resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz. A janela adotada foi a retangular, e foram utilizadas 25 amostras com 1024 pontos cada no domínio do tempo, com frequência de aquisição de 200 Hz. Os erros encontrados para os resíduos, que conforme pode ser observado aumentaram para os modos mais altos, são devidos à frequência de aquisição adotada. Estes erros se mantiveram sempre constantes, quando se variou somente a resolução espectral da análise. Isto foi obtido aumentando-se o

número de pontos da amostra do sinal no tempo e mantendo-se a mesma frequência de aquisição. Entretanto, quando se aumenta somente o número de pontos da análise, está se adicionando sinal somente no final da amostra, onde o sinal se encontra amortecido, com amplitude muito pequena.

A solução foi encontrada quando se aumentou tanto a frequência de aquisição quanto o número de pontos da amostra do sinal no tempo. Com isto se obtêm mais dados do sinal no tempo como um todo, o que melhora a qualidade deste sinal, principalmente para o 2º e 3º modos, que apresentam sinal somente nos primeiros instantes da resposta. Os erros encontrados quando se aumentou a frequência de digitalização para 800 Hz e o número de pontos da amostra do sinal no tempo para 4096, de maneira a se obter a mesma resolução espectral de $\Delta f = 0.20$ Hz, são mostrados na tabela IV.4, em conjunto com os já apresentados na tabela IV.3. Pode-se observar nesta tabela que a modificação realizada permitiu que o maior erro associado ao resíduo do 3º modo diminuísse de 44% para 3.3%, tanto para H_1 quanto para H_v , que apresentaram erros idênticos.

Tabela IV.4 - Erro percentual entre os valores estimados dos parâmetros modais e os valores teóricos, a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz, para sinais com frequência de digitalização de 200 Hz e 800 Hz.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Simulação	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo
Impactos fd=200 Hz	H_1	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	+10.3	0.0	0.0	+44.0
	H_v	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	+10.3	0.0	0.0	+44.0
Impactos fd=800 Hz	H_1	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	+0.6	0.0	0.0	-3.3
	H_v	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	+0.6	0.0	0.0	-3.3

B. Impactos repetidos em uma mesma amostra

Conforme pode ser observado na tabela IV.3 para as simulações de impactos repetidos em uma mesma amostra, os erros se apresentaram muito grandes, mesmo que estes impactos sejam aleatoriamente espaçados. Para estas simulações foi adotada janela Hanning, para os sinais sem adição de ruídos, sendo realizadas 25 amostras com 1024

pontos cada no domínio do tempo. Estes erros podem ser explicados pelo pequeno tempo para amortecimento entre dois sinais de impacto e pela baixa resolução espectral. Foram realizadas simulações semelhantes às realizadas para impactos no início da amostra, onde se aumentou simultaneamente tanto a frequência de aquisição e o número de pontos para se obter uma mesma resolução espectral. Os resultados encontrados para os erros se mostraram igualmente grandes, mostrando que esta não é a solução indicada para reduzir os erros neste tipo de excitação.

Buscando-se uma solução para este problema, adotou-se uma resolução espectral igual a $\Delta f = 0.05$ Hz. Para isto se manteve a frequência de aquisição em 200 Hz, e aumentou-se somente o número de pontos da análise de 1024 para 4096, tendo sido utilizadas 10 amostras. Na tabela IV.5 são mostrados os erros percentuais para os parâmetros modais obtidos a partir das FRFs com as diferentes resoluções espectrais, onde pode ser observada uma substancial diminuição dos erros, tanto para H_1 quanto para H_v . Podemos citar como exemplo para o amortecimento do 1º modo de H_1 , uma redução do erro de 80% para 7%, e de H_v , de 45% para 4%.

Tabela IV.5 - Erro percentual entre os valores estimados dos parâmetros modais e os valores teóricos, a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz e $\Delta f = 0.05$ Hz, para sinais com frequência de digitalização de 200 Hz.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Simulação	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo
Impactos $\Delta f=0.20$ Hz	H_1	0.1	-79.9	-11.2	0.0	-18.7	+1.3	0.0	-5.6	-15.5
	H_v	0.3	-44.9	-48.6	0.0	-15.8	-20.7	0.1	-2.8	-10.0
Impactos $\Delta f=0.05$ Hz	H_1	0.0	-6.9	+1.8	0.0	-3.5	+1.7	0.0	+3.2	+1.8
	H_v	0.0	-3.8	-5.3	0.0	-4.1	-4.6	0.0	+5.6	-0.5

Esta diminuição dos erros pode ser explicada considerando-se que para a estrutura em questão, a qual apresenta um amortecimento muito pequeno ($\xi < 1\%$), a diminuição da resolução espectral de $\Delta f = 0.20$ Hz para $\Delta f = 0.05$ Hz representa um aumento substancial do número de pontos em torno de cada frequência natural,

principalmente para o 1º modo de vibração. Isto fica melhor entendido se for levada em consideração a largura a meia potência, dada pela seguinte equação:

$$(\Delta f)_i = 2 \xi_i \omega_i \quad \text{Eq.IV.9}$$

onde $(\Delta f)_i$ é a largura a meia potência para o i-ésimo modo de vibração,

ξ_i é o amortecimento do i-ésimo modo de vibração,

ω_i é a frequência natural do i-ésimo modo de vibração.

A razão entre $(\Delta f)_i$ e a resolução espectral Δf indica, de maneira aproximada, o número de pontos em torno de cada uma das frequências naturais. A tabela IV.6 apresenta, para diferentes resoluções espectrais, os números de pontos em torno das três primeiras frequências naturais. Observa-se que, diminuindo a resolução espectral de $\Delta f = 0.20$ Hz para $\Delta f = 0.05$ Hz, o número de pontos em torno do 1º modo aumenta de ≈ 1 para ≈ 4 . Isto explica claramente a diminuição dos erros indicados na tabela IV.5.

Tabela IV.6 - Número de pontos contidos dentro do intervalo mínimo significativo dos três primeiros modos da estrutura.

Δf (Hz)	$N_{\text{pontos}} = (\Delta f)_i / \Delta f$		
	1º Modo	2º Modo	3º Modo
0.20	0.88	1.76	5.58
0.10	1.76	3.52	11.15
0.05	3.52	7.04	22.30

onde $(\Delta f)_i$ é a largura a meia potência para o i-ésimo modo de vibração e Δf é a resolução espectral.

C. Excitação Aleatória Transiente

Para as simulações de excitação aleatória transiente foi adotada janela retangular para os sinais sem adição de ruídos, sendo utilizadas 25 amostras, com 1024 pontos cada no domínio do tempo. Apesar dos valores estimados para as simulações de excitação aleatória transiente mostrados na tabela IV.3 não apresentarem bons resultados, mostrando erros da ordem de até 17% para o 1º modo, pode-se observar que

o estimador H_1 apresentou menores erros para a estimativa de resíduos, enquanto que H_v apresentou menores erros para a estimativa do amortecimento.

Com o objetivo de reduzir estes erros, adotou-se a mesma solução utilizada anteriormente, quando se obtiveram melhores resultados para a simulação de impactos repetidos. Na tabela IV.7 podem ser vistos os erros para os parâmetros estimados a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz, relacionados com os erros de $\Delta f = 0.20$ Hz.

Tabela IV.7 - Erro percentual entre os valores estimados dos parâmetros modais e os valores teóricos, a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Simulação	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo
Aleat Trans. $\Delta f=0.20$ Hz	H_1	0.0	-17.2	-11.2	0.0	-2.7	-2.3	0.0	0.10	-0.1
	H_v	0.0	-16.1	-13.8	0.0	-2.7	-2.6	0.0	0.10	-0.1
Aleat Trans. $\Delta f=0.05$ Hz	H_1	0.0	-1.2	-0.9	0.0	-0.2	-0.1	0.0	0.0	0.0
	H_v	0.0	-1.2	-0.9	0.0	-0.2	-0.1	0.0	0.0	0.0

Estes novos resultados (para $\Delta f = 0.05$ Hz) foram obtidos para 10 amostras, com 4096 pontos cada no domínio do tempo, utilizando-se janela Hanning, e sem superposição de sinais no tempo. Estes resultados se apresentaram com erros máximos de 1%, mostrando a tendência a se igualarem os valores estimados com os diferentes estimadores H_1 e H_v , confirmando assim a hipótese dos erros estarem associados à resolução espectral.

D. Excitação Aleatória

Os erros encontrados para excitação aleatória (ver tabela IV.3) apresentaram valores elevados, de até 30% para o amortecimento do 1º modo. Para estas simulações, foi adotada janela Hanning para os sinais sem adição de ruídos, sendo utilizadas 25 amostras com 1024 pontos cada no domínio do tempo. Seguindo o raciocínio das simulações anteriores, realizaram-se análises com resolução espectral de $\Delta f = 0.05$ Hz, onde os erros diminuíram, mas ainda foram observados erros máximos de 16%,

conforme apresentado na tabela IV.8. Para estas simulações foram utilizadas 10 amostras, com 4096 pontos cada no domínio do tempo.

Este erro poderia ser explicado pela influência da parcela transiente da resposta que ocorre nos primeiros instantes da análise, não mais se repetindo ao longo da resposta. Para testar esta hipótese, foram retirados aproximadamente 20 segundos iniciais dos sinais da força e da resposta no tempo, e procedeu-se uma nova análise para obtenção das FRFs e dos parâmetros modais. Para estas novas análises, foram utilizadas 10 amostras, cada uma com 4096 pontos no domínio do tempo, obtendo mais uma vez uma resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz. Os resultados encontrados para os erros são apresentados na tabela IV.8. Pode-se observar que esta nova simulação fez com que os erros fossem reduzidos para um valor máximo de 5%, validando assim a hipótese adotada.

Tabela IV.8 - Erro percentual entre os valores estimados dos parâmetros modais e os valores teóricos, a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz e $\Delta f = 0.05$ Hz, para excitação aleatória com retirada dos primeiros 20 segundos.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Simulação	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo
Aleatório $\Delta f=0.20$ Hz	H_1	0.0	-31.6	+1.3	0.0	-30.5	-2.9	0.0	-1.8	+2.4
	H_v	0.0	-20.2	-26.7	0.0	-28.2	-24.9	0.0	-1.8	-0.9
Aleatório $\Delta f=0.05$ Hz	H_1	0.0	16.1	-7.2	0.0	-4.3	+0.9	0.0	+0.6	+0.6
	H_v	0.0	-15.1	-11.4	0.0	-3.9	-3.3	0.0	+0.6	0.0
Aleat. s/ trans. $\Delta f=0.05$ Hz	H_1	0.0	-4.8	0.4	0.0	0.4	2.0	0.0	0.1	1.6
	H_v	0.0	-3.8	-5.5	0.0	0.6	-0.5	0.0	0.3	0.0

IV.3.2 Análises dos resultados com adição de ruídos

Apenas com o objetivo de se ganhar alguma experiência sobre a influência das técnicas dos estimadores H_1 e H_v na obtenção dos parâmetros modais, foram adicionados ruídos de amplitude equivalente a 10% do valor raiz médio quadrático do sinal original aos sinais de excitação, aos sinais de resposta e aos dois sinais simultaneamente, para as simulações de excitação por impacto e excitação aleatória. Foi

sempre observada a não correlação entre os ruídos, e também entre os ruídos e os sinais aos quais eles foram adicionados.

Esperava-se encontrar diferenças entre os parâmetros modais estimados com as técnicas H_1 e H_v , já que cada técnica considera a redução dos ruídos na entrada ou na saída. Entretanto não foram observadas maiores diferenças entre os parâmetros obtidos com os estimadores implementados, para este caso particular das simulações realizadas. Deve ser ressaltado que os resultados obtidos não são regra geral, pois uma análise mais detalhada deve ser realizada para se estudar a influência dos estimadores sobre a redução dos ruídos do sistema.

A tabela IV.9 mostra os erros dos parâmetros modais estimados quando se adicionaram ruídos à simulação de excitação por impactos. São mostrados resultados sem adição de ruídos (ver tabela IV.4), e com adição de ruídos somente na força, somente na resposta, e simultaneamente na força e na resposta. Para as simulações foram utilizadas 25 amostras, obtidas com frequência de digitalização de 800 Hz, cada amostra com 4096 pontos no domínio do tempo, com janela retangular.

Conforme pode ser observado nesta tabela, a adição de ruído aos sinais, de um modo geral, não aumentou significativamente os erros nos parâmetros modais, passando por exemplo de um erro de 0.6% para um máximo de 3.0%, para o caso do resíduo do 2^o modo de vibração. Deve-se destacar, no entanto, que estes aumentos dos erros não seguiram a um padrão definido, impossibilitando uma análise mais aprofundada da eficiência dos estimadores. Isto talvez se deva ao fato de somente ter sido simulada uma situação de adição de ruídos.

Tabela IV.9 - Erros dos parâmetros modais estimados a partir da simulação de excitação por impactos, com adição de 10 % de ruído na força, na resposta, e na força e na resposta simultaneamente, para resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Adição de Ruído - 10%	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo
Impactos sem ruído	H ₁	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	+0.6	0.0	0.0	-3.3
	H _v	0.0	0.0	-0.4	0.0	0.0	+0.6	0.0	0.0	-3.3
Força	H ₁	0.0	-1.8	+0.7	0.0	+3.1	+2.8	0.0	-2.6	+2.4
	H _v	0.0	-2.0	-0.2	0.0	+2.7	+1.8	0.0	-2.9	+1.2
Resposta	H ₁	0.0	-1.4	-1.8	0.0	+0.2	+0.6	0.0	0.0	+3.4
	H _v	0.0	-1.7	-2.4	0.0	+0.2	+0.8	0.0	0.0	+3.4
Força e Resposta	H ₁	0.0	-2.2	-1.1	0.0	+2.9	+3.0	0.0	-2.6	+2.5
	H _v	0.0	-2.0	-2.2	0.0	+2.7	+2.2	0.0	-2.8	+1.5

Na tabela IV.10 são apresentados os erros dos parâmetros modais estimados com a adição de ruídos à simulação aleatória a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz. Para estas simulações foram utilizadas 10 amostras, cada uma com 4096 pontos no domínio do tempo, com janela Hanning. Os resultados foram obtidos considerando-se os sinais no tempo sem a sua parte transiente, conforme explicado anteriormente para os sinais de excitação aleatória.

Tabela IV.10 - Erros dos parâmetros modais estimados a partir da simulação de excitação aleatória, com adição de 10 % de ruído na força, na resposta, e na força e na resposta simultaneamente, para resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz.

		Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
Adição de Ruído - 10%	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resid
sem ruído	H ₁	0.0	-4.8	0.4	0.0	0.4	2.0	0.0	0.1	1.6
	H _v	0.0	-3.8	-5.5	0.0	0.6	-0.5	0.0	0.3	0.0
Força	H ₁	0.0	-10.0	-2.4	0.0	-2.5	+0.7	0.0	-1.6	+1.2
	H _v	0.0	-8.9	-8.8	0.0	-2.3	-4.3	0.0	-1.9	-1.6
Resposta	H ₁	0.0	-8.9	-5.3	0.0	-2.7	+0.5	0.0	-0.9	+1.1
	H _v	0.0	10.0	-12.9	0.0	-2.3	-4.1	0.0	-1.0	-0.9
Força e Resposta	H ₁	0.0	-10.0	-3.5	0.0	-2.7	+0.4	0.0	-1.5	+1.2
	H _v	0.0	-11.0	-11.6	0.0	-2.7	-4.6	0.0	-1.8	-1.8

Comparando-se os erros encontrados para a simulação de excitação aleatória com adição de ruídos, nota-se que os estimadores para estas simulações não apresentaram maiores influências sobre os resultados, sendo que os erros encontrados foram praticamente iguais, independente da adição de ruído na força ou na resposta, e independente também do estimador H_1 ou H_v utilizado. Deve-se ainda ressaltar que, ao contrário do esperado, a introdução de ruído parece ter uma maior influência para o carregamento aleatório do que para o impacto.

IV.3.3 Análise dos resultados com excitação dupla

Foram realizadas simulações de excitação dupla simultânea aleatória e aleatória transiente, sempre sem a adição de ruídos aos sinais no tempo. Para estas simulações foram utilizadas 10 amostras, cada uma com 4096 pontos no domínio do tempo, com utilização de janelas Hanning para excitação aleatória e retangular para excitação aleatória transiente, sem a superposição dos sinais no tempo. A tabela IV.11 mostra os erros dos parâmetros estimados a partir de FRFs obtidas para excitação dupla simultânea, com resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz. Deve ser ressaltado que foram realizadas análises com diferentes resoluções espectrais, da mesma maneira que para excitação simples, e que os resultados encontrados apresentaram erros da mesma ordem de grandeza dos obtidos para excitação simples. Somente serão apresentados então os resultados da análise para o menor intervalo de frequência estudado, e para a simulação de excitação aleatória dupla foi descontada a parte transiente dos sinais, ou seja, aproximadamente 20 segundos iniciais de cada sinal.

Tabela IV.11 - Erro percentual entre os valores estimados dos parâmetros modais e os valores teóricos, para simulação de excitação dupla simultânea, a partir de FRFs com resolução espectral $\Delta f = 0.05$ Hz.

Simulação	Estim.	Erro Percentual entre Valor Teórico e Valor Estimado (%)								
		1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo	Freq.	Amort.	Resíduo
Aleatório Força ponto 2	H ₁	+0.1	-5.9	+2.0	0.0	-4.5	-0.4	*	*	*
	H _v	+0.1	-2.1	-3.3	0.0	-2.5	-5.4	*	*	*
Aleatório Força ponto 3	H ₁	-0.1	-5.9	+0.7	*	*	*	0.0	-0.6	+0.2
	H _v	-0.1	-6.9	-8.0	*	*	*	0.0	0.6	-0.9
Aleat. Trans. Força ponto 2	H ₁	0.0	-2.0	-1.5	0.0	-0.2	0.0	*	*	*
	H _v	0.0	-2.1	-1.7	0.0	-0.2	0.0	*	*	*
Aleat. Trans. Força ponto 3	H ₁	0.0	-0.7	+0.1	*	*	*	0.0	+0.1	+0.1
	H _v	0.0	-0.7	-0.1	*	*	*	0.0	+0.1	+0.1

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido à força estar localizada sobre o nó do modo de vibração em questão.

Os valores encontrados mostram que a simulação de excitação aleatória transiente apresentou erros menores que a excitação aleatória, observando-se uma tendência dos estimadores H₁ e H_v a se igualarem. Os erros encontrados para a simulação de excitação aleatória foram menores quanto menores foram as resoluções espectrais da análise, repetindo a tendência encontrada para excitação simples. Assim as mesmas conclusões que foram obtidas para as simulações de excitação simples podem ser utilizadas para excitação dupla.

Como pôde ser visto ao longo deste capítulo, os melhores resultados obtidos para análise sem ruídos estão associados às excitações por impactos únicos no início da amostra, e excitação aleatória transiente, os quais apresentaram erros máximos de 3% para impactos e 1% para aleatória transiente. Os outros dois tipos de excitação, impactos repetidos e aleatória, apresentaram erros bem superiores, alcançando um máximo de 7% para impactos repetidos e 5% para excitação aleatória.

Capítulo V

V. Testes Experimentais em Estrutura Simples

Neste capítulo são relatados os testes realizados para a verificação do funcionamento do sistema implementado para a realização de ensaios experimentais. Inicialmente são mostradas comparações dos resultados obtidos com a utilização do sistema com resultados obtidos com sistemas comerciais. Posteriormente são mostrados testes experimentais realizados em uma estrutura simples.

V.1 Testes Iniciais do Sistema Implementado

Em uma etapa inicial foram realizados testes experimentais do sistema implementado para avaliar a sua qualidade. Compararam-se os resultados obtidos por diferentes utilizações do sistema com resultados obtidos simultaneamente utilizando um analisador de espectros largamente utilizado (ver apêndice B).

O primeiro teste consistiu em se obter a função de transferência entre um sinal gerado e o mesmo sinal depois de passar por filtros passa-baixa. Diversos sinais de diferentes fontes foram considerados, como por exemplo sinais harmônicos e aleatórios gerados pelo analisador, e sinais harmônicos, aleatórios e aleatórios transientes gerados pela placa de aquisição (geração digital/analógica). Os sinais foram analisados para uma variação de frequência de 0 a 100 Hz, com resolução espectral $\Delta f = 0.25$ Hz, tanto para o analisador, quanto para o sistema implementado. Foram usados filtros anti-aliasing com frequência de corte de 50 Hz, conforme pode ser observado no esquema da figura V.1.

A figura V.2 apresenta as funções de transferência entre os sinais aleatórios sem filtro e os mesmos sinais após a utilização de filtros anti-aliasing, obtidas para o analisador e para os estimadores H_1 e H_v . Conforme se pode observar nesta figura, as funções de transferência foram idênticas usando o analisador de espectros, que utiliza a

técnica H_1 , e os estimadores H_1 e H_v do sistema implementado. O resultado observado foi o mesmo tanto para os sinais aleatórios gerados pelo analisador como para os sinais aleatórios e aleatórios transientes gerados pela placa de aquisição.

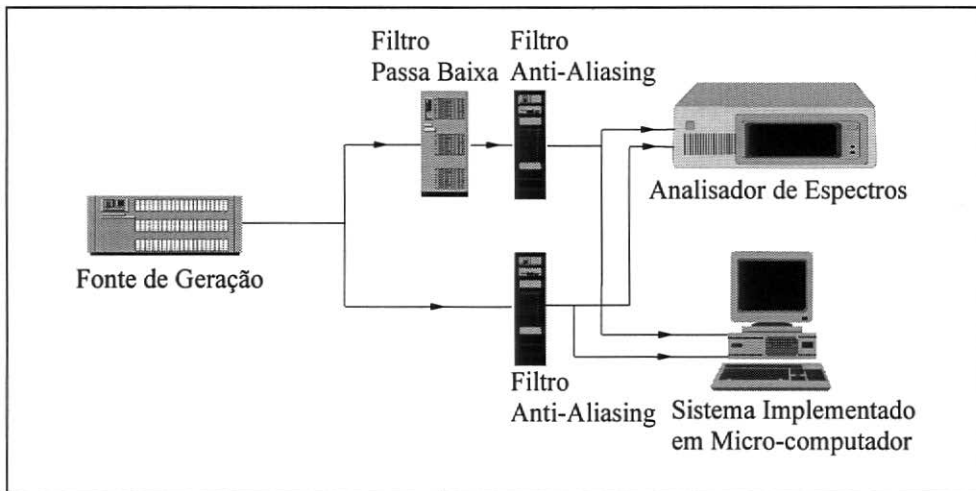


Figura V.1 - Esquema do teste inicial comparativo entre o sistema implementado e o analisador de espectros.

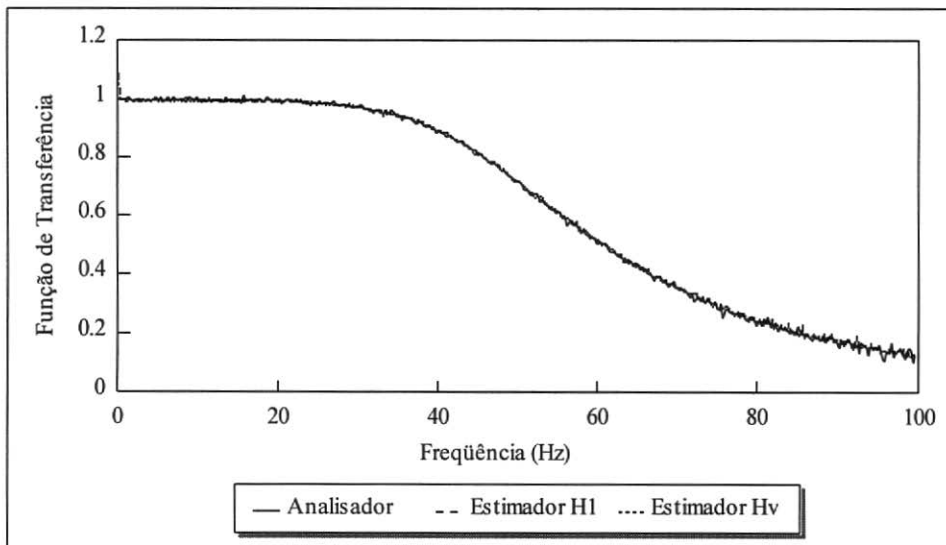


Figura V.2 - Funções de transferência entre os sinais aleatórios sem filtro e os mesmos sinais após a utilização de filtro passa-baixa, obtidas para o analisador e para os estimadores H_1 e H_v .

Realizou-se então uma verificação da qualidade da aquisição do sistema implementado, comparando-se sinais harmônicos gerados pelo analisador e pela placa de aquisição, e sinais de impactos obtidos com o martelo piezelétrico (ver apêndice B), que foram adquiridos pelo sistema desenvolvido e por um sistema de aquisição de

medições (ver apêndice B), que tem resolução (12 bits). Foi observado um erro máximo de 1%, tanto para os sinais harmônicos como para os impactos adquiridos no tempo.

Estes testes iniciais serviram para demonstrar a qualidade dos equipamentos utilizados, bem como para uma verificação inicial do sistema desenvolvido.

V.2 Descrição dos Testes Realizados em Estrutura Simples

Com o objetivo de se testar o sistema implementado, foram realizados ensaios experimentais em uma viga bi-apoiada, construída com as mesmas dimensões da viga que foi utilizada para as simulações numéricas. A viga bi-apoiada, que pode ser considerada uma estrutura simples, pois se conhecem todas as suas características modais, foi testada para diferentes tipos de excitação simples e dupla, e as FRFs obtidas foram utilizadas para se obterem os parâmetros modais, com o auxílio do programa STAR System [41], que utiliza a técnica de estimativa de parâmetros modais denominada “Orthogonal Polynomial” (polinômios ortogonais).

A estrutura, que pode ser observada na figura V.3 e na foto V.1, foi instrumentada com cinco acelerômetros (ver apêndice B) para se medirem as respostas em aceleração em diferentes pontos. O ponto de aplicação da força foi escolhido de maneira que fosse possível se excitarem os três primeiros modos de vibração da viga simultaneamente.

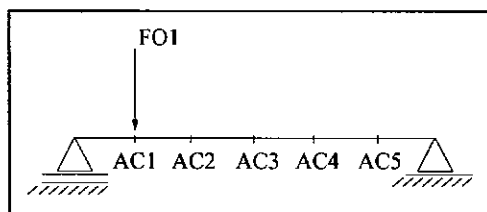


Figura V.3 - Esquema do ensaio experimental de excitação simples da viga bi-apoiada.



Foto V.1 - Vista geral do ensaio da viga bi-apoiada submetida a excitação dupla, onde podem ser vistos os excitadores, as células de carga e os acelerômetros.

A estrutura foi testada para excitação por impactos, onde se utilizou um martelo piezelétrico (ver apêndice B) para impor e medir a força de excitação e as acelerações foram medidas com o auxílio dos acelerômetros. Foram realizados ensaios com o auxílio de um gatilho programável (*trigger*), onde os sinais eram adquiridos somente quando o impacto atingia determinada amplitude, conseguindo-se com isso que fosse sempre obtido somente um impacto por amostra. Além deste ensaio de impactos, foram realizados ensaios de impactos repetidos no tempo, onde estes eram aplicados à estrutura em pequenos intervalos aleatórios de tempo. Somente era imposto um novo impacto à estrutura quando esta já apresentava amplitude de resposta próxima a zero.

A estrutura foi excitada também por forças aleatórias e aleatórias transientes. Para a obtenção da força foram utilizadas a geração de sinal aleatório do analisador de espectros e a geração implementada no sistema, que utiliza a saída digital/analógica da placa de aquisição (ver apêndice B). As forças foram medidas por células de carga piezo-resistivas fabricadas no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ e

piezométricas, e foram aplicadas à estrutura com o auxílio de excitadores (*shakers*) (ver apêndice B).

Os resultados obtidos com o programa implementado para o estimador H_1 foram constantemente comparados com resultados obtidos utilizando-se simultaneamente o analisador de espectros, que também utiliza a técnica dos estimadores H_1 . A figura V.4 mostra uma comparação típica entre FRFs encontradas com o sistema implementado e com o analisador de espectros, ambas para o estimador H_1 , para ensaios de excitação aleatória simples da viga bi-apoiada, onde foram realizadas 25 amostras e utilizada janela Hanning. Como pode ser observado nesta figura, os resultados obtidos com os dois sistemas são idênticos, o que demonstra mais uma vez a eficiência do sistema implementado.

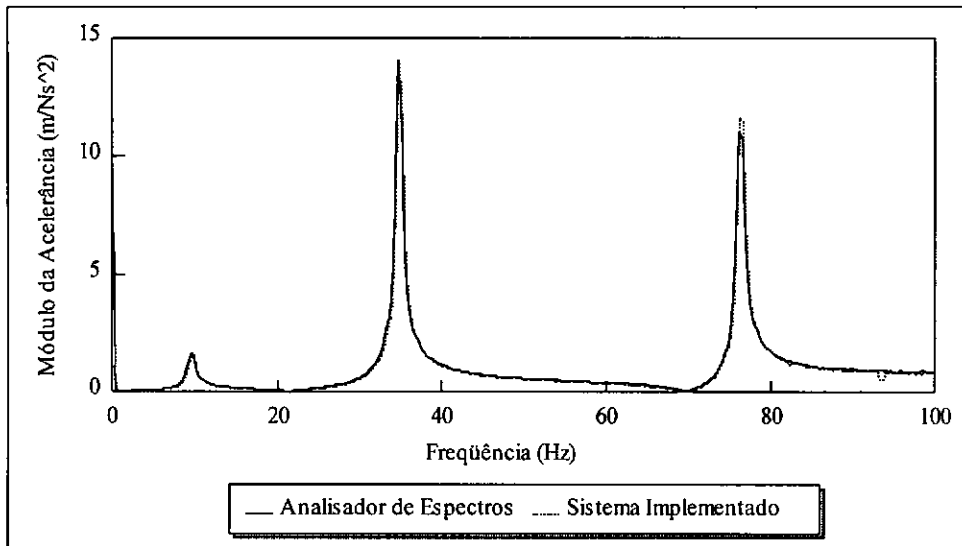


Figura V.4 - Comparação entre FRFs obtidas com o sistema implementado e com o analisador de espectros, utilizando a técnica dos estimadores H_1 .

V.2.1 Determinação da resolução espectral a ser utilizada

No capítulo anterior, o programa foi testado com simulações numéricas e observou-se uma grande diferença entre as estimativas para diferentes resoluções espectrais. Devido a essas conclusões, optou-se por uma verificação da influência da variação do resolução espectral na estimativa das FRFs sobre os parâmetros modais obtidos. Para isso foram realizados ensaios de excitação aleatória com geração D/A para

diferentes resoluções espectrais, entre elas $\Delta f = 0.20$ Hz, $\Delta f = 0.10$ Hz e $\Delta f = 0.05$ Hz. Foram adquiridas 25 amostras dos sinais no tempo, com uma taxa de aquisição igual a 200 Hz, e se utilizou janela Hanning. As diferentes resoluções espectrais foram obtidas considerando-se diferentes número de pontos adquiridos para cada análise. A estrutura foi excitada no ponto 1 (célula de carga resistiva, ver apêndice B) e a resposta em aceleração foi medida também no ponto 1 (acelerômetro piezelétrico, ver apêndice B), conforme pode ser observado na figura V.3. As FRFs com diferentes resoluções espectrais foram então estimadas com o sistema implementado. Na tabela V.1 são mostrados os valores obtidos para os picos dos três primeiros modos de vibração, ou seja, a frequência e a amplitude do módulo da acelerância (razão entre aceleração e força) para os picos das estimativas H_1 e H_v .

Tabela V.1 - Valores das frequências e do pico da acelerância para as estimativas H_1 e H_v , para diferente resolução espectral.

Excitação	Δf (Hz)	Estim.	Estimativa dos picos das FRFs					
			1º Modo de Vibração		2º Modo de Vibração		3º Modo de Vibração	
			Freq. (Hz)	Amplit. (m/Ns ²)	Freq. (Hz)	Amplit. (m/Ns ²)	Freq. (Hz)	Amplit. (m/Ns ²)
Aleatória Geração D/A	0.20	H_1	9.2	1.61	34.2	14.53	75.2	11.06
	0.10	H_1	9.3	2.16	34.3	17.29	75.2	13.18
	0.05	H_1	9.4	2.49	34.3	20.78	75.4	13.17
	0.20	H_v	9.2	2.56	34.2	19.33	75.2	15.19
	0.10	H_v	9.2	3.43	34.2	20.53	75.3	16.58
	0.05	H_v	9.3	4.03	34.3	27.21	75.3	16.04

Pode-se observar na tabela V.1 que as frequências naturais permanecem praticamente inalteradas quando se varia a resolução espectral Δf , enquanto que as amplitudes da acelerância tendem a crescer quando se diminui Δf . No entanto, esta variação da amplitude dos picos de ressonância tem pouca influência sobre o cálculo dos parâmetros modais, conforme pode ser observado na tabela V.2. Nesta tabela são mostrados os valores da frequência natural, da taxa de amortecimento e dos módulos dos resíduos dos três primeiros modos de vibração da viga, estimados com o método “Orthogonal Polynomial” [41], obtidos a partir das estimativas H_1 e H_v , para as três densidades espectrais da análise. A análise para estimativa dos parâmetros modais foi

realizada em torno de cada frequência natural, já que as frequências naturais eram bem espaçadas, permitindo tal tipo de análise.

Tabela V.2 - Valores dos parâmetros modais estimados a partir de H_1 e H_v , para diferentes resoluções espectrais.

Estimativas dos Parâmetros Modais											
Excitação	Δf (Hz)	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
			Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Aleatória	0.20	H_1	9.2	2.1	5.1	34.2	0.86	57.9	75.2	0.48	52.5
	0.10	H_1	9.2	2.1	5.1	34.2	0.85	57.0	75.2	0.48	52.3
	0.05	H_1	9.2	2.2	5.4	34.2	0.86	57.9	75.2	0.48	52.8
	0.20	H_v	9.1	1.8	6.1	34.1	0.76	67.9	75.2	0.46	66.6
	0.10	H_v	9.1	1.8	6.1	34.1	0.75	67.1	75.2	0.47	67.0
	0.05	H_v	9.1	1.8	6.1	34.1	0.76	67.9	75.2	0.47	67.0

Estes resultados reforçam novamente que as FRFs não devem ser comparadas em somente um ponto, pois os programas de obtenção dos parâmetros modais consideram a evolução da curva, permitindo a obtenção de bons resultados, mesmo que a estimativa perca o pico de ressonância.

Ainda na tabela V.2, pode-se observar uma pequena variação entre os parâmetros obtidos para os estimadores H_1 e H_v . Esta variação entre os parâmetros é devida à forma pela qual cada um dos estimadores se aproxima do resultado correto, como foi discutido no item IV.3. Apenas para efeito de comparação, são mostradas na figura V.5 o módulo da aceleração para os estimadores H_1 e H_v , para uma resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz, para excitação aleatória, onde podem ser observadas as diferenças entre os estimadores, sendo que a estimativa H_1 apresenta valores dos picos sempre menores que os do estimador H_v .

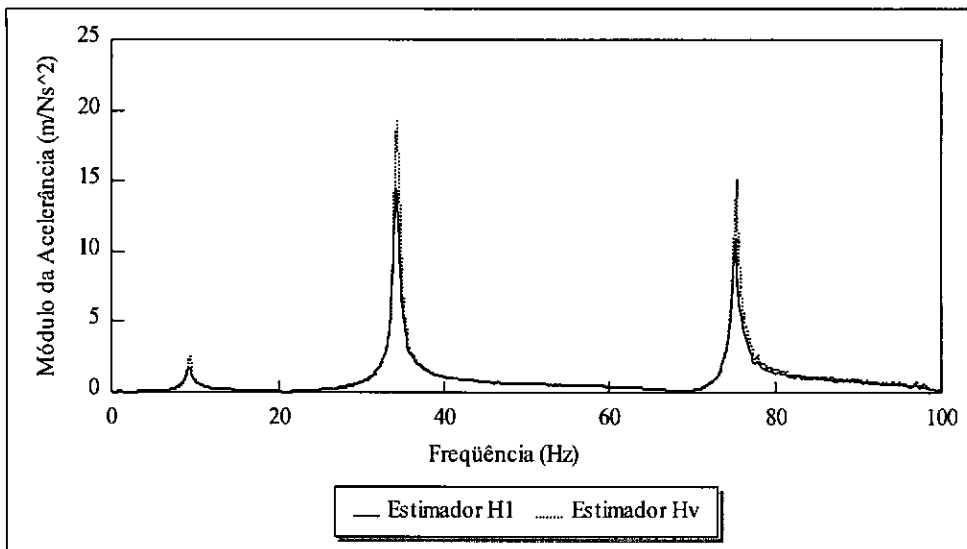


Figura V.5 - Comparação entre a aceleração para os estimadores H_1 e H_v , para uma resolução espectral $\Delta f = 0.20$ Hz para excitação aleatória simples.

Como as diferenças encontradas para os parâmetros modais dos ensaios para diferentes resoluções espectrais não foram significativas, optou-se por utilizar para as análises posteriores resolução espectral de $\Delta f = 0.20$ Hz. Deve-se ressaltar que os resultados obtidos numericamente (ver capítulo IV) não apresentaram tal comportamento, só sendo possível obter pequenos erros para $\Delta f = 0.05$ Hz. Acredita-se que isto se deve ao fato da estrutura real apresentar taxas de amortecimento em geral superiores às utilizadas na simulação numérica. Além disso, o excitador magnético também poderia estar contribuindo para esta melhor estabilidade.

V.2.2 Testes com excitação simples

No capítulo IV e nos itens anteriores deste capítulo pôde-se mostrar que o sistema desenvolvido, tanto em termos do cálculo das FRFs, quanto em termos de integração dos equipamentos, está funcionando adequadamente. Como continuidade da pesquisa será investigado como as metodologias experimentais, principalmente para a introdução dos carregamentos, podem afetar os resultados, isto é, os parâmetros modais. Para tanto, inicialmente foram realizadas três diferentes repetições para cada tipo de excitação, que foram excitação por impactos com utilização de *trigger*, excitação por impactos repetidos em uma mesma amostra, excitação aleatória e excitação aleatória transiente. Esta última força foi composta de 80% de vibrações aleatórias forçadas e

20% de vibrações livres. Nestes ensaios as respostas foram medidas através de acelerômetros piezelétricos (ver apêndice B). Para a força de impacto, foi utilizado um martelo com sensor piezelétrico (ver apêndice B), e para as excitações aleatória e aleatória transiente foi utilizado um excitador eletromagnético com capacidade de 44.5 N (ver apêndice B) acoplado a uma célula de carga resistiva (ver apêndice B).

As FRFs foram estimadas a partir de sinais adquiridos no tempo com uma frequência de aquisição de 200 Hz, por um período de 5 segundos por amostra, o que representa uma resolução espectral de $\Delta f = 0.20$ Hz. Foram consideradas sempre 25 amostras, e foi utilizada janela tipo retangular para os ensaios de excitação por impactos únicos por amostra e excitação aleatória transiente, e do tipo Hanning para os ensaios de excitação aleatória e impactos repetidos.

Na tabela V.3 são apresentados os valores médios e os desvios padrões dos parâmetros modais obtidos para os diferentes ensaios.

Tabela V.3 - Média e desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir de FRFs de ensaios experimentais para diferentes tipos de excitação.

		Estimativas dos Parâmetros Modais								
Excitação	Est.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
		Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Impactos com <i>Trigger</i>	H ₁	9.2±0.0	1.8±0.1	5.5±0.2	34.1±0.0	.58±.03	44.1±0.8	75.1±0.0	.33±.01	41.9±0.5
	H _v	9.2±0.0	1.8±0.1	5.8±0.1	34.1±0.0	.57±.03	45.6±0.4	75.1±0.0	.33±.01	44.1±0.3
Impactos Repetidos	H ₁	9.1±0.0	2.8±0.3	6.4±0.2	34.0±0.0	.78±.04	48.8±1.4	75.0±0.0	.40±.03	45.7±2.8
	H _v	9.1±0.0	2.5±0.2	7.8±0.3	34.1±0.0	.70±.04	59.1±5.3	75.1±0.0	.38±.03	54.5±2.9
Aleatória	H ₁	9.1±0.0	2.2±0.3	4.6±0.2	34.1±0.0	.78±.03	51.8±1.3	75.1±0.0	.41±.01	56.2±5.1
	H _v	9.1±0.0	1.7±0.2	5.6±0.3	34.1±0.0	.63±.03	60.1±1.6	75.1±0.0	.37±.02	64.9±6.0
Aleatória Transiente	H ₁	9.1±0.0	2.3±0.2	4.5±0.1	34.1±0.0	.83±.11	50.2±5.2	75.2±0.0	.43±.03	51.1±1.0
	H _v	9.1±0.0	1.8±0.3	5.3±0.4	34.0±0.0	.67±.11	59.5±2.9	75.1±0.0	.40±.02	60.6±2.2

O desvio padrão pode ser interpretado com sendo o erro total do processo, que envolve a aquisição dos dados e a estimativa das FRFs e dos parâmetros modais, além do comportamento da própria estrutura. Sendo assim, a razão entre o desvio padrão e o valor médio representa o erro relativo obtido para cada um dos parâmetros modais

estimados. Analisando-se então os erros relativos a partir dos resultados apresentados na tabela V.3, verifica-se que os erros associados às frequências naturais para todos os tipos de excitação são nulos, e para os resíduos estes são em torno de 3%, chegando ao máximo de 9%. Os maiores erros relativos estão associados às taxas de amortecimento do 1º modo de vibração, que variam de 6% até um máximo de 16%. Levando em consideração o valor da taxa de amortecimento associada a este modo, que é de $\approx 2\%$, isto na prática representa uma variação da taxa de amortecimento de 1.7% a 2.3%. Esta variação pode ser considerada aceitável em estruturas civis, já que estas estão sempre apoiadas. Estas condições de contorno podem introduzir pequenas variações no seu comportamento dinâmico, alterando portanto os seus parâmetros modais, principalmente a taxa de amortecimento e os resíduos.

Comparando-se os resultados obtidos para os quatro tipos de excitação, verifica-se uma certa dispersão entre eles. Os resultados dos testes de excitação por impactos com utilização de *trigger* se mostraram os mais consistentes, já que os valores obtidos para os parâmetros modais com os diferentes estimadores H_1 e H_v foram praticamente iguais, apresentando variação máxima de 5% entre si, conforme pode ser observado na tabela V.3.

Os resultados encontrados para os testes experimentais de excitação por impactos repetidos em uma mesma amostra mostraram que este tipo de ensaio não é consistente, pois apresentaram valores muito altos para os amortecimentos e resíduos, se comparados com os demais ensaios experimentais. Vários problemas podem ter prejudicado os resultados neste tipo de testes. Um deles é associado à obrigatoriedade dos impactos serem aleatoriamente espaçados, o que não pode ser garantido na prática. Além disso não houve uma preocupação em garantir que os sinais de resposta não chegassem a se anular completamente antes que outro impacto fosse dado à estrutura, não respeitando assim as condições iniciais de deslocamento e velocidades nulas no início do sinal. Com isso se observou uma grande diferença entre os resultados obtidos para os amortecimentos e resíduos, apresentando uma diferença de até 55% em relação aos valores estimados para impactos únicos por amostra. Observou-se ainda uma grande

variação entre as estimativas obtidas com H_1 e H_v , apresentando diferenças de até 20% entre si.

Os resultados obtidos com a excitação aleatória e aleatória transiente (ver tabela V.3) apresentaram diferenças em torno de 20%, para as taxas de amortecimento e os resíduos, entre os estimadores H_1 e H_v . Isto mostra uma certa instabilidade do processo, já que os resultados associados a ambos os estimadores deveriam tender aos mesmos valores. Comparando-se os resultados dos dois tipos de excitação aleatória para um mesmo estimador, verifica-se que estes são praticamente iguais, sendo que os associados ao estimador H_v se mostraram bem próximos aos obtidos para a excitação por impactos com a utilização de *trigger*. Acredita-se que esta proximidade é uma mera coincidência para o caso particular em questão, não podendo ser tomada como uma característica do estimador.

Portanto, estes resultados mostram que o arranjo experimental utilizado parece ter um efeito importante sobre os resultados finais, fazendo com que os parâmetros experimentais estimados apresentassem dispersões. No caso dos ensaios com força aleatória e aleatória transiente, foi utilizado um excitador eletromagnético para impor sobre a estrutura o carregamento desejado. A foto V.2 mostra a montagem do ensaio experimental, onde podem ser vistos os excitadores eletromagnéticos, as células de carga piezométrica e piezo-resistiva, usadas para medir a força aplicada à estrutura, e os acelerômetros piezométricos, usados para medir a resposta em aceleração (ver características dos equipamentos no apêndice B). Para transferir a força gerada no excitador para a estrutura, foi utilizada uma cordoalha metálica, localizada entre a célula de carga e a estrutura, composta de 5 fios de aço (diâmetro igual a 0.1 mm) trançados. Durante os ensaios pôde-se observar que os resultados finais eram influenciados pela tensão inicial dada a esta cordoalha, que pode ser explicada por uma pequena não linearidade deste elemento. No entanto, devido à localização do sensor de força, esta influência só agia sobre a resposta da estrutura, sem ser medida pela célula de carga. Por outro lado, a célula de carga disponível no Laboratório de Estruturas apresentava uma massa que não podia ser considerada desprezível em relação à da estrutura, impedindo assim qualquer mudança na montagem experimental utilizada. Além disso, acredita-se

também que as diferenças entre os resultados dos testes de impacto com *trigger* e dos testes de força aleatória foram causadas pelo fato da estrutura em teste apresentar pequenas rigidez e massa modais, que foram influenciados pela introdução do excitador eletromagnético.

Deve-se ressaltar no entanto, que este tipo de problema não é uma característica geral dos ensaios em estruturas civis.

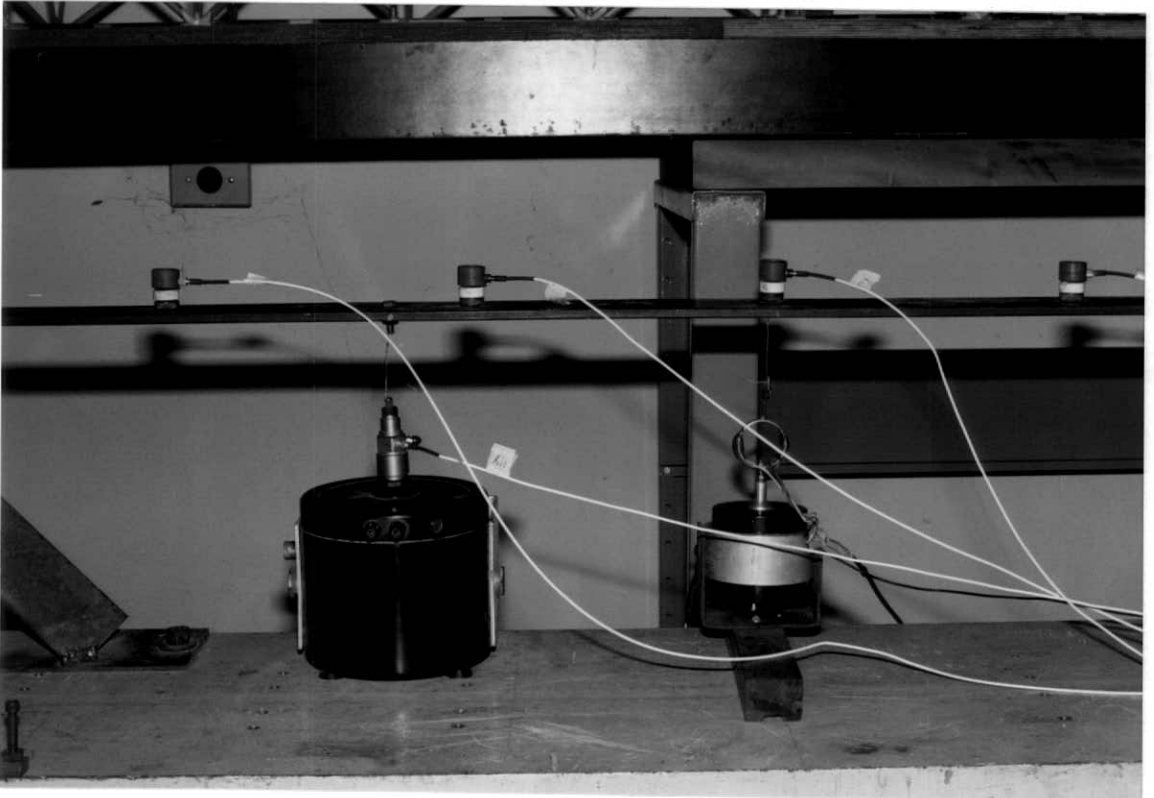


Foto V.2 - Montagem dos ensaios experimentais para excitação dupla aleatória e aleatória transiente.

V.2.3 Testes com excitação dupla

O principal objetivo destes testes foi avaliar a eficiência do sistema desenvolvido para excitações múltiplas. Além disto, pôde-se também verificar algumas características deste tipo de processo experimental envolvendo excitação dupla aleatória e aleatória transiente. A figura V.7 ilustra as posições escolhidas para as forças de excitação (FO1 e FO2) e para as medições das acelerações. Nestes ensaios foram utilizados acelerômetros piezelétricos, para a força FO1 foi utilizado um excitador eletromagnético com

capacidade de 10 N acoplado a uma célula de carga resistiva, enquanto que para FO2, a capacidade do excitador foi de 44.5 N e a célula de carga foi do tipo piezelétrica (ver características dos sensores no apêndice B).

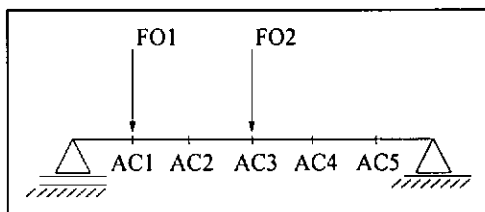


Figura V.7 - Esquema do ensaio experimental de excitação dupla simultânea da viga bi-apoiada.

A figura V.8 mostra uma comparação entre as FRFs obtidas com o estimador H_1 , a partir de sinais de excitação aleatória simples e dupla, entre a força FO1 e a resposta medida no ponto AC1. A figura V.9 mostra também uma comparação entre as FRFs, sendo que estas foram obtidas com o estimador H_v , a partir de sinais de excitação aleatória simples e dupla, entre a força FO2 e a resposta AC1. Em ambas as figuras pode ser observada a proximidade entre as FRFs obtidas, indicando mais uma vez que o sistema implementado está funcionando adequadamente.

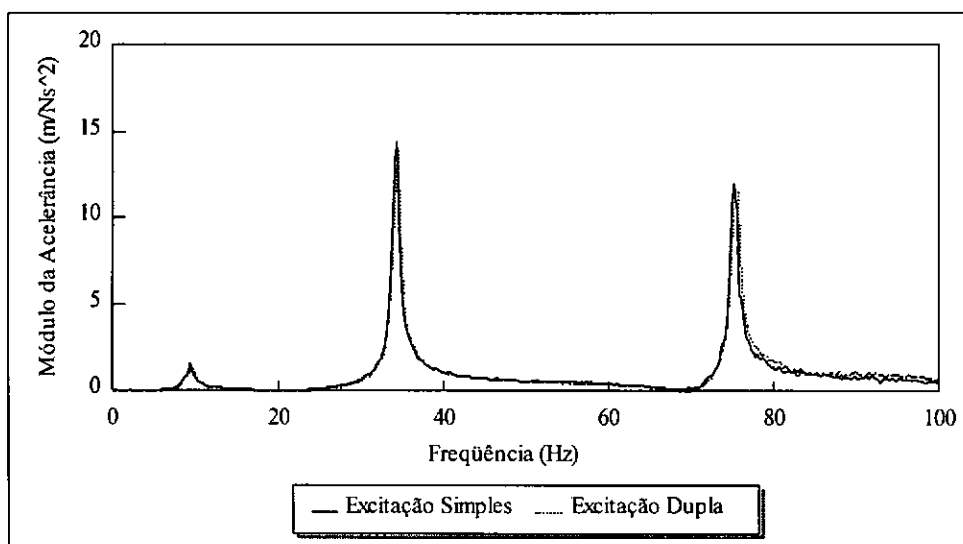


Figura V.8 - Comparação entre as FRFs obtidas com o estimador H_1 , entre a força FO1 e a resposta AC1, a partir de sinais de excitação simples e dupla do ensaio de excitação aleatória.

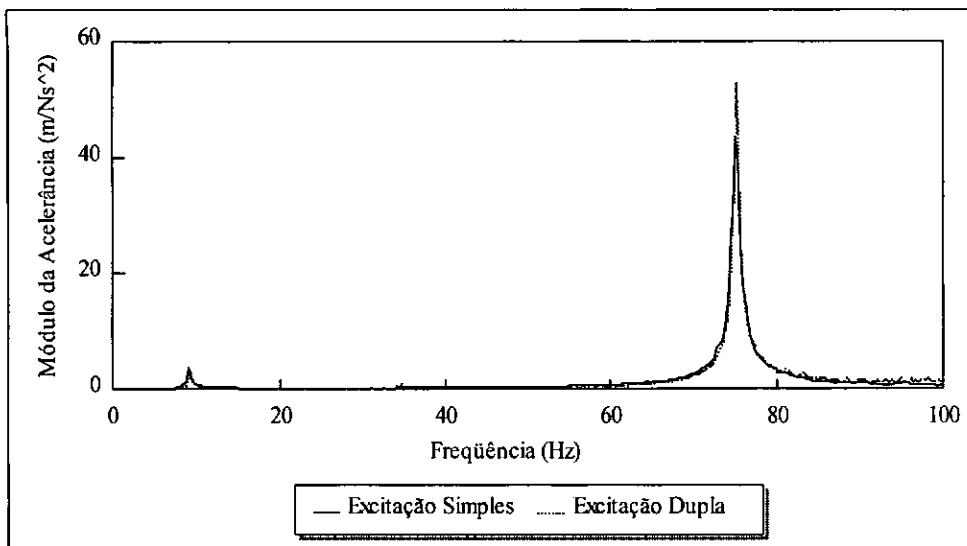


Figura V.9 - Comparação entre as FRFs obtidas com o estimador H_v , entre a força FO2 e a resposta AC1, a partir de sinais de excitação simples e dupla do ensaio de excitação aleatória.

A tabela V.4 mostra os parâmetros modais estimados a partir das FRFs obtidas para o ensaio de excitação dupla aleatória e aleatória transiente para a resposta em AC1 e excitações FO1 e FO2. Nesta tabela também são mostrados os resultados obtidos a partir das FRFs para excitação aleatória simples, nos mesmos pontos utilizados para excitação dupla, a fim de permitir uma comparação, já que as FRFs são características das estruturas e não devem variar com o tipo ou quantidade de excitações. Cabe lembrar que os parâmetros modais obtidos com excitação aleatória simples foram estimados pelo método “Orthogonal Polynomial”, em torno de cada frequência natural. Para que fosse possível realizar a comparação, as estimativas dos parâmetros modais para as excitações duplas foram realizadas de maneira análoga às da excitação simples.

Tabela V.4 - Valores dos parâmetros modais estimados a partir de H_1 e H_v , para excitação aleatória simples, aleatória dupla e aleatória transiente dupla.

		Estimativas dos Parâmetros Modais									
Excitação	Força	Estim.	1º Modo de Vibração			2º Modo de Vibração			3º Modo de Vibração		
			Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Freq (Hz)	Amort (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Aleatória Simples	FO1**	H_1	9.1	2.2	4.6	34.1	0.78	51.8	75.1	0.41	56.2
		H_v	9.1	1.7	5.6	34.1	0.63	60.1	75.1	0.37	64.9
	FO2	H_1	9.1	1.9	5.6	*	*	*	75.1	0.58	156.4
		H_v	9.1	1.4	7.0	*	*	*	75.0	0.51	219.6
Aleatória Dupla	FO1	H_1	9.2	2.3	4.6	34.1	0.91	60.0	75.1	0.41	49.8
		H_v	9.1	1.9	6.6	34.1	0.82	72.1	75.1	0.29	55.8
	FO2	H_1	9.1	2.1	5.2	*	*	*	75.1	0.40	126.3
		H_v	9.1	1.8	7.6	*	*	*	75.1	0.34	172.8
Aleatória Transiente Dupla	FO1	H_1	9.2	2.2	4.6	34.2	0.87	58.2	75.0	0.47	43.0
		H_v	9.1	1.8	6.4	34.1	0.77	69.4	75.0	0.26	50.0
	FO2	H_1	9.1	2.4	5.8	*	*	*	75.1	0.40	118.3
		H_v	9.1	1.8	7.6	*	*	*	75.0	0.36	183.5

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido à força estar localizada sobre o nó do modo de vibração em questão.

** Valores médios obtidos de vários ensaios.

Analisando os resultados da tabela V.4, pode-se verificar inicialmente uma certa discrepância entre as taxas de amortecimento obtidas para as forças FO1 e FO2 dos ensaios de excitação simples. Estas discrepâncias podem ser explicadas devido às pequenas amplitudes observadas no espectro de FO2, ilustrado na figura V.10, conduzindo a imprecisões na estimativa das FRFs. Na figura V.10 também é mostrado o espectro de FO1, onde pode se verificar que as amplitudes são cerca de 7 vezes maior que FO2.

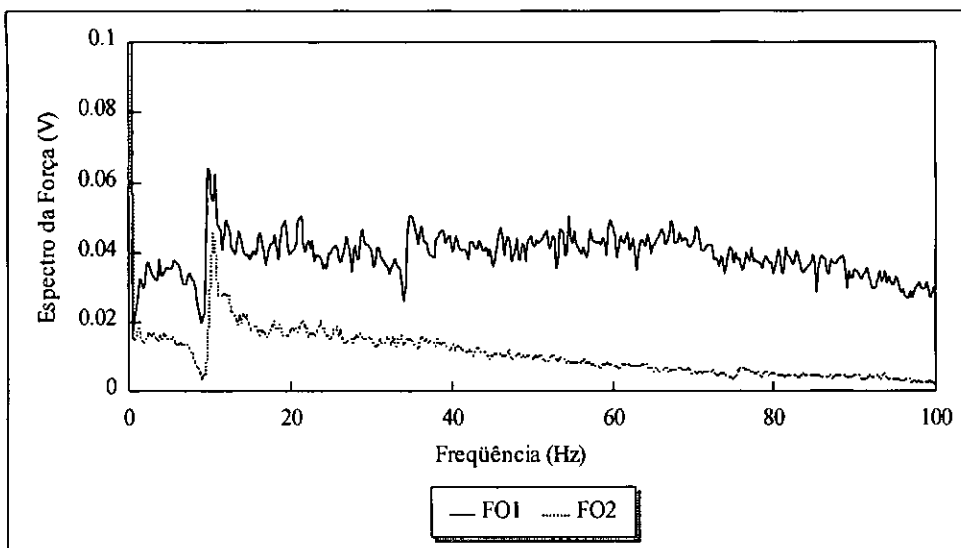


Figura V.10 - Espectro das forças de excitação aleatória simples FO1 e FO2 aplicadas em diferentes pontos da estrutura.

Ainda na tabela V.4 pode-se observar que os resultados obtidos para as excitações duplas se aproximaram dos valores obtidos para FO1 na excitação simples. Isto parece indicar que de uma certa forma as imprecisões nas medidas de FO2 influenciaram menos os resultados na excitação dupla do que na simples.

Para a excitação dupla, ainda existe a interação entre os excitadores, pois um excitador pode influenciar o comportamento do outro, conforme pode ser observado na figura V.11, que mostra a função de coerência entre as forças aplicadas à estrutura. Observando esta figura fica clara a interação entre as forças para o 1º modo de vibração, onde foi encontrado um valor de correlação entre forças considerado muito alto (≈ 0.8). Isto pode ser explicado devido à força FO2 ter sido aplicada no ventre do 1º modo de vibração, já que pequenos deslocamentos impostos pela força FO2 provocam deslocamentos que influenciam nas medições da força FO1. Já para os demais modos, a correlação se apresentou muito pequena, pois o 2º modo de vibração não é excitado pela força FO2, e o 3º modo de vibração apresenta ventres iguais nos pontos de aplicação das forças.

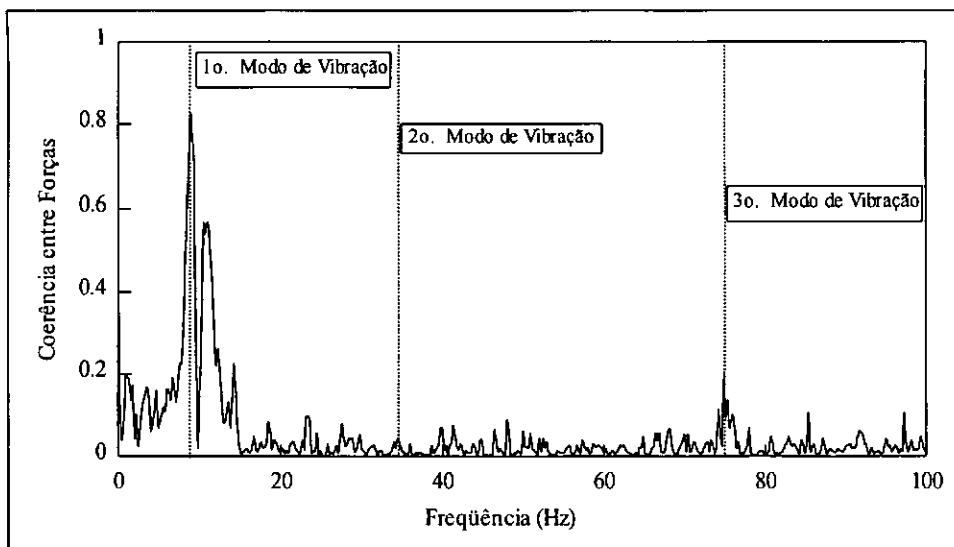


Figura V.11 - Coerência entre as forças do ensaio de excitação aleatória dupla.

Analisando-se os resultados apresentados ao longo deste capítulo, pode-se concluir pelo pleno funcionamento do sistema implementado para obtenção de FRFs para excitações múltiplas. As diferenças encontradas podem ser explicadas pelo baixo amortecimento da estrutura, pela deficiência nas montagens experimentais e pela baixa sensibilidade da célula de carga piezométrica utilizada. A resolução espectral adotada, igual a $\Delta f = 0.20$ Hz, mostrou-se suficiente, pois como se comprovou, a resolução espectral não influenciou significativamente os parâmetros modais estimados, diferentemente do que ocorreu nos resultados numéricos.

Quanto ao tipo de excitação, a excitação por impactos com utilização de *trigger* se mostrou mais consistente, mas deve-se considerar a frequência de aquisição e o número de pontos como fatores prioritários neste tipo de ensaio. As excitações aleatória e aleatória transiente não mostraram maiores diferenças entre si. Quanto aos estimadores implementados H_1 e H_v , não foi possível verificar nenhuma tendência que indicasse uma maior eficiência de um deles. Entretanto, a proximidade entre as FRFs estimadas por H_1 e H_v poderia servir como um parâmetro para avaliar a qualidade destas estimativas.

Capítulo VI

VI. Testes Experimentais em Estrutura Complexa

O sistema desenvolvido para a obtenção de estimativas de FRFs para excitações múltiplas é de grande importância para o Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ. O Laboratório realiza ensaios experimentais em modelos reduzidos de estruturas offshore, ensaios de campo para determinação de vibrações em pontes, passarelas e viadutos, estudo de fadiga de estruturas submetidas a carregamentos dinâmicos, e detecção de danos em estruturas através da análise das suas características dinâmicas. Antes da utilização do sistema desenvolvido, análises vinham sendo realizadas com auxílio de analisadores de espectros, com capacidade para somente dois canais de cada vez, limitando o desenvolvimento de técnicas para identificação e localização de danos [37,38], e tornando necessária a gravação dos ensaios para análises posteriores. Com o desenvolvimento deste sistema, ensaios que demoravam dias para serem realizados, passaram a ser realizados em minutos, possibilitando a aquisição e tratamento de até 3 sinais de força e mais de 70 sinais de resposta simultâneos. Assim, o Laboratório hoje se encontra apto a realizar análises dinâmicas de estruturas civis, mecânicas, automotivas e aeroespaciais.

A estrutura escolhida para os ensaios foi um modelo reduzido em escala de uma plataforma offshore fixa, na qual vem sendo realizada uma série de pesquisas para determinar a potencialidade das técnicas de correlação teórico-experimental e de detecção de danos.

A contribuição deste trabalho para esta linha de pesquisa é inicialmente fornecer um sistema capaz de estimar as FRFs de maneira rápida e precisa. Neste sentido a utilização de excitação múltipla permite que em um só ensaio sejam obtidos os parâmetros modais associados às duas direções principais, permitindo assim a geração de um banco de dados que será utilizado posteriormente nesta linha de pesquisa tanto para identificação estrutural quanto para detecção e localização de danos.

Neste trabalho será apresentada uma análise comparativa entre resultados obtidos com excitações simples e dupla para avaliar a eficiência do sistema neste caso mais complexo. Ainda será mostrado um caso típico de dano estrutural a fim de ilustrar como será gerado este banco de dados.

VI.1 Descrição da Estrutura e Instrumentação Realizada

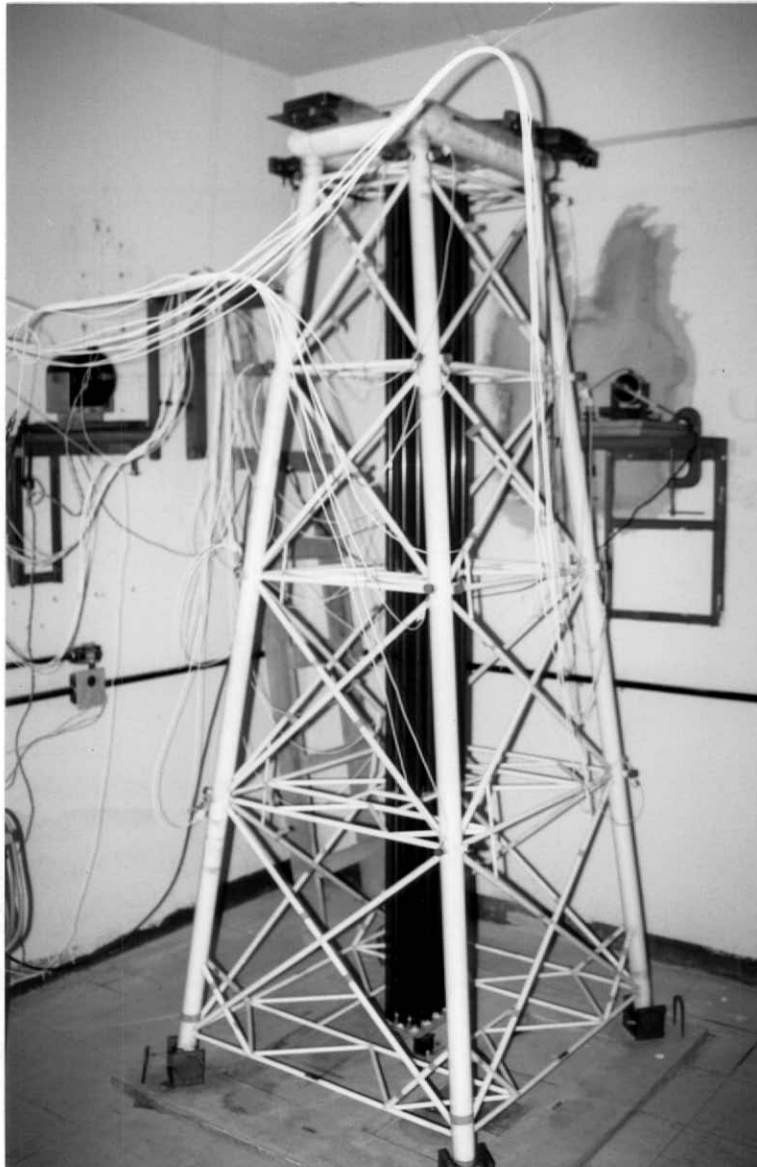


Foto VI.1 - Foto do modelo reduzido de plataforma fixa offshore utilizado para ensaios experimentais dinâmicos.

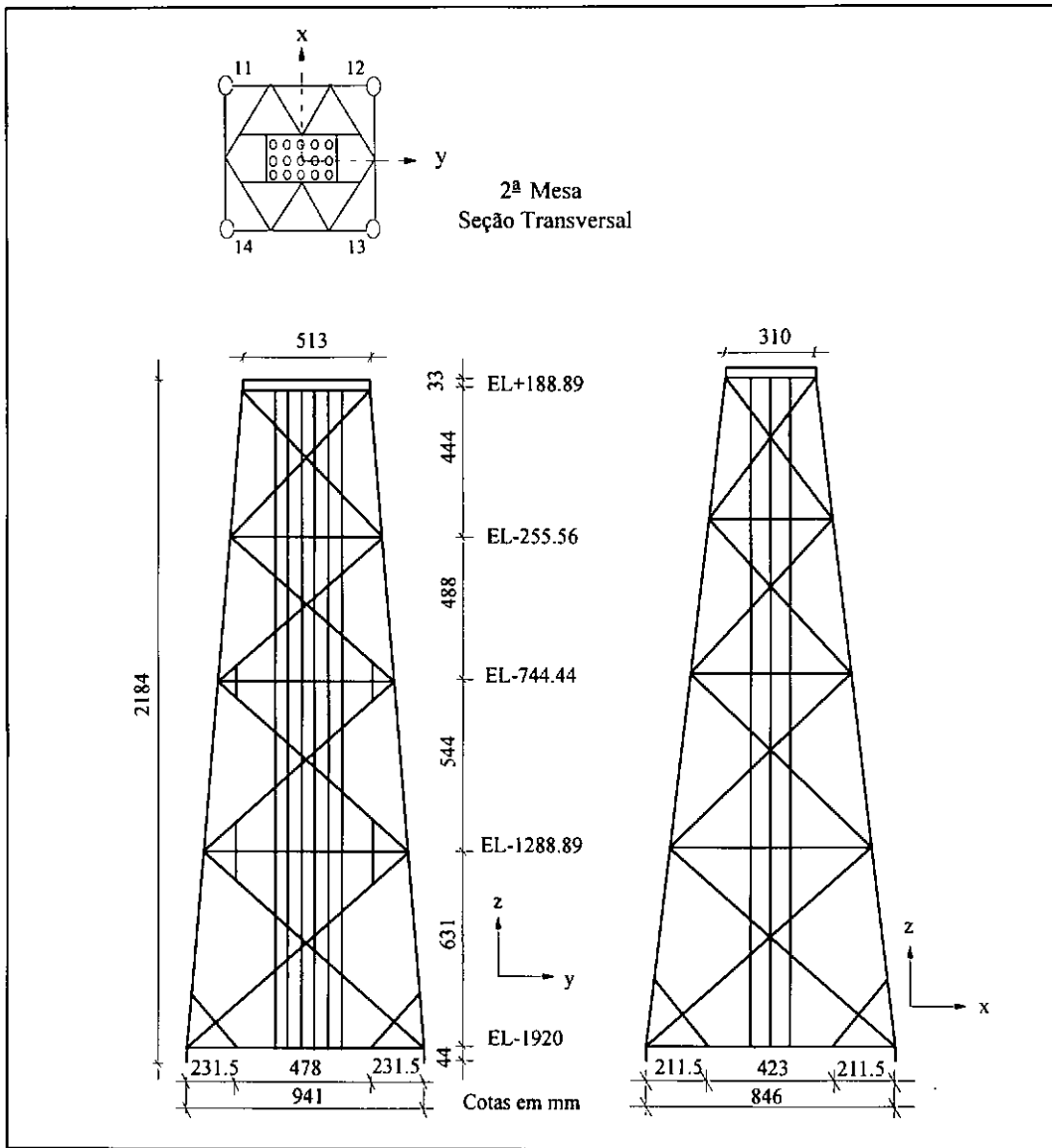


Figura VI.1 - Vista frontal e lateral do modelo reduzido, mostrando as principais dimensões e características geométricas.

A estrutura escolhida foi um modelo reduzido hidroelástico de uma plataforma fixa da Bacia de Campos, Rio de Janeiro (Plataforma Carapeba), para lâmina d'água de 90 metros. Este modelo foi projetado de acordo com a Teoria da Semelhança, e apresenta características semelhantes ao protótipo[37,38]. Como material construtivo foram adotados tubos plásticos do tipo PVC e ABS, e considerou-se uma escala geométrica de redução $K_L = 1/45$. A foto VI.1 mostra uma vista do modelo já instrumentado, e a figura VI.1 mostra uma vista frontal e uma vista lateral do modelo reduzido, onde podem ser observadas as dimensões e as características geométricas do modelo.

O modelo reduzido foi instrumentado com 32 acelerômetros piezelétricos (ver apêndice B). Estes acelerômetros foram distribuídos nas quatro pernas de maneira a coincidir com os níveis das mesas horizontais. Em cada um dos pontos de medição foram instalados 2 acelerômetros, a fim de se medirem as respostas nas duas direções horizontais, isto é, X e Y (ver figura VI.1). Optou-se por não instrumentar a quinta mesa da estrutura, pois esta se encontra perto dos apoios e as suas acelerações seriam muito pequenas. A figura VI.2 mostra os pontos nodais onde foram realizadas as medições de aceleração e aplicação da força de excitação.

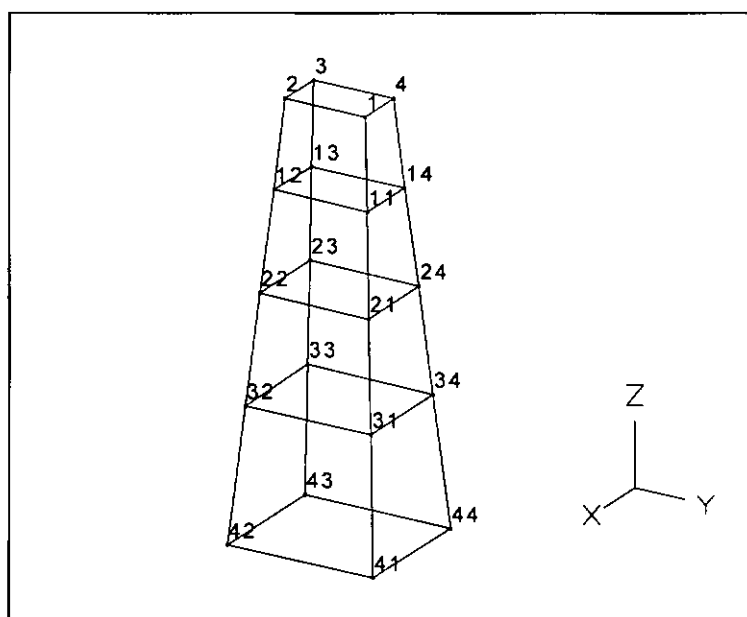


Figura VI.2 - Discretização da estrutura mostrando os pontos nodais para medição da aceleração e aplicação das forças de excitação.

A estrutura foi excitada nos seguintes pontos e direções: “13X” (ponto 13, direção X) e “11Y” (ponto 11, direção Y), o que permitiu diferentes análises das suas respostas dinâmicas. Para o ensaio de excitação aleatória, foram utilizadas forças aleatórias geradas pelo sistema implementado e transmitidas aos excitadores (*shakers*) através de fios metálicos, e medidas por células de carga piezelétricas e por células de carga desenvolvidas no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ (ver apêndice B). A estrutura foi também ensaiada sob excitação por impactos, onde se utilizou um martelo piezelétrico (ver apêndice B) para aplicação e medição da força de impactos.

As medições das forças e das respostas em aceleração foram adquiridas e tratadas numericamente no sistema implementado para obtenção de FRFs para excitações múltiplas. Os parâmetros modais foram obtidos utilizando-se a técnica “Orthogonal Polynomial” para MIMO, implementada no programa STAR System [41].

Foram realizados ensaios experimentais iniciais para a verificação da repetibilidade e confiabilidade dos resultados obtidos. Para estes ensaios utilizou-se excitação simples e excitação dupla, e diferentes tipos de excitação como excitação aleatória e por impactos. Nestes ensaios optou-se por realizar as medições de aceleração somente nos acelerômetros “12X” e “12Y” (ponto 12, direção X e Y), para que se pudesse analisar os parâmetros modais obtidos de maneira mais aprofundada. Para cada ensaio, foram realizadas cinco repetições para se obterem as médias e os desvios padrão associados a cada um dos parâmetros modais.

Posteriormente foram realizados ensaios utilizando-se todos os acelerômetros da estrutura, para excitação aleatória e por impactos, simples e dupla.

VI.2 Resultados Numéricos

O desenvolvimento do projeto e construção do modelo reduzido fez parte de teses desenvolvidas no Laboratório de Estruturas [37,38]. Para este desenvolvimento, foi realizada uma análise numérica, utilizando o programa SAP90 [43], para determinação das primeiras frequências naturais e dos modos de vibração associados para o modelo numérico. As principais hipóteses adotadas na modelagem numérica foram:

- a estrutura foi discretizada em elementos finitos, fazendo-se coincidir os nós físicos da estrutura com os nós da malha de elementos finitos. Para discretização foram necessários 165 nós e 416 elementos.
- a ligação entre os dutos centrais e a estrutura externa foi reproduzida considerando-se restringidos os deslocamentos relativos ao plano horizontal (X e Y) e liberados os outros movimentos relativos (deslocamento vertical, rotação e flexão nos

dois planos de simetria da estrutura). Na modelagem numérica adotada, os quinze dutos centrais foram posicionados no eixo da estrutura e as condições de contorno entre os dutos centrais e a estrutura descritas acima foram simuladas numericamente por quatro barras fictícias que ligam os dutos ao resto da estrutura. Estas barras apresentam área da seção transversal da mesma ordem de grandeza e momentos de inércia muito menores que as demais barras dos níveis horizontais (andares).

- a interação solo-estrutura não foi considerada, adotando-se a base das pernas engastada e a base dos dutos centrais rotulada.
- a rigidez do convés foi simulada numericamente por quatro barras consideradas sem massa, com área da seção transversal e momento de inércia muito maiores que as demais barras.
- a massa do convés foi simulada numericamente por massas concentradas no topo de cada uma das pernas, sendo que cada uma das pernas recebe uma massa de 6.32 kg.

Os resultados obtidos para as primeiras frequências naturais do modelo numérico são mostradas na tabela VI.1, juntamente com os resultados estimados para a frequência natural a partir da análise preliminar do modelo experimental. Deve ser ressaltado que o ajuste do modelo numérico ao experimental foi realizado ao longo de trabalhos de teses de mestrado e doutorado do Laboratório de Estruturas[37,38].

Tabela VI.1 - Frequências naturais obtidas a partir do modelo numérico e do modelo experimental construído.

Modo de Vibração	Frequência Natural (Hz)	
	Modelo Numérico	Modelo Experimental
1 ^o Flexão X	7.82	8.10
1 ^o Flexão Y	8.48	8.55
1 ^o Torção	12.79	13.09
2 ^o Flexão X	27.77	27.03
2 ^o Flexão Y	30.51	29.15
2 ^o Torção	41.96	34.10
3 ^o Flexão X	45.82	49.90
3 ^o Flexão Y	55.17	51.21
3 ^o Torção	77.50	53.20

Analisando a tabela VI.1, pode-se observar a boa correlação entre as frequências naturais obtidas numericamente e experimentalmente. As discrepâncias observadas para o 2º e 3º modos de torção provavelmente ocorrem devido à aproximação realizada na modelagem numérica, a qual não considera a massa torsional dos dutos centrais.

VI.3 Ensaios Preliminares

Os ensaios preliminares foram realizados com o objetivo de se analisar a repetibilidade na obtenção dos parâmetros modais estimados, com relação às excitações e aos estimadores utilizados. Foram realizados ensaios com excitação aleatória simples e dupla, e excitação simples por impactos, para os estimadores H_1 e H_v . Cada ensaio foi repetido cinco vezes, a fim de se obterem médias e desvios padrão para os resultados. As medições foram realizadas para as forças em questão aplicadas em 13X e 11Y (ver figura VI.2), e para os acelerômetros de somente um ponto nodal (12X e 12Y). Para estes ensaios, a frequência de digitalização foi de 120 Hz, e foram realizadas 25 amostras para cada ensaio, sendo que cada amostra no domínio do tempo continha 1024 pontos. Utilizou-se janela do tipo retangular para os ensaios de excitação por impactos, e do tipo Hanning para a excitação aleatória.

Optou-se por analisar a estrutura somente na faixa de 0 a 60 Hz, já que nesta se encontram os 1º, 2º e 3º modos de flexão nas direções X e Y, e também os 1º, 2º e 3º modos de torção, conforme pode ser observado pelos resultados da experimentais preliminares apresentados na tabela VI.1.

Inicialmente se realizaram testes para a verificação da linearidade e reciprocidade da estrutura. Para os testes de linearidade, submeteu-se a estrutura a forças aleatórias com diferentes amplitudes, chegando a atingir um valor até três vezes maior que a força inicial, sempre dentro do limite a ser utilizado para a excitação. A figura VI.3 mostra uma comparação típica de duas FRFs obtidas para o estimador H_1 , para duas amplitudes de forças distintas (F_1 e $3F_1$). Pode-se observar nesta figura que as FRFs obtidas são coincidentes, demonstrando a linearidade da estrutura para as amplitudes de força utilizadas.

Para os testes de reciprocidade, a estrutura foi excitada no ponto 13X, medindo-se a resposta no ponto 11Y, e comparou-se com o resultado da estrutura excitada em 11Y, com a resposta medida em 13X. Um resultado típico é mostrado na figura VI.4, na qual pode-se observar que as FRFs obtidas são também coincidentes, o que confirma a hipótese de reciprocidade da estrutura.

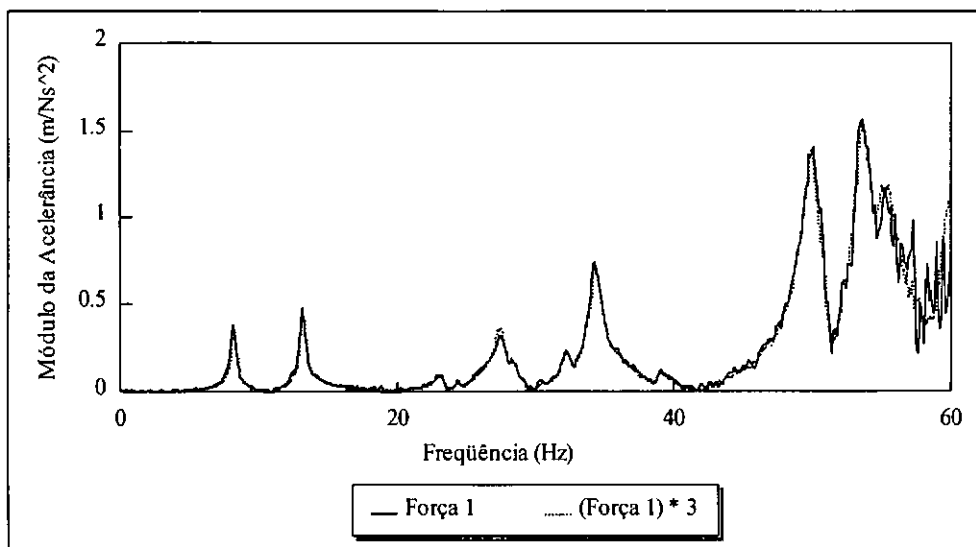


Figura VI.3 - Teste de linearidade da estrutura submetida a excitações com diferentes amplitudes.

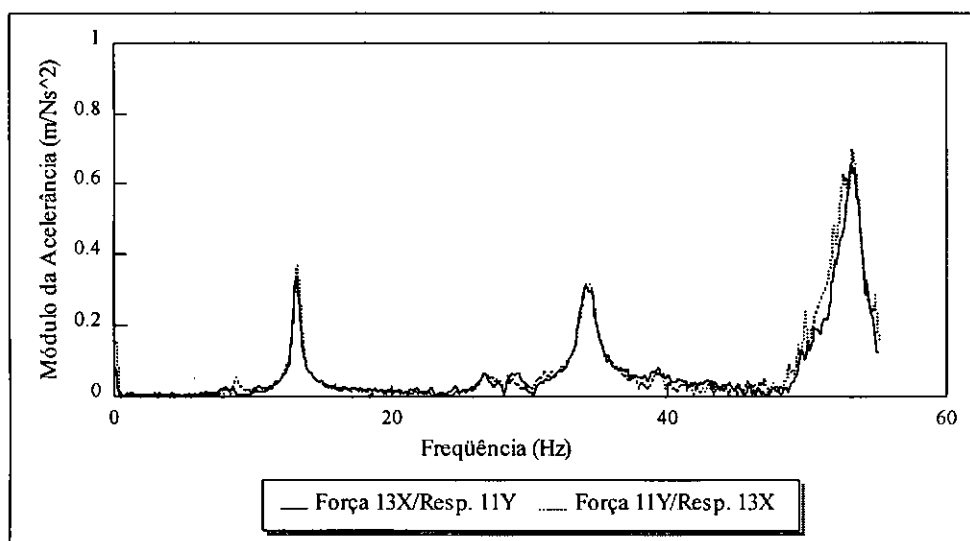


Figura VI.4 - Teste de reciprocidade da estrutura submetida a excitação em 13X e resposta em 11Y, comparada com excitação em 11Y e resposta em 13X.

Realizaram-se então ensaios para a avaliação da repetibilidade dos testes. As tabelas VI.2 e VI.3 mostram a média e o desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da estrutura submetida a excitação simples por impactos

para os estimadores H_1 e H_v , respectivamente. Os impactos foram aplicados sobre o ponto nodal 13X e sobre o ponto nodal 11Y, em ensaios distintos de excitação simples, e foram medidas as acelerações dos pontos nodais 12X e 12Y. Para estes ensaios somente foram considerados os 1^{os} e 2^{os} modos de flexão e de torção. Deve-se ressaltar que para a determinação dos parâmetros modais foi utilizado o método “Orthogonal Polynomial”, aplicado em torno de cada frequência natural.

De uma forma geral, os valores encontrados para os desvios padrão se mostraram pequenos para todos os resultados, o que mostra que os ensaios apresentam repetibilidade. Os maiores valores dos desvios padrão foram obtidos para as taxas de amortecimento e resíduos associados ao 2^o modo de flexão e torção. Isto se deve provavelmente à posição dos pontos de medição (12X e 12Y), que se encontram muito próximos ao nó deste modo, tornando a relação sinal-ruído mais baixa e conseqüentemente aumentando o nível de erro. Além disto, para os modos de torção, a aplicação da força em 11Y introduz na estrutura um momento de torção menor do que em 13X. Isto pode explicar os maiores valores dos desvios padrão encontrados para excitação em 11Y, principalmente para o 2^o modo de torção.

Comparando-se os resultados obtidos a partir de H_1 (tabela VI.2) e H_v (tabela VI.3) através do valor médio somado/diminuído de uma vez o desvio padrão, observa-se uma completa consistência dos resultados entre todos os parâmetros modais, inclusive frequências naturais e taxas de amortecimento obtidas a partir das forças de excitação 13X e 11Y.

Tabela VI.2- Valores da média e do desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da plataforma submetida a excitação simples por impactos para a resposta nos pontos nodais 12X e 12Y, para o estimador H_1 .

Excitação	Força	Est	Mod	Resposta 12X			Resposta 12Y		
				Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Impactos Simples	13X	H_1	1 ^o Fx	8.15±.00	1.01±.07	0.55±.02	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			1 ^o T	13.08±.01	1.13±.08	0.69±.04	13.08±.04	1.06±.04	0.46±.04
			2 ^o Fx	27.12±.03	1.89±.76	2.45±.23	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			2 ^o T	34.07±.02	1.27±.05	2.57±.29	34.03±.05	1.43±.05	1.84±.10
Impactos Simples	11Y	H_1	1 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	8.60±.02	1.06±.06	0.70±.03
			1 ^o T	13.06±.01	1.01±.10	0.59±.08	13.10±.06	0.82±.26	0.36±.06
			2 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	29.04±.03	1.16±.06	1.55±.10
			2 ^o T	33.98±.10	1.48±.45	1.92±.88	33.99±.10	1.26±.36	1.68±.72

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido a força e o modo de vibração em questão estarem em direções perpendiculares.

Tabela VI.3- Valores da média e do desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da plataforma submetida a excitação simples por impactos para a resposta nos pontos nodais 12X e 12Y, para o estimador H_v .

Excitação	Força	Est	Mod	Resposta 12X			Resposta 12Y		
				Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Impactos Simples	13X	H_v	1 ^o Fx	8.15±.00	1.00±.07	0.57±.04	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			1 ^o T	13.08±.01	1.09±.02	0.70±.04	13.08±.01	1.08±.04	0.49±.04
			2 ^o Fx	27.14±.02	1.77±.17	2.26±.38	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			2 ^o T	34.07±.02	1.26±.08	2.81±.31	34.03±.02	1.41±.08	1.86±.14
Impactos Simples	11Y	H_v	1 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	8.60±.02	1.06±.05	0.72±.01
			1 ^o T	13.05±.01	1.06±.09	0.62±.08	13.07±.04	0.70±.24	0.36±.05
			2 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	29.05±.03	1.16±.06	1.54±.09
			2 ^o T	33.97±.11	1.45±.43	2.01±.85	33.94±.09	1.23±.27	1.66±.36

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido a força e o modo de vibração em questão estarem em direções perpendiculares.

As tabelas VI.4 e VI.5 mostram a média e o desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da estrutura submetida a excitação aleatória simples para os estimadores H_1 e H_v , respectivamente. As forças de excitação foram aplicadas em 13X e 11Y e as respostas em aceleração foram medidas nos pontos 12X e 12Y.

Analisando-se os desvios padrão dos parâmetros modais estimados, pode-se observar que estes, de uma forma geral, são pequenos em relação aos valores médios, com exceção dos associados aos 2^{os} modos de flexão e torção, devido a razões já explicadas anteriormente. Isto mostra novamente que é possível se obterem resultados aproximadamente iguais em ensaios distintos. De modo análogo aos testes com impacto, os parâmetros modais estimados com H_1 , mostrados na tabela VI.4, e os estimados com H_v , mostrados na tabela VI.5, são praticamente iguais.

Comparando-se as frequências naturais estimadas para os ensaios de excitação por impactos com os de excitação aleatória simples, verifica-se que estes são praticamente iguais, apresentando diferenças menores que 1%.

Por outro lado, as taxas de amortecimento e os resíduos são bastante distintos, chegando a apresentar diferenças de 40% e 350%, respectivamente. De modo geral, os valores obtidos para excitação aleatória são sempre superiores aos obtidos para excitação por impactos, principalmente para a excitação em 11Y. Isto pode ser explicado pela associação de dois fatos: (i) a rigidez à flexão na direção X é maior do que a da direção Y; sendo assim, para manter os mesmos níveis de resposta nas duas direções, seria necessário que a força aplicada em 11Y fosse bem maior que em 13X. (ii) o tubo de plástico da perna do modelo tem uma espessura de parede de apenas 1.6 mm, e diâmetro de 50 mm, portanto bastante deformável. Desta forma, as forças de impacto provocam uma maior deformação no tubo e portanto o espectro da força medida não corresponde à realidade. Isto é um fato indicativo de que os resultados dos ensaios de impactos estão comprometidos.

Tabela VI.4- Valores da média e do desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da plataforma submetida a excitação aleatória simples para a resposta nos pontos nodais 12X e 12Y, para o estimador H_1 .

Excitação	Força	Est	Mod	Resposta 12X			Resposta 12Y		
				Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Aleatória Simples	13X	H_1	1 ^o Fx	8.10±.00	1.43±.07	0.60±.02	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			1 ^o T	13.09±.01	1.31±.08	0.92±.04	13.09±.01	1.31±.10	0.65±.04
			2 ^o Fx	27.35±.03	1.60±.76	1.34±.98	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			2 ^o T	34.18±.01	1.52±.05	4.46±.33	34.06±.01	1.43±.04	2.23±.14
Aleatória Simples	11Y	H_1	1 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	8.56±.01	1.36±.03	3.30±.09
			1 ^o T	13.11±.01	1.22±.06	3.29±.10	13.10±.00	1.25±.06	2.38±.06
			2 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	29.20±.01	1.28±.03	7.21±.09
			2 ^o T	34.14±.01	1.37±.02	8.68±.05	34.15±.01	1.21±.02	7.06±.11

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido a força e o modo de vibração em questão estarem em direções perpendiculares.

Tabela VI.5- Valores da média e do desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da plataforma submetida a excitação aleatória simples para a resposta nos pontos nodais 12X e 12Y, para o estimador H_v .

Excitação	Força	Est	Mod	Resposta 12X			Resposta 12Y		
				Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Aleatória Simples	13X	H_v	1 ^o Fx	8.10±.01	1.41±.06	0.61±.02	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			1 ^o T	13.08±.01	1.30±.11	0.93±.07	13.08±.01	1.31±.10	0.66±.04
			2 ^o Fx	27.36±.04	1.30±.38	0.91±.53	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			2 ^o T	34.18±.03	1.56±.07	4.73±.39	34.06±.01	1.41±.03	2.17±.09
Aleatória Simples	11Y	H_v	1 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	8.56±.01	1.11±.05	3.45±.10
			1 ^o T	13.11±.00	1.18±.05	3.44±.04	13.11±.01	1.21±.04	2.42±.04
			2 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	29.18±.00	1.25±.04	7.29±.15
			2 ^o T	34.14±.00	1.36±.22	8.72±.14	34.14±.00	1.19±.02	7.10±.11

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido a força e o modo de vibração em questão estarem em direções perpendiculares.

Realizaram-se então ensaios de excitação aleatória dupla, cujos parâmetros modais estimados podem ser observados nas tabelas VI.6 e VI.7 para os estimadores H_1 e H_v , respectivamente. As excitações foram aplicadas simultaneamente nos pontos modais 13X e 11Y, e foram medidas nos pontos modais 12X e 12Y.

Os valores dos parâmetros modais encontrados para os ensaios de excitação dupla se apresentaram bastante parecidos aos encontrados a partir dos ensaios com excitação simples. Isto se deve provavelmente à influência de uma força sobre a outra ser pequena, principalmente nos modos de flexão, como ilustrado na figura IV.5, que mostra a função de coerência entre as forças 11Y e 13X. Estes resultados novamente comprovam o funcionamento da técnica de obtenção de estimativas das FRFs para excitação múltipla.

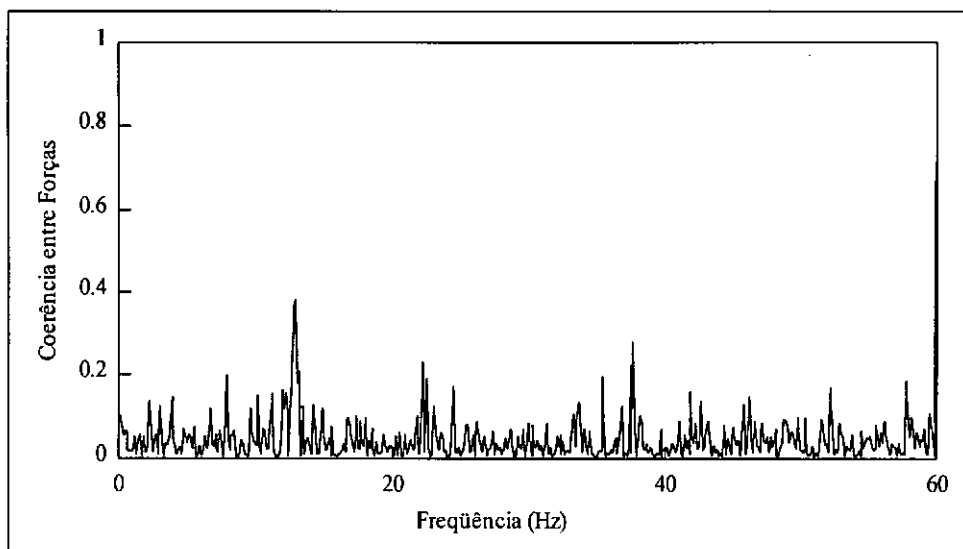


Figura VI.5 - Função de coerência entre as forças 13X e 11Y do ensaio de excitação aleatória dupla.

Analisando-se as tabelas VI.6 e VI.7, observa-se que os valores dos desvios padrão encontrados se mostraram equivalentes aos encontrados para excitação simples. Mais uma vez não se apresentaram diferenças consideráveis entre os parâmetros obtidos com os diferentes estimadores H_1 e H_v .

Tabela VI.6- Valores da média e do desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da plataforma submetida a excitação aleatória dupla para a resposta nos pontos nodais 12X e 12Y, para o estimador H_1 .

Excitação	Força	Est	Mod	Resposta 12X			Resposta 12Y		
				Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Aleatória Dupla	13X	H_1	1 ^o Fx	8.09±.01	1.43±.13	0.59±.03	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			1 ^o T	13.07±.01	1.21±.07	0.88±.03	13.07±.01	1.22±.06	0.63±.02
			2 ^o Fx	27.21±.08	1.54±.23	1.16±.28	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			2 ^o T	34.12±.01	1.47±.04	4.09±.09	34.00±.01	1.52±.05	2.36±.08
Aleatória Dupla	11Y	H_1	1 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	8.53±.01	1.33±.11	3.27±.13
			1 ^o T	13.07±.01	1.13±.12	2.93±.26	13.07±.01	1.15±.12	2.09±.19
			2 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	29.12±.05	1.33±.02	7.02±.17
			2 ^o T	34.02±.02	1.32±.04	8.70±.32	34.06±.06	1.24±.06	7.26±.11

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido a força e o modo de vibração em questão estarem em direções perpendiculares.

Tabela VI.7- Valores da média e do desvio padrão dos parâmetros modais estimados a partir dos ensaios da plataforma submetida a excitação aleatória dupla para a resposta nos pontos nodais 12X e 12Y, para o estimador H_v .

Excitação	Força	Est	Mod	Resposta 12X			Resposta 12Y		
				Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)	Frequência (Hz)	Amort. (%)	Resíduo (rad m/Ns ³)
Aleatória Dupla	13X	H_v	1 ^o Fx	8.10±.02	1.07±.41	0.53±.08	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			1 ^o T	13.05±.01	1.11±.06	0.87±.04	13.06±.01	1.14±.06	0.62±.03
			2 ^o Fx	27.20±.08	1.67±.18	1.35±.26	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	*	*	*
			2 ^o T	34.12±.01	1.48±.03	4.10±.06	33.99±.02	1.52±.06	2.39±.11
Aleatória Dupla	11Y	H_v	1 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			1 ^o Fy	*	*	*	8.53±.02	1.09±.05	3.51±.10
			1 ^o T	13.07±.03	0.99±.12	3.61±.35	13.07±.03	1.02±.14	2.42±.25
			2 ^o Fx	*	*	*	*	*	*
			2 ^o Fy	*	*	*	29.12±.04	1.33±.04	7.17±.11
			2 ^o T	34.03±.02	1.31±.04	9.51±.11	34.06±.06	1.23±.07	7.51±.06

* Os valores encontrados para os modos não apresentaram valores significantes devido a força e o modo de vibração em questão estarem em direções perpendiculares.

VI.4 Resultados Experimentais com Instrumentação Completa

Concluídos os testes preliminares de verificação de linearidade e reciprocidade da estrutura, e também os testes de verificação da repetibilidade dos ensaios, partiu-se para os testes experimentais finais da estrutura com uma instrumentação completa, a fim de se obterem as FRFs entre as forças aplicadas e todas as respostas em aceleração medidas. Para estes ensaios, a frequência de digitalização foi de 120 Hz, e foram realizadas 25 amostras para cada ensaio, sendo que cada amostra no domínio do tempo continha 1024 pontos. Utilizou-se janela do tipo retangular para os ensaios de excitação por impactos, e do tipo Hanning para a excitação aleatória.

As FRFs obtidas foram então analisadas utilizando para isto o método “Orthogonal Polynomial” para dados obtidos com a técnica MIMO [41]. Somente foram utilizadas as FRFs obtidas com o estimador H_1 , já que pela análise preliminar se verificou que os dois estimadores implementados, H_1 e H_v , apresentaram resultados muito semelhantes.

Foram realizados ensaios de excitação aleatória simples e dupla, sendo utilizados 32 acelerômetros para a medição da aceleração em 16 pontos nodais, na direção X e Y (ver figura VI.2), e as forças foram aplicadas nos pontos nodais 13X e 11Y. Nas figuras VI.6 a VI.11, são mostradas as formas modais e a frequência natural do modo em questão. Os resultados mostrados nas figuras correspondem ao ensaio de excitação aleatória dupla.

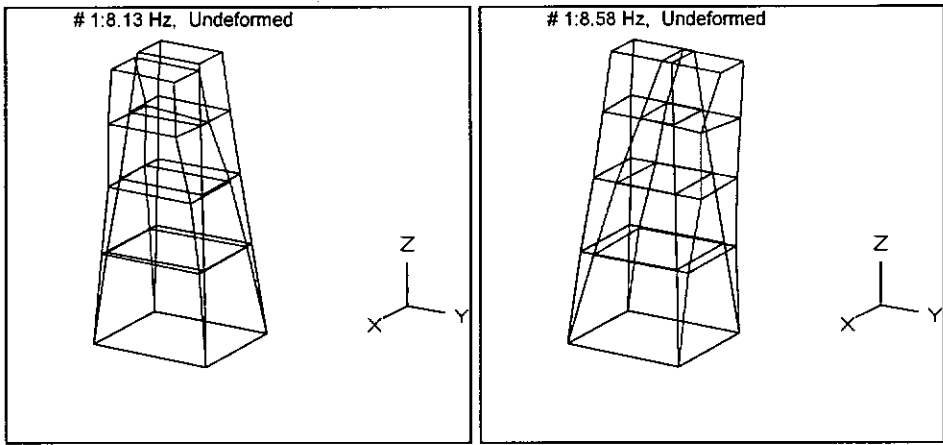


Figura VI.6 - Forma modal de vibração da estrutura para o 1^o modo de flexão na direção X e na direção Y.

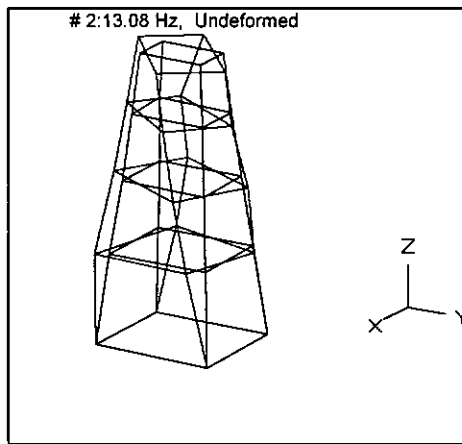


Figura VI.7 - Forma modal de vibração da estrutura para o 1^o modo de torção.

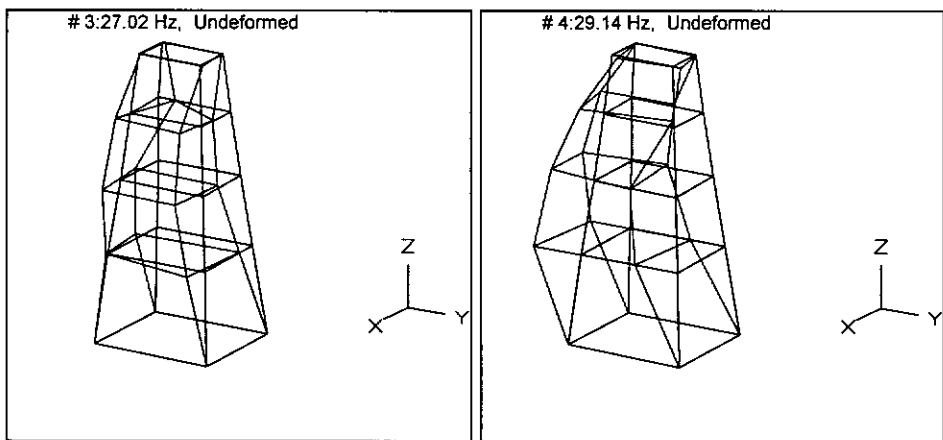


Figura VI.8 - Forma modal de vibração da estrutura para o 2^o modo de flexão na direção X e na direção Y.

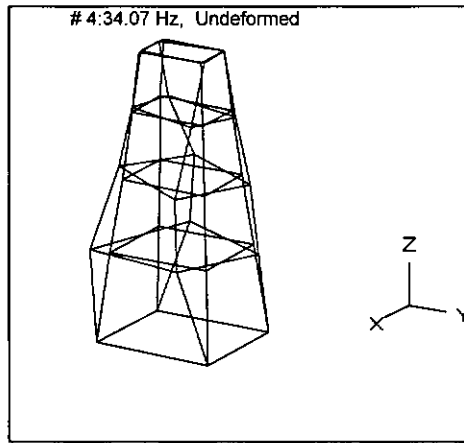


Figura VI.9 - Forma modal de vibração da estrutura para o 2º modo de torção.

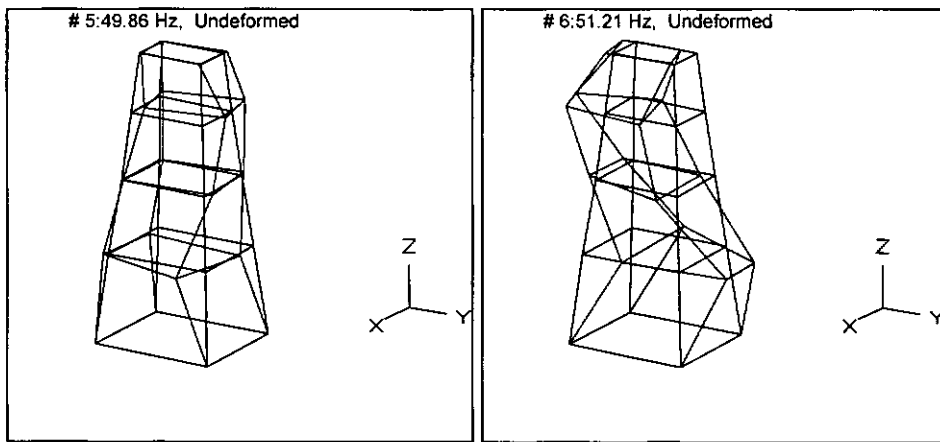


Figura VI.10 - Forma modal de vibração da estrutura para o 3º modo de flexão na direção X e na direção Y.

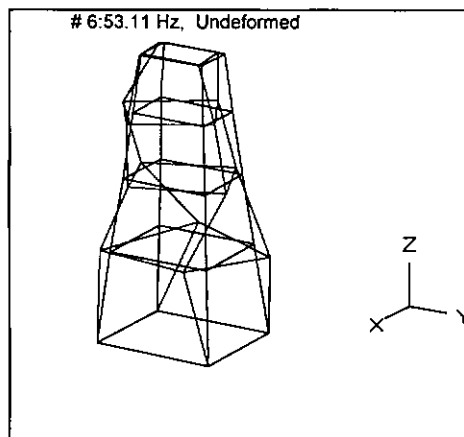


Figura VI.11 - Forma modal de vibração da estrutura para o 3º modo de torção.

A tabela VI.8 apresenta as frequências naturais e as taxas de amortecimento obtidas, considerando-se os 32 acelerômetros utilizados, para as excitações aleatória simples e dupla.

Tabela VI.8 - Parâmetros modais obtidos na análise MIMO das 32 FRFs obtidas a partir dos ensaios de excitação aleatória simples e aleatória dupla.

Modos de Vibração	Exc. Aleatória Simples		Exc. Aleatória Dupla	
	Freq. (Hz)	Amort. (%)	Freq. (Hz)	Amort. (%)
1 ^o Flexão X	8.14	1.38	8.13	1.27
1 ^o Flexão Y	8.57	1.37	8.58	1.37
1 ^o Torção	13.09	1.35	13.08	1.41
2 ^o Flexão X	27.03	2.84	27.02	2.83
2 ^o Flexão Y	29.17	1.30	29.14	1.25
2 ^o Torção	34.12	1.40	34.07	1.42
3 ^o Flexão X	49.92	1.20	49.86	1.25
3 ^o Flexão Y	51.23	2.02	51.21	1.86
3 ^o Torção	53.47	1.07	53.11	1.38

Pode-se observar inicialmente nesta tabela que as frequências naturais obtidas através dos dois tipos de excitações são praticamente idênticas, com diferenças menores de 1% para todos os modos analisados. Comparando-se as taxas de amortecimento obtidas com a excitação aleatória simples e dupla, pode-se dizer também que os resultados são bons, pois as diferenças não passam de 10% para os modos analisados, com exceção do 3^o modo de torção, que apresentou uma diferença de 30%.

Para realizar a comparação entre os valores obtidos para os modos de vibração da estrutura para os diferentes ensaios, optou-se pela utilização do parâmetro de correlação denominado Coeficiente de Correlação Modal - MAC (Modal Assurance Criterion) [45-47]. Este parâmetro é utilizado para correlacionar formas modais semelhantes, sendo que o resultado da análise deve ser uma matriz quadrada de ordem igual ao número de modos analisados. Os resultados da diagonal principal da matriz indicam a semelhança entre as formas modais, variando entre zero e um. Para modos semelhantes é esperado então um valor próximo à unidade, e quanto mais este valor se aproximar de zero, menor será a semelhança entre os modos. Os elementos não diagonais indicam a ortogonalidade entre os modos. Se os modos forem ortogonais

(modos naturais da estrutura), os elementos não diagonais serão próximos de zero. Para modos não ortogonais, estes valores serão diferentes de zero.

A fim de se verificar apenas a ortogonalidade dos modos de vibração da estrutura, calculou-se o parâmetro MAC para os resultados de um mesmo ensaio experimental, onde se obteve a matriz VI.1. O parâmetro foi aplicado aos resultados obtidos a partir das FRFs estimadas para excitação aleatória simples, com a força aplicada no ponto 11Y.

$$MAC_{S11y \times S11y} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.25 & 0.00 & 0.16 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.29 & 0.00 & 0.14 \\ 0.25 & 0.00 & 1.00 & 0.02 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.29 & 0.02 & 1.00 & 0.00 & 0.01 \\ 0.16 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.14 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 1.00 \end{bmatrix} \quad \text{matriz VI.1}$$

As linhas e colunas da matriz se referem aos resultados encontrados para o 1º modo de flexão na direção Y, 1º modo de torção, 2º modo de flexão na direção Y, 2º modo de torção, 3º modo de flexão na direção Y e 3º modo de torção. Como era de se esperar, os elementos da diagonal principal foram idênticos à unidade, pois os dados de entrada utilizados eram de um mesmo ensaio experimental. Os elementos não diagonais, entretanto, apresentaram valores diferentes de zero para os parâmetros calculados entre modos de flexão na direção Y e entre os modos de torção.

Foi realizada então uma análise com o objetivo de se verificar o motivo desta não ortogonalidade entre os modos de flexão e de torção. Para isto foram analisadas as formas modais obtidas com a simulação numérica de uma viga engastada e livre. Quando se considerou um número de pontos de medição da resposta na estrutura igual ao número de pontos nodais experimentais, ou seja, 4 pontos nodais ao longo do seu eixo, o resultado obtido foi semelhante ao experimental. No entanto, aumentando a discretização da estrutura com um número maior de pontos nodais, ou introduzindo-se as rotações, obtiveram-se melhores resultados. Sendo assim, a discretização com somente 4 pontos nodais por perna da estrutura conduzem a formas modais que não

ficam suficientemente bem definidas, prejudicando os resultados. Portanto, para o banco de dados que se pretende gerar futuramente, é de fundamental importância se utilizar um número ainda maior de sensores, ou medir as rotações.

A matriz VI.2 mostra os valores do MAC obtidos entre os ensaios de excitação aleatória simples e de excitação aleatória dupla aplicadas no ponto 11Y.

$$MAC_{S11y \times D11y} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.25 & 0.00 & 0.16 & 0.00 \\ 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.29 & 0.00 & 0.12 \\ 0.26 & 0.00 & 1.00 & 0.03 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.29 & 0.03 & 1.00 & 0.00 & 0.01 \\ 0.16 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.99 & 0.00 \\ 0.00 & 0.14 & 0.00 & 0.02 & 0.00 & 0.98 \end{bmatrix} \quad \text{matriz VI.2}$$

Como pode ser observado, a diagonal principal foi praticamente igual à unidade para todos os modos considerados, e os termos não diagonais apresentaram valores próximos aos obtidos na matriz VI.1. Isto comprova a qualidade da implementação do sistema para obtenção das FRFs para excitação múltipla. Os resultados encontrados para os modos mais altos apresentam somente pequenas diferenças em relação aos demais valores, já que na literatura [46,47] se recomenda que somente parâmetros menores que 0.90 de correlação devem ser considerados como degradação dos resultados.

Deve ser ressaltado que os resultados mostrados se relacionam com a excitação aplicada no ponto nodal 11Y, e que os resultados associados à excitação no ponto nodal 13X são semelhantes a estes, corroborando assim todas as conclusões apresentadas.

O critério MAC também pode ser utilizado para a identificação de danos estruturais [37,38]. Partindo-se do princípio que o MAC é uma maneira de se correlacionarem duas formas modais, pode se utilizar esta correlação para se estudar a existência de danos, através da avaliação de possíveis modificações nos valores da matriz.

Com o intuito de se realizar mais um teste do sistema implementado e fornecer informações adicionais para futura geração do banco de dados, foi imposto um dano a uma barra transversal da estrutura, através da supressão total da sua ligação com um dos nós da estrutura. A barra rompida foi uma barra diagonal que fazia a ligação da 2ª à 3ª mesa, na face lateral na direção X da estrutura, conforme pode ser observado na figura VI.12.

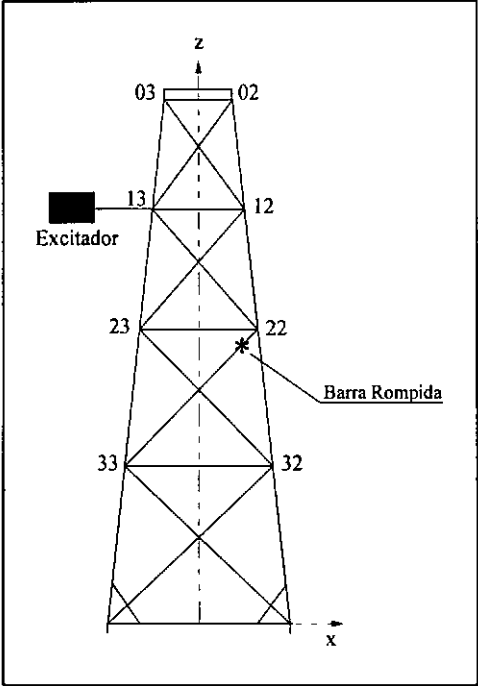


Figura VI.12 - Detalhe do modelo reduzido de plataforma offshore mostrando a barra rompida para análise de detecção de dano.

Como referência para os ensaios com danos será tomada a matriz VI.2, obtida a partir dos resultados dos ensaios de excitação aleatória simples e dupla. A matriz VI.3 mostra os valores do MAC calculados para os ensaios de excitação aleatória dupla sem dano e com a presença de dano.

$$\text{MAC}_{D11y \times D11y_{\text{dano}}} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.26 & 0.00 & 0.16 & 0.00 \\ 0.00 & 0.98 & 0.00 & 0.29 & 0.00 & 0.08 \\ 0.26 & 0.00 & 0.99 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.30 & 0.03 & 0.92 & 0.02 & 0.00 \\ 0.16 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.95 & 0.00 \\ 0.00 & 0.13 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.85 \end{bmatrix} \quad \text{matriz VI.3}$$

Comparando-se a matriz VI.3 com a matriz VI.2, observa-se que os valores da diagonal apresentam uma certa redução, principalmente para os modos mais elevados. Por exemplo, o 3º modo de torção passou de 0.98 para 0.85, detectando assim a presença do dano.

Para confirmar esta indicação, são comparados os resultados apresentados na matriz VI.2 com os da matriz VI.4, que apresenta o MAC entre os ensaios de excitação aleatória simples com e sem dano. Pode-se observar mais uma vez que os valores do MAC na matriz VI.4 se apresentaram mais baixos que os da matriz VI.2, e ainda com um mesmo tipo de comportamento de matriz VI.3, confirmando também a detecção do dano.

$$\text{MAC}_{S11y \times S11y_{\text{dano}}} = \begin{bmatrix} 1.00 & 0.00 & 0.26 & 0.00 & 0.16 & 0.00 \\ 0.00 & 0.99 & 0.00 & 0.29 & 0.00 & 0.08 \\ 0.26 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 \\ 0.00 & 0.29 & 0.02 & 0.94 & 0.01 & 0.00 \\ 0.16 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.96 & 0.01 \\ 0.00 & 0.16 & 0.00 & 0.02 & 0.01 & 0.80 \end{bmatrix} \quad \text{matriz VI.4}$$

Após a detecção do dano, utilizou-se de um critério para a localização dos danos. Este critério é denominado COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion) [48], e tem como idéia principal mostrar a localização da discrepância entre as formas modais identificadas pelo MAC. Os resultados obtidos pelo COMAC entretanto não mostraram sensibilidade aos danos, não permitindo nenhuma conclusão mais precisa sobre a localização do dano para estes ensaios.

A semelhança entre os resultados da excitação simples e dupla apresentam uma grande vantagem para a montagem do banco de dados e mesmo para os ensaios no campo. Isto porque a utilização de excitação múltipla, além de reduzir substancialmente o tempo de ensaio, também minimiza as influências no comportamento dinâmico das estruturas sujeitas a variações nas condições ambientais e/ou de contorno.

Capítulo VII

VII. Conclusões

Através dos resultados numéricos e experimentais apresentados ao longo deste trabalho, pôde-se demonstrar a eficiência e acurácia do sistema desenvolvido, tanto para excitações simples quanto múltiplas. No entanto, deve ser ressaltado que, como foram realizados ensaios experimentais em somente duas estruturas, e as simulações numéricas foram analisadas baseadas em poucos resultados, as conclusões aqui apresentadas não devem ser generalizadas, embora se espere que a aplicação da técnica implementada se verifique para as estruturas em geral.

A plataforma LabVIEW se mostrou bastante adequada para o desenvolvimento deste tipo de sistema, principalmente pelas facilidades gráficas, bem como pela possibilidade de expansão do sistema com a introdução de novos equipamentos, o que pode ser feito sem um custo elevado de programação.

O sistema hoje, com os equipamentos disponíveis no Laboratório de Estruturas, possibilita a análise de 72 canais simultaneamente. Deve-se destacar que tanto em termos do sistema implementado, como em termos de equipamentos, o limite final de canais pode chegar a algumas centenas de canais, sendo esta uma característica muito importante para possibilitar a identificação de estruturas complexas, bem como a identificação de danos. Dentre os estimadores implementados H_1 e H_v , não foi possível se verificar uma maior eficiência entre eles na minimização dos ruídos. No entanto, uma forma para controlar a qualidade das FRFs obtidas poderia ser feita utilizando-se as características observadas de cada um deles, isto é, a estimativa H_1 tende para a resposta correta pela região inferior e H_v pela região superior. De um modo geral os melhores resultados foram obtidos quando a diferença entre os resultados de ambos estimadores tenderam para zero. Portanto, comparando-se ambas as estimativas, poderia ser obtida uma avaliação da qualidade das FRFs.

Uma análise comparativa entre os tipos de excitação utilizadas mostrou que o impacto, de um modo geral, apresentou melhores estimativas das FRFs, salvo para os ensaios do modelo reduzido. Neste caso, a deformação local do tubo de plástico prejudicou a análise. No entanto esta não é uma característica geral das estruturas civis. Portanto, a excitação por impactos, se garantidas as condições necessárias à sua aplicação, pode ser uma solução bastante adequada, principalmente devido às facilidades de mobilidade e montagem necessárias para este tipo de testes experimentais. Entre as excitações aleatória e aleatória transiente, não foi observada nenhuma diferença significativa entre os seus resultados, com exceção da simulação numérica, onde os resultados obtidos com a excitação aleatória transiente apresentou resultados melhores que com a excitação aleatória.

Finalmente, a utilização da excitação múltipla para ensaios de estruturas complexas, tal como o modelo reduzido de plataforma offshore, parece ser uma ferramenta bastante útil, já que é possível se excitar vários modos, mesmo que estes estejam associados a direções ortogonais. Desta forma, o tempo total de ensaio se torna bastante reduzido, sendo esta uma característica muito importante para estruturas civis e offshore, que normalmente estão sujeitas a mudanças das condições ambientais que poderiam influenciar no seu comportamento dinâmico.

Um outro aspecto em que a excitação múltipla poderia ser utilizada em estruturas civis e offshore é na consideração das diversas cargas ambientais como excitações simultâneas, além das impostas para o ensaio. Desta forma, para a realização dos ensaios experimentais não seria necessário aguardar condições ambientais ideais, nem tampouco tomar medidas que isolassem as estruturas destas cargas. Para isto ainda seria necessário o desenvolvimento de formulações que possibilitassem estimar estas cargas a partir de alguns de seus parâmetros.

Outra pesquisa que poderia ser desenvolvida para facilitar a análise de estruturas submetidas a cargas ambientais seria a estimativa de funções de transferência somente entre respostas, de tal forma que fosse possível estimar os parâmetros modais sem a medição das cargas ambientais.

Além destas aplicações, como continuidade deste trabalho, propõe-se ainda um aprofundamento na análise dos estimadores H_1 e H_v , visando a elaboração de um critério para avaliar a qualidade das FRFs, já que foi observada a tendência de H_1 se aproximar da resposta correta pela região inferior, e de H_v pela região superior.

Referências Bibliográficas

- [1] Rosa, L.F.L.; *Desenvolvimento de um Sistema para Estimação de Parâmetros Modais para Excitação em um Único Ponto*, Proposta de Tese D.Sc., COPPE/UFRJ, 1995.
- [2] Rosa, L.F.L., *Métodos de Estimação de Parâmetros Modais*, Seminário D.Sc., COPPE/UFRJ, 1995.
- [3] Allemang, R.J.; *Investigation of Some Multiple Input/Output Frequency Response Function Experimental Modal Analysis Techniques*, Ph.D. Dissertation, University of Cincinnati, 1980.
- [4] Leuridan, J.M.; *Some Direct Parameter Model Identification Methods Applicable for Multiple Input Modal Analysis*, Ph.D. Dissertation, University of Cincinnati, 1984.
- [5] Rost, R.W.; *Investigation of Multiple Input Frequency Response Function Estimation Techniques for Experimental Modal Analysis*, Ph.D. Dissertation, University of Cincinnati, 1985.
- [6] Lembregts, F.; *Frequency Domain Identification Techniques for Experimental Multiple Input Modal Analysis*, Ph.D. Dissertation, Katholiek Universiteit Leuven, 1988.
- [7] Bendat, J.S. and Piersol, A.G.; *Random Data, Analysis and Measurements Procedures*, 2nd Edition, New York, Wiley-Interscience, 1986.
- [8] Brown, D., Carbon, G. and Ramsey, K.; “Survey of Excitation Techniques applicable to the Testing of Automotive Structures”, *SAE Paper n^o 770029*, 15 pp, 1977.

- [9] Allemang, R.J., Rost, R.W. and Brown, D.L.; “Dual Input Estimation of Frequency Response Functions for Automotive Structures”, *SAE Paper n° 820193*, 25 pp, 1982.
- [10] Van der Auweraer, H., Liefoghe, C., Wyckaert, K., Debille, J.; “Comparative Study of Excitation and Parameter Estimation Techniques on a Fully Equipped Car”, In: *Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference*, pp 627-633, 1993.
- [11] Leuridan, J., Mergeay, M., Vandeurzen, U., Desanghere, G.; “Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions for Experimental Modal Analysis: Currently Used Method and Some New Developments”, In: *Proceedings of the 9th International Seminar on Modal Analysis*, Leuven, Belgien, 1984.
- [12] Allemang, R.J., Rost, R.W., Brown, D.L.; “Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions: Excitation Considerations”, *ASME Paper n° 83-DET-73*, 11 pp, 1983.
- [13] Rost, R.W., Leuridan, J.; “Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions: Diagnostic Techniques for the Excitation”, *ASME Paper n° 85-DET-107*, 5 pp, 1985.
- [14] Bendat, J.S.; “Solutions for the Multiple Input/Output Problem”, *Journal of Sound and Vibration*, vol.44, n°.3, pp 311-325, 1976.
- [15] Van der Auweraer, H., Otte, D., Leuridan, J.,Bakkers, W.; “Multiple Excitation Sine Testing: An Integrated Approach”, *ASME Paper, DE-vol.38*, pp 31-37, 1991.
- [16] Fladung, W.A., Brown, D.L.; “Multiple Reference Impact Testing”, In: *Proceedings of the 11th International Modal Analysis Conference*, pp 1221-1229, 1993.
- [17] Fladung, W.A., Rost, R.W., Brown, D.L.; “Further Developments of Multiple Input Impact Testing”, In: *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp 1026,1033, 1994.

- [18] Natke, H.G., Laux, G.E.C.; “Recent Developments in Experimental Modal Analysis - Trends and Needs”, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, vol.XI, nº.4, pp 293-305, 1989.
- [19] Brown, D.L.; “New and Future Developments in Experimental Modal Analysis”, In: *Vibration and Noise Conference*, pp 318-324, 1990.
- [20] Füllerkrug, U.; “Survey of Parameter Estimation Methods in Experimental Modal Analysis”, *Journal of the Society of Environmental Engineers*, pp 31-44, 1988.
- [21] Allemang, R.J., Brown, D.L., Fladung, W.A.; “Modal Parameter Estimation: A Unified Matrix Polynomial Approach”, In: *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp 501-514, 1994.
- [22] Yang, Q.J., Zhang, P.Q., Li, C.Q., Wu, X.P.; “A System Theory Approach to Multi-Input Multi-Output Modal Parameters Identification Methods”, *Mechanical System and Signal Processing*, vol.8, nº 2, pp 159-174, 1994.
- [23] Zimmerman, D.C., Simmermacher, T., Kaouk, M.; “Multiple Configuration Test Procedures for the Correlation of Structural Models”, In: *Proceedings of the 12th International Modal Analysis Conference*, pp 474-480, 1994.
- [24] Deuschel, B.W., Katnik, R.B., Doerr, D.W., Cherukuri, R.B.; “FASTAR: A Faster Analysis of Structures Using Test and Analytical Results”, *SAE Paper nº.920770*, 6 pp, 1992.
- [25] Ewins, D.J.; *Modal Testing: Theory and Practice*, London, Research Studies Press Ltd., 1984
- [26] Allemang, R.J., Rost, R.W., Brown, D.L., “Dual Input Estimation of Frequency Response Functions for Experimental Modal Analysis of Aircraft Structures”, In: *Proceedings of the 1st International Modal Analysis Conference*, pp.333-340, 1982.

- [27] Allemang, R.J., Rost, R.W., Brown, D.L., "Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions", In: *Proceedings of the 2nd International Modal Analysis Conference*, pp.710-719, 1984.
- [28] Rost, R., Leuridan, J., "A Comparison of Least Squares and Total Least Squares for Multiple Input Estimation of Frequency Response Functions", *ASME paper n^o 85-DET-105*, 6 pp, 1985.
- [29] Rocklin, G.T., Crowley, J., Vold, H., "A Comparison of H1, H2 and Hv Frequency Response Functions", In: *Proceedings of the 3th International Modal Analysis Conference*, pp.272-278, 1985.
- [30] Leuridan, J., de Vis, D., van der Auweraer, H., Lembregts, F., "A Comparison of Some Frequency Response Function Measurement Techniques", In: *Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference*, pp.908-918, 1986.
- [31] Zhang, L., Yao, Y., "Advances of Frequency Response Function Estimation in Modal Analysis", In: *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp.107-112, 1988.
- [32] Moshrefi, N., Shapton, W.R., VanKarsen, C., Wicks, A.L., "Estimation of Multiple Input /Output Frequency Response Function in the Presence of Uncorrelated Noise", In: *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, pp.809-816, 1989.
- [33] Wicks, A.L., Vold, H., "The Hs Frequency Response Function Estimator", In: *Proceedings of the 4th International Modal Analysis Conference*, pp.897-899, 1986.
- [34] Wicks, A.L., Han, M., "The Influence Of Frequency Response Function Estimation Method on Modal Parameter Estimations", In: *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, pp.817-821, 1989.

- [35] Mitchell, L.D., Cobb, R.E., Deel, J.C., Luk, Y.W., “An Unbiased Frequency Response Function Estimator”, In: *Proceedings of the 5th International Modal Analysis Conference*, pp.364-373, 1987.
- [36] Cobb, R.E., Mitchell, L.D., “A Method for the Unbiased Estimate of System FRFs in the Presence of Correlated Inputs”, In: *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp.1154-1160, 1988.
- [37] Viero, P.F., *Verificação da Influência de Danos Estruturais nos Parâmetros Modais de Estruturas Offshores Fixas*, Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, 1991.
- [38] Viero, P.F., *Estudo de Procedimentos para Identificação de Danos em Estruturas Offshore*, Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, 1996.
- [39] Golub, G.H., “Some Modified Matrix Eigenvalue Problems”, *SIAM Review*, vol.15, n^o. 2, pp.318-334 1973.
- [40] Golub, G.H., Van Loan, C.F., “An Analysis of the Total Least Squares Problem”, *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol.17, n^o.6, pp.883-893, 1980.
- [41] The STAR System User and Reference Manuals, GenRad Structural Test Products, Spectral Dynamics Inc., 1994.
- [42] LabVIEW Manuals, Ver. 4.0, National Instruments Corporation, 1996.
- [43] Hirth Jr., H., Curso de Análise Estrutural Utilizando o Software SAP90.
- [44] Oliveira, L.F, Simpson, D.M., Nadal, J., “Calculation of Area of Stabilometric Signals Using Principal Component Analysis”, *Physiological Measurements*, vol.17, pp.305-312, 1996
- [45] Wolff, T., Richardson, M., “Fault Detection in Structures from Changes in their Modal Parameters”, In: *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, pp.87-94, 1989.

- [46] Fox, C.H.J., "The Location of Defects in Structures: A Comparison of the Use of Natural Frequencies and Mode Shape Correlation", In: *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference*, pp.1522-1528, 1992.
- [47] Allemang, R.J., Brown, D.L., "A Correlation Coefficient for Modal Vector Analysis", In: *Proceedings of the 1th International Modal Analysis Conference*, pp.110-116, 1983.
- [48] Lieven, N.A.J., Ewins, D.J., "Spatial Correlation of Mode Shapes, the Coordinate Modal Assurance Criterion (COMAC)", In: *Proceedings of the 6th International Modal Analysis Conference*, pp.690-695, 1988.
- [49] Schoukens, J. and Pintelon, R., "*Identification of Dynamic Systems*", Pergamon Press, 1991.
- [50] Arruda, J.R.F., "Multisine Multiexcitation in Frequency Response Function Estimation", *AIAA Journal*, vol. 31. number 1, pp. 215-216, 1993.
- [51] Allemang, R.J., Brown, D.L., "Experimental Modal Analysis and Dynamic Component Synthesis", *Technical Report AFWAL-TR-87-3069*, US Air Force, 1987.

Apêndice A

A. Métodos de Estimativa de Parâmetros por Mínimos Quadrados

Neste apêndice são apresentadas as técnicas de estimativas de parâmetros por mínimos quadrados e mínimos quadrados totais.

A.1 Método dos Mínimos Quadrados

O método dos mínimos quadrados é um dos métodos mais utilizados para a estimativa de parâmetros. Neste apêndice, o método será mostrado em sua forma mais simples, segundo o desenvolvimento apresentado na referência [51].

Suponha-se que a relação entre dois grupos de variáveis x e y pode ser descrita pela equação de uma reta:

$$y = a_1 x + a_0 \quad \text{Eq. A.1}$$

Pode-se escolher arbitrariamente dois conjuntos de valores para x e y , e obter as incógnitas a_1 e a_0 , definindo uma reta que não necessariamente contém os outros conjuntos de valores x e y . As razões pelas quais esses outros pontos não estão localizados sobre a reta calculada podem ser por exemplo: (i) erros na obtenção dos dados; e (ii) modelo impreciso para representação dos dados.

Existem portanto várias soluções que não irão atender a todo o conjunto de dados, já que estas são derivadas de somente dois conjunto de valores, não levando em consideração os demais. Este problema pode ser solucionado utilizando-se o método dos mínimos quadrados, que considera todos os pares de valores.

O critério dos mínimos quadrados requer que a soma dos quadrados dos desvios que separam os dados da curva ajustada sejam mínimos. Estes desvios são simplesmente a diferença entre os valores estimados de y (a partir de agora denominados \hat{y}) da equação A.1 e os valores medidos reais y_r . Em outras palavras, os desvios são os erros associados aos valores de y estimados pelo modelo matemático (\hat{y}), e os valores de y medidos (y_r). Este erro pode ser expresso pela seguinte equação:

$$E_y = \sum_{r=1}^N e_y^2 = \sum_{r=1}^N [y_r - \hat{y}_r]^2 = \sum_{r=1}^N [y_r - (a_1 x_r + a_0)]^2 \quad \text{Eq. A.2}$$

onde N é o número total de pares de valores de x_r e y_r medidos.

A minimização do erro da equação A2, em relação às incógnitas a_1 e a_0 , resulta nas seguintes equações:

$$\frac{\partial E_y}{\partial a_1} = \sum_{r=1}^N 2[y_r - (a_1 x_r + a_0)] [-x_r] = 0 \quad \text{Eq. A.3}$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial a_0} = \sum_{r=1}^N 2[y_r - (a_1 x_r + a_0)] [-1] = 0 \quad \text{Eq. A.4}$$

Escrevendo as equações A3 e A.4 como um sistema de equações com a_1 e a_0 como incógnitas, temos:

$$\begin{cases} a_1 \sum_{r=1}^N x_r^2 + a_0 \sum_{r=1}^N x_r = \sum_{r=1}^N y_r x_r \\ a_1 \sum_{r=1}^N x_r + a_0 \sum_{r=1}^N 1 = \sum_{r=1}^N y_r \end{cases} \quad \text{Eq. A.5}$$

que por sua vez pode ser escrito de forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \sum_{r=1}^N x_r^2 & \sum_{r=1}^N x_r \\ \sum_{r=1}^N x_r & N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{r=1}^N y_r x_r \\ \sum_{r=1}^N y_r \end{bmatrix} \quad \text{Eq. A.6}$$

Uma maneira alternativa de se obter o mesmo sistema da equação A.6 pode ser realizada através da formulação matricial da equação A.1.

$$\{Y\} = [X]\{A\} \quad \text{Eq. A.7}$$

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. A.8}$$

As equações matriciais A.8 são geralmente um conjunto de equações inconsistentes e superdeterminadas. São inconsistentes já que geralmente não é possível achar a_1 e a_0 que satisfaça todos os valores individuais de x e y , e superdeterminadas já que o número de equações é maior que o número de incógnitas. Pré-multiplicando a equação A.8, por exemplo pela matriz $[X]^T$, temos:

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_N \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_N & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. A.9}$$

$$\begin{bmatrix} \sum_{r=1}^N y_r x_r \\ \sum_{r=1}^N y_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{r=1}^N x_r^2 & \sum_{r=1}^N x_r \\ \sum_{r=1}^N x_r & N \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. A.10}$$

A equação A.10 é portanto idêntica à equação A.6. Com isso, se mostrou que para realizar a minimização com o critério de que a soma dos erros quadráticos em y sejam mínimos, deve-se pré-multiplicar o sistema pela matriz transposta, que neste exemplo foi $[X]^T$. Da mesma maneira pode-se estimar os parâmetros a_1 e a_0 com o critério de que a soma dos erros quadráticos em x sejam mínimos, ou seja, pré-multiplicando o sistema pelo vetor $[Y]^T$.

A solução por mínimos quadrados da equação A.7 pode ser escrita então como:

$$[X]^T \{Y\} = [X]^T [X] \{A\} \quad \text{Eq. A.11}$$

e resolvendo para o vetor de incógnitas $\{A\}$, temos

$$\{A\} = \{[X]^T [X]\}^{-1} \{[X]^T \{Y\}\} \quad \text{Eq. A.12}$$

desde que $\{[X]^T [X]\}^{-1}$ exista.

No caso mais geral, em que as matrizes $\{A\}$, $[X]$ e $\{Y\}$ são valores complexos, a notação de transposta $[\dots]^T$, deve ser substituída pela notação hermitiana, $[\dots]^H$, nas equações A.11 e A.12, onde o operador hermitiano é o transposto do complexo conjugado. O vetor de incógnitas $\{A\}$ é dado então por

$$\{A\} = \{[X]^H [X]\}^{-1} \{[X]^H \{Y\}\} \quad \text{Eq. A.13}$$

As equações matriciais A.7 podem ser multiplicadas individualmente por um fator de peso para se impor maior ou menor peso nas estimativas de y , transformando o processo em “**Weighted Least Squares Method**”. Isto é realizado com o objetivo de se dar maior importância a determinados valores de y . Os fatores de peso podem ser representados na forma de uma matriz diagonal ($N \times N$), denominada W . O elemento diagonal na linha i representa o fator de peso correspondente à equação i , e os elementos não diagonais são todos iguais a zero, conforme se encontra mostrado na equação A.14.

$$[W] = \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & w_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & w_N \end{bmatrix} \quad \text{Eq. A.14}$$

A matriz W é então pré-multiplicada a ambos os lados da equação A.7, de onde se obtém:

$$[W]\{Y\} = [W][X]\{A\} \quad \text{Eq. A.15}$$

Resolvendo para o vetor $\{A\}$ da equação A.15, obtém-se

$$\{A\} = \{[X]^H [W]^H [W][X]\}^{-1} \{[X]^H [W]^H [W]\{Y\}\} \quad \text{Eq. A.16}$$

A.2 Método dos Mínimos Quadrados Totais

O método dos mínimos quadrados totais é apresentado neste item através de uma interpretação geométrica do problema. Um sistema linear pode ser descrito através da seguinte equação A.1:

$$y = \sum_{i=1}^{n-1} a_i x_i \quad \text{Eq. A.17}$$

onde $y = (y^m - n)$ é a saída do sistema (sem erro)

y^m é a saída medida do sistema

n é o erro associado a y^m

a_i é a i -ésima constante do operador linear

$x_i = (x_i^m - m_i)$ é a i -ésima entrada do sistema (sem erro)

x_i^m é a i -ésima entrada medida do sistema

m_i é o erro associado a x_i^m

Para tratar de forma semelhante as entradas e a saída do sistema, é adotada uma nova notação para y , que passa a ser escrito $y = x_n$, sendo $a_n = -1$. Aplicando-se esta nova notação à equação A.17 tem-se:

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i = 0 \quad \text{Eq. A.18}$$

Escrevendo a equação A.18 em forma matricial, resulta em:

$$\{x\}\{a\} = 0 \quad \text{Eq. A.19}$$

onde $\{x\} = [x_1 \quad x_2 \quad \cdots \quad x_n]$ e $\{a\} = \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix}$, tal que $\|a\| = 1$.

Deve-se observar que as equações A.18 e A.19 representam um plano, que passa pela origem, o qual é a solução procurada para o operador linear. Desta forma, pode-se interpretar a equação A.19 como sendo um produto escalar entre um vetor $\{x\}$ pertencente a este plano e o vetor $\{a\}$ perpendicular a este, já que o produto escalar entre estes dois vetores é nulo. Portanto, para definir o operador linear, isto é, o plano solução para o problema, basta obter a direção perpendicular a este.

A formulação apresentada até o momento não envolve os erros inerentes às medidas experimentais. Utilizando-se agora as entradas e a saída medidas, x_i^m e y^m , as quais possuem erros, a equação A.19, em referência a um plano qualquer definido pelo seu vetor perpendicular $\{b\}$, com $\|b\| = 1$, pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\varepsilon_b = \{x^m\}\{b\} \quad \text{Eq. A.20}$$

onde ε_b é um erro referente ao plano definido por $\{b\}$.

A variância deste sistema pode ser escrita como:

$$\sigma_b^2 = E\{\varepsilon_b^* \varepsilon_b\} \quad \text{Eq. A.21}$$

onde $E\{\dots\}$ significa o valor esperado

$$\varepsilon_b^* = \left[\{x^m\}\{b\} \right]^H \text{ é o complexo conjugado transposto de } \varepsilon_b.$$

Substituindo os valores da variância e seu hermitiano na equação A.21, tem-se:

$$\sigma_b^2 = E\left\{\left\{\mathbf{b}\right\}^H \left\{\mathbf{x}^m\right\}^H \left\{\mathbf{x}^m\right\} \left\{\mathbf{b}\right\}\right\} \quad \text{Eq. A.22}$$

Como o vetor $\{\mathbf{b}\}$ é igual para todas as medidas realizadas, a equação A.22 pode ser reescrita na forma:

$$\sigma_b^2 = \left\{\mathbf{b}\right\}^H \left[\mathbf{R}_{xx}\right] \left\{\mathbf{b}\right\} \quad \text{Eq. A.23}$$

onde $\left[\mathbf{R}_{xx}\right] = E\left\{\left\{\mathbf{x}^m\right\}^H \left\{\mathbf{x}^m\right\}\right\}$ é a matriz de correlação entre os valores de $\{\mathbf{x}^m\}$.

O plano definido pelo vetor $\{\mathbf{b}\}$ é a solução desejada, desde que σ_b^2 tenda para zero, ou pelo menos, seja o menor possível.

A partir da matriz $\left[\mathbf{R}_{xx}\right]$ pode-se definir um problema de auto-valores, através da seguinte equação:

$$\left(\left[\mathbf{R}_{xx}\right] - \lambda_i \left[\mathbf{I}\right]\right) \left\{\mathbf{e}_i\right\} = 0 \quad \text{Eq. A.24}$$

onde λ_i é o i -ésimo auto-valor, sendo $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_i > \dots > \lambda_n$

$\left\{\mathbf{e}_i\right\}$ é o auto-vetor associado a λ_i , sendo $\|\mathbf{e}_i\| = 1$

$\left[\mathbf{I}\right]$ é a matriz identidade

n é o rank da matriz $\left[\mathbf{R}_{xx}\right]$

Pode-se reescrever a equação A.24 na forma:

$$\left[\mathbf{R}_{xx}\right] = \left[\mathbf{e}\right] \left[\lambda\right] \left[\mathbf{e}\right]^H \quad \text{Eq. A.25}$$

onde $\{e\} = [\{e_1\}, \{e_2\}, \dots, \{e_i\}, \dots, \{e_n\}]$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

Substituindo-se a equação A.25 em A.23, tem-se:

$$\sigma_b^2 = \{b\}^H [e] [\lambda] [e]^H \{b\} \quad \text{Eq. A.26}$$

Tomando-se agora $\{c\} = [e]^H \{b\}$, com $\|c\| = 1$, o que implica em $\{c\}^H = \{b\}^H [e]$, e substituindo-se na equação A.26, tem-se:

$$\sigma_b^2 = \{c\}^H [\lambda] \{c\} \quad \text{Eq. A.27}$$

e lembrando-se que $[\lambda]$ é uma matriz diagonal, tem-se

$$\sigma_b^2 = \sum_{i=1}^n |c_i|^2 \lambda_i \quad \text{Eq. A.28}$$

Como $\|c\| = 1$, o maior valor que σ_b^2 pode assumir é λ_1 , o que ocorre quando $\{c\}^H = [1, 0, 0, \dots, 0]$. De maneira semelhante, o menor valor de $\sigma_b^2 = \lambda_n$ é obtido para $\{c\}^H = [0, 0, 0, \dots, 1]$. Qualquer outro vetor $\{c\}^H$ levará σ_b^2 a valores entre $\lambda_1 \geq \sigma_b^2 \geq \lambda_n$.

Para que $\{c\}^H = [0, 0, 0, \dots, 1]$ é necessário que:

$$\{b\}^H [e] = [0, 0, 0, \dots, 1] \quad \text{Eq. A.29}$$

logo,

$$\{b\}^H = [0, 0, 0, \dots, 1] [e]^H = [0, 0, 0, \dots, 1] \left\{ \begin{array}{c} \{e_1\}^H \\ \{e_2\}^H \\ \vdots \\ \{e_n\}^H \end{array} \right\} = \{e_n\}^H \quad \text{Eq. A.30}$$

Isto quer dizer que o vetor $\{b\}$ que minimiza σ_b^2 é o auto-vetor associado ao menor auto-valor do problema definido na equação A.24.

Apêndice B

B. Equipamentos e Sensores Utilizados nos Ensaios Experimentais

Neste apêndice é apresentada uma lista das principais características dos equipamentos e sensores utilizados nos ensaios experimentais apresentados ao longo da tese.

B.1 Equipamentos

•Sistema de Aquisição

O sistema de aquisição utilizado consta de uma placa de aquisição para 16 canais (ligação simples) ou 8 canais (ligação diferencial), com 16 bits de resolução, ganho controlado por canal (1, 2, 5, 10, 20, 50, 100), e com voltagem de entrada e de saída variáveis entre ± 10 V. Existe a possibilidade de utilização de trigger programável, com taxa máxima de aquisição de 100 k amostras/segundo, e também existe a possibilidade de utilização de dois canais para geração D/A de sinais. Ligado a esta placa de aquisição foi utilizada uma placa de multiplexação com 32 canais (ligação diferencial). Estas placas pertencem à linha SCXI da National Instruments.

•Condicionador de Sinais para Sensores Piezelétricos

O sistema de condicionamento consiste de quatro módulos de oito canais cada, que são ligados ao computador através de interface IEEE-488 ou RS232, permitindo ao usuário o ajuste por software de ganhos e filtros passa-baixa. As principais especificações técnicas deste equipamento são apresentadas a seguir:

- * 32 canais por chassis
- * ganho programável por canal e filtro programável por módulo
- * filtro programável do tipo Butterworth, Bessel ou Elliptic
- * Modo de entrada ICP ou Voltagem Direta

Excitação para Transdutores ICP	24/10 V/mA
Excitação para Transdutores Voltagem Direta	± 5 V (ou ± 10 V)
Proteção de Entrada	50 V
Variação de Ganho	0.125 a 100
Precisão de Ganho	1.0 %
Linearidade de Ganho	1.0 %
Voltagem de Saída	± 5 V (ou ± 10 V)
Resposta em Frequência	0.25 Hz a 50 kHz

• Condicionador de Sinais para Sensores Resistivos

Sensores de deformação aplicáveis	60 a 1000 Ω
excitação de pontes	AC 2V, 0.5V, controlável
Ajuste do balanceamento do zero	R: $\pm 1\%$ (± 5000 μ st) C: 2000 pF
Sensibilidade (10 μ st de entrada)	0.2 V (R_L :5k Ω), 3mA (R_L :30 Ω)
Saída	Saída V: ± 5 V, ± 5 mA Saída I: ± 5 V, ± 30 mA
Não-linearidade	$\pm 0.1\%$ FS
Impedância de Saída	10 Ω
Sinal de calibração	± 1 a 9999. μ st precisão: $\pm (0.5\%+0.5$ μ st)
Ajuste de sensibilidade	1,2,5,10,20,50,100,x100 μ e e OFF (precisão: $\pm 0.5\%$)
Resposta em frequência	DC a 2.5 kHz (desvio: $\pm 10\%$)
Filtro passa-baixa	10,30,100,1kHz, Free amplitude de resposta: -3dB ± 1 dB atenuação: -12dB/oct

•Analisador de Espectros

Analisador de espectros para dois canais da Hewlett-Packard modelo HP35660A

Resposta em Frequência	244 μ Hz a 51,2 kHz (dual channel)
Precisão	± 0.003 % da frequência
Resolução	variação da frequência/ 400
Variação de Frequência - número de variações	20
Variação de Frequência - variação mínima	97.6 mHz
Variação de Frequência - variação máxima	51.2 kHz
Variação de Frequência - tamanho sinal no tempo	400/variação
Janelas Disponíveis	Flattop, Exponential, Hanning, Uniform, Force
Resposta em Frequência - Precisão Ganho	± 0.4 dB
Resposta em Frequência - Precisão Fase	488 μ Hz a 10.24 kHz - $\pm 1^\circ$
Resposta em Frequência - Precisão Fase	10.24 kHz a 102.4 kHz - $\pm 1.8^\circ$
Fontes de Geração de Sinal	Randômica, Senoidal e Periódica
Fontes de Geração de Sinal - nível máximo saída	± 5 V
Trigger	Curva Positiva/Negativa, Atraso

•Traçador Gráfico Digital

Este equipamento possui três canais de leitura. Cada um dos canais usa um conversor analógico/digital (A/D) para digitalizar os sinais de entrada analógicos, e os resultados digitais são passados por seleção no painel principal. Os sinais podem ser traçados diretamente quando lidos, ou armazenados em memória para apresentação posterior, e permite ainda a utilização de trigger.

Taxa de Aquisição A/D Máxima	33.3 k amostras/s
Sensibilidade	5 mV a 100 V escala máxima
zeragem offset	± 2 escala máxima - ± 100 V máximo
Variação Tempo - modo memória	30 ms para 24 horas
Variação Tempo - modo gravação direta	1 s para 24 horas
Precisão	± 0.1 %
Velocidade Nominal - modo gravação direta	125 cm/s
Velocidade Nominal - modo plotagem	75 cm/s

Aceleração Nominal	196 m/s ² constante
Largura de Banda	3 kHz para variação de escala máxima ≥ 20 mV
Largura de Banda	2.6 kHz para variação de escala máxima < 20 mV
Captura de Pico	250 μs para variação máxima de tempo
Memória por Canal - Tamanho	1000 palavras
Memória por Canal - Resolução	12 bits

•Excitadores Eletromagnéticos

Modelo A

Força	44.5 N Pico Senoidal
Frequência	10 Hz a 20 kHz
Frequência de Ressonância	20 kHz
Aceleração Máxima	736 m/s ² (75 g)
Deslocamento Máximo	8 mm Pico a Pico
Velocidade Máxima	1.65 m/s Pico
Peso Dinâmico do Elemento Móvel	60 gramas
Rigidez Dinâmica Flexão	12 N/mm
Corrente Máxima Entrada	5 A _{rms}
Impedância Magneto	2 Ω a 500 Hz
Diâmetro Tampa Vibratória	29 mm
Peso	8.3 kg
Dimensões (diâmetro x altura)	149 x 143 mm

Modelo B

Força	10 N Pico Senoidal
Frequência	DC a 18 kHz
Frequência de Ressonância	> 18 kHz
Aceleração Máxima	550 m/s ²
Deslocamento Máximo	6 mm Pico a Pico
Peso Dinâmico do Elemento Móvel	18 gramas
Rigidez Dinâmica Flexão	2 N/mm
Corrente Máxima Entrada	1.8 A _{rms}
Impedância Magneto	3.5 Ω a 500 Hz
Diâmetro Tampa Vibratória	14 mm
Peso	1.1 kg
Dimensões (diâmetro x altura)	76 x 75 mm

•Filtros Passa-Baixa

Frequência Corte	1 Hz a 16 kHz e Passa-Tudo 30 kHz \pm 1 dB
Razão da Amplitude de Frequência de Corte	-3 dB \pm 1 dB
Desvio da Amplitude da região a passar	\pm 0.2 dB
Ganho DC	\times 1 \pm 0.1 %
Impedância Entrada	100 k Ω \pm 5%, não balanceado
Voltagem Entrada	0 a \pm 10 V
Voltagem Saída	\pm 10 V máximo
Corrente Saída	\pm 20 mA máximo
Razão Sinal/Ruído	66 dB _{rms}
Estabilidade Zero	\pm 0.5 mV/ $^{\circ}$ C
Estabilidade Ganho	\pm 0.01 %/ $^{\circ}$ C

B.2 Sensores

•Células de Carga

Sensor de Impedância Mecânica Piezelétrico constituído de um transdutor de força e de aceleração, medindo simultaneamente força e aceleração translacional. Neste trabalho este sensor foi utilizado somente como célula de carga.

Variação Medição	\pm 50 lb (\pm 5 V)
Força Máxima	\pm 75 lb
Sensibilidade (\pm 2 %)	100 mV/lb
Resolução	0.001 lb
Rigidez	0.00001 in/lb
Massa Sísmica	0.018 lb
Frequência Resposta (\pm 3 dB)	1 Hz a 20 kHz
Polaridade	Compressão Positiva
Voltagem BIAS	8 a 14 V
Linearidade	1 % FS
Impedância Resposta	< 100 Ω

Células de Carga Resistivas construídas no Laboratório de Estruturas sendo constituídas de anéis de aço instrumentados com extensômetros elétricos de resistência em ponte completa de Wheatstone, conforme pode ser observado na figura B.1.

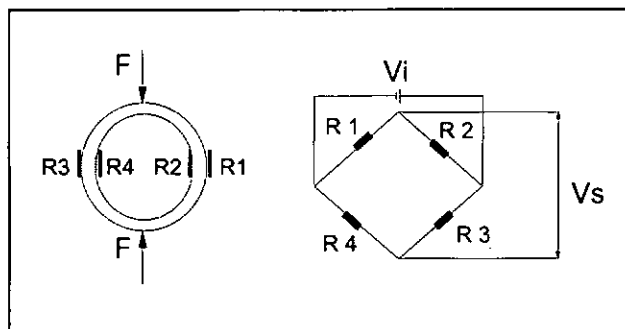


Figura B.1 - Esquema de montagem da célula de carga com extensômetros elétricos em ponte completa de Wheatstone.

As principais características destes sensores são:

- * Constante do Sensor = $0.028 \text{ N}/\mu\text{st}$
- * Capacidade Máxima = 40.0 N
- * Sensibilidade = 1.4 N/V (considerando a máxima resolução do condicionador utilizado - $50 \mu\text{st/V}$)

•Acelerômetros Piezelétricos

Sensores para medição de aceleração do tipo ICP.

Sensibilidade ($\pm 5\%$)	$102 \text{ mV}/(\text{m/s}^2)$
Resolução	0.01 m/s^2
Resposta em Frequência ($\pm 5\%$)	1 a 2000 Hz
Variação Fase ($\pm 5^\circ$)	4 a 1000 Hz
Variação Medida ($\pm 4 \text{ V}$ saída)	39 m/s^2
Sensibilidade Transversal	$\leq 5.0 \%$
Sensibilidade Deformação	$\leq 0.010 \text{ m/s}^2/(\mu\epsilon)$
Frequência Ressonância	$\geq 7 \text{ kHz}$
Linearidade Amplitude	$\leq 1 \%$
Excitação Corrente Constante	2 a 4 mA
Excitação Voltagem	24 a 28 VDC
Impedância Saída	$< 1500 \Omega$

Bias Saída ($\pm 3V$)	11 V
Isolamento Terra	$10^9 \Omega$
Constante Descarga Tempo	0.5 s
Vibração (máximo)	78 m/s^2 (pico)
Choque (máximo)	49050 m/s^2
Temperatura de Utilização	-18 a $+66^\circ\text{C}$
Coefficiente de Temperatura	$\leq 0.27 \text{ \%}/^\circ\text{C}$
Peso	5.2 g
Dimensões (diâmetro x altura)	15.8 x 14.2 mm

•Martelo Piezelétrico

Martelo com célula de carga piezelétrica, com possibilidade de utilização de massa adicional e diversas pontas de aplicação constituídas de diferentes materiais, que permitem a excitação em faixas distintas de freqüência.

Massa Ponta Aplicação	34 g
Massa Adicional	50 g
Varição Freqüência (-10 dB)	350 Hz
Calibração - Variação	500 N
Calibração - Massa Teste	806.6 g
Sensibilidade (100 Hz)	7.82 mV/N
Razão Sensibilidade (100 Hz)	$0.127 \text{ N}/(\text{m/s}^2)$
Varição Medição (saída 5 V)	500 N
Overload	3000 N
Constante Nominal Tempo	$\approx 500 \text{ s}$
Rigidez	$\approx 870 \text{ N}/\mu\text{m}$
Temperatura de Utilização	-20 a 70°C
Corrente DC	$\approx 4 \text{ mA}$
Voltagem	20 a 30 VDC
Impedância Saída	$< 100 \Omega$
Peso	100 g
Dimensões (diâmetro x comprim. x comprim. cabo)	18 x 61 x 188 mm